

2.
24



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"RESPUESTA SISMICA DE IRREGULARIDADES
TOPOGRAFICAS ANTE INCIDENCIA DE ONDAS
P. SV Y DE RAYLEIGH"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO GEOFISICO
P R E S E N T A :
JUAN MARTIN GOMEZ GONZALEZ

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ÍNDICE

	RESUMEN	2
	ABSTRACT	3
I	INTRODUCCIÓN	4
II	CONCEPTOS DE ELASTODINÁMICA	9
	a) Esfuerzos	9
	b) Deformaciones	11
	c) Relaciones Esfuerzo-deformación	12
	d) Ecuación de onda	13
	e) Ondas planas	15
	f) Ondas superficiales	17
	g) Propagación de ondas sísmicas	19
	h) Influencia del medio	21
III	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	22
	III.1 Construcción de familias completas	25
IV	SOLUCIÓN NUMÉRICA	28
V	COMPARACIÓN DE RESULTADOS Y ESTUDIOS	
	PARAMÉTRICOS	30
	V.1 Comparación de resultados	30
	V.2 Estudios paramétricos	47
VI	CONCLUSIONES	52
	RECONOCIMIENTOS	55
	REFERENCIAS	56
	APÉNDICE A	60
	APÉNDICE B	66

RESUMEN

Se presenta un método de frontera para resolver el problema de difracción de ondas P, S1 y de Rayleigh por irregularidades topográficas en un semiespacio elástico, homogéneo e isotrópico. El método representa los campos difractados de onda mediante combinaciones lineales de soluciones que forman familias completas de la ecuación reducida de Navier. Los coeficientes indeterminados de las combinaciones lineales se encuentran al ajustar las condiciones de frontera en el sentido de mínimos cuadrados. Se obtienen resultados en la frecuencia para un valle aluvial y varias colinas de diferente geometría ante diversas incidencias. Se analiza la sensibilidad de las amplitudes con respecto a variaciones de la geometría y la frecuencia. También se resalta la relevancia de la estabilidad del método en función de la forma de la geometría y se verifica que las mayores amplificaciones del movimiento del terreno ocurren en el centro de las irregularidades. Asimismo, se demuestra la factibilidad de emplear el método en un ambiente de cómputo personal.

ABSTRACT

A boundary method is presented to solve the diffraction problem of *P*, *SV* and *Rayleigh* waves for topographical irregularities on an elastic, homogeneous and isotropic half-space. The method represents diffracted wavefields by linear combinations of solutions which form complete families of the Navier equation. Indetermined coefficients of the linear combinations are obtained through point matching of the boundary conditions in the least squares sense. The feasibility of employing this method in a personal computer environment is proved. Results in the frequency domain are computed for an aluvial valley and several hill geometries for various incidences. Amplitude sensitivity is studied in terms of geometry and frequency contents. Also, the importance of the stability is examined as a function of geometry shape and convergence problems are pointed out. Time domain results show that the highest ground displacement amplifications take place in the middle of the irregularities.

I INTRODUCCIÓN

La importancia de las estructuras topográficas y geológicas en la respuesta sísmica del terreno se hace patente cada vez que ocurre un sismo. Se ha encontrado que existe una interrelación entre tales estructuras y los daños provocados por estos fenómenos naturales. Dentro de los factores más importantes que influyen en la amplificación del movimiento del terreno están la fuente, la trayectoria y los efectos de sitio.

Schuster et al., (1990) clasifican en cuatro importantes grupos las condiciones locales de sitio que promueven la amplificación del movimiento del terreno: (1) la superficie cercana que contiene sedimentos de baja velocidad que incrementan los desplazamientos provocados por las ondas sísmicas, (2) las estructuras del subsuelo con geometrías que inducen mecanismos de resonancia, (3) estructuras bi y tridimensionales del subsuelo que enfocan la energía sísmica a áreas específicas de la superficie y (4) las heterogeneidades en la superficie cercana que dispersan la energía sísmica para producir ondas superficiales de grandes amplitudes.

Los datos instrumentales verifican la importancia de la topografía en la amplificación dinámica del movimiento del terreno. La base de los promontorios es una de las causas principales de importantes efectos laterales (Griffiths y Bollinger, 1979; Sanchez-Sesma, 1987), lo que indica que para estudiarlos adecuadamente el fenómeno debe tratarse espacialmente. Debido a esto, un modelo unidimensional simple no permite inferir en forma adecuada las amplificaciones reales del movimiento del terreno.

Se ha comprobado que la amplificación dinámica del movimiento en promontorios o montañas es de gran importancia, y ello ha motivado el interés por reproducir y predecir tales amplificaciones (Griffiths y Bollinger, 1979; Bard, 1982; Bard y Tucker, 1985; Tucker *et al.*, 1984; Kawase y Aki, 1990). Diferentes observaciones de daños producidos por temblores muestran que en zonas de colinas las edificaciones localizadas en la cima sufren, comparativamente, mayores daños que las localizadas cerca de la base. Basta citar los casos de Friuli, Italia, en 1980 (Brambati *et al.*, 1980) y Chile en 1985 (Celebi y Hanks, 1986). Pese a la existencia de datos instrumentales el efecto de la amplificación producida por irregularidades topográficas encierra aún mucha incertidumbre.

Lo anterior da origen a la inquietud de los sismólogos por estudiar, predecir y modelar los efectos producidos por los sismos. Las condiciones de sitio han tratado de ser explicadas mediante diversas técnicas de modelado numérico. Uno de los trabajos más relevantes es el de Aki y Larner (1970), quienes usaron el método del número de onda discreto e hicieron una superposición discreta de ondas planas considerando incidencia de ondas monocromáticas. El método permitió estudiar efectos de irregularidades laterales en el dominio del tiempo. Bouchon (1973), estudió el caso general de difracción de ondas en un semiespacio teniendo una interfaz irregular, para incidencia de

ondas SH, P, y SV. Bouchon mostró la dependencia de los desplazamientos superficiales con la irregularidad superficial del terreno, así como la relación directa de las amplitudes con la frecuencia. Destaca también el efecto de la topografía sobre el movimiento de la superficie del terreno y las amplificaciones que se producen cuando las longitudes de ondas son del orden de la dimensión máxima de la irregularidad. Por otra parte, Bard y Bouchon (1980) encontraron, con el mismo método, que la curvatura de la frontera induce enfocamiento de los rayos de la onda en valles aluviales. Trifunac (1971) usó desarrollos de eigenfunciones y presentó la solución exacta para un valle aluvial mediante desarrollos de funciones de Hankel para el caso de ondas SH. Sin embargo, una limitación de ambos métodos ha sido la representación adecuada de la geometría del modelo.

Por su parte, los desarrollos asintóticos (Sabina y Willis, 1977) no tienen ninguna restricción en la representación de la pendiente de la topografía. Sin embargo, están limitadas a frecuencias muy bajas.

Existen otros métodos como los elementos finitos (Saith, 1974) y diferencias finitas, también llamados métodos de dominio (Boore, 1972). Con ellos, los resultados que se obtienen son bastante buenos, por ser estables y de convergencia rápida; no tienen restricciones en la frontera pero requieren de grandes regiones de análisis para evitar la influencia de ondas espurias.

Otros métodos, también importantes, son los métodos de frontera (England et al., 1980), los cuales no discretizan el dominio y se limitan a tratar la frontera. Una ventaja de estos métodos es que no tienen problemas en la representación de la topografía. De ellos destacan las ecuaciones integrales de frontera (Sills, 1978; Kawase y Aki, 1989; Sánchez-Gesma y Caspillo, 1991) en ellos se colocan fuentes en la frontera y se resuelve directamente el sistema lineal de ecuaciones que se

genera por la discretización. Así, las funciones de Green utilizadas permiten que las singularidades sean integrables.

Otros métodos de frontera se basan en la superposición de las soluciones para la fuente con las singularidades colocadas fuera de la región de interés (Sanchez-Sesma *et al.*, 1985; Bravo y Sánchez-Sesma, 1990), pero su desventaja radica en el cumplimiento de las condiciones de frontera. La limitante de estos métodos, al igual que los métodos de dominio, es que también se requieren grandes recursos de cómputo.

Para reducir las dificultades numéricas se ha optado por combinaciones de métodos. Esto disminuye la necesidad de uso de grandes recursos de cómputo (Bouchon, 1985; Campillo y Bouchon, 1985; Mossessian y Dravinski, 1987; Gaffet y Bouchon, 1989; Kawase y Aki, 1989; Calderón, 1990). Una buena revisión de varios métodos aplicados al estudio del movimiento del terreno fue presentada por Aki (1988).

La mayoría de los modelos que estudian los efectos provocados por la topografía se basan en topografías muy simples, cuyos resultados distan mucho de ser comparables con los efectos reales obtenidos en mediciones de campo. Algunos de los primeros investigadores que han intentado utilizar condiciones topográficas y geológicas realistas son Celi *et al.*, (1988), quienes estudiaron la respuesta sísmica de un promontorio apoyado en un semiespacio elástico ante la incidencia de ondas SH.

En este trabajo se extiende el método de frontera desarrollado por Sánchez-Sesma *et al.*, (1982a). Ellos utilizaron el método para estudiar los efectos provocados por cañones y obtuvieron buenas representaciones en el dominio de la frecuencia. Ahora, se parte de él y se aplica a promontorios para medir las bondades del método en los dominios de la frecuencia y del tiempo. El método representa los campos difractados mediante

combinaciones lineales de soluciones que forman familias de la ecuación reducida de Navier. Para ello se suponen fuentes de ondas P y S' colocadas sobre una línea paralela a la frontera de la interfaz fuera de la región de interés. Los coeficientes indeterminados que aparecen en las combinaciones lineales se obtienen al minimizar el error cuadrático medio mediante la solución de las condiciones de frontera en la interfaz del semiespacio y la irregularidad así como en un intervalo finito de la superficie del semiespacio.

Para calibrar el método se reproducen los resultados obtenidos por Bravo y Sánchez-Sesma (1990) para un valle aluvial. Se obtienen funciones de transferencia y su representación en el tiempo. Además, se hace una comparación con los resultados obtenidos por Kawase y Aki (1990). Ellos estudiaron el patrón de daños generado por las grandes amplificaciones del movimiento del terreno provocado por la irregularidad topográfica cuando se hace incidir una onda S' con ángulo de incidencia muy cercano al ángulo crítico en el área de Whittier Narrows, California.

Finalmente, se hacen con cálculos para varios promontorios con diferentes ángulos de incidencia y se analiza la facilidad de representarlos en el tiempo para intervalos específicos de frecuencia, así como un breve estudio paramétrico de la variación de las amplitudes debido a la forma del promontorio en estudio. Se encontró que la estabilidad del método es sensible a la geometría de la topografía cuando se calculan frecuencias altas. No se requieren muchos puntos de discretización y el número de desarrollos de las funciones que se usan son suficientes para la frecuencia y los puntos de colocación usados. El método es relativamente rápido y puede ejecutarse en un ambiente de cómputo personal, aunque la disponibilidad de memoria limita la posibilidad de hacer cálculos para alta frecuencia, ya que, se ha encontrado que la estabilidad numérica es inversamente proporcional a la frecuencia.

II CONCEPTOS DE ELASTODINÁMICA

Durante la ocurrencia de un sismo se requiere cierto tiempo para que la energía se propague a otras zonas, en forma de ondas sísmicas, por lo que la excitación no se detecta al mismo tiempo en todos lados. Las ondas sísmicas se caracterizan por el transporte de energía mediante movimientos de partículas alrededor de una posición de equilibrio; éstas llevan cantidades de energía en forma de energía potencial y cinética. La inercia de un medio ofrece, inicialmente, resistencia al movimiento, pero una vez que el medio está en movimiento la inercia y las propiedades elásticas del medio tienden a mantener dicho movimiento. Debido a esto la energía liberada por un sismo puede ser transmitida a través de grandes distancias. La propagación de la energía sísmica está en función de las propiedades del medio, mismo que para este trabajo se considera idealmente con comportamiento lineal, elástico, homogéneo e isótropo.

La teoría de la elasticidad permite establecer las relaciones esfuerzo-deformación que surgen por la aplicación de fuerzas externas sobre un medio continuo. Estas fuerzas provocan esfuerzos internos que dan origen a cambios de forma y de dimensión en el medio.

a) Esfuerzos

El estado de esfuerzos en un punto interior de un medio continuo se caracteriza por su tensor σ_{ij} , el cual representa cantidades físicas que son independientes de cualquier sistema particular de coordenadas. Su representación varía en función del sistema de coordenadas que se usa. Los componentes del tensor que corresponden a los esfuerzos normales y cortantes se indican con subíndices repetidos y diferentes, respectivamente.

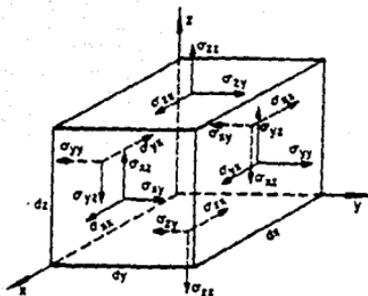


Figura 1. Componentes de esfuerzo actuando sobre un elemento de volumen infinitesimal.

Consideremos un elemento de volumen infinitesimal, de un medio continuo, sometido a la acción de una carga σ_{ij} , podemos definir el primer subíndice i como indicador de la dirección normal al plano en el que actúa el esfuerzo, y el segundo subíndice j determina su dirección (Fig. 1).

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}; \quad (\sigma_{ij} = \sigma_{ji}) \quad (1.1)$$

En el tensor de esfuerzos anterior (representado en forma de matriz) los nueve componentes son necesarios para definir completamente el estado de esfuerzos en un punto dado en un sistema ortogonal, seis de los cuales son completamente independientes. Se puede demostrar mediante condiciones de equilibrio de suma de momentos que el tensor de esfuerzos es simétrico. Esto es posible para fuerzas de cuerpo nulas (Fung, 1965).

b) Deformaciones

Cuando un cuerpo elástico es sometido a la acción de fuerzas externas éste experimenta cambios en su forma y dimensiones. Estos cambios son denominados deformaciones y ocurren solamente cuando hay variación de desplazamientos de cualquier punto con respecto a otro y ambos están contenidos dentro de un mismo cuerpo (Fig. 2).

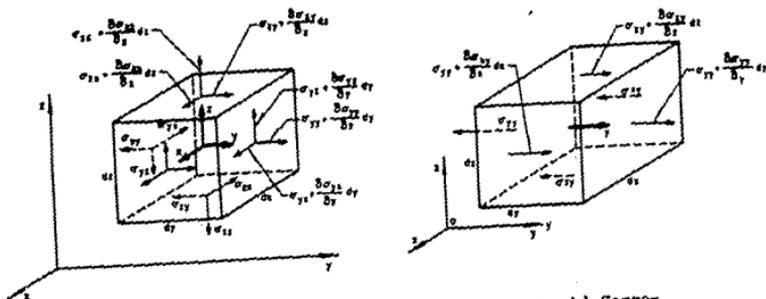


Figura 2. a) Componentes de esfuerzo equilibrante. b) Componentes de tracción en la dirección Y, en un volumen infinitesimal.

Considerando los componentes de desplazamiento, u , v y w , para un sistema de ejes cartesianos en un punto cualquiera A en las direcciones X, Y y Z respectivamente, y sus correspondientes desplazamientos para cada punto vecino B como $u+\delta u$, $v+\delta v$ y $w+\delta w$, podemos obtener los seis componentes independientes de deformación

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right], \\
 \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \epsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right], \\
 \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right].
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

En estas expresiones, el grupo de componentes (e. lado izquierdo define aquellos movimientos que son puramente traslacionales (deformaciones axiales o normales) y el del lado derecho representa movimientos puramente rotacionales (deformaciones cortantes).

c) Relaciones Esfuerzo-deformación

Es común que un cuerpo sometido a una carga experimente deformación para un esfuerzo dado, a los cuerpos que exhiben una cantidad proporcional de deformación al estar sometidos a esfuerzos se les denomina cuerpos elásticos. Cuando la proporcionalidad es lineal y no se excede el límite elástico, se dice que los cuerpos son perfectamente elásticos. La dependencia lineal entre deformaciones resultantes y esfuerzos aplicados se describe con la *Ley de Hooke*.

Para un cuerpo isótropo (es decir, con propiedades físicas independientes de la dirección) e independencia del sistema de referencia, las relaciones esfuerzo-deformación pueden expresarse de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{xx} , & \sigma_{xy} &= \mu \gamma_{xy} = \mu \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] , \\ \sigma_{yy} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{yy} , & \sigma_{yz} &= \mu \gamma_{yz} = \mu \left[\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] , \\ \sigma_{zz} &= \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{zz} , & \sigma_{zx} &= \mu \gamma_{zx} = \mu \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] , \end{aligned} \quad (1.4)$$

donde $\Delta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$ representa la dilatación o cambio de volumen en un cubo de dimensiones unitarias, λ y μ son las

constantes elásticas de Lamé y representan las propiedades elásticas del medio en particular que se este analizando.

d) Ecuación de Onda

Cuando ocurre un sismo la energía liberada viaja hacia el exterior de la región perturbada y en todas las direcciones posibles. Un movimiento ondulatorio lineal ocurre cuando el medio experimenta desplazamientos no permanentes. Este tipo de movimiento está gobernado por ecuaciones diferenciales. Al resolver una de ellas, la ecuación de onda, se pueden conocer las características movimiento.

Consideremos ahora un volumen elemental de densidad de masa ρ que es desplazado como resultado de la existencia de esfuerzos diferenciales, que son funciones continuas del espacio y del tiempo (Fig. 2b).

Al aplicar la segunda ecuación de movimiento de Newton sobre el elemento diferencial de volumen en la dirección del eje x, podemos escribir

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (1.5)$$

Considerando al medio homogéneo y sustituyendo las expresiones (1.4) y (1.2) en la expresión anterior obtenemos la ecuación de movimiento

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (1.6)$$

Para las otras dos direcciones, Y y Z, se obtienen en forma análoga las ecuaciones de movimiento

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (1.6.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 v + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] ,$$

donde u, v, w = desplazamientos en las direcciones X, Y, Z , respectivamente y t = tiempo.

Usando algunas de las igualdades dadas anteriormente en las expresiones (1.2) y (1.4), es posible obtener una expresión en función de los desplazamientos para cada una de las direcciones

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u , \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v , \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w , \end{aligned} \quad (1.7)$$

donde $\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ y $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Estas ecuaciones pueden escribirse en forma compacta usando notación vectorial, de tal forma

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \vec{u} = \rho \ddot{\vec{u}} \quad (1.7.1)$$

tal que $\vec{u} = (u, v, w)$ = vector de desplazamientos, ∇^2 = operador Laplaciano y ∇ = operador gradiente.

De las ecuaciones anteriores se pueden obtener dos tipos de movimiento. Para ello, se derivan las ecuaciones (1.7) con

respecto a X, Y y Z, respectivamente y al sumarlas se obtiene

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla^2 \phi, \quad (1.8)$$

donde $\alpha^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ = la velocidad de propagación de las ondas P, ϕ = función de ondas P.

Derivando la tercera expresión de (1.7) con respecto a Y y restándole la derivada con respecto a z, de la segunda expresión de (1.7), se llega a

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi_x, \quad (1.9)$$

donde ψ_x es la rotación a través del eje X y $\beta^2 = \mu/\rho$ = velocidad de propagación de ondas S. Para cada eje es posible obtener expresiones similares.

Finalmente, la forma general de la ecuación de onda se puede expresar como

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla^2 \phi, \quad (1.12)$$

donde C es la constante que representa la velocidad de la onda y ϕ es la función que determina el tipo de propagación.

e) Ondas Planas

Una onda plana es aquella en la que la perturbación es constante en todos los puntos de un plano perpendicular a la dirección de propagación. Una solución de la ecuación de onda es la siguiente

$$\phi = f(x - Ct) + g(x + Ct),$$

donde $u = 0$, $v = w = 0$ y u es sólo función de x y de t . Esta expresión, obtenida por D'Alembert, representa dos ondas planas viajando con la misma velocidad C en sentidos opuestos. Los argumentos de cada función son llamados fase de la onda respectiva.

Ondas P

Estas ondas son clasificadas como de cuerpo y reciben el nombre de compresionales, primarias o de dilatación. Su trayectoria consiste de una secuencia de zonas alternantes de compresiones y dilataciones en la dirección de propagación. Las partículas del medio oscilan alrededor de su posición original en una dirección coincidente con la trayectoria del rayo (Fig. 3). Las ondas P son las ondas de cuerpo más rápidas y son capaces de viajar en cualquier medio (elástico o acústico).

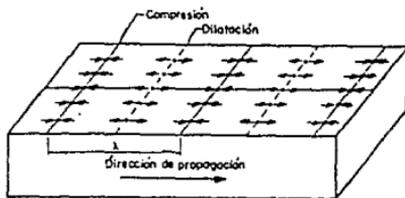


Figura 3. Desplazamiento de la partícula para una onda plana longitudinal, onda P (Al-Sadi, 1980).

Ondas S

En estas ondas, también de cuerpo, la perturbación consiste de deformaciones cortantes y el medio no experimenta cambio de volumen. Una consecuencia de las deformaciones de cortante es el desplazamiento transversal de la trayectoria de las partículas

relativa a la dirección de propagación. Por tanto, estas ondas reciben el nombre de ondas de corte o transversales.

Cuando el movimiento de ondas *S* se polariza en un plano horizontal la onda se denomina *SH*. Si la polarización está confinada al plano vertical perpendicular a aquél formado por la trayectoria y el componente *SH*, se denomina onda *SV*. La velocidad de propagación de este tipo de ondas es menor que la de las ondas *P* y solamente se propagan en medios sólidos (Fig. 4).

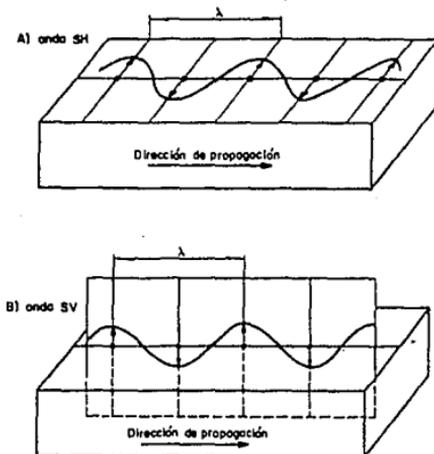


Figura 4. Desplazamientos transversales de una partícula ondas S: a) SH y b) SV (Al-Sadi, 1980).

f) Ondas Superficiales

Las ondas de dilatación y de cortante son las únicas que se transmiten en medios elásticos, homogéneos, isotrópicos de extensión infinita. Sin embargo, cuando en ese medio existe alguna

superficie libre o dicho medio está en contacto con otro (de propiedades mecánicas distintas) se generan ondas *superficiales* en las fronteras del medio. Estas ondas son producidas por la interferencia de las ondas de cuerpo con la superficie libre y se propagan con menor velocidad que las ondas de cuerpo. Se distinguen porque sus amplitudes son máximas en la superficie y decrecen rápidamente con la profundidad.

Ondas de Rayleigh

Estas ondas se desarrollan en la superficie libre de un semiespacio y su velocidad de propagación es independiente de la frecuencia. La deformación ejercida es una combinación de dilataciones y cortantes. El movimiento de las partículas tiene lugar en un plano vertical paralelo a la dirección de propagación y producen trayectorias elípticas retrógradas con el eje mayor en posición vertical (Fig. 5).

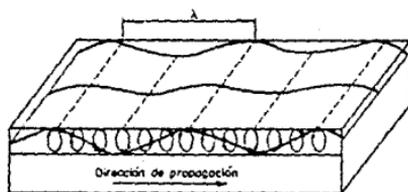


Figura 5. Movimiento retrógrado de una partícula en un medio atravesado por una onda de Rayleigh (Al-Sadi, 1980).

Ondas de Love

Estas ondas se encuentran polarizadas en un plano horizontal perpendicular a la dirección de propagación. Sólo se presentan en

medios estratificados, viajan por reflexiones múltiples entre los límites superior e inferior de los estratos más superficiales, no muestran movimiento vertical, son de mayor velocidad que las ondas de Rayleigh y se observan en los componentes horizontales de un sismograma (Fig 6).

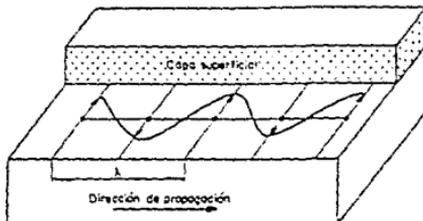


Figura 6. Movimiento de la partícula durante el paso de una onda de Love (Al-Sadi, 1980).

g) Propagación de Ondas Sísmicas

Una vez que la onda sísmica se aleja de la fuente, su velocidad y dirección de propagación varían de acuerdo con las propiedades físicas y las dimensiones del medio. En general, los medios se consideran estratificados en capas de diferentes propiedades físicas, de tal forma que una onda sísmica sufre una variedad de cambios cada vez que ésta toca una interfaz. La velocidad de la onda, su dirección de propagación, el contenido espectral y la cantidad de energía cambian cuando la onda pasa de un estrato a otro. En suma, nuevas fases de la onda pueden ser generadas en la interfaz. Algunos de los principales aspectos que determinan el comportamiento de la propagación de la onda son reflexión, refracción y difracción.

Reflexión y Refracción

El principio de Huygens establece que cada punto sobre un frente de onda puede considerarse como un nuevo emisor de ondas (Fig. 7a), y que dada la localización de un frente de onda, en un instante dado, las siguientes posiciones del frente de onda pueden localizarse al considerar cada punto sobre el primer frente de onda. Basados en este principio es posible definir las leyes de la reflexión y la refracción, y poder estudiar que ocurre cuando una onda plana se propaga en un medio, tiene contacto con una interfaz y parte de la energía se refleja y parte se transmite al otro medio.

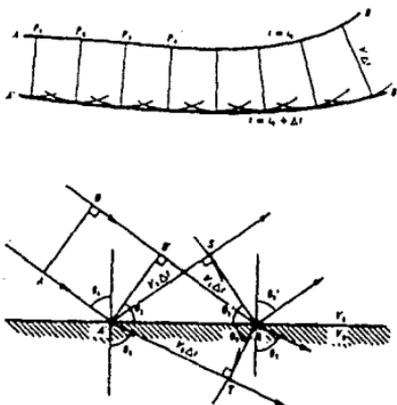


Figura 7. a) Generación de nuevos frentes de onda bajo el principio de Huygens. b) Reflexión y refracción de una onda plana (Telford et al., 1990).

La ley de reflexión indica que el ángulo de incidencia θ_1 es igual al ángulo de reflexión θ_2 , cuando incide un rayo sobre una superficie que separa dos medios. Por su parte, la ley de refracción (ley de Snell) establece que

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$

(1.13)

donde θ_1 es el ángulo de reflexión, θ_2 es el ángulo de refracción (ambos medido a partir de la vertical), V_1 y V_2 son las velocidades de cada medio (Fig. 7a)

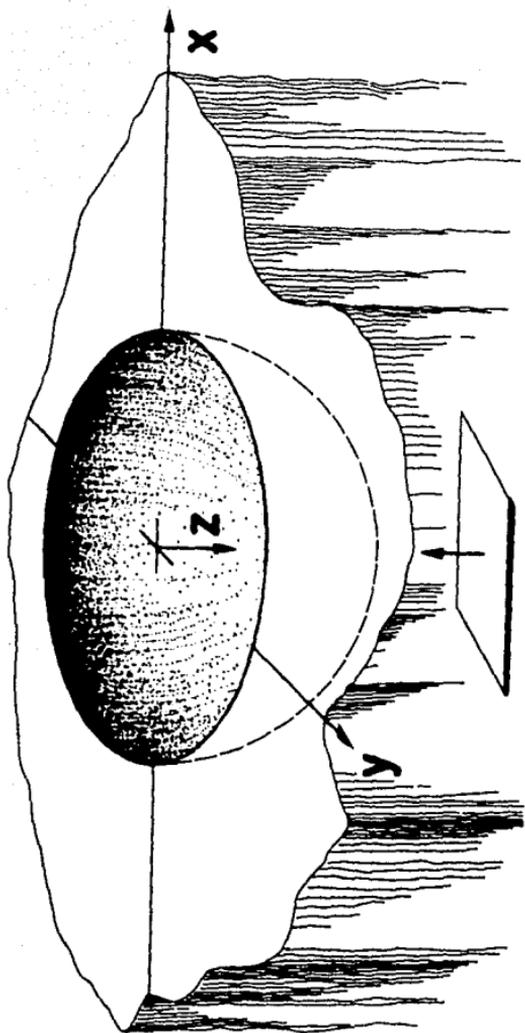
Cuando $V_1 < V_2$ ocurre que $\theta_2 < \theta_1$. Sin embargo, si $V_2 > V_1$ y $\theta_1 = \text{arc sen}(V_1/V_2)$, entonces $\theta_2 = 90^\circ$. Esto implica que el rayo refractado viajara por la interfaz. A este ángulo se le denomina ángulo crítico θ_c ($\text{sen}(\theta_c) = V_1/V_2$), la incidencia de energía con este ángulo produce reflexión total.

Difracción

Cuando una interfaz tiene un radio de curvatura más grande que la curvatura del frente de onda incidente provoca el fenómeno de difracción y la onda que se emite después de la incidencia se llama *onda difractada*. El cambio en la dirección de propagación no puede ser descrito mediante las leyes que gobiernan las leyes ordinarias de la reflexión y refracción.

h) Influencia del medio

Frecuentemente se hace la idealización de que las ondas planas se propagan en medios homogéneos, isótropos, lineales y perfectamente elásticos, por lo que la energía debe propagarse sin cambios de forma, velocidad o dirección. Sin embargo, tales medios no existen por lo que, dependiendo del tipo de onda y extensión de la desviación de las propiedades de cada medio atravesado, las ondas experimentan modificaciones. Algunos de los cambios más importantes se deben a la heterogeneidad del medio (ver Al-Sadi, 1980, Telford et al., 1990). Ejemplo de ellos son: cambios en la dirección de la trayectoria de la onda, interferencia, polarización, dispersión y atenuación (divergencia geométrica, absorción y partición de la energía en las interfases).



III FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considérese una inclusión elástica en la superficie de un semiespacio como se muestra en la Figura 6. En ella se incluyen esquemáticamente algunos campos incidentes de ondas P, SV y de Rayleigh.

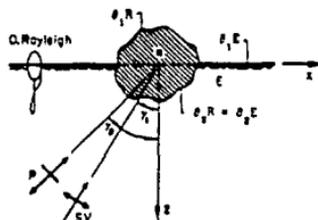


Figura 6. Definición de las fronteras entre el semiespacio y la inclusión elástica bajo incidencia de ondas P, SV y de Rayleigh.

La inclusión se denomina región R y el semiespacio región E. El problema se trata como de difracción de ondas elásticas y se pretende encontrar el campo de desplazamientos en la inclusión y en el semiespacio provocados por las ondas incidentes. El problema es de tipo vectorial debido a la existencia de desplazamientos horizontales y verticales. Para este caso se supone que las ondas son periódicas con dependencia armónica del tiempo dada por $\exp(i\omega t)$, donde $i = \sqrt{-1}$, $\omega =$ frecuencia angular y $t =$ tiempo. Los vectores de desplazamiento u_1^R y u_1^E satisfacen las ecuaciones reducidas de Navier (Fung, 1965), mismas que en notación índice pueden representarse por

$$\mu_{\xi} U_{1,jj}^{\xi} + (\lambda_{\xi} + \mu_{\xi}) U_{1,11}^{\xi} - \rho_{\xi} \omega^2 U_1^{\xi} = 0 \quad , \quad i, j = x, z, \quad (2.1)$$

donde $\xi = E$ o R para el semiespacio o la inclusión, respectivamente (Fig. 9).

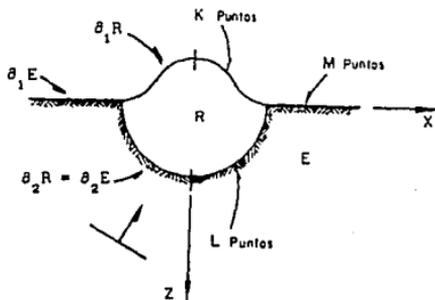


Figura 9. Definición del semiespacio y la inclusión elástica.

Si se define $U_1^{(f)}$ como la solución de campo libre, es decir, la solución en ausencia de la irregularidad ante el campo de ondas incidente, entonces, ocurre que para la región exterior E el campo de desplazamientos U_1^E se puede definir como

$$U_1^E = U_1^{(f)} + V_1^E, \quad 1 = x, z, \quad (2.2)$$

donde V_1^E es el vector de desplazamientos generado por las ondas difractadas en la irregularidad (Fig. 10). Por su parte, para la región interior R la solución del campo se puede expresar como

$$U_1^R = V_1^R, \quad (2.3)$$

donde V_1^R es el vector de desplazamientos generado por las ondas refractadas por la inclusión. Se puede demostrar que U_1^E y U_1^R

R. El tensor de esfuerzo asociado al vector \vec{V} está dado por $\sigma_{ij}(\vec{V})$. Una vez conocidos los vectores U_1^C y U_1^R es posible calcular el campo total de desplazamientos con las ecuaciones (2.2) y (2.3).

III.1 CONSTRUCCIÓN DE FAMILIAS COMPLETAS

Herrera y Sabina (1978) proponen la factibilidad de usar las siguientes familias de funciones dadas en coordenadas polares, las cuales son bases completas (en el sentido de conectividad) de la ecuación reducida de onda en dos dimensiones, con número de onda $k = \omega/C$,

$$C_R = \left[J_0(kr), J_n(kr)\sin(n\theta), J_n(kr)\cos(n\theta), \quad n = 1, 2, \dots \right] \quad (2.7)$$

$$C_E = \left[H_0^{(2)}(kr), H_n^{(2)}(kr)\sin(n\theta), H_n^{(2)}(kr)\cos(n\theta), \quad n = 1, 2, \dots \right] \quad (2.8)$$

donde $J_n(\cdot)$ = función de Bessel de primera especie y orden n , $H_n^{(2)}(\cdot)$ = función de Hankel de segunda especie y orden n y r y θ son coordenadas polares.

La familia C_R es completa en regiones acotadas así como C_E lo es para regiones no acotadas (Herrera y Sabina, 1978b; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982a, 1985). Sánchez-Sesma *et al.*, (1982b) han usado la completitud de estas familias para el caso escalar de ondas SH.

Se puede demostrar que el vector de desplazamiento satisface la ecuación reducida de Navier (ec. 2.1) si se expresa mediante el teorema de Helmholtz (e.g. Menke y Abbott, 1990)

$$\vec{V} = \nabla\phi + \nabla \times \vec{\psi}, \quad \text{con} \quad \nabla \cdot \vec{\psi} = 0, \quad (2.9)$$

donde ϕ y $\vec{\psi}$ son potenciales escalar y vectorial, respectivamente, y son soluciones de las ecuaciones reducidas de onda

$$\nabla^2 \phi + q^2 \phi = 0, \quad (2.10)$$

$$\nabla^2 \bar{\psi} + k^2 \bar{\psi} = 0, \quad (2.11)$$

donde $q = \omega/\alpha$, $k = \omega/\beta$.

En el caso bidimensional el vector $\bar{\psi}$ tiene un solo componente distinto de cero, $\psi_y = \psi$. Por otra parte, los desplazamientos, en coordenadas polares, están dados por

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (2.12)$$

$$v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (2.13)$$

y los esfuerzos quedan como

$$\sigma_{rr} = \sigma_r = \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right], \quad (2.14)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_\theta = \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} \right) \right], \quad (2.15)$$

$$\sigma_{r\theta} = \tau_{r\theta} = 2\mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right] + \mu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right]. \quad (2.16)$$

Para construir el conjunto de vectores que se usan para resolver el problema, considérense los potenciales de desplazamiento para ondas P y S en las regiones R y E, respectivamente.

$$\phi_R = \sum_{n=1}^N A_n J_n(q_R r) \sin(n\theta) + \sum_{n=0}^N B_n J_n(q_R r) \cos(n\theta), \quad (2.17)$$

$$\psi_R = \sum_{n=0}^N C_n J_n(k_R r) \sin(n\theta) + \sum_{n=0}^N D_n J_n(k_R r) \cos(n\theta), \quad (2.18)$$

$$\phi_E = \sum_{n=1}^N E_n H_n^{(2)}(q_E r) \sin(n\theta) + \sum_{n=0}^N F_n H_n^{(2)}(q_E r) \cos(n\theta), \quad (2.19)$$

$$\psi_E = \sum_{n=1}^N G_n H_n^{(2)}(k_E r) \sin(n\theta) + \sum_{n=0}^N I_n H_n^{(2)}(k_E r) \cos(n\theta). \quad (2.20)$$

Las expresiones para los desplazamientos y esfuerzos generados por los potenciales anteriores (ecs. 2.17-2.20) se obtienen en el Apéndice B. De las expresiones anteriores se obtienen ocho familias de vectores de desplazamientos, cuatro para R y cuatro para E. Tales vectores cumplen en la región E con las condiciones de irradiación elástica al infinito de Sommerfeld-Kupradze (1949, 1965), debido a que la energía irradiada por las fuentes debe dispersarse al infinito sin que pueda irradiarse energía desde el infinito hasta las singularidades del campo de desplazamientos.

IV SOLUCIÓN NUMÉRICA

Considérense las aproximaciones para V_1^E y V_1^R dadas por

$$V_1^E = \sum_{n=1}^{4N+2} A_n V_{1n}^E, \quad (4.1)$$

$$V_1^R = \sum_{n=1}^{4N+2} B_n V_{1n}^R, \quad (4.2)$$

donde V_{1n}^E y V_{1n}^R son los vectores de desplazamiento descritos en el Apéndice B para las regiones E y R, respectivamente.

Si consideramos que el orden de los desarrollos para los potenciales es N, se tendrá entonces que el límite superior para n es $4N + 2$.

Los coeficientes de las ecuaciones (4.1) y (4.2) se determinan de tal manera que el error cuadrático medio para satisfacer las condiciones de frontera sea mínimo. Para ello se utiliza el método de mínimos cuadrados para formar el sistema de ecuaciones generados por los puntos de colocación al imponer condiciones de frontera en $\delta_1 R$, $\delta_2 E$, y $\delta_1 E$, tomando K , L y $2M$ puntos, respectivamente. La solución del sistema de ecuaciones se obtiene mediante descomposición LU (ver Stewart, 1973).

El número de incógnitas es $8N + 4$ y, como el problema es de naturaleza vectorial, se forman $2L + 2K + 4M$ ecuaciones, buscando que el número de ecuaciones sea mayor que el número de incógnitas (sistema sobredeterminado) y se obtiene un sistema de ecuaciones lineales de la forma

$$A \bar{x} = B \quad (4.3)$$

El sistema de ecuaciones representado con la expresión (4.3) puede resolverse de la siguiente forma (Noble y Daniel, 1977)

$$[A^*]^T A \bar{x} = [A^*]^T B \quad (4.4)$$

donde $[A^*]^T$ = matriz de coeficientes compleja-conjugada y traspuesta.

La matriz de coeficientes resultante en la ecuación (4.4) es hermitiana y positiva definida. Una matriz es hermitiana cuando la matriz compleja conjugada al trasponerla es igual a la matriz original, $(C^*)^T = C$, y los componentes de la diagonal principal son reales.

Como la frontera $\delta_1 E$ es infinita se considera solamente un número finito de M puntos a cada lado de la irregularidad. Bravo y Sánchez-Sesma (1987) han comprobado que basta considerar una distancia de dos a tres veces la dimensión máxima de la irregularidad a cada lado de ésta para tener buenos resultados en el intervalo de frecuencias estudiado.

V COMPARACIÓN DE RESULTADOS Y ESTUDIOS PARAMÉTRICOS

V.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Los resultados numéricos que se presentan corresponden a varias geometrías de dos irregularidades topográficas: valles aluviales y promontorios. Para todas ellos se analiza la incidencia de ondas *P*, *SV* y de *Rayleigh*. Los resultados en el dominio de la frecuencia están dados en términos de la frecuencia adimensional

$$\eta = \frac{\omega a}{\pi \beta_E} = \frac{2a}{\lambda_E}$$

donde β_E es la velocidad de ondas *S* en el semiespacio, a = semiancho de la irregularidad y λ_E es la longitud de onda. Tanto las ondas incidentes como las ondas difractadas son funciones de η . Este parámetro determina la extensión con que se desarrollan los patrones de irradiación y las amplitudes de los desplazamientos superficiales calculados.

Se retoman los perfiles de distancia contra amplitud de Bravo y Sánchez-Sessa (1990) para el caso de un valle aluvial ante incidencia normal de ondas *P*, *SV* y de *Rayleigh*, para una relación de Poisson $\nu = 1/3$, relación de densidades $\rho_R/\rho_E = 2/3$ y relación de velocidades $\beta_R/\beta_E = 1/2$. Se presenta la comparación en la Figura 11a con incidencia normal y frecuencia adimensional específica $\eta = 0.75$.

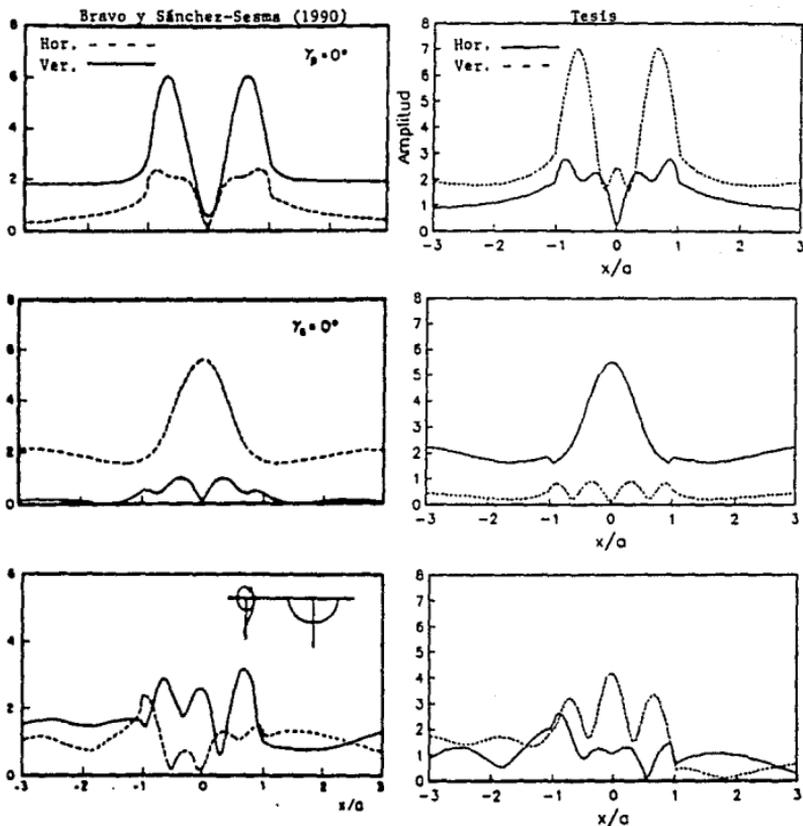


Figura 11a. Comparación de resultados con Bravo y Sánchez-Sesma (1990) para un valle aluvial semicircular, $\eta_0 = 0.78$, $\nu = 1/3$, $\rho_0/\rho_1 = 2/3$, $\beta_0/\beta_1 = 1/2$, para incidencia normal de ondas P, SV e incidencia de ondas de Rayleigh.

Los perfiles permiten observar las ampliificaciones, sobre y a los lados de la irregularidad topográfica, de forma rápida. Para el valle de la Figura 11a las amplitudes son casi iguales y las diferencias mínimas se deben probablemente, al número de puntos de colocación considerados. En los cálculos de Bravo y Sánchez-Sesma el número de puntos de colocación y de evaluación es igual, así como el orden de desarrollo de las funciones en el interior y exterior de la irregularidad. Los puntos de esta tesis (90 de colocación y 100 de evaluación) son mayores comparados con los usados por Bravo y Sánchez-Sesma. Nótese que las amplitudes dentro del valle son mayores hasta por un factor de 4. También se muestra la comparación para incidencia de 60° , Figura 11b. En ella el factor de ampliificación cima/base (A_c/A_b) es de 2, sin embargo, las amplitudes son menores que para incidencia de 30° , con ella se corrobora que, en la inclusión, existe una ampliificación del movimiento del terreno para ángulos comprendidos entre 0 y $\pi/8$, y una deampliificación para ángulos entre $\pi/3$ y $\pi/2$ (Sills, 1978).

En los componentes horizontal y vertical se observa un cambio brusco en la frontera depósito-semiespacio entre ambos medios. Esto se debe a que existe una pobre satisfacción de las condiciones de frontera, posiblemente porque se requiere una mayor cantidad de puntos en la frontera entre ambos medios, ya que las condiciones de frontera deben evaluarse con más cuidado donde se dan los cambios más fuertes de pendiente.

En la Figura 12a se presentan 12 funciones de transferencia de 100 estaciones colocadas simétricamente sobre el valle y la superficie plana, para incidencia normal de ondas P . El valle y las propiedades de este son las mismas que las del modelo de la Figura 11a. La frecuencia adimensional máxima alcanzada fue $\eta = 4$. Se usaron dos intervalos de frecuencia en el primero, de $0 - 2$, se requirieron para obtener la solución 12 desarrollos de funciones dentro del valle y 6 fuera de él. El segundo intervalo fue de $2 - 4$ con 14 y 8 desarrollos, respectivamente.

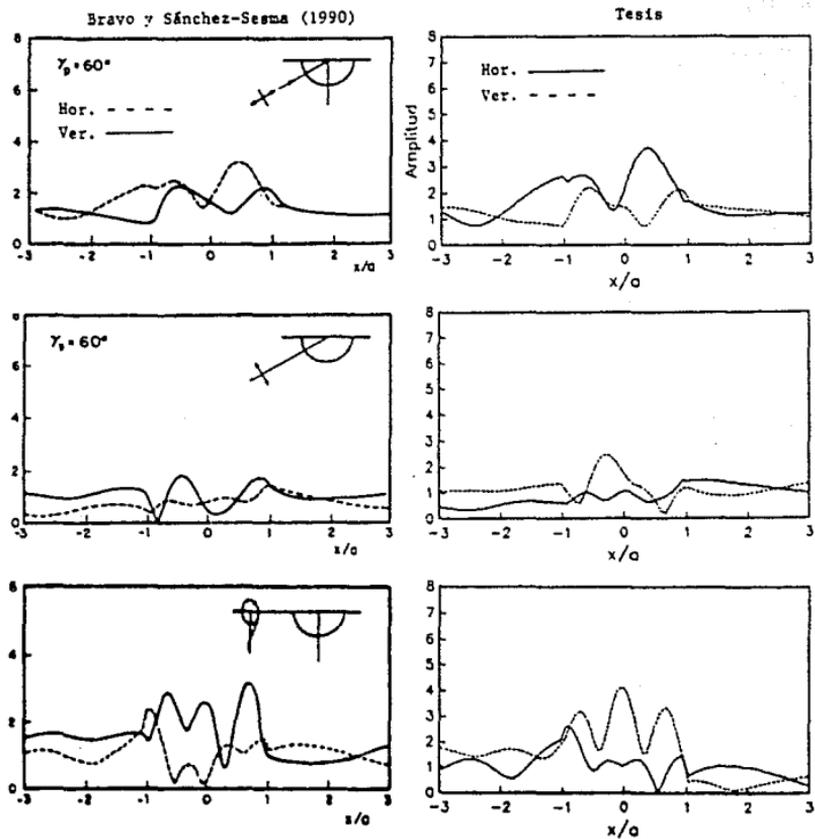


Figura 11b. Comparación de resultados con Bravo y Sánchez-Sesma (1990) para un valle aluvial semicircular, $\eta = 0.78$, $\nu = 1/3$, $\rho_s/\rho = 2/1$, $\beta_s/\beta = 1/3$, para incidencia de 60° de ondas P , SV e incidencia de ondas de Rayleigh.

Se presenta en la misma gráfica los componentes horizontal y vertical del movimiento. Se observa que, tanto para incidencia de ondas P y SV , las funciones de transferencia son iguales por simetría en las estaciones opuestas con respecto al centro. Las amplitudes son mayores al entrar al valle y van aumentando en las estaciones más cercanas al centro.

Para las ondas P los desplazamientos verticales son más grandes que los desplazamientos horizontales hasta por un factor de 10. Nótese como cerca del centro del valle (estaciones 50 y 51) los desplazamientos horizontales disminuyen mucho con respecto a las estaciones cercanas al centro. La mayoría de las estaciones, excepto las muy próximas al centro, presentan un pico en la frecuencia en $\eta = 0.7$ para el movimiento horizontal, mientras que para el componente vertical el pico aparece en $\eta = 0.8$ y conforme nos acercamos al centro el número de estos picos se incrementa. La diferencia de propiedades entre el semiespacio y el valle provoca que exista un atrapamiento de energía que genera una mayor cantidad de frecuencias en el centro. La existencia de frecuencias es mayor dentro del valle que fuera de él, y la relación de amplitudes $A_c/A_b = 6$, en el componente vertical.

En la Figura 12b se tiene incidencia de ondas SV . Las mayores amplitudes están en el componente horizontal, en el que después de $\eta = 1.5$ aparecen varios picos en la frecuencia y nuevamente la mayor variación de frecuencias ocurre en el centro del valle, mientras que el evento pasa casi desapercibido en el semiespacio.

Para incidencia de ondas de Rayleigh, Figura 12c, las amplitudes entre ambos componentes son similares. Sin embargo, no se puede definir una frecuencia en particular que se conserve en todas las estaciones; las variación de la frecuencia y la amplitud es muy grande dentro del valle. La relación de amplificación $A_c/A_b = 5$.

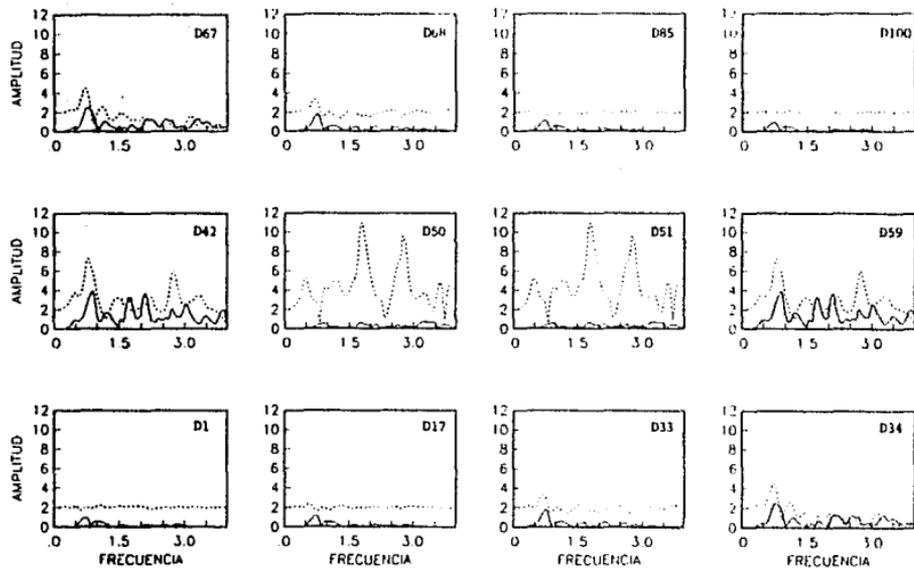
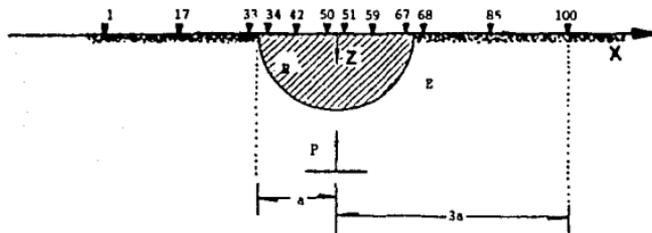


Figura 12a. Funciones de transferencia para incidencia normal de ondas P en un valle aluvial. Estaciones colocadas simétricamente, respecto al centro, sobre la superficie

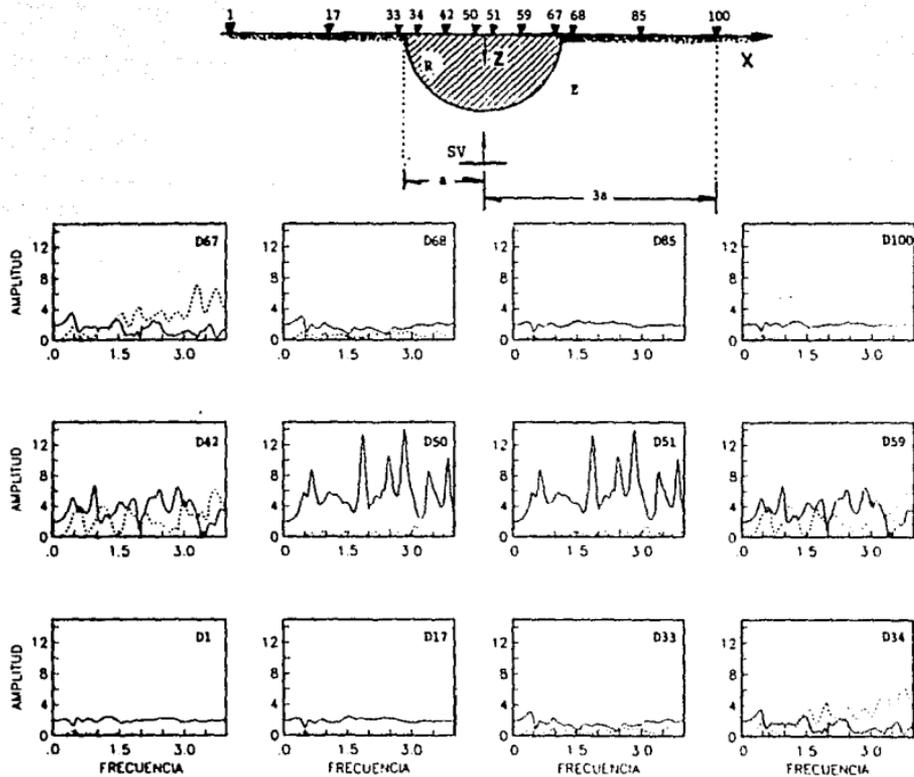


Figura 12b. Funciones de transferencia para incidencia normal de ondas SV en un valle aluvial. Estaciones colocadas simétricamente, respecto al centro, sobre la superficie.

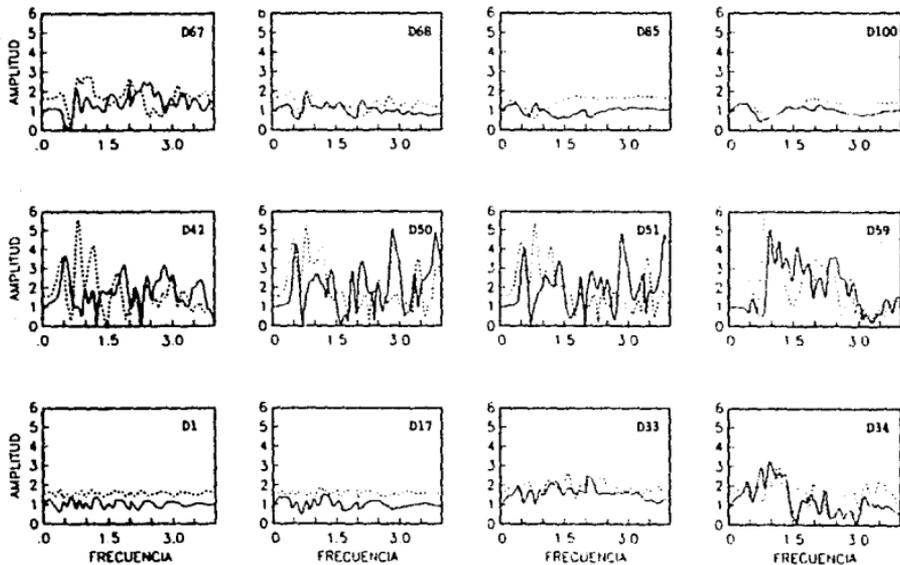
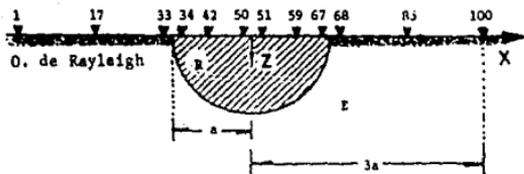


Figura 12c. Funciones de transferencia para incidencia de ondas de Rayleigh en un valle aluvial. Estaciones colocadas simétricamente, respecto al centro sobre la superficie

Es posible obtener la serie de tiempo de la respuesta del sistema a una excitación dada mediante el teorema de convolución (Bracewell, 1978). La representación en el dominio del tiempo contiene información espectral de la amplitud y de la fase y se obtiene una interpretación física más completa del fenómeno de propagación de ondas. Para lograrlo se multiplica la función de transferencia del sistema con el espectro de frecuencia de la serie de tiempo de la excitación y se obtiene la transformada de Fourier inversa de este producto. Para la representación de la serie de tiempo nos auxiliamos del pulso de Ricker para generar la señal incidente (Hosken, 1988). La expresión del pulso se define como

$$f(t) = C (a^2 - 0.5) \exp(-a^2),$$

donde C es la amplitud del pulso, $a = \pi(t-t_s)/t_p$, t_s = tiempo de retraso del pulso y t_p = periodo característico del pulso que permite controlar la frecuencia de excitación. En la Figura 13 se observa el pulso de Ricker con su par transformado de Fourier y el significado de los parámetros t_s y t_p .

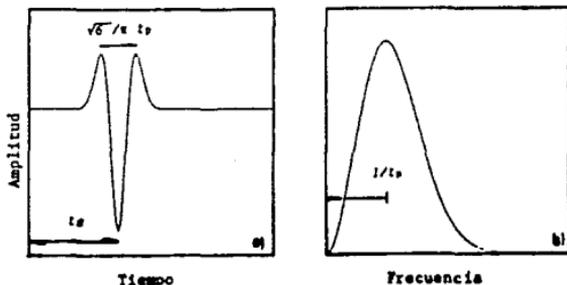


Figura 13. a) Pulso de Ricker simétrico. b) Transformada de Fourier del pulso de Ricker.

En las Figuras 14a y 14b se muestran los sismogramas sintéticos para los desplazamientos horizontales y verticales de ondas P, calculados para el modelo del valle de la Figura 11a. En ellos se evalúa la solución en 100 estaciones colocadas sobre la superficie con una distancia total de 6 km. Nótese como las amplitudes son muy grandes dentro del valle, como lo mostraron las funciones de transferencia. No se observan amplitudes en la parte exterior del valle posiblemente porque el campo difractado no está bien representado. Todas las trazas fueron normalizadas con respecto a la mayor amplitud de ambos componentes. La frecuencia máxima, el intervalo de frecuencia y el orden de los desarrollos son los mismos utilizados en el cálculo de las funciones de transferencia de las Figuras 12(a,b,c).

Para el cálculo de los sintéticos se usó un $t_p = 1$ y un $t_s = 4$. Se aprecia una velocidad de fase de 4,800 m/s, en el componente horizontal y de 3,800 m/s para el componente vertical, ambas velocidades son muy altas para ondas superficiales, lo que demuestra deficiencias de la solución numérica. Se observa una inversión de las amplitudes dentro del valle, esto se debe a la gran variabilidad de frecuencias que se encontró en las funciones de transferencia, provocada por la inestabilidad del método. También se observa un problema de no causalidad, el cual es provocado por no tenerse una solución exacta del sistema de ecuaciones generado. La solución de este método de aproximación mejoraría si el pegue de las condiciones en la frontera fuera más preciso.

En las Figuras 14c y 14d no se observan cambios tan bruscos dentro del valle para los sismogramas sintéticos de ondas SV, sin embargo, el desacople de la frontera persiste. En el componente horizontal se mide una velocidad de fase de 3,400 m/s y de 3,800 m/s para el vertical. Velocidades que siguen siendo altas para las propiedades usadas en el modelo.

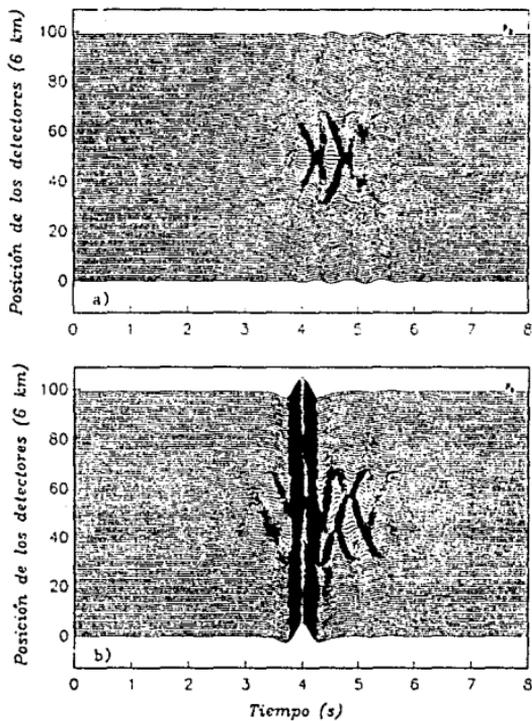


Figura 14 Sismogramas sintéticos para un valle aluvial. Incidencia normal de ondas P. a) Comps. horizontal y b) vertical.

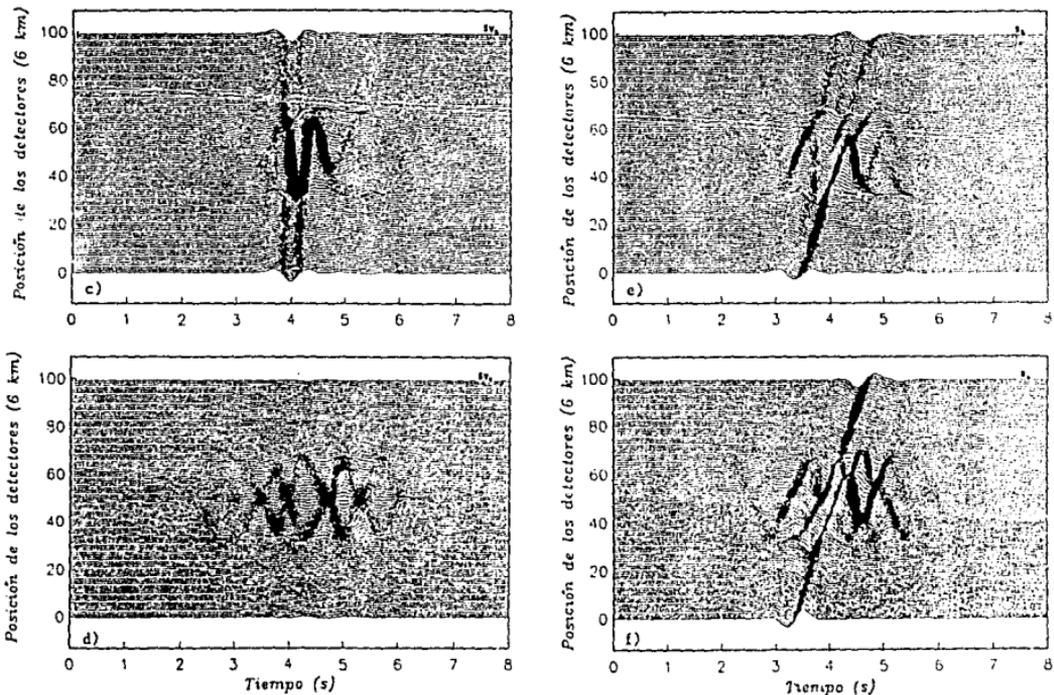


Figura 14 Sismogramas sintéticos de ondas SV y de Rayleigh para el un valle aluvial. Componentes horizontal (c y e) y vertical (d y f) del movimiento. Normalizados respecto a la mayor amplitud de ambos componentes, respectivamente.

Las Figuras 14e y 14f tienen velocidades de 3.800 y 4.600 m/s para el componente horizontal y vertical, respectivamente. Estas velocidades deberían ser por lo menos un tercio más pequeñas, debido a que una onda superficial no se puede propagar con la misma velocidad que una onda de cuerpo. El comportamiento dentro del valle refleja lo observado en las funciones de transferencia, donde la amplitud fue muy alta y la variación de la frecuencia inestable. El movimiento fuera del valle no se percibe, la no causalidad se mantiene y el desacople en la frontera no se modifica.

Las Figuras 11 y 12 no muestran ningún fenómeno de causalidad, lo que indica que este fenómeno no es apreciable en la frecuencia. Los desplazamientos tienen que representarse en el tiempo para determinarse la existencia de no causalidad. Durante el cálculo de los desplazamientos y tracciones se obtuvieron errores muy pequeños, sin embargo, tampoco fueron un factor que determine la inexistencia de la no causalidad.

La siguiente comparación se realiza con un cálculo de Kawase y Aki (1990) correspondiente a la respuesta de una topografía simple ante una onda SV, con incidencia de 33.7° , muy cercana al ángulo crítico. Este modelo fue usado para explicar las amplificaciones ocurridas sobre un promontorio en Whittier Narrows, California. Los cálculos de Kawase y Aki se efectuaron con el método del número de onda discreto para un intervalo de frecuencia de 0 - 4 Hz en una supercomputadora CRAY X-MP/48. Los resultados mostrados aquí se hicieron para el mismo intervalo de frecuencia en una estación de trabajo IBM-RISC 6000, mod. 320 (Fig. 15). Las amplitudes fueron normalizadas con un valor de 2.06, además, Kawase y Aki suavizaron las curvas resultantes para eliminar las oscilaciones que se observan en el método de frontera.

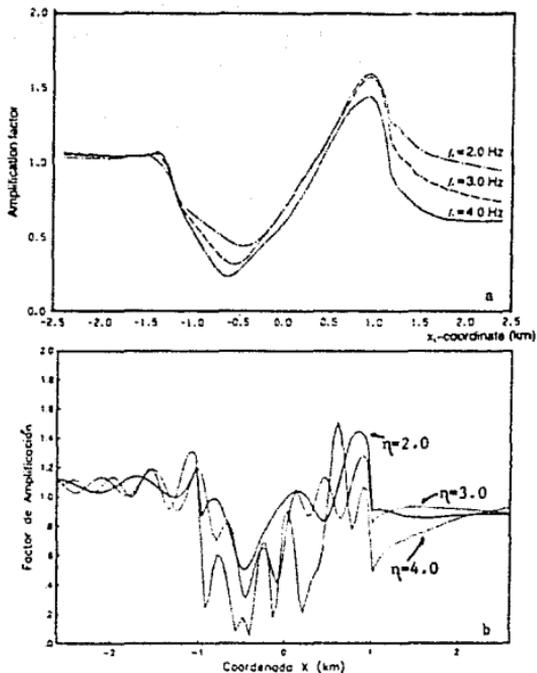


Figura 15. Comparación de perfiles de amplitud espaciales entre a) el método del número de onda discreto y b) el método de frontera. Incidencia de una onda SV a 33.7° . Amplitudes calculadas a lo largo de una topografía simple.

Como se observa, la amplitud de los cálculos es ligeramente menor que los de Kawase y Aki en $\eta = 2$ y conforme aumenta la frecuencia la amplitud también aumenta, sólo que el método de frontera presenta oscilaciones que también van aumentando con la

frecuencia. Para este ejemplo la relación entre la frecuencia en Hertz y la frecuencia adimensional es uno a uno. Se tienen una $\nu = 0.2575$, $\rho_R/\rho_E = 1$ y $\beta_R/\beta_E = 1$. El cálculo se hizo con 150 puntos de colocación y 135 puntos de evaluación, el orden de los desarrollos fue de 14 fuera de la inclusión y 22 dentro de ella, para $\eta = (0 - 2)$. Para el segundo intervalo, $\eta = (2 - 4)$, fueron 18 desarrollos fuera y 27 dentro. Nuevamente se observa en la frontera un cambio repentino en la tendencia de la curva (como en el caso del valle) provocado por la evaluación de las condiciones de frontera. Las oscilaciones se deben al tipo de funciones con que se resuelve el campo de onda.

La Figura 16 muestra tres promontorios, de los cuales se hará posteriormente un análisis paramétrico, de ella se toman el cosenoide y la topografía cúbica para calcular los sismogramas sintéticos de ondas SV con 30° de incidencia. La Figura 17a muestra los componentes horizontales para ambos. Se utilizaron 90 puntos de colocación y 100 de evaluación y los parámetros fueron $\nu = 0.25$, $\rho_R/\rho_E = 1$ y $\beta_R/\beta_E = 1$.

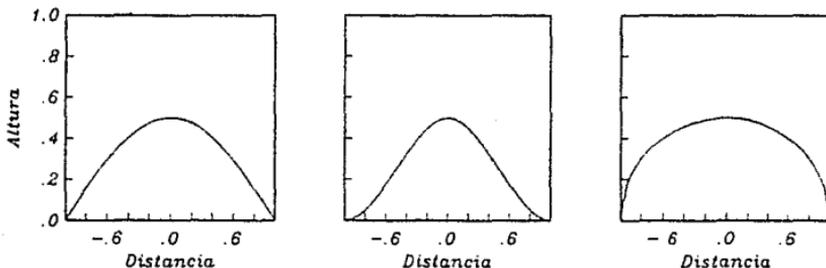


Figura 16. Geometrías consideradas para el análisis de la amplificación del movimiento del terreno con la frecuencia. Incidencia de ondas P, SV y de Rayleigh, $a=1.0$ y $h=a/2=0.5$. Geometrías a) cosenooidal, b) cúbica y c) semicircular.

En el cosenoide se consideraron dos intervalos, uno de 0 - 2 con 12 desarrollos dentro de la inclusión y 5 fuera de ella, y el otro fue de 2 - 3.2 con 16 y 8 desarrollos, respectivamente. La frecuencia adimensional fue con una $\eta_{max} = 3.2$.

En la topografía cúbica se consideró hasta una $\eta_{max} = 4$ en tres intervalos, el primero de 0 - 2 con 14 desarrollos dentro de la inclusión y 6 fuera de ella; en el segundo, el intervalo fue de 2 - 3 con 18 y 8 desarrollos, respectivamente y en el tercero los desarrollos fueron 24 y 14, para un intervalo de 3 - 4.

Para ambos modelos se calcularon las funciones de transferencia, que no se presentan por no proporcionar gran información, son casi constantes y los picos que presentan reflejan más la inestabilidad del método que frecuencias propias del modelo.

En los modelos de las Figuras 17a y 17c se usó un $t_p = 0.5$ y un $t_s = 3$. En él se observa un desacoplamiento del movimiento en la frontera común entre el semiespacio y el promontorio y una inversión de la amplitud en el centro de la topografía cosenoidal. En éste se ve una onda dentro del promontorio que es mayor en amplitud que en la topografía cúbica. Persisten los problemas de no causalidad como sucede en el valle. Las velocidades medidas son de 7,600 m/s para la topografía cúbica y de 12,200 m/s para la cosenoidal. Ambas velocidades son muy altas para el ángulo de incidencia y las propiedades que se manejan.

En los componentes verticales (Figuras 17b y 17d) el comportamiento de la amplitud es al horizontal. Puede observarse la inversión de la amplitud en la topografía cúbica en el extremo derecho del promontorio. En el cosenoide se observa una velocidad de fase de 8,900 m/s y para la topografía cúbica de 4,300 m/s. Las velocidades obtenidas no son representativas de ningún modelo y hacen evidente los errores del método en los cálculos.

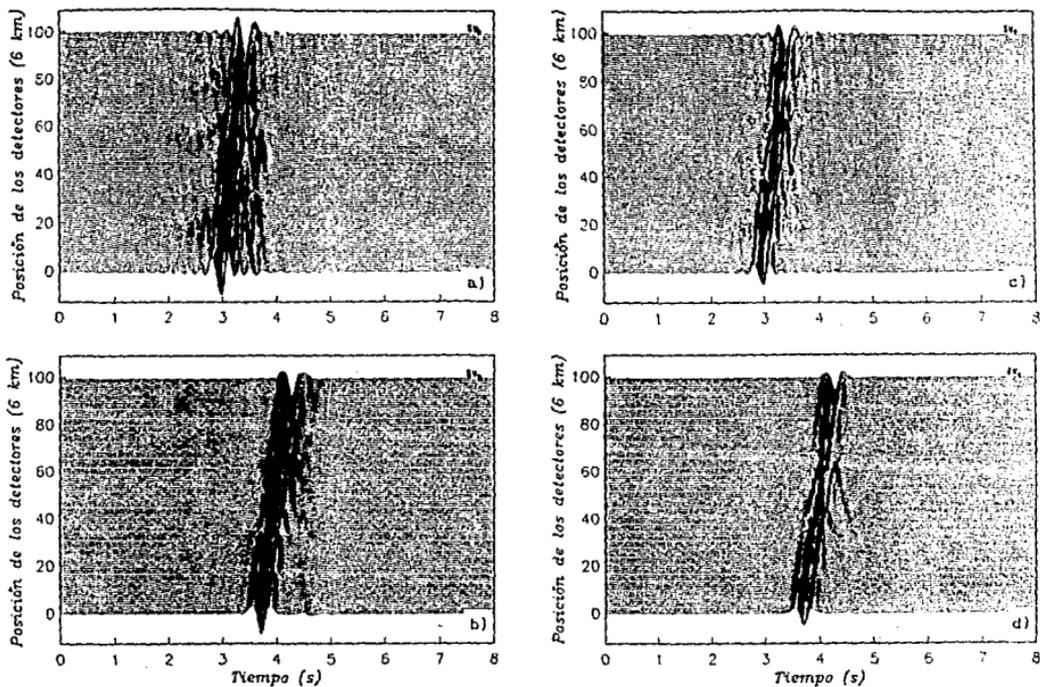


Figura 17. Sismogramas sintéticos de ondas SV, incidencia oblicua de 30° . Topografía cúbica (a y c), $\eta_{max} = 4.0$. Topografía cosenoidal (b y d), $\eta_{max} = 3.2$. Componentes horizontal (a y b) y vertical (c y d).

V.2 ESTUDIOS PARAMÉTRICOS

La Figura 16 muestra tres promontorios para los que se analiza brevemente la influencia de su geometría en la variación de las ampliaciones del movimiento del terreno, ante incidencia de una onda sísmica, ellas son: un cosenoide, una topografía cúbica, dada por $z = h(1 - 3x^2 + 2x^3)$, y un semicírculo. Para las tres se consideró la misma altura $h = 0.5$ y los mismos parámetros elásticos $\nu = 0.25$, $\rho_R/\rho_E = 1$ y $\beta_R/\beta_E = 1$.

En las gráficas de las Figuras 18a y 18b se representan las amplitudes de cada una de las topografías usadas. Para $\eta = 1$ se usaron 95 puntos de colocación y 100 de evaluación, así como 8 desarrollos de funciones en la inclusión y 18 en el semiespacio en el intervalo de 0 - 2. Para el intervalo de 2 - 4 se usaron 14 y 24 desarrollos, respectivamente.

En la Figura 18a la tendencia y las amplitudes son similares entre cada una de las topografías. La mayor diferencia en la forma de la curva de amplitud ocurre entre el semicírculo y el cosenoide. La topografía cúbica muestra asimetría en la amplitud de los desplazamientos, misma que se hace más notoria al incrementarse la frecuencia.

La Figura 18b muestra la gráfica de amplitudes para $\eta = 2$, en ella el comportamiento de los desplazamientos es similar al descrito en la Figura 18a, solo que la forma de la parte central es más estrecha, las amplitudes son mayores y se observan más oscilaciones que en la frecuencia anterior ($\eta = 1$). Por tanto, la tendencia de la curva entre varias geometrías es muy similar y las ampliaciones también, sin embargo, al aumentar la frecuencia el perfil de amplitud tiene variaciones que no sólo son diferentes respecto a la frecuencia anterior, sino que también las diferencias entre las geometrías se hacen patentes.

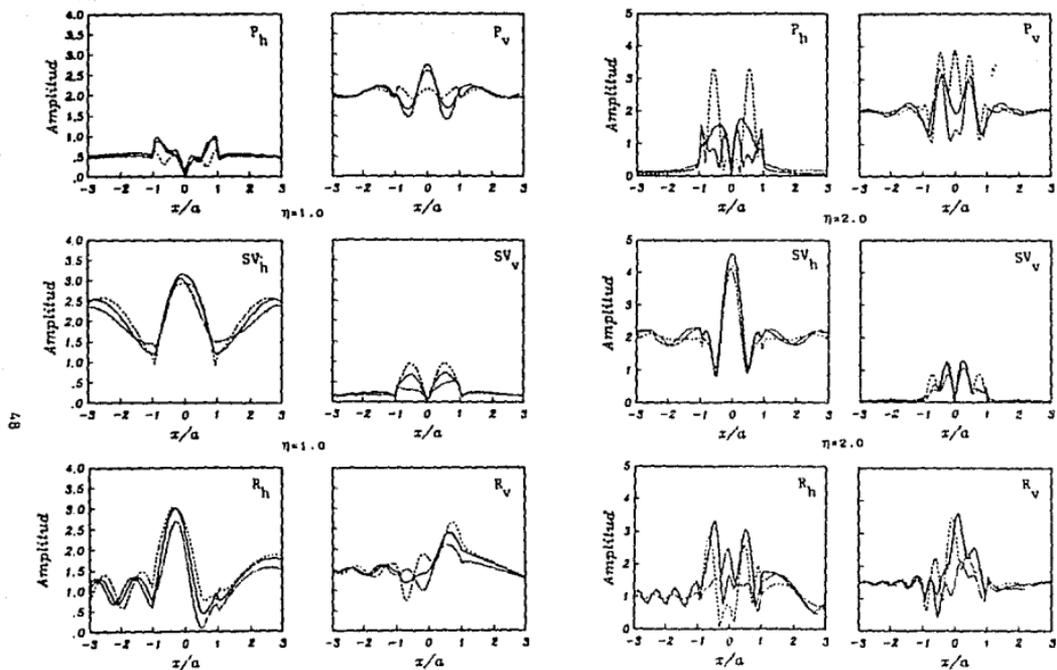


Figura 18 Perfiles de amplitud espaciales. Top cosenoidal ———, top. cúbica - - - - - y top. semicircular Incidencia normal de ondas P, SV y ondas de Rayleigh. Frecuencia adimensional $\eta=1.0$ (Izq.) y $\eta=2.0$ (der.). El subíndice indica la componente.

En la Figura 19a, se grafican simultáneamente las amplitudes de los desplazamientos para la geometría cosenoidal con frecuencias adimensionales específicas que van desde $\eta = 0.5$ hasta $\eta = 4$ con incrementos de 0.5. Nótese que las amplitudes crecen mucho con la frecuencia y que en todos los casos se sigue cumpliendo que la mayor amplificación está sobre la inclusión. Se observa también que las amplitudes son muy semejantes para frecuencia bajas, $\eta = (0 - 1.5)$, si esta frecuencia aumenta dejan de existir las semejanzas entre los perfiles de las tres topografías. Esto indica que para una frecuencia dada, con geometría específica (de relación h/a) y propiedades geométricas iguales, la convergencia es diferente si la forma de la irregularidad varía. Como consecuencia el método no se puede automatizar, porque los desarrollos y los puntos de colocación varían dependiendo de la frecuencia.

En la frontera se siguen observando las discontinuidades que se han manifestado persistentemente a lo largo del análisis del método. La Figura 19b muestra las amplitudes para el semicírculo. Las tendencias de amplitud son similares al de la Figura 19a, estas amplitudes son mayores casi en todos los componentes, excepto en el componente horizontal de ondas SV, en el que la amplitud se reduce un 30 por ciento, hay menos oscilaciones y la tendencia es más suave.

El valor de las amplificaciones, la suavidad de la curva y las oscilaciones generadas son propios de la geometría considerada.

La variabilidad de las amplitudes y en general del comportamiento de las geometrías con la variación de los parámetros como la frecuencia, orden de los desarrollos, puntos de colocación y propiedades elásticas afectan enormemente en el cálculo de los desplazamientos y por consiguiente no se puede asegurar que los intervalos de frecuencia seleccionados se sean los óptimos, pese a que arrojen errores pequeños o tengan una

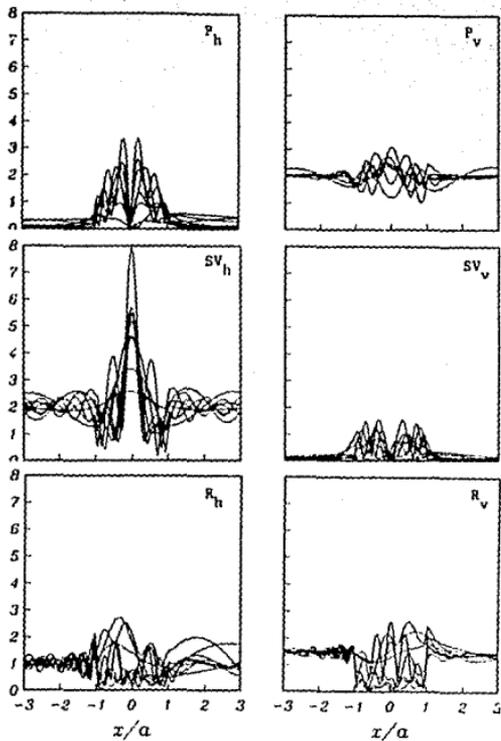


Figura 19a. Perfiles de amplitud espaciales para ondas P, SV y de Rayleigh. Geometría cosenoidal, $\eta=(0.5-1.0)$, $\Delta\eta=0.5$ y $h=0.5$, $a=1.0$

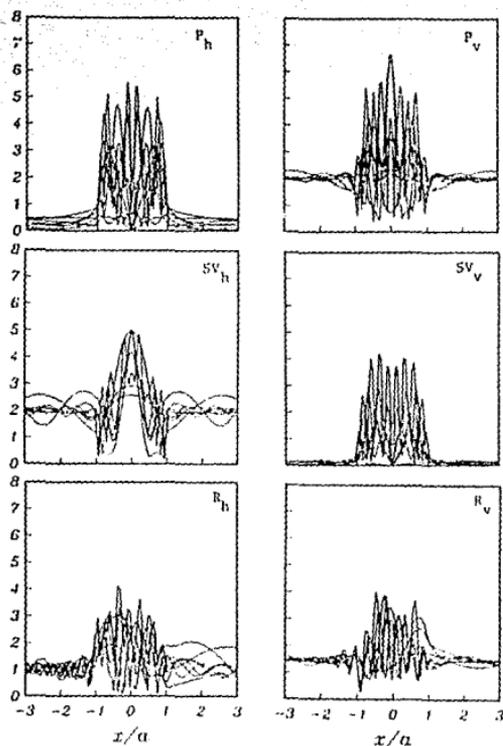


Figura 19b. Perfiles de amplitud espaciales para ondas P, SV y de Rayleigh. Geometría semicircular $\eta=(0.5-1.0)$, $\Delta\eta=0.5$ y $h=0.5$, $a=1.0$

representación aparentemente aceptable de los desplazamientos y las tracciones.

A lo largo de todos los ejemplos se observa que los perfiles y las funciones de transferencia tienen un comportamiento aceptable, principalmente para el caso del valle, sin embargo, para los promontorios la teoría aún necesita depurarse. La necesidad de mejorar se hace patente cuando se obtienen los sismogramas sintéticos, en los que se observan inmediatamente, o se corroboran, las deficiencias del método que no fueron observables en la frecuencia o en el espacio, como es el caso de los perfiles de amplitud.

Los perfiles sugieren que el método sirve, las funciones de transferencia dicen que hay problemas de inestabilidad y de cumplimiento de las condiciones de frontera. Los sismogramas sintéticos muestran que aun no es posible la representación adecuada de los desplazamientos, en el tiempo con este método, pues también existen problemas de convergencia.

VI CONCLUSIONES

Poner en práctica un método numérico siempre presenta algunas dificultades computacionales. En esta tesis se encontraron dos: la convergencia numérica y la estabilidad del método utilizado. En el primer caso, para determinados valores de frecuencia se tiene una abrupta caída en las amplitudes, los valores se mantienen dentro de un mismo margen y, aunque se modifique el orden de los desarrollos la convergencia no se presenta. En general, las amplitudes son buenas y las tracciones son muy pequeñas. De la representación en el tiempo se concluye que las amplitudes están sobrestimadas en el interior de la irregularidad y/o subestimadas en el exterior.

No se requieren grandes recursos de cómputo, se usaron 4 MegaBytes de memoria principal (RAM) para poder alcanzar un valor de $\eta = 3.5$. La mayoría de los cálculos se realizaron con éxito en una computadora personal 80386. Los cálculos realizados en estación de trabajo fueron similares en amplitud. La principal

ventaja de trabajar en una estación de trabajo fue un ahorro en los tiempos de cálculo y una mayor disposición de memoria, lo que brindó la posibilidad de explorar cálculos para frecuencias altas. El problema de tener una representación continua del campo de desplazamientos en frecuencias muy bajas (convergencia) y las oscilaciones en frecuencias altas (estabilidad), además de los saltos aleatorios de las amplitudes, hacen que el método no sea muy bien representable en el dominio del tiempo.

Un problema importante de la estabilidad radica en la forma en que se resuelve el sistema de ecuaciones. Conviene explorar métodos que pudieran proporcionar una mejor precisión. Alternativas interesantes podrían ser el uso de mínimos cuadrados amortiguados o de factorizaciones como SVD o QR (ver Chávez et al., 1991; Stewart, 1973; Noble y Daniel, 1977). Esta última es una técnica de descomposición de matrices que ha dado buenos resultados para números reales, su implantación para números complejos puede dar buenos resultados.

Aunque el método no requiere de un número excesivo de puntos de discretización de la topografía, resulta sensible a la forma de ésta cuando se utilizan frecuencias altas. Se corrobora la importancia de las amplificaciones en el centro del promontorio con respecto a la base, las cuales en algunos ejemplos alcanzaron amplitudes relativas de hasta 12. Al hacer el análisis de la importancia de los parámetros se observa que el orden de los desarrollos juega un papel determinante. Cada modelo requiere de un conjunto de desarrollos específico para distintos intervalos de análisis, la selección del conjunto adecuado se determina mediante ensayo y error. En consecuencia, el método no puede automatizarse. Esto se refuerza cuando se tienen topografías muy pronunciadas y la representación del campo presenta muchas dificultades. El orden de los desarrollos utilizados para una topografía no necesariamente deben coincidir con las requeridas para otra topografía. Además, estas varían con la velocidad, con

la relación de Poisson y con los puntos de colocación utilizados. Para determinados intervalos de análisis la solución no converge, se aproxima a un valor, pero la solución ya no se modifica aunque se varíe el orden de desarrollo de las funciones.

El problema de las condiciones de frontera se puede solucionar mediante la combinación de la técnica con otros métodos. Se ha probado que los métodos híbridos han tenido buenos resultados y algunos de ellos ya se han podido programar en estaciones de trabajo y computadoras personales, esto evita la necesidad de grandes recursos de cómputo.

RECONOCIMIENTOS

Fue un placer para mí trabajar con Miguel A Bravo. Mi más sincero agradecimiento.

Mi completa gratitud a mi maestro, amigo y compañero Sergio Chávez-Pérez, por haber creído en mí, haberme apoyado tan decididamente y por sus críticas tan constructivas.

A mis compañeros y amigos Emilio Vera y Carlos Calderón agradezco la ayuda técnica y sus comentarios. A Gisela Gutiérrez de CEPRO por su colaboración en computación. Hago extensivo este agradecimiento a Jaime Ramos por su ayuda en la parte técnica. De la misma forma agradezco a Evangelina Romero su ayuda.

Agradezco los valiosos comentarios de Javier Avilés, Emilio Nava y Francisco Sánchez-Sesma en la revisión y comentarios de esta tesis.

Agradezco al Centro de Investigación Sísmica por todo el apoyo brindado.

Gracias por su ayuda al grupo de Sismología del Instituto de Ingeniería. Así como a Arturo Obregón e IBM de México por las facilidades en el uso de una estación de trabajo IBM RISC-6000.

Mi más profundo agradecimiento a mi maestro y amigo Felipe Patiño, donde quiera que se encuentre, por su influencia y ayuda que me sirvieron como guía para culminar una carrera universitaria.

Mi gratitud a Elvia Durán por su ayuda y cariño.

REFERENCIAS

- Abramowitz, M e I Stegun (1972). Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables, National Bureau of Standards, Washington.
- Aki, K y K L Larner (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.* 75. 933-954.
- Aki, K (1988). Local site effects on ground motion, in: "Earthquake Engineering and Soil Dynamics II - Recent Advances in Ground Motion Evaluation, J L. Von Thun (Ed), *Geotech. Publ. No. 20, American Society of Civil Engineers*, 103-155.
- Al-Sadi, H N (1980). Seismic Exploration: Technique and Processing, Birkhäuser Verlag Basel, Irak.
- Bard, P Y (1982). Diffracted waves and displacement field over two dimensional elevated topographies, *Geophys. J. R. astr. Soc.* 71. 111-120.
- Bard, P Y y B E Tucker (1985). Underground and ridge site effects: a comparison of observation and theory, *Bull. Seism. Soc. Am.* 75. 905-922.
- Bard, P Y y M Bouchon (1980). The seismic response of sediment filled valleys: The case of incident P- and SV-waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 70. 1921-1941.

- Boore, D (1972). A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 62, 275-284.
- Bouchon, M (1973). Effect of topography on surface motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 63, 615-632.
- Bouchon, M (1985). A simple complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, *J. Acoust. Soc. Am.*, 77, 1-5.
- Bracewell, R N (1978). *The Fourier transform and its applications* (2a edición), McGraw-Hill Inc., Tokio.
- Brambati, E, E Faccioli, E Carulli, F Culchi, R Onofri, R Stefanini y F Uicigral (1980). Studio de micronizzazione sismica dell'area di Tarcento (Friuli), *Edito de Regiona Autonoma Friuli-Venezia Giulia*.
- Bravo, M A (1983). Difracción de ondas elásticas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico con irregularidades, *Tesis de Maestría en Ingeniería*, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Bravo, M A y F J Sánchez-Sesma (1987). Trefftz's method for vibration of rigid plate, *J. Eng. Mech. ASCE.* 113, 885-892.
- Bravo, M A y F J Sánchez-Sesma (1990). Seismic response of alluvial valleys for incident P, SV and Rayleigh waves, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 9, 1-4.
- Calderón, M C (1990). Modelado sísmico de depósitos estratificados con una técnica híbrida. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, DF.
- Celeby, M y T Hanks (1986). Unique site response conditions of two major earthquakes of 1985: Chile and México, *Proceedings of the International Symposium of Engineering Geology Problems in Seismic Areas*, 141, 335-343.
- Campillo, M y M Bouchon (1985). Synthetic SH seismograms in a laterally varying medium by the discrete wave-number method, *Geophys. J. R. astr. Soc.* 83, 307-317.
- Chávez-Pérez, S, M A Bravo y J M Gómez-González (1991). La factorización QR y su uso en problemas numéricos de Ingeniería, *Revista de Ingeniería* (en prensa).
- England, R, F J Sabina e I Herrera (1980). Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, *Phys. Earth Planet. Int.* 21, 148-157.
- Fung, Y C (1965). *Foundations of solids mechanics*, Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs.

- Gaffet, S y M Bouchon (1989). Effects of two-dimensional topographies using the discrete wavenumber-boundary integral equation method in P-SV cases. *J. Acoust. Soc. Am.* 85, 2277-2283.
- Geli, L, P Y Bard y B Jullien (1988). The effect of topography on earthquake ground motion: A review and new results. *Bull. Seism. Soc. Am.* 78, 42-63.
- Griffiths, D W y G A Bollinger (1979). The effect of Appalachian Mountain topography on seismic waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 69, 1081-1105.
- Herrera, I y F J Sabina (1978). Connectivity as an alternative to boundary integral equations. Construction of bases. *Proc. Nat'l Acad. Sci. USA.* 75, 2059-2063.
- Hosken, J W J (1988). Ricker wavelets in their various guises. *First Break* 6, 24-33.
- Kawase, H y K Aki (1989). A study on the response of a soft basin for incident S, P and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City. *Bull. Seism. Soc. Am.* 79, 1361-1382.
- Kawase, H y K Aki (1990). Topography effect at the critical SV-wave incidence: possible explanation of damage pattern by the Whittier Narrows, California, earthquake of 1 October 1987. *Bull. Seism. Soc. Am.* 80, 1-22.
- Kupradze, V D (1965). Potential methods in the theory of elasticity. *Israel Program for Scientific translation*, Jerusalem.
- Mase, G E (1970). *Mecanica del Medio Continuo*. McGraw-Hill, Mexico.
- Menke, W y D Abbot (1980). *Geophysical Theory*. Columbia University Press, Nueva York.
- Mossessian, T K y M Dravinski (1987). Application of hybrid method for scattering of P, SV and Rayleigh waves by near-surface irregularities. *Bull. Seism. Soc. Am.* 77, 1784-1805.
- Noble, B y J W Daniel (1977). *Applied Linear Algebra*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Sabina, F J y J R Willis (1977). Scattering of Rayleigh waves by a ridge. *J. Geophys.* 43, 401-419.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

- Sánchez-Sesma, F J y M Campillo (1991). Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation, *Bull. Seism. Soc. Am.* (en prensa).
- Sánchez-Sesma, F J (1981). A boundary method applied to elastic scattering problems, *Arch. Mech.* 33, 167-179.
- Sánchez-Sesma, F J (1987). Site effects on strong motion, *Soil Dyn. Earthquake Eng.* 6, 124-132.
- Sánchez-Sesma, F J, M A Bravo e I Herrera (1985). Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 75, 263-269.
- Sánchez-Sesma, F J, I Herrera y J Avilés (1982b). A boundary method for elastic wave diffraction: application to scattering of SH waves by surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.* 72, 473-490.
- Sánchez-Sesma, F J, I Herrera y M A Bravo (1982a). Difracción de ondas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico, Informe Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, DF.
- Schuster, G. H Benz, M Murphy, J Hill, C Sikorski y Tsay C-W (1990) Prediction of seismic ground amplification by forward modeling techniques. *Geotechnical and Environmental Geophysics, III: Geotechnical*, 1-20, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.
- Sills, L (1978). Scattering of horizontally polarised shear waves by surface irregularities, *Geophys. J. R. astr. Soc.* 54, 319-348.
- Smith, W D (1974). The application of finite element analysis to body wave propagation problems, *Geophys. J.* 42, 747-768.
- Sommerfeld, A (1949). *Partial differential equations in physics*, Academic Press, Inc. Nueva York.
- Stewart, G W (1973). *Computer Science and Applied Mathematics*, Academic Press, Inc. Orlando, Florida.
- Telford, W M, L P Geldart, R E Sheriff y D A Keys (1990). *Applied Geophysics* (2a ed.), Cambridge University Press, Cambridge.
- Trifunac, M D (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 61, 1755-1770.
- Tucker, B E, J L King, D Hatzfield, D y I L Nersisov (1984). Observations of hard-rock site effects, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 121-136

APÉNDICE A

EXPRESIONES DE DESPLAZAMIENTO Y ESFUERZO DE LA SOLUCIÓN DE CAMPO LIBRE PARA ONDAS P, SV Y DE RAYLEIGH

Consideremos los siguientes potenciales

$$\phi^{(f)} = (A_1 e^{i m z} + A_2 e^{-i m z}) e^{-i l x} e^{i \omega t}, \quad (A.1)$$

$$\psi^{(f)} = (B_1 e^{i k z} + B_2 e^{-i k z}) e^{-i l x} e^{i \omega t}, \quad (A.2)$$

donde $l = \omega/c$, $m = l f_\alpha$, $k = l f_\beta$, ω = frecuencia angular ($\omega > 0$), los coeficientes A_1 y B_1 son las amplitudes de los potenciales de ondas planas incidentes P y SV, respectivamente, y A_2 y B_2 representan las ondas reflejadas. Además,

$$f_\alpha = (c^2/\alpha^2 - 1)^{1/2} \quad (A.3)$$

$$f_\beta = (c^2/\beta^2 - 1)^{1/2}. \quad (A.4)$$

Es posible demostrar que la velocidad de fase aparente en la superficie está relacionada con las velocidades de propagación α y β mediante

$$C = \frac{\alpha}{\sin \gamma_p} = \frac{\beta}{\sin \gamma_s} \quad (A.5)$$

donde γ_p y γ_s son los ángulos de incidencia y reflexión, respectivamente, de las ondas P y S, como se muestra en las Figuras A.1 y A.2.

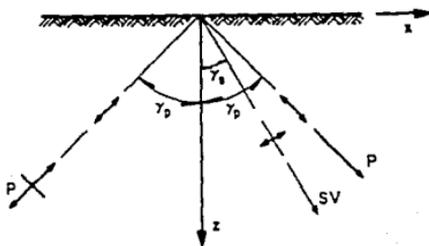


Figura A.1. Incidencia de ondas P.

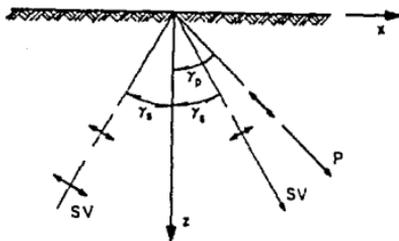


Figura A.2. Incidencia de ondas SV.

Los desplazamientos $u_x^{(r)}$ y $u_z^{(r)}$ de campo libre que satisfacen la ecuación reducida de Navier están dados por

$$u_x^{(r)} = \frac{\partial \phi^{(r)}}{\partial x} + \frac{\partial \psi^{(r)}}{\partial z}, \quad (\text{A.6})$$

$$u_z^{(r)} = \frac{\partial \phi^{(r)}}{\partial z} - \frac{\partial \psi^{(r)}}{\partial x} \quad (\text{A.7})$$

y los componentes del tensor de esfuerzos de campo libre son

$$\sigma_{xx}^{(r)} = \sigma_x^{(r)} = \lambda e + 2\mu c_x, \quad (\text{A.8})$$

$$\sigma_{zz}^{(r)} = \sigma_z^{(r)} = \lambda e + 2\mu c_z, \quad (\text{A.9})$$

$$\sigma_{xz}^{(r)} = \tau_{xz}^{(r)} = \mu \gamma_{xz}, \quad (\text{A.10})$$

donde

$$c_x = \frac{\partial u_x^{(r)}}{\partial x}, \quad (\text{A.11})$$

$$c_z = \frac{\partial u_z^{(r)}}{\partial z}, \quad (\text{A.12})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_z^{(r)}}{\partial x} + \frac{\partial u_x^{(r)}}{\partial z}, \quad (\text{A.13})$$

$$e = c_x + c_z. \quad (\text{A.14})$$

Ahora, si se sustituyen las ecuaciones (A.1) y (A.2) en (A.6) a la (A.14) se obtiene que

$$u_x^{(f)} = -11\phi_1 + 1k\psi_2, \quad (A.15)$$

$$u_z^{(f)} = 1m\phi_2 + 11\psi_1, \quad (A.16)$$

$$\sigma_x^{(f)} = -\lambda(1^2 + m^2)\phi_1 + 2\mu(-1^2\phi_1 + k1\psi_2), \quad (A.17)$$

$$\sigma_z^{(f)} = -\lambda(1^2 + m^2)\phi_1 + 2\mu(-m^2\phi_1 - k1\psi_2), \quad (A.18)$$

$$\tau_{xz}^{(f)} = \mu(2m1\phi_2 + (1^2 - k^2)\psi_1), \quad (A.19)$$

donde ϕ_1 , ϕ_2 , ψ_1 y ψ_2 están dados por

$$\phi_1 = (A_1 e^{1xz} + A_2 e^{-1xz}) e^{-11x}, \quad (A.20)$$

$$\phi_2 = (A_1 e^{1xz} - A_2 e^{-1xz}) e^{-11x}, \quad (A.21)$$

$$\psi_1 = (B_1 e^{1xz} + B_2 e^{-1xz}) e^{-11x}, \quad (A.22)$$

$$\psi_2 = (B_1 e^{1xz} - B_2 e^{-1xz}) e^{-11x}, \quad (A.23)$$

Para estas expresiones se omite el factor $e^{i\omega t}$. Para incidencia de ondas P se tiene que $B_1 = 0$ y que $\beta < \alpha < |C|$. La existencia de una superficie libre introduce reflexiones de las ondas al incidir en ella. Para estudiar la naturaleza de las reflexiones dicha superficie debe de considerarse libre de esfuerzos, por lo que al satisfacer las condiciones de frontera en $z = 0$ ($\sigma_x^{(f)} = \tau_{xz}^{(f)} = 0$) podemos obtener las amplitudes de los potenciales de las ondas P y SV reflejadas, en términos de la amplitud de la onda incidente

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4f_\alpha f_\beta - (f_\beta^2 - 1)^2}{4f_\alpha f_\beta + (f_\beta^2 - 1)^2} \quad (A.24)$$

$$\frac{B_2}{A_1} = \frac{4f_\alpha (f_\beta^2 - 1)}{4f_\alpha f_\beta + (f_\beta^2 - 1)^2} \quad (A.25)$$

Para el caso de incidencia de ondas SV ($A_1 = 0$), se tienen dos casos, cuando $\beta < \alpha < |C|$ y cuando $\beta < |C| < \alpha$. En este último se tiene que la onda P reflejada es inhomogénea, es decir, f_α es una cantidad imaginaria. Si se acepta que $\text{Im}(f_\alpha) < 0$, entonces, se tiene que para las amplitudes de las ondas reflejadas por la superficie libre (para ambos casos) son

$$\frac{A_2}{B_1} = - \frac{4f_\beta (f_\beta^2 - 1)}{4f_\alpha f_\beta + (f_\beta^2 - 1)^2} \quad (A.26)$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{4f_\alpha f_\beta - (f_\beta^2 - 1)^2}{4f_\alpha f_\beta + (f_\beta^2 - 1)^2} \quad (A.27)$$

Existe otra condición dada por $|C| < \beta < \alpha$ que no corresponde a ondas incidentes P o SV finitas pues en este caso f_α y f_β son imaginarias. Es decir, que si se acepta que $\text{Im}(f_\alpha) < 0$ y que $\text{Im}(f_\beta) < 0$, se deben de considerar $A_1 = B_1 = 0$. El sistema de ecuaciones que resulta al imponer las condiciones de frontera es homogéneo, por lo que se obtienen las siguientes amplitudes

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{2f_\beta}{f_\beta^2 - 1} \quad (A.28)$$

$$\frac{A_2}{B_2} = - \frac{f_\beta^2 - 1}{2f_\alpha} \quad (A.29)$$

que deben ser iguales. Por tanto, la condición que debe cumplirse es

$$4f_\alpha f_\beta + (f_\beta^2 - 1)^2 = 0, \quad (A.30)$$

que es la ecuación de Rayleigh. Esta ecuación es cúbica en C^2 , la raíz real $C = C_R$ es la velocidad de propagación de las ondas de Rayleigh. Las ondas de Rayleigh están compuestas de ondas P y SV que viajan acopladas con una velocidad $C_R < \beta$ (Fig. A.3).

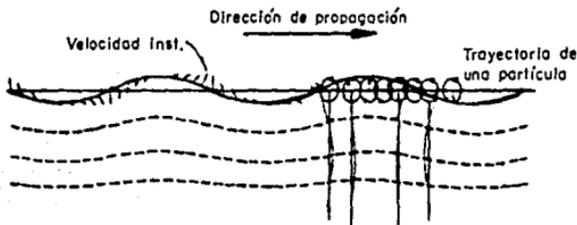


Figura A.3 Ondas de Rayleigh.

En un caso específico, basta conocer la velocidad de fase mediante la ecuación (A.5) o la (A.30) y calcular f_α y f_β de las ecuaciones (A.3) y (A.4), cuidando de tomarlos negativos cuando sean imaginarios, negativos. Las amplitudes se calculan con las ecuaciones (A.24) y (A.25) o (A.26) y (A.27) o (A.28) y (A.29), según sea el tipo de onda. Finalmente, los desplazamientos y esfuerzos de la solución de campo libre pueden obtenerse con las ecuaciones de la (A.15) a la (A.18).

APÉNDICE B
EXPRESIONES PARA DESPLAZAMIENTO Y ESFUERZO EN COORDENADAS
POLARES

Partiendo de los potenciales dados en las ecuaciones (2.18) y (2.20), las expresiones para los desplazamientos en coordenadas polares, obtenidas con las ecuaciones (2.14) y (2.15), están dadas por

$$V_r^R = \frac{1}{r} \left[\sum_{n=1}^M A_n \operatorname{sen}(n\theta) g_n^R(q_{R,r}) + \sum_{n=0}^M B_n \cos(n\theta) g_n^R(q_{R,r}) + \sum_{n=0}^M C_n \cos(n\theta) f_n^R(k_{R,r}) - \sum_{n=1}^M D_n \operatorname{sen}(n\theta) f_n^R(k_{R,r}) \right], \quad (B.1)$$

$$V_\theta^R = \frac{1}{r} \left[\sum_{n=0}^M A_n \cos(n\theta) f_n^R(q_{R,r}) - \sum_{n=1}^M B_n \operatorname{sen}(n\theta) f_n^R(q_{R,r}) - \sum_{n=1}^M C_n \operatorname{sen}(n\theta) g_n^R(k_{R,r}) - \sum_{n=0}^M D_n \cos(n\theta) g_n^R(k_{R,r}) \right], \quad (B.2)$$

donde

$$g_n^R(Z) = Z J_{n-1}^R(Z) - n J_n^R(Z) \quad (8.3)$$

$$f_n^R(Z) = n J_n^R(Z) \quad (8.4)$$

y $J_n(\cdot)$ = función de Bessel de primera especie y orden n .

Los esfuerzos en coordenadas polares obtenidos con las ecuaciones (2.16)-(2.18) están dados por

$$\begin{aligned} \sigma_r^R = \frac{2\mu_R}{r^2} \left[- \sum_{n=1}^M A_n \operatorname{sen}(n\theta) a_n^R(q_R, r) - \sum_{n=0}^M B_n \cos(n\theta) a_n^R(q_R, r) \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^M C_n \cos(n\theta) b_n^R(k_R, r) - \sum_{n=1}^M D_n \operatorname{sen}(n\theta) b_n^R(k_R, r) \right], \quad (8.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^R = \frac{2\mu_R}{r^2} \left[\sum_{n=1}^M A_n \operatorname{sen}(n\theta) c_n^R(q_R, r) + \sum_{n=0}^M B_n \cos(n\theta) c_n^R(q_R, r) \right. \\ \left. - \sum_{n=0}^M C_n \cos(n\theta) b_n^R(k_R, r) + \sum_{n=1}^M D_n \operatorname{sen}(n\theta) b_n^R(k_R, r) \right], \quad (8.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta}^R = \frac{2\mu_R}{r^2} \left[\sum_{n=0}^M A_n \cos(n\theta) b_n^R(q_R, r) - \sum_{n=1}^M B_n \operatorname{sen}(n\theta) b_n^R(q_R, r) \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^M C_n \operatorname{sen}(n\theta) a_n^R(k_R, r) + \sum_{n=0}^M D_n \cos(n\theta) a_n^R(k_R, r) \right]. \quad (8.7) \end{aligned}$$

En ellos, se tiene que

$$a_n^R(Z) = Z J_{n-1}^R(Z) - (n^2 + n - \frac{1}{2} k_R^2 r^2) J_n^R(Z), \quad (8.8)$$

$$b_n^R(Z) = n Z J_{n-1}^R(Z) - (n^2 + n) J_n^R(Z), \quad (8.9)$$

$$c_n^R(Z) = Z J_{n-1}(Z) - (n^2 + n - Z^2 + \frac{1}{2} k_R^2 r^2) J_n(Z) . \quad (8.10)$$

Para la región E se tienen expresiones completamente análogas. Para obtenerlas basta cambiar el subíndice o superíndice R por E y los coeficientes A_n , B_n , C_n y D_n por E_n , F_n , G_n e I_n , respectivamente. Además, las expresiones para $f_n^E(\cdot)$, $g_n^E(\cdot)$, $a_n^E(\cdot)$, $b_n^E(\cdot)$ y $c_n^E(\cdot)$ son de la misma forma que las de las ecuaciones (8.3), (8.4), (8.8), (8.9) y (8.10) con la excepción de que en lugar de tener $J_n(\cdot)$ se tienen las funciones $H_n^{(2)}(\cdot)$ de Hankel de segunda especie y orden n (Abramowitz y Stegun, 1972).

Los vectores de desplazamiento $(V_r, V_\theta)^T$, donde τ indica transposición, dependen de cuatro grupos de constantes en cada región. Lo mismo ocurre con los componentes del tensor de esfuerzos. Por ejemplo, las ecuaciones (8.1) y (8.2) pueden escribirse en la forma

$$V_i^R = \sum_{n=1}^{4N+2} B_n^R W_{i_n}^R . \quad (8.11)$$

$W_{i_n}^R$ son los vectores de desplazamiento asociados a la constante B_n^R . Nótese que el número de términos de la ecuación (8.8) es $4N+2$. Las formas de $W_{i_n}^R$ pueden extraerse de las ecuaciones (8.1) y (8.2). En particular, el primer grupo (que depende de la constante A_n^R) es de la forma

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \operatorname{sen}(n\theta) \varphi_n^R(q_R r) \\ \frac{1}{r} \operatorname{cos}(n\theta) r_n^R(q_R r) \end{array} \right\} . \quad (8.12)$$

Para la región exterior se puede escribir

$$V_1^E = \sum_{n=1}^{M-2} A_n W_n^E \quad (8.13)$$

donde W_n^E son los vectores de desplazamiento en el exterior.

En la tabla 1 se muestra la solución de campo libre para los desplazamientos horizontales y verticales ante varias incidencias de ondas *P*, *SV*, y de *Rayleigh*.

<i>Ondas P</i>		
$ u_x^{(0)} = 0.00$	$ u_z^{(0)} = 2.00$	para $\gamma_p = 0^\circ$
$ u_x^{(0)} = 1.1211$	$ u_z^{(0)} = 1.6901$	para $\gamma_p = 30^\circ$
$ u_x^{(0)} = 1.7321$	$ u_z^{(0)} = 1.00$	para $\gamma_p = 60^\circ$
<i>Ondas SV</i>		
$ u_x^{(0)} = 2.00$	$ u_z^{(0)} = 0.00$	para $\gamma_s = 0^\circ$
$ u_x^{(0)} = 1.7321$	$ u_z^{(0)} = 1.00$	para $\gamma_s = 30^\circ$
$ u_x^{(0)} = 0.50$	$ u_z^{(0)} = 1.1180$	para $\gamma_s = 60^\circ$
<i>Ondas de Rayleigh</i>		
$ u_x^{(0)} = 1.00$	$ u_z^{(0)} = 1.4679$	

Tabla 1.