

FACULTAD DE QUIMICA

DISEÑO DE UNA PRACTICA DE LABORATORIO CON EL TUBO PITOT, PARA
MEDIR VELOCIDADES Y CAIDAS DE PRESION.

TESIS QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO QUIMICO

SUSTENTANTE

LOZADA GOMEZ YOLANDA

210

1975



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PRESIDENTE PROF. CARLOS DOORMAN MONTERO
VOCAL PROF. FERNANDO J. MALDONADO MENDOZA
SECRETARIO PROF. ANTONIO VALIENTE BARDERAS
21 ER. SUPLENTE. CUTBERTO RAMIREZ CASTILLO
SUPLENTE, CARLOS BAZAN VILLEGAS

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA
LABORATORIO DE INGENIERIA QUIMICA

SUSTENTANTE:

YOLANDA LOZADA GOMEZ

Asesor. M. en C. Antonio Valiente Barderas

CLAS. Tesis
ADQ. 1975
FECHA 1975
PROC. 47-200



A:

MIS PADRES

ENRIQUE LOZADA ARAIZA

Y

ROSARIO GOMEZ DE LOZADA

A:

MI ESPOSO

Y

MIS HIJOS

AL M. en C. ANTONIO VALIENTE B.

POR SU DEDICACION Y RESPONSABILIDAD

HACIA SUS ALUMNOS.

I N D I C E

- I.- INTRODUCCION
- II.- GENERALIDADES 3
- III.- EXPERIMENTACION 3A
- IV.- DISEÑO DE LA PRACTICA 7A
- V.- CONCLUSIONES 82
- VI.- BIBLIOGRAFIA

I N T R O D U C C I O N

En el trabajo Industrial que desarrolla un Ingeniero Químico es muy importante tener completo dominio de los conceptos teóricos fundamentales en los cuales se basan los procesos químicos que estudia la Ingeniería Química, pero además de lo anterior es también importante poner a funcionar en el equipo apropiado esos procesos químicos que se estudian teóricamente. Esto último es quizá lo más importante ya que permite relacionarse con él manejo y funcionamiento del equipo y a la vez adquirir la experiencia necesaria para poder aplicar los conocimientos teóricos a un trabajo práctico y manipular un equipo en cualquier momento y circunstancia.

Esta experiencia se va adquiriendo con el tiempo por lo que es muy conveniente empezar a adquirir desde los primeros cursos de Ingeniería Química, por tal motivo se encuentra instalado un Laboratorio de Ingeniería Química dentro de la Facultad de Química que cuenta con el equipo necesario para que los alumnos tengan una idea del trabajo que ellos realizarán en la Industria.

Este Laboratorio naturalmente está a disposición del estudiante para que acudan a él en cualquier momento que lo deseen, además que en él se imparten clases obligatorias referidas exclusivamente a prácticas efectuadas lógicamente en este Laboratorio debiéndose realizar para cada curso de Ingeniería Química en las cuales aplican los conocimientos que adquieren contando para ello con los maestros instructores de las prácticas para dirigirlos y orientarlos a cerca de la forma y condiciones en las cuales deben operarse los equipos para la realización de las diferentes prácticas.

Actualmente se está realizando en este Laboratorio una labor intensa para acondicionar todos los equipos para que funcionen perfectamente y poder realizar en ellos los experimentos con mayor precisión; Una parte de este acondicionamiento es la renovación ó diseño de nuevas prácticas ya que se ha visto que las prácticas anteriores no son muy funcionales actualmente ó que definitivamente en algunos casos han dejado hacerse, lo cual es inevitablemente perjudicial para la preparación práctica de los estudiantes.

Por todo lo anterior y por la importancia que el aspecto práctico representa para la preparación profesional de los alumnos de Ingeniería química es por lo que se tuvo la idea -

de diseñar una nueva practica en donde sean aplicados los conocimientos teoricos de flujo de fluidos ya que es uno de los temas de mayor aplicaci3n dentro de la carrera de Ingeniero Químico, en éste caso particular se estudiará y desarrollará una tesis refiriendose (directamente) concretamente al uso del Tubo Pitot, para medir velocidades y caídas de presión.

Para realizar ésta tesis, el primer paso ya se dijo antes es acondicionar el equipo ya que se realizará en él la parte experimental del diseño de la práctica, y poder obtener los mejores resultados posibles para que cuando los alumnos realicen la práctica correspondiente al tubo de Pitot, tengan datos ya comprobados; logrando así un excelente aprovechamiento para ambas partes alumnos y maestros cumpliendo asi con nuestro objetivo que es dar a los alumnos la oportunidad de aplicar sus conocimientos teóricos y confirmarlos logrando en lo sucesivo una mejor preparaci3n.

II GENERALIDADES.

Casi todas las operaciones de transporte de fluidos, transferencia de masa y transferencia de calor comprenden el flujo de fluidos viscosos en conductos cerrados. La resistencia friccional de fluidos cuando el flujo es a través de tubería, y la velocidad de transferencia de calor y masa entre el fluido y las paredes del tubo; son cantidades importantes en el diseño de tuberías y equipo. Un conocimiento completo del mecanismo de flujo de fluidos en tuberías es básico para comprender los procesos que ocurren durante el flujo. Las expresiones teóricas son derivadas para la distribución de velocidad en esos conductos, los factores de fricción para flujo laminar isotérmico son derivados y los valores teóricos son comparados con aquellos obtenidos experimentalmente.

La mayoría de los procesos que comprenden flujo en conductos son procesos de flujo estacionario. La ecuación de flujo es la aplicación de la ley de conservación de energía a esos procesos.

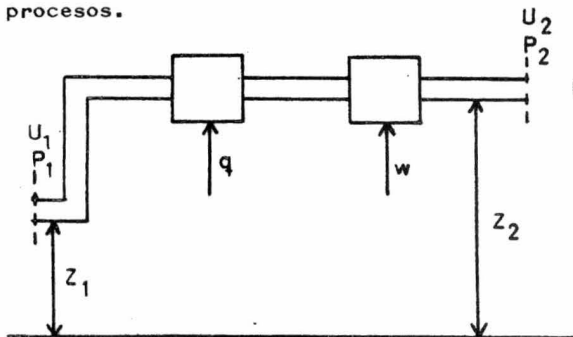


Figura 1.- Sistema a régimen permanente.

En la figura 1 se muestra un sistema a través del cual un fluido está fluyendo estacionariamente entre los puntos 1 y 2 entre, esos puntos la energía puede entrar o salir del fluido suponiendo que no hay acumulación el balance de energía entre los puntos 1 y 2 es:

$$E_2 + \frac{m}{g_c} \frac{U_2^2}{\alpha} + \frac{mg}{g_c} \frac{Z_2}{\alpha} + P_2 V_2 = E_1 + \frac{m}{g_c} \frac{U_1}{\alpha} + \frac{m}{g_c} \frac{Z_1}{\alpha} +$$

$$P_1 V_1 + q - w'' \quad \text{-----} \quad 1$$

en donde E = energía interna del fluido de masa m .

m = masa del fluido.

U = velocidad promedio.

Z = altura.

P = Presión estática.

V = volumen de masa m .

q = energía en la forma de calor adherida al flujo

w'' = energía en la forma de trabajo hecho por el fluido.

La ecuación 1 puede ser expresada en varias formas por ejemplo $H = E + P_v$ donde H es la entalpia del fluido entonces:

$$\Delta H + \Delta \left(\frac{m U^2}{\alpha g_c} \right) + \Delta \left(\frac{m g z}{g_c} \right) = q - w'' \quad \text{----- 2}$$

Cuando la energía interna se limita a efectos de calor y compresión la ecuación 1 llega a ser.

$$\int_1^2 T ds + \Delta \left(\frac{m U^2}{g_c \alpha} \right) + \Delta \left(\frac{m g z}{g_c} \right) + \int_1^2 V dP = q - w'' \quad \text{----- 3}$$

El flujo de todos los fluidos viscosos es un proceso en el cual ocurre la disipación de energía irreversible; por lo tanto

$\int_1^2 T ds$ es el incremento de energía interna del fluido debido a efectos de calor y es igual a el calor absorbido de las vecindades, más la energía disipada en forma de calor de tales irreversibilidades se deriva la fricción, es decir:

$$\int_1^2 T ds = q + l_w \quad \text{----- 4}$$

Donde l_w es la pérdida de trabajo como energía, que pudo haber hecho trabajo pero que fué disipada irreversiblemente en el flujo, combinando la ecuación 3 y 4 se tiene:

$$\int_1^2 v \, dP + \Delta \left(\frac{m}{\alpha} \frac{U^2}{g_c} \right) + \Delta \left(\frac{mgz}{g_c} \right) = -l_w - w'' \quad \text{----- 5}$$

la ecuación 5 es expresada en términos de unidades de masa dividiendo entre m nos queda:

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \frac{\Delta U^2}{\alpha g_c} + \frac{\Delta (gz)}{g_c} = -\bar{w} - l_w \quad \text{----- 6}$$

donde $\rho = m/v$ y w, l_w se refieren a unidades de masa de fluido. Las ecuaciones 1 a la 6 suponen flujo estacionario y eliminan efectos químicos, eléctricos y de superficie para definir la energía interna, para el flujo de un fluido incompresible, y cuando $\bar{w} = 0$ la ecuación 6 llega a ser:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta U^2}{\alpha g_c} + \frac{g \Delta Z}{g_c} = -l_w \quad \text{----- 7}$$

la ecuación de bernoulli es:

$$1/2 \frac{|V|^2}{g_c} + \frac{gz}{g_c} + \frac{P}{\rho} = \text{constante} \quad \text{----- 8}$$

para flujo a régimen permanente de un fluido no viscoso incompresible, la ecuación 8 puede ser escrita como:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta |V|^2}{2 g_c} + \frac{g \Delta Z}{g_c} = 0 \quad \text{----- 9}$$

Hay dos diferencias entre las ecuaciones 7 y 9, el término de energía cinética en la ecuación 7, usa la velocidad media del fluido en el conducto, por lo que la velocidad varia a través de él, la energía cinética de toda la corriente se obtiene por integración y los valores de α también se obtienen de esta manera, para flujo laminar en tubos circulares α tiene un valor de 1 y para flujo turbulento tiene un valor próximo a 2. En la ecuación 9 el término de energía cinética usa el valor de la velocidad punto absoluto. La ecuación 7 contiene un término de disipación l_w que no aparece en la ecuación 9 el término de disipación es debido a la viscosidad finita del fluido y representa la energía de disipación por fricción del fluido. Las dimensiones de los términos en la ecuación 7 son energía por unidad de masa (FL/m) es usual expresar l_w en forma de una pérdida de presión debida a la fricción es decir:

$$\int_1^2 -\frac{dP_f}{\rho} = l_w \quad \text{----- 10}$$

donde $-d P_f$ es el decremento de presión equivalente a la pérdida de energía por fricción. De las ecuaciones 7 y 10 para conductos de sección transversal uniforme teniendo:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{g}{gc} \Delta Z = \frac{\Delta P_f}{\rho} \quad \text{----- 11}$$

Cuando un fluido viscoso fluye en conductos cerrados la capa frontera se extiende de la pared a un punto en el fluido donde la velocidad es máxima y el gradiente de velocidad es cero, la capa frontera no se forma inmediatamente en la entrada del conducto sino más allá de esta región. En el punto donde el fluido entra al conducto, la capa frontera tiene un espesor cero, el espesor se incrementa a lo largo de la longitud del conducto y llega a ser constante a poca distancia de la entrada. La figura 2 ilustra la formación de la capa frontera en la sección de entrada de un conducto

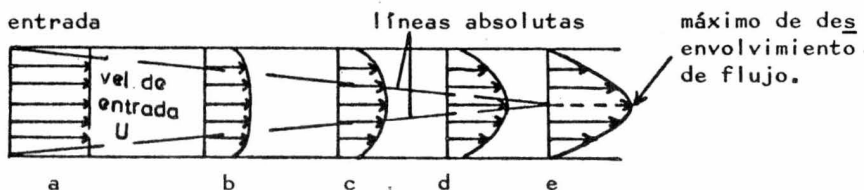


Figura 2.- Formación de la capa frontera y perfiles de velocidad a la entrada de un tubo circular.

El fluido entra al conducto en el punto a) con una velocidad U, los perfiles de velocidad se ven en los puntos a, b, c, d, y e, en el punto a) la velocidad es uniforme a través de la sección del conducto, en el punto e) la capa frontera está completamente formada y en este punto tiene un espesor constante, las líneas punteadas entre a) y e) indican el tamaño de la capa frontera, más allá del punto e) la influencia de la entrada sobre el modelo de flujo ha desaparecido y este se ha desarrollado totalmente

En la capa frontera están presentes esfuerzos cortantes - esos esfuerzos son ejercidos en una dirección opuesta a la dirección del flujo y representan una fuerza de resistencia al flujo cuando este ocurre en conductos cerrados el esfuerzo cortante en la pared τ_w puede ser expresado en términos de $-dP_f/dx$ que es la pérdida de presión debida a la fricción la figura 3 muestra un conducto vertical con fluido fluyendo hacia arriba. La presión en el punto 1 es P en el punto 2 a la distan

cia dx la presión hacia el punto l es $P + dP$, el esfuerzo cortante τ_w que actúa del fluido a la pared es ejercido, en dirección opuesta a la dirección del flujo.

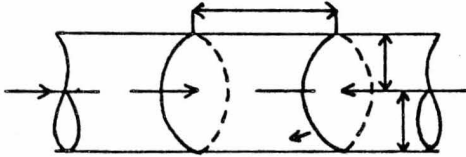


figura 3.= Fuerzas que actúan sobre un elemento diferencial de fluido o fluyen en un tubo.

la suma de fuerzas sobre el elemento cilíndrico debe ser cero:

$$\Sigma F = \pi r_w^2 P - \pi r_w^2 (P + dP) - \pi r_w^2 dx \rho g / gc - 2\pi r_w \tau_w dx = 0 \quad -12$$

presión de fuerzas peso del fluido fuerzas cortantes

simplificando la ecuación 12 y dividiendo por πr_w^2 da:

$$-\frac{dP}{\rho} - \frac{g}{gc} dx - \frac{2\tau_w}{r_w} dx = 0 \quad -13$$

sustituyendo la ecuación 11 en su forma diferencial en lugar de su forma integrada tenemos la siguiente ecuación:

$$\tau_w = -\frac{r_w}{2} \frac{dP}{dx} \quad -14$$

donde τ_w es el esfuerzo del fluido en la pared. La ecuación 14 relaciona el esfuerzo cortante en el radio del tubo y el gradiente de presión debido a la fricción. A cualquier radio el esfuerzo cortante del fluido es τ y por un balance de fuerzas similar se tiene:

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{dP}{dx} = \tau_w \frac{r}{r_w} \quad -15$$

Los resultados expresados por las ecuaciones 14 y 15 indican que el esfuerzo cortante en el fluido está relacionado con los términos de pérdidas de trabajo o pérdidas por fricción, esas relaciones deben ser usadas para calcular esfuerzos cortantes cuando son conocidas las pérdidas por fricción.

La ecuación 15 muestra que a régimen permanente en un conducto circular el esfuerzo cortante en el fluido es una función lineal de la distancia de los ejes del tubo. Esta distribución lineal se muestra en la figura 4.

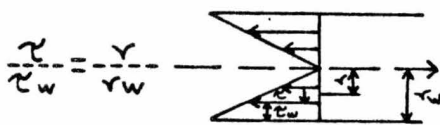


figura 4.- Distribución de esfuerzos cortantes en un fluido fluyendo en un tubo circular.

Numerosos estudios sobre la pérdidas de fricción que ocurren durante el flujo turbulento han indicado que estas son proporcionales a la energía cinética del fluido por unidad de volumen $\rho u^2/2gc$ y al área A_w de la superficie sólida en contacto con el fluido, esto es la base de la definición del factor de fricción.

Se ha encontrado que la viscosidad tiene poco efecto en el flujo turbulento. La fuerza de resistencia F está expresada como :

$$F = \frac{f \rho U^2}{2gc} A_w \quad \text{----- 16}$$

La cantidad f es un factor de proporcionalidad. Rearreglando la ecuación le se tiene :

$$\frac{F}{A_w} = \frac{f \rho U^2}{2 gc} \quad \text{----- 17}$$

La fuerza de resistencia es opuesta a la dirección del flujo F/A_w y corresponde a la fuerza cortante a la pared τ_w (esto se ve en la figura 5) por lo tanto:

$$\tau_w = \frac{f \rho U^2}{2 gc} \quad \text{----- 18}$$

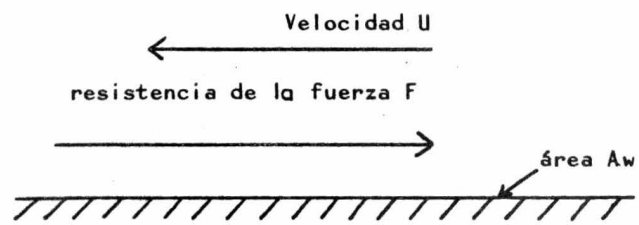


Figura 5.- Resistencia de una superficie sólida en un fluido fluyendo.

Combinando las ecuaciones 14 y 18 y reemplazando r_w por $d_w/2$ y despejando f se tiene:

$$f = \frac{2}{\rho} \frac{g_c}{U} \frac{dw}{dx} \quad \frac{dP_f}{dx} \quad \text{-----} \quad 19$$

La ecuación 19 define el factor de fricción de faning.

Para flujo en tubos circulares, expresado en términos de diámetro del tubo, densidad del fluido, velocidad del fluido y el gradiente de presión equivalente a la resistencia friccional por unidad de longitud del tubo. En la ecuación 19 la pérdida de trabajo debido a la fricción puede determinarse en términos del factor de fricción. Arreglando la ecuación 19 se tiene:

$$-\frac{dP_f}{\rho} = \frac{2 f U^2}{g_c} dx \quad \text{-----} \quad 20$$

integrando la ecuación 20

$$\int_1^2 -\frac{dP_f}{\rho} = \tau_w = \int_1^2 \frac{2 f U^2}{g_c} dx \quad \text{-----} \quad 21$$

Substituyendo la ecuación 21 en la ecuación 6 se tiene:

$$\int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \frac{\Delta U^2}{2 g_c} + \frac{g}{g_c} \Delta Z = -\tau_w - \int_1^2 \frac{2 f U^2}{g_c} dx \quad \text{-----} \quad 22$$

Hay varias definiciones de factores de fricción para flujo en conductos, el factor de fricción originalmente definido por Blasius y usado por Moody, Rouse, Brown y otros, es cuatro veces el factor de fricción de faning y es referido como el factor de fricción Blasius f_B donde;

$$f_B = \frac{2}{\rho} \frac{g_c}{U} \frac{dw}{dx} \quad \frac{dP_f}{dx} \quad \text{-----} \quad 23$$

$$\text{Esto es } f_B = 4 f \quad \text{-----} \quad 24$$

Estos escritores definen otro factor de fricción como dos veces el tamaño del factor de fricción de faning.

Osborne Reynolds publicó una serie de artículos describiendo sus experimentos sobre las circunstancias que determinan el movimiento del agua ya sea directo o sinuoso, y la ley de resistencia en canales paralelos; este experimento clásico consistió en inyectar color dentro de un flujo de agua en tubos de vidrio la figura 6 es una reproducción del modelo de flujo es publicado por Reynolds.

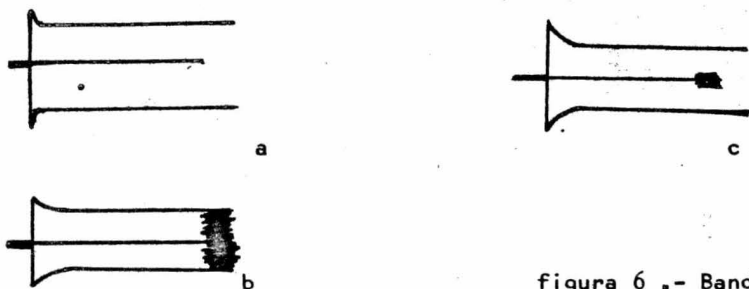


figura 6 .- Bandas de color en un fluido fluyendo en un tubo de vidrio.

En la figura 6 se ve que bajo ciertas condiciones de velocidad y diametro de tubo la linea de color en el flujo continua en el centro del tubo y fluye en linea paralela a los ejes del tubo figura 6 a) .

Bajo otras condiciones de velocidad y diámetro de banda de color se distribuye a través de la sección del tubo a corta distancia del lugar donde se inyectó el color figura 6b).. Cuando el tubo era visto por medio de luz electrica se observaron cambios en el movimiento circular como se ve en la figura 6c).

Reynolds determinó las velocidades criticas a las cuales el flujo laminar(directo) cambia a flujo turbulento(sinuoso) y encontro que la velocidad critica era proporcional a la velocidad cinemática e inversamente proporcional al diametro del tubo. Combinando estos dos resultados obtuvo la ecuación:

$$U_{crit.} = \frac{C \sqrt{\nu}}{d_w} \quad \text{-----} \quad 25$$

donde $U_{crit.}$ = velocidad critica,
 ν = viscosidad cinemática,
 d_w = diametro interno del tubo.

el valor de la constante C esta entre 1900 y 1200, la ecuación 25 se puede reorganizar para dar ;

$$\frac{d_w U_{crit.}}{\sqrt{\nu}} = C \quad \text{-----} \quad 26$$

la cantidad del lado izquierdo de la ecuación 26 es adimensional

nal si se usan unidades consistentes. Este grupo adimensional es el criterio para determinar si el flujo es laminar o turbulento en condiciones estables. Reynolds mostró que cuando $dw \sqrt{r}$ era menor de 1900 el flujo era laminar, pero cuando el valor del grupo llega a ser mayor de 2000 el flujo es turbulento. Este grupo adimensional es conocido como el número de Reynolds y se escribe Re o N° de Re . Es útil porque es un cantidad adimensional e indica la manera como un fluido fluye en un tubo.

En flujo laminar (figura 6 a) las partículas de fluido se mueven en dirección paralela a las paredes del tubo y no hay componentes de velocidad normal. En flujo turbulento (fig. 6 b) y c) hay considerable mezcla de fluido durante el flujo. Una partícula de flujo tiene una velocidad promedio paralela al eje del conducto, pero su movimiento es caótico y tiene velocidades instantáneas, paralelas y perpendiculares a los ejes. El esfuerzo cortante en el fluido el cual es debido a la viscosidad, tiende a estabilizar el movimiento unidireccional de una partícula de fluido en el flujo. Todas las fuerzas de inercia las cuales son debidas al peso y velocidad del fluido tienden a romper el flujo unidireccional, esas fuerzas determinan la existencia de flujo laminar o turbulento en un sistema.

El flujo laminar isotérmico de un fluido incompresible en un tubo horizontal cuyos ejes coinciden con el eje x del sistema de coordenadas rectangulares puede ser descrito en una forma simplificada con las ecuaciones siguientes:

Viscosidad constante
Velocidad constante
Ec. de Navier Stokes

Ecuación de momento
para flujo de fluidos.

$$\begin{aligned} \text{dirección } x & \text{ ----- } \frac{Du}{dt} = - Gc \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{Gc}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + r \bar{v}^2 u \\ \text{dirección } y & \text{ ----- } \frac{Dv}{Dt} = - Gc \frac{\partial \Omega}{\partial y} - \frac{Gc}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + r \bar{v}^2 v \\ \text{dirección } z & \text{ ----- } \frac{Dw}{Dt} = - Gc \frac{\partial \Omega}{\partial z} - \frac{Gc}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + r \bar{v}^2 w \end{aligned}$$

Por lo tanto como el fluido no tiene componente de velocidad normal a los ejes del tubo v_y y w son cero. El flujo es estacionario y todas las derivadas, con respecto al tiempo llegan a ser cero; el flujo está completamente desarrollado así que $\partial u / \partial x = 0$. Bajo estas condiciones la ecuación diferencial

para tal flujo es:

$$0 = -\frac{G_c}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \text{----- 27}$$

Es más conveniente expresar la ecuación 27 en términos de coordenadas cilíndricas r, θ que en coordenadas rectangulares x, y, z , la relación entre los dos sistemas de coordenadas se ven en la figura 7

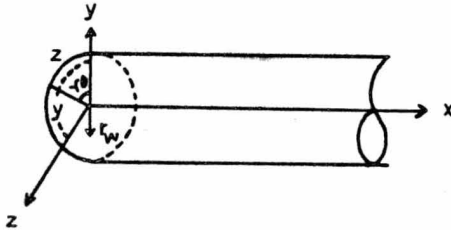


fig.7- relación entre los sistemas de coordenadas cilíndricas y rectangulares.

$$0 = -\frac{G_c}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \text{-----28}$$

El flujo es simétrico cerca del eje x , así que derivando con respecto a θ llega a ser cero, la ecuación 28 puede ser reescrita como

$$\frac{G_c}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \nu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \text{----- 29}$$

La ecuación 29 es una ecuación diferencial de segundo orden la cual puede ser resuelta para obtener u en términos de r integrando con respecto a r y teniendo x como constante. Dos condiciones en la frontera son necesarias para evaluar las dos constantes arbitrarias que aparecen en la solución de una ecuación diferencial de 2º orden esas condiciones en la frontera son las siguientes:

A T $r = 0$ en el eje del tubo

$\frac{\partial u}{\partial r} = 0$ gradiente de velocidad = 0

$A_{tr} = r_w$ en la pared del tubo

$U = 0$ no hay desplazamiento en la pared

Integrando la ecuación 29 e introduciendo las condiciones - frontera se obtiene

$$U = - \frac{g_c}{4u} \frac{\partial P}{\partial x} (r_w^2 - r^2) \text{-----} 30$$

la ecuación 30 relaciona la velocidad punto para un radio y una viscosidad, el gradiente de presión y el radio del tubo. Si el tubo no es horizontal la velocidad punto es expresada por:

$$U = -\frac{1}{4} \left(\frac{g}{r} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{g_c}{u} \frac{\partial P}{\partial x} \right) (r_w^2 - r^2) \text{-----} 31$$

donde "x" es medida a lo largo del eje del tubo y "z" es la elevación arriba de el plano de referencia para un tubo vertical - $\frac{\partial z}{\partial x} = 1$. La velocidad máxima U_{max} se obtiene por la ecuación 30 cuando $r = 0$ entonces:

$$U_{max} = - \frac{g_c}{4u} \frac{\partial P}{\partial x} \text{-----} 32$$

de la cual se verá que

$$- \frac{g_c}{4u} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{U_{max}}{r_w^2} \text{-----} 33$$

Substituyendo la ecuación 33 en la 30 la velocidad punto se obtiene como una función de la velocidad punto máxima .

$$U = U_{max} \left(1 - \frac{r^2}{r_w^2} \right) \text{-----} 34$$

La velocidad promedio es definida por

$$\frac{U}{A} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r_w^2} \text{-----} 35$$

donde U = velocidad media

Q = valor volumétrico del flujo de fluidos en un tubo --

A = sección transversal del area del tubo.

Q.- Puede ser expresada en términos de la velocidad punto U, por integración del área transversal de r=0 a r = r_w, el incremento de radio r a través de un anillo anular de espesor dr es:

$$dQ = 2 \pi r U dr \text{ -----36}$$

Sustituyendo el valor de U dado en la ecuación 34 e integrando para r = 0 a r = r_w se tiene

$$Q = 2 \pi U_{max} \int_0^{r_w} r \left[1 - \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \right] dr = \frac{\pi U_{max} r_w^2}{2} \text{ ---37}$$

La velocidad media U puede ahora encontrarse de las ecuaciones 35 y 37 teniendo:

$$U = \frac{\pi U_{max} r_w^2}{2 \pi r_w^2} = \frac{U_{max}}{2} \text{ -----38}$$

Entonces de las ecuaciones 34 y 38 la velocidad punto es:

$$U = 2U \left[1 - \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 \right] \text{ -----39}$$

La ecuación 39 expresa la velocidad punto u para un radio r como una función de la velocidad media U y del radio del tubo r_w. La forma de la ecuación indica que el perfil de velocidad es, - de forma parabólica. En la figura 8 se muestra un perfil de velocidad para flujo laminar e isotérmico en tubos circulares calculado de la ecuación 39.

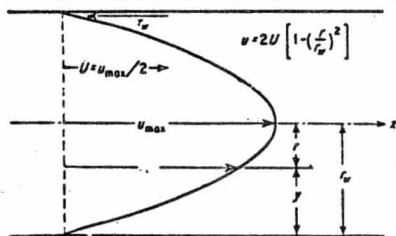


Figura 8.- Distribución parabólica de la velocidad para flujo laminar incompresible e isotérmico en un tubo circular.

Las investigaciones experimentales de Senecal y Rothfus, Ferrel, Richardson y Beatty son esenciales para la ecuación 39. Ferrel colaboró en los estudios del flujo de agua y glicerol en el tubo de vidrio de 1/2 in. de D.I. Las velocidades punto fueron medidas en la región de 0.06 a 0.02 in. de la pared del tubo y se obtuvo una ecuación de distribución de velocidad parabólica.

Para mediar las velocidades punto cerca de la pared, fué usada una técnica de desplazamiento del color Senecal y Rothfus midieron la distribución de velocidad para el flujo isotérmico de aire en tubos de 1/2 y 3/4 de in. de D.I. a números de Re. cercanos a 1000 la distribución de velocidad se midió de acuerdo con la ecuación 39. Dependiente de la distribución parabólica se observó que un No. de Re. dá la 2000 era aproximado. Los resultados de esas investigaciones se ven en la figura 9, los puntos representan datos experimentales, todas las curvas son graficadas de la ecuación 39.

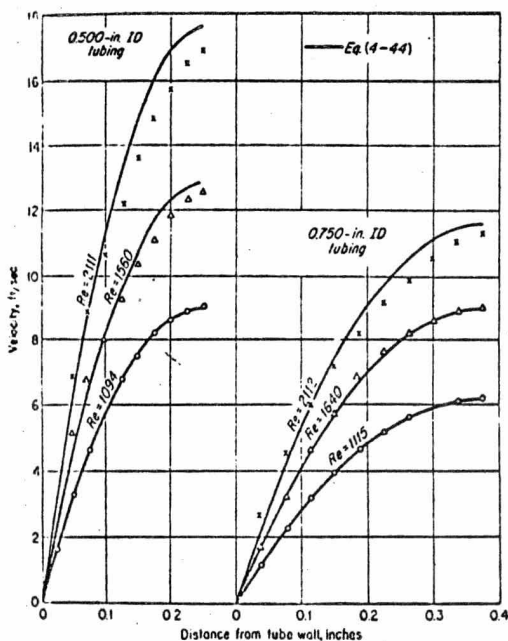


Figura 9.- Comparación de perfiles de velocidad experimentales y teóricos para flujo laminar en tubos circulares.

La ecuación 38 se ha verificado experimentalmente por Stanton y Pannell para flujo de aire y agua para tubos circulares, y por Senecal y Rothfus para flujo de aire. En el último de los dos trabajos se encontró en el rango del No. de Re de 500 a 2000 la relación de velocidad media en el tubo a la velocidad máxima en

el centro es de 0.05 (figuras 10 y 11)

Fig.10 Variación de velocidad axial con el No.de Re.- para flujos en tubos circulares.

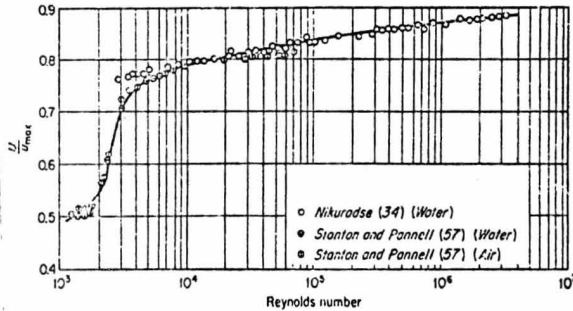
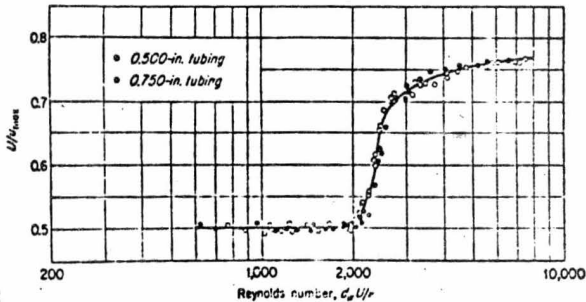


Fig.11.- Relación de la velocidad promedio a la máxima como función del No. de Re. para flujo transicional en tubos.



El flujo turbulento se describe cualitativamente y en algunas ocasiones cuantitativamente. la intención no es presentar una --- discusión completa de turbulencia pero si dar lo indispensable pa-- para familiarizarse con las teorías y métodos experimentales que -- comprenden la aplicación y problemas de flujo de fluidos. La turbulencia se demuestra en los experimentos clásicos de ---- fluidos mecánicos y de Reynolds mostrando que bajo ciertas condiciones el flujo en un tubo es directo o en línea recta, y bajo --

otras condiciones es turbulento o sinuoso. El término sinuoso fué aplicado porque el modelo de las partículas de fluido en flujo -- turbulento se observó que era irregular. La naturaleza caótica -- del movimiento del fluido durante el flujo turbulento ha proporcionado una descripción cuantitativa exacta de él.

Históricamente hay dos teorías importantes de turbulencia:- la Primera teoría es teoría empírica intentó describir la turbulencia en base a las cantidades de flujo, aunque esta teoría fué satisfactoria en mostrar los efectos de turbulencia sobre los procesos de momentum, calor y transferencia de masa supone un mecanismo de turbulencia que no es real.

La segunda teoría o teoría estática de turbulencia considera un mecanismo más real de flujo turbulento y está basado en el conocimiento de las fluctuaciones de las varias cantidades de flujo.

El desarrollo de un equipo electrónico de alta velocidad ha permitido estudiar la turbulencia desde un punto de vista estático. Las teorías empíricas de turbulencia fueron desarrolladas durante el período de 1900 a 1915, el trabajo más importante sobre este campo fue el de Ludwig Prandtl con la teoría de longitudes de mezcla cuya teoría fué la más importante hasta 1935.

En el presente la teoría de Prandtl encuentra una aplicación extensa en problemas de flujo turbulento donde solamente las cantidades medias del flujo son conocidas. Investigadores de fluidos mecánicos del tiempo de Reynolds tuvieron un conocimiento de las fluctuaciones que ocurren durante el flujo turbulento ayudando así a comprender la turbulencia. Reynolds modificó las ecuaciones de momentum de Navier Stokes incluyendo la fluctuación de la velocidad.

En 1921 Taylor introdujo la idea de que la velocidad en un fluido en movimiento turbulento era una función continua al azar de posición y tiempo, aplicó la estadística en esta función continua al azar y en 1935 publicó su serie de artículos sobre la "teoría estadística de Turbulencia", esto representa una nueva aproximación para comprender la turbulencia no considerada previamente por muchos investigadores de este campo.

Después en 1935 se hicieron numerosas investigaciones para determinar la fluctuación de velocidad para el flujo turbulento - tales investigaciones han continuado hasta ahora y el flujo turbulento se estudia en grandes canales con la ayuda del equipo electrónico moderno. Algunos de los investigadores más destacados en el campo de la teoría estática de turbulencia son Von Kármán quien también hizo importantes contribuciones, Burgers, Townsend, Dryden

Balchelor, Lin y Chandrasekhar.

En el experimento de Reynolds referido anteriormente muestra que el flujo laminar empieza a ser inestable cuando la velocidad del flujo se incrementa en un tubo; se demostró que la transición de flujo laminar a turbulento ocurre a valores del No. Re cerca de 2000, cuando el No. de Re es menor que 2000 el flujo siempre es laminar. La transición a flujo turbulento generalmente tiene lugar en el rango del No. de Re de 2000 a 13,000, hay varios casos donde el flujo laminar existe arriba del No. Re. de 20000, esto se efectúa minimizando todas las perturbaciones en un sistema de flujo.

El No. de Re representa una relación de la inercia a las fuerzas viscosas en el fluido, las fuerzas viscosas tienden a estabilizar el flujo laminar a altos Nos de Re. las fuerzas de inercia predominan sobre las fuerzas viscosas y resulta el flujo turbulento. Con flujo en tubos circulares aparece que a No. de Re. de 2000 es el valor al cual las perturbaciones en el fluido desaparecen y no producen turbulencia, sin embargo el hecho que bajo condiciones especiales el flujo laminar puede ser llevado a altos Nos. de Re. indica que la turbulencia puede provocarse por condiciones externas, la ausencia de condiciones externas permite que el flujo laminar se mantenga aún con fuerzas de inercia altas.

Maver indica que la turbulencia principia con un No. de Re. cerca de 1500. Senecal y Rothfus encontraron que la mejor transición de flujo laminar a turbulento ocurre con Nos. de Re. de 2100 y la transición completa ocurre cerca de 2800. Lindgren declaró que la transición continúa arriba de Nos. de Re de 33000 Gibson, Prengle y Rothfus hicieron estudios detallados de la transición de flujo laminar a turbulento en tubos. Gibson por medio de una entrada especial observó la dispersión del filamento de color se rompe a un punto cerca de $0.6 r_w$ donde r_w es el radio del tubo, de los ejes del tubo. Sugirió que la transición del flujo turbulento estaba relacionada con la distribución de energía a través del tubo por lo tanto la velocidad de cambio de energía cinética es con un radio máximo

Prengle y Rothfus observaron que a Nos. de Re más bajos de 932 desaparece el comportamiento laminar, y observaron que así como el No. de Re se incrementa la región de flujo turbulento se extiende hacia las paredes del tubo.

Los trabajos experimentales de Davis y White sobre flujo entre planos paralelos indica un No. de Re de 2000 ($Re = 2b U/\nu$) donde b es el espaciamiento entre los planos ellos también mostraron que para rangos de Nos. de Re de 280 a 1800 pequeñas perturbaciones desaparecen. Estudios teóricos sobre la estabilidad del flujo laminar han permitido ver el efecto de las perturbaciones -

sobre la velocidad de rotación de los elementos del fluido.

Los componentes de velocidad en las direcciones x, y, z, se ven en las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

La velocidad es dos veces la velocidad de rotación de los elementos del eje cerca de los ejes respectivos:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \text{Velocidad de rotación.}$$

Existen perturbaciones naturales que causan transiciones de flujo, entre ellas está la rugosidad.

También Shiller encontró que la rugosidad tiene poco efecto sobre el No. de Re. crítico y postuló, como Reynolds en 1883 que la transición era una función de la magnitud de otras perturbaciones, probablemente eso se debió a la forma de la entrada.

Las Perturbaciones si son naturales se consideran de una naturaleza periódica y los efectos de la amplitud y frecuencia de la perturbación han sido consideradas por separado.

La turbulencia es caracterizada por movimientos de partículas de fluido caótico al azar en un punto en 3 dimensiones de fluido turbulento, la velocidad varía con respecto al tiempo y a la dirección. La velocidad instantánea y la presión son W_i W_i V_i y P_i , donde el tiempo medio de estas cantidades son U W V P donde :

$$\frac{1}{t} \int_0^t U_i dt = u$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t V_i dt = v$$

----- 40

$$\frac{1}{t} \int_0^t W_i dt = w$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t P_i dt = p$$

En un ejemplo particular la entre W_i y U (V_i y v , W_i y w , P_i y P) representan la cantidad de fluctuación de la cantidad instantánea a la cantidad promedio. Las componentes de fluctuación son W' , V' , X' y P' ó sea :

$$\begin{aligned} W_i &= w + u' \\ V_i &= v + v' \\ W_i &= W + W' \\ P_i &= P + P' \end{aligned} \quad \text{----- 41}$$

De las ecuaciones 40 es evidente que

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} \int_0^t u' dt &= \bar{u}' = 0 \\ \frac{1}{t} \int_0^t v' dt &= \bar{v}' = 0 \\ \frac{1}{t} \int_0^t w' dt &= \bar{w}' = 0 \\ \frac{1}{t} \int_0^t p' dt &= \bar{p}' = 0 \end{aligned} \quad \text{----- 42}$$

El mínimo cuadrado de la fluctuación de velocidad está definido como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} \int_0^t u'^2 dt &= \bar{u}'^2 \\ \frac{1}{t} \int_0^t v'^2 dt &= \bar{v}'^2 \\ \frac{1}{t} \int_0^t w'^2 dt &= \bar{w}'^2 \end{aligned} \quad \text{----- 43}$$

la raíz del mínimo cuadrado de la fluctuación de velocidad es:

$$\sqrt{\overline{u'^2}} \quad \sqrt{\overline{v'^2}} \quad \sqrt{\overline{w'^2}}$$

las componentes de esfuerzo turbulento son:*

$$\frac{1}{t} \int_0^t u' v' dt = \frac{\overline{u' v'}}{\overline{u'} \overline{v'}}$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t v' w' dt = \frac{\overline{v' w'}}{\overline{v'} \overline{w'}} \text{-----44}$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t u' w' dt = \frac{\overline{u' w'}}{\overline{u'} \overline{w'}}$$

donde el flujo medio es la dirección del eje v y w son cero. Sin embargo las cantidades $\overline{U'}$, $\overline{V'}$, $\overline{W'}$, $\overline{U'V'}$, $\overline{V'W'}$ y $\overline{U'W'}$ son todas finitas.

Los ensayos hechos por Prandtl y Von Kármán describen cuantitativamente el flujo turbulento es, bien conocido que las pérdidas por fricción que ocurren durante el flujo turbulento eran muchas veces atribuidas a la viscosidad molecular. Prandtl pensó que las altas pérdidas de fricción en flujo turbulento eran debidas al intercambio de momentum entre las partículas del fluido. Considerando dos placas adyacentes del fluido moviéndose a diferentes velocidades; si una partícula de fluido se mueve de una capa a otra resulta un intercambio de momentum entre las dos.

Prandtl introdujo el concepto de longitud de mezcla el cual describe físicamente como la distancia a una partícula de fluido conteniendo muchas moléculas se mueve transversal al flujo antes de que pierda su identidad y se mezcle con otras partículas. La figura 12 representa la curva para una porción de un perfil de velocidad turbulenta en flujo en la dirección x entonces v y $w = 0$.

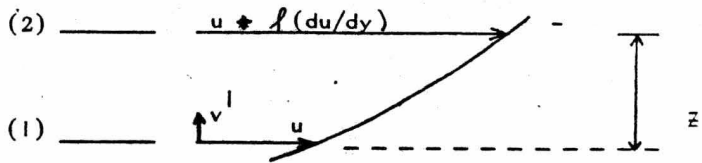


Fig. 12.- Porción de una curva para el perfil de velocidad turbulento de la teoría de Prandtl.

En la Sección (1) la velocidad media es u y en la sección (2) a la distancia l es $u + l \left(\frac{du}{dy} \right)$ en la sección (1) la fluctuación de velocidad en la dirección x es U' y la fluctuación a través de la velocidad es v' (en la dirección Y) Prandtl define la longitud de mezcla por la siguiente ecuación:

$$l = \frac{v'}{U'} \quad \text{----- 45}$$

Esto es que en la dirección x la velocidad de fluctuación es el orden de la diferencia en las velocidades medias de dos capas separadas por una distancia l donde l es la longitud de mezcla instantánea. El esfuerzo cortante turbulento entre los dos puntos debido al intercambio de momentum es la velocidad instantánea de transferencia de momentum por unidad de área. La velocidad de intercambio de masa por unidad de área es v' entonces el esfuerzo cortante turbulento del fluido es:

$$(\tau_t)_i = \frac{\rho v' l}{g_c} \cdot \frac{du}{dy} \quad \text{-----46}$$

Donde $(\tau_t)_i$ es el esfuerzo cortante turbulento instantáneo de fuerza cortante, sustituyendo la ecuación 45 en la 46 da una expresión para el esfuerzo cortante turbulento:

$$(\tau_t)_i = \frac{\rho u' v'}{g_c} \quad \text{-----47}$$

el esfuerzo cortante turbulento medio es:

$$\tau_t = \frac{\rho \overline{u'v'}}{g_c} \text{-----48}$$

El esfuerzo cortante dado en la ecuación 48 es el esfuerzo cortante definido por Prandtl, también supuso que v' y u' son del mismo orden de lo que resulta que la siguiente expresión para esfuerzo cortante turbulento medio es:

$$\tau_t = \frac{\rho}{g_c} \left(l \frac{du}{dy} \right)^2 \text{-----49}$$

Donde l es la longitud de mezcla media.

El flujo turbulento ocurre mucho más frecuentemente que el flujo laminar pero éste no puede ser analizado satisfactoriamente desde un punto de vista teórico, las relaciones para predecir las velocidades punto y media han sido derivadas usando las teorías de Prandtl esas teorías predicen las velocidades exactamente pero no representan los casos físicos en la corriente, algunos estudios se han hecho con anemómetros para determinar las fluctuaciones de velocidad media, coeficientes de correlación y el espectro de turbulencia; pero han encontrado aplicación limitada.

Como el flujo turbulento en tubos circulares es el tipo encontrado usualmente en la práctica, ha sido estudiado extensivamente, Numerosos perfiles de velocidad han sido determinados experimentalmente y se han hecho muchos intentos de determinar una relación universal que exprese la distribución de velocidad para flujo en tubos. El trabajo de Stanton y Nikuradsen, Reichard, Deissler, Rothfus y Howard han proporcionado datos para estudiar el flujo turbulento en tubos circulares.

La naturaleza del perfil de velocidad en flujo turbulento es diferente del flujo laminar, una comparación de los dos perfiles se ve en la figura 13 en la cual se grafica la velocidad punto como una función del diámetro del tubo.

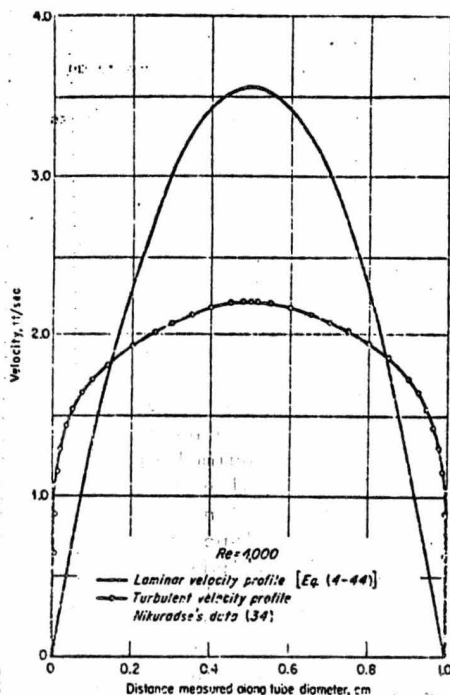


Fig.13.- Comparación de -
perfiles de veloci -
dad laminar y turbu -
lento a la misma ve -
locidad promedio.

Los círculos abiertos representan datos experimentales obtenidos por Nikuradsen para agua fluyendo en tubos de 0.394 in. de diámetro la velocidad promedio es 1.97 ft/seg. y el No. de Re. de 4000, generalmente el flujo laminar no existe a este No. de Re. - excepto cuando todas las perturbaciones posibles han sido eliminadas. La curva de distribución de velocidades para flujo laminar - fué calculada de la ecuación 39, la diferencia entre los dos perfiles de velocidad es considerable aunque la velocidad promedio - en el tubo es la misma para ambos casos. la forma del perfil de flujo laminar es debido a las fuerzas viscosas entre capas adyacentes del fluido.

La interfase entre las capas disminuye hacia el centro del tubo y causa que la velocidad cambie gradualmente, sin embargo - cuando existe la turbulencia hay más gradiente de velocidad en la pared adyacente al fluido donde el fluido conserva un grado de movimiento laminar, el perfil en el centro es más plano (-o gruesa- la curva) en esta región el movimiento es turbulento y las fuerzas de inercia son altas y tienen un efecto sobre la sección transversal del tubo. Nikuradsen determinó la distribución de velocidad para flujo turbulento en tubos circulares con diámetros de 1.0, 2.0, 3.0, 5.0 y 10 cm. y con un Re. de 4×10^3 a 3.24×10^6 . La figura 14 es una gráfica de algunos de los perfiles de veloci-

dad experimentales, la distancia al eje r es graficada contra la velocidad determinados en un tubo de un centímetro de diámetro y a valores de Re de 4×10^3 a 2.33×10^4 .

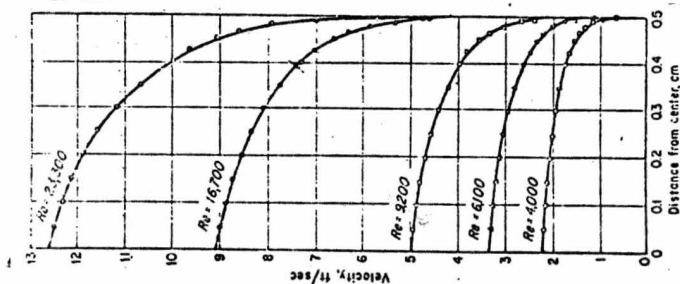


Fig. 14.- Perfiles de velocidad para flujo turbulento en tubos circulares.

Todas las curvas tienen la misma forma e indican una velocidad máxima en el centro del tubo, hay indicaciones de que la velocidad llega a cero en la pared del tubo y en todos los casos hay un alto gradiente de velocidad du/dy cerca de la pared del tubo - en ambos flujos laminar y turbulento en tubos, la ecuación 38 representa una relación teórica entre la velocidad promedio y la velocidad máxima para flujo laminar e indica que la velocidad promedio es la mitad de la velocidad máxima, la figura 16 muestra que para flujo turbulento la relación de la velocidad promedio a la velocidad máxima es mayor de 0.5 y que no pasa de un valor de 0.8, la figura 10 es una gráfica de U/U_{max} contra el Re , y muestra los datos de Nikuradsen, Stanton y Panell.

La figura 11 es una gráfica similar para los datos de Senecal y Rothfus en la región laminar bajo un $Re = 2000 \frac{U}{U_{max}}$.

tiene un valor de 0.5 el cual está de acuerdo con la Ecuación 38- a No. de Re más grandes de 2000 U/U_{max} se incrementa alcanzando un valor cercano de 0.8 e incrementándose lentamente sobre el rango del No. de Re estudiado.

La figura 10 de un medio para determinar la velocidad promedio en tuberías midiendo la velocidad en el eje del tubo. Usando el valor medido de U_{max} se puede calcular un No. de Re para un valor de U/U_{max} obtenido de la figura 10, de esto un valor de U puede ser calculado para un 2º No. de Re . una segunda determinación de U/U_{max} será suficiente para dar una velocidad promedio correcta.

La velocidad logarítmica para flujo turbulento en tubos fué derivada por Prandtl usando su teoría de longitudes de mezcla dada con la ecuación:

$$\tau = \frac{\rho}{g_c} \frac{du}{dy} + \frac{e}{g_c} \left(l \frac{du}{dy} \right)^2 \quad \text{--- 50}$$

Donde τ es el esfuerzo cortante a una distancia "y" de la pared del tubo, la parte turbulenta del esfuerzo cortante está contenida en el último término de la ecuación 39 si se desprecia el esfuerzo viscoso se tiene:

$$\tau = \frac{e}{g_c} \left(l \frac{du}{dy} \right)^2 \quad \text{--- 51}$$

Esta ecuación expresa el esfuerzo turbulento entre dos capas de fluido en términos de la teoría de Prandtl, l, densidad y el gradiente de velocidad expresando el esfuerzo en un punto, en términos del esfuerzo en la pared por el uso de la ecuación 15 dando la siguiente ecuación en la cual τ/r_w es reemplazado por el término $1-y/r_w$ quedando:

$$\tau_w (1 - y/r_w) = \frac{e}{g_c} \left(l \frac{du}{dy} \right)^2 \quad \text{--- 52}$$

de la cual:

$$l \frac{du}{dy} = \sqrt{\frac{\tau_w g_c}{e}} \sqrt{1 - \frac{y}{r_w}} \quad \text{--- 53}$$

El término $\sqrt{\tau_w g_c/e}$ aparece frecuentemente en análisis de perfiles de velocidad. En análisis dimensional este término aparece en uno de los grupos adimensionales obtenidos, tiene dimensiones de velocidad y es llamada velocidad de fricción o velocidad cortante y esta dada por el símbolo U^* donde;

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_w g_c}{e}} \quad \text{--- 54}$$

La velocidad de fricción es constante para un conjunto de condiciones de flujo dadas. Prandtl procedió a desarrollar su ecuación de distribución de velocidad suponiendo que cerca de la pared el término $1 - y/r_w$ es muy cercano a 1 y entonces de las

ecuaciones 53 y 54 obtenemos:

$$u^* = 1 \frac{du}{dy} \text{ ----- } 55$$

Se supone que la viscosidad y rugosidad de la pared no tienen efectos apreciables sobre la posición considerada por lo tanto para un punto a la distancia de la pared no hay otra longitud característica que la distancia "y" por lo tanto de la relación:

$$l = Ky \text{ ----- } 56$$

donde K es la constante universal y sustituyendo la ecuación 56 en la ecuación 55 se tiene:

$$\frac{du}{dy} = \frac{u^*}{ky} \text{ ----- } 57$$

la integración resulta:

$$u = \frac{u^*}{K} \ln y + c \text{ ----- } 58$$

La constante universal fué determinada por Prandtl y Nikuradse de los datos los cuales obtuvieron sobre perfiles de velocidad turbulenta, las constantes fueron evaluadas por las ecuaciones 53 y 57 y se encontró que tienen un valor de 0.4, la viscosidad está definida en términos de la teoría de Prandtl como:

$$E_M = \epsilon l^2 \frac{du}{dy} \text{ ----- } 59$$

la difusividad de momentum E_M es:

$$E_M = \frac{E_M}{\epsilon} = l^2 \frac{du}{dy} \text{ ----- } 60$$

combinando las ecuaciones 56 y 60 se obtiene:

$$E_M = K^2 y^2 \frac{du}{dy} \text{ ----- } 61$$

Por análisis dimensional si se supone que E_M es una función de "y" y de du/dy se obtiene un grupo adimensional $E_M/y^2 (du/dy)$. La relación de Prandtl dadas en la ecuación 56 es equivalente a suponer un valor constante de K^2 para éste gradiente adimensional y la distribución de velocidad de Prandtl se puede obtener resolviendo la constante de integración en la ecuación 61 y usando -

una condición frontera en que $U = U_{max}$, a $Y = rw$ este uso de la - condición frontera no es totalmente apropiada porque la ecuación- 55 se aplica estrictamente a las vecindades de la pared del tubo- sin embargo la ecuación de distribución de velocidad representa - muy bien los datos experimentales

$$U = U_{max} + 2.5 U^* \ln \frac{y}{rw} \quad \text{----- 62}$$

La ecuación 62 se conoce como ecuación de distribución de - velocidad de Prandtl y es graficada en la figura 15 como $(U_{max}-U) / U^*$ contra y/rw y es comparada con los datos experimentales de - Nikuradsen.

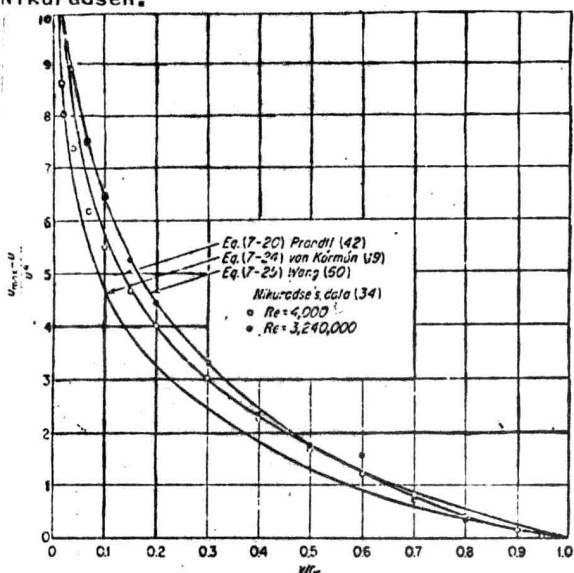


Fig.15.- Comparación - de varias - ecuaciones de distribución- de velocidad- des.

Von Kármán obtuvo una expresión diferente para la velocidad punto y mostró una teoría similar en la que el esfuerzo cortante-turbulento, está dado por:

$$\tau = \frac{\rho k^2 (du/dy)^4}{9c (d^2u/dy^2)^2} \quad \text{----- 63}$$

De la cual

$$\epsilon_m = \frac{K^2 (du/dy)^3}{(d^2 u/dy^2)^2} \text{ ----- 64}$$

Y de la ecuación 60

$$l = \frac{K (du/dy)}{d^2 u/dy^2} \text{ ----- 65}$$

El resultado en la ecuación 64 será obtenido por un análisis dimensional suponiendo que M es una función de du/dy y d^2u/dy^2 - la sustitución de la ecuación 74 en la ecuación 53 e integrando - se tiene:

$$U = U_{max} + \frac{1}{K} U^* \left[\ln \left(1 - \sqrt{1 - y/r_w} \right) + \sqrt{1 - y/r_w} \right] \text{ -- 66}$$

Condiciones para esta ecuación son:

Cuando $y = 0$ $du/dy = \infty$

Cuando $y = r_w$ $u = U_{max}$.

El valor de K es 0.4, la ecuación 75 es graficada en la figura 15. Wang desarrolló otra ecuación de distribución de velocidad la cual está más de acuerdo con datos experimentales que las ecuaciones de Prandtl o Von Kármán. Wang desarrolló una expresión de longitud de mezcla para la distribución de velocidad actual, - substituyó esta expresión en la ecuación 53 e integrando y resolviendo para la constante se deriva la siguiente ecuación

$$\frac{U_{max} - U}{U^*} = 2.5 \left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 - y/r_w}}{1 - \sqrt{1 - y/r_w}} - 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{y}{r_w}} - 0.572 \ln \frac{1 - \frac{y}{r_w} + 1.75 \sqrt{1 - \frac{y}{r_w}} + 1.53}{1 - \frac{y}{r_w} - 1.75 \sqrt{1 - \frac{y}{r_w}} + 1.53} + \frac{1.14}{\tan} \frac{1.75 \sqrt{1 - y/r_w}}{1.53 - (1 - y/r_w)} \right] \text{ -- 67}$$

La ecuación de Wangs es también graficada en la figura 15 - el acuerdo de la ecuación de Wangs con los datos experimentales - es muy bueno, sin embargo considerando su complejidad es menos -- útil que la de Prandtl o Von Karmán.

La ecuación 62 puede ser tomada como una base para el desarrollo de ecuaciones unas generales para la distribución de velocidad en tubos circulares. Se debe considerar el modelo de flujo en la vecindad de la pared donde ambos flujos laminar y turbulento existen como se muestra en la figura 16 aunque la transición del flujo laminar a turbulento es gradual se supone que la transición tiene lugar a una distancia l de la pared.

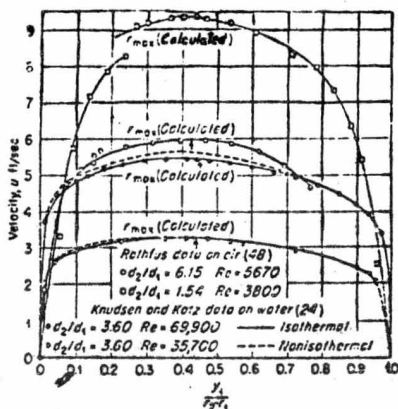


Fig.16.- Perfiles de velocidad experimental para flujo turbulento.

Más allá de este punto se desarrolla solamente turbulencia, porque el gradiente de velocidad se supone uniforme a través de la capa laminar, esto puede ser expresado como:

$$\left(\frac{du}{dy} \right)_y = \delta_1 = \frac{u}{\delta_1} \quad \text{----- 68}$$

Por lo tanto solamente las fuerzas viscosas actúan en la capa laminar, el esfuerzo en la pared debe ser expresado en términos de la viscosidad y velocidad siendo:

$$\tau_w = \mu \frac{u}{\delta_1} \quad \text{----- 69}$$

la ecuación 69 puede ser rearrreglada usando la ecuación 54

$$\frac{U \delta_1}{U^*} = \frac{\delta_1 U^*}{\nu} \text{ ----- } 70$$

En la ecuación 70 el término $\delta_1 U^* / \nu$ es una cantidad adimensional que tiene la misma forma que el No. de Re. esta ecuación establece que la relación de la velocidad a la capa del flujo laminar y a la velocidad de fricción es igual al No. de Re. modificado teniendo el término $U \delta_1$, como una función de τ_w, e_1, u , y δ_1 el grupo que aparece en la ecuación 62 se obtiene por análisis dimensional. Se supone que esta relación es constante para todo flujo turbulento en todos los tamaños de tubo entonces la ecuación 70 es una ecuación adimensional cada lado de la cual es constante

$$\frac{U \delta_1}{U^*} = \frac{\delta_1 U^*}{\nu} = C \text{ ----- } 71$$

Rearreglando la ecuación 62 queda:

$$\frac{U}{U^*} = \frac{U_{max}}{U^*} + 2.5 \ln \frac{y}{r_w} \text{ ----- } 72$$

Y sustituyendo $U = U \delta_1$ y $Y = \delta_1$ entonces la ecuación queda:

$$C = \frac{U \delta_1}{U^*} = \frac{U_{max}}{U^*} + 2.5 \ln \frac{r_w U^*}{C r} \text{ ----- } 73$$

Colectando todos los términos constantes en una constante resulta:

$$\frac{U}{U^*} = C_1 + 2.5 \ln \frac{y U^*}{r} \text{ ----- } 74$$

Los términos U/U^* y $U^* y / \nu$ son adimensionales y representan la relación de la velocidad punto a la velocidad de fricción el último término es el No. de Re. modificado y comprende la velocidad de fricción, la distancia de la pared y la viscosidad cinemática del fluido entonces la ecuación 74 se puede escribir como:

$$U^+ + C_1 + 2.5 \ln y^+ \text{ ----- } 75$$

Donde $U^+ = U/U^*$ $y/y^+ = Y U^*/\nu$ la ecuación 75 es la ecuación de la distribución de velocidad universal para flujo turbulento en tubos circulares, los grupos adimensionales U^+ y y^+ .

podrían haber sido obtenidos por análisis dimensional, sin embargo se hizo una consideración del mecanismo del flujo turbulento, como una variación de la longitud de mezcla y de la relación funcional entre los grupos adimensionales. Nikuradsen graficó sus datos experimentales para obtener la constante en la ecuación 84-

En la figura 17 se grafican los datos experimentales de Nikuradsen y los valores de C_1 son 5.5 para la curva I entonces:

$$U^+ = 5.5 + 2.5 \ln y^+ \quad \text{-----} \quad 76$$

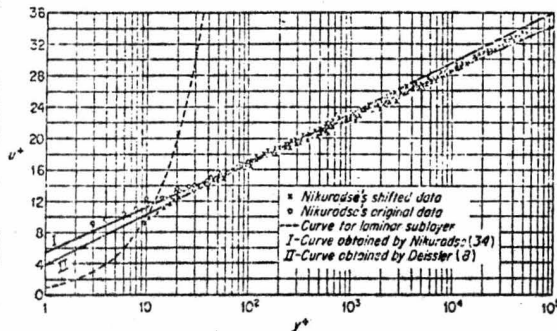


Fig. 17 Datos experimentales de Distribución de velocidad de U^+ contra Y^+ hechos por Nikuradsen.

Una investigación de los datos originales de Nikuradsen indica que sus valores calculados de y^+ son diferentes para una cantidad igual a 7 unidades de aquellas determinadas de las tablas originales conteniendo sus datos. Nikuradsen aplicó sus datos originales para ordenar sus datos de distribución de velocidad cerca de la pared del tubo la cual concuerda con la teoría laminar de Prandtl el cual está representada en la figura 20 por la curva quebrada.

Los datos originales de Nikuradsen se grafican en la figura 17 y la diferencia es aparente solamente a valores de y^+ menores de 50. La curva II en la figura 20 representa la ecuación

$$U^+ = 3.8 + 2.78 \ln y^+ \quad \text{-----} \quad 77$$

La cual fué obtenida por Deissler para el flujo de aire en tubos circulares Deissler investigó valores de y^+ arriba de 5000-

la diferencia entre las curvas I y II en el rango de y^+ de 30 a - 5000 es muy pequeño. Nikuradsen investigó un gran rango de y^+ lo cual aparece representado en la ecuación por la curva I en la figura 17 es probablemente más dependiente sobre todo el rango de y^+ . Richardt obtuvo algunos datos de distribución de velocidad para flujo en canales abiertos usando sus propios resultados y los obtenidos por Nikuradsen obtuvo la gráfica de la figura 18 la cual muestra U^+ como una función de y^+ a través de la sección de cruce del tubo.

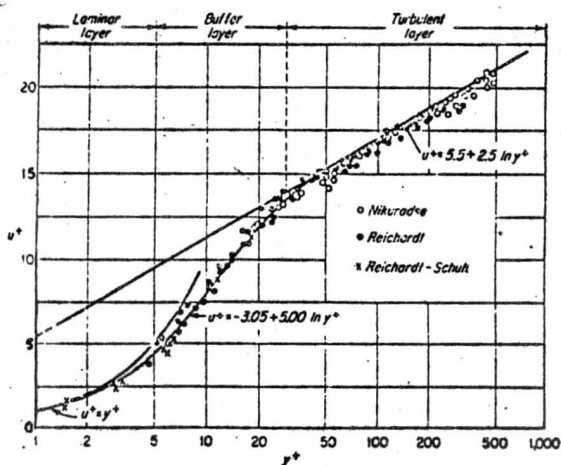


Fig. 18.-Distribución de velocidad universal para flujo turbulento en tubos circulares hechos por Reichardt

La curva puede ser dividida en tres partes distintas en la región adyacente a la pared, el movimiento del fluido es laminar de acuerdo a la teoría de Prandtl por lo tanto en esta región $U^+ = y^+$ la relación dada en la ecuación 78 para la capa laminar puede ser obtenida de la ecuación 70 la cual fué derivada para la capa laminar pero se aplica cuando δ_1 es reemplazado por "y" y U es reemplazado por U . Von Karman analizó la curva de la figura 18 y encontró que la extensión de la capa laminar frontera está entre $y^+ = 0$ y $y^+ = 5$ entre $y^+ = 5$ y $y^+ = 30$ es una capa intermedia en la cual la relación y^+ y U^+ pueden ser expresadas como una relación logarítmica por lo tanto la distribución de velocidades para toda la sección transversal del tubo circular es expresada por las siguientes relaciones:

Capa laminar $U^+ = y^+ \quad y^+ < 5 \quad \text{-----} 78$

Capa intermedia $U^+ = 3.05 + 5.00 \ln y^+ \quad 5 < y^+ < 30 \quad \text{-----} 79$

Centro turbulento $U^+ = 5.5 + 2.5 \ln y^+ \quad y^+ > 30 \quad \text{-----} 76$

Las ecuaciones 76, 78, 79 se pueden usar para calcular el perfil de velocidad completo para flujo turbulento en tubos circulares es evidente que los datos de velocidad experimentales estan de acuerdo con las curvas dadas por las ecuaciones 76, 78 y 79, las relaciones sin embargo no son consistentes con la realidad física el cambio de movimiento laminar a turbulento es gradual y la transición probablemente empieza a valores de y^+ menor de 5, esto por lo tanto no es correcto para las 3 curvas diferentes de U^+ contra Y^+ que representan la distribución de velocidad completa cuando se usa una sola curva una segunda Y^+ serfa inconsistente, por el hecho de que en los ejes del tubo no hay gradiente de velocidad -cero por esta razón un perfil de velocidad calculado de las ecuaciones es 76, 78, 79 tienen una velocidad promedio más alta. A pesar de esta contradicción la ecuación de distribución de velocidad universal ha sido usada extensivamente para estudiar la relación entre transferencia de momento y calor. Deissler desarrolló una sola ecuación relacionando el efecto de la viscosidad cinemática suponiendo

$$\epsilon_m = N^2 u Y \text{ ----- } 80$$

donde "N" es una constante determinada experimentalmente

$$y^+ = \frac{1}{n} \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{nu^+} e^{-[(nu^+)^2/2]} d(nu^+)}{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) e^{-[(nu^+)^2/2]}}$$

La constante n tiene un valor de 0.109 un análisis subsecuente hecho por Deissler tomando el efecto de viscosidad cinemática una relación diferencial de la ecuación 81 para el centro turbulento obtuvo las ecuaciones 77 y 81 son graficadas en la figura 19 utilizando los datos experimentales de Deissler. La ecuación 81 es aplicada para $0 < Y^+ \leq 26$ donde la ecuación 77 se aplica para $Y^+ > 26$, la ecuación 81 se distingue en que representa una sola curva, la distribución de velocidad en capa laminar y capa intermedia no se supone la existencia de capa laminar pero en el límite como Y^+ se aproxima a cero. La ecuación 81 se aproxima a la ecuación 78 la cual indica que el movimiento laminar existe inmediatamente adyacente a la pared del tubo.

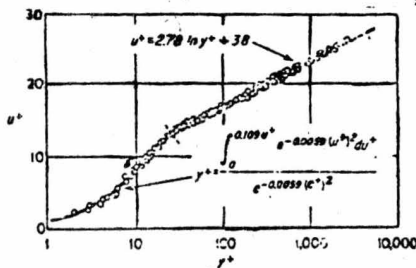


Figura 19.- Datos de Deissler de la distribución de velocidades en tubos circulares.

Los datos de velocidad de Nikuradsen fueron reanalizados por Ross quien consideró únicamente la parte de los datos que parecían más reales, Ross indicó que el centro turbulento de la región cerrada de la pared no incluía a la capa laminar y la capa intermedia entonces la ecuación es :

$$U^+ = 5.6 + 5.6 \log. Y^+ \text{ ----- } 82$$

Esta ecuación representa mejor los datos arriba del valor de $Y/r_w = 0.13$ la ecuación 75 con $K = 0.3$ representa los datos en el rango $0.3 \leq Y/r_w < 1.0$ las ecuaciones 82 y 66 con $K = 0.30$ son graficadas en la figura 17 como $U_{max} - U/U^*$ contra Y/r_w graficando la ecuación 91 $U = U_{max}$ a un valor de $Y/r_w = 1.38$ este valor fue determinado de los datos de Nikuradsen la curva resultante se muestra en la figura 20 que está de acuerdo con los datos de velocidad y da un gradiente de velocidad cero en los ejes del tubo.

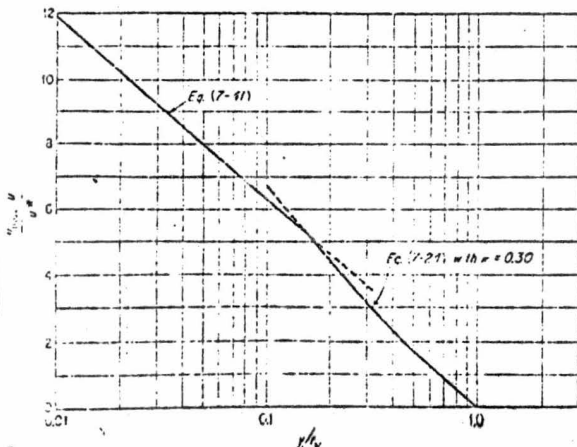


figura 20.- Curva de la distribución de velocidades para flujo en tubos circulares hecha por Ross.

Un estudio hecho por Rothfus y Monrad indica que U^+ y Y^+ no son solamente grupos dimensionales que comprenden una relación universal particularmente en la región más allá de la capa intermedia, estos trabajos obtuvieron mejores correlaciones de datos para graficar U^+ (U/U_{max}) contra Y^+ (Y/U_{max}) Paid derivó una ecuación para la distribución de velocidad de las ecuaciones de momentum de Reynolds las relaciones teóricas obtenidas se muestran en la ecuación 82 las constantes numéricas fueron obtenidas de datos experimentales.

$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - 0.204 \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 - 0.796 \left(\frac{r}{r_w} \right)^3 \quad \text{----- 83}$$

Arriba del valor de $r/r_w = 0.0$ la ecuación 83 está de acuerdo con los datos de velocidad de Nikuradsen para flujo de agua en un tubo a un No. de $Re = 3.24 \times 10^6$.

Paid encontró que la siguiente ecuación concuerda con los datos de Nikuradsen sobre toda la sección transversal del tubo.

$$\frac{U}{U_{max}} = 1 - 0.204 \left(\frac{r}{r_w} \right)^2 - 0.250 \left(\frac{r}{r_w} \right)^3 \quad \text{----- 84}$$

TUBO PITOT.

En el balance de energía se ha visto que es de una importancia vital la medición de fluidos, para esto son necesarios medidores de flujo, los cuales están diseñados para provocar una pérdida ó caída de presión que es medida y esta relacionada con la cantidad de flujo. Por lo general ésta pérdida de presión está relacionada con cambios de energía cinética ó fricción de la superficie; algunos tipos de medidores incluyen una ó varias de estas variantes.

En cualquier situación se necesita derivar una ecuación general por medio de un balance de energía y así tener relacionado el flujo con la pérdida de presión. Para poder derivar la ecuación general de un medidor es necesario conocer la ecuación del Bernoulli que está basada en un balance de materiales, un balance de energía y la fricción que lleva el fluido. Esta ecuación se obtiene de la forma siguiente:

$$P_1 V_1 + Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{V_1^2}{2\alpha gc} = P_2 V_2 + Z_2 \frac{g}{gc} + \frac{V_2^2}{2\alpha gc} \quad - 85$$

Esta ecuación significa que en ausencia de energía mecánica, la suma de energía parcial se debe a la energía cinética, energía potencial y la presión permanece constante para un fluido perfecto que es aquel que no está sujeto a esfuerzos cortantes durante el movimiento y está fluyendo bajo condiciones isotérmicas. Como se ha comprobado que estos fluidos no existen es necesario por lo tanto corregir esta ecuación ya que existe una fricción del fluido con la tubería provocando esta fricción un cambio de la energía mecánica en calor; teniendo

$$Q = Q' + \sum F \quad \text{-----} \quad 86$$

$$W'_f = W - \sum F \quad \text{-----} \quad 87$$

El balance de todas las energías que se encuentran en el sistema de flujo se conocen con la siguiente ecuación:

$$WE_1 + \frac{w V_1^2}{2\alpha gc} + \frac{g}{gc} Wz_1 + W P_1 V_1 + W Q' = WE_2 + \frac{w V_2^2}{2\alpha gc}$$

$$+ Wz_2 \frac{g}{gc} + W P_2 V_2 + W W'_f \quad \text{-----} \quad 88$$

En donde la energía transferida al sistema debe ser igual a la energía transferida del sistema ó sea a los alrededores, viéndose en esta ecuación claramente la ley de la conservación de la energía. Si sustituimos la ecuación 86 en la ecuación 88 se tiene:

$$\Delta E + \Delta \left(\frac{v^2}{2gc\alpha} \right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \Delta(PV) = Q - \Sigma F - W'_f - 89$$

Por la primera ley de la termodinámica.

$$\Delta E = Q - W = Q - \int_{v_1}^{v_2} P dv \text{ ----- } 90$$

Substituyendo la ecuación 90 en la ecuación 89 queda:

$$\Delta \left(\frac{v^2}{2gc\alpha} \right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \Delta(PV) - \int_{v_1}^{v_2} Pdv + \Sigma F = -W'_f \text{ ---} 91$$

Pero como

$$\Delta(PV) = \int_{v_1}^{v_2} Pdv + \int_{p_1}^{p_2} Vdp \text{ ----- } 92$$

Substituyendo la ecuación 92 en la ecuación 91 obtenemos.

$$\Delta \left(\frac{v^2}{2gc\alpha} \right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \int_{p_1}^{p_2} Vdp + \Sigma F = -W'_f \text{ --} 93$$

Esta ecuación obtenida es la que nos va a auxiliar en la derivación de la ecuación general de los medidores.

Para esto son necesarias varias condiciones, por ejemplo un sistema de flujo, con un medidor de flujo en el que se pueda aplicar un balance de energía, usando un medidor de lectura en el cual su lectura dependa de la diferencia de presiones de dos puntos diferentes en cualquier sistema, entre los cuales se hace un balance de energía y separados estos puntos por una distancia despreciable comparada con la longitud, en este caso vamos a suponer que Z , W'_f , y Q valen cero y para un fluido con densidad casi constante se transforma la ecuación 93 en:

$$V(P_2 - P_1) + \frac{\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2}{2gc} + \Sigma F = 0 \text{ ----- } 94$$

de aquí despejando la velocidad se tiene:

$$\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} = -2gc \left[v (P_2 - P_1) + \Sigma F \right] = 0 \quad \text{----- 95}$$

Por la ecuación de continuidad:

$$v_1 \rho_1 S_1 = v_2 \rho_2 S_2 \quad \text{----- 96}$$

Considerando en la ecuación 96 que $\rho_1 = \rho_2$ y despejandola velocidad (2) nos queda:

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} \quad \text{----- 97}$$

Substituyendo la ecuación 97 en la ecuación 95 queda:

$$\left(\frac{v_1^2 S_1^2}{S_2^2} \right) - \frac{v_1^2}{2} = -2gc \left[v (P_2 - P_1) + \Sigma F \right] \quad \text{-----}$$

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) \cdot \frac{v_1^2}{2} = -2gc \left[v (P_2 - P_1) + \Sigma F \right]$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{-2gc \left[v (P_2 - P_1) + \Sigma F \right]}{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}}$$

Como $v = 1/\rho$ Substituyendo cambia a:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gc \left[\left(-\Delta P / \rho \right) - \Sigma F \right]}{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}} \quad \text{----- 98}$$

Teniendo como último resultado la ecuación general de los medidores se puede escribir en terminos de v_2 ó de velocidad de flujo de masa.

Encontrando que el término $-\Delta P / \rho - \Sigma F$ representa una disminución en la presión debida a cambios en la energía cinética. a continuación se describiera la aplicación de la ecuación general de los medidores, para los diferentes tipos especificos de medidores de flujo.

Entre los medidores de presión más sencillos que se conocen se encuentran los manómetros de los cuales el más simple es el manómetro en forma de "U" para usar este manómetro se puede llenar un ducto con un fluido incompresible sin que halla fluido, entonces la ecuación 93 se puede escribir como:

$$\Delta Z \frac{\rho}{g_c} + V (P_2 - P_1) = 0 \quad \text{-----} \quad 99$$

Ya que al no haber un fluido no puede existir una velocidad y como es un fluido incompresible no habrá fricciones y por lo consiguiente no se realiza un trabajo, por lo tanto se llega a otra forma de expresión que es:

$$\Delta P = - \frac{\Delta Z}{\sqrt{V}} \frac{\rho}{g_c} \quad \text{como } V = 1/\rho$$

$$\Delta P = - \rho \Delta Z \frac{\rho}{g_c}$$

$$\text{ó sea } \Delta P = - \rho (Z_1 - Z_2) \frac{\rho}{g_c} \quad \text{-----} \quad 100$$

En esta forma la diferencia de presión se pueda expresar en términos de la altura de una columna vertical de fluido que contiene el manómetro, para ver la variación de la presión el fluido medidor debe ser diferente y no debe ser miscible con el fluido que fluye ya que al medir las diferencias de presión se mueve el fluido medidor dando una diferencia de altura que se aplica directamente en la ecuación anterior. Sí se desea ampliar el rango de lectura se puede usar un manómetro de dos fluidos.

Otros de los tipos de medidores que existen, es el medidor de orificio, este medidor es un aparato que consiste en una placa plana con un orificio perforado en el centro. Esta placa se inserta perpendicularmente a la dirección del flujo y el fluido pasa a través del orificio equivalente a uno ó dos diámetros del ducto se llega en función de la velocidad del fluido, así como de los diámetros relativos del orificio y el ducto asegurando a éste punto una lectura máxima de presiones.

Aplicando la ecuación 14 al medidor de orificio permite el cálculo de la velocidad del fluido y el flujo de masa a través del ducto. De la ecuación 98 el término $(\Delta P/\rho)$ que representa la diferencia total de presión entre dos

puntos y el término (ΣF) incluye toda la fricción del fluido entre los mismos puntos. La diferencia entre estos términos representa el cambio de energía cinética entre dos puntos como se indica en la ecuación 95 entonces esta diferencia se puede expresar como una fracción de la diferencia total de Presión ($-\Delta P$) quedando:

$$\frac{-\Delta P}{\rho} - \Sigma F = C_1^2 \left(-\frac{\Delta P}{\rho} \right) \text{ ----- 101}$$

Donde C_1 es un factor de proporcionalidad siempre menor que uno, combinando la ecuación 98 y 101 se tiene:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gc \left[\left(\frac{-\Delta P}{\rho} \right) - \Sigma F \right]}{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}}$$

Substituyendo la ecuación 101 en la ecuación anterior.

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gc \left(\frac{-\Delta P}{\rho} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}} = C_1 \sqrt{\frac{2gc \left(\frac{-\Delta P}{\rho} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}} \text{ ----- 102}$$

Por otra parte es difícil conocer con exactitud el área de la sección transversal en la vena contracta por lo tanto por geometría se tiene la ecuación:

$$S_2 = C_2 S_o \text{ ----- 103}$$

Donde.- S_0 : es el área de la sección transversal del orificio -

C_2 : es una constante geométrica.

Substituyendo la ecuación 103 en la ecuación 102, se tiene:

$$\bar{v}_1 = C_1 \sqrt{\frac{2g_c \left(-\frac{\Delta P}{e} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{C_2^2 S_0^2} - 1 \right)}} \quad \text{----- 104}$$

Introduciendo el coeficiente de orificio con las siguientes - - características:

$$C_0 \sqrt{\frac{2g_c \left(-\frac{\Delta P}{e} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{S_0^2} - 1 \right)}} = C_1 \sqrt{\frac{2g_c \left(-\frac{\Delta P}{e} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{C_2^2 S_0^2} - 1 \right)}}$$

Entonces substituyendo el coeficiente C_0 en la ecuación 104 se tiene:

$$\bar{v} = C_0 \sqrt{\frac{2g_c \left(-\frac{\Delta P}{e} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{S_0^2} - 1 \right)}} \quad \text{----- 105}$$

El coeficiente C_o es una función compleja de la caída de Presión y de la geometría, algunas veces es mejor usar el flujo de masa en lugar de la velocidad, por lo que la ecuación 21 relacionada con la masa y aplicando la ecuación de continuidad.

$$V_1 = w / S_1 \rho$$

entonces se convierte en:

$$w = \rho C_o S_1 \sqrt{\frac{2gc (-\Delta P / \rho)}{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}} \quad \text{-----} \quad 106$$

Se usan las ecuaciones 105 y 106 conociendo las dimensiones del tubo, la pérdida de presión y el coeficiente, midiendo la velocidad promedio; quedando por último la ecuación de orificio la cual no debe usarse si se tiene un flujo pulsante ya que las oscilaciones impiden una lectura exacta.

Otro medidor es el tubo de venturi.- Es un aparato que consta de una sección de entrada "A" formada por un pequeño cilindro y un tronco de cono, una garganta "B" y una sección de salida "C". En la unión de las partes cónicas y cilíndricas existe una cámara anular "D" que se comunica al interior del tubo mediante unos pequeños orificios, en la garganta del tubo se forma un anillo piezométrico mediante una cámara anular. Se conecta el manómetro a los orificios del tubo venturi, para medir las diferencias de presión.

En este medidor la fricción de la forma cónica es llevada a un mínimo, la forma aerodinámica del medidor casi elimina la separación de la capa fronteriza en tal forma que la resistencia por la configuración geométrica del medidor es despreciable; el cono convergente tiene de 25° a 30° y el cono divergente no deberá exceder de 7°. Estos medidores son difíciles de fabricar y son muy costosos y voluminosos. En este tipo de medidores la pérdida de presión permanente es más o menos del 10% de la pérdida de presión total a través del medidor, para este medidor se aplican las ecuaciones 105 y 106 reemplazando el coeficiente C_o por el coeficiente C_u que tiene un valor aproximado de 0.98 para condiciones standard, se pueden medir también velocidades promedio.

En este medidor la velocidad aumenta en el cono y la presión disminuye antes del estrechamiento, después la velocidad disminuye y la presión se recupera. Como el $v = (1/\rho)$ substituyendo este valor en la ecuación 85 queda:

$$\frac{P_1}{\rho} + Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{V}_1^2}{2gc} = \frac{P_2}{\rho} + Z_2 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{V}_2^2}{2gc} \quad \text{----- 107}$$

Si V_1 y V_2 son las velocidades medias, aguas arriba y abajo respectivamente y el flujo tiene una densidad, entonces despejando las velocidades con un factor queda la ecuación 107 como

$$\alpha_2 \bar{V}_2^2 - \alpha_1 \bar{V}_1^2 = \frac{2gc (-\Delta P)}{\rho} \quad \text{----- 108}$$

Como la densidad es constante la relación de continuidad se puede escribir:

$$\bar{V}_1 = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \bar{V}_2 = \beta^2 V_2 \quad \text{----- 109}$$

Donde:

D_1 .- Diámetro de la abertura.

D_2 .- Diámetro del cuello

β .- Relación de diámetros D_2 / D_1 .

Eliminando de las ecuaciones 23 y 24 se obtiene:

$$\bar{V} = \frac{1}{\sqrt{\alpha - \beta^4 \alpha}} \sqrt{\frac{2gc (-\Delta P)}{\rho}} \quad \text{----- 110}$$

Introduciendo a esta ecuación el coeficiente C_v nos queda:

$$V = \frac{C_v}{\sqrt{1 - \beta^4}} \sqrt{\frac{2gc (-\Delta P)}{\rho}} \quad \text{----- 111}$$

Esta ecuación se aplica solamente a flujo sin fricciones.

Otro de los medidores es el tubo de Pitot. Es un dispositivo que mide la velocidad en un punto y consiste de dos tubos concéntricos colocados paralelamente al flujo, el tubo exterior está perforado con pequeños orificios que comunican con el espacio anular y son perpendiculares a la dirección del flujo, en el espacio anular se encuentra sellado en sus demás partes excepto en su conexión con la rama de un manómetro. El tubo interior tiene una pequeña abertura frente a la dirección del flujo, este tubo está conectado con la otra rama del manómetro. Dentro del tubo de Pitot no hay movimiento del fluido o sea que el espacio anular es para transmitir la presión estática.

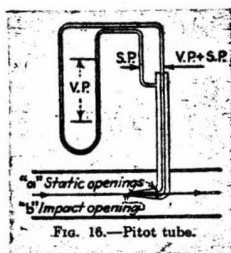


Figura 21 .- Tubo de Pitot

Despreciando el cambio de la energía potencial entre un punto del flujo y otro punto que esté en la entrada del tubo de Pitot en éste la velocidad es cero por lo cual el balance de energía se convierte en:

$$v_1^2 = 2gc \left[\frac{-\Delta P}{\rho} - \sum F \right] \quad \text{-----} \quad 112$$

Combinando la ecuación 28 con la ecuación 17 se obtiene:

$$v_1 = C_p \sqrt{2gc (-\Delta P / \rho)} \quad \text{-----} \quad 113$$

El coeficiente C_p es igual a la unidad para un tubo de Pitot bien diseñado, significa que la presión entre los puntos antes mencionados es muy pequeña y la pérdida de presión media se atribuye al cambio de energía cinética. El tubo de pitot mide la velocidad en un punto y para tener valores exactos es necesario un instrumento bien diseñado y perfectamente alineado con el flujo; el uso -

del tubo de pitot ocasiona un error del 1% para una gama amplia del N° de Re.

Para obtener la velocidad promedio de un fluido mediante un tubo de pitot es necesario considerar una sección transversal de punto a punto a través del diámetro del ducto. Si se tiene un ducto circular de radio r_1 a través del cual se coloca la sección transversal del tubo de Pitot, la velocidad promedio se puede obtener como:

$$v = \frac{\text{gasto volumetrico}}{\text{area transversal}} = \frac{Q}{\pi r_1^2} \quad 114$$

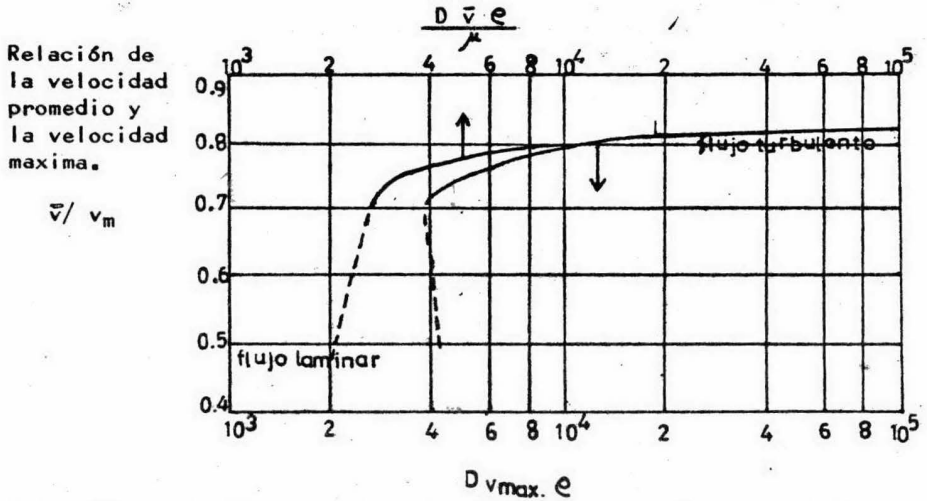
Donde Q es la proporción del flujo, volumétrico del fluido en ft^3 / seg . Por lo tanto la cantidad de fluido que fluye a través de cualquier anillo de radio r es $2\pi r v dr$ donde v es la velocidad en el radio r entonces el flujo total es:

$$Q = \int_0^{r_1} 2\pi r v dr \quad 115$$

$$v = \frac{Q}{\pi r_1^2} = \int_0^{r_1} \frac{2 v r dr}{r_1^2} \quad 116$$

Esta ecuación nos dá la velocidad promedio del fluido que fluye a través del ducto ya que el tubo pitot mide las velocidades en puntos a diferentes radios del centro del ducto a la pared del mismo. Si la distribución de velocidad es normal o sea está de acuerdo con las ecuaciones de transferencia de cantidad de movimiento, puede usarse la gráfica de la figura 22. Esta representación gráfica muestra la relación entre la velocidad promedio y la velocidad máxima para corriente a través de tubos circulares.

La velocidad máxima se mide en el centro del ducto, para asegurar una distribución normal de velocidad dentro del ducto circular, se necesita que las lecturas se hagan en un punto de 50 a 100 diámetros de cualquier conexión u obstrucción del flujo.



Figg. 22.- Relación entre la velocidad promedio y la velocidad máxima para corriente a través de conductos circulares.

En los estudios de transferencia de calor entre un fluido fluyen do turbulentamente y una pared sólida se hizo que el calor fluyera por conducción a través de una película adyacente a la frontera sólida: esto implica la existencia de un fluido, el cuál está en movimiento laminar. Se ha visto que el espesor de la película laminar puede ser calculado por medidas de transferencia de calor basadas en la distancia a la cual el flujo laminar ocurre y que es exactamente la misma que la distancia sobre la cual el calor es transferido por conducción molecular.

Las dos teorías de PRANDTL para películas laminares adyacentes a las fronteras son: 1°. Que la capa del límite cercana a la frontera sólida tiene velocidad cero con respecto a la pared y 2° - que una capa de fluido adyacente a la frontera se mueve en flujo laminar. Miller se dió cuenta que en este experimento la capa laminar no existe como una base, él usó los datos de distribución de velocidad e indicó que los gradientes de velocidad adyacentes a las fronteras sólidas son diferentes de aquellos calculados por los datos de pérdida de fricción cuando se supone movimiento laminar, el gradiente de velocidad en la capa laminar se puede calcular por la relación:

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_y = 0 = \frac{f e u^2}{2 u} \text{ -----117}$$

Las medidas actuales de velocidades punto (velocidad en un tiempo promedio) pueden ser llevadas a cabo con un tubo Pitot o con un anemómetro, cada uno de estos instrumentos debe ser de tamaño finito, debe detectar bien las perturbaciones para medir el flujo. El anemómetro ha sido usado en gran extensión por el desarrollo de equipo electrónico y se ha probado que es más útil que el tubo pitot para determinar las velocidades punto en las capas frontera. Laufer obtuvo muy buenos perfiles cerca de una pared sólida usando un anemómetro con un diámetro de 0.000 24 in.

Los tubos pitot han sido usados con aberturas muy pequeñas pero son todavía grandes para compararlos al espesor probable de la capa laminar. Stanton, Marshall y Bryant usaron un tubo pitot el cual fué parte de la pared del tubo por lo tanto obtuvieron un tubo pitot de una pequeña abertura de 0.001 in. Rothfus Monrad y Senecal usaron un tubo pitot obteniendo una abertura de 0.015 por 0.024 in. Deissler usó un tubo pitot teniendo la abertura de 0.005 in. Muchos tubos pitot usados tienen la abertura más grande que el espesor de la subcapa laminar, la presión de impacto ejercida cuando un flujo incompresible entra a un tubo pitot, y la abertura son una medida de velocidad puntual de acuerdo a la siguiente relación:

$$P_i = \frac{\rho U^2}{2g_c} \text{-----118}$$

esta relación es derivada de la ecuación:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta (U^2)}{2g_c} + \frac{g}{g_c} \Delta z = 0$$

Donde P_i es la presión de impacto y es la diferencia entre la presión estática de la corriente y la presión estática de la abertura del tubo de impacto cuando el fluido choca sobre el tubo su energía cinética se convierte en energía de presión como se muestra en la ecuación 118 para conversión completa para tubos de pitot actuales del lado derecho de la ecuación 118 es multiplicada por un coeficiente de 0.98 ó 0.99

La abertura del tubo pitot debe de ser de tamaño finito y la velocidad punto del fluido varía a través del tubo. Generalmente la velocidad calculada por medio de la ecuación 118 se considera en el centro del tubo, esto es cierto si las velocidades punto son medidas en la porción turbulenta de la corriente del flujo, sin embargo cuando las velocidades punto son medidas cerca de una frontera sólida la ecuación 118 nos dá un valor aproximado de la velocidad en el centro del tubo.

La figura 23 a) muestra un tubo de impacto con una abertura cuadrada de ancho "b" colocado en una corriente turbulenta así que el centro de la abertura del tubo está a una distancia "Yo" de la pared. La velocidad punto en la corriente es:

$$w = c y^{1/7} \text{-----119}$$

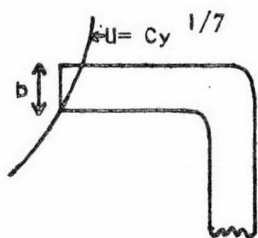
La presión de impacto es (P1)c que corresponde a la velocidad punto en el centro del tubo obtenida de las ecuaciones 118 y 119 -

$$(P1) c = \frac{c^2}{2g} Y_o^{2/7} \text{-----120}$$

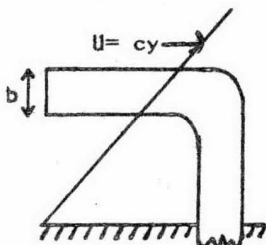
La presión de impacto en cualquier punto en el tubo pitot es $c^2 y^{2/7} / 2g$. La presión promedio (P1) av sobre la abertura del tubo es la presión medida y expresada como:

$$P_{1av} = \frac{\int_{y_o-b/2}^{y_o+b/2} (c^2 b y^{2/7} e / 2gc) dy}{b^2} = \frac{7}{9b} \frac{c^2 e}{2gc} \left[\left(y_o + \frac{b}{2} \right)^{9/7} - \left(y_o - \frac{b}{2} \right)^{9/7} \right] \text{-----121}$$

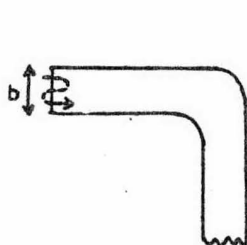
(P1) c y (P1) Av pueden ser comparados una con otra solamente cuando el valor de "Yo" es conocido relativo a "b". Si "Yo" es igual a 2b lo cual significa que el tubo pitot es relativamente cerrado a la pared (P1) c y (P1) Av es el 1% una de la otra entonces se debe suponer que un tubo pitot pequeño mide aproximadamente la velocidad punto en el centro de su abertura cuando el flujo es turbulento.



23 a) Tubo de impacto en corriente turbulenta.



23 b) tubo de impacto en corriente laminar



23c) Circulación en el tubo de impacto

La figura 23 b) muestra al mismo tubo pitot localizado muy cercano a la pared donde la velocidad punto cambia muy rápidamente.

$$U = cy \text{ ----- } 122$$

La presión de impacto en el centro del tubo es :

$$(P1)_c = \frac{c^2 e}{2gc} Y_0^2 \text{ ----- } 123$$

La presión en cualquier punto del tubo es: $c2y^2/2gc$

$$(P1)_{AB} = \frac{\int_{y_0-b/2}^{y_0+b/2} (bc^2y^2/2gc) dy}{b^2} = \frac{1}{3b} \frac{c^2e}{2gc} \left[(y_0+b/2)^3 - (y_0-b/2)^3 \right] \text{ ----- } 124$$

Si el tubo pitot está inmediatamente adyacente a la pared $Y_0=b/2$ y las ecuaciones 123 y 124 se muestra que $(P1)_{Av}$ es 1.33 veces más grande que $(P1)_c$ en este caso la presión media $(P1)_{Av}$ corresponde a la velocidad punto a la cual está a 58% de la distancia de "b" del extremo del tubo.

Otra complicación que se tiene al medir la velocidad punto cerca a la pared se muestra en la figura 23 c) porque del cambio de presión rápido a través del tubo pitot hay una posibilidad de que la circulación ocurra en el tubo como es indicado por la flecha, el flujo ocurre en áreas de alta a baja presión si esto sucede la medida de la presión de impacto será más grande que la dada por la ecuación 124 y podría corresponder a una velocidad punto aún más allá de la corriente y tal vez más allá del tubo pitot.

Algunos de los trabajos sobre perfiles de velocidad cercanos a las fronteras sólidas fueron hechos por Stanton quién estudió el flujo de aire en un tubo circular, y usó un tubo pitot pequeño unido de éste estaba en la pared del tubo, las velocidades fueron medidas con el centro de la abertura del tubo pitot cerca de 0.05 mm. de la pared del tubo. Stanton calibró su tubo pitot para el caso cuando el flujo fuera laminar en el tubo principal y obtuvo la curva de calibración de la figura 26 donde la abertura del tubo pitot es graficada contra la distancia efectiva. La calibración supone que la ecuación de flujo laminar y distribución de velocidad es cierta.

$$u = 2 U \left[1 - \left(r/r_w \right)^2 \right] \text{ - - - - - } 125$$

La distancia efectiva indica que la presión medida a un punto del tubo pitot corresponde a una velocidad en alguna distancia efectiva de la pared, en la figura 24 la distancia efectiva llega a ser aún más grande que la abertura del tubo pitot cuando ésta llega a ser muy pequeña, por medio de esta calibración, Stanton intentó probar la existencia de una subcapa laminar en la pared del tubo.

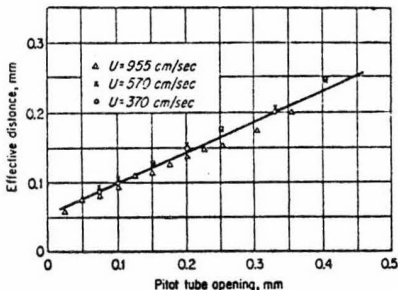


figura 24.- calibración del tubo pitot.

Si el flujo laminar existe en la pared del tubo entonces la ecuación 125 da la distribución de velocidad en esta capa. Para un conjunto de condiciones de flujo la distribución de velocidad puede ser calculada en la subcapa laminar, Stanton hizo esto para todas sus pruebas y graficó los datos de distribución de velocidad con y sin la calibración del tubo pitot. La figura 25 que es un esquema del tipo de curva obtenida muestra una gráfica de la velocidad punto contra la distancia a la pared. La curva I es la distribución de velocidad calculada para la capa laminar, la curva II muestra la distribución de velocidad media graficada como la distancia al centro del tubo pitot contra la velocidad:

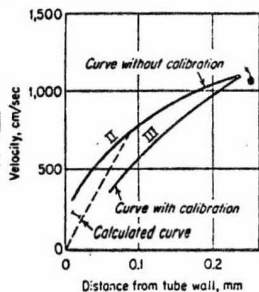


Figura 25 .-Perfiles de velocidad obtenidas por Stanton

La curva III se obtiene usando la calibración del tubo Pitot y es una gráfica de la distancia efectiva contra la velocidad punto, la curva III es trasladada a la derecha de la curva II y se aproxima a la curva I asintóticamente.

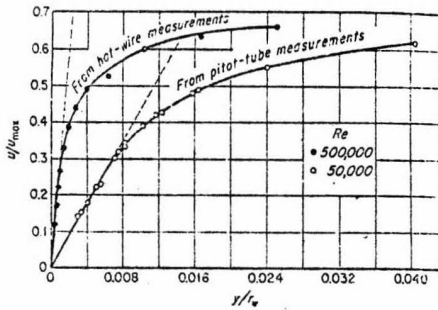
Sobre las bases de estas curvas Stanton concluyó que el flujo laminar existe en una capa de fluido adyacente a la pared del tubo. Otros investigadores encontraron la misma dificultad con respecto a la determinación de las velocidades punto en la capa laminar. En la figura 17 se muestra como Nikuradse trasladó sus datos de velocidad a la teoría para flujo laminar en la pared del tubo.

Los datos de Reichard se muestran en la figura 21 indicando las velocidades punto en la región donde el flujo es laminar. Rothfus, Knudsen y Katz estudiaron la distribución de velocidad usando tubos pitot, Rothfus calibró los tubos pitot y obtuvo una calibración similar a la de Stanton pero fué incapaz de llegar a una conclusión definitiva sobre la existencia de una capa laminar. Knudsen y Katz midieron los perfiles de velocidad cercanos a la pared del tubo pero usaron un tubo de impacto no calibrado, los perfiles de velocidad fueron obtenidos cerca a la pared determinando primero la curva I en la figura 25, para condiciones particulares de un flujo la curva III en la figura 25 es muy similar a la curva II, Knudsen y Katz graficaron sus datos directamente para la curva I y obtuvieron perfiles de velocidad cercanos a la pared, sus estudios también indican que el flujo laminar existe cerca de la pared del tubo sin embargo los cálculos de coeficientes de transferencia de calor de sus datos de velocidad muestran que el espesor de la capa laminar que determinaron era grande.

Deysler también obtuvo datos de velocidad adyacente a la pared del tubo para flujos de aire a números de Re entre 16000 a 25000 sus datos se extienden a valor de Y^+ más bajos de 2.0 y en la región de $2.0 < Y^+ < 5.0$ los datos están de acuerdo con las ecuaciones 90 y 91. Para determinar la posición del tubo pitot, los datos para un No. de velocidad a transversal fueron graficadas contra las lecturas hechas en el tubo pitot. Todas las curvas de velocidad fueron extrapoladas para velocidad cero, el punto donde todas las curvas se intersectan corresponde a una distancia cero de la pared.

Usando un tubo pitot para números de Re bajos y un anemómetro para números de Re altos Laufer obtuvo distribuciones de velocidad en un tubo de 9.72 in. de diámetro interno y en un ducto rectangular de 60 por 5 in. midió las velocidades cerca de 0.0025 in. de la pared y obtuvo datos detallados en el rango de $2.0 < Y^+ < 5.0$, otra vez los datos estuvieron de acuerdo con las ecuaciones 78 y 81, en la figura 26 se ven los datos de la distribución de velocidad cerca de la pared para flujo de aire en tubos circulares, la línea punteada es calculada por medidas de pérdidas de fricción usando la ecuación 33 y suponiendo flujo laminar en la subcapa.

Fig.26.- Distribución de velocidades medidas cerca de la pared para aire en tubos circulares.



La distribución de velocidad medida adyacente a la pared indica que el movimiento en la subcapa es laminar. Una técnica de desplazamiento de calor para medir la distribución de velocidad cerca de las paredes fue empleado por Ferrell, Richardson y Beatt y quienes midieron las velocidades a 0.002 in cerca de la pared del tubo para flujo laminar y obtuvieron excelentes resultados de acuerdo con la ecuación 71.

Estos autores indican que las medidas cerca a la pared pueden ser obtenidas si la difusión molecular se reduce la técnica de desplazamiento de color es posible usando distribuciones de velocidad medidas durante el flujo turbulento.

El tubo pitot tiene la desventaja de no dar directamente la velocidad media y sus lecturas para gases son muy pequeñas. Cuando se utiliza para medir gases a baja presión debe utilizarse algún tipo de manómetro multiplicador como el manómetro inclinado ya que para un pequeño valor del menisco del tubo inclinado se desplazará una distancia considerable a lo largo del tubo, dando así un rango de lectura mayor y por lo tanto una velocidad media correcta.

III Descripción del Equipo Usado.

El equipo instalado en el laboratorio de Ingeniería Química para la dinámica de gases está formado por un generador de viento que produce una corriente de aire a distintas velocidades, estas velocidades son controladas por medio de un reostato combinado a las diferentes posiciones posibles. El aire aspirado por el ventilador es distribuido uniformemente por medio de chapas conductoras y la abertura de salida del ventilador tiene 300mm. de diámetro como se ve en la figura 27.

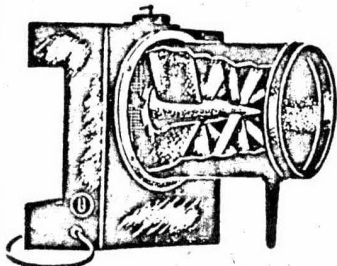


Figura 27.-Generador de viento.

Este aparato donde se encuentra el ventilador consistente también en una tobera reductora con un diámetro de 180 mm. figura 28.



Figura 28.-Tobera Reductora para un generador de viento de 180mm. de diámetro.

y tiene otra tobera reductora con 100 mm. de diámetro que se conecta al generador de viento figura 29.



Figura 29.-Tobera reductora de 10mm. de diámetro.

Estas Toberas permiten el intercambio con otras 2 secciones diferentes que son: Un Tubo que también tiene un diámetro de 10mm. de lámina galvanizada con una longitud de 300mm. a través del tubo se encuentra conectado un manómetro diferencial, en seguida una válvula de compuerta para que el flujo de aire pase de acuerdo con

las necesidades requeridas, le sigue conectado un tubo de pitot - que esta unido a un manómetro universal donde es leida la diferencia de presiones producida por el paso del flujo como se ve en la figura 30

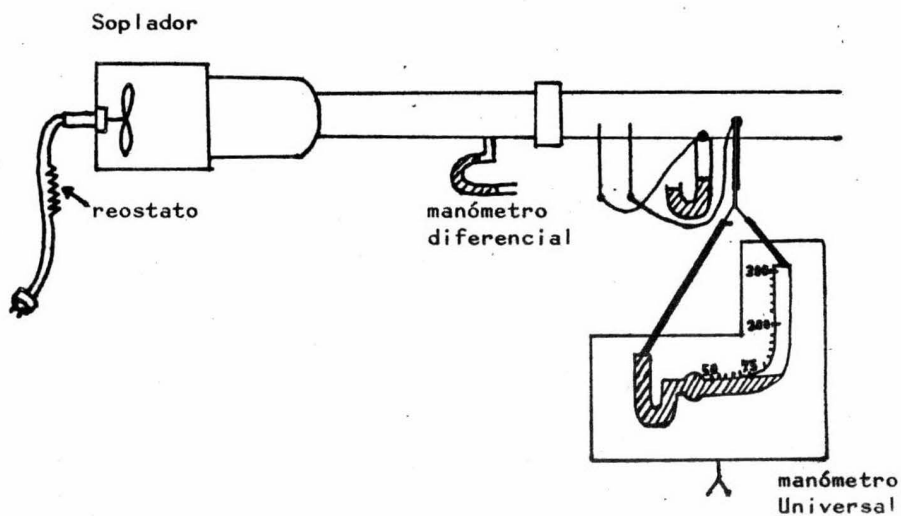


Figura 30.-Aparato para Calibrar el tubo Pitot.

Trabajando con este equipo para calibrar el tubo pitot se ha visto que la velocidad encontrada es muy variable una de otra, esto se debe a que las presiones leídas no son correctas ya que existen fugas en todo el ducto de lámina galvanizada así como en las mangueras que están conectadas a los manómetros, también puede producirse porque la válvula de compuerta no esté en la posición deseada ó simplemente a un error en la lectura ya que el manómetro tiene un fluido que da una variación pequeñísima.

Uno de los objetos de esta Tesis fue reparar este equipo para que funcionará correctamente por lo que en el laboratorio se decidió; Primero cambiar el tubo de lámina galvanizada por uno más compacto y donde se pueden evitar las fugas, cambiar el tubo pitot fijo por un tubo pitot que se pueda colocar a diferentes posiciones del ducto para válvula de compuerta, Por lo que ahora el equipo del Laboratorio para dinámica de gases consta del generador de viento figura 1, de dos toberas reductoras figuras 2 y 3, un restato, además un tubo venturi de chapa de 65 cm. de longitud, para instalación directa en la tobera de 10 cm. de diámetro del generador de viento, este tubo está provisto de 8 taladros para la medida de distribución de presiones y está conectado directamente a un manómetro Universal destinado a medir presiones altas y bajas entre 0 y 200 mm. de una columna de agua dando lecturas en mm H₂O como se ve en las figuras 31 y 32.

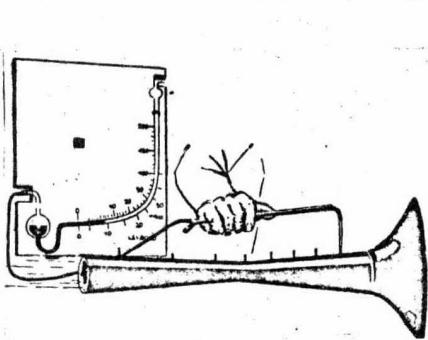


Fig.31 medida de la distribución de Presiones en el interior de un tubo venturi.

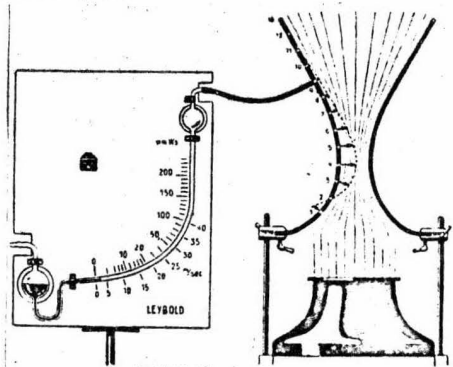


Fig.32 Medida de la distribución de Presiones en interior de un tubo venturi.

Se tienen 2 tubos de acero intercambiables de 10 y 18 cms. de diámetro y una longitud de 430 cm. estos tubos tienen tomas de presión para medir las caídas de presión a diferentes velocidades, y también tienen diferentes aberturas para introducir el tubo pitot y hacer mediciones de velocidades puntuales. Las tomas en el tubo de 10 cm. de diámetro están a las distancias de 10, 166, 186, 332 y 352 cm. y el tubo de 18 cm. de diámetro tiene las tomas a las distancias de 10, 172, 192, 354, 374 cm. En cada toma se introduce el tubo pitot que está generalmente formado por 2 tubos concéntricos y paralelos a la dirección del flujo - ver figura 33. El tubo exterior está perforado con huecos pequeños que comunican al espacio anular, éste sirve para transmitir la presión estática, y están colocados perpendicularmente a la dirección de flujo, el tubo interior tiene una abertura pequeña que se dirige hacia el flujo, este tubo está conectado a un manómetro especial para el tubo pitot Fig.34.

El fluido en movimiento se detiene al llegar a la boca del tubo interior y el tubo transmite la presión de impacto que es equivalente a la energía cinética del fluido en movimiento, Dentro del sistema del tubo pitot no hay flujo de fluidos.

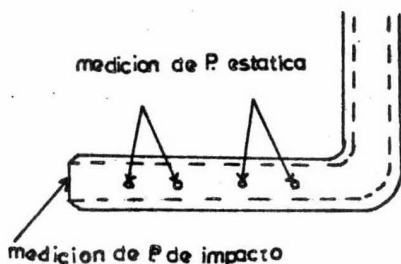


Fig.33 Tubo Pitot.

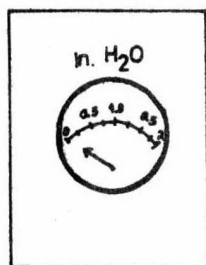
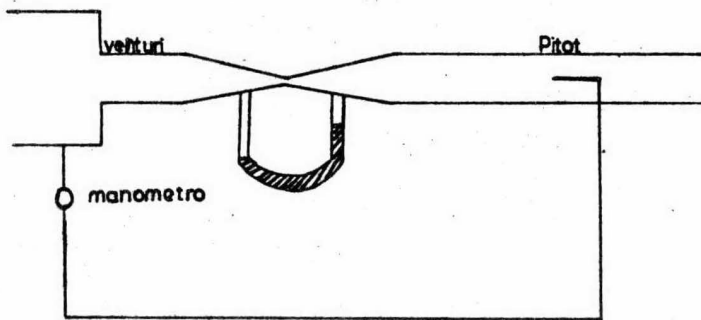


Fig.34 Manómetro para medir diferencia de presiones en in de H₂O.

Para encontrar la velocidad en el tubo Venturi es necesario conocer el coeficiente C_v , éste se calcula experimentalmente conectando al tubo venturi un tubo en donde se introduce el tubo pitot y se lee la ΔP en el centro o sea considerando que es la velocidad máxima.



haciendo la experiencia se tienen los datos siguientes:

TUBO PITOT.		TUBO VENTURI	
Posición de Vel.	P in.H ₂ O	Posición de Vel.	P mm H ₂ O
0	0.15	0	1.41
1	0.20	1	1.5
2	0.25	2	1.7
3	0.30	3	1.9
4	0.35	4	2.0
5	0.40	5	2.5
6	0.55	6	3.0
7	0.60	7	3.5
8	0.65	8	4.0
9	0.70	9	5.0
10	0.70	10	6.0
11	0.75	11	7.5
11.6	0.80	11.6	7.9

Se calcula primera la velocidad en cada caída de presión, - considerando que el tubo de pitot está bien diseñado le corresponde un $C_p = 1$ Por lo tanto la velocidad para la posición 0 del res-tato es:

$$V = C_p \sqrt{\frac{2Gc \Delta P}{e}} \quad \text{----- 1} \quad e = \frac{M}{V} \quad \text{----- 2}$$

$$PV = N R T \quad \text{----- 3} \quad P V = \frac{M}{P_M} R T \quad \text{---4}$$

$$M = V e \quad \text{----- 5}$$

Sustituyendo la ecuación 5 en la ecuación 4

$$PV = \frac{V e}{P_M} R T$$

$$P V P_M = V e R T$$

$$e = \frac{P P_M}{R T} = \frac{P_{pm}}{R T} \quad \text{----- 6}$$

$$R = 82.057 \text{ atm cm}^3/\text{gr mol } ^\circ\text{K}$$

$$R = \frac{82.057 \text{ atm cm}^3}{\text{gr mol } ^\circ\text{K}} \times \frac{1000 \text{ gr M}^3}{1000000 \text{ cm}^3} = 0.082 \frac{\text{atm M}^3}{\text{Kg mol } ^\circ\text{K}}$$

$$T = 18^\circ\text{C} \quad T = 0\text{K} = ^\circ\text{C} + 273.18$$

$$T = ^\circ\text{K} = 18 + 273.18$$

$$T = 291.18 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$P_M \text{ aire} = 29 \text{ Kg/Kgmol.}$$

Para la densidad se toma la presión en el D.F. que es 586 mm Hg. Por lo tanto la presión corregida es:

$$P = \frac{586 \text{ mm Hg}}{760 \text{ mm Hg}} \quad (1 \text{ atm}) \quad 1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg.}$$

$$P = 0.771 \text{ atm.}$$

Sustituyendo los valores en la ecuación 6 se tiene:

$$e = \frac{P_{pm}}{R T}$$

$$e = \frac{0.771 \text{ atm} (29 \text{ Kg/Kgmol})}{0.082 \text{ atm M}^3/\text{Kg mol } ^\circ\text{K} (291.18 \text{ } ^\circ\text{K})}$$

$$\rho = \frac{22.359 \text{ Kg}}{23.876 \text{ M}^3} = 0.93 \text{ Kg/m}^3$$

Substituyendo la densidad encontrada en la ecuación 1.

$$V = C_p \sqrt{\frac{2G_c \Delta P}{\rho}}$$

Considerando la posición o el valor de $\Delta P = 0.15 \text{ in H}_2\text{O}$

Del crane B-11

$$1 \text{ Kg/m}^2 = 0.03941 \text{ in H}_2\text{O}$$

$$\Delta P = \frac{0.015 \text{ in H}_2\text{O}}{0.03941 \text{ in H}_2\text{O}} \times \text{Kg/m}^2 = 3.8 \text{ Kg/m}^2.$$

$$G_c = 32.2 \text{ ft/seg.}^2 \quad 1 \text{ ft.} = 30.480 \text{ cm.} \quad 1 \text{ Mt} = 100 \text{ cm.}$$

$$G_c = 32.2 \text{ ft/seg.}^2 \times \frac{30.480 \text{ cm}}{1 \text{ ft.}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 9.81 \text{ m/seg.}^2$$

Substituyendo los valores en la ecuación 1 y considerando - el cp del tubo pitor = 1 se tiene:

$$V_1 = 1 \sqrt{\frac{2(9.81 \text{ M/seg.}^2)(3.8 \text{ Kg/m}^2)}{0.93 \text{ Kg/m}^3}} = \sqrt{\frac{19.62 \text{ m/seg.}^2 \times 3.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}}{0.93 \text{ Kg/m}^3}}$$

$$V_1 = 1 \sqrt{\frac{64.556 \text{ m Kg/seg}^2 \text{ m}^2}{0.93 \text{ kg/m}^3}} = 1 \sqrt{\frac{69.4 \text{ m}^4 \text{ Kg}}{\text{seg}^2 \text{ m}^2 \text{ kg.}}}$$

$$V_1 = \sqrt{69.4 \text{ m}^2/\text{seg}^2} = 8.3 \text{ M/seg.}$$

De la grafica de Re Vs ∇/V se ve el valor de $\nabla/V = 0.8$. despejando la velocidad media y conociendo el valor de la velocidad en un punto que es 8.3 M/seg nos queda:

$$\nabla = V \times 0.8$$

$$\nabla = 8.3 \times 0.8 = 6.64 \text{ m/seg.}$$

Con esta velocidad se checa el Re . que debe ser igual a 2000.

$$Re = \frac{D u \rho}{\mu}$$

$$D = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m.}$$

$$V = 6.64 \text{ m/seg.}$$

$$\rho = 0.93 \text{ Kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{aire}} = 0.0000148 \text{ Kg/m seg.}$$

$$Re = \frac{0.10 \text{ m} (6.64 \text{ m/seg}) 6.93 \text{ kg/m}^3}{0.0000148 \text{ kg/m seg}}$$

$$Re = \frac{0.093 \times 6.64}{0.0000148} = 6283.7 \times 6.64 = 41603.768$$

como esta muy alto se toma otro valor de $V/V = 0.805$ corresponde a un Re de 40 000 en la grafica

$$\bar{V} = 8.3 \times 0.805 = 6.6815 \text{ M/seg}$$

$$Re = \frac{D u \rho}{\mu} = 6283.7 \times 6.6815 = 40884$$

en la grafica se ve este reynolds que corresponde al valor tomado de 0.805 por lo tanto se usa la $\bar{V}=6.6815$ para calcular el CV del tubo venturi:

$$\bar{V} = C_v \sqrt{\frac{2g c \left(-\frac{\Delta P}{\rho}\right)}{\left(\frac{S_1^2}{S_0^2} - 1\right)}}$$

El ΔP obtenido para la posición o del reostato fue $\Delta P = 1.4 \text{ mm H}_2\text{O}$ del crane B-10 $1 \text{ mm} = 0.3937 \text{ in}$ $1 \text{ kg/m}^2 = 0.03941 \text{ in H}_2\text{O}$

$$\Delta P = \frac{1.4 \text{ mm H}_2\text{O}}{1 \text{ mm}} \times 0.3937 \text{ in} \times \frac{1 \text{ kg/m}^2}{0.03941 \text{ in H}_2\text{O}}$$

$$\Delta P = \frac{0.55118}{0.03941} \text{ Kg/m}^2 = 13.9 \text{ kg/m}^2$$

S_1 = area de la sección en m^2 . $D = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}$.

$$S_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 (0.10 \text{ m})^2}{4} = \frac{3.14 \times 0.010 \text{ m}^2}{4} = 0.00785 \text{ m}^2$$

$$S_1 = 0.00785 \text{ m}^2 \quad S_1^2 = 0.0000616 \text{ m}^4$$

S_0 = Area de la sección transversal en m^2

$$D = 4.1 \text{ cm} = 0.41 \text{ m}$$

$$S_0 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 (0.41 \text{ m})^2}{4} = 0.785 (0.41 \text{ m})^2$$

$$S_0 = 0.785 \times 0.1681 \text{ m}^2 = 0.1319585 \text{ m}^2 \approx 0.132 \text{ m}^2$$

$$S_0 = 0.132 \text{ m}^2 \quad S_0^2 = 0.0174 \text{ m}^4$$

teniendo la \bar{V} de 6.6815 se substituye en todos lo valores y se despeja CV de la ecuación 7.

$$CV = \frac{V}{\sqrt{\frac{2 g_c \left(-\frac{\Delta P}{\rho} \right)}{\left(\frac{S_1^2}{S_0^2} - 1 \right)}} = \frac{6.6815 \text{ m/seg}}{\sqrt{\frac{2(9.8) \text{ m/seg}^2 \left(-\frac{13.9 \text{ kg/m}^2}{0.93 \text{ kg/m}^3} \right)}{\left(\frac{0.0000616 \text{ m}^4}{0.0174 \text{ m}^4} - 1 \right)}}$$

$$CV = \frac{6.6815 \text{ M/seg}}{\sqrt{-288.04 \text{ m}^2/\text{seg}^2}} = \frac{6.6815 \text{ m/seg}}{\sqrt{-288.04 \text{ m}^2/\text{seg}^2}} = \frac{6.685 \text{ M/seg}}{\sqrt{289 \text{ m}^2/\text{seg}^2}} = \frac{6.685 \text{ M/seg}}{-0.9965}$$

$$CV = \frac{6.6815 \text{ m/seg}}{17. \text{ m/seg}} = 0.393$$

Siguiendo el mismo procedimiento para los demás puntos se tienen los siguientes resultados se ven en la fig. 37 tubo Pitot colocado en el centro.

posición de velocidad	A P in H 20	V m/seg	V m/ seg
0	0.15	8.3	6.68
1	0.20	10.1	6.75
2	0.25	11.4	7.09
3	0.30	12.6	8.41
4	0.35	13.2	8.95
5	0.40	14.2	9.60
6	0.55	16.8	11.20
7	0.60	17.4	11.60
8	0.65	18.4	12.30
9	0.70	19.2	12.80
10	0.70	19.2	12.80
11	0.75	19.8	13.20
11.6	0.80	20.05	13.70

TUBO VENTURI

Posición de Vel.	AP mm H ₂ O	No. de Re.	CV
0	1.4	40884	0.393
1	1.5	41500	0.406
2	1.7	46000	0.465
3	1.9	51500	0.525
4	2.0	55000	0.562
5	2.5	59500	0.606
6	3.0	69000	0.701
7	3.5	71500	0.732
8	4.0	77000	0.785
9	5.0	78900	0.804
10	6.0	78900	0.804
11	7.5	81000	0.829
11.6	7.9	84000	0.861

Datos experimentales para el Tubo Pitot.

Posición cm.	ΔP in H ₂ O	Tubo de 10 cm ø
0.4	0.30	
2.7	0.40	
5	0.55	
7.3	0.40	
9.6	0.30	

Posición cm	ΔP in H ₂ O	Tubo de 18 cm ø
0.4	0.25	
2.8	0.40	
5.2	0.45	
7.6	0.50	
10.4	0.50	
12.8	0.45	
15.2	0.40	
17.6	0.25	

Para el Tubo de 10 cm de ø

$$V = C_p \sqrt{2gc \frac{\Delta P}{e}} \quad \begin{array}{l} c_p = 1 \\ gc = 9.81 \text{ m/seg}^2 \times 2 = 19.62 \text{ m/seg}^2 \\ e = 0.93 \text{ kg/m}^3 \end{array}$$

$$P = \frac{0.30 \text{ in H}_2\text{O} \times \text{kg/m}^2}{0.03941 \text{ in H}_2\text{O}} = 7.61 \text{ kg/m}^2$$

$$V = 1 \sqrt{\frac{19.62}{0.93} \times 8.63} = \sqrt{21.09 \times 8.63}$$

$$V = 1 \sqrt{181.86267} = 13.49 \text{ m/seg}$$

Para el tubo de 18 cm. de ϕ

$$\Delta P = \frac{0.25 \text{ in H}_2\text{O}}{0.03941 \text{ in H}_2\text{O}} = 6.34$$

$$V = \sqrt{\frac{19.62}{0.93} \times 6.34} = \sqrt{21.09 \times 6.34}$$

$$V = \sqrt{133.71} = 11.5 \text{ m/seg.}$$

Siguiendo el mismo procedimiento para los demás puntos se tienen los resultados:

TUBO PITOT DE 10 CM. DE ϕ

POSICION CM.	ΔP in H ₂ O	V m/seg.
0.4	0.30	13.49
2.7	0.40	14.7
5.0	0.55	16.7
7.3	0.40	14.7
9.6	0.30	13.49

$$\bar{V} = 11.2 \text{ m/seg}$$

TUBO PITOT DE 18 CM. DE ϕ

POSICION CM.	ΔP in H ₂ O	V m/seg.
0.4	0.25	11.5
2.8	0.40	14.2
5.2	0.45	15.7
7.6	0.50	16.6
10.4	0.50	16.6
12.8	0.45	15.7
15.2	0.40	14.2
17.6	0.25	11.5

$$\bar{V} = 11 \text{ m/seg.}$$

Estos datos se grafican en la figura 38.

La figura 39 se obtiene a partir de :

Tubo Pitot de 10 cm de ϕ

Posición cm.	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.30	12.6
2.7	0.50	16.6
5.0	0.55	16.8
7.3	0.50	16.6
9.6	0.30	12.6

$$\bar{V} = 11.2 \text{ m/seg}$$

Tubo Pitot de 18 cm de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.30	12.6
2.8	0.40	14.2
5.2	0.45	15.7
7.6	0.50	16.6
10.4	0.50	16.6
12.8	0.45	15.7
15.2	0.40	14.2
17.6	0.30	12.6

$$\bar{V} = 11 \text{ m/seg}$$

Los Sigüientes datos corresponden a la figura 40

Tubo Pitot de 10 cm de ϕ

Posición	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.40	14.2
2.7	0.50	16.6
5.0	0.55	16.8
7.3	0.50	16.6
9.6	0.40	14.2

$$\bar{V} = 11.2 \text{ m/seg}$$

Tubo Pitot de 18 cm de ϕ

Posición cm.	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.30	12.6
2.8	0.35	13.2
5.0	0.48	16.2
7.6	0.50	16.6
10.4	0.50	16.6
12.8	0.48	16.2
15.2	0.35	13.2
17.6	0.30	12.6

$$\bar{V} = 11 \text{ m/seg}$$

La figura 41 se compone de las siguientes tablas:

Tubo Pitot de 10 cm de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.35	13.2
2.7	0.52	16.7
5.0	0.55	16.8
7.3	0.52	16.7
9.6	0.35	13.2

$$\bar{V} = 11.2 \text{ m/seg}$$

Tubo Pitot de 18 cm de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.30	12.6
2.8	0.36	14.1
5.2	0.40	14.2
7.6	0.49	16.5
10.4	0.49	16.5
12.8	0.40	14.2
15.2	0.36	14.1
17.6	0.30	12.6

$$\bar{V} = 10.9 \text{ m/seg}$$

La figura 42 se compone de las siguientes tablas

Tubo Pitot de 10 cm de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.32	13.3
2.7	0.46	16.0
5.0	0.55	16.8
7.3	0.46	16.0
9.6	0.32	13.3

$$\bar{V} = 11.2 \text{ m/seg}$$

Tubo Pitot de 18 cm. de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.27	12.0
2.8	0.38	14.5
5.0	0.48	16.2
7.6	0.50	16.6
10.4	0.50	16.6
12.8	0.48	16.2
15.2	0.38	14.5
17.6	0.27	12.0

$$\bar{V} = 11 \text{ m/seg}$$

Estos datos se ven en la figura 43

Tubo Pitot de 10 cm. de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.35	13.2
2.7	0.50	16.2
5.0	0.55	16.8
7.3	0.50	16.2
9.6	0.35	13.2

$\bar{V} = 11 \text{ M/seg}$

Tubo Pitot de 18 cm. de ϕ

Posición cm	ΔP in Hzo	V m/seg
0.4	0.30	12.6
2.8	0.40	14.2
5.2	0.44	15.2
7.6	0.50	16.2
10.4	0.50	16.2
12.8	0.44	15.6
15.2	0.40	14.2
17.6	0.30	12.6

$\bar{V} = 11 \text{ M/seg.}$

Calculando la velocidad con las ecuaciones teoricas de Von - Kármán y de Nikuradsen se hará una comparación con los datos experimentales :

Por lo tanto se tiene que:

$$P = \Sigma H_f = \frac{f_d \frac{V^2}{2} L}{g_c D}$$

$$\begin{aligned} L &= 1 \text{ mt.} \\ g_c &= 9.81 \\ D &= 0.1 \text{ mt.} \end{aligned}$$

La velocidad media ya está calculada anteriormente y es ;

$V = 6.68$ m/seg. con un tubo de 4 in. y un Re. de 4242 y con un $\epsilon/D = 0.0018$ en la grafica de la pagina 681 del foust se tiene un $f_D = 0.013$. Substituyendo en la ecuación anterior se tiene :

$$\Sigma H_f = \frac{0.013 (6.68)^2 (1)}{2 (9.81) (0.1)} = 0.98 \text{ m aire}$$

$$m \text{ del aire} \times \rho_{\text{aire}} = \text{Kg./m}^2$$

$$\Delta P = 0.89 \text{ m. aire } \cdot 0.93 \text{ Kg/m}^3$$

$$\Delta P = 0.8277 \approx 0.83$$

De las ecuaciones teoricas se tienen ;

$$u^+ = y^+ \quad \text{Laminar}$$

$$u^+ = 3.05 + \ln. Y^+ \quad \text{Trancional}$$

$$u^+ = 5.5 + 2.5 \ln. Y^+ \quad \text{Turbulento}$$

$$u^+ = \sqrt{\frac{v}{u^*}} = \frac{v}{u^*} \quad \text{vel. puntual}$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\epsilon y g_c}{e}} \quad \epsilon y = \frac{\Delta P_s}{A}$$

$$\epsilon y = \frac{\Delta P r^2}{D L} = \frac{\Delta P r^2}{D L}$$

$$\zeta_y = \frac{0.83 (0.05)^2}{0.1 (1)} = \frac{0.83 (0.0025)}{0.1} = \frac{0.002175}{0.1}$$

$$\zeta_y = 0.02175 \approx 0.022$$

$$u^* = \sqrt{\frac{0.022 (9.81)}{0.93}} = \sqrt{\frac{0.21582}{0.93}}$$

$$u^* = \sqrt{0.232} = 0.48 \text{ m/seg.}$$

$$y^+ = \frac{(R - r) u^* e}{\mu} \quad R = 0.05$$

$$y^+ = \frac{(0.05 - 0) 0.48 (0.93)}{0.0000148} = \frac{0.05 (0.4464)}{0.0000148}$$

$$y^+ = \frac{0.02232}{0.0000148} = 1508$$

Como y^+ es $>$ de 30 es flujo turbulento por lo tanto :

$$\begin{aligned} u^+ &= 5.5 + 2.5 \ln. y^+ \\ &= 5.5 + 2.5 \ln. 1508 \\ &= 5.5 + 2.5 (2.3) 3.1781 \\ &= 5.5 + 2.5 (7.3) \\ &= 5.5 + 18.25 \\ &= 23.75 \end{aligned}$$

$$u^+ = \frac{v}{u^*} \quad \therefore \quad v = u^+ \cdot u^*$$

$$v = 23.75 (0.48) = 11.4 \text{ m/seg.}$$

Siguiendo este procedimiento se obtubieron los resultados siguientes;

Para el tubo Venturi

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0	6.68	0.83	0.48	1508	23.75	11.4
1	6.75	0.84	0.485	1515	23.775	11.52
2	7.09	0.87	0.502	1580	23.875	11.95
3	8.41	1.02	0.509	1600	24.025	12.4
4	8.95	1.1	0.635	1921	24.075	15.7
5	9.00	1.12	0.65	2005	24.25	16.0
6	11.20	1.40	0.81	2505	25.00	20.00
7	11.60	1.44	0.832	2603	25.125	21.0
8	12.30	1.52	0.89	2801	25.22	22.5
9	12.80	1.58	0.915	2890	25.45	23.2
10	12.80	1.58	0.915	2890	25.45	23.2
11	13.20	1.64	0.95	3000	25.5	24.4
11.6	13.70	1.69	0.98	3110	25.75	25.5

Estos datos se grafican en la figura 44

La figura 45 se compome de las siguientes tablas:

Para el Tubo pitot de 10 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0.4	7.8	0.97	0.56	1620	24.05	13.4
2.7	10.6	1.34	0.77	2102	24.5	18.8
5.0	11.2	1.40	0.81	5109	26.5	21.5
7.3	10.6	1.34	0.77	2102	24.5	18.8
9.6	7.8	0.97	0.56	1620	24.05	13.4

Tubo pitot de 18 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0.4	7.2	0.89	0.52	1502	23.5	12.2
2.8	8.6	1.06	0.615	3970	26.0	16.0
5.2	10.8	1.34	0.78	6295	27.0	21.0
5.6	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22.0
10.4	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22.0
12.8	10.8	1.34	0.78	7295	27.0	21.0
15.2	8.6	1.06	0.615	3970	26.0	16.0
17.6	7.2	1.89	0.52	1502	23.5	12.2

Pitot de 10 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0.4	8.9	1.1	0.64	1800	24.25	15.4
2.7	11.0	1.38	0.79	2150	24.525	19.4
5.0	11.2	1.4	0.81	5109	26.5	21.5
7.3	11.0	1.38	0.79	2150	24.525	19.4
9.6	8.9	1.1	0.64	1800	24.25	15.4

Pitot de 18 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0.4	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2
2.8	9.8	1.22	0.71	4602	26.25	18.6
5.2	10.4	1.28	0.74	5990	26.75	18.8
7.6	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
10.4	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
12.8	10.4	1.28	0.74	5990	26.75	18.8
15.2	9.8	1.22	0.71	4602	26.25	18.6
17.6	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2

Estos datos se grafican en la figura 46

Pitot de 10 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0.4	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2
2.7	9.6	1.19	0.69	2001	24.475	17
5.0	11.2	1.4	0.81	5109	26.5	21.5
7.3	9.6	1.19	0.69	2001	24.475	17
9.6	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2

Pitot de 18 cm. ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U^*	y^+	U^+	v
0.4	7.09	0.88	0.51	1481	23.25	11.8
2.8	9.6	1.19	0.69	2908	25.95	17
5.2	10.4	1.28	0.74	5990	26.75	18.8
7.6	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
10.4	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
12.8	10.4	1.28	0.74	5990	26.75	18.8
15.2	9.6	1.19	0.69	3908	25.95	17
17.6	7.09	0.88	0.51	1481	23.25	11.8

Estos datos se grafican en la figura 47

Pitot de 10 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U*	y ⁺	U ⁺	v
0.4	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2
2.7	11.0	1.38	0.79	2150	24.525	19.6
5.0	11.2	1.4	0.81	5109	26.5	21.5
7.3	11.0	1.38	0.79	2150	24.525	19.6
9.6	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2

Pitot de 18 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U*	y ⁺	U ⁺	v
0.4	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2
2.8	9.6	01.19	0.69	3908	25.96	17.8
5.2	10.4	1.28	0.74	5990	26.75	18.8
7.6	11.0	1.38	0.79	7600	27,75	22
10.4	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
12.8	10.4	1.28	0.74	5990	26.75	18.8
15.2	9.6	1.19	0.69	3908	25.96	17.8
17.6	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2

ESTOS DATOS SE GRAFICARON EN LA FIGURA 48

Pitot de 10 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U*	y ⁺	U ⁺	v
0.4	9.6	1.19	0.69	1965	24.375	16.8
2.7	11.0	1.38	0.79	2150	24.575	19.4
5.0	11.2	1.4	0.81	5109	26.5	20.5
7.3	11.0	1.38	0.79	2150	24.525	19.4
9.6	9.6	1.19	0.69	1965	24.375	16.8

Pitot de 18 cm de ϕ

r	\bar{v}	ΔP	U	y	U	v
0.4	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2
2.8	8.9	1.1	0.64	4160	26.15	16.4
5.2	10.8	1.34	0.77	6295	27	21
7.6	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
10.4	11.0	1.38	0.79	7600	27.75	22
12.8	10.8	1.34	0.77	6295	27	21
15.2	8.9	1.1	0.64	4160	26.15	16.4
17.6	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2

Estos datos se encuentran en la figura 49

Pitot 10 cm. \emptyset

r	\bar{v}	ΔP	U^*	γ^+	U^+	v
0.4	8.9	1.1	0.64	1800	24.25	15.4
2.7	11.09	1.39	0.79	2150	24.525	19.4
5.0	11.2	1.4	0.81	5109	26.5	21.5
7.3	11.09	1.39	0.79	2150	24.525	19.4
9.6	8.9	1.1	0.64	1800	24.25	15.4

Pitot 18 cm. \emptyset

r	\bar{v}	ΔP	U^*	γ^+	U^+	v
0.4	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2
2.8	9.4	1.17	0.67	4350	26.225	17
5.2	9.6	1.19	0.69	5590	26.725	18.4
7.6	10.9	1.36	0.77	7385	27.5	21
10.4	10.9	1.36	0.77	7385	27.5	21
12.8	9.6	1.19	0.69	5590	26.725	18.4
15.2	9.4	1.17	0.67	4350	26.225	17
17.6	8.4	1.03	0.59	1709	24.1	14.2

Estos datos se grafican en la figura 50.

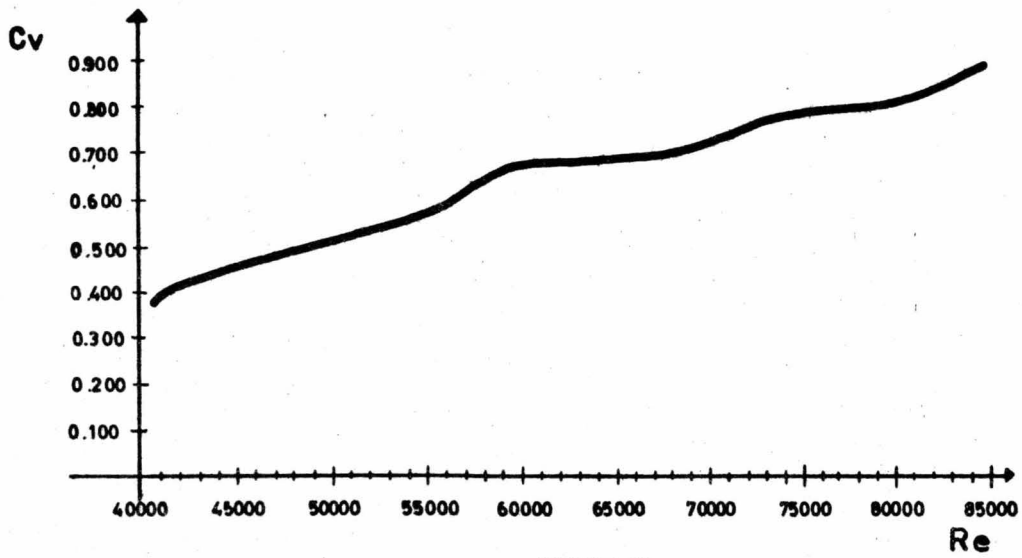


FIGURA 37

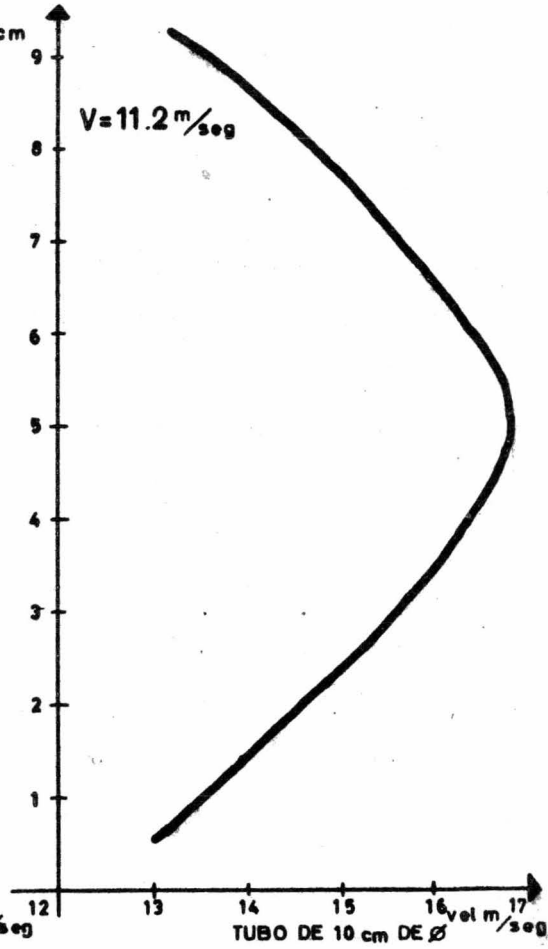
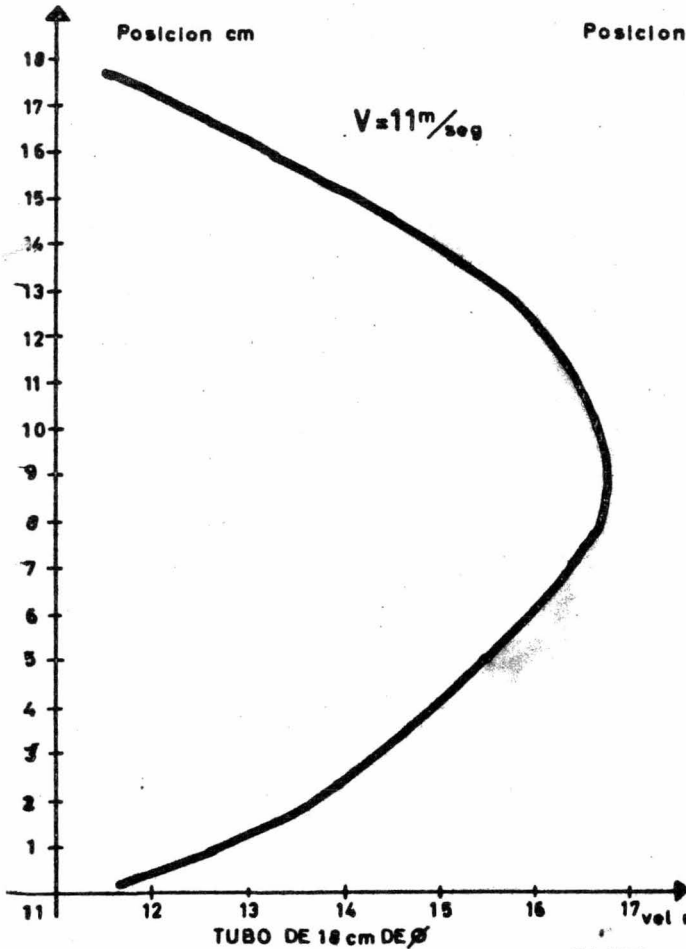


FIGURA 38

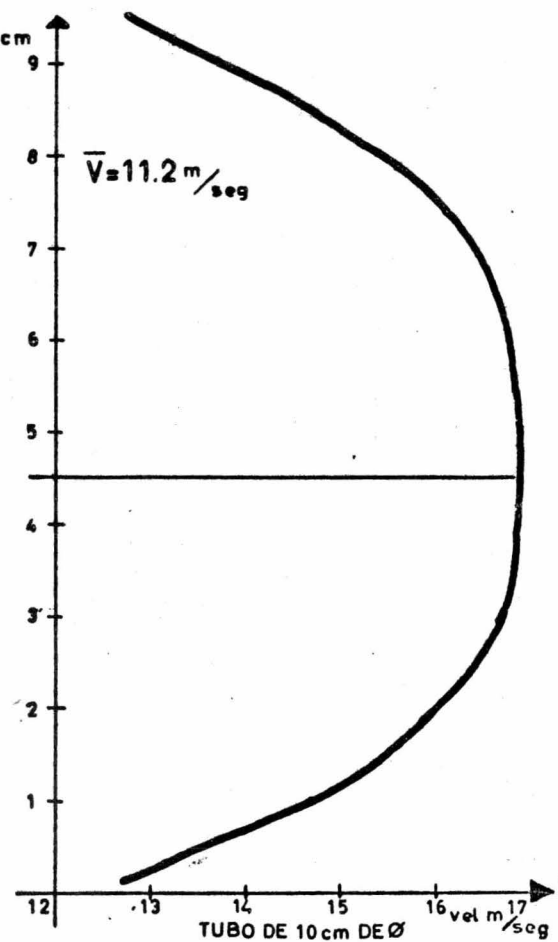
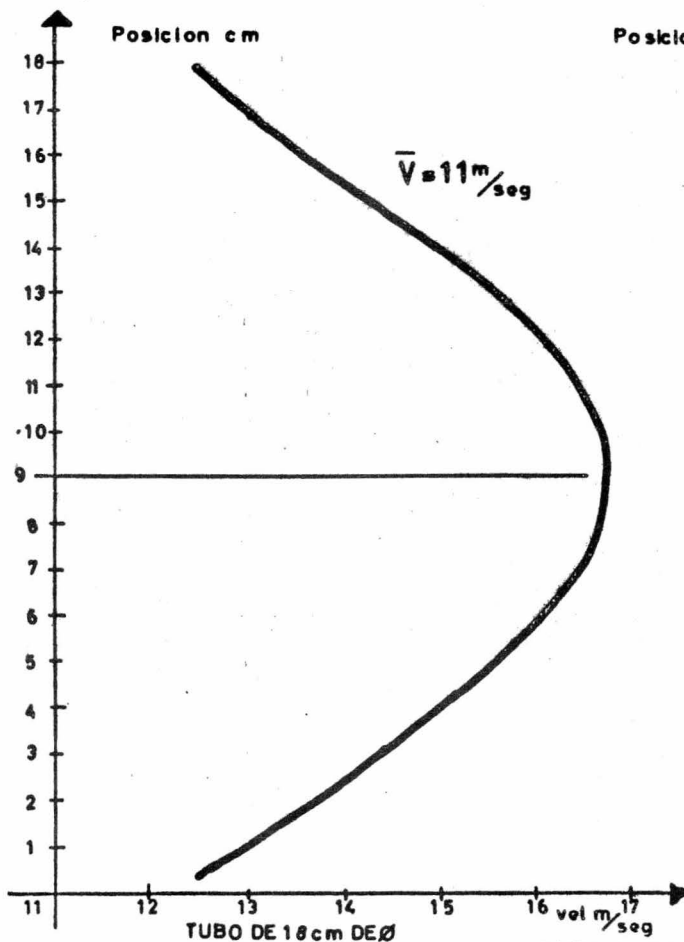


FIGURA 39

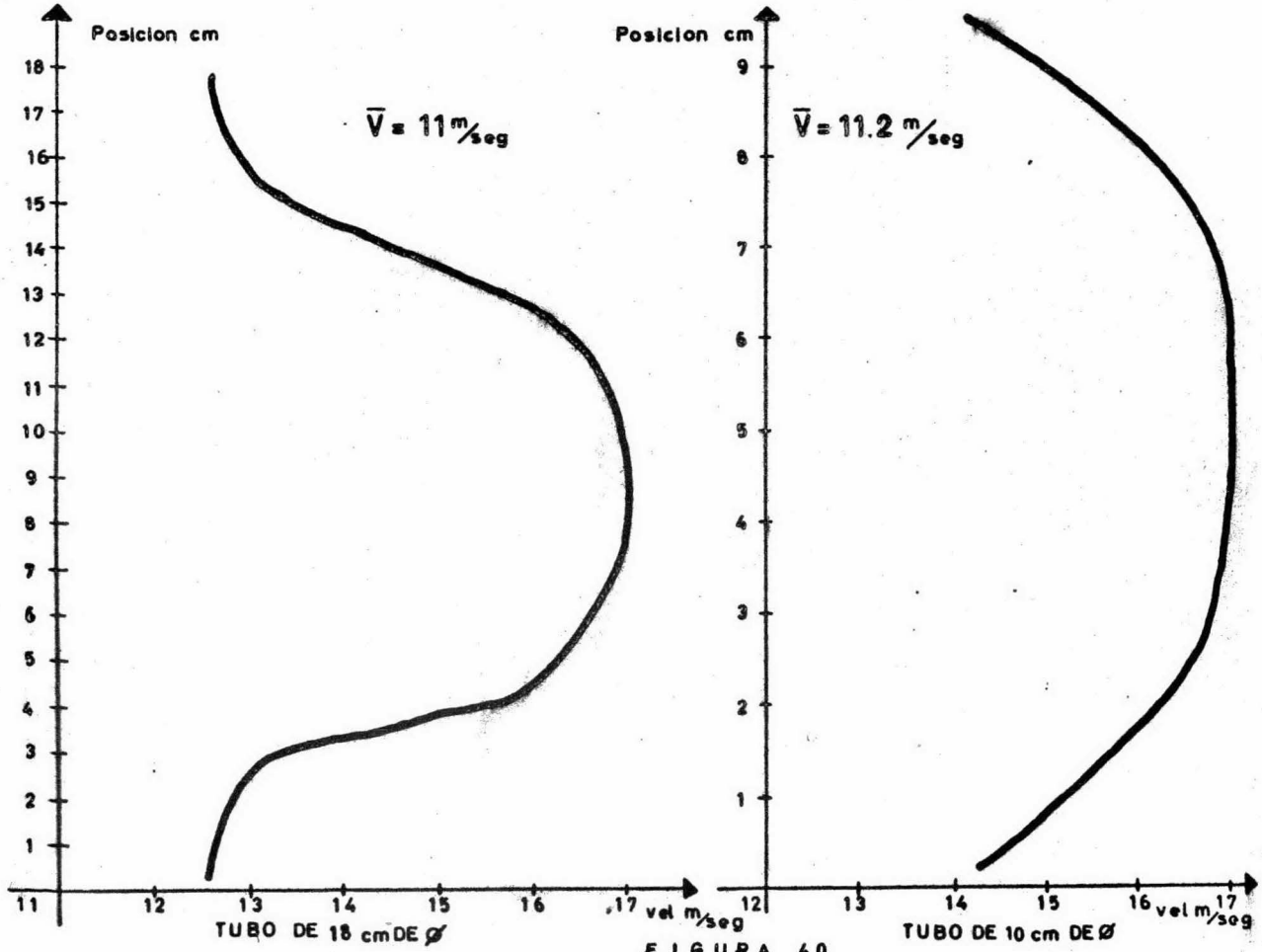


FIGURA 40

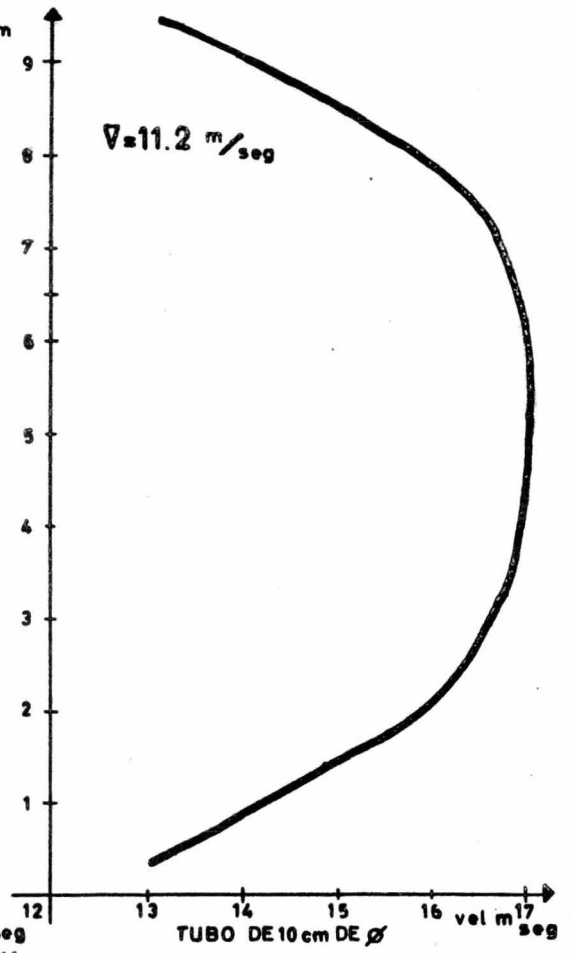
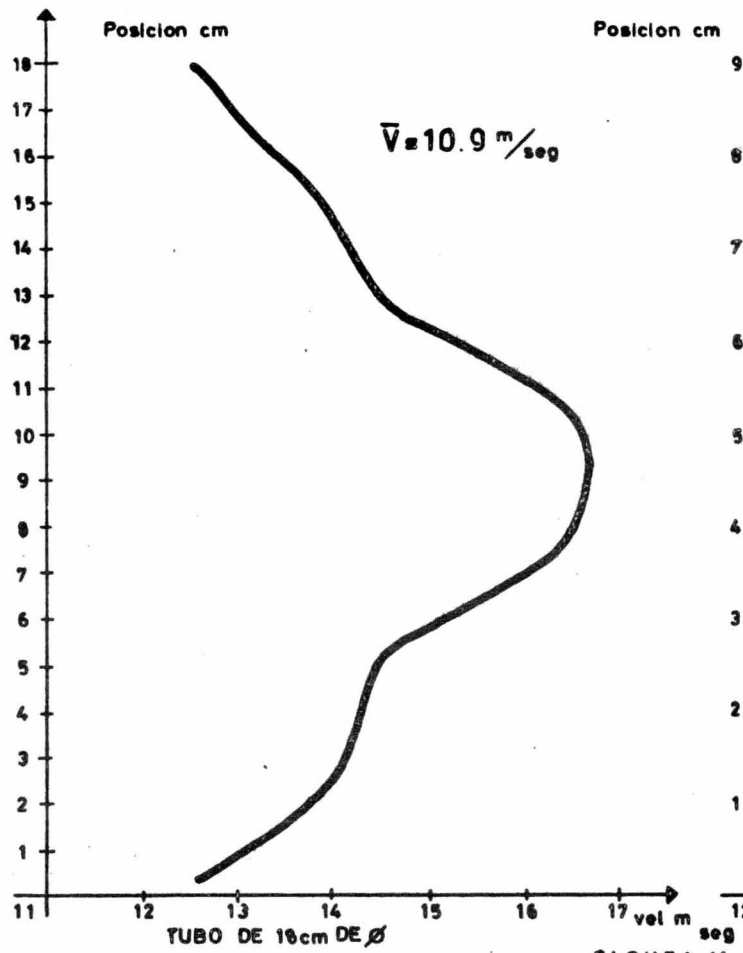


FIGURA 41

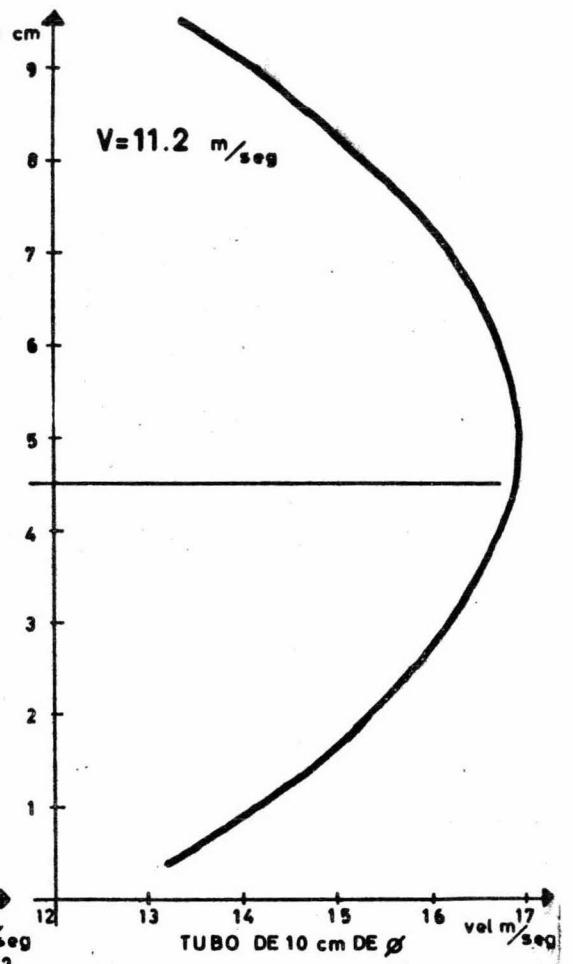
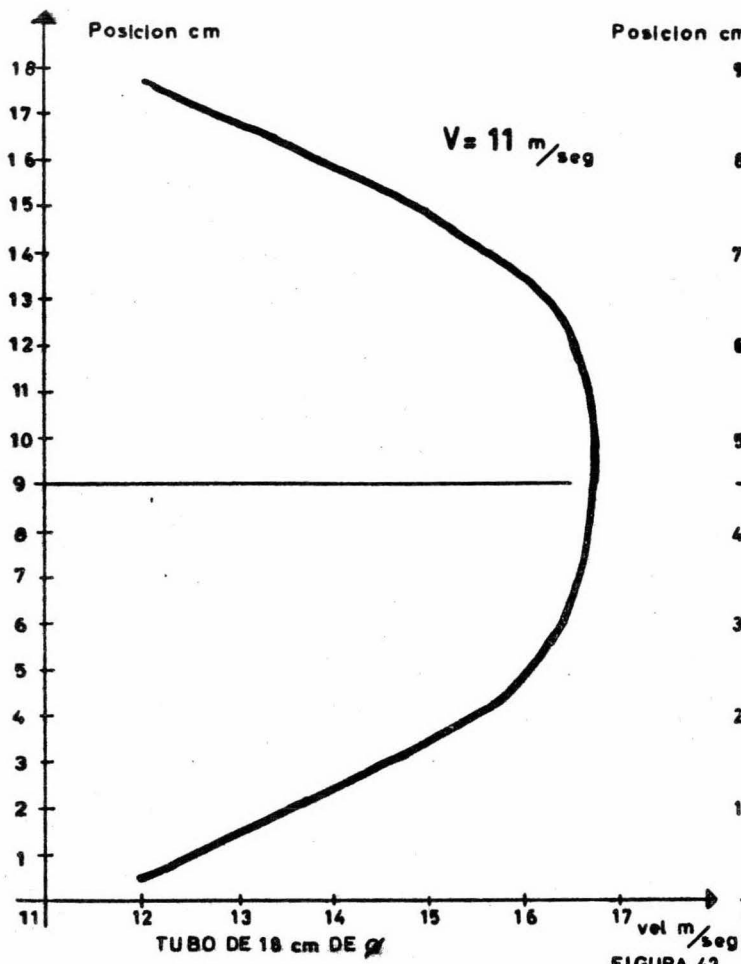


FIGURA 42

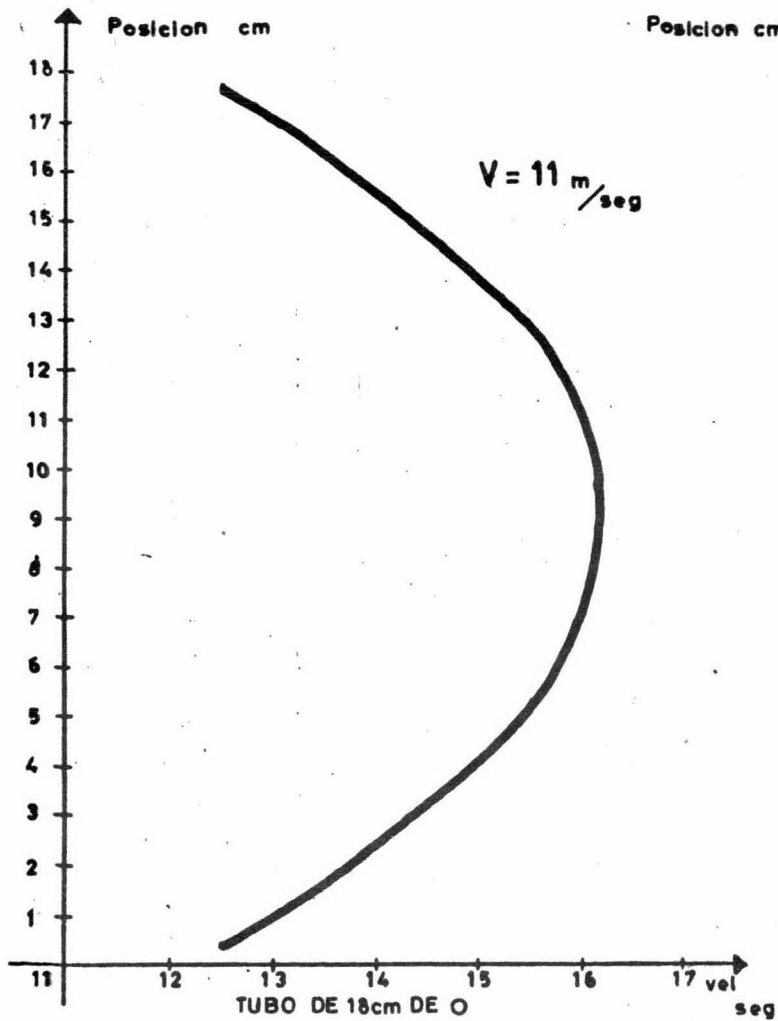
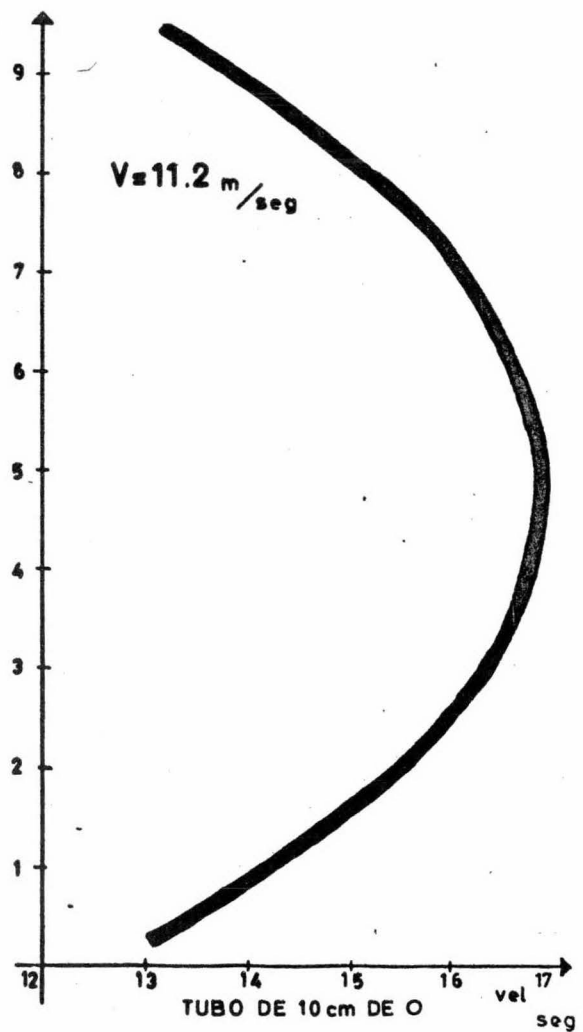
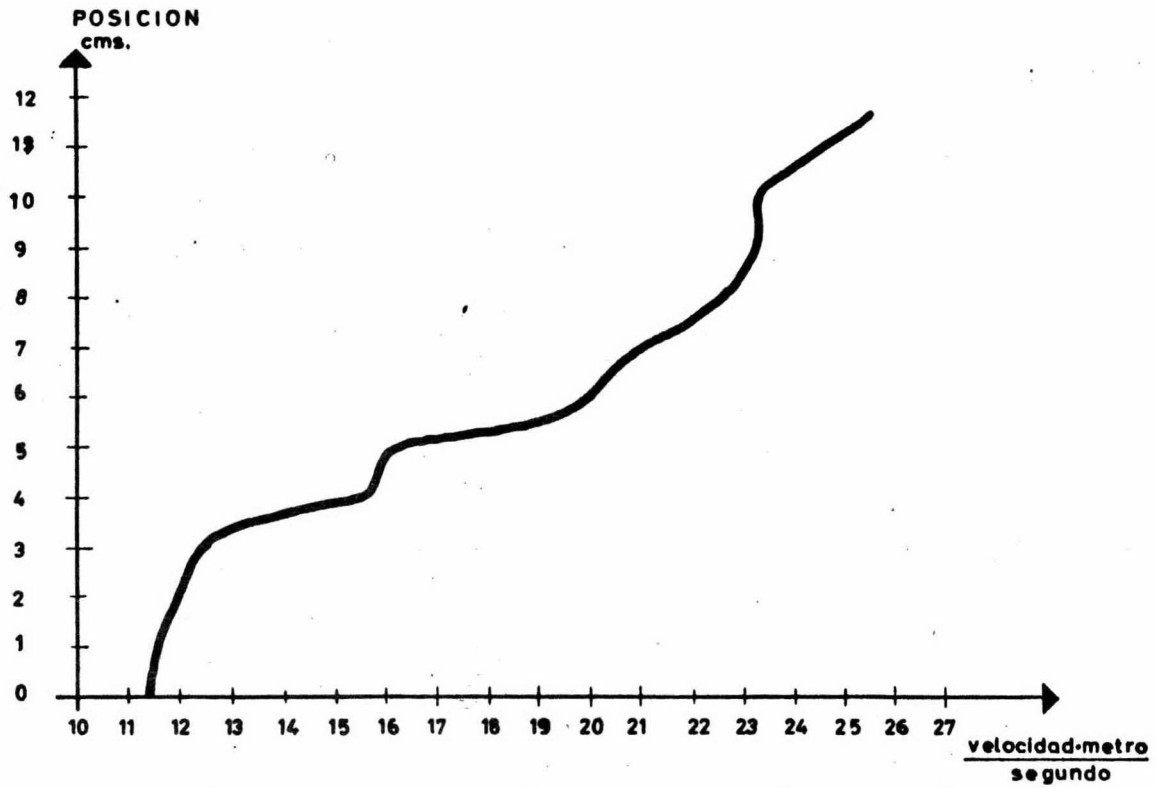


FIGURA 43





. F I G U R A N º 4 4

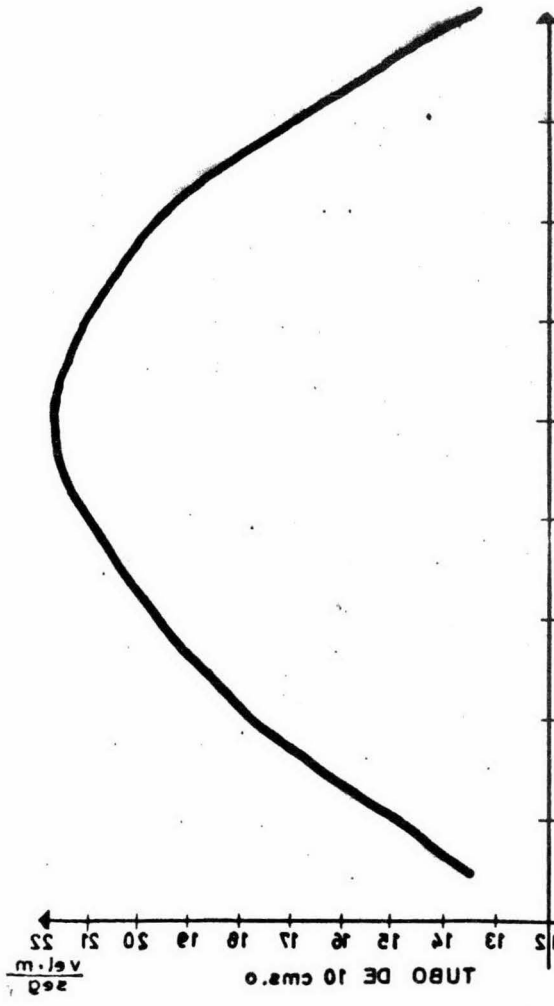
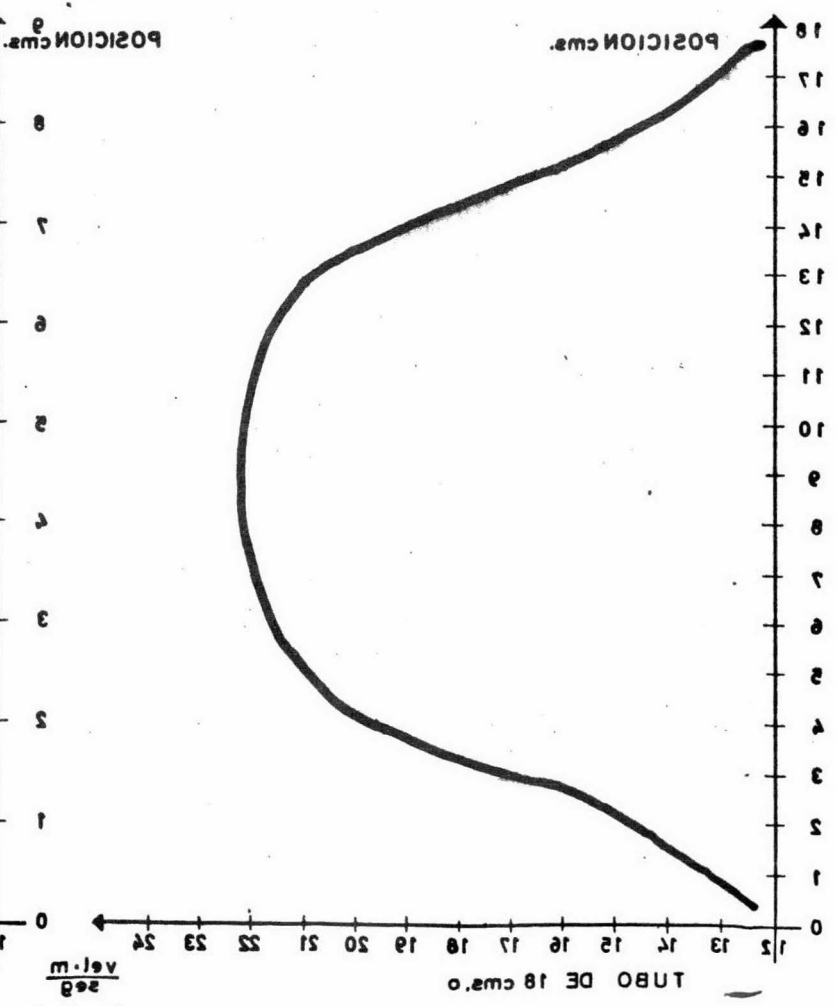


FIGURA No. 42



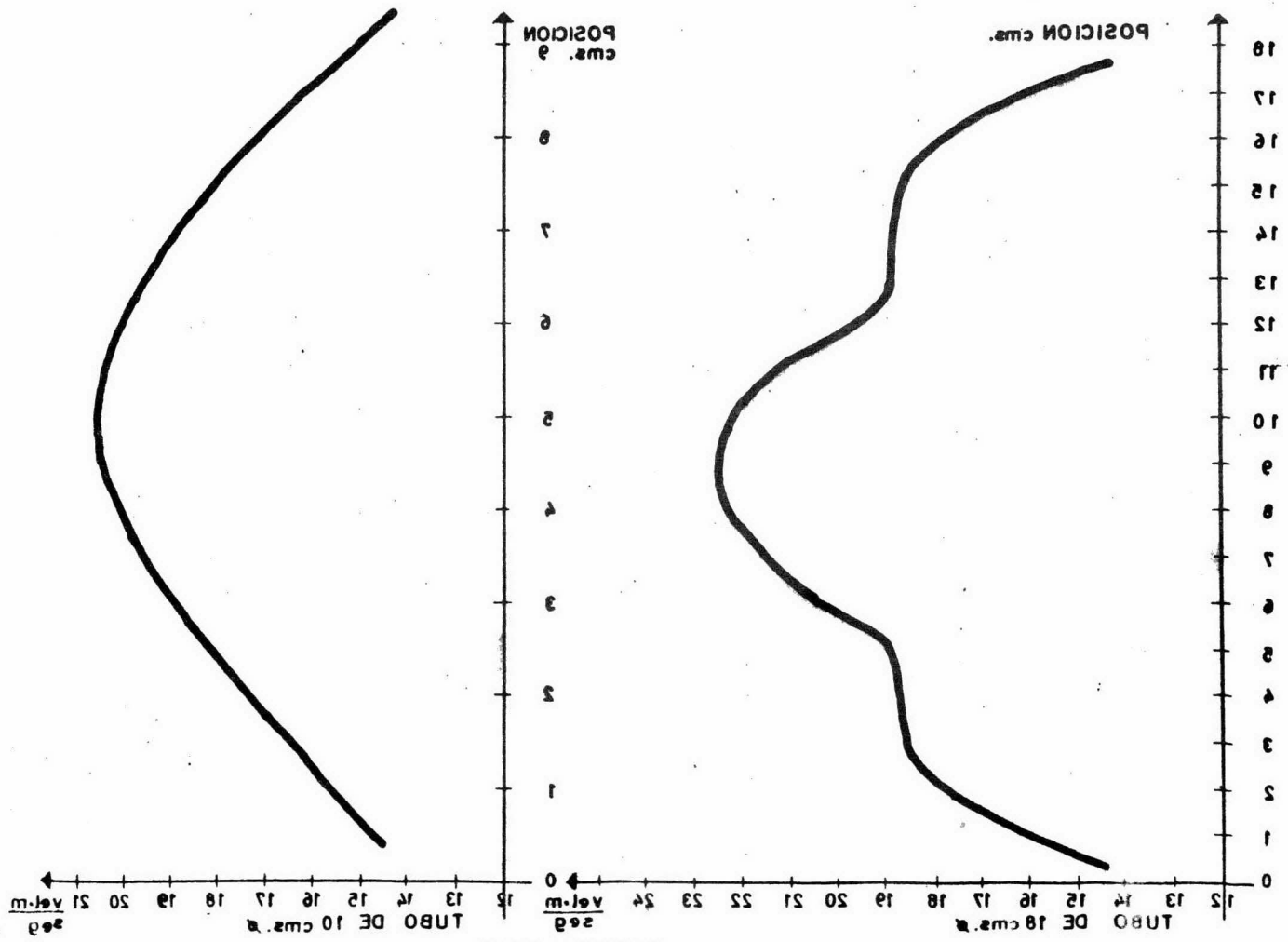
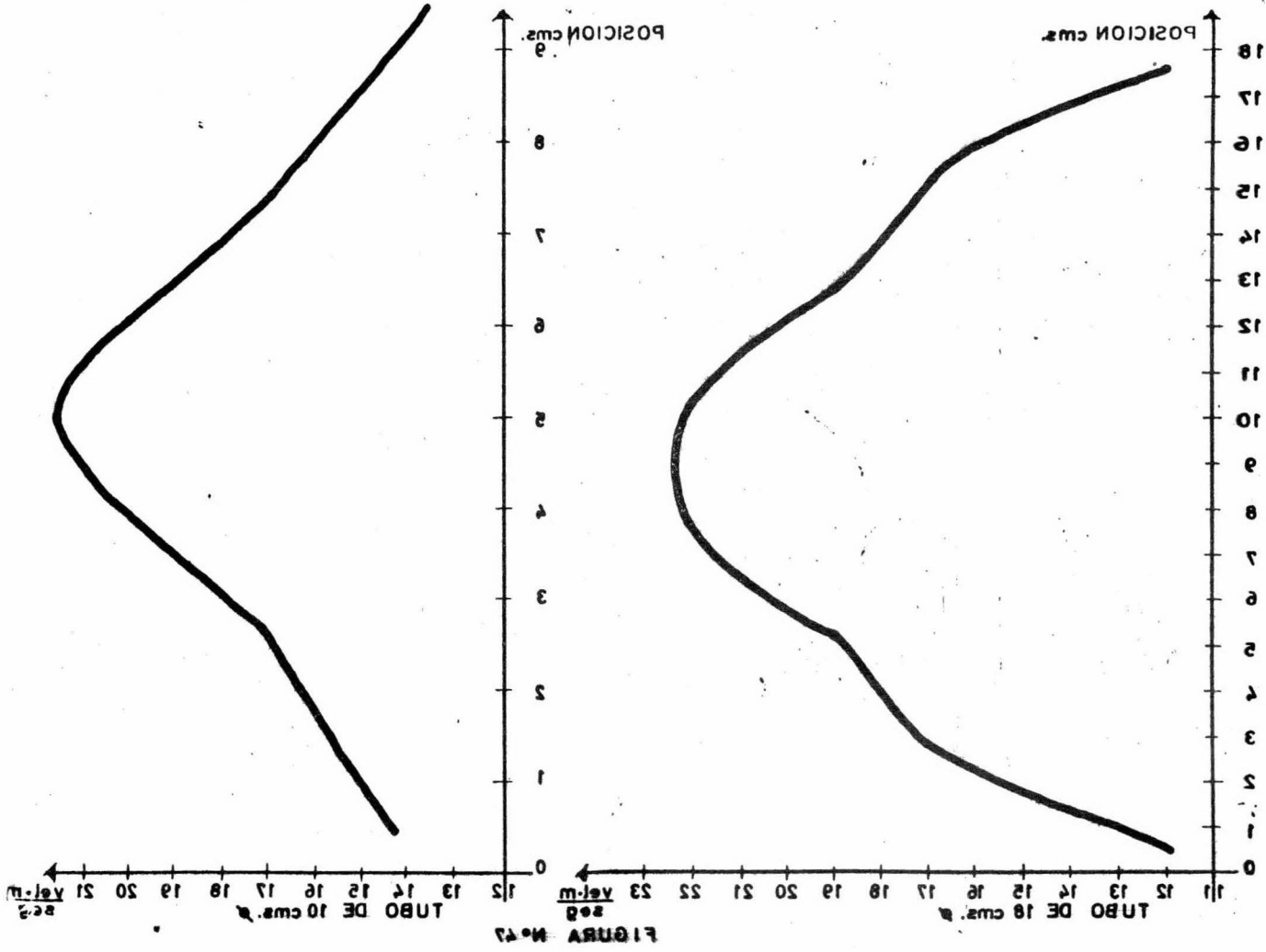


FIGURA No. 46



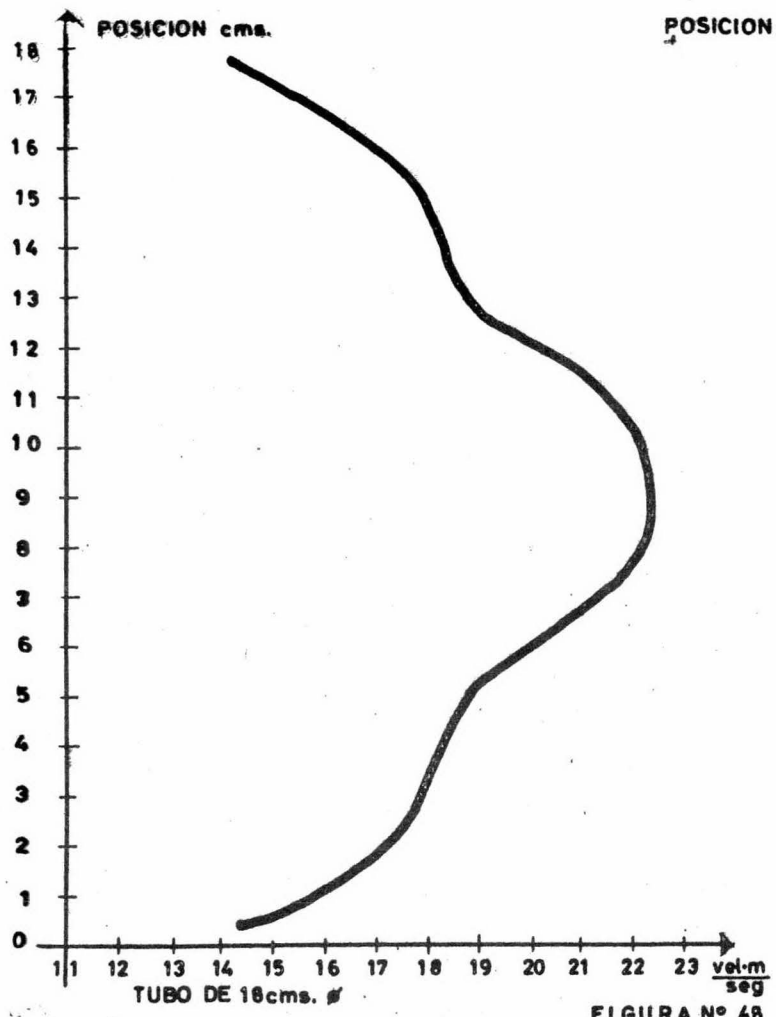
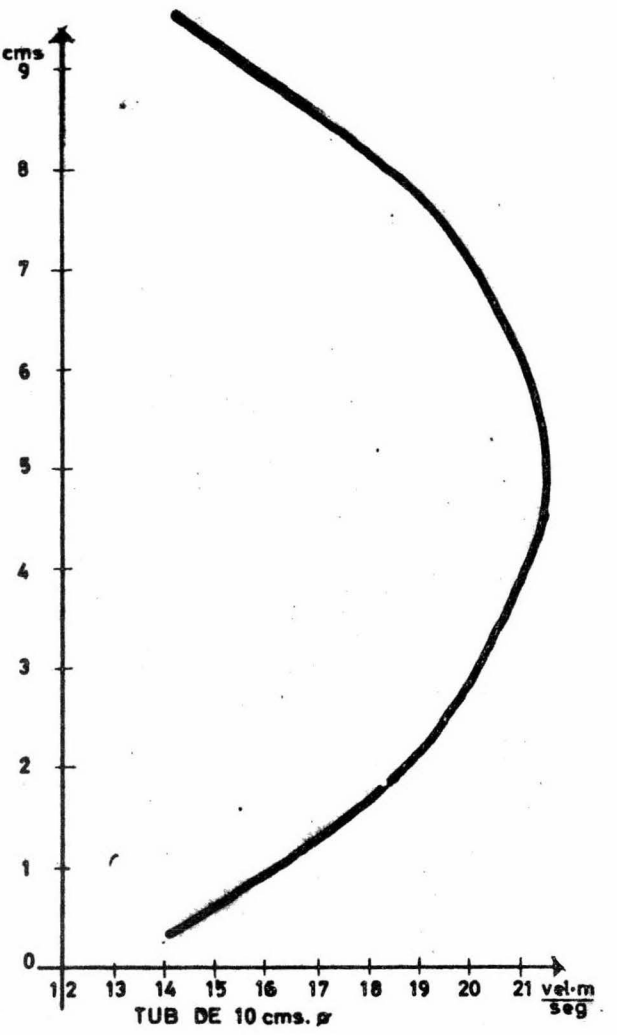


FIGURA N° 48



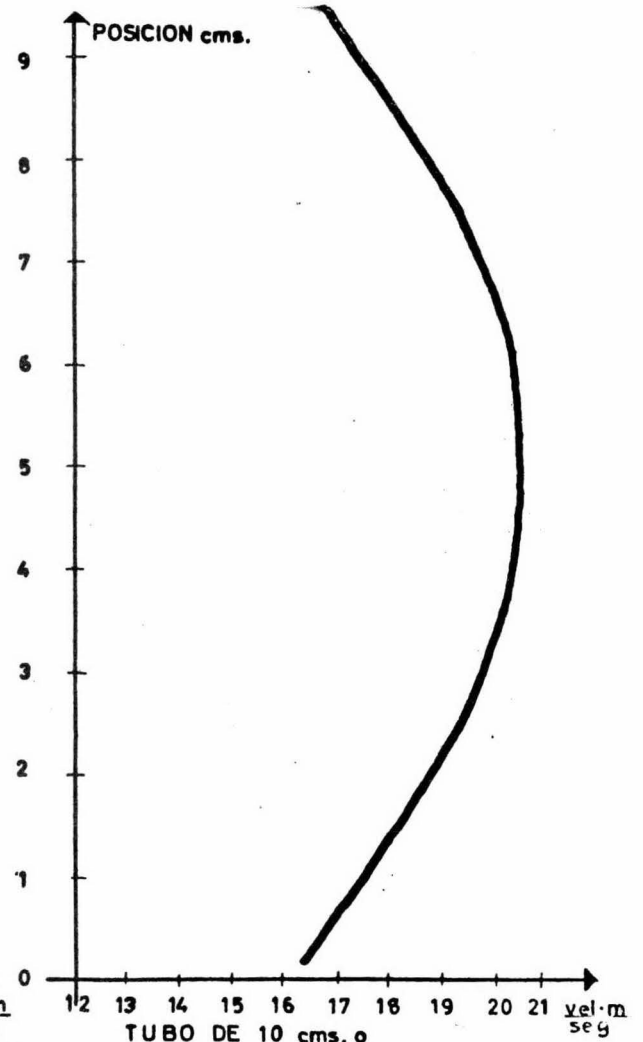
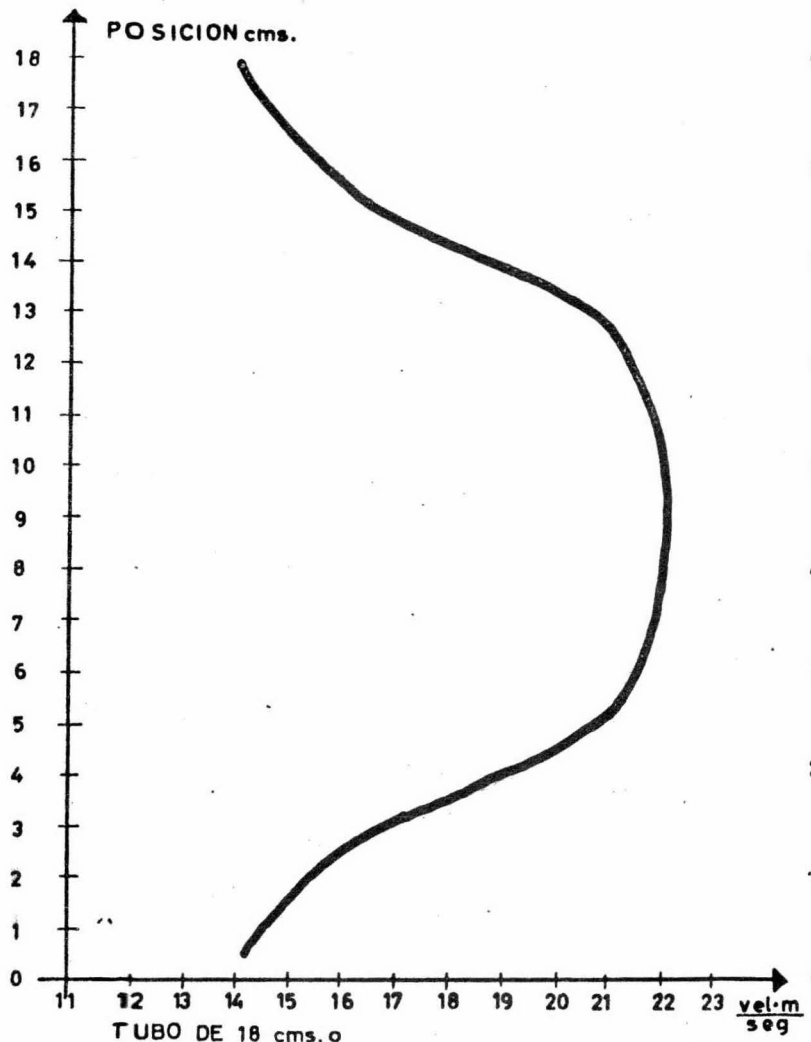


FIGURA Nº 49

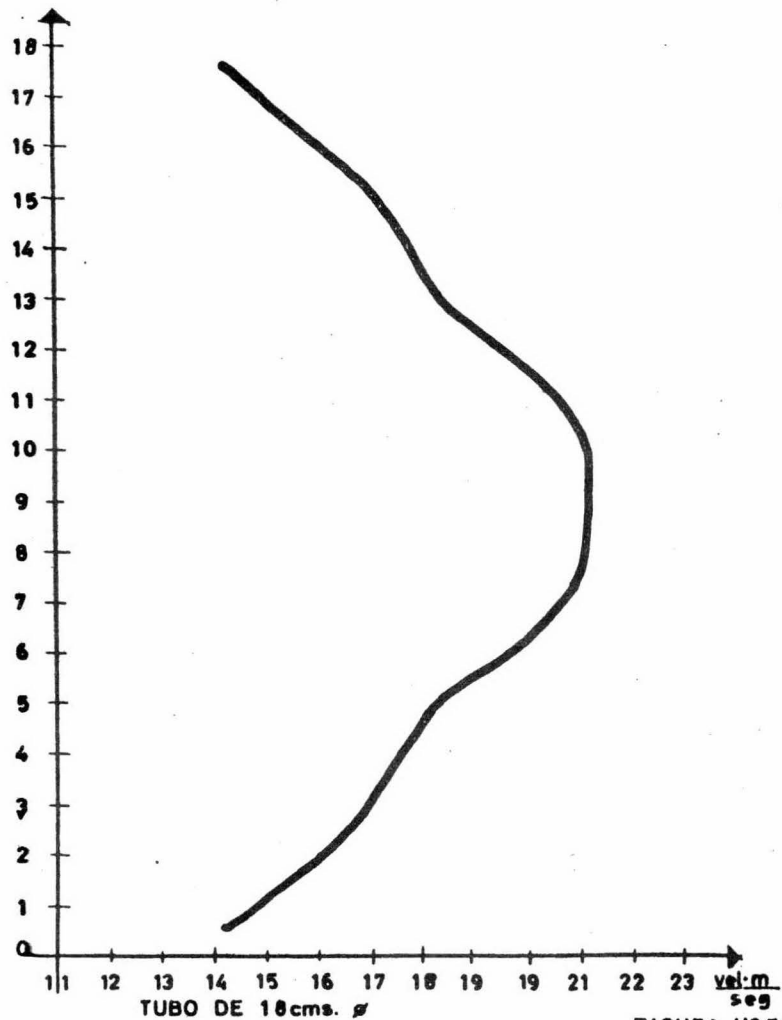
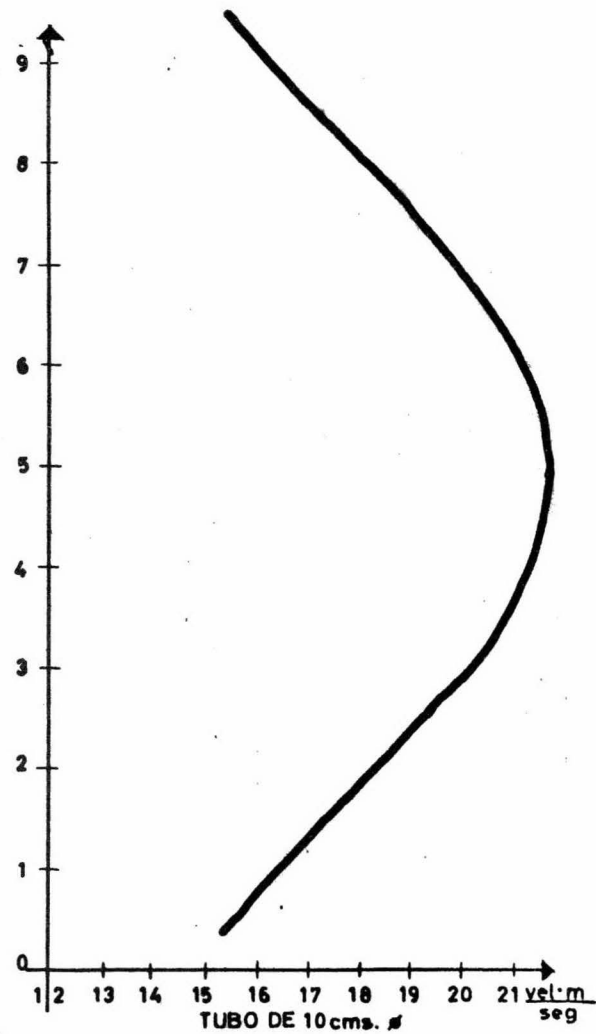


FIGURA N°50



IV DISEÑO DE LA PRACTICA

El perfil de velocidades que presenta un fluido moviéndose dentro de un tubo, depende del número de Reynolds.

Cuando el fluido se está moviendo en régimen laminar, el perfil de velocidades es parabólico y está dado por la ecuación de Poiseuille.

$$(1) \quad v = 2V \left[1 - (r/R)^2 \right]$$

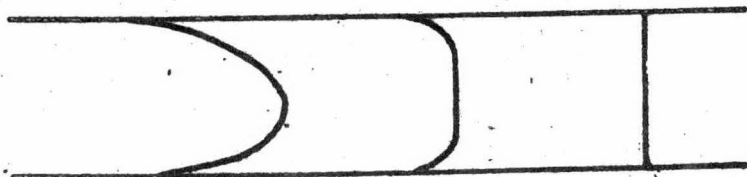
En donde v es la velocidad en un punto dado y $\frac{6}{\pi}$ la velocidad promedio, r es la posición radial y R el radio del tubo. Cuando el flujo es laminar la caída de presión está dada por:

$$(2) \quad \bar{v} = \frac{\Delta P g_c D^2}{32 L \mu}$$

En donde L es la longitud del tubo y μ la viscosidad

Al aumentar la velocidad promedio, el perfil parabólico se achata poco a poco, de manera que cuando $\bar{v} \rightarrow \infty$ aparecerá un perfil plano, que da origen al llamado flujo tapón.

En este tipo de flujo la velocidad del flujo es independiente de la posición radial.



Von Karman propuso que los datos de la distribución de velocidades en flujo turbulento deberían de representarse por tres ecuaciones separadas.

La primera región en un sistema a flujo turbulento está delimitada por $y^+ = 0$ o sea de la pared del tubo a una distancia corta de ésta dada por $y^+ = 5$. Esta región recibe el nombre de capa laminar y en ella la velocidad puntual y la posición están relacionadas por:

$$U^+ = Y^+ \quad \text{laminar}$$

$U^+ V$
U = un parámetro que da la velocidad puntual

$$U = \text{velocidad friccionante} = \sqrt{\frac{(\epsilon_y g_c) 1}{\rho}}$$

V = velocidad puntual

$$Y^+ = \frac{(R-r) U^+ \rho}{\mu} \quad \text{un parámetro que da posición}$$

R = radio

r = posición radial

ρ = densidad del flujo

μ = viscosidad

$(\epsilon_y)_1$ = esfuerzo en la pared

$$(\epsilon_y)_1 = \frac{(-\Delta P) S}{A} = \frac{\Delta P \pi r^2}{\pi DL} = \frac{\Delta P r^2}{DL}$$

ΔP = caída de presión

S = área transversal

A = área del tubo

La región contenida en la posición radial $y^+ = 5$ y $y^+ = 30$ recibe el nombre de capa de transición y esta representada por la ecuación empírica:

$$U^+ = -3.05 + 5 \ln \gamma^+ \quad \text{---} \quad 4$$

La región comprendida entre $y^+ = 30$ y el centro del tubo recibe el nombre de capa turbulenta y está representada por la ecuación empírica:

$$U^+ = 5.5 \ln \gamma^+ \quad \begin{array}{l} \text{flujo} \\ \text{turbulento} \end{array} \quad (5)$$

Las ecuaciones anteriores permiten el cálculo del perfil de velocidades si se sabe la caída de presión por la longitud de tubo, la viscosidad del fluido y la densidad de éste.

Desde luego la velocidad puntual se puede obtener también a partir de mediciones directas, uno de los aparatos más usados con este propósito es el tubo pitot.

TUBO PITOT.

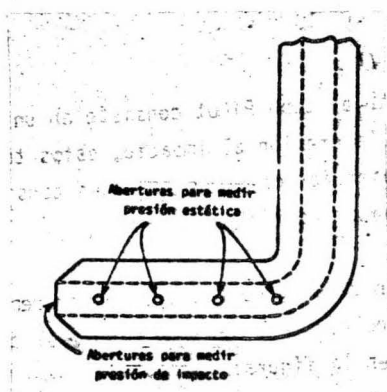
Este instrumento mide la velocidad en un punto. Está generalmente formado por dos tubos concéntricos y paralelos a la dirección del flujo. el Tubo exterior está perforado con huecos pequeños que -- comunican al espacio anular y están colocados perpendicularmente a la dirección de flujo.

El espacio anular comunica hasta un manómetro. El tubo interior tiene una abertura pequeña que se dirige hacia el flujo, este tubo está conectado al otro lado del manómetro. No han flujo de -- fluidos dentro del sistema.

El espacio anular sirve para transmitir la presión estática.

El fluido en movimiento se detiene al llegar a la boca del tubo.

interior y el tubo transmite la presión de impacto, que es equivalente a la energía cinética del fluido en movimiento. ▲



Presión estática y presión de impacto.

La palabra presión se refiere generalmente a la presión estática. En un ducto la presión se puede medir con un manómetro conectado a una abertura colocada sobre el tubo. Esta pared es paralela a la dirección de flujo. La presión estática permanece constante si el flujo en el ducto es laminar, pero puede mostrar fluctuaciones si el flujo en el ducto es turbulento.

Si la toma de presión no es paralela a la dirección principal de flujo el manómetro no indicará la presión estática verdadera.

Al inclinar la toma, la presión observada aumenta y alcanza un máximo cuando ésta, está paralela a la dirección del flujo. Esta presión máxima recibe el nombre de presión de impacto.

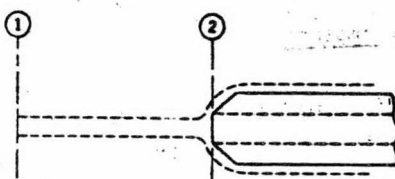
La diferencia entre la presión de impacto y la estática recibe el nombre de presión de velocidad.

Si se construyera un manómetro que viajara con el fluido y la velocidad de éste, el manómetro mediría solamente la presión estática sin importar la dirección en la cual se colocará la toma de presión. Para una presión estática constante la presión de impacto ejercida por un fluido en movimiento aumenta al aumentar la velocidad del fluido.

Ecuación de diseño.

Como se dijo anteriormente el tubo Pitot consiste en un tubo - que mide la presión estática y otro que mide la presión al im-- pacto, estos tubos están conectados a un manómetro. Por conve-- niencia los tubos Pitot se construyen con los tubos de presión-- estática y de impacto concéntricos.

Para analizar la operación de un tubo Pitot consideramos como - sistema a un filamento delgado de fluido cuyo eje pasa a través del centro de la cara de impacto tal y como se ve en la figura:



La posición 1 está bastante alejada del tubo Pitot de manera que allí la velocidad no está afectada por la presencia de éste.

Al acercarse el líquido al punto 2 la velocidad se reduce hasta llegar a cero.

Si escribimos un balance de energía entre estos dos puntos y -- sabiendo que la velocidad del fluido en el punto 2 es cero, el balance de energía sería:

$$\frac{\Delta v^2}{2g_c} = - \int \frac{dP}{\rho} - \Sigma F \quad (6)$$

Para un fluido incompresible $\rho = \text{constante}$

$$v_1^2 = 2g_c \left[\frac{-\Delta P}{\rho} - \Sigma F \right] \quad (7)$$

Esta ecuación puede arreglarse si:

$$- \frac{\Delta P}{\rho} - \Sigma F = C_1^2 \left(\frac{-\Delta P}{\rho} \right) \quad (8)$$

y por lo tanto (8) en(7) dá:



$$v_1 = C \sqrt{2g_c \frac{\Delta P}{\rho}} = C \sqrt{2g_c \frac{(P_2 - P_1)}{\rho}} \quad (9)$$

En donde P_1 y P_2 son la presión estática y la presión de impacto.

El coeficiente C_p de la ecuación (9) es generalmente igual a 1 para un tubo Pitot bien diseñado. Esto significa que la fricción entre 1 y 2 es muy pequeña y que la caída de presión medida por el tubo Pitot es atribuida solamente a los cambios en la energía cinética.

Como el Tubo Pitot indica solamente la velocidad en un punto, para obtener la velocidad promedio del fluido es necesario o tomar un buen número de lecturas a lo ancho del tubo y promediarlas o preparar alguna correlación entre la velocidad del punto leída por el tubo Pitot y la velocidad promedio del fluido en el tubo. Δ

La velocidad promedio está definida por:

$$(10) \quad \bar{V} = \frac{\text{flujo volumétrico}}{\text{sección transversal}} = \frac{Q}{\pi R^2} *$$

La cantidad de fluido en movimiento a través de un anillo de radio r es en donde V es la velocidad en el radio r .

El flujo total es:

$$Q = \int_0^R 2\pi r V dr \quad (11)$$

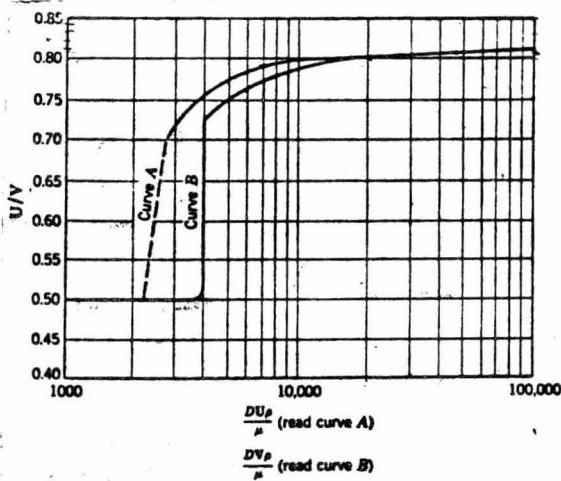
y

$$V = \frac{Q}{\pi R^2} = \int_0^R \frac{2Vr dr}{R^2} \quad (12)$$

Si se miden las velocidades con el tubo Pitot a varios radios, se

pueden obtener la integración de la ecuación anterior y así obtener la velocidad promedio.

Al hacerse experimentos con un tubo pitot colocado a unos cincuenta diámetros de todo tipo de conexiones se encuentra la siguiente correlación:



Aunque la relación de $\frac{\bar{V}}{V}$ es de 0.5 en flujo laminar, para flujo turbulento esta relación es mayor de 0.5 y no es cte. sino que varía con el Reynolds. La ecuación (9) se puede usar para fluidos compresibles si la diferencia de presiones $P_2 - P_1$ es lo suficientemente pequeña para garantizar el uso de un valor promedio de densidad.

Descripción del aparato.

El aparato de que dispone el laboratorio para la práctica de dinámica de gases está formado por:

1. Un generador de viento para experimentos con corrientes de aire, con distintas velocidades regulares. El aire aspirado por un ventilador (accionado por un motor) se distribuye uniformemente por medio de chapas conductoras. La abertura de salida tiene 300 mm. de diámetro. El aparato tiene una tobera de 180 mm de diámetro y otra de 100 mm. que permite el intercambio con otras de secciones diferentes. --

En la base del generador de viento hay un reostato para regular la velocidad del viento.

2. Un tubo Vertical de chapa de 65 cm. de longitud para instalación directa en la tobera de 100mm del generador de viento. Este tubo está provisto de ocho taladros para la medida de la distribución de presiones.
3. Un manómetro universal para medir presiones altas y bajas entre - 0 y 200 mm de columna de agua.
4. Tubos intercambiables de 18 cm. y 10 cm. de diámetro. Estos tubos tiene tomas de presión para medir las caídas de presión a diferentes velocidades y también aberturas para introducir el tubo Pitot y hacer mediciones de velocidades puntuales.
5. Un tubo Pitot.

Técnica de la práctica.

1. Se acompla el tubo Vertical al generador de viento y se toman las caídas de presión para diversas velocidades del Ventilador. Esos datos permitirán obtener la ecuación del Venturi y con ella podremos obtener las velocidades promedio para las diferentes posiciones del reostato.
2. Se quita el tubo Venturi y se conecta la tobera de 100 mm y los tubos del mismo diámetro. Se conectan las tomas de presión a un manómetro y se introduce el Pitot. Al poner en marcha el ventilador se anotarán las caídas de presión por metro de tubo, así como las lecturas del tubo Pitot para obtener la velocidad puntual. Esto se hace repetidas veces moviendo el pitot a varias posiciones radiales.
3. Se quita el sistema anterior, se conecta la tobera de 180mm y se toman lecturas en este sistema con el tubo pitot y el manómetro.

Cálculos.

- 1.-Ecuación del Venturi con los valores del coeficiente de descarga - contra el Re.
2. Hace una gráfica de velocidad contra posición del reostato.
3. Construir una gráfica de velocidad puntual contra posición radial para el sistema de tubería de 100mm de diámetro. Comparar esa gráfica con otra construida a partir de las ecuaciones de Von Karman.
4. Construir una gráfica de velocidad puntual contra posición radial para el sistema de 180mm. Comparar esa gráfica con otra construida a partir de las ecuaciones de Von Karman.

V CONCLUSIONES

Para poder efectuar la experimentación fué necesario armar y limpiar el equipo existente pues este ha funcionado durante varios años y ha sufrido incrustaciones que afectan su eficiencia.

Se experimentó en el equipo con el tubo de lámina galvanizada y tubo Pitot fijo que tenía originalmente, se observó que los resultados obtenidos eran muy inexactos por que había muchas fugas en el tubo y en las conexiones de los manómetros, por lo cual se decidió cambiar el tubo de lamina galvanizada por dos tubos de acero intercambiables y utilizando ahora un tubo Pitot movable para diferentes posiciones en el ducto, con lo cual se obtuvieron mejores resultados siempre y cuando se tuviera cuidado de colocar el Tubo Pitot en la posición adecuada, ya que si este se movía no se leían cambios de presión lo cual daba resultados erróneos.

Se observó experimentalmente que los mayores valores de velocidad se obtuvieron siempre con lecturas en el centro del tubo, los resultados menores de velocidad se obtuvieron cerca de las paredes del tubo como se ve en las gráficas obtenidas.

Para calcular el CV del venturi se procedió a colocar el venturi y el tubo Pitot juntos pero tomando las lecturas en el centro del tubo suponiendo que la velocidad en ese punto era la misma que la que pasaba por el centro del venturi con las lecturas de AP obtenidas se calculaba el CV y con estos datos se construyó una gráfica de CV contr Re del Tubo Venturi obteniéndose una grafica aceptable.

Con los datos obtenidos se calcularon las velocidades teóricas por medio de las ecuaciones de Von Karman y Nikuradsen.

Obteniendo unas curvas que se comparan con las obtenidas experimentalmente y se observa que las velocidades teóricas son mayores que las obtenidas en los experimentos esto puede ser debido a las fricciones, a las probables fugas de fluido ó tal vez por un error en la lectura teniendo como consecuencia una velocidad menor a la Teórica.

VI BIBLIOGRAFIA.

- 1.-Brown George Granger
Operaciones Básicas de la Ingeniería Química
Editorial Marín, S.A
1965

- 2.-Holland F.
Fluid Flow For chemical engineers
Ed. Arno

- 3.-Foust Alan S.
Principles Of Unit Operations
Teppan Company, LTD Tokyo
1960

- 4.-Knudsen y Katz.
Fluids dynamics and heat transfer
Ed. Mc. Granw-Hill

- 5.-Mc. Cabe and Smith
Operaciones básicas de Ingeniería Química
Ed. Reverté, S.A.

- 6.- Ocon y Tojo
Problemas de Ingeniería Química
Ed. Aguilar.