

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

“CORRELACION DE NUMERO DE REYNOLDS-
FACTOR DE FRICCION PARA FLUIDOS
PSEUDO-PLASTICOS”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A

LUIS HUMBERTO GARCIA RUBIO

1973

M-165566



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO ORIGINALMENTE SEGUN EL TEMA

PRESIDENTE ING. PABLO BARROETA GONZALEZ

VOCAL ING. HECTOR SOBOL SAZLAV

SECRETARIO ING. CESAR GARCIA FRANCO

1er.SUPLENTE ING. GERARDO BAZAN NAVARRETE

2do.SUPLENTE ING. FERNANDO ITURBE HERMANN

TESIS DESARROLLADA EN EL LABORATORIO DE FLUIDOS NO-NEWTONIANOS
DEL INSTITUTO MEXICANO DEL PETROLEO

SUSTENTANTE: SR. LUIS HUMBERTO GARCIA RUBIO

ASESOR DEL TEMA: ING. CESAR GARCIA FRANCO

SUPERVISOR TECNICO: ING. PABLO BARROETA GONZALEZ

A MIS QUERIDOS PADRES

Y MIS HERMANOS COMPAÑEROS DE
MI NIÑEZ

I N T R O D U C C I O N .

En la tecnología moderna, un elevado porcentaje de los fluidos está constituido por fluidos no-Newtonianos. Por lo que es de capital importancia tener un conocimiento lo más exacto posible de su comportamiento. Y es precisamente el comportamiento de los fluidos no-Newtonianos el tema de esta tesis. En ella se sigue lo que podría considerarse como una técnica general para la caracterización de cualquier fluido en el laboratorio, así como la proposición de un equipo para determinar las condiciones de flujo de los mismos.

La elaboración de esta tesis exigió un prolongado esfuerzo tanto desde el punto de vista de trabajo, como de estudio; y es presentada con la esperanza de que las deficiencias que pueda tener, queden compensadas por el entusiasmo con que fué elaborada.

La posibilidad de determinar experimentalmente las propiedades de este tipo de fluidos nos fué proporcionada por el Instituto Mexicano del Petróleo, al facilitarnos su laboratorio de fluidos no-Newtonianos y sugerirnos como fluido experimental un lodo de perforación. Por lo que deseamos manifestarle nuestro agradecimiento; así como a todas aquellas personas, que directa ó indirectamente, con su orientación, su trabajo ó su entusiasmo contribuyeron al desarrollo de esta tesis.

I N D I C E

	PAG.
<u>CAPITULO I</u>	
Clasificación de los fluidos	1
Ecuaciones de continuidad Momentum y Energía	9
Ecuaciones propuestas para la descripción de flujo	15
Mecánica de fluidos Newtonianos	19
Mecánica de fluidos no-Newtonianos incompresibles	22
Dependencia de la viscosidad con la temperatura	25
<u>CAPITULO II</u>	
Descripción del fenómeno de flujo	31
Flujo en Ductos y Canales	49
Flujo en Ductos no circulares	62
Flujo en Ductos rectangulares	74
<u>CAPITULO III</u>	
Generalidades sobre lodos de perforación	78
Interacción mecánica de sólidos y líquidos	84
Interacción eléctrica de los sólidos	84
Propiedades reológicas de los lodos de perforación	85
Relaciones utilizadas para lodos de perforación	91
<u>CAPITULO IV</u>	
Determinación de viscosidades	99
Viscosímetro fann 50-B	99
Operación del viscosímetro fann 50-B	102
Viscosímetro fann 39	107
Operación del viscosímetro fann 39	113
Determinación de viscosidades	116
Descripción de las gráficas obtenidas	117
Ajuste del modelo de viscosidad	119
Tablas de resultados	128
Gráficas	146

...

CAPITULO V

Aplicación del modelo de viscosidad a la ecuación de flujo.	216
Análisis dimensional	216
Obtención de la ecuación de flujo en un anulo	218
Solución al modelo potencial	226

CAPITULO VI

Flujo turbulento isotérmico	238
Distribución de velocidad	239
Resistencia al flujo	244
Correlación de White	249
Correlación de Harris y Wilkinson	252
Método de Kozicki, Chow y Tiu	257
Cálculos de flujo plástico en regimen turbulento	262

CAPITULO VII

Proposición del equipo para determinar caidas de presión	268
Condiciones de similitud	268
Equipo experimental	275

CONCLUSIONES. 288APENDICE 1 292

Deducción de la ecuación reológica para fluidos Newtonianos	
---	--

APENDICE 2

Distribuciones de velocidad en flujo turbulento Newtoniano	299
--	-----

BIBLIOGRAFIA 312

CAPITULO I

CLASIFICACION DE LOS FLUIDOS.

Si en el interior de una tubería con agua, aplicamos una presión, de magnitud tal que provoque movimiento del agua, nos encontraremos que esa fuerza, que aplicamos en forma de presión se disipa a lo largo de la tubería. Parte de esta se disipará en forma de energía térmica producida por la fricción, que es causada por el roce del agua con la tubería y la que se produce por rozamiento de moléculas ó capas de las mismas dentro del fluido mismo, este tipo de fricción en turno se le denomina viscosidad. Por lo tanto, podemos definir la viscosidad, como la resistencia al flujo que presenta internamente un fluido.

Newton propuso un concepto de viscosidad basado en el deslizamiento de capas de fluido al aplicarle una presión dada. Dicho concepto queda explicado con la siguiente analogía.

Supongamos un juego de barajas colocado sobre una mesa, y apliquemos una pequeña fuerza a la carta superior. Observaremos que las cartas sufren un deslizamiento proporcional a la fuerza y a la distancia que se encuentren de la carta donde se aplicó la fuerza. Si nosotros usamos unidades consis

tentes, esto es, si suponemos que las barajas forman un cubo de un centímetro de lado y que la fuerza aplicada fué de una dina, y que produce una velocidad relativa de un centímetro por segundo entre la parte superior y el fondo de la baraja tendremos de acuerdo a la ecuación propuesta por Newton, que el coeficiente de viscosidad tiene unidades de g/(cm-seg), y es llamado POISE.

La ecuación propuesta por Newton tiene la siguiente forma.

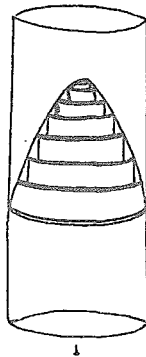
$$\frac{F}{A} = \tau = \mu \frac{dv_x}{dy}$$

τ = Fuerza aplicada por unidad de area.

μ = Coeficiente de viscosidad.

v_x = Componente de la velocidad en la dirección x.

La variación de la velocidad tiene, según se ha observado la forma de un paraboloides de revolución (Figs. 1 y 2).



...

Una gran variedad de líquidos no obedecen la ley de Newton y presentan grandes desviaciones. Considerando lo anterior se ha llegado a través del estudio que de ellos se ha hecho, a la división desde el punto de vista reológico, de los fluidos en dos grandes grupos.

NEWTONIANOS

NO NEWTONIANOS

Los fluidos Newtonianos, (que siguen la ley de Newton), son aquellos en los que la disipación de energía es debida a la fricción; que a su vez es debida a colisiones en espacios moleculares comparativamente pequeños, y cuya viscosidad varía linealmente de acuerdo a la ley de Newton. Todos los gases, líquidos y soluciones de bajo peso molecular se incluyen en esta categoría. Desde luego, este comportamiento está limitado por las condiciones de flujo, ya que se ha encontrado que algunos de estos fluidos cuando se someten a esfuerzos sumamente altos sufren, también, desviaciones del comportamiento Newtoniano.

Los fluidos NO-Newtonianos son aquellos cuya viscosidad es función de la temperatura, la presión y composición, la rapidez de corte así como la historia previa del fluido.

Distinguimos dentro de los fluidos No-Newtonianos varias categorías. La primera de ellas comprende a aquellos fluidos cuya viscosidad depende de su historia previa de flujo, así como del estado de esfuerzo a que se encuentren sometidos. Y en segundo lugar a aquellos para los que la viscosidad depende de únicamente del esfuerzo a que se encuentren sometidos..

La primera categoría reúne a aquellos fluidos cuya viscosidad depende del tiempo, y se clasifican, dependiendo de si los efectos del tiempo son reversibles ó irreversibles. Si son reversibles pueden ser:

TIXOTROPICOS

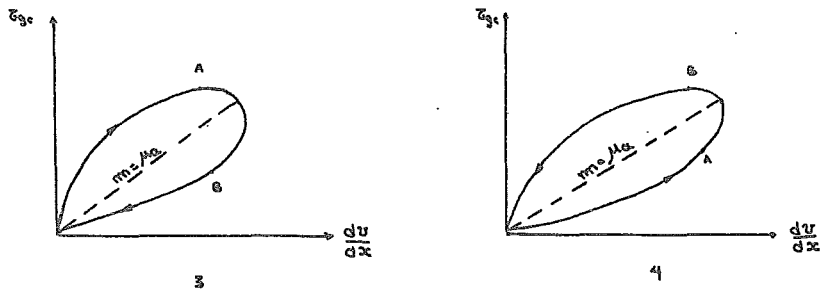
REOPECTICOS

Estos fluidos conocidos como fluidos de Boltzmann presentan un comportamiento que depende de su historia de flujo (Strain History).

Los fluidos tixotrópicos son aquellos cuya viscosidad disminuye con la duración del esfuerzo aplicado. Esto sucede por la destrucción de estructuras formadas en el seno del fluido. Cuando se suspende el esfuerzo la estructura se recupera gradualmente aumentando la viscosidad. Esta reversibilidad da lugar a un ciclo de histéresis que se utiliza a

menudo para medir el grado de tixotropía. (Fig. 3).

Los fluidos reopéticos presentan un incremento de viscosidad con el tiempo. Este comportamiento es en realidad poco común, y generalmente ocurre en un rango muy pequeño de esfuerzos cortantes; se asocia con la formación de algún tipo de estructuras dentro del fluido. (Fig. 4) (22).



Cuando las viscosidades son independientes del tiempo y dependen únicamente de el estado de esfuerzo a que se encuentran sometidos, estaremos dentro de la segunda clasificación de los fluidos no-Newtonianos; que a su vez comprenden tres variedades de fluidos.

PLASTICOS DE BINGHAM

PSEUDOPLASTICOS

DILATANTES.

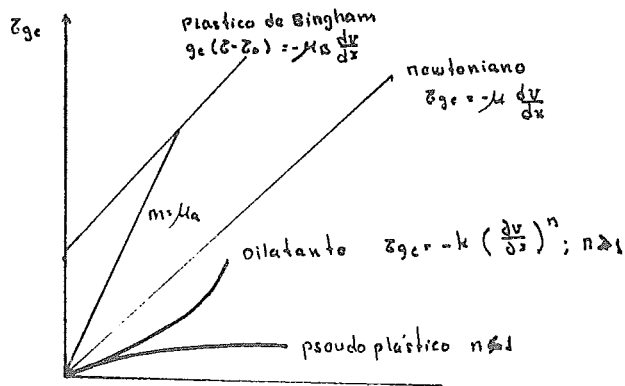
...

Los plásticos de Bingham se caracterizan por requerir un esfuerzo inicial para principiar el flujo, a este esfuerzo se le llama VALOR DE RUPTURA (Yield value). Una vez iniciado el flujo siguen generalmente el comportamiento de un fluido Newtoniano.

La explicación del comportamiento de un fluido de Bingham pretende que el fluido en reposo exhibe una estructura de suficiente rigidez cuyo límite de resistencia es el valor de ruptura, y cuando este valor es excedido la estructura se desintegra y el sistema se comporta como un fluido Newtoniano.

Un fluido Pseudoplástico, presenta, como característica determinante, el decremento de su viscosidad con el aumento de esfuerzo (ó rapidez de corte). (Fig. 5).

En los fluidos dilatantes, la viscosidad aumenta con el esfuerzo a que es sometido el fluido











...

El tercer grupo que forma parte de los fluidos no-Newtonianos lo constituyen los fluidos VISCOELASTICOS.

Un material viscoelástico, es aquel que al ser sometido a un esfuerzo, presenta respuestas tanto elásticas como viscosas. Este comportamiento reológico se presenta en todos los materiales poliméricos y algunos reólogos suponen que todos los materiales, incluidos los gases, presentan bajo determinadas condiciones, comportamiento viscoelástico. (50).

En la siguiente tabla se incluye la representación de diversos comportamientos, tanto elásticos como viscosos, por medio de modelos, mecánicos, eléctricos y matemáticos.

REPRESENTACION MATEMATICA MECANICA Y ELECTRICA DE LAS ECUACIONES REOLOGICAS				
ECUACION REOLOGICA	SOLIDO DE HOOKE	FLUIDO NEWTON	ELEMENTO DE MAXWELL	ELEMENTO DE VOIGHT
	$\tau = G\dot{\gamma}$	$\tau = \mu\dot{\gamma}$	$\tau = \mu\dot{\gamma} - \left(\frac{\mu}{G}\right)\ddot{\gamma}$	$\tau = \mu\dot{\gamma} + G\gamma$
ANALOGIA MECANICA				
	$F = k_1 X$	$F = k_2 \dot{X}$	$F = k_3 \dot{X} - \left(\frac{k_3}{k_1}\right)\ddot{X}$	$F = k_3 \dot{X} + k_1 X$
ANALOGIA ELECTRICA				
	$V = k_4 Q$	$V = k_4 \dot{Q}$	$V = k_4 \dot{Q} - \left(\frac{k_4}{k_1}\right)\ddot{Q}$	$V = k_4 \dot{Q} + V_2 Q$

Armando en serie ó, en paralelo algunos de estos modelos podremos obtener la descripción de un comportamiento viscoelástico en particular. Por ejemplo, de acuerdo con Alfrey y Gurnee (50), una representación cualitativa del mecanismo molecular responsable del comportamiento viscoelástico de los polímeros lineales amorfos, está dado por el modelo mecánico que se ilustra en la figura 6. Este modelo consiste de un elemento de Voight conectado en serie con un elemento de Maxwell.

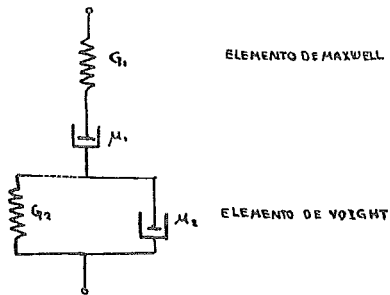
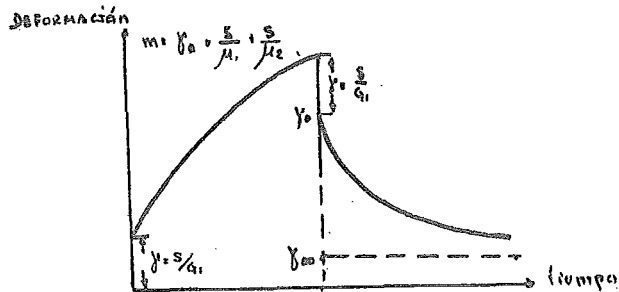


fig 6

La deformación total del modelo es debida a la deformación elástica instantánea, flujo viscoso irreversible y deformación elástica retardada. La ecuación reológica se obtendrá sumando las ecuaciones que describen ambos modelos, y la curva del comportamiento del modelo será como la de la figura 7.

Las ecuaciones reológicas para los materiales viscoelásticos deben tener un mínimo de dos parámetros, uno que caracte-

terice el comportamiento elástico y otro que caracterice el comportamiento viscoso.



Ecuaciones de Continuidad Momentum y Energía.

Para el desarrollo de un modelo, que describa el comportamiento de un fluido se requieren varias ecuaciones. Primeramente, son necesarias las ecuaciones que representan a las leyes universales que rigen el comportamiento de los cuerpos, esto es las leyes de conservación de la materia y energía, y la segunda ley de Newton, representadas por las ecuaciones de continuidad, momentum y energía. En segundo lugar, se necesita una ecuación reológica, que nos relacione los componentes del esfuerzo ó esfuerzos a que esté sometido el fluido, con la rapidez de deformación del mismo. Y por último, una ecuación de estado para aquellos casos en los que la densidad no permanece constante.

TABLA I

ECUACIONES DE CONTINUIDAD, MOMENTUM Y ENERGIA
EN COORDENADAS RECTANGULARES, CILINDRICAS
Y ESFERICAS

ECUACION DE CONTINUIDAD:

COORDENADAS RECTANGULARES (x, y, z):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

COORDENADAS CILINDRICAS (r, \theta, z):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0$$

COORDENADAS ESFERICAS (r, \theta, \varphi):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho v_\varphi) = 0$$

ECUACION DE MOMENTUM EN COORDENADAS RECTANGULARES.

COMPONENTE X: $\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x$

COMPONENTE Y: $\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \rho g_y$

COMPONENTE Z: $\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z$

ECUACION DE MOMENTUM EN COORDENADAS CILINDRICAS.

COMPONENTE R: $\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \right) + \rho g_r$

COMPONENTE \theta: $\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} \right) + \rho g_\theta$

TABLA I (CONT)

$$\text{COMPONENTE } z: \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_\phi \frac{\partial v_z}{\partial \phi} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\phi z}}{\partial \phi} \right) + \rho g_z$$

COMPONENTES EN COORDENADAS ESFERICAS

$$\text{COMPONENTE } r: \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{rr}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{r\theta} \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial \phi} - \frac{\tau_{\theta\theta} + \tau_{\phi\phi}}{r} + \rho g_r$$

$$\text{COMPONENTE } \theta: \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v_\phi^2 \cot \theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta\theta} \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \phi} + \frac{\tau_{r\theta}}{r} - \frac{\cot \theta}{r} \tau_{\phi\phi} \right) + \rho g_\theta$$

$$\text{COMPONENTE } \phi: \rho \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\theta v_\phi}{r} + \frac{v_r v_\phi \cot \theta}{r} \right) = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\phi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\tau_{r\phi}}{r} + \frac{\cot \theta}{r} \tau_{\theta\phi} \right) + \rho g_\phi$$

ECUACION DE ENERGIA

COORDENADAS RECTANGULARES:

TABLA! (CONT)

$$\rho C_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \left\{ \tau_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right\} + \left\{ \tau_{xy} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \tau_{xz} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right\}$$

COORDENADAS CILINDRICAS:

$$\rho C_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_\theta \right) + \left\{ \tau_{rr} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \tau_{\theta\theta} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) + \tau_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right\} + \left\{ \tau_{r\theta} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] + \tau_{\theta z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \right\}$$

COORDENADAS ESFERICAS:

$$\rho C_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) = - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (q_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial q_\phi}{\partial \phi} \right] - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (q_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} \right) + \left\{ \tau_{rr} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \tau_{\theta\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) + \tau_{\phi\phi} \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r}{r} + \frac{v_\theta \cot \theta}{r} \right) \right\} + \left\{ \tau_{r\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) + \tau_{r\phi} \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi}{r} \right) + \tau_{\theta\phi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} - \frac{v_\phi \cot \theta}{r} \right) \right\}$$

Las ecuaciones de continuidad, momentum y energía, deducidas por Bird y coautores para diferentes sistemas de coordenadas aparecen en la tabla 1.

Estas ecuaciones de continuidad, momentum y energía son formulaciones matemáticas de principios físicos fundamentales e independientes de la naturaleza del fluido.

Lo que podemos visualizar de la siguiente manera:

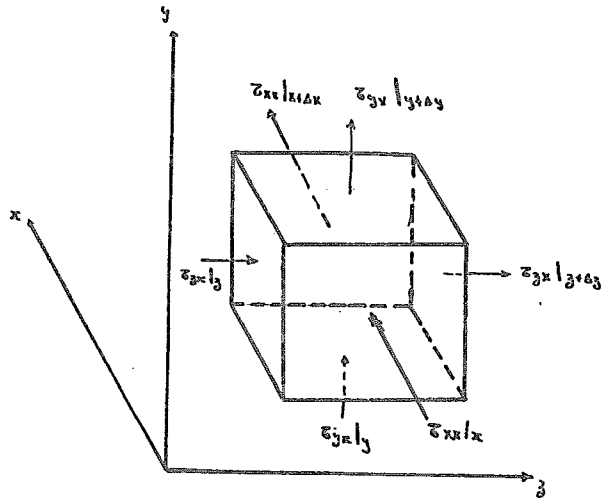


Fig 7-A

...

Consideremos una región en el espacio que contiene a un fluido viscoso en movimiento, y un elemento de fluido contenido dentro de una superficie cerrada que sigue el movimiento del fluido pero que no ejerce ninguna fuerza sobre el. (Fig. 7A) El elemento constituido en esta forma es un sistema cerrado, que puede intercambiar energía con los alrededores pero no materia.

De acuerdo con el principio de conservación de la materia tenemos la ecuación de continuidad:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (1)$$

La segunda ley de Newton requiere, que la rapidez de variación de momentum, de un fluido, sea igual a la suma de fuerzas que actúan sobre el, que nos da la ecuación de momentum.

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

\mathbf{g} = vector que representa la resultante de las fuerzas que actúan sobre el fluido en un punto.

Si aplicamos la primera ley de la termodinámica al elemento de fluido tendremos la ecuación de energía.

$$\rho C_v \frac{DT}{Dt} = -(\nabla \cdot q) - \tau \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right) (\nabla \cdot v) + (\tau : \nabla v) \quad (3)$$

Donde q se encuentra definido por la ley de la conductividad de Fourier.

$$q = -k_1 \nabla T \quad (4)$$

Ecuaciones Propuestas para la Descripción de Flujo.

Uno de los principales problemas que presentan los fluidos No-Newtonianos es que su viscosidad no varía linealmente al ser sometidos a un esfuerzo cortante dado, esto es, que la viscosidad puede expresarse como:

$$\mu = \varphi(\tau, \dot{\gamma}, \tau, P)$$

Hasta ahora, no se ha logrado dar forma definitiva a una teoría molecular que explique satisfactoriamente y en forma general este fenómeno, pero, si se han propuesto una serie de ecuaciones que son exactas en rangos definidos y generalmente pequeños para la descripción del comportamiento de las viscosidades.

...

Si definimos μ con viscosidad Newtoniana y η como viscosidad No-Newtoniana podemos interpretar las ecuaciones propuestas que aparecen en la tabla II y que tienen los siguientes elementos.

τ^0 y $\dot{\gamma}^0$ representan valores de esfuerzo cortante (Shear stress) y de rapidez de corte (Shear rate), para un estado arbitrario de referencia, y η^0 es la viscosidad no-Newtoniana para dicho estado. μ_0 representa el límite de viscosidad a medida que el esfuerzo cortante (ó la rapidez de corte) se aproxima a cero. μ_∞ representa el límite de la viscosidad a medida que el esfuerzo cortante (ó la rapidez de corte) se hace infinitamente grande. Los parámetros $A, B, m, n, \alpha, \beta$ dependen de la naturaleza del fluido. Las funciones $f(\alpha, \dot{\gamma})$ y $g(\beta, \dot{\gamma})$, se muestran gráficamente en la figura 8.

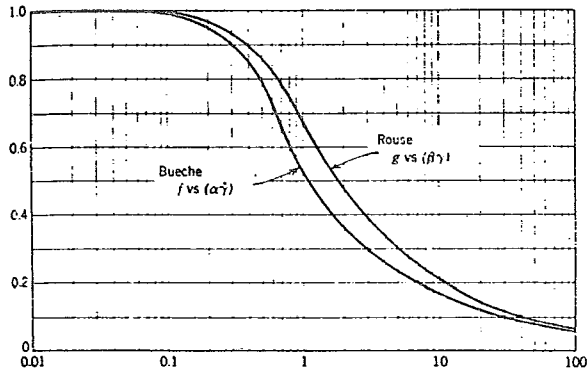


Fig 8

...

En la ecuación de la ley potencial, n es el índice de flujo del fluido. Cuando n es menor que la unidad la viscosidad del fluido disminuye con el incremento del esfuerzo cortante (ó rapidez de corte), por lo tanto, la ley potencial describe el comportamiento de un fluido pseudoplástico. cuando $n < 1$, y el de un fluido dilatante cuando $n > 1$. Cuando $n = 1$ la ley potencial se reduce a la ley de Newton. Por lo tanto, la desviación de n de la unidad nos da una medida de la naturaleza no-Newtoniana del fluido de que se trate.

La ley potencial predice una viscosidad infinita a medida que el esfuerzo cortante tiende a cero, y una viscosidad igual a cero, a esfuerzos cortantes muy grandes. Esto representa la deficiencia más grande para esta ley.

$$\tau = \tau_0 \left[\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right]^n$$

Tomando logaritmos.

$$\ln \tau = \ln \tau_0 + n \ln \left[\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right]$$

Que graficada da una linea recta.

La ecuación de Reiner Philippoff, predice viscosidades Newtonianas μ_0 y μ_{∞} a altos y bajos esfuerzos cortantes

...

respectivamente. Los límites de viscosidad y la pendiente de la curva $\eta - \tau$ son:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \eta = \mu_0$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \tau} \right) = 0$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \eta = \mu_{\infty}$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \tau} \right) = 0$$

La ecuación de Powell-Eyring, tiene dos parámetros μ_0 y β , predice los valores de viscosidad para rangos pequeños de esfuerzos cortantes. Esta ecuación subsana las dificultades que presenta la ley potencial, los límites para el modelo de Powell-Eyring son:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \eta = \mu_0$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \left(\frac{d\eta}{d\tau} \right) = 0$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \eta = 0$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \left(\frac{d\eta}{d\tau} \right) = 0$$

La ecuación de Ellis, permite predecir valores de viscosidad Newtoniana a valores pequeños de esfuerzo cortante cuando el exponente es mayor que la unidad, y valores de comportamiento pseudoplástico, para valores finitos de esfuerzo cortante. En la forma como se encuentra expresada la ecuación el comportamiento que sigue es:

$m =$ mayor que 1 describe a un fluido pseudoplástico

$m =$ menor que 1 describe a un fluido dilatante

$m =$ describe a un fluido Newtoniano.

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta = \mu_0$$

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \left(\frac{d\eta}{d\dot{\gamma}} \right) = 0$$

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \eta = 0$$

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \left(\frac{d\eta}{d\dot{\gamma}} \right) = 0$$

Las ecuaciones de Bueche y Rouse, (11,55), están basadas en un análisis teórico del flujo de polímeros, cuyas funciones f y g dependen únicamente de las cantidades $(\alpha, \dot{\gamma})$ y $(\beta, \dot{\gamma})$ respectivamente.

$$f = \varphi(\alpha \dot{\gamma})$$

$$g = \psi(\beta \dot{\gamma})$$

donde α y β son parámetros que representan un tiempo de relajación característico. Las curvas se muestran en la figura 8.

Si se determina experimentalmente la relación (η/μ_0) para un esfuerzo cortante dado, usando las curvas maestras, se pueden obtener $(\alpha \dot{\gamma})$ y $(\beta \dot{\gamma})$ y por lo tanto los valores de α y β .

Mecánica de Fluidos Newtonianos.

De acuerdo a la ley de Newton la ecuación reológica pa-

ra un fluido Newtoniano es:

$$\tau_{y3} = \mu \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} \right) \quad (1)$$

La siguiente ecuación derivada por Bird y cuya deducción se anexa al final de la tesis, nos describe al esfuerzo aplicado en función de la viscosidad volumétrica y la viscosidad al corte.

$$\tau_{ij} = \mu \Delta_{ij} + \left(k - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot v) \delta_{ij} \quad (2)$$

Y Δ_{ij} queda definido de la siguiente manera en un sistema cartesiano de referencia.

$$\Delta_{ij} = \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

$$\delta_{ij} = 0 \quad \text{si } j \neq i$$

$$\delta_{ij} = 1 \quad \text{si } i = j$$

Una tabla (III) reúne para varios sistemas de coordenadas los componentes de dicho tensor de rapidez de deformación

Supongamos el caso especial en que el material está sujeto a un esfuerzo paralelo al plano de deslizamiento. En este caso, todos los elementos del cuerpo deformado se desplazan en la misma dirección, y habrá únicamente un componente de la velocidad que tenga valor diferente de cero y este es precisamente el componente de la velocidad en la dirección de flujo. La ecuación reológica puede describirse entonces:

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yz} = \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) = \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)$$

y si hacemos: $\gamma = \frac{\partial z}{\partial y}$ $\dot{\gamma} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)$

La ecuación quedará.

$$\tau_{yz} = \mu \frac{d\gamma}{dt} = \mu \dot{\gamma}$$

(4)

Donde γ es una medida de la deformación en un punto en el que el material está sujeto a una deformación simple. Y $\dot{\gamma}$ representa la rapidez de deformación en ese punto.

...

Mecanica de Fluidos No-Newtonianos Incompresibles.

Para los fluidos no-Newtonianos, la ecuación reológica se puede generalizar:

$$\tau = \eta \dot{\gamma}$$

(5)

Donde η puede ser una función de; la velocidad de corte ó del esfuerzo cortante esto es, función del estado de deformación.

Si generalizamos para todas las direcciones esta ecuación se transformará en:

$$\tau = \mu \Delta$$

(6)

donde: Δ es el tensor de rapidez de deformaciones (ó rapidez de corte), y cuyos elementos quedan definidos por la ecuación (7) en sistema cartesiano

$$\Delta_{ij} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

(7)

Habíamos definido η como el coeficiente de viscosidad no-Newtoniana que es función del esfuerzo a que es sometido, podemos escribir la ecuación 6.

$$\tau = \eta \Delta$$

(8)

η es una función escalar y por lo tanto puede ser expresada únicamente en función de las invariantes escalares de el tensor rapidez de corte Δ . Estas invariantes quedan definidas por:

$$I_1 = \sum_i \Delta_{ii} = 2 (\nabla \cdot v)$$

$$I_2 = \sum_i \sum_j \Delta_{ij} = (\Delta : \Delta)$$

$$I_3 = \sum_i \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \Delta_{ii} \Delta_{jj} \Delta_{kk} = \text{dota} \Delta$$

Para fluidos incompresibles: y un flujo rectilíneo de dos dimensiones el tercer invariante. Luego la viscosidad depende exclusivamente del segundo invariante del tensor de esfuerzos.

Reiner y Rivlin obtuvieron una ecuación reológica más general para fluidos no-Newtonianas incompresibles que tiene la forma:

$$\tau = \eta \Delta + \frac{1}{2} \eta_c (\Delta : \Delta)$$

(9)

...

donde η_c es el coeficiente de viscosidad cruzada (50)

$$\eta_c = \varphi (I_1, I_2)$$

Definiendo el coeficiente de viscosidad en función de la segunda invariante, cuyos términos expandidos se presentan en la tabla IV, a las ecuaciones propuestas en la tabla II observaremos que:

La ecuación de la ley exponencial quedará:

$$\eta = \eta^0 \left[\frac{1}{2} (\Delta : \Delta) \right]^{\frac{n-1}{2}} \tag{10}$$

Si suponemos un esfuerzo único en la dirección x el único componente de velocidad diferente de cero será $v_x: v_x \neq 0$

$$\Delta : \Delta = 2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 \tag{11}$$

$$\eta = \eta^0 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \eta^0 \dot{\gamma} \tag{12}$$

Las otras ecuaciones de la tabla II se puede generalizar reemplazando $\dot{\gamma}$ con $\left[\frac{1}{2} (\Delta : \Delta) \right]^{1/2}$ ó τ con $\left[\frac{1}{2} (\tau : \tau) \right]^{1/2}$.

$$(\tau : \tau) = \sum_i \sum_j \tau_{ij}^2$$

...

Por ejemplo, la ecuación de Reiner-Philippoff:

$$\eta = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + [(\dot{\gamma} : \dot{\gamma}) / 2]^{1/2}}$$

(13)

Las ecuaciones propuestas para los fluidos y desarrolladas a manera de ejemplo para los fluidos Newtonianos y no-Newtonianos, nos permitirán posteriormente el desarrollo basado en los datos experimentales del modelo que nos describa mecánicamente nuestro fluido de trabajo.

Dependencia de la Viscosidad con la Temperatura:

La temperatura como es bien sabido afecta en forma determinante todas las propiedades reológicas de los cuerpos. La viscosidad, aumenta para los gases y disminuye para los líquidos con el incremento de temperatura; y para los fluidos Newtonianos es válida la ecuación de Arrhenius

$$\mu = A e^{\frac{E}{RT}}$$

(14)

donde A es un coeficiente que depende de la naturaleza del fluido y E es la energía de activación de flujo.

...

Para fluidos Newtonianos tenemos:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{A e^{-\beta \dot{\gamma} \tau_1}}{A e^{-\beta \dot{\gamma} \tau_2}} \quad (15)$$

$\frac{1}{\beta \dot{\gamma}}$ representa el número de grados que deben elevarse para disminuir la viscosidad de un factor $\frac{1}{e}$.

La ecuación 15 puede escribirse:

$$\mu_1 = \mu_2 e^{\beta \dot{\gamma} (\tau_1 - \tau_2)} = \mu_2 e^{\beta \dot{\gamma} \Delta \tau} \quad (16)$$
$$\Delta \tau = \frac{1}{\beta \dot{\gamma}}, \quad \mu_2 = \left(\frac{1}{e}\right) \mu_1$$

La viscosidad no-Newtoniana además de ser función de la temperatura es función del esfuerzo cortante (ó la rapidez de corte).

$$\eta = \varphi(\tau, T)$$
$$\eta = \varphi(\dot{\gamma}, T)$$

Hay que especificar cuando es función de τ ó $\dot{\gamma}$ ya que:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial \tau}\right)_{\dot{\gamma}} \neq \left(\frac{\partial \eta}{\partial \tau}\right)_{\dot{\gamma}}$$

...

para fluidos Pseudoplásticos Bestel y Belcher (50) probaron que:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial T}\right)_\tau > \left(\frac{\partial \eta}{\partial T}\right)_{\dot{\gamma}}$$

Si suponemos que la viscosidad no-Newtoniana se puede definir con la ecuación de Arrhenius

$$\eta = A e^{\frac{E_z}{RT}} \quad , \quad \eta = A e^{\frac{E_y}{RT}}$$

a bajos esfuerzos cortantes $E_z = E_y$. Si derivamos parcialmente

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial T}\right)_\tau = -\frac{\eta E_z}{RT^2} \quad ; \quad \left(\frac{\partial \eta}{\partial T}\right)_{\dot{\gamma}} = \frac{\eta E_y}{RT^2}$$

$$\frac{E_z}{E_y} = 1 - \dot{\gamma} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \dot{\gamma}}\right)_T \quad (17)$$

Cuando el fluido sigue a la ley exponencial para el rango de interés se puede simplificar de la siguiente manera:

$$E_z = \left(\frac{1}{n}\right) E_y \quad (18)$$

donde n = índice de flujo.

...

Aún cuando el sistema experimental será isotérmico es conveniente hacer notar esta dependencia de la temperatura, ya que es importante incluirla como variable en el momento de constituir la ecuación reológica, y tener especial cuidado respecto a la variable que se va a manejar.

TABLA II	
SUMARIO DE RELACIONES DE VISCOSIDAD PARA FLUIDOS	
NO-NEWTONIANOS	
1	NEWTON $\mu = \eta = \tau / \dot{\gamma}$
2	Bingham. $\eta = \mu_0 + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}$
3	LEY POTENCIAL $\eta = \eta_0 \left \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right ^{n-1} = \eta^0 \left \frac{\tau}{\tau_0} \right ^{\frac{n-1}{n}}$
4	REINER-Philippoff $\eta = \mu_{\infty} \left[\frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + (\tau/\tau_A)^2} \right]$
5	ELLIS $\eta = \frac{\mu_0}{1 + \frac{\mu_0}{\eta^0} \left[\frac{\tau}{\tau_0} \right]^{m-1}}$
6	POWELL-Eyring $\eta = \mu_0 \left[\frac{\tau/\tau_0}{\sinh(\tau/\tau_0)} \right]$
7	Bueche $\eta = \mu_0 f(\alpha \dot{\gamma})$
8	Rouse $\eta = \mu_0 g(\beta \dot{\gamma})$

TABLA III

COMPONENTES DEL TENSOR DE ESFUERZOS τ

COORDENADAS RECTANGULARES:

$$\tau_{xx} = +\mu \left[2 \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\tau_{yy} = +\mu \left[2 \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\tau_{zz} = +\mu \left[2 \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = +\mu \left[\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right]$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = +\mu \left[\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right]$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = +\mu \left[\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right]$$

$$(\nabla \cdot v) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

COORDENADAS CILÍNDRICAS:

$$\tau_{rr} = +\mu \left[2 \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\tau_{\theta\theta} = +\mu \left[2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\tau_{zz} = +\mu \left[2 \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = +\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = +\mu \left[\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right]$$

TABLA III (CON'')

$$\bar{\tau}_{21} = \bar{\tau}_{13} = +\mu \left[\frac{\partial v_3}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right]$$

$$(\nabla \cdot v) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

COORDENADAS ESFERICAS:

$$\bar{\tau}_{r\theta} = +\mu \left[2 \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\bar{\tau}_{\theta\theta} = +\mu \left[2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\bar{\tau}_{\varphi\varphi} = +\mu \left[2 \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi}{r} + \frac{v_\theta \cot \theta}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot v) \right] + k (\nabla \cdot v)$$

$$\bar{\tau}_{r\theta} = \bar{\tau}_{\theta r} = +\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\bar{\tau}_{\theta\varphi} = \bar{\tau}_{\varphi\theta} = +\mu \left[\frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v_\varphi}{\sin \theta} \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} \right]$$

$$\bar{\tau}_{\varphi r} = \bar{\tau}_{r\varphi} = +\mu \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\varphi}{r} \right) \right]$$

$$(\nabla \cdot v) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}$$

NOTA: NUESTRA TABLA IV ES PRECISAMENTE LA TABLA 3.4.8 DEL BIRD. (7)

CAPITULO II

DESCRIPCION DEL FENOMENO DE FLUJO:

Las ecuaciones de movimiento están basadas en la segunda ley de Newton, y permiten la determinación de la medida en que varía la velocidad con la posición.

Si aplicamos un balance de momentum en la dirección de los tres ejes tendremos para el eje \bar{z} :

$$F_{\bar{z}} = \frac{M a_{\bar{z}}}{g_c} \quad (1)$$

que puede escribirse en términos de la variación de momentum:

$$F_{\bar{z}} = \frac{1}{g_c} \frac{d}{dt} (M v_{\bar{z}}) \quad (2)$$

Si aplicamos esta ecuación a un elemento de fluido de masa constante que se mueve con la velocidad del fluido total:

$$F_{\bar{z}} = \frac{M}{g_c} \frac{D v_{\bar{z}}}{Dt} \quad (3)$$

que está expresada en función de la derivada substancial de la velocidad.

...

Si el elemento de fluido tiene una masa diferencial
la ecuación 3 quedará expresada como:

$$dF_z = \frac{1}{g_c} \rho dx dy dz \frac{Dv_z}{Dt} \quad (4)$$

dF_z representa la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el elemento de fluido en la dirección z y es conveniente dividir las en dos grupos. Las fuerzas que actúan sobre todo el cuerpo llamadas fuerzas totales (Body forces) \bar{F} expresadas en $\bar{lb}/lb\text{ masa}$; y las fuerzas provenientes de los esfuerzos mecánicos sobre la superficie del elemento, para el elemento diferencial en consideración y en la dirección z .

$$d\bar{F}_z = \bar{F} dx dy dz \quad (5)$$

La única fuerza a considerar en este caso es la gravedad que puede ser expresada

$$\bar{F} = \frac{g}{g_c} \cos \beta \quad (6)$$

Donde β es el ángulo entre la dirección z y la dirección en que actúa la gravedad.

...

Nuestro elemento a considerar es un cubo de lados dx, dy, dz cuyas seis caras están sometidas a esfuerzos mecánicos provenientes del fluido que lo rodea, y cada uno de estos esfuerzos puede resolverse en función de sus componentes en cada uno de los tres ejes. La figura 1 muestra los componentes del esfuerzo que actúan en la dirección z y la figura 2, muestra los tres componentes actuando en una superficie. El primer índice indica la cara sobre la que actúa el esfuerzo y tiene el nombre del eje porpendicular a esta y el segundo índice la dirección del esfuerzo

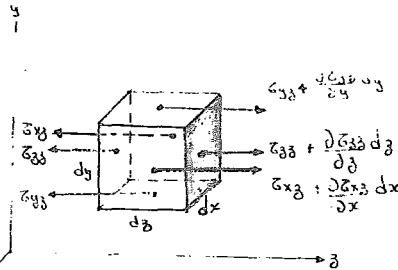


Fig 2-1

Los esfuerzos con índices mezclados son esfuerzos cortantes que tienden a deformar el elemento de fluido cambiando los ángulos entre sus caras; los esfuerzos con índices iguales

son esfuerzos normales que estan relacionados con la posición hidrostática. La figura 3 nos muestra la convención empleada para dar signo a los esfuerzos cortantes.

De acuerdo a lo anterior el estado de esfuerzo de un punto estará dado por nueve componentes; seis para esfuerzos cortantes y tres para esfuerzos normales.

Se puede demostrar que no todos los términos de esfuerzo cortante son independientes, considerando la posibilidad de rotación del elemento de fluido. Consideramos por ejemplo la rotación a lo largo de un eje paralelo al eje z puede ser causado por un torque producido por los esfuerzos mostrados en la figura 3.

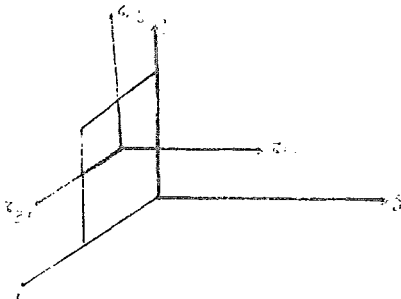


Fig 2-2

De acuerdo a los principios de la mecánica el torque es igual al momento de inercia multiplicado por la velocidad angular lo cual conduce a la ecuación:

...

$$\bar{\sigma}_{yy} - \bar{\sigma}_{yy} = r (\text{radio de giro})^2 (\text{aceleración angular})$$

Si el tamaño del elemento de fluido tiende a cero el radio de giro también por lo que: $\bar{\sigma}_{yy} = \bar{\sigma}_{yy}$, de igual forma: $\bar{\sigma}_{xx} = \bar{\sigma}_{xx}$ y $\bar{\sigma}_{xy} = \bar{\sigma}_{xy}$.

Los esfuerzos normales se relacionan con la presión de acuerdo a la siguiente definición:

$$-P = \frac{1}{3} (\bar{\sigma}_{xx} + \bar{\sigma}_{yy} + \bar{\sigma}_{zz}) \quad (7)$$

Si la velocidad no es constante los esfuerzos normales individuales serán diferentes y el valor absoluto de ninguno de ellos será igual, necesariamente, a la presión

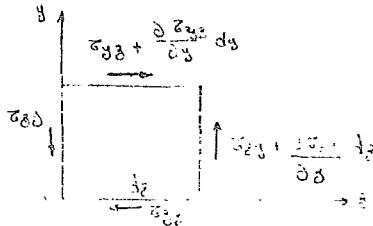


Fig. 2-3

...

Las ecuaciones de movimiento las podemos expresar en función del esfuerzo, de la figura 1 hacemos un balance y escribimos la fuerza neta en la dirección z .

$$\begin{aligned}
 df_z = & (\tau_{zz} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} dz) dy dz + (\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy) dz dy \\
 & + (\tau_{xz} + \frac{\partial (\tau_{xz})}{\partial x} dx) dx dz - \tau_{zz} dy dz - \tau_{yz} dx dz \\
 & - \tau_{xz} dx dz
 \end{aligned} \tag{8}$$

La ecuación 8 se puede simplificar:

$$df_z = \left(\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \right) dx dy dz \tag{9}$$

Las fuerzas que actúan en la dirección z son la fuerza total (Body force) y los esfuerzos, el término F_z de la ecuación 4 es la suma de estas dos, luego combinando las ecuaciones 4, 5, 6 y 9 tendremos:

$$\rho \frac{Dv_z}{Dt} = \rho g \cos \beta + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \tag{10}$$

Desde luego se puede expresar para las tres direcciones.

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} = \rho x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \tag{11}$$

...

$$\frac{\rho}{g_c} \frac{Dv_y}{Dt} = \rho \gamma + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (12)$$

$$\frac{\rho}{g_c} \frac{Dv_z}{Dt} = \rho I + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (13)$$

Dadas las ecuaciones de velocidad en relación al esfuerzo podemos obtener ahora una relación para la viscosidad.

Los sólidos elásticos se deforman de acuerdo a la ley de Hooke, que establece que la deformación es proporcional al esfuerzo. Pero para los fluidos Newtonianos el esfuerzo es proporcional a la rapidez de deformación llamada algunas veces rapidez de corte.

La viscosidad ya fué definida para los fluidos en el capítulo precedente de acuerdo a la ley de Newton.

$$\tau_{yz} = \mu \frac{dv_z}{dy} \quad (14)$$

Para deformaciones más complicadas es conveniente definir la rapidez de deformación como la rapidez de cambio de ángulo ψ como se muestra en la figura 4, para el caso de una dimen

La figura 5 muestra los componentes de esfuerzo cortante que actúan en las caras perpendiculares al plano yz para producir la deformación ilustrada en la figura 5. La variación del ángulo ψ consta de dos aspectos: uno es $(dv_3/dy)dt$ y el otro es $(dv_3/dz)dt$ luego tendremos:

$$\frac{d\psi}{dt} = - \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} \right) \quad (18)$$

que llevada a la ecuación 17:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z} \right) \quad (19)$$

De manera semejante los otros esfuerzos estarán dados por:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad (20)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (21)$$

Como se observa estas ecuaciones son exactamente iguales a las descritas en la tabla III.

Haremos ahora un breve análisis de los esfuerzos normales. Por definición tenemos la ecuación 7.

$$p = -\frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (7)$$

...

sión la variación de ψ con respecto al tiempo puede expresarse radianes como:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\left(\frac{dv_z}{dy}\right) dy dt}{dy} \quad (15)$$

la rapidez de deformación por lo tanto será:

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{dv_z}{dy} \quad (16)$$

Llevando la ecuación 16 a la 14 tendremos que:

$$\tau = -\mu \frac{d\psi}{dy} \quad (17)$$

que se usará ahora en el análisis de la deformación del elemento $dx dy dz$

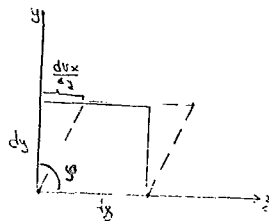


Fig 4

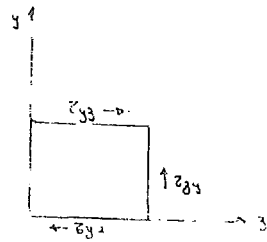


Fig 5

...

Para el caso especial en que la velocidad es igual tendremos que cada esfuerzo normal es numéricamente igual a la presión. En general, el esfuerzo normal es considerado compuesto por una contribución de la presión y una contribución de los esfuerzos viscosos que están asociados con la deformación lineal del elemento en dirección de los esfuerzos normales. Si expresamos lo anterior matemáticamente:

$$\sigma_{zz} = -P + \sigma_z$$

$$\sigma_z = \text{esfuerzos viscosos normales.} \quad (22)$$

Llevando la ecuación 7 a la 22:

$$\sigma_z = \sigma_{zz} + P \quad (23)$$

$$\sigma_z = \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (\tau_{xx} + \tau_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (24)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{3} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} \tau_{xx} - \frac{1}{3} \tau_{yy} \quad (25)$$

que puede escribirse:

$$\sigma_z = \frac{1}{3} (\sigma_{zz} - \tau_{xx}) + \frac{1}{3} (\sigma_{zz} - \tau_{yy}) \quad (26)$$

para las tres direcciones se pueden obtener ecuaciones seme-

...

jantes que al sustituirlas en las ecuaciones 27, 28 y 29 que quedaron en la siguiente forma.

$$\begin{array}{ccc} (a) & (b) & (c) \\ \sigma_{zz} = -p + \frac{1}{3} (\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) - \frac{1}{3} (\sigma_{yy} - \sigma_{zz}) & & (27) \end{array}$$

$$\sigma_{yy} = -p + \frac{1}{3} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + \frac{1}{3} (\sigma_{yy} - \sigma_{zz}) \quad (28)$$

$$\sigma_{xx} = -p + \frac{1}{3} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) - \frac{1}{3} (\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) \quad (29)$$

El efecto del esfuerzo normal σ_{zz} provoca una deformación en la dirección z . Se asume que la rapidez de deformación en la dirección z ($\partial v_z / \partial z$) puede ser evaluada sumando los efectos de los términos de las tres ecuaciones para esfuerzos normales.

La contribución a $\partial v_z / \partial z$ por el término de presión es considerada primero, y lo escribimos $(\partial v_z / \partial z)_a$. La ecuación de la presión con el tiempo DP/Dt produce un cambio en la densidad del elemento y su variación es expresada por la ecuación de continuidad.

$$\frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (30)$$

El miembro izquierdo es igual a la deformación volumétrica $\frac{1}{v} \left(\frac{Dv}{Dt} \right)$ y como la presión es igual en todas las direcciones

...

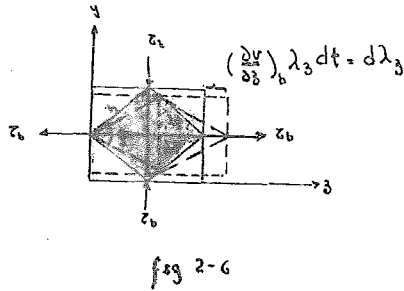
nes, la contribución de la presión a la rapidez de deformación en la dirección Z está dada:

$$\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)_a = \frac{1}{3} \frac{1}{v} \frac{Dv}{Dt} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (31)$$

En atención a poder analizar más fácilmente los términos de esfuerzo marcados como b, c y d serán analizadas por pares de forma tal que el elemento pueda considerarse como sujeto a un esfuerzo puro. Cuando un elemento experimenta una compresión en una dirección dada y que es igual en magnitud a una tensión en dirección perpendicular, se comporta como si fuera sujeto a esfuerzos puros en planos inclinados 45° con respecto a los ejes. No hay esfuerzos normales en estos planos; y los esfuerzos cortantes son iguales en magnitud a los esfuerzos normales aplicados en la parte exterior del elemento a considerar.

Tomando primero los términos marcados (b) en las ecuaciones 27 y 28; estos esfuerzos actúan como se observa en la figura 6 con esfuerzos positivos en la dirección z (tensiones) y esfuerzos negativos en la dirección y (compresiones), el esfuerzo cortante τ_b es proporcional a la rapidez de deformación angular.

...



$$\sigma_b = -\frac{\mu}{g_c} \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{3} (\sigma_{33} - \sigma_{3y}) \quad (32)$$

La cantidad $d\psi/dt$ puede ser calculada en términos de $(dv_z/dz)_b$. Como no hay esfuerzos normales actuando sobre el elemento de lado h , de la figura 6 los lados del mismo no cambiarán de longitud con la deformación, la figura 6 nos muestra que:

$$\tan \frac{\psi}{2} = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \quad (33)$$

El hecho de que los lados sean constantes nos conduce a que:

$$\lambda_y^2 + \lambda_z^2 = \text{constante} \quad (34)$$

y como aproximadamente $\lambda_y = \lambda_z$

$$d\lambda_y = -d\lambda_z \quad (35)$$

...

Si escribimos la ecuación 33 en forma diferencial

$$\frac{1}{2} \sec^2\left(\frac{\psi}{2}\right) d\psi = 2 \frac{d\lambda_3}{\lambda_3} \quad (36)$$

dividiendo por dt y haciendo $\psi = 90^\circ$ nos quedará:

$$\frac{d\psi}{dt} = -2 \frac{d\lambda_3}{\lambda_3 dt} \quad (37)$$

de la figura 6 tendremos que: $d\lambda_3 = \left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_b \lambda_3 dz$

que, llevado a la ecuación 37

$$\frac{d\psi}{dt} = 2 \left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_b \quad (39)$$

El esfuerzo deseado se obtiene combinando las ecuaciones 32 y 39

$$\tau_b = \frac{2\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_b$$

y obtendremos finalmente:

$$\left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_b = \frac{\tau_b g_c}{2\mu} \quad (41)$$

6

$$\left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_b = \frac{g_c}{2\mu} \left(\frac{\tau_{33} - \tau_{31}}{3}\right) \quad (42)$$

...

Consideramos ahora dos de las tres componentes de fuerza de las ecuaciones 27 y 29. En el tercer caso consideremos el elemento sometido a esfuerzo pero como se muestra en la figura 7, y razonando de manera similar que para $\left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_b$ tenemos que:

$$\left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_c = \frac{9c}{2\mu} \left(\frac{\epsilon_{33} - \epsilon_{xx}}{3}\right) \quad (43)$$

Los dos esfuerzos restantes llamados d no producen ningún efecto en la dirección z por lo que:

$$\left(\frac{\partial v_3}{\partial z}\right)_d = 0$$

La suma de las rapidezces de deformación considerados dan la velocidad de deformación en la dirección z causado por los esfuerzos normales.

$$\frac{\partial v_3}{\partial z} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{9c}{2\mu} \frac{\epsilon_{33} - \epsilon_{31}}{3} + \frac{9c}{2\mu} \frac{\epsilon_{33} - \epsilon_{xx}}{3} \quad (44)$$

6

$$\frac{\partial v_3}{\partial z} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{\epsilon_{33} - 9c}{2\mu} - \frac{9c}{2\mu} \left(\frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{33}}{3} \right) \quad (45)$$

Usando la definición de presión de la ecuación 17 y resolviéndola para ϵ_{33} tendremos:

...

$$\begin{aligned} \tau_{zz} = -p + \frac{2\mu}{g_c} \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (46)$$

las ecuaciones para los esfuerzos restantes pueden derivarse de la misma forma

$$\begin{aligned} \tau_{yy} = -p + \frac{2\mu}{g_c} \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} = -p + \frac{2\mu}{g_c} \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (48)$$

Ecuación de Navier-Stokes:

Si las ecuaciones 19, 21 y 46 para los tres componentes dirigidos en la dirección z las sustituimos en la ecuación 11 obtenemos la descripción completa del movimiento en

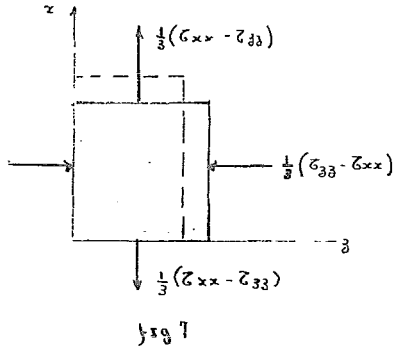
...

en la dirección z .

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{Dv_z}{Dt} = \rho z - \frac{\partial P}{\partial z} + 2 \frac{\mu}{g_c} \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - \frac{1}{3} \frac{\mu}{g_c} \left(\right. \\
 \left. \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{g_c} \left(\right. \\
 \left. \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z \partial y} \right) + \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \right. \\
 \left. \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial z} \right)
 \end{aligned}
 \tag{49}$$

que rearrreglada.

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{Dv_z}{Dt} = \rho z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{g_c} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right. \\
 \left. + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{g_c} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \right. \\
 \left. \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)
 \end{aligned}
 \tag{50}$$



Ecuaciones similares existen en las direcciones x, y .
 Estas tres ecuaciones son conocidas como ecuaciones de Navier-Stokes
 ó ecuaciones de movimiento.

Para flujo incompresible:

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{ó} \quad (\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (51)$$

y la ecuación de Navier-Stokes para este caso quedará:

$$\begin{aligned} v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \rho_c \kappa - \frac{\rho_c}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_y}{\partial t} &= \rho_c \lambda - \frac{\rho_c}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (53)$$

...

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial \theta} = g_c \gamma - \frac{g_c}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$
$$+ \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (54)$$

Estas ecuaciones pueden expresarse en forma tensorial y en dicha forma las usaremos para la descripción del flujo en ductos y canales, pero en lugar de trabajar con velocidad lo haremos con flujo volumétrico.

Flujo en Ductos y Canales.

En primer término haremos un análisis del flujo en ductos de sección circular y régimen laminar, para poder llevar a cabo este análisis haremos las siguientes suposiciones.

El fluido no resbala en la superficie del ducto.

La viscosidad del fluido está determinada únicamente por la temperatura y el estado del esfuerzo a que se encuentra sometido.

z representa la distancia variable a lo largo de la dirección de flujo, r la distancia radial (variable), la presión se incrementa en la dirección del eje z por lo que el término $\left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)$ es positivo y el

flujo negativo.

Las coordenadas más apropiadas para describir este fenómeno son las cilíndricas puesto que el ducto tiene esta forma. El componente ξ de la ecuación de momentum en coordenadas cilíndricas es obtenida de la tabla I .

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial [r \tau_{rz}]}{\partial r} \quad (55)$$

que integrada

$$\tau_{rz} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \quad (56)$$

La ecuación 56 es independiente de la naturaleza del fluido, y muestra que el esfuerzo cortante, es una función lineal de la distancia radial.

Las condiciones a la frontera para este caso serán:

en el centro del tubo: $r=0$

en la pared del tubo: $r=R$

La ecuación 56 puede derivarse también haciendo el balance de fuerzas aplicadas en la tubería: fig. (2.8)

...

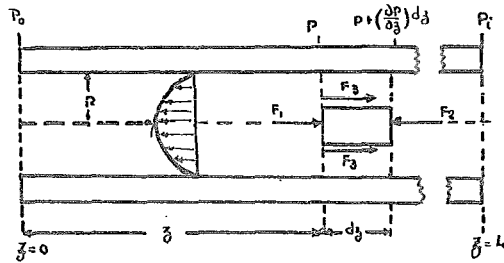


Fig 2.3

consideremos las fuerzas que actúan en un elemento cilíndrico de fluido que tiene un radio r y una longitud dz y supongamos que el sistema está estacionario y por lo tanto en equilibrio:

$$\sum F_z = 0 = F_1 + F_2 + F_3$$

Las fuerzas F_1 , F_2 , F_3 actúan a la derecha, a la izquierda y sobre la superficie cilíndrica del elemento en cuestión.

$$F_1 = \pi r^2 P$$

$$F_2 = -\pi r^2 \left[P + \left(\frac{dp}{dz} \right) dz \right]$$

$$F_3 = 2\pi r \tau_{rz} dz$$

que llevados a la ecuación 55 nos da la ecuación 56.

El componente τ_{rz} Tabla III con η reemplazando μ para flujo no-Newtoniano, está dado por la ecuación:

$$\tau_{rz} = \eta \left(\frac{dv_z}{dr} \right) \quad (57)$$

...

si llamamos $\dot{\gamma} = \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial t}$ y $\dot{\gamma}' = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial t} \right) = \frac{\partial v_z}{\partial r}$ la ecuación 57 nos quedará:

$$\tau_{rz} = \eta \dot{\gamma}' \quad (58)$$

η la definimos como viscosidad no-Newtoniana y si suponemos un fluido que siga la ley potencial

$$\eta = \eta_0 \left[\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right]^{n-1} \quad (59)$$

que llevada a la ecuación 58 e integrando:

$$v_z = v_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (60)$$

donde v_0 es la velocidad en el centro del flujo y está definida por la ecuación

$$v_0 = - \left(\frac{nR\dot{\gamma}_0}{n+1} \right) \left[\frac{R}{2\eta_0\dot{\gamma}_0} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \right]^{1/n} \quad (61)$$

El flujo volumétrico en una sección cilíndrica está dado por:

$$Q = 2\pi \int_0^R r v_z dr \quad (62)$$

...

Substituyendo la ecuación 60 en 62 y efectuando la integración:

$$Q = \left(\frac{n+1}{3n+1} \right) \pi R^2 v_0 \quad (63)$$

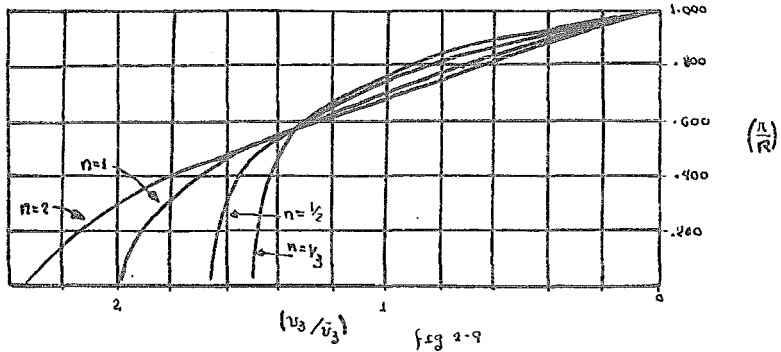
Si definimos la velocidad promedio como $\bar{v}_3 = Q/\pi R^2$ y la relacionamos con la velocidad máxima:

$$\frac{Q}{\pi R^2} = \bar{v}_3 = \left(\frac{n+1}{3n+1} \right) v_0 \quad (64)$$

y podemos definir la velocidad puntual v_3 en función de la velocidad promedio

$$v_3 = \bar{v}_3 \left(\frac{3n+1}{n+1} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (65)$$

Los perfiles de temperatura para varios n se muestran en la figura 2.9., para $n=1$ la curva es una parábola y que es característica de los fluidos Newtonianos. Para $n < 1$ son fluidos pseudo plásticos en donde la viscosidad del fluido es menor en las paredes que en el centro del tubo. La parábola se achata.



El esfuerzo en la pared del tubo se obtiene directamente de la ecuación 56.

$$\tau_w = \frac{R}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (66)$$

y la rapidez de corte en la pared se calcula diferenciando la ecuación 60 y eliminando v_w a través de la ecuación 9.

$$\dot{\gamma}_w = - \frac{3}{n} \left(n + \frac{1}{3} \right) \left(\frac{Q}{\pi R^3} \right) \quad (67)$$

Cuando un fluido incompresible fluye a través de un ducto de sección uniforme Q es el mismo a lo largo de todo el tubo, siempre que su sección transversal sea perpendicular al eje de flujo.

...

Si examinamos las ecuaciones 61 y 63 veremos que el gradiante $(\partial P / \partial z)$ debe ser independiente y constante; por que para un tubo de longitud L dicho gradiente puede expresarse en la siguiente forma $(\Delta P / L)$ donde ΔP representa la caida de presión total a lo largo de toda la tubería.

La tabla IV reúne las fórmulas y que siguen la ley - potencial, considerando como un caso especial de la misma los Fluidos Newtonianos ($n=1$).

La siguiente derivación es similar a la de "Reiner en lo cual, la ecuación reológica de un plástico de Bingham es combinada con la ecuación general para esfuerzo cortante (2). si llamamos μ_p a la viscosidad plástica, que la podemos definir como la viscosidad que presenta el fluido una vez superado el esfuerzo de ruptura, y es debida a la fricción mecánica; en los lodos de perforación se debe a la cantidad de sólidos presentes.

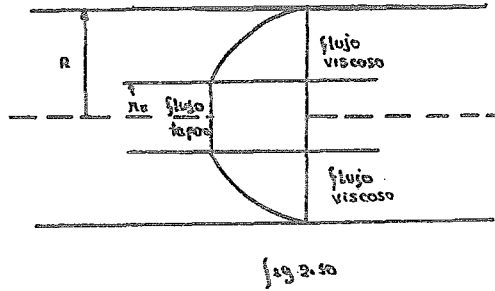
τ_0 = esfuerzo de ruptura

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{r}{2\mu_p} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) - \frac{\tau_0}{\mu_p} \quad (68)$$

Esta ecuación, se aplica únicamente en la región en la que el material fluye, es decir en la zona en la que el es-

...

fuerzo cortante es mayor que el valor de ruptura, $r_* < r < R$ en la figura (2.10).



En el centro donde $r_* < r$ el esfuerzo cortante es menor que el valor de ruptura, el material se comporta como un sólido y se mueve a lo largo del ducto en forma de tapón. En la distancia radial r_* el esfuerzo cortante es igual al valor de ruptura y la ecuación dos queda en la siguiente forma.

$$r_* = \frac{2\tau_0}{p} \quad p = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (69)$$

La velocidad del fluido dentro de la región de flujo constante se encuentra integrando la ecuación 68

$$v_z = -\frac{R^2 p}{4\mu_p} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] + \frac{R\tau_0}{\mu_r} \left[1 - \left(\frac{r}{r_*}\right) \right] \quad (70)$$

...

que satisface la condición $v_z(r) = 0$

La velocidad del tapón v_x puede obtenerse a partir de la ecuación 70 substituyendo r por r_* y definiendo una variable adimensional $\chi = \left(\frac{r_*}{R}\right) = \frac{z \zeta_0}{R P}$

$$v_x = -\frac{R^2 P}{4 \mu_p} [1 - \chi^2] + \frac{R \zeta_0}{\mu_p} [1 - \chi] \quad (71)$$

El flujo volumétrico Q a lo largo del tubo está dado por:

$$Q = \pi R^2 v_x + 2\pi \int_{R_*}^R r v_z dr \quad (72)$$

donde el primer término representa el flujo volumétrico en el tapón y el segundo, al material que está en flujo cortante llevando 72 a la ecuación 62.

$$Q = -\frac{\pi R^4 P}{8 \mu_p} \left[1 - \frac{2\chi}{3} + \frac{\chi^4}{2} \right] \quad (73)$$

Notese que si $\zeta_0 = 0$ la ecuación reológica de un plástico de Bingham se convertirá en la de un fluido Newtoniano y la ecuación 73 se convierte en la ecuación de Poiseuille

Para el caso de tubos podemos generalizar.

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} = f(\dot{\gamma}) \quad (74)$$

donde la relación funcional $f(\dot{y})$ es desconocida ó no puede ser representada adecuadamente por una relación empírica. Dado lo anterior se puede atacar el problema, trazando la curva de flujo que se puede obtener experimentalmente midiendo la velocidad de flujo y la caída de presión y programando un método riguroso por el que tales datos puedan llevarse a diseño.

La curva de flujo consiste de una gráfica de $\bar{\tau}$ contra \dot{y} y el problema consiste entonces en obtener $\bar{\tau}_w \dot{y}$ en función de Q y ΔP

$$\bar{\tau}_w = \frac{R \Delta P}{2L} \quad (75)$$

El subíndice w indica que los valores que se pretende obtener son para la pared del ducto (donde se tiene el máximo esfuerzo cortante).

Si \dot{y}_w es calculada, queda definido el problema de flujo. Por lo tanto, hay que derivar una relación general independiente de la naturaleza del fluido para la rapidez de corte en la pared. Esta relación ya fué obtenida por Rabinowitsch.

$$-\dot{y}_w = \frac{1}{\pi R^3} \left[3Q + \Delta P \frac{dQ}{d\Delta P} \right] \quad (76)$$

...

donde Q es el flujo volumétrico y ΔP la caída de presión.

El siguiente desarrollo tomado del Bird (7) consta de la integración por partes de la ecuación 62 para dar como resultado la ecuación de Rabinowitsch.

$$Q = 2\pi \int_0^R r v_z \, dr = 2\pi \left[\frac{r^2 v_z}{2} \Big|_0^R - \int_0^R \frac{r^2}{2} \, dv_z \right] \quad (77)$$

En la pared del tubo donde $r=R$ el valor del primer término es igual a cero, y de igual forma para cuando $r=0$ y se está en el centro del tubo.

$$Q = -\pi \int_0^R r^2 \, dv_z = -\pi \int_0^R r^2 \left(\frac{dv_z}{dr} \right) \, dr \quad (78)$$

El esfuerzo cortante puede expresarse en la siguiente forma.

$$\tau = \left(\frac{r}{R} \right) \tau_w$$

Combinando las ecuaciones 56 y 66 e introduciéndolas como una nueva variable de integración la ecuación 78 quedará:

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \gamma \tau^2 \, d\tau \quad (79)$$

...

$$\frac{\zeta_{\omega} Q}{\pi R^3} = - \int_0^{\zeta_{\omega}} \gamma \zeta^2 d\zeta \quad (80)$$

Diferenciando ambas partes de la ecuación 80 con respecto a ζ_{ω} . La diferenciación de la integral sigue la regla de Leibnitz:

$$\frac{1}{\pi R^3} \left[\zeta_{\omega}^3 \frac{dQ}{d\zeta_{\omega}} + 3 \zeta_{\omega}^2 Q \right] = - \gamma \zeta_{\omega}^3 \quad (81)$$

pero $\zeta_{\omega} = \frac{R \Delta P}{3L}$ y la ecuación 81 quedará:

$$-\gamma \zeta_{\omega}^3 = \frac{1}{\pi R^3} \left[3Q + \Delta P \frac{dQ}{d\Delta P} \right] \quad (82)$$

que es precisamente la ecuación de Rabinowitsch.

Para el caso especial de fluidos que siguen la ley exponencial, la caída de presión es proporcional a la enésima potencia de Q como se muestra en la tabla IV.

$$\Delta P = kQ^n \quad (83)$$

diferenciando

$$\frac{d(\Delta P)}{dQ} = knQ^{n-1} \quad ; \quad \frac{\Delta P dQ}{d(\Delta P)} = \frac{Q}{n} \quad (84)$$

...

Luego la ecuación de Rabinowitsch para los fluidos que siguel la ley exponencial quedará:

$$-\dot{\gamma}_w = \frac{1}{\pi R^3} \left[3Q + \frac{Q}{n} \right] = \frac{Q}{\pi R^3} \left[\frac{3n+1}{n} \right] \quad (85)$$

que es idéntica a la ecuación 67. Esta ecuación es de extrema utilidad en el diseño de tubería para fluidos no Newtonianos.

$$-\dot{\gamma}_w = \frac{3}{4} \left(\frac{4Q}{\pi R^3} \right) + \frac{\zeta_w}{4} \frac{d}{d\zeta_w} \left(\frac{4Q}{\pi R^3} \right) \quad (86)$$

definiendo $\Gamma = 4Q/\pi R^3$ y substituyendo en la ecuación 86

$$-\dot{\gamma}_w = \frac{3}{4} \Gamma + \frac{\zeta_w}{4} \frac{d\Gamma}{d\zeta_w} \quad (87)$$

Nótese que Γ y ζ_w son las variables de consistencia de Reiner.

La ecuación 74 aplicada al fluido en la pared del tubo: $\zeta_w = f(\dot{\gamma}_w)$ en la que introducimos la ecuación 88:

$$\zeta_w = f \left[-\frac{3}{4} \Gamma - \frac{\zeta_w}{4} \frac{d\Gamma}{d\zeta_w} \right] \quad (89)$$

Si graficamos ζ contra Γ tendremos una curva úni

...

ca para el fluido de que se trate para una temperatura dada.

En flujo laminar se considera el factor de fricción igual para fluidos Newtonianos y para no Newtonianos.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{16} \left[\frac{\rho \bar{v}^2}{\mu} \right] = \frac{\rho \bar{v}^2}{2 \tau_w} = \left[\frac{\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2}{R \Delta P_{2L}} \right] \quad (90)$$

Se puede definir un número de Reynolds generalizado para fluidos no Newtonianos a reserva de obtenerlo para el flujo experimental.

$$NR_G = \left[\frac{\rho \bar{v}^2}{\tau_w} \right]$$

Flujo en Ductos no Circulares:

Para obtener las ecuaciones que describan el comportamiento de un fluido en ductos no circulares deduciremos primero en forma general las ecuaciones constitutivas del flujo entre placas paralelas.

Consideremos un segmento de fluido como el que se observa en la figura 2.11 y orientemos nuestros ejes de forma tal que el único componente de velocidad diferente de cero sea v_x .

...

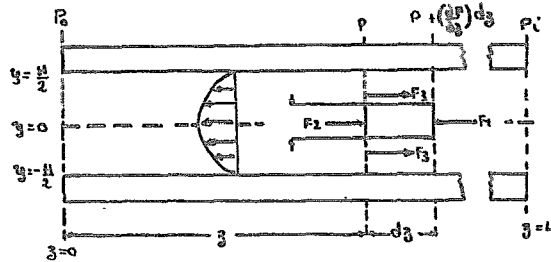


Fig 2.11

Tomando la ecuación de momentum de la tabla I tendremos que:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{\tau_{yz}}{y}$$

(94)

Ecuación a la que podemos llegar haciendo un balance de las fuerzas aplicadas a un elemento de fluido. Si nos referimos a un elemento de fluido de lado unitario ω altura $2y$ y longitud dz de la figura 2.11 observamos:

$$\sum F_z = 0 = F_1 + F_2 + F_3$$

(95)

$$F_1 = -2y \left[p + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) dz \right]$$

$$F_2 = 2y p$$

$$F_3 = 2 \tau_{yz} dz$$

Que llevados a la ecuación 95 nos quedará:

$$2y \left[p + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) dz \right] = 2y p + 2 \tau_{yz} dz$$

$$2y \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) dz = 2 \tau_{yz} dz$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{\tau_{yz}}{y}$$

...

Si consideramos $\frac{\Delta P}{L} = \frac{\partial P}{\partial z}$ para cuando $dz = L$ y si hacemos $H = y$ tendremos el esfuerzo realizado sobre la placa superior.

$$\tau_w = \frac{4 \Delta P}{2L} \quad (96)$$

$$\tau_{yz} = \tau_w \frac{y}{H/2} \quad (97)$$

La variación de la velocidad como ya se había visto, está dada por:

$$\frac{\partial v_z}{\partial y} = \int (\tau_{yz}) \quad (98)$$

Substituyendo la ecuación 97 en la 98

$$dv_z = \int \left(\tau_w \frac{y}{H/2} \right) dy \quad (99)$$

Esta ecuación (99) puede integrarse para obtener la distribución de velocidades

$$v_z = \int_y^{H/2} \int \left(\tau_w \frac{y}{H/2} \right) dy \quad (100)$$

Para obtener la expresión de la velocidad de flujo consideremos al flujo a través de un elemento $b dy$ (tomando el lado

...

como unitario)

$$dQ = \omega v dy$$

Considerando la simetría del sistema, podemos integrar:

$$Q = \omega \int_0^{H/2} 2v dy$$

que puede integrarse por partes:

$$Q = 2\omega \left[vy - \int y dv \right]_0^{H/2} \quad (101)$$

Como $v=0$ para $y = H/2$ el primer término de la ecuación 101 desaparece. Y la ecuación 97 tenemos que:

$$y = \left(\frac{H}{2}\right) \left(\frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{\omega}}\right)$$

que diferenciando nos da: $dy = \frac{H}{2\epsilon_{\omega}} d\epsilon_{33}$ que llevada a la ecuación 101 nos da

$$Q = 2\omega \int_0^{\epsilon_{\omega}} \frac{H}{2} \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{\omega}} \left\{ (\epsilon_{33}) \frac{H}{2\epsilon_{\omega}} d\epsilon_{33} \right.$$

que simplificada nos da:

$$\frac{Q}{\omega H^2} = \frac{1}{(2\epsilon_{\omega}^2)} \int_0^{\epsilon_{\omega}} \epsilon_{33} \left[\{ (\epsilon_{33}) \} \right] d\epsilon_{33} \quad (102)$$

...

Aplicando la deducción anterior para una $f(\tau_{y3})$ conocida podemos obtener una ecuación que nos describa el comportamiento del fluido; por ejemplo, para un fluido que siga ó mejor dicho, para el que se ajuste al modelo de Bingham, en el que el modelo mencionado es precisamente la función $f(\tau_{y3})$ obtendremos la distribución de velocidades.

En los plásticos de Bingham tenemos dos tipos de flujo: Una zona de fluido viscoso, y otra de flujo tapón (Bulk Flow). Este se presenta en la parte media y no sufre deformación, debido a que en esta zona el esfuerzo cortante es inferior al valor de ruptura. por lo tanto:

$$w=1$$

$$f(\tau_{y3}) = (\tau_{y3} - \tau_0) \frac{1}{\eta} \quad \tau_0 < \tau_{y3} < \tau_w \quad (103)$$

$$f(\tau_{y3}) = 0 \quad 0 < \tau_{y3} < \tau_0 \quad (104)$$

que llevadas a la ecuación 102.

$$\frac{Q}{H^3} = \frac{1}{2\eta \tau_w^2} \left[\int_0^{\tau_0} \tau_{y3} \cdot 0 \cdot d\tau_{y3} + \int_{\tau_0}^{\tau_w} \tau_{y3} \left(\frac{\tau_{y3} - \tau_0}{\eta} \right) d\tau_{y3} \right]$$

que integrada:

$$\frac{Q}{H^3} = \frac{1}{2\eta \tau_w^2} \left[\frac{(\tau_{y3})^3}{3} - \frac{(\tau_{y3})^2 - \tau_0}{2} \right]_{\tau_0}^{\tau_w}$$

...

substituyendo límites y reduciendo términos:

$$\frac{Q}{H^2} = \frac{\bar{z}_0}{6\eta} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{z}_0}{z_0} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{z}_0}{z_0} \right)^3 \right] \quad (105)$$

La distribución de velocidades es obtenida de la ecuación 100

$$v_z = \frac{1}{\eta} \int_0^{\frac{H}{2}} \left[\frac{H\Delta P}{2L} \times \frac{y}{W_2} - \bar{z}_0 \right] dy$$

integrando:

$$v = \frac{\Delta P}{2\eta L} \left[\left(\frac{H}{2} \right)^2 - y^2 \right] - \frac{\bar{z}_0}{\eta} \left[\frac{H}{2} - y \right] \quad (106)$$

si y_p = radio ó altura del tapón:

$$\begin{aligned} y_p &< h < \frac{H}{2} \\ 0 &< h < y_p \end{aligned}$$

calculamos la velocidad del tapón.

$$v_p = \frac{\Delta P}{2\eta L} \left[\left(\frac{H}{2} \right) - y_p \right]^2 \quad (107)$$

La rapidez de corte en la pared estará dada:

$$\dot{\gamma}_{\omega} = \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)_{\omega} = \frac{H^2 \Delta P}{4\eta} - \frac{\bar{z}_0}{\eta} \quad (108)$$

...

Podemos efectuar lo mismo por un fluido que sigue la ley potencial:

$$\int (\tau_{33}) = \left(\frac{\sigma_{33}}{m} \right)^{1/n} \quad (109)$$

Substituiremos la ecuación 109

$$\frac{Q}{WH^2} = \frac{1}{2 \sigma_w^2} \int_0^{\sigma_w} \frac{(\tau_{33})^{\frac{1}{n}+1}}{m^{1/n}} d\tau_{33}$$

que integrada se reduce a:

$$\frac{Q}{WH^2} = \frac{1}{2 m^{1/n} \sigma_w^2} \left[\frac{(\tau_{33})^{\frac{2n+1}{n}}}{(2n+1)/n} \right]_0^{\sigma_w} = \frac{n}{4n+2} \left(\frac{\sigma_w}{m} \right)^{\frac{1}{n}}$$

reacomodando la ecuación y substituyendo el esfuerzo cortante

$$\sigma_w = \frac{H \Delta P}{2L}$$

$$Q = \left(\frac{n}{4n+2} \right) WH^2 \left(\frac{H \Delta P}{2Lm} \right)^{1/n}$$

y la distribución de velocidades:

$$v = \int_y^{H/2} \left[\frac{y \Delta P}{Lm} \right]^{1/n} dy$$

que integrada:

$$v_3 = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(\frac{\Delta P}{Lm} \right)^{1/n} \left[\left(\frac{H}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - y^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (110)$$

...

La velocidad media y en el centro de las placas se obtienen como sigue:

$$\bar{v}_z = \left(\frac{n+1}{2n+1} \right) v_0$$

y la rapidez de corte:

$$\dot{\gamma}_w = \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_w = \left(\frac{2n+1}{n} \right) \left(\frac{2Q}{WH^2} \right)$$

(112)

Las predicciones usando la ley potencial arrojan resultados muy altos ya que el modelo falla en la predicción de viscosidades a cero rapidez de corte. Para cubrir un rango más amplio Skelland., dedujo las ecuaciones de flujo volumétrico para los modelos propuestos por Ellis y para el modelo de Rabinowitsch.

Modelo de Ellis:

$$Q = \frac{WH^2}{4\eta_0} \left(\frac{H\Delta P}{2L} \right) + \frac{WH^2C}{2S+1} \left(\frac{H\Delta P}{2L} \right)$$

(113)

La ecuación que permite el cálculo de la velocidad en función de las dimensiones del ducto

$$v = \frac{\Delta P}{2L\eta_0} \left[\left(\frac{H}{2} \right)^2 - y^2 \right] + \frac{C}{S+1} \left(\frac{\Delta P}{L} \right) \left[\left(\frac{H}{2} \right)^{S+1} - y^{S+1} \right]$$

...

Para la ecuación de Rabinowitsch, que ha demostrado ser de suma utilidad para polímeros fundidos

$$Q = \frac{WH^2}{\eta_0} \left[\frac{1}{6} \left(\frac{HAP}{2L} \right) + \frac{K}{10} \left(\frac{HAP}{2L} \right)^3 \right] \quad (115)$$

$$v_{30} = \frac{H}{4\eta_0} \left[\left(\frac{HAP}{2L} \right) + \frac{K}{2} \left(\frac{HAP}{2L} \right)^3 \right] \quad (116)$$

Kosicki y Tiu (41) desarrollan expresiones muy útiles para fluidos no-Newtonianos en ductos de forma diversa. Las ecuaciones por ellos propuestas, contienen dos factores de forma y una función de esfuerzo que caracteriza al fluido. Se han determinado valores numéricos de los factores de forma para ductos circulares, anulares, rectangulares, elípticos e isosceles. Los valores de estos factores para ductos de sección circular son: $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{3}{4}$

En la figura, 2.12 están graficados los factores de forma: a, está en función de r_i/r_e r_i = radio interno, r_e = radio externo, para ductos circulares, $\beta =$ radio menor/radio mayor para elipses, la relación de lados. lado menor/lado mayor. para rectangulares

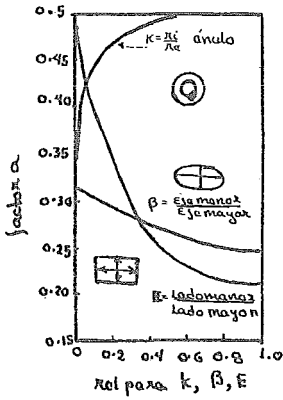


fig. 2-12

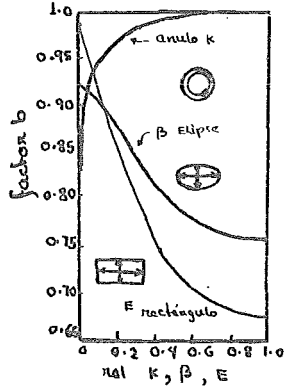


fig. 2-13

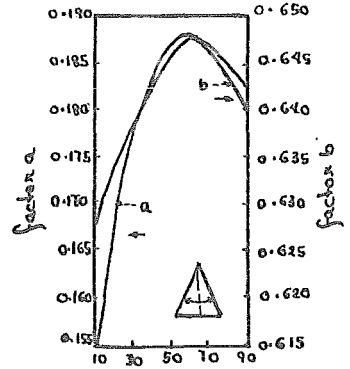


fig. 2-14

La figura 2-13 representa a y b en función de estas mismos parámetros (previos) y la fig. 2-14 representa estos factores a y b en función de 2a. el ángulo interno de un triángulo isosceles para un ducto triangular.

Las ecuaciones derivadas, están en el artículo original de Kozicki (41) y son para la velocidad promedio y la velocidad máxima como función de los factores de forma, radio hidráulico, parámetros de la ecuación constitutiva y el esfuerzo cortante promedio en la pared del ducto. El esfuerzo cortante promedio está definido.

$$\bar{c} = \mu \frac{\Delta P}{h}$$

(117)

donde μ es el radio hidráulico

Las ecuaciones aplicadas a varios modelos reológicos quedan:

Ley potencial:

$$\bar{U}_3 = \frac{\mu \bar{G}}{2} \left(\frac{n}{a+bn} \right) \left(\frac{\bar{G}}{m} \right)^{1/n} \quad (118)$$

$$v_{30} = \frac{\mu \bar{G}}{2} \left(\frac{n}{a+(1+n)} \right) \left(\frac{\bar{G}}{m} \right)^{1/n} \quad (119)$$

Plástico de Bingham:

$$\bar{U}_3 = \frac{\mu \bar{G}}{2 \eta} \left[\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b} \left(\frac{\bar{G}_0}{\bar{G}} \right) + \frac{a}{b(b+a)} \left(\frac{\bar{G}_0}{\bar{G}} \right)^{b+1} \right] \quad (120)$$

$$v_{30} = \frac{\mu \bar{G}}{4a\eta} \left[1 - 2 \left(\frac{\bar{G}_0}{\bar{G}} \right) + \left(\frac{\bar{G}_0}{\bar{G}} \right)^2 \right] \quad (121)$$

...

Modelo de Ellis:

$$\bar{V}_3 = \frac{\mu}{2(a+b)} \left(\frac{\bar{c}_0}{\eta_0} \right) + \frac{c}{5a+b} \bar{c}^2 \quad (122)$$

$$V_{30} = \frac{\mu}{4a\eta_0} + \frac{c}{a3+b} \bar{c}^2 \quad (123)$$

Modelo de Rabinowitsch:

$$\bar{V}_3 = \frac{\mu}{2\eta_0} \left[\frac{\bar{c}}{a+b} + \frac{k}{3a+b} \bar{c}^3 \right] \quad (124)$$

$$V_{30} = \frac{\mu}{4a\eta_0} \left[\bar{c} + \frac{k}{2} \bar{c}^3 \right] \quad (125)$$

...

Flujo en Ductos Rectangulares:

Una vez analizado el fenómeno de flujo en ductos cilíndricos y entre placas paralelas se simplificará notablemente el análisis que a continuación desarrollaremos para flujos en ductos rectangulares.

Si posicionamos los ejes de coordenadas en forma tal que dividan al ducto en 4 partes iguales como se observa en la figura 2.15 y como en el caso de placas paralelas llamamos a el ancho del ducto w y h a la altura, y la dirección de flujo es \bar{z} , tendremos únicamente un componente de velocidad diferente de cero: v_z la ecuación de momentum de la tabla I se reducirá a:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}\right) \tag{126}$$

que se puede expresar:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) = \mu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right] \tag{127}$$

...

Si suponemos que el flujo en las paredes es estacionario, las condiciones a la frontera serán:

$$\begin{aligned} v_3(x, 0) &= 0 \\ v_3(x, H) &= 0 \\ v_3\left(\pm \frac{W}{2}, y\right) &= 0 \end{aligned} \tag{128}$$

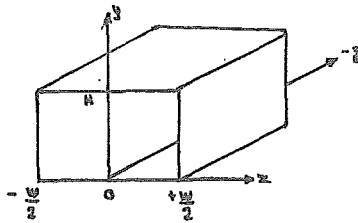


Fig. 2-15

La solución a la ecuación 127 y las condiciones a la frontera constituyen la respuesta al problema de flujo; cuya solución fué calculada primeramente por Boussinesq

Las variables de la ecuación diferencial no-homogénea (128) pueden separarse introduciendo la ecuación 129 en 128.

$$v_3 = v(x, y) + \varphi(y) \tag{129}$$

donde $v(x, y)$ es función de x y y mientras que $\varphi(y)$ es función exclusivamente de y .

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \tag{130}$$

...

Si la función $\varphi(x)$ la definimos por la ecuación 131:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \quad (131)$$

La ecuación 130 se reduce a una ecuación diferencial lineal y homogénea.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (132)$$

La solución a la ecuación 131 es:

$$\varphi = \frac{y^2}{2\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) + c_1 y + c_2 \quad (133)$$

Si se les asigna valores a las constantes de integración c_1 y c_2

$$c_1 = -\frac{H}{2\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)$$

$$c_2 = 0$$

Las condiciones a la frontera para la función $v(x, y)$ serán:

$$V(x, 0) = 0$$

$$V(x, H) = 0$$

$$V\left(\frac{t}{2} \frac{W}{2}, y\right) = \frac{y}{2\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) (H-y) = f(y)$$

Se puede demostrar que cada miembro del conjunto da funciones

$$\left\{ C_n \sin \left[\frac{n\pi y}{H} \right] \cosh \left[\frac{n\pi x}{H} \right] \right\} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Es una solución a la ecuación 132 y satisface la primera de las condiciones a la frontera ya propuestas. Debido a que la función si no es ortogonal, se puede satisfacer la tercera de las condiciones formando la expansión de las series sinusoidales de la función $\{c_3\}$ por lo que:

$$V = \frac{\gamma H^2}{\mu \pi^3} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin\left(\frac{n\pi y}{H}\right) \frac{\cosh\left(\frac{n\pi z}{H}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi w}{H}\right)} \quad (134)$$

Sumando las ecuaciones 133 y 134 obtendremos el resultado de Boussinesq.

$$v_3 = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left[\frac{\gamma}{2} (y-H) + \frac{\gamma H^2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin\left(\frac{n\pi y}{H}\right) \frac{\cosh\left(\frac{n\pi z}{H}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi w}{2H}\right)} \right] \quad (135)$$

Hemos propuesto hasta ahora, de una forma muy general las ecuaciones que nos describen el fenómeno de flujo e incluido las variables así como los métodos que esperamos nos serán de utilidad al momento de aplicarlas a un fluido real. razón por la cual no se han tocado más que muy a la ligera los números adimensionales, que así como la fase experimental serán objeto de mayor estudio en capítulos posteriores.

...

C A P I T U L O I I I .

1. Generalidades Sobre Lodos de Perforación.

El sistema rotatorio de perforación de pozos petroleros, requiere la circulación de un fluido para perforar, que sirve para eliminar recortes de la barrena del fondo del equipo y conservarlo limpio. Ordinariamente los fluidos de perforación se bombean desde la superficie hacia abajo por el centro del tubo, y regresan a la superficie por el espacio anular exterior de la tubería. El fluido circulante enfría la Barrena y el fondo del agujero, y tiene cierta acción lubricante entre el tubo de perforación y la pared. Teniendo además gran importancia la presión hidrostática que ejerce impidiendo el flujo de agua ó aceite al agujero. Generalizando podemos resumir en nueve las funciones y propiedades de los lados de perforación.

1. Sacar los recortes del fondo del agujero y arrastrarl^os a la superficie.
2. Enfriar y lubricar la barrena y tubería de Perforación.
3. Cubrir la pared del agujero con un enjarre impermeable
4. Suspender las cortes y material de peso cuando se interrumpe la circulación.
5. Controlar las presiones bajo la superficie.

6. Desprender la arena y cortes en la superficie.
7. Soportar el peso de la tubería.
8. Reducir al mínimo cualquier afecto adverso sobre la formación adyacente al agujero.
9. Asegurar la información máxima acerca de las formaciones penetradas.

Dentro de los fluidos de perforación se utilizan tanto líquidos como gases, los gases más comunmente usados son: aire, gases de combustión, gas natural y nitrógeno comercial. Dentro de los líquidos podemos contar tres variedades. Líquidos puros. Como el agua, soluciones salinas y suspenciones de sólidos en líquidos (emulsiones).

Los gases presentan inconvenientes muy serios ya que forman mezclas explosivas y contienen agentes muy activos de corrosión, pero tienen la ventaja de no dañar los pozos y permitir una peforación más rápida.

Después del aire y el gas natural, el agua dulce se considera el mejor fluido de perforación, pero su uso está limitado a profundidades en las que su peso específico sea suficiente para contrarrestar la presión de la formación que se está perforando. Presenta además el inconveniente de poder



QUIMICA

afectar a algunas arenas (hinchándolas impidiendo el flujo) en la posible invasión de la formación por agua en gran cantidad que puede entrar en la zona de aceite y gas desde una distancia considerable del agujero.

Debido a lo previamente mencionado y a algunos problemas de operación los lodos de perforación son generalmente suspensiones de sólidos en líquidos y cuya densidad puede ajustarse entre 0.85 y 2.5 (cuando se usa agua como fase continua, la densidad mínima es de 1.02). Los lodos deben tener la cualidad de evitar que la fase líquida se escape a través de las formaciones.

Dentro de las suspensiones hay dos tipos de lodos:

1. Lodos con base acuosa
2. Lodos con base aceite.

Los lodos con base acuosa, son aquellos en las que el medio continuo es agua, y los lodos base aceite son aquellos en los que el medio continuo es aceite. A ambos tipos de lodos se les puede controlar sus propiedades reológicas por medio de aditivos.

Los lodos con emulsión de aceite, son generalmente del tipo de emulsión aceite en agua y la cantidad de aceite em-

pleada puede llegar hasta el 50% del volúmen del lodo y ser base acuosa (su filtrado es agua).

Los lodos con emulsión de agua, son con base aceite y se usan principalmente en la terminación de pozos ya que no se afectan con sal ó anhídrita ni se contaminan con cemento. A este tipo de lodos cuyo filtrado es aceite se les llama emulsiones invertidas o inversas una de cuyas formas será el fluido experimental.

Los lodos fase acuosa están consituidos principalmente por Bentonitas, cuando se trata de agua dulce, y atapulgitas cuando se trata de agua salada, estas arcillas deben tener una capacidad determinada para absorber IONES (capacidad de permuta básica), ya que esto les dará una mayor ó menor contaminación, ya que las sales solubles cuando actúan como impurezas aumentan la viscosidad y el grado de tixotropía.

La constitución de un lodo fase acuosa está dada en la siguiente forma:

1. fase líquida (agua o emulsión)
2. fase coloidal (barros - bentonita)
3. fase inerte (prácticamente siempre se usa barita ó sílice).
4. fase química (define el comportamiento coloidal).

...

Cuando hay presencia de sales se usan adelgazadores como el quebracho.

Los lodos de emulsión inversa están formadas básicamente por:

1. fase líquida (emulsión de agua en aceite).
2. Agentes emulsificantes
3. Materiales arcillosos
4. Carga.

Estas emulsiones inversas se aplican principalmente en los siguientes aspectos:

1. Terminaciones en formaciones sensibles al agua.
2. fluido de reparación de pozos.
3. fluido para disparar pozos
4. perforación de anhidrita ó sal.

La determinación de las características de flujo de los fluidos de perforación es de gran importancia, ya que en las operaciones usuales de perforación, se consume más energía en la circulación del lodo, que en cualquiera otra operación. Las propiedades reológicas de las suspensiones que constituyen a los lodos de perforación dependen de los siguientes factores.

1. La viscosidad del medio fluido

...

2. La concentración de la materia suspendida
3. El tamaño y forma de las partículas suspendidas
4. Las fuerzas de interacción entre partículas

Dentro de las propiedades que afectan al flujo de los lodos de perforación está el tipo de asociación que tienen las partículas dentro de la emulsión. Las partículas de arcilla pueden asociarse en tres formas diferentes. Cara con cara, Borde con borde y borde con cara; y cada una de estas formas afecta la viscosidad de diferente manera. Aún cuando todas puedan suceder al mismo tiempo.

La asociación cara con cara mejor conocida como agrupación de paquetes mayores, lo cual conduce a una disminución de sólidos en suspensión y por tanto a un decremento de la viscosidad.

Los otros dos tipos de asociación conducen a la formación de estructuras causando por lo tanto un incremento en el valor de ruptura.

Lo anterior nos da un ejemplo de la interacción eléctrica de los sólidos dentro del lodo.

...

Interacción Mecánica de Sólidos y Líquido.

Todos los sólidos en suspensión tienden a comportarse como partículas sin carga a altas rapidezces de corte, y la viscosidad de las suspensiones es debida principalmente a la interacción mecánica de sólidos y líquido. La viscosidad de una suspensión a alta rapidez de corte, es una función de la viscosidad del líquido y de la concentración y forma de los sólidos. A medida que la concentración de solidos se incrementa ó la forma de las partículas es más asimétrica la viscosidad aumenta, a medida que la temperatura se incrementa la viscosidad de la fracción líquida disminuye conecuen-temente, la viscosidad a alta rapidez de corte disminuirá proporcionalmente si la temperatura no afecta los solidos.

Interacción Eléctrica de los Sólidos.

A bajas rapidezces de corte la interacción eléctrica entre los solidos es importante, son por ejemplo, estas iteraciones las que causan la gelación de un lado y ejerce una influencia considerable en las viscosidades a baja rapidez de corte. Para controlar el grado de tixotropía el valor de ruptura, y la viscosidad a baja rapidez de corte, es necesario controlar tanto la concentración como el tipo de sólidos

en el lodo. Por ejemplo, las partículas de arcilla pueden unirse formando estructuras que son posibles a rapidezces de corte bajas y conecuentemente estas estructuras en forma de gel incrementan la viscosidad. A medida que la rapidez de corte se incrementa estas estructuras se desintegran y los efectos eléctricos de las partículas se ven nulificadas.

Por todas las razones antes mencionadas las propiedades reológicas deben ser determinadas a la temperatura y rango de rapidez de corte de interes. La extrapolación de propiedades a otra rapidez de corte o temperatura está sujeta a error. Por ejemplo. El que se reduzca la viscosidad a bajos o moderadas rapidezces de corte no nos asegura una baja viscosidad a altas rapidezces de corte, y el hecho de que la viscosidad plástica de un lado disminuya con la temperatura no significa que la viscosidad a bajas rapidezces de corte disminuya con la temperatura.

Propiedades Reológicas de los Lodos de Perforación.

Para muchos líquidos el coeficiente de viscosidad es constante para una temperatura y una presión dadas pero no para la mayoría de los lodos de perforación por lo que su comportamiento es no-Newtoniano. (En el capítulo IV se discute a que

tipo de fluido pertenece el lodo experimental). Se ha encontrado que la relación gasto-presión de los lodos en flujo a través de una tubería, siguen generalmente el comportamiento descrito por la figura 3.1 en la que podemos distinguir las siguientes características: Primero, la línea no pasa por el origen, y requiere que se aplique una fuerza finita P_T (YIELD VALUE) para iniciar el movimiento del fluido. Después de iniciado el flujo, el líquido se mueve como un tapón sólido entre puntos P_T a P_{c1} (aproximadamente una línea recta) entre los puntos P_{c1} y P_A la relación de gasto a presión es curva y es aproximadamente la zona de transición entre el flujo tapón y el flujo plástico.

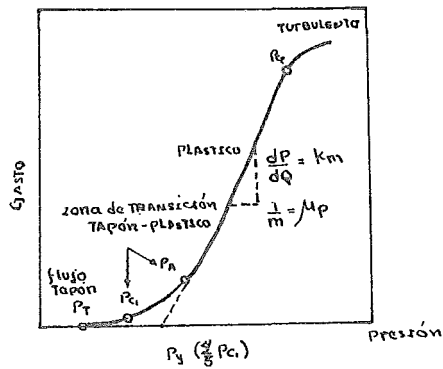


fig 3-1

Después de P_h la relación de gasto-presión es constante hasta P_{c2} que es el punto en el que la relación de flujo cambia de laminar a turbulento. La sección $P_h - P_{c2}$ puede proyectarse para dar un valor P_y que es aproximadamente $\frac{2}{3} P_{c1}$.

Si nos referimos a las figuras 3.1 y 3.2 podremos hacer una breve descripción del flujo plástico.

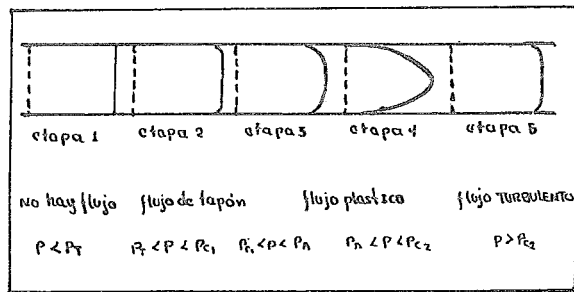


fig 3-2

La primera etapa, cuando no hay movimiento nos indica que la fuerza aplicada es insuficiente para provocar el desplazamiento del fluido. El máximo valor de esta fuerza es P_T que es el valor de ruptura verdadero.

La segunda etapa ocurre cuando P_T es excedido y la presión es suficiente para mover el fluido como un tapón só-

lido, esta sección corresponde a la zona $P_r - P_{c_1}$ y concluye en P_c punto de inicio de la zona plástica.

La tercera etapa, $P_c - P_A$ resulta cuando la presión es incrementada lo suficiente para que el tapón se empiece a mover con una velocidad diferencial dando lugar a un flujo telescópico. En el centro se sigue conservando el tapón que disminuye gradualmente al aumentar la presión hasta quedar parabólico.

El intervalo $P_r - P_A$ involucra un término significativo para los fluidos plásticos. Bingham identificó el principio de flujo plástico con un término equivalente al valor de ruptura, pero aparentemente no consideró el flujo en tapón que ocurre justamente antes del flujo plástico (12). El valor de ruptura de Bingham como inicio del flujo plástico lo llamaremos de acuerdo con Beck (74) como t_y y corresponde en la fig 3.1, al punto P_c . Cardwell sugirió que el inicio de flujo en tapón P_t fuera identificado como "valor de ruptura verdadero" (Y_t). Luego hay dos valores que pueden usarse con la ecuación de Bingham. Y_t ó t_y .

La cuarta etapa $P_A - P_{c_2}$ consiste en flujo laminar en el cual el perfil de velocidades es parabólico, la pendiente de la línea $P_A - P_{c_2}$ es constante y durante esta porción, el

fluido puede considerarse como Newtoniano y cuya viscosidad es llamada viscosidad plástica (μ_p). La sección $P_A - P_{c2}$ puede proyectarse y su intersección aparece en la fig. 1 como P_3

La quinta etapa ocurre a P_{c2} donde se inicia el flujo turbulento y para flujo turbulento se usan las mismas relaciones que para flujo Newtoniano

La figura 3.3 ilustra las diferentes expresiones de viscosidad utilizadas para lodos:

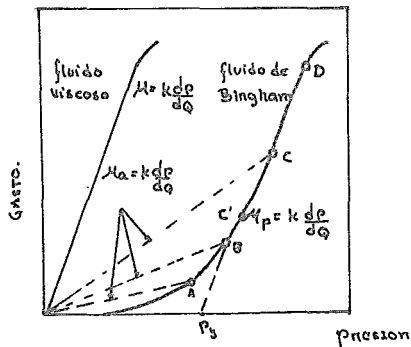


Fig 3.3

La viscosidad, aparente y la viscosidad plástica.

Dentro de las condiciones de flujo viscoso las relaciones de flujo son gobernadas por la ley de Poiseulle que se puede expresar en la siguiente forma:

$$\mu = k \frac{P}{Q}$$

3.1.

El significado de la viscosidad aparente queda demostrado con las líneas punteadas que van del origen a los puntos A, B y C, en la curva del fluido plástico, y representan curvas de flujo hipotéticas para tres diferentes fluidos que tienen la relación volumen-presión representada por los puntos A, B y C y la viscosidad a cada uno de estos puntos puede ser calculada por la ley de Poiseulle.

La línea del plástico de Bingham tiene una porción recta (B-D) y esta zona por inspección se ve que puede ser representada como:

$$Q = \frac{k(P_x - P_s)}{\mu_p}$$

3.2.

En esta relación, la viscosidad mantiene un valor constante en la zona B-D.

En resumen, hay tres valores de viscosidad utilizadas para caracterizar los fluidos Newtonianos y de Bingham y estas son:

...

Fluidos Newtonianos: la curva pasa por el origen.

$$\text{viscosidad} = k \frac{P}{Q} \quad \text{ó} \quad \mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

Flujo plástico: la curva de flujo interseca el eje de las presiones (P ó τ), en un valor positivo.

1. Viscosidad aparente: $\mu_a = k \frac{P}{Q}$

μ_a difiere para cada P/Q

2. Viscosidad plástica = $\mu_p = \frac{k (P_x - P_y)}{Q}$ $P_x > P_y$

3. Viscosidad puntual = η

para fluidos Newtonianos $\eta = \mu$

para fluidos no-Newtonianos $\eta \neq \mu$

Relaciones Utilizadas para Lodos de Perforación.

Supongamos un tubo de longitud L y radio R que está sujeto a una presión diferencial P y cuyo gasto está dado por Q . La velocidad en cualquier punto r del radio R estará dada por v . La velocidad resulta del esfuerzo cortante en el punto r que está determinado por:

$$\frac{\text{Presión}}{\text{Área de Corte}} = \frac{\pi r^2 P}{2\pi r L} = \frac{r P}{2L} = S \quad 3.3.$$

...

El gradiente de velocidad en cualquier punto $u = f(s)$

La relación de Poiseulle está basada en la suposición de que

$$\frac{dv}{dr} = \frac{s}{\mu}$$

La integración de esta relación da como resultado:

$$Q = \frac{\pi R^4 P}{8 L \mu}$$

3.4.

La relación de Bingham está basada en la suposición de que

la $f(s)$ necesaria (74) será: $f(s) = \frac{P - P_{c1}}{\mu}$

donde P_{c1} es la presión necesaria para principiar el flujo eliminando la pequeña zona de flujo en tapón. La integración de la relación:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{P - P_{c1}}{\mu}$$

da lugar a la relación de Bingham en términos de volumen:

$$Q = \frac{\pi R_a^4}{8 \mu P_a L_a} \left[P_a - \frac{4}{3} P_{c1a} \left(1 - \frac{P_{c1a}^3}{4 P_a^3} \right) \right]$$

3.5.

Buckinham (74) ha extendido esta relación en términos de la velocidad para incluir la zona de flujo en tapón.

$$V_a = \frac{k R_a P_a}{2 l_a} + \frac{R_a}{8 \mu P_a L_a} \left[P_a - \frac{4}{3} P_{c1a} \left(1 - \frac{P_{c1a}^3}{4 P_a^3} \right) \right]$$

3.6.

...

En esta última relación el primer término determina el factor de velocidad que gobierna el valor de P_{c1} . Por inspección podemos ver que para valores de P tales que $P_T < P < P_{c1}$

El segundo término se elimina y únicamente ocurre flujo en tapón.

Otra definición de S y que es usada como una definición integral del flujo plástico es el valor de ruptura. Como está dado en la figura 1 ó en la ecuación 3.5

$$P_y = \frac{4}{3} P_{c1} \quad \text{y} \quad t_y = \frac{\pi P_{c1}}{2L}$$

En la pared del tubo, $r = R$ y como P_y puede ser medida podemos relacionar t_y con P_y

$$t_y = \frac{R P_{c1}}{2L} = \frac{3}{4} \frac{R P_y}{2L} = \frac{3}{8} \frac{R P_y}{L}$$

La primera presión crítica una vez iniciado el movimiento en P_{c1} (74).

Esta presión requerida para iniciar el flujo plástico es 3/4 de la presión de intersección con el eje de presiones. Para fluidos de baja viscosidad plástica hay una rápida transición de flujo plástico a flujo turbulento.

El flujo plástico generalmente ocurre unicamente duran-

...

te el paso del lodo hacia arriba en el espacio anular del pozo mientras que la velocidad a través de las conexiones la tubería interna y la barrena es generalmente lo suficiente para dar régimen turbulento.

Tixotropia.

Muchos lodos y particularmente aquellos del tipo agua-arcilla poseen propiedades tixotrópicas que deben ser tomadas en cuenta para sus propiedades de flujo.

Podemos definir tixotropía como sigue:

Tixotropía es el fenómeno exhibido por algunos geles de fluidizarse al aplicarles una presión, siendo reversible el fenómeno. Garrison (12), ha examinado la variación de tixotropía para lodos bentoníticos y ha distinguido 4 tipos de acuerdo a la figura 3.4.

- | | | |
|----------|-----------------|--------------|
| Curva 1. | alta tixotropía | (Gel rápido) |
| curva 2. | alta tixotropía | (Gel lento) |
| curva 3. | baja tixotropía | (Gel rápido) |
| curva 4. | baja tixotropía | (Gel lento) |

Los lodos utilizados en el presente estudio como se observa en las gráficas correspondientes (cap. IV), tiene un

grado de tixotropía muy bajo esto es, el ciclo de histerisis obtenido es [†] tan reducido que puede considerarse despreciable.

Mediciones de Viscosímetro:

De acuerdo con Rogers (74), un viscosímetro rotacional debe reunir las siguientes características:

1. El aparato debe estar diseñado de tal forma que las condiciones de flujo puedan ser formuladas matemáticamente.
2. Debe ser capaz de operar por un período de tiempo indefinido a las mismas condiciones de temperatura y rapidez de corte, y ser capaz también de poder variar la rapidez de corte dentro del rango de velocidades empleadas en los pozos.
3. Debe construirse de forma tal que sea capaz de soportar el manejo de los lodos pero con la exactitud suficiente para poder reproducir los resultados.

Si se observan detenidamente las características de los viscosímetros empleados (cap. IV), se verá que cubren ampliamente los requerimientos arriba mencionados característica importante, que nos permite dar crédito a la experimentación efectuada.

Propiedades de Flujo a Partir de Datos de Viscosímetro Rotacional.

Dadas las características de las fuerzas de corte en un viscosímetro rotacional como el utilizado en este caso nos permite conocer todas las propiedades que presenta la emulsión en estudio y se obtubieron de la siguiente forma:

(a reserva de ver con detalle el método y los resultados)

Con el FANN 50-B se puede medir la variación del esfuerzo cortante para una velocidad, temperatura y presión dadas: pero no se pueden determinar ni el valor de ruptura ni el ciclo de histeresis del fluido, tal vez fuera posible hacerlo comparando para el ciclo de histerisis la diferencia en lecturas para un intervalo de tiempo dado en un rango amplio de rapidezces de corte y el valor de ruptura ajustando el viscosímetro a cero antes de iniciar cada experimento para poder medir con seguridad dicho valor a las condiciones fijadas previamente. Pero dados los problemas que se presentaron no fué posible probar las posibilidades arriba mencionadas.

Del fann 39 se obtienen los siguientes datos: un reograma completo del que se puede extraer lo siguiente:

1. Ciclo de histerisis del fluido que nos permite medir el

...

grado de tixotropía.

2. Curva de flujo que nos permite conocer la viscosidad en cada punto, el valor de ruptura real, la extrapolación de la zona Newtoniana para el valor de ruptura R_y , la viscosidad plástica y la viscosidad aparente, todo esto siguiendo los procedimientos mencionados en la figura 3.1.

De lo anterior se deduce que se puede obtener la máxima información de los viscosímetros empleados misma que se describe en el siguiente capítulo.

Características de la Emulsión Inversa:

La emulsión inversa como previamente se había mencionado es una suspensión de agua en aceite, y que para prepararla se siguieron las normas de DRILL DE MEXICO, S. A., y cuyas características principales son: resiste 15000 psia a 260° y se utilizó una relación 60/40 con una densidad de 1.5

PESO ESPECIFICO (gr/cm ³)	DIESEL (cm ³)	DRILLEX (cm ³)	AQUA SALADA 5% (cm ³)	DINLOX (gr)	BARITA (gr)	RELACION Ac./AGUA
1.5	762	27	327	30	77/2	59.9/40.1
		25 (gr)				

...

Hay dos tipos de emulsión inversa:

INVERTIDA

DIRECTA

Para la invertida la secuencia de reactivos será:

- 1 Agua
- 2 Drilex
- 3 Diesel
- 4 Drilox
- 5 Barita

La emulsión inversa directa es el fluido experimental y su elaboración es como sigue:

Se mezclan el Diesel y el Drilex agitándose en un multi mixer durante 15 minutos a 80v se añade una mezcla de la mitad de agua y drilox agitándose durante 30 minutos se añade el resto de agua drilox y se agita 30 minutos, posteriormente se agrega lentamente la barita y se deja agitando durante dos horas. Se enfría la emulsión a temperatura ambiente y se verifica la misma con un vólmetro que debe estabilizarse para que la emulsión pase la norma del I.M.P. cuando menos 160 v. La muestra preparada para las determinaciones lo hizo a los 220v.

CAPITULO IV.

DETERMINACION DE VISCOSIDADES.

Una vez analizadas las características generales de la emulsión inversa, así como las propiedades de los lodos de perforación procederemos a describir las determinaciones que se hicieron, así como el equipo y el método empleado.

La determinación de viscosidades se llevó a cabo en dos viscosímetros rotacionales, cuyas características y forma de operar se describen a continuación.

Viscosímetro FANN 50 - B.

Es este, un viscosímetro muy preciso que permite obtener gráficas de esfuerzo cortante y temperatura en un intervalo dado y para una rapidez de corte fija, pudiéndose además, modificar la presión del sistema.

El fann 50-B tiene una serie de controles que se ajustan de acuerdo a las necesidades de operación que requiere cada tipo de experimento. En la parte superior derecha, tiene un manómetro que nos indica la presión a la que está operando el sistema, así como dos rotámetros cuyas funciones son: el de la izquierda mide el gasto de agua de enfriamiento del rotor, y el de la derecha, el sangrado de aceite de la bomba de aire; un paso más a la derecha se encuentra una perilla, que

sirve para fijar en el manómetro la presión a la que se desea operar. En la parte inferior derecha hay tres válvulas dos de las cuales sirven para elevar el baño de aceite que constituye el sistema de calentamiento del aparato y la tercera da paso al agua de enfriamiento del sistema anterior.

En la parte media del aparato, se encuentra el interruptor de encendido tanto del aparato como del rotor, así como el control de R.P.M., y el medidor de las mismas, también se encuentra un controlador de tiempo que nos permite fijar el intervalo de operación del aparato. En la parte media superior izquierda hay un termostato que nos permite fijar ya sea la temperatura de operación ó la temperatura máxima a alcanzarse durante la misma y que nos permite conocer en un momento dado la temperatura de la muestra. En la parte media también se encuentran los controles de transductor y un atenuador que nos permite fijar la escala de operación del viscosímetro. Finalmente tiene en la parte media superior una serie de potenciómetros que nos permiten ajustar el aparato.

En el extremo izquierdo se encuentra un registrador de dos plumas, la roja registra las temperaturas y la azul tanto la rapidez de corte, como el esfuerzo cortante. El papel tiene una escala impresa que corresponde a la rapidez de corte expresada en RPM x 10 . Cada división corresponde a un valor de esfuerzo cortante dependiendo de la atenuación del

aparato. (Consultar las figuras 2.....9 del manual que re presentan los esquemas; así como los circuitos del FANN-50B). La figura 4.1, es una curva de calibración del viscosímetro FANN 50B.

Como viscosímetro rotacional, el FANN 50-B, consta de un cilindro interno que nos mide el torque y un cilindro externo giratorio que nos da la rapidez de corte. En el espacio anular, va la muestra que se introduce con un dosificador.

Las especificaciones del viscosímetro FANN 50B son:

Revoluciones por minuto.			0 - 600
radio del cilindro externo (cm)			1.8415
radio del cilindro externo (cm)			1.7245
longitud del cilindro interno (cm)			7.62
rapidez de corte nominal (seg) en la pared del cilindro interno.			1.704/Rev
area del cilindro interno -cm			
x brazo de torque (cm)			142.384
constante del resorte	Dina	Grado	40,000 ajustable.
	CM		

ATENUADOR	DIVISIONES MAYORES DINAS/CM
0.5	1000
0.10	500
0.25	200
0.50	100
1.00	50

Operación del Viscosiméto FANN 50-B

Como se había dicho anteriormente, la pluma roja registra la temperatura de la muestra y la azul el esfuerzo cortante. Aumomáticamente el aparato mide durante 15 segundos la rapidez de corte y con un intervalo de 4 minutos 45 segundos aparece la señal; oprimiendo el botón RATE RC . La atenuación se ajusta con el botón RANGE RPM en la escala deseada de acuerdo a la tabla anterior, la velocidad se ajusta con el boton SPEED preferentemente de izquierda a derecha.

Programador y Controlador de Temperatura.

1. El controlador mantiene la temperatura de baño del viscosímetro, pero debido a las pérdidas de calor la temperatura de la muestra está generalmente unos cuantos grados

abajo de la del baño. (Accionar la perilla de SET POINT de forma tal que marque 10° ó 15° por encima de la temperatura máxima deseada para la muestra).

2. Se ajusta el botón HEAT-TIME para que nos de el tiempo deseado para la muestra. El cuadrante está calibrado en centésimos de hora de forma tal que cada división equivale a 6 minutos. El tiempo máximo de calentamiento son tres horas.
3. Se gira el Boton de CUT-OFF completamente hacia la derecha.
4. Encender el interruptor de control y ajustar el control CUT - OFF hasta que el medidor marque cero. La luz roja de indicador parpadeará para indicar que se está aplicando calor.
5. Si el tiempo y la temperatura seleccionados están dentro de la capacidad del aparato se obtiene una curva suave desde la temperatura ambiente a la seleccionada. Los controles no deben modificarse una vez que se ha iniciado el proceso . Cuando la perilla de calentamiento está en cero, la temperatura del baño puede ser leida de la escala del controlador haciendo girar SETPOINT hasta que el medidor marque cero.

Cuando HEAT-TIME está en cero, el programador de temperatura es inoperante, de esta forma, el controlador aplicará calor hasta la temperatura seleccionada con set-point y la mantendrá en ese punto.

Previamente a lo anterior, se debe encender el aparato y calentarlo durante 20 minutos abriendo la válvula del agua de enfriamiento a que de aproximadamente 1 galón/minuto y colocar la pluma registradora en cero con las terminales de entrada desconectadas.

La calibración del viscosímetro es complicada y hay necesidad de efectuarla con cierta frecuencia de forma tal que las lecturas obtenidas sean confiables y reproducibles. Para lo cual se recomienda consultar el manual de operación y mantenimiento del aparato.

Pruebas de Viscosidad a Temperaturas y Presiones Elevadas.

1. Encender el registrador y el trasductor.
2. Colocar la muestra.
3. Abrir la válvula del sangrado de aceite varias vueltas (OIL-BLEED). Girar la perilla PRESSURE ADJUST hacia la derecha, hasta que el manómetro marque 200 psi, una gran

...

cantidad de aire será expulsada del sistema durante los primeros minutos, lo que se puede apreciar por el aumento en el medidor de flujo.

4. Abrir la válvula del medidor de agua de enfriamiento hasta que el medidor esté aproximadamente a la mitad.
5. Encender el motor a media velocidad hasta que desaparezcan las burbujas del medidor.
6. Abrir la válvula de sangrado de aceite, hasta que el medidor esté aproximadamente a la mitad y ajústese la presión al nivel deseado.
7. Abrir la válvula que permite el ascenso del sistema de calentamiento hasta que este esté completamente levantado y cerrar entonces la válvula. El horno se mantendrá en esta posición hasta que la válvula inferior sea abierta.
8. Ajustar los controles de temperatura de acuerdo a lo ya explicado.
9. Colocar la atenuación en el multiplicador mayor para una mejor descripción.

10. Cuando la prueba termina, se apaga el control de temperatura y el trasductor dejando los demás interruptores encendidos, abrir la válvula de enfriamiento del horno - (OVEN-COOLING) y continuar la rotación hasta que se alcance la temperatura de 100F.
11. Apagar el registrador y girar la perilla de la presión completamente hacia la izquierda con la válvula de sangrado del aceite completamente abierta para agotar la presión. Bajar el horno a la mitad con el motor girando lentamente para escurrir el aceite del recipiente de la muestra.
12. Apagar el motor, bajar el horno, tapar la boca del horno para prevenir basura, cerrar la válvula de sangrado del aceite y una vez eliminada la presión desarmar el recipiente de la muestra manualmente.
13. Cerrar la válvula del agua de enfriamiento, desarmar el cilindro interno y la guarnición de expansión para limpiarlas.
14. Armar nuevamente el aparato.

Este aparato presenta algunos problemas para la emulsión

trabajada en el presente estudio, que serán tratadas al hacer el análisis de los resultados obtenidos; pero uno de los problemas más graves que presenta es la inexactitud en cuanto a la temperatura se refiere, ya que el aparato mide únicamente la temperatura del baño. Por lo cual y para verificar los datos obtenidos, se decidió hacer las pruebas en paralelo con un viscosímetro FANN 39 cuyas características y método de operación describiremos a continuación.

Viscosímetro FANN - 39

Hay disponibles 3 modos de operación, por medio de un interruptor en el panel de control del viscosímetro.

Manual

En esta posición, la rotación se controla en la carátula - SHEAR, la cual está calibrada para leer r.p.m./2 de la flecha principal. En cualquier punto de la carátula entre 2 y 300, un circuito de apuntes de diodos (SCB) mantendrá la velocidad indicada, aún con variaciones de voltaje y de carga.

Auto

Cualquier velocidad de corte máxima entre 200 y 1030 seg. se puede preseleccionar en la carátula SHEAR. El interrup-

tor TIME se usa para ajustar la velocidad de aceleración deseada, y está calibrado en minutos. Al levantar el interruptor UP-DOWN, empezará a girar el vaso de muestra a una velocidad constantemente incrementada, en el punto de máximo corte que se ha preseleccionado, automáticamente habrá una desaceleración para trazar la curva "hacia abajo"

Hold.

En esta posición, la aceleración también es automática, pero la desaceleración no empezará hasta que se baje el interruptor UP-DOWN.

1. Conecte el viscosímetro y el registrador a un voltaje apropiado. Cuando se opera a 230 Volts, se requiere un transformador reductor de tensión, tanto para el registrador como para el viscosímetro.
2. Conecte el cable corto (velocidad de corte) a las terminales de eje X del registrador. El cable largo (esfuerzo cortante) va conectado al eje Y.
3. Conecte las terminales del termopar I/C (fierro/constantán) a un indicador de temperatura; de preferencia del tipo potenciométrico. Si se usa un pirómetro, asegúrese de que la resistencia interna del medidor sea igual a la de las

...

terminales de termopar (10).

4. Debe conectarse un conducto para gas seco a baja presión (aire o nitrógeno), al tubo de entrada situada en el frente izquierdo de la cabeza del instrumento.
5. Hay 3 controles de calibración localizados en el panel del instrumento con el selector en MANUAL y la carátula SHEAR en 0, ajuste el tornillo marcado MINIMUM hasta que el motor esté justo debajo del punto en donde empieza la rotación. Con un estroboscopio ajuste la carátula SHEAR a 300 y ajuste el tornillo marcado MAXIMUM hasta que la flecha giere exactamente a 600 r.p.m.

El tornillo de calibración AUTO se usa para ajustar la velocidad cero con el selector en AUTO. Para este ajuste, el selector TIME debe estar en 10 minutos).

Calibración de Velocidad de Corte. (Shear rate).

(Ver manual de instrucciones del registrador X-Y)

1. Caliente el registrador, luego ponga a cero la plumilla con el control del eje X.

2. Use un estroboscopio y apúntelo hacia los puntos equidis distantes marcados en la flecha principal esté girando a 600 r.p.m.
3. Ponga el selector en MANUAL y la carátula SHEAR en 300. Compruebe con el estroboscopio que la flecha principal esté girando a 600 r.p.m.
4. Usando el rotor y bulbo estándares, 600 r.p.m. dan una velocidad de corte de 1022 seg. . Si la plumilla del registrador no se dirige hacia este valor, use el atenuador (ATTENUATOR) para variar el span (amplitud de la señal).
5. Retarde la carátula SHEAR para detener la rotación y la plumilla debe regresar a cero. En caso contrario, reajuste el cero del registrador y repita el paso 4 hasta obtener lecturas correctas en ambos extremos.
6. Una vez lograda la calibración, la carátula SHEAR debe indicar 1/2 de la velocidad de flecha. Este puede comprobarse por la posición de la plumilla en el registrador, o si se desea, con un estroboscopio.

Calibración de Esfuerzo Cortante (Shear Stress)

Se deben usar aceite a base de silicones para estandarizar el viscosímetro. Estos tienen una pendiente de Temp-Viscosidad relativamente plana, (lineal) y los hay en una gran variedad de viscosidades. Para lograr una buena precisión es necesario conocer las temperaturas a las cuales se van a efectuar las pruebas. A través de la flecha tubular va el cable de hierro constantán; éste tiene que ser de diámetro pequeño, dando una resistencia mayor que la normal. Si se usa un pirómetro, se requiere una resistencia interna de cuando menos 10 ohms, sin embargo, es preferible usar un indicador de tipo potenciométrico ya que es necesario acoplar la resistencia interna del indicador con la del cable del termopar.

1. Quite el bulbo (Precaución: Rosca izquierda).

Limpie el bulbo y la flecha y vuelva a armar.

2. Llene el recipiente receptor de muestra a un poco más del nivel normal de operación, luego succione el exceso del fluido con la perilla. Use fluido de calibración de 200 cps., aplique un poco de grasa de silicones en el labio interior del recipiente y acoplado a la fecha principal.

haga girar éste ligeramente y al mismo tiempo forcelo ,
hacia arriba. Compruebe si asienta perfectamente y el
recipiente gira sin cabecear.

3. Se recomienda que el eje de esfuerzo cortante (eje Y) se calibre a los siguientes valores:

Amplitud del Interruptor	Divisiones Mayores de la gráfica (dinas/cm)
X20	50
X10	100
X 5	200
X 2	500
X 1	1000

4. Coloque el selector STRESS RANGE en X5, el selector de modo en MANUAL y la velocidad de la flecha a 300 r.p.m. (comprobada con el estroboscopio). La temperatura de la muestra debe ser de 77°F (25°C) o se deberán hacer correciones si la temperatura está a otro nivel.
5. El registrador debe señalar 511 en el eje X y 1022 dinas/cm (un poco arriba de la mitad de la escala), en el eje Y. Entonces $1022/511 = 2\text{poises}$ a 200 cps.

Si esto requiere ajuste, corrija con el control atenuador del registrador. Compruebe el cero del registrador cada vez que se mueve esta perilla.

...

Efectúe estas pruebas lo más rápidamente posible para evitar que cambie la temperatura de la muestra. Si se desea, se pueden usar otros aceites u otros valores de viscosidad.

6. Si la plumilla se desvía del cero cuando el interruptor STRESS RANGE se mueve (después de haber calentado el instrumento), se requiere un ajuste; para ésto se coloca el interruptor en X20, se quita la cubierta superior del viscosímetro y con un pequeño desarmador se hace girar el potenciómetro localizado en una platina unida al sistema de fuerza del transductor.

Después del ajuste, pónganse en corto circuito las terminales de entrada del eje Y para comprobar el cero verdadero. Al quitar el corto circuito la planilla debe mantenerse estacionaria cuando el interruptor RANGE SWITCH se ponga en todas sus 5 posiciones.

Instrucciones de Operación

Interruptor selector en - AUTO.

1. Con el interruptor de modo en AUTO ponga la carátula SHEAR a la máxima velocidad que se pueda alcanzar con el mismo.

2. Ponga el interruptor TIME en el tiempo de duración deseado para la curva "hacia arriba". Este interruptor está calibrado en minutos. La posición R corresponde a recorrido rápido.

3. Levante el interruptor UP-DOWN y el viscosímetro se acelerará hasta alcanzar la velocidad prefijada, para luego regresarse automáticamente y trazar la curva "hacia abajo". La regresión se puede lograr en cualquier punto superior a 200 seg. , oprimiendo el interruptor UP-DOWN "hacia abajo).

Por otro lado, el interruptor TIME se puede mover en cualquier momento deseado de la prueba. Por ejemplo, la curva "hacia arriba" se puede correr en 10 minutos y la curva "hacia abajo" en 2 minutos.

Interruptor Selector en - HOLD.

4. Fije la velocidad máxima deseada y la velocidad de aceleración, como se hizo anteriormente. Suba el interruptor UP-DOWN y el instrumento se mantendrá en la velocidad máxima prefijada hasta que dicho interruptor se oprima hacia abajo.

...

Graficado de Viscosidad Vs. Temperatura.

1. Desconecte los cables del eje X que van del viscosímetro al registrador y conecte los del Generador FANN (FANN TIME BASE GENERATOR) a las terminales del registrador.

Coloque el registrador en cero; estando el generador en la posición STAND-BY, habiendo girado la perilla completamente en el sentido de las manecillas del reloj. Ahora gire la perilla completamente en el sentido contrario a las manecillas del reloj y ajuste el pequeño tornillo situado en el panel del generador, de manera que la pluma quede en la extrema línea derecha de la gráfica. Repita estos pasos, hasta obtener correctamente ambas lecturas extremas. Ponga el tiempo de barrido "SWEEP TIME" en el valor deseado (desde 1 minuto hasta 24 horas).

2. Use el baño de temperatura constante "FANN THERMO-BATH" para controlar ésta, y con el selector de modo en MANUAL, coloque la carátula SHEAR en la velocidad de corte deseada. Anote en la gráfica las lecturas de temperatura, a intervalos regulares.

Una vez repasadas las características operacionales de los viscosímetros empleados procederemos a analizar las grá-

ficaz resultantes y hacer una evaluación de los resultados obtenidos.

Determinación de Viscosidades:

Las viscosidades se obtuvieron siguiendo el siguiente procedimiento operativo: Como la emulsión inversa es un fluido que se descompone a medida que pasa el tiempo, es necesario someterlo a agitación y enfriarlo cada vez que se hace una determinación, la agitación no debe exceder un límite tal que las viscosidades obtenidas sean de aproximadamente los mismos valores. Para lo cual cada determinado tiempo de agitación (10 minutos para nuestro caso), se toman muestras y se obtiene su viscosidad, hasta que coincida con lecturas previas. Una vez obtenido esto se deja de agitar la emulsión y se enfría procediéndose entonces a efectuar las siguientes determinaciones.

Las muestras de una misma emulsión se procesaron en paralelo en el FANN 39 y en el FANN 50 hasta 300 R.P.M., ya que a velocidades mayores se deposita la barita en el FANN50, produciendo un aumento de viscosidad. Para lecturas mayores que esta, los datos obtenidos del FANN 50 no son confiables.

...

Como las concentraciones que constituyen la emulsión inversa forman una mezcla crítica suponemos que la barita es arrojada por la fuerza centrífuga hacia las paredes del cilíndro exterior y se resbala por la misma, depositándose en el fondo y cuando llena el fondo del cilindro impide el movimiento produciendo un incremento de viscosidad, lo que se puede apreciar claramente en las gráficas 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15. En el FANN 39 ese problema no existe puesto que la emulsión no está constantemente agitada sino únicamente en el momento de tomar el registro, mientras que en el FANN 50 como el registro del reograma es continuo en un lapso de tiempo dado, la muestra se ve sometida a una agitación tal que conduce a la depositación de la barita.

Descripción de las Gráficas Obtenidas.

Las gráficas 1 a 8 (ver al fin del capítulo), obtenidas con el FANN 50-B se obtuvieron a temperatura ambiente y para diferentes rapidezces de corte. Como las graficas tienen gran oscilación se tomó el valor promedio de la zona en la que es más constante. Estos resultados están analizados en la gráfica 43.

En las gráficas 9 a 15 se varió la temperatura manteniendo constante la rapidez de corte, dando como resultado la variación del esfuerzo cortante con la temperatura. La interpretación de esto se encuentra en las gráficas 44, 45 y 46.

En la gráfica 16 se encuentra la curva de calibración del viscosímetro FANN 39 y de la 17 a 25 se encuentran los resultados obtenidos con este aparato, y que consisten en un reograma completo (isotérmico) en un rango de 0 a 600 r.p.m. (0 a 1022 seg^{-1}).

De la gráfica 26 a la 40 tenemos la representación del ciclo de Histéresis de la emulsión, además se obtiene el valor de ruptura de la misma para temperaturas entre 80 y 100°F; Como se observa el area comprendida entre las dos curvas es muy pequeña, por lo que podemos concluir que la tixotropía del fluido es despreciable.

Una vez reunidos todos los valores en la tabla 4-1 y promediados se aplicó el concepto de viscosidad de Newton:

$\tau = \mu \dot{\gamma}$

4.1.

De acuerdo al cual se calcularon las viscosidades que se encuentran graficadas en las gráficas de la 47 a 63.

...

Como se explicó en el capítulo precedente, hay dos valores de ruptura uno llamado verdadero y otro que proviene de la proyección de la zona de viscosidad Newtoniana de la gráfica, esto es, de la zona en la que la curva es aproximadamente recta; y se obtiene prolongando esta recta hasta su intersección con el eje del esfuerzo cortante. Ambos valores de ruptura se encuentran graficados en las gráficas 64 y 65 respectivamente.

También se obtuvieron datos de viscosidad Newtoniana y de viscosidad plástica con la temperatura. La variación de la viscosidad Newtoniana con la temperatura se encuentra graficada en la gráfica 66 y la viscosidad plástica en la 67.

NOTA: De acuerdo a los estándares establecidos la viscosidad plástica es la diferencia de viscosidades a 511 seg y 1022 seg

$$\mu_p = \mu_{511} - \mu_{1022}$$

4.2.

Ajuste del Modelo de Viscosidad.

De acuerdo con Rogers (74) y Walker (66) y dadas las características de los lodos de perforación hay tres modelos

...

únicamente que tienen significado para los mismos y estos son:

- 1 El modelo Newtoniano
- 2 El modelo Potencial
- 3 El modelo de Bingham

Dadas las curvas obtenidas por el viscosímetro el fluido es Newtoniano.

Aun cuando los modelos recomendados son el potencial y de Bingham se hizo la prueba con los modelos de Powell - Eyring y Reiner-Philippoff, pero los resultados que se obtuvieron de estos últimos tres acusaron notables diferencias los valores experimentales.

Los más cercanos fueron los modelos sugeridos por Rogers alker los cuales en vez de excluirse se complementan por siguientes razones: además, de las expuestas en el capítulo .

El modelo de Bingham predice con exactitud la relación esfuerzo cortante-velocidad de corte para lecturas de viscosidad entre 511 y 600 seg^{-1} , además de los valores de ruptura y la viscosidad plástica. Pero se encuentra limitado por el hecho de que, ni la viscosidad plástica ni el valor de ruptura representan propiedades reológicas reales y no pueden ser usadas para predecir el comportamiento del fluido y ade-

más, este modelo no necesariamente predice la relación de esfuerzo a rapidez de corte bajo 300 r.p.m. del FANN que es el rango al cual se controla.

El modelo potencial, cubre todo el rango del aparato y es más exacto para bajas velocidades que el modelo de Bingham. El modelo potencial es suficientemente representativo a bajas velocidades, y las constantes m y n describen características individuales de comportamiento del líquido. La constante n , determina la relación entre el perfil de velocidades y la velocidad máxima. Y la constante m caracteriza la caída de presión ó esfuerzo cortante en la pared del ducto; si duplicamos m se duplica la caída de presión, por lo tanto el modelo potencial permite, en cierta medida, la predicción del comportamiento del fluido.

De aquí en adelante, las deducciones necesarias se efectuaron para ambos modelos, puesto que, si el modelo potencial es más exacto, presenta también mayores dificultades en su manejo y las ecuaciones que de él se obtienen son más complicadas. Y si consideramos que el modelo de Bingham lineariza en cierta medida el comportamiento del fluido a altas velocidades será igual usar el modelo de Bingham ó el potencial.

Ajuste del Modelo de viscosidad.

Para efectuar el ajuste se procesaron los datos por medio de dos programas, que son propiedad de Petróleos Mexicanos: el CMA03 y el BRC02 el primero de ellos tiene los siguientes principios:

Para una relación de m datos observables (z_1, \dots, z_m) $m > 1$ y que está dada por:

$$z_j = G(z_2, \dots, z_m, b_1, \dots, b_j) \quad j \geq 2$$

4.3

donde b_j son los parámetros desconocidos, en este caso los parámetros de las ecuaciones propuestas. Dadas las coordenadas (z_1, \dots, z_m) para n puntos ($n > j$) se calculan los valores de b_j que minimizan la suma de los cuadrados de las diferencias

$$S = \sum_i^n [z_i - G]^2$$

4.4.

El procedimiento que emplea este programa es reemplazar la función G por su expansión de primer orden de Taylor (en b_j) y resolver para S (que es aproximada por una cuadrática), encontrando la solución para j ecuaciones lineales

...

que expresan el hecho de que, la aproximación para S debe tener gradiente cero. Los parámetros de b_i son modificados de acuerdo a la aproximación en forma iterativa hasta que los resultados quedan dentro de cierta tolerancia, ó hasta que el número de iteraciones permisibles sea alcanzado.

Por lo tanto con el programa anterior podemos calcular los parámetros de las ecuaciones de viscosidad para cada una de ellas individualmente.

El segundo de los programas ajusta los parámetros de los siguientes ocho modelos:

lineal:	$y = ax + mx$
cuadrático:	$y = a + bx + cx^2$
exponencial:	$y = a + e^{bx}$
logarítmico:	$y = a + b \ln x$
potencial:	$y = a (x^b)$
geométrico:	$y = a \cdot (b^x)$
lineal recíproca:	$y = a + b/x$
constante:	$y = c$

nos permite también, extrapolar e interpolar para cada uno de los modelos y nos da como resultado las funciones, los valores calculados con ellos, el error, los residuos, la suma de

...

cuadrados, la variancia y el coeficiente de correlación. Con todo lo cual podemos discernir cual es el modelo que mejor se ajusta a nuestros datos experimentales.

Se hizo el ajuste para las siguientes temperaturas: 80°F, 84°F, 88°F, 90°F y 100°F, obteniéndose los valores que aparecen en las tablas 4.2. y 4.3, para los dos modelos propuestos:

También se graficaron los parámetros de las ecuaciones; para el caso de la ley potencial aparecen en las gráficas 67 68 la viscosidad a 1 seg^{-1} contra la temperatura y el índice de flujo del lodo contra la temperatura, y en las gráficas 69 y 70 μ_0 y τ_0 también con la temperatura.

En las tablas 4.2, se encuentran tabulados los valores calculados por cada uno de los modelos propuestos y los valores experimentales.

Para dar por terminado este capítulo añadiremos dos cosas únicamente; la primera de ellas consiste en hacer notar que los resultados de los parámetros obtenidos por ambos programas coinciden en sus valores para los modelos potencial y de Bingham, y segundo deseamos describir el método por medio del cual pasamos de las ecuaciones generales de viscosidad a

...

las ecuaciones empleadas como modelos.

El modelo de Bingham es:

$$\bar{\sigma} = - \left\{ \mu_0 + \frac{\bar{\sigma}_0}{\left| \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta:\Delta)} \right|} \right\} \Delta \quad 4.5$$

El modelo potencial es:

$$\bar{\sigma}_0 = - \left\{ m \left| \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta:\Delta)} \right|^{n-1} \right\} \Delta \quad 4.6$$

Las consideraciones que haremos ^{son} son:

a) Fluido incompresible $(\nabla \cdot v) = 0$

b) Flujo irrotacional $\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$

c) Flujo unidireccional $\frac{\partial v_3}{\partial z} = 0, \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0, \frac{\partial v_2}{\partial x} = 0;$

Si aplicamos estos conceptos a la expansión del producto $\frac{1}{2}(\Delta:\Delta)$ y aplicando la ecuación que da Bird para fluidos no-Newtonianos:

$$\frac{\bar{\sigma}}{\Delta} = \eta = \mu_0 + \frac{\bar{\sigma}_0}{\left| \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta:\Delta)} \right|} \quad 4.7.$$

Para el modelo de Bingham

y

$$\frac{\bar{\sigma}}{\Delta} = \eta = m \left| \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta:\Delta)} \right|^{n-1} \quad 4.8.$$

para el modelo de Ostwald de Walle.

...

podemos llegar a las funciones aplicadas:

$$\frac{1}{2}(\Delta:\Delta) = 2 \left[\left(\frac{\partial v_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{1}{n} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_n}{n} \right) + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right)^2 \right] \\ + \left[\frac{\partial v_n}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial n} \right]^2 - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial x} (n v_n) + \frac{1}{n} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right]^2$$

4.9.

$$\frac{1}{2}(\Delta:\Delta) = \left[\frac{\partial v_\theta}{\partial n} \right]^2$$

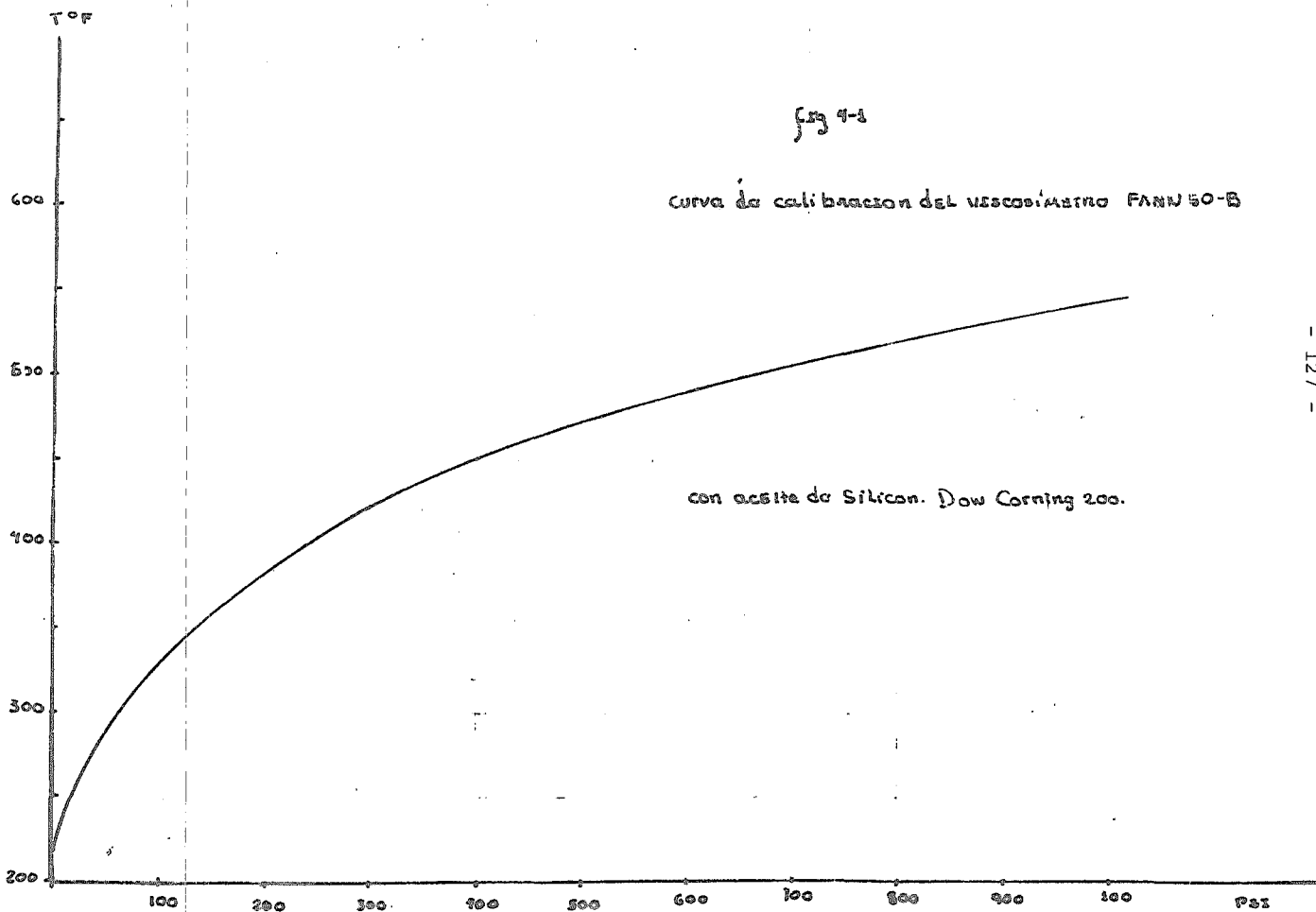
4.10

llevamos 4.10 a las ecuaciones 4.7. y 4.8, y nos quedará:

para el modelo de Bingham $\eta = \mu_0 + \frac{\tau_0}{\left[\frac{\partial v_\theta}{\partial n} \right]}$

para el modelo de Ostwald - de Walle

$$\eta = m \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial n} \right)^{n-1}$$



T A B L A S .

Tabla 4-1

γ	80°F				82°F				83°F		84°F		85°F					
	τ	$\bar{\tau}$	μ		τ	$\bar{\tau}$	μ		$\bar{\tau}$	μ	$\bar{\tau}$	μ	τ	$\bar{\tau}$	μ			
0	20	20	20	0.0	19	19	19	19	00	175	00	16	00	15	15	15.	00	
10	40	40	40	4.	38	40	40	39.3	3.93	38	3.8	36	3.6	35	35	35	3.5	
20	58	60	58	58.67	2.93	54	54	60	56	2.8	55	2.15	52	2.6	50	52	51	2.55
30	73	73	72	72.7	2.42	68	68	72	69.3	2.31	65	2.16	62	2.06	61	65	63	2.1
40	83	85	88	85.3	2.13	80	78	85	81.	2.03	78	1.95	75	1.875	74	75	74.5	1.86
50	98	100	98	98.7	1.97	90	92	98	93.13	1.866	90	1.8	86	1.72	84	85	84.5	1.69
60	108	112	110	110	1.83	100	100	105	101.7	1.695	100	1.67	95	1.583	93	95	94.	1.567
70	120	123	120	121	1.729	110	111	118	113.	1.614	110	1.571	104	1.486	102	105	103.5	1.479
80	130	133	130	131	1.638	120	121	128	123.	1.538	120	1.500	114	1.425	115	115	115	1.438
90	139	145	141	141.7	1.574	130	130	138	132.7	1.474	130	1.444	122	1.356	124	125	124.5	1.383
100	150	153	152	151.7	1.571	138	142	148	142.7	1.427	138	1.380	132	1.320	130	133	131	1.310
150	196	202	200	199.3	1.329	183	186	195	188.	1.253	180	1.200	182	1.213	174	172	173	1.153
200	240	246	245	243.7	1.215	222	228	238	229.3	1.147	220	1.100	214	1.07	215	210	212.5	1.063
250	280	290	275	281.7	1.127	260	268	275	267.	1.068	260	1.040	250	1.0	250	245	247.5	0.99
300	318	330	322	323.3	1.078	290	302	315	302.3	1.008	395	0.983	282	.94	282	280	281.	.937
350	354	365	360	359.7	1.028	331	340	350	340.3	0.972	330	0.943	315	0.900	316	313	314.	.897
400	388	401	398	395.7	0.989	355	372	382	369.7	0.924	362	0.905	347	.868	350	343	346.5	.866
450	422	435	430	429	0.953	400	405	415	406.7	0.904	395	0.878	379	.842	380	370	375.	.833
500	455	468	462	461.7	0.923	430	438	448	438.7	0.877	425	0.850	408	.816	409	400	404.5	.809
550	486	498	492	493	0.895	460	468	478	468.7	0.852	455	0.827	438	0.796	438	430	434	.789
600	518	530	525	524.3	.874	490	498	505	497.6	0.829	480	0.800	462	0.770	482	455	458.5	.764
650	548	560	552	553.3	0.851	518	528	535	527.	.811	510	.785	492	.757	492	482	487.	.749
700	580	588	582	583.3	.833	548	552	562	554.	.791	538	.769	519	.741	528	508	513.	.733
750	602	618	620	610	.813	572	580	538	580.	.773	562	.749	546	.728	542	532	537	.716
800	630	642	638	636.7	.796	600	605	615	606.7	.758	590	.738	570	.713	592	558	565	.706
850	658	670	664	664.	.781	624	631	640	631.7	.743	619	.728	598	.704	598	580	589	.693
900	685	695	690	690.	.767	650	656	665	657.	.730	640	.711	620	.989	621	609	613	.681
950	702	722	715	713.	.751	673	681	690	681.3	.717	662	.691	643	.677	644	630	637	.671
1 000	730	748	741	739.7	.7397	700	708	712	706.7	.707	688	.688	668	.668	670	650	660	.660
1 022	745	760	758	754.3	.738	710	720	730	720	.705	700	.685	678	.663	680	660	670	.656

τ = lectura de la grafica.

$\bar{\tau}$ = valor promedio

μ = viscosidad.

86°F					81°F					88°F					89°F		
8	7	6	5	4	7	6	5	4	3	2	1	0	10	9	8	7	
0	14	14	14	00	20	12	13	12	14.	00	10	12	11	00	10	10	10
10	34	45	39.5	3.95	48	44	32	30	38.5	3.85	32	43	37.5	3.75	30	32	42
20	48	62	55	2.75	60	63	46	48	54.25	2.113	46	58	52.	2.6	45	47	55
30	60	78	79	2.3	75	78	56	59	67.	2.23	58	71	64.5	2.15	56	56	69
40	72	98	85	2.125	88	88	65	69	77.75	1.944	70	82	76.	1.9	68	68	79
50	82	105	93.5	1.87	98	98	74	79	57.25	1.745	80	94	87	1.74	78	75	89
60	90	115	102.5	1.708	108	112	82	89	97.75	1.629	88	101	94.5	1.575	85	82	99
70	100	128	114.	1.629	119	120	91	99	107.25	1.534	99	112	105.5	1.507	94	92	108
80	110	138	124	1.55	128	130	108	109	118.75	1.484	105	121	113.	1.413	104	99	115
90	112	148	133	1.478	136	138	118	115	126.75	1.408	115	130	122.5	1.36	114	108	125
100	126	152	139	1.39	145	148	128	122	135.75	1.358	121	138	129.5	1.295	122	113	132
150	168	198	183	1.22	186	188	163	169	176.25	1.175	160	178	169	1.127	159	150	170
200	202	238	220	1.1	222	225	198	205	212.5	1.063	194	212	203.	1.02	189	182	203
250	238	272	255	1.02	254	255	230	230	242.25	0.969	226	245	235.5	.941	220	214	234
300	270	305	287.5	.958	285	288	260	270	275.75	.919	269	275	272.	.907	252	243	260
350	300	335	312.5	.893	315	318	292	305	307.5	.879	288	305	296.5	.847	280	272	292
400	331	365	348.	.87	344	345	322	335	336.5	.841	315	332	323.5	.809	310	300	315
450	360	380	370.	.822	370	370	350	364	363.5	.808	344	360	352.	.782	338	328	342
500	389	418	403.5	.807	395	400	378	395	392.	.784	370	385	377.5	.755	362	352	365
550	428	442	435.	.790	422	422	405	420	417.25	.759	399	420	404.5	.735	390	380	388
600	443	480	461.5	.769	445	445	433	445	441.75	.736	422	432	427.	.712	418	405	410
650	470	495	482.5	.742	470	470	458	472	467.5	.719	450	458	454.	.698	442	430	432
700	495	518	506.5	.724	492	495	472	498	489.25	0.699	475	480	477.5	.682	465	452	452
750	521	542	531.5	.709	515	515	508	521	514.75	.686	500	501	500.5	.667	480	475	472
800	548	570	559.	.699	538	545	532	545	540.	.675	524	525	524.5	.656	512	500	494
850	570	590	580.	.682	560	560	558	568	561.5	.661	549	548	548.5	.685	537	522	514
900	594	650	602.	.669	580	580	580	590	582.5	.647	570	568	569	.632	560	545	534
950	613	632	626.5	.659	600	605	602	615	605.5	.637	592	588	590	.621	580	568	552
1 000	640	650	645.	0.645	620	625	624	635	626.0	0.626	615	608	611.5	0.6115	602	588	570
1 022	650	660	655.	.641	630	630	635	642	634.25	.621	623	615	619.	.606	610	600	580

89°F				90°F				91°F			92°F						
Y	Z	\bar{z}	M	Z	\bar{z}	M	Z	\bar{z}	M	Z	\bar{z}	M					
0	10	10	00	9	9	9	9	9	00	8	8	8	00	7	7	7	00
10	32	334.5	3.45	28	30	40	30	32	3.20	26	32	29	2.90	25	31	28	2.8
20	45	48.0	2.4	43	42	56	42	45.75	2.288	38	49	43.5	2.175	38	48	43	2.15
30	55	59	1.967	54	52	72	53	57.5	1.917	48	60	54.	1.8	42	59	50.5	1.683
40	65	70	1.75	66	62	82	62	69.0	1.725	58	71	64.5	1.613	52	70	61.	1.525
50	75	79.25	1.585	74	70	92	70	76.5	1.53	62	81	71.5	1.43	62	80	74.	1.48
60	83	87.0	1.45	83	78	100	78	84.75	1.413	70	90	80	1.333	70	88	79.	1.317
70	90	96.	1.371	91	85	108	88	93.0	1.329	78	98	88	1.257	78	98	88	1.257
80	98	104	1.3	99	92	116	96	100.75	1.256	82	106	94	1.175	82	104	93	1.163
90	108	113.75	1.264	105	100	125	100	107.5	1.194	93	112	101	1.122	90	110	100	1.111
100	115	120.5	1.205	113	108	132	110	144.	1.44	98	121	109.5	1.095	98	120	109	1.09
150	152	159.75	1.065	150	140	170	142	150.5	1.003	136	155	145.5	0.97	136	152	144	0.96
200	185	189.75	0.949	182	170	203	175	182.5	.9125	152	188	170.	.85	152	182	167	0.835
250	218	221.5	0.907	211	200	235	205	212.75	0.863	182	218	200	0.800	183	210	196	0.798
300	246	250.25	.834	241	228	252	230	237.75	.793	205	245	225	.75	205	238	221.5	.73833
350	276	280.	.800	270	265	278	260	268.25	.766	232	272	252	.72	232	262	247.	.704
400	305	307.5	.769	298	280	302	285	291.25	.728	258	395	276.5	.691	258	390	274	.685
450	332	335.	.744	322	308	328	311	317.25	.705	280	320	300	.667	280	312	296	.658
500	360	359.75	.720	349	332	350	335	341.50	.683	302	343	322.5	.645	303	335	319.	.638
550	385	385.75	.701	372	366	371	360	367.25	.668	328	365	345.5	.628	326	355	340.5	.619
600	410	410.75	.615	398	380	392	385	388.75	.648	379	387	368.	.613	349	378	363.5	.606
650	435	434.75	.669	422	402	414	410	412.	.634	370	410	390	.60	370	400	385.	.592
700	460	457.25	.653	443	426	435	430	433.5	.619	390	430	410.	.586	390	420	405.	.579
750	480	479.25	.639	478	448	455	452	458.25	.611	410	452	431.	.575	410	440	425.	.561
800	502	502.	.628	492	470	475	473	477.5	.597	430	472	441.	.551	430	460	445.	.556
850	526	524.75	.617	512	492	497	495	499.0	.587	452	492	472	.555	452	480	466.	.548
900	548	546.75	.608	535	512	515	516	519.5	.577	470	512	491	.546	470	500	485	.539
950	570	567.5	.597	560	532	532	536	540.0	.568	490	532	511	.538	490	518	504	.531
1 000	590	587.5	0.588	578	552	550	555	558.75	.559	510	548	529	0.529	510	532	521	0.521
1 022	600	597.5	.585	585	562	558	565	567.50	.555	515	555	535	.523	515	542	528.5	.517

Y	93°F					94°F		95°F		97°F		100°F	
	\bar{C}	\bar{C}	\bar{C}	\bar{C}	\bar{M}	\bar{C}	\bar{M}	\bar{C}	\bar{M}	\bar{C}	\bar{M}	\bar{C}	\bar{M}
0	6	6	6	6	00	5	5	4	00	3	00	2	00
10	30	30	22	27.3	2.73	26	2.6	25	2.5	22	2.2	18	1.8
20	38	42	48	42.67	2.133	40	2.0	35	1.75	30	1.5	25	1.25
30	48	50	58	52.	1.733	48	1.6	42	1.4	38	1.267	30	1.0
40	55	58	67	60.	1.5	55	1.373	50	1.25	42	1.25	38	0.95
50	62	65	85	70.1	1.414	63	1.24	58	1.16	50	1.0	45	0.90
60	68	12	84	74.7	1.245	70	1.167	62	1.03	55	0.917	50	0.833
70	74	78	92	81.3	1.161	78	1.114	70	1.0	60	0.857	55	0.786
80	80	88	100	89.3	1.116	82	1.025	75	0.938	65	0.813	60	0.75
90	85	95	108	96.0	1.066	90	1.0	80	0.889	72	0.8	65	0.722
100	90	100	115	101.7	1.017	96	0.96	85	0.85	78	0.78	70	0.70
150	118	130	146	131.3	0.875	125	0.833	115	0.767	105	0.70	93	0.613
200	142	160	175	159.	0.795	150	0.75	142	0.71	130	0.65	115	0.575
250	168	188	202	186.	0.744	178	0.712	167	0.668	150	0.6	135	0.54
300	190	315	230	211.7	0.706	202	0.673	190	0.633	175	0.583	158	0.527
350	214	242	254	236.7	0.676	228	0.651	212	0.601	198	0.566	178	0.509
400	248	268	279	265.	0.663	252	0.63	238	0.595	219	0.548	198	0.495
450	259	292	301	284.	0.631	278	0.618	260	0.578	240	0.533	215	0.478
500	270	318	325	304.3	0.609	299	0.598	282	0.564	260	0.52	235	0.47
550	300	342	345	329.0	0.598	320	0.582	395	0.555	280	0.509	255	0.464
600	320	365	366	350.3	0.583	342	0.57	328	0.547	300	0.50	275	.4583
650	342	388	388	372.7	0.573	363	0.559	350	0.539	319	0.491	290	.446
700	362	410	409	393.7	0.570	385	0.55	368	0.526	338	0.483	310	0.443
750	380	432	428	413.3	0.551	401	.535	388	.517	355	.473	328	.437
800	400	455	448	434.3	.543	425	.531	406	.508	372	.465	345	.431
850	418	475	468	453.7	.534	440	.518	425	.500	390	.459	360	.424
900	438	495	489	474.	.527	460	.511	442	.491	410	.455	378	.420
950	452	512	503	489.	.515	480	.506	462	.486	425	0.447	390	.413
1 000	470	530	520	506.7	0.5067	500	0.500	480	0.480	442	0.442	410	0.410
1 022	480	540	530	516.7	.5057	506	.4951	486	0.4776	450	0.4403	418	0.409

Tabla 4-2

Modelo Potencial.

X	Y 80°F	YCP 80°F
1.0000000E+01	4.0000000E+00	3.5373828E+00
2.0000000E+01	2.9300000E+00	2.7850771E+00
3.0000000E+01	2.4200000E+00	2.4215413E+00
4.0000000E+01	2.1300000E+00	2.1927664E+00
5.0000000E+01	1.9700000E+00	2.0307074E+00
6.0000000E+01	1.8300000E+00	1.9065449E+00
7.0000000E+01	1.7290000E+00	1.8078098E+00
8.0000000E+01	1.6380000E+00	1.7264243E+00
9.0000000E+01	1.5740000E+00	1.6576838E+00
1.0000000E+02	1.5710000E+00	1.5985159E+00
2.0000000E+02	1.2150000E+00	1.2585548E+00
3.0000000E+02	1.0780000E+00	1.0942758E+00
4.0000000E+02	9.8900000E-01	9.9089420E-01
5.0000000E+02	9.2300000E-01	9.1748023E-01
6.0000000E+02	8.7400000E-01	8.6155290E-01
7.0000000E+02	8.3300000E-01	8.1693527E-01
8.0000000E+02	7.9600000E-01	7.8015779E-01
9.0000000E+02	7.9700000E-01	7.4909451E-01
1.0000000E+03	7.3970000E-01	7.2235698E-01
1.0000000E+00		7.8279336E+00
2.0000000E+00		6.1631438E+00
3.0000000E+00		5.3586694E+00
4.0000000E+00		4.8524097E+00
5.0000000E+00		4.4929015E+00
6.0000000E+00		4.2190253E+00
7.0000000E+00		4.0005327E+00
8.0000000E+00		3.8204333E+00
9.0000000E+00		3.6683164E+00
1.1000000E+03		6.9899303E-01
1.2000000E+03		6.7832389E-01
1.3000000E+03		6.5985027E-01
1.4000000E+03		6.4319522E-01
1.5000000E+03		6.2806782E-01
1.6000000E+03		6.1423931E-01
1.7000000E+03		6.0152689E-01
1.8000000E+03		5.8978235E-01
1.9000000E+03		5.7868409E-01
2.0000000E+03		5.6873118E-01
2.1000000E+03		5.5923902E-01

y = VISCOSIDAD EXPERIMENTAL

yc = VISCOSIDAD CALCULADA.

x = rapidez de corte

X	Y	YCP
	꺠꺠꺠꺠	꺠꺠꺠꺠
1.0000000E+01	3.6000000E+00	3.0707137E+00
2.0000000E+01	2.6000000E+00	2.4229531E+00
3.0000000E+01	2.0600000E+00	2.1093842E+00
4.0000000E+01	1.8750000E+00	1.9118362E+00
5.0000000E+01	1.7200000E+00	1.7714386E+00
6.0000000E+01	1.5830000E+00	1.6644140E+00
7.0000000E+01	1.4860000E+00	1.5789866E+00
8.0000000E+01	1.4250000E+00	1.5085383E+00
9.0000000E+01	1.3560000E+00	1.4490122E+00
1.0000000E+02	1.3200000E+00	1.3977573E+00
2.0000000E+02	1.0700000E+00	1.1029033E+00
3.0000000E+02	9.4000000E-01	9.6016997E-01
4.0000000E+02	8.6800000E-01	8.7024816E-01
5.0000000E+02	8.1600000E-01	8.0634062E-01
6.0000000E+02	7.7000000E-01	7.5762412E-01
7.0000000E+02	7.4100000E-01	7.1873844E-01
8.0000000E+02	7.1300000E-01	6.8667113E-01
9.0000000E+02	6.8900000E-01	6.5957543E-01
1.0000000E+03	6.6800000E-01	6.3624475E-01
1.0000000E+00		6.7460086E+00
2.0000000E+00		5.3229521E+00
3.0000000E+00		4.6340769E+00
4.0000000E+00		4.200865E+00
5.0000000E+00		3.8916490E+00
6.0000000E+00		3.6565280E+00
7.0000000E+00		3.4688538E+00
8.0000000E+00		3.3140870E+00
9.0000000E+00		3.1833148E+00
1.1000000E+03		6.1585132E-01
1.2000000E+03		5.9780489E-01
1.3000000E+03		5.8167114E-01
1.4000000E+03		5.6712207E-01
1.5000000E+03		5.5390449E-01
1.6000000E+03		5.4181929E-01
1.7000000E+03		5.3070726E-01
1.8000000E+03		5.2043937E-01
1.9000000E+03		5.1090967E-01
2.0000000E+03		5.0203025E-01
2.1000000E+03		4.9372739E-01

X	Y	YCP
	88°E	88°E
1.0000000E+01	3.7500000E+00	3.2372809E+00
2.0000000E+01	2.6000000E+00	2.5014276E+00
3.0000000E+01	2.1500000E+00	2.1511790E+00
4.0000000E+01	1.9000000E+00	1.9328381E+00
5.0000000E+01	1.7400000E+00	1.7786608E+00
6.0000000E+01	1.5750000E+00	1.6622031E+00
7.0000000E+01	1.5070000E+00	1.5695597E+00
8.0000000E+01	1.4130000E+00	1.4934925E+00
9.0000000E+01	1.3600000E+00	1.4294623E+00
1.0000000E+02	1.2950000E+00	1.3745151E+00
2.0000000E+02	1.0200000E+00	1.0620796E+00
3.0000000E+02	9.0700000E-01	9.1336777E-01
4.0000000E+02	8.0900000E-01	8.2066255E-01
5.0000000E+02	7.5500000E-01	7.5528542E-01
6.0000000E+02	7.3500000E-01	7.0575382E-01
7.0000000E+02	6.8200000E-01	6.6641837E-01
8.0000000E+02	6.5000000E-01	6.3412185E-01
9.0000000E+02	6.3200000E-01	6.0693454E-01
1.0000000E+03	6.1150000E-01	5.8360453E-01
1.0000000E+00		7.6244976E+00
2.0000000E+00		5.8914039E+00
3.0000000E+00		5.0664926E+00
4.0000000E+00		4.5522525E+00
5.0000000E+00		4.1896026E+00
6.0000000E+00		3.9148485E+00
7.0000000E+00		3.6966530E+00
8.0000000E+00		3.5174983E+00
9.0000000E+00		3.3666935E+00
1.1000000E+03		5.6327347E-01
1.2000000E+03		5.4533175E-01
1.3000000E+03		5.2933207E-01
1.4000000E+03		5.1493749E-01
1.5000000E+03		5.0188853E-01
1.6000000E+03		4.8998154E-01
1.7000000E+03		4.7905408E-01
1.8000000E+03		4.6897469E-01
1.9000000E+03		4.5963565E-01
2.0000000E+03		4.5094773E-01
2.1000000E+03		4.4283621E-01

X	Y	YCP
	920F	920F
1.0000000E+01	2.0800000E+00	2.3755412E+00
2.0000000E+01	2.1500000E+00	1.8854885E+00
3.0000000E+01	1.6830000E+00	1.6471363E+00
4.0000000E+01	1.5250000E+00	1.4465293E+00
5.0000000E+01	1.4800000E+00	1.3892598E+00
6.0000000E+01	1.3170000E+00	1.3073470E+00
7.0000000E+01	1.2570000E+00	1.2418703E+00
8.0000000E+01	1.1630000E+00	1.1876089E+00
9.0000000E+01	1.1110000E+00	1.1420800E+00
1.0000000E+02	1.0900000E+00	1.1026679E+00
2.0000000E+02	8.3500000E-01	8.7519750E-01
3.0000000E+02	7.3800000E-01	7.6456025E-01
4.0000000E+02	6.8500000E-01	6.9465218E-01
5.0000000E+02	6.3800000E-01	6.4486019E-01
6.0000000E+02	6.0600000E-01	6.0683839E-01
7.0000000E+02	5.7900000E-01	5.7644582E-01
8.0000000E+02	5.5600000E-01	5.5135173E-01
9.0000000E+02	5.3900000E-01	5.3012550E-01
1.0000000E+03	5.2100000E-01	5.1183138E-01
1.0000000E+00		5.1177656E+00
2.0000000E+00		4.0620169E+00
3.0000000E+00		3.5485209E+00
4.0000000E+00		3.2240595E+00
5.0000000E+00		2.9929622E+00
6.0000000E+00		2.8164932E+00
7.0000000E+00		2.6754334E+00
8.0000000E+00		2.5589653E+00
9.0000000E+00		2.4604489E+00
1.1000000E+03		4.9582679E-01
1.2000000E+03		4.8165313E-01
1.3000000E+03		4.6897269E-01
1.4000000E+03		4.5753025E-01
1.5000000E+03		4.4712670E-01
1.6000000E+03		4.3761286E-01
1.7000000E+03		4.2885865E-01
1.8000000E+03		4.2076541E-01
1.9000000E+03		4.1325047E-01
2.0000000E+03		4.0624520E-01
2.1000000E+03		3.9969201E-01

X	Y	YCP
	970F	970F
1.0000000E+01	2.2000000E+00	1.7336415E+00
2.0000000E+01	1.5000000E+00	1.3952316E+00
3.0000000E+01	1.2670000E+00	1.2287874E+00
4.0000000E+01	1.0500000E+00	1.1228799E+00
5.0000000E+01	1.0000000E+00	1.0470594E+00
6.0000000E+01	9.1700000E-01	9.8892591E-01
7.0000000E+01	8.5700000E-01	9.4230016E-01
8.0000000E+01	8.1300000E-01	9.0369178E-01
9.0000000E+01	8.0000000E-01	8.7095195E-01
1.0000000E+02	7.8000000E-01	8.4267155E-01
2.0000000E+02	6.5000000E-01	6.7818058E-01
3.0000000E+02	5.8300000E-01	5.9727700E-01
4.0000000E+02	5.4800000E-01	5.4579853E-01
5.0000000E+02	5.2000000E-01	5.0894443E-01
6.0000000E+02	5.0000000E-01	4.8068747E-01
7.0000000E+02	4.8300000E-01	4.5802408E-01
8.0000000E+02	4.6500000E-01	4.3925770E-01
9.0000000E+02	4.5500000E-01	4.2334384E-01
1.0000000E+03	4.2200000E-01	4.0959758E-01
1.0000000E+00		3.5666479E+00
2.0000000E+00		2.8704319E+00
3.0000000E+00		2.5280036E+00
4.0000000E+00		2.3101186E+00
5.0000000E+00		2.1541318E+00
6.0000000E+00		2.0345329E+00
7.0000000E+00		1.9386090E+00
8.0000000E+00		1.8591793E+00
9.0000000E+00		1.7918232E+00
1.1000000E+03		3.9754749E-01
1.2000000E+03		3.8685643E-01
1.3000000E+03		3.7727569E-01
1.4000000E+03		3.6861697E-01
1.5000000E+03		3.6073462E-01
1.6000000E+03		3.5351382E-01
1.7000000E+03		3.4686263E-01
1.8000000E+03		3.4070638E-01
1.9000000E+03		3.3498365E-01
2.0000000E+03		3.2964341E-01
2.1000000E+03		3.2464280E-01

X	Y	YCP
	100°F	100°F
1.0000000E+01	1.8000000E+00	1.4554518E+00
2.0000000E+01	1.2500000E+00	1.1912593E+00
3.0000000E+01	1.0000000E+00	1.0595453E+00
4.0000000E+01	9.5000000E-01	9.7502286E-01
5.0000000E+01	9.0000000E-01	9.1413384E-01
6.0000000E+01	8.3300000E-01	8.6721749E-01
7.0000000E+01	7.8600000E-01	8.2943389E-01
8.0000000E+01	7.5000000E-01	7.9803748E-01
9.0000000E+01	7.2200000E-01	7.7133183E-01
1.0000000E+02	7.0000000E-01	7.4820099E-01
2.0000000E+02	5.7500000E-01	6.1238813E-01
3.0000000E+02	5.2700000E-01	5.4467820E-01
4.0000000E+02	4.9500000E-01	5.0122792E-01
5.0000000E+02	4.7000000E-01	4.6992683E-01
6.0000000E+02	4.5800000E-01	4.4580864E-01
7.0000000E+02	4.4300000E-01	4.2638531E-01
8.0000000E+02	4.3100000E-01	4.1024542E-01
9.0000000E+02	4.2000000E-01	3.9651691E-01
1.0000000E+03	4.1000000E-01	3.8462608E-01
1.0000000E+00		2.8312444E+00
2.0000000E+00		2.3173192E+00
3.0000000E+00		2.0611001E+00
4.0000000E+00		1.8966812E+00
5.0000000E+00		1.7782357E+00
6.0000000E+00		1.6869708E+00
7.0000000E+00		1.6134716E+00
8.0000000E+00		1.5523971E+00
9.0000000E+00		1.5004475E+00
1.1000000E+03		3.7417700E-01
1.2000000E+03		3.6488581E-01
1.3000000E+03		3.5654261E-01
1.4000000E+03		3.4898818E-01
1.5000000E+03		3.4209912E-01
1.6000000E+03		3.3577800E-01
1.7000000E+03		3.2994664E-01
1.8000000E+03		3.2454147E-01
1.9000000E+03		3.1951014E-01
2.0000000E+03		3.1480906E-01
2.1000000E+03		3.1040160E-01

TABLE 4-3
Modelo de Bingham

X	Y	YGR
	gof	gof
1.0000000E+01	4.0000000E+00	4.4224526E+00
2.0000000E+01	2.9300000E+00	2.7223191E+00
3.0000000E+01	2.4200000E+00	2.1556079E+00
4.0000000E+01	2.1300000E+00	1.8722523E+00
5.0000000E+01	1.9700000E+00	1.7022389E+00
6.0000000E+01	1.8300000E+00	1.5888967E+00
7.0000000E+01	1.7290000E+00	1.5179380E+00
8.0000000E+01	1.6380000E+00	1.4472189E+00
9.0000000E+01	1.5740000E+00	1.3999930E+00
1.0000000E+02	1.5710000E+00	1.3622122E+00
2.0000000E+02	1.2150000E+00	1.1921989E+00
3.0000000E+02	1.0780000E+00	1.1355278E+00
4.0000000E+02	9.8900000E-01	1.1071922E+00
5.0000000E+02	9.2300000E-01	1.0901309E+00
6.0000000E+02	8.7400000E-01	1.0788566E+00
7.0000000E+02	8.3300000E-01	1.0707608E+00
8.0000000E+02	7.9600000E-01	1.0646889E+00
9.0000000E+02	7.9700000E-01	1.0599663E+00
1.0000000E+03	7.3970000E-01	1.0561382E+00
1.0000000E+00		3.5024857E+01
2.0000000E+00		1.8023521E+01
3.0000000E+00		1.2356409E+01
4.0000000E+00		9.5226533E+00
5.0000000E+00		7.8227198E+00
6.0000000E+00		6.6892974E+00
7.0000000E+00		5.8797100E+00
8.0000000E+00		5.2725194E+00
9.0000000E+00		4.8002601E+00
1.1000000E+03		1.0530970E+00
1.2000000E+03		1.0505211E+00
1.3000000E+03		1.0483414E+00
1.4000000E+03		1.0464731E+00
1.5000000E+03		1.0448540E+00
1.6000000E+03		1.0434372E+00
1.7000000E+03		1.0421871E+00
1.8000000E+03		1.0410759E+00
1.9000000E+03		1.0400817E+00
2.0000000E+03		1.0391869E+00
2.1000000E+03		1.0383773E+00

X	Y 84°F	YCR 84°F
1.0000000E+01	3.6000000E+00	3.9374514E+00
2.0000000E+01	2.6000000E+00	2.4098294E+00
3.0000000E+01	2.0600000E+00	1.9006221E+00
4.0000000E+01	1.8750000E+00	1.6460184E+00
5.0000000E+01	1.7200000E+00	1.4932562E+00
6.0000000E+01	1.5830000E+00	1.3914147E+00
7.0000000E+01	1.4860000E+00	1.3186708E+00
8.0000000E+01	1.4250000E+00	1.2641129E+00
9.0000000E+01	1.3560000E+00	1.2216789E+00
1.0000000E+02	1.3200000E+00	1.1877318E+00
2.0000000E+02	1.0700000E+00	1.0349696E+00
3.0000000E+02	9.4000000E-01	9.8404885E-01
4.0000000E+02	8.6800000E-01	9.5858848E-01
5.0000000E+02	8.1600000E-01	9.4331226E-01
6.0000000E+02	7.7000000E-01	9.3312812E-01
7.0000000E+02	7.4100000E-01	9.2585373E-01
8.0000000E+02	7.1300000E-01	9.2039793E-01
9.0000000E+02	6.8900000E-01	9.1615454E-01
1.0000000E+03	6.6800000E-01	9.1275982E-01
1.0000000E+00		3.1434648E+01
2.0000000E+00		1.6158428E+01
3.0000000E+00		1.1066354E+01
4.0000000E+00		8.5203175E+00
5.0000000E+00		6.9926955E+00
6.0000000E+00		5.9742808E+00
7.0000000E+00		5.2468418E+00
8.0000000E+00		4.7012625E+00
9.0000000E+00		4.2769230E+00
1.1000000E+03		9.0598233E-01
1.2000000E+03		9.0766775E-01
1.3000000E+03		9.0570926E-01
1.4000000E+03		9.0403955E-01
1.5000000E+03		9.0257568E-01
1.6000000E+03		9.0130266E-01
1.7000000E+03		9.0017941E-01
1.8000000E+03		8.9918096E-01
1.9000000E+03		8.9828761E-01
2.0000000E+03		8.9748360E-01
2.1000000E+03		8.9675616E-01

X	Y	YCR
	88°f	88°f
1.0000000E+01	3.7500000E+00	4.0971833E+00
2.0000000E+01	2.6000000E+00	2.4674269E+00
3.0000000E+01	2.1500000E+00	1.9241748E+00
4.0000000E+01	1.9000000E+00	1.6525488E+00
5.0000000E+01	1.7400000E+00	1.4895731E+00
6.0000000E+01	1.5750000E+00	1.3809227E+00
7.0000000E+01	1.5070000E+00	1.3033153E+00
8.0000000E+01	1.4130000E+00	1.2451097E+00
9.0000000E+01	1.3600000E+00	1.1998387E+00
1.0000000E+02	1.2950000E+00	1.1636219E+00
2.0000000E+02	1.0200000E+00	1.0006462E+00
3.0000000E+02	9.0700000E-01	9.4632101E-01
4.0000000E+02	8.0900000E-01	9.1915840E-01
5.0000000E+02	7.5500000E-01	9.0286034E-01
6.0000000E+02	7.3500000E-01	8.9199500E-01
7.0000000E+02	6.8200000E-01	8.8423505E-01
8.0000000E+02	6.5000000E-01	8.7841449E-01
9.0000000E+02	6.3200000E-01	8.7388739E-01
1.0000000E+03	6.1150000E-01	8.7026571E-01
1.0000000E+00		3.3432798E+01
2.0000000E+00		1.7135234E+01
3.0000000E+00		1.1702713E+01
4.0000000E+00		8.9864523E+00
5.0000000E+00		7.3566960E+00
6.0000000E+00		6.2701918E+00
7.0000000E+00		5.4941173E+00
8.0000000E+00		4.9120615E+00
9.0000000E+00		4.4593514E+00
1.1000000E+03		8.6730252E-01
1.2000000E+03		8.6483319E-01
1.3000000E+03		8.6274376E-01
1.4000000E+03		8.6095282E-01
1.5000000E+03		8.5940067E-01
1.6000000E+03		8.5804254E-01
1.7000000E+03		8.5684419E-01
1.8000000E+03		8.5577899E-01
1.9000000E+03		8.5482591E-01
2.0000000E+03		8.5396815E-01
2.1000000E+03		8.5319207E-01

X	Y	YCR
	92of	92of
1.0000000E+01	2.0800000E+00	2.0258218E+00
2.0000000E+01	2.1500000E+00	1.7019849E+00
3.0000000E+01	1.6830000E+00	1.3940393E+00
4.0000000E+01	1.5250000E+00	1.2400064E+00
5.0000000E+01	1.4800000E+00	1.1476827E+00
6.0000000E+01	1.3170000E+00	1.0860936E+00
7.0000000E+01	1.2570000E+00	1.0421014E+00
8.0000000E+01	1.1630000E+00	1.0091072E+00
9.0000000E+01	1.1110000E+00	9.8344507E-01
1.0000000E+02	1.0900000E+00	9.6291536E-01
2.0000000E+02	8.3500000E-01	8.7053167E-01
3.0000000E+02	7.3800000E-01	8.3973711E-01
4.0000000E+02	6.8500000E-01	8.2433982E-01
5.0000000E+02	6.3800000E-01	8.1510146E-01
6.0000000E+02	6.0600000E-01	8.0894254E-01
7.0000000E+02	5.7900000E-01	8.0454332E-01
8.0000000E+02	5.5600000E-01	8.0124390E-01
9.0000000E+02	5.3900000E-01	7.9867769E-01
1.0000000E+03	5.2100000E-01	7.9662472E-01
1.0000000E+00		1.9254886E+01
2.0000000E+00		1.0016517E+01
3.0000000E+00		6.9370607E+00
4.0000000E+00		5.3973325E+00
5.0000000E+00		4.4734956E+00
6.0000000E+00		3.8576044E+00
7.0000000E+00		3.4176820E+00
8.0000000E+00		3.0877403E+00
9.0000000E+00		2.8311189E+00
1.1000000E+03		7.9494501E-01
1.2000000E+03		7.9354526E-01
1.3000000E+03		7.9236085E-01
1.4000000E+03		7.9134565E-01
1.5000000E+03		7.9046580E-01
1.6000000E+03		7.8969594E-01
1.7000000E+03		7.8901665E-01
1.8000000E+03		7.8841283E-01
1.9000000E+03		7.8787256E-01
2.0000000E+03		7.8738635E-01
2.1000000E+03		7.8694643E-01

X	Y	YCR
	97°E	97°E
1.0000000E+01	2.2000000E+00	2.3452291E+00
2.0000000E+01	1.5000000E+00	1.4399165E+00
3.0000000E+01	1.2670000E+00	1.1381456E+00
4.0000000E+01	1.0500000E+00	9.0726012E-01
5.0000000E+01	1.0000000E+00	8.9672886E-01
6.0000000E+01	9.1700000E-01	8.3637468E-01
7.0000000E+01	8.5700000E-01	7.9326455E-01
8.0000000E+01	8.1300000E-01	7.6093196E-01
9.0000000E+01	8.0000000E-01	7.3578438E-01
1.0000000E+02	7.8000000E-01	7.1566632E-01
2.0000000E+02	6.5000000E-01	6.2513506E-01
3.0000000E+02	5.8300000E-01	5.9499797E-01
4.0000000E+02	5.4800000E-01	5.7986942E-01
5.0000000E+02	5.2000000E-01	5.7081630E-01
6.0000000E+02	5.0000000E-01	5.6478088E-01
7.0000000E+02	4.8300000E-01	5.6046907E-01
8.0000000E+02	4.6500000E-01	5.5723661E-01
9.0000000E+02	4.5500000E-01	5.5472105E-01
1.0000000E+03	4.2200000E-01	5.5271004E-01
1.0000000E+00		1.0640857E+01
2.0000000E+00		9.5877305E+00
3.0000000E+00		6.5700216E+00
4.0000000E+00		5.0611671E+00
5.0000000E+00		4.1558545E+00
6.0000000E+00		3.5523127E+00
7.0000000E+00		3.1212114E+00
8.0000000E+00		2.7978855E+00
9.0000000E+00		2.5464097E+00
1.1000000E+03		5.5106402E-01
1.2000000E+03		5.4969233E-01
1.3000000E+03		5.4853168E-01
1.4000000E+03		5.4753683E-01
1.5000000E+03		5.4667463E-01
1.6000000E+03		5.4592020E-01
1.7000000E+03		5.4525453E-01
1.8000000E+03		5.4466282E-01
1.9000000E+03		5.4413340E-01
2.0000000E+03		5.4365692E-01
2.1000000E+03		5.4322552E-01

X	Y	YCR
	1000F	1000F
1.0000000E+01	1.8000000E+00	1.9192065E+00
2.0000000E+01	1.2500000E+00	1.2092704E+00
3.0000000E+01	1.0000000E+00	9.7262499E-01
4.0000000E+01	9.5000000E-01	8.5430230E-01
5.0000000E+01	9.0000000E-01	7.8330868E-01
6.0000000E+01	8.3300000E-01	7.3597961E-01
7.0000000E+01	7.8600000E-01	7.0217312E-01
8.0000000E+01	7.5000000E-01	6.7681826E-01
9.0000000E+01	7.2200000E-01	6.5709781E-01
1.0000000E+02	7.0000000E-01	6.4132145E-01
2.0000000E+02	5.7500000E-01	5.7032784E-01
3.0000000E+02	5.2700000E-01	5.4666330E-01
4.0000000E+02	4.9500000E-01	5.3483103E-01
5.0000000E+02	4.7000000E-01	5.2773167E-01
6.0000000E+02	4.5800000E-01	5.2299876E-01
7.0000000E+02	4.4300000E-01	5.1961811E-01
8.0000000E+02	4.3100000E-01	5.1708263E-01
9.0000000E+02	4.2000000E-01	5.1511058E-01
1.0000000E+03	4.1000000E-01	5.1353295E-01
1.0000000E+00		1.4698057E+01
2.0000000E+00		7.5986957E+00
3.0000000E+00		5.2322419E+00
4.0000000E+00		4.0490150E+00
5.0000000E+00		3.3390788E+00
6.0000000E+00		2.8657880E+00
7.0000000E+00		2.5277232E+00
8.0000000E+00		2.2741746E+00
9.0000000E+00		2.0769701E+00
1.1000000E+03		5.1224215E-01
1.2000000E+03		5.1116649E-01
1.3000000E+03		5.1025632E-01
1.4000000E+03		5.0947617E-01
1.5000000E+03		5.0860004E-01
1.6000000E+03		5.0320943E-01
1.7000000E+03		5.0768641E-01
1.8000000E+03		5.0722240E-01
1.9000000E+03		5.0680724E-01
2.0000000E+03		5.0643359E-01
2.1000000E+03		5.0609550E-01

Ecuaciones obtenidas para cada temperatura:

Ecuación	Modelo	Tempe ratura.	% de error	coeficiente de correlación
$Y = 7.82793377 + (x) ** (-.344965)$	potencial $Y=AX$	80°F	0.123760771	0.98774921
$Y = 6.74600856 + (x) ** (-.341807558)$	" "	84°F	0.14135967	0.97895638
$Y = 7.62449783 + (x) ** (-.372030864)$	" "	88°F	0.131029294	0.98439030
$Y = 5.11776558 + (x) ** (-.33317828)$	" "	92°F	0.0978543911	0.98277169
$Y = 3.56664788 + (x) ** (-.313300952)$	" "	97°F	0.00277819	0.9465257
$Y = 2.83124443 + (x) ** (-.28897544)$	" "	100°F	0.0883356312	0.96000465
$Y = 1.02218552 + 34.0026713/x$	lineal recíproco	80°F	0.23951986	0.9597256
$Y = 0.882207383 + 30.5524406/x$	$Y = A + B/X$	84°F	0.18977828	0.968226167
$Y = 0.837670585 + 32.595127/x$	" "	88°F	0.20308928	0.96807589
$Y = 0.778147979 + 18.4767383/x$	" "	92°F	0.267431932	0.85693114
$Y = 0.53460379 + 18.1062533/x$	" "	97°F	0.08474276	0.98184503
$Y = 0.499334225 + 14.198722/x$	" "	100°F	0.0786845866	0.97449320

Tabla 4.3a

Parámetros de los modelos de Ostwald y Bingham.

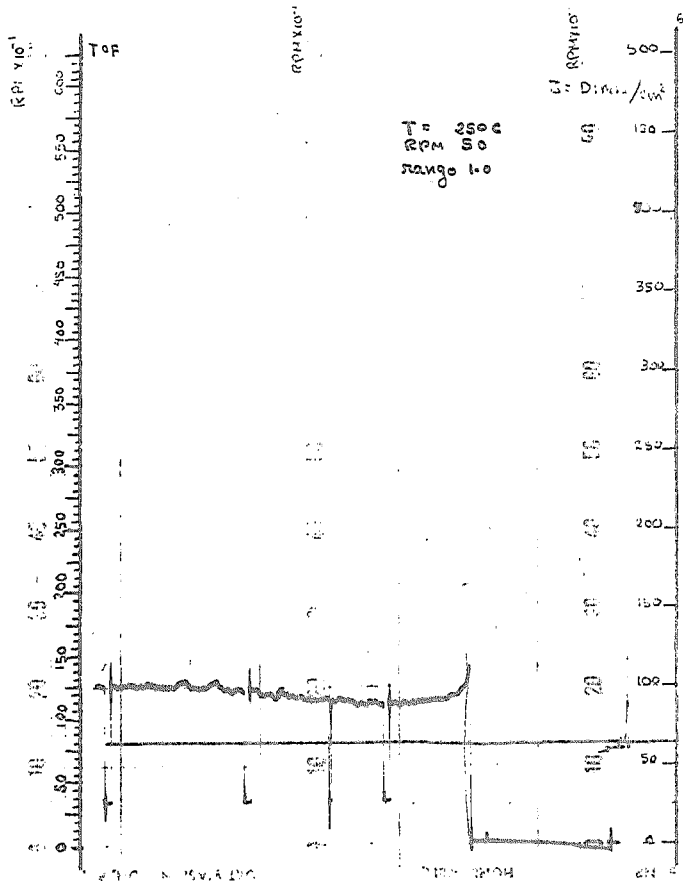
Ostwald: $\eta = m \left(\frac{V}{\delta}\right)^n$ parámetros $m, n, S = n-1$

Bingham $\eta = \mu_0 + \frac{\tau_0}{\delta}$ parámetros μ_0, τ_0

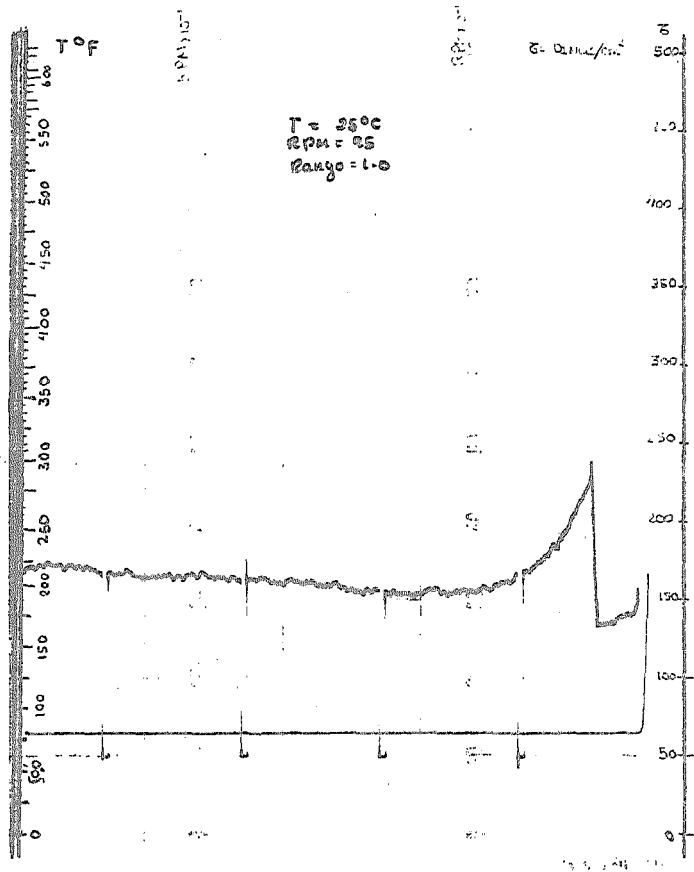
temperatura	S	m	μ_0	τ_0
80°F	-0.34497	7.828	1.0223	34.027
84°F	-0.3412	6.746	0.88221	30.055
88°F	-0.37202	7.625	0.83767	32.595
92°F	-0.3332	5.1178	0.77815	18.477
97°F	-0.3133	3.5666	0.5346	18.106
100°F	-0.28898	2.8312	0.4993	14.1987

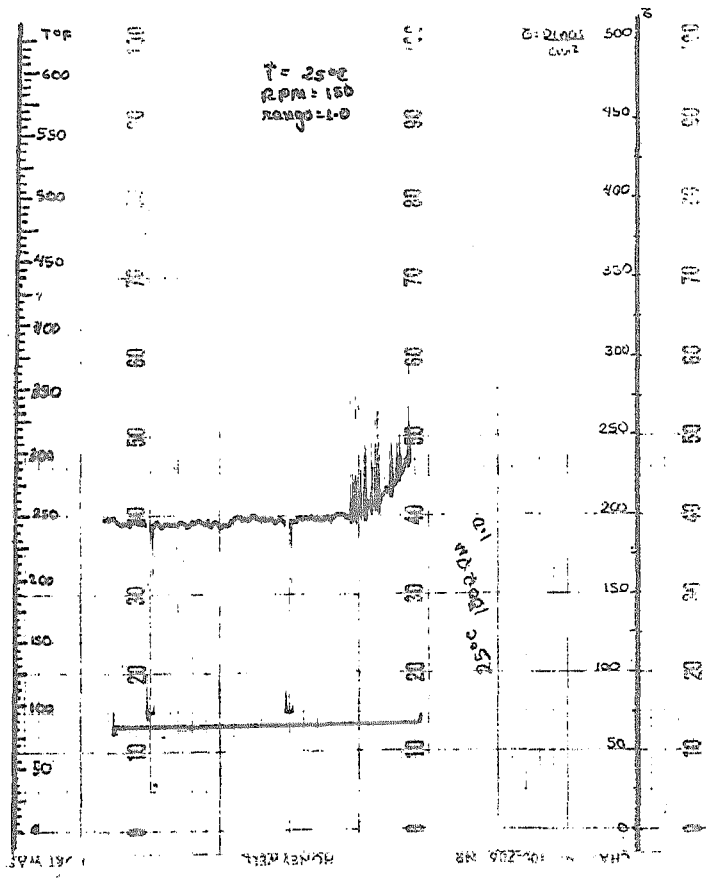
Tabla 4.3b

GRAFICAS.

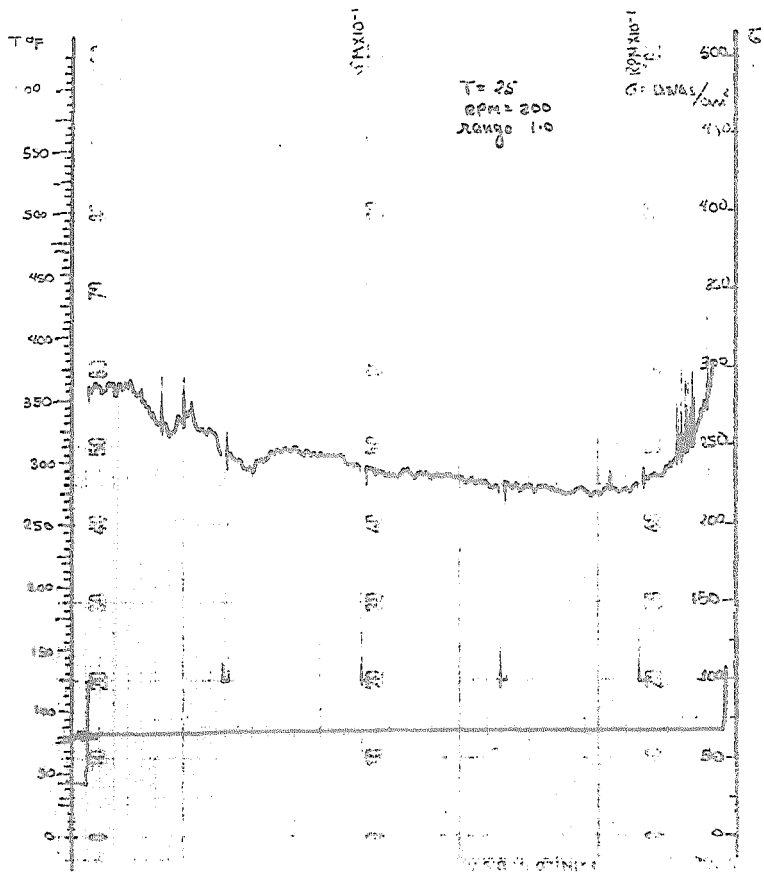


Temperature = 81.25 °F
Range = 1.0
RPM = 50

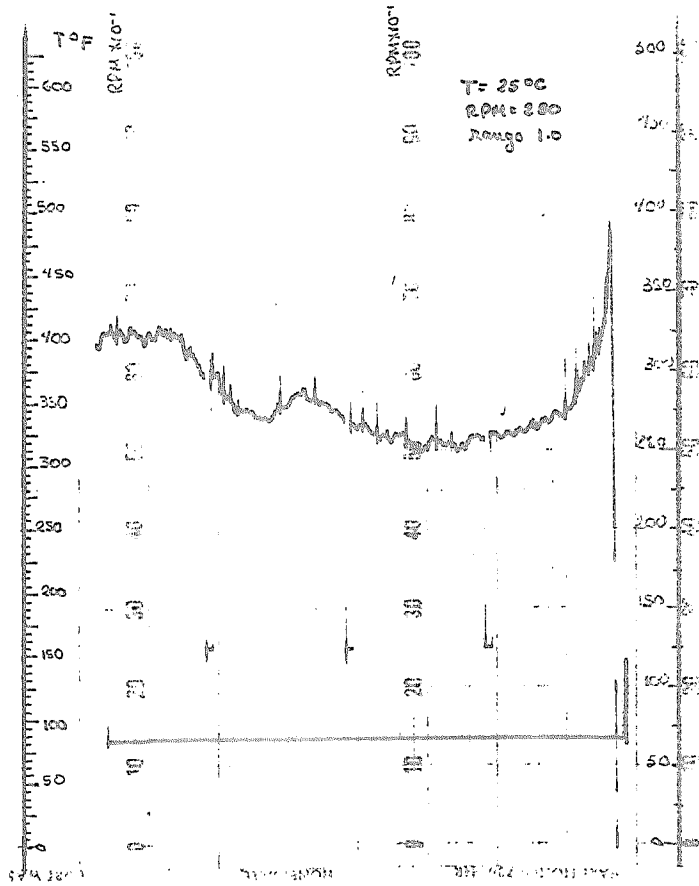




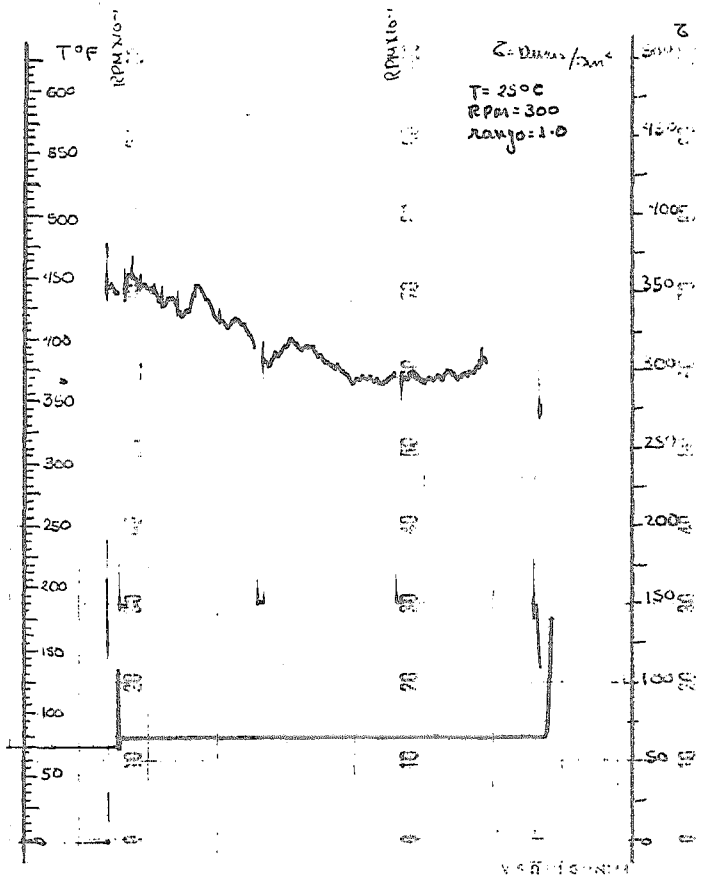
Temperatura = 81.25 °F
rango = 1.0
RPM = 150



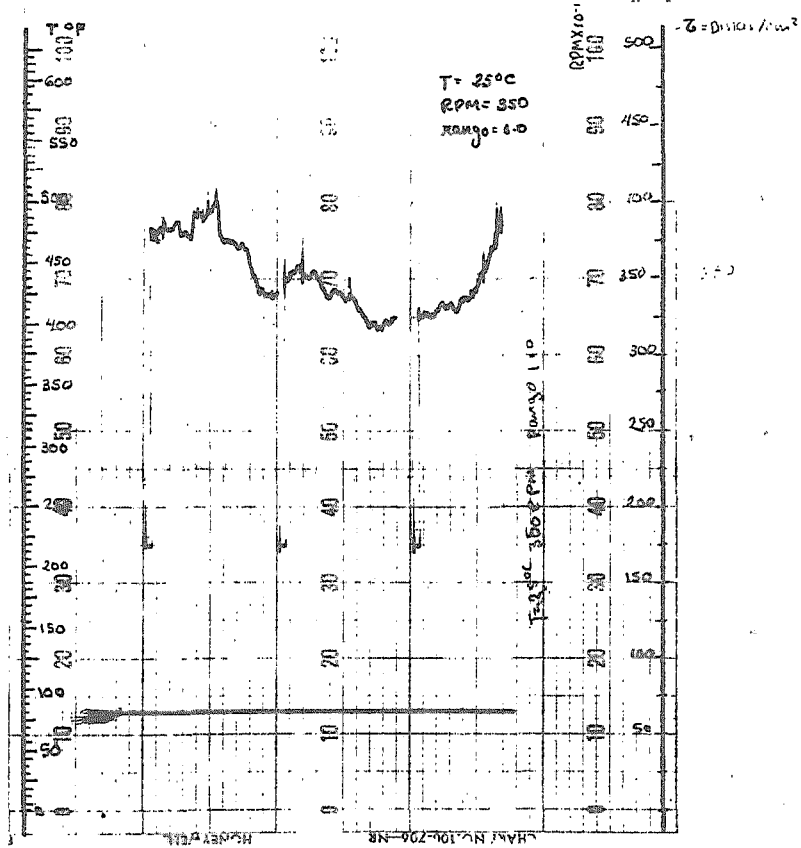
Temperature = 81.25°F
 Range = 1.0
 RPM = 200



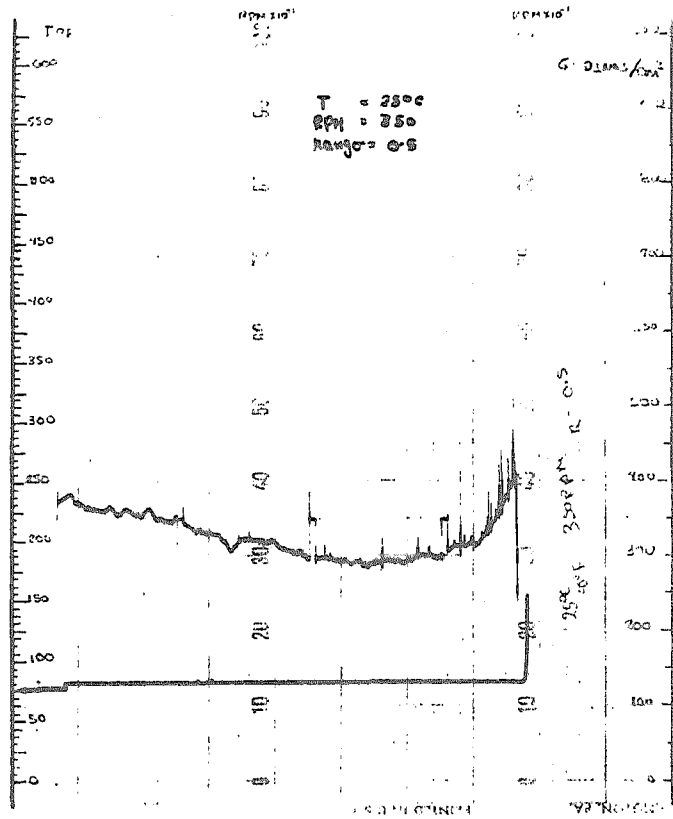
Temperature = 81.25 °F
 Range = 1.0
 RPM = 250



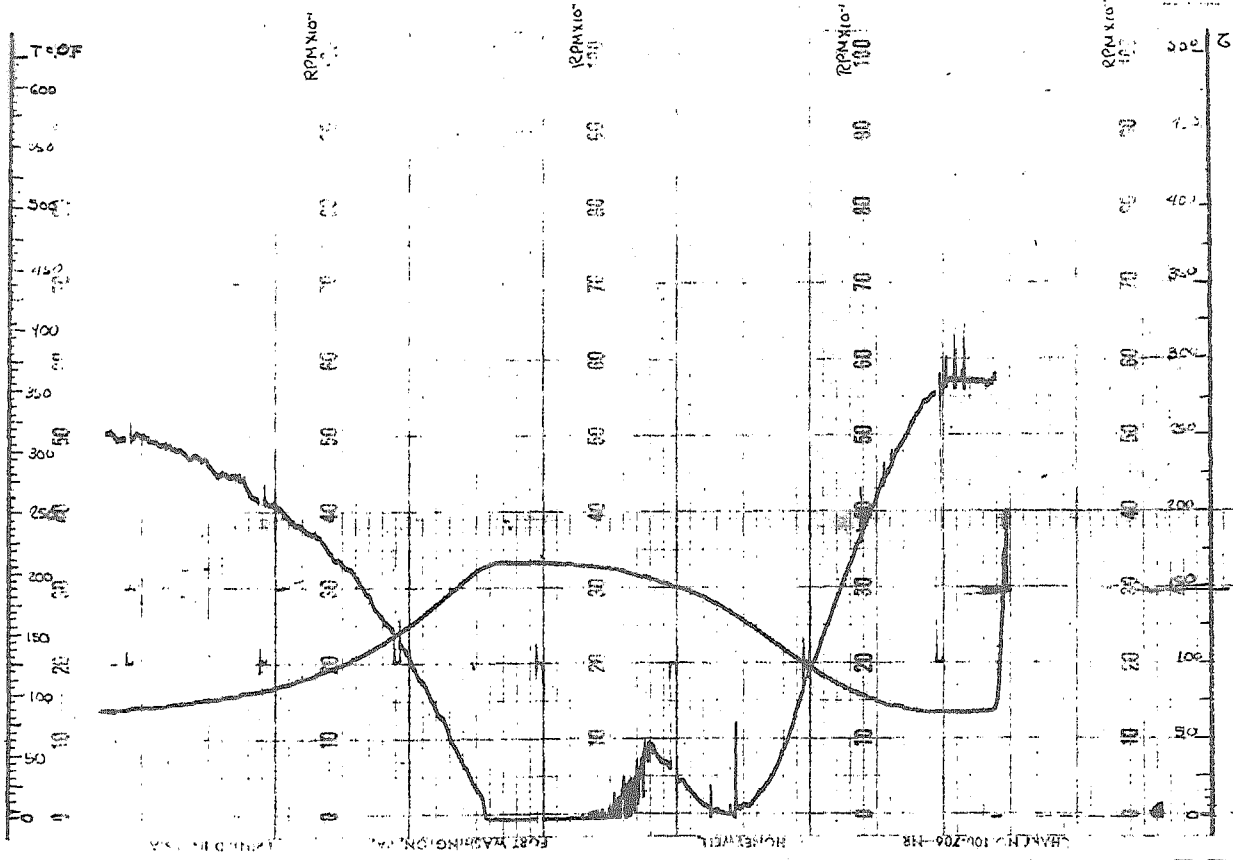
Temperatura = 81.25°F
 rango = 1.0
 RPM = 300



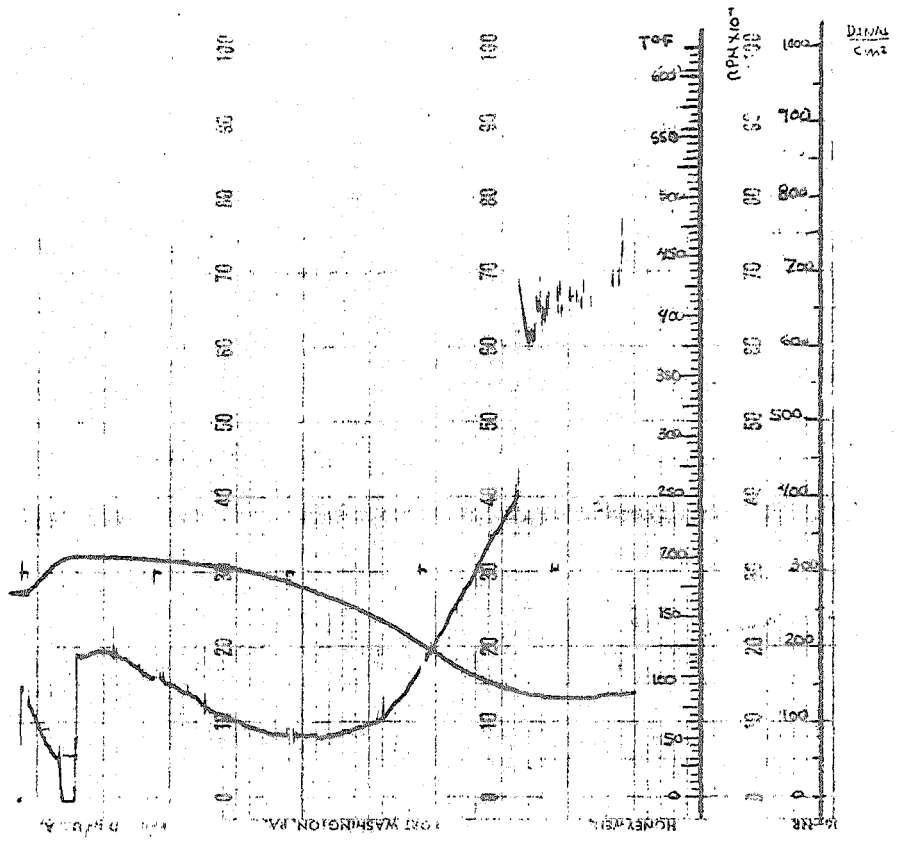
Temperatura = 81.25 °F
 Rango = 1.0
 RPM = 350



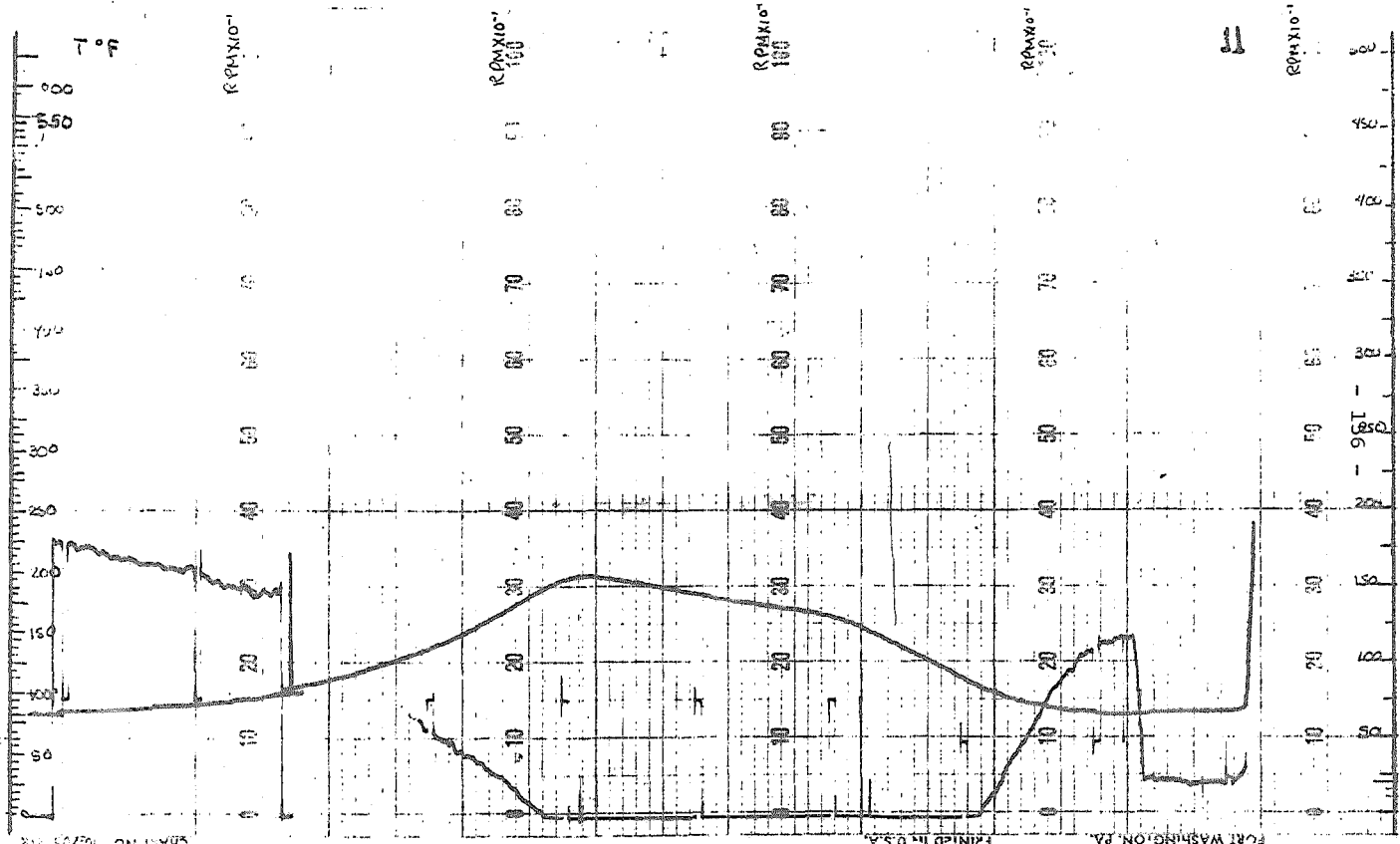
Temperature = 81.25 °F
 Range = 0.5
 RPM = 350



Range 10
 RPM 200
 T MAX 200
 Range 10



Дуго, 0.5
 RPM - 300
 T-MAK 2000P
 Tempo - 20

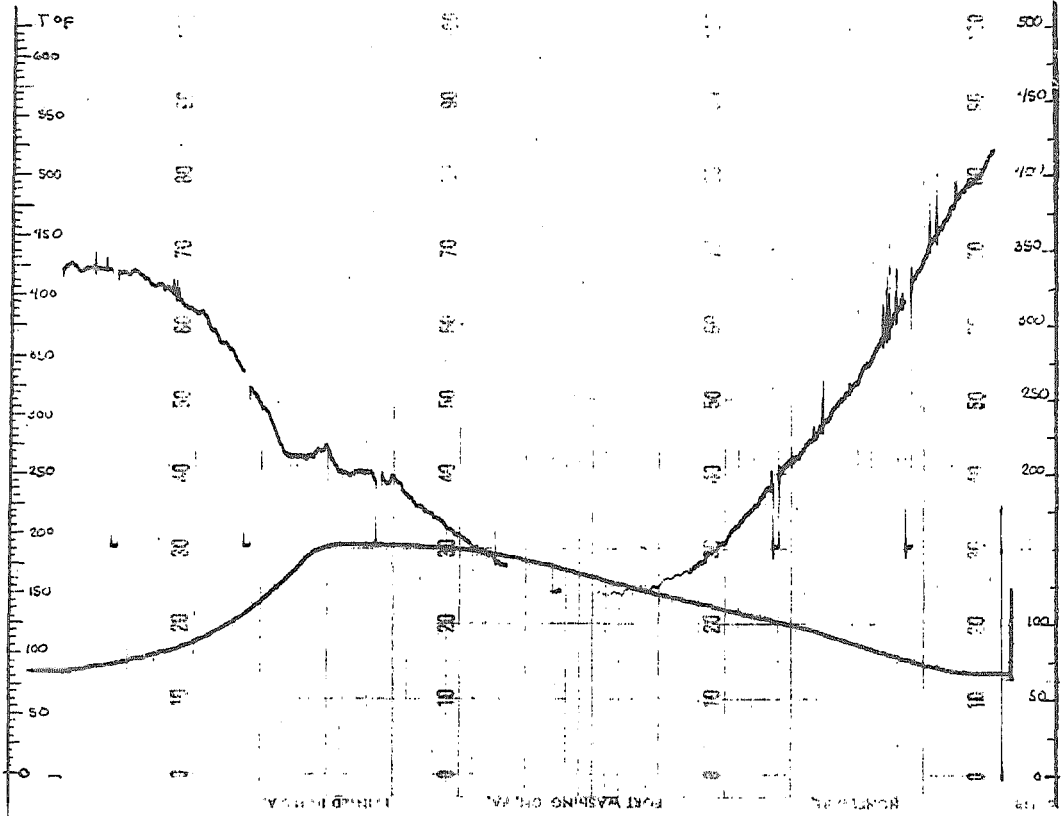


SRAN NO. 00755 MR

PRINTED IN U.S.A.

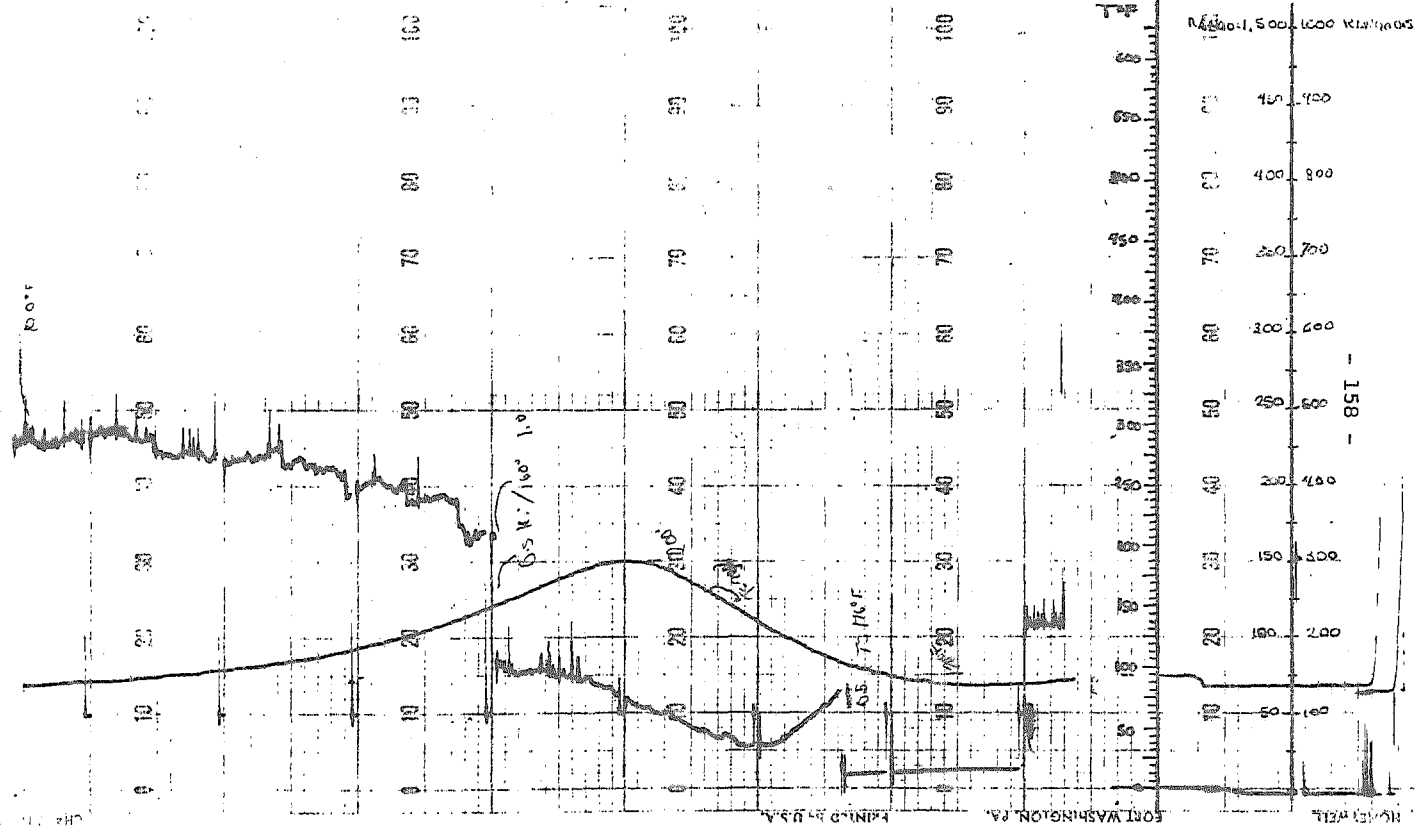
FERT WASHINGTON, PA.

Range 1.0
 RPM 950
 TMS 2000F
 Sample No

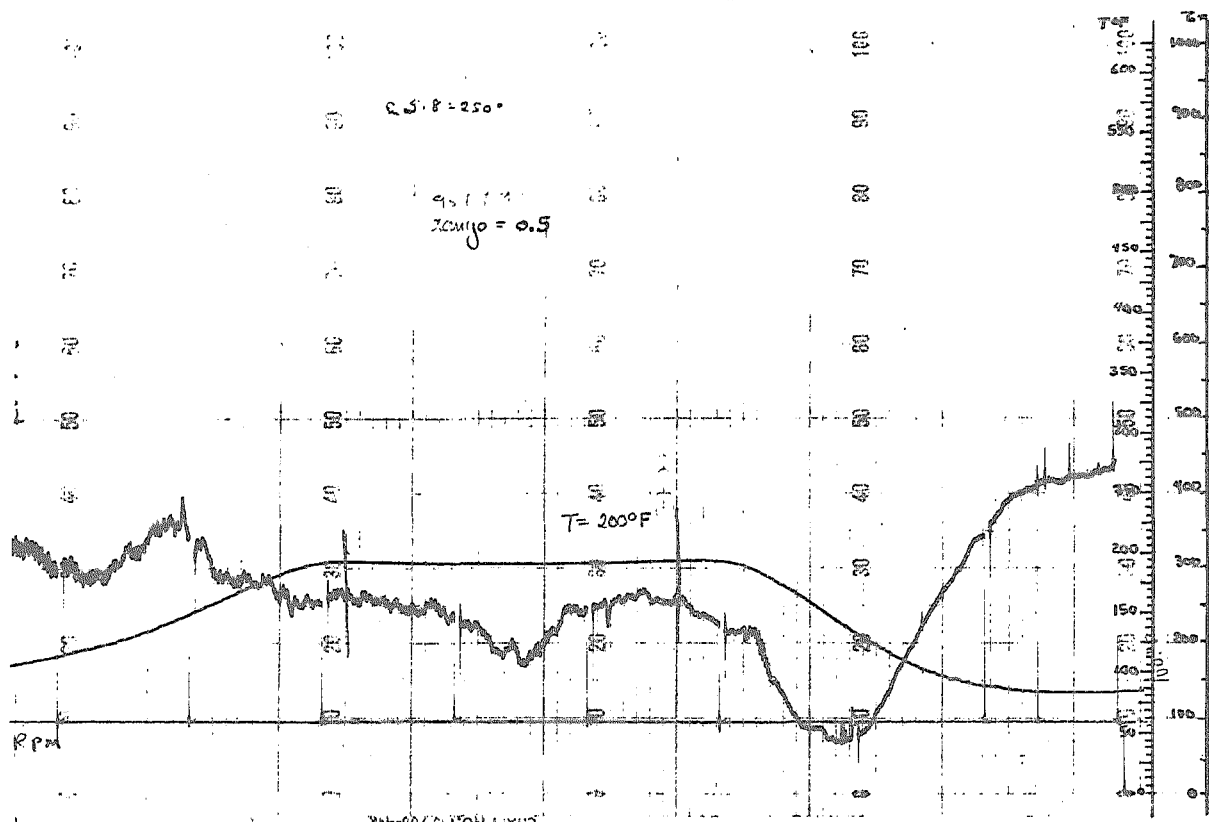


Top
Divals
cur

Range 1.0
 RPM 300
 TMAX 300°F
 Tempo 30 N 30 min

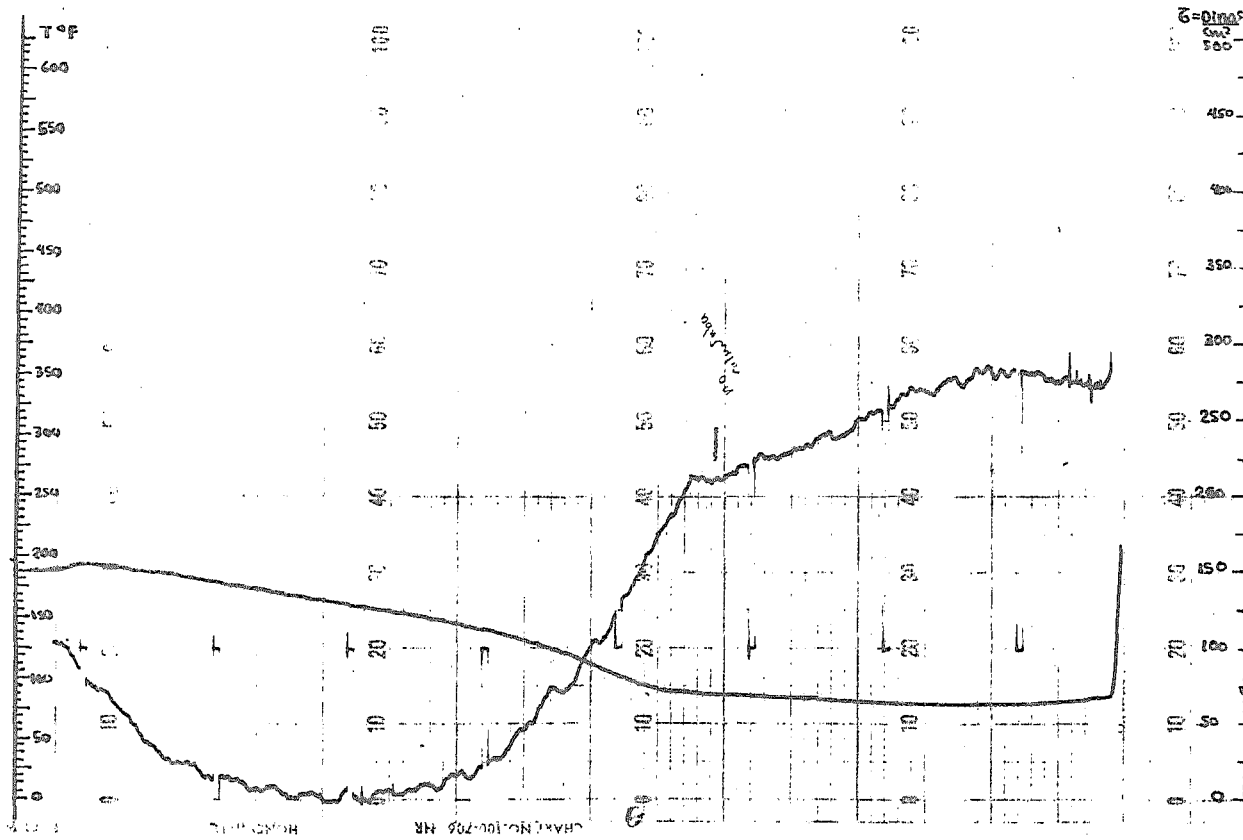


Range 0.5
 RPM 100
 Max 2000



SHAFT NUMBER 709-NR

T = 200°F
 RANGE = 0.5
 RPM = 95



Range = 1.0
 RPM = 200
 TMAX = 200 °F
 ttemp = 80

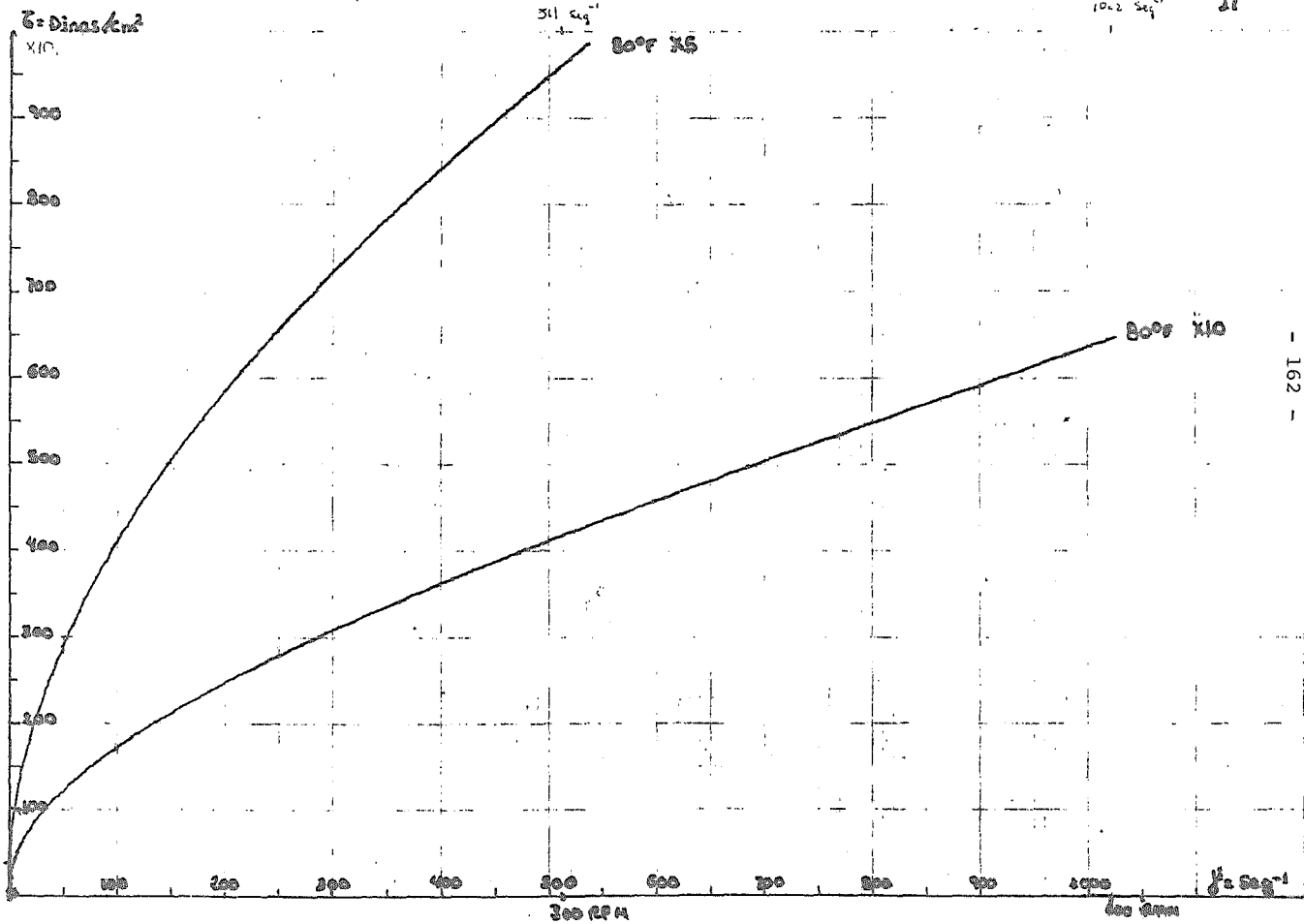
Curva de Calibración
viscosímetro fann 39

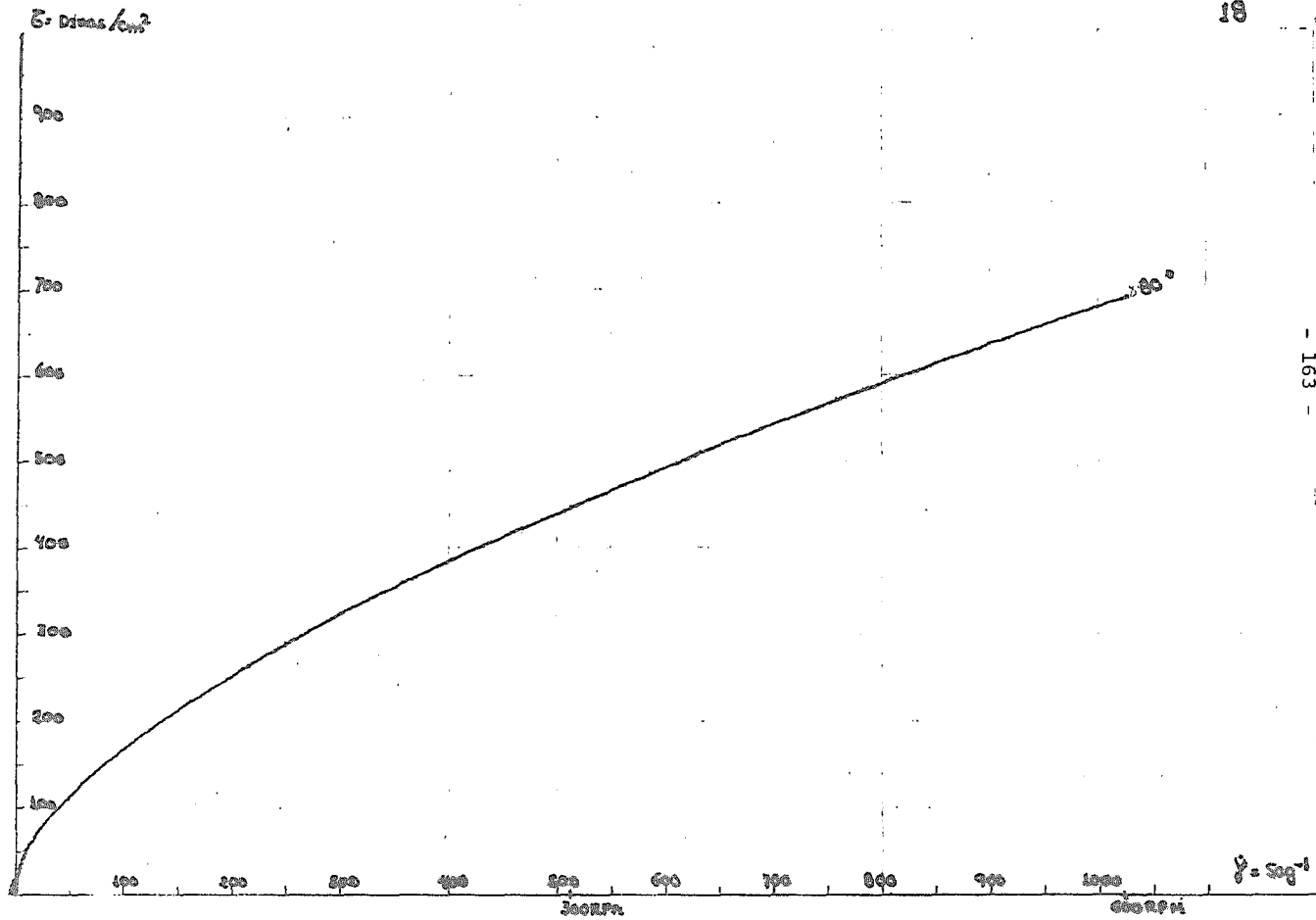
Sw	Divisiones Mayores	Dinas/cm ²
X 20	50	"
X 10	100	"
X 5	200	"
X 2	500	"
X 1	1000	"

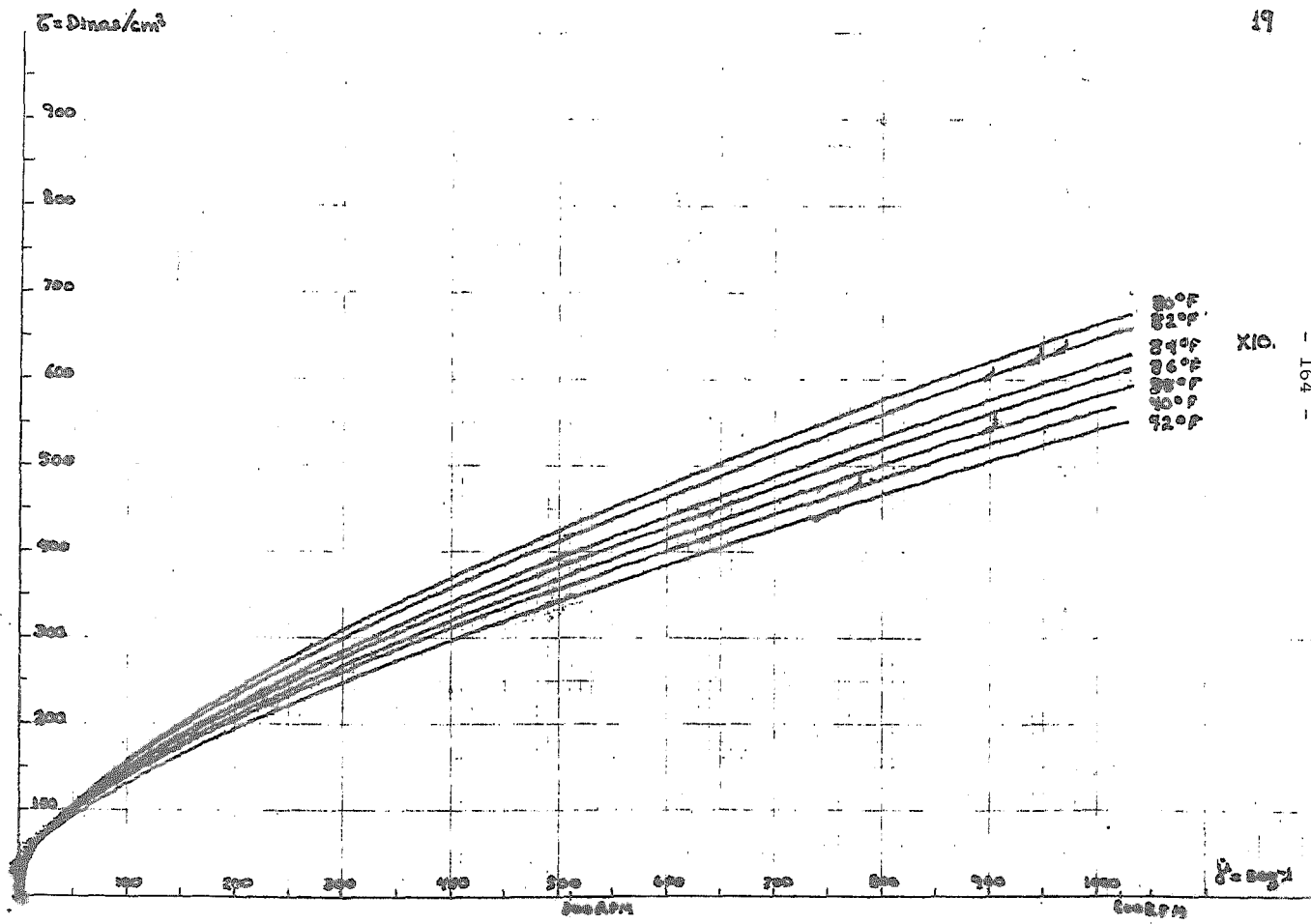
X 10

511 seg^{-1} = 300 RPM

1022 seg^{-1} = 600 RPM.



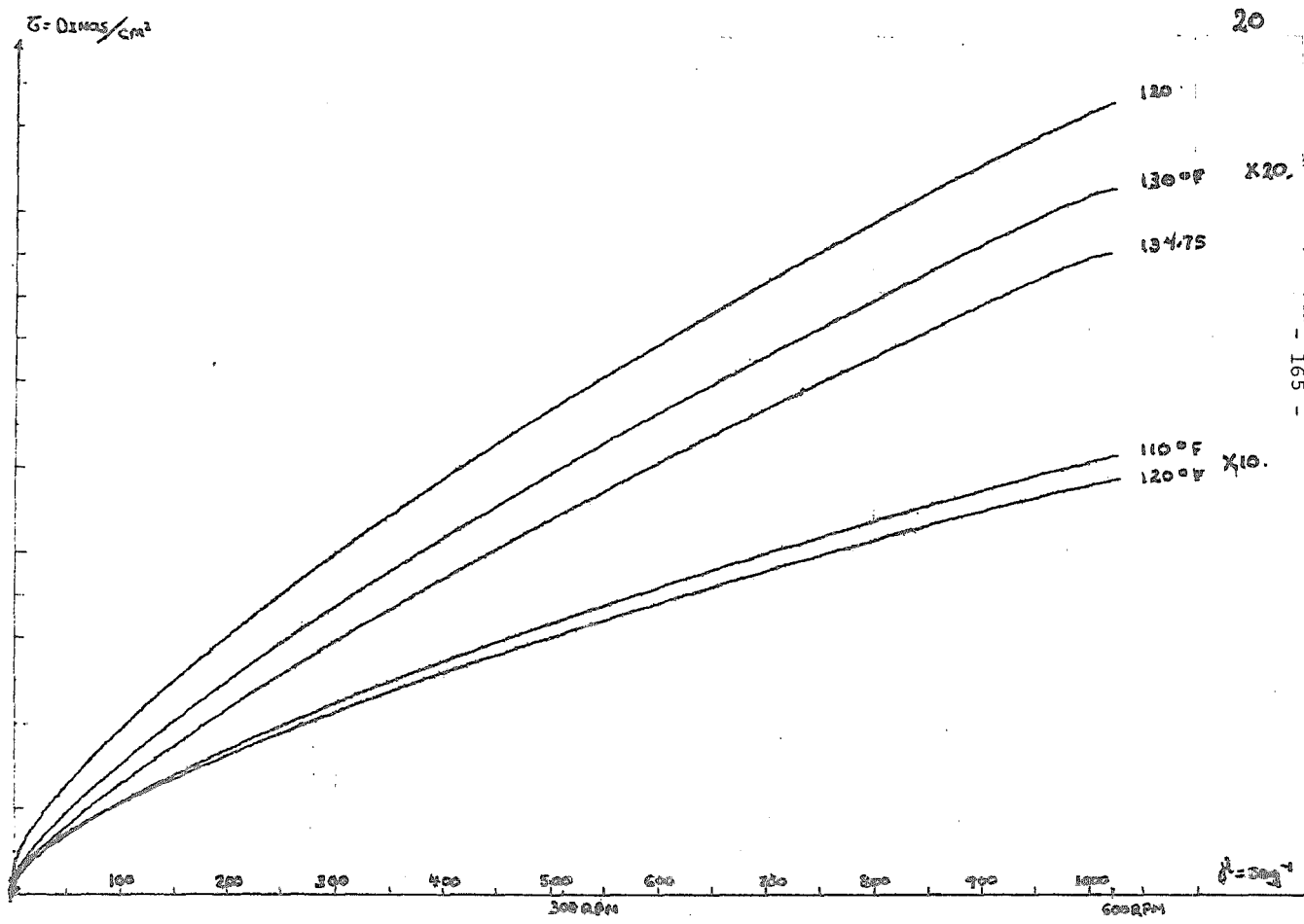




X10.

- 164 -

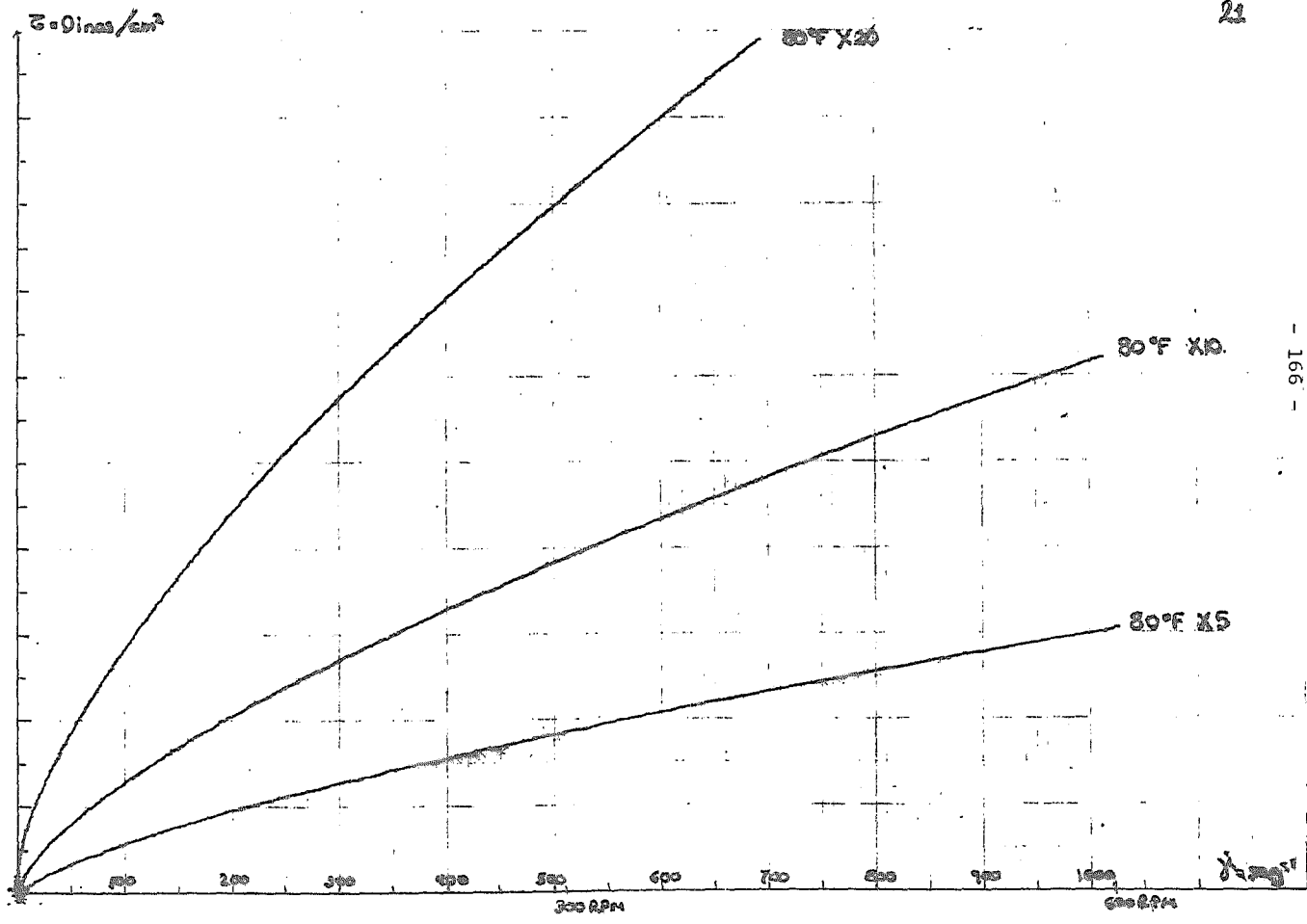
2000

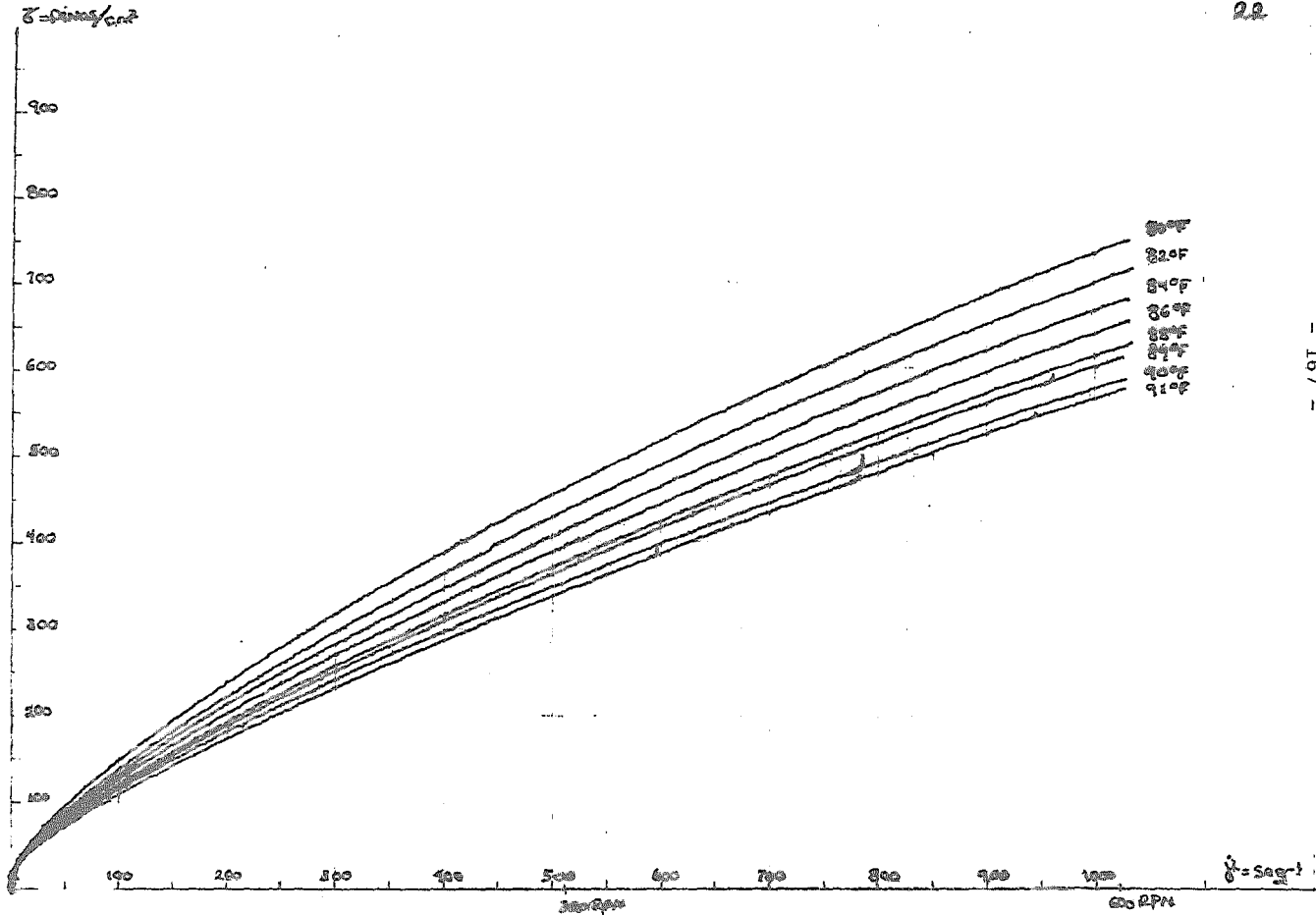


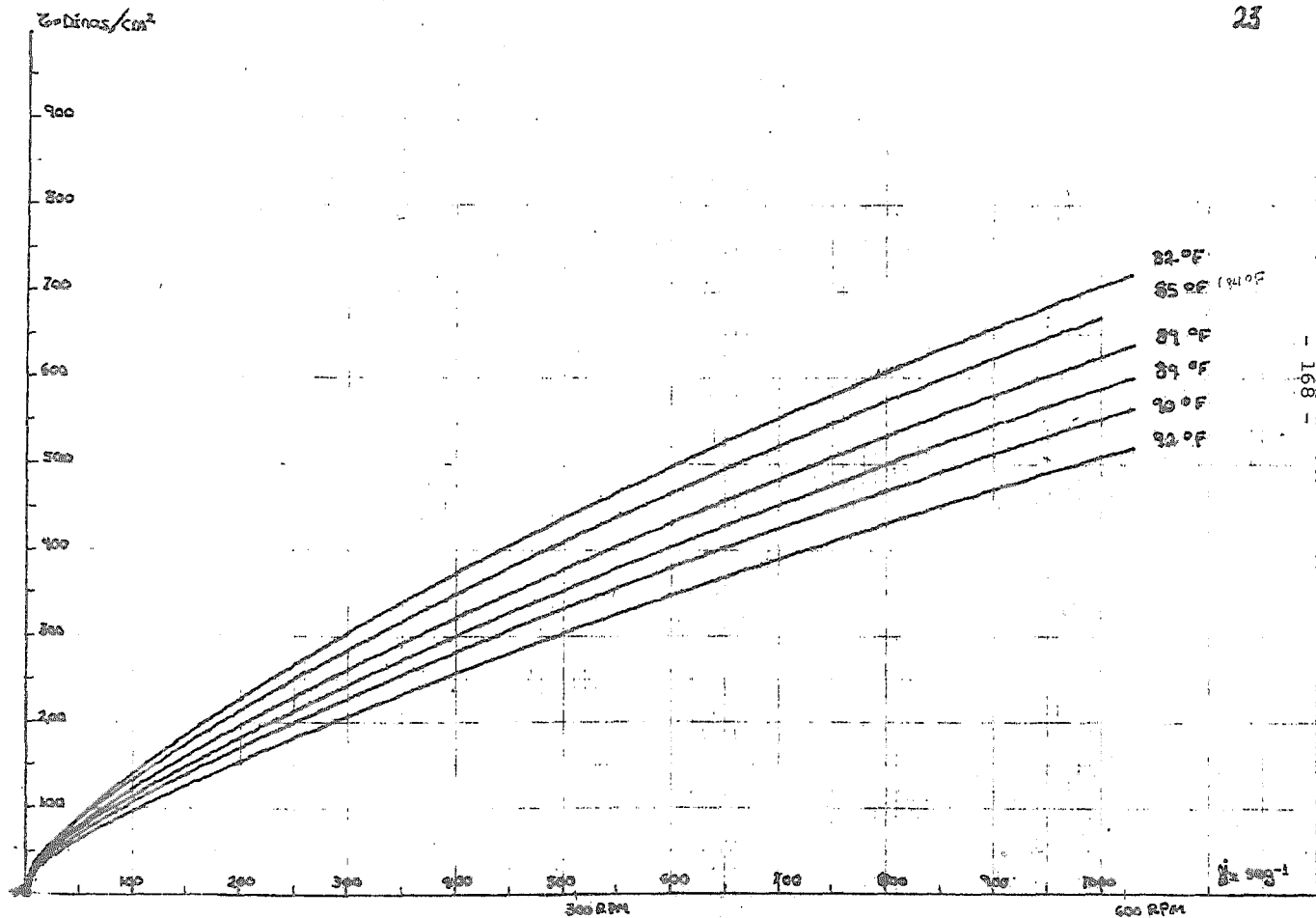
20

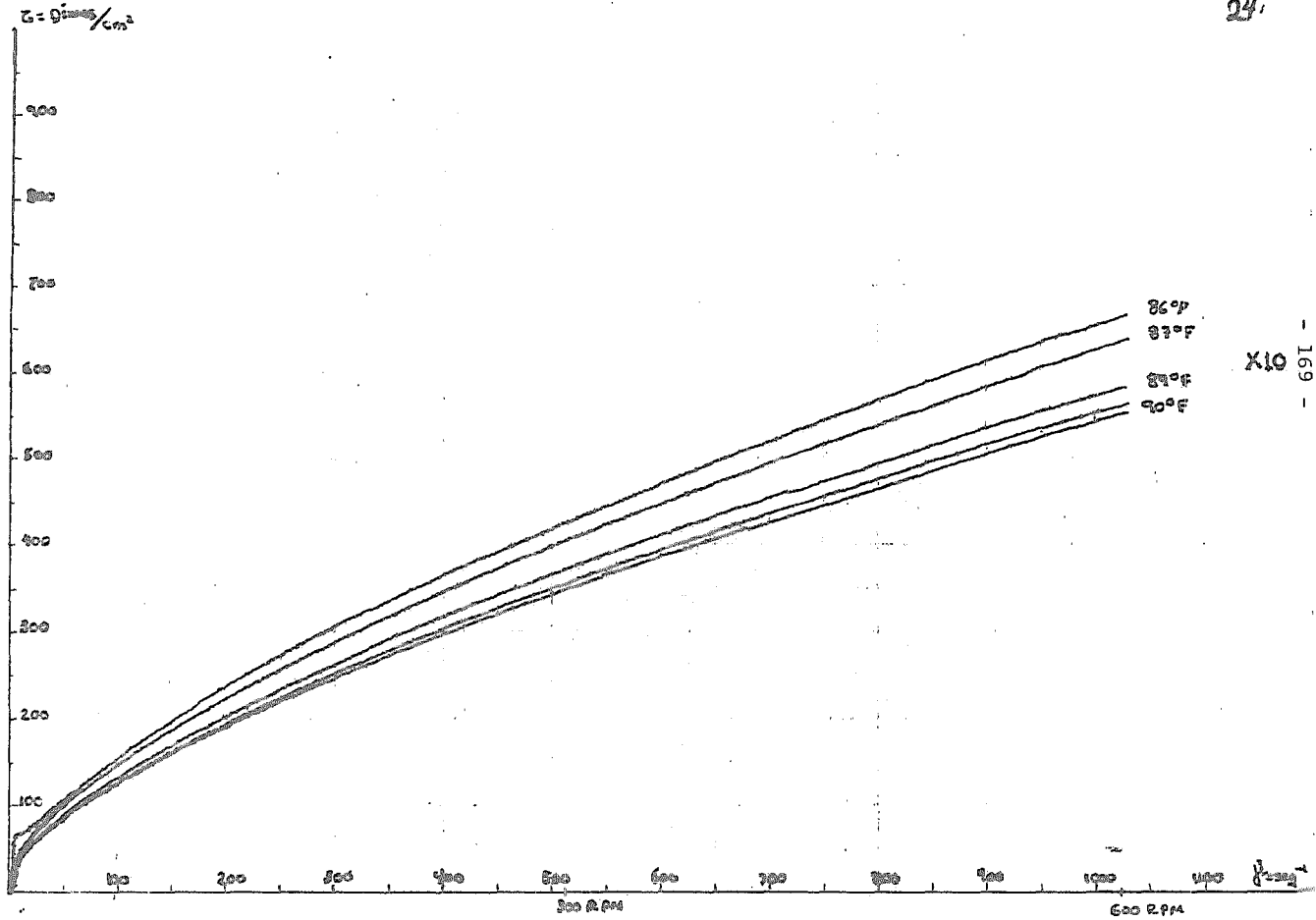
- 165 -

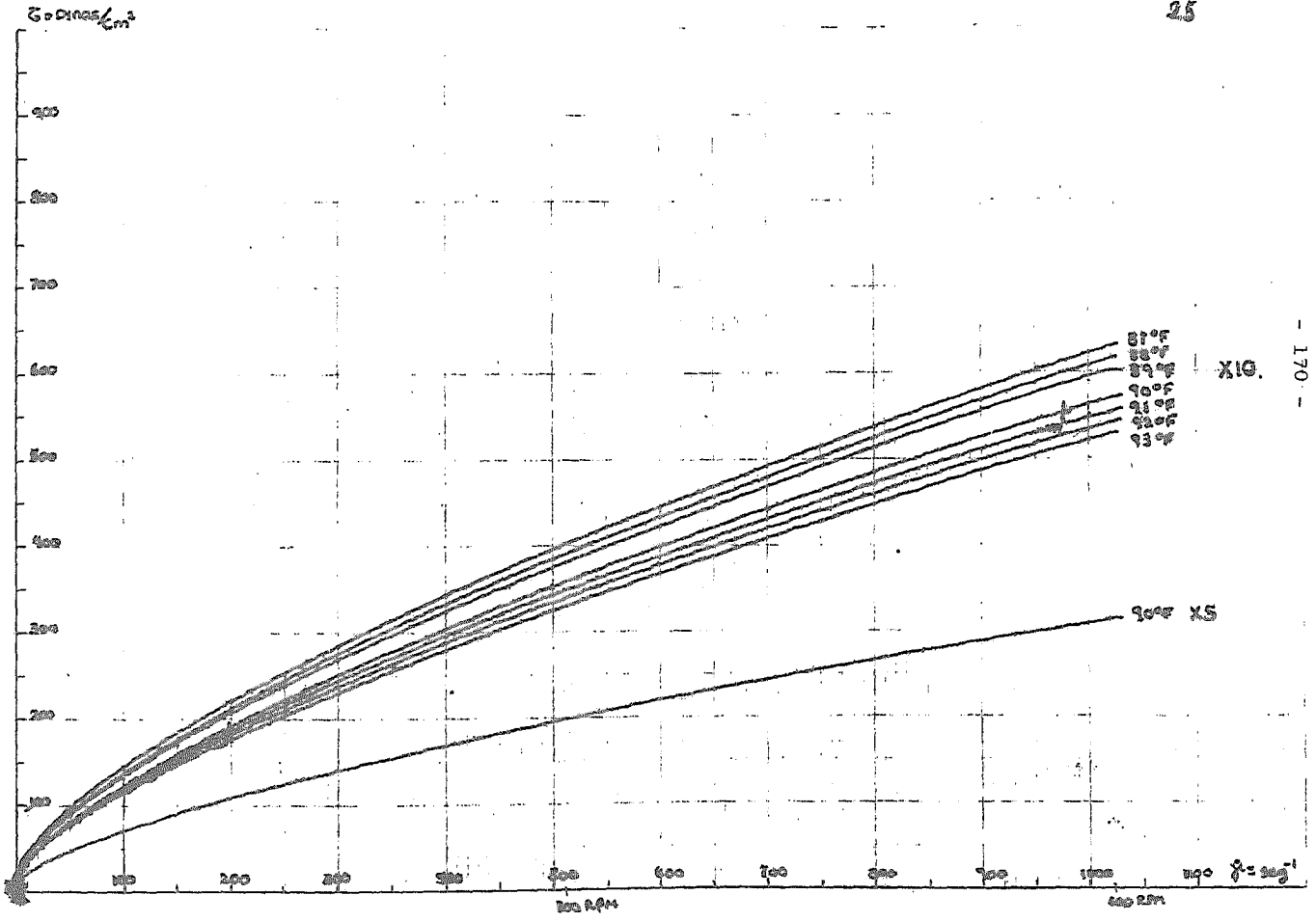
$\delta = 0.001$

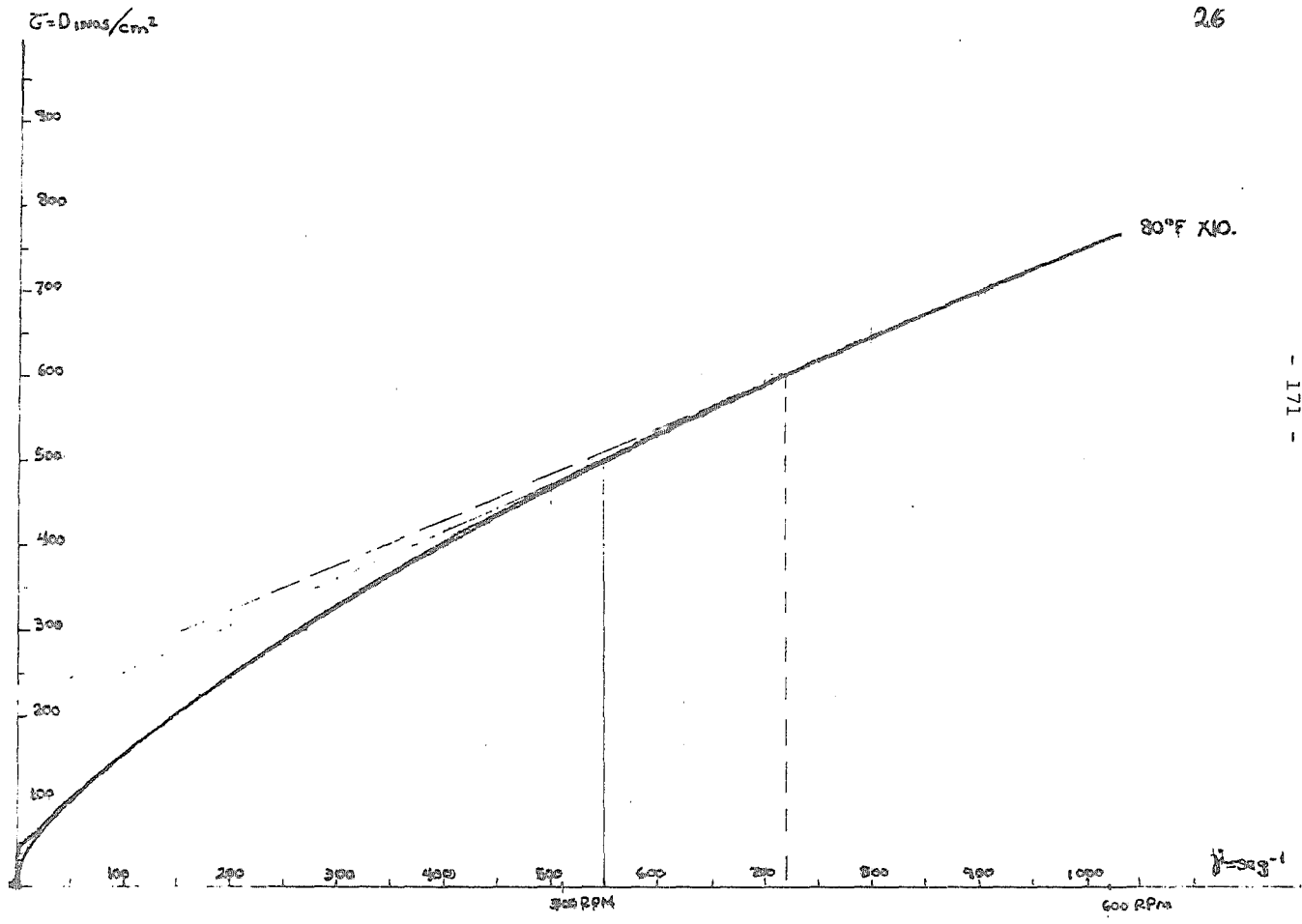


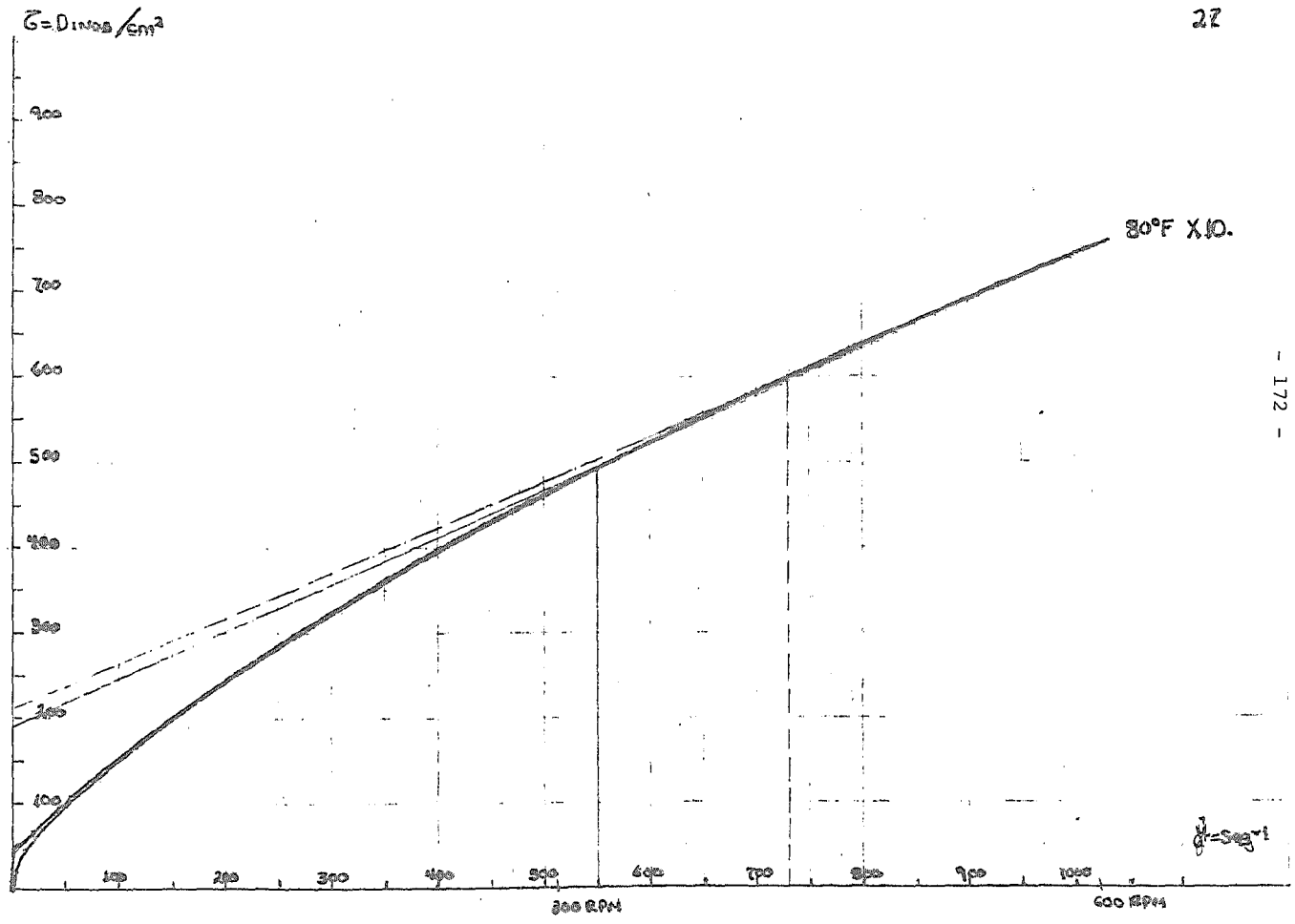


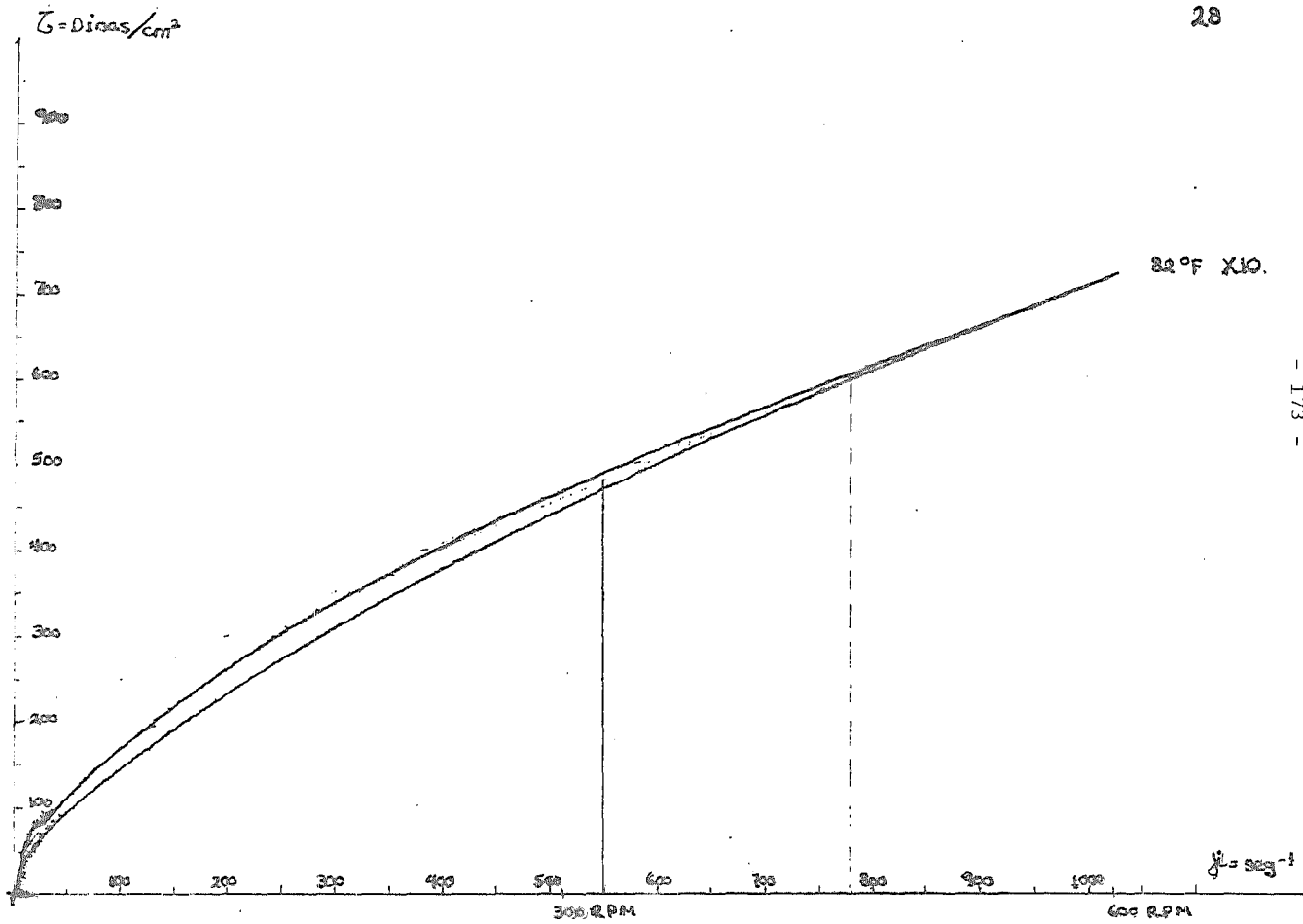


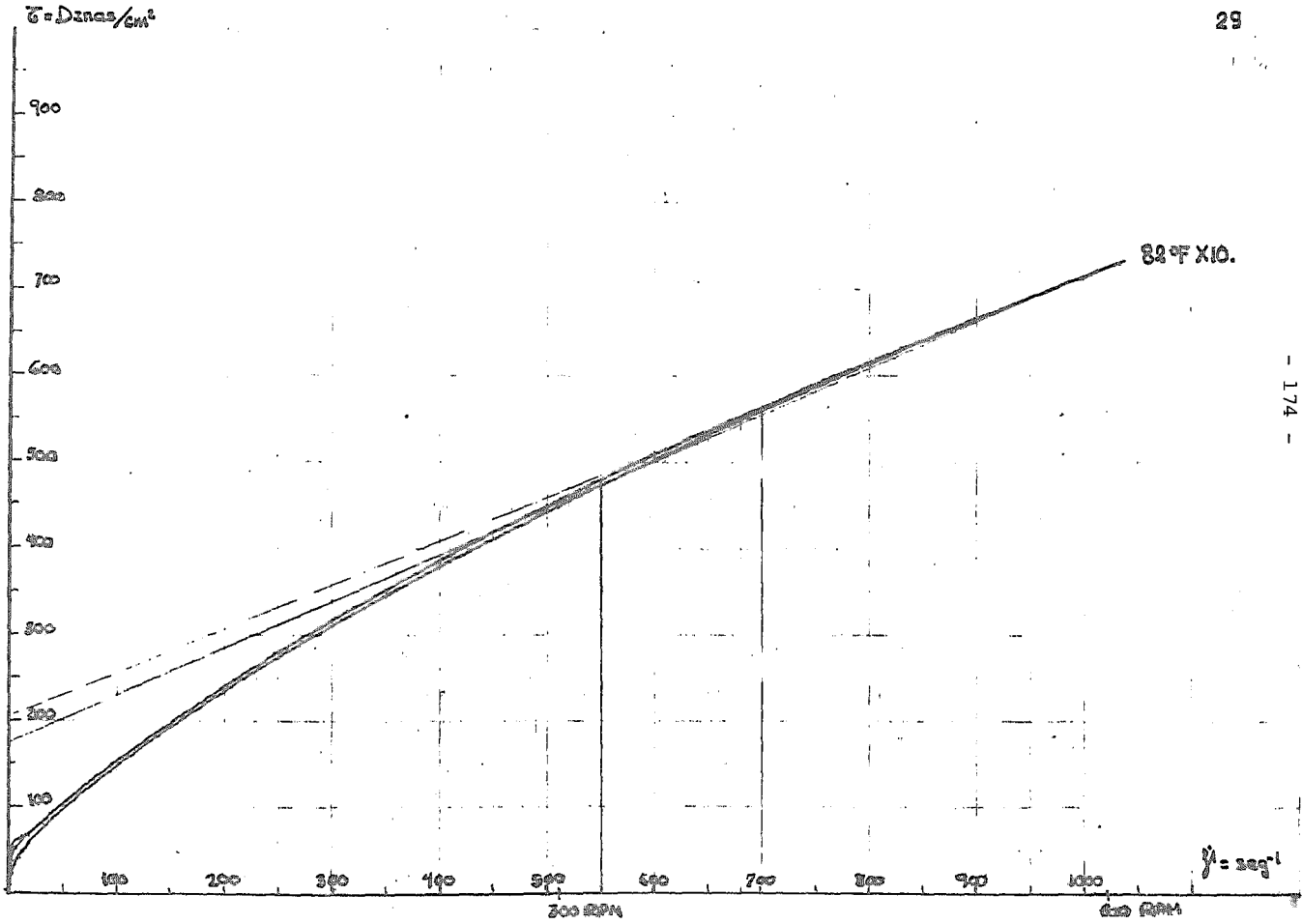


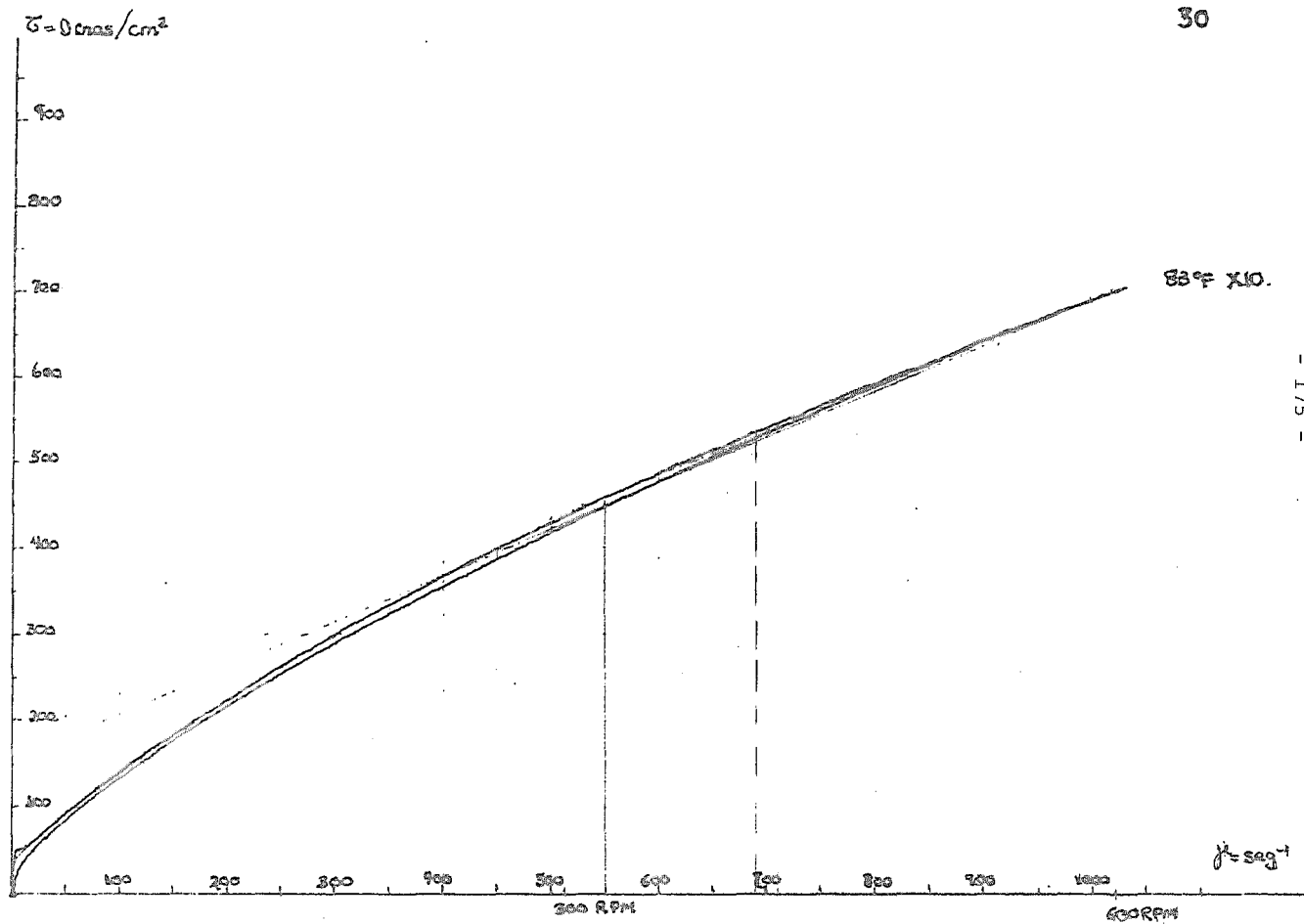


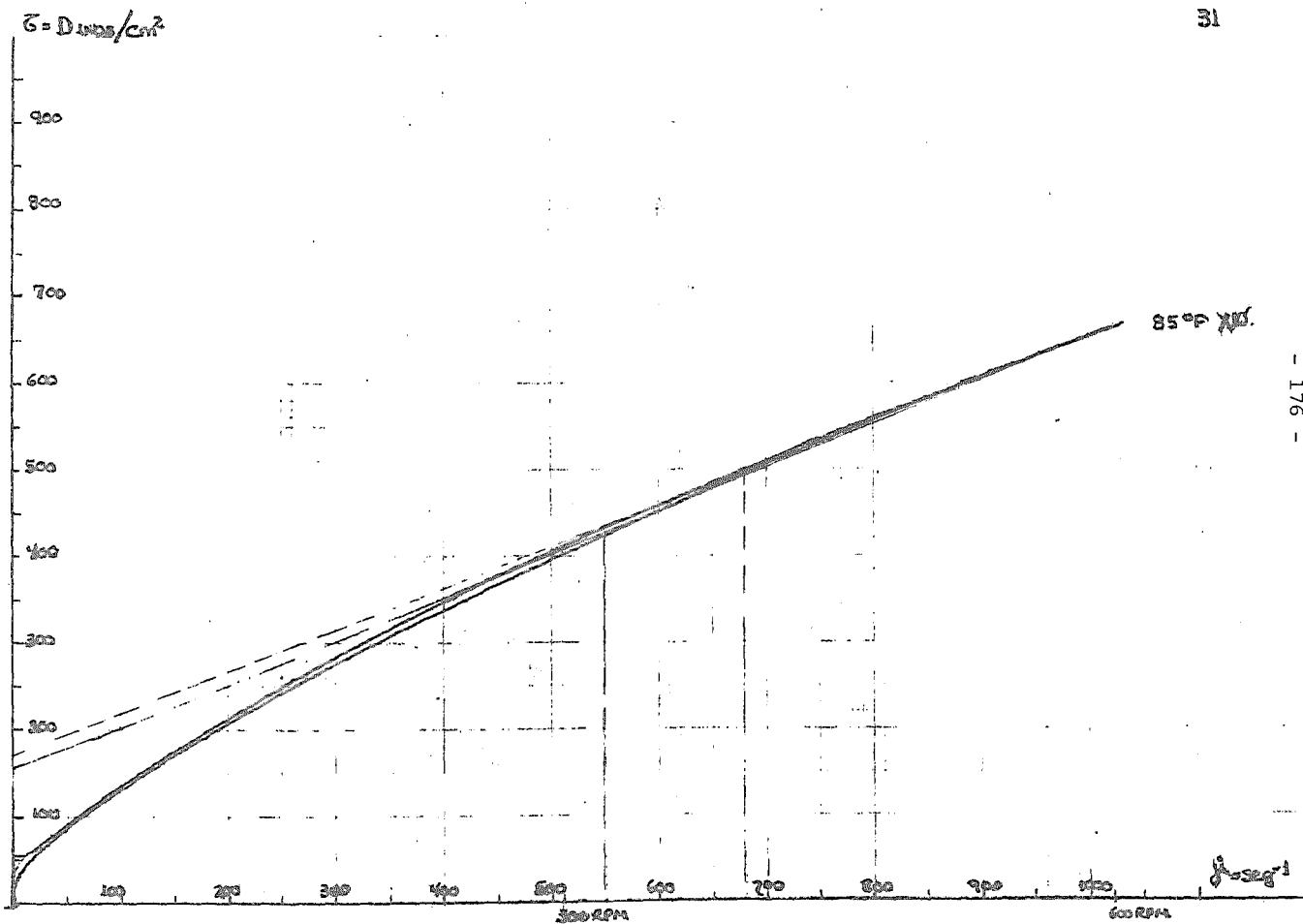


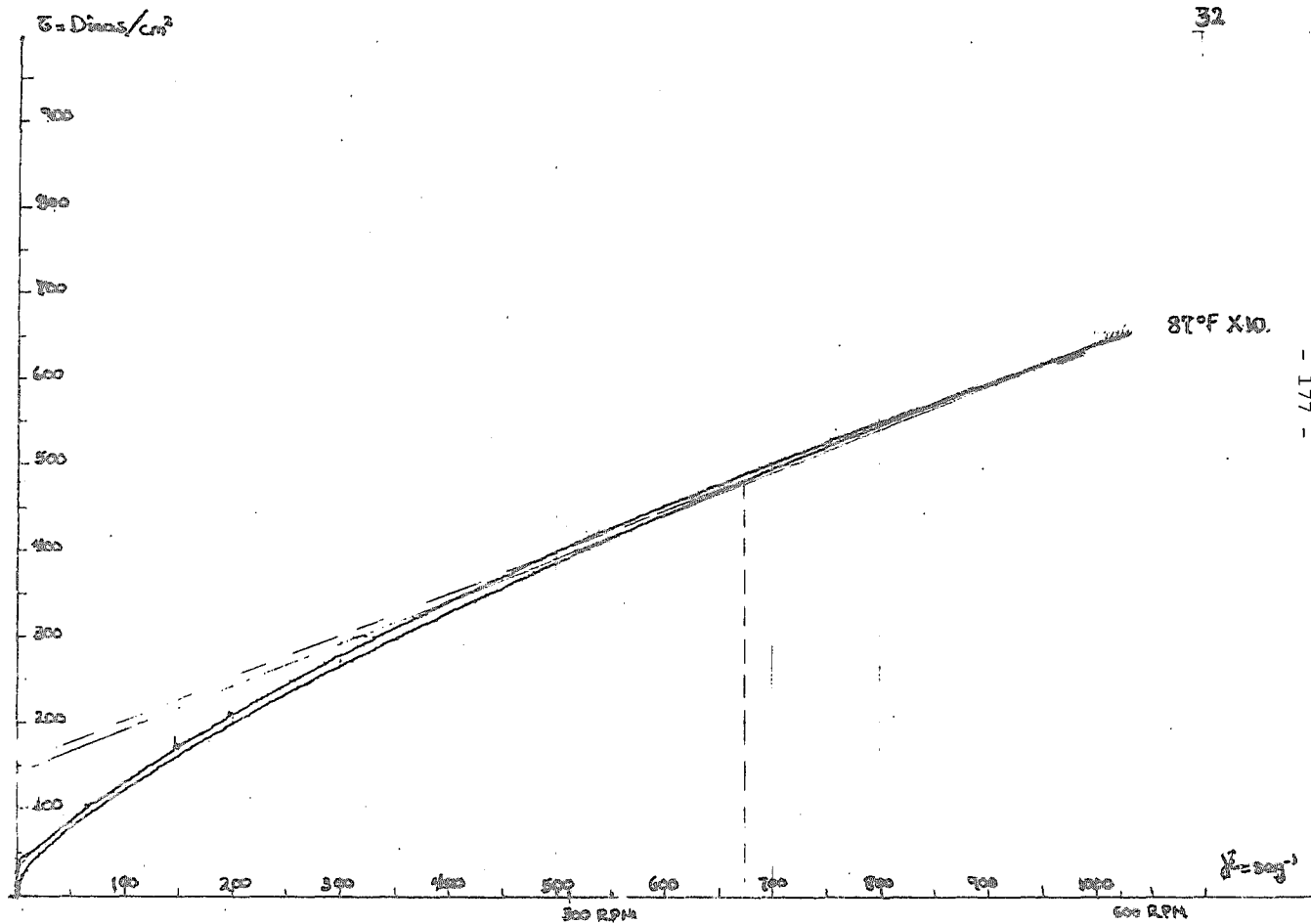




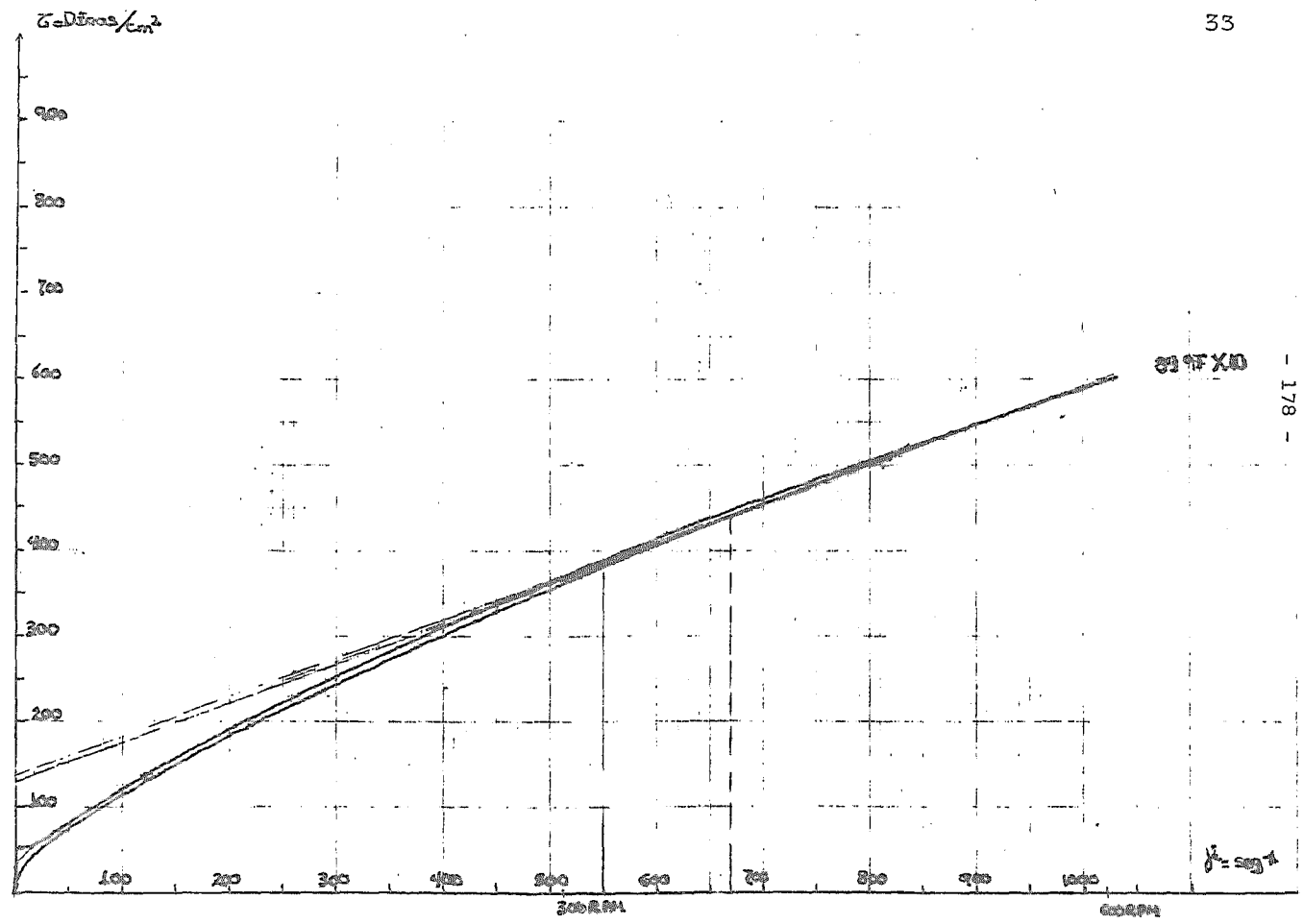


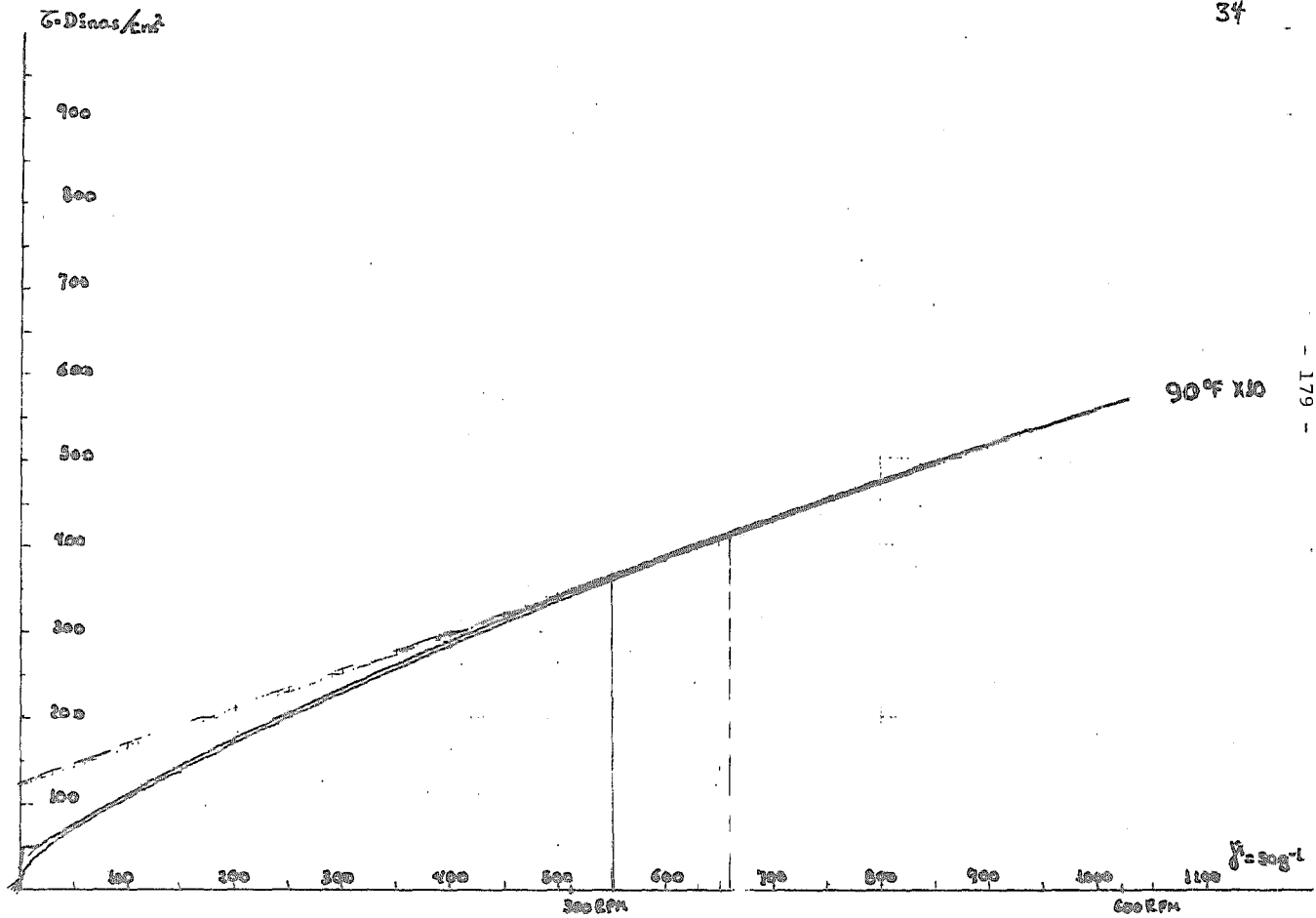


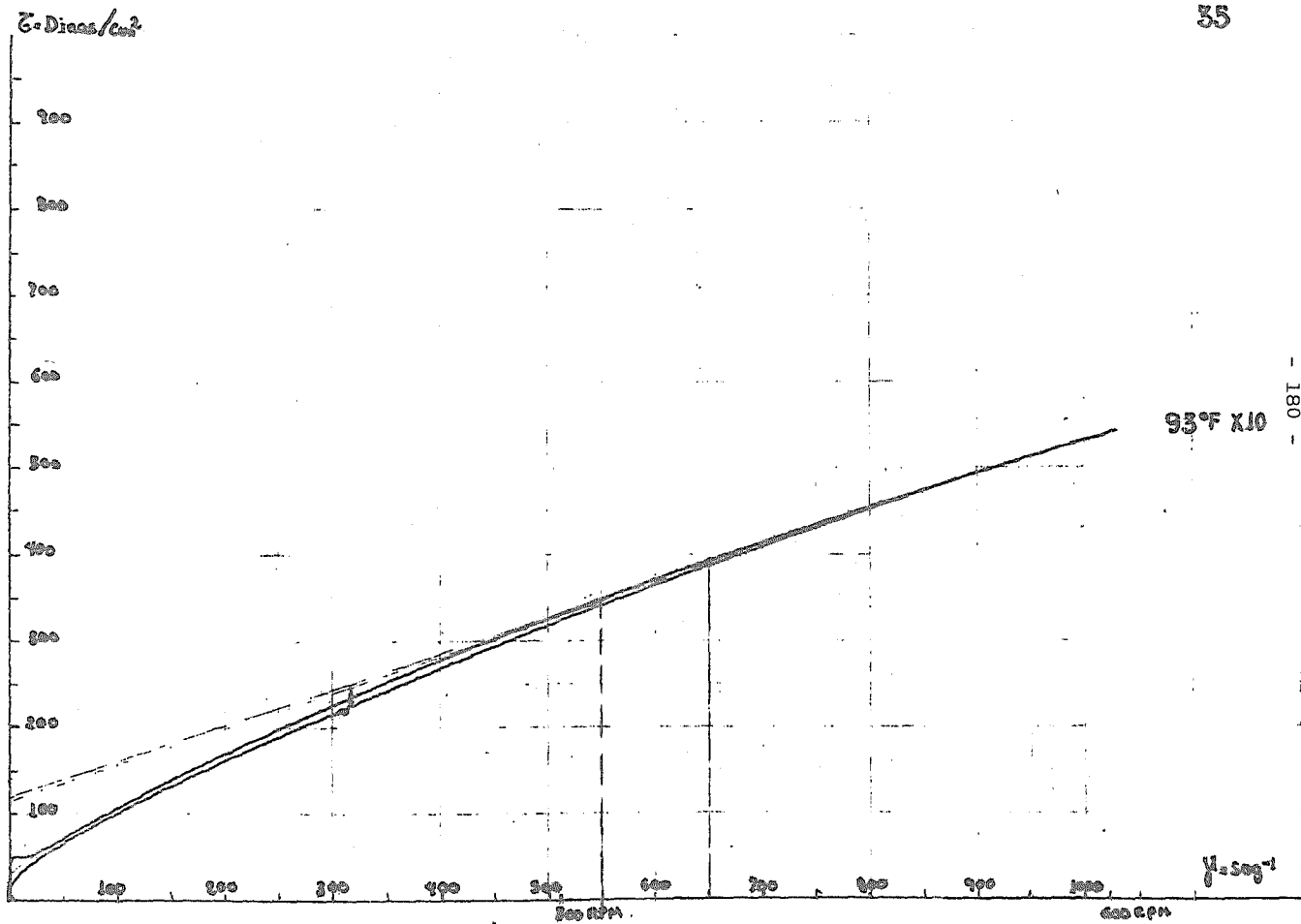


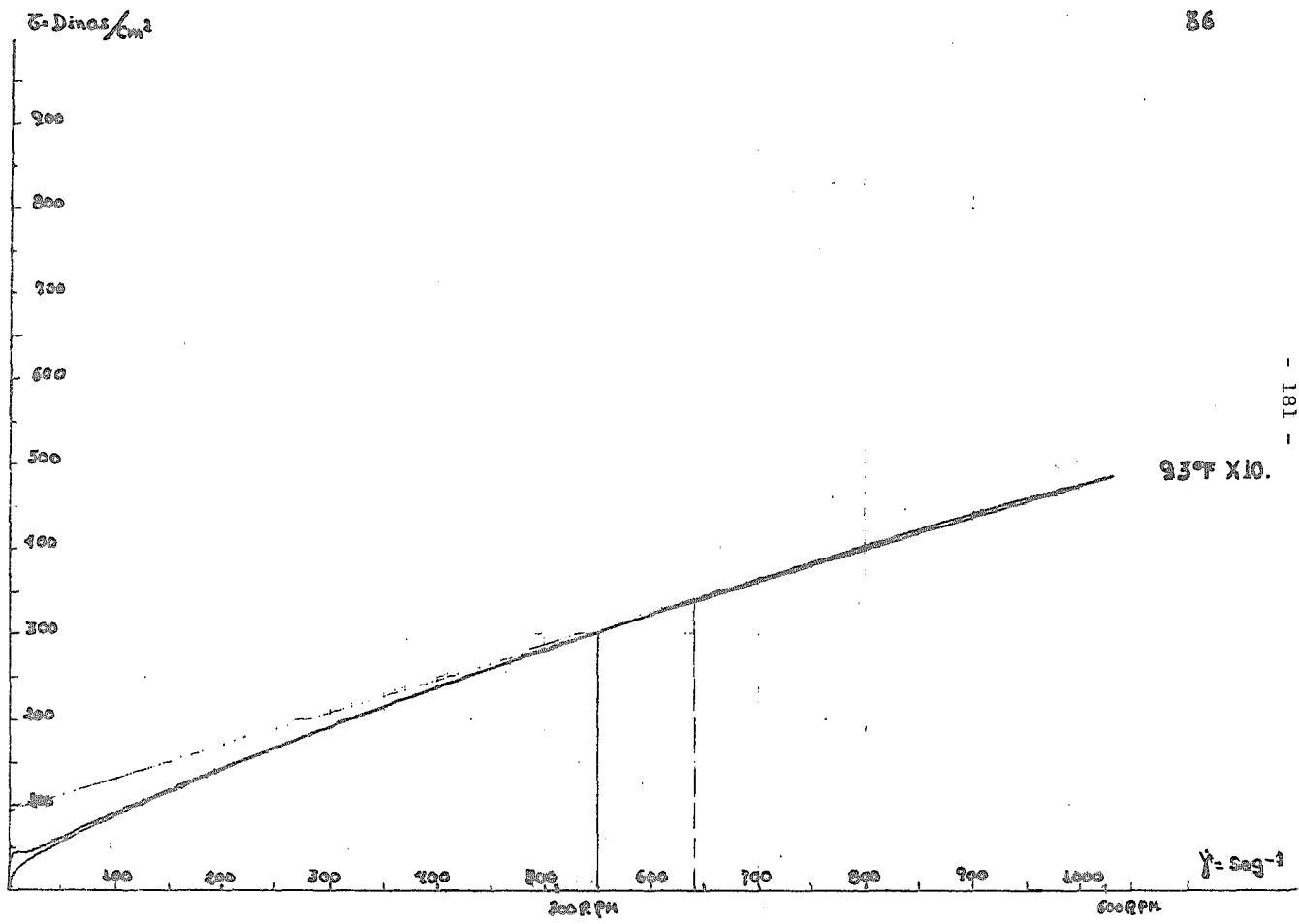


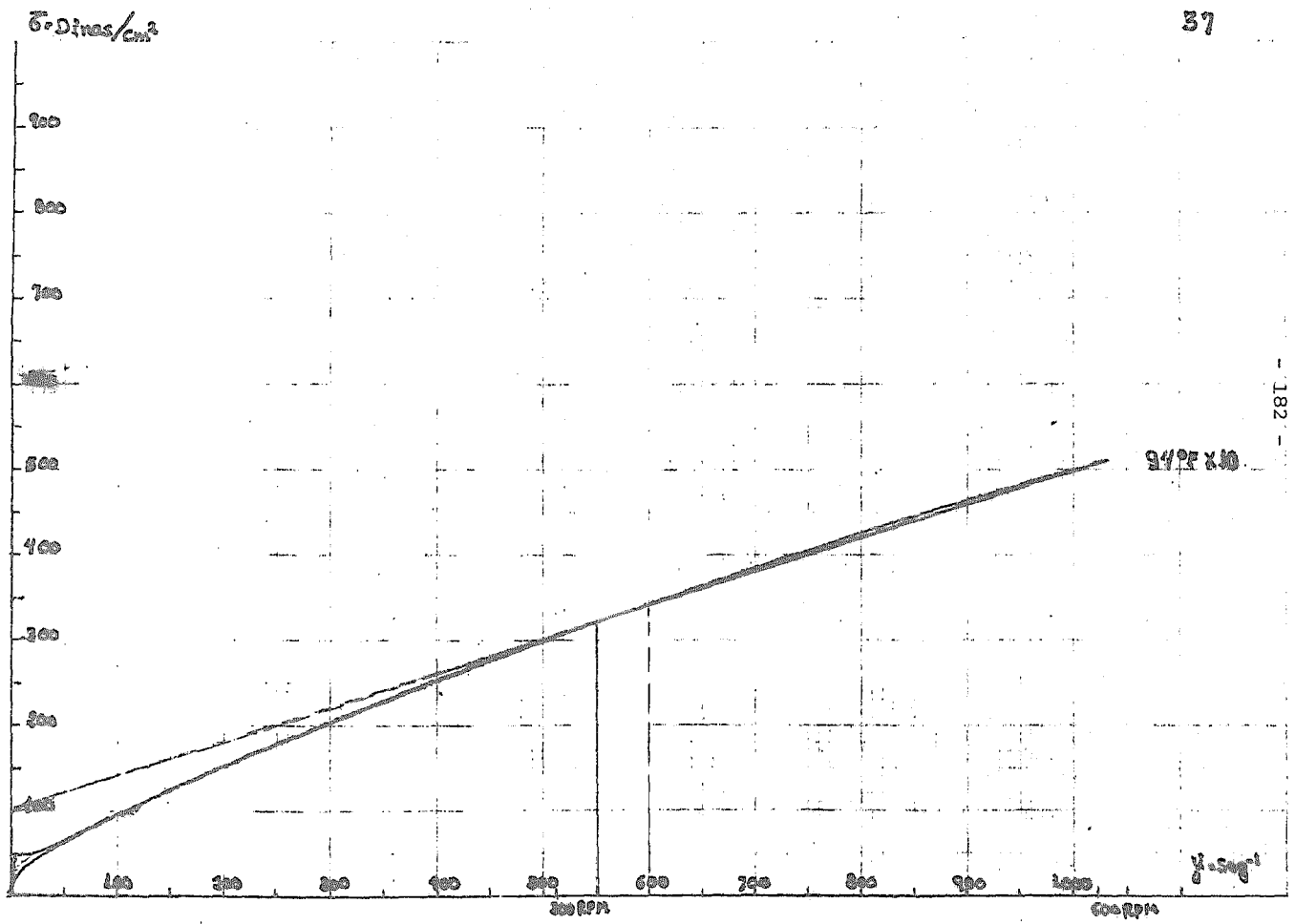
- 177 -







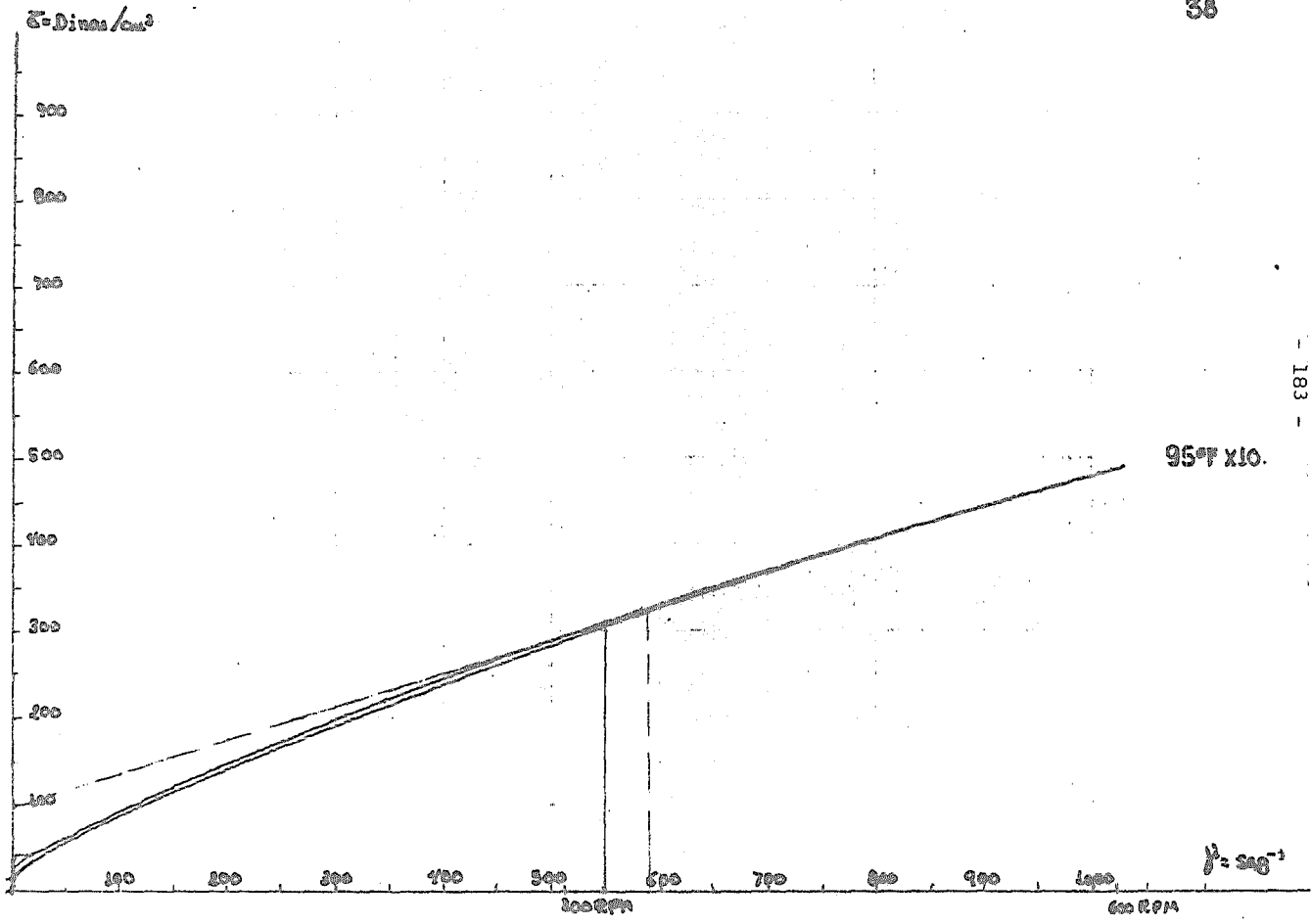




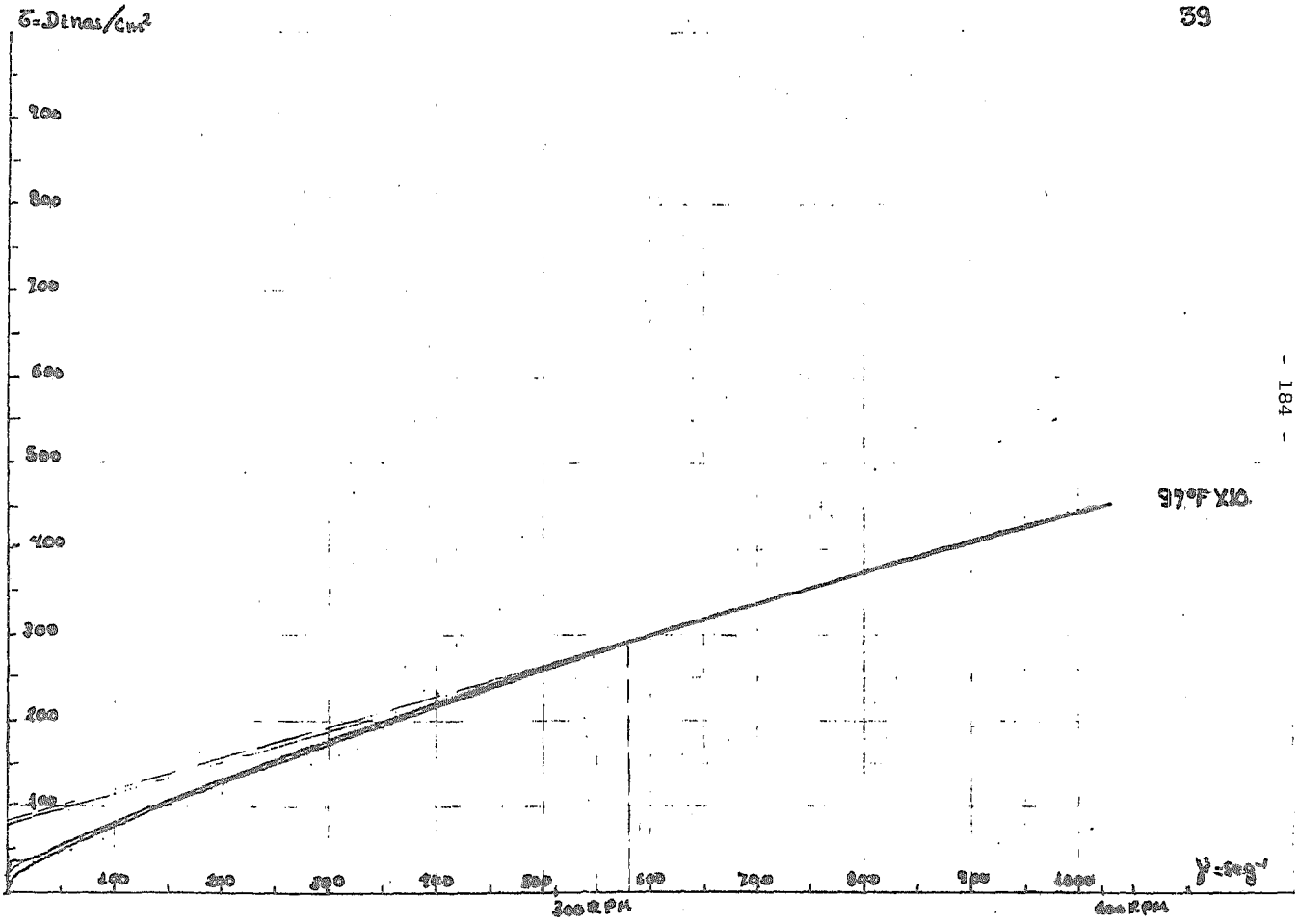
182

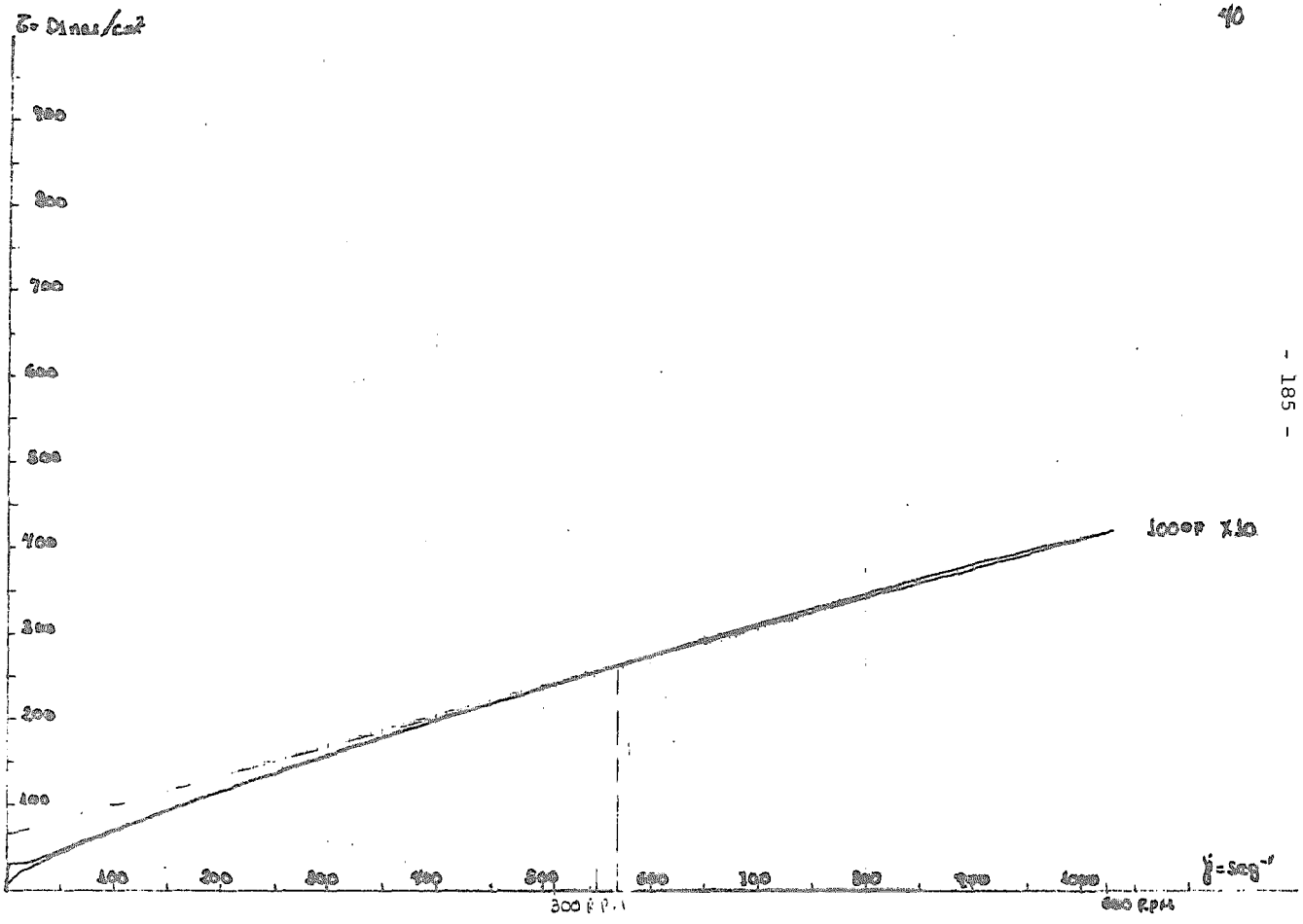
94% x 10

1/2 - 500



183

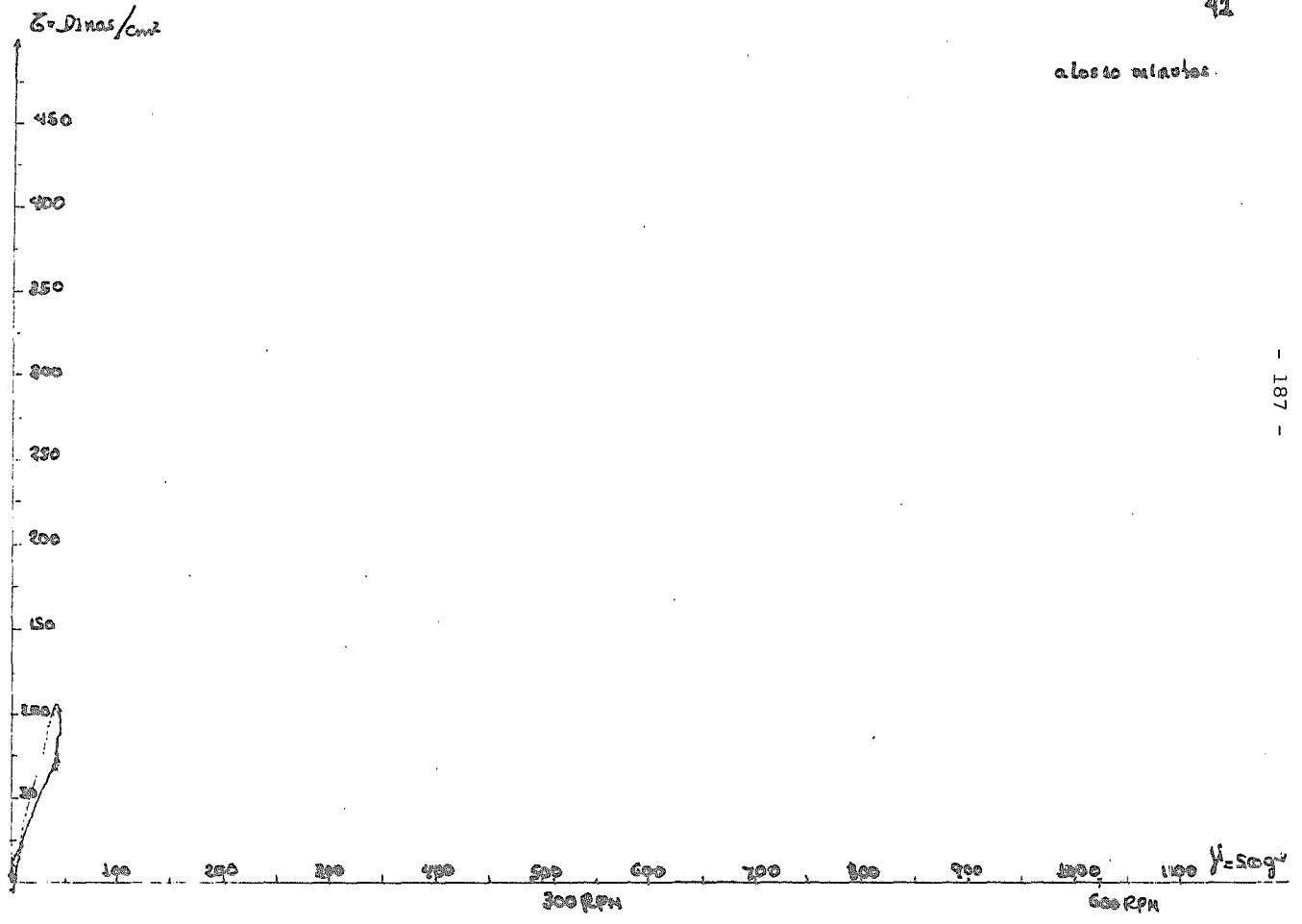


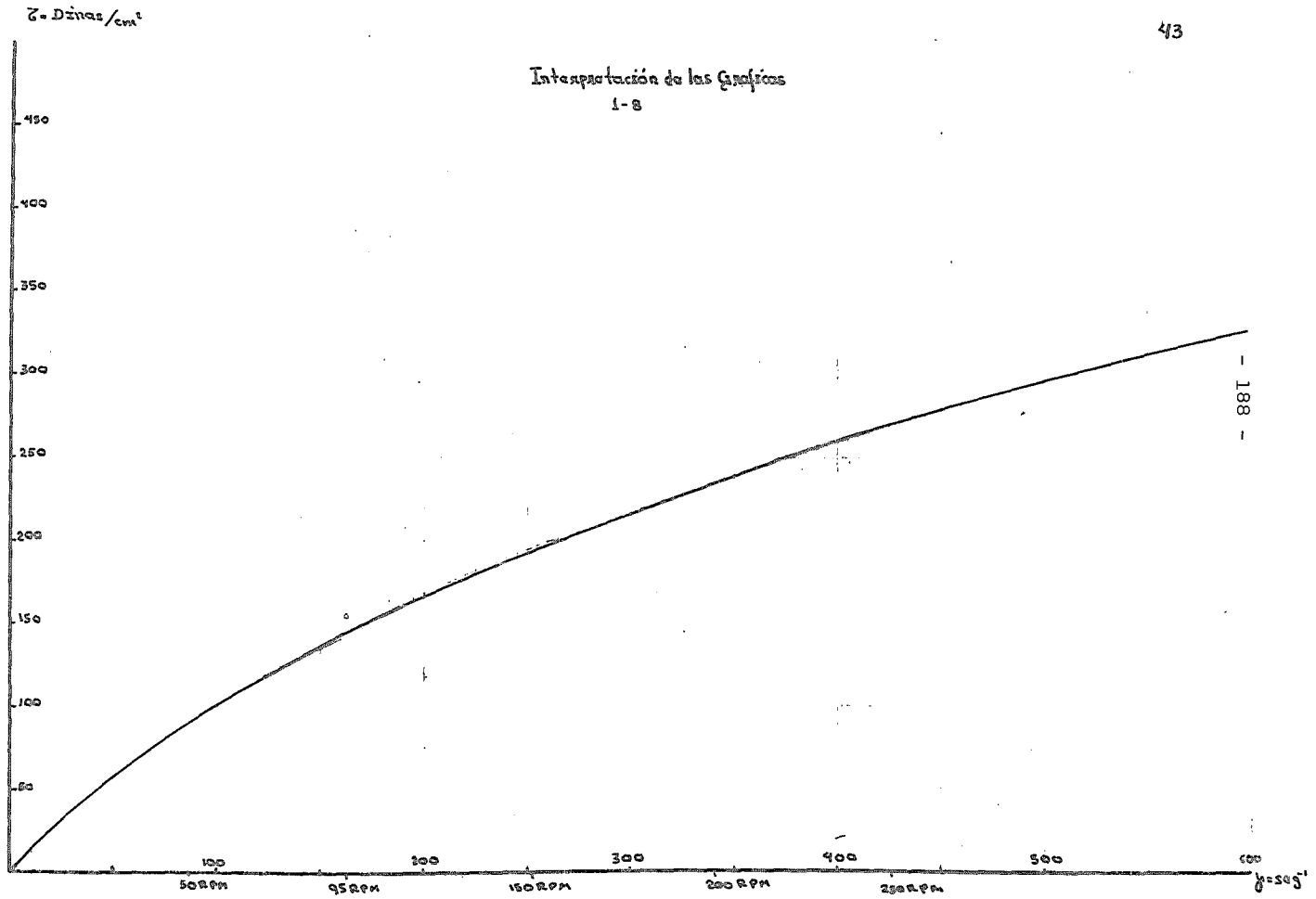


42

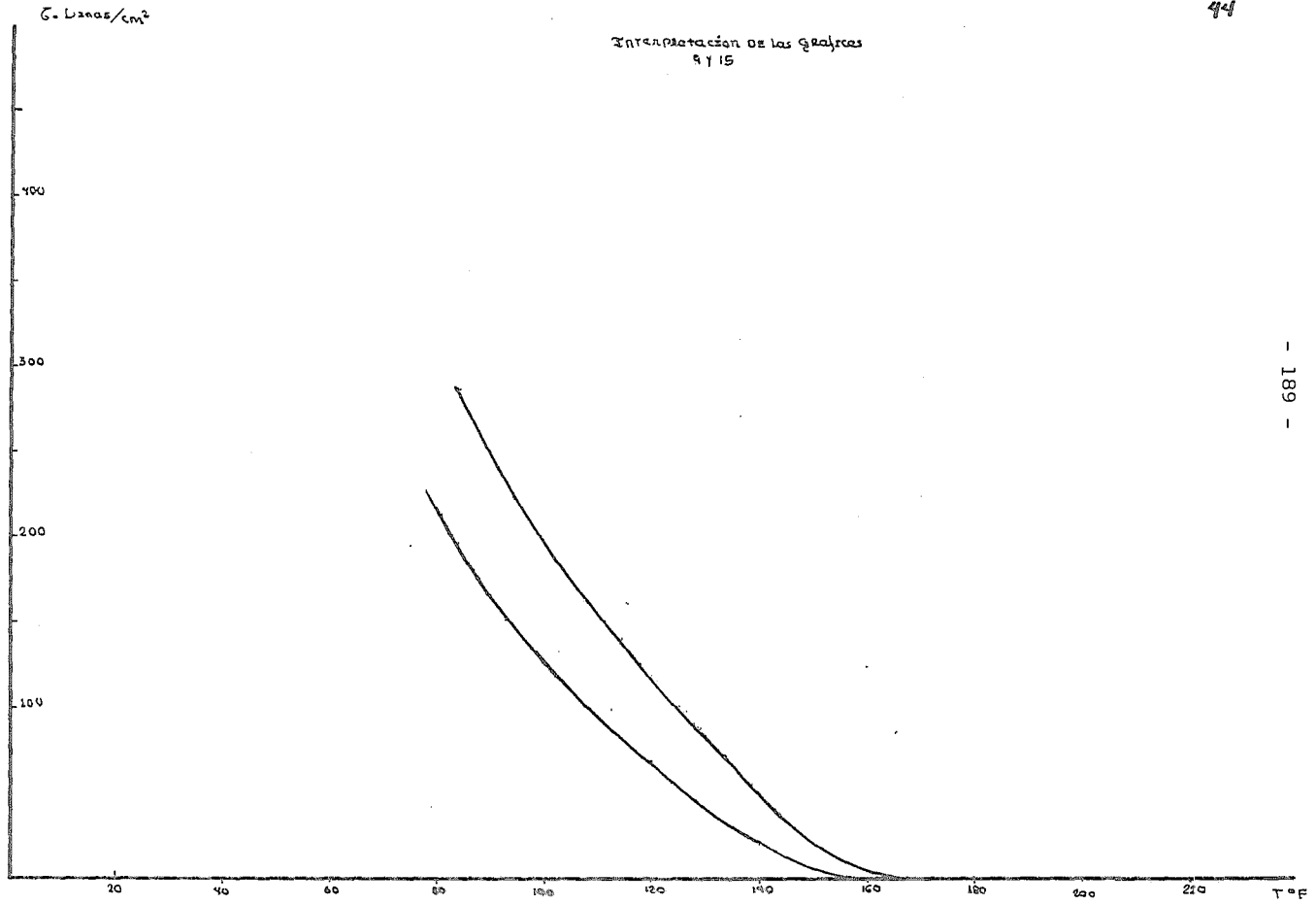
a los 10 minutos.

- 187 -

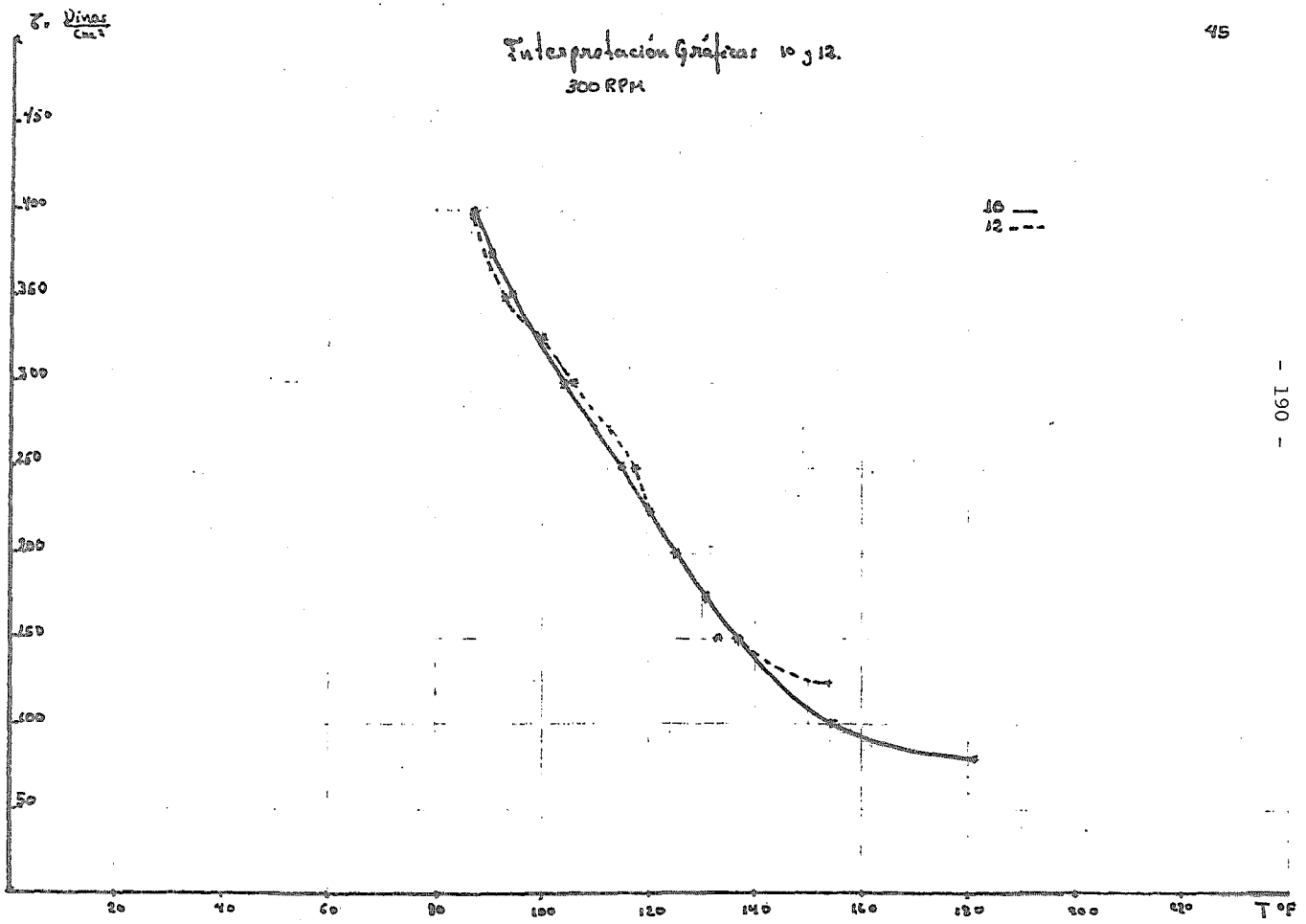


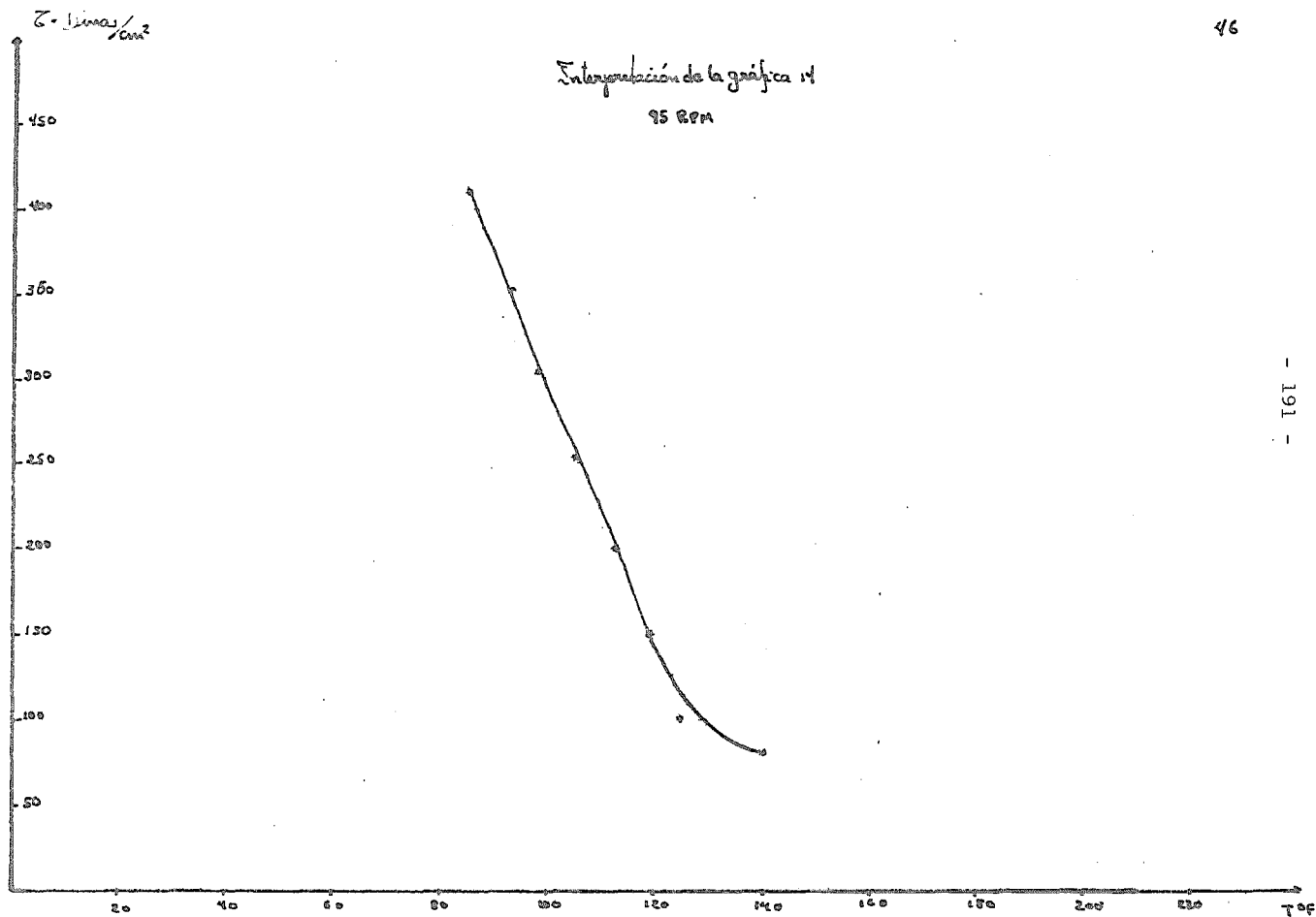


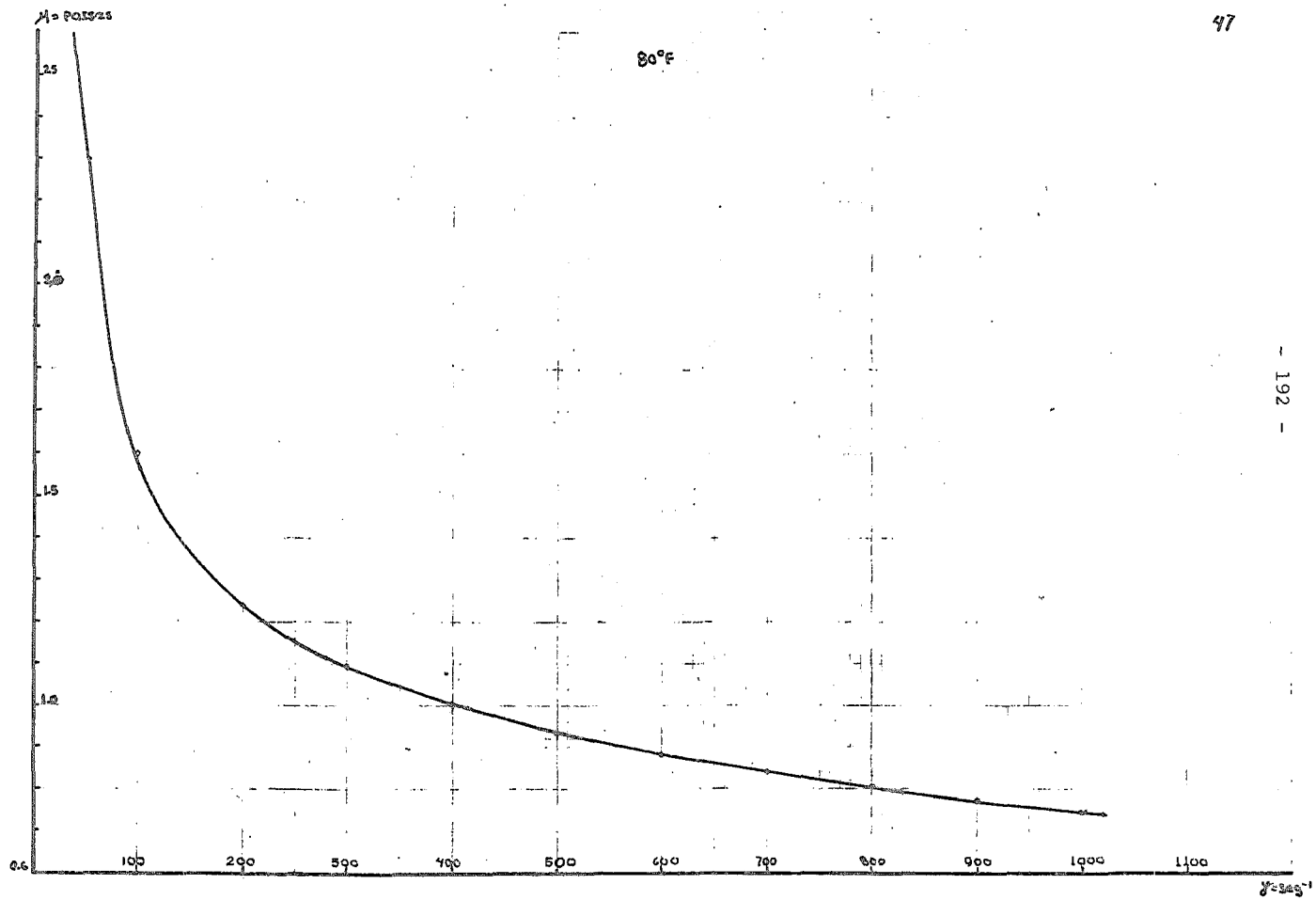
Interpretación de las Gráficas
9 y 15

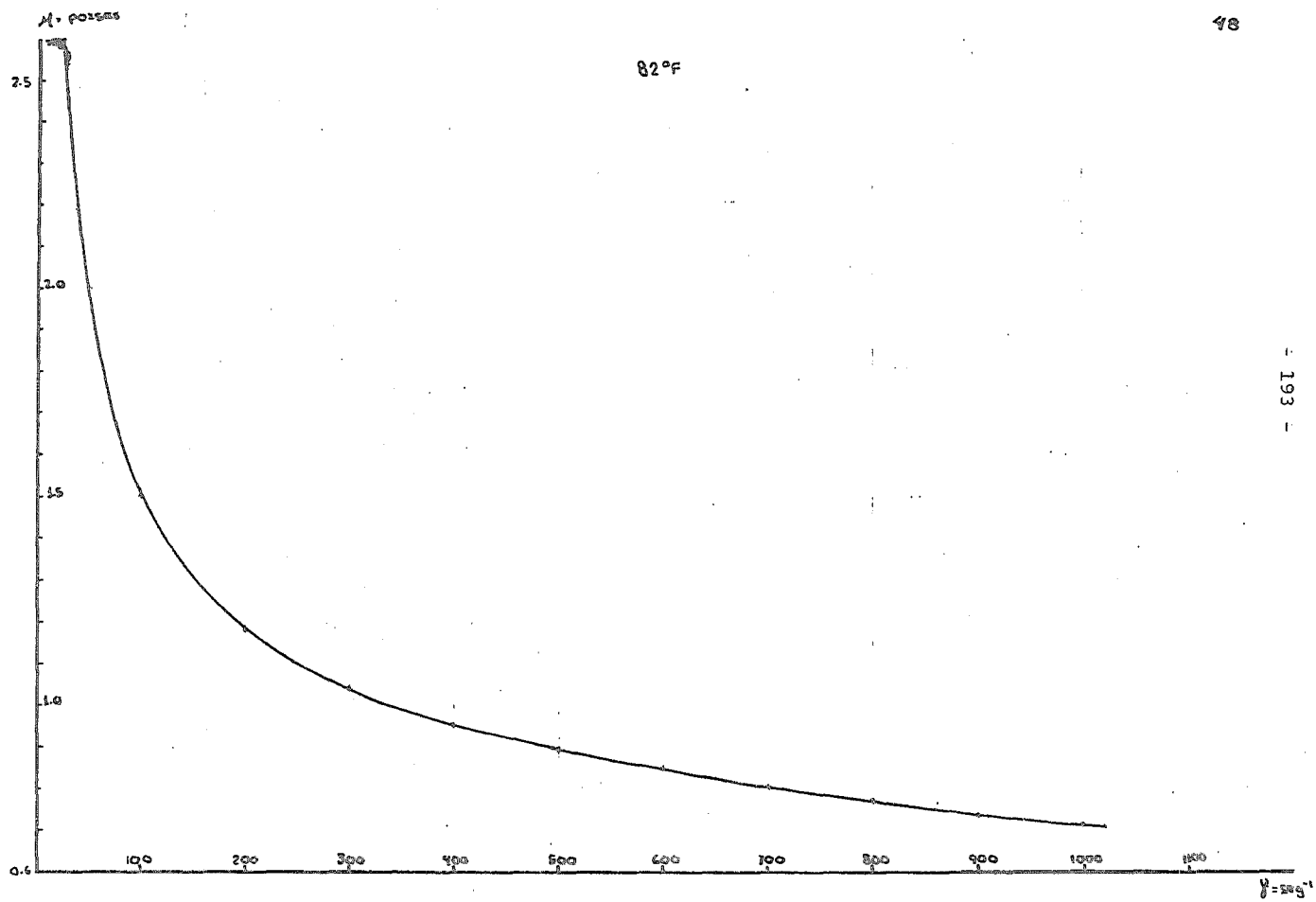


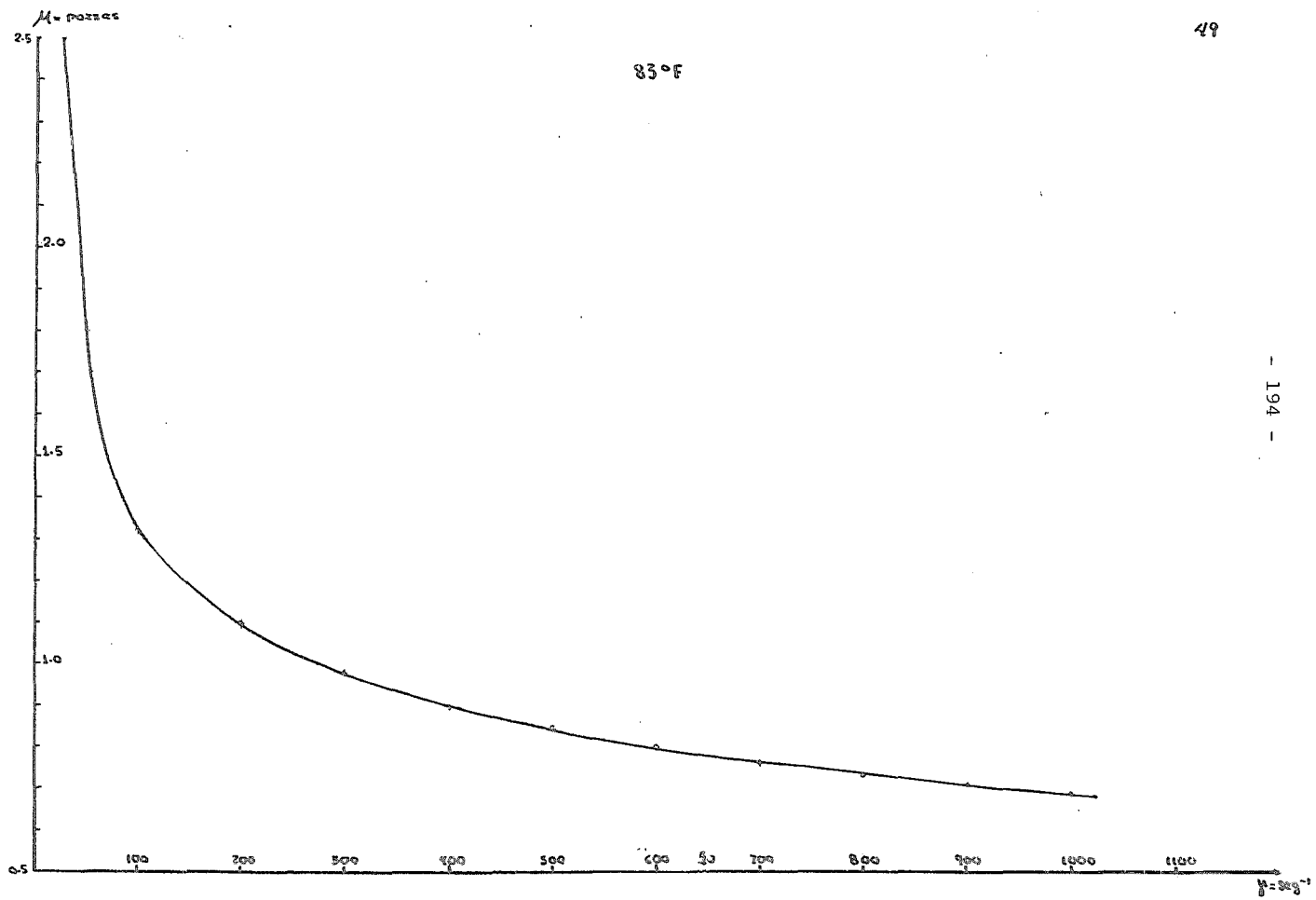
Interpretación Gráfica 10 y 12.
300 RPM



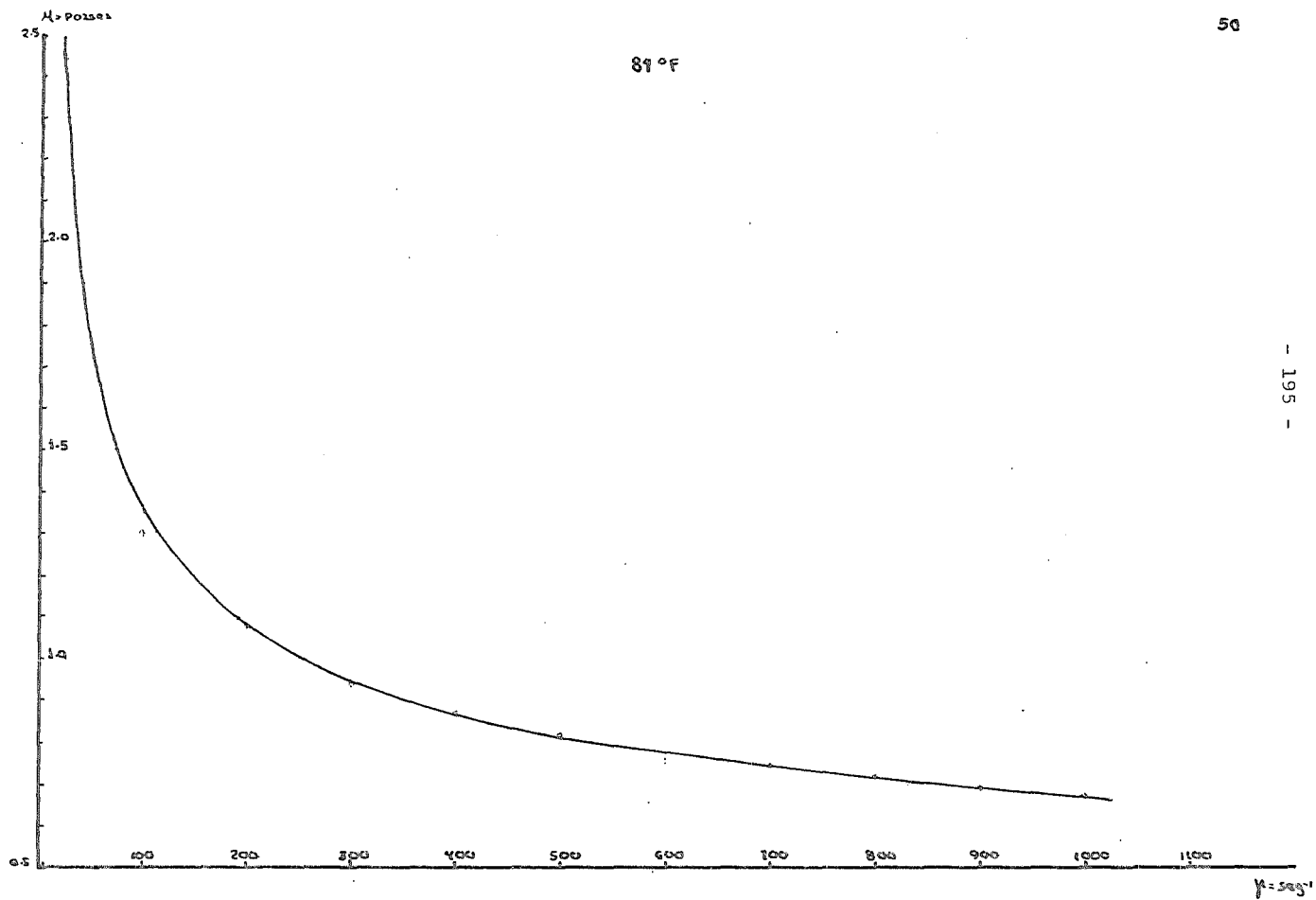








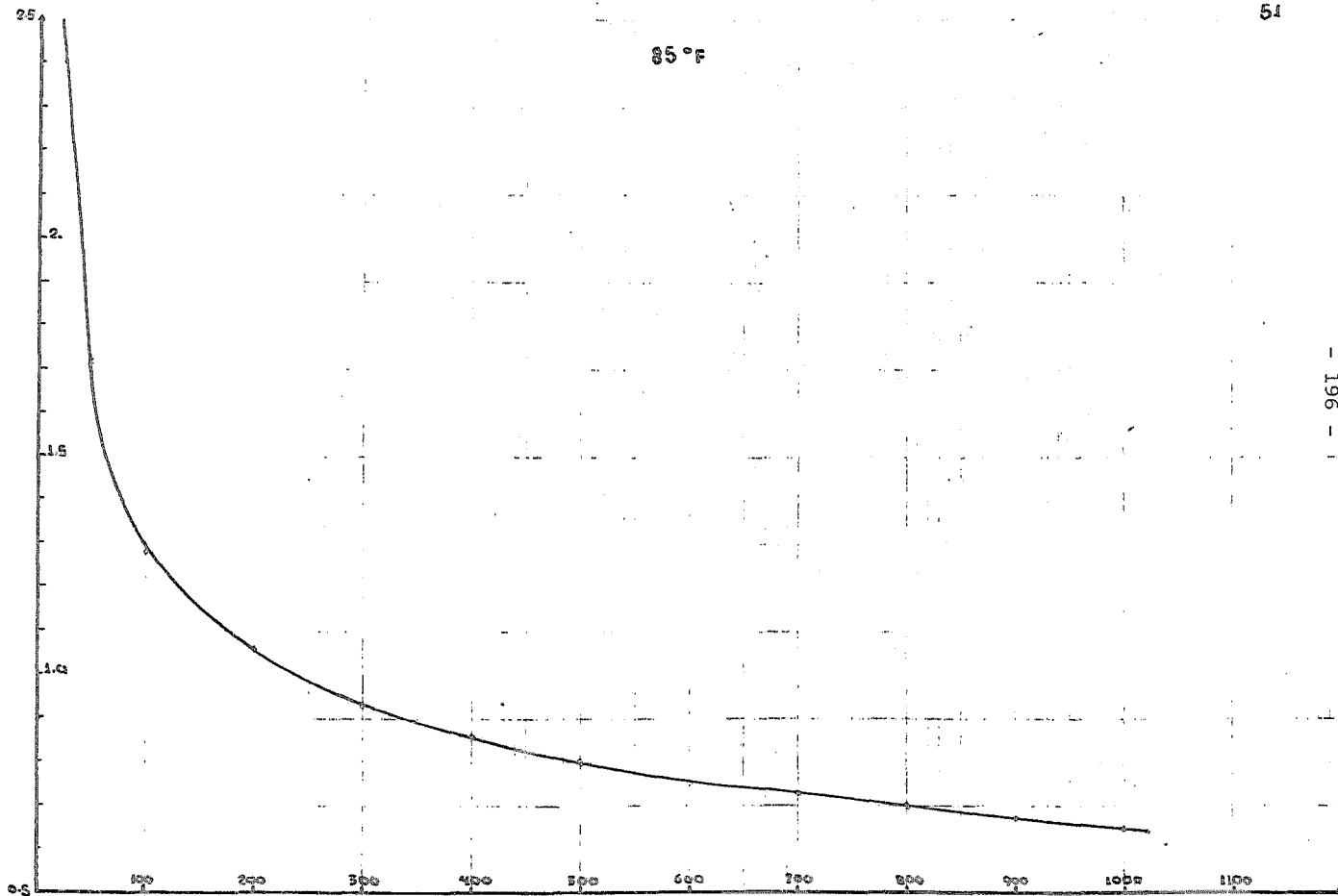
81°F



μ - Poises

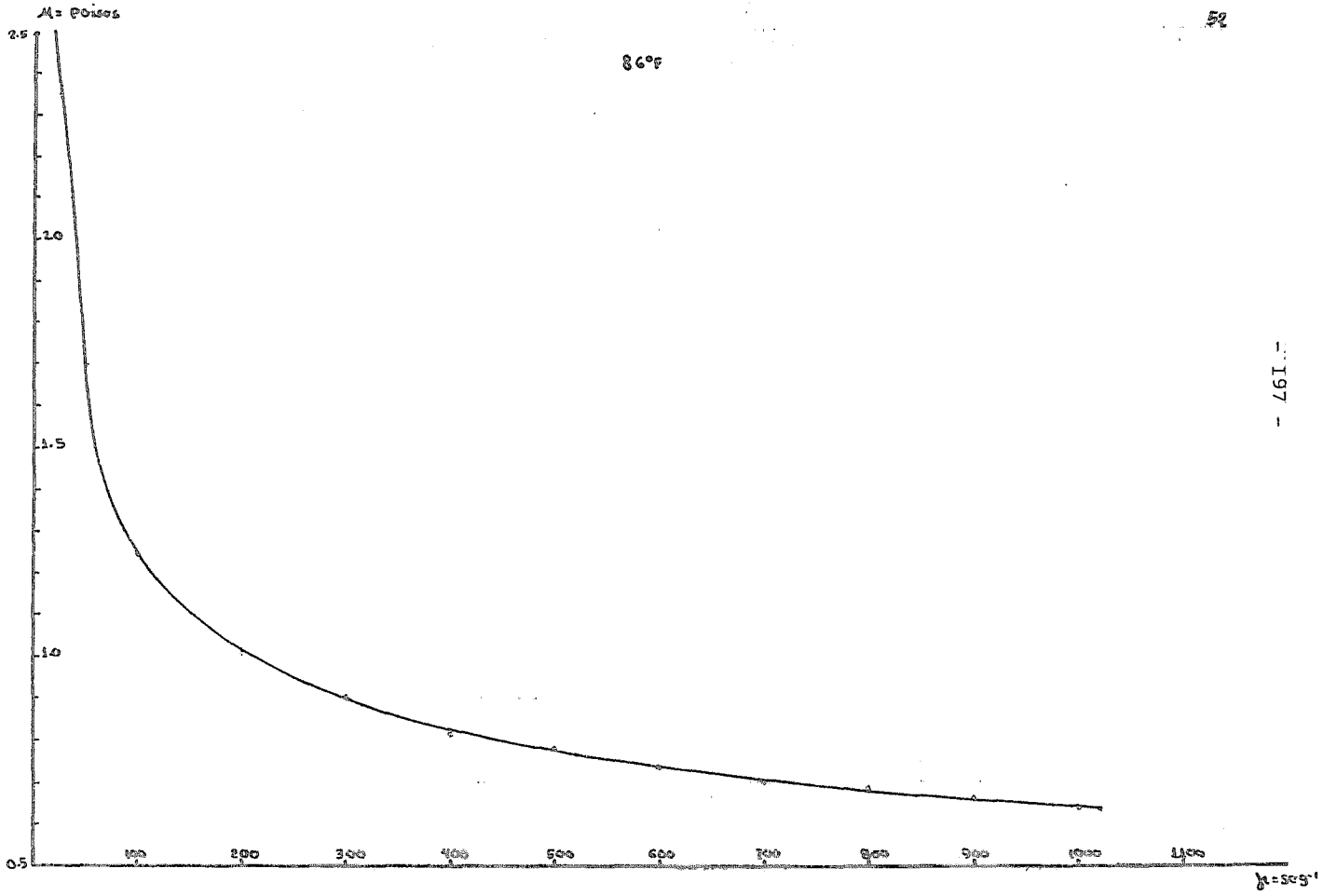
54

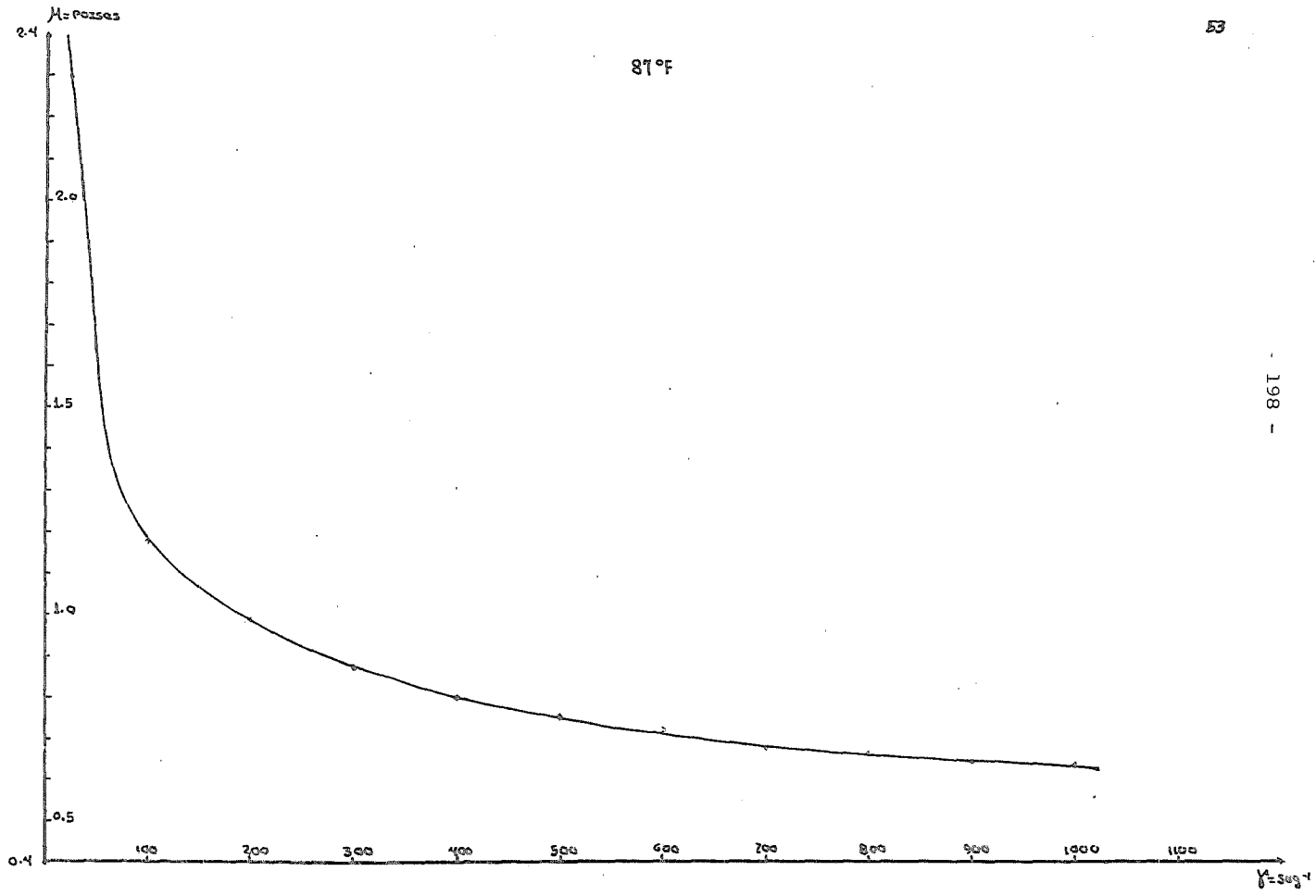
85 °F

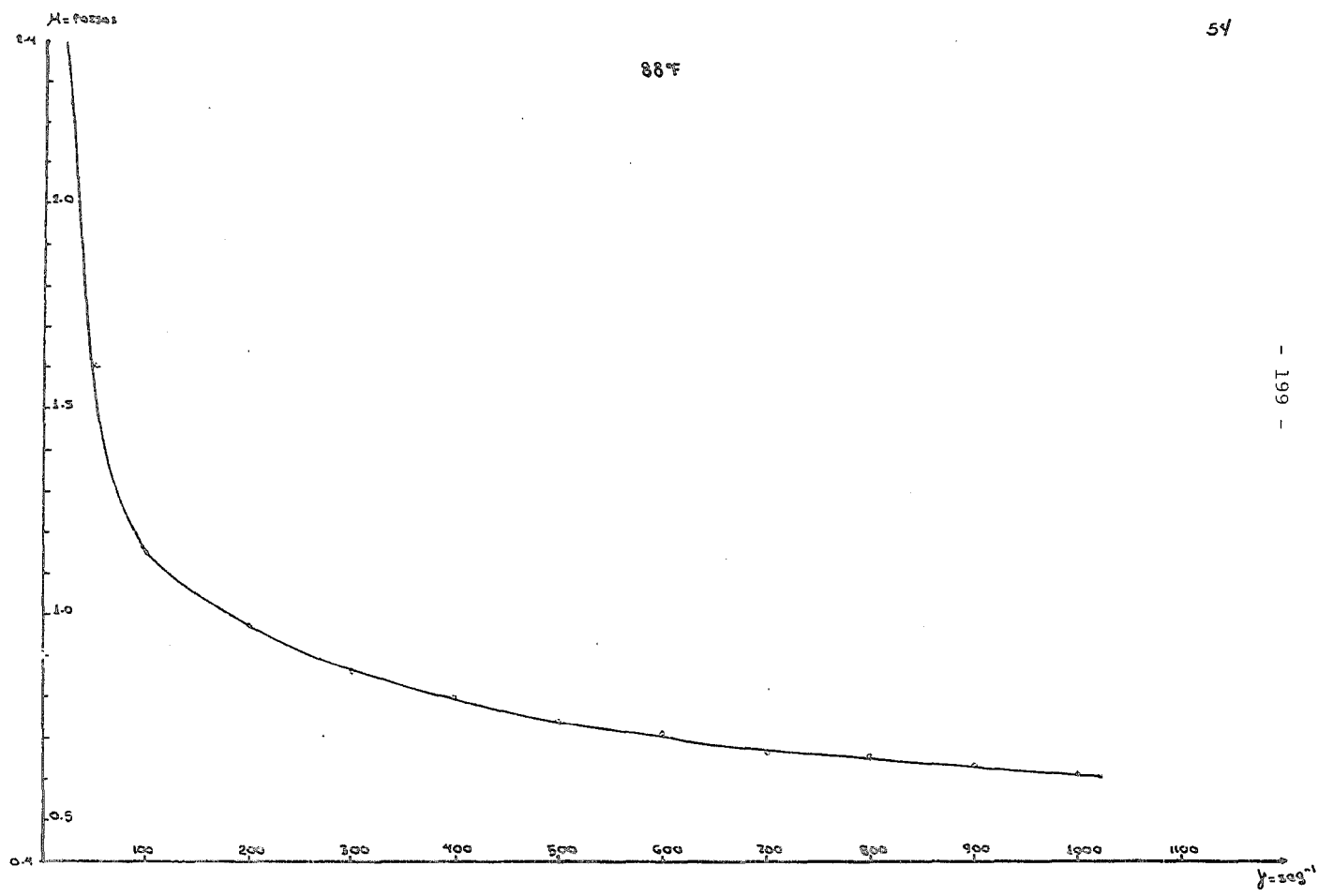


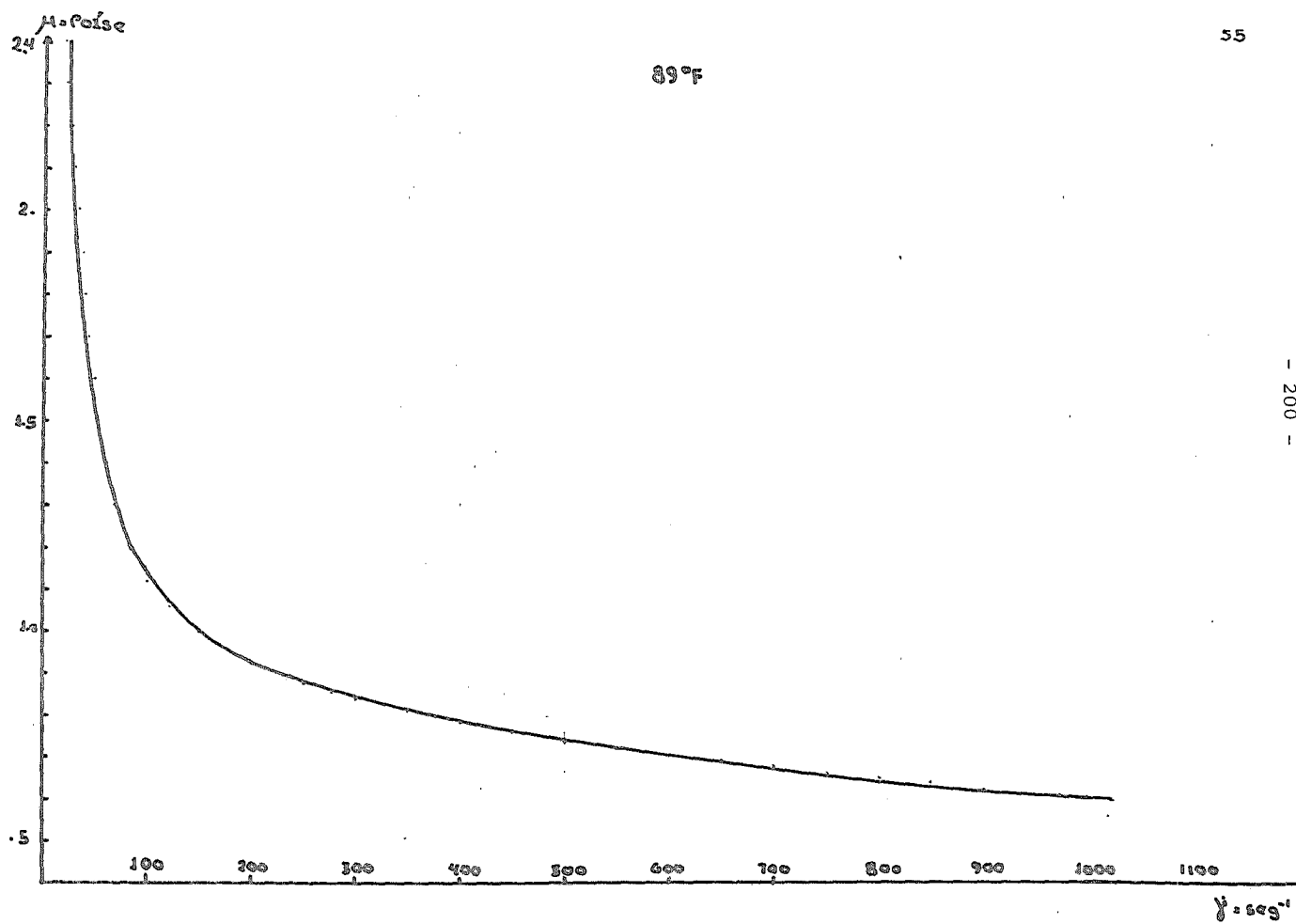
- 196 -

$\mu = 300^{-1}$

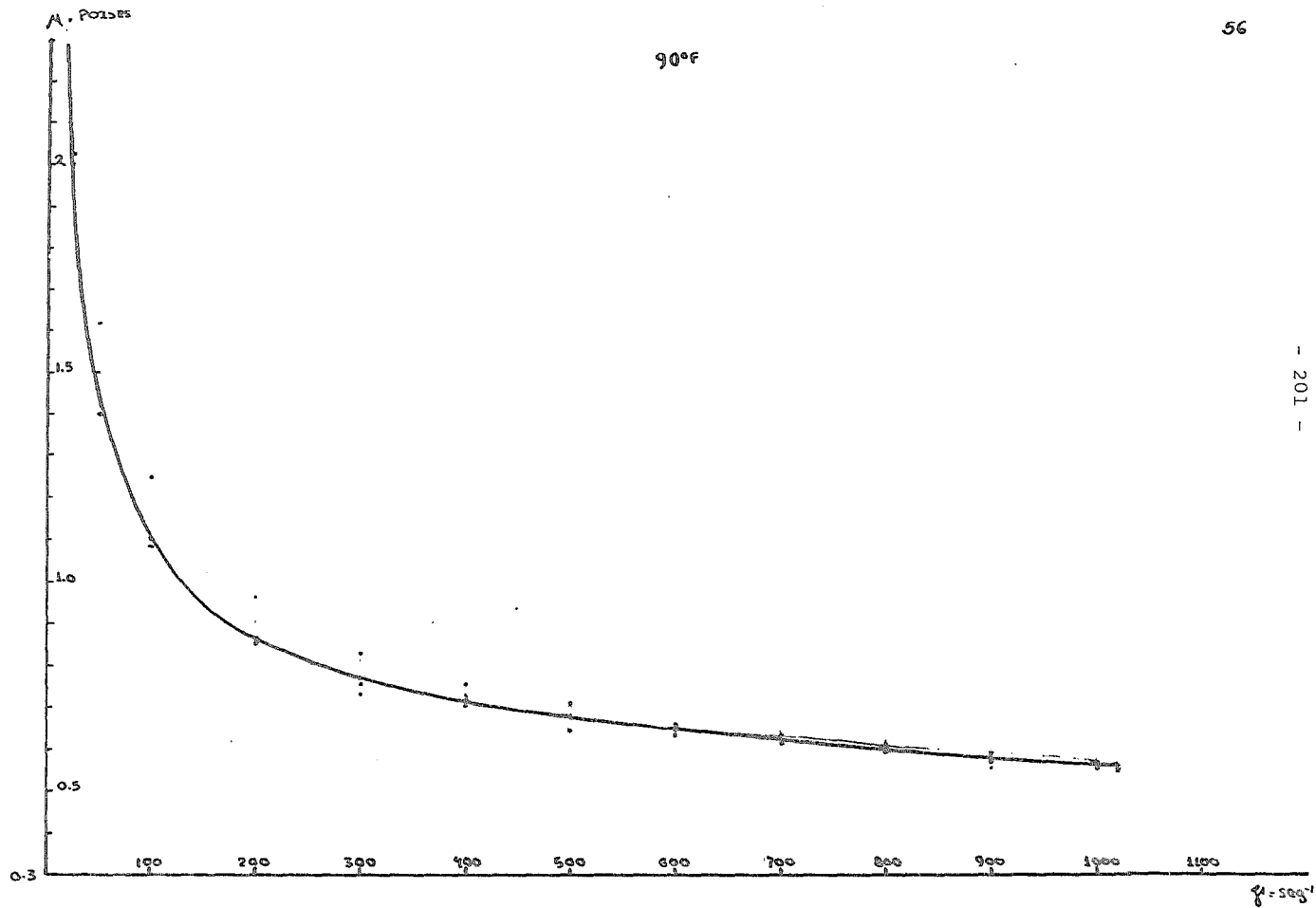






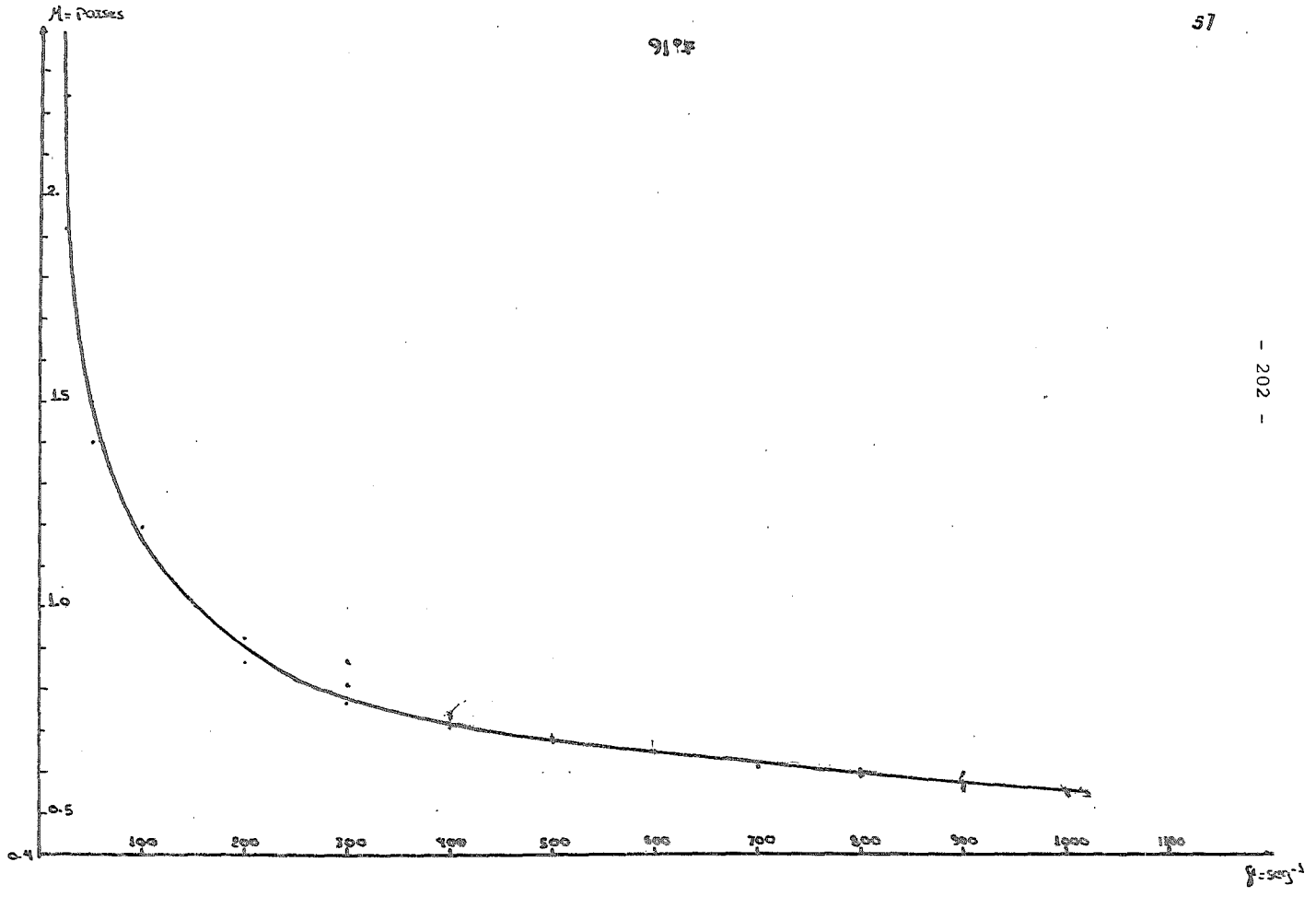


90°F

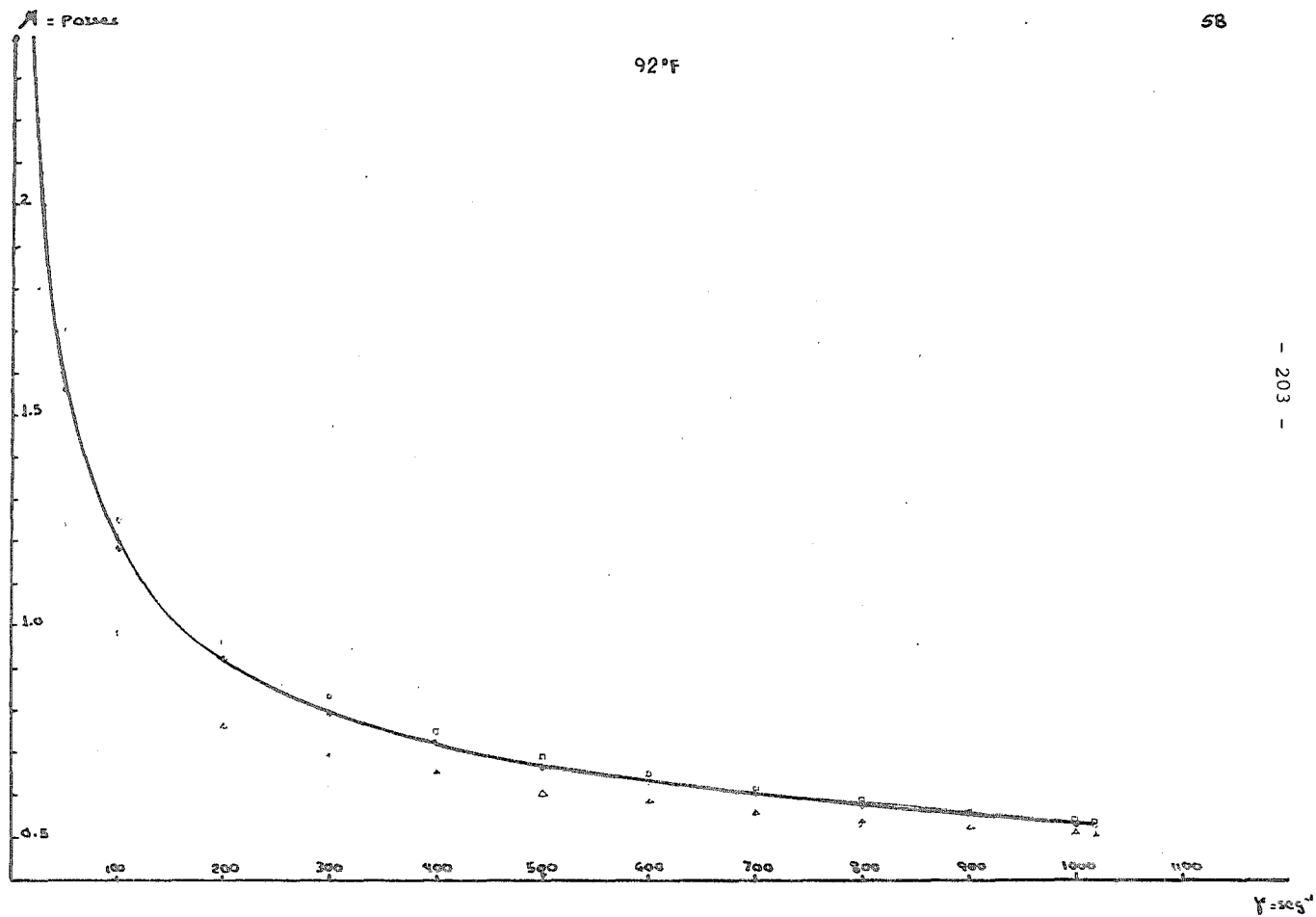


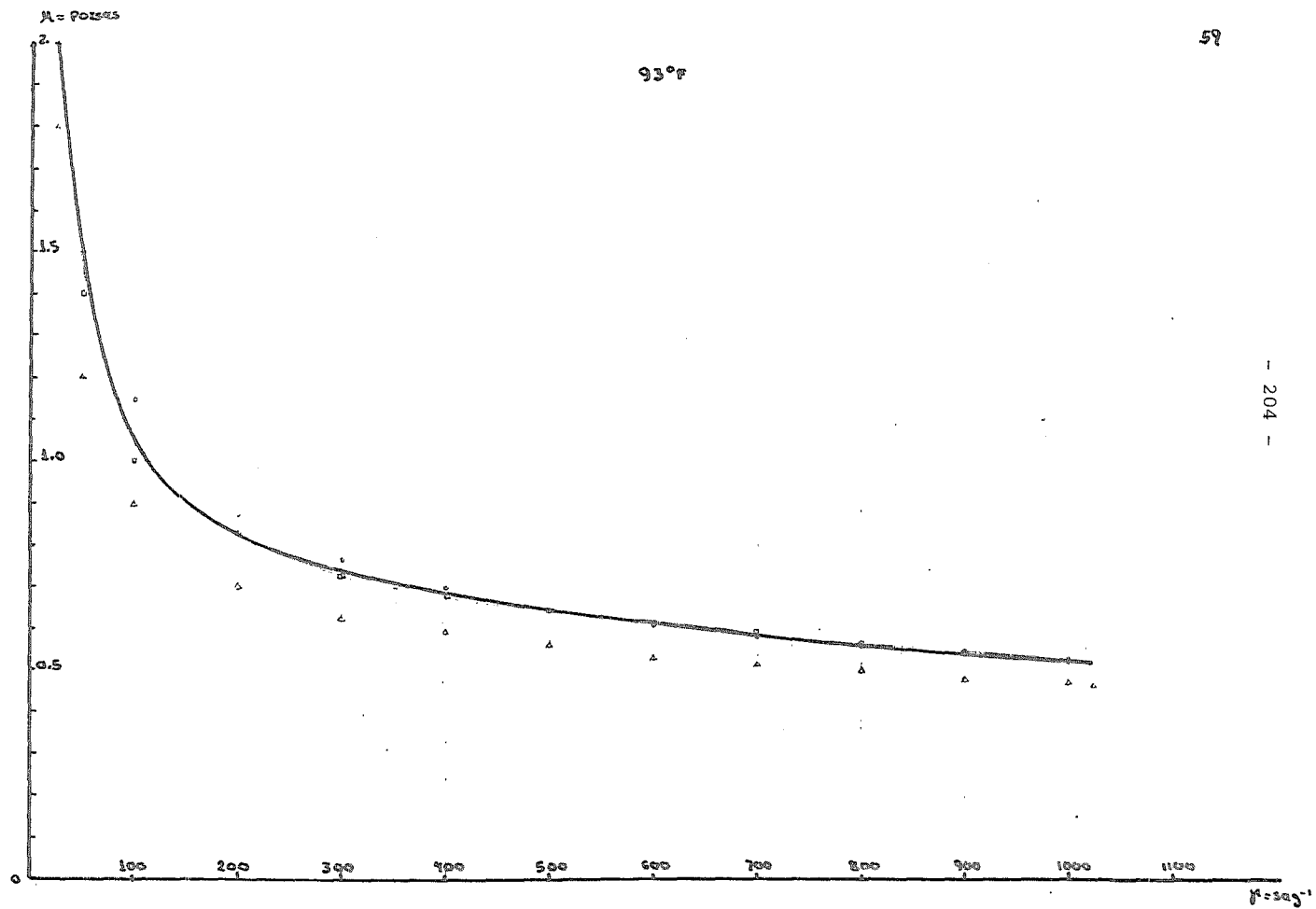
- 201 -

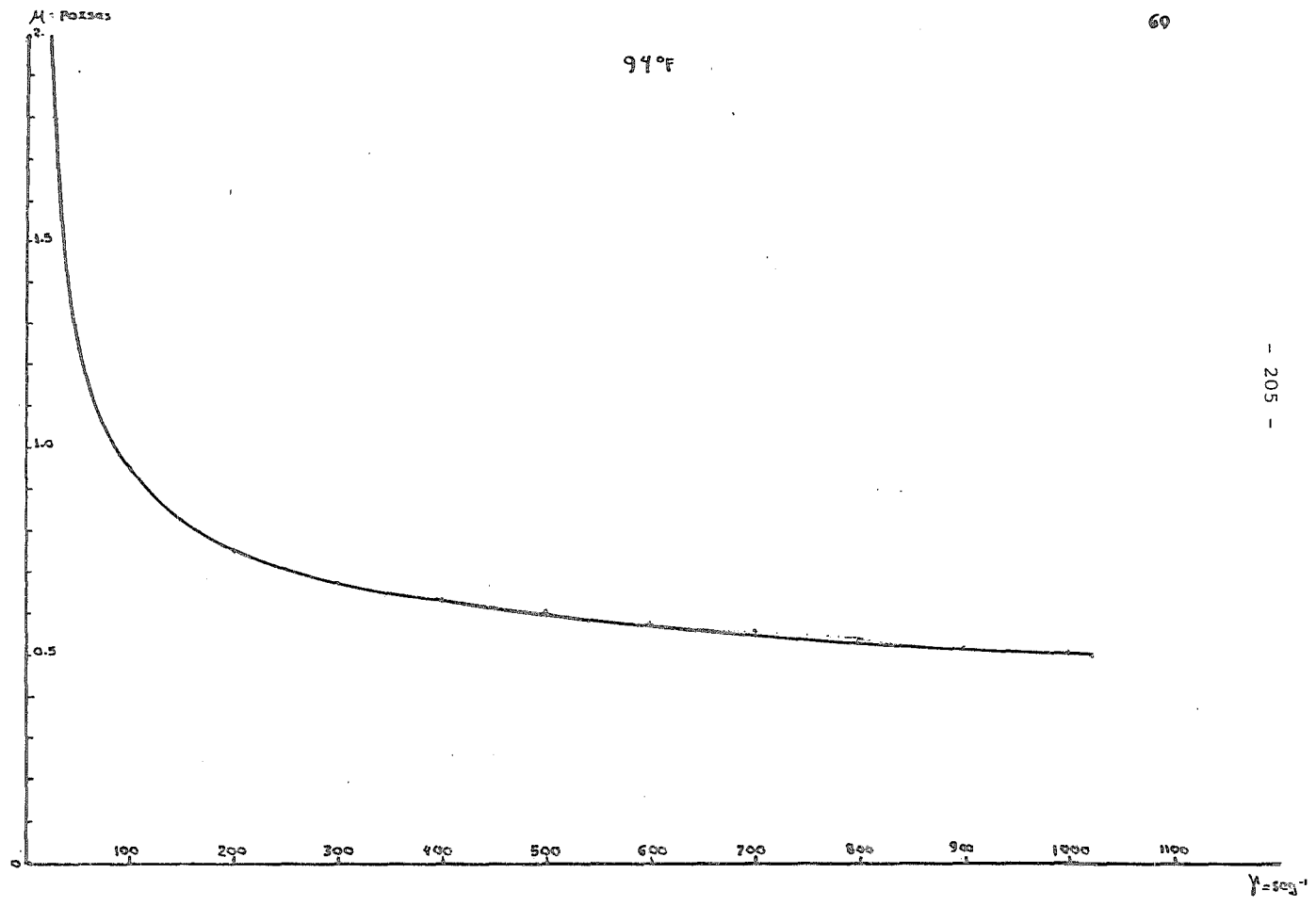
9175

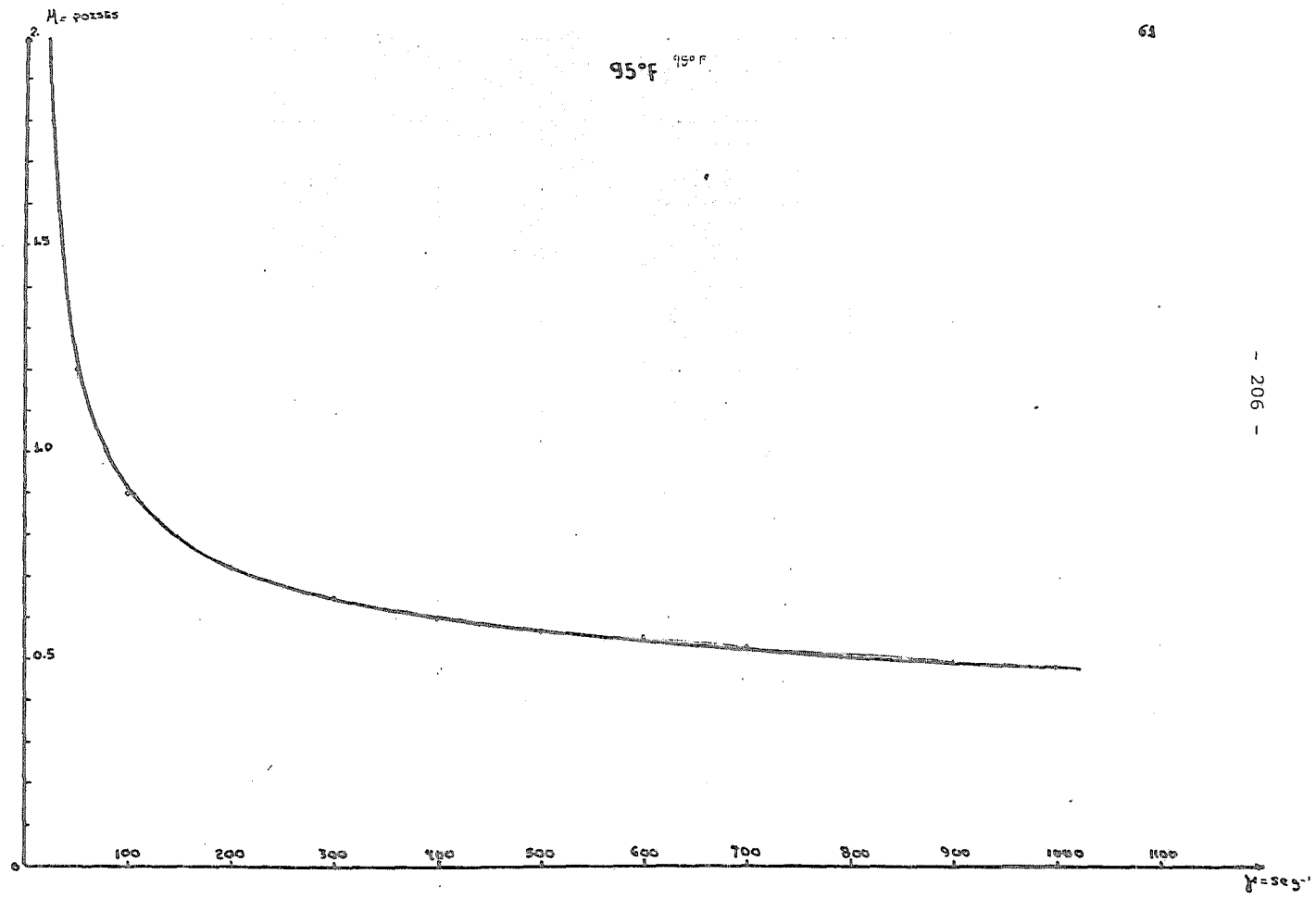


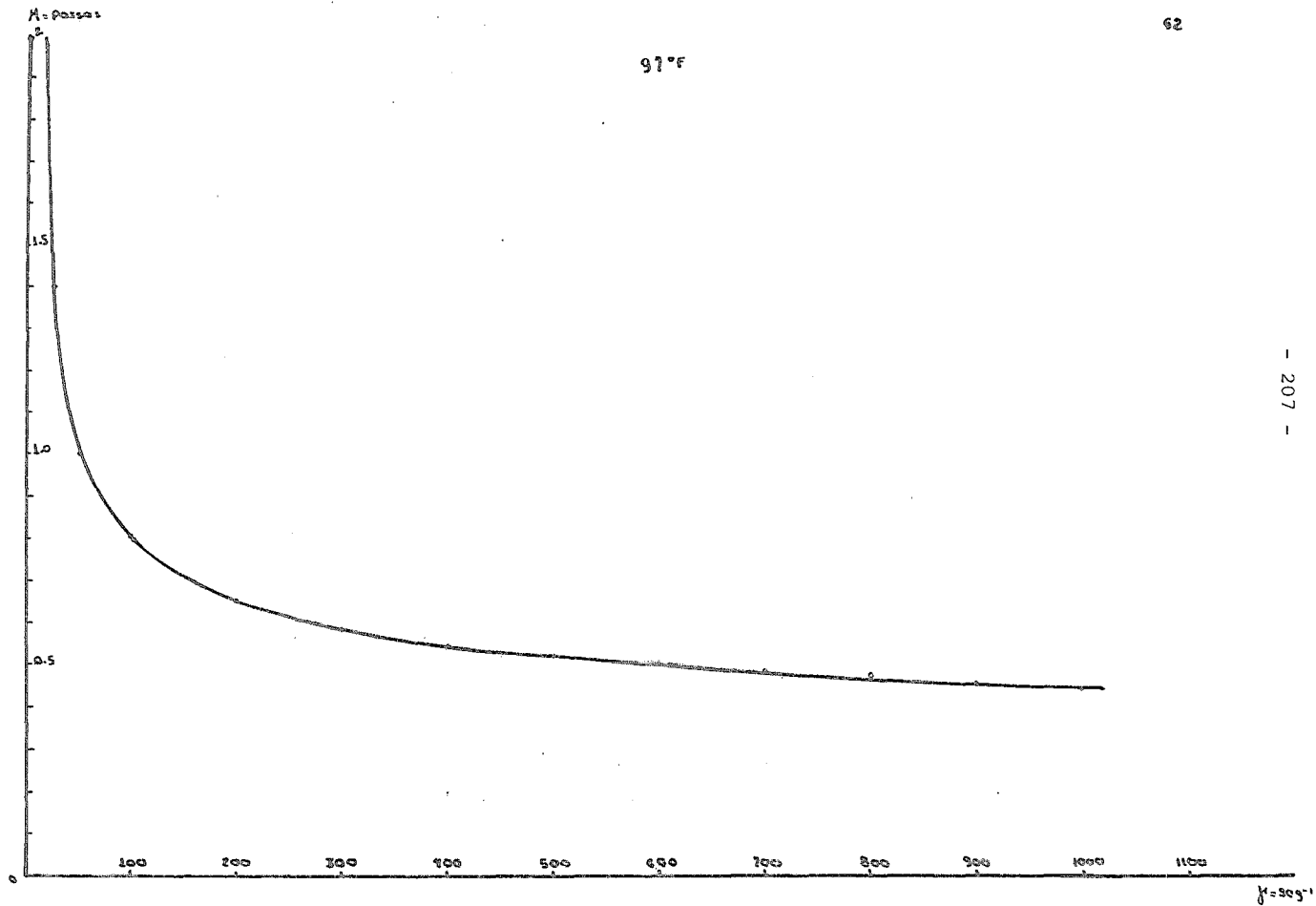
92°F

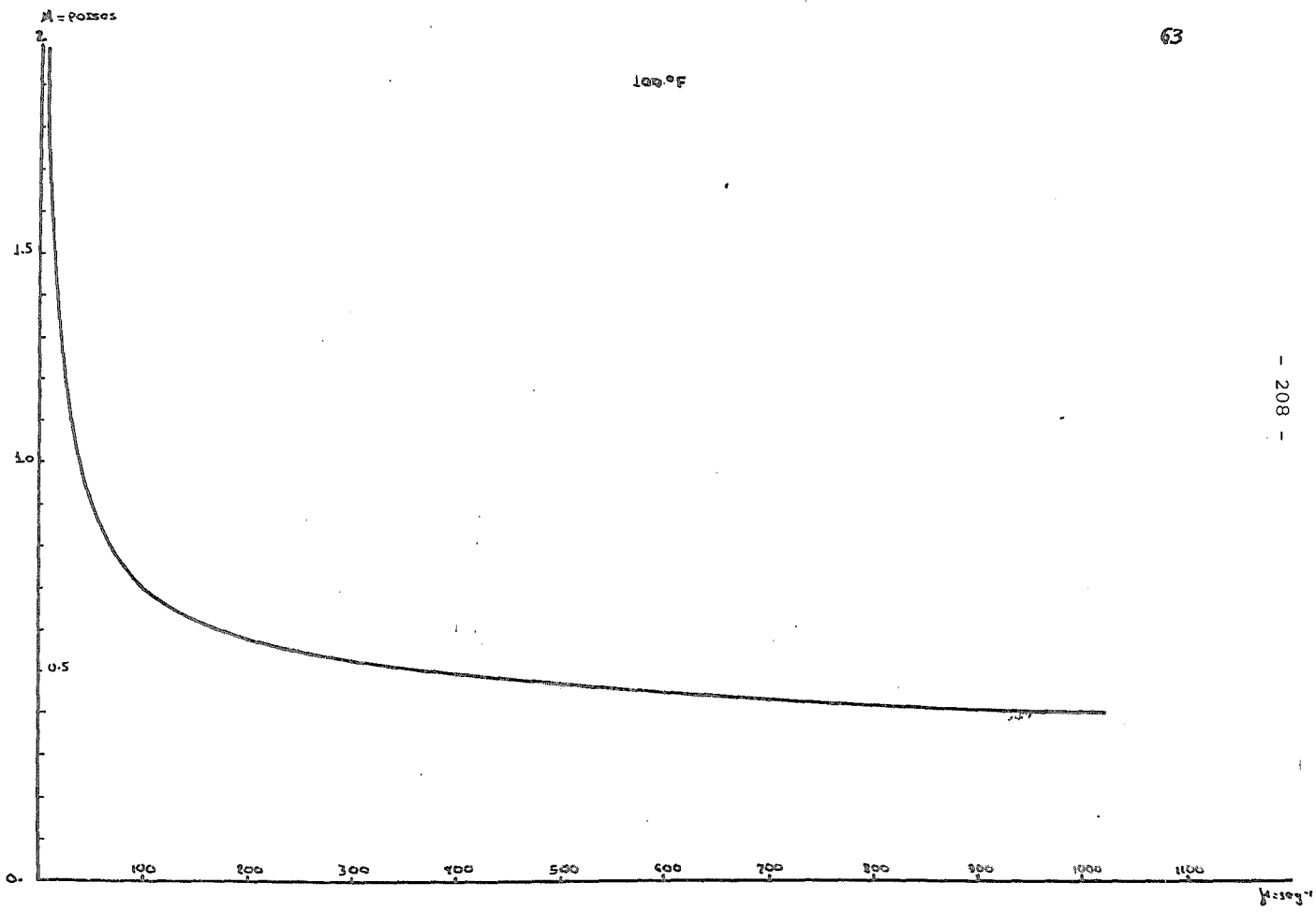


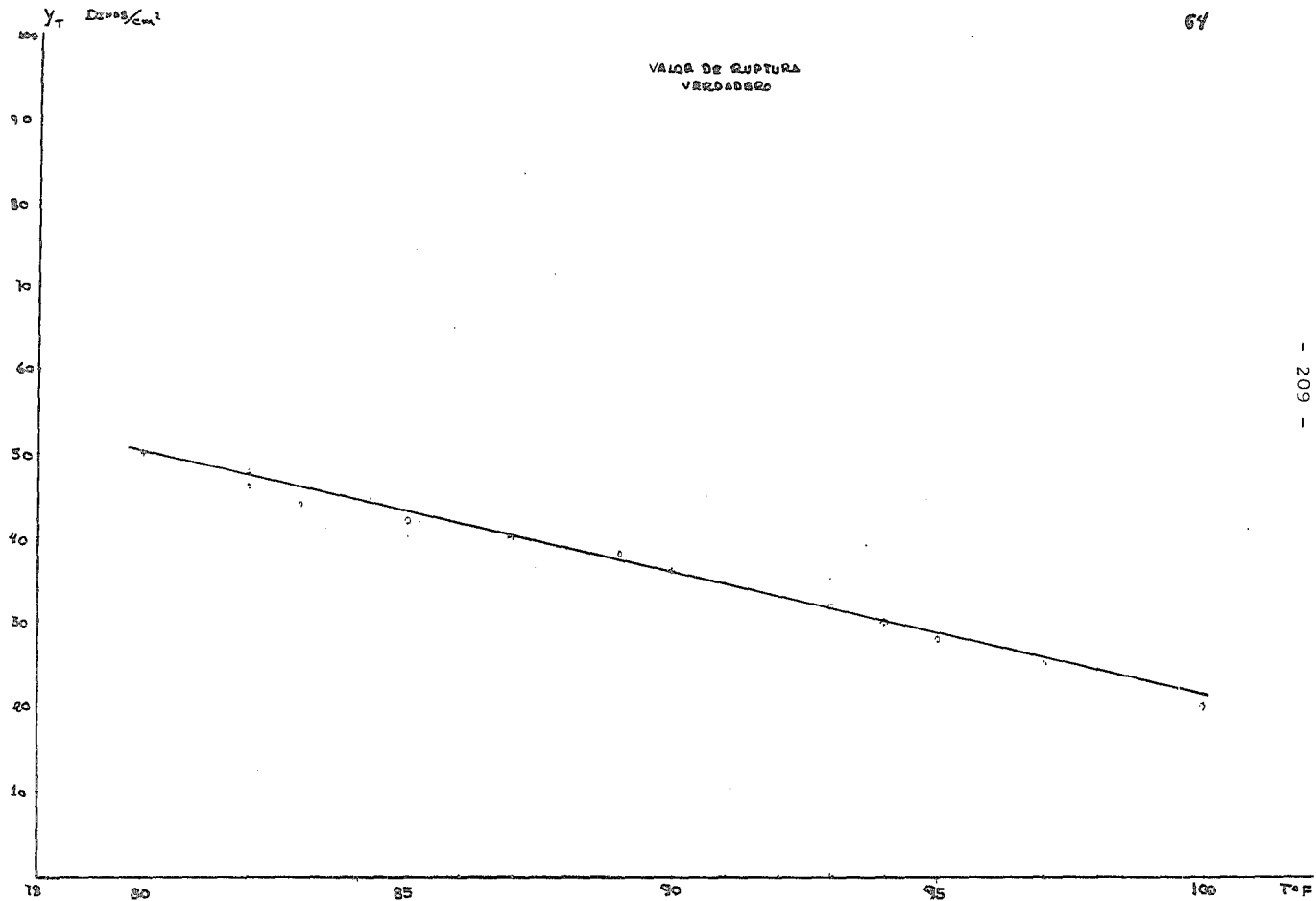


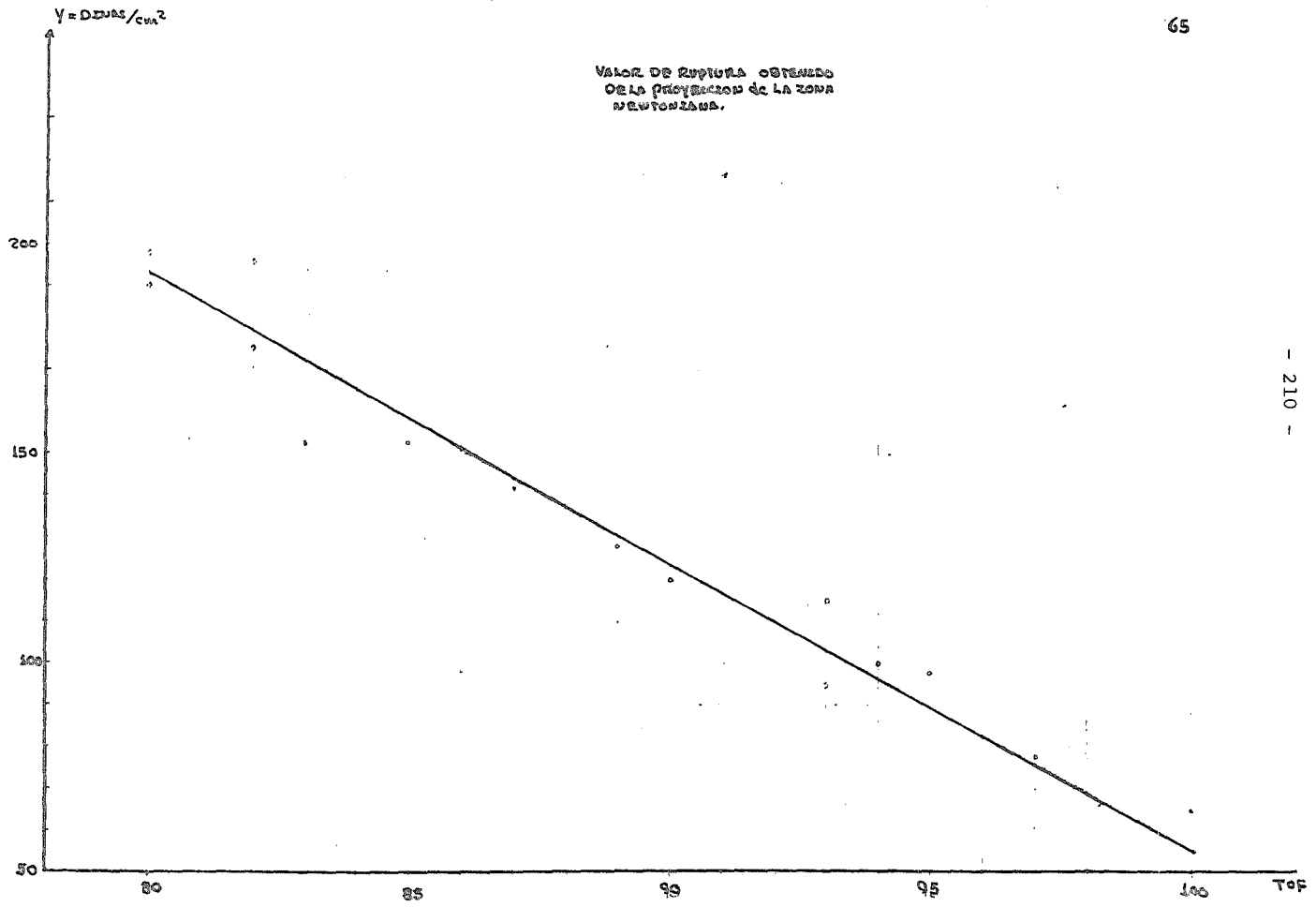




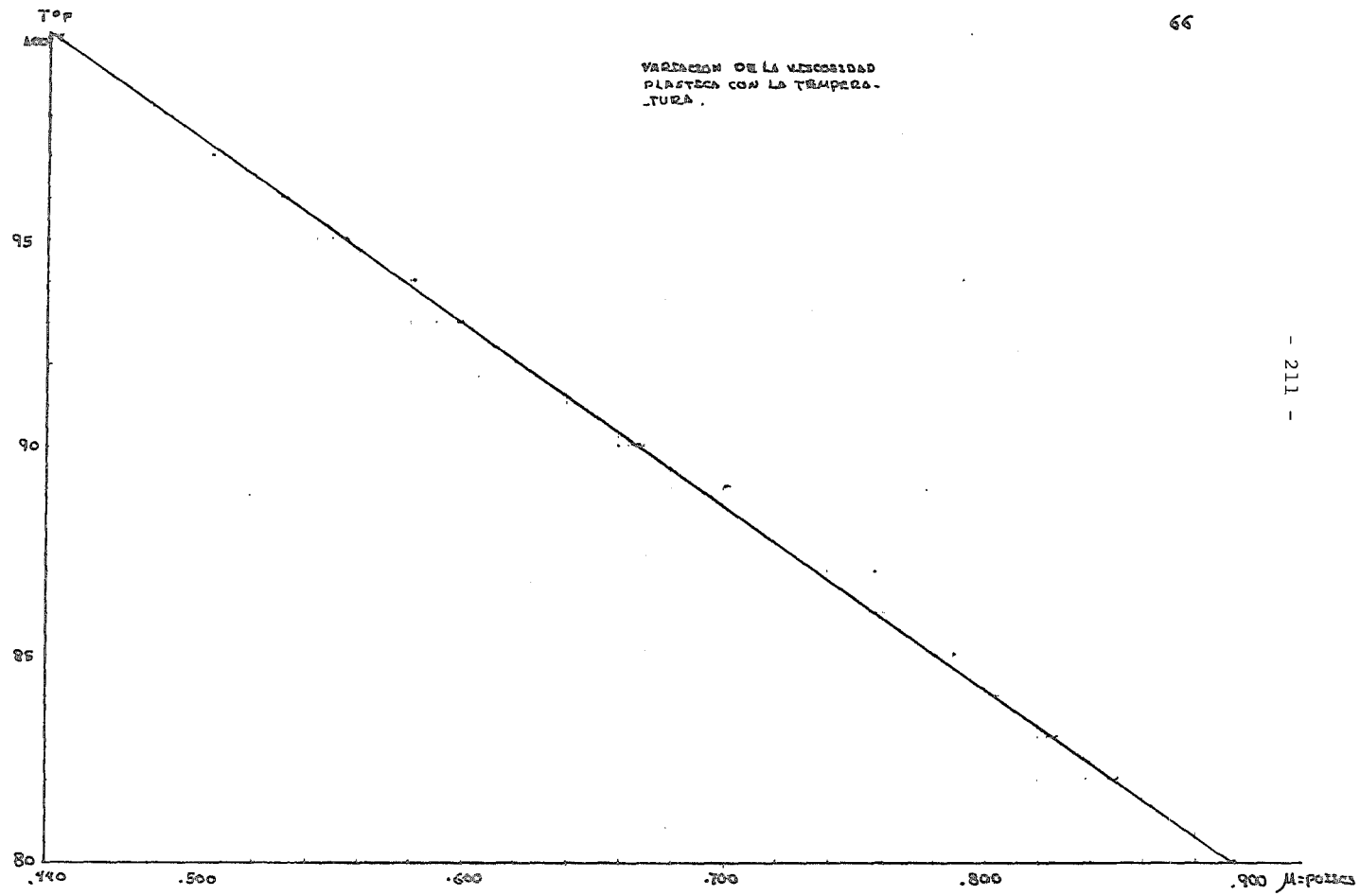


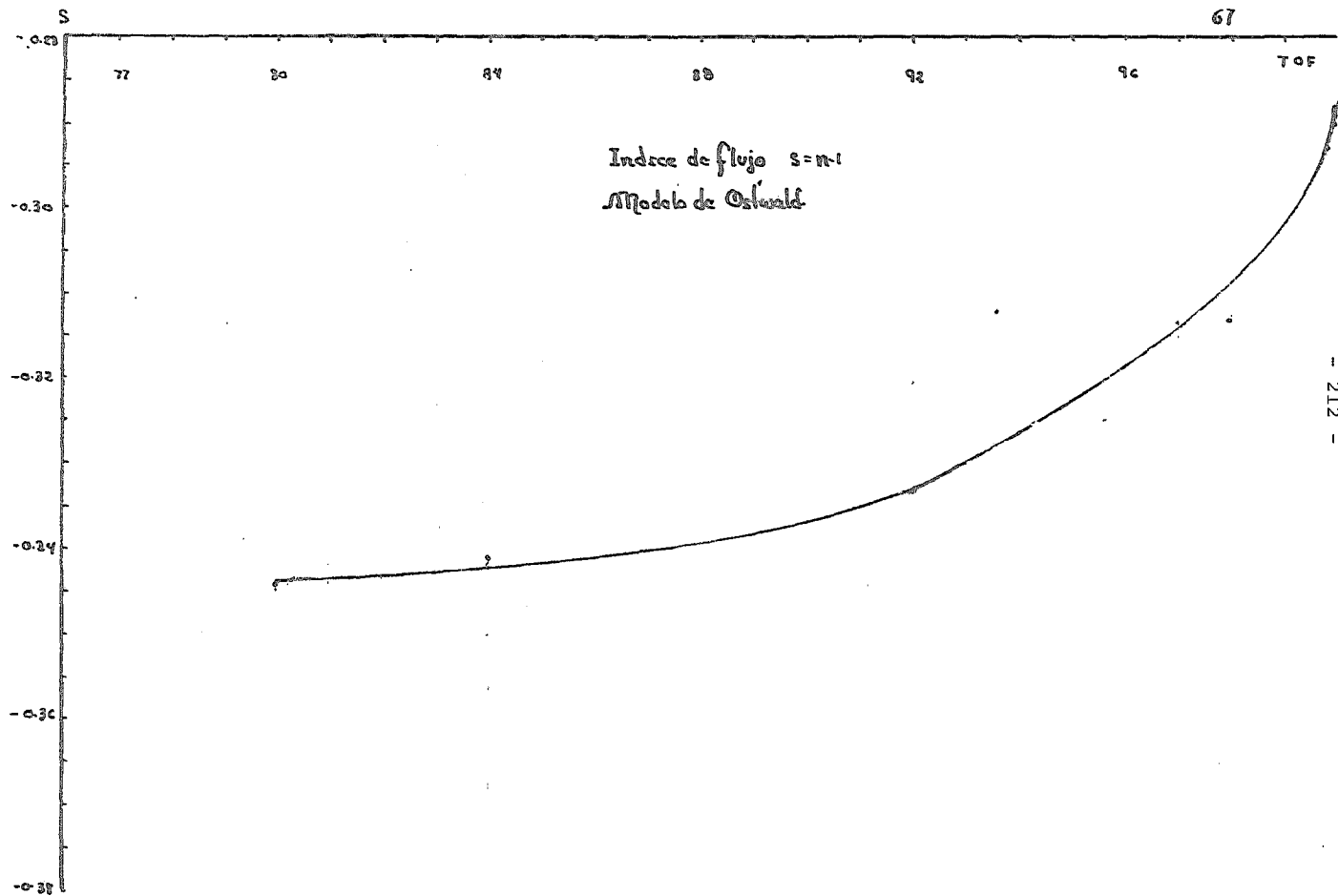




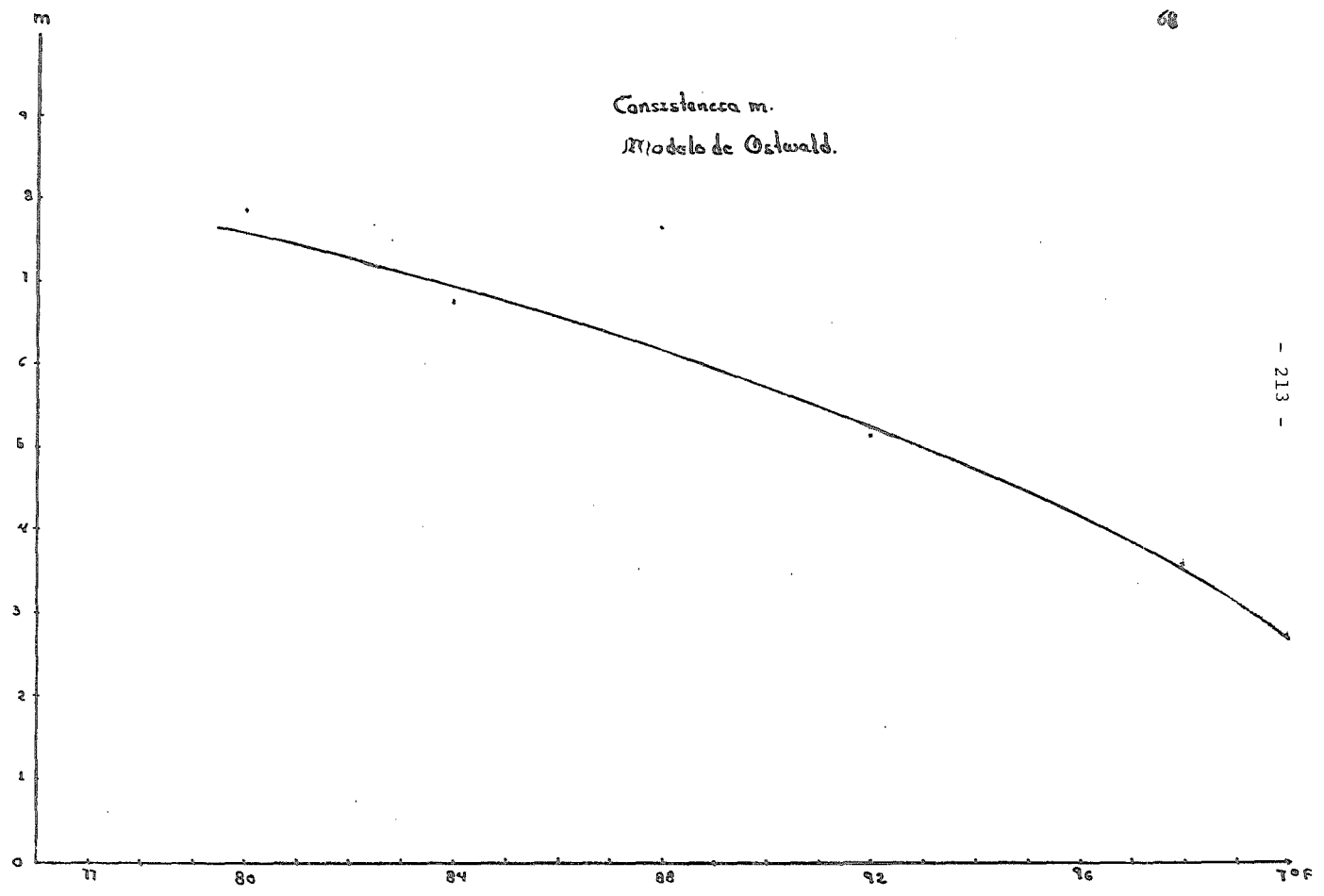


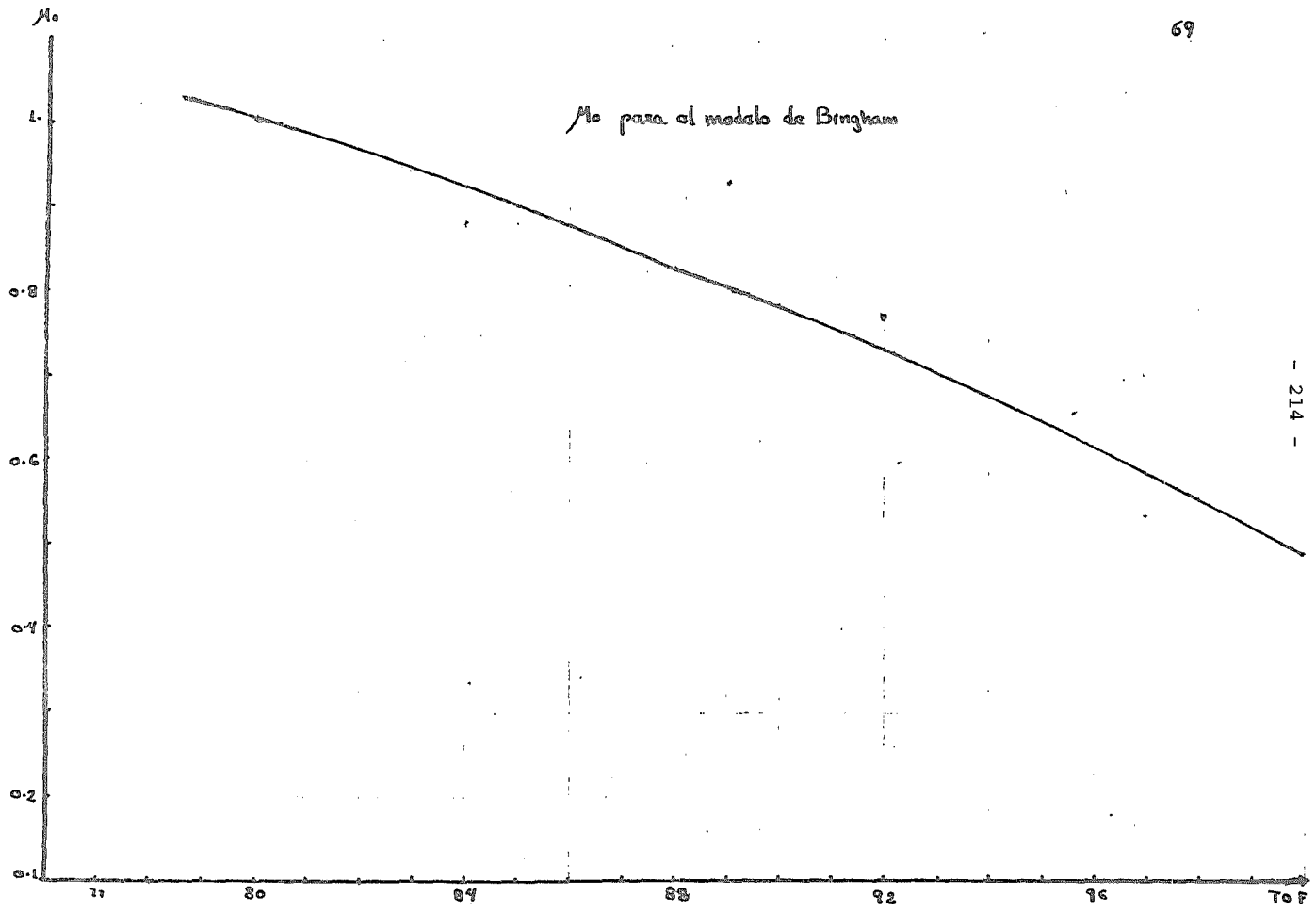
VARIACION DE LA VISCOSIDAD
PLASTICA CON LA TEMPERA-
TURA .





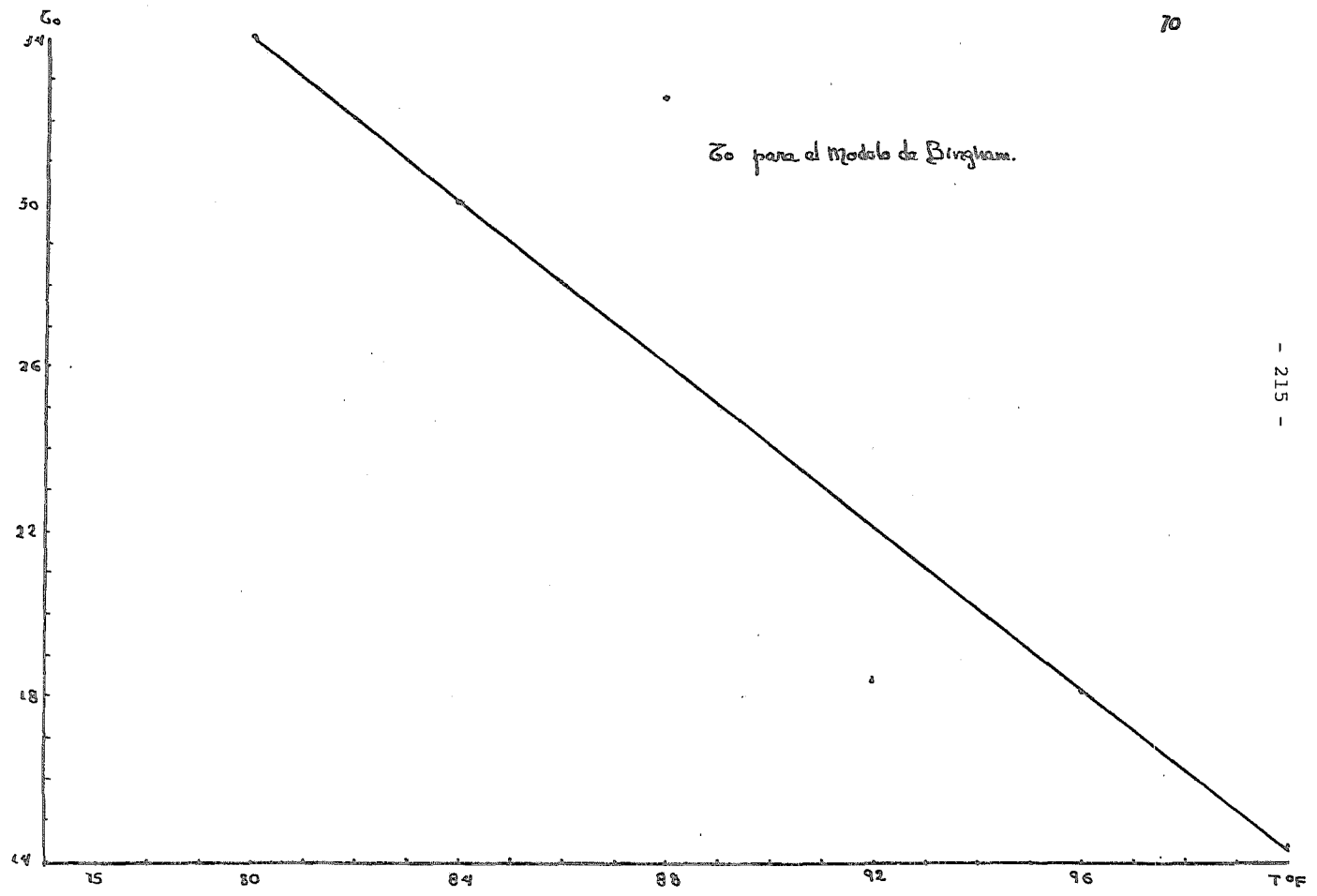
Consistência m.
Modelo de Ostwald.





- 214 -

Z_0 para el Modelo de Bingham.



CAPÍTULO V.

APLICACION DEL MODELO DE VISCOSIDAD A LA ECUACION DE FLUJO.

Análisis Dimensional.

Las ecuaciones de continuidad y de movimiento son dimensionalmente homogéneas y la ecuación de Navier - Stokes obtenida en el capítulo II también lo es. Si nosotros consideramos que en el anulo que vamos a manejar y para el cual se pondrá el equipo tenemos: flujo isotérmico, irrotacional e incompresible, además de tener régimen laminar nos queda la siguiente ecuación: Que es otra forma de la de Navier Stokes.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \left(v \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \rho g \cos \alpha - \frac{\partial P}{\partial x} \\ \text{I} & \qquad \qquad \qquad \text{II} & \qquad \qquad \qquad \text{III} & \qquad \qquad \text{IV} \\ & + \frac{1}{3} \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \text{V} & \qquad \qquad \qquad \text{VI} \end{aligned} \quad 5.1.$$

ρ = Densidad

μ = Viscosidad

u, v, ω = Velocidades correspondientes a cada uno de los ejes

P = presión

t = tiempo

g = aceleración de la gravedad actuando en el ángulo α

...

La ecuación 5.1, es una ecuación dinámica en la que cada término tiene dimensiones de fuerza. (37)

- I fuerza requerida para acelerar una unidad de masa de fluido, cuando el flujo no es estacionario.
- II transporte de momentum para el fluido, cuando fluye a través de una unidad de area.
- III fuerza gravitacional
- IV gradiente de presión estática.
- V resistencia viscosa al cambio de volumen de fluido.
- VI Resistencia viscosa al corte.

La ecuación generalizada se puede escribir.

$$\begin{matrix} [C \frac{v}{t}] & + & [C \frac{v^2}{t}] & = & [Cg] & - & [\frac{\Delta p}{t}] & + & [\mu v / \lambda^2] \\ \text{I} & & \text{II} & & \text{III} & & \text{IV} & & \text{V} \quad \text{VI} \end{matrix}$$

I y II son dimensionalmente equivalentes por lo tanto habrá tres grupos adimensionales:

$\frac{\text{II}}{\text{I}} = \frac{C v \lambda}{\mu}$ que es el número de Reynolds y que nos da la relación de fuerzas inerciales y fuerzas viscosas.

$\frac{U}{B} = \frac{v^2}{Lg}$ que es el número de Froude y que nos da la relación de fuerzas inerciales y fuerzas gravitacionales.

$\frac{U}{B} = \frac{\Delta P}{\rho v^2}$ nos da el coeficiente de presión, esto es, la relación de presión y fuerzas inerciales.

La ecuación dimensional la podemos escribir:

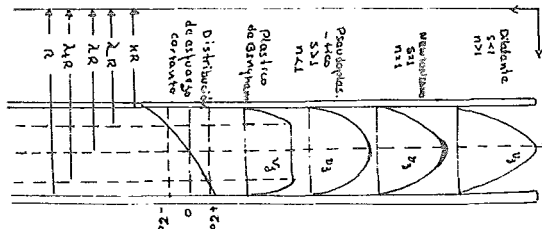
$$\Phi = \text{constante} = \left(\frac{\rho v L}{\mu}, \frac{v^2}{Lg}, \frac{\Delta P}{\rho v^2} \right) \quad 5.2$$

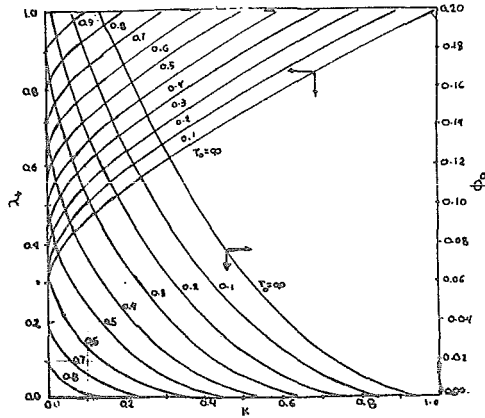
$$\frac{\Delta P}{\rho v^2} = \Phi' \left(\frac{\rho v L}{\mu}, \frac{v^2}{Lg} \right) \quad 5.3$$

Este análisis nos servirá en el capítulo VII para determinar la validez del equipo propuesto.

Obtención de la Ecuación de Flujo en un Anulo.

Los modelos que mejor ajustaron las curvas de viscosidad obtenidas experimentalmente, de acuerdo a lo asentado en el capítulo IV, fueron los de Bingham y la ley potencial.





para fluido
de Bingham
en anillo

Fig 5-1

Y cuyas ecuaciones en función del esfuerzo cortante son:

plastico de Bingham:
$$\tau = - \left\{ \mu_0 + \frac{\tau_0}{|\sqrt{\frac{1}{2}} \Delta : \Delta|} \right\} \Delta$$

ley potencial
$$\tau = - \left\{ m \left| \sqrt{\frac{1}{2}} \Delta : \Delta \right|^{n-1} \right\} \Delta$$

que emplearemos para la deducción de la ecuación de flujo.

Para la cual partimos de las ecuaciones de continuidad y movimiento.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - (\nabla \cdot \rho v) \quad ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho v) = 0 \quad 5.4$$

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right] = - \nabla P - (\nabla \cdot \tau) + \rho g \quad 5.5$$

...

al asumir flujo isotérmico indicamos dos cosas:

- a) no hay vector de temperatura
- b) el término de disipación viscosa ($\zeta : \nabla \mathbf{v}$) es despreciable para fluido incompresible $\rho = \text{constante}$

Si combinamos las ecuaciones 5.4 y 5.5, en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \zeta_{r3}) = \frac{p_0 - p_1}{L} + \rho g_3$$

5.6

p_0 = presión estática a $L = 3$

g_3 = componente de la fuerza gravitacional en la dirección

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \zeta_{r3}) = \frac{p_0 - p_1}{L} + \rho g_3$$

ρ = suma de fuerzas por unidad de Volumen.

La ecuación 5.6, es una ecuación diferencial de primer orden, válida en la región anular para cualquier tipo de fluido y puede integrarse en la siguiente forma:

$$\zeta_{r3} = \frac{\rho}{2} \left(r - \left(\frac{\lambda R}{r} \right)^2 \right)$$

donde λ = constante de integración y $\lambda R = r$ representa la posición para la cual $\zeta_{r3} = 0$. Esta ecuación, es tomada como punto de inicio para la derivación de los mode-

...

los para la ley potencial y plástico de Bingham.

$$\tau_{rz} = \pm \tau_0 - \mu_0 \frac{dv_z}{dr}$$

El signo + se utiliza cuando el momentum se transporta en la dirección +r tomando como referencia r para la cual v = máxima y el signo negativo para cuando el momentum se transporta en la dirección -r

Hacemos lo siguiente:

τ_0 = valor de ruptura

μ_0 = viscosidad newtoniana

Y se introducen las siguientes variables.

T = esfuerzo cortante adimensional

T_0 = esfuerzo cortante límite adimensional

$\Phi = 2 (\mu_0 / \rho r^2) v_z$ = velocidad adimensional

ψ = distancia radial adimensional (r/R)

Las ecuaciones que describen el sistema serán:

$$T = \psi - \frac{\lambda^2}{R} \tag{5.7.}$$

$$T = \pm T_0 - \frac{d\Phi}{d\psi} \tag{5.8.}$$

λ_+ y λ_- representan los límites de la zona de flujo tapon

...

(plug flow) y son aquellos valores para los cuales:

$$|T| = \tau_0$$

$$\pm \tau_0 = \lambda_{\pm}^2 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{\pm}} \quad 5.9$$

Es conveniente expresar los resultados en términos de λ_+ y λ_- ; para ser consistentes con Mori y Atotake se toma λ_+

$$\lambda^2 = \lambda_+ (\lambda_+ - \tau_0)$$

$$\lambda_- = (\lambda - \tau_0) \quad 5.10$$

como λ es la media geométrica de λ_+ y λ_- . Combinamos las ecuaciones 5.7 y 5.8 e integramos sobre φ y obtenemos una distribución de velocidades

$$\bar{\Phi}_- = -\tau_0 (\varphi - k) - \frac{1}{2} (\varphi^2 - k^2) + \lambda^2 \ln \frac{\varphi}{\lambda} \quad \kappa \leq \varphi \leq \lambda \quad 5.11$$

$$\bar{\Phi}_-(\lambda_-) = \bar{\Phi}_+(\lambda_+) ; \quad \lambda_- \leq \varphi \leq \lambda_+ \quad 5.12$$

$$\bar{\Phi}_+ = -\tau_0 (1 - \varphi) + \frac{1}{2} (1 - \varphi^2) + \lambda^2 \ln \varphi \quad 5.13$$

Donde se han usado las condiciones a la frontera $\bar{\Phi} = 0, \rho = k, \varphi = 1$

$$2\lambda_+ (\lambda_+ - \tau_0) \ln \frac{\lambda_+ - \tau_0}{\lambda_+ k} - 1 + (\tau_0 + k) + 2\tau_0 (1 - \lambda_+) = 0 \quad 5.14$$

de la ecuación 5.14 λ_+ se obtiene, como función

...

de T_0 y k y se encuentra graficada en la figura 5.1.

El flujo volumétrico para un plástico de Bingham es obtenido integrando la distribución de velocidad de las ecuaciones 5.11, 5.12 y 5.13, sobre la región anular y simplificando con ayuda de la ecuación 5.14

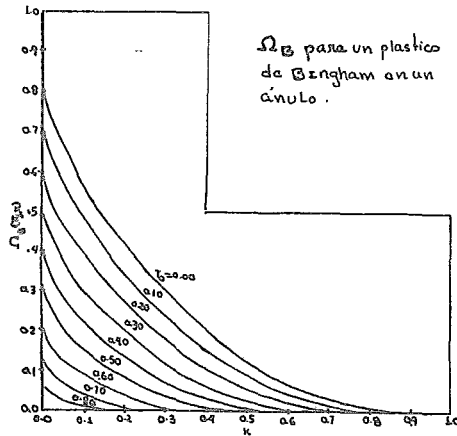


Fig 5-2

nos quedará que:

$$Q = 2\pi R^2 \int_k^1 v_3 \varphi d\varphi$$

$$Q = \frac{\pi R^4 P}{8 \mu_0} \left[(1-k^4) - 2\lambda_0 (\lambda_0 + T_0) (1-k^2) - \frac{\lambda_0^2}{3} (1-k^2)^2 T_0 + \frac{1}{3} (2\lambda_0 + T_0)^2 T_0 \right]$$

...

Esta expresión es válida para $T \leq (1-k)$ y no hay flujo si

$$T_0 \geq (1-k)$$

El flujo volumétrico adimensional Ω_0 está graficado como función de k y T_0 (25) en la fig 5.2.

$$\Omega = Q / (\pi R^3 P / \mu_0)$$

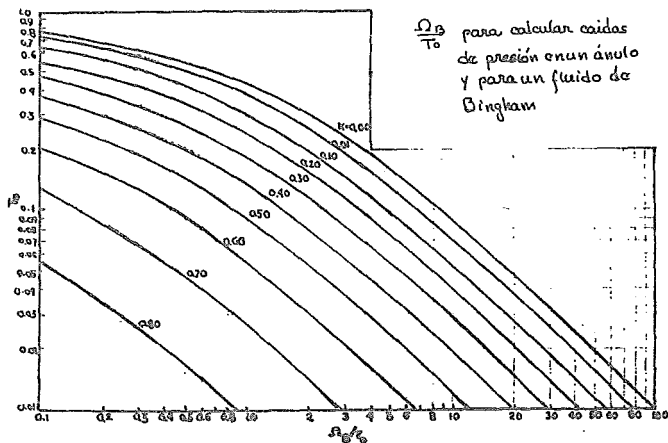


fig 5-3

Esta gráfica nos permite calcular facilmente el flujo volumétrico para una caída de presión dada cuando R , h , μ_0 y T_0 son conocidos. Ω_0 / T_0 y la figura 5.3, son muy utiles calcular la caída de presión cuando la zona de flujo tapón es pequeña comparada con las dimensiones del ánulo. Se puede utilizar la expresión de λ para fluidos Newtonianos.

...

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \nu \approx 2\lambda$$

y entonces quedará:

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu_0} \left[(1-k^4) - \frac{(1-k^2)^2}{\ln(Vk)} - \frac{\nu}{3} (1+k^2) T_0 + \frac{2}{3} \left(\frac{1-k^2}{\ln(Vk)} \right)^{3/2} T_0 \right]$$

Hay 5 casos limitantes a la ecuación 5.15.

1. Flujo Newtoniano en tubos circulares.

$$T_0 = 0, k = 0, \mu_0 = \mu$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu} \tag{5.16}$$

2. Flujo de Bingham en tubos circulares

$$k = 0, \lambda = 0, \lambda_1 = \tau_0$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu_0} \left[1 - \frac{\nu}{3} T_0 + \frac{1}{8} T_0^4 \right] \tag{5.17}$$

3. Flujo Newtoniano en un Anulo.

$$T_0 = 0, \mu_0 = \mu, \lambda_1^2 = \lambda_2^2 = \left(\frac{1-k^2}{2 \ln(Vk)} \right)$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu} \left[(1-k)^4 - \frac{(1-k^2)^2}{\ln(Vk)} \right] \tag{5.18}$$

4. Flujo Newtoniano en un Anulo muy reducido.

$$T_0 = 0, \mu_0 = \mu, k \approx 1$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu} (1-k)^3 \tag{5.19}$$

...

5. Flujo de Bingham en un Anulo muy reducido.

$$\kappa \ll 1$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu_0} (1-\kappa)^3 \left[1 - \frac{2\lambda}{\lambda-\kappa} \left(\frac{\tau_0}{1-\kappa} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\tau_0}{1-\kappa} \right)^2 \right] \quad 5.20$$

Solución al Modelo Potencial.

Para este modelo, el esfuerzo constante local depende de la rapidez de corte local.

$$\tau_{\lambda\theta} = -m \left| \frac{dv_\theta}{dr} \right|^{n-1} \frac{dv_\theta}{dr} \quad 5.21$$

m y n son las constantes reológicas obtenidas a partir de los datos experimentales de viscosidad.

Las ecuaciones 21 y 4 pueden integrarse para dar la distribución de velocidad.

$$v_\theta = R \left(\rho R / 2m \right)^{\frac{1}{n}} \int_{\kappa}^{\varphi} \left(\frac{\lambda^2}{\varphi} - \varphi \right)^{\frac{1}{n}} d\varphi ; \quad \kappa \leq \varphi \leq \lambda \quad 5.22$$

$$v_\theta = R \left(\rho R / 2m \right)^{\frac{1}{n}} \int_{\varphi}^{\lambda} \left(\varphi - \frac{\lambda^2}{\varphi} \right)^{\frac{1}{n}} d\varphi ; \quad \lambda \leq \varphi \leq 1 \quad 5.23$$

en donde $s = \frac{1}{n}$ y en la integración las condiciones a la

...

frontera serán: $v_3 = 0$ para $\varphi = k$, $\varphi = 1$.

Evidentemente, las ecuaciones 5.22 y 5.23 deben dar los mismos valores de velocidad para $\varphi = \lambda$

$$\int_k^\lambda \left(\frac{\lambda^2}{\varphi} - \varphi \right)^s d\varphi = \int_\lambda^1 \left(\varphi - \frac{\lambda^2}{\varphi} \right)^s d\varphi \tag{5.24}$$

Esta ecuación, es la que determina el valor de λ y es función de k y S

Finalmente, el flujo volumétrico es obtenido substituyendo las ecuaciones 22 y 23 en la primera línea de la ecuación 5.15. El orden de integración debe ser cambiado y una integral ejecutada para dar:

$$Q = \pi R^2 \left(\frac{pR}{2m} \right)^s \int_k^1 |\lambda^2 - \varphi^2|^{s+1} \varphi^s d\varphi \tag{5.25}$$

que puede ser fácilmente integrada una vez que λ ha sido determinada por la ecuación 5.24.

Las integrales que aparecen en los resultados generales de las ecuaciones 5.24 y 5.25, pueden efectuarse cuando S es un entero positivo, desarrollando los integrandos en una expansión binomial e intercambiando el orden de suma y de integración: La ecuación 24 que determina a λ quedará:

...

$$\sum_{i=0}^s \Lambda_{s,i} \lambda^{2i} + \Lambda_s \lambda^{s+1} = 0 \quad s = 1, 2, \dots \quad 5.26$$

En donde

$$\Lambda_{s,i} = \frac{\binom{s}{i} (-1)^{i+1}}{s - 2i + 1} \left[1 + (-1)^s k^{(s-2i+1)} \right] \quad 5.27$$

$$\Lambda_s = \binom{s}{\frac{s-1}{2}} (-1)^{\frac{s-1}{2}} \ln \left(\frac{1}{k} \right) \quad s = \text{impar.} \quad 5.28$$

$$\Lambda_s = 2 \sum_{i=0}^{\frac{s}{2}} \frac{\binom{s}{i} (-1)^i}{s - 2i + 1} \quad s = \text{par.} \quad 5.29$$

Los valores límites de λ son: $\lambda = (1+k)/2 \quad s=0$
 $\lambda = \sqrt{k} \quad s=0$

$$Q = \pi R^2 (PR/2m)^s \left[\sum_{i=0}^{s+1} E_{s,i} \lambda^{2i} + E_s \lambda^{s+1} \right] \\ \equiv \pi R^2 (PR/sm)^s \Omega_p(s, k) \quad 5.30$$

En donde

$$E_{s,i} = \binom{s+1}{i} \frac{(-1)^i}{s - 2i + 3} \left[1 - (-1)^{s+1} k^{s-2i+3} \right] \quad 5.31$$

$$E_s = \binom{s+1}{\frac{s-1}{2}} (-1)^{\frac{s-1}{2}} \ln \left(\frac{1}{k} \right) \quad \text{para } s = \text{impar.} \quad 5.32$$

...

$$E_s = 2 \sum_{l=0}^{s+1} \frac{(s+1)!}{2^l (s-l)!} \quad \text{para } s = \text{par.}$$

5.33

podemos definir $\rho(s, k)$ como $\rho(s, k) = (s+2) \frac{\Omega_p}{(1+k)^{s+2}}$ y cuya gráfica, así como λ para pseudoplásticos se encuentra en las figuras 5.4 y 5.5. respectivamente.

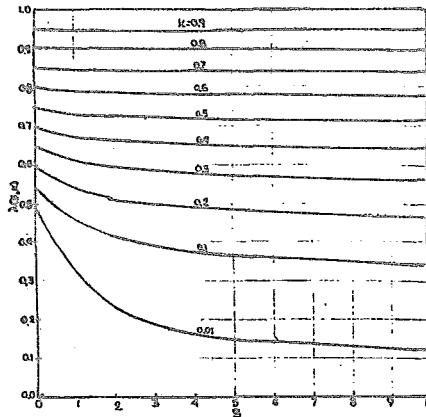


fig 5-4a
para un fluido de Ostwald en un ánulo.

Nota: Para mayor información sobre la deducción de estas ecuaciones consultar el artículo de Bird y Frederickson, Vol. 50, N°3, Marzo 1968, INDUSTRIAL AND ENGINEERING CHEMISTRY.

La ecuación 6.30 tiene varias condiciones limitantes:

1. FLUJO NEWTONIANO EN TUBERIA CIRCULAR. (Ver ecuación 5.16).

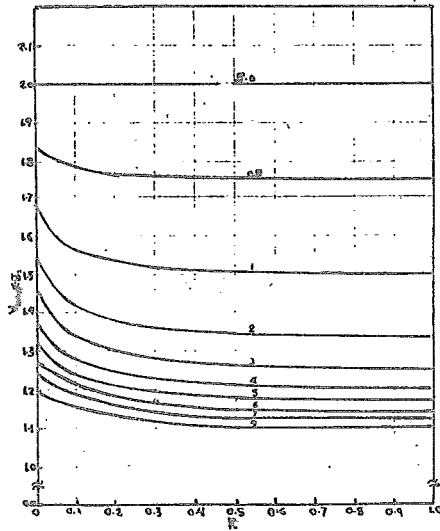


fig 5-4b
 Relación $\frac{v_{max}}{v}$ para un fluido de Ostwald en un anulo

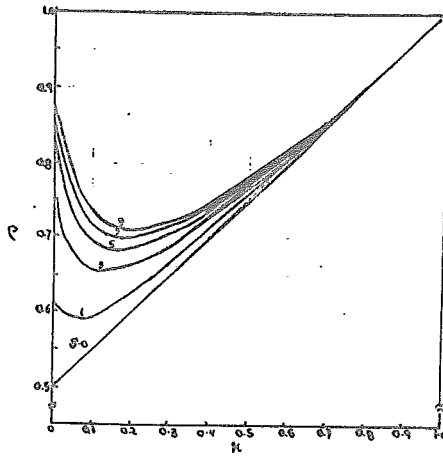


fig 5-5
 $\rho(k; k)$ para un fluido de Ostwald en un anulo.

2. MODELO POTENCIAL EN UN DUCTO CIRCULAR

$$s=1, k=0$$

$$Q = \frac{\pi R^3}{32} \left(\frac{PR}{2\mu} \right)$$

5.34

3. FLUJO NEWTONIANO EN UN ANULO MUY REDUCIDO

$$s=1, m=\mu, k=1$$

Ver ecuación 6.19

4. FLUJO POTENCIAL EN UN ANULO MUY REDUCIDO.

$$s=1, m=\mu, k=1$$

$$Q = \frac{\pi R^3}{32} \left(\frac{PR}{2\mu} \right) (1-k)^{3/2}$$

5.35

La ecuación 25 es integrable para cuando s tiene un valor tal que pueda ser expandida en una serie. Pero cuando esto no sucede, puede ser integrada numéricamente.

Como se mencionó previamente en el capítulo II, KOZICKI y Coautores desarrollaron un método para ductos de forma diversas y cuyas ecuaciones, que son aplicables al anulo transcribiremos a continuación.

La expresión general para la velocidad promedio, está basada en una extensión de la ecuación de RABINOWITSCH-MOONEY

(41) para flujo a través de ductos circulares y placas pa

...

ralelas. Se considera para este caso flujo laminar, estacionario, isotérmico de un fluido inelástico independiente del tiempo como es el caso de los modelos propuestos para esta emulsión.

La ecuación de Rabinowitsch puede expresarse en la siguiente forma.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right) = f(\tau_w) = a \tau_w \frac{d\left[\frac{2u - u_w}{R_H}\right]}{d\tau_w} + \left[\frac{2(u - u_w)}{R_H}\right]^b \quad 5.36$$

donde $f(\tau_w) = \tau_w / \eta$ función del esfuerzo cortante.

$a, b,$ parámetros geométricos

R_H radio hidráulico

τ_w esfuerzo cortante en la pared.

u_w velocidad en la pared

u velocidad promedio Q/A

Es evidente a la ecuación 5.36 que, $f(\tau_w)$ es una función del esfuerzo cortante en la pared y depende del modelo de fluido. Para este caso serán:

$$f(\tau_w) = (\tau_w / \kappa)^{1/n} \quad \text{para el modelo potencial}$$

$$f(\tau_w) = (\tau_w - \tau_y) / \tau_0 \quad \text{para un plástico de Bingham}$$

...

Se supone que la generalización de la ecuación 5.36, aplicable a cualquier forma arbitraria de area seccional, puede escribirse en la siguiente forma:

$$\frac{1}{c} \oint_C (\tau_w) ds = a \tau_0 \frac{d}{d\tau_0} \left[\frac{2(u - u_0)}{\pi H} \right] + b \left[\frac{2(u - u_0)}{\pi H} \right] \quad 5.37$$

donde

$$u_0 = \frac{1}{c} \oint_C u_w ds \quad 5.38$$

$$\tau_0 = \frac{1}{c} \oint_C \tau_w ds = \pi H \left(-\frac{dP'}{dx} \right) \quad 5.39$$

u_0 es la integral de la velocidad en la pared (ec. 5.38).

$P' = (P + \sigma h)$ función potencial.

a y b son factores geométricos que caracterizan la forma del area seccional, y C es el contorno del perímetro mojado de la sección de area. La velocidad efectiva de deslizamiento en la pared (u_w), se supone es una función del esfuerzo cortante en la pared (τ_w), (41) que en general varia con la posición a lo largo del contorno de la pared. La ecuación 5.37, se justifica subsecuentemente, por la comparación de resultados predichos por ella y los datos experimentales. La igualdad del miembro derecho de la ecuación

...

ción 39 se obtiene directamente de la ecuación de movimiento en términos del esfuerzo cortante, expresando la conservación de momentum (5.36).

Se conoce que la cantidad:

$$\frac{1}{c} \oint_C \tau(\bar{z}_w) ds$$

es igual a $f(\bar{z}_0)$ en el flujo para cualquier fluido independiente del tiempo.

$$f(\bar{z}_0) = \frac{1}{c} \oint_C \tau(\bar{z}_w) ds$$

5.40

Por lo tanto, procede efectuar la substitución en 5.37 para simplificar el problema se hace innecesario el conocimiento de la distribución de esfuerzo a lo largo del contorno del perímetro mojado. La ecuación de Rabinowitsch-Mooney quedará:

$$f(\bar{z}_0) = a \bar{z}_0 \frac{d}{d\bar{z}_0} \left[\frac{2(\mu - \mu_0)}{\lambda_H} \right] + b \left[\frac{2(\mu - \mu_0)}{\lambda_H} \right]$$

5.41

que integrada quedará:

$$\frac{2(\mu - \mu_0)}{\lambda_H} = \frac{1}{a} \bar{z}_0^{-\frac{b}{a}} \int_{\bar{z}_y}^{\bar{z}_0} \tau(\bar{z}) d\bar{z}$$

5.42

Este resultado puede ser expresado en las siguientes formas

$$\frac{2(\mu - \mu_0)}{\lambda_H} = \frac{1}{a} \bar{z}_0^{-\frac{b}{a}} \int_{\bar{z}_y}^{\bar{z}_0} \frac{\tau}{\bar{z}^{\frac{b}{a}}} d\bar{z}$$

5.43

...

$$\frac{2(u-u_0)}{\lambda_H} = \frac{1}{a} \bar{r}_0^{-\frac{b}{a}} \int_{\bar{r}_y}^{\bar{r}_0} \bar{r}_0^{\frac{b}{a}-1} \frac{2(u-u_0)}{D} \frac{2n'+1}{4\eta'} d\bar{r}_0 \quad 5.44$$

n' = índice adimensional para ductos circulares definidos por la ecuación. 6.39.

La ecuación 5.44 y 5.43, utilizan la viscosidad no-newtoniana y los datos obtenibles de viscosímetro.

En atención a que los valores numéricos de los parámetros geométricos puedan ser evaluados a partir del flujo newtoniano, es necesario, encontrar otra relación que pueda ser resuelta simultáneamente con cualquiera de las ecuaciones 5.42, 43, 44, para obtener los valores de a y b; por lo tanto podemos generalizar la ecuación de la siguiente forma:

$$\frac{2(u_{max} - u_0)}{\lambda_H} = \frac{1}{a \bar{r}_0} \int_{\bar{r}_y}^{\bar{r}_0} f(\bar{r}) d\bar{r} \quad 5.45$$

Esta expresión es rigurosamente válida para flujo de cualquier fluido que sea independiente del tiempo.

El valor de los parámetros a y b, está dado en función de k , que es la relación de radios r_i/r_0 .

$$a + b = \frac{(1-k)^2}{1+k^2 - \frac{1-k^2}{\ln\left(\frac{1}{k}\right)}} \quad 5.46$$

...

$$a = \frac{(1-k)^2}{4 \left\{ 1 - \frac{1-k^2}{2 \ln(\frac{1}{k})} \left[1 - \ln \frac{1-k^2}{2 \ln(\frac{1}{k})} \right] \right\}} \quad 5.47$$

y las ecuaciones obtenidas para los modelos de Bingham y potencial, se obtienen substituyendo en las ecuaciones 5.42 y 5.43 los valores de $\dot{\gamma}(\dot{\gamma})$, y para la velocidad máxima haciendo lo mismo con la ecuación 6.45

Para el modelo potencial

$$\bar{v} = \frac{\mu H}{2} \left(\frac{n}{a+b n} \right) \left(\frac{\bar{\zeta}_0}{m} \right)^{1/n} \quad 5.48$$

$$v_{max} = \frac{\mu H}{2} \left(\frac{n}{a(1+n)} \right) \left(\frac{\bar{\zeta}_0}{m} \right)^{1/n} \quad 5.49$$

Para el modelo de Bingham:

$$\bar{v} = \frac{\mu H \bar{\zeta}_0}{2 a \eta} \left[\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b} \left(\frac{\bar{\zeta}_y}{\bar{\zeta}_0} \right) + \frac{a}{b(a+b)} \left(\frac{\bar{\zeta}_y}{\bar{\zeta}_0} \right)^{\frac{a}{b}+1} \right] \quad 5.50$$

$$v_{max} = \frac{\mu H \bar{\zeta}_0}{4 a \eta} \left[1 - 2 \left(\frac{\bar{\zeta}_y}{\bar{\zeta}_0} \right) + \left(\frac{\bar{\zeta}_y}{\bar{\zeta}_0} \right)^2 \right] \quad 5.51$$

El valor de los parámetros a y b lo podemos obtener de las figuras 2.12, 13 y 14 del capítulo II y en las Figs. 5.6 y 5.7. aparecen las curvas comparativas de los valores calculados por Kozicki y los calculados por Bird y Frederickson (5.15, 5.25)

...

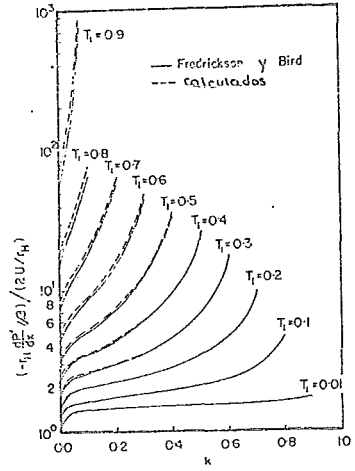
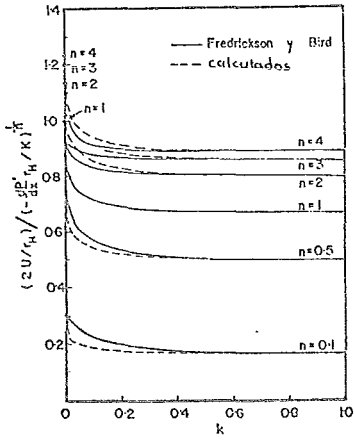


Fig 5-6

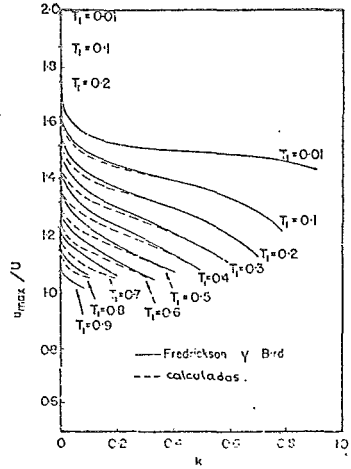
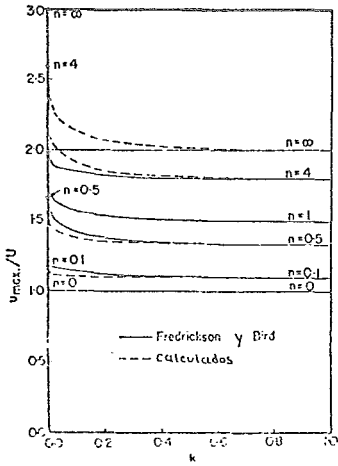


Fig 5-7

CAPITULO VI .

Este capítulo tiene por objeto las diversas correlaciones de Reynolds y factor de fricción para los fluidos no Newtonianos, relaciones que podrán ser probadas con el equipo que se propone en el siguiente capítulo.

Se propondrán las relaciones tanto para suspensiones como para soluciones de polímeros en la inteligencia de que los lodos de perforación no presentan viscoelasticidad y que su "memoria" puede medirse únicamente en función del grado de tixotropia que presenten. Como nuestro fluido experimental no presenta características tixotropicas muy marcadas (ver capítulo III), nos concretaremos, en los lugares donde corresponda a hacer mención de ellas.

Presentaremos primero una descripción general de lo que es la teoría de régimen turbulento para fluidos no-Newtonianos, posteriormente la descripción de diferentes métodos empleados para las mismas.

Flujo Turbulento Isotérmico.

El flujo isotérmico, está caracterizado por la presencia de grupos moleculares que se mueven en forma indeterminada y que provocan que, los valores instantaneos de velocidad y presión en cualquier punto del sistema tengan variaciones muy

grandes. Debido a esta variación no es posible, hasta ahora, utilizar las ecuaciones de continuidad y movimiento, aún cuando sean aplicables; recurriéndose generalmente a valores promedio.

El movimiento de un fluido en un ducto pulido, no es totalmente al azar, la corriente puede dividirse en tres zonas arbitrarias que conceptualmente son muy útiles. En la pared del ducto, hay una capa viscosa en la que los efectos de turbulencia son despreciables y los efectos viscosos son predominantes. En seguida, está una zona de transición en la cual, los efectos viscosos y los turbulentos son de la misma importancia. Estas dos zonas, son muy reducidas en comparación con el resto del perfil, en el cual predominan los efectos inerciales. Las fluctuaciones al azar determinan el perfil de velocidades.

Distribución de Velocidad.

Un perfil universal de velocidades para flujo Newtoniano en ductos pulidos fué derivado por Prandtl, que expresó sus resultados en términos de las siguientes variables adimensionales.

...

$$u^* = \bar{u} \sqrt{c_f/2} = \sqrt{\tau_w/\rho}$$

$$u^+ = \frac{u}{u^*}$$

$$y^+ = \frac{y u^* \rho}{\eta} = \frac{y \rho \sqrt{\tau_w/\rho}}{\eta}$$

\bar{u}	velocidad promedio
u^+	velocidad adimensional
u^*	velocidad
η	viscosidad
τ_w	esfuerzo cortante en la pared
ρ	densidad
y	distancia de la pared del tubo
c_f	factor de fricción para flujo viscoso
y^+	distancia adimensional de la pared
u	velocidad.

Prandtl, consideró que el esfuerzo cortante en la pared es constante y la película es lo suficientemente delgada para ser independiente del diámetro de la tubería.

$$u^+ = y^+ \quad y^+ \leq 5 \quad 6.1$$

...

En la zona de transición, se presenta el comportamiento descrito por la siguiente ecuación empírica:

$$u^+ = 5.00 \ln y^+ - 3.05 \quad 5 \leq y^+ \leq 30 \quad 6.2$$

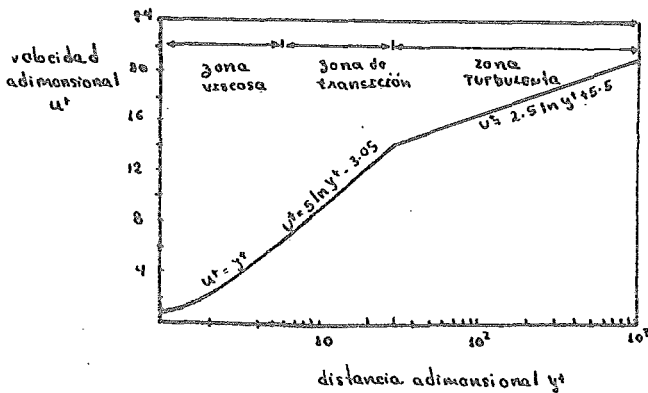
En la región turbulenta, el perfil está dado por la ley llamada "ley logarítmica de velocidad"

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \quad y^+ > 30 \quad 6.3$$

Una forma alterna de la ecuación 6.3 en términos de la diferencia de velocidades es:

$$\frac{u_c - u}{u_c} = -2.5 \ln (y/r) \quad 6.4$$

donde u_c es la velocidad en el centro del tubo y r es el radio. El perfil de velocidades basado en esta ecuación está graficada en la figura 6.1



La figura 6.1 muestra algunas limitaciones de estas ecuaciones. Primero no hay discontinuidad entre las zonas turbulenta y de transición. Segundo, la ecuación 6.3, predice un gradiente finito de velocidad en el centro, cuando el gradiente en este punto debe ser cero. A pesar de los inconvenientes arriba mencionados las formas integradas de esta ecuación ajustan los datos experimentales para fluidos Newtonianos razonablemente bien.

Dodge y Metzner (19), desarrollaron una serie de ecuaciones para el perfil de velocidades por medio de un análisis del flujo turbulento para fluidos independientes del tiempo, inelásticos y no-Newtonianos. Su trabajo se basa, en el uso del modelo potencial pero también es válido para otros modelos si los valores de n (índice de flujo) y m (consistencia) son utilizadas.

Para la zona viscosa, Dodge y Metzner asumen que el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidades son constantes

$$u^* = (y^*)^{1/n}$$

6.5

donde

$$y^* = \frac{y}{m} (u^*)^{2-n} \rho = \frac{y}{m} \left(\frac{\tau}{\rho} \right)^{1-(n/2)} \rho$$

...

para la región turbulenta:

$$u^+ = \frac{5.66}{n^{0.75}} \log y^+ - \frac{0.566}{n^{1.2}} + \frac{3.475}{n^{0.75}} \left[1.960 + 0.015n - 1.628n \log \left(3 + \frac{1}{n} \right) \right] \quad 6.6$$

la ecuación 6 se aproxima a la ecuación 6.3 para el caso Newtoniano ($n=1$):

$$u^+ = 2.466 \ln y^+ + 5.7 \quad 6.7$$

La ecuación 6.6 puede expresarse también en términos de la diferencia de velocidades.

$$\frac{u_{CL} - u}{u^+} = 3.686 n^{0.25} \log (y/R) \quad 6.8$$

y la ecuación 6.6 puede escribirse en términos de la velocidad promedio

$$\frac{u_{CL} - \bar{u}}{u^+} = 3.686 n^{0.25}$$

Para fluidos que no siguen estrictamente la ley potencial el índice de flujo n' y la consistencia η' deben utilizarse (71). Estos parámetros no, son constantes con el esfuerzo cortante; pero Metzner y Dodge (19). Demuestran que pueden ser usados para dar resultados válidos siempre

y cuando sean evaluados en la pared del tubo

$$\zeta_w = R\Delta P / 2L$$

Ejemplos de perfiles de flujo calculadas de las ecuaciones precedentes, se muestran en la fig. 6.2, y las curvas son para fluidos no-Newtonianos y un fluido Newtoniano se incluye con objeto de comparar.

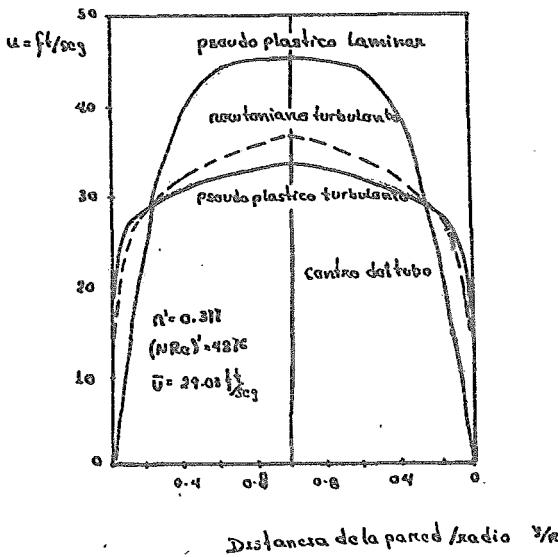


fig 6-2

Resistencia al Flujo.

Dodge y Metzner (19), han ampliado el trabajo de Von Karman en factores de fricción para flujo turbulento con objeto de introducir fluidos no-Newtonianos inelásticos. Ellos derivaron una expresión para el factor de fricción que deno-

minaron c_f en términos de un número de Reynolds, generalizado. $(N_{Re})'$

$$\sqrt{\frac{1}{c_f}} = \frac{4.0}{(n')^{0.15}} \log \left[(N_{Re})' \times (c_f)^{1-\frac{n'}{2}} \right] - \frac{0.40}{(n')^{0.2}}$$

6.10

donde

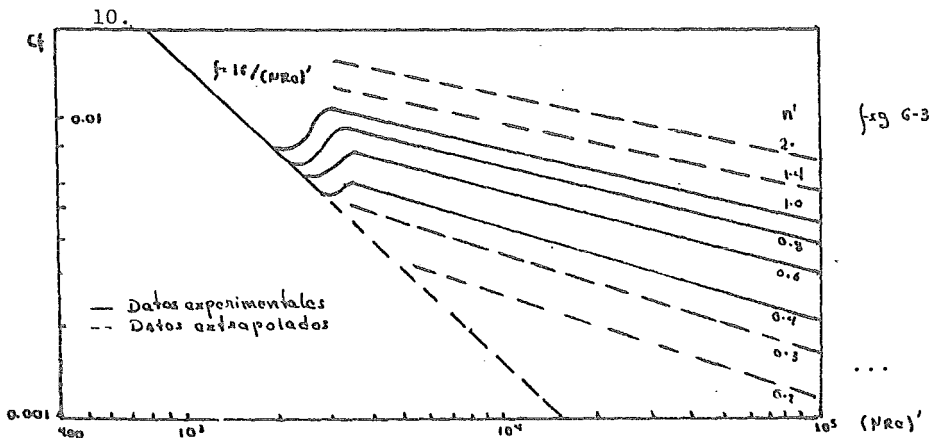
$$(N_{Re})' = D^{n'} (\bar{u})^{2-n'} \frac{\rho}{\mu^{n'+1}} m'$$

La ecuación 10, se reduce a la expresión de Karman con las constantes calculadas por Nikuradse

$$\sqrt{\frac{1}{c_f}} = 4.0 \log \left[N_{Re} (c_f)^{1/2} \right] - 0.40$$

6.11

Como la ecuación 10 no puede resolverse implícitamente para c_f , la correlación se presenta gráficamente en la fig. 6.3 donde las líneas llenas presentan datos calculados experimentalmente y las punteadas datos extrapolados con la ecuación



Las curvas pueden ser extrapoladas a Reynolds más elevadas pero hacerlo para valores de n' es discutible.

En la mayoría de los casos, la caída de presión y por lo tanto τ_w , deben ser determinados. Se debe suponer una caída de presión y entonces los valores adecuados de n' y m' son encontrados de una gráfica de $R\Delta P/2L$ vs $4\bar{u}/R$ para el fluido en cuestión y régimen laminar; con estos parámetros se calcula $(N_{Re})'$ y el valor de c_f encontrado de la fig. 6.3. Si la caída de presión calculada del factor de fricción no coincide debe hacerse otra suposición.

Para los fluidos no-Newtonianos inelásticos la transición de régimen laminar a turbulento, conduce a marcadas variaciones de Reynolds con la disminución del índice de flujo.

Para flujo laminar, la correlación está dada por:

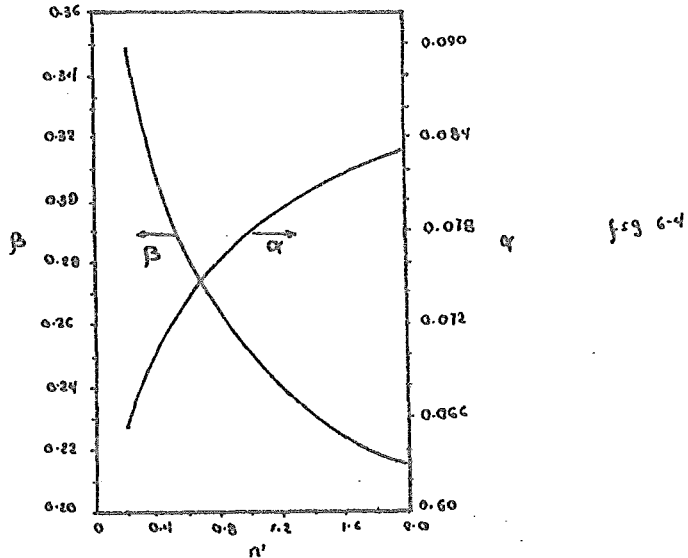
$$c_f = 16 / (N_{Re})'$$

La relación presentada por la ecuación 10, puede ser aproximada para números de Reynolds entre 5×10^3 y 10^5 por una ecuación de tipo de Blasius que es explícita en c_f .

$$c_f = 0.184 / [(N_{Re})']^{0.175} \quad 6.13$$

...

donde α y β están dados como funciones de n' en la figura 6.4.



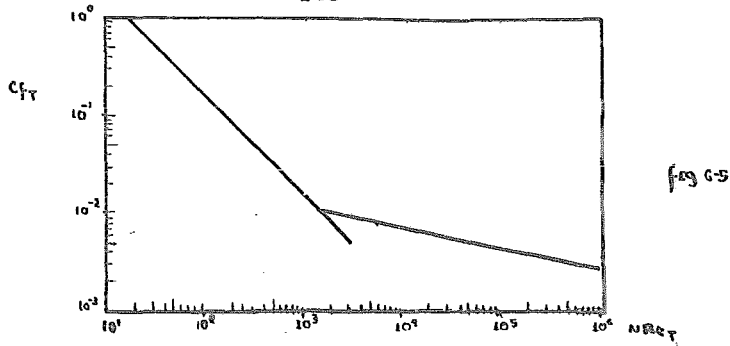
Tomita (71) , desarrolló un conjunto de correlaciones para usarse con plásticos de Bingham y fluidos que obedecen la ley potencial. La ecuación general para el factor de fricción está dada

$$\sqrt{\frac{1}{c_f}} = 4.0 \log \left[N_{Re_T} \times (c_{f_T})^{\frac{1}{2}} \right] - 4.0 \times 10^{-4}$$

6.14

donde c_{f_T} y N_{Re_T} se dan a continuación para cada tipo de fluido y la gráfica de la correlación aparece en la figura 6.5.

...



Para plásticos de Bingham:

$$Cf_T = \frac{D \Delta P g_c}{2(L(1-c)(\bar{u})^2)}$$

$$NR_{eT} = \frac{D \bar{u} (1-c)(c' - 4c + 3)}{\eta_p}$$

$$c = \frac{\bar{\tau}_y}{\bar{\tau}_w} = \frac{R_p}{R}$$

El valor de c puede ser calculado utilizando la ecuación de flujo laminar y valores conocidos de los parámetros de flujo $\bar{\tau}_y$ y η_p :

$$\bar{u} = \frac{R g_c \bar{\tau}_y}{\eta_p} \frac{(c' - 4c + 3)}{3}$$

6.15

Para fluidos que siguen la ley potencial.

$$Cf_T = \frac{2 \Delta P g_c (2n+1)}{3 L \rho (\bar{u})^2 (3n+1)}$$

6.16

$$NR_{eT} = \frac{c [(3n+1)/n]^{1-n}}{2^n [(2n+1)/n]} \frac{D^n \rho (\bar{u})^{2n}}{m}$$

...

Aún cuando los datos experimentales que proporciona esta última correlación son mucho más limitadas que las proporcionadas por Metzner y Dodge, son válidos para un rango amplio de parámetros de flujo.

Correlación de White.

De acuerdo con White (69), el esfuerzo cortante en la pared se puede expresar en términos de el esfuerzo crítico (τ_c) el diámetro (D) la velocidad media y las propiedades del fluido μ y ρ .

$$\tau_w = \varphi(\tau_c, D, u, \mu, \rho)$$

como τ_w está representada en términos de 5 variables independientes y cada una de ellas está expresada en términos de tres dimensiones fundamentales; aplicando el teorema de Buckingham tendremos que las cinco variables pueden ser combinadas para dar cinco grupos adimensionales. La forma de estos grupos independientes puede forzarse por la selección de los parámetros independientes. Las dos formas en que estos parámetros pueden combinarse, da dos grupos adimensionales: $\rho u^2 / \tau_c$ y el número de Reynolds $\frac{\rho u D}{\mu}$.

Normalizando τ_w por la definición del factor de fanning como: $f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u^2}$ se puede escribir una correlación generalizada:

$$\frac{\overline{\tau_w}}{\frac{1}{2}\rho u^2} = f \left[\frac{\rho u^2}{\tau_c}, \frac{\rho u D}{\mu} \right]$$

6.17

El miembro derecho de la ecuación 6.17, puede escribirse en diferentes formas. Para la cual definimos dos esfuerzos cortantes mas: τ_c esfuerzo cortante en la pared para flujo turbulento y τ_L esfuerzo cortante en la pared para flujo laminar.

Suponiendo la expresión de Blasius para el factor de fricción para flujo turbulento.

$$\tau_L = \frac{8\rho u^2}{Re}$$

$$\tau_c = 0.039 \rho u^2 Re^{-1/4}$$

6.18

τ_c/τ_L es función únicamente del número de Reynolds, de tal forma que, el miembro izquierdo de la ecuación 6.17 puede representarse en cualquiera de las formas:

$$\frac{\tau_p}{\tau_c}, (\tau_p - \tau_L)/(\tau_c - \tau_L), \frac{\tau_p}{\tau_L}, (\tau_p - \tau_L)/(\tau_p - \tau_L)$$

Los dos grupos adimensionales de la ecuación pueden combinarse en formas diferentes; i.e.: $Re^2/\rho \tau_c D^2$ es una forma alternativa de $\rho u^2/\tau_c$ (74) y ha quedado esta-

...

blecido que, $(\tau_s - \tau_p) / (\tau_s - \tau_i)$ son correlacionados por los números de Reynolds y Deborah (De)

$$De = \frac{ut}{D} Re^{0.75} \quad 6.19$$

t es el tiempo de relajación para las moléculas de polímeros y nosotros creemos que estos criterios pueden ser aplicados a los lodos de perforación, midiendo el tiempo y la capacidad de recuperación de las estructuras en un lodo, así como midiendo su peso molecular promedio y tamaño de partícula

$$t \sim \mu / \tau_c$$

por lo tanto

$$De = \frac{\mu u}{D \tau_c} Re^{0.75} = \frac{\rho u^2}{\tau_c} Re^{0.25} \quad 6.20$$

Que es producto de $\rho u^2 / \tau_c$ y el Reynolds. Como consecuencia las correlaciones de Metzner, tienen la forma de la ecuación 6.17.

Hay una relación directa entre De y τ_s / τ_c y tomando la ecuación 18:

$$\tau_s = 0.039 \rho u^2 Re^{-0.25} \quad 6.21$$

...

$$\frac{\tau_i}{\tau_c} = 0.039 \frac{\rho u^2}{\tau_c} \cdot Re^{-0.26} \cdot 0.039 De$$

6.22

Esto último hace las tres correlaciones idénticas. White (69) propone un método simple para correlacionar la ecuación 6.17

$$\frac{\tau_e}{\tau_s} = A \left[\frac{\rho u^2}{\tau_c} \right]^\beta \left[\frac{\rho u D}{\mu} \right]^c$$

6.23

donde A , B y C son valores constantes específicos para cada fluido y dependen de sus propiedades moleculares y físicas. Naturalmente A, B y C se deben obtener experimentalmente.

Correlación de Harris y Wilkinson:

Harris y Wilkinson (34) parten de la correlación empírica propuesta por Bowen (34) que tiene la siguiente forma:

$$D^x \tau_\omega = A \mu^\omega$$

6.24

donde D es el diámetro, τ_ω el esfuerzo cortante en la pared y ω, x, A son constantes experimentales características del fluido, y pueden ser determinadas de datos de

...

caída de presión en ductos.

Para obtener el perfil de velocidad utilizaron la analogía de Taylor-Prandtl. El espesor de la región laminar es llamada u_1 y la velocidad en la zona de transición es u_1 y si aplicamos el modelo potencial a la región laminar tendremos:

$$\bar{v}_w = k \left(\frac{u_1}{\delta_1} \right)^n = m \left(\frac{u_1}{\delta_1} \right)^n \quad 6.25$$

Una primera aproximación para el perfil de velocidad tiene la siguiente forma (37)

$$\frac{u}{u_1} = \left(\frac{y}{R} \right)^m \quad 6.26$$

en esta ecuación el índice está dado por: $m = \frac{\alpha}{\omega}$ ($R = \text{radio}$)

Para zonas en las que $\delta_1 \ll D$ la contribución al flujo volumetrico Q puede ser despreciado, y la velocidad media \bar{u} puede ser relacionada con la velocidad máxima u_1 por:

$$\bar{u} = \frac{u_1}{m+1} \quad 6.27$$

para este caso la ecuación de Bowen puede escribirse como:

...

$$\bar{\tau}_w = A u^w D^{-2}$$

6

$$\bar{\tau}_w = A' u^w R^{-2}$$

6.28

donde:

$$A' = \frac{A}{(1+m) u_1^m}$$

6.29

Una estimación de la película laminar puede obtenerse eliminando $\bar{\tau}_w$ entre las ecuaciones 6.25 y 6.28 para obtener

$$K \left(\frac{u_1}{\delta_L} \right)^n = A' u_1^w R^{-2}$$

6.30

por lo que

$$\frac{u_1}{u_1} = \left[\frac{A' u_1^{w-n} R^{n-2}}{K} \right]^{1/n} \frac{\delta_L}{R}$$

6.31

de la ecuación 6.26 tenemos que:

$$\frac{u_1}{u_1} = \left(\frac{\delta_L}{R} \right)$$

6.32

que substituída en la ecuación 6.31 nos da:

$$\frac{\delta_L}{R} = \left[\frac{A' u_1^{w-n} R^{n-2}}{K} \right]^{1/(n(m-1))}$$

6.33

...

El orden de magnitud de la región laminar puede encontrarse eliminando R entre las ecuaciones 6.28 y 6.33

$$\delta_L = \left[\frac{k \omega/n}{A' \bar{\sigma}_\omega^{(n-1)/n}} \right]^{\frac{1}{(n-x)}} \quad 6.34$$

El grosor de la región laminar puede disminuirse incrementando $\bar{\sigma}_\omega$ si $\omega > n$ y $\omega > x$

La velocidad en la interfase de la zona laminar u_L , puede obtenerse reescribiendo la ecuación 6.26 en la forma:

$$u_L = \left(\frac{\bar{\sigma}_\omega}{\kappa} \right)^{\frac{1}{n}} \delta_L$$

y utilizando esta en combinación con la ecuación 6.34 nos da:

$$u_L = \left[\frac{k \bar{\sigma}_\omega^{\frac{x}{n}} (n-x)/n}{A'} \right]^{\frac{1}{(n-x)}} \quad 6.35$$

La relación u_L/\bar{u} puede obtenerse dividiendo miembro a miembro las ecuaciones 6.35 y resolviendo la ecuación 6.24 para \bar{u}

$$\frac{u_L}{\bar{u}} = \frac{1}{D^m} \left[\frac{2k}{A' \bar{\sigma}_\omega} (m+1)^{\frac{1}{m}} \right]^{\frac{m}{1-m}} \left[\bar{\sigma}_\omega \right]^{m(n-x)/(n(n-x))}$$

6.36

...

De otra forma u_L/\bar{u} puede obtenerse de un Reynolds no-Newtoniano (Blasius)

$$\frac{\bar{G}_w}{\rho \bar{u}^2} = [0.0395] \frac{8m}{m+1} [Re']^{-2m/(m+1)}$$

de esta ecuación y la ecuación 6.36 se obtiene u_L/\bar{u} como:

$$\frac{u_L}{\bar{u}} = [0.0395] \frac{4m}{m+1} \left[k \frac{x/n}{\Delta'} \bar{G}_w^{(n-x/n)} \right]^{\frac{1}{n-x}}$$

$$\left[\frac{\rho}{\bar{G}_w} \right]^{1/2} [Re']^{-\frac{m}{(1+m)}} \tag{6.36a}$$

El Reynolds es no-Newtoniano

$$Re = \frac{\bar{u} D}{\nu'} \tag{6.36b}$$

donde ν' es una viscosidad cinemática definida por

$$\nu' = 4.1 \times 10^5 \frac{D}{\bar{u} \nu_m} \left(\frac{\bar{G}_w}{\rho} \right)^{\frac{m}{2(1+m)}} \tag{6.36c}$$

que para $n=1$, $m=1/4$ y $x=1/4$ se transforma en el Reynolds Newtoniano. Utiliza el mismo factor de fricción que la corrección de Wilkinson con la ventaja de que está mas generalizado.

...

Método de Kozicki, Chou, Tiu.

Estos autores cuyas correlaciones fueran ya utilizadas en el capítulo II proponen un método para números de Reynolds y factores de fricción aplicables a ductos de cualquier forma, así como a fluidos que exhiben efectos de deslizamiento en la pared.

El factor de fanning se puede escribir:

$$f = \frac{2\bar{\tau}_w}{\rho(u-u_0)} - \frac{16}{Re^*} \tag{6.37}$$

donde Re^* es un Reynolds generalizado dado por:

$$Re^* = \frac{\rho(u-u_0)^{2-n_n} \mu^{n_n}}{2^{n_n-3} k^*} \tag{6.38}$$

n_n y k^* están definidos:

$$n_n = \frac{d[\log \bar{\tau}_w]}{d[\ln \left[\frac{2(u-u_0)}{\mu} \right]]} \tag{6.39}$$

$$\bar{\tau}_w = k^* \left[\frac{2(u-u_0)}{\mu} \right]^{n_n} \tag{6.40}$$

la ecuación 5.41 implica la existencia de una relación única entre $\bar{\tau}_w$ y $2(u-u_0)/\mu$ para cada área seccional lo que es necesario para que n_n y k^*

...

queden definidos explícitamente.

Utilizando la ecuación 5.42 podemos definir n^* y k^* de la siguiente manera:

$$n^* = \frac{\int_{\tau_y}^{\tau_w} \tau^{\frac{b}{a}-1} f(\tau) d\tau}{\tau^{\frac{b}{a}} f(\tau_w) - \frac{b}{a} \int_{\tau_y}^{\tau_w} \tau^{\frac{b}{a}-1} f(\tau) d\tau} \quad 6.41$$

$$k^* = a n^* \tau_w^{\frac{b}{a} n^* + 1} \left[\int_{\tau_y}^{\tau_w} \tau^{\frac{b}{a}-1} f(\tau) d\tau \right] \quad 6.42$$

Este número de Reynolds (Re^*) puede ser usado como criterio para la existencia de flujo laminar.

Las expresiones para n^* , k^* y Re^* para plásticos de Bingham y fluidos de Ostwald son presentados a continuación.

para un fluido de Ostwald:

$$n = n^* \\ k^* = k \left(\frac{a+bn}{n} \right)^n \quad 6.43$$

Llevando estas relaciones a la ecuación 6.38 obtenemos:

$$Re^* = \frac{\rho (u-u_0)^{2-n}}{2^{n-3} \left(\frac{a+bn}{n} \right)^n k} \quad 6.44$$

...

Esta relación nos indica que en el flujo de un fluido de Ostwald k^* y Re^* son afectados por la forma del ducto a través de a y b mientras que $n = n^*$ para todas las formas. El resultado de esta última observación se aprecia mejor haciendo referencia a la ecuación 6.39, que implica que se obtendrán líneas rectas paralelas si graficamos $\tau \omega$ vs $2(u-u_0)/r_{11}$ evaluada para una serie de secciones; la pendiente de las líneas es igual a n que es el índice de flujo.

Para la sección circular, $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{3}{4}$ y k^* y Re^* estarán dados implente por:

$$k^* = k' = k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \tag{6.45}$$

$$Re^* = Re' = \frac{\rho (u-u_0)^{2-n} D^n}{8^{n-1} k'} \tag{6.46}$$

las cantidades k' y Re' están definidas por Metzner y Reed (54) para ductos de sección circular y aquí se obtuvieron substituyendo los valores adecuados en Re^* y k^* de los parámetros geométricos (ver capítulo II). Se puede llegar al mismo resultado sin referencia a ningún modelo de fluido utilizando la ecuación 5.42.

...

Se puede verificar que para fluidos Newtonianos:

$$n^* = 1$$

$$k^* = \eta (a+b) \tag{6.47}$$

y por lo tanto:

$$Re = \frac{\sqrt{\rho} \mu U C}{\eta (a+b)} \tag{6.48}$$

donde se supone que no hay efectos de pared.

Para un fluido de Bingham

$$\eta = \frac{\alpha \left[\frac{1 - c^{1+\frac{b}{a}}}{a+b} - \frac{c \left(1 - c^{\frac{b}{a}}\right)}{b} \right]}{1 - c - b \left[\frac{1 - c^{1+\frac{b}{a}}}{a+b} - \frac{c \left(1 - c^{\frac{b}{a}}\right)}{b} \right]} \tag{6.49}$$

que se reduce a una expresión más simple para la sección circular.

$$n^* = n' = \frac{1 - \frac{1}{3}c - \frac{1}{3}c^2 - \frac{1}{3}c^3}{1 + c + c^2 + c^3} \tag{6.50}$$

De igual forma, k^* es calculada utilizando la ecuación 5.42 para dar:

$$k^* = (\alpha \beta)^{n^*} \tau_0^{1+\frac{bn^*}{a}} \left[\left(\frac{\alpha}{a+b} \right) \tau_0^{1+\frac{b}{a}} - \frac{\alpha}{b} \tau_0^{\frac{b}{a}} \tau_3 \right. \\ \left. + \frac{\alpha^2}{b(a+b)} \tau_3^{1+\frac{b}{a}} \right]^{-n^*} \tag{6.51}$$

...

que se simplifica para dar en el caso de la sección circular

$$k^y = k' = \bar{\tau}_w \left[\frac{\beta}{\bar{\tau}_w \left(1 - \frac{y}{3}c + \frac{1}{3}c^y\right)} \right]^{n'} \quad 6.52$$

que conduce a la expresión conocida para el flujo de un plástico de Bingham en un tubo circular

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\bar{\tau}_w}{\beta} \left(1 - \frac{y}{3}c + \frac{1}{3}c^y\right) \quad 6.53$$

Cuando $\bar{\tau}_y = c = 0$ las ecuaciones 6.50 y 6.52 dan el resultado esperado de:

$$k = k' = \beta$$

$$\bar{\tau} = \mu_0 + \frac{\bar{\tau}_w}{\beta} \quad 6.54$$

donde β es el denominador de la expresión de viscosidad de un plástico de Bingham.

Finalmente, describiremos las relaciones tradicionales que se usan para el cálculo de lodos de perforación y que no quedan excluidas de las aplicables con los datos a obtener del equipo que se propone en el último capítulo.

La viscosidad turbulenta según Rogers puede definirse

...

como μ_t , y es la viscosidad que se usa para fijar el factor de fricción en la ecuación de Fanning para flujo turbulento; y generalmente se calcula de experimentos de flujo en tubería:

$$\mu_t = \frac{930 D V C}{Re}$$

Cálculos de Flujo Plástico en Regimen Turbulento.

Las leyes de flujo turbulento, están expresadas en la ecuación de fanning, que se mantiene para fluidos Newtonianos ó de Bingham para régimen turbulento, esta relación queda expresada como:

$$P = \frac{f L V^2 R}{25.6 D}$$

6.55

Se hace notar que: la solución numérica a esta ecuación requiere de la determinación del factor de fricción } a partir del número de Reynolds.

$$Re = \frac{930 D V C}{\mu}$$

6.56

Beck, investigó el valor de la viscosidad para condiciones de flujo turbulento para fluidos plásticos y encontró que la viscosidad plástica puede ser relacionada con la vis-

...

cosidad Newtoniana con la siguiente relación

$$\mu = \frac{\mu_p}{3.3}$$

que substituída en la ecuación 6.56 nos dará:

$$Re = \frac{2926 D V C}{\mu_p}$$

Debe remarcarse que la viscosidad del lodo entra únicamente a través del número de Reynolds, por lo que la influencia de la viscosidad en régimen turbulento es menor que en el caso del flujo plástico.

La pregunta a resolver es, cuando utilizar la relación de Bingham y cuando la de fanning; y una forma de resolverla es considerar flujo turbulento para Reynolds mayores de 2000 y una zona de transición hasta 3000. Por lo tanto, la velocidad crítica a la cual se inicia la turbulencia es importante para saber cual relación es operativa.

Hay varios métodos para resolver la velocidad crítica de un fluido plástico: Uno de ellos, el más laborioso, consiste en graficar la caída de presión en un rango de velocidades utilizando ambas relaciones y la intersección de las dos curvas nos da la velocidad crítica este método se muestra en la figura 6.6.

Otro método consiste en igualar las relaciones de Bingham y Fanning a la presión correspondiente a la velocidad crítica; la ecuación será:

$$\frac{6.72 \times 10^{-4} \nu \mu_p L}{D^2} + \frac{t_y L}{22.5 D} = \frac{f L V^2 \rho}{25.5 D}$$

6.57

Resolviendo para la velocidad crítica la relación quedará:

$$V_c = \left(0.86 \times 10^{-2} \mu_p + 0.128 \times 10^2 (44.7 \times 10^{-8} \mu_p^2 + 0.69 \times 10^{-3} f \rho t_y D^2)^{1/2} \right) \cdot \frac{1}{f \rho D}$$

6.58

para la cual es necesario asumir un valor de f y este se toma, suponiendo que (74) el número de Reynolds a la velocidad crítica es 3000.

$$Re = 3000 ; f = 0.12$$

Substituyendo la anterior en la ecuación 6.4 nos quedará:

$$V_c = \left(0.86 \times 10^{-2} \mu_p + 0.128 \times 10^2 (\mu_p^2 + 13.5 D^2 t_y \rho)^{1/2} \right) \rho D$$

6.59

Un tercer método es utilizar la viscosidad aparente igualar las ecuaciones de Bingham y Poisseulle igualando nuevamente con el Reynolds y resolver para la velocidad crítica (generalmente se toman Reynolds de 2000 a 3000)

$$\mu_a = \mu_p + \frac{t_y D}{15 V}$$

6.60

...

$$\mu_a = \frac{930 D V_c \rho}{3000} \quad 6.61$$

igualando:

$$\frac{930 D V_c \rho}{3000} = \mu_p + \frac{L D}{0.15 V} \quad 6.62$$

Resolviendo para V_c

$$V_c = \left[1.62 \mu_p + 1.62 (\mu_p^2 + 8.2 D^2 \rho L)^{1/2} \right] D \rho \quad 6.63$$

Desde luego, no hay un criterio exacto para elegir cualquiera de los tres métodos, ni acerca de cual dará la velocidad exacta.

De acuerdo con Rogers resumimos en la tabla 6.1 las ecuaciones de flujo consideradas más importantes para los lodos de perforación:

...

TABLA 6.1

CAIDA DE PRESION
EN FLUJO LAMINAR

FLUIDOS
NEWTONIANOS

FLUIDOS
DE BINGHAM

TUBERIA.

$$P = \frac{6.72 \times 10^{-4} \mu V L}{D^2}$$

$$P = \frac{6.72 \times 10^{-4} \mu_p V L}{D^2} + \frac{t_y L}{225 D}$$

ANULO

$$P = \frac{6.72 \times 10^{-4} \mu V L}{(D_2 - D_1)^2}$$

$$P = \frac{6.72 \times 10^{-4} \mu_p V L}{(D_2 - D_1)^2} + \frac{t_y L}{225 (D_2 - D_1)}$$

CAIDA DE PRESION
EN FLUJO TURBULENTO

TUBERIA

$$P = \frac{f L V^2 \rho}{25.6 D}$$

$$P = \frac{f L V^2 \rho}{25.6 D}$$

ANULO

$$P = \frac{f L V^2 \rho}{25.6 (D_2 - D_1)^2}$$

$$P = \frac{f L V^2 \rho}{25.6 (D_2 - D_1)}$$

NUMERO DE REYNOLDS

$$Re = \frac{930 D V C}{\mu}$$

$$Re = \frac{2965 D V C}{\mu_p}$$

$$P = \text{lb/in}^2$$

$$\rho = \text{lb/galon}$$

$$C = 0.95$$

$$\mu = \text{cp}$$

$$D = \text{in}$$

$$t_y = \text{lb/100ft}^2$$

$$V = \text{ft/seg}$$

$$Q = \text{galones/min}$$

$$L = \text{ft}$$

$$A = \text{in}^2$$

Los métodos propuestos por Rogers presentan un inconveniente muy serio a nuestra manera de ver;

Parte de la suposición de que los lodos de perforación pueden considerarse como plásticos de Bingham ó como fluidos Newtonianos; cosa que según lo demostrado en el capítulo III no es aplicable en todos los casos.

CAPITULO VII .

PROPOSICION DEL EQUIPO PARA DETERMINAR CAIDAS DE PRESION

Condiciones de Similitud.

Similitud en sentido general, es la indicación de una relación conocida entre dos fenómenos. En mecánica de flujos es usualmente, la relación entre un flujo en escala industrial y otro menor pero que tiene iguales (idénticas) condiciones geométricas. Desde luego para esto último, hay condiciones y leyes de similitud entre flujos contenidos en diversas formas geométricas.

Dos flujos consistentes de conjuntos geoméricamente si milares de corrientes, se denominan flujos cinemáticamente si milares. Como los límites al flujo forman algunas corrientes, es evidente que flujos cinemáticamente similares deben ser tam bién geoméricamente similares. Sin embargo, lo contrario no es cierto, puesto que se pueden tener similitud geométrica pe ro no cinemática.

Una tercera similitud, es la similitud dinámica, es la cual la distribución de fuerzas entre dos flujos es tal que, a correspondientes puntos en los flujos deben tener tipos de

...

fuerzas idénticas tales como esfuerzo cortante, presión etc. Estas fuerzas deben ser paralelas y tienen una relación que tiene el mismo valor en todos los puntos de correspondencia entre los dos flujos. Además, esta relación debe ser común para varios tipos de fuerzas presentes.

Para flujos dinámicamente similares debe haber de acuerdo a lo anterior, entre las fuerzas, resultantes correspondientes en límites correspondientes.

Para que los flujos sean dinámicamente similares, deben ser cinemáticamente similares y además, deben de tener una distribución de masa tal que la relación de densidad en puntos correspondientes de flujo sea igual para todos los conjuntos de puntos, a estos últimos se les llama flujos con distribución de masa similar.

Resumiendo, los flujos cinemáticamente similares con distribución de masa similar satisfacen todas las condiciones de flujos dinámicamente similares.

Si es conocida la ecuación diferencial que describe el proceso se pueden deducir los números adimensionales y las leyes de similitud aún cuando la ecuación diferencial no tenga solución.

La deducción de la ecuación de Navier-Stokes ha sido efectuada en el capítulo II y es esta ecuación la que nos describe en forma general el movimiento de un fluido en un ducto; y a partir de la cual se harán las consideraciones de similitud.

Consideremos entonces la ecuación de Navier-Stokes en su forma general y en coordenadas cartesianas:

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} = \rho B_x + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x} + \mu \nabla^2 v_x \right) \quad 7.1a$$

$$\rho \frac{Dv_y}{Dt} = \rho B_y + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial y} + \mu \nabla^2 v_y \right) \quad 7.1b$$

$$\rho \frac{Dv_z}{Dt} = \rho B_z + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial z} + \mu \nabla^2 v_z \right) \quad 7.1c$$

para simplificar el trabajo consideremos una de las ecuaciones (1a), primero expandemos la derivada substancial y los operadores Laplacianos y reemplazando $\bar{\sigma}$ por $-P$ y dividiendo por ρ obtenemos:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad 7.2$$

....

Procedemos a hacer la ecuación adimensional, V_1 es una velocidad representativa cualquiera y L una longitud representativa. Con V_1 y L introducimos en la ecuación 7.2 las siguientes relaciones adimensionales.

$$\begin{aligned} v'_x &= \frac{v_x}{V_1} & x' &= \frac{x}{L} & t' &= \frac{V_1 t}{L} \\ v'_y &= \frac{v_y}{V_1} & y' &= \frac{y}{L} & p' &= \frac{p}{\rho V_1^2} \\ v'_z &= \frac{v_z}{V_1} & z' &= \frac{z}{L} \end{aligned}$$

7.3

y queda con la forma:

$$\begin{aligned} \frac{V_1^2}{L} \left(v'_x \frac{\partial v'_x}{\partial x'} + v'_y \frac{\partial v'_x}{\partial y'} + v'_z \frac{\partial v'_x}{\partial z'} + \frac{\partial v'_x}{\partial t'} \right) &= -\frac{V_1^2}{L} \frac{\partial p'}{\partial x'} \\ + \frac{\rho V_1}{L^2} \left(\frac{\partial^2 v'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 v'_x}{\partial z'^2} \right) \end{aligned}$$

7.4

simplificando L/V_1^2 nos quedará:

$$\begin{aligned} v'_x \frac{\partial v'_x}{\partial x'} + v'_y \frac{\partial v'_x}{\partial y'} + v'_z \frac{\partial v'_x}{\partial z'} + \frac{\partial v'_x}{\partial t'} &= -\frac{\partial p'}{\partial x'} \\ + \nu \left(\nabla'^2 v'_x \right) \end{aligned}$$

7.5

si regresamos a la notación tensorial y notando que el coeficiente del último término es el recíproco del número de Reynolds, podemos expresar la ecuación de NAVIER-STOKES en la si-

...

guiente forma.

$$\frac{Dv'_x}{Dt'} = -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{N_{Re}} \nabla'^2 v'_x$$

$$\frac{Dv'_y}{Dt'} = -\frac{\partial p'}{\partial y'} + \frac{1}{N_{Re}} \nabla'^2 v'_y$$

$$\frac{Dv'_z}{Dt'} = -\frac{\partial p'}{\partial z'} + \frac{1}{N_{Re}} \nabla'^2 v'_z \quad 7.6$$

Consideremos ahora, una familia de condiciones geométricamente similares; desde luego x', y', z' ; que son las coordenadas adimensionales que describen las condiciones límites serán las mismas funciones para todos los flujos de la familia y, desde el punto de vista matemático la ecuación diferencial para cualquier elemento de flujo debe estar sujeto a las mismas condiciones de frontera.

Si el número de Reynolds es el mismo entre los diversos flujos, se puede observar que las ecuaciones diferenciales, así como las condiciones a la frontera son idénticas y por lo tanto, debe haber idénticas soluciones para las variables dependientes. Lo cual significa que: v'_x, v'_y, v'_z y p' , son respectivamente las mismas funciones para todos los flujos; por lo tanto, podemos concluir que duplicando el número de Reynolds para flujos geométricamente similares se logra la

...

similitud cinemática de las mismas.

Considerando separadamente la ley de viscosidad de STOKES en su forma:

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - p$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} - p$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} - p$$

7.7

Utilizando los términos de la ecuación 7.3 nos queda;

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{v_i}{L} \frac{\partial v'_x}{\partial x'} - p' \rho v_i^2$$

7.8

dividiendo entre ρv_i^2 obtenemos:

$$\frac{\sigma_{xx}}{\rho v_i^2} = \frac{2}{N_{Re}} \frac{\partial v'_x}{\partial x'} - p'$$

$$\frac{\sigma_{yy}}{\rho v_i^2} = \frac{2}{N_{Re}} \frac{\partial v'_y}{\partial y'} - p'$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{\rho v_i^2} = \frac{2}{N_{Re}} \frac{\partial v'_z}{\partial z'} - p'$$

7.9

...

Se había concluido previamente que, si el número de Reynolds es duplicado para flujos geoméricamente similares, los flujos deben ser cinemáticamente similares. Ahora observaremos que para estos flujos los miembros derechos de las ecuaciones 7.8 y 7.9 son idénticos, lo cual significa que los miembros izquierdos de las mismas ecuaciones son valores únicos para puntos correspondientes (para las mismas x', y', z'), en flujos diferentes.

Estas cantidades (7.8, 7.9), son las formas de esfuerzos normales y cortantes del número de Euler. Lo cual significa que si comparamos dos flujos a y b podemos decir para puntos correspondientes:

$$\left(\frac{\sigma_{xy}}{\rho v^2}\right)_a = \left(\frac{\sigma_{xy}}{\rho v^2}\right)_b$$

ó en otras palabras:

$$\frac{(\sigma_{xy})_a}{(\sigma_{xy})_b} = \frac{(\rho v^2)_a}{(\rho v^2)_b}$$

considerando los otros esfuerzos podemos concluir:

$$\frac{(\sigma_{xy})_a}{(\sigma_{xy})_b} = \frac{(\sigma_{xz})_a}{(\sigma_{xz})_b} = \frac{(\sigma_{yz})_a}{(\sigma_{yz})_b} = \frac{(\sigma_{xx})_a}{(\sigma_{xx})_b} = \frac{(\sigma_{yy})_a}{(\sigma_{yy})_b} = \frac{(\sigma_{zz})_a}{(\sigma_{zz})_b} = \frac{(\rho v^2)_a}{(\rho v^2)_b}$$

Se puede observar que, todos los esfuerzos correspondientes en puntos correspondientes tienen la misma relación de v_a

...

lores y es esta, la condición de flujo dinámicamente similar.

Si se incluye la gravedad en la ecuación diferencial se encuentra que el número de Froude y el número de Reynolds deben de ser duplicados para obtener la similitud dinámica y cinemática para flujos geoméricamente similares lo cual viene a corroborar la deducción efectuada en el capítulo V.

Proposición del Equipo Experimental para Determinar Caidas de Presión.

Como se ha asentado con el desarrollo anterior, es necesario mantener el número de Reynolds equivalente al utilizado en los pozos de perforación, además de mantener la misma relación de esfuerzos. Para lograr esto, es necesario que si mulemos un pozo. Para lo cual utilizaremos un ánulo que tenga la misma relación de radios, como segunda condición, debe tener la misma velocidad que las utilizadas normalmente en los pozos y por último debe dar caidas de presión equivalentes a las de la barrena. Generalmente se utilizan velocidades 120 a 300 ft/min.

El equipo que proponemos se encuentra en la Fig. 7.1.

...

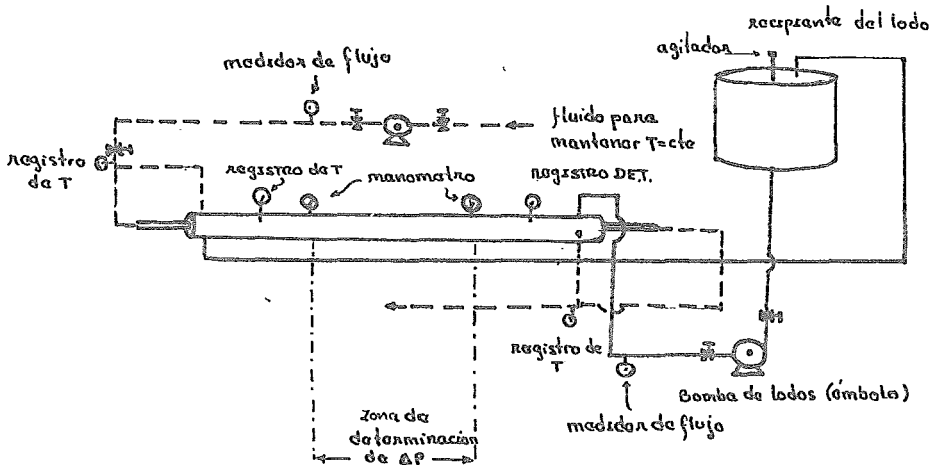


Fig 1-1

y consta de lo siguiente:

Un tubo anular con una relación de radios:

$$\frac{r_i}{r_e} = \frac{4.5}{8.625} = 0.52$$

y debe dar una velocidad de: 300 ft/min. para lo cual si seleccionamos tubería que debe ser pulida de 2 pulgadas de diámetro interno y 4 de diámetro externo tendremos un - area de flujo de

$$\frac{\pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} = \pi \times 3 = 9.4248 \text{ pulg}^2$$

$$9.4248 \text{ pulg}^2 \times \frac{11^2}{144} = 0.06545 \text{ ft}^2$$

...

necesitamos manejar un volúmen de:

$$300 \times 0.06575 = 19.535 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$$

$$120 \times 0.06545 = 7.854 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$$

Las bombas a emplear deben dar un rango de gastos de:

$$6.854 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}} \leq Q \leq 19.535 \frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$$

El ducto que aparece en la figura 7.2 debe tener las siguientes características:

Es un ánulo enchaquetado en el que circula líquido para mantener el sistema perfectamente isotérmico, teniendo a la entrada de cada fluido una válvula

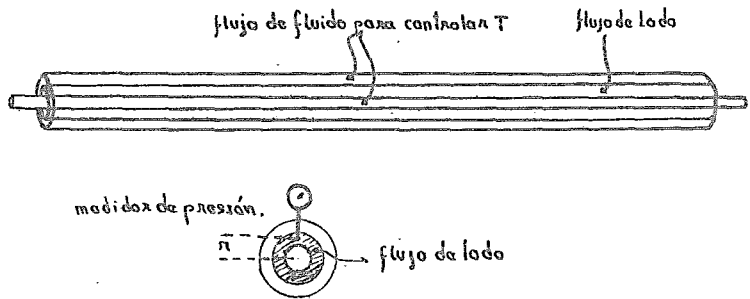


fig 7-2

para regular el gasto. A una distancia conveniente, que sea equivalente a 20 veces el diámetro, tanto de la entrada como

...

de la salida, van los medidores de presión, debe ser así para eliminar los efectos de entrada y salida en la presión del sistema. Los medidores de presión deben ir en el punto donde la velocidad sea máxima, ya que allí los esfuerzos normales serán mínimos y la presión será medida con exactitud. Como el esfuerzo cortante es mayor en la pared y es el que controla, lo calculamos de los datos de viscosímetro.

Este equipo, puede tener las dimensiones que se deseen, pero hay que tomar en cuenta los criterios de similitud. Para geométrica y dinámica no hay problema, puesto que estamos empleando la misma relación de radios y el mismo fluido; pero, para la similitud cinemática debemos mantener Reynolds similares (capítulo V y VII), para lo cual definiremos un Número de Reynolds que llamaremos puntual y que estará en función de la viscosidad para diferentes velocidades. Esto lo podemos hacer debido a que la viscosidad es función de la velocidad: en la fig. 7.3 se encuentra graficado el número de Reynolds para diferentes velocidades, con la viscosidad que corresponde en cada punto y para la densidad y longitud constantes.

Una vez descrita la parte medular del equipo, propondremos las dimensiones de uno en especial: Como habíamos dicho previamente sugerimos un diámetro interno de 2" y otro exter

no de 4" y una chaqueta de 6" la longitud del ducto será de 5 metros.

Los manómetros deben ser diferenciales cuando menos, ó de sensibilidad aún mayor. Se requiere también un recipiente donde contener el lodo en el cual debe ser posible la agitación para mantener el lodo en condiciones operativas. Son necesarias 5 válvulas para controlar los flujos, así como 2 rotámetros, 1 para medir el flujo del líquido, 1 para controlar la temperatura. Para mover el lodo es necesaria una bomba que de un gasto de aproximadamente $20 \frac{ft^3}{min}$. así como un termómetro para medir la temperatura del lodo y dos termómetros para medir la del fluido controlador de temperatura.

Los manómetros, estarán situados a una distancia de 1.5m de la entrada y la salida y a una profundidad de 1 pulgada. Las mediciones de temperatura deberán hacerse fuera de la zona de medición para evitar perturbaciones, nosotros sugerimos que sea a la entrada y salida de los flujos.

Una vez construido el equipo la forma de operarlo que sugerimos es la siguiente:

Hacemos fluir el lodo y medimos las caídas de presión, y las temperaturas, para diferentes temperaturas de flujo.

...

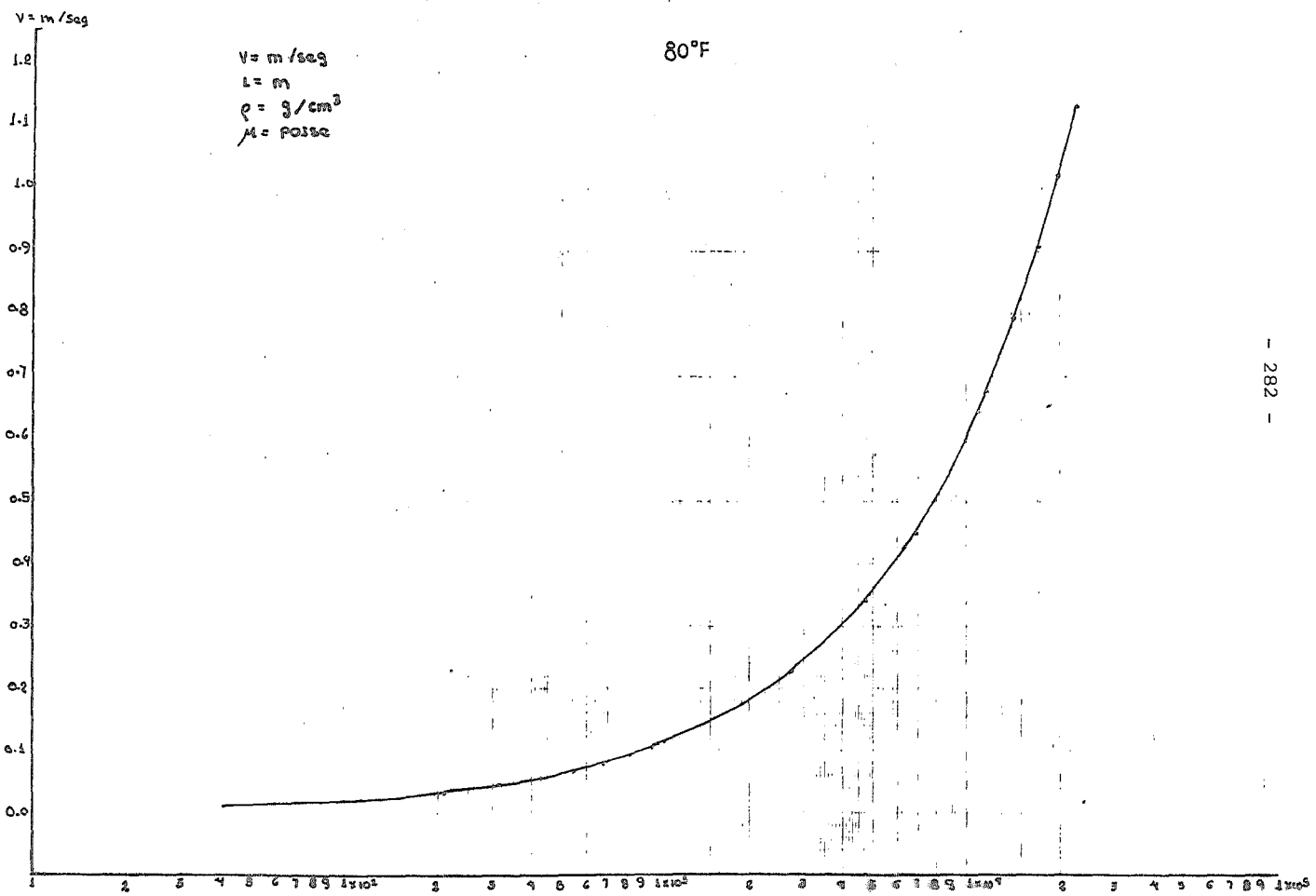
Con esta información y con las gráficas de Reynolds como las de la Fig. 7.3, podemos conocer el número de Reynolds para cada velocidad viscosidad y temperatura y verificamos los factores de ficción propuestas en la literatura, dado que conocemos la caída de presión. Los Reynolds propuestos en la literatura se pueden verificar con el Reynolds para cada punto.

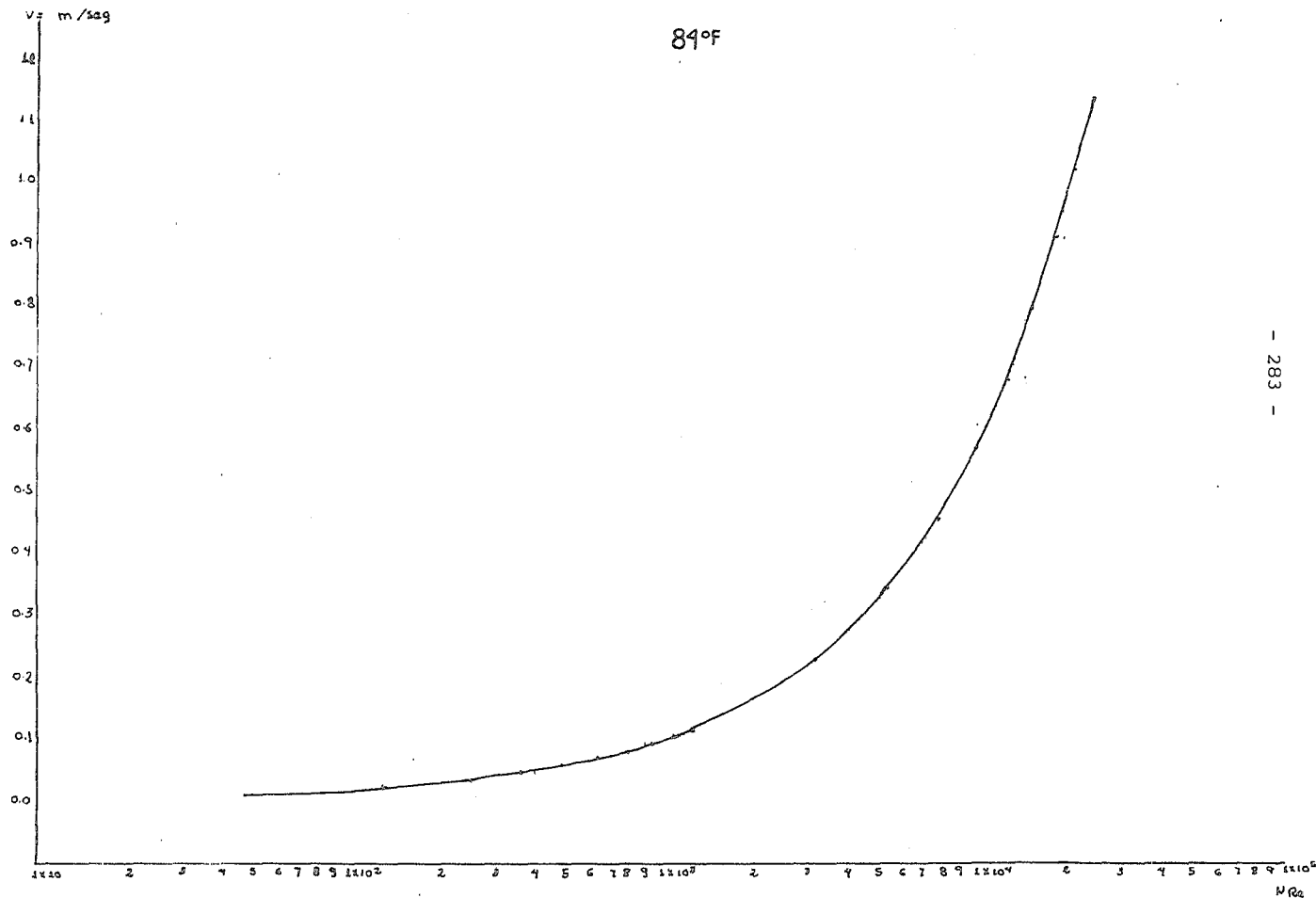
Este equipo nos permite también conocer las propiedades de transferencia del lodo y las pérdidas de energía por disipación viscosa.

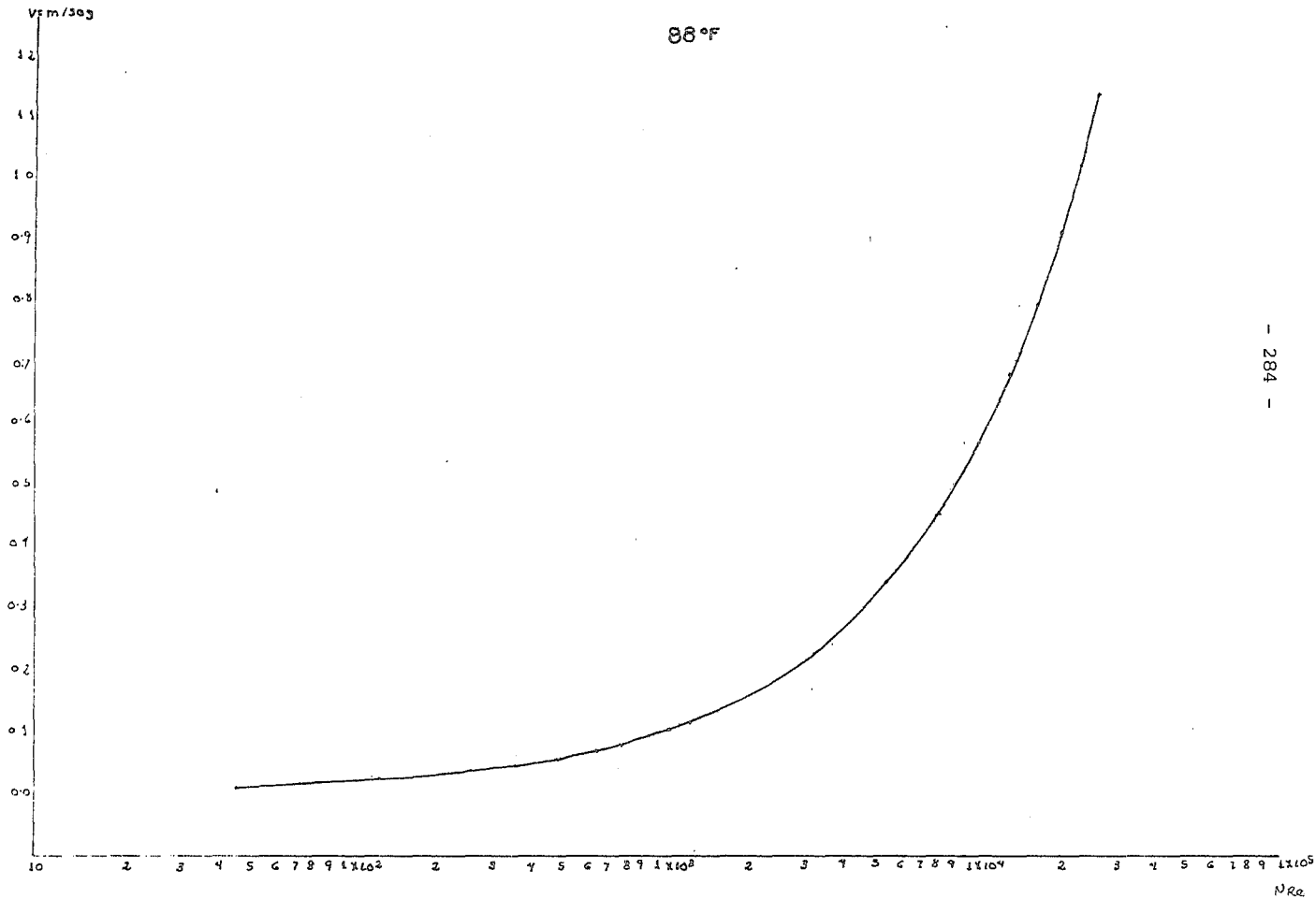
Desde luego todas las condiciones de similitud deben ser verificadas y demostradas en el momento de efectuar los experimentos, nosotros únicamente para proponer el equipo lo hicimos con base a la similitud geométrica, por lo cual, puede diseñarse el equipo de acuerdo a las dimensiones que uno requiera teniendo especial cuidado en mantener a la hora de efectuar los experimentos, las condiciones de similitud dinámica y cinemática.

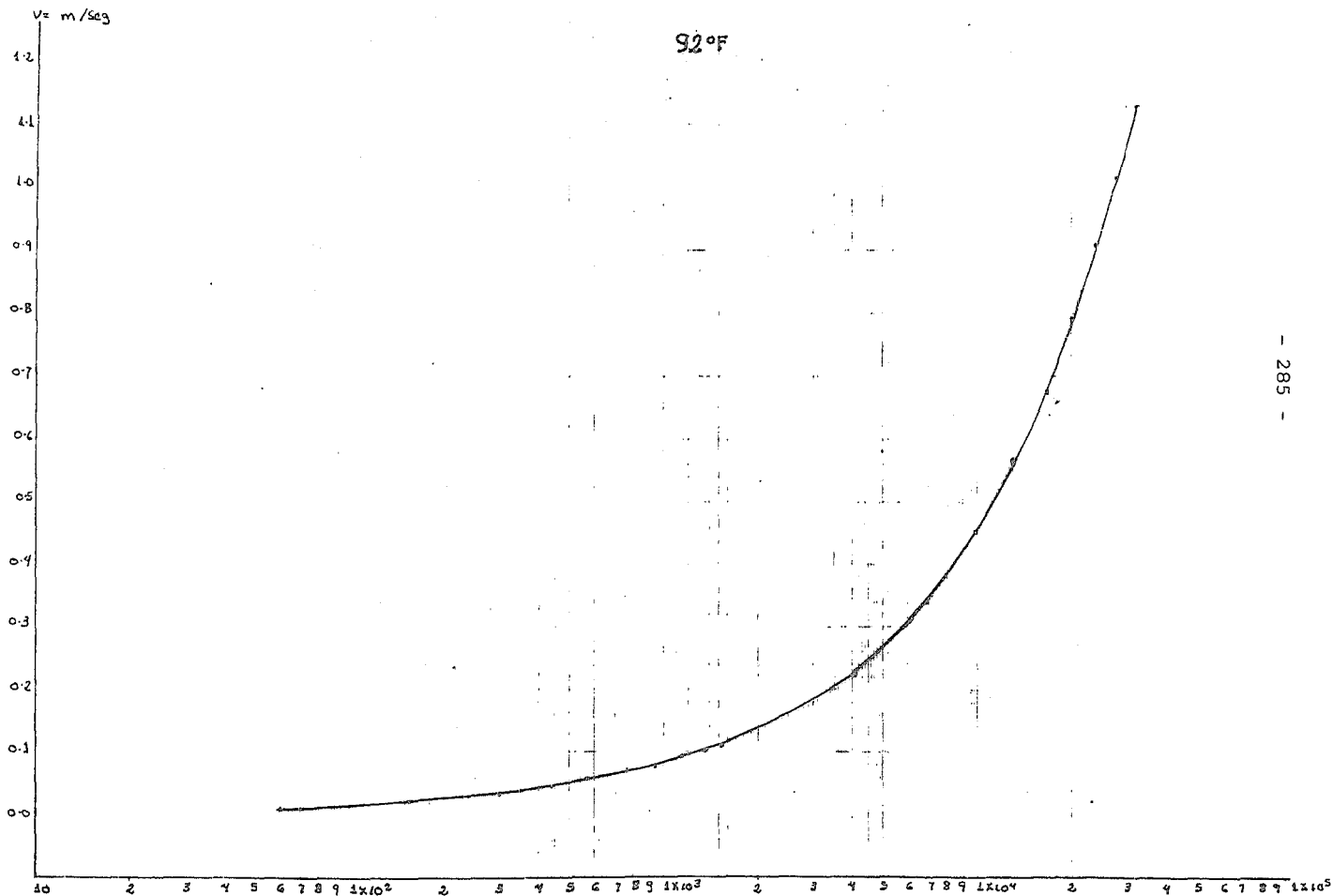
El equipo propuesto es casi a escala piloto pero tomando en cuenta las consideraciones anteriores se puede diseñar a escala de laboratorio y construirse de vidrio, lo cual permitiría una exactitud mayor ya que eliminaría totalmente la

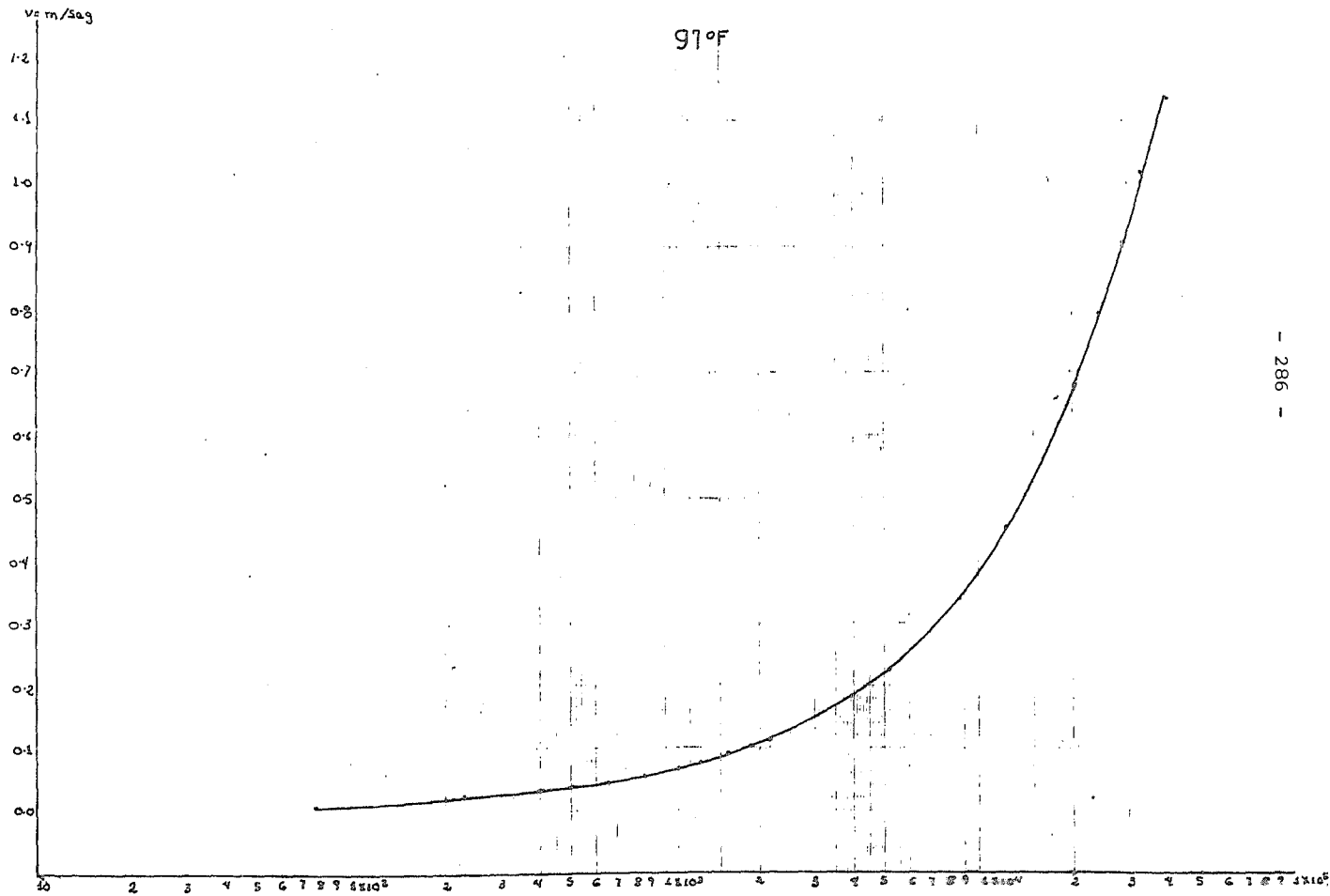
rugosidad y además permitiría verificar los perfiles de velo
cidad proporcionados por las ecuaciones ya desarrolladas.

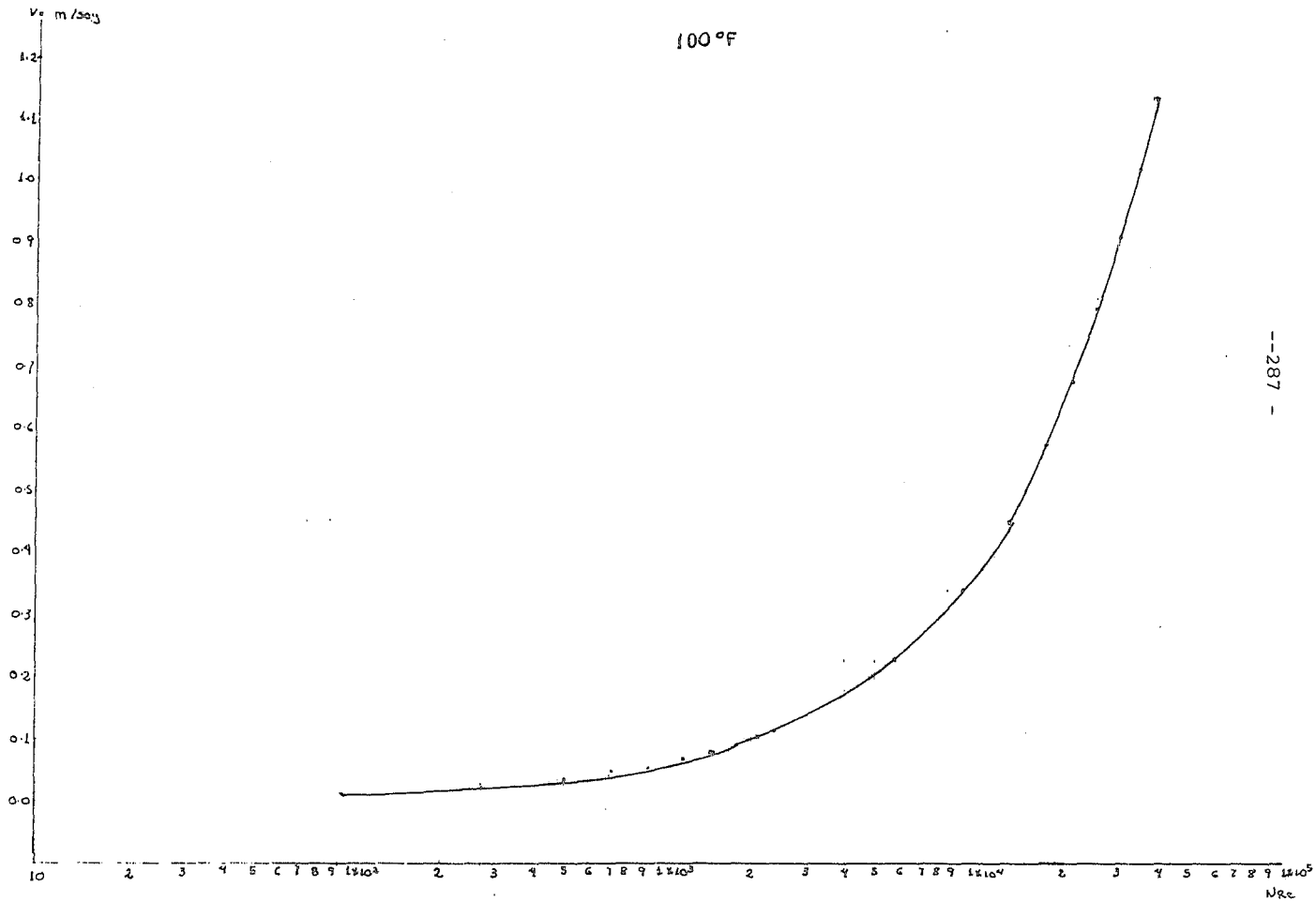












--287--

Rec

CONCLUSIONES.

Para dar por finalizada la tesis se hará a continuación un breve resumen de las consideraciones, así como, de las conclusiones que de ella se obtuvieron.

Los dos viscosímetros empleados son aparatos muy precisos a partir de los cuales se pueden determinar practicamente todas las propiedades reológicas de los fluidos. Estas propiedades deben ser conocidas con exactitud para que puedan ser controladas. Se encontró que la viscosidad puede ser ajustada por dos modelos, el Modelo de Bingham y el Modelo de Ostwald; aún cuando se considera por definición a los lodos de perforación como plásticos de Bingham, se piensa que es más exacto utilizar ambas definiciones. Considerarlos como fluidos pseudo-plásticos a bajas rapidezces de corte y bajas temperaturas y como plásticos de Bingham a altas rapidezces de corte; aun cuando rigurosamente hablando en todo el intervalo se ajusta mejor el modelo de Ostwald. Utilizar ambas definiciones nos reporta ventajas de orden práctico ya que a altas rapidezces es más cómodo utilizar la ecuación de Bingham que la de Ostwald sin detrimento de la exactitud.

Con el viscosímetro fann50-B, se presentó el inconveniente de que se deposita la barita a velocidades mayores de - 250 RPM. Y se llegó a la conclusión de que este fenómeno es

...

debido a las características críticas de la emulsión, las cuales permiten que la fuerza centrífuga a la que somete la emulsión rompa la suspensión, causando la depositación de la barita, en el fondo del viscosímetro.

De acuerdo a los datos obtenidos el fluido presenta un grado de tixotropia muy bajo así como se supone no manifiesta características elásticas, por lo que se simplificó mucho el tratamiento matemático del fluido.

Es muy importante que el líquido presente siempre las mismas características de viscosidad, puesto que envejece y cambian sus propiedades reológicas. Estas pueden ser recuperadas con agitación que debe llevarse al punto de recuperación y no excederse, ya que un exceso modifica las propiedades reológicas en sentido opuesto.

La técnica de laboratorio empleada fué adecuada para la obtención y verificación de viscosidades pero para la determinación de propiedades tales como el grado de tixotropía y el valor de ruptura, se debió emplear una técnica más depurada, que nos permitiera evitar la posibilidad de error, posibilidad manifiesta, puesto que como criterio, se tomó únicamente las gráficas de un viscosímetro.

Los modelos que ajustan la viscosidad, presentan el inconveniente de que no nos dicen como varía ésta con la temperatura y para el caso en que los fluidos se ven sometidos a ella es de capital importancia; por lo tanto, se considera necesario el desarrollo de una ecuación que describa el comportamiento de la viscosidad con la temperatura, ó cuando menos, corregir alguna de las ya propuestas.

Del equipo experimental, se desea aclarar que se seleccionó un ánulo por sugerencia del I.M.P., para simular las condiciones de un pozo. Y está diseñado para que, además de medir caídas de presión, sea posible determinar la disipación viscosa, para considerarla en caso de ser significativa.

Si se observan detenidamente los resultados experimentales se verá que para temperaturas entre 80 y 85°F y para rapidezces de corte menores de 511 seg^{-1} , la viscosidad disminuye para luego aumentar. Esto se explica de acuerdo con Norman (61) por la formación de estructuras diversas a bajos esfuerzos ó rapidezces de corte.

Finalmente, en cuanto al equipo experimental propuesto se pueden presentar confusión en cuanto a la validez de criterios de similitud empleados y el análisis dimensional de

la ecuación de flujo, debido a que en ninguno de los dos casos se utiliza la función de viscosidad que describe el comportamiento del fluido. En cuanto al análisis dimensional es evidente que, la consistencia dimensional de la ecuación es independiente de la función de viscosidad. Y respecto a los criterios de similitud, el único en el que interviene la viscosidad es el número de Reynolds, y como hay una relación unívoca entre la viscosidad y la velocidad, el Reynolds como criterio de similitud es válido siempre que se cumpla esta relación, independientemente de la función que represente.

APENDICE 1

Deducción de la ecuación reológica para fluidos Newtonianos.

Consideremos primeramente que tenemos flujo de corte simple entre dos placas paralelas, como se muestra en la figura A.1, donde la placa inferior es estacionaria; y la superior se mueve en la dirección x_1 .

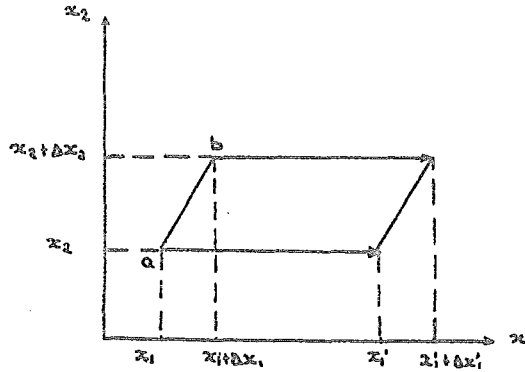


Fig A-1

Consideremos dos partículas llamadas a y b, su posición inicial es: (x_1, x_2) ; $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$ respectivamente. Después de un período de tiempo Δt ambas partículas se han desplazado hacia la derecha hasta las nuevas posiciones que se muestran en la figura. La partícula a se ha movido una distancia $v_1 \Delta t$ y la partícula b una distancia que está

...

dada por la expresión:

$$\left[v_1 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 \right] \Delta t$$

1

La separación x_1 , que existe entre las partículas después de su traslación está representada por $\Delta x_1'$, que está dada por la ecuación:

$$\Delta x_1' = \Delta x_1 + \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 \right] \Delta t$$

2

Por lo tanto, la velocidad promedio a la cual las partículas se están separando es, en la dirección x_1 , igual a:

$$\left[\frac{\Delta x_1' - \Delta x_1}{\Delta t} \right] = \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) \Delta x_2$$

3

Y si lo expresamos en base a una unidad de separación inicial en la dirección x_2 , tendremos entonces una medida de la velocidad promedio de deformación. Si tomamos límites cuando $\Delta t \rightarrow 0$ y $\Delta x_2 \rightarrow 0$

$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta x_2 \rightarrow 0}} \left[\frac{\Delta x_1' - \Delta x_1}{\Delta t \Delta x_2} \right] = \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)$$

4

...

Que representa la rapidez de deformación en punto y tiempo particulares. La ley de viscosidad de Newton se establece postulando una relación lineal

$$\tau_{21} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right)$$

5

donde, la constante de proporcionalidad es llamada coeficiente de viscosidad.

El procedimiento anterior se puede generalizar, permitiendo que las partículas se muevan en todas direcciones. Para lo cual se encuentra que su promedio de rapidez de separación en la dirección x_i es:

$$\left[\frac{\Delta x_i' - \Delta x_i}{\Delta t} \right] = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) n_1 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) n_2 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) n_3$$

6

Si llamamos ΔS a la distancia inicial de separación de las partículas:

$$\Delta x_i = n_i \Delta S$$

7

donde n_i es el componente x_i del vector unitario n que tiene la dirección de la línea que conecta las partículas ini

...

cialmente y entonces la ecuación 6 puede escribirse

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{D}{Dt} \left[\frac{\Delta x_i - \Delta x_i}{\Delta s \Delta t} \right] = \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_1} \right) n_1 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_2} \right) n_2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right) n_3$$

8

El miembro derecho de la ecuación 8, es la magnitud del componente x_i del vector formado por el producto punto de n y el gradiente de la velocidad:

La diada ∇v tiene componentes de la forma: $\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$

y por lo tanto no es simétrica. Dado que el tensor de esfuerzos es simétrico, ∇v no puede ser la rapidez del tensor de deformaciones, requerida en la formulación de la ecuación reológica. Sin embargo si sumamos y restamos la mitad del tensor transpuesto podemos escribir ∇v como una suma de tensores simétricos y antisimétricos:

$$\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right]$$

9

Examinando la parte antisimétrica de ∇v vemos que describe rotación y por lo tanto, no se incluye en la formulación de la ecuación reológica. Definimos el tensor simétrico como:

...

$$\Delta_{ij} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

10

Si aplicamos un esfuerzo a un fluido compresible resultará generalmente en dos deformaciones una volumétrica y la otra en la dirección del esfuerzo. Como estos son dos procesos distintos, podemos separar el tensor de esfuerzos en dos partes que caractericen las rapidezces de deformación. Esto se logra restando la media de las rapidezces de deformación Δ_m de cada uno de los elementos diagonales de Δ

$$\Delta = \Delta' + \Delta_m \delta$$

11

donde Δ' es llamado el tensor de rapidezces de deformación desviatorio. Δ_m queda definido por la ecuación:

$$\Delta_m = \frac{1}{3} (\Delta_{11} + \Delta_{22} + \Delta_{33}) = \frac{2}{3} (\nabla \cdot v)$$

12

Δ_m representa $\frac{2}{3}$ de la rapidez de expansión volumétrica y la suma de los elementos diagonales de Δ' es cero; este tensor caracteriza únicamente rapidezces de deformación no volumétricas.

...

La ecuación reológica para fluidos Newtonianos se obtiene postulando la siguiente relación lineal entre los esfuerzos y las rapidezces de deformación.

$$\sigma - (-P)\delta = A\Delta' + B\Delta_m\delta$$

13

A, B no son funciones de la rapidez de deformación y P representa la presión hidrostática. La presión hidrostática negativa es restada de cada uno de los elementos diagonales del tensor de esfuerzos debido a que, los esfuerzos de compresión resultantes de el se oponen a los esfuerzos normales que proporciona la fuerza directriz para la expansión lumétrica.

Introduciendo las ecuaciones 11 y 12 en la ecuación 13 es posible eliminar Δ' y Δ_m para obtener:

$$\sigma = -P\delta + \mu\Delta + (k - \frac{2}{3}\mu)(\nabla \cdot \mathbf{v})\delta$$

14

Que es la ecuación reológica. Los coeficientes μ y k son definidos por las ecuaciones

$$\mu = A \quad ; \quad k = \frac{2}{3}B$$

Sumando los tres elementos diagonales de la ecuación 14:

...

$$3\sigma_m + 3p = 3\mu\Delta + 3(k - \frac{2}{3}\mu)(\nabla \cdot v)$$

15

donde:

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$

La ecuación 15 se reduce a:

$$(\sigma_m + p) = k (\nabla \cdot v)$$

16

que es la ecuación para la rapidez de expansión volumétrica y que muestra que, la fuerza directriz para la expansión es la media de los esfuerzos normales, siempre que el efecto de la presión hidrostática sea eliminado. k es el coeficiente de viscosidad volumétrico.

Definiendo el tensor auxiliar ζ (7)

$$\zeta = \sigma + p\delta$$

17

y llevando 17 a 14 nos quedará;

$$\zeta = \mu\Delta + (k - \frac{2}{3}\mu)(\nabla \cdot v)$$

18

que para el caso especial de un fluido incompresible se reduce a

$$\zeta = \mu\Delta$$

19

...

A P P E N D I C E 2.

Distribuciones de Velocidad en flujo turbulento:

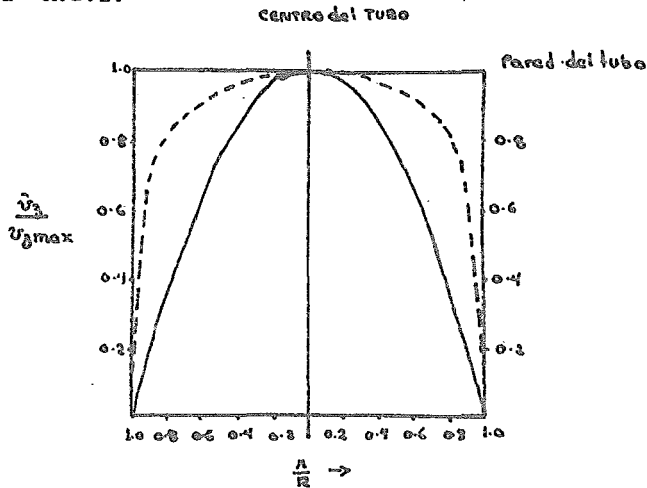
Para flujo turbulento se ha demostrado que \bar{u} y v se pueden aproximar de la siguiente forma:

$$\frac{v_3}{v_{3max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/4} \quad \frac{v_3}{v_{max}} \approx \frac{4}{5}$$

1

estas expresiones son efectivas para Reynolds $10^4 \leq Re \leq 10^5$. En este rango, la caída de presión es aproximadamente proporcional a el flujo volumétrico elevado $^{3/4}$.

En un ducto, podemos distinguir cerca de la pared tres zonas; una, la más cercana a la pared será laminar; la que sigue es una zona de transición y finalmente una zona turbulenta. En esta última zona la variación de la velocidad no es constante y sigue un comportamiento como el descrito en la figura A.2.1.



Esta línea, la podemos atenuar tomando el promedio en un intervalo de tiempo t_0 .

$$\bar{v}_z = \frac{1}{t_0} \int_t^{t+t_0} v_z dt$$

2

La velocidad instantánea puede escribirse como la suma de la velocidad atenuada \bar{v}_z y una fluctuación de velocidad v'_z

$$v_z = \bar{v}_z + v'_z$$

3

Ecuaciones de cambio para cualquier fluido incompresible.

Para derivar las ecuaciones que describen las velocidades y presiones atenuadas reescribiremos las ecuaciones de continuidad y movimiento reemplazando $v_z = v'_z + \bar{v}_z$ y $\rho = \bar{\rho} + \rho'_z$

La ecuación de continuidad quedará:

$$\frac{\partial}{\partial x} (v'_z + \bar{v}_z) + \frac{\partial}{\partial y} (v'_y + \bar{v}_y) + \frac{\partial}{\partial z} (v'_z + \bar{v}_z) = 0$$

4

La ecuación de movimiento.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho (\bar{v}_x + v'_x) = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{p} + p') - \left(\frac{\partial}{\partial x} \rho (\bar{v}_x + v'_x) (\bar{v}_x + v'_x) \right)$$

...

Escribiendo las ecuaciones de continuidad y movimiento en su forma tensorial:

Ecuación de continuidad $(\nabla \cdot \vec{v}) = 0$ 9

Ecuación de Movimiento

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla \bar{p} - [\nabla \cdot \bar{\tau}^2] - \underline{[\nabla \cdot \bar{\tau}^1]} + \rho \vec{g}$$

10

Los términos que están subrayados con una línea punteada, son los que aparecen de atenuar en el tiempo. La cantidad $\bar{\tau}^2$ está dada por las expresiones que aparecen en las tables 3, 4, 5, 6, 7, del Bird recordando que en cada v se substituye \bar{v}

Expresiones Semiempíricas para Esfuerzos de Reynolds.

Para poder utilizar la ecuación 10 para obtener perfiles de velocidad debemos substituir algunas expresiones de $\bar{\tau}^2$ (40)

Viscosidad de Bousinesq:

$$\bar{\tau}_{yx}^2 = \mu^{(t)} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y}$$

Es una analogía con la ley de viscosidad de Newton y $\mu^{(t)}$ es el coeficiente de viscosidad turbulento, que depende

en gran parte de la posición.

Hipótesis de Similitud de Von Kármán.

En base a consideraciones dimensionales Von Kármán sugirió que los esfuerzos de Reynolds tienen la forma:

$$\bar{\tau}^c = -\rho k_2 \left| \frac{(d\bar{u}_x/ds)^3}{(d^2\bar{u}_x/dy^2)^2} \right| \frac{d\bar{u}_x}{dy} \quad 12$$

Donde k_2 es una constante universal cuyos valores son 0.40 para algunos investigadores y 0.36 para otros.

Longitud de Mezclado de Prandtl.

Prandtl, supone que los Eddies se mueven como moléculas de un gas y desarrolló una expresión para transferencia de momentum en la que la longitud de mezclado juega el papel de la trayectoria libre media.

$$\bar{\tau}_{yx}^{(1)} = -\rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}_x}{dy} \right| \frac{d\bar{u}_x}{dy} \quad 13$$

La longitud de mezclado es función también de la posición y se obtuvieron algunos resultados haciendo l proporcional a la distancia de la pared sólida: $l = k_1 y$

...

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}_y v'_y) (\bar{v}_x + v'_x) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{v}_z v'_z) (\bar{v}_x + v'_x) \\
 & + \mu \nabla^2 (\bar{v}_x + v'_x) + \rho g_x
 \end{aligned}$$

5.

tomamos el promedio en el tiempo de las ecuaciones 4 y 5 y de acuerdo con la ecuación 2

Ecuación de continuidad atenuada:

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = 0$$

6

Ecuación de movimiento atenuada:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \rho \bar{v}_x = & - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \rho \bar{v}_x \bar{v}_x + \frac{\partial \rho \bar{v}_y \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\partial \rho \bar{v}_z \bar{v}_x}{\partial z} \right) \\
 & - \left(\frac{\partial}{\partial x} \rho \overline{v'_x v'_x} + \frac{\partial}{\partial y} \rho \overline{v'_y v'_x} + \frac{\partial}{\partial z} \rho \overline{v'_z v'_x} \right) + \mu \nabla^2 \bar{v}_x \\
 & + \rho g_x
 \end{aligned}$$

7

Se observa para las ecuaciones de continuidad y movimiento que las componentes de velocidad atenuada, substituyen a las de velocidad instantanea y donde:

$$\bar{v}_{xy}^t = \rho \overline{v'_x v'_y} \text{ etc...}$$

8

Y estos términos son componentes de el flujo turbulento de momentum \bar{v}^t que se conocen generalmente como esfuerzos de Reynolds.

Formula de Deissler para una región cercana a la pared.

$$\sigma_{yx}^{-(4)} = -\rho \bar{v}_x y \left(1 - \exp \left\{ -n^2 \bar{v}_x y / \nu \right\} \right) \frac{d\bar{v}_x}{dy} \quad 14$$

donde n es una constante determinada experimentalmente
(0.124)

Distribuciones de Velocidad en un Anulo.

Si llamamos R_1 al radio menor del ánulo y R_2 , al mayor segun Knudsen y Katz (40) el punto de velocidad máxima estará dado por:

$$R_{\max} = \frac{\left((R_2^2 - R_1^2) / 2 \ln (R_2/R_1) \right)^{1/2} - R_1}{R_2 - R_1} \quad 15$$

Es importante conocer el punto de velocidad máxima ya que este es usado para calcular los esfuerzos en la pared de ambos tubos.

La relación de esfuerzos en las paredes está dado por:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\mu_2 (R_{\max} - R_1^2)}{\mu_1 (R_2^2 - R_{\max}^2)} \quad 16$$

...

utilizando

$$-\frac{\partial P_f}{\partial x} = \frac{2[(\tau_2 \cdot \mu_2) + (\tau_1 \cdot \mu_1)]}{\mu_2^2 - \mu_1^2}$$

17

nos da:

$$\tau_2 = \frac{\mu_2^2 - \mu_{max}^2}{2\mu_2} - \frac{dP_f}{dx}$$

18

$$\tau_1 = \frac{\mu_{max}^2 - \mu_1^2}{2\mu_1} - \frac{dP_f}{dx}$$

19

dado que la curva de distribución no es simétrica, es conveniente dividir el perfil de velocidad en dos secciones; una externa y una interna.

Para un flujo estacionario dado: τ_1 y τ_2 son constantes y las velocidades de fricción son: (μ^*)

$$\mu_1^* = \left(\frac{\tau_1 \mu_2}{\rho} \right)^{1/2} \quad 20$$

$$\mu_2^* = \left(\frac{\tau_2 \mu_1}{\rho} \right)^{1/2} \quad 21$$

de donde pueden definirse:

$$\mu_1^* = \frac{\mu_1}{\mu^*} \quad 22$$

$$\mu_2^* = \frac{\mu_2}{\mu^*} \quad 23$$

...

$$y_1^+ = \frac{u_1^+ y_1}{v} \quad 24$$

$$y_2^+ = \frac{u_2^+ y_2}{v} \quad 25$$

Knudsen y Katz obtuvieron la siguiente ecuación de sus datos experimentales

$$u_2^+ = 6.1 \log y_2^+ + 3.0 \quad 26$$

$$u_1^+ = 4.4 \log y_1^+ + 6.2$$

Bailey propuso las siguientes ecuaciones:

$$\frac{u_{\max} - u_1}{u_1^2} = -2.5 \ln \left[1 - \frac{\lambda^2_{\max} - \lambda^2}{\lambda^2_{\max} - \lambda^2} \frac{\lambda_1}{\lambda} \right] \quad 27$$

$$\frac{u_{\max} - u_2}{u_2^2} = -2.5 \ln \left[1 - \frac{\lambda^2 - \lambda_{\max}^2}{\lambda^2 - \lambda_{\max}^2} \frac{\lambda_2}{\lambda} \right] \quad 28$$

también, se han propuesto las siguientes ecuaciones para ambos perfiles

$$\frac{u_2}{u_{\max}} = \left[\frac{y_1}{(y_{\max})_2} \right]^{0.142} \quad 29$$

$$\frac{u_1}{u_{\max}} = \left[\frac{y_2}{(y_{\max})_1} \right]^{0.142} \quad 30$$

...

Experimentalmente, se ha encontrado que $(u/u_{max}) = 0.876 \pm 1.8 \%$, luego las expresiones arriba mencionadas quedarán:

$$u_2 = 1.14 u \left[\frac{y_2}{(y_{max})_2} \right]^{0.142} = 1.14 u \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 - R_{max}} \right)^{0.142} \quad 31$$

$$u_1 = 1.14 u \left[\frac{y_1}{(y_{max})_1} \right]^{0.142} = 1.14 u \left(\frac{R - R_1}{R_{max} - R_1} \right)^{0.142} \quad 32$$

Hay índices que restringen la validez de estas ecuaciones para $Re < 10000$.

Fáctor de Fricción

Numerosos estudios sobre las pérdidas de fricción que ocurren durante el régimen turbulento, indican que, estas son proporcionales a la energía cinética del fluido por unidad de volumen $\rho v^2/2gc$ y al area A_w de la superficie sólida en contacto con el fluido, y esta es la base de la definición de factor de fricción. Se ha encontrado también, que la viscosidad tiene un efecto muy pequeño durante el flujo turbulento. La fuerza de resistencia F es expresada como:

$$\frac{F}{A_w} = \left(\frac{\rho v^2}{2gc} \right)$$

donde f es el factor de proporcionalidad. Reacomodando la ecuación 33

$$\frac{F}{A_w} = \frac{f \rho v^2}{2g_c} \quad 34$$

La fuerza de resistencia es opuesta a la dirección de flujo y F/A_w corresponde a la fuerza de corte en la pared τ_w . Por lo tanto:

$$\tau_w = \frac{f \rho v^2}{2g_c} \quad 35$$

para un ducto circular el esfuerzo cortante en la pared está dado por:

$$\tau_w = \frac{\Delta w}{2} \frac{dP_f}{dx} \quad 36$$

Combinando las ecuaciones 35 y 36 substituyendo $\tau_w = \Delta w/2$ y resolviendo para f nos quedará:

$$f = \frac{g_c}{2\rho v^2} \frac{dP_f}{dx} \quad 37.$$

La ecuación 37, define el factor de Fanning para ductos circulares, y está expresado en función del diámetro, la densidad, la velocidad y el gradiente de presiones que equivale

...

a la resistencia por fricción por unidad de longitud.

De la ecuación 37, pueden obtenerse las pérdidas de trabajo en términos del factor de fricción. Reacomodando la ecuación 37:

$$-\frac{df_f}{\rho} = \frac{2}{g_c} \int v^2 dx \quad 38$$

integrando la ecuación 38

$$\int_1^2 -\frac{df_f}{\rho} = \bar{f}_w = \int_1^2 \frac{2}{g_c} \int v^2 dx \quad 39$$

El flujo para un fluido incompresible de acuerdo al teorema de Bernoulli:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{\Delta(u^2)}{2g_c} + \frac{\Delta(z)}{g_c} = -\bar{f}_w \quad 40$$

luego llevando 40 a 39 nos queda

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} \pm \frac{\Delta(u^2)}{2g_c} + \frac{\Delta z}{g_c} = -\bar{f}_w = \int_1^2 \frac{2}{g_c} \int v^2 dx \quad 41$$

Factores de fricción para flujo turbulento en un ánulo.

Dado que para describir geoméricamente un ánulo es necesario considerar la relación de diámetros (d_2/d_1);

...

es de esperar que, el factor de fricción sea también una función de esta relación.

$$f = \frac{(d_2 - d_1) g_c}{2 \rho v^2} - \frac{dP_f}{dz} \quad 42$$

El número de Reynolds para un ánulo está basado en el diámetro equivalente $(d_2 - d_1)$. Davis después de estudiar todos los datos experimentales propuso la siguiente ecuación:

$$f \left[\frac{\frac{d_2}{d_1} - 1}{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \right]^{-0.1} = 0.055 (Re)^{-0.2} \quad 43$$

El promedio de la mayoría de los resultados experimentales puede representarse por la siguiente ecuación:

$$f = 0.076 (Re)^{-0.25} \quad 44$$

La ecuación anterior presenta un error de el 35% como máximo.

La ecuación de Davis da que el efecto de la relación de diámetros es pequeño para valores $\frac{d_2}{d_1} \geq 3$. Rohlfus y coautores definieron factores de fricción para ambos tubos de el ánulo y correlacionaron sus datos para

$$10000 \leq Re \leq 45000$$

$$f_1 = \frac{2 \tau_1 g_c}{\rho v^2} \quad 45$$

$$f_2 = \frac{2 \tau_2 g_c}{\rho v^2} \quad 46$$

Combinando ambas ecuaciones:

$$f_2 = \frac{(\pi_1^2 - \pi_{max}^2) g_c}{\pi_2 \rho v^2} - \frac{dP_f}{dz} \quad 47$$

Rofhfus, reportó que para ese rango de Reynolds y para un ánlo largo:

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}} = 4.0 \log (Re_2 \sqrt{f_2}) - 0.40 \quad 48$$

BIBLIOGRAFIA.

1. ALLEN VERNON R. Y FOX. G. THOMAS
VISCOSITY-MOLECULAR WEIGHT DEPENDENCE FOR SHORT CHAIN
POLYESTYRENES.
THE JORNAL OF CHEMICAL PHISICS VOL. 4,2 JULIO 15, 1964
2. ALVES. G. E. BOUCHER Y PIGFORD
PIPE LINE DESIGN FOR NON-NEWTONIAN SOLUTIONS AND SUSPENSIONS
CHEMICAL ENGINEERING PROGRESS VOL. 48 N°. 8 AGOSTO, 1952.
3. BEECHAR
EMULTIONS THEORY AND PRACTICE
REINHOLD PUB.
4. BENNET & MYERS
MOMENTUM HEAT AND MASS TRANSFER
MC GRAW HILL
5. BILLMEYER F.W.
TEXT BOOK OF POLYMER SCIENCE
WILEY AND SONS
6. BIRD BYRON
MATHEMATICAL BUILDING IN RHEOLOGY
A.I.CH.E. SYMPOSIUM SERIES N°. 4, 1965.
7. BIRD BYRON
TRANSPORT PHENOMENA
WILEY AND SONS
8. BOGUE D. C.
ENTRANCE EFFECTS AND PREDICTION OF TURBULENCE IN NON-
NEWTONIAN FLOW
INDUSTRIAL AND ENGINEERING CHEMISTRY VOL. 51, N°. 7
JULIO, 1959.
9. BRASIE W. C.
FLUID FLOW IN POLYMER HANDLING SYSTEMS
CHEMICAL ENGINEERING PROGRESS. VOL. 58, N°. 1 ENERO, 1962.

10. BROADKEY
THE PHENOMENA OF FLUID MOTION
ADDISON WESLEY

11. BUECHE. F.
INFLUENCE OF SHEAR RATE AN APARENT VISCOSITY OF A DILUTE
POLYMER SOLUTIONS AND BULK POLYMERS.
JOURNAL OF CHEMICAL PHYSICS VOL. 22 N°. 9 SEPTIEMBRE, 1954.

12. CARDWELL W. T.
DRILLING FLUID VISCOMETRY
A.P. I.

13. CHARM. S. E.
EFFECT OF YIELD STRESS AND THE POWER LAW CONSTANTS OF FLUID
FOOD MATERIALS DETERMINED IN LOW SHEAR RATE VISCOMETERS
I. & E. C. PROCESS DESIGN AND DEVELOPMENT VOL. 2, N°. 1
ENERO, 1963.

14. CHRISTIANSEN E. B.
PIPE LINE DESING FOR NON-NEWTONIAN FLUIDS IN STREAM LINE
FLOW
A.I.CH.E. JOURNAL. VOL. 1 , N°. 4 DICIEMBRE, 1955.

15. COLEMAN B. D. MARKOWITZ H.N.
VISCOMETRIC FLOW OF NON-NEWTONIAN FLUIDS
PRENTICE HALL.

16. COBURN N.
VECTOR AN TENSOR ANALYSIS
DOVER PUB.

17. COLLINS MORTON Y SCHOWALTER W. R.
BEHAVIOR OF NON-NEWTONIAN FLUIDS IN THE INLET REGION OF
A CHANNEL.
A.I.CH.E. JOURNAL. VOL. 9, N°. 1 ENERO, 1963.

...

18. CURLE N. DAVIES
MODERN FLUID DYNAMICS
MC. GRAW HILL
19. DODGE D. W. Y METZNER A. B:
TURBULENT FLOW OF NON-NEWTONIAN SYSTEMS
A.I.CH.E. JOURNAL VOL. 5, N°. 2 JUNIO, 1959.
20. EIRICH F. R.
RHEOLOGY VOL. I
ACADEMIC PRESS.
21. FIELD L.J.
LOW SOLIDS NON-DISPERSE MUD USAGE IN WESTERN CANADA
ROTARY DRILLING SERVICES, INC.
22. FOUST
PRINCIPLES OF UNIT OPERATIONS
JOHN WILEY
23. FRANCIS J. R. D.
A TEXT BOOK OF FLUID DYNAMICS FOR ENG. STUDENTS.
PRENTICE HALL.
24. FREDRICKSON A. G.
A MODEL FOR THE THIXOTROPY OF SUSPENSIONS
AICHE JOURNAL VOL 16, N°. 3 MAYO, 1970.
25. FREDRICKSON A. G.
NON-NEWTONIAN FLOW IN AN ANNULI
INDUSTRIAL AND ENG. CHEM. VOL. 50, N°. 3 MARZO, 1958.
26. GILES
MECANICA DE FLUIDOS E HIDRAULICA
MC. GRAW HILL SHAUM'S SERIES

...

27. GUILLEN F. J.
CALCULO TENSORIAL
EDITORIAL IGLESIAS
28. GOOD EVE
A GENERAL THEORY OF THIXOTROPY AND VISCOSITY
TRANSFARADAY SOC.
29. GREEN HENRY AND WELTMAN RUTH
ECUATIONS OF THIXOTROPIC BREAKDOWN FOR THE ROTATIONAL
VISCOMETER
INDUSTRIAL AND ENG. CHEM. VOL. 18 N°. 3 MARZO, 1946.
30. HADLEY G.
LINEAR ALGEBRA
ADDISON WESLEY.
31. S. J. HANN, T. REE AND H. EYRING
A THEORY OF THIXOTROPIC SUBSTANCES
NLGI SPOKESMAN JUNIO. 1957.
32. S. J. HANN, T. REE AND H. EYRING
FLOW MECHANISM FOR THIXOTROPIC SUBSTANCES
NLGI. SPOKESMAN JULIO, 1959.
33. HAPPEL Y BRENNER
LOW REYNOLDS NUMBER HIDRODYNAMICS
PRENTICE HALL
34. J. HARRIS WILKINSON WL
MOMENTUM HEAT AND MASS TRANSFER IN NON-NEWTONIAN
TURBULENT FLOW IN PIPES
CHEM. ENG. SCIENCE VOL. 26 1971.
35. HAVENAAR
THE PUMPABILITY OF CLAY-WATER DRILLING FLUIDS
S. OF PETROLEUM TEHC.

36. HUGHMARK G. A.
HEAT AND MASS TRANSFER IN THE WALL REGION OF TURBULENT
PIPE FLOW
A. I. CH. E. JORNAL VOL 17, N°. 1 ENERO 1971.
37. JOHNSTONE AND THRING
PILOT PLANTS, MODELS AND SCALE UP METHODS
MC. GRAW HILL.
38. KAY
INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LA MECANICA DE FLUIDOS
PERGAMON PRESS.
39. KINNEY
ENGINEERING PROPERTIES AND APLICATIONS OF PLASTICS
WILEY & SONS.
40. KNUDSEN Y KATZ
FLUID DYNAMICS AND HEAT TRANSFER
MC. GRAW HILL
41. KOZICKI, CHOW AND TIU
NON-NEWTONIAN FLOW IN DUCTS OF ARBITRARY
CROSS SECTIONAL SHAPE.
CHEMICAL ENGINEERING SCIENCIE VOL. 21, 1966
42. KRESCH EDWARD Y NOORDEGRAAF A.
A MATHEMATICAL MODEL FOR THE PRESURE-FLOW RELATIONSHIP
IN A SEGMENT OF A VEIN
IEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING
VOL BME - 16 N°. 4. OCTUBRE, 1969.
43. KRIEGER I.M. Y MARQN H. SAMUEL.
DIRECT DETERMINATION OF THE FLOW CURVES OF NON-NEWTONIAN
FLUIDS.
JOURNAL OF APPLIED PHYSICS VOL. 23 N°. 1 ENERO, 1952.

44. KRIEGER I. M. Y MARON H. SAMUEL
DIRECT DETERMINATION OF THE FLOW CURVES OV NON-NEWTONIAN
FLUIDS.
II SHEARING RATE IN THE CONCENTRIC CYLINDER VISCOMETER
JOURNAL OF APPLIED PHYSICS VOL. 24, N°. 2 FEBRERO, 1953.
45. KRIEGER I. M. Y MARON H. S.
DIRECT DETERMINATION OF THE FLOW CURVES OF NON-NEWTONIAN FLUIDS
III STANDARIZED TREATMENT OF VISCOMETRIC DATA
JOURNAL OF APPLIED PHYSICS VOL. 25 N°. 1 ENERO, 1954.
46. KRUYT H. R.
COLLOID SCIENCE TOMO I
47. LAIRD WILLIAM M
SLURRY AND SUSPENSION TRANSPORT
INDUSTRIAL AND ENG. CHEM. VOL. 49 N°. 1 ENERO, 1957.
48. MASE
CONTINUM MECHANICS
MC. GRAW HILL SHAUM'S SERIES
49. MC CABE & SMITH
UNIT OPERATIONS OF CHEMICAL ENGINEERING
MC. GRAW HILL
50. MC. KELVEY
POLYMER PROCESSING
JOHN WILEY & SONS.
51. MELTUN LEONARD L.
RHEOLOGICAL MEASUREMENTS OF NON-NEWTONIAN FLUIDS
PETROLEUM TRANSACTIONS A.I.M.E. VOL. 210, 1957.
52. MEKSYN D
STABILITY OF VISCOUS FLOW BETWEN ROTATING CYLINDERS
DICIEMBRE, 1945.

53. METZNER A. B.
PIPE LINE DESIGN FOR NON-NEWTONIAN FLUIDS
CHEM. ENG. PROGRESS. VOL. 50, N° 1, ENERO, 1954.

54. METZNER A. B. Y REED J. C.
FLOW OF NON-NEWTONIAN FLUIDS CORRELATION OF THE LAMINAR
TRANSITION AND TURBULENT FLOW REGIONS.
A.I.C.H.E. JOURNAL VOL. 1 N°, 4 DICIEMBRE, 1955.

55. MISHRA P. TRIPATHI G.
TRANSITION FROM LAMINAR TO TURBULENT FLOW OF PURELY
VISCIOUS NON-NEWTONIAN FLUIDS IN TUBES.
CHEMICAL ENG. SCIENCE, VOL. 26, 1971.

56. ROUSE PRINCE E
A THEORY OF THE LINEAR VISCOELASTIC PROPERTIES OF DILUTE
SOLUTIONS OF COILING POLYMERS
THE JOURNAL OF CHEMICAL PHYSICS VOL. 21, N°. 7 JULIO 1953.

57. SAVINS J. G
GENERALIZED NEWTONIAN (PSEUDOPLASTIC) FLOW IN
STATIONARY PIPES AND ANNULI
PETROLEUM TRANSACTIONS AIME VOL. 213, 1958.

58. SHAMES IRVING H.
MECHANICS OF FLUIDS
MC. GRAW HILL

59. SHAVER ROBERT G. Y MERRILL EDWARD
TURBULENT FLOW OF PSEUDO-PLASTIC POLYMER
SOLUTIONS IN STRAIGHT CYLINDRICAL TUBES
AICHE JOURNAL VOL. 5 N°. 2 JULIO, 1959.

60. SPIEGEL
VECTOR ANALISIS
MC. GRAW HILL SHAUM'S SERIES

...

61. STREET NORMAN
VISCOSITY OF CLAY SUSPENSIONS
WORLD OIL DICIEMBRE, 1958.

62. TOOR H. L.
THE ENERGY EQUATIONS FOR VISCOUS FLOW
IND, AND ENG. CHEMISTRY VOL. 48, N°. 5 . MAYO 1956.

63. UZOIGWE A. C. Y MARSDEN S. S.
EMULSION RHEOLOGY AND FLOW THROUGH UNCONSOLIDATED
POROUS MEDIA
SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS OF AIME, SPE. 3004

64. VAN OPPELN
PUMPABILITY, RHEOLOGICAL PROPERTIES AND VISCOMETRY
OF DRILLING FLUIDS
J. INST. PETROL.

65. VAN WAZER S. R.
VISCOSITY AND FLOW MEASUREMENTS
WILEY & SONS.

66. WALKER RICHARD E.
HOW TO PREDICT MUD PERFORMANCE
THE OIL AND GAS JOURNAL. MARZO 30, 1964.

67. WARD I. M.
MECHANICAL PROPERTIES OF SOLID POLYMERS
WILEY & SONS.

68. WHEELER J. A. Y WISSLER E. N
THE FRICTION FACTOR REYNOLDS NUMBER RELATION FOR
STEADY FLOW OF PSEUDO-PLASTIC FLUIDS THROUGH
RECTANGULAR DUCTS.
AICHE JOURNAL VOL. II N°. 2 MARZO, 1965.

69. WHITE A. D.
CORRELATION OF PRESSURE DROP DATA IN PIPE FLOW OF
DILUTE POLYMER SOLUTIONS
CHEMICAL ENGINEERING SCIENCE VOL. 25, 1970.

70. WILLIAMS DAVID J.
POLYMER SCIENCE AND ENGINEERING
PRENTICE HALL

71. WOHL MARTIN
DESIGNING FOR NON-NEWTONIAN FLUIDS
REPRINTED FROM CHEMICAL ENGINEERING
ENERO, FEBRERO, MARZO, ABRIL MAYO, JUNIO, JULIO Y
AGOSTO DE 1968.

72. HARRY LASS
VECTOR AND TENSOR ANALYSIS
MC. GRAW HILL

73. LOITSYANSKII
MECHANICS OF LIQUIDS AND GASES
PERGAMON PRESS.

74. ROGERS W. F.
COMPOSITON AN PROPERTIES OF OIL WELL DRILLING
FLUIDS.

75. MANUALES
DRILL DE MEXICO, S. A.
MAGCOBAR. S. A.
NORMAS DEL INSTITUTO MEXICANO DEL PETROLEO