

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA



**“DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES TERMICAS
DE LAS ARENAS DE MOLDEO”**

CARLOS MAROTO CABRERA

INGENIERO QUIMICO METALURGICO

1977



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

LAB. Tesis 1977
DO. M-007 ~~007~~
ECHA _____
*RBC _____ **251**
i _____



QUIMICA

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: Ing. KURT NADLER GUNDEISHNER
VOCAL : M en C. ALEJANDRO ESPRIU MANRIQUE DE LARA
SECRETARIO: M en C. MARIA EUGENIA NOGUEZ AMAYA
1er.Suplente: ING. HUMBERTO MALAGON ROMERO
2do.Suplente: ING. HUMBERTO RODRIGUEZ CALERA

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA : FACULTAD DE QUIMICA

NOMBRE Y FIRMA DEL SUSIDENTANTE : _____
MARCO CABRERA CARLOS

NOMBRE Y FIRMA DEL ASESOR : _____
VoBo.
M en C. MA. EUGENIA NOGUEZ AMAYA

A MI TIA ESPERANZA.

C O N T E N I D O

- I.- Introduccion
- II.- Antecedentes
- III.- ASPECTO MATEMATICO
 - 1.- Cálculo de la difusividad térmica
 - 2.- Curvas de la distribución real de la temperatura.
- IV.- PROGRAMA DE COMPUTACION
 - 1.- Procesamiento de datos
 - 2.- Diagrama de flujo
 - 3.- Codificación
- V.- EXPERIMENTACION
 - 1.- Preparación de la arena
 - 2.- Preparación de la probeta
 - 3.- Equipo empleado
 - 4.- Preparación del sistema experimental
 - 5.- Operacion del sistema experimental
- VI.- RESULTADOS
 - 1.- Del experimento
 - 2.- Del programa
 - 3.- Tablas comparativas
- VII.- DISCUSION
 - 1.- Sobre el aspecto matemático
 - 2.- Sobre el programa de computación
 - 3.- Sobre el experimento
- VIII.- Conclusiones
- IX.- Referencias

I.- INTRODUCCION:

La calidad de las piezas de fundición depende en una buena parte de las condiciones bajo las cuales se enfriaron en el molde, a su vez, puesto que se trata de un problema de transferencia de calos, esas condiciones dependen de las propiedades térmicas del sistema de moldeo empleado; por lo que, para controlar la calidad de tales piezas es necesario conocer: aparte de las propiedades mecánicas de dichos sistemas, sus propiedades térmicas y entender los efectos de los elementos que intervienen en su composición como son: tipos de arena, cantidad y tipo de aglutinante, contenido de agua, etc.

El sistema de moldeo conocido como "en verde" es el que ha sido objeto de numerosos estudios puesto que es el más usado en la producción de piezas de fundición. Sin embargo, existe una serie de discrepancias en cuanto a los datos existentes disponibles en la literatura (1,2,3,4,5,), esto es de esperarse debido a la multitud de variables que intervienen en el fenómeno de transferencia de calor a través de un material como es un sistema de arenas de moldeo: tipo de arena, tamaño de grano, tipo de aglutinante, porcentaje de humedad, método de compactación, dureza, uniformidad, etc.; esto representa un grave problema al elegir la literatura (por lo general extranjera) los datos que se han de usar en determinado sistema de arena, puesto que, seguramente estarán desviados de la realidad; para evitar esto, se ha propuesto (6) el servirse de métodos computacionales para obtener los datos de las propiedades térmicas como una función de la tempera

tura, del sistema a emplear inmediatamente.

Es pues la adaptación de éste reciente método computacional a —
nuestras materias primas el objeto de este trabajo.

II.- ANTECEDENTES:

Una de las medidas de las propiedades térmicas de las arenas de moldeo más familiares al fundidor es la realizada por Chvorinov (7) que llevando a cabo una amplísima experimentación y cálculos mostró que el grosor X de una capa solidificada después de un tiempo t obedece a la ley siguiente:

$$X = k \sqrt{T}$$

donde k es una constante que depende del metal a colar y de los materiales de moldeo.

Se puede demostrar (8) que para formas simples la constante k tiene la forma:

$$k = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{T_m - T_o}{\rho H} \right) \sqrt{K_m P_m C_{pm}}$$

donde:

ρ_s = densidad del metal o aleación

T_m = punto de fusión del metal

T_o = temperatura ambiente

H = entalpia de la fusión

K_m = conductividad térmica del material de moldeo

ρ_m = densidad del material de moldeo

C_{pm} = calor específico del material de moldeo

y $\sqrt{K_m P_m C_{pm}}$ = difusividad calorífica (b)

Este coeficiente: difusividad calorífica (b) es una medida de la rapidez a la cual puede absorber calor el molde, agrupa a los dos coeficientes térmicos principales: conductividad térmica y calor específico.

Otra forma común de encontrarlos agrupados en la literatura es la siguiente:

$$\frac{K_m}{\rho_m C_{pm}} = \alpha$$

a lo que se le da el nombre de difusividad térmica (α) y en términos generales controla la distribución de temperatura en el material a distintos tiempos.

Su definición queda determinada en la ecuación básica de Fourier referente a la transmisión de calor por conducción (cuando los coeficientes térmicos son independientes de la temperatura).

T = temperatura

t = tiempo

$$\frac{k}{\rho C_p} = \text{difusividad térmica} = \alpha$$

z, x, y = coordenadas

Las leyes que gobiernan los fenómenos de transferencia de calor -- que se llevan a cabo cuando las piezas son coladas en el molde -- son complejas, características de flujo térmico en condiciones dinámicas. La base de las mismas se encuentra en la Ley de Fourier mencionada y una aplicación inmediata es la deducción de la regla de Chvorinov.

En cuanto a los coeficientes térmicos se refiere, numerosas y quizá no suficientes determinaciones de capacidad calorífica de mezclas de arenas que han sido efectuadas a través de los años. Una recopilación de los datos experimentales existentes se encuentra en la referencia (9).

Los datos de conductividad térmica como se mencionó varían ampliamente debido a la cantidad de variables que intervienen en la com

posición de una mezcla y que afectan esta propiedad.

La literatura es rica en métodos experimentales diseñados para medir bien esta conductividad, difusividad térmica y difusividad calórica en condiciones estáticas y dinámicas.

Los trabajos al respecto datan desde el siglo pasado (10), más recientemente hay datos y técnicas reportados por el Institute of British Foundrymen (11), el Center Technique des Industries de la Foundiere (12), numerosos autores de universidades e institutos (12) y el comité de transferencias de calor de la American Foundrymen's Society.

Es precisamente el método propuesto en la monografía publicada por A.F.S. 1974, él que se interpretó, se elaboró en cuanto al programa de computación se refiere y con el que se han obtenido los datos que se reportan en este trabajo.

III.- ASPECTO MATEMATICO

1.- Cálculo de la Difusividad Térmica:

Dada la pequeña variación de la capacidad calorífica entre los diferentes tipos de arenas de moldeo y la relativa facilidad con que se consiguen en la literatura los datos referentes a dicha capacidad calorífica; la conductividad térmica de tales arenas se puede conocer en función de la temperatura si se conocen la difusividad térmica y densidad en función de la temperatura.

Ahora si se quiere conocer la difusividad térmica en función de la temperatura, es necesario conocer cómo varía la temperatura con respecto a la posición y con respecto al tiempo.

Experimentalmente, se puede determinar la variación isocrónica de la temperatura con respecto al espacio y obtener una aproximación funcional mediante algún método numérico conveniente. Y teniendo esa variación de la temperatura con respecto al espacio de un número discreto de niveles de tiempo, nos lleva a conocer una aproximación funcional de la temperatura con respecto al tiempo; con todo esto se cuenta con suficiente información para satisfacer los requerimientos matemáticos para la determinación de la difusividad térmica de las arenas de moldeo no reactivas.

Aplicando los principios de la conservación de energía térmica a un elemento diferencial descrito en coordenadas cilíndricas con el origen del sistema de coordenadas sobre el eje infinitamente largo de un cilindro angularmente simétrico, nos resulta:

$$\rho c_p r \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

En la ecuación 1:

donde:

$$C_p = C_p(T) = C_p(r, t) \quad r = \text{radio}$$

$$K = K(T) = K(r, t) \quad T = \text{temperatura}$$

$$\rho = \rho(T) = \rho(r, t) \quad \rho = \text{densidad}$$

$$C_p = \text{calor específico}$$

$$t = \text{tiempo}$$

considerando cualquier posición radial (r_i) a cualquier tiempo específico (t_i) y consecuentemente, cualquier temperatura específica (T_i) tenemos que:

$$\rho = \rho(T_i), \quad C_p = C_p(T_i) \quad \text{y} \quad K = K(T_i)$$

son aproximadamente constantes en la región de T_i , y la Ec.(1) se puede escribir como

$$\frac{1}{\alpha(T_i)} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

donde:

$$\alpha = \text{difusividad térmica} = \frac{k}{\rho C_p}$$

y
$$\alpha(t_i) = \frac{\frac{\partial T}{\partial t}}{\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right]} \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

Ahora, para calcular la difusividad térmica a una temperatura en particular, es necesario conocer cómo varía la temperatura en r_i con el tiempo en la región de T_i , y simultáneamente cómo varía la temperatura en T_i con el radio en la región de r_i .

Esta información puede ser obtenida colocando un cilindro largo en un horno de resistencias y midiendo la temperatura de un número de sitios cuyas posiciones radiales sean conocidas. Así, al tiempo T_i se conoce $T(r_1), T(r_2), \dots, T(r_m)$ y se les puede ajustar

tar una función usando la técnica de regresión de mínimos cuadrados. Lo mismo se puede hacer, un corto tiempo después a " $T_{i+\Delta t}$ ". Ahora se conoce una aproximación funcional a la verdadera distribución de temperatura a " t_i " y a " $t_i+\Delta t$ ".

Ya que se tiene una función que relaciona el radio y la temperatura a t_i , se puede calcular la expresión siguiente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \dots \dots \dots (4)$$

y asumiendo que la variación de la temperatura con el tiempo es lineal durante un corto período de tiempo requerido para medir la temperatura en las posiciones radiales conocidas, la expresión:

$$\frac{\partial T}{\partial t}$$

se puede expresar como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(r_i)^{t_i+\Delta t} - T(r_i)^{t_i}}{\Delta t} \dots \dots \dots (5)$$

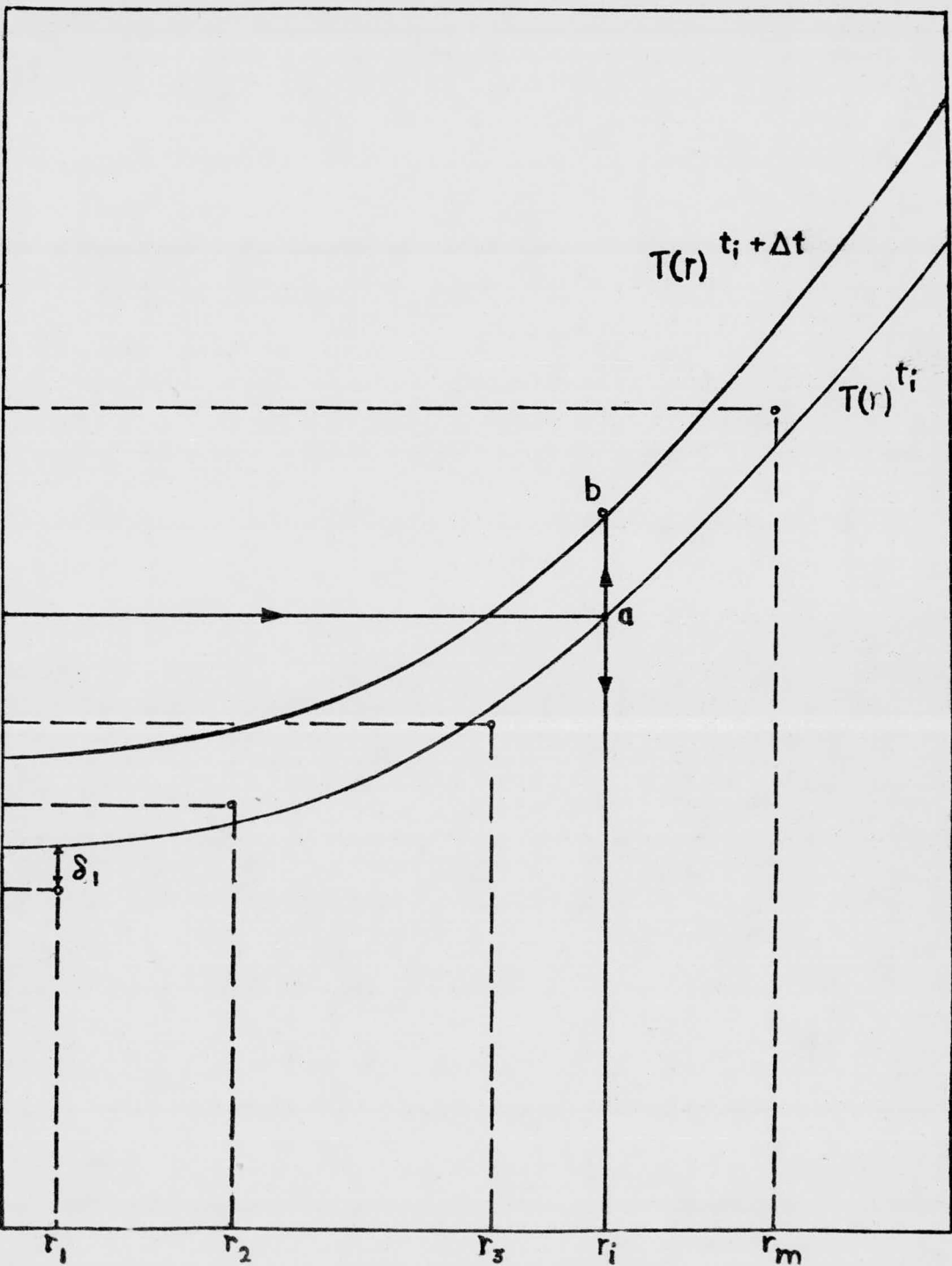
esto se muestra gráficamente en la fig (1) donde:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

está calculado en el punto (a)

y
$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_b - T_a}{\Delta t} \quad \text{en el punto b}$$

Ahora que los dos términos del lado derecho de la Ecuación se conocen, se conoce por lo tanto $\alpha(t_i)$.



Posición Radial

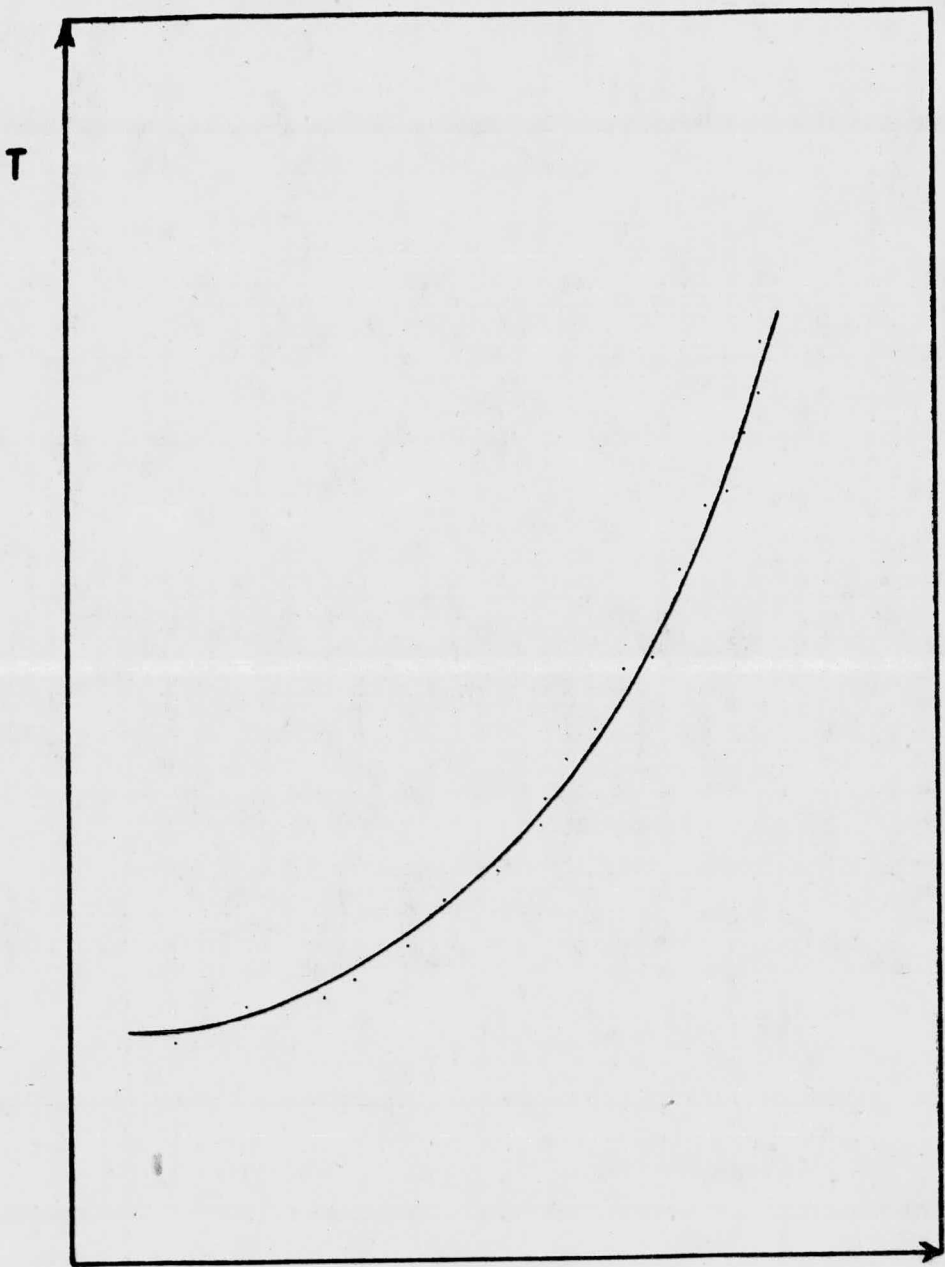


fig. 2

r

2.- Curvas de la Distribución Real de la Temperatura.

La realidad requiere que la función usada para aproximar la distribución de la temperatura sea simétrica a través de $r = 0$ y tenga la forma cero en $r = 0$, la conveniencia sugiere una sumatoria de una serie de potencias. Así, la función usada para ajustar los datos experimentales será:

$$T(r) = A + B_1 r^2 + B_2 r^4 + \dots + B_n r^{2n} \dots \dots (6)$$

Si el mejor ajuste de la Ec. (6) a los datos experimentales está definido como minimiza el promedio S_j^2 mostrado en la fig. (1) donde S_j es la diferencia entre la temperatura observada experimentalmente a cualquiera de las posiciones radiales conocidas y la temperatura en el mismo radio predicha por la ec.(6), el conjunto de ecuaciones simultáneas que proporciona los coeficientes $(A, B_1, B_2, \dots, B_n)$ del ajuste será:

$$\begin{pmatrix} m & S y_j^2 & \dots & S y_j^{2n} \\ S y_j^2 & S y_j^4 & \dots & S y_j^{2(n+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S y_j^{2n} & S y_j^{2(n+1)} & \dots & S y_j^{2(n+n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S T_j \\ S T_j y_j^2 \\ \vdots \\ S T_j y_j^{2n} \end{pmatrix} \dots \dots (7)$$

Donde S por abreviación es:

$$\sum_{j=1}^m$$

m es el número de posiciones radiales en que se colocaron los termopares y $2n$ es el orden del ajuste usado.

Las posiciones radiales (r_1, r_2, \dots, r_n) con conocidas.

En el tiempo t_i , las temperaturas en las posiciones radiales conocidas $(T_{r_1}, T_{r_2}, \dots, T_{r_m})$ pueden ser medidas.

Usando los valores anteriores en la Ec (7), se obtienen los coeficientes $(A^{t_i}, B_1^{t_i}, \dots, B_n^{t_i})$ de la aproximación de serie de po--

tencias a la distribución real de la temperatura en tiempo t_i , así:

$$T(r)^{t_i} = A^{t_i} + B_1^{t_i} r^2 + B_2^{t_i} r^4 + \dots + B_n^{t_i} r^{2n} \dots (8)$$

y conociendo las temperaturas en tiempo $(t_i + \Delta t)$

$$(T_1^{t_i + \Delta t}, T_2^{t_i + \Delta t}, \dots, T_m^{t_i + \Delta t})$$

se cuenta con suficiente información para determinar

$$T(r) = A^{t_i + \Delta t} + B_1^{t_i + \Delta t} r^2 + B_2^{t_i + \Delta t} r^4 + \dots + B_n^{t_i + \Delta t} r^{2n} \dots (9)$$

Ahora las ecuaciones 5, 8, 9 reducen la ec. (3) a:

$$\alpha(t_i) = \frac{A^{t_i + \Delta t} - A^{t_i} + (B_1^{t_i + \Delta t} - B_1^{t_i}) r_i^2 + \dots + (B_n^{t_i + \Delta t} - B_n^{t_i}) r_i^{2n}}{\Delta t [4B_1^{t_i} + 16B_2^{t_i} r_i^2 + \dots + (2n)^2 B_n^{t_i} r_i^{2(n-1)}]} \quad (10)$$

Lo que demuestra que $\alpha(t_i)$ se puede calcular conociendo una aproximación funcional a la distribución real de la temperatura, los r_i que corresponden a los t_i y los coeficientes del ajuste a los tiempos t_i y $t_i + \Delta t$.

NOTA: Los superíndices t_i y $t_i + \Delta t$, indican nivel de tiempo.

IV.- PROGRAMA DE COMPUTACION

1.- PROCESAMIENTO DE DATOS

Como se explicó en el capítulo anterior, el cálculo de la difusividad térmica se facilita si se conoce una función que relacione la temperatura con la posición radial a un tiempo "ti" y otra función semejante a un corto período después, al tiempo "ti + Δt".

Con los datos experimentales es posible conseguir lo anterior si empleamos la técnica de mínimos cuadrados para conocer las constantes de las funciones.

La fig.(2) muestra en promedio la distribución de la temperatura con respecto a la posición radial, lo que sugiere ajustar una función del tipo:

T(r) = A + B1r^2 + B2r^4 + + Br^2n(6)

La técnica de mínimos cuadrados para el ajuste de curvas, como ya se vió anteriormente, proporciona el siguiente conjunto de ecuaciones para el cálculo de las constantes del ajuste.

mA + S r_j^2 B1 + Sr_j^2n Bn = ST_j

Sr_j^2 A + Sr_j^4 B1 + Sr_j^2(n+1) Bn = ST_j r_j^2

Sr_j^2n A + Sr_j^2(n+1) B1 + Sr_j^2n(n+n) Bn = ST_j r_j^2n

donde S (por abreviación) = sum_{j=1}^m

m = número de posiciones radiales

n = orden del ajuste /2

Este sistema de ecuaciones se resuelve matricialmente (Ec.7) en el

programa de computación formando la matriz aumentada respectiva y realizando la triangulación de la misma para luego despejar las constantes de cada ecuación o renglón.

Esto se hace para los datos concernientes al tiempo "ti" y también para el tiempo "ti + Δt".

Con las constantes para la función al tiempo "ti" se hace el cálculo de la temperatura en función del radio y se compara con las temperaturas experimentales para conocer el orden óptimo del ajuste.

El cálculo de la difusividad térmica la realiza el programa de computación, haciendo uso de las constantes para el tiempo "ti" y de las constantes para el tiempo "ti + Δt", según la ec.(10).

$$\alpha(t_i) = \frac{(A^{t_i+\Delta t} - A^{t_i}) + (B^{t_i+\Delta t} - B^{t_i})r^2 + \dots + (B_n^{t_i+\Delta t} - B_n^{t_i})r^{2n}}{\Delta t [4B_1^{t_i} + 16B_2^{t_i}r^2 + \dots + (2n)^2 B_n^{t_i}r^{2(n-1)}]}$$

Para calcular la conductividad térmica se hace la suposición de que la densidad de la arena permanece constante en el rango de temperaturas de operación, por lo tanto la conductividad queda expresada como:

$$K(T_i) = C_p(T_i) \rho \alpha(T_i) \quad \text{--- (11)}$$

Para este cálculo se alimentó al programa una función que relaciona el CP con la temperatura y se pide que calcule a ri la temperatura Ti y la difusividad α(Ti) y que con la Ti calculada, calcule CP(Ti) datos que proporcionan a K(Ti), mediante la ec. (11). Además el programa se está alimentando con una subrutina que cal-

cula también (bajo el método de los mínimos cuadrados) las cons
tantes para una función de tipo:

$$y = A + BX + CX^2$$

la cual sirve de ajuste a la cap. calorífica, la difusividad y la
conductividad térmicas.

IV.- 2.- DIAGRAMA DE FLUJO

El programa para el cálculo de la difusividad y conductividad --
térmicas en función de la temperatura se hizo en el lenguaje de -
computación conocido como FORTAN IV.

Para la realización del mismo, según las técnicas y suposiciones
matemáticas, se procedió en primer lugar a realizar el diagrama -
de flujo correspondiente, el cual se explica a continuación:

1º.- Asignación de dimensión que tendrán las variables
que serán empleadas dentro del programa, y la lec-
tura de las condiciones y datos experimentales.

Para la lectura, en primer lugar se leerán los va-
lores de:

- la densidad
- el número de datos que se tienen para la
función del $C_p(NCP)$
- El número total de temperaturas regis-
tradas (ND AT)
- el número de temperaturas empleadas (N)
- el valor delta tiempo en segundos (NAT)
- el valor del intervalo de tiempo entre
dos registros consecutivos (INT)

estos valores se perforarán en una tarjeta en el -
formato adecuado; en seguida se leerán los valores
de las posiciones radiales en centímetros usando -
el formato de 4 campos con 2 decimales para cada -
valor, todos en una tarjeta; en seguida se leerán

los NCP dados de la capacidad calorífica en el formato adecuado y en las tarjetas necesarias; y por último se leerán los DNAT, datos de las temperaturas registradas en $^{\circ}\text{C}$, con 16 valores en cada tarjeta empleando el formato de 5 campos con un decimal para cada valor.

2^o.- Asignación de variables de control del programa y del orden del ajuste a emplear.

Para la asignación del orden a emplear se pide que se haga el ajuste de temperaturas desde el orden 2 hasta el orden 8, la variable que controla esto se denomina "N" y que toma como su magnitud la mitad del orden del ajuste; sigue la definición de las variables que controlan los efectos de entrada-salida (N3 y N4) y la definición de las variables para el control de los cálculos (N1, N2 y 1C1).

3^o.- Cálculo único de las constantes para la función del C_p empleando la subrutina.

En este caso particular, como los valores del C_p se obtuvieron en $^{\circ}\text{F}$, se pide que haga la conversión a $^{\circ}\text{C}$ y aprovechando que fueron obtenidos cada 100°F se hace el cálculo mediante un DO; se llama a operar la subrutina suministrando los valores del NCP (cantidad de datos), valores de estos datos ($T12$) y se pide que calcule las constantes respectivas ($C12$).

4°.- Agrupación de las temperaturas en los ciclos al tiempo "t" y al "t+ Δt", es decir, que forme los conjuntos de Mx2 datos de temperaturas cada uno, a signándole a la variable T_{1i} el valor de las M temperaturas correspondiente a las M posiciones radiales al tiempo t_i y a la variable T_{2i} el correspondiente al tiempo " t_i + Δt".

4a°.- Conversión de temperaturas a un solo nivel de tiempo como exige la función matemática para la solu--ción de la ec. de la difusividad térmica (α) ha--ciendo la suposición de que (∂T/∂t) sigue una función lineal.

5°.- Cálculo de los términos de la matriz cuadrada -- (N+1xN+1), los cuales dependen unicamente de la posición radial de los termopares, éstos valores se--rán siempre los mismos en los cálculos para las -- constantes del ajuste y sólo se calcularán una vez en el programa, la variable N4, controla lo ante--rior. Cada valor de esta matriz estará definido -- por:

$$R_{1_{ij}} = R_{j_{i1}} = \sum_{k=1}^m R_k^{2(i+j-2)} \dots \dots \dots (12)$$

donde R_k = posición radial.

6°.- Cálculo de la columna N+2 para formar junto con la matriz anterior, la matriz aumentada. Esta columna

viene a ser el lado derecho de la expresión matricial para el cálculo de las constantes de ajuste. Cada valor de esta columna está definido (2) por:

$$A_{I, n+1} = \sum_{k=1}^M T_k R_k^{2I-2} \dots \dots \dots (13)$$

donde T_k serán las temperaturas al tiempo "ti", si $N3=1$, ó serán las temperaturas al tiempo "ti+Δt" si $N3=2$, puesto que es necesario obtener sendas funciones de la temperatura con respecto al radio para calcular la difusividad al tiempo "ti".

7°.- Triangulación de la matriz aumentada: en primer lugar divide los renglones I entre el elemento $A_{I,1}$ de esta manera la primera columna tendrá todos sus valores iguales a 1: luego a partir del 2° renglón restará a cada renglón el primero; ahora la primera columna tendrá todos sus valores igual a cero, excepto el primero, seguirá este ciclo, pero ahora comenzando desde el segundo renglón dividiendo los renglones entre el elemento $A_{I,2}$ y haciendo las diferencias desde el tercer renglón y así sucesivamente hasta terminar la triangulación.

8°.- Despeje de las constantes del ajuste. Primero despeja la constante N+1 que se define como $B(N1) = -A(N1, N2) / A(N1, N1)$, luego la constante N que se define como $B(N) = A(N, N2) - (A(N, N1) \times B(N1)) / A(N, N)$ y si el valor de N=1 el control pasará a la 9a. parte

sinó, seguirá despejando las constantes hasta llegar a la constante B(1).

9°.- Cálculo de la temperatura y difusividad térmica empleando las constantes del ajuste.

En primer lugar le asignan a la variable BI las constantes calculadas para el tiempo " t_i ", se transfiere el control a la 6a. parte donde con las temperaturas al tiempo " $t_i + \Delta t$ ", calculará los valores para la columna "N+2", para una nueva matriz aumentada que proporcionará las constantes asignadas a la variable B2. Con las constantes para el tiempo " t_i "(BI), calculará la temperatura según el ajuste a las 8 posiciones radiales.

10°.- Con las constantes para el tiempo " t_i " y las del tiempo " $t_i + \Delta t$ " (BI y B2) calculará la difusividad térmica también para las 8 posiciones radiales en correspondencia con la temperatura calculada asignada a la variable T13.

Cálculo de la Cp a las temperaturas T_{13} calculadas anteriormente. En seguida con el valor de CP_i a T_{13_i} y de la difusividad calculada a T_i que también corresponde a T_{13_i} , se calculará la conductividad térmica según:

$$AK_i = RO * DT_i * CP_i \dots \dots \dots (14)$$

donde la conductividad térmica está asignada a la

variable AK_i y que por consiguiente estará calculada a $T13_i$.

11^o. - Se pide que escriba conforme las vaya calculando - los valores de $T13_i$, CP_i , AK_i , en el formato necesario para que queden centrados según el letrero de cada valor con sus unidades respectivas, y que vaya agrupando estos valores respectivamente a las variables de DTI , CPI_i y AK_i , exceptuando la temperatura. Luego se incrementan los contadores del control (CI para el agrupamiento de las temperaturas al tiempo " t_i " y " $T_i + \Delta t$ "; N4 como contador de salida); N3 toma de nuevo un valor de 1 (uno) para el cálculo de las constantes de tiempo " t_i ", se pregunta si $N4=32$, sino lo es se transfiere al control a la tercera parte donde tomará el siguiente "juego" de 16 temperaturas y las agrupará al tiempo " t_i " y al " $t_i + \Delta t$ " para los correspondientes cálculos del programa; (si $N4=32$ es porque hubo 496 temperaturas que formaron 31 "juegos" de datos y - al llegar N al valor de 32 es porque ya terminó -- con los datos) y se pide que pase a la 12a.parte.

12^o. - Se pide la acción de la subrutina en cada caso para el cálculo de las constantes para los valores - DTI_i , $AK2_i$ y $C2I_i$, obteniendo respectivamente $D(3)$ $AK2(3)$ y $C2I(3)$.

El hecho de obtener nuevas constantes para el CP es con el fin de que calcule una función en el rango de los datos de temperatura (500-900°), esta función aparecerá como CP*. Las constantes calculadas en la 3a. parte están en el rango de (100-2900°F).

Se pide que escriba las constantes calculadas para el CP, CP*, DT y K en tal formato que aparezcan escritas como ec. de la forma $Y=A + BX^2 + CX^2$.

Con las constantes de cada función (Cp, Difusividad y conductividad) se pide que tabule valores -- desde 50° hasta 1000°C cada 50° para cada variable y que las escriba.

En seguida cambia el orden del ajuste, repite los cálculos para el orden 8 (N=4).

Aquí termina el programa principal.

- 13°.- Corresponde a la subrutina para el cálculo de las constantes para una función del tipo $Y=A+BX+CX^2$, siguiendo la técnica de mínimos cuadrados, el sistema de ecuaciones simultáneas que proporciona tales constantes es:

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n X_i^2 \\ \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n X_i^2 & \sum_{i=1}^n X_i^3 \\ \sum_{i=1}^n X_i^2 & \sum_{i=1}^n X_i^3 & \sum_{i=1}^n X_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n Y_i X_i \\ \sum_{i=1}^n Y_i X_i^2 \end{pmatrix}$$

Donde N= al número de datos que se tienen de X e Y

La resolución de este sistema es análoga a la empleada en el programa principal.

En primer lugar para emplear la subrutina se piden los argumentos para el caso específico que se quiere utilizar:

SUBROUTINE ECUAC (NI,Y,X,B)

donde los argumentos son:

NI= número de datos que se tienen de X e Y

Y = la variable dependiente del programa principal.

X = la variable independiente en el programa principal.

B = el nombre de las constantes calculadas en la subrutina con lo cual serán almacenadas en la memoria de la computadora.

Luego se dimensionan las variables que se emplearán en ésta subrutina.

En segundo lugar los cálculos para asignar los valores a cada elemento de la matriz aumentada.

En tercer lugar, los cálculos de triangulación de dicha matriz.

En cuarto lugar el despeje de las constantes $B(3)^y$

En quinto lugar la transferencia del control de la subrutina al programa principal.(RETURN) .

parte 1ª .-

INICIO

DIMENSION

LEE CONDICIONES

LEE POSICIONES

LEE CAP. CALORIFICAS

LEE TEMPERATURAS

parte 2ª .-

N=1

N1=N+1

N2=N+2

N3=1

N4=1

IC1=0

I=1

$T12(I) = (\text{FLOAT}(I*100-32)) * 5/9$

I = I + 1

I > NCP

parte 3ª .-

NO

SI

CALL ECUAC (NCP, CP, T12, C12)

parte 4ª .-

2

IC2 = IC1 + 1

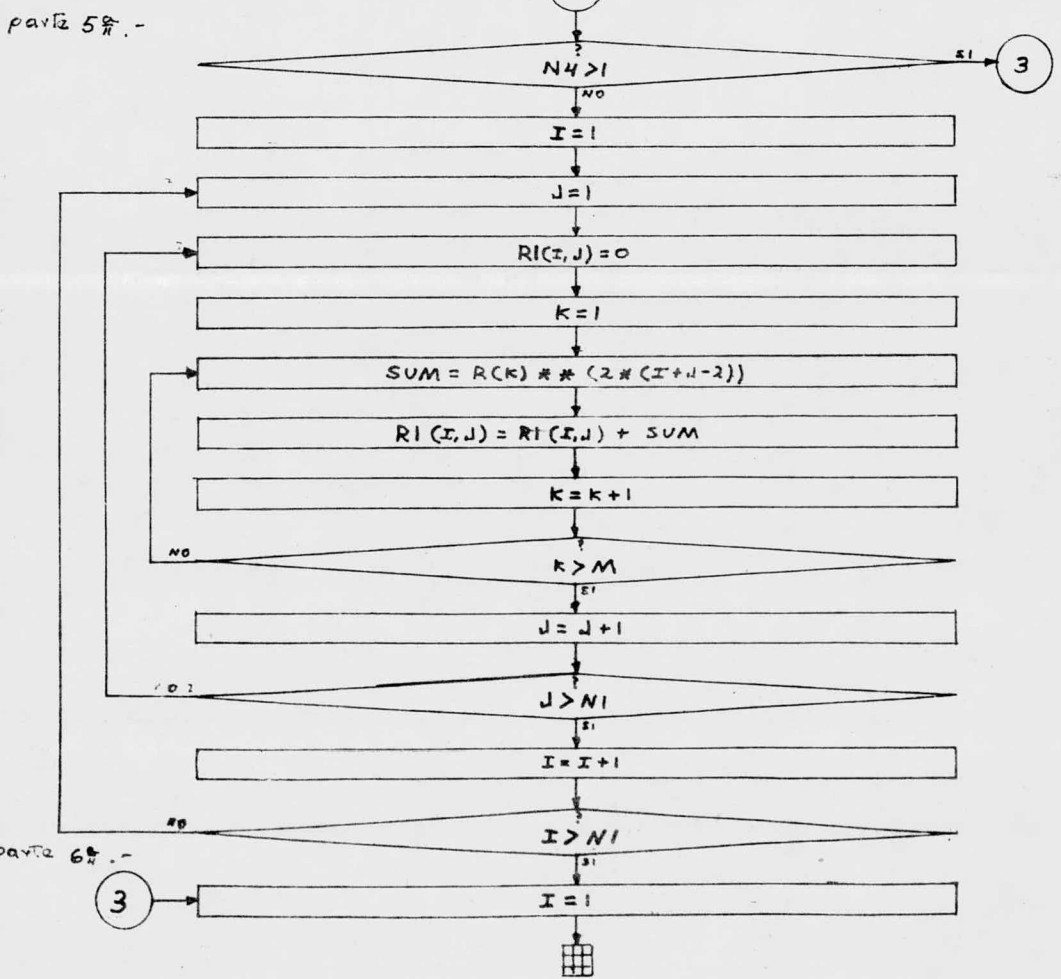
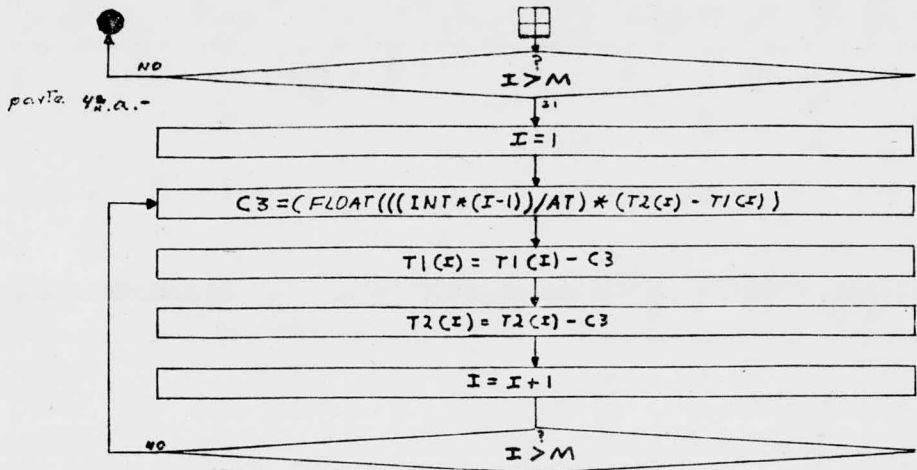
I = 1

$T1(X) = T(IC1 * M + I)$

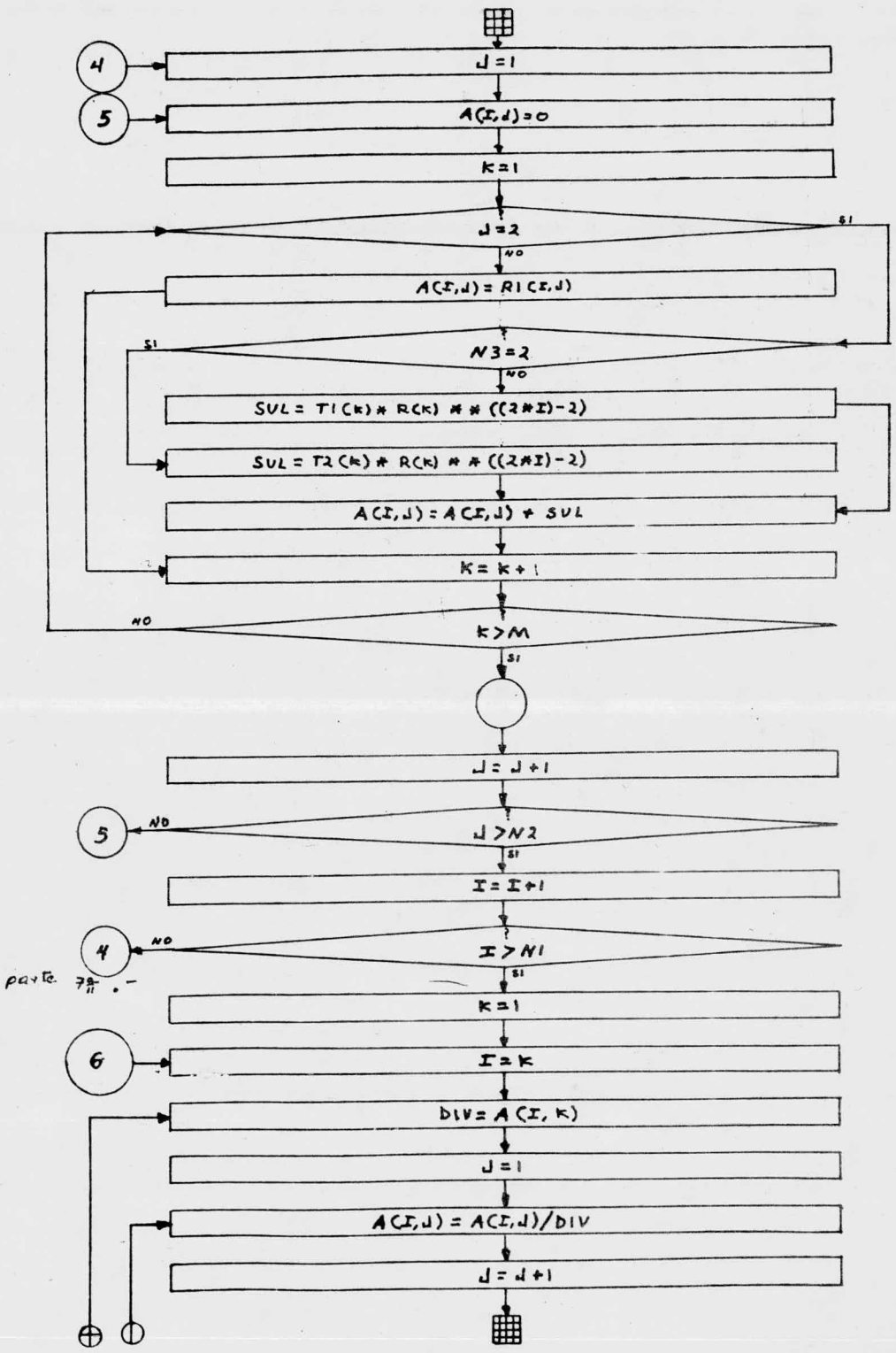
$T2(X) = T(IC2 * M + I)$

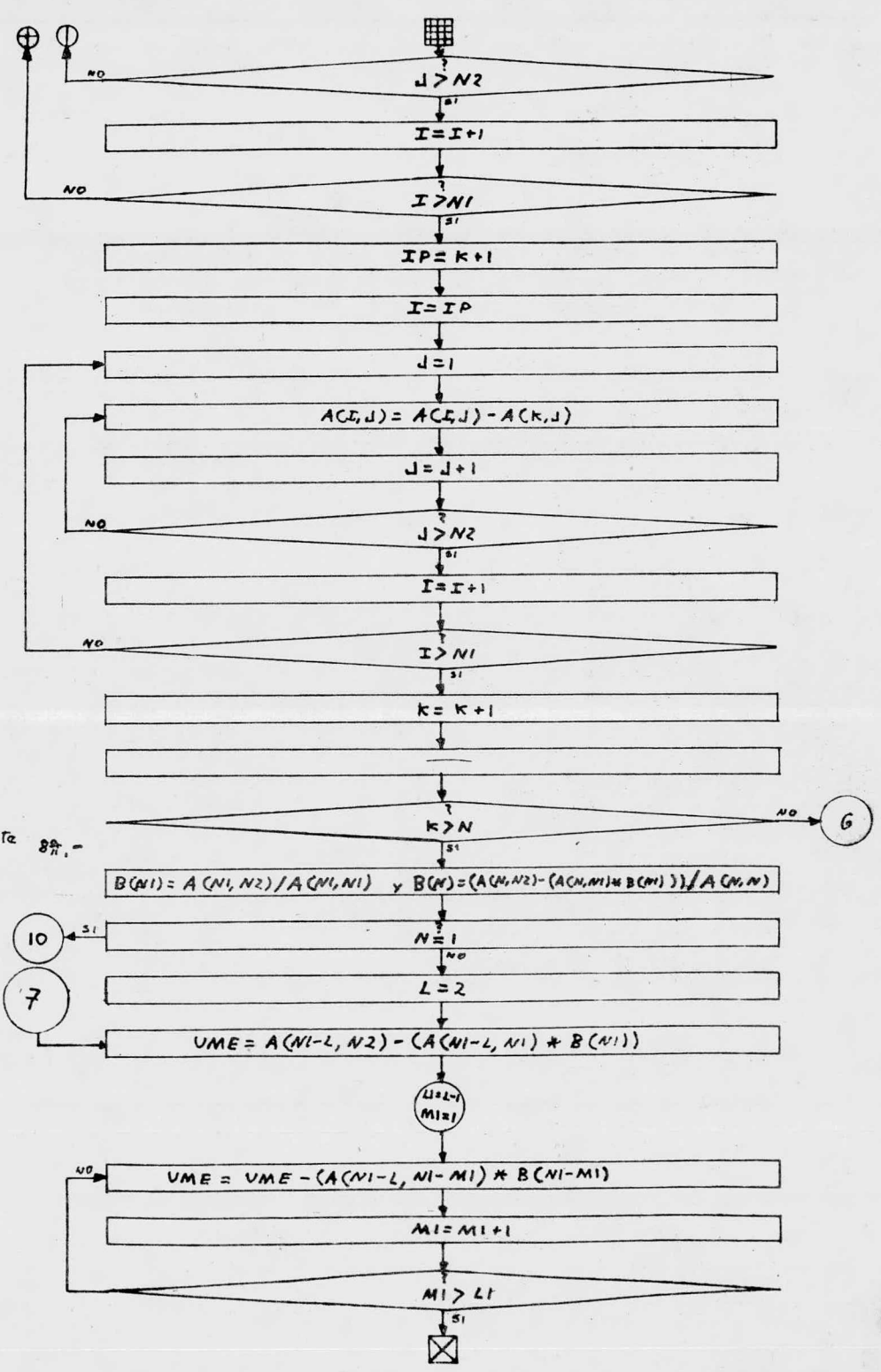
I = I + 1



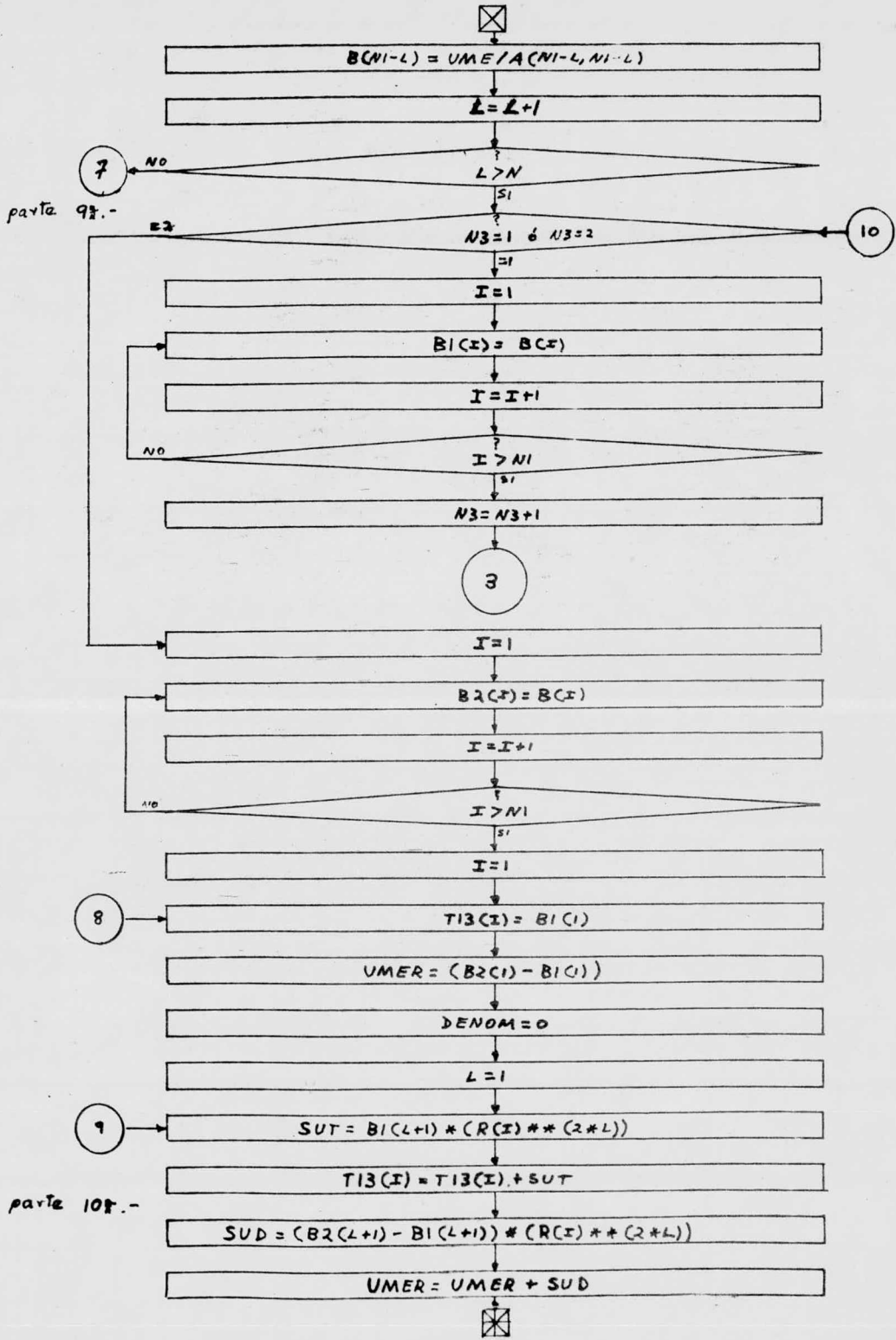


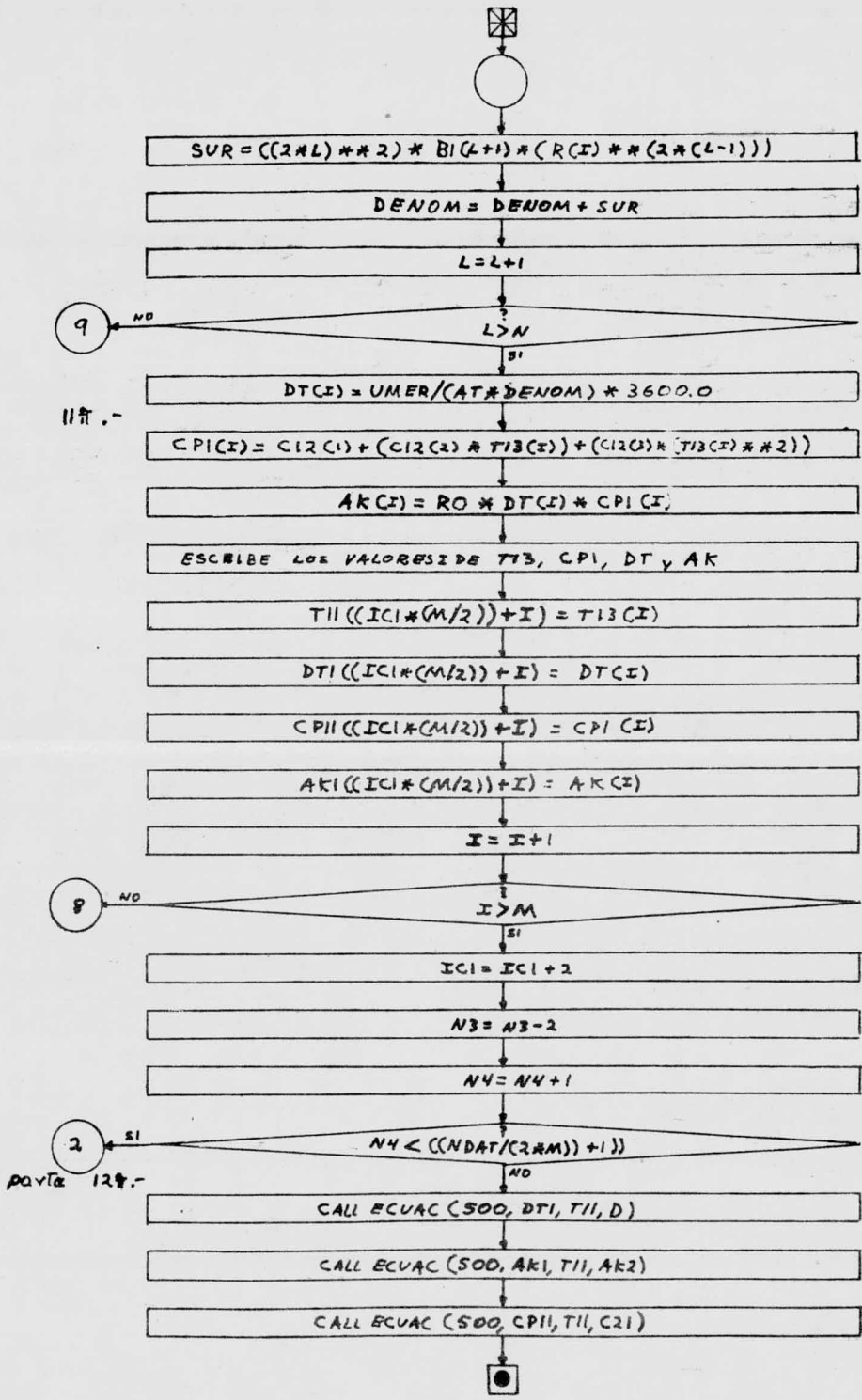
part 6 n.a. -

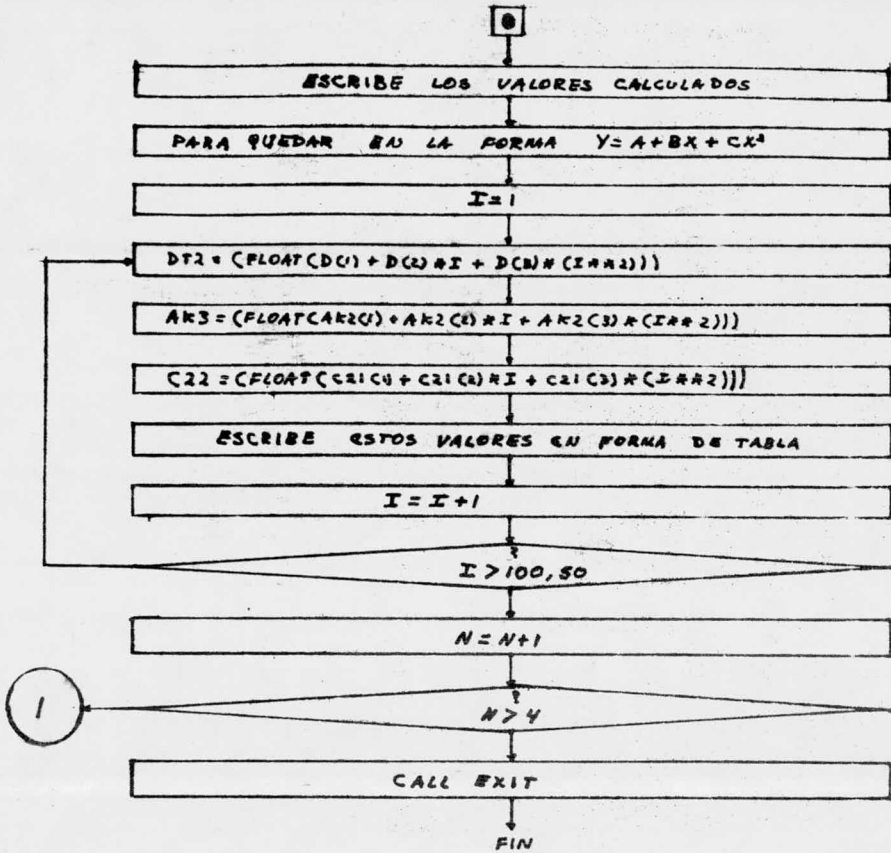




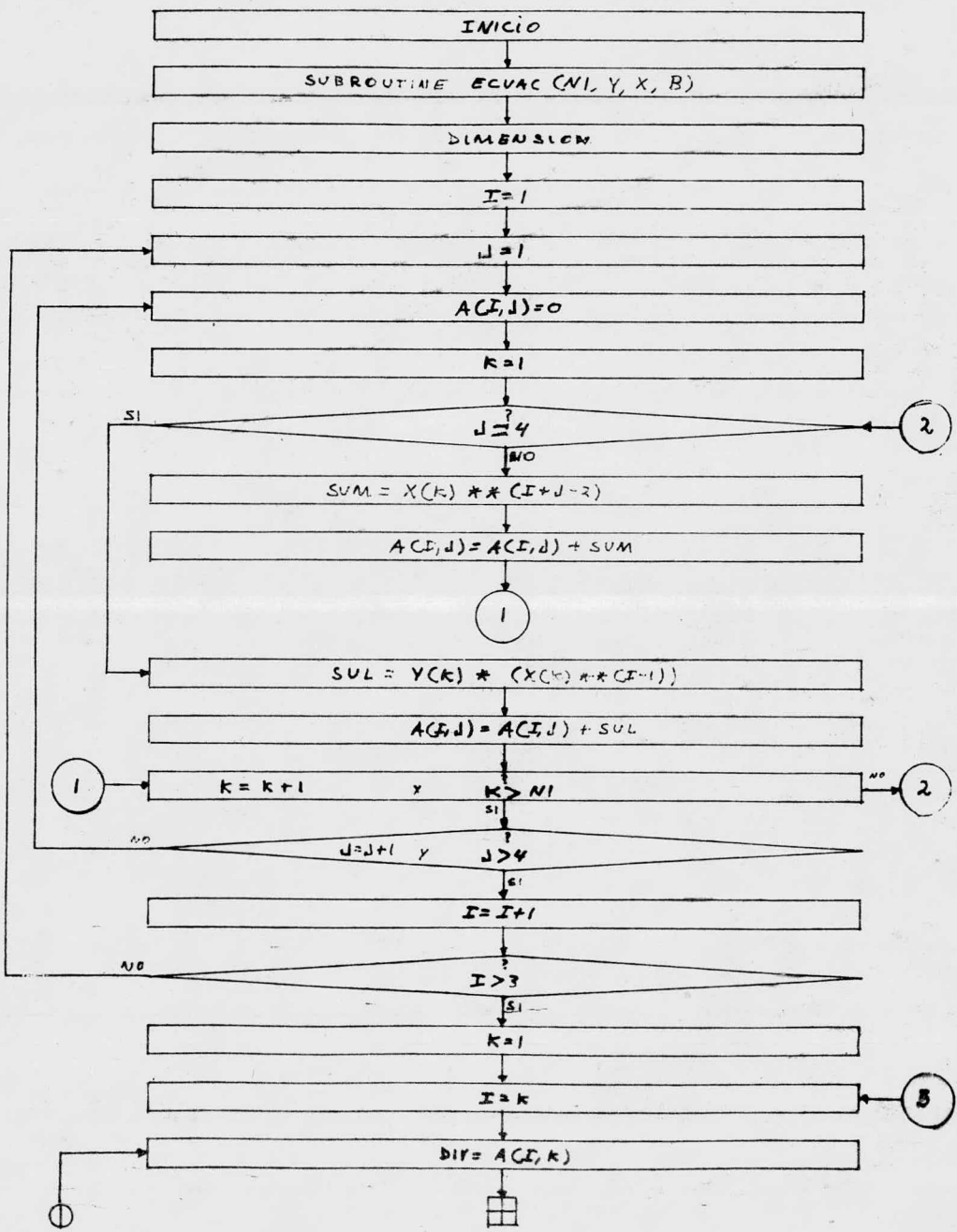
parta 8a -

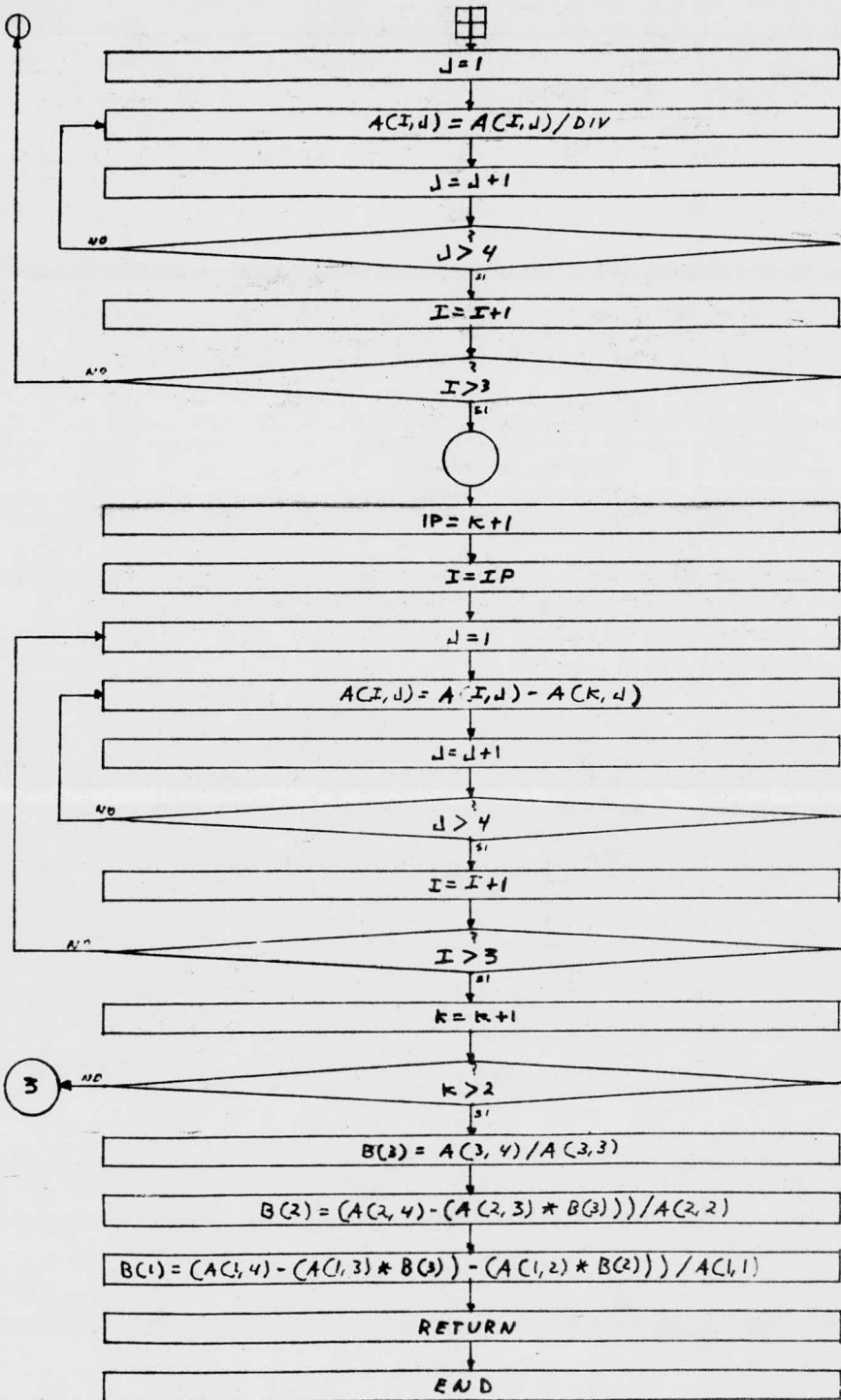






avta 13* -





IV.-3.-CODIFICACION

```

C   PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA DIFUSIVIDAD Y CONDUCTIVIDAD
    TERMICAS EN ARENAS DE MOLDEO
    DIMENSION T(500), CP(100), R(10), T12(100), C12(3), C21(3), T1(10)
    1T2(10), R1(5,5), A(5,6), B(5), Bi(5), B2(5), T13(10), DT(10),
    2CP1(10), AK(10), T11(500), DT1(500), CP11(500), AK1(500)
    3D(3), AK2(3)
C   LECTURAS DE CONDICIONES EXPERIMENTALES Y DE DATOS
    READ (5,1) RO, NCP, NDAT, INT
1   FORMAT (F4.2, 5I3)
    READ (5,2) (R(1), 1=1, M)
2   FORMAT (M F4.2)
    READ (5,3) (CP(1), 1=1, NCP)
3   FORMAT (16 F5.4)
    READ (5,4) (T(1), 1=1, NDAT)
4   FORMAT (16 F5.1)
C   ASIGNACION DE VARIABLES DE CONTROL Y DEL ORDEN DEL AJUSTE.
C   EL VALOR DE N CORRESPONDE A LA MITAD DEL ORDEN A USAR
    DO 5N=1,4
    N1 = N+1
    N2 = N+2
    N3 = 1
    N4 = 1
    IC1= 0
C   CALCULO UNICO DE LAS CONSTANTES PARA LA FUNCION DEL CP.
    DO 6 1=1, NCP
6   T12 (I) = ( FLOAT (I* 100-32 * 5/9)
    CALL ECUAC ( NCP, CP, T12, C12)
C   AGRUPACION DE LAS TEMPERATURAS EN SUS CICLOS AT Y T + AT
7   IC2 = IC1 + 1
    DO 8 1 = 1, M
    T1 (I) = T(IC1* M * I)
    T2 (I) = T(IC2 * M + 1)
8   CONTINUE
C   CONVERSION DE TEMPERATURAS A UN SOLO NIVEL DE TIEMPO
    DO 9 I = 1, M
    C3 = ( FLOAT ( ( ( INT * (I-1) ) / AT) * (T2 (I)-T1(I) )
    T1 (I) = T1(I)- C3
    T2 (I) = T2 (I) - C3
9   CONTINUE
    IF(N4.GT.1) GO TO 11
C   VALORES DE LA MATRIZ CUADRADA QUE SOLO DEPENDEN DEL
C   RADIO Y QUE SOLO SE CALCULARAN UNA VEZ
    DO 10 I =1, NI
    DO 10 J =1, NI
    RI (I,J) = 0
    DO 10 K = 1, M
    SUM = R(K) * * ( 2 * ( I +J-2) )
    RI (I,J) = RI (I,J) + SUM
10  CONTINUE
C   VALORES DE LA MATRIZ AUMENTADA EN LA COLUMA DE
C   AUMENTO INTERVIENEN LOS DATOS DE TEMPERATURA

```

```

11 DO 12 I = 1, NI
    DO 12 J = 1, N2
    A (I,J) = 0
    DO 12 K = 1, M
    IF (J.EQ.N2) GO TO 13
    A (I,J) = RI (I,J)
    GO TO 12
13 IF (N3, EQ.2) GO TO 14
    SUL = T 1 (K) * R (K) ** ( ( 2 * I) -2)
    GO TO 15
14 SUL = T2 (K) * R(K) ** ( ( 2 * I) -2)
15 A (I,J) = A ( I,J) + SUL
12 CONTINUE
C TRIANGULACION DE LA MATRIZ AUMENTADA
DO 16 K=1, N
DO I = K, NI
DIV = A(I,K)
DO 17 J=1, N2
A ( I,J) = A(I,J)/DIV
17 CONTINUE
IP + K + 1
DO 16 I = IP, NI
DO 16 J = 1, N2
A(I,J) = A(I,J) - A(K,J)
16 CONTINUE
C DESPEJES DE LAS CONSTANTES DEL AJUSTE
B(N1) = A(N1,N2)/A(N1,N1)
B(N) =(A(N,N2)-(A(N,N1) * B(N1) ) ) / A(N,N)
IF (N.EQ.1) GO TO 20
DO 19 L = 2, N
UME = A(N1-L,N2) - (A(N1-L) * B(N1) )
L1 = L-1
DO L' M1=1, L1
UME = UME-(A (N1-L, N1=M1) * B(N1-M1)
18 CONTINUE
B(N1-L) = UME/A (N1-L, N1=L)
19 CONTINUE
C CALCULO DE LAS TEMPERATURAS AL TIEMPO T Y AL T + AT
C EN BASE AL AJUSTE
20 GO TO (21,23) N3
21 DO 22 I=1, N1
    BI (I) = B(I)
22 CONTINUE
    N3 = N3 + 1
    GO TO 11
23 DO 24 I=1, NI
    B2 (I) = B(I)
24 CONTINUE
    DO 26 I = 1, M
    T13 (I) = B1(1)
    UMR = (B2(1)-B1(1) )
    DENOM = 0
    DO 25 L= 1, N

```

```

SUT 2 B1 (L+1) * (R(I) ** (2 * L))
T13 (I) = T13 (I) + SUT
C  CALCULO DE LA DIFUSIVIDAD TERMICA AL TIEMPO T1
SUD = ( B2 (L+1) -B1 (L+1)) * (R(I) ** (2 * L))
UMER=UMER + SUD
SUR + ( ( 2 * L) ** 2) * B1 (L+1) * ( R(I) ** (2 * (L-1)))
DENOM = DENOM + SUR
25 CONTINUE
DT(I) = UMER/ ( AT * DENOM ) * 3600.0
CPI = C12(1) +(C12 (2) * T13(I)) + (C12 (3) * (T13(1) ** 2))
AK(I) = RO * DT (I) * CPI (I)
T11 ((ICI * (M/2) ) + I) = T13 (I)
DTI ((ICI * ( M/2)) + I ) = DT (I)
CPI1 (( ICI * M/2) + I) = CPI (I)
AK1 ((ICI * (M/2// + 1 = AK (I)
26 CONTINUE
C  TABULACION DE LA DIFUSIVIDAD, CONDUCTIVIDAD Y CAP. CALORIFICA
Y ORDEN DE ESCRITURA
IC1 = IC1 + 2
N3 = N3-2
N4 = N4+1
IF (N4- (( NDAT/ ( 2 * M)) + I)) 7,27,27
27 CALL ECUAC ( 500,DT1,T11,D)
CALL ECUAC ( 500,CPI1,T11,C21)
WRITE (6,28)C12,(1),C12(2),C12(3),C21(1),C21(2),C21(3),D(1)
4D(2),D(3),AK2(1),AK2(2),AK2(3).
FORMAT (1H1,40X,5HCP=, 1PE 12.5,3H +,1PE12.5,5H T +,
51PE 12.5,3H T2// 40X,6HCP * =, 1PE12.5,3H +,1PE 12.5,5HT +,
61PE 12.5,3H T2// 40X,5HDT =,1PE 12.5,3H +,1PE 12.5,5H T +,
71PE 12.5,3H T2// 40X,5H K = 1PE 12.5,3H +,1PE 12.5,5H T +,
81PE 12.53H T2
DO 30 T = 500,1000,50
DT2 = (FLOAT (D (1) + (D (2) * I) + (D(3) * ( I ** 2 )))
AK3 = (FLOAT (AK2(1)+ (AK2(2) * I) + (AK3(3) * (I ** 2 )))
C22 = ( FLOAT(C21 (1) + ( C21(2) * I) + (21(3) * (I** 2)))
WRITE (6,29) I, DT2, AK3,C22
29 FORMAT (20X, 13, 5X,1PE 9.2,5X,1PE 9.2,5X, 1PE 9.2)
30 CONTINUE
5 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

C SUBROUTINE PARA EL CALCULO DE LAS CONSTANTES PARA LA ECUACION DE
LA FORMA $Y = A + BX + CX^2$
SUBROUTINE ECUAC (N1, Y,X,B)
DIMENSION Y(N1),X(N1),A (3,4), B(3)
DO2 I=1,3
DO 2J =1,4
A (I,J) =0
DO 2K =1,N1
IF (J.EQ.4) GO TO 1
SUM = X (K) ** (1+J-2)
A(I,J) = A(I,J)+ SUM
GO TO 2
1SUL = Y(K) * (X (K) ** (I-1))
A (I,J) = A(I,J)+ SUL
2CONTINUE
DO 4K = 1,2
DO 3I = K,3
DIV = A (I,K)
DO 3J= 1,4
A(I,J) = A(I,J)/DIV
3CONTINUE
IP = K +1
DO 4 I =IP,3
DO 4 J =1,4
A (I,J) = A(I,J)-A(K,J)
4CONTINUE
B(3) = A(3,4)/ A(3,3)
B(2) = (A(2,4)-(A(2,3)* B(3)/ A(2,2))
B(1) = (A(1,4)-(A(1,3) * B(3))-(A(1,2)* B(2)))/A(1,1)
RETURN
END

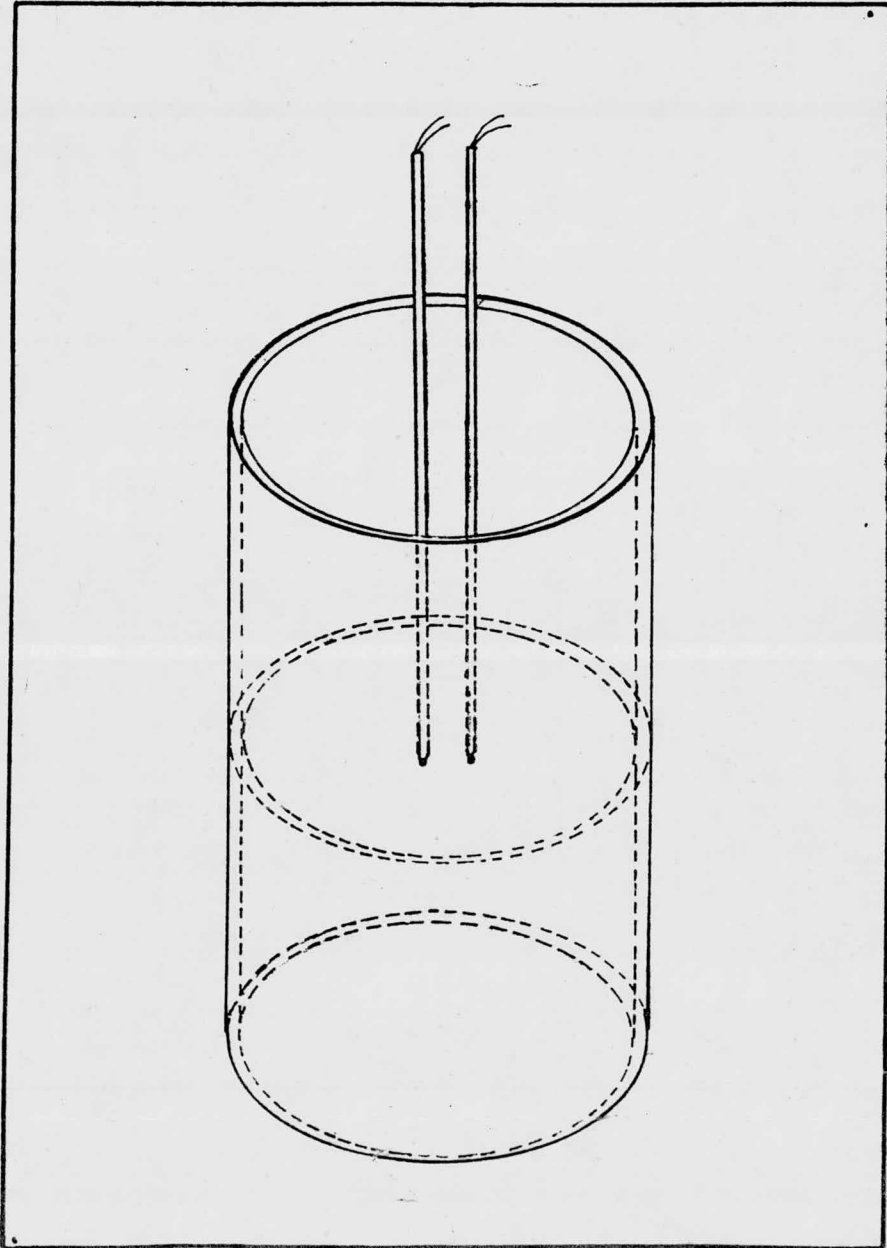


fig. 3

V.- EXPERIMENTACION

El diseño del sistema experimental está basado en las suposiciones y requerimientos matemáticos con la finalidad de obtener los valores de la temperatura a diferentes posiciones radiales y a diferentes tiempos, para correlacionarlos y poder resolver la ecuación de Fourier.

Este sistema experimental se desarrolló de la manera siguiente:

V.-1.- Preparación de la arena

En la preparación del sistema de arena se procedió según la siguiente formulación:

- tipo de arena : "Juanita" (veracruzana)
- tamaño de grano : entre 80 y 90 mallas
- tipo de aglutinante : bentonita sódica
- cantidad de aglutinante : 4.5%
- humedad : 3.0 %
- mezclado : manual
- tiempo de mezclado : 15 minutos

V.-2.- Preparación de la Probeta

Dentro de un cilindro de cobre de 7.62 cm(3") de diámetro interno por 30 cm (1ft) de longitud, se apizonó la arena preparada (aprox. 2kg.); para asegurar la posición de los termopares dentro del cilindro se empleó un disco de acero inoxidable con un diámetro de 7.6 cm. con perforaciones en las mismas posiciones radiales de los termopares (fig.3). En seguida se secó la probeta durante 4 hs. a 200°C.

V.-3.- Equipo Empleado

Horno de mufla, con resistencias de carburo de silicio marca Lindberg con una precisión de control de $\pm 1^\circ\text{C}$ y útil en el rango de 500°C-1000°C.

Horno de mufla, con recubrimiento interior aislante, marca - Lindberg, con una precisión de control de $\pm 10^{\circ}\text{C}$ en el rango de 50°C - 1000°C . Se utilizó para el secado de la probeta. Registrador de temperaturas múltiple (milivoltímetro), marca PHILIPS, para doce canales de registro, con tres rangos de temperaturas de medición (0-400, 400-900 y 600 a 1200 en $^{\circ}\text{C}$) y con tres velocidades de registro a (2,5 y 20 seg)

V.-4.- Preparación del sistema experimental

Después de que la probeta ha sido secada del horno de secado, la arena ha sufrido un cierto endurecimiento, lo cual - permite el libre acceso de los termopares; en seguida se introdujo la probeta dentro del horno Lindberg con los orificios en la arena apuntando hacia la puerta del horno, luego se colocó una puerta especial con las mismas dimensiones -- que la original, sólo que con los orificios adecuados para permitir la salida de los alambres de los termopares (esta puerta se fabricó de material refractario y cemento mortero) después se introdujeron los termopares que quedaron conectados a los canales del registrador, y por último se colocó - un colchón de fibra de vidrio cubriendo la puerta del horno y parte de los termopares con el propósito de evitar pérdidas de calor y asegurar la uniformidad de temperatura dentro del horno.

V.-5.- Operación del Sistema Experimental

Cubiertas las operaciones anteriores se procedió a regis---trar la temperatura de las posiciones radiales cada vez que

se incrementaba la temperatura en 50°C , tomando cada vez dos registros consecutivos de las 8 posiciones radiales, es decir el primero al tiempo " t_i " y el segundo al tiempo " $t_i + \Delta t$ ", - siendo el Δt el tiempo que transcurre entre el registro consecutivo de un mismo termopar.

Las condiciones experimentales fueron las siguientes:

- Número de termopares : 8
- Posiciones radiales :

#	radio (cm)
1.-	0.28
2.-	0.45
3.-	1.15
4.-	1.90
5.-	2.45
6.-	2.95
7.-	1.70
8.-	2.30
- Velocidad de registro: 5 seg
- Δt : 60 seg (5 seg x 12 canales)
- rango de medición : 500°C - 900°C
- toma de datos : cada vez que se incrementó - la temperatura en 50°C
- Duración del experimento: 10 horas continuas

Las temperaturas obtenidas en este experimento se muestran en la tabla A (escogidas cada 100°C).

VI.- RESULTADOS

VI.-I.- DEL EXPERIMENTO

Los valores de las temperaturas obtenidas en el experimento al tiempo "ti" y al tiempo "ti+Δ t" en las ocho posiciones radiales, están tabuladas en °C y en rangos de 50°C desde 500°C hasta 900°C.

TABLA A

550		650		750		850		900	
ti	ti+Δ t	ti	ti+Δ t	ti	ti+Δ t	ti	ti+Δ t	ti	ti+Δ t
520	523	637	639	755	756	848	848.5	877	878
522	524	639	640	754	755	848.5	849	878	878
526	528	641	642	756	758	849	850	879	880
537	538	646	647	761	762	851	852	882	883
556	557	654	655	764	765	855	856	887	888
578	579	672	673	779	779.5	865	866	895	896
548	549	652	653	772	772	860	860	889	890
555	556	665	667	773	773	860	860	885	888

VI.-2.- DEL PROGRAMA DE COMPUTACION

- a).- Temperaturas calculadas correspondientes a las mostradas en la tabla anterior; de la misma manera se encuentran tabuladas en °C al tiempo "ti" únicamente, en rangos de 50°C desde 500°C hasta 900°C para N=2 y N=4. Aquí, además presentan la corrección de la conversión a un sólo nivel de tiempo

TABLA B

550		650		750		850		900	
ti N=2	N=4	N=2	N=4	N=2	N=4	N=2	N=2	N=2	N=4
518.2	520.0	635.5	638.3	752.7	754.9	846.5	848.4	876.4	877.5
518.9	520.7	635.9	638.4	753.0	754.9	846.7	848.4	876.6	877.6
526.3	526.1	640.0	639.7	755.8	755.6	848.6	848.5	878.8	878.7
541.4	539.1	648.2	645.2	761.5	759.1	852.6	850.6	883.2	882.0
557.1	555.8	656.8	655.1	767.4	766.0	856.7	855.5	887.8	887.1
574.9	578.5	666.5	671.3	774.1	779.9	861.3	861.3	892.9	894.7
536.6	534.7	645.6	643.0	759.7	757.6	851.3	849.6	881.8	880.8
552.4	550.5	654.2	651.7	765.6	763.6	855.4	853.7	886.4	885.4

- b).- Funciones calculadas para la capacidad calorífica (Cp), difusividad térmica (α) y conductividad térmica (K).

El valor de n nos indica el orden usado para el ajuste.

$$C_p = 7.41 \times 10^{-5} + 7.10 \times 10^{-4}T - 4.49 \times 10^{-7} T^2$$

$$n=4 \quad \alpha = 2.51 \times 10^{-2} - 1.00 \times 10^{-2}T + 3.69 \times 10^{-5} T^2$$

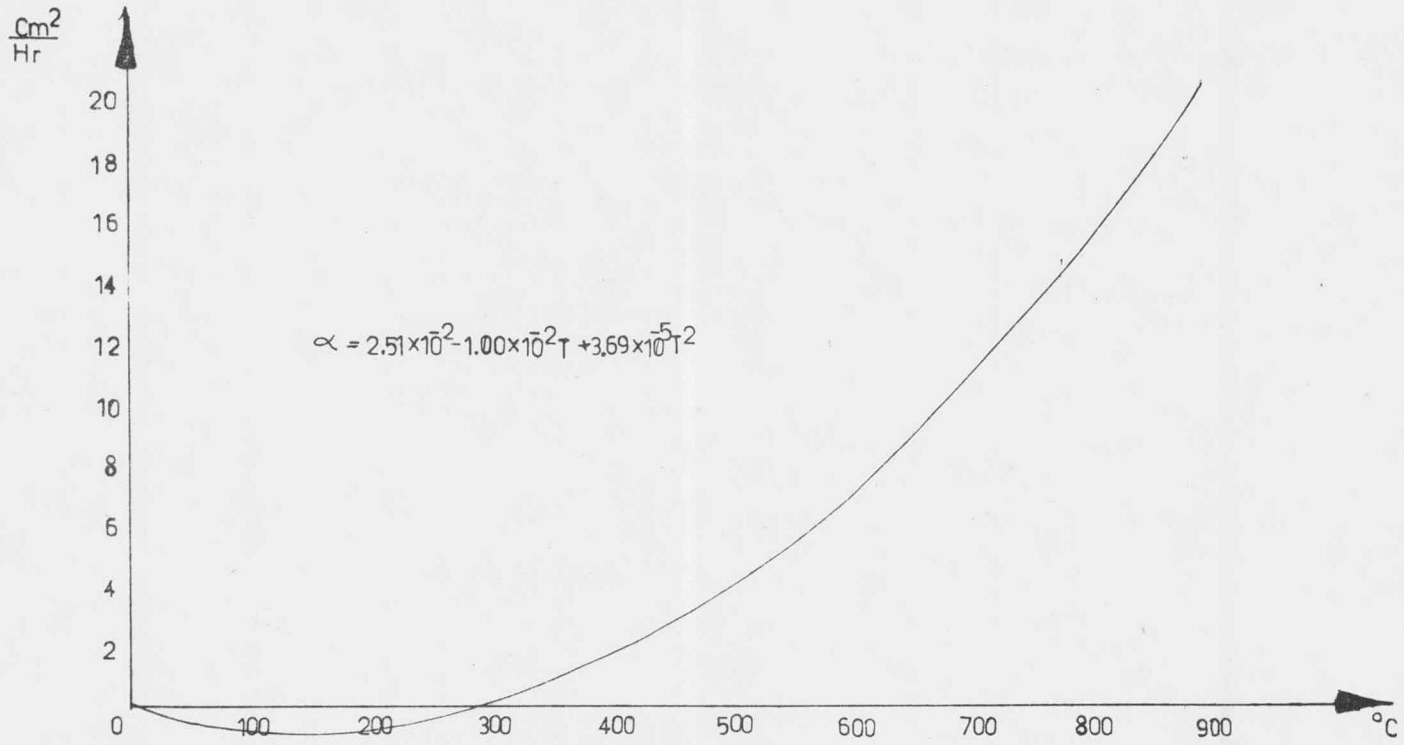
$$n=2 \quad \alpha = 4.19 \times 10^{-3} + 2.57 \times 10^{-3}T + 5.68 \times 10^{-6} T^2$$

$$n=2 \quad K = 1.93 \times 10^{-3} + 6.80 \times 10^{-4}T + 3.33 \times 10^{-6} T^2$$

$$n=4 \quad K = 1.24 \times 10^{-2} - 6.00 \times 10^{-3}T + 1.90 \times 10^{-5} T^2$$

- c).- Las gráficas a continuación representan las ecuaciones anteriores únicamente para el orden N=4, puesto que fué nuestro mejor ajuste en este caso.

La del Cp es independiente en su cálculo de los valores de "n"



$$\alpha = 2.51 \times 10^{-2} - 1.00 \times 10^{-2}T + 3.69 \times 10^{-5}T^2$$

Difusividad Térmica

$\frac{\text{Calcm}}{\text{Hcm}^2\text{C}}$

10

8

6

4

2

0

100

200

300

400

500

600

700

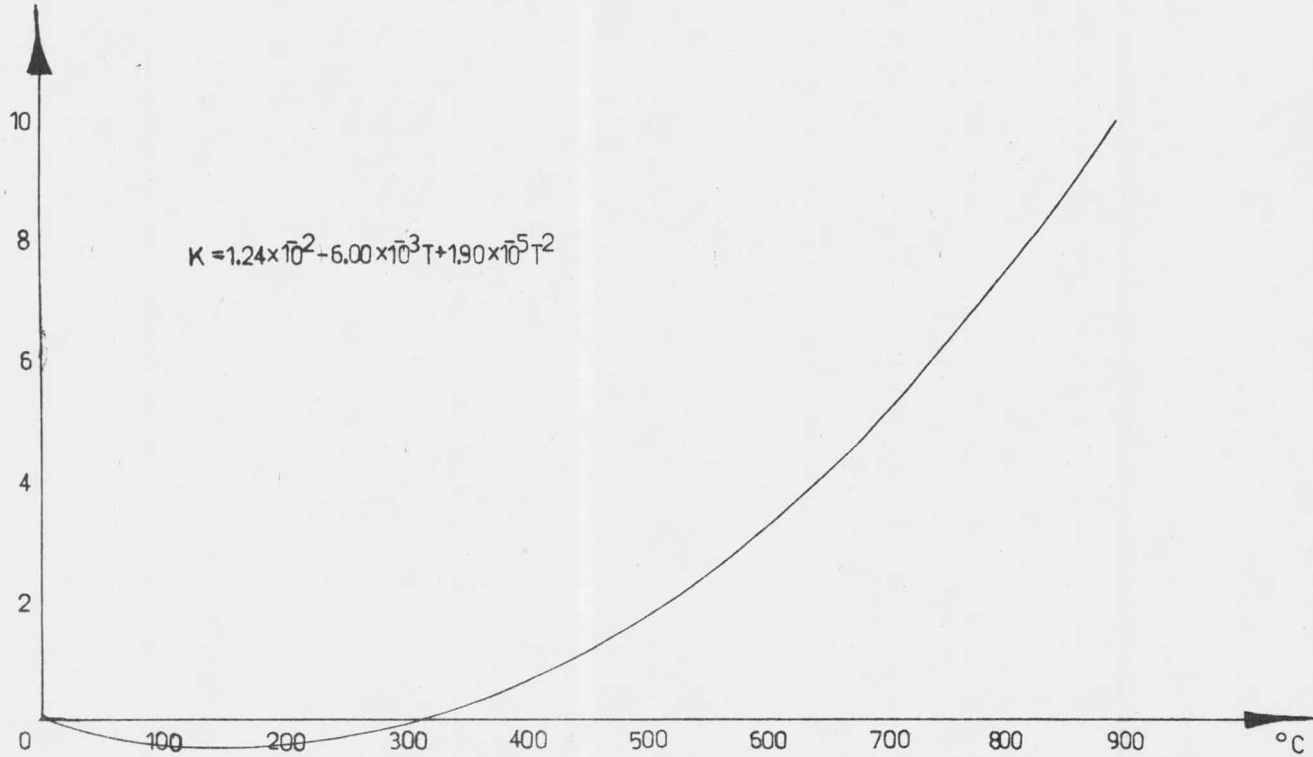
800

900

°C

$$K = 1.24 \times 10^{-2} - 6.00 \times 10^{-3} T + 1.90 \times 10^{-5} T^2$$

Conductividad Térmica



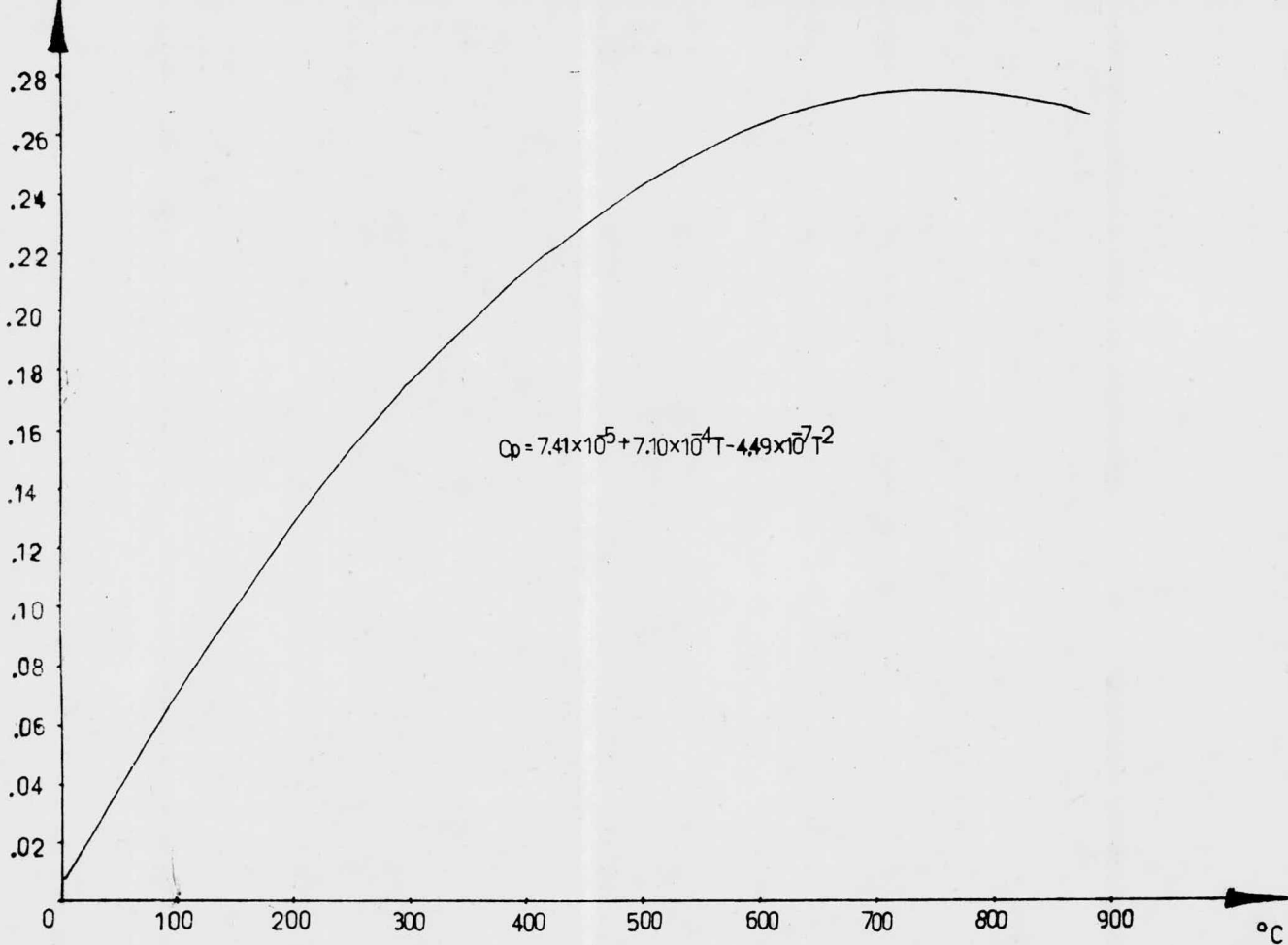
$\frac{\text{Cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

.28
.26
.24
.22
.20
.18
.16
.14
.12
.10
.08
.06
.04
.02
0

0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 °C

$$C_p = 7.41 \times 10^{-5} + 7.10 \times 10^{-4} T - 4.49 \times 10^{-7} T^2$$

Cap. Calorífica



VI.- 3

TABLAS COMPARATIVAS

En la tabla I se muestra para la difusividad y conductividad térmicas, las diferencias de los valores obtenidos a 650°C en la India y en U.S.A.

En la Tabla II se muestran los valores que obtuvimos para α y K comparados con los de U.S.A. pero en un sistema de arenas similar a 600°C y 800°C.

Se presentan los valores para $N=2$ y $N=4$

En la tabla III se comparan nuestros resultados con los de la India y con los de U.S.A. a 600°C y a 800°C.

En las tres tablas se hace la comparación únicamente a 600°C y 800°C porque a esas temperaturas se encuentran reportados los datos de la India y de U.S.A.

TABLA I

Conductividad Térmica Cal/seg °C x 10 ³		Difusividad Térmica cm ² /seg		Temperatura °C
INDIA ¹⁴	U.S.A	INDIA	U.S.A	
.68	2.06	.002	.005	650
.70		.002		700

TABLA II

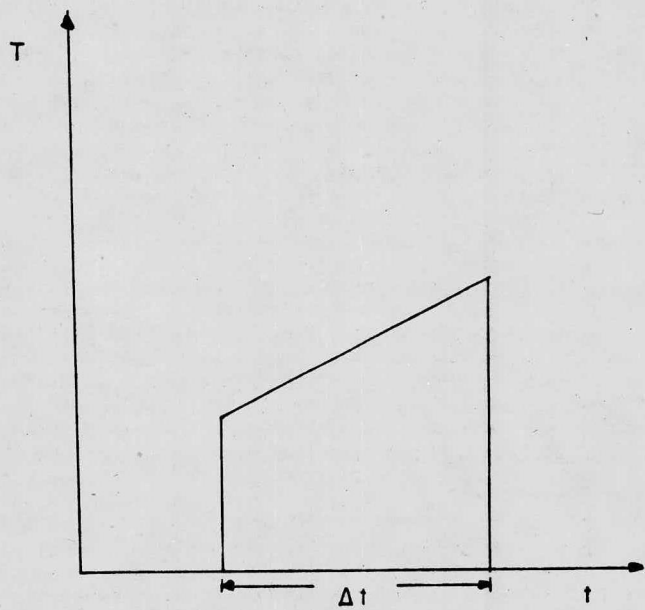
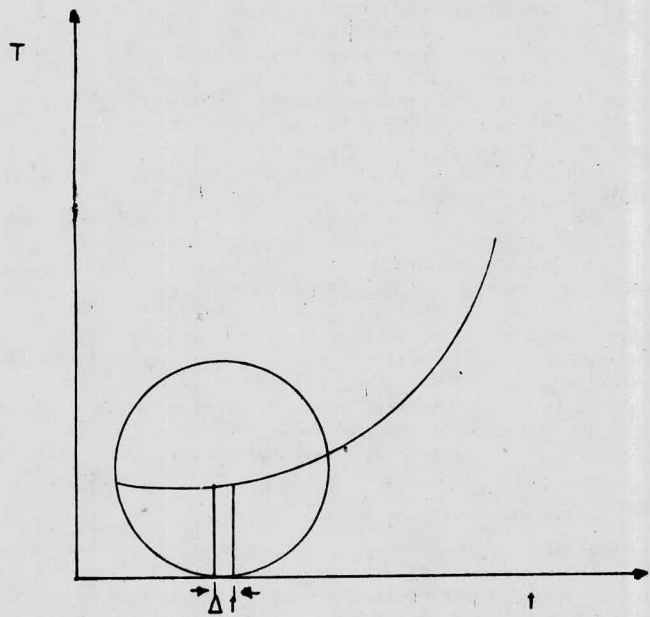
Conductividad térmica		Difusividad Térmica		Temperatura
U.S.A.	UNAM	U.S.A.	UNAM	
1.8	1.10* 1.12**	.005	.002* .001**	600
3.09	2.1* 1.99**	.007	.0040* .0015*	800

* Orden de ajuste : 2

** Orden de Ajuste : 4

TABLA III

Conductividad Térmica			Difusividad Térmica			Temperatura °C
U.S.A	INDIA	UNAM	USA	INDIA	UNAM	
1.80	0.68	1.12	.005	.002	.001	600
3.09		1.99	.007	.	.0015	800



VII.- DISCUSION.

VII.1.- SOBRE EL ASPECTO MATEMATICO

La suposición de que la variación de la temperatura con el tiempo es lineal sobre los pequeños intervalos de tiempo en que se realizaron los registros, se hizo para simplificar el cálculo de: $\frac{\partial T}{\partial t}$ y para facilitar la conversión de temperaturas a un solo nivel de tiempo en cada registro.

Esta suposición se hizo porque los datos experimentales indicaron:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(r)^{t_i + \Delta t} - T(r)^{t_i}}{\Delta t}$$

para todas las posiciones radiales a cualquier tiempo.

Aunque podría ser el ciclo de tiempo (Δt), lo suficientemente grande, que esta aproximación ya no se cumpliera (fig.4).

Los datos experimentales mostraron que esta suposición se cumple aún con Δt de 60 seg. bajo las condiciones de la experimentación. La realidad física indica que debe haber un máximo de una inflexión en la función temperatura-posición radial en el primer cuadrante. Esto sugiere un límite superior de 4^o. orden como el máximo orden usado para aproximar la función.

Una función de cuarto orden puede no ser real, en el sentido de que presenta una combinación de formas positivas y negativas (físicamente irreal para la distribución de la temperatura, si se considera que el cilindro está sujeto a un incremento continuo y uniforme de la temperatura).

Por lo tanto, se sugiere aproximar una función de 2o. orden para los datos de temperatura-posición radial.

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos usando ambos

órdenes, 4o. y 2o.

La ecuación empleada para el cálculo de la difusividad térmica:

$$\rho C_p r \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

puede ser expandida a:

$$\rho C_p r \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial k}{\partial r} r \frac{\partial T}{\partial r} = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial k}{\partial T} r \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2$$

donde el último término de esta ecuación se omitió por considerar lo demasiado pequeño, sin omitirlo implica que:

$$\alpha(T_r) = \frac{\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial k}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2}{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)}$$

Por los resultados obtenidos y una condición extrema (alta temperatura), por consiguiente alto $\partial k / \partial T$ y una posición radial grande que da alto $\partial T / \partial r$, los términos en el numerador de esta ecuación tienen las siguientes magnitudes:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx 800^\circ \text{F/hr}$$

$$\frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial k}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \approx 9^\circ \text{F/hr}$$

Entonces, una corrección de primer orden requiere que se calcule $\alpha(t_i)$ y $K(t_i)$ usando la ec.(3) y recalcular $\alpha(t_i)$ usando esta ecuación con el valor de $K(t_i)$. Esta recalculación se sigue hasta que la diferencia entre dos valores sucesivos de $\alpha(t_i)$ dé aproximadamente cero.

Esto no se realizó debido a que los datos experimentales se obtuvieron con un error de aproximadamente 10%, que comparado con el error obtenido en los cálculos sin emplear el término omitido que es del 1%, resulta innecesaria la corrección. Aunque el método pa

ra calcular la difusividad térmica descrito aquí, involucra coordenadas cilíndricas, puede desarrollarse en cualquier sistema de -- coordenadas que proporcionen los datos suficientes para establecer la relación fundamental de la temperatura, posición y tiempo. En este caso, las coordenadas cilíndricas ofrecen los medios menos complicados para obtener los datos experimentales.

VII.- 2.- DISCUSION SOBRE EL PROGRAMA:

Este programa como hemos visto, puede resolver la ec. diferencial parcial para la difusividad térmica a una temperatura en particular, y según la cantidad de datos alimentados, calculará los valores correspondientes para la difusividad térmica: además está diseñado para calcular una función de la temperatura con respecto a la posición (empleando el sistema de coordenadas cilíndricas), siendo esa función de la forma:

$$T = A + B_1 R^2 + B_2 R^4 + \dots + B_n R^{2n},$$

la que se usa en el programa para la resolución numérica de la ec. diferencial y para recalcular la temperatura correspondiente al valor de la difusividad térmica al tiempo t_i , y puede ser calculada para cualquier valor de n , unicamente alimentando ese valor como dato. En particular para este trabajo se hizo con $n=1,2,3$ y 4 , resultando mejor apegado a la realidad con $n=2$.

Cuenta además con una subrutina para el cálculo de las constantes para la ecuación de la forma $Y=A + BX + Cx^2$, la cual sirve para ajustar los valores calculados de la difusividad y de la conductividad y de la cap. calorífica en el rango de temperaturas de trabajo.

Los valores en la tarjeta de DIMENSION que son susceptibles de variar según se presente el caso son: T(500), CP(29), R(8), RI(5,5), A(5,6) y B(5), pero para los efectos que se persiguen esos valores de dimensión son suficientes salvo los de CP que en nuestro caso contamos con 29 valores, tabulados para la capacidad calorífica y que en esa forma hicieron necesario el cálculo de la fun-

ción respectiva, por otro lado, si se cuenta de antemano con una función respectiva para el CP, se tiene que borrar la tarjeta de DIMENSION la variable CP(29), sacar las tarjetas que hacen operar a la subrutina para tal efecto y alimentar con los datos los valores en el cuerpo del programa inmediatamente después de la tarjeta del READ.

En el caso de emplear más de 8 termopares en el experimento, ese número se especificará en la tarjeta de DIMENSION como R(#termopares); si se emplean menos, se puede dejar con R(8) y asignando en cualquier caso en la tarjeta de datos el correspondiente valor de los termopares a la variable M=# de termopares.

El orden máximo que se puede usar para la ecuación de la temperatura es de 8 para $n=4$, si se requiere un orden mayor, (que para efectos físicamente reales no será necesario), se debe especificar en la tarjeta de DIMENSION en A(n,n+1), donde n es el valor medio del orden que se desee utilizar, asignando también el valor de n en las tarjetas de datos. Nótese que el programa por sí solo realiza los cálculos para $N=1,2,3$, y 4.

Se debe especificar en las tarjetas de datos a la variable AT el valor del intervalo expresado en segundos entre la medición de temperaturas consecutivas de un termopar, es decir el Δt en el experimento.

Para que las unidades empleadas en el programa mantengan consistencia con los resultantes, es necesario que los datos se alimenten de acuerdo al sistema métrico cgs y la temperatura en $^{\circ}\text{C}$.

VII.- 3.- SOBRE EL EXPERIMENTO

El método descrito exige que exista una distribución y suministro de calor uniforme alrededor del cilindro, además que el registro de las temperaturas en todas las posiciones radiales se realice a un mismo tiempo.

En base a lo anterior, las limitaciones que se tuvieron al realizar el experimento fueron: de que el horno empleado cuenta con un suministro de calor uniforme pero la distribución no lo es, debido a la colocación de sus resistencias, las cuales están colocadas de la siguiente manera: 3 de ellas (cilindros de carburo de silicio I in ϕ x 40 cm. de largo) en la parte de arriba y otros 3 en la parte de abajo todas horizontalmente; entre las de arriba y las de abajo, existe una plataforma que sirve para base al horno. Esta plataforma que sirve de base, seportó el cilindro e impidió que la distribución fuera uniforme entre la pared de arriba y la de abajo del cilindro. Además, la velocidad de calentamiento del horno resultó ser demasiada lenta ($\pm 50^{\circ}$ C/hr.) a pesar de que se tuvo cuidado en lo que se refiere al aislamiento de calor por la puerta. Esa velocidad de calentamiento del horno no permitió que se registraran cambios uniformes de la temperatura en el corto periodo de los intervalos usados, (Δt), que en este caso fue de $\Delta t=60$ seg., es decir, que en un minuto el incremento de la temperatura fue aproximadamente 1° C y el aparato registrador tiene un promedio de error de -1.75° C lo que dá por resultado un cambio de temperatura en cada ciclo de registro muy irregular.

Por otro lado, el aparato registrador tiene sólo tres velocidades de registro: para un Δt de 24 seg. 60 seg. y de 240 seg.; si se incrementa el valor del Δt a 240 seg. en 4 minutos existe un incremento de temperatura de $\sim 5^{\circ}\text{C}$ y el error al registrar en cada ciclo disminuye, dando así un aumento en la uniformidad de los cambios, pero resulta que un Δt de 240 seg. puede ser demasiado alto para que la relación $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ ya no se comporte linealmente (fig. 4).

Por lo que se sugiere:

- 1.- Emplear un registrador simple para cada posición radial y así poder emplear un Δt conveniente que aumente la uniformidad en los cambios de temperatura y que mantenga válida la suposición de que el $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ sigue una función lineal; de paso, se obtendrán los datos a un mismo nivel de tiempo. Esta sugerencia vale en el caso de que se emplee el mismo horno con un sistema de sosten apropiado para el cilindro con el fin de prescindir de la plataforma del horno.
- 2.- Otra sugerencia sería la de emplear un horno que además de asegurar un suministro y distribución uniforme de calor, cuente con una velocidad de calentamiento de alrededor de 150°C/hr ; y poder emplear el registro múltiple.

VIII.- CONCLUSIONES:

En virtud de los resultados obtenidos llegamos a las siguientes conclusiones:

- Que el método descrito, empleando para conocer la difusividad y conductividad térmicas como funciones de la temperatura es bastante aceptable puesto que la magnitud de los resultados obtenidos comparada con los datos existentes en las referencias se encuentran dentro del orden esperado.
- Que el programa de computación desarrollado, es de gran utilidad y que se puede emplear para sistemas que requieran el uso de ecuaciones de mayor orden y con mayor número de termopares en el sistema experimental.
- Que el sistema experimental, a pesar de las limitaciones que presenta cumplió con los requerimientos mínimos necesarios para la obtención de los datos para el programa de computación. Y que de lograr un mejor sistema experimental según las sugerencias del capítulo de discusión acerca de la experimentación, se obtendrán resultados mucho más precisos y la capacidad suficiente para la demostración de que el flujo de calor es unidimensional, tal como lo asume el modelo matemático.
- Y en general, el conocimiento de la difusividad y conductividad térmicas mediante la aplicación del método

presentado en éste trabajo se puede utilizar en:

- La industria de la fundición directamente para la determinación del tiempo de solidificación de las piezas fundidas.
- la simulación del proceso de solidificación de una pieza fundida.
- Para el estudio del diseño de " coladas y alimentadores " desde el punto de vista de transferencia térmica.
- Y como base para la iniciación de un estudio sistemático acerca de las arenas de moldeo nacionales con la finalidad de caracterizar los efectos de las propiedades mecánicas y comportamientos en general.

IX.- REFERENCIAS

- 1.- R.D. PEHLKE, M.KKIRT,R.E. MARRONE D.J. COOK
" Numerical Simulation of Casting Solidification"
AFS Report of Research Project, 1974
- 2.- R.D.,R.E. Marrone mJ.D. Wilkes
" Computer Simulation of Solidification"
AFS, 1976
- 3.- X Virolle, R. Chevriot, M. Jeancolas
" Experimental Study of the thermal Diffusivity of
molding materials"
Cast Metals Research Journal Vol.3 No.1 22-29,1976.
- 4.- R.E. Marrone, J.D. Wilkes and R.D. Pehlke
" Numerical Simulation of Solidification"
Part I: Low carbon steel casting "T" shape.
Cast metals reserch Journal, Vol. 6 No.4 p.184-188
- 5.- K.L. Narayana, G. Ramakrishman
" Thermal Properties of Benetine Bended homogeneous
sand and mixes"
The British Foundrymen Vol. 69 part I
- 6.- M.J. Kirt R.D. Pehlke
" Determination of material thermal Properties using
computers techniques"
AFE Report of Research Project 1974
- 7.- N.Chvorinov
" Theory of solidification in cast pieces"
Giesseray p.177-186 (may 1940)
p.201-208 (may 1940)
p.222-225 (june 14,1940)
- 8.- M.C. Flemings
" Solidification Processing Mc.Graw Hill. P.6-11
- 9.- R.E. Marrone,J.O. Wilkes and R.D. Pehlke
op.Ct.
- 10.- F. Neuhann,
" Annales de chimie Phisique
III series, Vol. 65 pe. 183 (1862)
- 11.- Institute of British Foundrymen,
" Effect of mold material on the solidification rate
of cast metals "
Report of sub-committee T.S. 21,33, 46 T 2631
International Foundry Congress, London, Paper 1130 (1955)
- 12.- X Várole R. Chriot, M. Juancolas. op. Cit.
- 13.- K.L. Narayna, G. Ramankrishnan. op. Cit.