

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA



**ANALISIS DEL METODO DE MONTE CARLO Y SU
APLICACION A PROBLEMAS DE TRANSPORTE
DE RADIACION EN BLINDAJES**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

ING. QUIMICO METALURGICO

P R E S E N T A :

JOSE JORGE E. LOPEZ AVILA

MEXICO, D. F. 1977



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

..aa. Tesis 1977
..bb. M-282 235
..ccha _____
..ccc _____
..d _____



INTEGRANTES DEL JURADO:

PRESIDENTE: M. EN C. LUIS GALVEZ CRUZ.
VOCAL: M. EN C. LUIS CABRERA MOSQUEDA.
SECRETARIO M. EN C. SERGIO WALLER MEJIA.
1er. SUPLENTE: M. EN C. RUBEN F. ORTEGA CARMONA.
2do. SUPLENTE: DR. SERGIO RAMOS BERNAL.

TEMA DESARROLLADO EN :

CENTRO DE ESTUDIOS NUCLEARES

U. N. A. M.

ASESOR: M. EN C. SERGIO WALLER MEJIA.

SUSTENTANTE: JOSE JORGE E. LOPEZ AVILA.

AGRADECIMIENTO

Introducción	1
--------------	---

CAPITULO I. - REACTORES NUCLEARES

1.1. Generalidades	4
1.2. Funcionamiento de un reactor nuclear	8
1.3. Combustibles utilizados en reactores nucleares	9
1.4. Preparación del combustible	11
1.5. Materiales moderadores	15
1.6. Refrigerante	16
1.7. Blindajes en reactores	17
1.8. Tipos de reactores nucleares	18-44

CAPITULO II. - INTERACCION RADIACION MATERIA

2.1. Introducción	45
2.2. Daño producido por radiaciones	46
2.3. Interacción de la radiación con la materia	49
2.3.1. Secciones eficaces	50
2.3.2. Sección eficaz microscópica	50
2.3.3. Sección eficaz macroscópica	51
2.3.4. Interacción de radiación gamma	54
2.3.5. Interacción con neutrones	64
2.3.6. Interacción alfa Beta con la materia	72
2.4. Materiales utilizados en blindajes	73
2.4.1. Atenuación de la radiación	73
2.4.2. Energías de desplazamiento	74
2.4.3. Aceros estructurales	78
2.4.4. Blindajes térmicos	79
2.4.5. Materiales para blindajes térmicos	81
2.4.6. Blindajes Biológicos. - concretos	83-86

CAPITULO III. - METODOS DE CALCULO

Introducción	87
3.1. Método de Momentos	88
3.2. Integración numérica de la ecuación de Boltzman	90
3.3. Teoría de la edad	91

3.4. El método de Bethe, Tonks y Hurwitz	92
3.5. Método del proceso estocástico	93
3.6. Método de matrices de transmisión	94
3.7. Método semiasimptótico	95
3.8. Método de Monte Carlo	97
3.8.1. Función de densidad de Probabilidad (PDF)	99
3.8.2. Función de distribución acumulativa (CDF)	100
3.8.3. Evaluación de integrales	105
3.8.4. Parámetros de la fuente	108
3.8.5. Selección de una distribución de energía	109
3.8.6. Selección del punto espacial de la fuente de partículas	109
3.8.7. Selección de la dirección inicial de las partículas de la fuente	112
3.8.8. Parámetros de dispersión de una fuente	114
3.8.9. Longitud de la trayectoria	118
3.8.10 Parámetros de la colisión	124
3.8.11 Parámetros de la partícula después de la colisión	125
3.8.12 Cálculo del coseno direccional de la partícula después de una interacción	126
3.8.13 Conteo de partículas	127
3.8.14 Variancia estadística	134-138

CAPITULO IV.- DEMOSTRACION DEL METODO DE MONTE CARLO

Diagrama de flujo	139-150
Programa de computo (listado)	151-159

CAPITULO V.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Gráficas e Interpretación	160-195
---------------------------	---------

BIBLIOGRAFIA

El valor o la importancia que a este trabajo pueda conferirse por aquellas personas que se sirvan consultarlo, es debido a las facilidades que el Centro de Estudios Nucleares de la U.N.A.M., me proporcionó para desarrollar el tema de esta tesis; así como a la función que el M. en C. Sergio Waller Mejía desempeñó en su elaboración, sin cuya inapreciable dirección la consecución de ésta no hubiera sido posible. Deseo pues, externarles mi más profundo agradecimiento.

Mi reconocimiento también al Centro de Servicios de Cómputo por la eficiencia con la cual desempeña su tarea y que redundará en beneficio de los usuarios, gracias a éllo muchos trabajos de investigación son concluidos.

El auxilio que Yola, Maru, Ana y Rita me brindaron en el mecanografiado de este texto, es también inolvidable.

Me es difícil encontrar la manera de expresar mi agradecimiento más sublime a quienes desinteresadamente me han ayudado en los momentos más difíciles de mi existencia; con sus consejos me han orientado y gracias a éllo he podido siempre lograr mis objetivos; a éllos debo todo: a mis Padres y Hermanos.

INTRODUCCION. -

La importancia que adquiere día con día la Ingeniería Nuclear en nuestro país se puede reconocer en la necesidad inaplazable de explotar -- nuevas fuentes de energía. El reto que se presenta a las nuevas generaciones consiste en desarrollar y explotar la Energía Nuclear con fines pacíficos para beneficio de sus comunidades.

Las necesidades mundiales de energía se prevé serán cuadruplicadas en 30 años (1), la energía nuclear es una alternativa para satisfacer -- tales demandas, sin tener que recurrir al consumo total de las reservas de -- combustible de origen orgánico como: carbón mineral, petróleo, etc.

En México se cuenta con yacimientos de mineral de Uranio que nos permiten suponer que en un futuro no muy lejano, el país podrá desarrollar una industria nuclear propia. Sin embargo, para que esto sea una realidad, es necesario que las diversas disciplinas que conforman este campo se estudien, -- analicen y que al mismo tiempo, se capacite al personal necesario para llevar a cabo una empresa de tal magnitud.

Algunos tópicos de interés actual en el diseño y evaluación de -- reactores nucleares incluyen: determinación de criticidad, comportamiento di -- námico, flujo de fluidos y transferencia de calor en sistemas de potencia, admi -- nistración de combustibles, daño a materiales por irradiación y blindajes. Es -- tos últimos son relevantes, dada la necesidad de contener y atenuar la radia -- ción resultante del proceso de fisión en un reactor nuclear y no se convierta en

un riesgo para la salud de las personas que operen un sistema de esta naturaleza.

En este trabajo se presenta el método estadístico de Monte Carlo aplicado al transporte de radiación en blindajes de reactores nucleares, con lo que se intenta iniciar los estudios referentes a la interacción de radiación y partículas atómicas en los blindajes, e inquietar a otros en las técnicas matemáticas utilizadas y que son de uso común hoy en día.

El primer capítulo de ésta tesis presenta una breve descripción de los diferentes tipos de reactores nucleares.

El considerar las reacciones nucleares que se dan en un reactor implica estudiar la interacción de partículas y radiación con la materia. En el capítulo II se explican tales interacciones y se introducen algunas definiciones de interés en seguridad radiológica.

Un número considerable de hombres de ciencia ha dedicado su atención al cálculo de blindajes para reactores nucleares, trayendo como resultado la existencia de varios métodos que nos permiten determinar el espesor óptimo de una barrera de protección en contra de radiaciones y partículas procedentes de una fuente radiactiva; estos métodos son descritos en el capítulo III de este trabajo.

El método de Monte Carlo recibe mayor atención por su importancia en este estudio: para la demostración del método, se elaboró un programa de cálculo, el cual se describe con suficiente detalle para ser utilizado por

otros usuarios y este capítulo IV, podría ser usado como manual del programa.

Finalmente se obtienen resultados numéricos para dos problemas particulares: El efecto del aumento de espesor de un blindaje para una fuente de neutrones de energía constante y el efecto de la variación de la energía de la fuente en blindajes de espesor constante. También en este último capítulo se anotan algunas conclusiones, y se sugieren otros problemas para estudios posteriores.

C A P Í T U L O 1. - REACTORES NUCLEARES

El objetivo general de este capítulo es el de describir las partes de que está constituido un reactor nuclear y las bases generales para su funcionamiento. Es importante también mencionar los distintos tipos de reactores existentes en la actualidad y las diferencias entre ellos. El combustible utilizado por un reactor y la forma de extraerlo de los minerales existentes en la naturaleza. Todas estas consideraciones se han simplificado con el fin de incluir la mayor cantidad de información posible.

1.1.- Generalidades.- Un reactor nuclear es un dispositivo que inicia y regula una reacción en cadena autosostenida; el cual quema combustible fisionable, para producir una gran cantidad de calor el -- cual es aprovechado posteriormente para generar energía eléctrica, como se describirá más adelante.

Los principales componentes de un reactor nuclear se muestran en la figura 1.1. Posteriormente se describe el funcionamiento de cada una de las partes que lo constituyen.

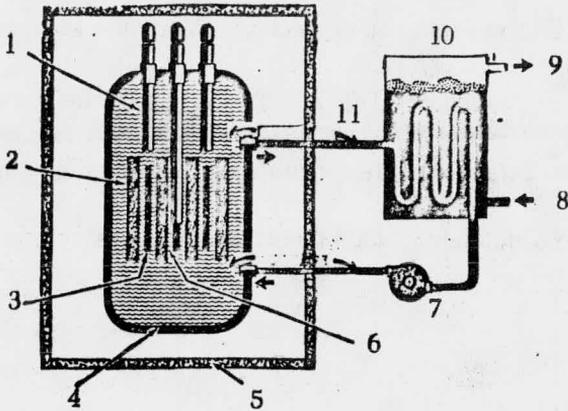


Fig. 1.1 .- Sección perpendicular del cuerpo de un reactor nuclear (2)

1. - Barras de Control
2. - Moderador
3. - Núcleo del reactor (Combustible de Uranio)
4. - Vasija
5. - Blindaje
6. - Paso del refrigerante
7. - Bomba
8. - Entrada de Agua
9. - Vapor a la Turbina
10. - Intercambiador de calor
11. - Refrigerante.

Una reacción en cadena autosostenida se produce cuando un combustible nuclear como el U-235 o Pu-239 es bombardeado con neutrones y el núcleo de éstos se parte en dos o más pedazos que se separan a gran velocidad produciéndose además otros neutrones, como se muestra en la figura 1.2

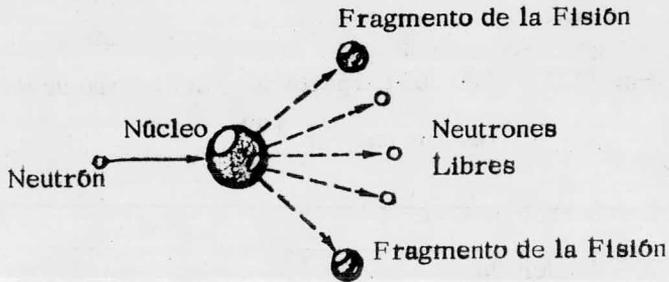


Fig. 1.2 .- Reacción de fisión (3)

La Energía de los fragmentos de fisión se convierte en energía calorífica cuando chocan con los átomos circunvecinos y los neutrones liberados desatan una reacción en cadena al iniciar nuevas fisiones en otros átomos de U-235 o Pu-239. Para que una reacción en cadena sea de utilidad, las fisiones deben ocurrir a un ritmo dado. La fisión del U-235 se inició bombardeando el núcleo de Uranio con neutrones. En la reacción iniciada se forma un núcleo compuesto; esto es:



La introducción de un neutrón adicional en el núcleo de U-235 hace inestable, por lo tanto, éste puede emitir radiación gamma o fisión para tratar de alcanzar nuevamente estabilidad; si se fisiona, el tipo de radiación que ocurre es esencialmente:



donde M_1 y M_2 son los productos de fisión y V es el número de neutrones liberados por fisión. El tiempo transcurrido entre la interacción del neutrón y el momento de la fisión es del orden de 10^{-14} seg. La emisión de neutrones se debe a que los productos de fisión no son núcleos estables, sino que la razón Neutrón - Protón es mayor que la existente en los núcleos estables, así para obtener estabilidad requieren de la emisión de neutrones; también se emite en este proceso: radiación gamma. Debido a que los productos no alcanzan su estabilidad hasta que la razón Neutrón - Protón no es la correspondiente de un núcleo estable, continúa la liberación de más neutrones conocidos como retardados, muy importantes para el control de los reactores. La energía implicada en el proceso de fisión de un núcleo de U - 235 se distribuye de acuerdo a la siguiente tabla:

Tabla 1.1 .- Distribución de la energía promedio implicada en un proceso de fisión. (4)

Fuente:	Energía en MeV
Energía Cinética de los productos de fisión	167 ± 5
Rayos gamma inmediatos	6 ± 1
Energía Cinética de los neutrones de fisión	5

Rayos gamma retardados	6 ± 1
Rayos Beta Retardados	8 ± 1.5
Neutrinos	12 ± 2.5
<hr/>	
Energía total por fisión	204 ± 7

1.2 .- Funcionamiento de un reactor nuclear. - Los reactores nucleares están diseñados principalmente para generar potencia, neutrones y radioisótopos, de acuerdo a éstos objetivos los diseños difieren de uno a otro. Entre las especificaciones de funcionamiento encontramos:

- a) Flujo de neutrones (rápidos y térmicos)
- b) La Potencia de operación máxima
- c) Reactividad de exceso
- d) Inventario del combustible
- e) Razón de conversión (U-238 a Pu-239)

Las especificaciones de funcionamiento difieren dependiendo de la aplicación que del reactor se quiera hacer, p. ejemplo: en un reactor de investigación se desea que el flujo de neutrones sea elevado y la potencia baja para reducir el costo por concepto de extracción de calor. En un reactor de Potencia, por el contrario, se desea un flujo bajo de neutrones ya que un flujo elevado requiere de un blindaje más costoso.

Las barras de control son un dispositivo de seguridad cuando el reactor es suministrado con combustible. Una vez abastecido, se pone en

operación, extrayendo parcial o totalmente las barras de control conforme aumenta la velocidad de reacción de fisión; las barras de control sirven también para regular la cantidad de neutrones presentes en el núcleo del reactor, necesaria para sostener la reacción en cadena.

Las barras están constituidas de materiales como: Boro, Cadmio o algún otro material que posea cualidades como absorbente de neutrones. Cuando se desea detener la reacción en cadena, basta con volver a introducir las barras de control.

1.3 .- Combustibles utilizados en reactores nucleares. - El combustible más utilizado en reactores de potencia es el U-235 enriquecido, éste elemento es un isótopo del Uranio y constituye aproximadamente el 0.71% de éste elemento tal como existe en la naturaleza, el resto es U-238, que se transforma en Pu-239 fisionable. Existen tres materiales fisionables: U-235; Pu-239 y U-233. El U-238 y el Th-232 son materiales fértiles.

Algunos reactores utilizan combustibles fluidos como soluciones líquidas de sales de Uranio. Lo más común es usar combustible en estado sólido como Uranio metálico, óxido de Uranio o Carburo de Uranio que se empaqueta en unidades compactas llamadas "Elementos Combustibles" que se recubren para impedir el contacto directo entre el líquido refrigerante y el combustible en sí. Los materiales más usados para revestimientos son: el acero inoxidable y el Zirconio para reactores de potencia y el aluminio cuando se trata de reactores de investigación. Los recubrimientos impiden que los productos de fisión altamente radiactivos se esparzan en el núcleo del reactor. En

los reactores de potencia en particular, la razón superficie Volumen de los elementos se mantiene alta con objeto de lograr una transferencia calorífica adecuada al refrigerante. Algunas características del uranio limitan las técnicas de fabricación de los elementos combustibles como son: el hecho de -- que el uranio a la temperatura de 665 °C sufre una transformación cristalográfica; sufre además una expansión térmica preferente a uno de los ejes o sea, es anisótropo. La formación de los productos de fisión en el combustible también lo distorciona. Con objeto de reducir hasta donde sea posible los efectos de distorsión del combustible, se utiliza como tal, el UO_2 .

Recientemente, el uso de combustibles cerámicos como son los carburos de Uranio o en forma líquida como son las soluciones concentradas de UO_2 , se están considerando seriamente como mejores alternativas a los anteriores. Algunas propiedades de combustibles se presentan en la tabla 1.2 .

Tabla 1.2 .- Propiedades de los Combustibles Nucleares (4)

	V	ϵ_c	ϵ_f	ϵ_s	Densidad g/cm ³
U - 233	2.51 ± 0.02	53 ± 6	525 ± 4		18.68
U -235	2.43 ± 0.02	101 ± 5	582 ± 4	10.0 ± 2	18.68
U - 238		2.75 ± 0.003	0.0005	8.3	18.68
Pu-239	2.89 ± 0.03	2.86 ± 9	742 ± 4	9.6 ± 0.5	19.6
Pu-241		400 ± 50	1010 ± 13		19.6

σ_c = Sección eficaz de captura sin fisión

σ_f = Sección eficaz de fisión

σ_s = Sección eficaz de dispersión

ν = Número promedio de neutrones liberados por fisión.

1.4 .- Preparación del combustible. - Fabricación de elementos y su reprocesamiento. - El Uranio se encuentra en la naturaleza formando minerales como: la uranita ($x \text{UO}_2$ y UO_3); carnotita ($\text{K}_2\text{O} \cdot \text{UO}_3 \cdot \text{U}_2\text{O}_5 \cdot x\text{H}_2\text{O}$) y Autunita ($\text{CaO} \cdot 2\text{UO}_3 \cdot \text{P}_2\text{O}_5 \cdot x\text{H}_2\text{O}$) principalmente. Cualquiera de éstos minerales es procesado para concentrarlo y aumentar así el porcentaje de uranio presente. El mineral se tritura por medio de quebradoras y se trata químicamente para eliminar otros minerales y producir UO_2 , después el UO_2 es puesto en contacto con HF Fluoruro de Hidrógeno gaseoso y calentado para producir UF_4 . El tetrafluoruro de uranio se mezcla con calcio y magnesio químicamente puros en un envase cerrado, se realiza una reacción exotérmica al formarse fluoruro de calcio o fluoruro de magnesio en forma de escoria.

El uranio es fundido nuevamente para eliminar impurezas volátiles y se vacía en moldes para formar lingotes que posteriormente se conforman mecánicamente para ser introducidos a los elementos combustibles.

Algunos reactores de potencia utilizan como combustible el dióxido de Uranio introducido en los elementos, otros lo utilizan enriquecido cuyo proceso de enriquecimiento consiste en la separación de isótopos.

El uranio enriquecido se obtiene por medio del proceso de difusión gaseosa que consiste en hacer reaccionar el tetrafluoruro de uranio con gas flúor a temperatura arriba de 250°C para formar hexafluoruro de uranio gaseoso formado por moléculas de U-238 y U-235 éstas últimas más ligeras y por ello poseen una Energía Cinética mayor. El mecanismo utilizado para separarlas es una serie de etapas en cascada, cada etapa es un comportamiento con una pared porosa cuyos agujeros son de aproximadamente $5 \mu\text{m}$ de diámetro, por los que se difunden las moléculas de hexafluoruro de Uranio formadas con U-235. Por lo tanto, el gas que pasa a través de las paredes será ligeramente más rico en U-235 que el anterior. Las etapas se colocan en cascada para evitar que el gas enriquecido se vuelva a mezclar con el gas de menor enriquecimiento, de este modo el gas ligeramente agotado tiene otra oportunidad de desprender más U-235. La relación de volumen de hexafluoruro de uranio enriquecido a hexafluoruro de uranio no enriquecido es del orden de 1 a 50000. (ver figura 1.3)

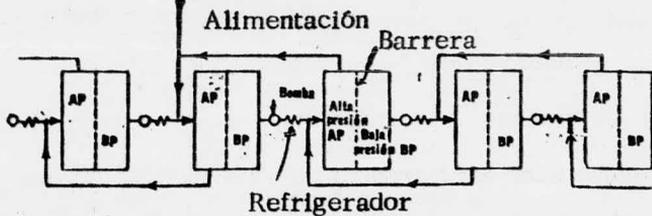


Fig. 1.3 . - Etapas en cascada para la separación por difusión del U-235 (5).

En la siguiente figura se muestra una breve descripción de los procesos a los que es sometido el uranio antes y después de su empleo como combustible nuclear y las etapas en que se produce, deshechos que se evacúan o almacenan, o calor residual que se disipa.

El combustible se fabrica dándole formas determinadas que se agrupan en conjuntos (elementos de combustible) que se ordenan siguiendo una distribución geométrica muy bien estudiada para formar el núcleo de un reactor de potencia.

La disposición del núcleo de un reactor obedece a razones importantes las cuales determinan el buen funcionamiento del reactor, estas razones son: la geometría del combustible que permita conseguir un alto grado de quemado; la disipación del calor generado: como se originan cantidades enormes de calor dentro de volúmenes muy pequeños es imprescindible mantener canales adecuados para que el refrigerante pase a través de todo el núcleo.

Otra consideración de importancia es la necesidad de colocar al combustible en un encamisado para evitar que sea corroído y erosionado por el refrigerante, para que los productos de fisión que se forman durante la irradiación sean detenidos y para reforzar la estructura del conjunto. Se debe propiciar una buena conductividad térmica entre el combustible y el revestimiento para evitar la aparición de "Zonas Calientes" que puedan causar la rotura y hasta la fusión del revestimiento.

El combustible que ha sido utilizado, del cual llegó a quemarse únicamente del 1 al 2% de los átomos fisionables, es necesario sustituirlo para evitar que la eficiencia del reactor decaiga. Para recuperar el uranio

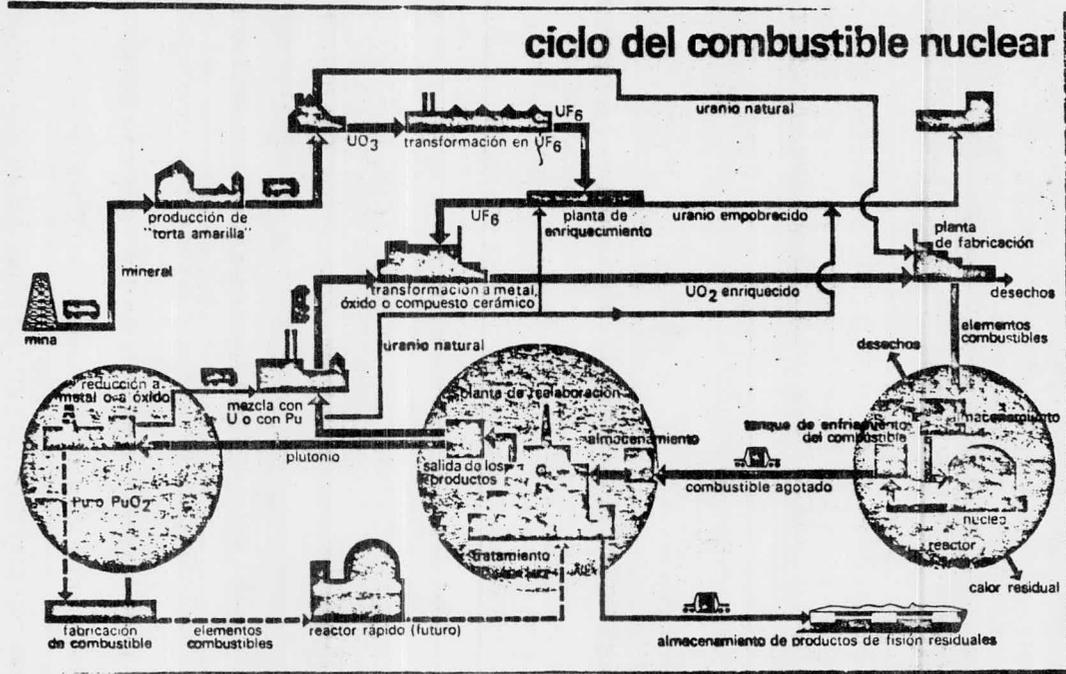


Fig. 1.4 .- Diagrama de flujo que muestra el tratamiento de beneficio al que es sometido el mineral de uranio (1).

no consumido y el plutonio que se formó al irradiarse U-238 se procede de la siguiente manera: cuando los elementos combustibles se extraen del reactor es necesario reducir su reactividad para manejarlos sin riesgo, para esto se colocan en tanques profundos con agua durante varios meses. Después, en la planta de procesamiento se cortan los elementos del combustible y se disuelve éste último en ácido para formar una solución que se sujeta a una serie de separaciones químicas por extracción con disolventes. El Uranio y el plutonio se tienen en forma de soluciones concentradas que pueden transformarse en otros productos como el hexafluoruro de uranio para someterlo a un proceso de enriquecimiento posterior o bien convertirse en dióxido de uranio para mezclarse con material de mayor contenido en U-235.

1.5 .- Materiales moderadores utilizados en reactores nucleares.

Los neutrones que se producen del núcleo de un elemento fisionable cuando éste se desintegra resultan con una velocidad elevada, misma que impide que la reacción en cadena se realice en forma adecuada; a diferencia de cuando los neutrones son lentos, a menor velocidad, la probabilidad de interacción de éstos con los núcleos es mayor. Para disminuir la velocidad de los neutrones se utilizan moderadores que son materiales que se caracterizan por tener una sección eficaz de captura de neutrones despreciable y una sección eficaz de dispersión de neutrones muy alta, además deberá contar con una masa pequeña para que los neutrones sean moderados hasta energías térmicas con un número pequeño de colisiones.

Algunos moderadores suelen utilizarse al mismo tiempo como refrigerantes tales como: el agua ordinaria, el agua pesada, el grafito, el berilio, hidruro de Zirconio.

Los reactores que utilizan elementos combustibles enriquecidos y montajes bien compactos, no utilizan moderadores pues pueden funcionar con neutrones rápidos.

A estos reactores se les denomina reactores rápidos. En la siguiente tabla se dan algunas propiedades de algunos moderadores.

	L_m en cm.	τ cm^2	Densidad g/cm^3	τ_s (epitérmica) bar ns	τ_a (Térmica) bar ns
Agua	2.88	33	1.00	49.00	0.66
Agua pesada	100.00	120	1.10	10.50	0.0026
Grafito	50.00	350	1.65	4.80	0.0045
Berilio	24.00	98	1.85	6.00	0.009

Tabla 1.3 .- Propiedades de los moderadores (4).

L_m = Longitud de difusión térmica de los neutrones en el reactor.

τ = 1/6 del promedio de los cuadrados de las distancias que los neutrones rápidos recorren para hacerse térmicos.

τ_s = Sección eficaz de dispersión.

τ_a = Sección eficaz de absorción.

1.6 .- Refrigerante. - En los reactores de potencia, el producto principal es el calor generado en el núcleo del reactor como una consecuencia de la transformación de la energía cinética de los fragmentos de fisión al chocar

la materia; este calor debe extraerse, de lo contrario, el núcleo se fundiría, - para ésto se utiliza un refrigerante que circula por convección natural o forzada. Entre los principales refrigerantes se cuentan: el aire, el dióxido de carbono y el helio entre los gases; el agua ordinaria, el agua pesada y algunos metales fundidos como el sodio y el litio, entre los líquidos. La razón de transferencia de calor de un elemento combustible sólido a un fluido que se mueve a través de dicho combustible, está dado por la ecuación general.

$$\Delta q = h A \Delta t$$

donde:

Δq = razón de transferencia de calor.

h = coeficiente de transferencia de calor.

A = Area

Δt = gradiente de temperatura.

La transferencia calorífica se facilita cuando se tiene un área -- grande de transferencia de calor disponible; por ésto la necesidad de fabricar -- elementos combustibles de gran superficie por unidad de volumen.

1.7 .- Blindaje en los reactores nucleares. - en el siguiente capítulo se describe con mayor detalle la función que desempeñan los blindajes en -- un reactor nuclear. Es importante mencionar por ahora; la existencia de dos tipos de blindajes: el térmico y el biológico, el primero protege a la vasija prin-

principal del reactor de temperaturas elevadas que se producen debido a las radiaciones y el segundo, protege al personal contra éstas últimas.

1.8 .- Tipos de reactores nucleares. - Existen diferentes tipos de reactores, los cuales han sido diseñados para satisfacer distintos objetivos como son: producción de potencia y para la investigación; en seguida se describen las características de las diferentes clases de reactores y un esquema de cada uno de ellos que muestra su estructura de manera sencilla.

a) Reactor de agua presión (PWR).

Combustible: óxido de uranio levemente enriquecido y revestido con acero inoxidable o con aleación de Zirconio; utiliza como moderador y refrigerante: Agua. La presión del sistema primario es de 140 - - Kg./cm². La temperatura de salida del refrigerante es de 288° C. El refrigerante se mantiene a presión para evitar que hierva en el núcleo, por lo - - tanto la presión de funcionamiento es elevada.

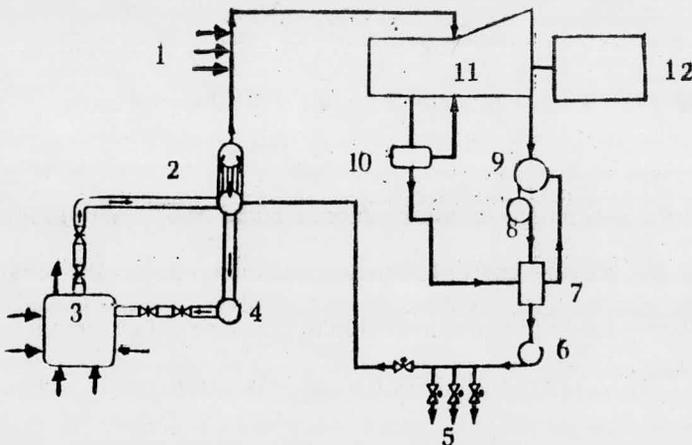


Fig. 1.5. - Planta completa de energía nuclear que utiliza un (PWR) (2)

1. - Enlace con otro diagrama de flujo.
2. - Generador de Vapor.
3. - Reactor.
4. - Bomba.
5. - A otro Diagrama.
6. - Caldera.
7. - Distribuidor de Agua Caliente.
8. - Bomba del Condensador.
9. - Condensador.
10. - Separador.
11. - Turbina.
12. - Generador.

En el generador de vapor, el agua hirviente que procede del núcleo transfiere el calor al agua que rodea al tubo convirtiéndola en vapor que pasa a una turbina de presión elevada, la temperatura del vapor es aproximadamente de 260°C . El agua enfriada en este generador de vapor se bombea haciéndola pasar nuevamente por el núcleo del reactor. La siguiente figura muestra claramente la forma como está constituido internamente un reactor de agua a presión.

Fig. 1.6 .-

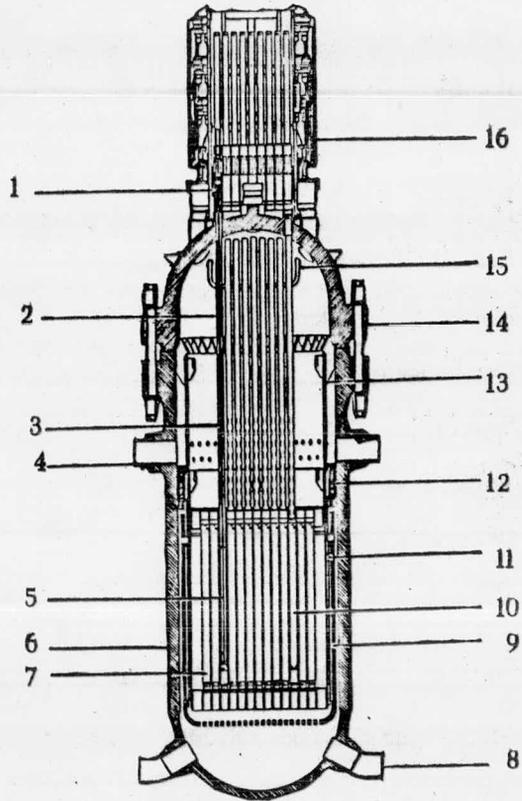


Fig. 1.6 .- Corte vertical de un reactor de agua a presión (2)

Fig. 1.6 .- Corte Vertical de un reactor de Agua a Presión.

1. - Mecanismo de empuje de las Barras de Control.
2. - Cubierta de las Barras de Control.
3. - Barra de Control.
4. - Boquilla de Salida.
5. - Barra de Control.
6. - Vasija.
7. - Núcleo.
8. - Boquilla de Entrada.
9. - Blindaje Térmico.
10. - Conjunto de Combustibles.
11. - Cubierta del Núcleo.
12. - Resorte del Soporte del Núcleo.
13. - Sujetador del Depósito.
14. - Cubierta de la Vasija.
15. - Tubo F M I. (Flow Measurement Instrumentation).
16. - Tuberfa F M I.

b) Reactor de agua hirviente (BWR).

Combustible: óxido de uranio revestido con acero inoxidable o con aleación de Zirconio. Como refrigerante y moderador se utiliza agua hirviente. La presión del sistema primario es de 71 Kg./cm². La temperatura de salida del refrigerante es de 288° C. El refrigerante se deja hervir en el núcleo por lo tanto, la presión de funcionamiento es más baja que la del PWR. En la figura siguiente se muestra la distribución de los componentes de una planta que genera electricidad por medio de un reactor de agua hirviente.

Fig. 1.7 .- Planta de energía completa que utiliza un reactor (BWR) ⁽²⁾.

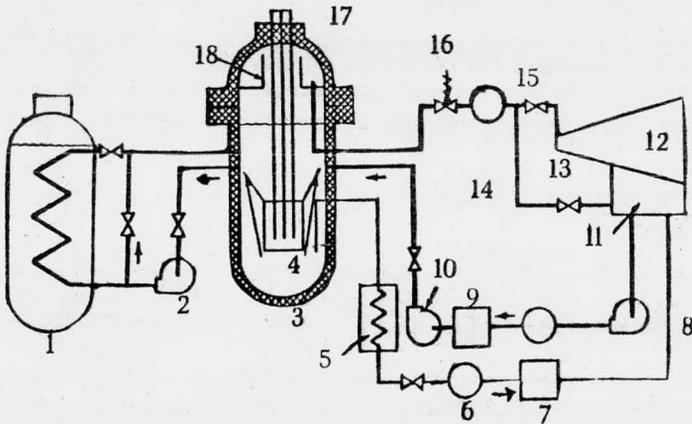


Fig. 1.7 .-

1. - Generador de Vapor.
2. - Bomba de Recirculación.
3. - Reactor.
4. - Deflectores (Baffles).
5. - Enfriador.
6. - Filtro.
7. - Resina.
8. - Bomba.
9. - Bomba de Alimentación.
10. - Válvula de Control de Alimentación.
11. - Condensador.
12. - Turbina.
13. - Válvula de Descarga de Vapor.
14. - Desviación (Bypass).
15. - Separador de Vapor.
16. - Válvula de Reducción.
17. - Barras de Control.
18. - Deflector de Vapor.

La presión eleva el punto de ebullición del agua en el reactor por lo tanto, cuando se produce el vapor, su temperatura y presión son lo suficientemente grandes para permitir su empleo en una turbina.

La figura siguiente muestra como esta formada la parte interior de un reactor de agua hirviente.

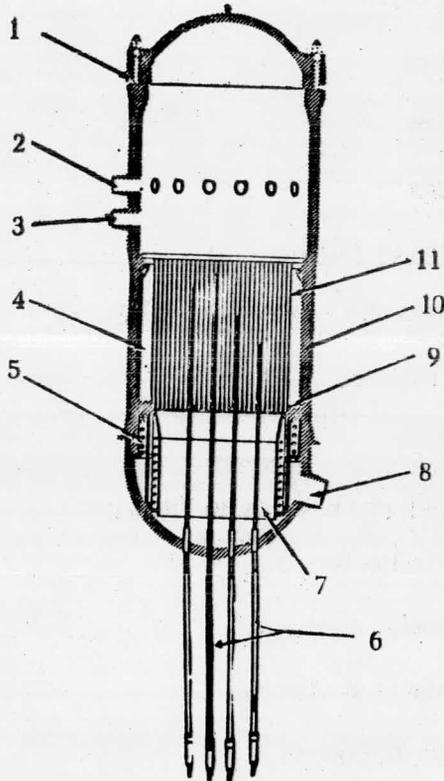


Fig. 1.8 .- Corte longitudinal de un reactor de agua hirviente.

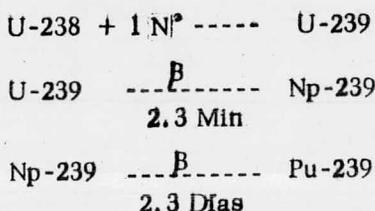
**Fig. 1.8 .- Corte Longitudinal de un reactor de Agua
Hirviente.**

1. - Cerradura de la Cubierta Superior.
2. - Boquilla de Salida (12 - 16").
3. - Boquilla Instrumento (8 - 16").
4. - Blindaje Térmico.
5. - Estructura del Soporte.
6. - Barras de Control (84).
7. - Recipiente Perforado Difusor.
8. - Boquilla de Entrada (4 - 24").
9. - Base del Soporte.
10. - Pared del Reactor.
11. - Núcleo.

c) Reactor Rápido de Crfa (FBR).

Combustible: aleación de uranio altamente enriquecido y revestido con acero inoxidable. Este reactor no utiliza moderador, y como refrigerante: sodio líquido. La presión del sistema primario es nominal, la temperatura de salida del refrigerante es de 427 - 621° C.

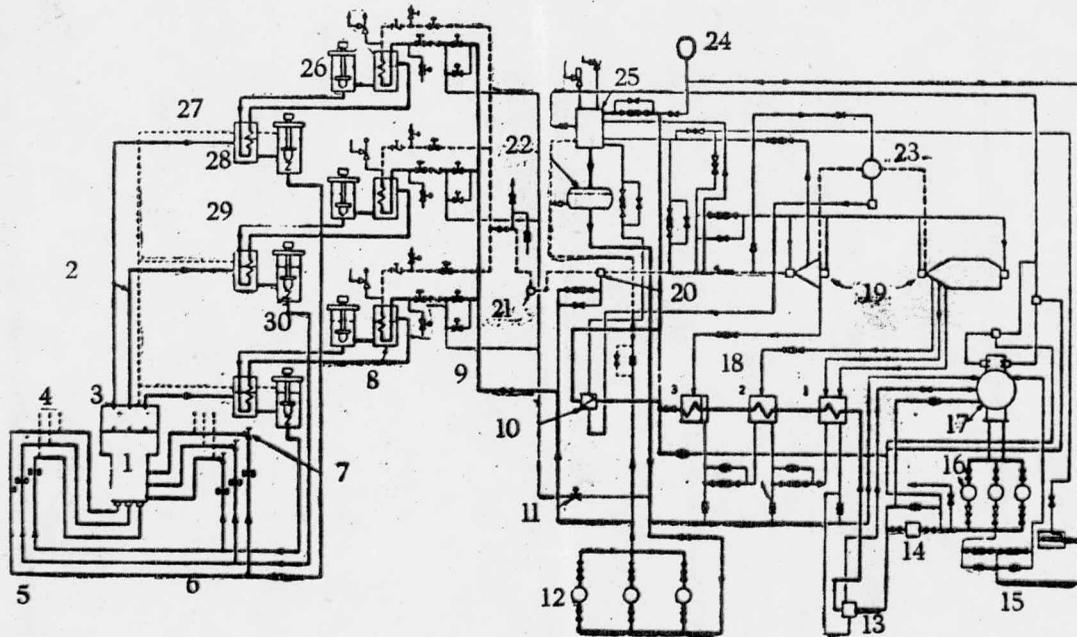
Lo que hace un reactor de crfa es utilizar los neutrones que no producen fisión en la conversión de materiales "fértiles" a fisionables. Las reacciones siguientes muestran un proceso de crfa:



El plutonio 239 puede utilizarse como combustible nuclear. El esquema siguiente muestra la disposición de los distintos componentes de una planta nuclear que utiliza un reactor de crfa.

Fig. 1.9 .-

Fig. - 1.9 . - Diagrama de flujo de una planta de energía nuclear que utiliza un reactor rápido de cría (FERMI).



24. - Tanque de Almacenamiento de Condensado.
25. - Calentador 4
26. - Bomba de Sodio Secundario.
27. - Línea de Condensación de Gas
28. - Intercambiador de Calor Intermedio.
29. - Bomba de Sodio Primario.
30. - Válvula de Control.

El serpentín intermedio también utiliza metal líquido al igual que el sistema de enfriamiento del reactor, debido a su excelente característica de transmisión de calor.

El metal líquido del serpentín enfriador se calienta a unos 482° C y pasa al intercambiador de calor, donde lo cede al metal líquido del serpentín intermedio que pasa al generador de vapor para calentar el agua y producir vapor con una temperatura de unos 426° C. La inconveniencia de utilizar metales en estado líquido como el sodio o el potasio: es su reactividad y difícil manejo.

En la siguiente figura se muestran las partes que constituyen un reactor nuclear enfriado por un metal líquido.

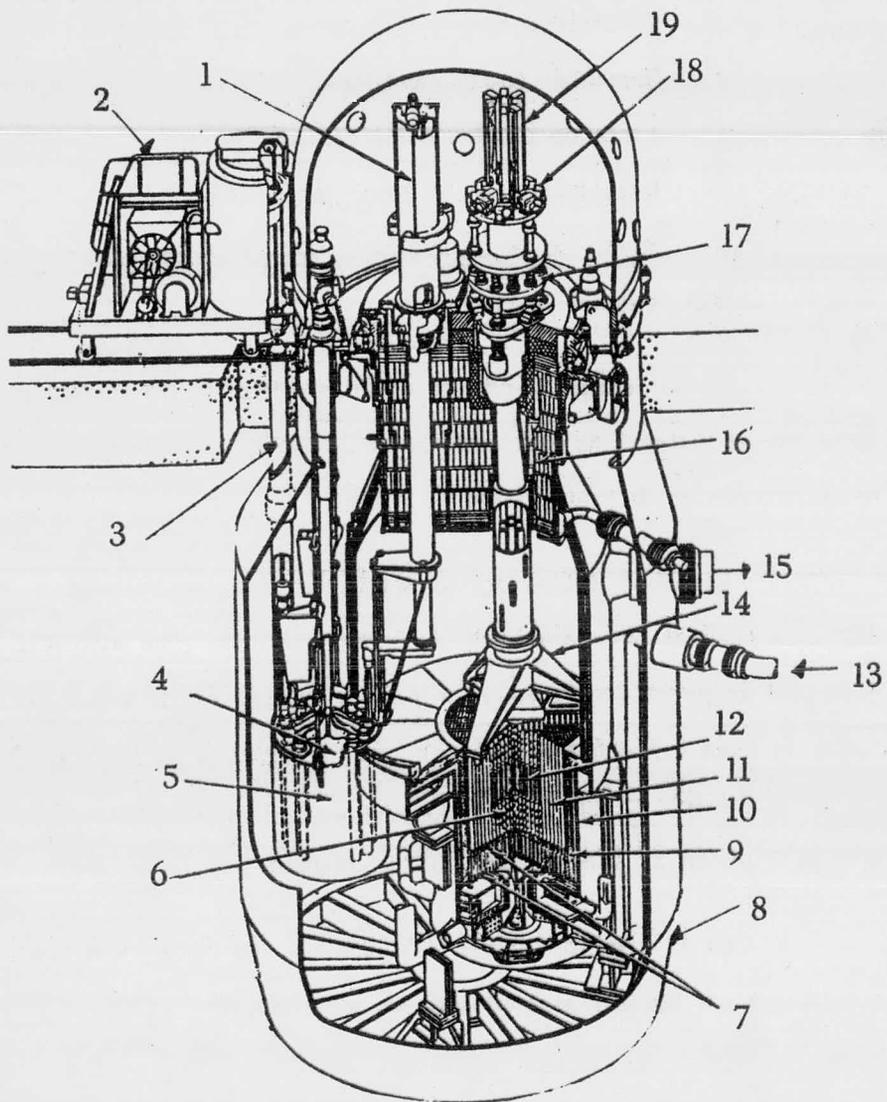


Fig. 1.10 .- Estructura de un reactor nuclear enfriado por un metal en estado líquido como sodio o potasio (2).

Fig. 1.10 .-

1. - Mecanismo de Control.
2. - Depósito Corredizo
3. - Tubo de Salida.
4. - Mecanismo de Transferencia.
5. - Recipiente que contiene el Mecanismo de Transferencia.
6. - Eje Vacío.
7. - Soportes.
8. - Tanque del Blindaje Primario.
9. - Blindaje Térmico.
10. - Vasija del Reactor.
11. - Radial Vacío.
12. - Núcleo.
13. - Entrada del Refrigerante.
14. - Sujetador.
15. - Salida del Refrigerante.
16. - Enchufe de Ensamble.
17. - Mecanismo Sujetador.
18. - Mecanismo de Control.
19. - Mecanismo de Seguridad de las Barras.

d) Reactor de alta temperatura enfriado por gas. (HTGR)

El combustible utilizado por este reactor es carburo de uranio altamente enriquecido, mezclado con carburo de torio y revestido con grafito. El moderador utilizado es grafito y el refrigerante es helio. El gas a baja presión circula a través del reactor y el generador de vapor. El vapor producido puede llevar una temperatura de 540°C y una presión suficiente para accionar una turbina. En la siguiente figura se muestran los componentes de un reactor nuclear de alta temperatura enfriado por gas.

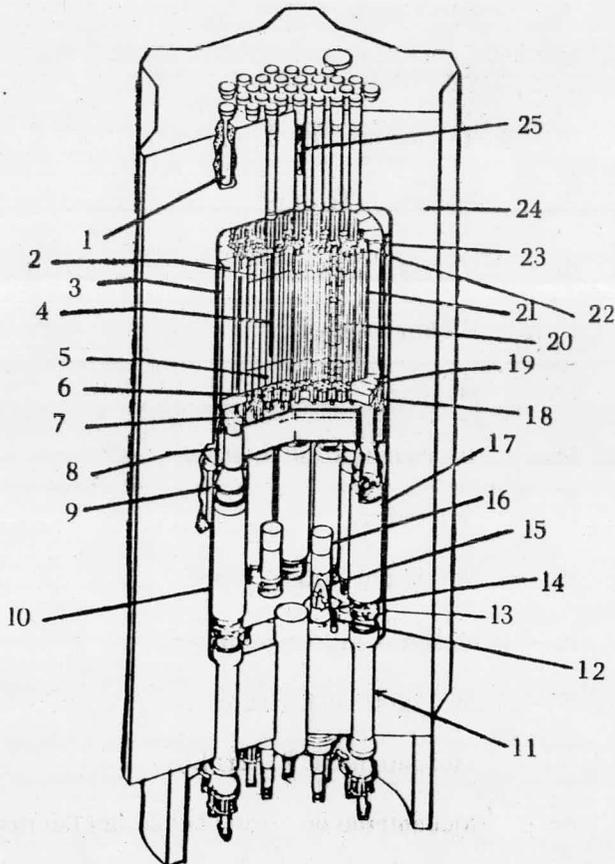
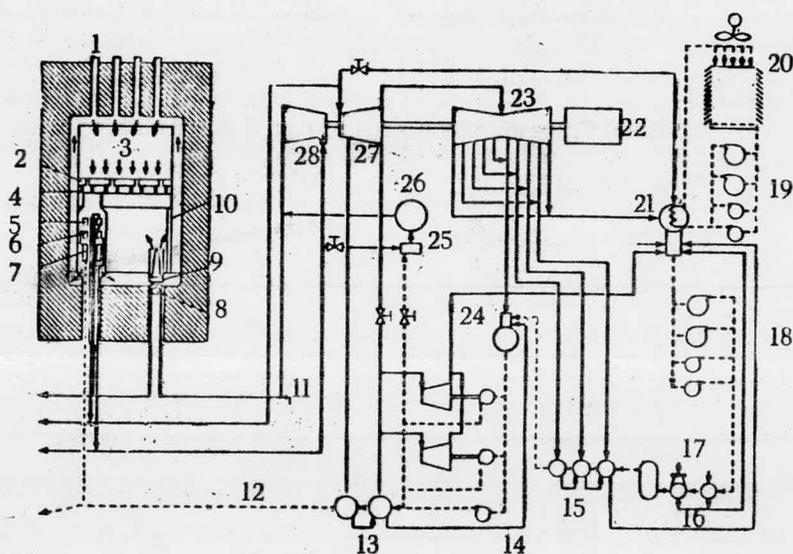


Fig. 1.11 .- Estructura de un reactor nuclear de alta temperatura, enfriado por gas (2).

REACTOR (HTGR).

1. - Sistema de Purificación de Helio.
2. - Reflector Superior.
3. - Blindaje Térmico.
4. - Barras de Control.
5. - Reflector Base.
6. - Soporte del Núcleo (Blocks).
7. - Varillas Soporte del Núcleo.
8. - Piso del Soporte.
9. - Columna que soporta el piso del Núcleo.
10. - Forro.
11. - Columnas de la Base.
12. - Columnas Flexibles.
13. - Nivelador del Piso.
14. - 4 Circuladores.
15. - Válvula de Suministro de Helio.
16. - Difusores (4).
17. - Generadores de Vapor.
18. - Recipiente del Núcleo.
19. - Regulador.
20. - Núcleo.
21. - Reflector Natural.
22. - Regulador de los Elementos Reflectores Superiores.
23. - Orificio de las Válvulas.
24. - Concreto.
25. - Empujador de las Barras de Control.

Fig. 1.12 . - Diagrama de flujo de una planta de Energía Nuclear que utiliza un reactor de alta temperatura enfriado por Gas.



1. - Conductos de Alimentación de Combustible.
2. - Soportes de Grafito.
3. - Núcleo.
4. - Piso Soporte del Núcleo.
5. - Recalentador.
6. - Super Calentador.

- 7.- Evaporador.
- 8.- Impulsor.
- 9.- Circulador de Helio.
- 10.- Columna Soporte.
- 11.- De la Caldera Auxiliar.
- 12.- Alimentador de Agua Caliente.
- 13.- Calentadores de Alta Presión.
- 14.- Bombas de Alimentación.
- 15.- Calentadores de Baja Presión.
- 16.- Desmineralizador.
- 17.- Eyector de Aire.
- 18.- Bombas de Condensación
- 19.- Bombas de Circulación de Agua.
- 20.- Enfriador
- 21.- Condensador.
- 22.- Generador.
- 23.- Turbina L.P.
- 24.- Calentador.
- 25.- Recalentador.
- 26.- Tanque
- 27.- Turbina I. P.
- 28.- Turbina II.P.

e) Reactores de Agua Pesada. - El combustible utilizado en estos reactores es uranio natural u óxido de uranio revestido con una película de Zirconio. El moderador es agua pesada, la cual también se utiliza como refrigerante. La presión del sistema primario es del orden de 53 K/cm². La temperatura de salida del refrigerante es de 260° C.

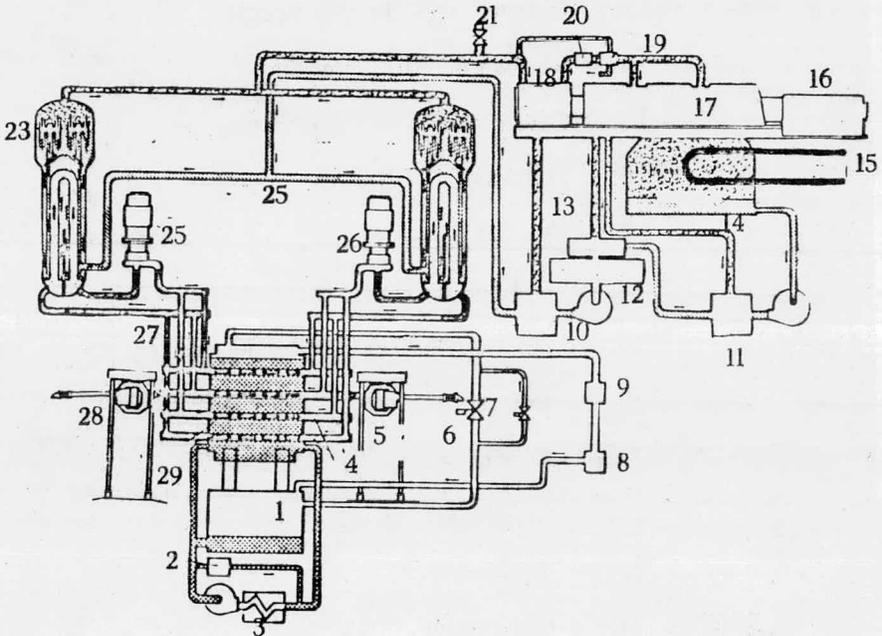


Fig. 1.13 . - Diagrama de flujo de una planta que utiliza un reactor tipo Candú.

- = Refrigerante.
 - = Moderador
 - = Gas Helio
 - = Vapor
 - = Condensado
 - = Agua del Lago
- } Agua Pesada
 } Agua Ordinaria.

Diagrama Candú.

1. - Tanque de Almacenamiento.
2. - Purificación del Moderador.
3. - Enfriador del Moderador.
4. - Conductor del Refrigerante.
5. - Alimentador de Combustible.
6. - Válvula.
7. - Válvula de Control de Gas.
8. - Compresor.
9. - Mezclado D₂O
10. - Calentadores de 2 H.P.
11. - Calentadores de 3 L.P.
12. - Tanque de Almacenamiento.
13. - Conductos de Vapor.
14. - Condensador
15. - Agua para Refrigeración procedente del lago.
16. - Generador de Corriente.
17. - Turbina L.P.
18. - Turbina H.P.
19. - Recalentador
20. - Separador.
21. - Válvula de Seguridad.
22. - Generadores de Vapor (6)
23. - Generadores de Vapor (6)

24. - Conductor de agua ordinaria.

25. - Bombas (8)

26. - Bombas (8)

27. - Conductor de agua pesada.

28. - Alimentador de Combustible.

29. - Combustibles.

El agua pesada actúa como moderador, la cual está separada del refrigerante mismo que fluye por los tubos entre los espacios que deja el combustible y las paredes de éstos, así se disipa el calor generado. Cuando se usan refrigerantes orgánicos estos pueden ser calentados a temperaturas altas del orden de 399°C sin tener que aplicar sobre presión para impedir la vaporación. El vapor producido tiene una temperatura de 385°C . En la siguiente se muestra la estructura interna de un reactor nuclear de agua pesada.

Fig. 1.14 .- Reactor que utiliza agua pesada como refrigerante y moderador (2).

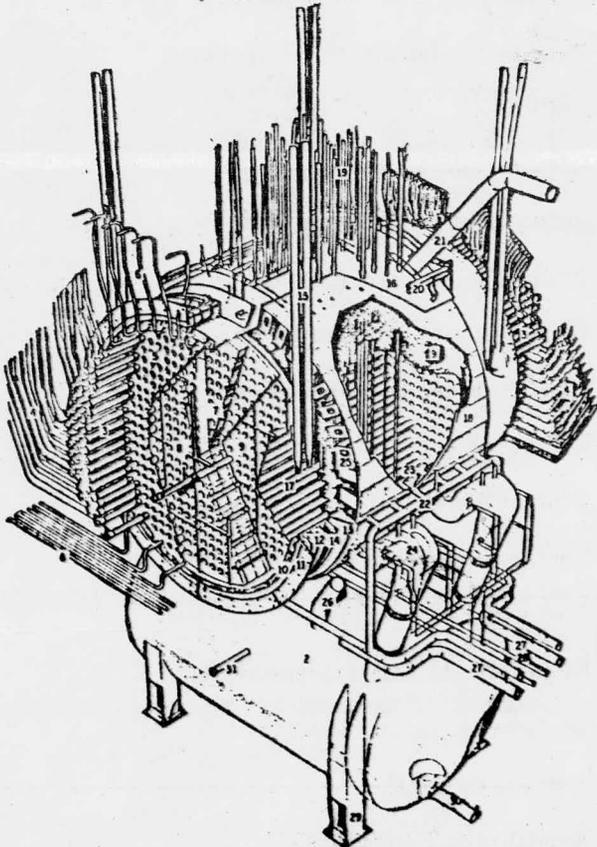


Fig. 1.14 .- Diagrama que muestra la estructura interna de un reactor de Agua Pesada a Presión. (CANDU)

1. - Calandria.
2. - Tanque de Depósito.
3. - Terminales de Ajuste.
4. - Alimentadores.
5. - Terminales de Salida.
6. - Terminales de Entrada y Salida del Refrigerante.
7. - Terminal de Protección.
8. - Deflectores.
9. - Terminales Internas de Protección.
10. - Anillo.
11. - Lámina Sujetadora.
12. - Anillo Externo de Protección.
13. - Anillo Térmico del Blindaje.
14. - Conductos del Refrigerante.
15. - Soporte de las Barras de Control.
16. - Cubierta.
17. - Tubos Calandria.
18. - Cubierta Interna.
19. - Encierro de las Barras de Control.
20. - Dispensor de Refrigerante D_2O .
21. - Soplador de Helio.
22. - Entrada de D_2O .
23. - Boquillas de Salida de D_2O .

- 24. - Conductos al Tanque.
- 25. - Cubierta de Protección.
- 26. - Línea de Balance de Helio.
- 27. - Salida de D₂O.
- 28. - Líneas de Dispersión del Refrigerante.
- 29. - Soportes del Tanque de Almacenamiento.
- 30. - Línea de Descarga del Tanque.
- 31. - Línea de Ensayo.

f) Reactores por gas (G.C.R.). - El principio de funcionamiento de un reactor de este tipo es similar al de un reactor de agua a presión. Se utiliza un fluido que lleva el calor del reactor al generador de vapor, el calor forma vapor para la turbina.

En un reactor enfriado por gas, el fluido es un gas, generalmente helio o anhídrido carbónico. El gas a una presión de unos cuantos gramos por centímetro cuadrado, circula a través del reactor, la tubería y el generador de vapor. Como moderador se usa grafito. La temperatura del refrigerante es de 317° -- 399°C . El combustible utilizado por este reactor es uranio natural. En la figura -1.16.- se muestra un corte longitudinal del reactor enfriado por gas.

Fig. 1.15.- Diagrama de flujo para una planta que utiliza un G.C.R.

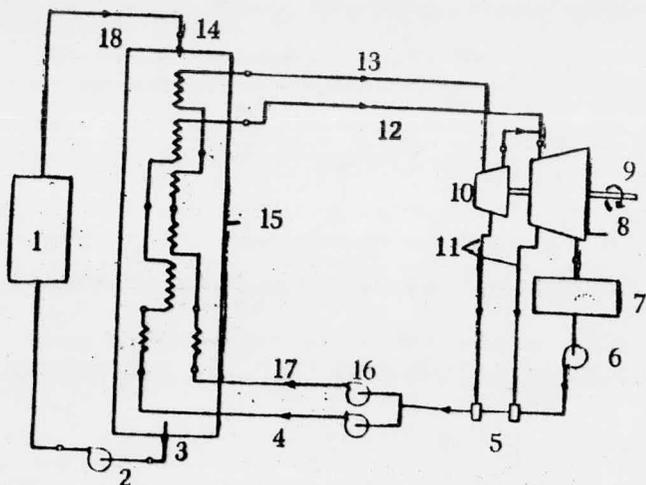


Fig. 1.15 . -

1. - Reactor
2. - Bombeo de gas.
3. - Salida de gas.
4. - Alimentación de H_2O a baja presión
5. - Calentadores de agua de alimentación
6. - Bomba
7. - Condensador
8. - Turbina
9. - Resistencia
10. - Turbina de Alta presión
11. - Conductores de Vapor
12. - Conductor de Vapor de baja presión.
13. - Conductor de Vapor de alta presión.
14. - Entrada de gas.
15. - Generador de vapor
16. - Bombas
17. - Alimentación de H_2O a alta presión.
18. - Conductor de gas.

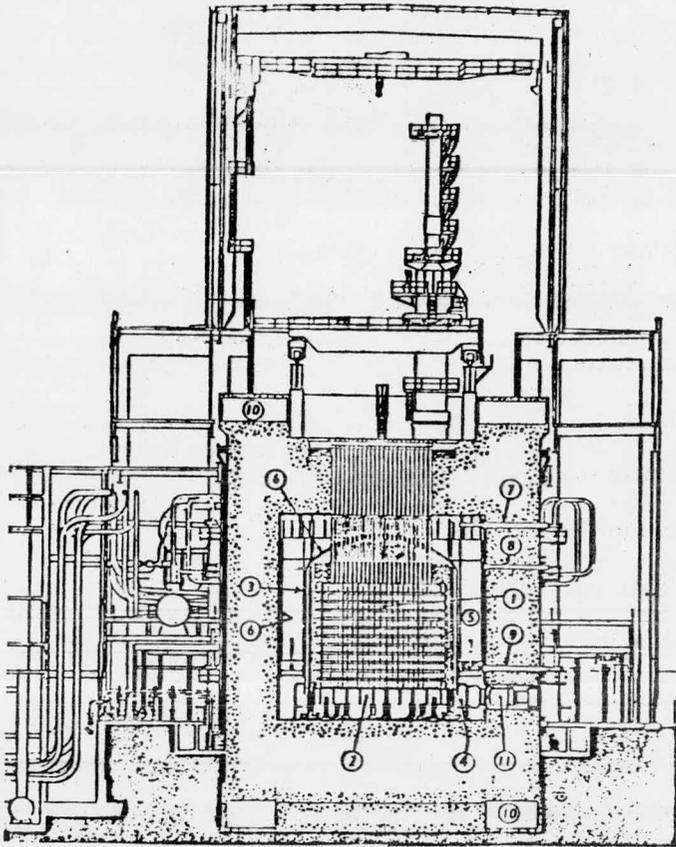


Fig. 1.16. - Reactor Nuclear (G.C.R.)

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. - Núcleo del Reactor | 6. - Reflector Térmico. |
| 2. - Soporte | 7. - Recalentador de Vapor. |
| 3. - Deflector de Gas | 8. - Conducto de Alimentación. |
| 4. - Orificio de Salida de Gas | 9. - Alimentador de la Caldera. |
| 5. - Caldera. | 10. - Cable de Estiramiento. |
| | 11. - Recirculadores de Gas. |

CAPITULO II. - INTERACCION RADIACION MATERIA

2.1. Introducción

Es de fundamental importancia considerar los efectos que la radiación o las partículas que se desplazan a gran velocidad y con una energía determinada provocan en la materia; puesto que, al discutir la función que desempeñan los blindajes en los reactores nucleares, estos juegan un papel determinante. De esta manera, una perfecta comprensión de los mecanismos de transferencia de energía involucrados en las distintas interacciones y un conocimiento previo de la intensidad y distribución de la radiación que penetra y es atenuada por un blindaje, permitirán realizar un análisis minucioso de los sistemas de protección radiológica. En este capítulo se estudian los distintos efectos que se dan en la interacción radiación - materia; también se enumeran las dosis semanales permisibles para el personal expuesto a radiaciones electromagnéticas de alta energía que proceden de diferentes tipos de reacciones nucleares.

2.2 .- Daño producido por radiaciones. -

Cuando las radiaciones nucleares pasan a través de la materia producen ionización, causando cambios químicos en los materiales orgánicos. Si la irradiación es lo suficientemente intensa y prolongada puede modificar completamente las propiedades del material.

La unidad internacional de dosis absorbida: rad⁽⁶⁾ es igual a 100 ergs por gramo. La dosis absorbida se define como la cantidad de energía impartida a la materia por radiación ionizante por unidad de masa de material irradiado. Esta unidad de absorción expresada en Roentgens equivale a 0.93 Rad; el roentgen es la unidad para la radiación gamma de baja energía (rayos X) el cual se define como: "cantidad de radiación gamma que la emisión corpuscular asociada por 0.001293 de gramo de aire produce de iones de aire que tienen una unidad electrostática (ues) de electricidad de cualquier signo"⁽⁴⁾.

En los cálculos de protección se obtienen resultados expresados en fotones por cm^2 por segundo, por lo tanto, es conveniente conocer el flujo de fotones correspondiente a una dosis de un roentgen por unidad de tiempo.

Si ϕ es el flujo de fotones ($\text{fotones cm}^{-2} \text{ seg.}^{-1}$); E la energía de la radiación en MeV; ΔE la energía liberada por segundo en un gramo de entonces:

$$\Delta E = \phi E X_a \text{ MeV g}^{-1} \text{ seg}^{-1}$$

Donde X_a es el coeficiente de absorción másico de energía dado en cm^2 por gramo de aire.

Si $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-6} \text{ erg}$, la dosis proporcional D está dada

por la ecuación

$$D = \phi E X_a \frac{1.6 \times 10^{-6}}{83.8} \text{ roentgen seg}^{-1}$$

La gráfica de la figura 2.1 se deriva de esta ecuación usando los datos proporcionados por White⁽⁷⁾. La gráfica muestra el flujo de fotones máximo permisible para una dosis semanal normal en una exposición ocupacional de 0.3 Roentgens en un periodo de 40 horas a la semana como una función de la energía de la radiación.

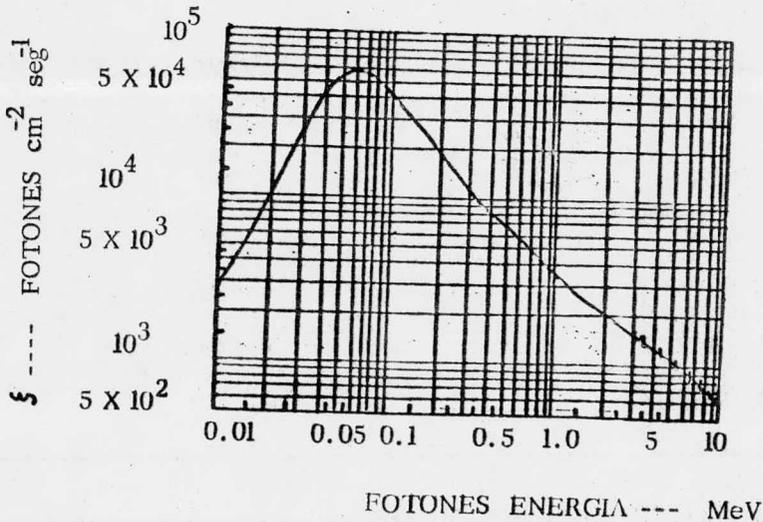


Fig. 2.1.- Flujo de fotones ϕ que dá la dosis ocupacional permisible semanal (0.3 r) en 40 horas. La parte punteada de la gráfica indica que el uso del roentgen está restringido para energías mayores de 3 - MeV.

El trabajo con fuentes radiactivas está limitado por el efecto dañino que produce la radiación en el individuo. Es muy difícil establecer un límite de seguridad. Un comité del Gobierno Británico en 1956 en su reporte⁽⁸⁾ recomienda que un individuo no debe acumular una dosis de más de 50 Roentgens.

En la tabla 2.1 se dan algunos flujos de neutrones permisibles para exposición durante 40 horas (6).

ENERGIA DEL NEUTRON	FLUJO DE NEUTRONES ($n \text{ cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$ Medidos en aire)
0.025 eV Neutrones Térmicos	2000
10 eV	2000
10 KeV	1000
0.10 MeV	200
0.50 MeV	80
1 MeV	60
2 MeV	40
3-10 MeV	30

Cuando la energía de la radiación gamma es menor a 3 MeV la unidad de dosis igual a 93 erg/g de tejido es el roentgen. El flujo de fotones que dá un nivel permisible de radiación se ve en la figura 2.1 .

Para partículas alfa y Beta. - el número de partículas beta incidentes por cm^2 por segundo que dá a la superficie del cuerpo una dosis de -

0.6 rem. por cada 40 horas se ve en la figura 2.2 .

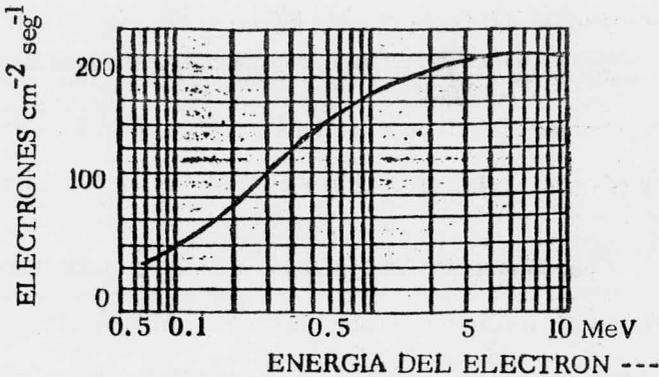


Fig. 2.2 .- Flujo de electrones que dan una dosis de 0.6 rem. por 40 horas abajo de 0.07 MeV; las partículas beta son peligrosas solamente cuando son emitidas intensamente (9).

El flujo permisible de partículas beta no cambia rápidamente en función de la energía del rayo beta, en consecuencia la degradación de la energía que ocurre en un punto de la fuente también tiene un efecto relativamente pequeño sobre la dosis biológica en la superficie del cuerpo por electrones incidentes.

2.3 .- Interacción de la radiación con la materia .- La importancia física de los procesos de interacción de fotones o neutrones en la materia y que tienen energías producto de una reacción de fisión en un reactor nuclear es ampliamente conocida a través de discusiones que han permitido establecer las bases de la ciencia nuclear por medio de textos como: Foderaro⁽¹⁰⁾; Blizard⁽¹¹⁾ y Goldstein⁽¹²⁾.

2.3.1 .- Secciones Eficaces. - al considerar una partícula atravesando un medio, existen factores los cuales influyen en la probabilidad de que esa partícula interactúe con el núcleo o los electrones de los átomos del medio; algunos de esos factores importantes son: (1) nucleidos en el medio; (2) densidad parcial de cada nucleido; (3) la densidad electrónica dentro del medio y (4) la energía, dirección y distribución de la radiación incidente.

Cuando se trate de neutrones térmicos (partículas de baja energía) el estado físico del medio puede ser importante, principalmente cuando se trata de nucleidos de una red cristalina, la probabilidad de interacción puede ser diferente que cuando el mismo nucleido no está fijo.

Cuando el diseño de un blindaje involucra el análisis de neutrones térmicos que se trasladan a través de regiones de altas temperaturas en un reactor, el movimiento térmico de los núcleos, es muy significativo.

2.3.2 .- Sección eficaz microscópica. - define la probabilidad de que un neutrón o fotón interactúe con un núcleo, un electrón o un átomo y depende de los factores antes mencionados. Se le designa con el símbolo σ cuando se asignan subíndices al símbolo se especifica el tipo de sección eficaz microscópica: σ_a se refiere a sección eficaz de absorción; σ_{in} : sección eficaz de dispersión inelástica; σ_s de dispersión y σ_t se refiere a la sección eficaz total. La $\sigma_a(E)$ representa el valor de una sección eficaz microscópica de absorción como una función de la energía (E) de la radiación incidente. Una sección eficaz microscópica tiene unidades de área que pueden ser visualizadas como el área seccional transversal efectiva proyectada en una esfera.

ra centrada alrededor de la partícula blanco a través de la cual pasa una radiación incidente.

Esta área efectiva representa el alcance de la fuerza de interacción entre la partícula incidente y el núcleo blanco y no está directamente relacionado con el tamaño del núcleo.

El área efectiva para absorción σ_a puede ser muy diferente del área efectiva para dispersión σ_s para el mismo blanco y radiación incidente. Algunas veces las secciones eficaces son reportadas como un promedio de valores; el promedio puede tomarse de una distribución en energía de la partícula incidente. Para el caso de las secciones eficaces para neutrones, se reportan de esta manera, donde la distribución de la energía de los neutrones es obtenida por medio de la distribución de Maxwell - Boltzman.

La unidad de sección eficaz microscópica es el barn (b), milibarn (mb) y microbarn (μb). Un barn equivale a 10^{-24} cm^2 ; un milibarn corresponde a 10^{-27} cm^2 y un microbarn a 10^{-30} cm^2 .

2.3.3 .- Sección eficaz Macroscópica. - Se relaciona con la probabilidad de interacción de un agregado de núcleos blanco que forman el medio a través del cual pasa la radiación. Para poder analizar un blindaje es necesario manejar las secciones macroscópicas calculadas del conocimiento de las secciones eficaces microscópicas y de los constituyentes del medio.

Los símbolos utilizados para representar las secciones eficaces

macroscópicas son: Σ y Σ ; el primero utilizado para secciones eficaces para fotones y el segundo para neutrones. Si N es la densidad de partículas blanco (Núcleos/cm³) la relación entre la sección eficaz macroscópica Σ la sección eficaz microscópica σ , para una interacción especificada como una función de la energía de la radiación incidente, E , es:

$$\Sigma(E) = N \sigma (E) \text{ ----- (1)}$$

de ésta ecuación se deduce que la sección eficaz macroscópica tiene unidades de longitud recíprocas (cm⁻¹) y son llamadas secciones eficaces lineales. En realidad una sección eficaz macroscópica es el área seccional transversal total aparente de interacción presentada a un campo de radiación por unidad volumen de material: cm²/cm³.

Cuando se quieren analizar los efectos producidos en una mezcla de núcleos, la sección macroscópica para un proceso de interacción específica esta dada por:

$$\Sigma(E) = \sum_i N_i \sigma_i (E) \text{ ----- (2)}$$

donde N_i es la densidad volumétrica del i ésimo núcleo y $\sigma_i (E)$ es la sección eficaz microscópica para el i ésimo núcleo, por lo tanto:

$$\Sigma(E) = \sum_i \frac{A_v}{A_i} S_i \sigma_i (E) \text{ ----- (3)}$$

donde A_v es el número de Avogadro (6.023×10^{23}), A_i es el peso atómico del i ésimo núcleo y S_i es la densidad parcial (g/cm³) del i ésimo núcleo en la muestra.

Las secciones eficaces macroscópicas pueden sumarse; así: si $\Sigma_s(E)$ y $\Sigma_a(E)$ son las secciones eficaces macroscópicas de dispersión y absorción respectivamente, la sección eficaz para ambos procesos tomados al mismo tiempo es:

$$\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E) \quad \text{-----} \quad (4)$$

Si las ecuaciones (1), (2) y (3) se dividen por la densidad del medio, se obtiene el área de la sección eficaz aparente, por unidad de masa del material. Tales coeficientes másicos de atenuación son encontrados con frecuencia en los cálculos de blindajes para fotones y se expresan como M/ρ donde M es la sección eficaz macroscópica lineal.

La sección eficaz macroscópica puede ser vista como la reacción proporcional por densidad de flujo unitario de un campo de radiación. Para una sección eficaz macroscópica lineal, la densidad de reacción proporcional esta dada por:

$$R R = M \phi \text{ reacciones cm}^{-3} \text{ seg}^{-1}$$

siempre que la sección eficaz M esté dada en cm^{-1} y la densidad de flujo ϕ en unidades de $\text{cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$; de la misma manera, la reacción proporcional por densidad de masa unitaria está dada por:

$$R R = \frac{M}{\rho} \phi \text{ reacciones g}^{-1} \text{ seg}^{-1}$$

donde ϕ es la densidad de flujo y M/ρ es la sección eficaz de la masa. La reacción proporcional total en función de la energía E y el volumen V , está dado por la integral:

$$R R = \int_v \int_e M(E) \phi(r, E) dE dV \text{ reacciones/seg.}$$

En la cual la densidad de flujo diferencial $\phi(r, E)$ esta definida por la ecuación siguiente:

$$\phi(r, E) = \int_{4\pi} \phi(r, E, \Omega) d\Omega$$

donde r = Vector de posición

E = Energía

Ω = Dirección.

y dV es el elemento de volúmen diferencial.

2.3.4. Interacción de radiación gamma-Tres son los efectos principales producidos por la radiación en la materia a saber: el efecto fotoeléctrico; el efecto Compton y la producción de pares.

a) Efecto fotoeléctrico. - el intervalo de energía asociado a la radiación gamma en una reacción de fisión provocada por la interacción de un neutrón va desde energías expresadas en KeV hasta cerca de 10 MeV y los efectos anteriores contribuyen a la atenuación de fotones en este intervalo de energías (13).

En este proceso un fotón es absorbido y un electrón emitido de su orbital, en un átomo. Toda la energía del fotón se transfiere al electrón el cual es desplazado del átomo como un fotoelectrón con una energía cinética $\tau = E_\gamma - B_e$ donde B_e es la energía de amarre del electrón en el orbital y E es la energía de la radiación gamma incidente; cualitativamente la sección eficaz para el efecto fotoeléctrico depende de éste último parámetro y del número atómico Z . Entonces:

$$\tau_{pe} \propto \frac{Z^n}{E_\gamma^3}$$

donde n va de 3 a 5. La probabilidad de interacción es proporcional a la $n-3$ potencia de la energía del fotón y de la 3 a. a la 5 a. Potencia del número atómico de los átomos blanco.

De ésta manera el efecto fotoeléctrico es grande para elementos con número atómico superior y disminuye rápidamente con el incremento de la energía del fotón.

La energía de ionización para los electrones de una capa n dada se incrementa cuando se incrementa el número atómico; como se observa en la tabla 2.2; las energías a las cuales el efecto fotoeléctrico predomina es en el siguiente intervalo: de 0.5 a 10 MeV lo cual es de interés en blindajes para reactores nucleares.

Z	ELEMENTO	E_k MeV	$E_{1/2}$ MeV
1	HIDROGENO	1.4×10^{-5}	10^{-4}
4	BERILIO	2.2×10^{-4}	0.011
6	CARBONO	2.8×10^{-4}	0.016
8	OXIGENO	5.2×10^{-4}	0.025
13	ALUMINIO	1.5×10^{-3}	0.046
20	CALCIO	4.0×10^{-3}	0.079
26	HIERRO	6.9×10^{-3}	0.11
42	MOLIBDENO	2.0×10^{-2}	0.195
50	ESTAÑO	2.9×10^{-2}	0.25
74	TUNGSTENO	6.06×10^{-2}	0.42
82	PLOMO	8.8×10^{-2}	0.50
92	URANIO	11.6×10^{-2}	0.62

Tabla 2.2 .- Energías a las cuales el efecto fotoeléctrico proporciona una mitad del coeficiente de absorción total ($E_{\frac{1}{2}}$) y la energía de ionización de la capa k (E_k)⁽¹²⁾.

b) Efecto Compton.- Se define como la dispersión de un fotón por un electrón. El fotón imparte energía al electrón y su energía y dirección son modificados; cuando el ángulo de dispersión es grande el fotón eme de la interacción con una fracción importante de la energía de incidencia.

En este efecto los electrones se consideran libres, por lo tanto, el efecto compton para un átomo es la suma de los efectos de todos sus electrones, entonces: la sección eficaz macroscópica para la dispersión compton está determinada por la densidad electrónica. La dependencia de este proceso del número atómico es lineal del número de electrones por átomo. En la figura 2.3 se muestra este proceso.

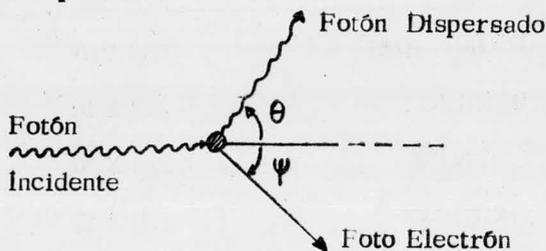


Fig. 2.3 .- Dispersión Compton.

El fotón es dispersado en un ángulo θ , acarreando una porción de la energía incidente; el resto de la energía es tomada por el electrón elevando su energía cinética al ser dispersado en una dirección ψ . Las ecuaciones que describen este proceso con respecto a los ángulos formados y las relacio-

es de energía, son expresadas más fácilmente cuando la energía del fotón es medida en unidades de energía del electrón con masa en reposo ($M_e C^2$) o en unidades de longitud de onda Compton. En estas unidades, si E^* es la energía expresada en unidades de MeV, la energía E en unidades de $M_e C^2$ está dada por:

$$E = \frac{E^*}{0.511}$$

La longitud de onda Compton está dada por la relación recíproca:

$$\lambda = \frac{1}{E} = \frac{0.511}{E^*}$$

La unidad de longitud de onda Compton es igual a $h/M_e C^2$ ó: - 0.2426 Å, donde h es la constante de Planck = 6.625×10^{-27} erg-seg. Las ecuaciones siguientes se expresan en términos de las unidades Compton, de conservación de la energía y momentum de esto se deduce que la relación entre la energía del fotón incidente E ; la energía del fotón dispersado E' y el ángulo de dispersión Θ para una colisión Compton es:

$$E' = \frac{E}{1 + E(1 - \cos \Theta)}$$

Simplificando en términos de longitud de onda Compton queda:

$$\lambda' - \lambda = 1 - \cos \Theta$$

donde λ' se refiere al fotón dispersado después del choque.

La energía del fotón dispersado difiere de la energía inicial en un límite mínimo. Para energías iniciales mayores que 1 la masa en reposo $\gg 0.511$ MeV y el límite mínimo es de aproximadamente $E/2$. La escu

cia de este proceso esta contenido en la fórmula de Klein-Nishina:

$$\mathcal{T}(\Theta) = \frac{3}{16 \pi} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \text{Sen}^2 \Theta\right) \text{T. U.} \cdot \text{electrón}^{-1} \text{steradian}^{-1} \cdot 6$$

$$\mathcal{T}(\Theta) = \frac{3}{16 \pi} \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - \text{Sen}^2 \Theta\right) \text{T. U.} \cdot \text{electrón}^{-1} \text{Steradian}^{-1}$$

la cual describe con una muy buena aproximación la probabilidad de que un fotón sea dispersado por un electrón en una colisión Compton, dentro de un sólido u otro medio formando un ángulo Θ de dispersión.

En las ecuaciones anteriores, la sección eficaz microscópica está medida en unidades Thompson (T. U.) $1 \text{ T. U.} = \frac{8\pi}{3} (e^2/m_e C^2)^2 = 0.665 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$. $\mathcal{T}(\Theta)$ nos expresa una sección eficaz microscópica diferencial.

Si se integra la ecuación anterior se obtendrá la sección eficaz total para la dispersión Compton de un electrón:

$$\mathcal{T}(\Theta) = \frac{3}{16 \pi} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \text{Sen}^2 \Theta\right) \text{T. U.} \cdot \text{electrón}^{-1} \text{Steradian}^{-1}$$

Para todos los ángulos de dispersión posibles; esto es:

$$\mathcal{T}_C(E) = \frac{3}{4} \left\{ \frac{1+E}{E^3} \left[\frac{2E(1+E)}{1+2E} - \ln(1+2E) \right] + \frac{1}{2E} \ln(1+2E) - \frac{1+3E}{(1+2E)^2} \right\} \text{T. U. / Electrón}$$

donde $\mathcal{T}_C(E)$ es la sección eficaz microscópica para la dispersión Compton de un electrón por un fotón con energía E.

La energía de un fotón incidente se divide en dos partes en una

colisión Compton: aumento de la energía cinética del electrón rechazado y la energía del fotón conserva acarreándola en su nueva dirección. La fracción de energía $f(\Theta)$ transferida al electrón como una función del ángulo de dispersión está dada por:

$$f(\Theta) = \frac{E - E'(\Theta)}{E}$$

La fracción promedio de energía perdida por la colisión Compton \bar{f}_c está dada por:

$$\bar{f}_c = \frac{1}{\sigma_c} \int f(\Theta) \sigma(\Theta) d\Omega$$

Después de la integración se ha realizado a todos los ángulos; la relación:

$$\sigma_{ca}(E) = \bar{f}_c \sigma_c(E)$$

es una sección eficaz que refleja la probabilidad de depositación de la energía en una colisión Compton en un punto, se le llama sección eficaz de absorción Compton.

c) Producción de Pares. - En este proceso, un fotón interactúa con el campo eléctrico formado por los electrones o el núcleo de un átomo. El fotón incidente es completamente destruido y convertido en un par electrón-positrón. El exceso de energía del fotón incidente es cedida como energía cinética a las dos partículas cargadas producidas en el proceso; la energía de 1.022 MeV es la mínima necesaria para producir la masa del par electrón - Positrón.

El proceso de producción de pares se puede visualizar en

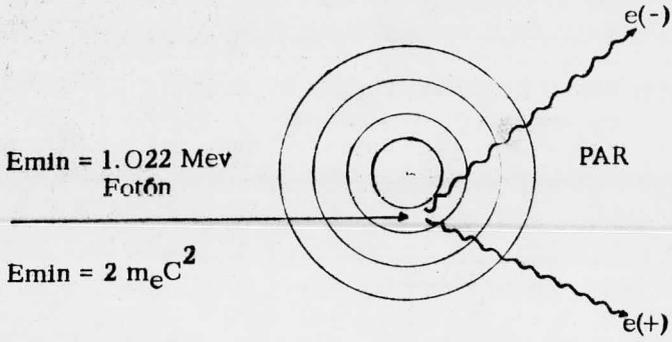


Fig. 2.4-Producción de un Par.

En la figura 2.5 se muestra la dependencia entre la sección eficaz y la energía del fotón incidente, en plomo.

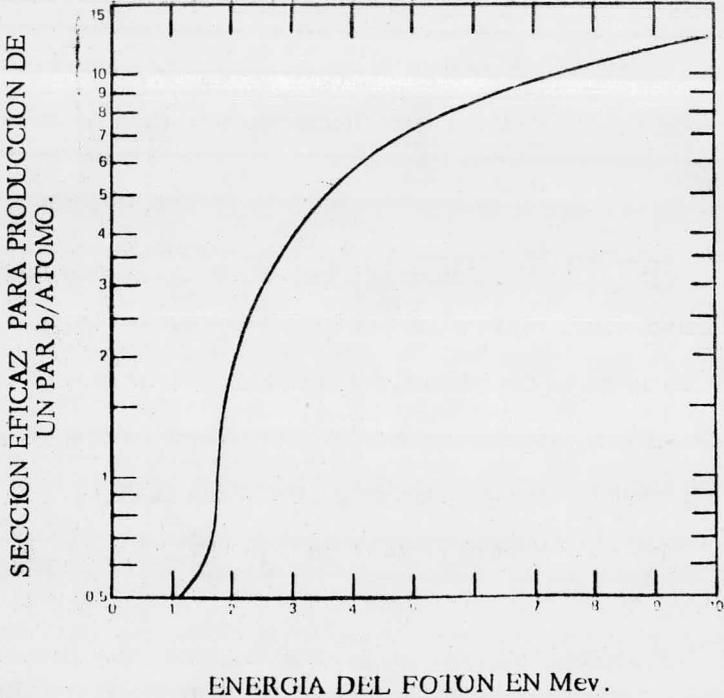


Fig. 2.5. - Secciones eficaces para producción de pares en plomo (Tomada de (13) citado en referencia (14)).

La producción de un par es despreciable en elementos con bajo Z; en éstos predominan los efectos fotoeléctrico y Compton. La tabla 2.3 relaciona la energía del fotón a la cual acontece la producción de un par.

Z	ELEMENTO	E, MeV	Z	ELEMENTO	E, MeV
1	HIDROGENO	78	26	HIERRO	9.5
4	BERILIO	35	42	MOLIBDENO	7.5
6	CARBONO	28	50	ESTAÑO	6.5
8	OXIGENO	20	74	TUNGSTENO	5.2
13	ALUMINIO	15	82	PLOMO	5.0
20	CALCIO	12	92	URANIO	4.8

Tabla 2.3 . - Energías a las cuales pueden ser producidos pares, en distintos elementos. Tomada de (12)

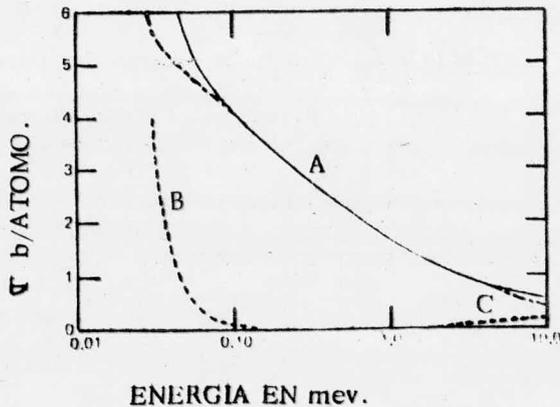
d) Existen otro tipo de procesos. - en la interacción radiación - materia, tales como: dispersión coherente de electrones también llamado dispersión Ralcligh; dispersión nuclear Thompson y dispersión nuclear Del-

brick, de menor importancia que los antes descritos como son: el fotoeléctrico Compton y Producción de pares. Para mayor información respecto a la importancia de estos últimos procesos, consultar las referencias (13) y (15).

e) Coeficientes totales de atenuación para fotones. - Los tres procesos que contribuyen a la atenuación de fotones en el blindaje de un reactor nuclear son: el efecto fotoeléctrico, la dispersión Compton y la Producción de pares; tales procesos ocasionan que alguna o toda la energía de los fotones incidentes sea depositada en el sitio de la interacción. Por lo tanto, la sección eficaz microscópica total por átomo de un elemento con número atómico Z para atenuación de fotones esta dada por:

$$\tau_t = \tau_{pe} + \tau_{zc} + \tau_{pp}$$

donde τ_{pe} es la sección eficaz por átomo para el efecto fotoeléctrico, τ_{zc} sección eficaz para la dispersión Compton y τ_{pp} la sección eficaz por átomo para la producción de pares. τ_{pe} y τ_{zc} decrecen con el incremento de la energía del fotón; como se observa en las figuras 2.6 y 2.7 donde los tres componentes de la sección transversal total son aplicados a oxígeno y plomo respectivamente.



- A. -Dispersión total.
- B. -Efecto Fotoeléctrico.
- C. -Producción un Par.

Fig. 2.6. - Sección eficaz total para radiación gamma, en oxígeno (Tomada de (12)).

Para plomo y otros elementos pesados, el efecto compton predomina para energías intermedias de 1 a 5 Me V y fuera de este intervalo para elementos ligeros.

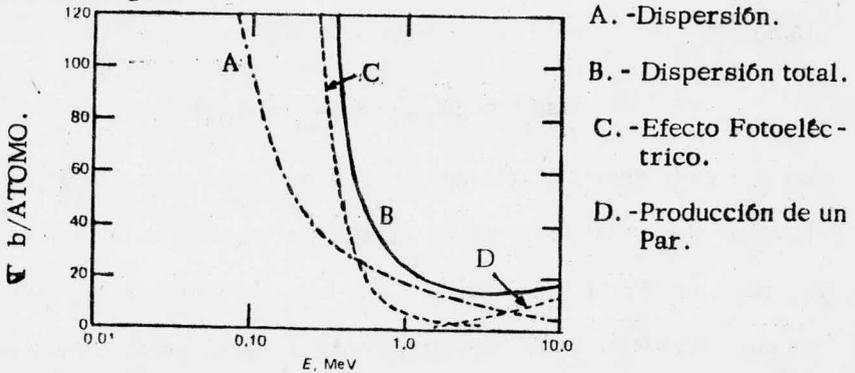


Fig. 2.7. - Sección transversal total para radiación gamma en plomo (tomada de (12)).

Existe una energía mínima en la cual la sección eficaz - -

total comienza a reducirse con el incremento del número atómico Z como lo indica la figura 2.8

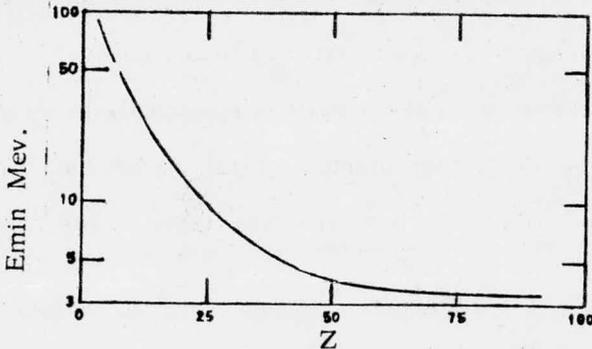


Fig. 2.8. - Energía mínima para sección Eficaz total (Tomada de referencia (12)).

Las secciones eficaces macroscópicas se denominan también coeficientes de absorción, puesto que todos los procesos, incluyendo el efecto Compton quitan fotones de un rayo colimado. Más comúnmente se les llama: coeficientes de atenuación lineal y másico expresados así: $M_t = N\tau_t$ y M_t/ρ respectivamente. Otra sección eficaz macroscópica que refleja la energía removida del fotón que interactúa en un campo de un elemento con número atómico Z es:

$$M_a = N (\tau_{pe} + Z \tau_{ca} + \tau_{pp})$$

donde N es la densidad atómica (átomos/cm³) del elemento y τ_{ca} la sección eficaz de absorción de energía Compton por electrón definida por la ecuación $\tau_{ca}(E) = \bar{f}c \tau_c(E)$ descrita antes. Las cantidades M_a y M_a/ρ son conocidos como coeficientes de depositación de energía, lineal y másico respectivamente.

2.3.5. - Interacción con neutrones. - En algunos aspectos, los procesos implicados en la atenuación de neutrones contrastan marcadamente con los procesos mencionados en la atenuación de fotones; para este último caso son importantes sólo tres procesos, en cambio para el caso de neutrones: es necesario considerar muchas reacciones que se realizan en un reactor nuclear. En los efectos con fotones están implicados electrones, los neutrones no reaccionan con éstos, pero sí con el núcleo de los átomos.

Los procesos asociados con las interacciones nucleares son mucho más complicados; por lo tanto las secciones eficaces para neutrones tienen que ser medidas experimentalmente. A. Foderaro⁽¹⁰⁾ discute con detalle la aplicación de modelos nucleares en el cálculo de las secciones eficaces

para neutrones.

El neutrón tiene una masa ligeramente mayor que el protón: 1.00898 u.m.a. y 1.00759 u.m.a. respectivamente; debido a que el neutrón no posee carga eléctrica éste no es afectado por el campo eléctrico del átomo, por tanto, puede atravesar la materia libremente sin ser estorbado para llegar hasta el núcleo, interactuando con él. Una interacción nuclear puede alterar la energía y dirección del neutrón o ser absorbido dentro del núcleo. Cuando sufre dispersión ésta puede ser de dos tipos: elástica, cuando la energía cinética del sistema se conserva e inelástica, cuando algo de la energía cinética es transformada al excitar el núcleo. Cuando un neutrón es absorbido puede emitirse radiación gamma, partículas cargadas y otras veces: uno o más neutrones.

La dispersión inelástica también produce emisiones secundarias. La absorción de un neutrón puede ocasionar fisión en ciertos isótopos; por tanto todas las interacciones con neutrones, excepto la dispersión elástica, producen una fuente secundaria de radiación.

La sección eficaz total para neutrones para una interacción en un núcleo es la suma de las secciones eficaces de absorción y dispersión.

$$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s \quad \text{b/Núcleo.}$$

Muchos procesos nucleares tienen ciertas características y son relativamente invariantes en una amplia banda de energías para neutrones, por lo tanto, es conveniente dividir el espectro de energías: a) grupo de baja energía, cuyo intervalo es de 0 a 0.4 eV llamados neutrones térmicos o moderados; su distribución aproximada de energía está dada por la distribución de

Maxwell - Boltzman:

$$f_n(E) = \frac{2\pi}{(\pi RT)^{3/2}} E^{1/2} e^{-E/RT}$$

donde $f_n(E)$ es la fracción de neutrones por unidad de energía E , R es la constante de Boltzman (8.6×10^{-5} eV/oK) y T es la temperatura absoluta del medio. Existe una región de energía llamada epitérmica comprendida entre 0.4 eV y 1 KeV llamada así porque muchas secciones eficaces exhiben resonancia en esta zona. La región de alta energía comprendida entre 0.5 MeV energía implicada en reacciones de fisión y la energía que poseen neutrones rápidos de hasta 12 MeV.

a) **Dispersión elástica de Neutrones.** - En la dispersión elástica de Neutrones se conservan, tanto la energía cinética, como el momento; un modelo para explicar este fenómeno es la simple colisión entre bolas de billar con las cuales se obtiene la dirección del movimiento y la velocidad del Neutrón dispersado, así como la dirección y velocidad del núcleo rechazado o interaccionado por el neutrón incidente.

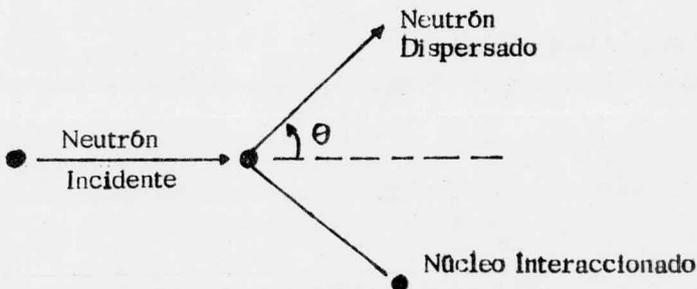
Actualmente se consideran dos procesos en la dispersión elástica de neutrones. El primero se conoce como dispersión elástica com- puesta, en este proceso se considera que el neutrón es absorbido por el núcleo y remitido posiblemente en otra dirección. El segundo proceso es llamado dispersión potencial, en este proceso se considera que el neutrón no entra en el núcleo pero en cambio es dispersado elásticamente por la interacción con potencial creado alrededor del núcleo debido a la presencia de las fuerzas nucleares.

La probabilidad de que suceda una dispersión elástica es la suma de las probabilidades de los dos procesos; la sección eficaz para la dispersión elástica esta basada en esta suma y se representa por : σ_{es} .

La dispersión elástica compuesta es más importante a bajas o intermedias secciones eficaces.

A altas energías, por ejemplo en la región de neutrones rápidos, casi toda la dispersión compuesta es inelástica, puesto que el núcleo formado por la dispersión compuesta, resulta en un núcleo excitado seguido por la reemisión de un neutrón. En este caso la energía cinética no se conserva puesto que alguna de ésta reaparece como un fotón. La dispersión potencial es generalmente una función lineal de la energía del neutrón, esta dispersión es el componente predominante de la dispersión elástica en la región rápida.

Las relaciones ángulo-energía en la dispersión para una interacción elástica se analizan mejor en un sistema de coordenadas centro de masa, en el cual el momentum total es constante y la velocidad de la partícula antes de la colisión es la misma que después del choque. En la figura 2.9 se ilustran los dos sistemas de Coordenadas laboratorio y centro de masa:



SISTEMA DE LABORATORIO.

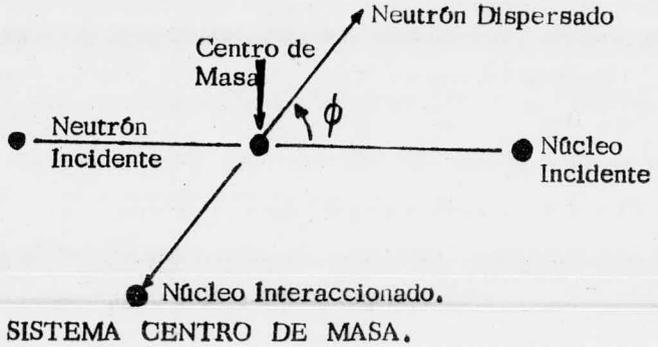


Fig. 2.9. - Sistemas de Coordenadas para colisión.

La energía E del neutrón elásticamente dispersado esta relacionada con la energía E_0 , del neutrón incidente, la masa atómica A del núcleo y el ángulo de dispersión ϕ (en el sistema centro de masa) por la ecuación siguiente:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{A^2 + 2A \cos \phi + 1}{(A+1)^2}$$

El ángulo de dispersión Θ en el sistema de laboratorio esta relacionado a ϕ por la siguiente ecuación:

$$\cos \Theta = \frac{A \cos \phi + 1}{(A^2 + 2A \cos \phi + 1)^{1/2}}$$

donde se ve que: si $A=1$ (Para el caso del hidrógeno) el neutrón puede perder toda su energía en una sola colisión. La máxima energía se pierde cuando $\Theta = \pi$ por lo tanto:

$$\frac{E_{\min}}{E_0} = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$$

La dispersión es aproximadamente isotrópica para neutrones con poca energía y además elástica en el sistema centro de masa; el ángulo

o de dispersión promedio en el sistema laboratorio esta dado por la ecuación siguiente:

$$\cos \bar{\Theta} = \frac{2}{3A}$$

Para bajas energías y núcleos pesados la dispersión tiende a ser isotrópica en el sistema de laboratorio.

La dispersión isotrópica en el sistema centro de masa se ve modificada cuando la energía del neutrón incidente se incrementa y sobre todo alrededor de 0.1 MeV la dispersión es anisotrópica, excepto para núcleos ligeros. En esta región energética Goldstein (12) citó una ecuación para $\bar{\Theta}$ en donde E_0 esta dada en MeV

$$\bar{\Theta} = \frac{200}{(E_0)^{1/2} A^{1/3}} \text{ grados}$$

la cual indica que para energías incidentes en la región rápida la anisotropía se incrementa con el aumento de A.

b). - Dispersión Inelástica de Neutrones. - La dispersión inelástica de neutrones es una fuente de radiación gamma secundaria debido a que cuando se produce una dispersión de éste tipo una porción de la energía del neutrón incidente excita el núcleo que subsecuentemente decae al emitir uno o más fotones. La dispersión inelástica es un medio importante de reducir la energía de un neutrón rápido en el blindaje de un reactor, debido a que una gran cantidad de energía puede transferirse al núcleo en una dispersión inelástica, principalmente cuando el intervalo de energía esta comprendido entre 1 y 14 MeV. Para la mayor parte de los elementos de interés, las secciones eficaces para dispersión inelástica son oscilantes, generalmente decrecen en la región

de alta energía. La dispersión inelástica es el comienzo de una reacción, la sección eficaz correspondiente usualmente es incrementada cuando se incrementa la energía, como se muestra en la tabla 2.4 .

ELEMENTO	ENERGIA INICIAL APROXIMADA MeV	SECCION TRANSVERSAL, b			
		14 MeV	5.16 MeV	2.0 MeV	1.0 MeV
TUNGSTENO					
$\sigma_{nn'}(L)$	0.0115	0.00	0.095	1.23	2.3
$\sigma_{nn'}(e)$	0.99	2.49	2.47	1.35	0.0
PLOMO					
$\sigma_{nn'}(L)$	0.57	0.00	0.00	7.7	0.3
$\sigma_{nn'}(e)$	3.13	2.52	2.06	0.00	0.0
NICKEL					
$\sigma_{nn'}(L)$	1.40	0.00	0.00	0.60	0.0
$\sigma_{nn'}(e)$	4.02	1.13	1.17	0.00	0.0
CARBONO					
$\sigma_{nn'}(L)$	4.91	0.268	0.043	0.00	0.0
$\sigma_{nn'}(e)$	9.40	0.216	0.00	0.00	0.0

Tabla 2.4 . - Secciones eficaces típicas para neutrones dispersados inelásticamente a cuatro energías

Las secciones eficaces totales para todos los eventos inelásticos son divididos en dos componentes : $\sigma_{nn'}(L)$ que es la probabilidad de

excitación de algún nivel, del que se emiten rayos gamma discretos y $\sigma_{n,n'}(e)$ es la probabilidad de excitación en la región donde los niveles son tan estrechamente espaciados que la emisión es esencialmente continua. La tabla 2.4 - - muestra para cuatro elementos, la energía inicial del neutrón y los valores de $\sigma_{n,n'}(L)$ y $\sigma_{n,n'}(e)$ para cuatro energías, la energía inicial para la dispersión inelástica disminuye con el incremento de Z .

c). - Captura radiativa del neutrón. - En un proceso de -- captura radiativa el neutrón incidente es absorbido por el núcleo que queda en -- un estado excitado y decae después por la emisión de radiación gamma. La -- energía de excitación total es igual a la energía del neutrón incidente más la -- energía de amarre del neutrón.



Fig. 2.10 . - Captura radiativa del Neutrón.

Las secciones eficaces para neutrones térmicos para el pro-- ceso de captura radiativa en la mayor parte de los elementos están dadas en -- el barn book (17) .

d). - Dispersión potencial de neutrones. - El neutrón es -- dispersado por el núcleo sin entrar en él. La dispersión se aprecia como una -- reflexión del neutrón por la energía potencial de excitación de la superficie del -- núcleo.

e). - Otras reacciones no elásticas. - Hay otro tipo de interacciones no elásticas en las cuales la energía cinética del sistema no se conserva como son: $(n, 2n)$; $(n, \text{fisión})$ y (n, P) . La sección eficaz para neutrones σ_{ne} está definida por:

$$\sigma_{ne}(E) = \sigma_t(E) - \sigma_{es}(E).$$

en donde σ_t es la sección eficaz total para el neutrón y σ_{es} es la sección eficaz para una dispersión elástica.

Las reacciones (n,p) generalmente son producidas por neutrones con energías mayores de 1 MeV.

f). - Secciones eficaces de activación. - Muchas interacciones con neutrones producen una excitación en los núcleos que decaen posteriormente de distintas maneras. Las secciones eficaces que describen la probabilidad de formación de un núcleo radiactivo específico son conocidas como secciones eficaces de activación y están dadas en unidades de barns/núcleo. Entonces, la sección eficaz total de captura de un núcleo puede ser la suma de varias secciones eficaces de activación.

Las secciones eficaces de activación son utilizadas en la estimación de fuentes secundarias, obtenidas en los blindajes de los reactores; en la producción de radioisótopos y en la nueva técnica de análisis por activación.

2.3.6. - Interacción Alfa-Beta con la materia. - Las partículas Alfa y Beta que son emitidas en el decaimiento continuo de distintos isó-

no son de importancia fundamental en el análisis de blindajes de reactores, esto que cualquier barrera diseñada para la protección en contra de radiación gamma o neutrones, detendrá a las partículas Alfa y Beta.

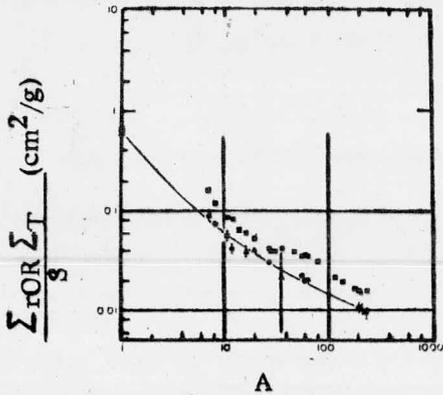
2.4.- Materiales utilizados en blindajes.

Introducción: el objetivo de esta sección es el de conocer la importancia que se da a la selección de los materiales que deberán constituir el blindaje de un reactor nuclear y los problemas que ésta tarea presenta en el diseño de un reactor.

En las secciones anteriores se mencionaron algunos aspectos relativos a la interacción de la radiación con la materia y sus efectos. En esta sección se verán algunas propiedades físicas y mecánicas de los materiales que son sometidos a radiaciones cuando se les utiliza en Blindajes.

2.4.1.- Atenuación de la radiación. - La atenuación se refiere a cuando la radiación (neutrones o fotones) interacciona con las partículas de la materia que constituye el blindaje (núcleo o electrones); el número elevado de partículas a través de las cuales pasa la radiación produce la atenuación, por lo tanto, este efecto es una función de la densidad del material e implica que la atenuación será creciente por unidad de espesor del blindaje.

Para la atenuación de neutrones intervienen partículas nucleares y electrones. La figura 2.11 muestra la variación de las secciones eficaces para neutrones con 8 MeV de energía.



- \sum_T Sección eficaz total a 8 Mev.
- ▲ \sum_T Sección eficaz de remoción obtenida de compuestos.
- \sum_r Sección eficaz de remoción obtenida de distintos elementos.
- Densidad del material.

Fig. 2.11. -Atenuación de neutrones por un material, por unidad de peso, en función del peso atómico (11).

De acuerdo a la gráfica se ve que los elementos ligeros son excepcionalmente buenos, sin embargo los metales compactos tales como el hierro, cobre o tungsteno, también lo son.

2.4.2. -Energías de Desplazamiento. - Si la energía transferida a un átomo en un sólido cristalino por bombardeo con partículas de energía excede un cierto nivel, el átomo puede ser desplazado de su lugar de origen en la rejilla atómica. Este nivel de energía se denomina energía de desplazamiento. La determinación experimental de este nivel de energía se hizo en cobre, germanio, níquel y aleaciones Cu_3Au utilizando electrones de alta energía en un generador Van de Graff; los valores de la energía aplicada

siguientes: cobre: 25 eV; germanio 31 eV; níquel 34 eV y menos de 12 eV para ^{197}Au . El lugar vacante producido por el desplazamiento de un átomo en una rejilla atómica se conoce como vacancia; cuando un átomo es forzado a ocupar un sitio entre dos posiciones normales en una rejilla atómica a éste sitio se le denomina intersticio. Estos dos tipos de defectos cristalinos son producidos por irradiación.

Los efectos producidos por los intersticios y las vacancias en los compuestos químicos son pequeños en comparación con el daño causado por ionización.

Todos los tipos de irradiación causan algún grado de ionización ya sea directa o indirectamente. Los neutrones causan ionización indirectamente por transmisión de energía a los átomos a través de colisiones elásticas. En buenos conductores eléctricos, como los metales y en semiconductores, el efecto producido por la ionización será solamente un calentamiento uniforme. La situación es distinta para aislantes en los cuales existen pocos electrones libres; en cristales iónicos, cristales moleculares y otros compuestos químicos, la ionización puede romper el enlace y disociar las moléculas produciendo cambios en las propiedades químicas en una variedad de pasos.

Las vacancias y los intersticios poseen una movilidad considerable a temperatura relativamente baja en metales y semiconductores. Si la temperatura del material irradiado es de un tercio de la temperatura absoluta de fusión, los defectos cristalinos pueden difundirse hasta que son atrapados en: a) impurezas, b) dislocaciones, c) otros defectos del mismo tipo. Estos - -

tres procesos son los responsables de los cambios en las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en blindajes térmicos de reactores nucleares como son: cambios en la resistividad eléctrica, la irradiación induce un incremento en la resistividad eléctrica como una consecuencia de la presencia de un gran número de intersticios y vacancias. Estos defectos cristalinos introducen distorsiones locales, lo cual ocasiona una dispersión frecuente de los electrones que conducen la corriente.

Un efecto similar es el que ocasiona la presencia de impurezas en una rejilla cristalina, ambas son independientes de la temperatura. En la figura 2.12 se muestran las curvas de resistividad resultantes de la exposición de elementos como: cobre, plata y oro a una fuente de deuterones con una energía de 12 Mev:

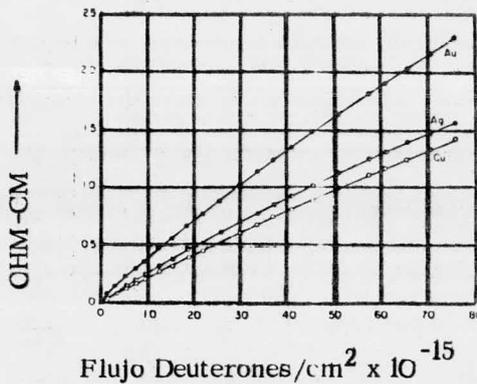


Fig. 2.12. -Incremento de la resistividad como una función del flujo integrado de deuterones. (11).

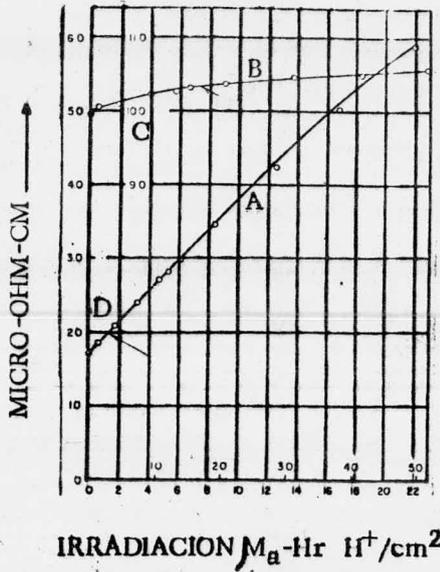
La dureza de la mayor parte de los metales es incrementada como un resultado de la irradiación y es de la misma magnitud que la dureza

da por un severo trabajo en frío. Las propiedades de tensión también se ven incrementadas por la irradiación, acompañadas por un descenso en la elongación. De acuerdo con la teoría de la dislocación y distorsión local de cristales se espera que estos defectos impidan la difusión de dislocaciones, lo cual ocasiona un incremento en la resistencia a la deformación.

El efecto que la radiación produce en las aleaciones no es solamente la formación de intersticios y vacancias, también puede presentarse fusión.

En la aleación Cu_3Au (la fórmula indica la proporción de átomos de Cu a los de Au) el arreglo estructural de los átomos de Cu y de Au es ordenado, cuando éstos son puestos en contacto al azar, esto se logra al templar la aleación desde una temperatura por encima de los 390°C .

Si la aleación es enfriada muy lentamente desde los 390°C se obtendrá un arreglo ordenado, lo que provoca que un átomo de Au sea rodeado por 12 átomos de Cu. La resistividad eléctrica para la estructura desordenada es de 5.5 micro-ohm-cm y 4.0 micro-ohm-cm para la estructura ordenada. La figura 2.13 muestra el cambio en la resistividad causada por irradiación simultánea de aleaciones ordenadas y desordenadas con un flujo de protones con una energía de 9 MeV.



- A. - Ordenada.
- B. - Desordenada.
- C. -Escala desordenada.
- D. -Escala ordenada.

Fig. -2.13. -Efecto de la irradiación con protones sobre la resistividad de una aleación de Cu_3Au a $-180^\circ C$.⁽¹¹⁾

El aspecto de los tratamientos térmicos a los que las aleaciones metálicas son sometidas con las subsiguientes transformaciones de fase en estado sólido, es tan amplio que es difícil tomar decisiones generales acerca de la naturaleza del efecto producido por radiaciones en esta clase de materiales.

2.4.3. -Aceros Estructurales. -un acero es una aleación a base de hierro con un porcentaje determinado de carbono que le es proporcionado en el proceso de fabricación, cuando además del carbono se agregan al acero otros elementos como: cromo, níquel, molibdeno, tungsteno; el acero es denominado especial, o aleado y se agregan con objeto de modificar sus propiedades físicas y mecánicas.

2.4.4. - Blindajes térmicos. - su función es la de reducir hasta un nivel aceptable la energía de las radiaciones procedentes del núcleo del reactor. El blindaje consiste esencialmente de una placa de alta densidad; el material que la constituye deberá tener una sección eficaz de captura de neutrones térmicos elevada. Un material con estas propiedades absorbe también la radiación gamma eficientemente.

Como una gran fracción de radiación gamma esta asociada con la captura de neutrones, en el blindaje se produce una concentración de calor elevada, el cual se conduce fácilmente por la placa. El flujo de neutrones térmicos $\phi (Z)$ a una profundidad Z bajo la superficie del blindaje puede representarse con suficiente aproximación por la ecuación siguiente:

$$\phi (Z) = \phi_0 e^{-Z/L}$$

onde ϕ_0 es el flujo a $Z = 0$ y L es la longitud de difusión.

ada por la ecuación:

$$L^2 = \frac{l_{tr} l_c}{3}$$

onde l_{tr} es la trayectoria libre media de transporte dada por:

$$l_{tr} = \frac{1}{\Sigma_s (1 - \bar{M}_0)}$$

l_c es la trayectoria libre media de captura dada por $\frac{1}{\Sigma_c}$

Σ_s es la sección eficaz macroscópica de dispersión.

\bar{M}_0 es el coseno promedio del ángulo de dispersión.

El número de neutrones capturados por unidad de volúmen



por unidad de tiempo a una profundidad Z es: $\phi(Z) \text{ l c}^{-1}$. Es necesario conocer como la densidad de captura de neutrones varfa con la profundidad del blindaje; esto último es difícil calcularlo excepto cuando los neutrones escapan de la barrera, en este caso es posible determinar experimentalmente las curvas de densidad de captura de neutrones; en la figura 2.14 se muestran las curvas obtenidas en la atenuación de neutrones en un acero.

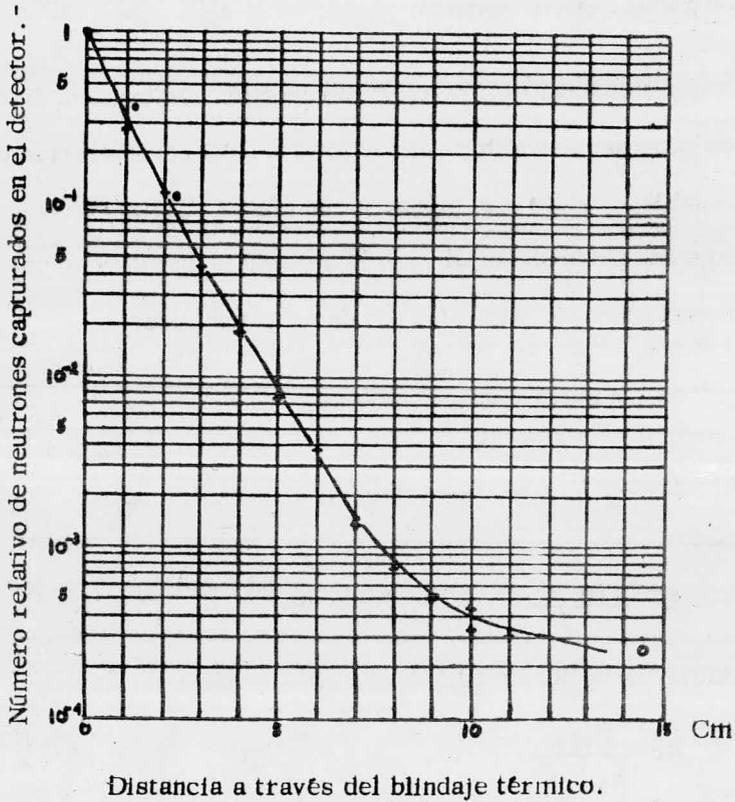


Fig. 2.14. -Absorción de neutrones lentos en un blindaje térmico de un reactor de uranio natural (bepo) con moderador de grafito. las mediciones fueron tomadas por secciones y midiendo la actividad inducida como una función de la posición. (6)

De esta manera podemos considerar que el desprendimiento de calor está determinado por la absorción de neutrones por unidad de volumen.

2.4.5. -Materiales para blindajes térmicos. - además de poseer una densidad elevada, un alto punto de fusión, un número atómico grande y una sección eficaz de captura de neutrones elevada; un blindaje térmico deberá presentar cierta estabilidad cuando es sometido a irradiación, buena conductividad térmica y que sea barato. El hierro en forma de acero es seleccionado por poseer las propiedades nucleares requeridas sin embargo, presenta algunas desventajas: actividad duradera, inducida por la irradiación con neutrones; la emisión de una penetrante radiación gamma por captura (7.7 Mev) la cual en ciertas circunstancias es la fuente más importante de radiación gamma y que procede del blindaje del reactor. La manera de evitar estas desventajas consiste en agregar al hierro otros elementos para formar una aleación, estos elementos poseen una elevada sección eficaz de captura de neutrones térmicos, es el caso de la aleación boro-plomo-acero.

El boro reduce la actividad residual del blindaje en un factor:

$$R = \frac{\sigma_{Fe} N_{Fe} + \sigma_{BNB}}{\sigma_{Fe} N_{Fe}}$$

donde N es el número de núcleos por cada centímetro cúbico y σ es la sección eficaz de neutrones térmicos absorbidos $\frac{\sigma_{Fe}}{\sigma_B} = 0.0033$.

El efecto producido por la presencia del boro en la reducción de la energía que procede del blindaje térmico se muestra en la figura 2.15 y en la tabla 2.5 se proporcionan algunas de las características que presentan cuatro aceros con distintos porcentajes de boro.

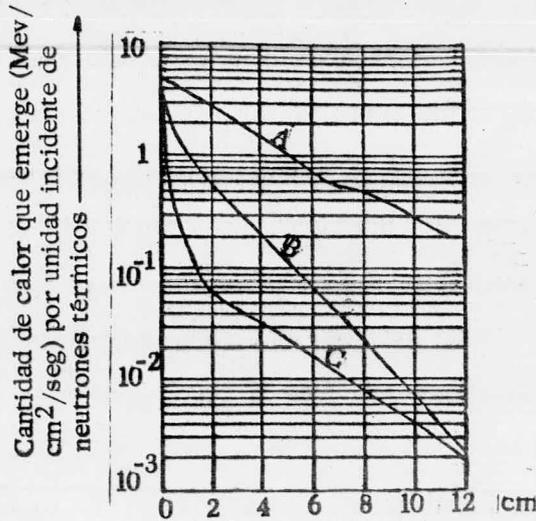


Fig. 2.15. -Ilustración de la efectividad de tres tipos de blindajes térmicos como absorbedores de la energía acarreada por un rayo de neutrones térmicos. Los cálculos se efectuaron con una fuente isotrópica. A=Acero; B=cadmio+plomo; C=acero+2% de boro.⁽⁶⁾

Tabla 2.5-Propiedades físicas de los aceros al boro⁽⁶⁾.

% Boro por peso	2	3	4	
Expansión térmica en el rango de 20-100°C (10^{-6} por °C)	10	10	9.5	--
Gravedad específica (20°C)	7.72	7.44	7.36	--

Calor específico (cal g ⁻¹ °C ⁻¹)	0.110	0.124	0.125	----
Conductividad térmica (C.G.S. unidades a 70-100°C)	-----	≈ 0.096	-----	-----
Maquinabilidad	fácil	buenas	difícil	no maqui- nable.

2.4.6. - Blindajes Biológicos. - Concretos.

El concreto es un material ampliamente utilizado en blindajes de reactores nucleares, por la facilidad con que se obtiene; sus propiedades mecánicas son satisfactorias, lo que hace al concreto un material ideal para blindajes. Es eficiente en la absorción de radiación gamma y reduce la velocidad de neutrones rápidos por dispersiones diversas como elásticas e inelásticas. El hidrógeno presente en el agua de hidratación del material es suficiente para la termalización de la energía intermedia de los neutrones. Su principal ventaja es un valor bajo en la conductividad térmica, lo cual impide que el calor generado como producto de la interacción de la radiación sea difícil de disiparse, creándose gradientes de temperatura elevados.

Un concreto es un agregado de grava, barita y fierro; aglutinados con un cemento. En la tabla 2.6 se muestran los componentes de un cemento no hidratado Portland típico.

Tabla 2.6 Cemento Portland (6).

MATERIAL	% POR PESO DE UN CEMENTO NO HIDRATADO.
Ca O	60 - 67
Si O ₂	17 - 25

Al_2O_3	3 - 8
Fe_2O_3	0.5 - 6.0
MgO	0.1 - 5.5
$\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$	0.5 - 1.3
SO_3	1.0 - 3.0

La densidad de un cemento no hidratado generalmente es de 3.0 - 3.2 g/cm³. La densidad de un cemento hidratado es de 2.0 g/cm³ y su contenido de agua es de 13 - 16 % por peso de cemento hidratado.

a) Concreto con baritas. - La barita es un mineral que se encuentra en forma de BaSO_4 el cual está ampliamente asociado con el PbS (galena) que es uno de los minerales de plomo. Algunos depósitos de barita son de considerable magnitud y pureza química, este mineral se agrega al concreto en forma de grava o arena para proporcionarle una densidad elevada, así como buenas propiedades mecánicas. Las principales impurezas que modifican las propiedades mecánicas del BaSO_4 es el ópalo y la calcedonia. El número atómico elevado del bario combinado con la densidad elevada del concreto proporciona a éste, capacidad suficiente para ser utilizado como blindaje contra radiaciones gamma. El comportamiento que exhiben los neutrones y la radiación gamma incidentes en un blindaje biológico de concreto con barita se muestra en la figura 2.16 para A: neutrones rápidos; B: neutrones térmicos; C: Radiación gamma, en un reactor Bepo de una potencia de 6.3 mega-watts; el concreto tiene una densidad de 3.1 g/cm³, los flujos son: 2000 neutrones térmicos cm⁻² seg⁻¹; 40 neutrones rápidos cm⁻² seg⁻¹ con una energía de 0.5 MeV.

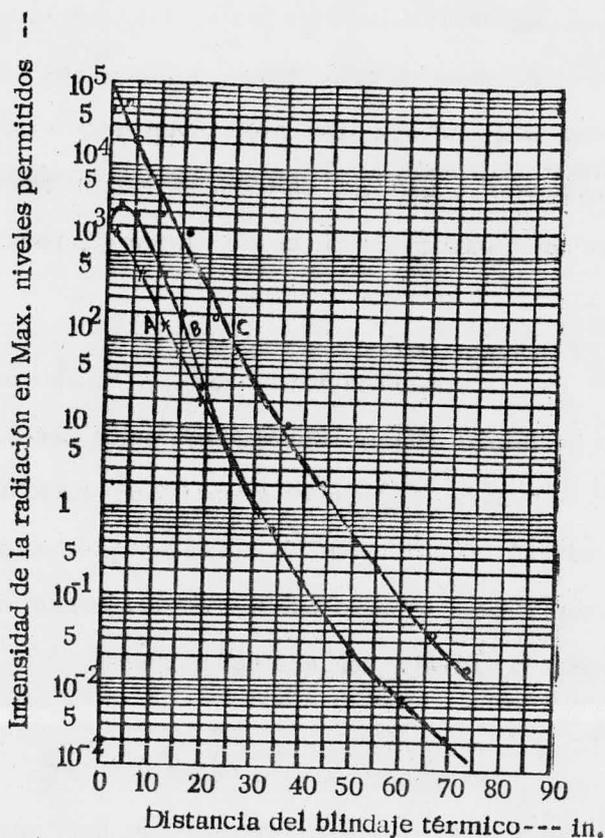


Fig. 2.16. - Intensidad de neutrones y radiación gamma en un blindaje de concreto con barita para un reactor Bepo de una potencia de 6.3 mega watts.

b) Concreto con mineral de fierro como agregado. - Con -
de elevar la densidad del concreto por arriba de 4.8 g/cm³ se agrega
concreto mineral de fierro como: magnetita o pirritas, sólo que este tipo de -
e resulta de 10 a 15 veces más caro que el concreto ordinario.

Si se utiliza chatarra de fierro en partículas pequeñas com -
s, se puede obtener una densidad de 4.5 g/cm³ del material; este --

presenta además una uniformidad bastante buena. La longitud para el relajamiento de un neutrón rápido en un concreto con perdigones de Fierro es aproximadamente de 6 cm; la trayectoria libre media de un neutrón térmico es de 7 cm aproximadamente y el relajamiento de radiación gamma con una energía de 7 MeV es de 6 cm aproximadamente, lo cual es menor que para el concreto ordinario.

c) Concreto con ferrofósforo. - Consiste principalmente de una mezcla de fosfuros de fierro. Una muestra típica contiene 70% por peso de Fierro; 24.5% de fósforo; 3% de manganeso; 1% de silicio; 1% de titanio; posee una densidad de $6.3 - 6.8 \text{ g/cm}^{-3}$. Es un agregado apropiado para ser utilizado con Cementos que contengan oxocloruro de magnesio, este concreto continúa incrementando su resistencia después de meses.

d) Otros materiales. - Colemanita ($2 \text{ CaO} \cdot 3 \text{ B}_2\text{O}_3 \cdot 5 \text{ H}_2\text{O}$) es probablemente el mineral de Boro más conveniente para utilizarse junto con el mineral de fierro limonita ($2 \text{ Fe}_2\text{O}_3 \cdot 2 \text{ H}_2\text{O}$) esto ocasiona un efecto doble en los concretos en lo que se refiere a la reducción de la radiación gamma por la adición de Boro.

CAPÍTULO III. - METODOS DE CALCULO

Introducción.

Actualmente se cuenta con varios métodos que pueden auxiliarnos en el diseño y cálculo del blindaje de un reactor nuclear, evitando de esta manera que los costos sean demasiado elevados, problema que puede subsanarse también si se recurre a la optimización del blindaje con respecto a su peso.

Uno de los métodos más importantes es el método de Monte Carlo. Existen además otras técnicas y métodos como son: el método de Momentos; el método de Integración Numérica o Ecuación de Boltzman; el método de la Teoría de la Edad; el método de Bethe, Tonks y Hurwitz; el Proceso Estocástico; el método de Matrices de Transmisión y el método Semiasimptótico de Spencer. Estos últimos métodos se mencionan en este trabajo desde un punto de vista muy general, dando énfasis al método de Monte Carlo, tema de nuestro estudio.

3.1 El Método de Momentos.

(18)
Formulado por Spencer y Fano, fue la primera técnica que se aplicó a la ecuación de Boltzman para encontrar soluciones y aplicarse a blindajes de reactores. En este método se considera primero una definición de los momentos y su relación dentro de un sistema de parámetros $f(x)$.

Si $f(x)$ está definido para toda x dentro del intervalo $A \leq x \leq B$ donde el n -ésimo momento de $f(x)$ esta dado por:

$$M_n = \int_A^B x^n f(x) dx$$

Sólamete se integran valores no negativos de n en aplicaciones prácticas. Cada momento puede interpretarse de manera distinta, por ejemplo: el momento cero es un número normalizado y el primero, segundo, tercero y cuarto momentos estan relacionados al valor medio, variancia, asimetría estadística y kurtosis, respectivamente.

En estática y dinámica, el primer momento de la masa es el centro de gravedad y el segundo es el momento de inercia.

La aplicación del método de momentos a la solución de la ecuación de transporte de Boltzman esta limitada por la fuente y la configuración del blindaje, el cual debe ser considerado como un medio homogéneo infinito con secciones eficaces arbitrarias. Los cálculos realizados para flujos de neutrones con energías de importancia indican los espectros formados en algún punto del blindaje (excepto a pocas trayectorias libres medias de la fuente) pueden describirse fácilmente.

Para energías de la fuente por debajo de la de fisión, la densidad de moderación es constante en su energía. Los resultados obtenidos de la aplicación del Método de Momentos para una dosis de neutrones y la energía de deposición en medios homogéneos infinitos de berilio y de óxido de berilio se pueden visualizar en la figura 3.1 en función de la distancia de una fuente puntual isotrópica de fisión con neutrones rápidos.

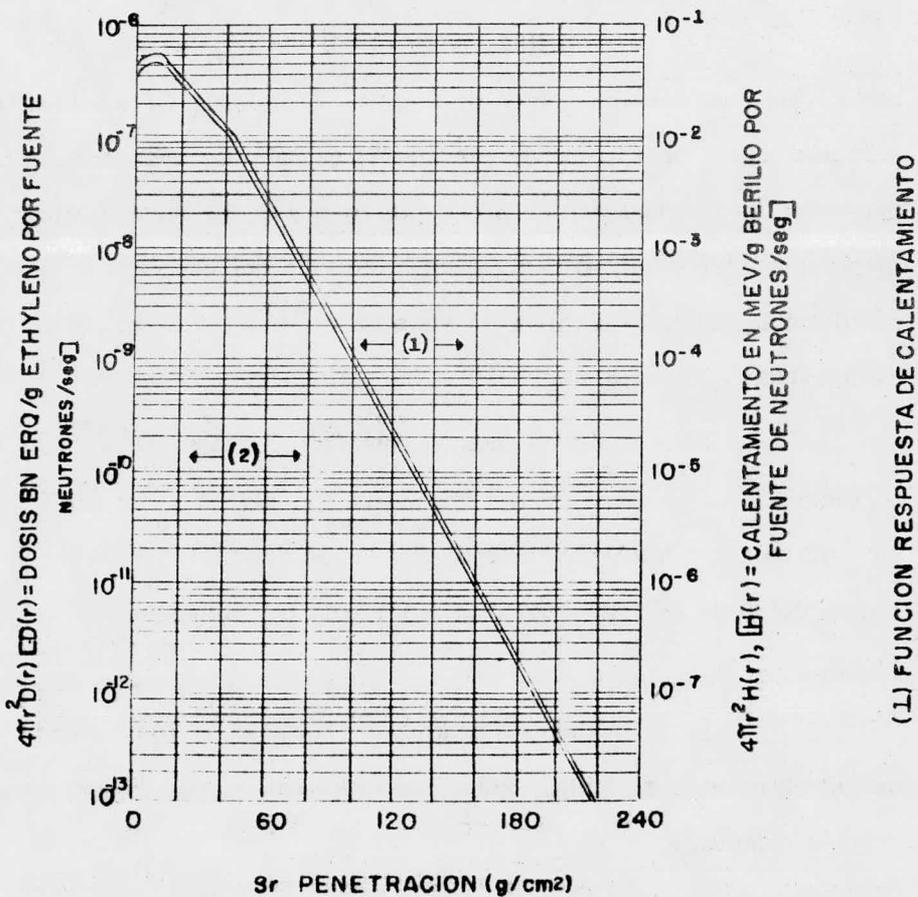


Fig. 3.1

3.2. Integración Numérica de la Ecuación Boltzman.

Es un método numérico directo que puede ser usado por medios con secciones eficaces arbitrarias en geometría esférica lo que nos provee de una simetría en la distribución del flujo alrededor de un punto.

Existen diferencias en los resultados de la ecuación de Boltzman para cada punto interno en el blindaje, para visualizarlo se deben discutir teóricamente distintos esquemas.

Los pasos utilizados en el cálculo son los siguientes: 1) dividir los puntos entre grupos de energía; 2) integrar la ecuación de Boltzman sobre cada grupo de energía; 3) escoger un método para representar la dependencia del ángulo del flujo y de la sección eficaz de dispersión diferencial; 4) dar el ángulo-energía del espectro en algún punto del blindaje; 5) resolver el sistema de ecuaciones por un método de iteración.

Existen varios métodos numéricos que se usan en la integración de la ecuación de Boltzman: por ejemplo en el P_n o método de esféricos armónicos, la distribución de la dispersión y de la distribución del flujo son representados por medio de Polinomios de Legendre P_0, P_1, \dots, P_n .

En el método de ordenadas discretas se toma un sistema de puntos para la variable angular, el espectro es determinado en esos ángulos solamente.

3.3. La Teoría de la Edad.

Los cálculos efectuados en la Teoría de la Edad son utilizados en la determinación de la porción de baja energía en un espectro. La solución para una fuente isotrópica puntual a r' con un espectro $f(u)$ por unidad de letargia du en un medio homogéneo infinito es:

$$q(u, r) = \int_0^u f(u') \frac{\exp \left\{ -\left[|r - r'| \right]^2 / 4 \left[\tau(u) - \tau(u') \right] \right\}}{\left\{ 4\pi \left[\tau(u) - \tau(u') \right] \right\}^{3/2}} du'$$

onde $q(u, r)$ es la densidad de moderación para letargia U en un punto r y $\tau(u)$ es la edad desde letargia cero a letargia U . La densidad de moderación esta relacionada al flujo, por la ecuación $q(u, r) = \int \sigma_s \phi(u, r)$, onde \int es el incremento promedio de letargia por colisión, $\sigma_s(u)$ es sección eficaz macroscópica de dispersión en u , y $\phi(u, r)$ es el flujo diferencial.

La teoría de la edad es válida para dispersiones no isotrópicas si la edad y el incremento promedio de letargia son debidamente calculados. La ecuación de la teoría de la edad no puede resolverse en forma general para blindajes con varias capas. El método ha sido ampliado por Kernel resolviendo la ecuación de difusión en conjunción con la aproximación de Greuling y Goertzel que relaciona q y ϕ como función de la letargia, suponiendo secciones eficaces constantes:

$$q(z, u) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[-bp^2 \frac{u}{ap^2 + 1} \right]}{ap^2 + 1} \cos pzd p \dots 2$$

donde $b = \frac{dT}{dU}$ y $a = b\gamma$. γ es el coeficiente de Greuling - Goertzel, definido en términos de A, el peso atómico del dispersor

$$\gamma = \frac{\{4A - 2(A-1)^2 \ln[(A+1)/(A-1)] - 2(A-1)^2 \ln^2[(A+1)/(A-1)]\}}{4A - 2(A-1)^2 \ln[(A+1)/(A-1)]}$$

Cuando $\gamma = 0$ la ecuación 2 se reduce a una solución de la ecuación de la teoría de la edad.

3.4. El Método de Bethe, Tonks y Hurwitz.

Este método es utilizado en el estudio de flujos de neutrones en un medio infinito homogéneo con secciones eficaces de dispersión constantes y sin absorción, comenzando con la ecuación de Boltzmann, se toman transformadas de Fourier en el espacio y transformadas de Laplace en la letargia de la densidad de colisión y el promedio logarítmico de la energía perdida por colisión ξ . El producto es precisamente la ecuación de moderación en la teoría de la edad. El resultado para la densidad de moderación es:

$$q(z, u) = (K_A / \sqrt{u}) \exp(-u \Psi_A)$$

donde z esta medida como trayectoria libre media y u esta medida en unidades de $2/A$. (A es el peso atómico del medio), los valores K_A y Ψ_A funciones de z/u se encuentran en la referencia (19) para $z/u \ll 1$ ∞ . K_A varfa ligeramente con z/u y Ψ_A varfa rápidamente. La ecuación anterior puede reestablecerse en términos de la edad T

$$q(z, u) = \left[\beta / (4 \pi T)^{1/2} \right] \exp \left[- (z^2 / 4 T) \alpha \right]$$

donde α y β son funciones de z y T , las cuales son iguales a la unidad para pequeños valores de z/u y valores infinitos de A (los valores de α y β también se encuentran en tablas de la referencia 19).

El método da el espectro de neutrones a una distancia de la fuente con una precisión de 10 - 20%. Las limitaciones que deben considerarse en el método para un medio homogéneo infinito son: la sección eficaz debe ser constante, ésta puede ser anisotrópica, que no exista absorción.

3.5. Método del Proceso Estocástico.

Este método describe la moderación de neutrones y el proceso de transporte por medio de una ecuación diferencial de segundo orden para coordenadas espaciales y letargia. En una geometría unidimensional, la ecuación para el flujo $\phi(x, u)$ a una posición x y letargía u en un medio homogéneo toma la forma siguiente; para segundo orden en x y u :

$$-\alpha_0 \phi - \frac{\partial}{\partial u} \alpha_1 \phi + \frac{\partial^2}{\partial u^2} \alpha_2 \phi + \frac{1}{\Sigma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \alpha_3 \phi - \frac{1}{\Sigma} \frac{\partial^3}{\partial u \partial x^2} \alpha_4 \phi + \frac{1}{\Sigma} \frac{\partial^4}{\partial u^2 \partial x^2} \alpha_5 \phi = 0$$

donde las α no negativas son funciones de las secciones eficaces, -

las distribuciones angulares y la masa atómica para cada nucleído. Σ es la sección eficaz macroscópica total; la corriente de neutrones $J(x, u)$, consistente con esta ecuación, es:

$$J(x, u) = \frac{-1}{\Sigma} \left(\frac{\partial}{\partial x} \alpha_3 \varphi - \frac{\partial^2}{\partial u \partial x} \alpha_4 \varphi + \frac{\partial^3}{\partial u^2 \partial x} \alpha_5 \varphi \right)$$

Los valores que pueden asignarse a las α 's para moderadores pesados, son los siguientes:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \sigma_a & \alpha_3 &= D (\sigma_s / \sigma) \\ \alpha_1 &= \xi \sigma_s & \alpha_4 &= \xi D (\sigma_s / \sigma) [1 - 1/3 (\sigma_s / \sigma)] \\ \alpha_2 &= \gamma \xi \sigma_s & \alpha_5 &= \gamma \xi D (\sigma_s / \sigma) [1 - (\sigma_s / \sigma) + 1/6 (\sigma_s / \sigma)] \end{aligned}$$

Donde ξ es el incremento promedio de letargia por colisión; γ es el coeficiente de Greuling-Goertzel; D es el coeficiente de difusión convencional; σ_a , σ_s y σ son las secciones eficaces de absorción, dispersión y total, respectivamente.

3.6. Método de Matrices de Transmisión.

El comportamiento de la radiación en presencia de un blindaje puede ser descrito completamente por un operador de transmisión T y un operador de reflexión R . T aplicado a una distribución que entra, da la distribución $T\varphi$, la cual emerge de la otra cara del blindaje. Similarmente, $R\varphi$ da la distribución reflejada de la cara superior.

bre la cual θ es incidente.

Una nueva matriz H se define tomando ciertas combinaciones algebraicas de T y R, H es una matriz cuyas dimensiones -- son el doble de T o R.

La matriz H para un blindaje con varias capas es el - producto de las H matrices $H_1, H_2, H_3 \dots H_n$ para los componentes de las capas. Para una placa homogénea, H se expresa así:

$$H = \exp(-Wt) = 1 - Wt + (W^2 / 2!) t^2 - (W^3 / 3!) t^3 + \dots$$

donde W es una matriz que depende del material mas no del espesor; W puede evaluarse de una colisión individual. El método de matrices de transmisión es especialmente utilizado para cálculos por medio de programas de computación.

3.7. Método Semiasimptótico.

Desarrollado por Spencer (20) para calcular numérica-- mente la intensidad y el espectro de la radiación gamma a grandes - distancias de la fuente. Este método además, puede adaptarse al cálculo de distribuciones de neutrones en grandes distancias; alrededor de 20 trayectorias libres medias de la fuente, donde la mayoría de los - métodos requieren de un excesivo trabajo de computación.

Las bases del método semiasimptótico son las siguientes: la mayoría de los neutrones penetrantes tienden a tener distribuciones

direccionales con fuertes picos cuando $\cos \theta = 1$, donde θ es el ángulo del vector velocidad con la normal al plano de la fuente en una placa infinita.

El procedimiento para encontrar el flujo angular de neutrones $\bar{\phi}(z, \cos \theta, u)$ por unidad de letargia a una distancia z y letargia U de la fuente con ángulo velocidad θ es el siguiente:

1.- Las transformadas de Laplace-Fourier son obtenidas en la variable espacial de la ecuación de Boltzman; la transformada del flujo angular está denotada por $\bar{\phi}(P, \cos \theta, u)$ donde P es la variable de transformación.

2.- La transformada es multiplicada por $(1 - \cos \theta)^n$ e integrada, obteniendo un sistema de ecuaciones lineales para los momentos angulares $\bar{\phi}_n(P, u)$ definido como:

$$\bar{\phi}_n(P, u) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos \theta)^n \bar{\phi}(P, \cos \theta, u) d(\cos \theta)$$

3.- Para estimar la convergencia de los momentos angulares se sigue un proceso de iteración (20)

4.- El flujo integrado $\bar{\phi}(z, u)$ se obtiene por evaluación numérica de la integral compleja por inversión de la transformada Fourier:

$$\bar{\phi}(z, u) = (1/2 \pi i) \int_{-1 \infty}^{1 \infty} e^{-pz} \bar{\phi}_0(P, u) dP$$

En el cálculo del espectro de radiación gamma, Spencer encontró que sólo se requieren dos momentos angulares para una fuente plana monodireccional y cuatro para una fuente isotrópica. Los cálculos tienen que verificarse por comparación con las leyes de penetración asimptótica en varios casos especiales.

3.8. El Método de Monte Carlo.

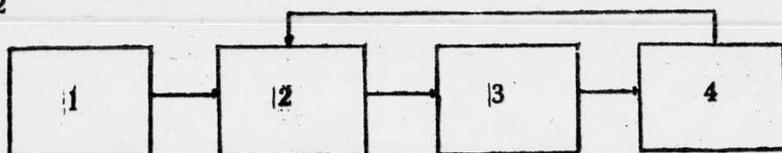
Este método está basado en el estudio y desarrollo de la teoría del transporte de radiación; en el conocimiento de secciones eficaces microscópicas y el manejo adecuado de la teoría de probabilidad.

Después de observar el destino de un gran número de partículas, se ha obtenido información experimental sobre física de las interacciones nucleares individuales, aprovechable en el método.

El Método de Monte Carlo se aplica repetidamente, para determinar la probabilidad de interacción de partículas individuales seleccionadas al azar, para obtener información sobre el comportamiento multicolisional de una población de partículas dentro de una región material. Los distintos pasos involucrados en el método se expresan en términos de la ecuación de Maxwell Boltzman. Aunque el Método de Monte Carlo puede considerarse como una forma de resolver la ecuación de Boltzman, es más en un modelo de cuyos principios fue desarrollada. Más adelante se describe la secuencia lógica de los pasos que se requieren para resolver un problema de transporte de radiación por medio del método de Monte Carlo.

Una partícula - historia es considerada desde su nacimiento -

en una fuente, su camino al azar a través del medio, su dispersión por interacción y su destino final, el cual ocurre cuando la partícula es absorbida. La manera más adecuada de generar una historia se muestra en la figura 3.2



- 1.- Selección de los parámetros de la fuente.
- 2.- Selección de la longitud de trayectoria.
- 3.- Selección de los parámetros de la colisión.
- 4.- Cálculo de los parámetros de la partícula después de la colisión.

Fig. 3.2. Generador de historias.

Cuando la geometría fuente-blindaje ha sido diseñada matemáticamente, lo comprendido entre 2 y 4 se efectúa continuamente hasta que los parámetros de la partícula caen fuera de algunos valores límite pre-terminados, tales como: límites geométricos, mínima energía o mínimo peso estadístico; el proceso establecido en la figura 3.2 solamente genera partículas - historia. El abastecimiento debe hacerse por estimación de las cantidades de salida tales como: densidad de flujo, densidad de corriente o densidad de interacción.

Los primeros tres casos involucran la selección de parámetros al azar de una distribución probabilística de todos los valores posibles para esos parámetros.

Todo proceso físico incluyendo la emisión de radiaciones de

La fuente y su transporte a través de un material es probabilístico; no es posible predecir con certeza que ocurrirá a un cierto número de partículas individuales en el proceso, su comportamiento es denotado por procesos al azar estimándolo con un cierto grado de certeza, apoyándose además con el uso de varias funciones de probabilidad y una o más variables independientes. Un evento es un hecho físico y para su manejo se requiere representarlo con números reales, utilizando una variable al azar como función.

3.8.1. Función de Densidad de Probabilidad (PDF)

Es una de las funciones utilizadas en el método de Monte Carlo, también llamada función de frecuencia y distribución de probabilidad. La función de densidad de probabilidad $f(x)$ describe la frecuencia relativa de ocurrencia de una variable al azar x . Su dominio: (todos los posibles valores de x) constituyen el evento espacial.

Si $P(x < x_0 < x + \Delta x)$ es la probabilidad que una variable al azar x_0 tiene dentro de un intervalo $(x, x + \Delta x)$ de su evento espacial. La PDF $f(x)$ esta relacionada a su probabilidad por la ecuación:

$$P(x < x_0 < x + \Delta x) = f(x) \Delta x$$

Si Δx es un incremento muy pequeño la PDF es la mejor manera de describir y obtener por medio de su conocimiento, la probabilidad de ocurrencia de un evento específico por unidad de intervalo de la variable al azar x . Para intervalos grandes las PDF se usan con diferenciales:

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx$$

puesto que las PDF describen las frecuencias relativas de ocurrencia de eventos dentro de un evento espacial, la PDF tiene dos propiedades:

$$0 \leq f(x) \quad \text{y} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

3.8.2. La Función de Distribución Acumulativa (CDF)

Da la probabilidad de que una variable al azar x tenga un valor menor o igual a algún valor fijado y esta dada por:

$$P(x \leq x_0) = F(x_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

además de las ecuaciones $0 \leq f(x)$ y $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

$F(x)$ tiene dos restricciones más y son las siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1 \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$$

La probabilidad $P(a < x < b)$ de x situado dentro de un intervalo (a,b) esta dado por:

$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Evidentemente, si la variable x solamente puede tomar valores dentro de algún rango finito, se pueden substituir los límites en las expresiones anteriores. Se pueden encontrar diferentes funciones de distribución, las cuales no son funciones de densidad de probabilidad. Por e

pló una variable puede ser limitada en la región $2 \leq x \leq 4$ y ser distribuída en forma proporcional a x^2 en esa región. La función x^2 viola las dos restricciones anteriores sobre valores de probabilidad pero puede convertirse a PDF por medio de una normalización apropiada, en este caso la PDF $f(x)$ esta dada por:

$$f(x) = \frac{x^2}{\int_2^4 x^2 dx} \quad y \quad F(x_0) = \frac{\int_2^{x_0} x^2 dx}{\int_2^4 x^2 dx}$$

o más generalmente:

$$f(x) = \frac{q(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} q(x) dx} \quad y \quad F(x_0) = \frac{\int_{-\infty}^{x_0} q(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} q(x) dx}$$

donde $q(x)$ es alguna función de x positiva para todos los valores de x y el evento espacial es discreto; la variable al azar se toma solo para valores seleccionados y la PDF $f(x_i)$ esta definida por:

$$P (x_{i-1} < x_i < x_{i+1}) = f(x_i) \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

donde $\sum_i f(x_i) = 1$

La CDF queda entonces como:

$$P (x_1 < x_n) = F(x_n) = \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

El valor medio de una distribución esta dado por:

$$\bar{x} = M_x = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) \quad \text{en el caso discreto.}$$

o por:

$$\bar{x} = M_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad \text{en el caso continuo}$$

Puesto que el promedio de un gran número de valores de x tiende a M : a éste se le denomina valor esperado de x .

El valor esperado $g(x)$ es:

$$\bar{g} = \sum_{i=1}^n g(x_i) f(x_i)$$

y en el caso continuo:

$$\bar{g} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx$$

Entonces:

$$\bar{x^2} = \sum_{i=1}^n x_i^2 f(x_i)$$

La variancia de una distribución es una medida de como los datos se encuentran agrupados cerca de la media, se representa por σ^2 y esta definida como:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2 f(x_i)$$

en el caso discreto; o como:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M)^2 f(x) dx$$

en el caso continuo.

La desviación estandard se utiliza frecuentemente en lugar de variancia, como una medida de la dispersión cerca de la media, se representa como σ_x y se define como sigue:

$$\sigma_x = (\sigma_x^2)^{1/2}$$

En la práctica se suelen utilizar números al azar igualmente distribuidos entre 0 y 1 para obtener muestras al azar de una variable que encuentra distribuida como una función $f(x)$.

Si se selecciona un número al azar n ($0 < n < 1$), el valor asociado a la variable al azar x se puede obtener resolviendo en forma inversa la ecuación:

$$n = F(x)$$

x , donde $F(x)$ es una función de distribución acumulativa; el número n es un valor seleccionado del intervalo de la función $F(x)$ mientras que la variable al azar buscada x es un valor dentro del dominio de $F(x)$.

Existe una técnica por medio de la cual también pueden seleccionarse valores de x al azar de una distribución de probabilidad; esta técnica

nica se denomina de Rechazo, la cual también considera una función $F(x)$ como se muestra en la figura 3.3

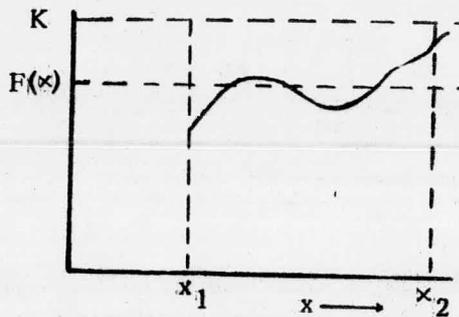


Fig. 3.3 Técnica de rechazo.

En la técnica de rechazo se genera una secuencia de valores de x tales que $f(x)$ es aproximada por la frecuencia relativa de ocurrencia de valores de x dentro de la colección formada por la secuencia; K es un valor seleccionado que excede a todos los valores de $f(x)$ dentro de la región, por lo tanto, utilizando técnicas apropiadas se pueden obtener números al azar n para ser utilizados en la selección de los valores x_i ($x_1 < x_i < x_2$) por medio de la relación:

$$x_i = x_1 + n (x_2 - x_1)$$

El valor $f(x_i)$ es determinado al seleccionarse valores de x_i tomando otros valores al azar n' seleccionaremos un número N de una tribución al azar entre 0 y K por medio de la relación:

$$N = n' K$$

$N > f(x_i)$ el valor de x_i es rechazado. El proceso es repetido generando nuevos valores de x_i y N hasta que $N \leq f(x_i)$, cuando esto ocurre el valor x_i se acepta y se usa como muestra al azar. La probabilidad de que un valor sea aceptado está dado por la relación $f(x_i)/K$ y la probabilidad de rechazo es $[K - f(x_i)]/K$. Por lo tanto después de un gran número de determinaciones para valores de x , la distribución en x de los valores aceptados podría aproximarse a la función $f(x)$.

La eficiencia de esta técnica para seleccionar $f(x)$ está dada por la proporción del área bajo la curva al área total o sea:

$$E = \frac{\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx}{K(x_2 - x_1)}$$

Para eficiencias elevadas, el valor de K debe ser lo más pequeño posible. En un programa de computación, los números al azar se toman de tablas dentro de la memoria de la máquina o se generan por medio de una subrutina como generador de números al azar; los números obtenidos de esta manera son pseudo al azar debido a que se obtienen sistemáticamente.

3.8.3. Evaluación de Integrales.

Un teorema estadístico denominado la ley de los grandes números proporciona las bases para la evaluación de integrales, con el método de Monte Carlo. Para la ilustración de este teorema se considera la integral:

$$\bar{Z} = \int_{-\infty}^{\infty} Z(x) f(x) dx$$

donde $f(x)$ es una distribución de probabilidad. El término \bar{Z} se denomina valor esperado de la función $Z(x)$. La ley de los grandes números establece que ésta integral puede ser aproximada por:

$$\hat{Z}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z(x_i)$$

y que \hat{Z}_N se aproximará a \bar{Z} cuando N tienda a ∞ . Los valores x_1, x_2, \dots, x_N son seleccionados al azar de la PDF $f(x)$ y \hat{Z}_N denomina estimada de \bar{Z} .

La desviación puede definirse como algún medio de distorcionar la técnica de muestreo, su ventaja es que puede ser introducida dentro de la integral anterior como una función de desviación $h(x)$

$$\bar{Z} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z(x) f(x) h(x)}{h(x)} dx$$

Esta ecuación puede evaluarse por el muestreo de una PDF dada por el producto $[f(x) h(x)]$, cada muestra es ajustada por $1/h(x)$. Una adecuada selección de la función $h(x)$ deberá proporcionar valores de x más probables cerca del valor esperado; esto es: la variancia de la distribución $[f(x) h(x)]$ debería ser menor que $f(x)$. Se desea que el producto $[f(x) h(x)]$ llegue a ser una constante tal que su variancia sea cero y que

$$\bar{Z} = \frac{Z(x)}{h(x)}$$

para alguna x seleccionada. La integral de la ecuación de transporte de Boltzman se puede representar de manera similar a la ecuación anterior para \bar{Z} .

Para evaluar la densidad $\phi(P)$ de las partículas que emergen de una colisión en dP (por ejemplo: $dP = dE d\Omega dr$), un elemento de espacio fase unitario, la ecuación de Boltzman se puede escribir como:

$$\phi(P) = \int K(P' \rightarrow P) \phi(P') dP' + S(P)$$

El término $K(P' \rightarrow P)dP$ es el Kernel de transferencia, que da la probabilidad de que una partícula emerja de una colisión en el espacio fase dP , alrededor de P , dado que una partícula emergió de una colisión a P' ; $S(P)$ es la densidad de la fuente generadora de partículas en dP . Si se estima estadísticamente la contribución a dP de cada colisión se obtiene la manera de evaluar el término $K(P' \rightarrow P)$. La evaluación de cada colisión puntual estimada equivale a considerar la integral sobre el volumen, energía y ángulo. El término de Kernel de transferencia puede descomponerse así:

$$K(P' \rightarrow P) = T(r' \rightarrow r | E' \Omega') C(E' \rightarrow E, \Omega' \rightarrow \Omega | r)$$

El término Kernel de transferencia, K es expresado como un producto de T y C es un Kernel de colisión. La línea vertical en los argumentos de las dos funciones indica las cantidades que se mantienen constantes; en T , $r' \rightarrow r$ para una Ω' y E' dadas; en C , ambos $E' \rightarrow E$ y $\Omega' \rightarrow \Omega$ para una r dada. La función T podría contener una función delta

que aparece en todas partes, excepto cuando r se encuentra a lo largo del Haz Ω' ; en otros casos representa la probabilidad de interacción por unidad de longitud a lo largo del Haz.

Las funciones que se introducen en la ecuación anterior proporcionan parámetros de dispersión denominados funciones de importancia porque depende de la posición y solo puede introducirse en la función T por medio de la relación:

$$T^* = T(r \rightarrow r' | E', \Omega') \frac{I(r)}{I(r')}$$

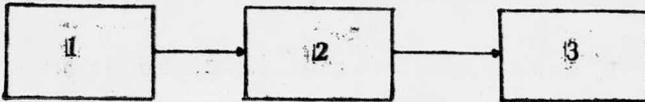
La función $I(r)$ toma una forma exponencial en problemas de penetración. Esta función puede entonces ser combinada total o parcialmente con la exponencial en el Kernel de transferencia.

3.8.4. Parámetros de la fuente.

El primer obstáculo que se presenta en la generación de historias, es la selección de los parámetros de la fuente; estos parámetros serán considerados al hablar de la energía espacial del punto origen y la dirección del movimiento de la fuente de partículas; así como los parámetros de dispersión, estos pueden ser independientes o estar interrelacionados. Por ejemplo cuando la distribución de energía depende de la dirección del movimiento, el orden de selección podría realizarse por el ángulo inicial y después la distribución de energía aplicable a ese ángulo.

3.8.5. Selección de una distribución de energía.

La forma más conveniente de expresar una distribución de energía depende de la naturaleza de la distribución. La selección de la fuente de energía se realiza como se muestra en la figura 3.4. Para algunos problemas, los grupos de energía pueden definirse por el uso de valores límite $E_1, E_2 \dots E_{n+1}$ para n grupos.



- 1.- Generar un número al azar.
- 2.- Establecer $n = F(E)$
- 3.- Asignar a E valores almacenados de E vs $F(E)$

Fig. 3.4. Selección de la fuente de energía inicial.

3.8.6. Selección del punto espacial de la fuente de partículas.

El problema de localizar la trayectoria de las partículas punto por punto en una región material es geométrico. Físicamente que involucrado sólo en la determinación de la longitud de la trayectoria o en el destino de la partícula al interaccionar.

La forma de expresar los parámetros geométricos depende de la elección de las coordenadas del sistema. Por ejemplo: los cálculos en un medio infinito son distribuidos en una geometría esférica; pero muchos problemas de blindajes de reactores nucleares son mejor tratados en geometría cilíndrica o rectangular.

Para fuentes distribuidas uniformemente en un círculo, la función de densidad de probabilidad que describe la distribución de los puntos de la fuente como una función del radio es: $2\pi r / \pi R_1^2$ donde R_1 es el radio del círculo y la distribución de probabilidad acumulativa es:

$$P(r) = \int_0^r f(r') \, dr' = \frac{r^2}{R_1^2}$$

Se usa un número n al azar para seleccionar un valor $P(r)$ que puede ser utilizado para seleccionar un valor al azar de r directamente, así:

$$n = P(r) = \frac{r^2}{R_1^2} \text{ por lo tanto: } r = R_1 \cdot n^{1/2}$$

Para una r dada las posiciones de la fuente son distribuidas en un ángulo azimutal φ . Por lo tanto:

$$n = P(\varphi) = \frac{\varphi}{2\pi}$$

$$\text{y } \varphi = 2\pi n$$

si φ se mide solamente a $\pm \pi$ entonces:

$$\varphi = \pi (2n - 1)$$

$$\text{y } n = \frac{\varphi + \pi}{2\pi}$$

para el caso de un volumen cilíndrico uniforme. Para una distribución

esférica no uniforme, se considera un blindaje esférico limitado por los radios r_1 y r_2 , en el cual la densidad de la fuente de partículas está dada por:

$$\rho = K r$$

La función de distribución en r está dada por:

$$f(r) = \frac{4\pi r^2 (K r)}{\pi K (r_2^4 - r_1^4)}$$

La distribución acumulativa está dada por:

$$P(r) = \frac{\int_{r_1}^r f(r') dr'}{\int_{r_1}^{r_2} f(r') dr'} = \frac{r^4 - r_1^4}{r_2^4 - r_1^4}$$

Y el radio r seleccionado al azar está dado por:

$$r = \left[r_1^4 + n (r_2^4 - r_1^4) \right]^{1/4}$$

Las coordenadas θ y ϕ podrían seleccionarse para una distribución uniforme en el blindaje a radio r .

Otras distribuciones se expresan analíticamente, de manera que las coordenadas son seleccionadas de una distribución continua. En aplicaciones prácticas no es posible expresar la distribución analíticamente; en tales casos la distribución puede ser integrada numéricamente, si se proporciona una distribución acumulativa en cada dimensión. Cuando $P(r, \theta, \phi)$ no se expresa en términos de $P(r), P(\theta), P(\phi)$

es necesario especificar $P(\theta)$, $P(\phi)$ o $P(\theta, \phi)$ para cada intervalo en r .

Es posible tomar dos aproximaciones en una selección de azar; cualquiera de los dos valores de r se clasifica dentro de un incremento Δr dado y los valores $P(\theta)$ y $P(\phi)$ son seleccionados para cada incremento o se interpolan entre los dos valores adyacentes de r .

3.8.7. Selección de la dirección inicial de las partículas de la fuente.

Se considera una fuente que emite partículas isotrópicamente e inciden en todos los puntos existentes en la superficie de una esfera unitaria, se asignan vectores, los cuales terminan uniformemente sobre la superficie de ésta y con la misma probabilidad. La función de probabilidad acumulativa esta dada por la integral sobre la superficie esférica que se muestra en la figura 3.5.

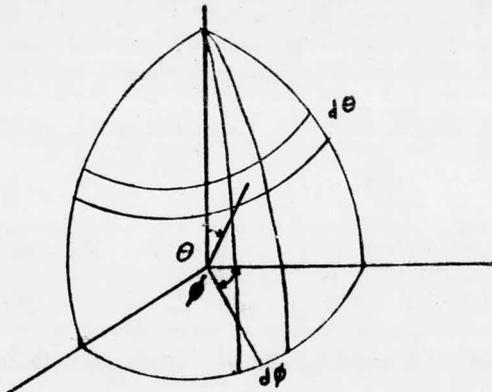


figura 3.5

La distribución en θ esta dada por:

$$n = P(\theta) = \frac{\int_0^\theta 2\pi \text{Sen } \theta' d\theta'}{\int_0^\pi 2\pi \text{Sen } \theta' d\theta'} = \frac{1}{2} (1 - \text{Cos } \theta)$$

y

$$\theta = \text{Cos}^{-1} (1 - 2n)$$

El ángulo ϕ se distribuye uniformemente entre 0 y $\pm\pi$

$$\phi = \pi (2n - 1)$$

La dirección cosenoidal es una función de los dos ángulos y puede ser calculada una vez que se conocen éstos. Para una fuente que emite isotrópicamente, la dirección podría seleccionarse al azar de un espacio - medio 2π ó:

$$n = \frac{\int_0^\theta 2\pi \text{Sen } \theta' d\theta'}{\int_0^{\pi/2} 2\pi \text{Sen } \theta' d\theta'} = 1 - \text{Cos } \theta$$

y

$$\theta = \text{Cos}^{-1} (1 - n)$$

ado que $(1 - n)$ esta distribuido de la misma manera que n , entonces:

$$\theta = \text{Cos}^{-1} n$$

De la misma manera, para una fuente de superficie, emitiendo con una distribución cosenoidal, la función de densidad de probabilidad (PDF) es dada por el $\text{Sen } \theta'$ y los ángulos θ podrían seleccionarse de.

$$\text{Cos}^2 \theta = n$$

$$\theta = \text{Cos}^{-1} \sqrt{n}$$

Cualquier distribución arbitraria en dirección, puede expresarse en términos de valores tabulados de $P(\theta)$ y $P(\phi)$.

3.8.8. Parámetros de dispersión de una fuente.

Se considera una fuente isotrópica localizada en A y un detector en B, para determinar la densidad de flujo de las partículas emitidas por la fuente, se asigna a cada una de ellas un número, denominado peso de la partícula. Las partículas que salen de A en dirección de B contribuirán más a la densidad de flujo hacia B que en dirección opuesta (se considera que durante el trayecto existe dispersión en el medio de transporte). Se supone que de 10,000 partículas emitidas, 2,000 deben encontrarse en $\Delta\Omega$ en el caso de una fuente imparcial como lo muestra la figura 3.6.

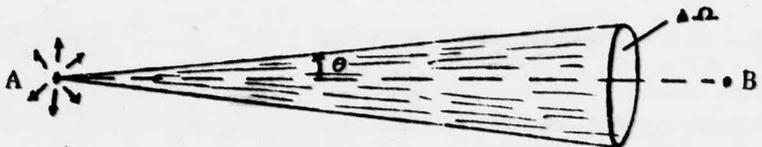


Fig. 3.6. Dirección dispersada de una fuente

Es preferible que de ésas 10,000 partículas sean 6,000 que queden en $\Delta\Omega$, puesto que el peso asignado a ellas es de $1/3$. El peso de las 4000 restantes fuera de $\Delta\Omega$ debe ser incrementado en 2, puesto que cada historia en el caso imparcial representa a 2 partículas; la tabla 3.1. muestra éstos datos. Cada historia generada contribuye a la densidad de flujo total en B con ϕ_i , y está dado por:

$$\phi = K \sum_{i=1}^{10,000} W_i \phi_i$$

donde W_i es el peso ($1/3$ ó 2) de la partícula ϕ_i que esta contribuyendo; K es una constante de normalización de la fuente. (Para una fuente unitaria $K = 1/10,000$). Cuando se usa una fuente parcial, la suma de los pesos de las partículas es igual que el de una fuente imparcial, donde los pesos son la unidad.

Sin embargo, para no modificar el resultado obtenido con estadísticas, es común encontrar respuestas por medio de un número total fijo de partículas de la fuente.

Tabla 3.1. Pesos de partículas en fuente parcial.

	<u>IMPARCIAL</u>		<u>PARCIAL</u>	
	No.de historias	Peso de partículas	No.de historias	Peso de partículas
HISTORIAS EN $\Delta\Omega$	2,000	1	6,000	$1/3$
HISTORIAS FUERA DE $\Delta\Omega$	8,000	1	4,000	2
NO.DE HIST.(TOTAL)	10,000		10,000	

Para hacer más ilustrativo el ejemplo, se establece un ángulo θ igual a 180° el cual se divide en 18 intervalos de 10° cada uno la probabilidad acumulativa de emisión de partículas de una fuente en el j -ésimo incremento, esta dado por: $\Delta P_j (\theta)$, $j = 1, 2, 3, \dots, 18$:

$$\sum_{j=1}^{18} \Delta P_j (\theta) = 1 = P_{18} (\theta)$$

Esta distribución se puede ajustar arbitrariamente asignando valores probables $\Delta P'_j (\theta)$ y pesos W_j a cada grupo angular tal que:

$$W_j \Delta P'_j (\theta) = \Delta P_j (\theta)$$

no viole la regla de probabilidad de que: $\Delta P'_j (\theta) < 1$ y que:

$$\sum_{j=1}^{18} \Delta P'_j (\theta) = 1$$

Como un segundo ejemplo, consideremos el caso de una fuente isotrópica plana en la cual se desea que la dispersión de las historias se presente en dirección cercana a la normal al plano. La distribución angular acumulativa imparcial a $\theta = 10^\circ$ (medido de la normal) determinada por la ecuación:

$$n = 1 - \cos \theta$$

s de 0.015, este valor es incrementado por un factor de 5

al que:

$$P'_1(\theta) = 0.075$$

Las partículas generadas dentro de este intervalo tienen un peso de 0.2 y las que se generan en otras categorías adquieren incrementos probables.

$$P'_j(\theta) = P_j(\theta) \frac{1 - P_1(10^\circ)}{1 - P'_1(10^\circ)} \cong 0.939 P_j$$

sus pesos estarán dados por:

$$W_i = \frac{P_j}{P'_j} = \frac{1 - P_1}{1 - P'_1} \cong 1.065$$

de éste modo, el peso total generado por la selección de N partículas

será:

$$0.2 (0.075) N + 1.065 (1 - 0.075) N = N$$

Aspectos que pueden conocerse por medio de la utilización de una fuente dispersada:

- 1.- Selección de más fuentes puntuales cerca de la periferia del reactor.

- 2.- Selección de más partículas con una dirección inicial cercana al blindaje del reactor o detector.
- 3.- Seleccionar más partículas con una elevada energía o con una energía que corresponda a una sección eficaz total baja.

En resumen, si el número de partículas dentro de una categoría particular es incrementada por un factor K , entonces sus pesos se reducen por un factor $1/K$. El peso de las partículas en otras categorías es incrementado de tal manera que: la suma de los pesos de las partículas equivale al número de partículas generadas.

3.8.9. Longitud de la Trayectoria.

La geometría del sistema tiene que definirse, así como los parámetros de la fuente emisora de partículas.

Se determinará la longitud del trayecto de la partícula de la fuente al punto de interacción. La longitud de la trayectoria, junto con los parámetros de la dirección inicial definen el punto en el cual ocurre una interacción.

Se toma primero una región infinita a través de la cual se trasladan las partículas. Si la sección eficaz macroscópica total de la región es $\Sigma_t(E)$ entonces el número de partículas con energía E que penetran hasta una profundidad L a partir de N_0 interacciones es:

$$N_0 - \sum_t (E) L$$

y la probabilidad de penetración a la profundidad L es:

$$P(L) = \frac{\text{Número de penetraciones a } L}{\text{Número de interacciones}} = \frac{- \sum_t (E) L}{e}$$

La probabilidad de que una partícula interactúe a alguna longitud de trayectoria $\leq L$ está dada así:

$$P'(L) = \left[1 - e^{- \sum_t (E) L} \right]$$

Si la primera muestra al azar se obtiene a una longitud de trayectoria L a la cual sucede una interacción, el número al azar n es tomado igual que $p'(L)$:

$$n = 1 - e^{- \sum_t (E) L}$$

de la cual:

$$L = \frac{1}{\sum_t (E)} \ln(1 - n) = \frac{1}{\sum_t (E)} \ln n$$

esto que $1 - n$ está distribuida de la misma manera que n .

Supongamos que el límite de un medio se encuentra a una longitud de trayectoria $L = A$. Si la trayectoria seleccionada al azar sucede al valor de A , entonces puede decirse que la partícula escapó del sistema. De esta forma, los valores de L pueden ser seleccionados de -

la misma manera que para un infinito y probado, para determinar si los valores de A_i exceden o no los valores de A .

El valor de A será una función de la dirección inicial de la partícula y de la geometría del sistema. Consideremos un sistema compuesto por varias regiones en el cual una partícula se desplaza, el espesor del sistema está dado por varias regiones representadas por: $A_1, A_2, A_3 \dots A_x$ asociadas a las secciones eficaces dadas por: $\sum_{t_1}, \sum_{t_2}, \sum_{t_3} \dots \sum_{t_x}$. El efecto de las probabilidades sucesivas de escape de la partícula del sistema total es igual al producto de las probabilidades de penetración individuales. Por lo tanto el camino de la partícula a lo largo de una trayectoria, puede determinarse de la forma siguiente:

- a) Seleccionar al azar una longitud de trayectoria, considerando un medio infinito, con una sección eficaz \sum_{t_1} .
- b) Si L_1 excede A_1 , desplazar la partícula a un punto donde la trayectoria intersecte el límite entre las regiones 1 y 2.
- c) Seleccionar al azar la longitud de trayectoria, en la misma dirección original, considerando un medio infinito con una sección eficaz \sum_{t_2} .
- d) Si L_2 excede a A_2 , trasladar la partícula a los límites entre las regiones 2 y 3. Este procedimiento se repite hasta que uno de los $L_i < A_i$ o hasta que la partícula escape. La probabilidad total de escape será dada por:

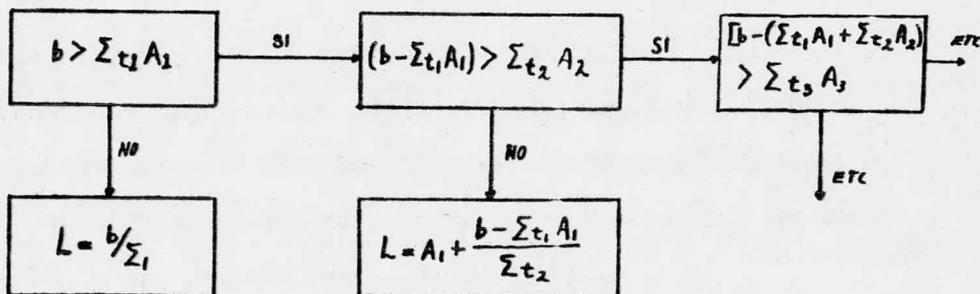
$$P_E = \exp - (\sum_{t_1} A_1 + \sum_{t_2} A_2 \dots \sum_{t_x} A_x)$$

En lugar de seleccionar las longitudes de trayectoria sucesivamente en cada material como antes se indicó, se decide el destino de la partícula por selección de un número al azar únicamente; con este objeto, define $b = \sum_i \Sigma t_i A_i$ donde A_i es el espesor del material i situado a lo largo de la trayectoria de la partícula entre la fuente puntual y la primera colisión. El valor de b es seleccionado al azar de:

$$b = \ln n$$

El proceso para encontrar la longitud de trayectoria correspondiente al valor seleccionado de b se describe en la figura 3.7. La búsqueda continúa hasta que L es definida.

Fig. 3.7. - Selección de longitud de trayectoria



Los diagramas de flujo para calcular las distancias de intercepción para varios tipos de geometrías han sido proporcionados por Cashwell y Everett. (21)

Si el peso inicial de una fuente de partículas es W_0 y la

longitud de trayectoria para escapar es A_1 , entonces a una partícula de peso $W_e = W_0 e^{-A_1 \Sigma_t}$ se le permite escapar y otra partícula de peso:

$$W = W_0 (1 - e^{-\Sigma_t A_1})$$

es forzada a tener una colisión antes de escapar. La probabilidad acumulativa de la colisión $P(L)$ es dada por la ecuación:

$$P(L) = nP(A_1) = n (1 - e^{-\Sigma_t A_1})$$

donde $P(L)$ esta dada por $P(L) = 1 - e^{-\Sigma_t L}$ Resolviendo para L :

$$L = \frac{-1}{\Sigma_t} \ln [1 - n (1 - e^{-\Sigma_t A_1})]$$

En un problema con muchas regiones, el procedimiento anterior pudo repetirse para trayectorias mayores que la primera, forzando a la partícula a permanecer dentro de la región de interés hasta que la historia termina para un peso o una energía mínima.

Para una placa utilizada como blindaje, con la radiación incidente normal a ésta, la profundidad de la primera colisión pudo ser muestreada de $L = n A_1$ donde L es la profundidad de la primera colisión, n es el número al azar y A_1 es el espesor total del blindaje. Para las distribuciones lineales, la probabilidad de colisión entre algunas longitudes de trayectoria arbitrarias L_1 y $L_1 + dL$, son dadas por dL/A_1 , puesto que la probabilidad en la distribución verdadera

ra es:
$$\sum_t e^{-\sum_t L_1} dL$$

Una función de peso debe asignarse a las partículas, tal que el producto del número de colisiones por su peso sea equivalente en los dos sistemas o:

$$\frac{dL}{A_1} \cdot W = \sum_t e^{-\sum_t L_1} dL W_0$$

de esta igualdad se obtiene la función de peso:

$$\frac{W}{W_0} = A_1 \sum_t e^{-\sum_t L_1}$$

donde W es el peso asignado a las partículas a una profundidad L_1 y W_0 es el peso inicial de las partículas en un sistema imparcial.

Aunque el peso de la partícula es menor, una gran fracción de partículas de la fuente penetran a grandes profundidades, lo cual incrementa la exactitud del promedio obtenido.

Se conocen otras distribuciones arbitrarias de densidades de colisión, una de ellas: la transformada exponencial, que es designada para mantener aproximadamente la misma población de partículas en algún punto dentro del blindaje; esta población y la densidad de flujo decrecen aproximadamente en forma exponencial con la trayectoria, a través del blindaje. Una solución se da con la siguiente relación:

$$\phi(r, W, E) = N(r, W, E) e^{g(r, W, E)}$$

donde:

N = densidad del flujo imparcial

r = vector de posición

W = dirección de la partícula

E = energía de la partícula

(22)

Clark preparó un excelente resumen de la transformación exponencial en el cual discute la eficiencia del método como una función de la forma y magnitud de $g(r, W, E)$, para fuentes de radiación gamma de alta energía (7 MeV) uniformemente distribuidas a través de 100 cm de espesor de una placa de concreto ordinario y la transformación da esta dada por:

$$G = W \cdot \epsilon \cdot C$$

Donde ϵ es un vector unitario en la dirección de penetración, W es la dirección de la partícula y C es una constante que controla la magnitud del factor de transformación.

3.8.10. Parámetros de la Colisión.

En un material que contiene varios elementos de densidad atómica ρ (núcleos / cm^3) y una sección eficaz total σ_{ti} (cm^2 / núcleo); entonces: la sección eficaz macroscópica total del material esta dada por:

$$\Sigma_t = \rho_1 \sigma_{t1} + \rho_2 \sigma_{t2} + \rho_3 \sigma_{t3} \dots \rho_n \sigma_{tn}$$

y la probabilidad de que una especie particular este involucrada, esta dada por la fracción de la sección eficaz total representada por cada especie: $\rho_i \sigma_{ti} / \sum_t$, los núcleos involucrados en una colisión pueden ser obtenidos por la selección de un número al azar r , comparándolo con una distribución acumulativa:

$$P(K) = \frac{\sum_{i=1}^K \rho_i \sigma_{ti}}{\sum_t} = r$$

y resolviendo para K , donde K puede ser una integral entre 1 y n inclusive. En forma similar, el tipo de interacción puede ser determinado también, por comparación con otros números al azar:

$$P(i) = \frac{\sum_{j=1}^i \sigma_{ij}}{\sum_t} = r$$

donde los σ_{ij} son los distintos componentes en que se realizan diferentes interacciones en la sección eficaz total del elemento i .

En neutrones los σ_{ij} podrían ser las secciones eficaces para dispersión elástica; absorción; fisión; (n, n') ; $(n, 2n)$ y $(n, 3n)$.

3.8.11 Parámetros de la partícula después de la colisión.

Estos parámetros incluyen el tipo, número, energía y dirección de las partículas que sobreviven a una interacción. Dependiendo del propósito de los cálculos, también es posible determinar la energía depositada en el sistema interaccionado. La deter--

minación de estos parámetros involucran la aplicación de secciones eficaces diferenciales en la selección del tipo de interacción. Los detalles del método dependerán necesariamente del formato usado para la especificación de las secciones eficaces. Por medio del Método de Monte Carlo se tratan las interacciones nucleares posibles de neutrones y rayos gamma. En el capítulo II se dió una pequeña información respecto a los tipos de interacciones nucleares y sus consecuencias.

3.8.12. Cálculo del coseno direccional de la partícula después de una interacción.

Los ángulos de dispersión después de una colisión en un punto, se caracterizan por el cálculo del ángulo polar θ (determinado por la sección eficaz diferencial de dispersión) y el ángulo Azimutal ϕ (seleccionado al azar entre 0 y 2π) de la trayectoria de dispersión, relativa a la trayectoria de incidencia. Si (α, β, γ) son los cosenos direccionales de la partícula dispersada $(\alpha', \beta', \gamma')$ están dadas por las ecuaciones siguientes:

$$\alpha' = \alpha \cos \theta + \gamma \frac{\alpha \sin \theta \cos \phi}{(1 - \gamma^2)^{1/2}} - \beta \frac{\sin \theta \sin \phi}{(1 - \gamma^2)^{1/2}}$$

$$\beta' = \beta \cos \theta + \gamma \beta \frac{\sin \theta \cos \phi}{(1 - \gamma^2)^{1/2}} + \alpha \frac{\sin \theta \sin \phi}{(1 - \gamma^2)^{1/2}}$$

$$\gamma' = \gamma \cos \theta - (1 - \gamma^2)^{1/2} \sin \theta \cos \phi$$

excepto en el caso en que $1 - \gamma^2$ tienda a cero, entonces las ecuaciones anteriores quedan así:

$$\alpha' = \text{Sen } \theta \text{ Cos } \varphi$$

$$\beta' = \text{Sen } \theta \text{ Sen } \varphi$$

$$\gamma' = \gamma \text{ Cos } \varphi$$

3.8.13. Conteo de Partículas.

En esta sección se da información concerniente a la emisión de partículas de una fuente, que habrán de seguir una trayectoria y colisionar, así como la determinación de la nueva dirección de éstas y su energía después de la interacción. El proceso de selección de la longitud de trayectoria es continuo hasta que la historia de la partícula termina. Como antes se mencionó, la terminación puede ser debida a la superación de los límites de la energía, posición espacial y peso de la partícula establecidos.

Consideremos el caso de una fuente puntual y una placa infinita de espesor T como blindaje, los resultados que pueden obtenerse están referidos a lo siguiente:

- 1.- La densidad de flujo como una función de la posición, dirección y la energía incidente en el material.
- 2.- La dosis de penetración o densidad de flujo.
- 3.- La energía y la distribución angular de las partículas que penetran en el blindaje.

4.- La distribución de las partículas que penetran el blindaje, relativa al número de colisiones determinadas antes de penetrar.

5.- La distribución del tiempo de arribo de las partículas.

Existen además otras posibilidades.

La densidad de flujo por fuente unitaria de partículas incidentes por unidad de área de la placa, puede ser obtenida por la suma siguiente:

$$\phi = \frac{1}{n} \sum \frac{W_i}{\cos \theta_i}$$

de partículas que cruzan una superficie plana paralela a las caras de la placa, donde θ es el ángulo entre la dirección de la partícula y la normal al plano. Los resultados son normalizados a una fuente unitaria dividiendo por el número de casos o historias n .

La densidad de flujo en un punto particular puede ser estimado por la descripción de un volumen cerca del punto, calculando los pesos y longitudes de trayectoria, por unidad de volumen de partículas que pasan a través de la región. La densidad de flujo en un punto puede ser obtenida por un método conocido como estimación estadística. Esta técnica se usa para estimar la contribución de la radiación dispersada en un punto detector de eventos de dispersión dentro del blindaje. Por ejemplo, en una trayectoria indicada en la figura 3.8 la densidad de flujo en el punto

se estima por la determinación del peso de la partícula con el cual podría llegar a D (dentro de un detector esférico unitario), - después de haber sido dispersada en un punto S. Si el ángulo entre la dirección de la partícula incidente y la línea \overline{SD} es θ_s y la partícula incide en S con una energía E, entonces el peso W_1 de la partícula dispersada hacia D esta dado por:

$$W_1 = W_0 \frac{\sigma_s(E)}{\sigma_t(E)} f(\theta_s, E)$$

donde W_0 = peso de la partícula incidente en S.

$\sigma_s(E)$ = Sección eficaz total de dispersión del elemento involucrado en la colisión.

$\sigma_t(E)$ = Sección eficaz total del elemento.

$f(\theta_s, E)$ = Densidad de probabilidad por steradian de dispersión a través del ángulo θ_s .

La integral $\int f(\theta_s, E) d\Omega = 1$ y el producto $\sigma_s f(\theta, E)$ es equivalente a la sección eficaz de dispersión angular diferencial $\Gamma(\theta, E)$.

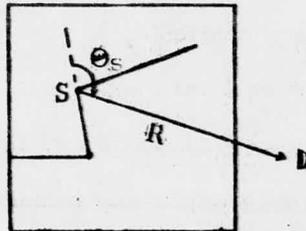


Fig. 3.8. Estimación estadística.

La contribución ϕ_1 de la partícula dispersada a la densidad de flujo en D esta dada por:

$$\phi_1 = W_1 \frac{\sum t(E') R}{e R^2}$$

donde $\sum t(E')$ es la sección eficaz macroscópica total de la partícula dispersada. La densidad de flujo en D se estima por medio de la suma de las contribuciones de todas las partículas dispersadas, con la siguiente ecuación:

$$\phi = \frac{1}{n} \sum_1 \phi_1$$

La estimación es independiente de la trayectoria de la partícula. En el proceso de estimación se considera que muchas de las partículas que colisionan se dirigen al detector. Cuando se estudian las trayectorias, se hacen determinaciones independientes del tipo de interacción y de los parámetros de la partícula, después de la colisión. Cuando la superficie del detector es muy importante, la estimación se efectúa prolongando la trayectoria en línea recta hasta que se obtiene una intersección, de ésta manera conocemos el final de la trayectoria por estimación, con este objeto, se considera una fuente puntual en un medio infinito con una superficie esférica como detector a un radio R. Los puntos A, B, C, D. en la figura 3.9 se consideran de intersección y su estimación se hace alargando cada trayectoria --

hasta que se obtiene una intersección con la esfera. Las proyecciones de las longitudes de trayectoria, fuera de la esfera, no se intersectan, cuando sucede lo contrario, las partículas penetran la esfera un mayor número de veces.

La estimación de la densidad de flujo $\phi_i(R)$ a la esfera para una trayectoria de una partícula esta dado por:

$$4\pi R^2 \phi_i(R) = \frac{W_i \sum_i d_i}{|\cos \beta_i|}$$

donde:

W_i = peso de la partícula en trayectoria i

d_i = distancia total a lo largo de la dirección de la trayectoria seleccionada.

β_i = Angulo entre la normal a la superficie y la trayectoria.

\sum_i = Sección eficaz total del medio para partículas en la i -ésima trayectoria.

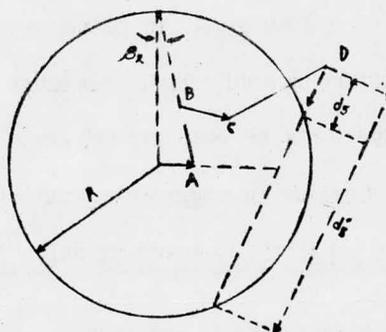


Fig. 3.9. Estimador del final de la trayectoria.

De esta manera, por medio de la probabilidad de agotamiento de las trayectorias a la superficie, se ajusta el peso de la partícula. El estimador para la quinta trayectoria al punto D está dado por:

$$4 \pi R^2 \phi_5(R) = \frac{w_5 (e^{-\sum_5 d_5} + e^{-\sum_5 d'_5})}{|\cos \beta_5|}$$

En este caso, la trayectoria continúa independientemente de la estimación, los parámetros de la partícula después de la colisión se usan como base para las estimaciones. La estimación de la primera trayectoria es similar a la estimación de la final de ésta, excepto que se ajusta la primera trayectoria de tal manera que cada colisión puntual quede sobre la superficie de la esfera. En la figura : 3.10 se muestran simuladamente las trayectorias involucradas en la estimación de cada colisión de la historia señalada por (a), (b), (c), y (d).

En (b) se ajusta la primera trayectoria, al tomar la primera colisión puntual que queda sobre la superficie. En (c) la primera trayectoria se extiende tal que, la determinación al azar del punto final de la segunda trayectoria se traslada (paralelo a la primera trayectoria) hasta coincidir con la superficie.

En (d) la longitud de la primera trayectoria es reducida de tal manera que la tercera colisión quede sobre la superficie de la esfera.

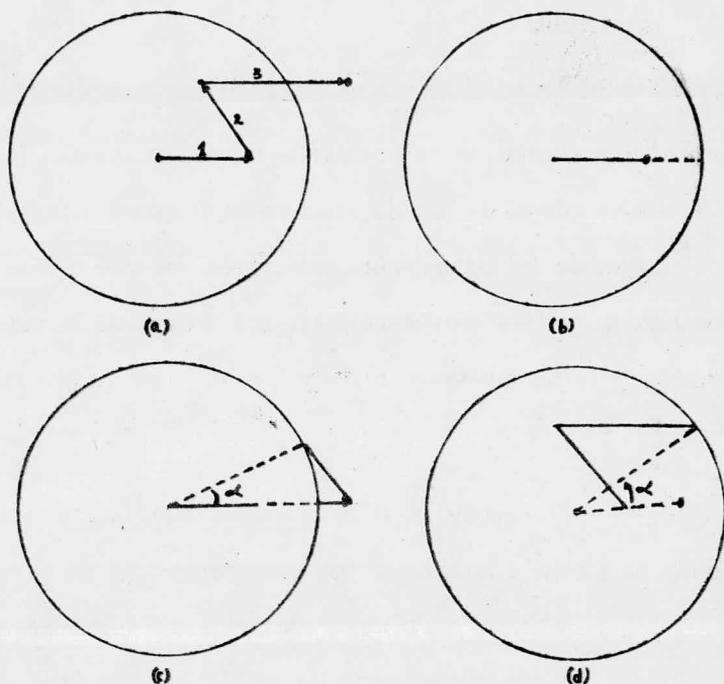


Fig. 3.10 Estimador de la primera trayectoria
 (a) trayectoria constante de la partícula; (b) ajuste para la primera trayectoria; (c) ajuste de la segunda trayectoria; (d) ajuste de la tercera -- trayectoria.

Numéricamente, el valor del flujo de las partículas registradas en cada caso es:

$$4\pi R^2 \rho_1 (R) = \frac{W_i \sum_0 e^{-\sum_0 df}}{\sum_1 |\cos \alpha|}$$

donde df es la longitud de la trayectoria después del ajuste.

α es el ángulo entre la primera trayectoria y la normal al punto de intersección.

Σ_0 es la sección eficaz total a la energía de la fuente de partículas.

Σ_i Sección eficaz total para la i -ésima trayectoria.

Esta última expresión es similar a la estimación del final de la trayectoria en que el factor de peso en la longitud de trayectoria es: $e^{-\Sigma_d}$. Una de las diferencias existentes, es que el ángulo de intersección con la esfera es determinado por medio de la relación entre la primera y la última trayectoria y que el peso se ajusta por medio de Σ_0/Σ_i .

Trubey⁽²³⁾ realizó cálculos para fuentes puntuales de neutrones de fisión y neutrones con energías de 14 MeV en agua, al comparar los resultados de las dos estimaciones concluyó que la estimación de la primera trayectoria da mejores resultados en el intervalo de energía para neutrones de fisión (0.01 - 4.0 MeV).

3.8.14. Variancia Estadística.

El número de historias que deben existir después de obtener los resultados de un problema dado, depende en gran parte de la naturaleza de la respuesta deseada. Por ejemplo, un cálculo puede proporcionar un valor de dosis total por fuente de partículas exacto, a 1% y al mismo tiempo tener una incertidumbre muy grande, asociada a la corriente de neutrones en el intervalo de $3 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$ y $10^\circ < \theta < 30^\circ$.

Un teorema que puede ser utilizado como medio de estimar la incertidumbre estadísticamente es el teorema del Límite Central. Se considera un caso estructurado por K etapas diferentes, designados por W_1, \dots, W_k con probabilidades asociadas P_1, \dots, P_k donde $\sum_{i=1}^k P_i = 1$. En este caso, el promedio o media puede definirse como: $M = \sum P_k W_k$ y la dispersión (variancia del valor esperado) se obtiene con:

$$\sigma_e^2 = \sum P_k (W_k - M)^2 = \left(\sum P_k W_k^2 \right) - M^2$$

Supongamos ahora que en los cálculos de penetración en el método de Monte Carlo se utiliza una fuente de partículas N y que el peso total de penetración (obtenido de la suma de N casos) de las partículas en una cierta categoría es M. El Teorema del Límite central; establece que:

$$P \left(\left| \frac{M}{N} - M \right| < \epsilon \right) = \text{erf} \frac{t}{\sqrt{2}} + \int N$$

Esto relaciona la probabilidad de que nuestras respuestas caigan dentro de alguna variación de ϵ alrededor del promedio exacto del número de procesos y el valor máximo esperado de ϵ .

$$\text{erf} (x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

$$t = \epsilon N^{1/2} \sigma_e^{-1/2}$$

$$\int N \rightarrow 0 \text{ cuando } N \rightarrow \infty$$

El valor σ N podría tomarse en términos del tercer momento de la distribución W, para N grande esta contribución podría ser no significativa. De esta manera, para un grado de probabilidad dado (valores dados de t) el tamaño de ϵ es directamente proporcional a $\sqrt{\sigma_e/N}$. Por lo tanto: doblando el número de historias, el valor de ϵ se reduce en un factor de $2^{-1/2}$.

Al ilustrar como σ_e es estimado en un problema particular, nos permite suponer que las contribuciones de una cantidad N de partículas generadas por una fuente a una cierta categoría de partículas penetrantes son: X_1, X_2, \dots, X_n . El promedio de estas contribuciones se define como:

$$U = \frac{1}{N} \sum_I X_I$$

y la variancia en éstas es:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_I (X_I - U)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_I X_I^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_I X_I \right)^2$$

$$\sigma^2 = \bar{X}^2 - U^2$$

U no es el valor exacto esperado, es un promedio para las contribuciones de las partículas, el cual podría aproximarse al valor esperado cuando N es grande; por lo tanto $\sigma^2 = \bar{X}^2 - U^2$ es solamente una estimación de la variancia. La variancia σ_e^2 para el valor esperado

esta relacionada con la variancia σ^2 del promedio U de una serie de observaciones por:

$$\frac{\sigma^2}{N} = \sigma_e^2$$

Por lo tanto, una estimación de σ_e^2 esta dada por:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N^2} \sum_1 X_i^2 - \frac{1}{N^3} \left(\sum_1 X_i \right)^2$$

En algunos programas del Método de Monte Carlo las X_i y X_i^2 son tabuladas para ser utilizadas en el cálculo de la variancia. Algunos investigadores simplifican la estimación de la variancia - por medio de la agrupación de datos; ésto no mejora la exactitud de los resultados obtenidos. Por ejemplo: los calculos de penetración para 4000 historias; los datos pueden subdividirse dentro de 40 grupos de 100 historias y promedios calculados M_i . La variancia de M_i alrededor del promedio total \bar{M} podría ser menor que la variancia de los datos individuales. Existe una técnica de muestreo sistemático que se usa para obtener resultados utilizando pocas historias, en esta técnica, la distribución de probabilidad acumulativa de un evento (por ejemplo: ángulo de la fuente, longitud de trayectoria o ángulo de dispersión) - puede seccionarse y en lugar de seleccionarse los valores de las variables, al azar, se seleccionan sistemáticamente por cada sección sucesivamente.

En lugar de:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dX = n$$

se puede utilizar la relación:

$$F(X) = \frac{i - (1/2)}{N}$$

donde $i = 1, 2, \dots, N$ y N es el número probable de secciones definidas entre 0 y 1.0. La selección del punto medio de una sección se puede obtener así:

$$F(X) = \frac{i - n}{N}$$

donde $i = 1, 2, \dots, N$ y n es un número al azar. En este sistema, las secciones se sujetan a rotación, pero la posición dentro de una de éstas se selecciona al azar.

CAPITULO IV. - DEMOSTRACION DEL METODO DE MONTE CARLO

En el capítulo anterior se discutieron las bases del método de Monte Carlo, dándose a conocer los cálculos que es necesario realizar, cuando se analiza un problema de transporte de radiación en cilindajes.

En este capítulo se demuestra que el método de Monte Carlo puede auxiliarnos en el estudio de un problema de esta naturaleza; introduciendo para éllo un número considerable de conceptos, algunos de ellos ya definidos con anterioridad; los cuales debidamente relacionados, estructuran un programa de computación, como lo señala el diagrama de flujo correspondiente y que se incluye en el presente capítulo.

El programa se elaboró en lenguaje Fortran, el listado contiene comentarios que describen cada uno de los segmentos que lo constituyen. Como se verá más adelante, la eficiencia del método tantas veces mencionado se muestra en el estudio del comportamiento de elementos como: cobre, aluminio, fierro, y otros materiales, algunos --

de ellos utilizados como blindajes en reactores nucleares, obteniendo resultados de interés que también se dan a conocer posteriormente.

La definición de un problema dado en este caso, incluye una fuente de neutrones puntual monoenergética (3 MeV) cuyas partículas inciden sobre la cara del blindaje, siguiendo una dirección cosenoidal como se muestra en la figura 4.1.

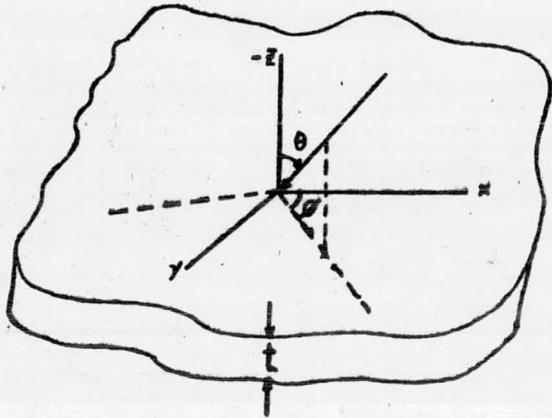


Fig. 4.1. Geometría de una placa utilizada en el método de Monte Carlo (14)

El blindaje sobre el que inciden las partículas, se considera una placa semi-infinita homogénea, de espesor t , constituida por un elemento ligero de peso atómico A . Se supone que ocurren ciertos eventos de importancia, principalmente: captura y dispersión isotrópica de neutrones en el sistema centro de masa; esta última estudiada en el capítulo II de este trabajo. Se debe tomar en consideración el manejo adecuado de las secciones eficaces $\sum_t(E)$ y \sum_s para cada material que constituye la placa; como se describió en el capítulo anterior.

cada evento es estudiado desde un punto de vista estadístico por un número al azar que es obtenido de un generador incluido como subrutina, dentro del programa; a esta subrutina se le denomina RAND.

Los datos de entrada que se deben considerar en el programa los cuales son representados apropiadamente por valores constantes son los siguientes: energía de la fuente; espesor del blindaje; número máximo de historias; densidad de flujo; factores de conversión y la energía dependiente de la sección eficaz macroscópica; la tabla 4.1. muestra los datos de entrada que se deben incluir en el programa de computación, como se vé, cada dato esta limitado por un número determinado de valores, este intervalo se representa por medio de una variable y éstas a su vez por un formato dentro del programa.

Para el caso del número de grupos de energía impresos, estos son representados por una variable NENEG manejada por un formato 515 y el número de grupos no debe exceder a 7; debido a que los neutrones reflejados y transmitidos son sorteados dentro de seis intervalos de energía y cinco intervalos de ángulo; los intervalos de energía van de 0.5 a 3 MeV; ésta última energía es la de la fuente puntual considerada; los intervalos de ángulo dentro de los cuales son distribuidos los neutrones reflejados y transmitidos son los siguientes: 15°, 30°, 45°, 60° y 90° todos representados en radianes. El número de historias seleccionado, depende del tiempo disponible de máquina; - notar que: a medida que se incrementa el número de historias, se obtienen resultados más significativos, dado el carácter estadístico del -

método.

Los neutrones que son absorbidos se distribuyen dentro de los mismos seis intervalos de energía y dentro de diez secciones de la placa, dentro de las cuales se almacenan las partículas; la energía de la fuente se da en MeV; el espesor de la placa que funciona como blindaje se da en centímetros; los datos correspondientes a las secciones eficaces que son introducidos en el programa de cálculo se obtuvieron de tablas ⁽²⁴⁾ y de gráficas ⁽²⁵⁾ para cada elemento usado como blindaje.

Un material constituido por distintos elementos; concretamente, por ejemplo, precisa del cálculo de sus secciones eficaces, en función del peso atómico, la densidad del material y la sección eficaz de cada constituyente; como se describió en el capítulo II de este trabajo en la parte correspondiente a secciones eficaces macros y microscópicas.

VARIABLE	FORMATO	DEFINICION	LIMIT
NENEG	515	-No. de grupos de energía impresos.	≤ 7
NANG		-No. de intervalos de ángulos impresos (para cada superficie)	≤ 6
NHIST		-No. de historias procesadas.	
NDIVT		-No. de incremento de placa para absorciones.	≤ 20
IB		-Generador base de números al azar	
EO		-Energía de la fuente (MeV)	

TT	} 4E10.3	-Espesor de la placa (cm)	
COA		-Angulo θ pequeño; usualmente 10 ; abajo del cual se considera como cero.	-5
AW		-Peso atómico (amu)	
ANG(J)	6E10.3	-K-ésimo intervalo angular impreso; ascendiendo en orden de grados.	NANG + 1 ≤ 90
FTD(I)	6E10.0	-Factor de conversión de densidad de flujo para el i-ésimo grupo de energía impreso.	NENEG Valores
E (I)	6E10.0	-Energía lmita del i-ésimo interva- lo de energía impreso; ascendiendo en orden de MeV.	NENEG + 1 Valores
NCSE	1 10	-Energías a las cuales se introducen las secciones eficaces.	≤ 40
EE (I)	6E10.3	-i-ésimo valor de la energía a la cual se introducen las secciones efi- caces; en MeV.	NCSE Valores
TOT(I)	6E10.3	-Sección eficaz macroscópica total a EE (I) (cm^{-1}).	NCSE Valores
SCA(I)	6E10.3	-Sección eficaz macroscópica de dis- persión a EE (I) (cm^{-1})	NCSE Valores

Tabla 4.1. Características de los datos de entrada para la demostración del método de Monte Carlo por medio de un programa de computación.

Los neutrones que inciden en una placa pueden ser reflejados, absorbidos o transmitidos; la energía de escape y el ángulo, dependen del flujo de la corriente y la dosis en cada superficie de la placa, así como de los neutrones absorbidos en función de la energía y la posición Z dentro del blindaje; los neutrones que continúan su

trayectoria hasta $Z = t$ son llamados transmitidos y aquéllos que adoptan una posición $Z = 0$ se les denomina reflejados.

La energía y el ángulo con el cual penetran las partículas en un blindaje son dos aspectos importantes que deben ser considerados en los cálculos efectuados para la determinación del espesor de una barrera.

El programa está constituido por subrutinas como: la XSEC que se encarga de manejar las secciones eficaces de los elementos que forman el blindaje; la RAND, que es un generador de números al azar en el programa y la STRA que almacena neutrones siempre que sean transmitidos, reflejados o absorbidos.

La subrutina XSEC maneja determinados datos de secciones eficaces que fueron llamados por primera vez. Para determinar las secciones eficaces de dispersión totales se utiliza una interpolación lineal. Después de la primera llamada de XSEC, no se leen más datos, solamente se lleva a cabo la interpolación. La subrutina RAND es un seudogenerador de números al azar y utiliza el reloj interno de la máquina, para tal fin; como se muestra en el programa incluido en el apéndice de este trabajo; la secuencia lógica con la cual se ordenan las variables señaladas en la tabla 4.1, dentro del programa de cálculo, se da en el diagrama de flujo correspondiente: figura 4.2; el cual resume el proceso, que se efectúa de la siguiente manera: se introducen los datos, se procesan y se selecciona un número

al azar para determinar la dirección del ángulo θ ; se obtiene otro número al azar n , con el cual se calcula la dirección del ángulo ϕ ; se determina la longitud ρ ; utilizando este valor y el de los cosenos θ y ϕ se calculan los cosenos direccionales α , B y γ ; se determina el número de historias procesadas; si este número es menor o igual al número máximo se obtiene otro número al azar n , se calculan las secciones eficaces $\sum_t (E)$, $\sum_s (E)$; se determina la longitud de la trayectoria L y después, con este valor y el coseno direccional γ se calcula la coordenada Z para cuando las partículas penetran la placa; si ocurre una penetración tal que el espesor de la placa es menor que la profundidad a la que llega la partícula: $t < z$, entonces el neutrón es transmitido, se almacena el resultado y la historia se termina. Se inicia nuevamente un proceso; al regresar a 1 (ver diagrama de flujo); si la profundidad a la que llega el neutrón es menor: $t > z$ o igual, se pasa a B; si z es menor o igual a cero, el neutrón es reflejado y almacenado. Si z es mayor se pasa a 3; se obtiene un número al azar n , si n es mayor que el número obtenido de la relación: $\frac{\sum_s}{\sum_t}$ entonces, el neutrón es absorbido y se almacena; se regresa a (1) en el diagrama y se inicia un nuevo proceso; si $\frac{\sum_s}{\sum_t}$ es mayor o igual a n , se obtiene un número al azar n para calcular el ángulo de dispersión $M = 2n - 1$; después de esto se calcula la energía E del neutrón después de la colisión; si la energía del neutrón antes y después de la colisión es la misma, entonces se procede a calcular la dirección de los ángulos θ_s y ϕ_s del neutrón dispersado.

Para calcular los nuevos cosenos direccionales α' , B' y γ' se utilizan las ecuaciones señaladas en la parte D del diagrama de flujo, las cuales se habló en la sección 3.8.12 de este trabajo. Se regresa a (2) en el diagrama, con el objeto de estudiar el comportamiento de una nueva historia. En la parte (5), final del diagrama se efectúa el análisis de las fugas de radiación emitida, se calcula además: la razón de dosis y la densidad de flujo de salida. Se imprimen los resultados y se termina el programa.

En problemas específicos, con los que se calcula la dosis de neutrones rápidos, la energía de corte que se utiliza normalmente es de 0.1 MeV. La energía de corte utilizada en los cálculos de la trayectoria de un neutrón rápido, determina el tiempo promedio utilizado en el procesamiento de una historia.

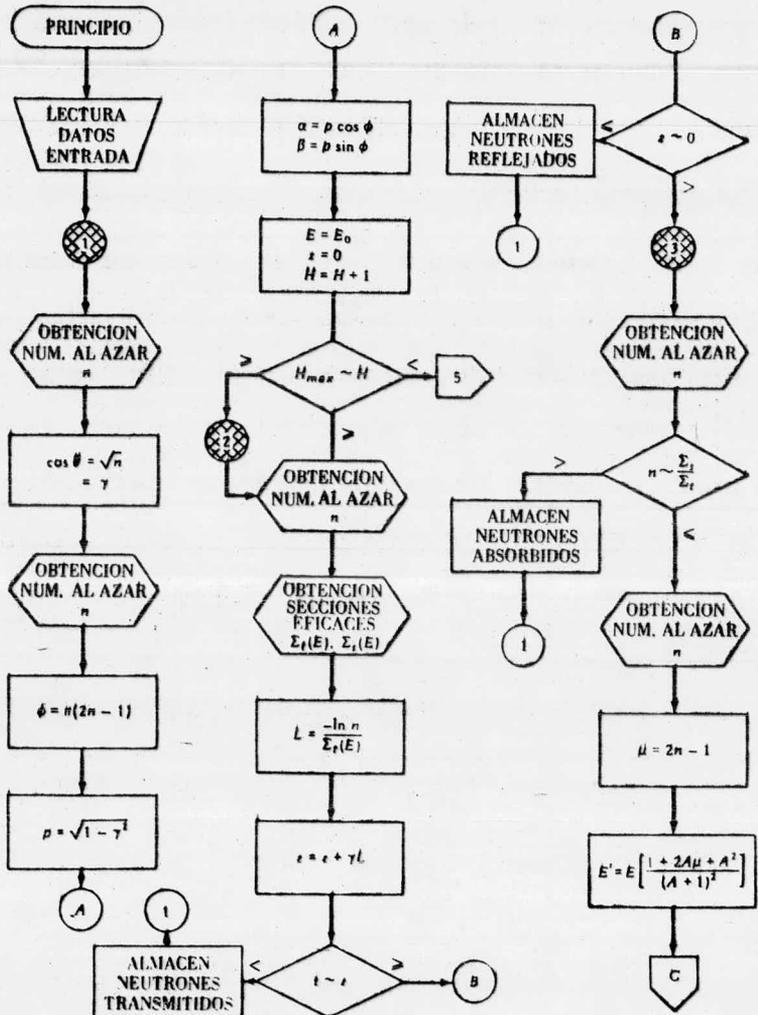
Los cálculos que pueden realizarse en la difusión y transporte de neutrones térmicos son más fáciles que los que se efectúan para una región epitérmica entre neutrones rápidos y térmicos. El método de Monte Carlo requiere de un gran número de colisiones para termalizar a los neutrones rápidos y ha sido utilizado para determinar la densidad de moderación térmica de los neutrones transportados; requiere además este método de la información correspondiente a las secciones eficaces en el proceso de interacción para resolver problemas de transporte de neutrones y radiación gamma. Cuando las secciones eficaces se usan en grupos, la energía transferida grupo a grupo está contenida en todas las secciones eficaces del proceso; en

dispersión anisotrópica, la transferencia tiene asociada una distribución angular que es el peso promedio de las distintas secciones eficaces involucradas en el proceso de transferencia de energía.

Por tanto, cuando se usan secciones eficaces en muchos grupos, el proceso de selección de trayectoria es idéntico para neutrones y radiación gamma.

El método de Monte Carlo no es el mejor método para resolver problemas en una dimensión, puesto que el método de ordenadas discretas es más exacto en este caso. Para problemas en dos dimensiones, éstos son similares en eficiencia. Pero para tres dimensiones o problemas de dos dimensiones dependientes del tiempo, el método de Monte Carlo es más conveniente para proveer mejores soluciones aproximadas, en los problemas de transporte de neutrones y de radiación gamma.

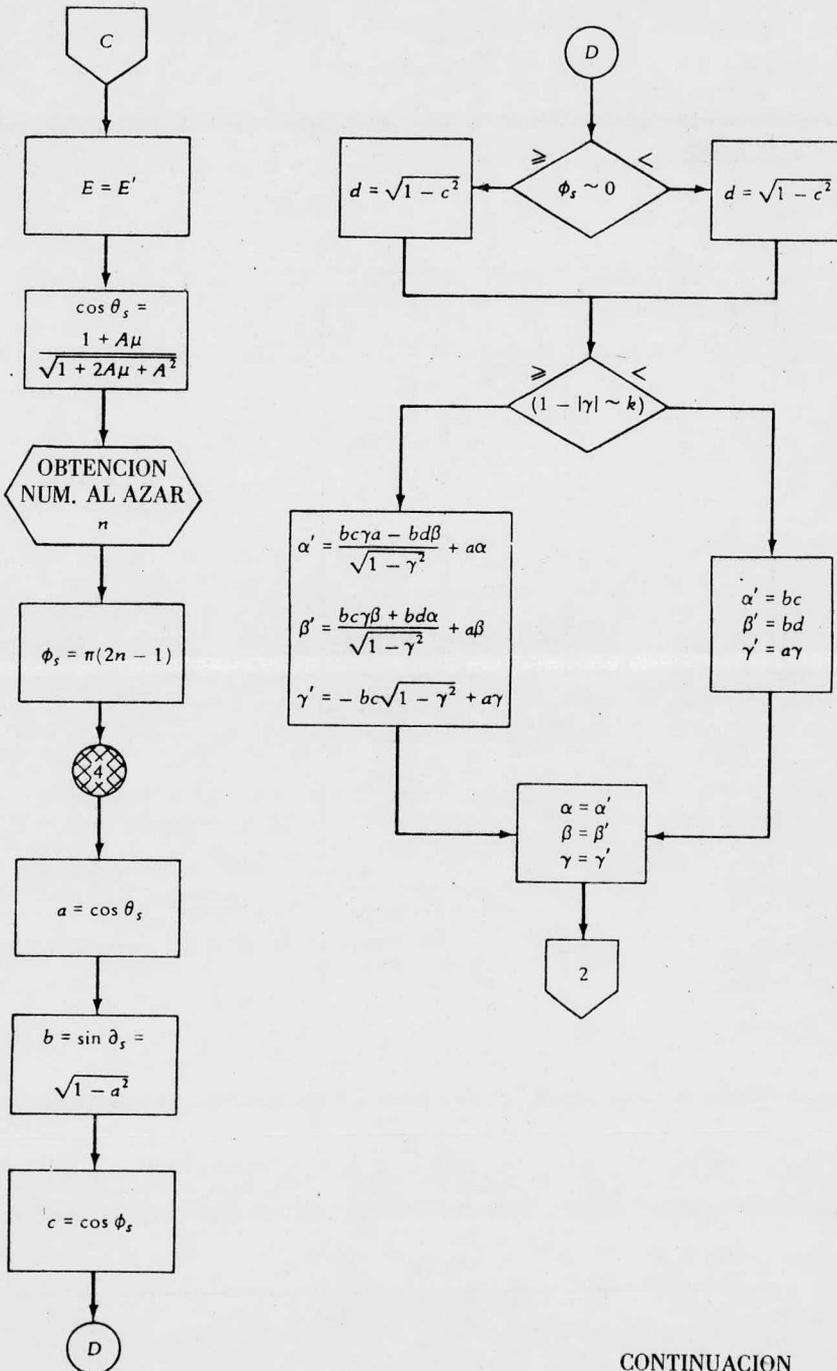
FIG. 4. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE CALCULO UTILIZADO EN LA DEMOSTRACION DEL METODO DE MONTE CARLO.



CONTINUACION

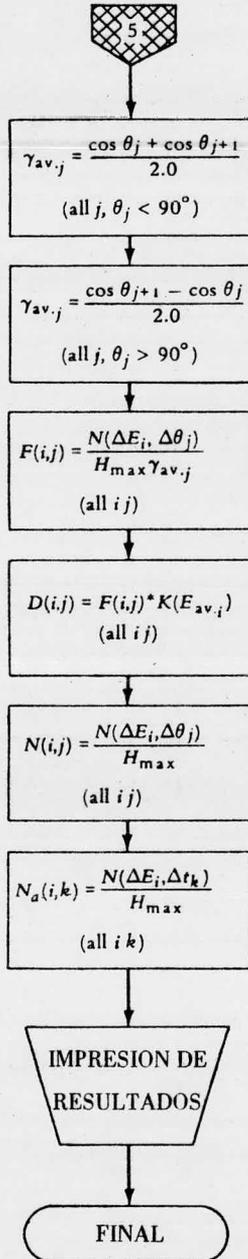
fig. 4. 2

CONTINUACION DEL DIAGRAMA DE FLUJO



CONTINUACION

CÓNTINUACION DEL DIAGRAMA DE FLUJO



?JOB TRADUCTOR/USER SW80/CLASS-1)
?BEGIN
?COMPILE JORMONIC /CEN FORTRAN
?BCL
?DATA LEE
?END JOB

J O B S U M M A R Y

29, 1976
2141:51 B0J 0625 TRADUCTOR.
QUEUE: 1
ORIGINATING UNIT: 12
PRIORITY: 5
USERCODE: SW80.

2141:53 B0T 7844 SYSTEM/FORTRAN.
TASK TYPE: COROUTINE
PRIORITY: 5
CODEFILE: JORMONIC/CEN.
USERCODE: SW80.

2142:14 B0T 7847 (SW80)JORMONIC/CEN ON PACK.
TASK TYPE: DEPENDENT TASK(PROCESS)
PRIORITY: 5
USERCODE: SW80.

2:42:14 EDT 7844 SYSTEM/FORTRAN.
USERCODE: SW80.
4.753 SEC CPU, 6.810 SECS IO
349 CARDS READ 373 LINES PRINTED
MEM INTEGRAL: CODE=104.025, DATA=118.299
AVERAGE CORE USAGE: CODE=8997 DATA=10231
ELAPSED TIME: 00:00:21

3140:08 EDT 7847 (SW80)JORMONIC/CEN ON PACK.
USERCODE: SW80.
1521.247 SEC CPU, 0.711 SECS IO
6 CARDS READ 73 LINES PRINTED
MEM INTEGRAL: CODE=1391.542, DATA=2532.889
AVERAGE CORE USAGE: CODE=914 DATA=1664
ELAPSED TIME: 00:57:54

3140:08 EDJ 0625 TRADUCTOR.
USERCODE: SW80.
0.283 SEC CPU, 0.283 SECS IO
MEM INTEGRAL: CODE=0.025, DATA=0.939
AVERAGE CORE USAGE: CODE=43 DATA=1658
ELAPSED TIME: 00:58:17

B6700/B7700 F O R T R A N C O M P I L A T I O N M A

FILE 1=LEE,UNIT=READER

FILE 3=DAR,UNIT=PRINTER
 C A MONTE CARLO DEMONSTRATION PROCEDURE

C CALCULATES THE TRANSMITTED AND REFLECTED CURRENT, FLUENCE,
 C ANS DOSE AND NUMBER OF ABSORPTIONS FOR A SEMI-INFINITE SLAB
 C WITH A COSINE CURRENT LOCATED ON A SLAB SURFACE.

KX=1

C
 DIMENSION XNIT(144)
 DIMENSION FTD(8),FT(8,6),DT(8,6),FR(8,6),DR(8,6),COA(8),C
 COMMON N1,NN1,NDT,IOP,EAS,ANG(6),BNG(6),T1(21),E(8),T(8,6)
 1 ,A(8,20),Z,G
 EQUIVALENCE (FT(1),XNIT(1)),(DT(1),XNIT(49)),(DR(1),XNIT(97))
 DO 500 I = 1,144
 500 XNIT(I) = 0.
 NH = 0

C
 C
 C READ INPUT PARAMETERS
 C
 C NENEG NO. PRINT ENERGY GROUPS
 C NANG NO. PRINT ANGLE INTERVALS
 C NHIST NO. HISTORIES
 C NDIVT NO. SLAB ABSORPTION INTERVAL
 C IB RANDOM NUMBER BASE (ODD)
 C EO SOURCE ENERGY
 C TT SLAB THICKNESS
 C COA CUT-OFF ANGLE
 C AW ATOMIC WEIGHT
 C FTD FLUX-TO-DOSE CONVERSION FAC
 C
 READ (1,20) NENEG, NANG, NHIST, NDIVT, IB
 READ (1,19) EO, TT, COA, AW

C
 C READ THE PRINT ANGLE INTERVAL BOUNDS LESS THAN 90 DEG. AND
 C GENERATE THOSE GREATER THAN 90 DEG.

C
 NN1 = NANG+1
 READ (1,19) (ANG(K), K=1,NN1)
 DO 24 M=1,NN1
 24 BNG(M) = 180.0-ANG(M)
 READ (1,19) (FTD(I), I=1,NENEG)

C
 C READ THE PRINT ENERGY BOUNDS.

C
 N1 = NENEG+ 1
 READ (1,19) (E(J), J=1,N1)
 20 FORMAT(10I5)
 19 FORMAT(6E10.3)

C
 C CONVERT PRINT ANGLES FROM DEGREES TO RADIANS.

C
 QED = .C174533
 COA = COA*QED

```
DO 25 N=1,NN1
ANG(N)= ANG(N)*QED
BNG(N) = BNG(N)*QED
```

```
ZERO DATA STORAGE ARRAYS
DO 23 I=1,NENEG
DO 21 J=1,NANG
T(I,J) = 0.0
R(I,J) = 0.0
DO 23 K = 1,NDIVT
A(I,K) = 0.0
```

CALCULATE THE SLAB INCREMENT BOUNDS.

```
NDT = NDIVT+1
TT1=TT/NDIVT
T1(1)=0.0
DO 22 L=2,NDT
T1(L) = T1(L-1) + TT1
```

BEGIN HISTORY GENERATION

SELECT A SOURCE POLAR DIRECTION FROM A COSINE DISTRIBUTION BETWEEN ZERO AND ONE AND SELECT A SOURCE AZIMUTHAL DIRECTION ANGLE BETWEEN MINUS-PI AND PLUS-PI. THEN CALCULATE DIRECTION COSINES.

```
CALL RAND(IB,RI)
CTHE = SQRT(RI)
G= CTHE
CALL RAND(IB,RI)
PHI = 3.141593*(2.0*RI-1.0)
STHEA = SQRT(1.0-G*G)
RHO = STHEA
ALFA = RHO*COS(PHI)
B = RHO*SIN(PHI)
```

```
EAS = E0
Z= 0.0
S = 0.0
NH = NH+1
```

IF ALL HISTORIES ARE COMPLETE, BRANCH TO THE PRINT AREA.

```
IF(NHIST-NH) 5, 2, 2
```

GENERATE THE NEUTRON PATH DISTANCE AND CALCULATE THE NEW Z COORDINATE. THEN DETERMINE IF THE NEUTRON HAS BEEN TRANSMITTED, ABSORBED, OR SCATTERED.

```
CALL RAND(IB,RI)
CALL XSEC(TCS,SCS,EAS)
PL = -ALOG(RI)/TCS
```

```
Z = Z+G*PL
IF(T1-Z) 7, 7, 8
```

```

C**** TRANSMITTED = STORE NEUTRON, THEN START NEW HISTORY
7 IOP = 1
  CALL STRA
  GO TO 1
8 IF (Z) 9,9,3
C**** REFLECTED = STORE NEUTRON, THEN START NEW HISTORY
9 IOP = 2
  CALL STRA
  GO TO 1
3 CALL RAND(IB,RI)
  IF(RI=SCS/TCS) 10, 10, 11
C**** ABSORBED = STORE NEUTRON, THEN START NEW HISTORY
11 IOP = 3
  CALL STRA
  GO TO 1
C**** SCATTERED = CONTINUE CURRENT HISTORY
C
C GENERATE THE SCATTERED ANGLE (ISOTROPIC IN CM COORDINATES).
C CALCULATE THE ENERGY AFTER SCATER, AND THE NEW DIRECTION
C COSINES.
C
10 S = S+1.0
  CALL RAND(IB,RI)
  CSA = 2.0 * RI-1.0
  EI = EAS * (0.5*(1.0+((AW-1.0)**2/(AW+1.0)**2)
  1 +(1.0-((AW-1.0)**2/(AW+1.0)**2))*CSA))
  EAS = EI
  CTHES = (1.0+AW*CSA)/SQRT(1.0+AW*AW+2.0*AW*CSA)
  AA = CTHES
  BB = SQRT(1.0-AA*AA)
  CALL RAND(IB,RI)
  PHIS = 3.141593 *(2.0*RI-1.0)
  C = COS(PHIS)
  IF(PHIS) 12, 12, 13
12 D = -SQRT(1.0-C*C)
  GO TO 14
13 D = SQRT(1.0-C*C)
14 IF((1.0-ABS(Q))-COA)15, 15, 16
15 ALFAP = BB*C
  BP = BB*D
  GP = AA*G
  GO TO 17
16 ALFAP = (BB*C*G*ALFA - BB*D*B)/SQRT(1.0-G*G) + AA*ALFA
  BP = (BB*C*G*B + BB*D*ALFA)/SQRT(1.0-G*G) + AA*B
  GP = -BB*C*SQRT(1.0-G*G) + AA*G
17 ALFA = ALFAP
  B = BP
  G = GP
C
C GENERATE A NEW PATH LENGTH.
C
C GO TO 2
C
C**** PRINT AREA
C
C CALCULATE THE FLUX AND DOSE FROM THE REFLECTED AND
C TRANSMITTED CURRENT. NORMALIZE ALL RESULTS TO ONE
C INCIDENT NEUTRON.

```

```

5 DO 32 J=1,NANG
  CDA(J) = (COS(ANG(J)) + COS(ANG(J+1))) / 2.0
32 CDB(J) = (COS(BNG(J+1)) - COS(BNG(J))) / 2.0
  DO 30 I=1,NENEG
  DO 30 J=1,NANG
    FT(I,J) = T(I,J) / (NHIST * CDA(J))
    DT(I,J) = FT(I,J) * FTD(I)
    T(I,J) = T(I,J) / NHIST
    FR(I,J) = R(I,J) / (NHIST * CDB(J))
    DR(I,J) = FR(I,J) * FTD(I)
30 R(I,J) = R(I,J) / NHIST
  DO 31 I=1,NENEG
  DO 31 K = 1,NDIVT
31 A(I,K) = A(I,K) / NHIST

```

PRINT THE RESULTS.

```

WRITE (3,40)
40 FORMAT(1H1,"PARTICLES TRANSMITTED THROUGH THE SHIELD")
WRITE (3,41)
41 FORMAT(1H0,"FLUX(ENERGY,ANGLE)",/)
WRITE (3,100)
WRITE (3,110) (ANG(M), M=2,NN1)
DO 42 I=1,NENEG
42 WRITE (3,60) E(I+1), (FT(I,J), J=1,NANG)
WRITE (3,43)
43 FORMAT(1H0,"DOSE(ENERGY,ANGLE)",/)
WRITE (3,100)
WRITE (3,110) (ANG(M), M=2,NN1)
DO 44 I=1,NENEG
44 WRITE (3,60) E(I+1), (DT(I,J), J=1,NANG)
WRITE (3,45)
45 FORMAT(1H0,"CURRENT(ENERGY,ANGLE)",/)
WRITE (3,100)
WRITE (3,110) (ANG(M), M=2,NN1)
DO 46 I=1,NENEG
46 WRITE (3,60) E(I+1), (T(I,J), J=1,NANG)
WRITE (3,48)
48 FORMAT(1H1,"PARTICLES REFLECTED BY THE SHIELD")
WRITE (3,41)
WRITE (3,100)
WRITE (3,110) (BNG(M), M=2,NN1)
DO 49 I=1,NENEG
49 WRITE (3,60) E(I+1), (FR(I,J), J=1,NANG)
WRITE (3,43)
WRITE (3,100)
WRITE (3,110) (BNG(M), M=2,NN1)
DO 50 I=1,NENEG
50 WRITE (3,60) E(I+1), (DR(I,J), J=1,NANG)
WRITE (3,45)
WRITE (3,100)
WRITE (3,110) (BNG(M), M=2,NN1)
DO 51 I=1,NENEG
51 WRITE (3,60) E(I+1), (R(I,J), J=1,NANG)
WRITE (3,53)
53 FORMAT(1H1,"PARTICLES ABSORBED BY THE SHIELD")
WRITE (3,55)
55 FORMAT(1H0,"NO. OF PARTICLES(ENERGY,THICKNESS)",/)

```

```

WRITE (3,120)
WRITE (3,110) (T1(L),L=2,NDT)
DO 54 I=1,NENEG
54 WRITE (3,60) E(I+1), (A(I,K), K=1, NDIVT)
60 FORMAT(6E12,5)
100 FORMAT(34X,"ANGLE(RADIANS)")
110 FORMAT(6X,"ENERGY", 5E12,5)
120 FORMAT(34X,"THICKNESS(CM)")

```

```

C
CALL EXIT
END

```

```

SUBROUTINE RAND(I1,X)
10 X = TIME (I1)
X = RANDOM (X)
X = X * 0.97
IF (X-0.04) 10,110,110
110 RETURN
END

```

```

C
SUBROUTINE STRA
C
C THIS SUBROUTINE STORES A NEUTRON WHENEVER IT IS TRANSMITTED
C REFLECTED, OR ABSORBED.
C
COMMON N1, NN1, NDT, IOP, EAS, ANG(6), BNQ(6), T1(21), E(8)
1 T(8,6), R(8,6), A(8,20), Z, G
C
C CALCULATE THE ENERGY GROUP SUBSCRIPT.
C
DO 6 I=2,N1
IF (EAS=E(I)) 7, 7, 6
6 CONTINUE
7 I = I-1
GO TO (4, 5, 10), IOP
C**** TRANSMITTED = CALCULATE ANGLE SUBSCRIPT AND STORE.
4 DO 2 J=2,NN1
IF (COS(ANG(J))-G) 3, 3, 2
2 CONTINUE
3 J = J-1
T(I,J) = T(I,J) + 1.0
GO TO 100
C**** REFLECTED = CALCULATE ANGLE SUBSCRIPT AND STORE.
5 DO 12 J=2, NN1
IF(G-COS(BNQ(J))) 13, 13, 12
12 CONTINUE
13 J = J-1
R(I,J) = R(I,J) + 1.0
GO TO 100
C**** ABSORBED = CALCULATE SLAB INCREMENT SUBSCRIPT AND STORE.
10 DO 15 K=2,NDT
IF (Z-T1(K)) 14, 14, 15
15 CONTINUE
14 K = K-1
A(I,K) = A(I,K) + 1.0
100 RETURN
END

```

SUBROUTINE XSEC(TCS,SCS,EAS)

THIS SUBROUTINE READS TOTAL AND SCATTERED CROSS SECTION
DATA THE FIRST TIME IT IS CALLED. EACH TIME CALLED, IT
DETERMINES TCS AND SCS AT ENERGY EAS BY LINEAR INTERPOLATION
OVER THE INPUT DATA.

DIMENSION EE(40), TOT(40), SCA(40)
EQUIVALENCE(KTEST,KX)

READ INPUT DATA

IF (KTEST = 1) 10, 40, 10

KTEST = 1

NCSE=10

EE(1)=0.0000000252

EE(2)=0.00001575

EE(3)=0.01575

EE(4)=0.07325

EE(5)=0.15

EE(6)=0.3

EE(7)=0.6

EE(8)=1.1

EE(9)=1.95

EE(10)=3.25

TOT(1)=0.37740192

TOT(2)=0.377081

TOT(3)=0.377081

TOT(4)=0.361035

TOT(5)=0.344989

TOT(6)=0.32092

TOT(7)=0.248713

TOT(8)=0.2045865

TOT(9)=0.144414

TOT(10)=0.16046

SCA(1)=0.377081

SCA(2)=0.377081

SCA(3)=0.377081

SCA(4)=0.361035

SCA(5)=0.344989

SCA(6)=0.32092

SCA(7)=0.248713

SCA(8)=0.2045865

SCA(9)=0.144414

SCA(10)=0.16046

LOOK-UP CROSS SECTIONS

IF(EAS-EE(1)) 50, 60, 70

I = 2

GO TO 100

I = 1

GO TO 200

DO 80 I = 2, NCSE

IF(EAS-EE(I)) 100, 200, 80

CONTINUE

I = NCSE

FACT = (EAS-EE(I-1)) / (EE(I) - EE(I-1))

```

TCS = TOT(I-1) + (TOT(I)-TOT(I-1)) * FACT
SCS = SCA(I-1) + (SCA(I) - SCA(I-1)) * FACT
GO TO 300
200 TCS = TOT(I)
    SCS = SCA(I)
300 RETURN
END

```

PARTICLES TRANSMITTED THROUGH THE SHIELD
 FLUX(ENERGY*ANGLE)

ENERGY	ANGLE(RADIANS)				
.26180E+00	.52360E+00	.78540E+00	.10472E+01	.1570	
.50000E+00	.20347E-04	.15284E-03	.12713E-03	.39765E-03	.1280
.10000E+01	.81387E-04	.10044E-02	.18307E-02	.24521E-02	.6480
.15000E+01	.12208E-03	.21835E-02	.52888E-02	.78204E-02	.2216
.20000E+01	.44763E-03	.65722E-02	.14214E-01	.23262E-01	.6672
.25000E+01	.32555E-03	.71836E-02	.18765E-01	.35357E-01	.1276
.30000E+01	.24029E-01	.13332E+00	.19736E+00	.21559E+00	.3168

DOSE(ENERGY*ANGLE)

ENERGY	ANGLE(RADIANS)				
.26180E+00	.52360E+00	.78540E+00	.10472E+01	.1570	
.50000E+00	.40693E-13	.30569E-12	.25427E-12	.79529E-12	.2560
.10000E+01	.26044E-12	.32141E-11	.58584E-11	.78469E-11	.2073
.15000E+01	.47611E-12	.85155E-11	.20626E-10	.30499E-10	.8642
.20000E+01	.18353E-11	.26946E-10	.58276E-10	.95375E-10	.2735
.25000E+01	.13673E-11	.30171E-10	.78813E-10	.14850E-09	.5359
.30000E+01	.10621E-09	.58928E-09	.87235E-09	.95291E-09	.1400

CURRENT(ENERGY*ANGLE)

ENERGY	ANGLE(RADIANS)				
.26180E+00	.52360E+00	.78540E+00	.10472E+01	.1570	
.50000E+00	.20000E-04	.14000E-03	.10000E-03	.24000E-03	.3200
.10000E+01	.80000E-04	.92000E-03	.14400E-02	.14800E-02	.1620
.15000E+01	.12000E-03	.20000E-02	.41600E-02	.47200E-02	.5540
.20000E+01	.44000E-03	.60200E-02	.11180E-01	.14040E-01	.1668
.25000E+01	.32000E-03	.65800E-02	.14760E-01	.21340E-01	.3190
.30000E+01	.23620E-01	.12212E+00	.15524E+00	.13012E+00	.7920

CAPITULO V. - RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El programa anterior se utilizó para estudiar el efecto producido en la transmisión, reflexión, absorción de neutrones en diferentes materiales, al modificar su espesor. Los materiales estudiados incluyen al grafito, aluminio, cobre, acero y concreto; todos ellos de relevancia en el diseño de reactores.

Los resultados obtenidos para el grafito, se muestran en las figuras 5.1-5.6 Es importante apuntar que todas las gráficas se encuentran normalizadas con respecto del número total de historias generadas (50,000) en los resultados para neutrones reflejados es notorio que: Independientemente del espesor de la placa, los neutrones con energía 3 MeV, muestran un comportamiento muy dependiente del ángulo de reflexión a diferencia de los otros grupos de energía, en donde, para ángulos mayores a aproximadamente 30° los valores difieren muy poco. También se puede descubrir en los grupos de energía menores a 3 MeV que su dependencia an-

Fig. 5.1.
GRAFITO
ESPESOR 1 cm
NEUTRONES REFLE-
JADOS

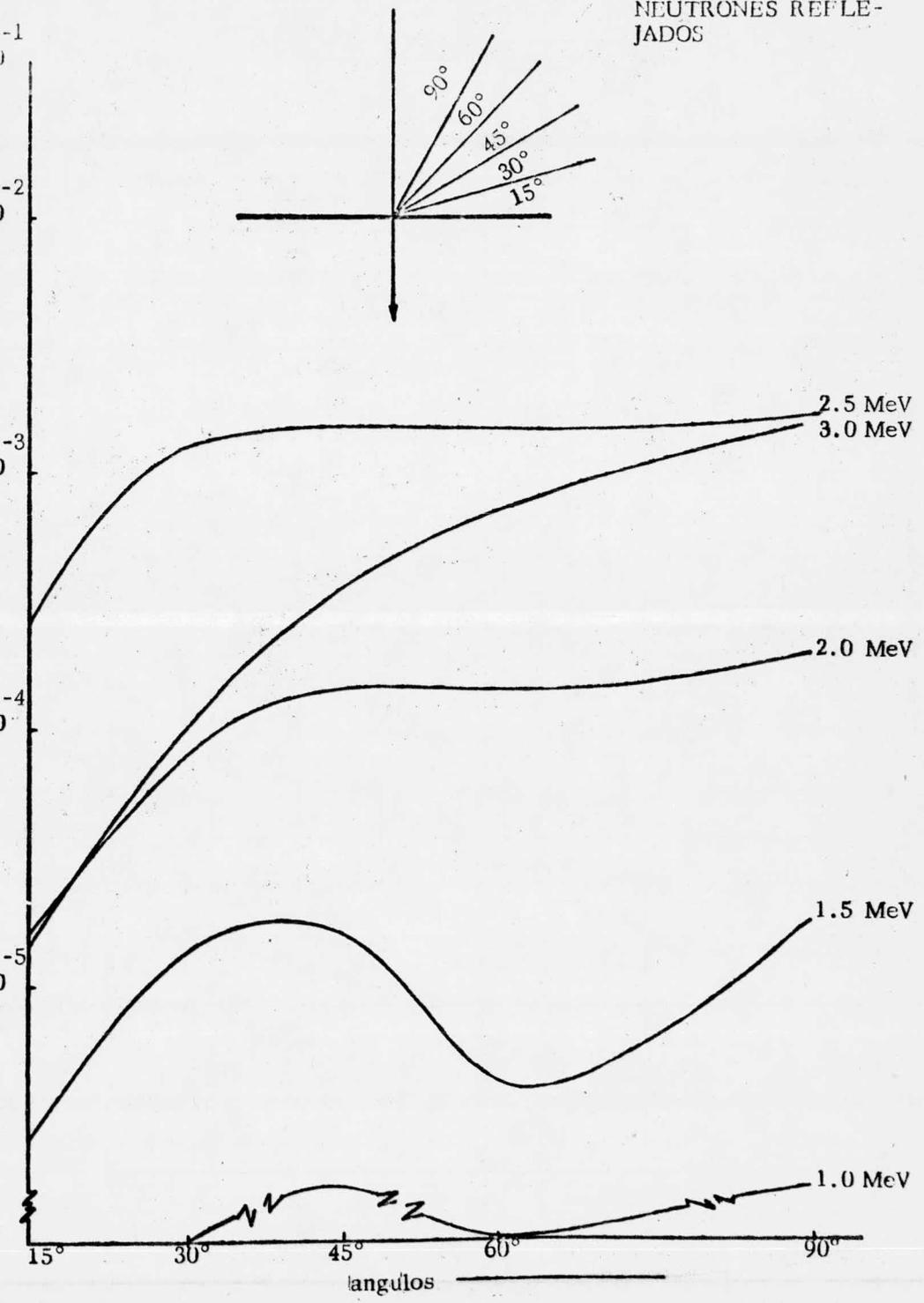


Fig. 5.2.
 GRAFITO
 ESPESOR 3 cm
 NEUTRONES REFLE-
 JADOS

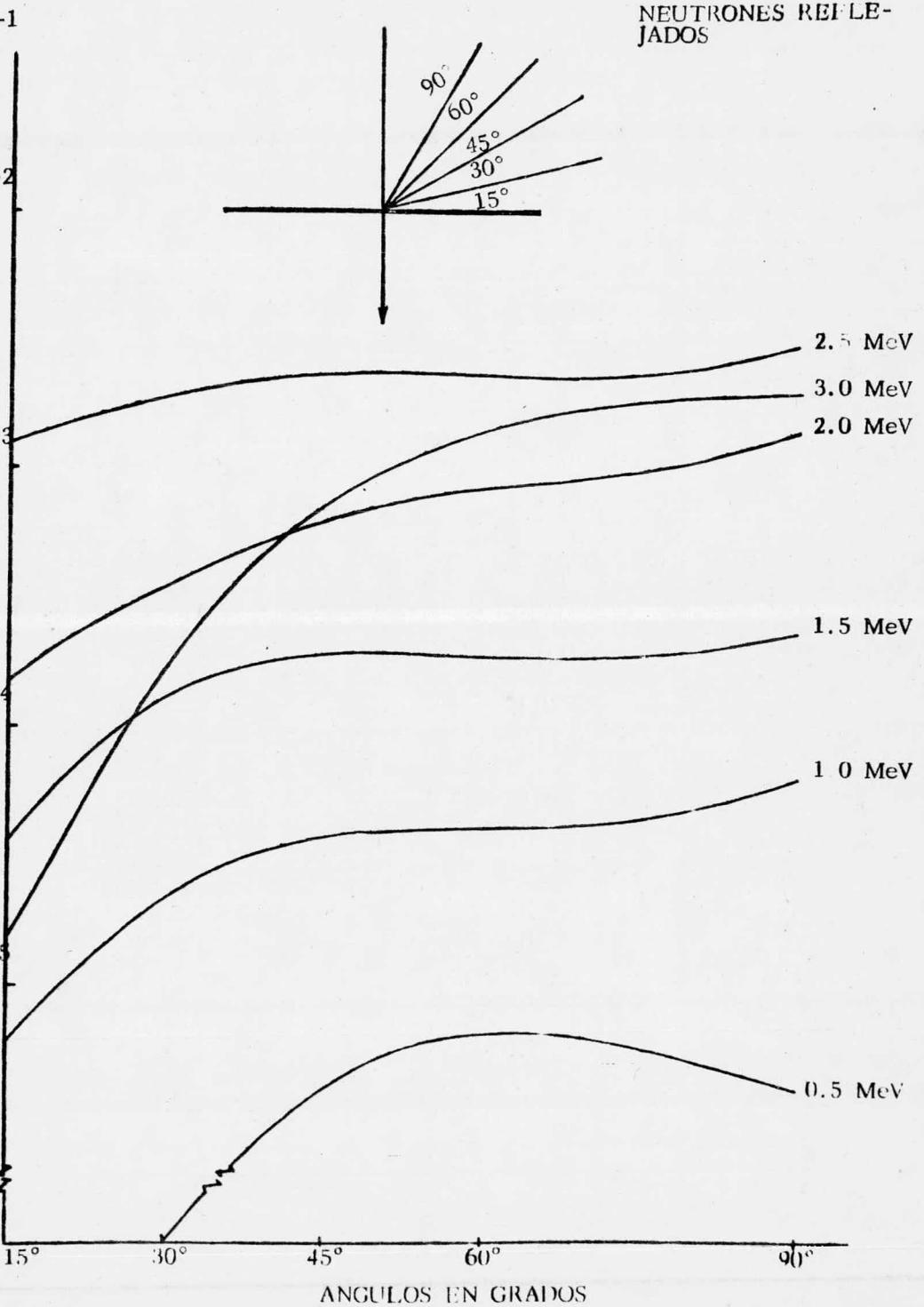


Fig. 5.3.
GRAFITO
ESPESOR 5 cm
NEUTRONES REFLEJADOS.

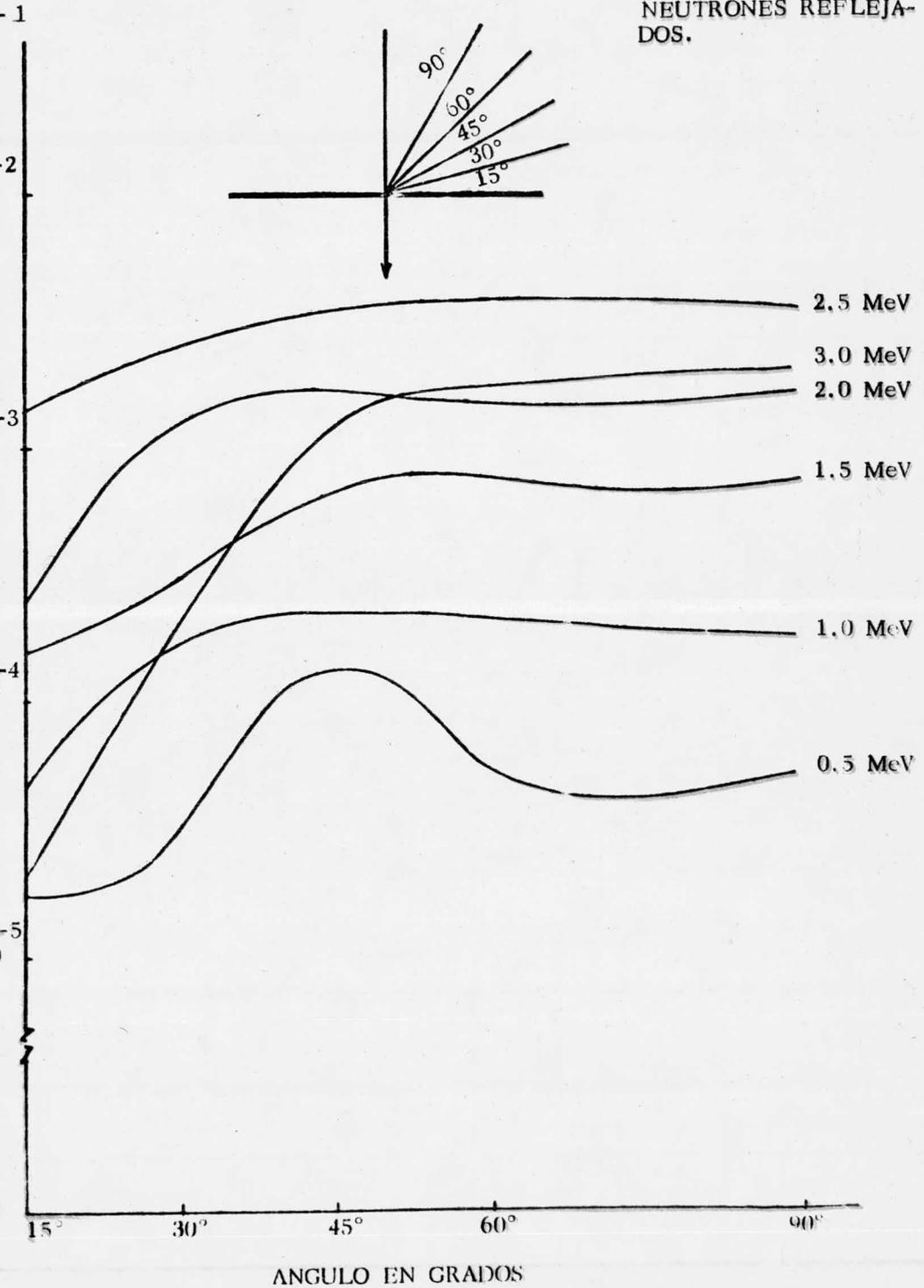


Fig. 5.4
GRAFITO
ESPESOR 1 cm
NEUTRONES TRANSMI-
TIDOS

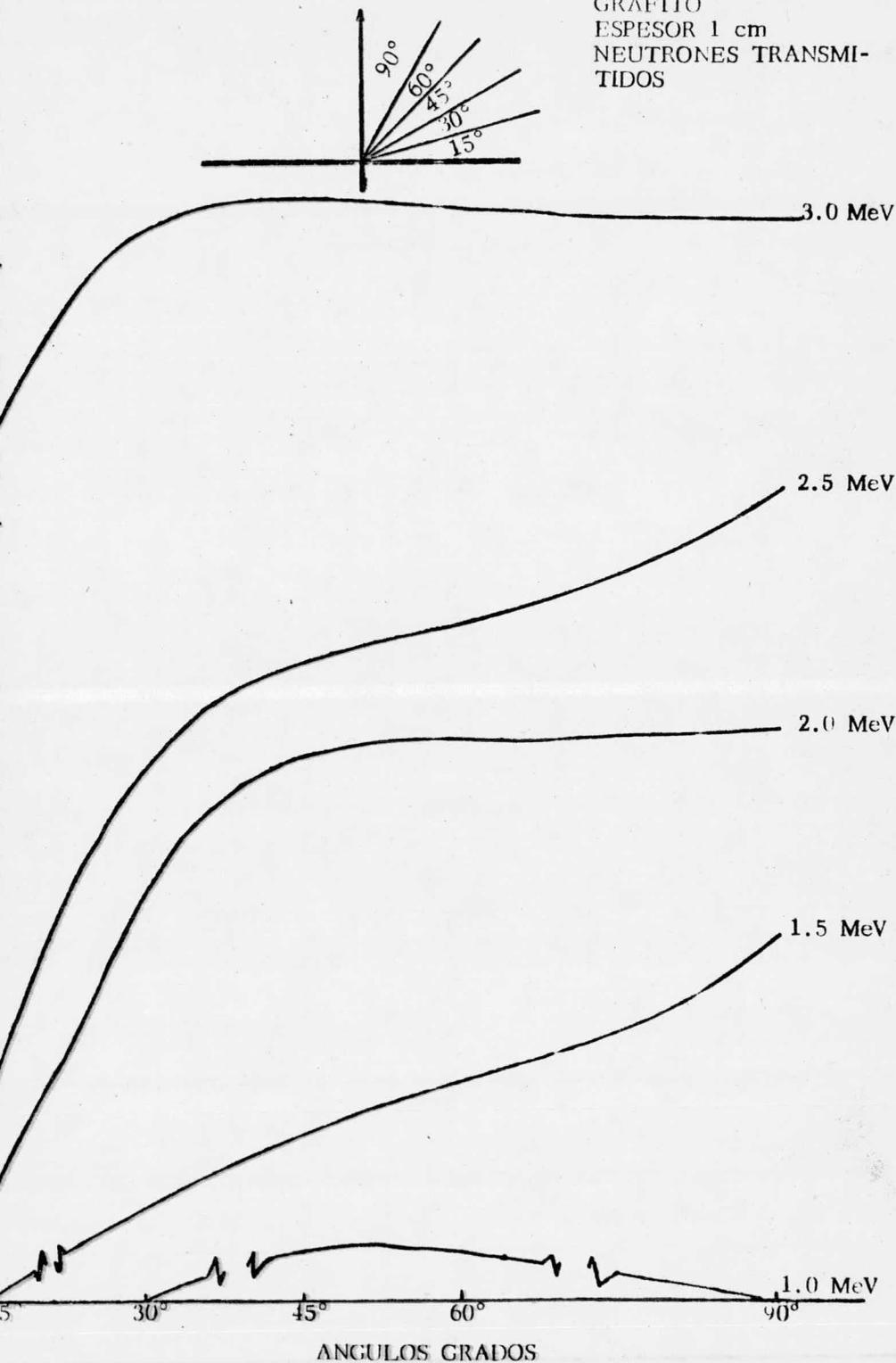


Fig. 5.5
GRAFITO
ESPESOR 3 cm
NEUTRONES TRANSMI-
TIDOS

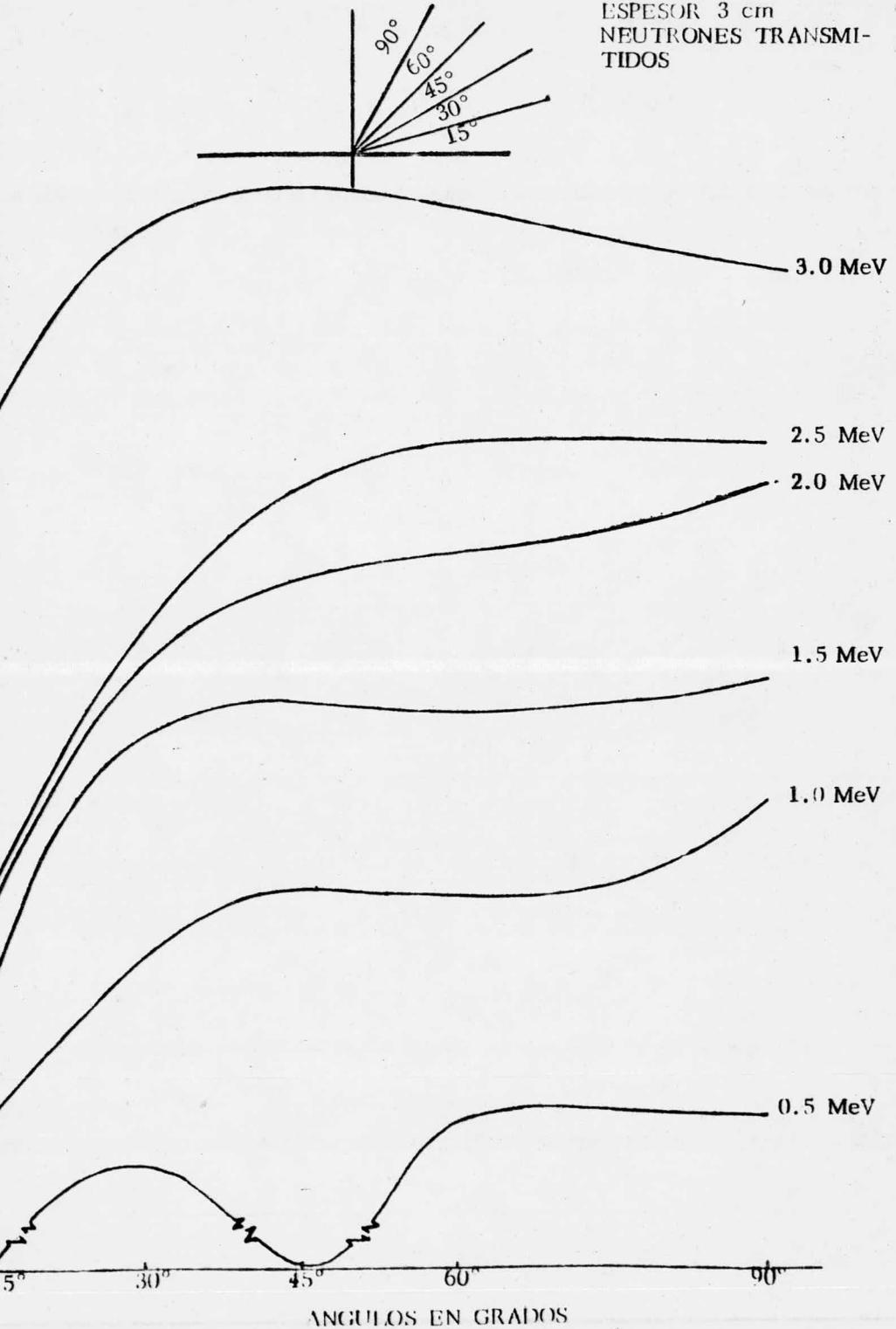
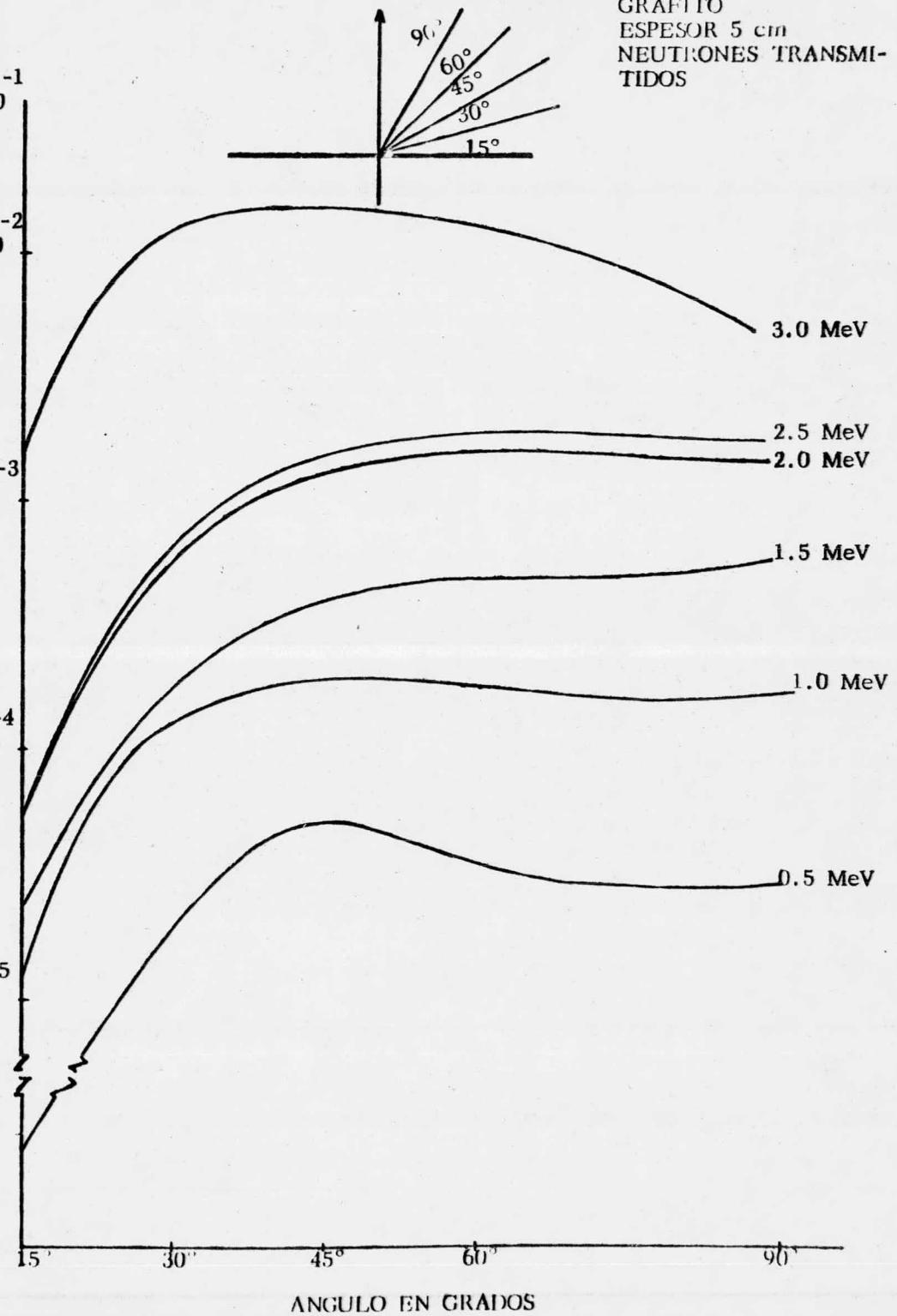


Fig. 5.6
GRAFITO
ESPESOR 5 cm
NEUTRONES TRANSMI-
TIDOS



gular es similar, véase que las gráficas toman formas parecidas. Sin embargo para espesores pequeños (1 cm) esto no es cierto, (ver figuras 5.1-5.3).

La transmisión de neutrones en el grafito para espesores de placa 1,3 y 5 centímetros puede observarse en las figuras 5.4-5.6 - respectivamente. Es muy notorio que el número de neutrones que atraviesan el blindaje para energías de 1.5, 2.0 y 2.5 MeV depende grandemente de los ángulos con los cuales emergen de la placa hasta cerca de 45°, después la corriente podría considerarse constante, excepto para las energías de 1.5 y 2.5 MeV en la placa de 1 centímetro de espesor, donde se sigue mostrando un fuerte incremento en la corriente con respecto a los grupos angulares. El comportamiento de las partículas que inciden en este material con una energía de 3 MeV es muy similar, independientemente del espesor considerado; se observa además: que la corriente máxima en este caso se presenta a los 35° aproximadamente.

En lo que se refiere a los neutrones absorbidos en este material, no se obtuvieron datos de este evento debido a que el grafito posee una sección eficaz de dispersión muy elevada, la cual fue considerada como total y así se observa que:

$$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s \quad \text{b/núcleo} \quad (14)$$

donde σ_t = es la sección eficaz total

σ_s = es la sección eficaz de dispersión.

y Γ_a = es la sección eficaz de absorción a la que se asignó el valor de cero en este caso.

El otro material estudiado fue el acero 301, cuya clasificación indica que es un acero inoxidable con un contenido elevado de cromo y níquel, se caracteriza además por ser un absorbedor de neutrones muy eficiente (ver figuras 5.7-5.9) en ellas se observa que a energías de 2.0, 2.5 y 3.0 MeV las corrientes son afectadas muy poco con el incremento en el espesor, para la placa de 1 centímetro; lo contrario sucede a las corrientes con energías de 0.5, 1.0 y 1.5 MeV para los primeros dos grupos, no se registra absorción alguna; para 1.5 MeV se presenta una tendencia clara a disminuir la absorción con el incremento del espesor de la placa; esta disminución en la corriente se observa también para las placas de 3 y 5 centímetros de espesor para energías de 2.0, 2.5 y 3.0 MeV.

El comportamiento de los neutrones reflejados por este material en placas de 1, 3 y 5 centímetros se puede visualizar en las figuras 5.10-5.12 y se ve que éste es muy similar al presentado por las partículas en el grafito en los grupos de energía más elevados, principalmente 3 MeV y que fue interpretado con anterioridad.

La transmisión de neutrones en el acero para las placas de 1 y 2 centímetros, muestra una elevada dependencia angular, a diferencia de lo que sucede en la placa de 5 centímetros, especialmente en el grupo de energía de 2.5 MeV, la máxima transmisión se presenta para la ener-

Fig. 5.7
ACERO 301
ESPESOR 1 cm
NEUTRONES ABSORBIDOS

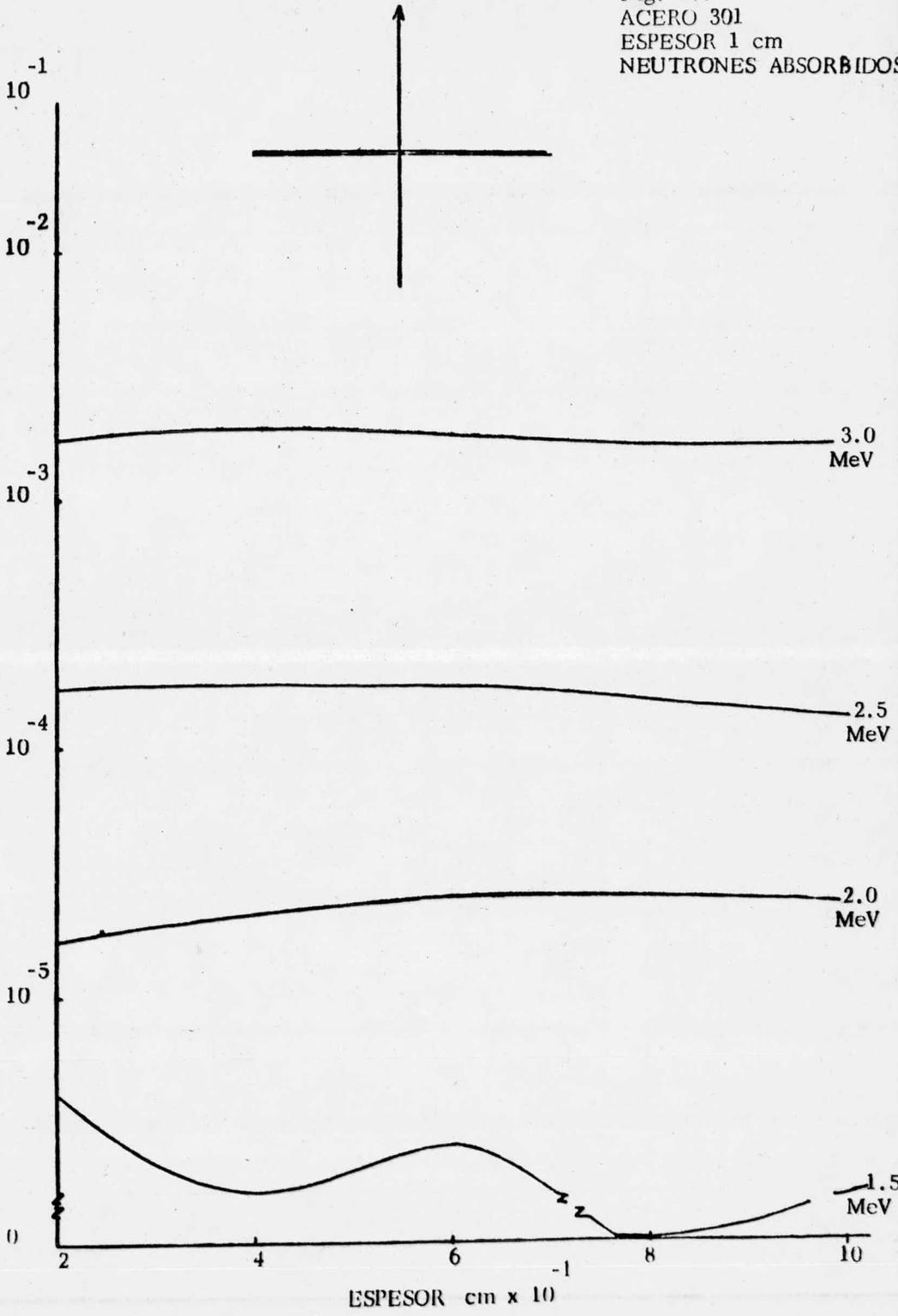


Fig. 5.8
ACERO 301
ESPESOR 3 cm
NEUTRONES ABSORBIDOS

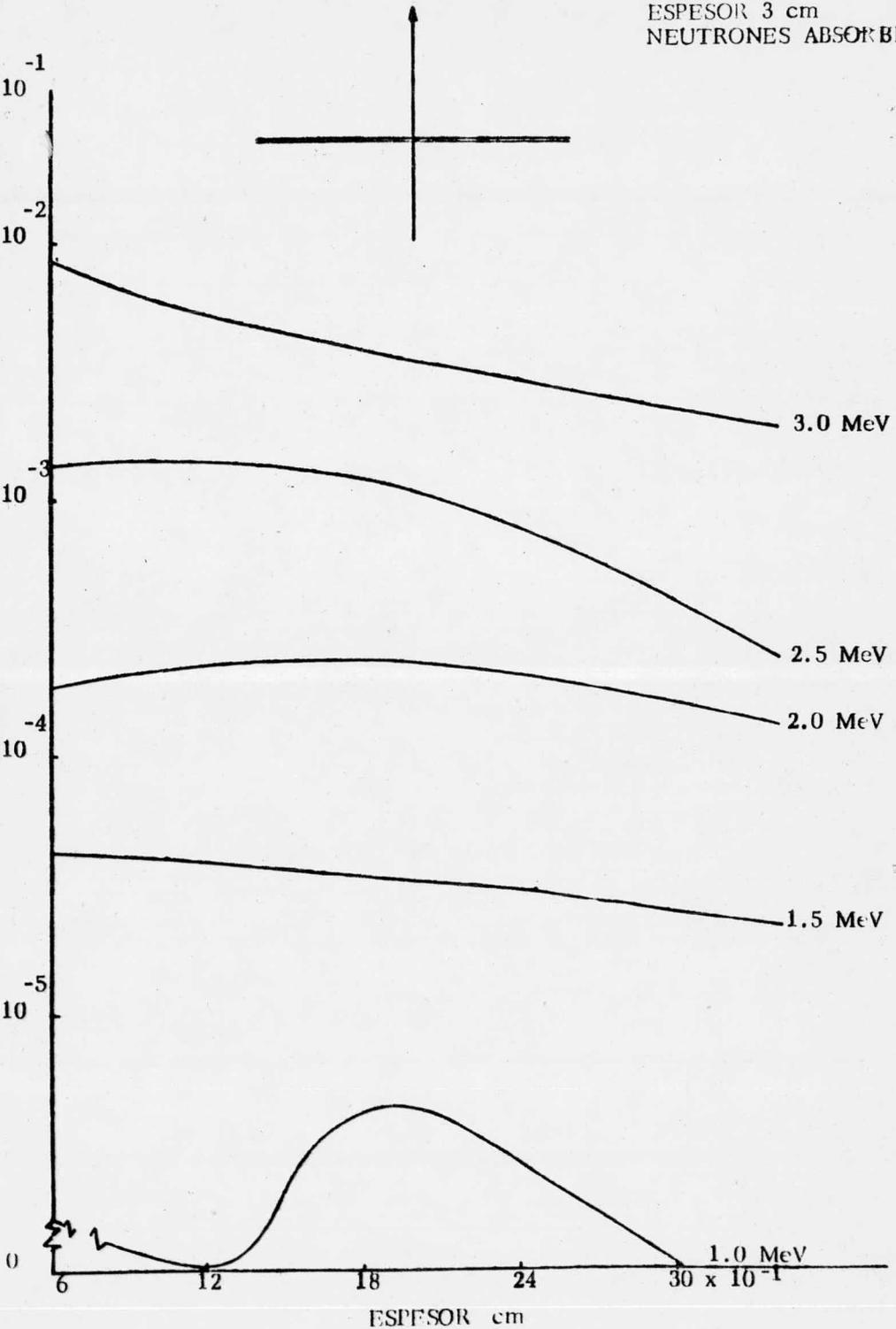


Fig. 5.9
ACERO 301
ESPESOR 5 cm
NEUTRONES ABSORBIDOS

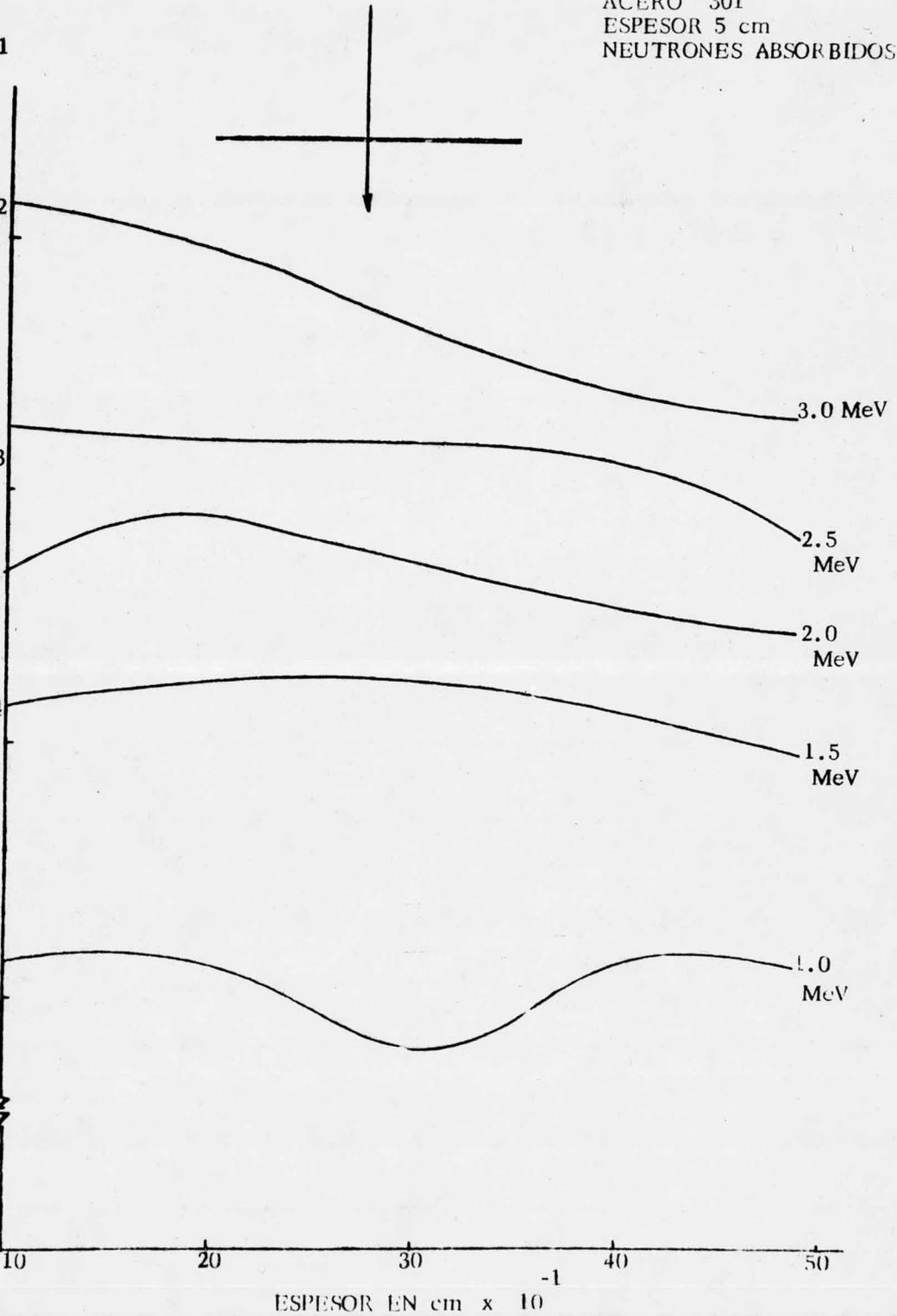


Fig. 5.10
ACERO 301
ESPESOR 1 cm
NEUTRONES REFLE-
JADOS

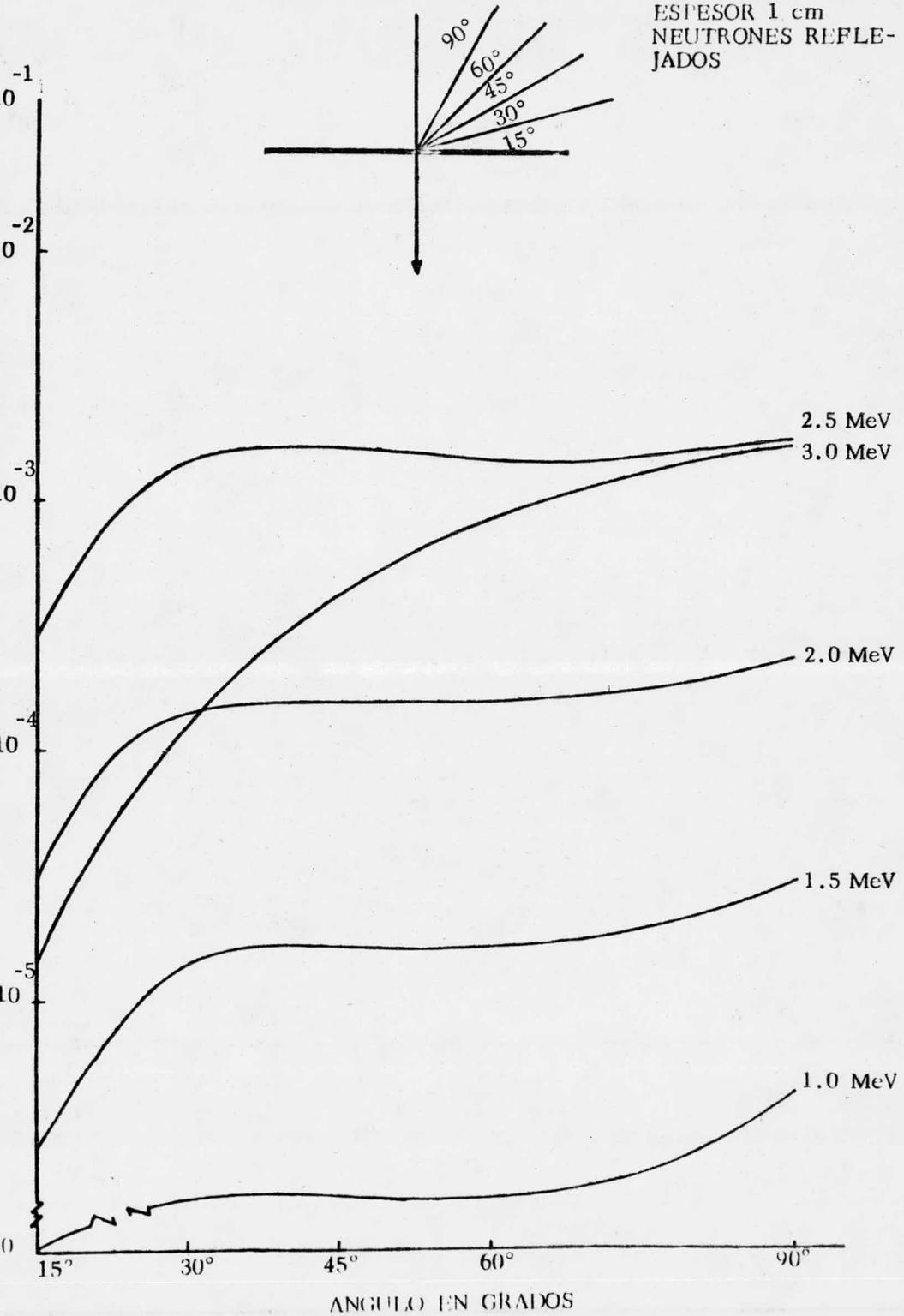


Fig. 5.11
ACERO 301
ESPESOR 3 cm
NEUTRONES REFLE-
JADOS

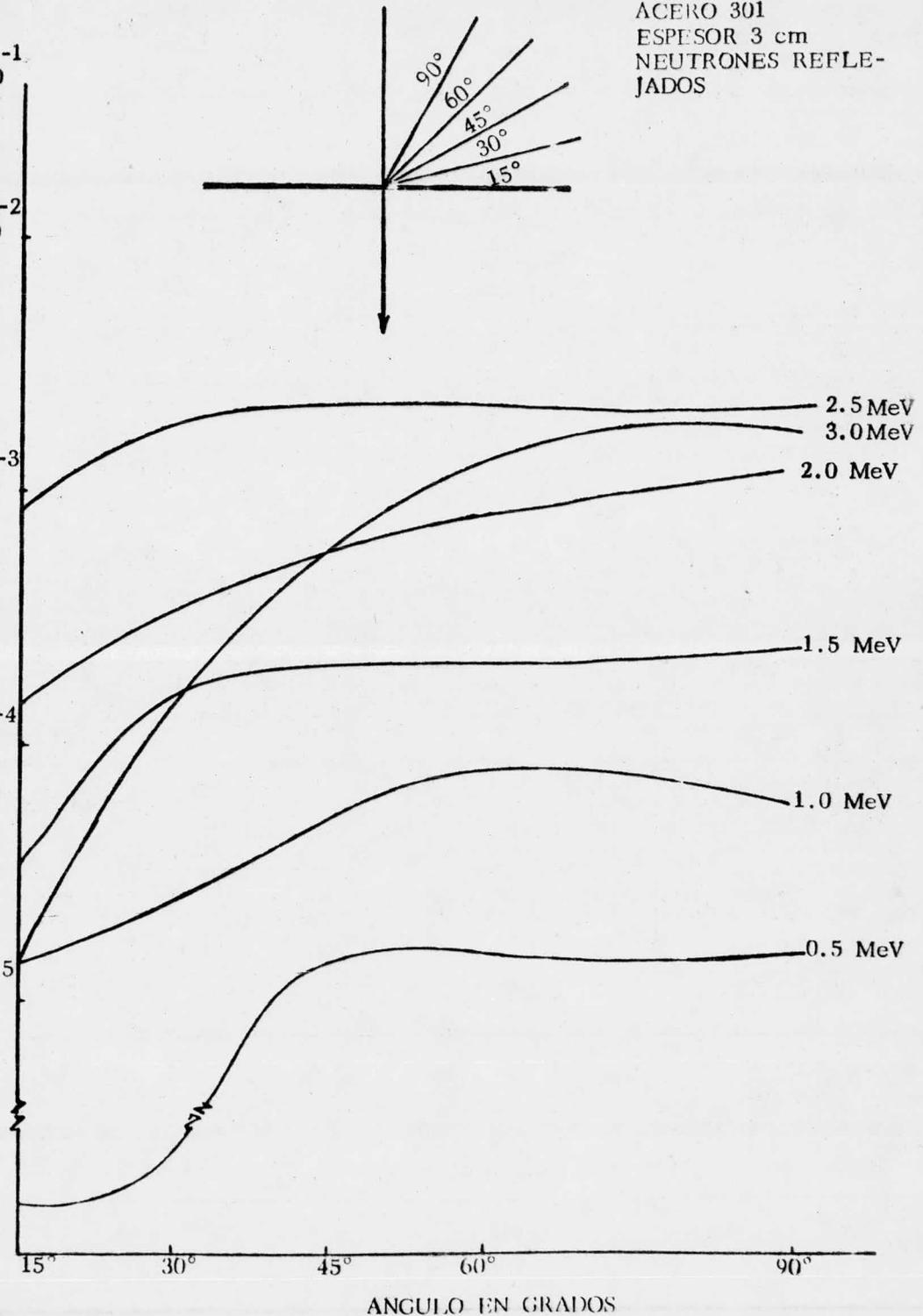
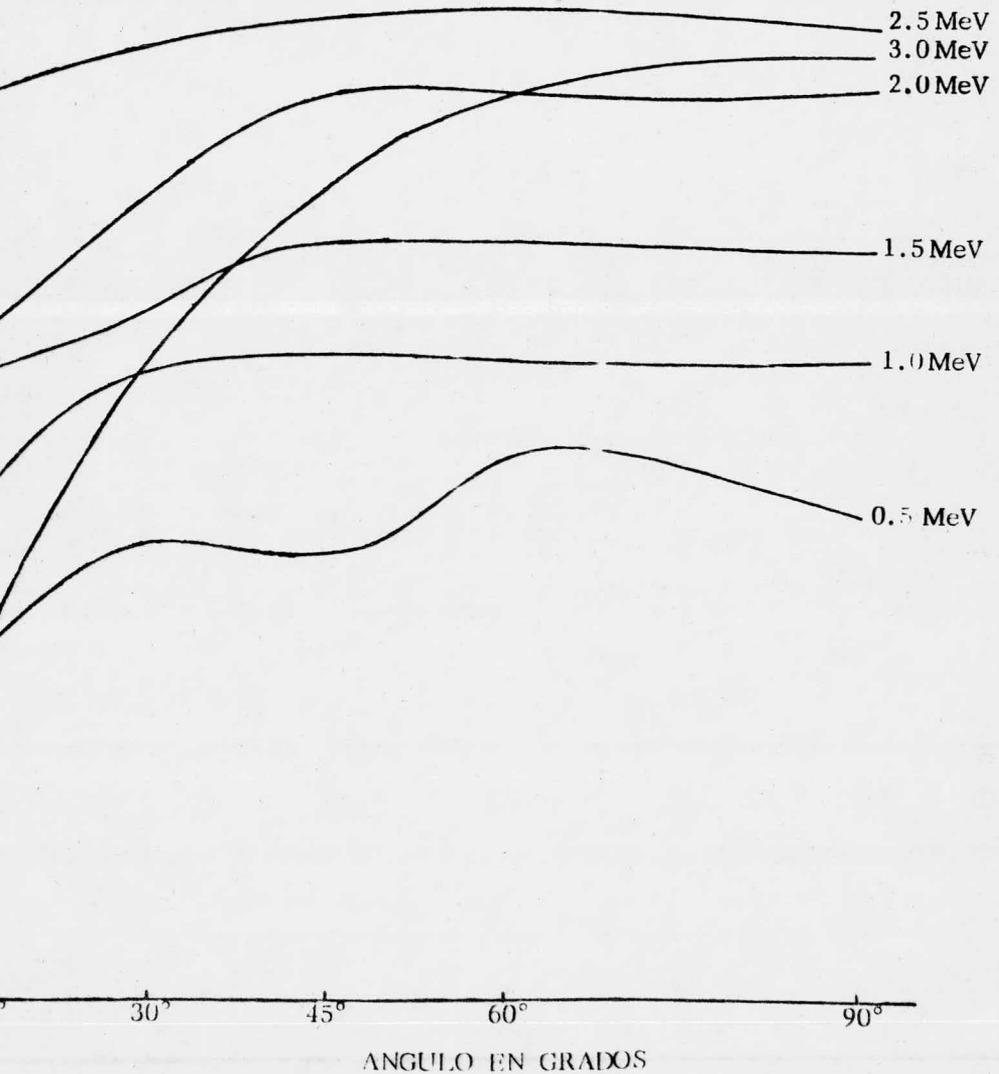
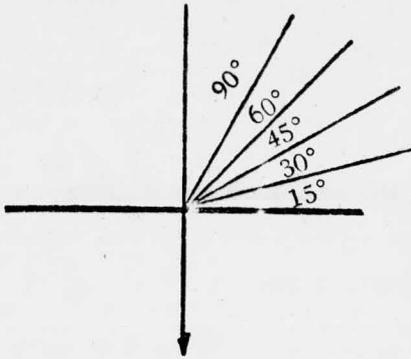


Fig. 5.12
ACERO 301
ESPESOR 5 cm
NEUTRONES REFLE-
JADOS



gfa de 3 MeV a 45° aproximadamente, despues de este ángulo, la corriente tiende a disminuir en esta última energía. El comportamiento presentado por las corrientes de neutrones para las energías de 1.0 a 2.5 MeV en la placa de 5 centímetros de espesor, indica un crecimiento continuo hasta los 45° aproximadamente, despues de éste las corrientes tienden a permanecer constantes y la diferencia entre ellas es mínima. Ver figuras 5.13-5.15.

De la misma manera que para el grafito y el acero para el concreto también se obtuvieron resultados por medio del programa de computación correspondiente a distintos espesores como son: 1, 3 y 5 centímetros. Las gráficas que nos señala el comportamiento de los neutrones al incidir en este material son las figuras: 5.16-5.18 (reflejados); 5.19-5.21 (absorbidos); 5.22-5.24 (transmitidos) y que pueden ser interpretadas con relativa facilidad, de manera similar a como se hizo para grafito y acero anteriormente.

Como se mencionó al principio de este Capítulo: el cobre y el aluminio también fueron objeto de estudio obteniendose los resultados correspondientes que debidamente gráficos se muestran en las figuras 5.25-5.27 y 5.28-5.30 respectivamente como una fuente informativa para quienes se interesen por el tema; se cuenta además con información obtenida a otros espesores de los materiales estudiados que por falta de espacio no fue posible introducirla en este trabajo, pero que puede ser concedida con mucho gusto a quienes se sirvan solicitarla.

Fig. 5.13
ACERO 301
ESPESOR 1 cm
NEUTRONES TRANSMITIDOS

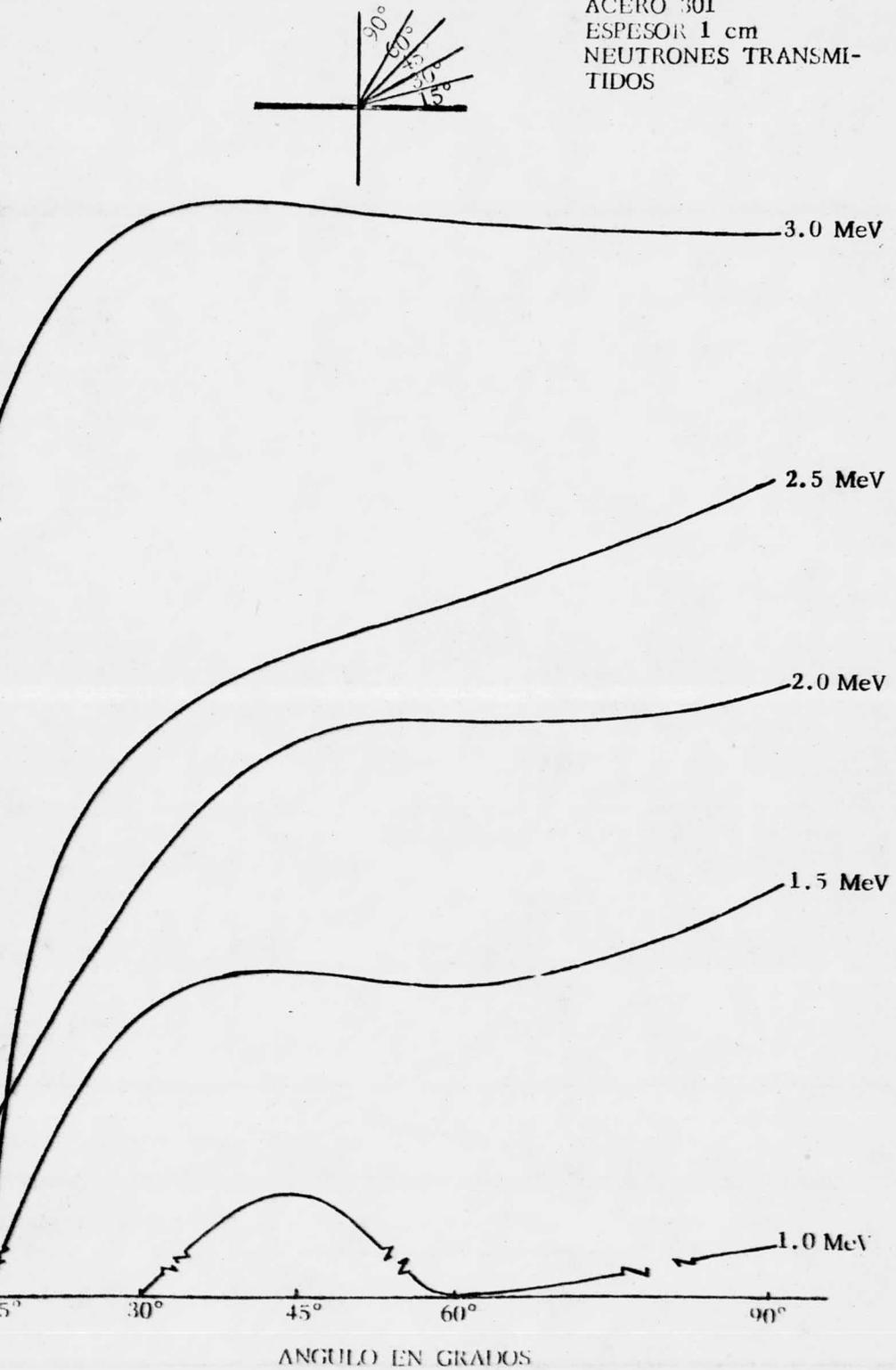


Fig. 5.14
ACERO 301
ESPESOR 3 cm
NEUTRONES TRANSMITIDOS

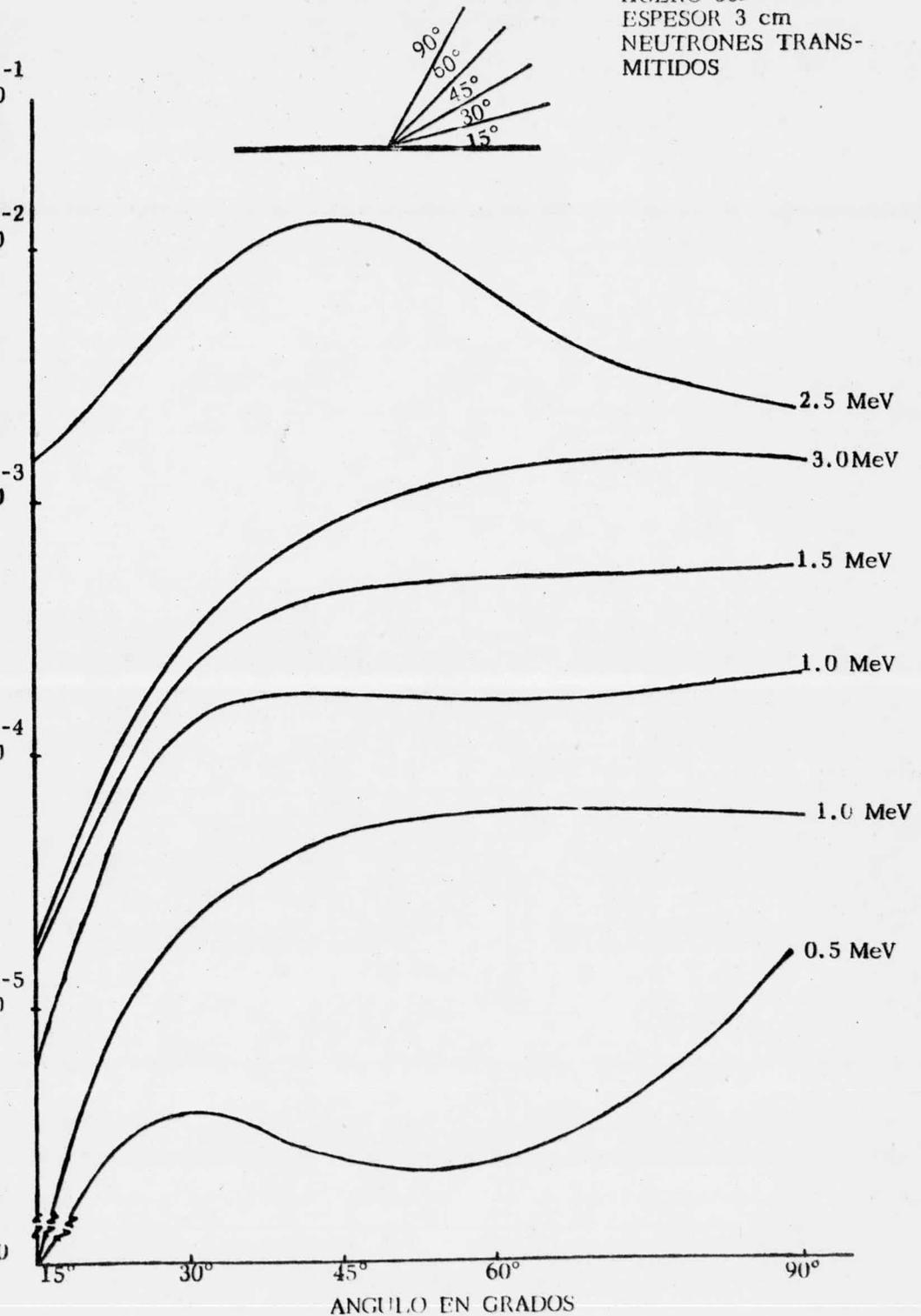


Fig. 5.15
ACERO 301
ESPESOR 5 cm
NEUTRONES TRANSMITIDOS

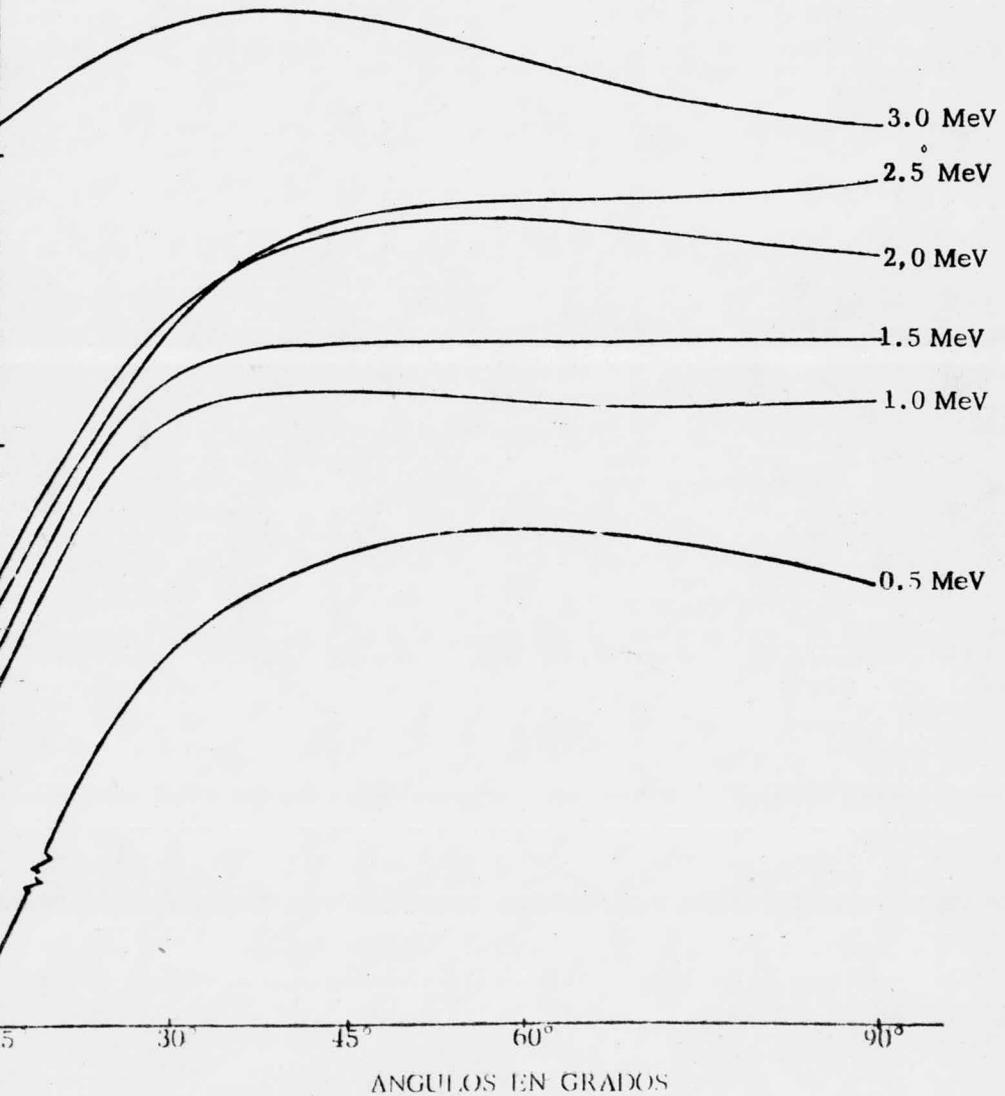
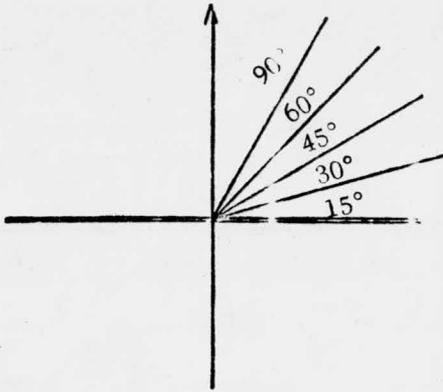


Fig. 5.16
CONCRETO
Espesor: 1 cm.
Neutrones reflejados

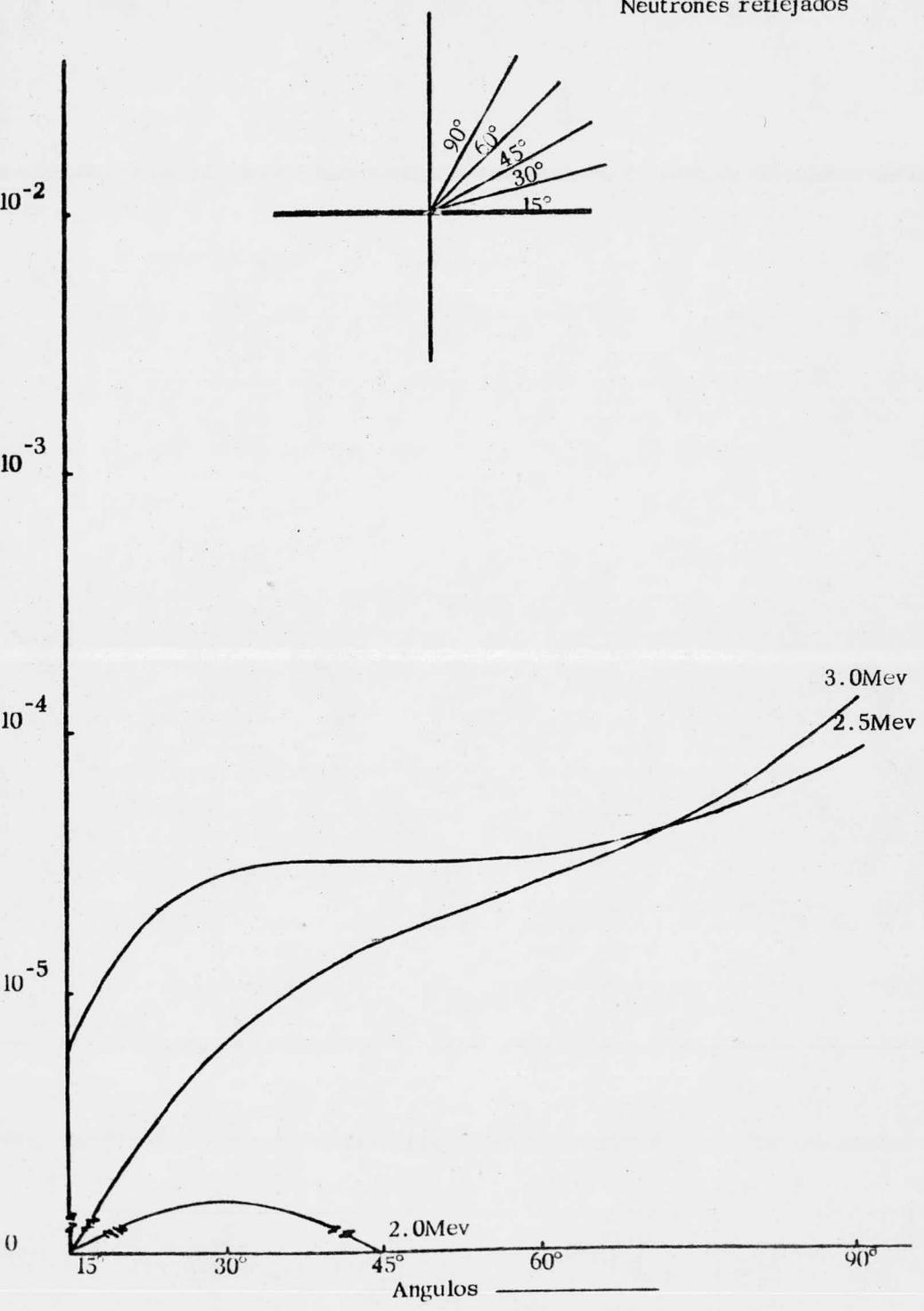


Fig. 5.1.
CONCRETO
Espesor: 3 cm
Neutrones reflejados.

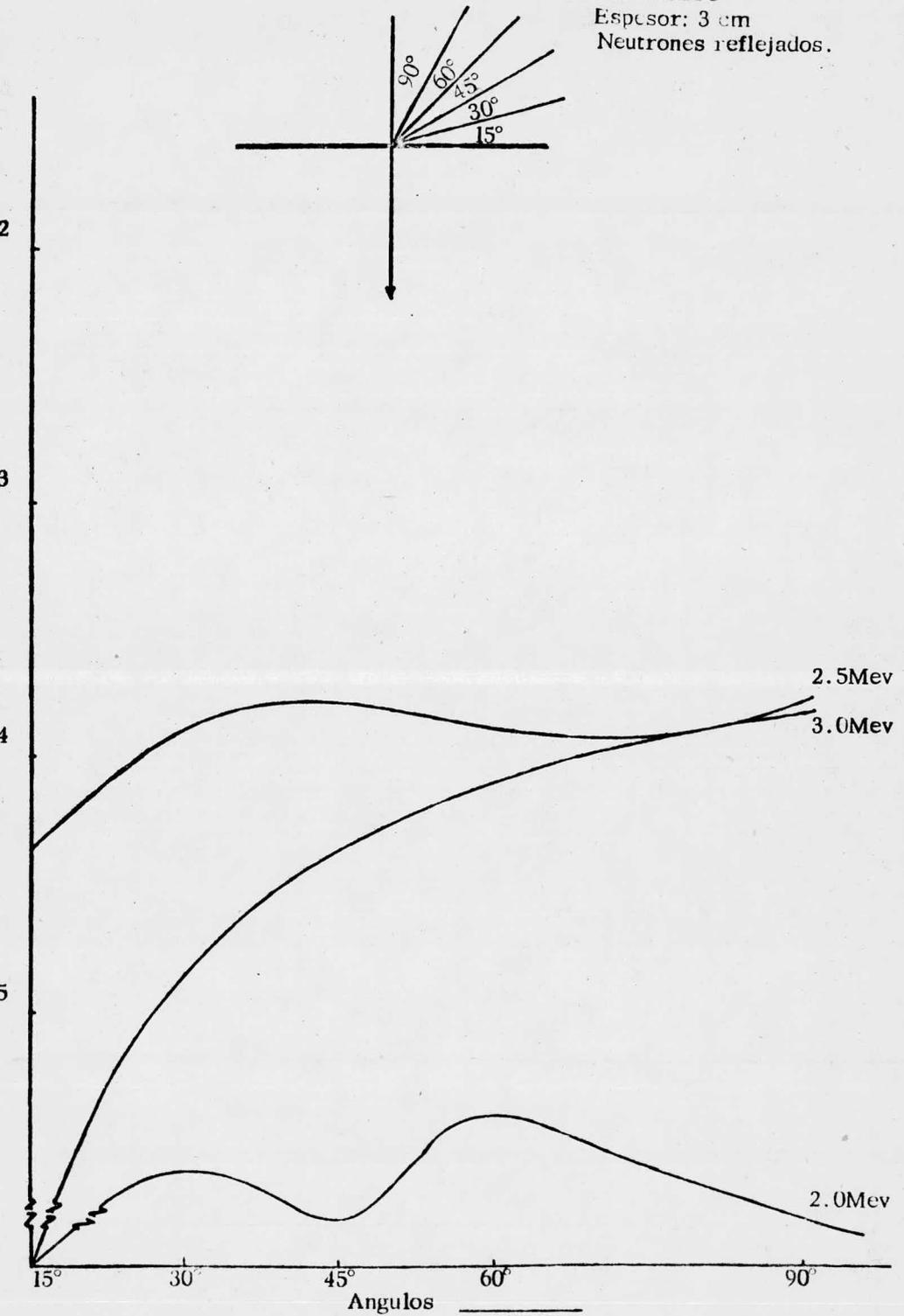


Fig. 5.18
CONCRETO
Espesor: 5 cm
Neutrones reflejados.

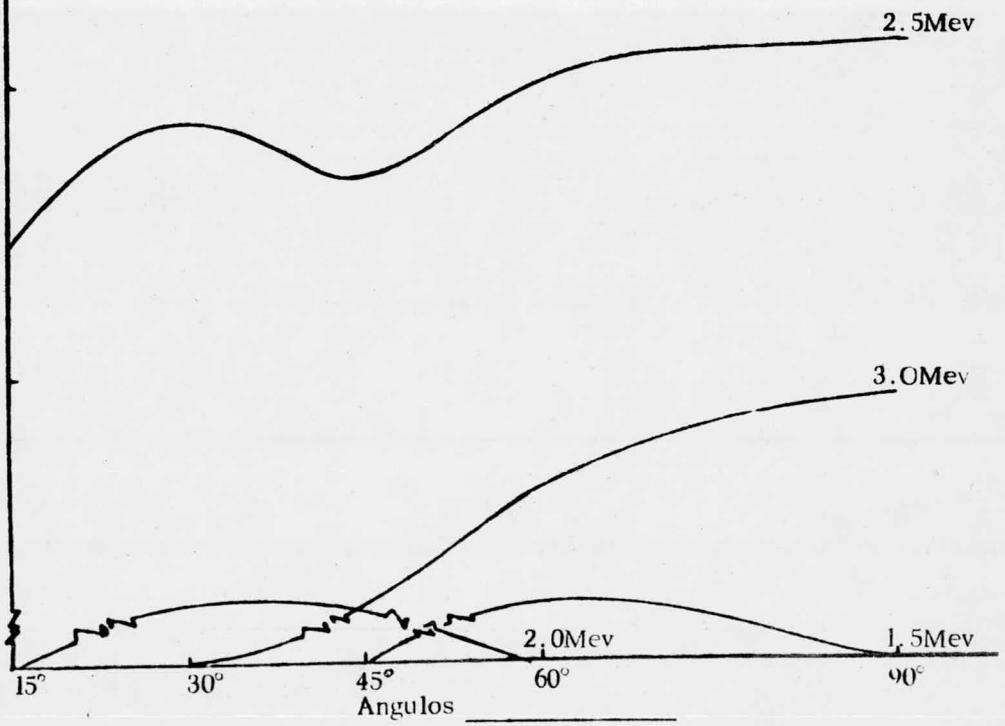
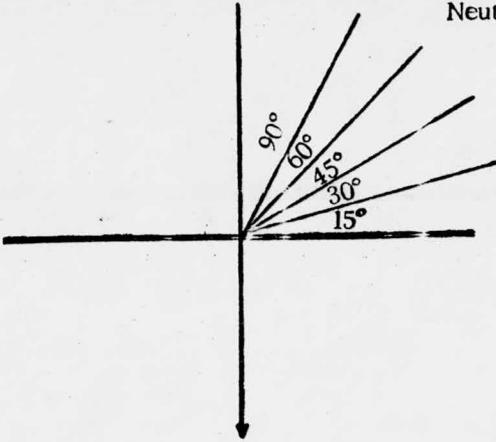


Fig. 5.19
CONCRETO
Espesor: 1 cm.
Neutrones absorbidos.

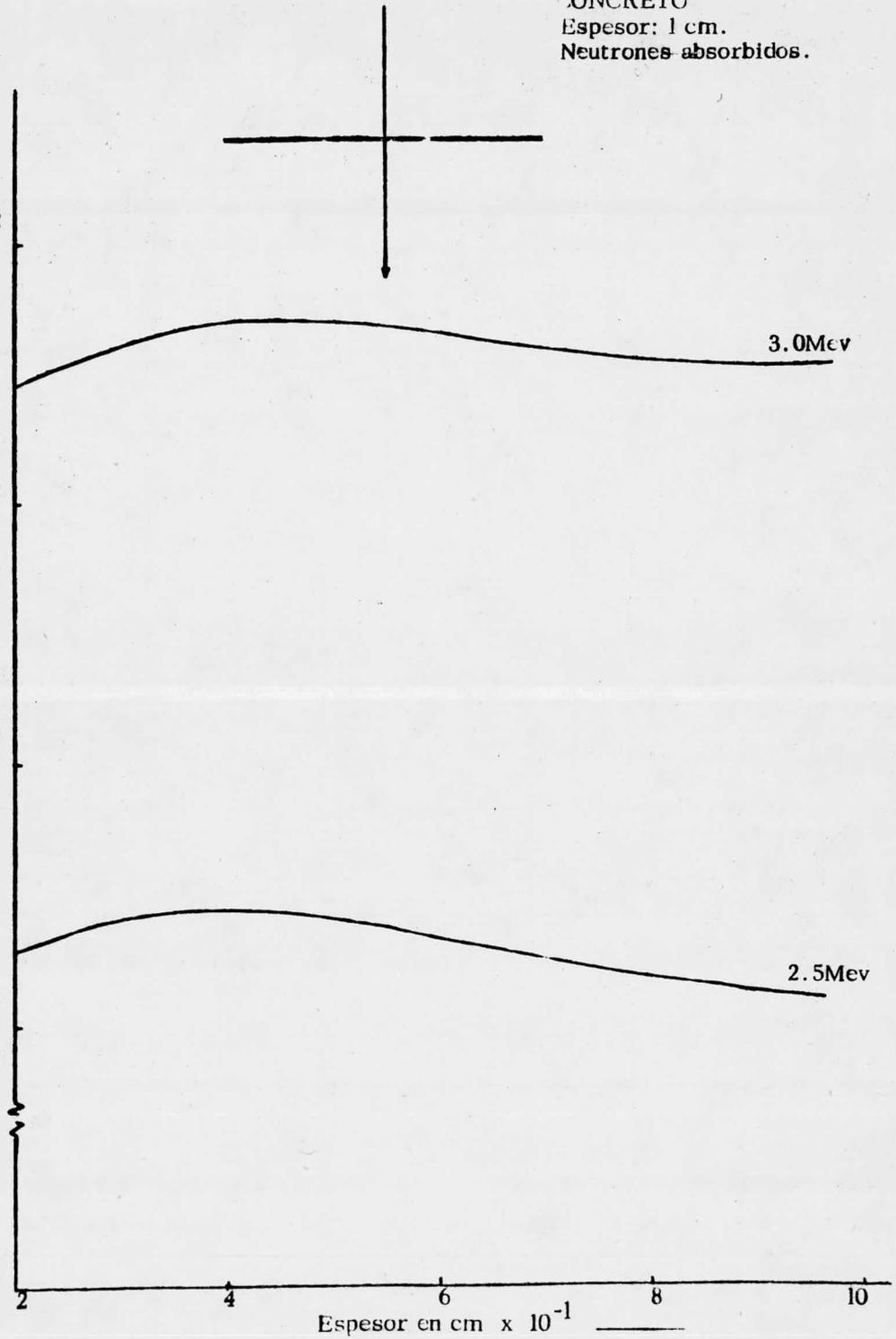


Fig. 5.20
CÓNCRETO
Espesor: 3 cm.
Neutrones absorbidos.

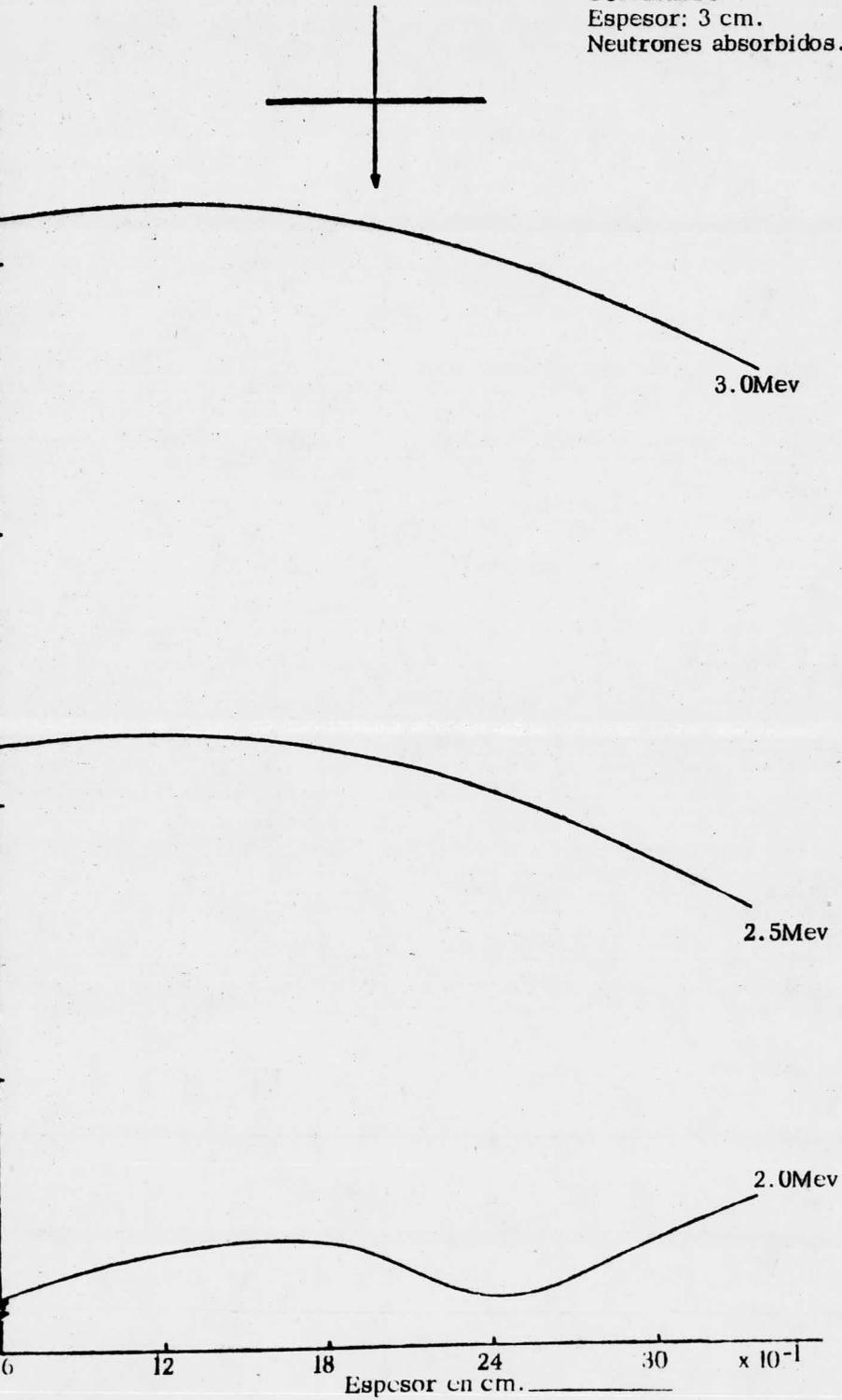


Fig. 5.21
CONCRETO.
Espesor: 5 cm.
Neutrones absorbidos.

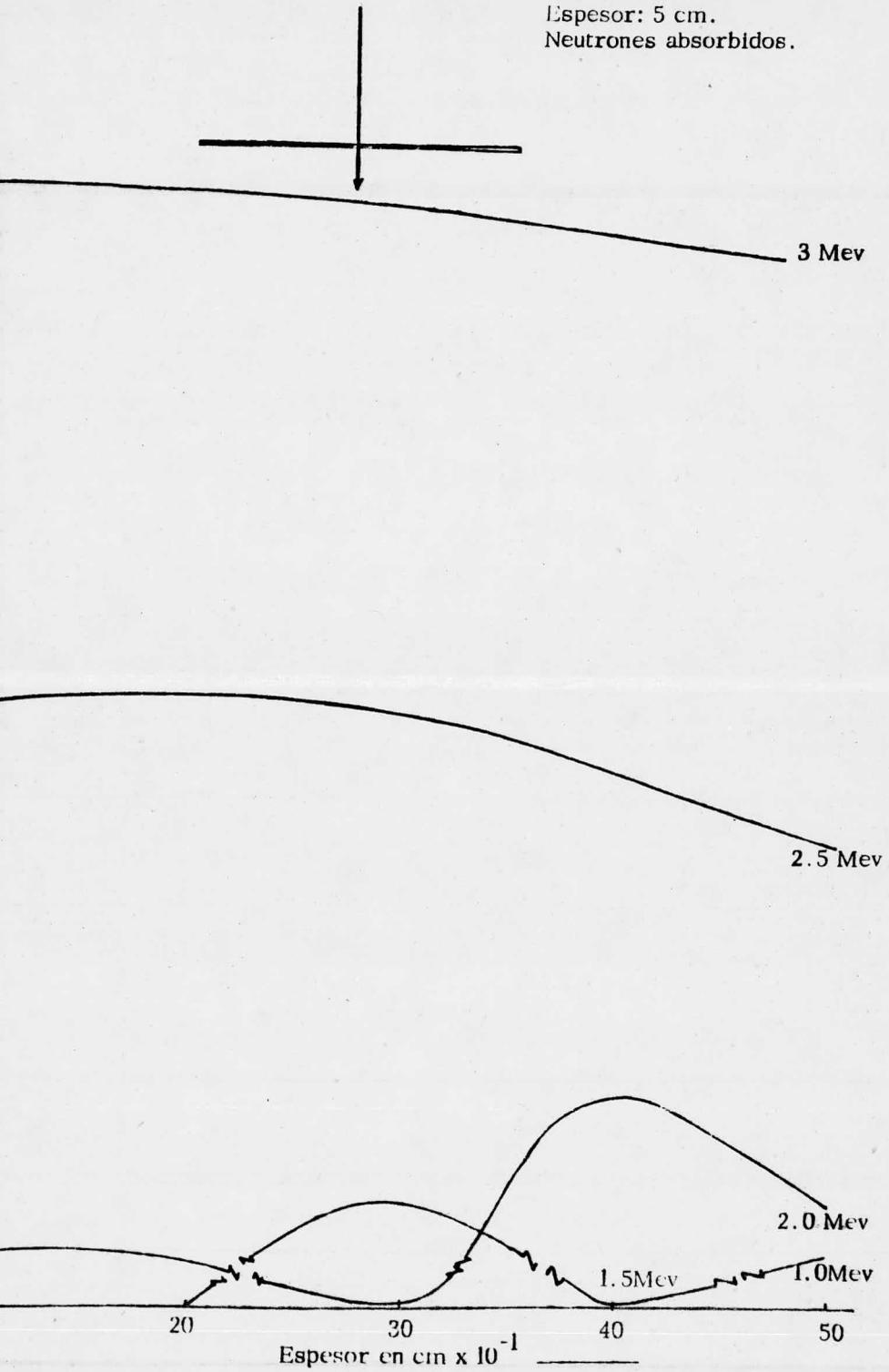


Fig. 5.22
CONCRETO
Espesor: 1 cm
Neutrones transmitidos.

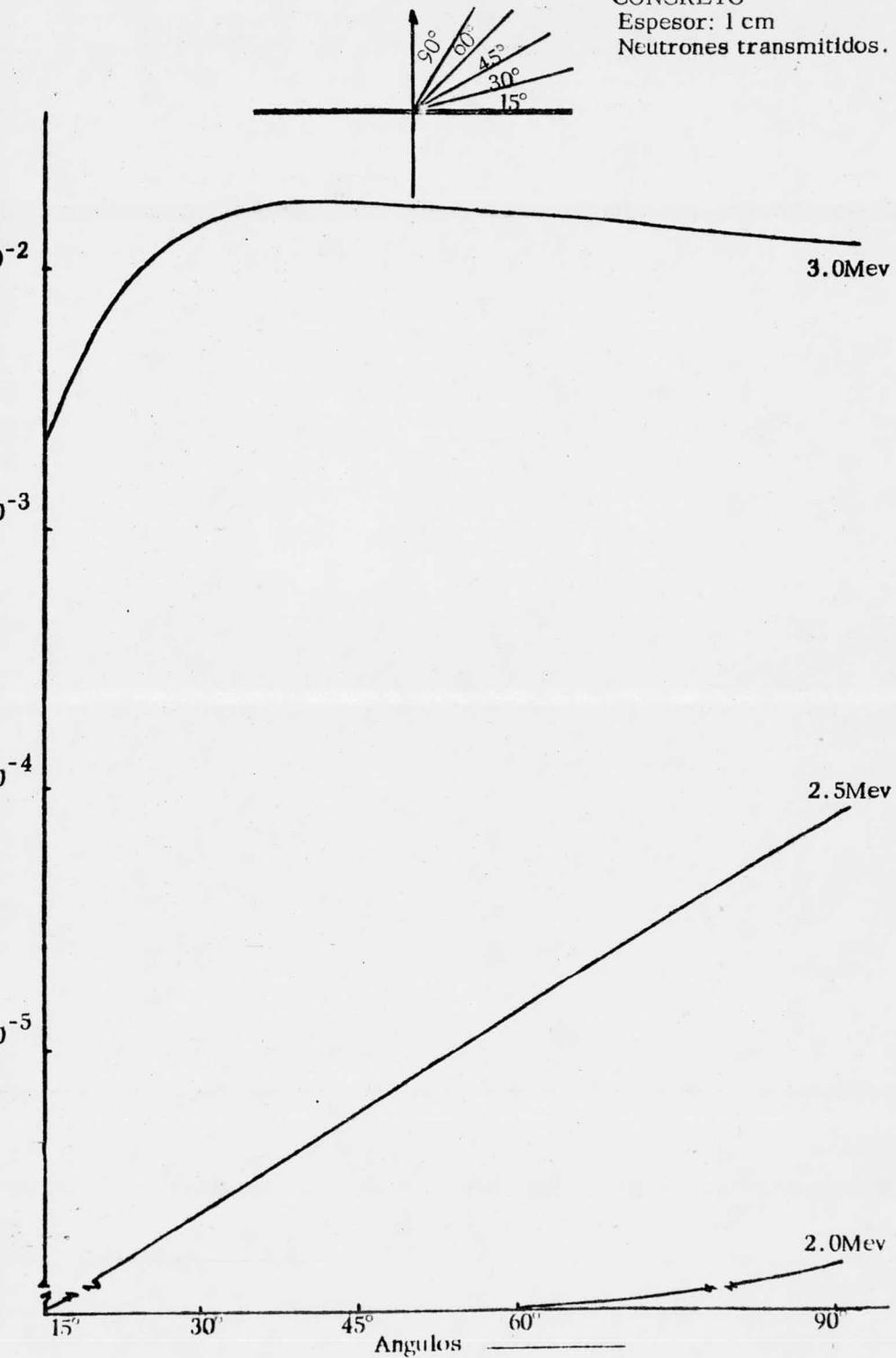


Fig. 5.23
CONCRETO
Espesor: 3 cm
NEUTRONES TRANSM.

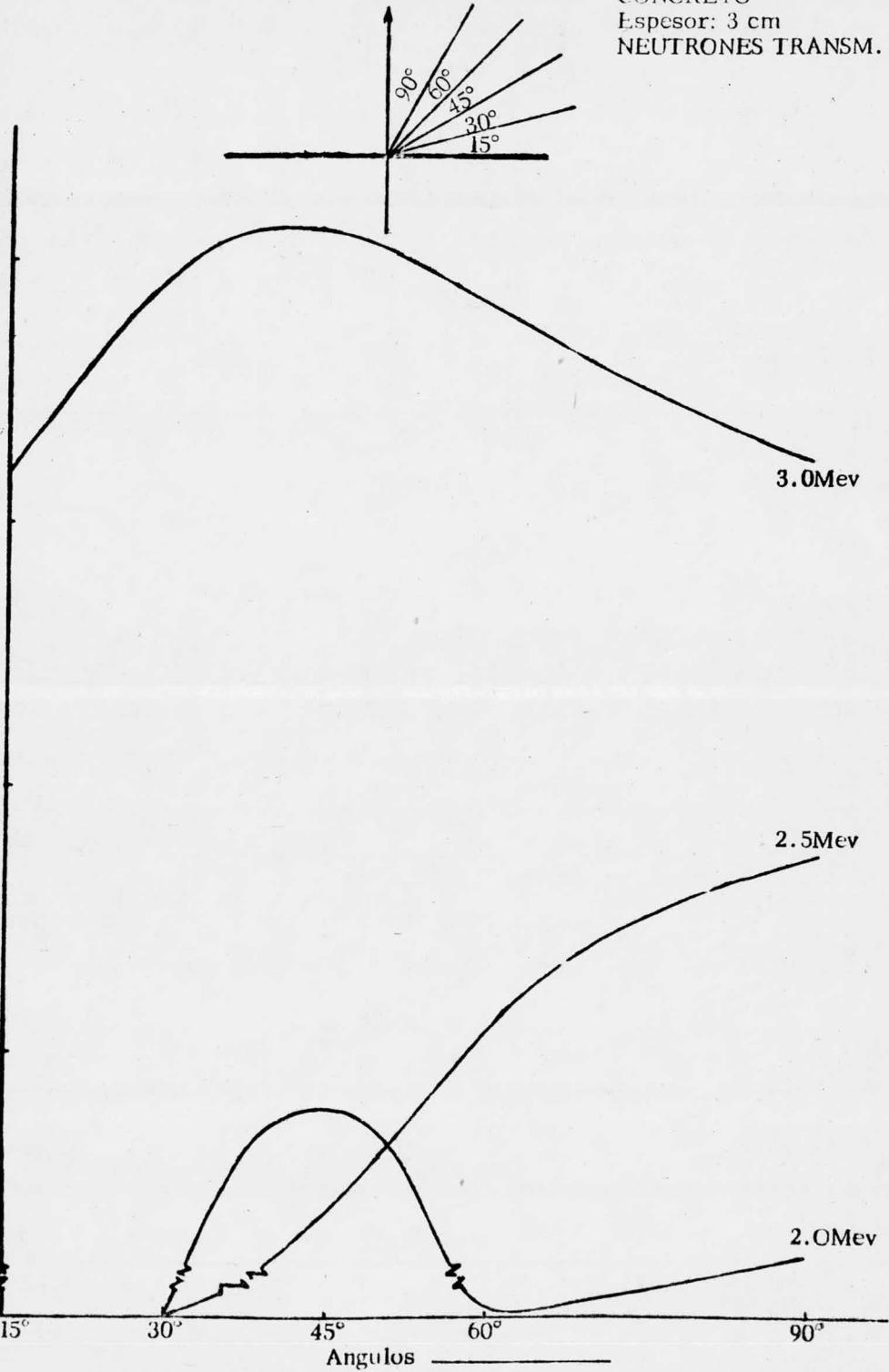


Fig. 5.24
CONCRETO
Espesor : 5 cm
Neutrones transmitidos

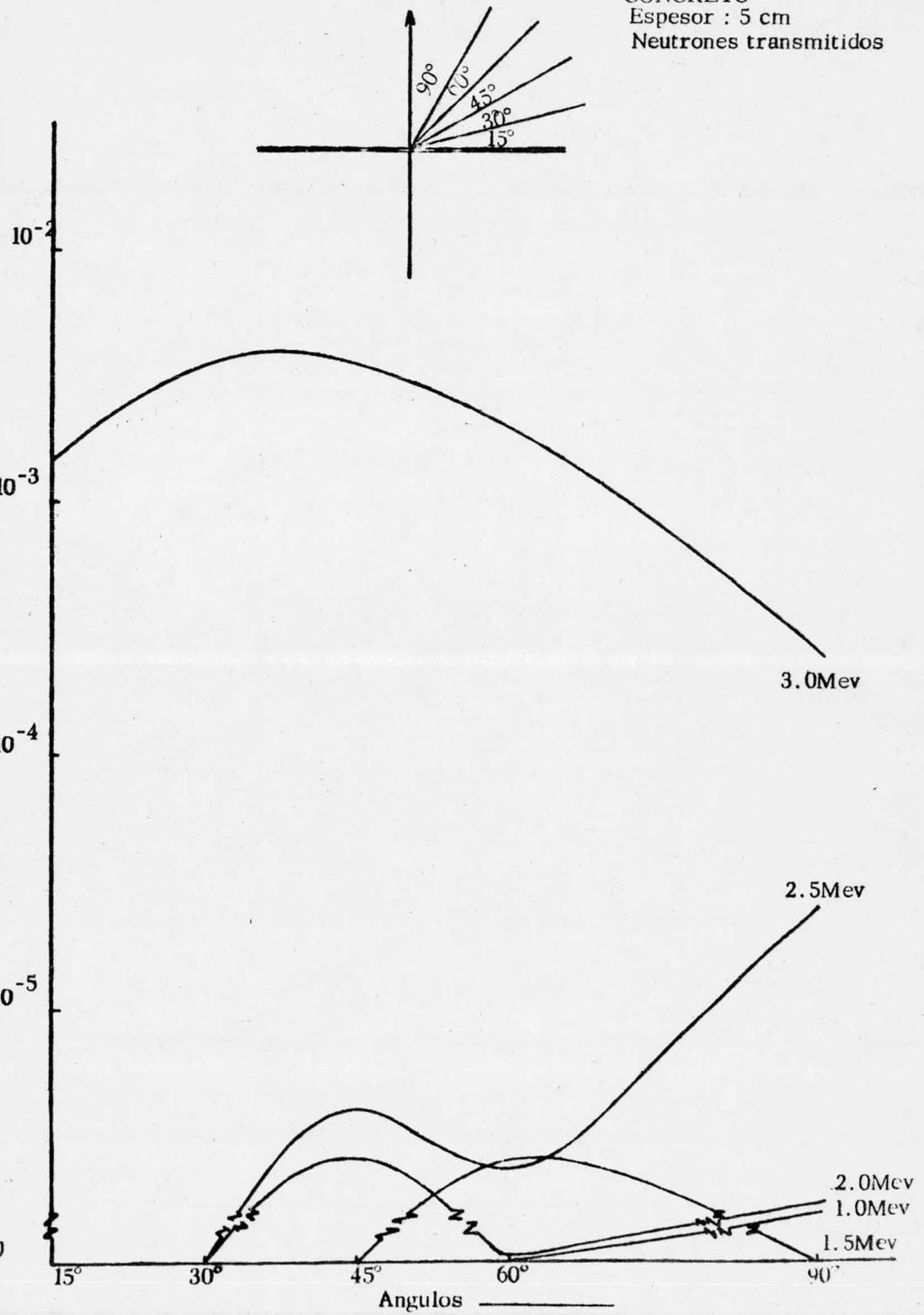


Fig. 5.25
COBRE
Espesor: 5 cm
Neutrones reflejados

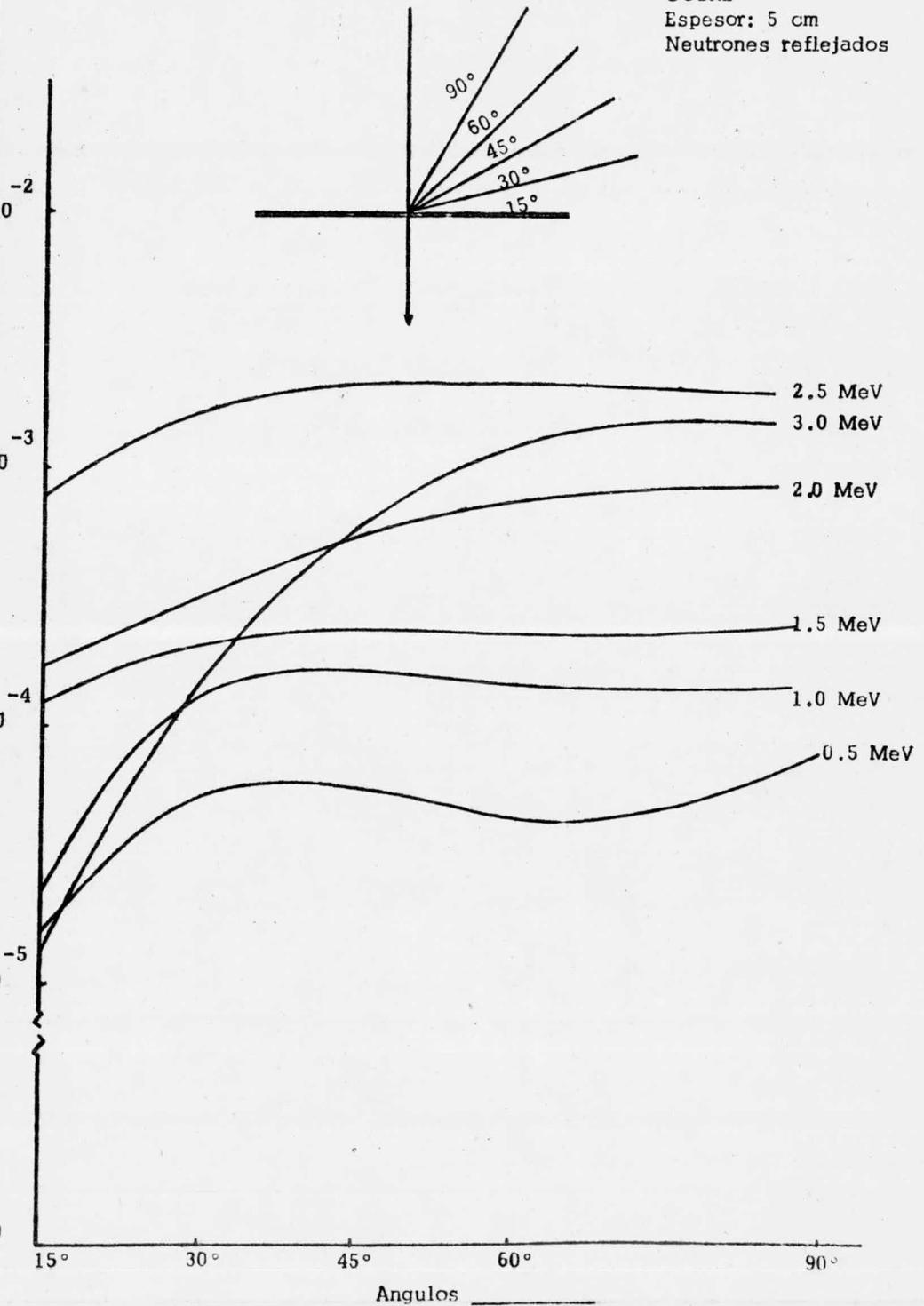


Fig. 5.26
COBRE
Espesor: 5 cm
Neutrones absorbidos

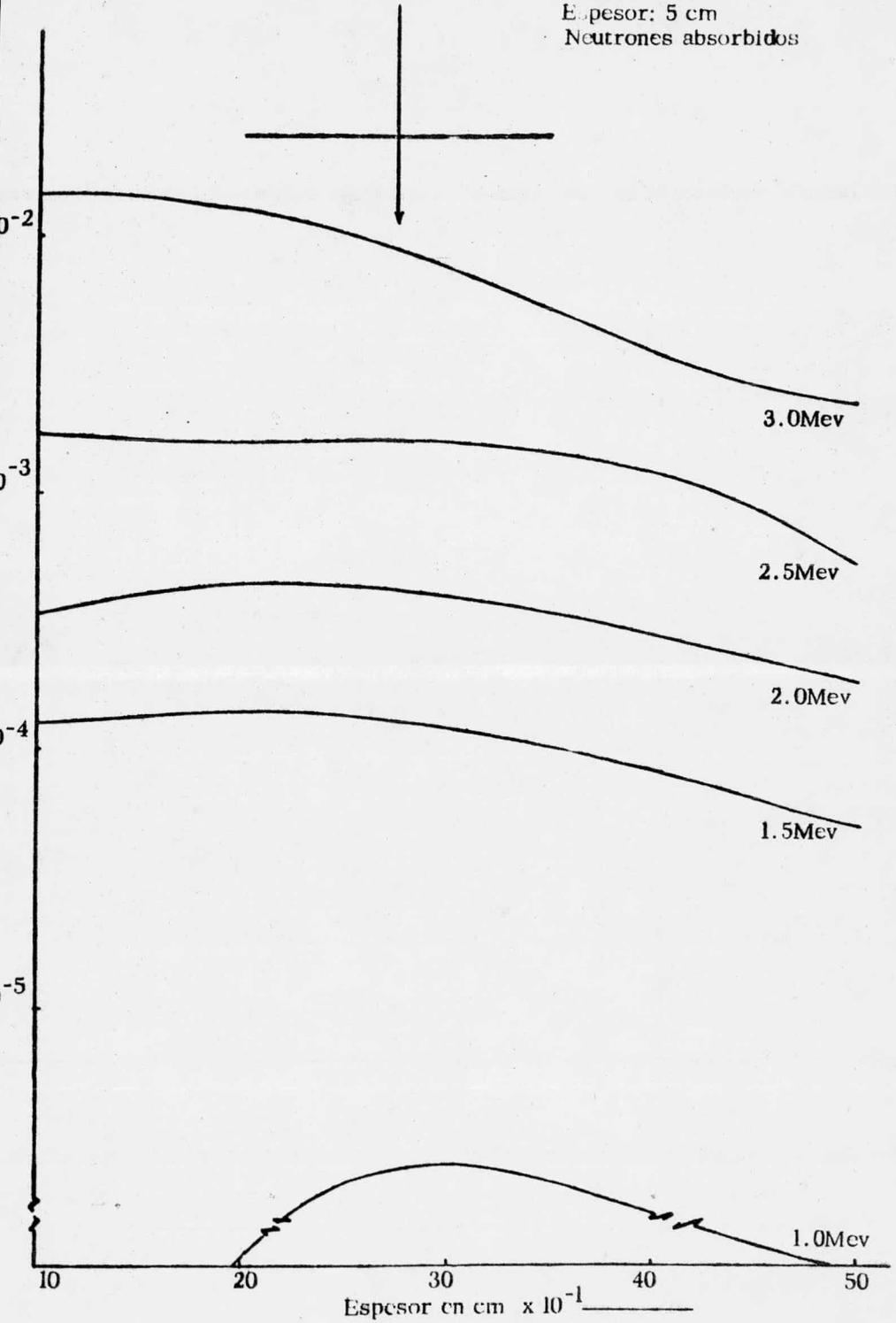


Fig. 5.27
COBRE
Espesor: 5 cm
Neutrones transmitidos

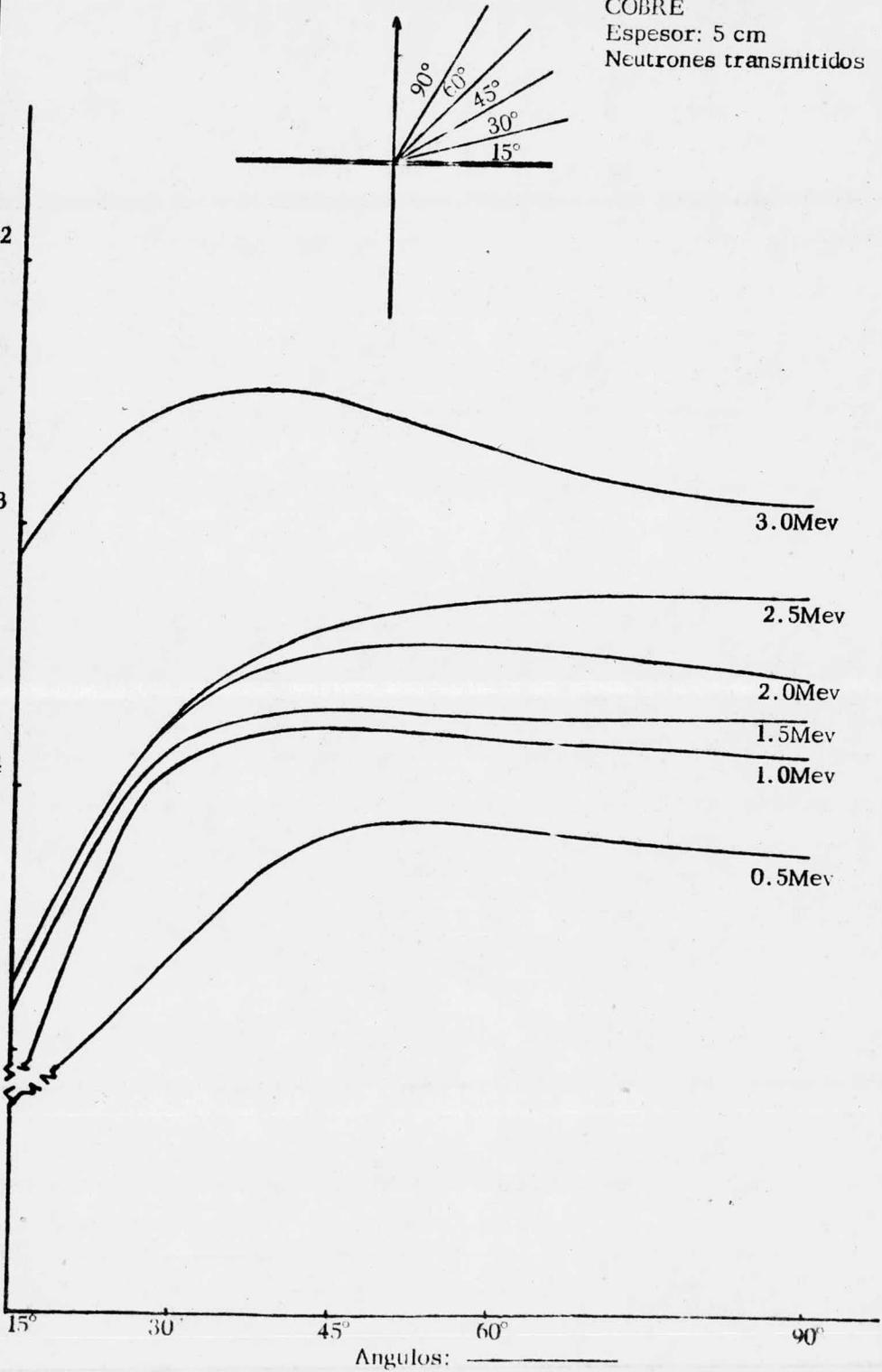


Fig. 5.28
ALUMINIO
Espesor: 5 cm
Neutrones reflejados

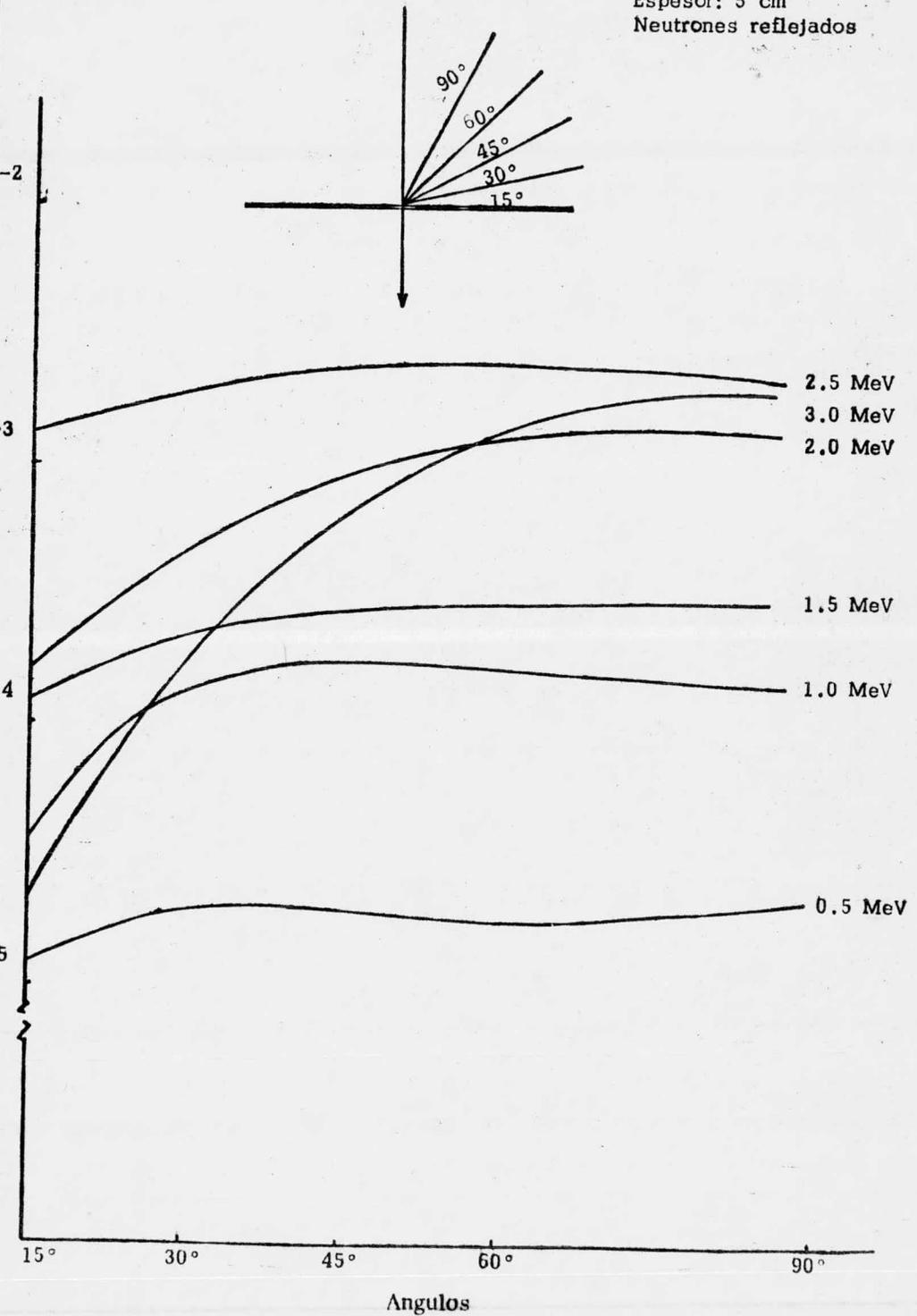


Fig. 5.29
ALUMINIO
Espesor: 5 cm.
Neutrones absorbidos.

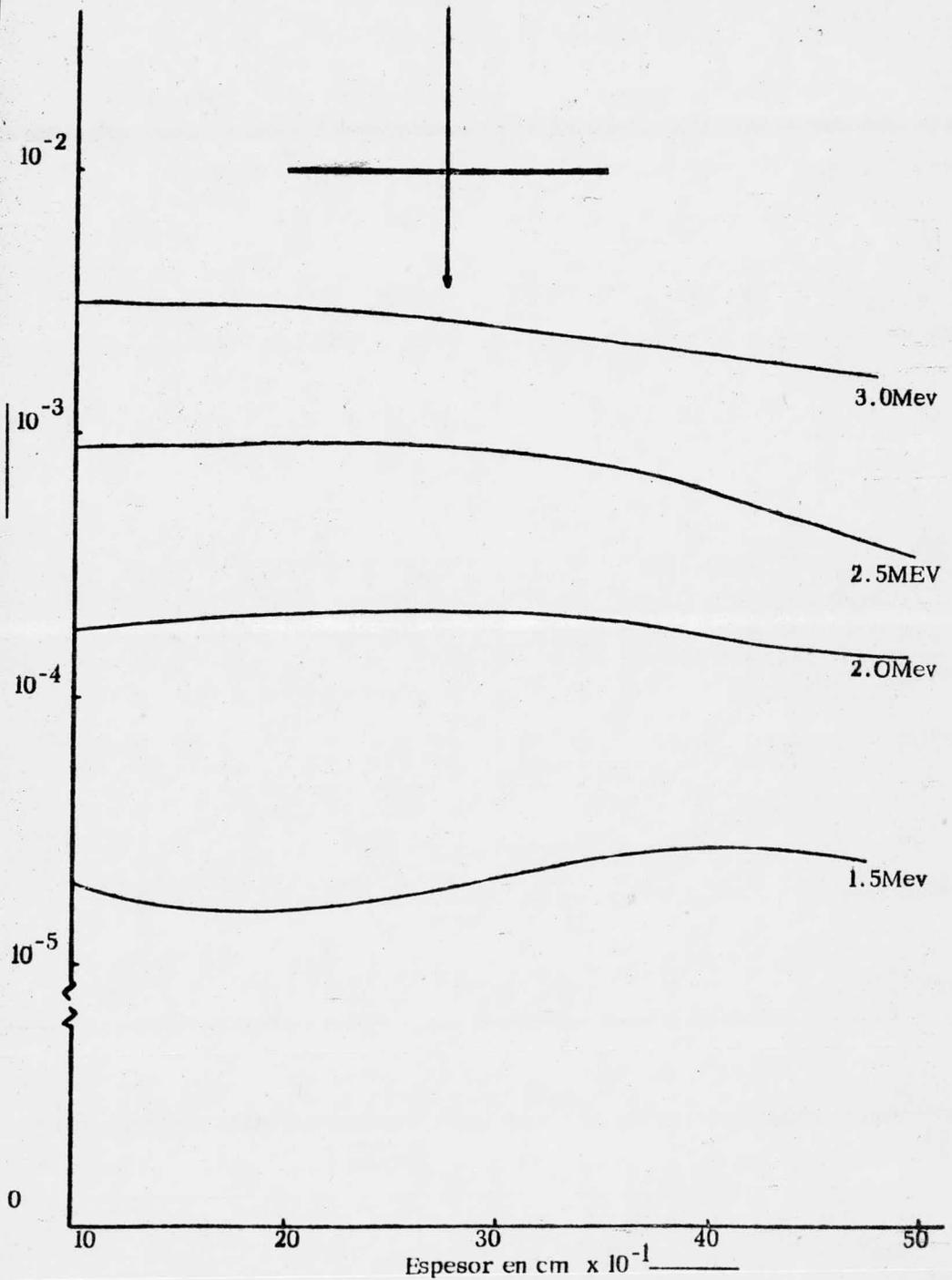
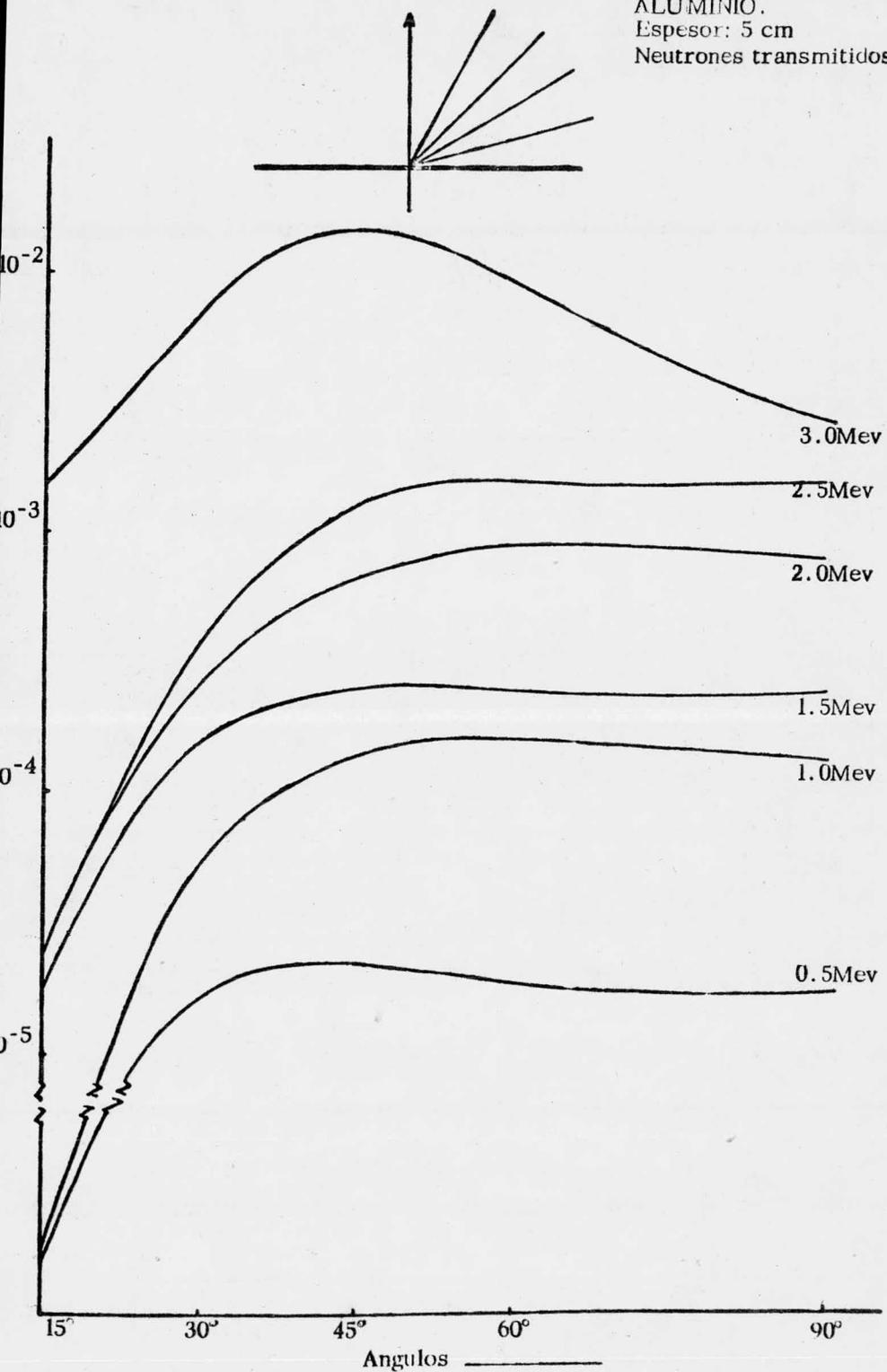


Fig. 5.30
ALUMINIO.
Espesor: 5 cm
Neutrones transmitidos.



Como antes fue apuntado, el método de Monte Carlo consume mucho tiempo de máquina, en estas simulaciones sencillas el compilador de la Burroughs 6700 de la U.N.A.M. tomaba aproximadamente 25 minutos. Un problema interesante que podría observarse en el futuro es el comparar la precisión y el consumo en tiempo de máquina por el método de Monte Carlo y algunas otras alternativas por ejemplo: ordenadas discretas, matrices de respuesta, etc.; la extensión del programa a más de una dimensión y a geometrías curvas unidimensionales puede considerarse también interesante y de utilidad más amplia que este trabajo.

Indudablemente el método de Monte Carlo es una herramienta matemática poderosa para la solución de problemas de transporte de radiación como se muestra en el presente estudio.

Es importante reconocer que la información utilizada por el programa, principalmente en lo que se refiere a secciones eficaces, es a menudo difícil de recolectar, de ahí que nazca la necesidad de incluir en el mismo: un banco de datos tales como el CSISRS (Cross Information Storage and Retrieval System); el ENDF/A o el ENDF/B lo cual le haría más fácil de usar. No obstante la simplicidad del problema considerado (unidimensional, independiente del tiempo) su aplicación a situaciones de interés práctico es inmediata, arrojando resultados cuantitativos, su utilización en análisis que incluyen más de una dimensión podría servir como una buena aproximación cualitativa de la solución precisa.

De todo lo anterior podemos concluir que el método de Monte Carlo, aún con sus desventajas es una técnica importante en la solución de problemas y merece una mayor atención por parte de aquellos estudiosos interesados en la búsqueda de respuestas a problemas reales cuya solución redunde en un beneficio tecnológico a la sociedad.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Organismo Internacional de Energía Atómica.- la energía nuclear y el medio ambiente.- INFCIRC/139/Add.- I-1969-1970
- 2.- R.L. Loftnees.- Nuclear Power Plants.- D. Van Nostrand Company Inc. - 1960
- 3.- R.L. Lyerly and W. Mitchell.- Comisión Norteamericana de Energía Atómica.- Depto. de información técnica.- 1959
- 4.- G., Murphy.- Elementos de Ingeniería Nuclear.- Ed. CECSA.- México 1962
- 5.- M.M., El-Wakil.- Nuclear Energy Conversion.- International Textbook Scranton 1971
- 6.- B.T. Price; C.C. Horton and K.T. Spinney.- Radiation Shielding.- Pergamon Press.- London 1957
- 7.- G.R., White.- Nat. Bur. Stand Report 1003.- 1952 (citado en ref.6)
- 8.- The hazards to man of nuclear and allied Radiations.- Cmd 9780 H.M. Stationary office.- London 1956.- (citado en ref. 6)
- 9.- K.Z. Morgan.- The role of engineering in nuclear energy development U.S.- Report TID5031.- 1951 (citado en ref. 6)
- 10.- A. Foderaro.- The elements of neutron interaction Theory, The MIT.- Press, Cambridge, Mass; 1971 (citado en ref. 14)
- 11.- E.P., Blizard.- Reactor Handbook, 2nd Ed. Vol. III, Part B; shielding Interscience publishers, a division of John Wiley and sons, Inc., New York. 1962
- 12.- H. Goldstein.- Fundamental aspects of Reactor Shielding.- Addison Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Mass.- 1959 (out of print) now available from Johnson Reprint Corporation, New York.- (citado en ref. 14)
- 13.- J.H. Hubell.- Photon Cross Sections, attenuation coefficients and energy absorption coefficients from 10 KeV to 100 GeV.- Report NSRDS-NBS-29.- National Bureau of Standard 1969 (citado en ref.14)
- 14.- N.M., Schaeffer.- Reactor Shielding for nuclear engineers.- U.S. Atomic Energy Commission.- Office of information Services.-1973

- 15.- J.H., Hubell and M.J. Berger.- in Engineering Compendium on Radiation Shielding, R.G. Jaeger (Ed), Vol. 1 p. 167, Springer Verlag, New York.- 1968.- (citado en ref. 14)
- 16.- E.S. Troubetzkoy, M.C. Berten, J. Celnik, H. Flesher, G. Grochowski, M.H. Kalos and J.H. Neutron Cross Sections of ^{238}U , ^{235}U , ^{237}U , ^{239}U , ^{234}U , ^{236}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , W, Pb, Ni, Cr, C, ^8Li , ^7Li and T, Report UNC-5099, Unit Nuclear Corporation, 1964 (citado en ref. 14)
- 17.- D.J. Hughes and R.B. Schawartz.- "Barn book".- Neutron Cross Sections, USAEC Report BNL-325 and Supplements, 2nd ed. Brookhaven National Laboratory.- 1958-1966 (citado en ref. 14)
- 18.- L.V. Spencer and U. Fano.- Calculation of Spatial Distributions by polynomial Expansion.- J. Res. Nat. Bur. Stand, 46: 446 1951 (citado en ref. 14)
- 19.- H.A. Bethe; L. Tonks; and H. Hurwitz Jr. Neutron Penetration and Slowing - Dawn at Intermediate Distances Through Medium and Heavy Nuclei, Phys; Rev. 80:11 1950 (citado en ref. 11)
- 20.- L.V. Spencer.- Penetration and Diffusion of X-rays: Calculation of Spatial Distributions by Semi-asimptotic.- Methods; phys Rev. 88:793 1953 (citado en ref. 11)
- 21.- E. Cashwell and C. Everett A. Practical manual on the Monte Carlo Method for random Walk Problems, Pergamon Press, Inc. New York, 1959 (citado en ref. 11)
- 22.- F.H. Clark.- The Exponential Transform as an Importance.- Sampling Device, USAEC Report ORNL-RSIC-14, Oak Ridge National Laboratory January 1966 (citado en ref. 14)
- 23.- D.K. Trubey and M.B. Emmett.- A Comparison of first and Last flight Expectation values used in the OSR Monte Carlo Calculation of. neutron distributions in Water, USAEC report ORNL-RSIC-3, Oak Ridge National Laboratory, May 1965 (citado en ref. 14)
- 24.- I.I. Bondarenko.- Group constants for nuclear reactor calculations, Consultants Bureau.- New York. 1964
- 25.- D.J. Hughes and John A. Harvey.- Neutron Cross Sections.- USAEC Report BNL-325 and Supplements Brookhaven National Laboratory 1955-1957
- 26.- J.J. Duderstadt and L.J. Hamilton.- Nuclear Reactor Analysis.- Ed. John Wiley and Sons Inc. New York 1966.