

61
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



CONSTRUCCION DE UN MODELO DE SIMULACION PARA EL PRONOSTICO DE COSTOS EN PLANES DE PENSIONES

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
A C T U A R I O
P R E S E N T A
GERARDO CESAR TREJO ESTRADA

MEXICO, D. F.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

1991



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

Introducción	9
Antecedentes	
I. ASPECTOS ACTUARIALES BASICOS DE LOS PLANES DE PENSIONES	9
I.1. Estructura general de un plan de pensiones...	9
I.2. Hipótesis actuariales y funciones actuariales básicas.....	12
I.2.1. Hipótesis actuariales.....	12
I.2.2. Funciones actuariales básicas.....	14
I.3. Métodos actuariales de costeo.....	18
I.3.1. Medidas del pasivo de un plan de pensiones.....	18
I.3.2. Conceptos básicos del costeo de planes de pensiones.....	19
I.3.3. Métodos actuariales de costeo.....	21
I.4. Concepto general y propósito de los pronósticos de costos.....	25
I.5. La población de un plan de pensiones.....	27
II. FORMULACION DEL MODELO.....	32
II.1. Simulación de sistemas.....	32
II.1.1. Función de los modelos de simulación.....	33
II.1.2. El proceso de simulación.....	34
II.2. Definición del sistema.....	35
II.2.1. Representación estática.....	35
II.2.2. Representación dinámica.....	38
II.3. Formulación del modelo.....	40
II.3.1. Especificación del propósito del modelo.....	41
II.3.2. Especificación de componentes, parámetros, variables y restricciones.....	42
II.3.3. Parámetros, variables de estado y variables explicativas.....	46
II.3.4. Variables auxiliares.....	47
II.3.5. Algoritmo para la simulación.....	48
II.3.6. Relaciones funcionales.....	50
III. TRASLACION Y VALIDACION DEL MODELO.....	53
III.1. Traslación del modelo.....	53
III.2. Validación del modelo.....	57
III.2.1. Validación de los componentes: Estructura del Plan, Valuación Anual y Fondo del Plan.....	58
III.2.2. Validación del componente Población.....	59
III.2.3. Validación global del modelo.....	73
Conclusiones	82
Apéndices	
Bibliografía	

INTRODUCCION

Los planes de pensiones son sistemas cuyo comportamiento en el tiempo resulta difícil de describir de manera general, debido al gran número de variables controlables y no controlables que intervienen en él y a la variedad de formas en que pueden ser definidas algunas de las relaciones funcionales entre ellas.

Un estudio sistemático de los planes de pensiones no sólo resulta interesante desde el punto de vista teórico. También es de suma importancia para el actuario consultor en la materia, cuyo trabajo consiste fundamentalmente en saber anticipar el comportamiento de un plan bajo determinadas hipótesis, cuantificar el efecto de unas variables sobre otras en el tiempo y, en general, tomar decisiones que afecten este comportamiento conforme sus propias suposiciones resulten o no adecuadas a la realidad.

El objetivo principal de este trabajo es la construcción de un modelo que represente tan sencillamente como sea posible el proceso de financiamiento de un plan de pensiones. En segundo lugar, el objetivo es proporcionar al actuario interesado una herramienta que le permita simular la realidad con este modelo, o sea, efectuar con él experimentos para inferir el comportamiento de un plan real bajo circunstancias conocidas.

En la primera parte del trabajo introduciremos algunos conceptos necesarios para el desarrollo de los siguientes capítulos: la estructura general de un plan, los conceptos actuariales básicos y los fundamentos de la teoría sobre costeo o financiamiento de planes de pensiones.

En la segunda parte propondremos el plan para llevar a cabo la construcción del modelo, basados en la teoría general de simulación de sistemas, y desarrollaremos las primeras dos etapas del proceso de simulación: la definición del Sistema y la

formulación del Modelo.

Finalmente, en la tercera parte describiremos las etapas correspondientes a la traslación del Modelo a un computadora y a la validación de su funcionamiento.

En el apartado de conclusiones evaluaremos si desde el punto de vista de la utilidad práctica del Modelo, los objetivos expuestos anteriormente han sido alcanzados satisfactoriamente.

ANTECEDENTES

De acuerdo con el criterio de la AMACBE¹, establecer un plan de pensiones privado en México significa, en esencia, que una organización define una política para el retiro de sus empleados cuando estos llegan a una edad en la cual se considera que es antieconómico que continúen trabajando. En otras palabras, sin contravenir lo dispuesto al respecto por la Ley Federal del Trabajo, la organización desea separar al personal de edad avanzada de acuerdo a ciertas reglas preestablecidas.

En el proceso de implantación de un plan de pensiones privado pueden distinguirse claramente cinco etapas, de acuerdo a la naturaleza del trabajo que realiza en cada una el actuario consultor: el diseño, la valuación actuarial inicial, la instalación, la comunicación y la administración. A continuación hacemos una breve descripción de estas etapas.

. Diseño

En términos generales, el diseño de un plan de pensiones se ocupa de establecer las reglas a que nos referimos anteriormente. Esto es, el tipo y nivel de beneficios que se proveerán, las personas a quienes se otorgarán estos beneficios y las condiciones bajo las cuales les serán pagados los mismos.

. Valuación actuarial inicial

Una vez que ha quedado definida la estructura del plan de pensiones, el actuario se ocupa de calcular el valor presente a la fecha del estudio de todos los beneficios que se espera que el plan habrá de pagar en el futuro. Esto implica hacer suposiciones

¹ Asociación Mexicana de Actuarios Consultores en Beneficios para Empleados, A.C.

acerca del monto de los beneficios que corresponderían a cada empleado a la edad de retiro, bajo las condiciones del plan, de la probabilidad que tiene cada uno de alcanzar estos beneficios y, finalmente, del interés que acumularán los recursos que se destinen a financiar el pago de los mismos.

Habiendo calculado el valor presente de los todos los beneficios que habrán de pagarse, el siguiente paso consiste en definir la forma en que se acumularán los recursos suficientes para pagarlos. En primer lugar, el método para calcular las contribuciones con que se constituirá el fondo del plan y, en segundo término, la institución y el instrumento donde se invertirán estas contribuciones.

El procedimiento para calcular las contribuciones se conoce como Método Actuarial de Costeo, y es el que determina la mayor o menor rapidez con que se acumularán los recursos del fondo del plan. El método que el actuario seleccione dependerá de la estructura del plan, del tipo de población de la empresa y de la situación financiera de la misma.

Finalmente podemos decir, de manera muy general, que la etapa de la valuación actuarial inicial concluye cuando se ha elegido un método de costeo determinado y ha sido calculado el monto de la primera contribución correspondiente a dicho método.

Instalación, comunicación y administración

La instalación formal de un plan de pensiones en México consiste principalmente en la redacción del texto del plan, la celebración del contrato que corresponda al instrumento de financiamiento seleccionado y el aviso que debe darse a la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. A este aviso se anexan el texto del plan, formalizado con la firma de los representantes legales de la empresa, el contrato con la agencia de financiamiento y la nota técnica actuarial, que acredite la personalidad de quien presenta el aviso.

La etapa de comunicación de un plan de pensiones consiste en informar a la población de la empresa sobre la instalación del mismo y en familiarizarla con su estructura y la forma en que operará.

Después de la instalación y la comunicación de un plan, la labor del actuario consultor tiene dos aspectos que nos interesa distinguir para efectos de este trabajo: por un lado participa en las acciones de planeación y dirección de la operación práctica del plan y por el otro, tiene a su cargo el aspecto técnico-actuarial del desarrollo del mismo.

Por esto último entendemos que el actuario lleva a cabo valuaciones actuariales periódicas, generalmente anuales, en las que determina el valor presente de los futuros beneficios del plan y la contribución para el período subsecuente, evalúa el estado de financiamiento en que se halla el plan y detecta las desviaciones que ocurran entre la experiencia real y la esperada. De esta manera, además de dar cumplimiento a los requisitos fiscales del plan de pensiones, el actuario está en posibilidad de incorporar a sus hipótesis y a su método de costeo los ajustes que garanticen que el fondo se acumule de manera ordenada, que sea suficiente para enfrentar el pago de los beneficios previstos y, por supuesto, que su acumulación no altere bruscamente las expectativas financieras de la empresa.

CAPITULO I
ASPECTOS ACTUARIALES BASICOS DE
LOS PLANES PRIVADOS DE PENSIONES

I.1. Estructura general de un plan de pensiones

En términos generales, por estructura de un plan de pensiones entenderemos el conjunto de definiciones, condiciones y fórmulas que establecen qué beneficios proveerá el plan, quiénes tendrán derecho a ellos y bajo qué condiciones, cómo se calculará el monto de los beneficios y en qué forma serán pagados y, finalmente, de dónde provendrán los recursos necesarios para financiarlos.

En el caso particular de los planes de pensiones por retiro de los que nos ocupamos en este trabajo, la estructura queda definida en términos de los siguientes puntos:

Requisitos de elegibilidad

- Edad mínima
- Antigüedad mínima
- Edad máxima

Condiciones de retiro

- Condiciones de retiro normal (edad y antigüedad mínimas)
- Condiciones para el retiro anticipado (edad y antigüedad mínimas)
- Edad máxima para el retiro diferido

Monto de la pensión

- Sueldo pensionable
- Servicios acreditables
- Fórmula de cálculo del beneficio

Forma de pago del beneficio

Requisitos de elegibilidad. - Generalmente se establecen requisitos mínimos de edad y antigüedad para ser participante de un plan, porque no se considera necesario comenzar a acumular recursos para empleados jóvenes o de poca antigüedad, cuyo índice de rotación es muy elevado y que usualmente se muestran poco interesados en los beneficios de un plan de retiro.

Por otro lado, se establece un requisito de *edad máxima* que excluye a los empleados que sean contratados a una edad tal que no les permita completar un mínimo de antigüedad a la edad normal de retiro.

Condiciones de retiro. - Siguiendo la definición que nos da Howard Winklevoss², entenderemos por *condiciones normales de retiro* la edad y la antigüedad con las que un participante debe contar como mínimo para tener derecho a recibir el beneficio completo, íntegro, del plan de pensiones (en México, la edad normal de retiro es generalmente de 65 años). Así mismo, llamaremos *retiro anticipado* al que ocurra antes de la edad normal de retiro y *retiro diferido* al que ocurra después de que se hayan cumplido las condiciones para el retiro normal.

Generalmente los planes establecen requisitos *mínimos de edad y antigüedad* para conceder el retiro anticipado, así como una *edad máxima* a la cual puede ocurrir el retiro diferido.

Monto del beneficio. - El monto de las pensiones otorgadas por los planes privados generalmente depende del sueldo y de la antigüedad del participante a la fecha de retiro. Por esta razón, deben definirse como parte de la estructura de un plan de pensiones el sueldo y la antigüedad que les serán acreditados a los participantes para efectos del cálculo de la pensión. Este sueldo se denomina *sueldo pensionable* y generalmente se define como el sueldo promedio percibido por el participante durante un número determinado de meses inmediatos anteriores a la fecha de retiro. Por otro lado, como *servicios acreditables* en la empresa generalmente se considera la antigüedad completa del participante, desde su última fecha de ingreso a la empresa hasta la fecha de retiro, aunque en algunos casos puede considerarse esta antigüedad incrementada o bien solo parte de ella.

² Cf. Howard Winklevoss, Pension Mathematics with Numerical Illustrations, p.3.

Finalmente, el componente más importante de la estructura de un plan privado de pensiones es la fórmula utilizada para el cálculo de la pensión o *fórmula del beneficio*. Los tres tipos de fórmulas más ampliamente utilizados en México serán descritos en la segunda parte de este capítulo.

Forma de pago del beneficio. - Las formas de pago de beneficios de uso más frecuente en México son las siguientes:

- a) Pensión vitalicia. Se efectúan pagos mensuales a partir de la fecha de retiro mientras el participante jubilado permanezca con vida.
- b) Pensión vitalicia con garantía. Una pensión vitalicia de la que se garantizan los pagos durante un período determinado, generalmente de 10 años, a partir de la fecha de retiro.
- c) Pago único. Se efectúa el pago en una sola exhibición del valor actuarial de los beneficios del plan a la fecha de retiro.

I.2. Hipótesis actuariales y funciones actuariales básicas

En esta sección nos ocuparemos de describir las principales hipótesis utilizadas en la valuación actuarial y en el análisis de costos de planes de pensiones, e introduciremos algunas funciones básicas de la matemática de planes de pensiones que utilizaremos a lo largo del trabajo.

I.2.1. Hipótesis Actuariales

De acuerdo con la definición que nos dan Winklevoss y McGill³, entendemos por hipótesis actuariales las requeridas para estimar los beneficios futuros a ser pagados por el plan, así como el correspondiente monto de la aportación de la empresa requerida para financiar anticipadamente estos pagos, de acuerdo a un método de financiamiento dado.

Estas hipótesis se clasifican de acuerdo a su naturaleza en hipótesis económicas e hipótesis de decrementos. Las primeras son las que se hacen sobre el incremento en los salarios de los participantes y el interés que ganarán los fondos del plan. Las hipótesis de decrementos, por otro lado, son suposiciones que hace el actuario sobre el patrón al que se ajustarán los índices de mortalidad, invalidez, rotación y retiro de la población del plan.

Las hipótesis actuariales no afectan el monto de los beneficios que serán pagados por el plan, pero sí el de las contribuciones que hará la empresa para financiar estos beneficios. Por lo tanto, el correcto financiamiento de un plan de pensiones depende en gran medida de la consistencia que guarden estas hipótesis entre sí y con el comportamiento real de las variables que afectan el costo del plan.

En México, el conjunto básico de hipótesis actuariales utilizadas

³ Cf. H. Winklevoss y Dan McGill, Public Pension Plans..., pp. 193

en la valuación de planes de pensiones es el siguiente:

Económicas

Incremento de salarios
Interés

De decrementos

Mortalidad de participantes activos
Invalidez de participante activos
Rotación de participantes activos
Retiro
Mortalidad de jubilados

Hipótesis Económicas

Incremento de salarios.- La hipótesis sobre el incremento de salarios es la suposición que se hace para proyectar los sueldos de los participantes activos del plan en cada año futuro de su carrera dentro de la empresa. Es necesaria para estimar el monto de los beneficios que el plan otorgará a cada participante que se retire, ya que dicho monto depende generalmente del sueldo percibido por el empleado durante un período dado de su carrera.

La hipótesis sobre incremento de salarios se expresa como una función que asigna a cada edad entera x la tasa en la cual se incrementa el sueldo de un participante de edad x entre las edades x y $x+1$.

Interés.- En el cálculo del costo de un plan de pensiones, el actuario debe hacer una hipótesis sobre el interés que espera que obtengan en el futuro las inversiones de los fondos del plan. Esta hipótesis tiene un efecto importante sobre los costos de un plan a lo largo del tiempo, puesto que se usa para calcular el valor presente de pagos que habrán de hacerse decenas de años después de la fecha de valuación. Se expresa generalmente como una tasa anual compuesta y constante.

Hipótesis de decrementos

Para efectos de la valuación actuarial de un plan de pensiones, el actuario hace la suposición de que la población de participantes

activos constituye un grupo cerrado, sujeto a cuatro causas de decremento independientes que operan continuamente: la muerte, la invalidez, la rotación y el retiro. Así mismo, supone que la población de jubilados constituye un grupo cerrado sujeto únicamente al decremento por fallecimiento.

Estas hipótesis se incorporan a la valuación actuarial mediante tablas de decrementos que se utilizarán para proyectar el comportamiento futuro de la población:

Población activa	Tabla de mortalidad Tabla de invalidez Tabla de rotación Tabla de retiro
Población de jubilados	Tabla de mortalidad

1.2.2. Funciones Actuariales Básicas

A continuación nos ocuparemos de definir algunas de las funciones elementales del cálculo actuarial de planes de pensiones utilizado en este trabajo. El propósito es dar claridad al desarrollo de la teoría sobre costos de pensiones en capítulos posteriores e introducir la terminología y la notación actuarial que habremos de utilizar de aquí en adelante.

Funciones de supervivencia

Denotaremos de la siguiente manera las tasas de decremento que el actuario utilice como hipótesis para la población activa:

	Tasa de decremento para la edad x
Mortalidad	$q_x^{(m)}$
Invalidez	$q_x^{(i)}$
Rotación	$q_x^{(r)}$
Retiro	$q_x^{(r)}$

En el contexto de grupos con un solo decremento, estas tasas

representan tanto la tasa anual de decremento como la probabilidad de decremento. Sin embargo, en el caso de decrementos múltiples como el que nos ocupa, estas funciones representan solamente tasas anuales de decremento y deben distinguirse de las probabilidades.

Se denotará ω a un participante activo de edad x y $q_x^{(m)}$, $q_x^{(l)}$, $q_x^{(v)}$ y $q_x^{(r)}$ a las probabilidades de que ω salga del grupo antes de alcanzar la edad $x+1$ por muerte, invalidez, rotación y retiro, respectivamente. De igual forma, se denotará q_x^T a la probabilidad de que ω salga del grupo por cualquier causa antes de la edad $x+1$ y p_x^T a la probabilidad complementaria. Entonces,

$$q_x^T = q_x^{(m)} + q_x^{(l)} + q_x^{(v)} + q_x^{(r)}$$

$$p_x^T = 1 - q_x^T$$

La probabilidad de que ω permanezca en el grupo cuando menos n años se denota ${}_n p_x^T$ y la probabilidad complementaria ${}_n q_x^T$:

$${}_n p_x^T = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^T$$

$${}_n q_x^T = 1 - {}_n p_x^T$$

De acuerdo a Jordan⁴, una aproximación para las probabilidades de decremento a partir de las tasas de correspondientes está dada por:

$$q_x^{(m)} = q_x^{(m)} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) C q_x^{(l)} + q_x^{(v)} + q_x^{(r)}$$

$$q_x^{(l)} = q_x^{(l)} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) C q_x^{(m)} + q_x^{(v)} + q_x^{(r)}$$

$$q_x^{(v)} = q_x^{(v)} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) C q_x^{(m)} + q_x^{(l)} + q_x^{(r)}$$

$$q_x^{(r)} = q_x^{(r)} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) C q_x^{(m)} + q_x^{(l)} + q_x^{(v)}$$

Proyección de salarios

⁴ Cf. C. W. Jordan, Life Contingencies, p. 276

Denotaremos con s_x el sueldo de (x) . Si IS_x denota la tasa a la que se incrementa el salario de (x) entre las edades x y $x+1$, entonces para cualquier edad $v > x$ se tiene que

$$s_v = s_x \cdot \prod_{l=x}^{v-1} (1+IS_l)$$

Fórmulas de beneficio

En la descripción de los tres tipos básicos de fórmulas de beneficio que haremos a continuación utilizaremos la siguiente notación:

r	edad de retiro
z	edad de ingreso, entendida como la edad a partir de la cual el participante comienza a acreditar beneficios
sp	sueldo pensionable del participante a edad r
Br	beneficio acumulado a edad r por un participante cuya edad de ingreso es z

Fórmula de beneficio cerrado. - El monto del beneficio se define como una constante k , independiente del sueldo del participante y de sus servicios acreditables.

$$Br = k$$

Fórmula de porcentaje nivelado de compensación. - Se define el monto del beneficio como un porcentaje α del sueldo pensionable del participante. Entonces

$$Br = \alpha \cdot sp$$

Fórmula de crédito unitario. - El monto de la pensión se calcula como un porcentaje α del sueldo pensionable del participante por cada año de servicios acreditables dentro de la empresa. Entonces,

$$Br = \alpha \cdot sp \cdot (r-z)$$

Finalmente, definiremos el beneficio acumulado a edad x ($x < r$) de un participante con edad de ingreso x , como la proporción de B_r que corresponde a la parte de servicios ya acreditados a edad x del total de los servicios acreditables proyectados. Lo denotaremos B_x :

$$B_x = B_r \frac{(x-2)}{(r-2)}$$

Anualidades

En el desarrollo de la teoría sobre costos de planes de pensiones es frecuente el uso de anualidades contingentes basadas en el grupo de participantes activos del plan. La notación que utilizaremos para estas anualidades será la siguiente:

$$\ddot{a}_x^T = \sum_{t=0}^{\infty} t p_x^T \cdot v^t$$

$$n | \ddot{a}_x^T = \sum_{t=n}^{\infty} t p_x^T \cdot v^t$$

$$\ddot{a}_{x:n}^T = \ddot{a}_x^T - n | \ddot{a}_x^T$$

Una variación importante de estas anualidades es la que denotaremos por ${}^s \ddot{a}_{x:r-x}^T$, donde el superíndice s indica que la anualidad involucra el salario del participante. Definimos

$${}^s \ddot{a}_{x:r-x}^T = \sum_{t=0}^{r-1-x} \frac{S_{x+t}}{S_x} t p_x^T \cdot v^t$$

es decir, el valor presente de cada peso de salario futuro para (x) entre las edades x y r .

I.3. Métodos Actuariales de Costeo

A continuación introduciremos algunos conceptos sobre los que descansa la mayor parte de la teoría de costos de planes de pensiones que utilizaremos en el trabajo, y describiremos brevemente cinco métodos actuariales de costeo incluidos en el libro de H. Winklevoss⁵.

En esta parte del capítulo utilizaremos la notación z para la edad de ingreso de un participante, r para la edad de retiro normal, x para la edad actual y el símbolo (w) para denotar un participante dado de edad actual x , edad de ingreso z y edad de retiro r . Finalmente, supondremos que los beneficios del plan se pagan anualmente y de forma vitalicia.

I.3.1. Medidas del pasivo de un plan de pensiones

Valor presente de beneficios futuros. - El Valor Presente de los Beneficios Futuros (VPBF) de un plan de pensiones es el pasivo asociado con todos los beneficios devengados a la fecha de valuación y los que se espera que acumule cada empleado en su carrera futura. El VPBF para un participante (w) dado se define como

$$\begin{aligned}(\text{VPBF})_x &= B_r \cdot \ddot{a}_r \cdot r \cdot x p_x^T \cdot V^{r-x}, & x < r \\ (\text{VPBF})_x &= B_r \cdot \ddot{a}_x, & x \geq r\end{aligned}$$

El VPBF de un plan es la suma del VPBF de todos los participantes activos y retirados del plan.

Pasivo de continuación del plan. - El Pasivo de Continuación del Plan (PCP) para un participante (w) se define en términos de B_x , considerando todos los decrementos asociados a la población activa, como sigue:

⁵ Para las definiciones de medidas de pasivo y de conceptos básicos, véase H. Winklevoss, op. cit., pp. 63-75.

$$\begin{aligned} (\text{PCP})_x &= Bx \cdot \ddot{a}_r \cdot r \cdot x p_x^{\overline{r}} \cdot V^{1-x}, & x < r \\ (\text{PCP})_x &= (\text{VPBF})_x, & x \geq r \end{aligned}$$

1.3.2. Conceptos básicos del costeo de planes de pensiones

Costo normal. - En términos generales, el Costo Normal (CN) de un plan es aquel que amortiza $(\text{VPBF})_x$ durante la carrera activa del participante, mediante un patrón de amortización que queda definido por cada método de costeo particular. Prospectivamente, los costos normales deben cumplir con la igualdad

$$(\text{VPBF})_x = \sum_{t=x}^{r-1} (\text{CN})_t \cdot (1-x)p_x^{\overline{r}} \cdot V^{1-t}$$

Pasivo actuarial. - El Pasivo Actuarial (PA) asociado con un participante x es la porción de $(\text{VPBF})_x$ que teóricamente ha sido amortizada a la edad x . Es decir, de manera prospectiva, el pasivo actuarial a edad x ($x < x+r$) es igual al VPBF a dicha edad menos el valor presente de los costos normales futuros:

$$(\text{PA})_x = (\text{VPBF})_x - (\text{VPCNF})_x$$

donde

$$(\text{VPCNF})_x = \sum_{t=x}^{r-1} (\text{CN})_t \cdot (1-x)p_x^{\overline{r}} \cdot V^{1-t}$$

El $(\text{PA})_x$ también puede ser definido retrospectivamente, como el valor acumulado de los costos normales pasados (VACNP):

$$(\text{PA})_x = (\text{VACNP})_x = \sum_{t=x}^{x-1} (\text{CN})_t \cdot (1+i)^{x-t} \cdot \frac{1}{x-t} p_t^{\overline{r}}$$

Pasivo suplementario. - Llamaremos Pasivo Suplementario (PS) a la diferencia que exista entre el cálculo prospectivo del pasivo actuarial y el valor acumulado de los costos normales pasados reales:

$$(PS)_x = [(VPBF)_x - (VPCNF)_x] - (VACNP)_x$$

Restringiendo de aquí en adelante la notación $(PA)_x$ a la definición prospectiva del pasivo actuarial y la notación $(VACNP)_x$ a los costos normales pasados reales, se tiene

$$(PS)_x = (PA)_x - (VACNP)_x \quad (1.3.1)$$

Costo suplementario. - El Costo Suplementario de un plan es aquel que amortiza el pasivo suplementario correspondiente. El Valor Acumulado de los Costos Suplementarios Pasados reales $(VACSP)$ y el Valor Presente de los Costos Suplementarios Futuros $(VPCSF)$ deben sumar el pasivo suplementario:

$$(PS)_x = (VACSP)_x + (VPCSF)_x$$

Sustituyendo esta expresión de $(PS)_x$ en (1.3.1) y despejando $(VPBF)_x$ se tiene

$$(VPBF)_x = (VACNP)_x + (VACSP)_x + (VPCNF)_x + (VPCSF)_x$$

Es decir, el $(VPBF)_x$ es igual en todo momento al valor acumulado de los costos normales y suplementarios pasados más el valor presente de los costos normales y suplementarios futuros.

Pasivo actuarial no financiado. - Definimos el Pasivo Actuarial No Financiado de un plan de pensiones al tiempo t como la diferencia entre el pasivo actuarial y el valor de los activos del plan en ese momento:

$$(PANF)_t = (PA)_t - (\text{Activos})_t$$

donde

$$(\text{Activos})_t = (VACNP)_t + (VACSP)_t$$

Ganancias y pérdidas actuariales. - Denotaremos por $(\Delta PS)_t$ el incremento en el pasivo suplementario creado durante el año t por desviaciones actuariales. Este incremento se define como la diferencia entre el pasivo actuarial no financiado al tiempo t y el pasivo actuarial no financiado esperado en ese momento:

$$(\Delta PS)_t = (PANF)_{t+1} - E(PANF)_{t+1} \quad (1.3.2)$$

Donde $E(PANF)_{t+1}$ es a su vez la diferencia entre el pasivo actuarial esperado al tiempo $t+1$ $E(PA)_{t+1}$ y los activos esperados en ese momento, $E(Activos)_{t+1}$:

$$E(PA)_{t+1} = [(PA)_t + (CN)_t - B_t] \cdot (1+i)$$

$$E(Activos)_{t+1} = [(Activos)_t + (Cont)_t - B_t] \cdot (1+i)$$

donde $(CN)_t$ es el costo normal del plan, B_t es el total de beneficios pagados y $(Cont)_t$ es el total de contribuciones hechas para el año t . Entonces

$$E(PANF)_{t+1} = E(PA)_{t+1} - E(Activos)_{t+1}$$

$$= [(PA)_t + (CN)_t - (Activos)_t - (Cont)_t] \cdot (1+i)$$

y sustituyendo en (1.3.2) tenemos

$$(\Delta PS)_t = (PANF)_{t+1} - [(PA)_t + (CN)_t - (Activos)_t - (Cont)_t] \cdot (1+i)$$

I.3.3. Métodos actuariales de costeo

En las descripciones que hagamos a continuación supondremos nuevamente que el pago de los beneficios del plan se hace anualmente y de forma vitalicia.

Método de costeo de crédito unitario⁶. - Este método consiste en dividir el beneficio previsto para la edad r en tantas unidades

⁶ Ibid. pp. 77-88. El autor lo llama *Accrued Benefit Cost Method with Supplemental Liability*

como años de servicio acreditables tenga el participante al llegar a esa edad, pagando cada año el costo de la unidad devengada. Para un participante (w) , el costo normal bajo este método es

$$(CN)_x = \frac{Br}{(r-z)} \cdot \ddot{a}_{\overline{x}|r-z} \cdot V^{r-x} \quad (M. 1. 1)$$

y el pasivo actuarial está dado por

$$(PA)_x = (VPBF)_x \cdot \frac{x-z}{r-z} \quad (M. 1. 2)$$

Método de costeo a edad de entrada⁷. - El objetivo de este método es desarrollar un costo normal que permanezca constante durante el período de servicios acreditables del participante, siempre y cuando no se alteren la estructura del plan o las hipótesis actuariales. Para determinar el costo normal para un participante (w) partimos de la igualdad

$$(CN)_x \cdot \ddot{a}_{\overline{x}|r-z} = (VPBF)_z \quad (M. 2. 1)$$

de donde

$$(CN)_x = \frac{(VPBF)_z}{\ddot{a}_{\overline{x}|r-z}} \quad (M. 2. 2)$$

con lo cual se garantiza que los costos normales amortizan $(VPBF)_z$ a lo largo de la carrera activa del participante. La expresión para el pasivo actuarial bajo este método se obtiene substituyendo la expresión para $(CN)_x$ en la definición de Pasivo Actuarial, de donde

$$(PA)_x = (VPBF)_x - \frac{(VPBF)_z}{\ddot{a}_{\overline{x}|r-z}} \cdot \ddot{a}_{\overline{x}|r-x} \quad (M. 2. 3)$$

y usando que $(VPBF)_z = (VPBF)_x \cdot x-zp_z^T \cdot V^{x-z}$ se tiene que

⁷ *Ibid.*, pp. 92-99. El autor lo llama *Projected Benefit Cost Method with Supplemental Liability*.

$$(CPA)_x = (VPBF)_x \cdot \frac{\sum_{t=x}^T \frac{1}{(1+r)^t}}{\sum_{t=x}^T \frac{1}{(1+r)^t - z}} \quad (M. 2. 5)$$

Finalmente, despejando de (M. 2. 5) el valor de (CN)_x, se tiene

$$(CN)_x = \frac{(VPBF)_x - (CPA)_x}{\sum_{t=x}^T \frac{1}{(1+r)^t}} \quad (M. 2. 6)$$

Tomaremos (M. 2. 5) y (M. 2. 6) como las definiciones del Costo Normal y del Pasivo Actuarial bajo este método de costeo.

Método de costeo individual nivelado⁸. - Consideremos el caso de un participante (x) cuya edad era e cuando se instaló el plan de pensiones (x(=e)=x(r). De acuerdo con el método de costeo a edad de entrada, el pasivo actuarial que existe al comienzo del plan (pasivo inicial) es

$$(CPA)_e = (VPBF)_e \cdot \frac{\sum_{t=e}^T \frac{1}{(1+r)^t}}{\sum_{t=e}^T \frac{1}{(1+r)^t - z}} \quad (M. 3. 1)$$

El método de costeo individual nivelado consiste en sumar al costo normal del método a edad de entrada el costo de amortizar el pasivo inicial entre las edades e y r. Esto es,

$$(CN)_x = (CN \text{ Método a edad de entrada})_x + \frac{(CPA)_e}{\sum_{t=e}^T \frac{1}{(1+r)^t - z}} \quad (M. 3. 2)$$

de donde resulta que

$$(CN)_x = \frac{(VPBF)_x}{\sum_{t=x}^T \frac{1}{(1+r)^t}} \quad (M. 3. 3)$$

Mediante el mismo desarrollo que condujo de (M. 2. 2) a (M. 2. 5) y M. 2. 6, tenemos que

$$(CPA)_x = (VPBF)_x \cdot \frac{\sum_{t=x}^T \frac{1}{(1+r)^t - e}}{\sum_{t=x}^T \frac{1}{(1+r)^t - e}} \quad (M. 3. 4)$$

⁸ *Ibid.* pp. 100-102. El autor lo llama *Projected Benefit Cost Method without Supplemental Liability*.

$$(CND)_x = \frac{(VPBF)_x - (CPA)_x}{\sum_{k=x}^T r-x} \quad (M. 3.5)$$

Método de costeo colectivo nivelado⁹ - El costo normal del plan bajo este método se define como sigue:

$$(CND)_t = \sum \left[\frac{\sum (VPBF)_x - (\text{Activos})_t}{\sum_{k=x}^T r-x} \right] \quad (M. 4.1)$$

$$(CPA)_t = \sum (CPA)_x \quad (M. 4.2)$$

donde

Σ denota la suma sobre todos los participantes del plan
 $(CPA)_x$ es el pasivo actuarial para (x) bajo el método de costeo individual nivelado.

Bajo este método, el costo anual dado por (M. 4.1) incluye un costo suplementario implícito que amortiza el correspondiente pasivo suplementario implícito.

Método de costeo colectivo¹⁰ - Bajo este método, el costo anual también incluye un costo suplementario implícito, pero su cálculo se basa en la relación que guarden el pasivo no financiado del plan y el valor presente de los sueldos futuros de los participantes.

$$(CND)_t = \sum s_x \cdot \left[\frac{\sum (VPBF)_x - (\text{Activos})_t}{\sum_{k=x}^T s_x \cdot r-x} \right] \quad (M. 5.1)$$

$$(CPA)_t = \sum (CPA)_x \quad (M. 5.2)$$

donde s_x representa el sueldo del participante (x) y

$$(CPA)_x = (VPBF)_x \cdot \frac{\sum_{k=x}^T s_{k-x} \cdot r-x}{\sum_{k=x}^T s_{k-x} \cdot r-x} \quad (M. 5.3)$$

⁹ *Ibid.*, pp. 106-109. El autor lo llama *Constant Amount - Aggregate Projected Benefit Cost Method without Supplemental Liability*.

¹⁰ *Ibid.*, pp. 106-109. El autor lo llama *Constant Percentage of Salary - Aggregate Projected Benefit Cost Method without Supplemental Liability*.

I.4. Concepto general y propósito de los pronósticos de costos

Los dos resultados principales de la valuación actuarial de un plan de pensiones son la determinación del costo anual y la evaluación del estado de financiamiento del plan. Por lo segundo entendemos la comparación de los activos con una medida adecuada del pasivo del plan, ya sea mediante el cálculo de la diferencia en pesos o mediante la expresión de los activos como un porcentaje de dicha medida. A la medida del pasivo que se utilice se le conoce como *objetivo de los activos*, y al cociente entre los activos y esta medida se le llama *razón de financiamiento del plan de pensiones*.

De acuerdo con Winklevoss y McGill⁴⁴, la medida del pasivo más apropiada para ser definida como objetivo de los activos es aquella que represente la obligación financiera que tiene el plan por los beneficios *acumulados* de los participantes activos y retirados. Esto es, en términos de las medidas de pasivo que definimos en el capítulo I, definiremos el Objetivo de los Activos de un plan en un año dado como el valor que tenga el Pasivo de Continuación del Plan (PCP) en ese año.

Pronósticos de costos

A diferencia de las valuaciones actuariales anuales, los pronósticos de costos buscan anticipar el costo de un plan y el progreso en el estado de financiamiento del mismo durante cierto número de años en el futuro.

En efecto, si por "implicaciones financieras" entendemos los efectos sobre el costo y el estado de financiamiento de un plan, podemos decir que el propósito principal de los pronósticos de costos es el de medir las implicaciones financieras a largo plazo de cambios en la estructura de un plan, en las hipótesis

⁴⁴ Cf. H. Winklevoss y D. McGill, op., pp. 185

actuariales o en el método de financiamiento. De igual forma, los pronósticos pueden hacerse con objeto de conocer los efectos de las desviaciones de la experiencia real de un plan respecto a las hipótesis actuariales.

El llevar a cabo pronósticos de costos de planes de pensiones implica la realización de una serie de valuaciones actuariales anuales sobre proyecciones sucesivas de la población, los salarios y los fondos de un plan. Se llaman *hipótesis de proyección* las utilizadas para proyectar el comportamiento de estos tres elementos en años futuros, e *hipótesis de valuación* las utilizadas en las valuaciones actuariales que se practican sobre dichas proyecciones.

De acuerdo con H. Winklevoss¹², es de suma importancia para la validez de un pronóstico de costos el hecho de que cada hipótesis de proyección sea una buena aproximación del comportamiento real del factor que intenta proyectar. Lo contrario introduce un error en la estructura de la población y de sus salarios, que a su vez ocasiona un error acumulativo en el flujo de efectivo del plan y en el comportamiento de la inversión de los fondos del plan.

Los pronósticos de costos más sencillos son aquellos en los que las hipótesis de valuación y las de proyección son idénticas, pero en general resulta menos útil que los pronósticos en los que existen desviaciones entre ambas, pues en estos últimos se producen pérdidas y ganancias actuariales que se reflejan en la proyección de los fondos del plan.

Finalmente subrayaremos que aunque los pronósticos de costos pueden ser usados para *predecir* el costo real en pesos de un plan en años futuros, generalmente son más útiles para prever el comportamiento que tendrán a largo plazo las aportaciones de la empresa o algún otro indicador del proceso de financiamiento de un plan de pensiones.

¹² Cf. H. Winklevoss, op. cit., p. 202

I.5. La población de un plan de pensiones

En esta parte nos ocuparemos de describir de manera breve las definiciones que H. Winklevoss hace de algunos tipos de población útiles en el estudio de planes de pensiones: población estacionaria, población madura, población inmadura, población sobre-madura y población de tamaño restringido¹⁹.

Población estacionaria

Una población se considera estacionaria cuando su tamaño y su distribución por edades permanecen constantes año tras año. Si las tasas de decremento asociadas a la población son constantes y si un número constante de participantes ingresan cada año, se dará una condición estacionaria después de n años, donde n es la diferencia máxima de edades en la población.

A manera de ejemplo, consideremos una población que tiene cuatro edades: y , $y+1$, $y+2$, y $y+3$, donde las tasas de decremento para cada edad son $1/4$, $1/3$, $1/2$ y 1 respectivamente y a la que ingresan 100 nuevos miembros cada año. Los primeros cinco años de experiencia para la población se muestran en la Tabla I-1.

En el contexto de planes de pensiones, es importante notar que también la distribución por antigüedad de la población estacionaria permanece constante después de n años. En la Tabla I-1, por ejemplo, a partir del tercer año el 40% de la población estacionaria tiene 0 años de antigüedad, el 30% tiene un año de antigüedad, y el 10% dos años.

En una población real, a diferencia de lo que sucede en el ejemplo, lo más probable es que existan varias edades de ingreso

¹⁹ Las definiciones, consideraciones y tablas contenidas en esta parte del capítulo corresponden al capítulo IV de la obra citada de H. Winklevoss, llamado *Pension Plan Population Theory*, pp. 50-62

posibles. Para mostrar que el fenómeno de estacionalidad sigue dándose en ese caso, basta concebir a la población como una serie de poblaciones con una sola edad de entrada, de tal forma que cada edad de entrada represente una subpoblación. La población entera se hará estacionaria después de m años, donde m es la máxima diferencia entre la edad de retiro y la edad de entrada de todas las subpoblaciones.

TABLA I-1
Desarrollo de una población estacionaria

Tiempo transcurrido	Tasas de decremento	1/4	1/3	1/2	1	Total	
	Edades	y	y+1	y+2	y+3		y+4
0	Entradas →	100					100
1	Entradas →	100	75				175
2	Entradas →	100	75	50			225
3	Entradas →	100	75	50	25		250
4	Entradas →	100	75	50	25	0	250
5	Entradas →	100	75	50	25	0	250
..							
Distribución por edades		40%	30%	20%	10%	0%	100%

Población madura

Si el número de miembros que ingresan a la población se incrementa en una tasa constante, la población alcanzará una distribución constante por edad y antigüedad en el mismo lapso requerido para que una población se vuelva estacionaria, y a partir de ese momento su tamaño crecerá en la misma proporción en que lo hace el número de nuevos miembros. Entonces decimos que la población se ha convertido en una población madura.

Es importante observar que, de hecho, una población estacionaria es un caso particular de una población madura en el que la tasa de crecimiento del número de nuevos miembros es igual a cero.

En la tabla I-2 se muestra un ejemplo del desarrollo de una

población madura con una sólo edad de ingreso:

TABLA I-2
Desarrollo de una población madura

Tiempo transcurrido	Tasas de decremento	1/4	1/3	1/2	1	Total	
	Edades	y	y+1	y+2	y+3		y+4
0	Entradas →	100					100
1	Entradas →	200	75				275
2	Entradas →	400	150	50			600
3	Entradas →	800	300	100	25		1225
4	Entradas →	1600	600	200	50	0	2450
5	Entradas →	3200	1200	400	100	0	4900
6	Entradas →	6400	2400	800	200	0	9800
7	Entradas →	12800	4800	1600	400	0	19600
...							
Distribucion por edades		65%	25%	8%	2%	0%	100%

Población inmadura y población sobre-madura

Una población se considera inmadura si su distribución por edad y antigüedad tiene una mayor proporción de empleados jóvenes y de poca antigüedad que la de una población madura del mismo tamaño, con las mismas tasas de decremento asociadas y con la misma distribución de edades de entrada. Una población sobre-madura, por el contrario, es aquella cuya proporción de empleados en edad avanzada y con mucha antigüedad es mayor que la de una población madura del mismo tamaño que tenga las mismas condiciones de decrementos y de edades de entrada.

De acuerdo a Winklevoss, las industrias en expansión se caracterizan por empresas que tienen poblaciones inmaduras, mientras que las industrias que declinan tienen empresas con poblaciones sobre-maduras.

Población de tamaño restringido

En todos los tipos de población que hemos mencionado, el número de miembros de nuevo ingreso ha funcionado como variable

independiente mientras que el tamaño de la población lo ha hecho como variable dependiente. En la práctica, sin embargo, las empresas determinan el tamaño de su población de empleados independientemente de su plan de pensiones, ocasionando que el número de nuevas contrataciones sea la variable dependiente.

En la tabla I-3 se muestra el desarrollo de una población basada en las mismas suposiciones que las dos anteriores, excepto por el tamaño, que ha sido fijado en 1,000 empleados para todos los años.

TABLA I-3
Desarrollo de una población de tamaño restringido

Tiempo transcurrido	Tasas de decremento	1/4	1/3	1/2	1	Total	
	Eddes	y	y+1	y+2	y+3		y+4
0		1,000					1,000
1		250	750				1,000
2		313	188	500			1,000
3		301	234	125	250		1,000
4		488	293	156	03	0	1,000
5		300	306	193	78	0	1,000
6		388	270	244	98	0	1,000
7		407	291	180	122	0	1,000
8		411	303	194	90	0	1,000
9		391	308	203	97	0	1,000
10		399	294	203	102	0	1,000
11		402	299	196	103	0	1,000
12		401	302	200	98	0	1,000
13		398	301	201	100	0	1,000
14		400	299	200	101	0	1,000
15		400	300	199	100	0	1,000
:							
:							
∞		400	300	200	100	0	1,000

La distribución por edad y antigüedad de esta población es muy errática al inicio, pero lo es menos a medida que transcurre el tiempo y finalmente converge a la distribución de la población estacionaria de la tabla I-1.

Una población de tamaño restringido generalmente converge a la de la correspondiente población estacionaria creada sin restricciones

de tamaño, pero lo hace de manera más lenta y menos suave que una población de tamaño variable. El tiempo requerido para esta convergencia es una función del número de edades en la población y de las tasas de decremento en cada edad: entre más edades haya más tiempo tomará la convergencia y, de igual forma, entre menores sean las tasas de decremento mayor será el tiempo que requiera la convergencia.

CAPITULO II
FORMULACION DEL MODELO

II.1. Simulación de sistemas

De acuerdo con Robert Shannon¹⁴, simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y realizar experimentos con él para entender el comportamiento del sistema o evaluar varias estrategias (dentro de los límites impuestos por un criterio o conjunto de criterios) para la operación del sistema.

Esta definición implica que el proceso de simulación incluye tanto la construcción del modelo como su uso analítico para estudiar un sistema con el fin de:

- a) Describir su comportamiento
- b) Postular hipótesis que expliquen el comportamiento observado
- c) Usar estas hipótesis para predecir un comportamiento futuro, es decir, los efectos que se producirán mediante cambios en el sistema

El desarrollo y uso de un modelo de simulación, nos dice Shannon, le permite al experimentador observar y manipular el sistema con el fin de entenderlo y adquirir experiencia sobre su funcionamiento.

Entre las condiciones que este autor sugiere que deben hacer pensar en la simulación como herramienta para el estudio de un sistema, mencionaremos cuatro que consideramos aplicables al proceso de financiamiento de un plan de pensiones como sistema en el tiempo¹⁵:

- 1) Los métodos analíticos están disponibles, pero los

¹⁴ Cf. Robert Shannon, Simulación de sistemas, diseño, desarrollo e implantación, pp. 11-12.

¹⁵ Ibid. pp. 22.

procedimientos matemáticos son tan complejos que la simulación proporciona un método más simple de solución.

- 2) Se desea observar el trayecto histórico simulado del proceso sobre un período dado.
- 3) La simulación puede ser la única posibilidad de experimentación, debido a la dificultad para realizar experimentos y observar fenómenos en su entorno real.
- 4) Se requiere de aceleración del tiempo para sistemas que requieren de largos períodos para realizarse.

II.1.1. Función de los modelos de simulación

Se entiende por *modelo* la representación de un objeto, sistema o idea, de forma diferente a la identidad misma. En particular, cuando se habla de un sistema, los modelos suelen ser abstracciones de las propiedades dominantes del sistema cuyo propósito principal (aunque no el único) es la predicción y la comparación para proporcionar una manera lógica de predecir resultados de acciones alternativas e indicar una preferencia entre ellas.

El uso de modelos hace factible la experimentación controlada en situaciones en que los experimentos son imprácticos o prohibitivos por su costo. Además, nos dice R. Shannon, al experimentar con un modelo de un sistema complejo podemos aprender más de sus interacciones internas y de sus elementos de lo que podríamos aprender por medio de la manipulación del mismo sistema de mundo real, debido al control de la estructura organizacional del modelo, su mensurabilidad y la facilidad de variación de sus parámetros.

Por otro lado, los modelos suelen ser útiles como una ayuda para el pensamiento y para la comunicación: pueden ayudarnos a organizar y clasificar conceptos confusos e inconsistencias y, al construirlos adecuadamente, nos obligan a organizar, evaluar y examinar la validez de pensamientos; los modelos debidamente concebidos pueden ayudar a eliminar ambigüedades propias de los lenguajes verbales,

proporcionando un modo de comunicación más eficiente y efectivo, de tal forma que al construirlos sea más comprensible la estructura general del sistema modelado y se revelen relaciones de causa y efecto muy importantes.

II.1.2. El proceso de simulación

Las etapas que R. Shannon sugiere para hacer uso de la simulación en el estudio de un sistema real en general, son las siguientes¹⁶:

- 1) *Definición del sistema.* Determinación de los límites o fronteras, restricciones y medidas de efectividad que se usarán para definir el sistema que se estudiará.
- 2) *Formulación del modelo.* Reducción o abstracción del sistema real a un diagrama de flujo lógico.
- 3) *Traslación del modelo.* Descripción del modelo en un lenguaje aceptable para la computadora que se usará.
- 4) *Validación.* Incremento a un nivel aceptable de confianza, de modo que la inferencia obtenida del modelo respecto al sistema real sea correcta.
- 5) *Diseño de experimentos.* Diseño de experimentos que producirán la información deseada y determinación de cómo se usará cada una de las corridas de prueba especificadas en el diseño experimental.
- 6) *Experimentación.* Corrida de la simulación para generar los datos deseados y efectuar el análisis de sensibilidad.
- 7) *Interpretación.* Obtención de inferencias con base en datos generados por la simulación.
- 8) *Implantación y documentación.*

La *definición del sistema* y la *formulación del modelo* constituirán las partes restantes del capítulo II, mientras que las etapas de *traslación* y *validación* conformarán el capítulo III.

¹⁶ *Ibid.* pp. 34-35.

II.2. Definición del sistema

De acuerdo con la definición que hace R. Shannon, un sistema es un conjunto de objetos unidos por alguna forma de interacción para realizar un función específica.

Una descripción de sistemas para propósitos de simulación incluye dos pasos: (1) una representación estática y (2) una representación dinámica. En el primer paso se busca determinar la existencia de subsistemas y el establecimiento de las condiciones de frontera, es decir, el límite entre el sistema de interés y el entorno: qué componentes del sistema se incluirán en el modelo, qué elementos se excluirán o se considerarán partes del entorno y qué relaciones funcionales se reconocerán entre los primeros.

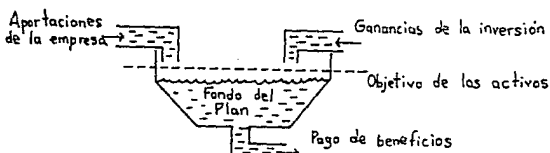
El segundo paso trata acerca del cambio: qué cambios de estado son posibles en el sistema y en su medio y cuál es la relación de secuencia entre estos cambios. En otras palabras, después de haber definido los elementos y los límites del sistema, se procede a reducir el sistema real a un diagrama de flujo lógico.

II.2.1. Representación estática

Tomando en cuenta que el propósito de este trabajo es desarrollar un modelo para el pronóstico de costos en planes de pensiones, el sistema real del que nos ocuparemos será el que los autores de habla inglesa llaman *Pension Funding* y que en este trabajo llamaremos Proceso de Financiamiento de un Plan de Pensiones.

De acuerdo con Winklevoss y McGill⁴⁷, los cinco componentes principales del Sistema pueden ser representados como en la siguiente figura :

⁴⁷ Cf. H. Winklevoss y D. McGill, op. cit., p. 189



En ella, el *objetivo de los activos* representa el compromiso financiero del plan de pensiones y el líquido del recipiente representa los *activos* o *fondos* del plan. El *pago de beneficios* está representado como una salida del recipiente, mientras que las dos entradas de líquido representan las dos fuentes de ingresos para los fondos: las *aportaciones de la empresa* y las *ganancias de la inversión*.

Retomando la definición de *sistema* que hicimos al comienzo de esta sección, diremos que la función de nuestro Sistema es que los *fondos* del plan se acumulen sistemáticamente hasta alcanzar el nivel fijado por el *objetivo de los activos*, mientras que las *aportaciones de la empresa* se mantienen a un nivel relativamente constante como porcentaje de la nómina de los participantes.

La representación estática completa del Sistema es como sigue¹⁸:

- . *Pago de beneficios.* El pago de beneficios de un plan de pensiones está determinado fundamentalmente por dos componentes del Sistema: la *estructura del plan* (en particular la fórmula de beneficio), que determina el monto de los beneficios otorgados a cada participante que se retira y la *población del plan*, de cuyo comportamiento dependen el número de participantes que se retiran cada año, la razón de cambio de dicho número y el tiempo durante el cual se pagan los beneficios a los retirados.
- . *Ganancias de la inversión.* La magnitud de esta fuente de ingresos para los fondos del plan depende directamente de tres componentes del Sistema: el monto de los *fondos*, el interés que se obtiene sobre la inversión de los mismos y el *pago de*

¹⁸ Ibid. pp. 190

beneficios que afecta el nivel de los recursos invertidos.

Aportaciones de la empresa. El monto de las aportaciones de la empresa depende finalmente de siete componentes del Sistema: la *estructura del plan* (un plan con una estructura que provea beneficios generosos será más caro que uno que provea beneficios menos generosos); el *método de costeo*; las *hipótesis actuariales* que utiliza el actuario para calcular el VPBF del plan y otras variables directamente involucradas en el cálculo del la aportación; los *fondos del plan*, cuyo monto también interviene en el cálculo de la aportación; la *población del plan* y el *interés*, cuyo comportamiento ocasiona ganancias o pérdidas actuariales al desviarse de las hipótesis actuariales, lo que a su vez se refleja en el costo del plan en años futuros.

Objetivo de los activos. Puesto que esta componente es una medida del pasivo del plan que resulta de la valuación actuarial anual, los componentes de los que depende son precisamente aquellos de los que depende una valuación: la *estructura del plan*, la *población del plan*, las *hipótesis actuariales* y el *método de costeo*.

Fondos del plan. Directamente de la figura con que se representa al Sistema, podemos observar que el nivel de los activos del plan dependen del *pago de beneficios*, las *aportaciones de la empresa* y las *ganancias de la inversión*.

Para terminar con la representación estática del Sistema, debemos comprobar que en la lista anterior se encuentran *todos* los componentes que afectan a los cinco principales. Para ello, es suficiente observar que los siguientes componentes dependen únicamente del entorno del Sistema o que dependen entre sí por medio de relaciones que no interesan para efectos del modelo:

- . *la población del plan*
- . *el interés*
- . *la estructura del plan*
- . *las hipótesis actuariales y*
- . *el método de costeo*

En efecto, los tres primeros componentes dependen de condiciones no sólo ajenas al Sistema, sino incluso independientes de la

existencia de un plan de pensiones. Los otros tres dependen de los primeros a través de la experiencia y el criterio del actuario que diseña y valúa el plan, y dependen del comportamiento de algunos de los cinco componentes básicos cuando este comportamiento hace necesario un cambio en la estructura, las hipótesis actuariales o el método de costeo, pero nuevamente a través de la intervención del actuario. Por supuesto, no podemos incluir en el Modelo las variables que componen el criterio del actuario al intervenir en el desarrollo del Sistema, pues el propósito del modelo es el de permitir experimentar con decisiones propias sobre un plan de pensiones.

II.2.2. Representación dinámica

A partir de las relaciones de dependencia establecidas en la representación estática del Sistema, hemos construido la representación dinámica que se muestra en la página siguiente.

Partimos del estado en el que se encuentra el Sistema al tiempo t , en el que están dadas la *población del plan*, la *estructura del plan*, las *hipótesis actuariales*, el *método de costeo*, el *interés* y los *fondos del plan*.

Al momento t se hace una valuación actuarial y se determina el *objetivo de los activos* y en el transcurso de un año se conoce el valor de la *aportación de la empresa*, el *pago de beneficios* y las *ganancias de la inversión*. Estos valores determinan el monto de los *fondos del plan* para el tiempo $t+1$, mientras que los otros elementos se modifican para el tiempo $t+1$ por intervención del actuario o por variables que pertenecen al entorno del Sistema. De esta forma se completa el estado del Sistema al momento $t+1$.

En adelante, el estado $t+k$ ($k \geq 2$) del Sistema se obtiene del estado $t+k-1$ de una manera análoga.

REPRESENTACION DINAMICA DEL SISTEMA

t=1	(Estructura) (Poblacion)	(Hipotesis) (Activos)	(Metodo de Costeo) (Interes)
------------	-----------------------------	--------------------------	---------------------------------

Valuacion

Actuarial:

(Objetivo de los Activos)

(Aportacion)

(Pago de beneficios)

(Ganancias Inversion)



t=2

(Estructura)
(Poblacion)

(Hipotesis)
(Activos)

(Metodo de Costeo)
(Interes)

Valuacion

Actuarial:

(Objetivo de los Activos)

(Aportacion)

(Pago de beneficios)

(Ganancias Inversion)



II.3. Formulación del modelo

De acuerdo con R. Shannon, cualquier modelo de simulación consiste de alguna combinación de los siguientes elementos¹⁹:

- a) *Componentes*. Las partes constituyentes que en conjunto forman el sistema.
- b) *Parámetros y variables*. Los parámetros son cantidades a las cuales el operador del modelo puede asignarles valores arbitrarios, mientras que las variables solo pueden tomar los valores que las relaciones funcionales permitan.
- c) *Relaciones funcionales*. Describen a las variables y a los parámetros de tal manera que muestran su comportamiento dentro de un componente o entre componentes del sistema.
- d) *Restricciones* impuestas a los valores de los parámetros.
- e) *Funciones objetivo*. Una función objetivo es una definición explícita de los objetivos del sistema y de cómo se evaluarán. La definición de una función objetivo puede ser una especificación inequívoca de las metas contra las cuales se van a medir las decisiones del operador.

En el proceso de convertir el conocimiento que se tiene del sistema en un modelo, el autor citado sugiere seguir estas cuatro etapas:

- 1) Especificación del propósito del modelo
- 2) Especificación de las componentes que se incluirán en el modelo
- 3) Especificación de los parámetros y variables asociados con las componentes
- 4) Especificación de las relaciones funcionales entre los componentes, parámetros y variables.

¹⁹ Cf. R. Shannon, op. cit., p. 28

II.3.1 Especificación del propósito del modelo

Pretendemos construir un modelo del proceso de financiamiento de un plan de pensiones que sirva como herramienta para el pronóstico de costos mediante la consecución de los siguientes tres objetivos:

- a) Que permita la evaluación del proceso de financiamiento de un plan de acuerdo al criterio definido por Winklevoss y McGill para evaluar métodos de costeo²⁰. Este criterio establece que los activos de un plan deben acumularse hasta igualar un objetivo de los activos dado, durante un periodo de financiamiento dado y mediante aportaciones niveladas como porcentaje de los salarios de los participantes del plan.
- b) Que permita efectuar análisis de sensibilidad del costo anual de un plan de pensiones (y de todas las variables de salida directamente involucradas en su cálculo) ante cambios en los parámetros del modelo, controlados por el experimentador.
- c) Que el modelo simule cambios de estado anuales del sistema durante periodos de hasta 60 años y que el operador pueda efectuar cambios en los parámetros del modelo en cualquier momento del periodo de simulación.

Por otro lado, consideramos importante aclarar en este punto que el modelo no tiene como propósito permitir al usuario hacer predicciones cuantitativas exactas de costos anuales futuros de un plan de pensiones. Por tanto, tampoco está considerado como objetivo la evaluación del desarrollo del proceso de financiamiento de un plan en un sentido absoluto.

²⁰ Cf. H. Winklevoss y D. McGill, op. cit., pp 185

II.3.2. Especificación de componentes, parámetros, variables y restricciones

Hemos encontrado que el Sistema puede ser modelado separándolo en cinco componentes, los cuales son hasta cierto punto independientes entre sí en cuanto a los factores que determinan su comportamiento desde el entorno del Sistema. Estos componentes son: el tiempo, la población, la estructura del plan, la valuación actuarial y el fondo del plan.

Los parámetros, variables y restricciones asociados a cada componente se definen a continuación:

Tiempo

Variables

t es la variable con la que se controla el tiempo en el proceso de simulación. $t=k$ significa que nos encontramos al inicio del k -ésimo año de existencia del plan.

Parámetros

t_0 es el valor inicial de t . ($t_0 \geq 1$)

Población

Variables

p_{xy}^t es el número de participantes activos con edad x y antigüedad y al tiempo t

s_{xy}^t es el sueldo total anual de los participantes p_{xy}^t

s_0^t es el sueldo de una persona que ingresa a la población activa entre t y $t+1$ a la mínima edad de la población activa

r_{xy}^t es el número de participantes retirados con edad x y antigüedad total en la empresa y , al tiempo t

b_{xy}^t es el monto total del beneficio anual que reciben los participantes retirados r_{xy}^t

P^t es el número total de participantes activos al tiempo t

S^t es el total de los sueldos anuales que reciben los participantes activos que se encuentran con vida al tiempo t

R^t es el total de participantes retirados que se encuentran con vida al tiempo t

B^t es el total de beneficios anuales que reciben los participantes retirados que se encuentran con vida al tiempo t

- xpa^t y ypr^t son respectivamente la edad y la antigüedad promedio de todos los participantes activos al tiempo t
- xpr^t y ypr^t son respectivamente la edad y la antigüedad promedio de todos los participantes retirados vivos al tiempo t
- EP^t es el número de personas que ingresarán a la población activa entre t y $t+1$
- SP^t es el número de participantes activos que saldrán de la población activa por fallecimiento, invalidez o rotación entre t y $t+1$
- SP^t es el número de participantes activos que saldrán de la población activa por retiro entre t y $t+1$
- SP^{tb} es el número de participantes activos que saldrán de la población activa entre t y $t+1$ porque en ese período alcanzarán la edad máxima de retiro sin tener derecho a recibir el beneficio del plan
- SP^t es el número de participantes activos que saldrán por cualquier razón de la población activa entre t y $t+1$
- ER^t es el número de participantes activos que ingresarán a la población de retirados entre t y $t+1$
- SR^t es el número de participantes retirados que saldrán de la población de retirados entre t y $t+1$, por fallecimiento
- $IncP^t$ es el incremento del total de activos entre t y $t+1$, medido como proporción de P^t
- $IncS^t$ es el incremento de los salarios totales de los activos entre t y $t+1$, medido como proporción de S^t
- $IncR^t$ es el incremento del total de retirados entre t y $t+1$, medido como proporción de R^t
- $IncB^t$ es el incremento de los beneficios anuales totales entre t y $t+1$, medidos como proporción de B^t

Parámetros

- $Q_x^{(T)}$ es la probabilidad que tiene un participante activo de edad x de salir de la población activa antes de alcanzar la edad $x+1$ por fallecimiento, invalidez o rotación
- Q_x es la probabilidad que tiene un participante retirado de edad x de morir antes de alcanzar la edad $x+1$
- IS_x es la tasa en la que se incrementa el salario de un participante activo de edad x entre las edades x y $x+1$
- ISO es la tasa en la que se incrementa anualmente s_0
- Ex es una función que asigna a la cuádrupla (x, p_1, p_2, p_3) el número de personas que ingresarán a la población activa a edad x entre t y $t+1$, dado que al tiempo t hay p_1 activos de edad x , de los cuales p_2 sobrevivirán como activos a la edad $x+1$ y dado que p_3 participantes

saldrán en total entre t y $t+1$ de la población activa, por retiro o por separación sin beneficio a la edad máxima de retiro

Restricciones

$$0 \leq Q_x^{(T)}, Q_x \leq 1 \quad \text{para toda } x$$

$Q_v = 1$ para v la edad máxima de la población de retirados

$IS_x, Ex \geq 0$ para toda x

$IS_0 \geq 0$

Estructura del plan

Parámetros

$r, r',$ y α son respectivamente la edad mínima de retiro, la edad máxima de retiro y la antigüedad mínima de retiro

FB es la fórmula de beneficio del plan, una función que a la cuádrupla (x, y, n, s) asigna el beneficio anual que corresponde a n personas que se retiran a edad x y antigüedad y y cuyos sueldos anuales a la edad x totalizan s

Restricciones

$$r \leq r', \quad \alpha \geq 1$$

FB $(x, y, n, s) \geq 0$ para toda cuádrupla (x, y, n, s)

Valuación actuarial

Variables

$VPBF_t^i, PA_t^i, PCP_t^i, VPSF_t^i, VACNP_t^i, PANF_t^i, PS_t^i, IncPS_t^i, CN_t^i, \%CN_t^i$ son los resultados de la valuación actuarial practicada al tiempo t : el Valor Presente de Beneficios Futuros, el Pasivo Actuarial, el Pasivo de Continuación del Plan, el Valor Presente de Sueldos Futuros, el Valor Acumulado de los Costos Normales Pasados, el Pasivo no Financiado, el Pasivo Suplementario, el Incremento en el Pasivo Suplementario entre $t-1$ y t , el Costo Normal para el año t y el Costo Normal como porcentaje de S_t^i

Parámetros

Hipótesis actuariales

$q_x^{(T)}$ es la probabilidad que para efectos de la valuación actuarial, tiene un participante activo de edad x de salir de la población activa antes de alcanzar la edad $x+1$ por fallecimiento, invalidez o rotación

q_x es la probabilidad que para efectos de valuación tiene un participante retirado de edad x de morir antes de alcanzar la edad $x+1$

is_x es la tasa en la que se supone que se incrementa, para efectos de valuación, el salario de un participante

activo de edad x entre las edades x y $x+1$

i es la hipótesis actuarial correspondiente al interés (tasa anual de interés que obtiene la inversión de los fondos del plan)

MAC es el método actuarial de costeo, dado como una función que calcula los valores de las variables VPBF, PA, PCP, VPSF y CN

Restricciones

$0 \leq q_x, q_x^{(T)} \leq 1$ para toda x

$i s_x \geq 0$ para toda x

$i \geq 0$

Fondo del plan

VARIABLES

F^t es el valor de los fondos del plan al tiempo t

OA es el valor del objetivo de los activos del plan al tiempo t

PB^t es el pago total de beneficios que otorga el plan durante el año t

AR^t es la aportación real que se hace al fondo del plan durante el año t

G^t es el valor de las ganancias que se obtienen de la inversión del fondo durante el año t

RF^t es la razón de financiamiento del plan de pensiones al tiempo t

Parámetros

I es la tasa anual de interés que se obtiene de la inversión de los fondos

FAR es el factor que se aplica al valor del costo normal en un año dado para obtener el valor de la variable AR

OA es la función que calcula el valor de la variable OA a partir de los resultados de la valuación actuarial

Restricciones

$I, FAR \geq 0$

Es importante establecer que en las anteriores definiciones se encuentran implícitos los siguientes supuestos, que también forman parte de la formulación del Modelo:

a) Todos los participantes de la población activa son elegibles.

b) El sueldo pensionable de un participante es igual al sueldo

que recibe a la edad de retiro y en el cálculo del beneficio se considera toda la antigüedad como servicio acreditable.

- c) Los beneficios del plan se pagan mediante una pensión anual vitalicia.
- d) Los participantes se retiran a la mínima edad x ($r \leq x \leq r'$) a la que cuenten con la antigüedad mínima a . Si un participante tiene una antigüedad menor que a al cumplir r años de edad, entonces se separa de la empresa a la edad r sin recibir beneficios por parte del plan.

II.3.3 Parámetros, variables de estado y variables explicativas del modelo.

Llamaremos *estado del Modelo* al tiempo t a la colección de los valores de las siguientes variables:

t
 $p_{xy}^t, s_{xy}^t, r_{xy}^t, b_{xy}^t, s_0^t$
 $P^t, S^t, R^t, B^t, xpa^t, ypa^t, xpr^t, ypr^t$
 $VPBF^t, PA^t, PCP^t, VPSF^t, PANF^t, PS^t$
 $VACNP^t, CN^t, \%CN^t$
 F^t, OA^t, RF^t

Así mismo, llamaremos *variables explicativas del Modelo* para la transición del tiempo t a $t+1$, a la colección de los valores de:

$EP^t, SP^t, SP^t, SP^t, SP^t, ER^t, SR^t$
 $IncP^t, IncS^t, IncR^t, IncB^t$
 $IncPS^t$
 PB^t, AR^t, G^t

Finalmente, distinguiremos dos grupos dentro de los parámetros del Modelo:

De proyección

t_0
 $Q_x^{(T)}, Q_x, IS_x, IS_0, Ex,$
 r, r', a, FB

OA (función)
 I. FAR
 De valuación
 $q_x^{(T)}$, q_x , i_{Sx} , i , MAC

II.3.4. Variables auxiliares

Con objeto de hacer más clara la definición de relaciones funcionales en las siguientes secciones, definiremos a continuación algunas variables auxiliares que no forman parte del Modelo:

El valor de 1 peso de salario a edad $x+t$ por cada peso de salario a edad x se define como

$$iS_x = \prod_{k=0}^{t-1} (1+iS_{x+k})$$

El número de participantes activos que se retirarán al final del año t con edad x y antigüedad y se define como

$$ER_{xy}^t = \begin{cases} p_{x-1,y-1} \cdot (1-Q_x^{(T)}), & \text{si } r \leq x < r, y \geq a \\ 0, & \text{e.o.l.} \end{cases}$$

El sueldo total anual de los ER_{xy}^t participantes al momento $t+1$, necesario en el cálculo del beneficio que les corresponde, se define como

$$SER_{xy}^t = \frac{s_{x-1,y-1}}{p_{x-1,y-1}} \cdot ER_{xy}^t \cdot (1+iS_{x-1})$$

De esta forma, el beneficio anual que recibirán los ER_{xy}^t participantes se calcula de la siguiente manera

$$BER_{xy}^t = FB(x, y, ER_{xy}, SER_{xy})$$

Por otro lado, el número de retirados que inician el año t con edad x y antigüedad y y fallecen antes del momento $t+1$ se definirá como

$$SR_{xy}^t = r_{xy} \cdot Q_x$$

En cuanto a la población activa del plan, definiremos de la siguiente manera el número de participantes activos que

inician el año t con edad x y antigüedad y y salen de la población antes del momento $t+1$ por fallecimiento, invalidez o rotación

$$SP_{rxy}^t = p_{xy} \cdot Q_r^{(T)}$$

El número de participantes activos que inician el año t con edad x y antigüedad y y se retiran al momento $t+1$ es

$$SP_{rxy}^t = \begin{cases} p_{xy} - SP_{rxy}^t, & \text{si } r \leq x-1 \leq r', \quad y+1 \geq a \\ 0, & \text{e.o.l.} \end{cases}$$

De igual forma, el número de participantes activos que inician el año t con edad x y antigüedad y y se separan de la empresa al momento $t+1$ sin recibir beneficios del plan, por haber llegado a la edad máxima de retiro con una antigüedad menor que a , se define como

$$SP_{bxy}^t = \begin{cases} p_{xy} - SP_{rxy}^t, & \text{si } x=r-1, \quad y+1 < a \\ 0, & \text{e.o.l.} \end{cases}$$

Finalmente, el número de participantes activos que tienen edad x y antigüedad y al comienzo del año t y salen de la población activa en el transcurso del año es

$$SP_{xy}^t = SP_{rxy}^t + SP_{bxy}^t + SP_{rxy}^t$$

II.3.5. Algoritmo para la simulación con el Modelo

De acuerdo con lo expuesto al comienzo de la sección II.3., para terminar con la formulación del Modelo debemos todavía definir las relaciones funcionales entre las variables y los parámetros. Esto implica no solo dar la fórmula para el cálculo de cada variable, sino la definición de un algoritmo que especifique todo el proceso necesario para llevar a cabo experimentos de simulación con el Modelo. Esto es, la forma como la información se proporciona al Modelo, se procesa y sale del Modelo en cualquier periodo dado de simulación.

A continuación definiremos el algoritmo general para la simulación con el Modelo, independiente de cualquier lenguaje o método que se utilice para su traslación a una computadora. Con objeto de ganar

claridad, dejaremos la definición explícita de las fórmulas de cálculo de las variables para la sección II.3.6.

INICIO

Paso 1 Proporcionar el valor de t_0 y hacer $t=t_0$

Paso 2 Proporcionar los parámetros

$Q_x^{(T)}$, Q_x , IS_x , IS_0 , Ex ,

r , r' , a , FB ,

I , FAR ,

$q_x^{(T)}$, q_x , is_x , i , MAC

Paso 3 Proporcionar el valor inicial de las variables

${}^t p_{xy}$, ${}^t s_{xy}$, ${}^t r_{xy}$, ${}^t b_{xy}$, ${}^t s_0$,

$VACNP^t$

F^t

PA^{t-1} , CN^{t-1} , F^{t-1} , AR^{t-1}

Paso 4 Calcular

P^t , S^t , R^t , B^t , xpa^t , ypa^t , xpr^t , ypr^t

Paso 5 Hacer la valuación actuarial al inicio del año t para obtener el valor de las variables

$VPBF^t$, PA^t , PCP^t , $VPSF^t$, $PANF^t$, PS^t

CN^t , $\%CN^t$

OA^t , RF^t

Paso 6 Escribir los Parámetros y el Estado del Modelo al tiempo t :

$Q_x^{(T)}$, Q_x , IS_x , IS_0 , Ex ,

r , r' , a , FB ,

I , FAR ,

$q_x^{(T)}$, q_x , is_x , i , MAC .

${}^t p_{xy}$, ${}^t s_{xy}$, ${}^t r_{xy}$, ${}^t b_{xy}$, ${}^t s_0$

P^t , S^t , R^t , B^t , xpa^t , ypa^t , xpr^t , ypr^t

$VPBF^t$, PA^t , PCP^t , $VPSF^t$, $PANF^t$, PS^t

$VACNP^t$, CN^t , $\%CN^t$

F^t , OA^t , RF^t

Paso 7 Opcionalmente, almacenar el valor de las siguientes variables para que puedan tomarse como datos iniciales en un experimento posterior:

${}^t p_{xy}, {}^t s_{xy}, {}^t r_{xy}, {}^t b_{xy}, {}^t s_0.$

$VACNP^t,$

$F^t,$

$PA^{t-1}, CN^{t-1}, F^{t-1}, AR^{t-1}$

Paso 8 Si se va a simular la transición $t \rightarrow t+1$, ir al Paso 9
Si no, ir a *FIN*.

Paso 9 Calcular y escribir las variables de transición $t \rightarrow t+1$:

$EP^t, SP^t, SP^t, SP^t, SP^t, ER^t, SR^t,$

$IncPS^t,$

PB^t, AR^t, G^t

Paso 10 Hacer $PA^{t+1}=PA^t, CN^{t+1}=CN^t, F^{t+1}=F^t, AR^{t+1}=AR^t$

Paso 11 Calcular las variables de la población, el fondo y el VACNP para el momento $t+1$:

${}^{t+1} p_{xy}, {}^{t+1} s_{xy}, {}^{t+1} r_{xy}, {}^{t+1} b_{xy}, {}^{t+1} s_0,$

$VACNP^{t+1},$

$F^{t+1},$

$P^{t+1}, S^{t+1}, R^{t+1}, B^{t+1},$

$xpa^{t+1}, ypa^{t+1}, xpr^{t+1}, ypr^{t+1}$

Paso 12 Calcular las variables de transición

$IncP^t, IncS^t, IncR^t, IncB^t,$

Paso 13 Hacer $t = t+1$

Paso 14 Proporcionar los parámetros especificados en el Paso 2

Paso 15 Ir al Paso 5

FIN

II.3.5. Relaciones funcionales

Las fórmulas explícitas para los cálculos indicados en la sección anterior son las siguientes:

$$\text{Paso 4} \quad P^t = \sum_x \sum_y {}^t p_{xy}, \quad S^t = \sum_x \sum_y {}^t s_{xy}$$

$$R^t = \sum_x \sum_y {}^t r_{xy}, \quad B^t = \sum_x \sum_y {}^t b_{xy}$$

$$xpa = \frac{\sum_{xy} x \cdot p_{xy}^t}{P^t}$$

$$ypa = \frac{\sum_{xy} y \cdot p_{xy}^t}{P^t}$$

$$xpr = \frac{\sum_{xy} x \cdot r_{xy}^t}{R^t}$$

$$ypr = \frac{\sum_{xy} y \cdot r_{xy}^t}{R^t}$$

Paso 5 La función MAC definida por el usuario calcula
VPBF^t; PA^t; PCP^t; VPSF^t; CN^t

La función OA definida por el usuario calcula OA^t.
Además,

$$PANF^t = PA^t - F^t$$

$$PS^t = PA^t - VACNP^t$$

$$\%CN^t = \frac{CN^t}{S^t}$$

$$RF = \frac{F^t}{OA^t}$$

$$\text{Paso 9 } SP_t^t = \sum_x \sum_y SP_{txy}^t, \quad SP_r^t = \sum_x \sum_y SP_{rxy}^t$$

$$SP_{ab}^t = \sum_x \sum_y SP_{abxy}^t$$

$$EP^t = \sum_x EC(x)$$

$$SR^t = \sum_x \sum_y SR_{xy}^t, \quad ER^t = \sum_x \sum_y ER_{xy}^t$$

$$INCPSE = \begin{cases} PANF^t - CPA^{t-1} + CN^{t-1} - F^{t-1} - AR^{t-1} \cdot (1+I), & \text{si } t > 1 \\ 0, & \text{si } t = 1 \end{cases}$$

$$PB^t = \sum_x \sum_y b_{xy}^t$$

$$G^t = \text{MAX} (0, CF^t + \frac{1}{2}(AR^t - PB^t) \cdot I)$$

$$AR^t = FAR \cdot CN^t$$

Paso 11 Si denotamos x_{max} y x_{min} a las edades máxima y mínima posibles de la población y y_{max} y y_{min} a las antigüedades máxima y mínima, entonces

Para x desde x_{max} hasta x_{min} y
 Para y desde y_{max} hasta y_{min}

$$r_{xy}^{t+1} = r_{x-1,y-1}^t - SR_{x-1,y-1}^t + ER_{xy}^t$$

$$b_{xy}^{t+1} = \frac{b_{x-1,y-1}^t}{r_{x-1,y-1}^t} \cdot (r_{x-1,y-1}^t - SR_{x-1,y-1}^t) + BER_{xy}^t$$

$$p_{xy}^{t+1} = \begin{cases} E(x), & \text{si } y=0 \\ p_{x-1,y-1}^t \cdot Sp_{x-1,y-1}^t, & \text{si } y>0 \end{cases}$$

$$s_{xy}^{t+1} = \begin{cases} s_0 \cdot x - x_{min} \cdot IS_{x_{min}}, & \text{si } y=0 \\ \frac{s_{x-1,y-1}^t}{p_{x-1,y-1}^t} \cdot p_{xy}^t \cdot (1 + IS_{x-1}^t), & \text{si } y>0 \end{cases}$$

Por otro lado,

$$s_0^{t+1} = s_0^t + (1 + IS_0)$$

$$F^{t+1} = F^t + AR^t - PB^t + G^t$$

$$VACNP^{t+1} = VACNP^t \cdot (1 + i) + CN^t$$

Paso 14
$$IncP^t = \frac{P^{t+1}}{P^t} - 1,$$

$$IncS^t = \frac{S^{t+1}}{S^t} - 1$$

$$IncR^t = \frac{R^{t+1}}{R^t} - 1$$

$$IncB^t = \frac{B^{t+1}}{B^t} - 1$$

CAPITULO III TRASLACION Y VALIDACION DEL MODELO

III.1. Traslación del Modelo

El Modelo que describimos en el capítulo anterior puede ser trasladado a una computadora de distintas maneras, dependiendo del uso que se le quiera dar al Modelo, del lenguaje o programa al que se traslade y, sobre todo, del criterio y el estilo propios del programador. En este caso, hemos elegido el lenguaje *Pascal*²¹ para trasladar el Modelo a un programa cuyo código fuente se incluye íntegramente en el Apéndice I.

No pretendemos hacer en esta parte una descripción detallada del programa, pues esto tomaría demasiado espacio considerando que la intención del trabajo es proporcionar una visión global del proceso de construcción del modelo. Además, consideramos que la forma misma del programa carece de importancia, si tomamos en cuenta, como hemos dicho, que representa sólo una de las posibles maneras -no la única ni la mejor- de trasladar el Modelo a una computadora.

Los aspectos más relevantes de la traslación llevada a cabo son los siguientes:

El lenguaje de programación. Las características por las cuales elegimos a *Pascal* como lenguaje de programación son: su carácter de lenguaje estructurado, la posibilidad de programar en forma modular, mediante el uso de *unidades*, su velocidad de ejecución y, sobre todo lo anterior, la amplia difusión que tiene entre los estudiantes y egresados de la carrera de Actuario.

Estructura general. Siguiendo en cierto modo la composición del modelo, el programa está compuesto por las siguientes unidades:

²¹ En particular, hemos utilizado el compilador *Turbo Pascal 5.0*

Principal. Contiene la definición de todas las constantes y variables del modelo.

Población. Contiene los procedimientos necesarios para llevar a cabo la lectura de los valores iniciales de las variables de la población (Paso 3 del algoritmo), la proyección de la población (Pasos 4, 9, 11 y 12) y el almacenamiento de la población en cualquier año del periodo de simulación (Paso 7).

Actuarial. Contiene las funciones FB, Ex, MAC y OA que el usuario debe proporcionar, así como los procedimientos y funciones que puedan requerirse para su definición.

Parámetros. Contiene los procedimientos necesarios para la lectura de los parámetros de proyección y de valuación (Pasos 1, 2 y 14).

Simul. Contiene el programa principal. Lleva el control de todo el proceso de simulación (Pasos 8 y 13) y contiene los procedimientos que calculan las variables del componente Fondo y la variables de la valuación actuarial que no se calculan con MAC (Pasos 5 y 10). Además, contiene los procedimientos para escribir los archivos de salida del programa (Pasos 6 y 9).

Utilerías. Contiene algunos procedimientos necesarios para la lectura correcta de archivos de datos.

Constantes. Con objeto de construir las estructuras de datos del programa, fué necesario definir las siguientes constantes:

- Los enteros $x_{\min}=15$, $x_{\max}=70$, $x_{\min r}=55$, $y_{\min}=100$ tales que el intervalo de posibles edades de los activos sea $[x_{\min}, x_{\max}]$; el intervalo de posibles edades de los retirados sea $[x_{\min r}, x_{\max r}]$ y las antigüedades posibles de los activos y los retirados se encuentren en $[0, x_{\max}-x_{\min}]$ y $[0, x_{\max r}-x_{\min r}]$, respectivamente.
- Además, definimos 9 enteros x_i , $x_i = x_{\min} - i < x_2 < x_3 \dots < x_9 = x_{\max}$;

los 9 enteros z_k , $z_1 = \text{mín}r-1$ ($z_2 < z_3 < \dots < z_8 = \text{máx}r$) y los ocho enteros $y_1 = 1$ ($y_2 < y_3 < \dots < y_8 = \text{máx}c - \text{mín}c$), de tal manera que:

a) Cada uno de los parámetros $Q_x^{(T)}$, Q_x , IS_x , $q_x^{(T)}$, q_x , e is_x será introducido al programa como una colección de 8 valores tales que para toda $k=1,2,\dots,8$:

$$\begin{aligned} Q_x^{(T)} &= Q_k^{(T)} & y \\ q_x^{(T)} &= q_k^{(T)} & \text{para toda } x \in [x_k, x_{k+1}); \\ Q_x &= Q_k & y \\ q_x &= q_k & \text{para toda } x \in [z_k, z_{k+1}); \\ IS_x &= IS_k & e \\ is_x &= is_k & \text{para toda } x \in [x_k, x_{k+1}). \end{aligned}$$

b) Estas constantes definen la forma en que las variables p_{ky} , s_{ky} , r_{xy} y b_{xy} son presentadas a través de la pantalla para cada año t de la simulación. (Ver Apéndice II, pág. 3).

Entrada de la información. La información se proporciona al programa mediante cinco mecanismos distintos:

- El archivo de la población activa, que contiene los valores iniciales de F , $VACNP$, F^{t-1} , PA^{t-1} , AR^{t-1} , CN^{t-1} y p_{xy} , s_{xy} . (Ver Apéndice II, pág. 1).
- El archivo de la población retirada, que contiene los valores iniciales de r_{xy} , b_{xy} . (A-II, pág. 1).
- El archivo de parámetros, que contiene los valores de los parámetros $q_x^{(T)}$, q_x , $Q_x^{(T)}$, Q_x , is_x , IS_x . (A-II, págs. 1-2).
- La pantalla, a través de la cual se proporcionan los valores de ISO , I , FAR , r , r' , α , i , t_0 y el valor inicial de la variable so . (A-II, pág. 3).
- El código fuente del programa, para proporcionar las funciones FB , Ex , MAC y OA .

Los archivos de las poblaciones activa y retirada, así como las definiciones de FB , Ex , MAC y OA se proporcionan una sola vez en cada ejecución del programa, al inicio. El archivo de parámetros y los parámetros que se introducen a través de la pantalla pueden cambiarse al inicio de cualquier año durante el periodo de simulación.

Salidas del programa. El programa genera dos tipos de archivos de salida:

- a) El archivo donde se registran los resultados de la simulación año con año, los parámetros y los nombres de los archivos de entrada utilizados. (A-II, pág. 2). En adelante nos referiremos a él como *archivo de salida del programa*.
- b) Opcionalmente, al inicio de cualquier año t de la simulación pueden producirse dos archivos con la información del año t que contengan los datos y el formato requerido para ser utilizados como los archivos de entrada a) y b). Mediante el uso adecuado de esta opción, puede hacerse la simulación hasta cualquier valor t_k de t , producir estos dos archivos para $t=t_k$, modificar las funciones FB, Ex, MAC y OA y después reiniciar la simulación a partir de t_k con los valores iniciales de la población activa y retirada contenidos en estos archivos.

Información desplegada en la pantalla. La información que el programa despliega en todo momento en la pantalla es la siguiente (ver A-II, pág. 3):

- . Valores de p_{xy} , s_{xy} por intervalos de edad y antigüedad
- . Valores de r_{xy} , b_{xy} por intervalos de edad
- . Valor actual de t
- . Valor de los parámetros ISO, I, FAR, r , r' , α , i y el valor actual de s_0 .
- . Nombres de los archivos de población activa, de población retirada, de parámetros y de salida.

III.2. Validación del Modelo

De acuerdo con R. Shannon²², la meta de un modelo de simulación es que este cree los mismos problemas y características de comportamiento que el sistema real y validarlo significa desarrollar un nivel aceptable de confianza, de modo que las inferencias obtenidas del comportamiento del modelo sean aplicables al mundo real.

La primera etapa de la validación, continúa R. Shannon, consiste en la observación de cada uno de los procesos simples modelados. fin de asegurarse de que los cimientos de construcción sean los mejores posibles. La segunda fase, en cambio, intenta verificar energicamente la habilidad del modelo para predecir el comportamiento del sistema del mundo real.

En nuestro caso, debido a la imposibilidad de realizar experimentos prácticos con planes de pensiones del mundo real, asumiremos que el comportamiento del modelo tiene un nivel aceptable de confianza cuando logremos que nuestras proyecciones sean consistentes con las que H. Winklevoss presenta en su libro.

Para cumplir con la primera etapa de la validación se prepararon dos pruebas independientes. Una para los componentes Estructura del plan, Valuación actuarial y Fondo y otra para el componente Población.

La segunda etapa de la validación consistió en la producción de seis proyecciones de costos de 50 años cada una, comparadas contra una proyección base predefinida y en la comparación de los resultados con los obtenidos por H. Winklevoss en seis proyecciones análogas.

²² Cf. R. Shannon, op. cit., p. 234

III.2.1. Validación del componente Estructura del Plan -
Valuación Actuarial - Fondo

La prueba consistió de los siguientes pasos:

- 1) Al tiempo $t=1$, suponer que la población se compone de un solo participante de edad 18, antigüedad 0 y sueldo igual a 10.000.
- 2) Considerar los siguientes parámetros:

x	$Q_x^{(T)} = q_x^{(T)}$	$ISx = i_s x$	x	$Q_x = q_x$
(15,25)	0.24371	0.075	(55,60)	0.01089
(25,30)	0.12829	0.072	(60,65)	0.01741
(30,35)	0.07208	0.069	(65,70)	0.02919
(35,40)	0.05948	0.067	(70,75)	0.04749
(40,45)	0.04829	0.064	(75,80)	0.07280
(45,50)	0.04585	0.062	(80,85)	0.11230
(50,55)	0.04709	0.059	(85,90)	0.15849
(55,70)	0.04800	0.055	(90, w)	1.00000

$$r = r' = 65$$

$$a = 1$$

$$I = i = 0.07$$

$$FB(x, y, n, s) = 0.015 \cdot s \cdot y$$

$$E_x = 0 \text{ para toda } x \text{ y para toda } t$$

$$OA = PCP$$

$FAR = 1$ y los valores iniciales de F , $VACNP$, so , F^{t-1} , PA^{t-1} , CN^{t-1} , AR^{t-1} iguales todos a cero.

(Ver Apéndice III, pág. 1)

- 3) De una forma completamente independiente al programa, se obtuvieron con los parámetros anteriores, en una hoja de cálculo, los valores de las variables s_{xy} , $VPBF$, PCP , $VPSF$ y PA para los años $t=1$ hasta $t=58$ y para cada uno de los cinco métodos actuariales de costeo descritos en I.3.3. Los resultados obtenidos en esta hoja de cálculo y la forma en que fueron calculados se presentan en el Apéndice III.
- 4) Para cada método actuarial de costeo se produjo con el programa una simulación de 50 años, alimentada con los datos especificados en el paso 1) y se verificó en el archivo de salida correspondiente que los valores de s_{xy} , $VPBF$, PCP , $VPSF$ y PA fueran iguales a los obtenidos en el paso 3) año por año.

(Fragmentos de los cinco archivos de salida se encuentran en el Apéndice III).

- 5) En los cinco archivos de salida generados en el punto 4) se verificó, mediante cálculos manuales, que los valores de las siguientes variables fueran consistentes con las relaciones funcionales descritas en II.3.6:

F, PANF, PS, VACNP, OA, PB, G, RF, IncPS y, para cada método de costeo distinto, CN, %CN y AR.

III.2.2. Validación del componente Población

Para validar el funcionamiento del componente Población del Modelo, el criterio que se utilizó fue el de probar que con el programa fuera posible realizar simulaciones consistentes con las presentadas en el libro de H. Winklevoss, en el capítulo *Teoría de poblaciones de planes de pensiones*²³.

En este capítulo, el autor presenta los resultados de dos simulaciones de 50 años para dos poblaciones distintas, ambas partiendo de la población final que resulta de una simulación previa de 25 años sobre una población inmadura. La forma en que las simulaciones fueron realizadas no se especifica en el libro, así como tampoco el valor de algunos de los parámetros utilizados ni la composición de la población inicial.

Nuestro objetivo fue lograr con el programa el mismo comportamiento en las poblaciones correspondientes a las dos simulaciones de 50 años, utilizando los datos proporcionados por H. Winklevoss y manejando apropiadamente los parámetros del Modelo.

Simulaciones incluidas en el libro de H. Winklevoss.

El autor parte de una población inmadura no especificada que

²³ Cf. H. Winklevoss, op. cit. pp. 50-62

llamaremos P_0 y cuya escala de salarios y distribución por edades de ingreso de nuevos participantes son las siguientes:

Edad de ingreso	% del total de entradas	Escala de salarios
20	0.32	1.0000
25	0.26	1.1171
30	0.17	1.2437
35	0.10	1.3747
40	0.05	1.5042
45	0.04	1.6525
50	0.03	1.7301
55	0.02	1.8122
60	0.01	1.8655

Las tasas de decrementos y las tasas de incremento de salarios supuestas son las mismas que utiliza el autor como estándares en su libro y que nosotros presentamos en la parte anterior de este Capítulo. Finalmente, se hace la suposición de que no existe un plan de pensiones, por lo que la población contará sólo con participantes activos.

El tamaño de P_0 se hace crecer progresivamente durante 25 años (de manera no especificada) en una primera simulación S_0 , hasta alcanzar un crecimiento anual del 7.8%. Llamaremos P_1 a la población resultante de esta simulación.

A continuación, el autor supone la existencia de un plan de pensiones con edad de retiro 65 y a partir de P_1 lleva a cabo una simulación S_1 de 50 años, cuyos resultados se muestran en la Tabla III-1. Llamaremos P_2 a la población que resulta de S_1 al año 17 de simulación.

A partir de P_2 , el autor hace una nueva simulación S_2 de 50 años. Durante los primeros 10 años de esta simulación los supuestos son los mismos que en S_1 y de ahí en adelante se supone que el tamaño de la población permanece constante. Los resultados de S_2 se muestran en la Tabla III-2.

Simulaciones con el Modelo.

Como población inicial P_0 consideramos una de 100 personas con la misma distribución por edades de ingreso y la misma escala de salarios propuesta por H. Winklevoss. La edad mínima es de 18 años y el sueldo para un participante de esta edad es igual a 1. (El archivo de entrada correspondiente a esta población se muestra en el Apéndice IV, pág. 1). Los parámetros utilizados fueron:

- . Población activa P_0
- . No hay población de retirados
- . Las tasas de decrementos y las tasas de incremento de salarios son las mismas utilizadas en III.2.1.
- . El valor inicial de F , $VACNP$, F_t^{-1} , PA_t^{-1} , CN_t^{-1} y AR_t^{-1} es igual a cero.
- . $tos=1$
- . $r=r^*=65$ y $a=50$ con el objeto de que todo participante que alcance la edad r salga de la población sin recibir beneficio del plan (i.e. sin retirarse).
- . $FB \equiv 0$
- . Ex: el primer año entran 107 nuevos participantes y este número crece a una tasa del 7% anual en los años restantes. La distribución por edad de ingreso es la misma que presentamos más arriba. (Ver en A-IV, pág. 2, la porción de programa correspondiente a la función Ex).
- . $I=0.10$ y $FAR=1$, aunque el valor de estos parámetros no afecta los resultados de la simulación.
- . $so=1$. $ISO=0.05$

Con estos parámetros se realizó una simulación S_0 de 25 años y se almacenó la población final P_1 en un archivo de datos. Un fragmento del archivo de salida correspondiente a S_0 se encuentra en A-IV, pág. 5.

A partir de P_1 se realizó una nueva simulación S_1 de 50 años, con los siguientes cambios en los parámetros:

- . La población activa inicial es P_1

- . El valor de t_0 es nuevamente 1
 - . a_{61} por el supuesto de que a partir de este momento existe un plan de pensiones con edad de retiro igual a 65 años
 - . El valor inicial de s_0 es igual a $(1+iS_0)^{24} = 3.225$, pues este es el monto que ha alcanzado s_0 después de 24 años transcurridos en la simulación S_4
 - . La distribución por edades de los nuevos participantes sigue siendo la misma, pero ahora el número total de entradas es:

$100 \cdot (1.07)^{25}$	si $t=1$
$100 \cdot (1.07)^{26}$	si $t=2, 3, \dots, 26$
$100 \cdot (1.07)^{52-t}$	si $t=27, \dots, 51$
- (Ver en A-IV, págs. 2-3, la porción de programa correspondiente a la función Ex).

La evolución de P_1 durante los 50 años se muestra en la Tabla III-3. La población de activos y la población de retirados correspondientes al inicio del año 17 de S_1 se almacenaron en sendos archivos de datos. Llamaremos P_2 a esta población. Una porción de los resultados de S_1 se muestran en A-IV, pág. 6.

Finalmente, a partir de P_2 se realizó una nueva simulación de 50 años S_2 con los siguientes cambios en los parámetros respecto a S_1 :

- . La población activa inicial es P_2
 - . El valor de t_0 es nuevamente 1
 - . El valor inicial de s_0 es igual a $(1+iS_0)^{24+16} = 7.03998$, pues este es el monto que ha alcanzado s_0 después de 41 años transcurridos en las simulaciones S_0 y S_1 .
 - . La distribución por edades de los nuevos participantes sigue siendo la misma, pero ahora el número total de entradas es:

$100 \cdot (1.07)^{26}$	si $t=1..11$
-------------------------	--------------

El suficiente para mantener constante el tamaño de la población, si $t > 11$.
- (Ver en A-IV, págs. 3-4, la porción de programa correspondiente a la función Ex).

La evolución de P_2 se muestra en la Tabla III-4 y una porción de los resultados de S_2 aparece en A-IV, pág. 7.

Resultados de las simulaciones con el Modelo.

A continuación detallamos los puntos en los que se logró consistencia entre las simulaciones de H. Winklevoss y las realizadas con el Modelo.

Comparando las Tablas III-1 y III-3, podemos observar que:

- a) El tamaño de la población activa se duplica durante los primeros años y luego decrece hasta alcanzar su tamaño original (el 121% de su tamaño original, bajo S_1).
- b) La edad y la antigüedad promedio se incrementan en 11 años entre $t=1$ y $t=51$ bajo S_1 y en 12 años bajo S_2 . (Los valores iniciales de estas variables difieren por que la composición de P_0 y de P_0 no es necesariamente igual).
- c) El patrón de incremento de salarios es similar bajo S_1 y bajo S_2 . Al tiempo $t=25$ y $t=51$ los sueldos totales son 7.628 veces y 14.950 veces el total original bajo S_1 , mientras que bajo S_2 las cifras son 7.418 y 14.760.
- d) En S_1 , al tiempo $t=25$ la razón de los sueldos totales respecto a los originales es exactamente el doble de la razón correspondiente al sueldo promedio. En S_2 , la razón de los sueldos totales es 2.02 veces la del sueldo promedio.

La diferencia que se observa en el comportamiento del número de retirados obedece, al igual que la diferencia en la edad promedio inicial, a la composición diferente de P_0 y de P_0 . Seguramente la composición de P_0 generó en S_2 más proporción de participantes en edad avanzada que lo que P_0 generó en S_0 , por lo que, al establecerse el plan de pensiones en el año 25 en los dos casos, se retira más gente de P_1 que de P_1 .

Una característica del Modelo que quedó validada al llevar a cabo S_2 fue el almacenamiento que se hace durante una simulación del estado de la población, para tomarla después como población inicial de otra simulación. En efecto, la edad promedio, la antigüedad promedio y el porcentaje de retirados es el mismo en el

TABLA III-1
Evolución de la población Pi.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
1	100.0	34.9	4.6	100.0	100.0	0.0
2	107.8	35.0	4.8	113.6	105.3	0.3
3	115.4	35.1	4.9	128.1	111.0	0.7
4	122.8	35.3	5.1	143.6	117.1	1.0
5	129.4	35.5	5.2	160.0	123.6	1.3
6	136.0	35.7	5.4	177.4	130.5	1.6
7	142.2	35.7	5.6	195.9	137.7	1.9
8	148.2	36.1	5.8	215.4	145.4	2.2
9	153.8	36.3	6.0	236.0	153.5	2.6
10	159.0	36.5	6.2	257.7	162.1	2.9
11	164.0	36.7	6.4	280.6	171.1	3.2
12	168.6	37.0	6.6	304.5	180.6	3.6
13	173.0	37.2	6.8	329.7	190.6	4.0
14	177.0	37.4	7.0	356.0	201.2	4.3
15	180.6	37.6	7.2	383.5	212.3	4.7
16	184.0	37.7	7.4	412.2	224.0	5.1
17	187.0	37.9	7.6	442.1	236.3	5.5
18	189.8	38.1	7.7	473.1	249.3	6.0
19	192.2	38.3	7.9	505.4	263.0	6.4
20	194.2	38.5	8.1	538.9	277.4	6.9
21	196.0	38.7	8.3	573.5	292.6	7.4
22	197.4	38.8	8.5	609.2	308.5	7.8
23	198.6	39.0	8.7	646.0	325.3	8.4
24	199.4	39.2	8.8	683.9	343.0	8.9
25	199.8	39.3	9.0	722.8	361.7	9.4
26	200.0	39.5	9.2	762.6	381.3	10.0
27	199.8	39.7	9.4	803.3	402.0	10.6
28	199.4	39.8	9.5	844.7	423.7	11.2
29	198.6	40.0	9.7	886.8	446.6	11.8
30	197.4	40.1	9.9	929.5	470.8	12.4
31	196.0	40.3	10.1	972.6	496.2	13.1
32	194.2	40.4	10.2	1015.9	523.0	13.8
33	192.2	40.6	10.4	1059.4	551.3	14.6
34	189.8	40.8	10.6	1102.7	581.1	15.3
35	187.0	40.9	10.8	1145.8	612.6	16.1
36	184.0	41.1	10.9	1188.3	645.8	17.0
37	180.6	41.3	11.1	1230.0	680.9	17.9
38	177.0	41.4	11.3	1270.5	718.0	18.8
39	173.0	41.6	11.5	1309.7	757.2	19.8
40	168.6	41.8	11.7	1347.1	798.8	20.9

TABLA III-1 (cont.)
Evolución de la población Ps.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
41	164.0	42.0	12.0	1382.3	842.9	22.0
42	159.0	42.3	12.2	1414.9	889.6	23.2
43	153.8	42.5	12.4	1444.4	939.4	24.5
44	148.2	42.8	12.7	1470.3	992.3	25.9
45	142.2	43.1	13.0	1492.0	1048.9	27.4
46	136.0	43.4	13.4	1509.0	1109.5	29.1
47	129.4	43.7	13.8	1520.4	1174.6	30.9
48	122.6	44.2	14.2	1525.5	1244.7	33.0
49	115.4	44.6	14.7	1523.7	1320.8	35.3
50	107.8	45.2	15.3	1513.8	1403.8	38.1
51	100.0	45.9	16.0	1495.0	1495.0	41.2

TABLA III-2
Evolución de la población Pz.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
1	100.0	37.9	7.6	100.0	100.0	5.5
2	101.5	38.1	7.7	107.0	105.5	6.0
3	102.7	38.3	7.9	114.3	111.3	6.4
4	103.8	38.5	8.1	121.9	117.4	6.9
5	104.8	38.7	8.3	129.7	123.8	7.4
6	105.6	38.8	8.5	137.8	130.5	7.8
7	106.2	39.0	8.7	146.1	137.7	8.4
8	106.6	39.2	8.8	154.7	145.1	8.9
9	106.8	39.3	9.0	163.5	153.0	9.4
10	106.9	39.5	9.2	172.5	161.3	10.0
11	106.9	39.6	9.4	181.8	170.0	10.5
12	106.9	39.8	9.5	191.5	179.1	11.1
13	106.9	39.9	9.7	201.7	188.6	11.7
14	106.9	40.0	9.8	212.3	198.6	12.3
15	106.9	40.1	9.9	223.4	209.0	12.8
16	106.9	40.2	10.0	235.0	219.8	13.4
17	106.9	40.2	10.0	247.2	231.2	14.0
18	106.9	40.3	10.1	259.9	243.0	14.5
19	106.9	40.3	10.2	273.2	255.5	15.1
20	106.9	40.3	10.2	287.0	268.4	15.6
21	106.9	40.3	10.3	301.6	282.0	16.2
22	106.9	40.4	10.3	316.8	296.2	16.7
23	106.9	40.4	10.3	332.7	311.1	17.2
24	106.9	40.4	10.3	349.4	326.7	17.7
25	106.9	40.4	10.3	366.8	343.1	18.1
26	106.9	40.4	10.3	385.1	360.2	18.6
27	106.9	40.3	10.3	404.3	378.1	19.0
28	106.9	40.3	10.3	424.4	396.9	19.4
29	106.9	40.3	10.3	445.4	416.6	19.8
30	106.9	40.3	10.3	467.5	437.2	20.1
31	106.9	40.3	10.2	490.7	458.9	20.4
32	106.9	40.3	10.2	515.0	481.8	20.7
33	106.9	40.2	10.2	540.5	505.5	21.0
34	106.9	40.2	10.2	567.3	530.5	21.3
35	106.9	40.2	10.2	595.4	556.8	21.5
36	106.9	40.2	10.2	625.0	584.5	21.7
37	106.9	40.2	10.1	656.0	613.5	21.8
38	106.9	40.2	10.1	688.6	644.0	22.0
39	106.9	40.2	10.1	722.8	676.0	22.1
40	106.9	40.1	10.1	758.8	709.6	22.2

TABLA III-2 (cont.)
Evolución de la población Pa.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
41	106.9	40.1	10.1	796.6	745.0	22.3
42	106.9	40.1	10.1	836.3	762.1	22.4
43	106.9	40.1	10.1	878.0	821.1	22.4
44	106.9	40.1	10.1	921.8	862.1	22.5
45	106.9	40.1	10.1	967.9	905.2	22.5
46	106.9	40.1	10.1	1016.3	950.4	22.5
47	106.9	40.1	10.1	1067.1	998.0	22.5
48	106.9	40.1	10.1	1120.5	1047.9	22.5
49	106.9	40.1	10.1	1176.6	1100.4	22.5
50	106.9	40.1	10.1	1235.6	1155.5	22.5

TABLA III-3
Evolución de la población Pi.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
1	100.0	37.1	7.2	100.0	100.0	0.0
2	107.1	37.2	7.4	112.6	105.1	0.5
3	114.9	37.4	7.6	127.3	110.8	0.9
4	122.2	37.6	7.8	142.8	116.9	1.4
5	128.6	37.9	8.0	158.9	123.5	1.9
6	134.8	38.3	8.3	176.0	130.6	2.4
7	140.5	38.6	8.5	194.0	138.1	2.9
8	145.9	39.0	8.8	213.1	146.1	3.5
9	150.9	39.3	9.1	232.8	154.3	4.1
10	155.7	39.6	9.4	253.6	162.9	4.9
11	160.3	40.0	9.7	275.6	172.0	5.6
12	164.5	40.3	10.0	298.6	181.5	6.4
13	168.6	40.6	10.2	322.6	191.3	7.4
14	172.4	40.9	10.5	347.5	201.6	8.4
15	176.0	41.1	10.8	373.8	212.4	9.4
16	179.4	41.4	11.0	401.2	223.7	10.6
17	182.6	41.6	11.2	429.7	235.4	11.8
18	185.5	41.8	11.4	459.3	247.6	13.1
19	188.3	42.0	11.6	490.2	260.4	14.5
20	190.8	42.2	11.8	522.3	273.7	16.0
21	193.2	42.4	12.0	555.5	287.6	17.6
22	195.3	42.5	12.2	590.0	302.2	19.3
23	197.2	42.7	12.3	625.9	317.4	21.1
24	198.9	42.8	12.4	663.1	333.3	22.9
25	200.5	42.9	12.6	701.7	350.0	24.8
26	201.9	43.0	12.7	741.8	367.5	26.8
27	203.1	43.1	12.8	783.5	385.7	28.8
28	202.8	43.3	12.9	821.8	405.1	31.2
29	201.6	43.5	13.2	859.5	426.3	33.5
30	199.9	43.7	13.4	897.1	448.9	35.9
31	197.1	44.0	13.7	931.2	472.4	38.5
32	194.3	44.3	13.9	965.9	497.1	41.2
33	191.3	44.6	14.2	1000.9	523.4	44.1
34	187.8	44.9	14.5	1035.6	551.4	47.1
35	184.1	45.2	14.8	1066.9	579.4	50.2
36	180.5	45.5	15.1	1098.2	608.6	53.4
37	176.7	45.8	15.4	1130.4	639.8	56.6
38	173.0	46.1	15.7	1162.9	672.3	59.8
39	169.2	46.3	16.0	1195.0	706.1	63.0
40	165.1	46.6	16.3	1222.2	740.3	66.7

TABLA III-3 (cont.)
Evolución de la población Pi.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
41	161.3	46.8	16.5	1250.8	775.4	69.6
42	157.3	47.0	16.8	1277.8	812.3	72.8
43	153.4	47.3	17.1	1304.4	850.4	75.9
44	149.8	47.5	17.4	1332.1	890.6	79.0
45	145.8	47.7	17.7	1359.2	932.5	82.0
46	141.8	47.9	17.9	1384.7	976.8	85.1
47	137.9	48.1	18.2	1410.0	1022.7	88.1
48	133.8	48.2	18.5	1428.7	1068.0	91.5
49	129.5	48.4	18.7	1444.8	1118.0	94.6
50	125.3	48.6	19.0	1461.1	1166.2	97.9
51	121.3	48.7	19.3	1476.0	1217.0	101.1

TABLA III-4
Evolución de la población Pz.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
1	100.0	41.6	11.2	100.0	100.0	11.8
2	101.6	41.8	11.4	106.9	105.2	13.1
3	103.1	42.0	11.6	114.1	110.6	14.5
4	104.5	42.2	11.8	121.5	116.3	16.0
5	105.8	42.4	12.0	129.3	122.2	17.6
6	107.0	42.5	12.2	137.3	128.4	19.3
7	108.0	42.7	12.3	145.7	134.8	21.1
8	109.0	42.8	12.4	154.3	141.6	22.9
9	109.8	42.9	12.6	163.3	148.7	24.8
10	110.6	43.0	12.7	172.6	156.1	26.8
11	111.3	43.1	12.8	182.3	163.9	28.8
12	111.9	43.2	12.9	192.4	172.0	31.0
13	111.9	43.3	13.0	201.0	179.7	33.0
14	111.9	43.4	13.1	209.9	187.6	35.1
15	111.9	43.4	13.2	219.1	195.9	37.2
16	111.9	43.5	13.3	228.7	204.5	39.2
17	111.9	43.5	13.4	238.7	213.4	41.3
18	111.9	43.6	13.5	249.0	222.6	43.3
19	111.9	43.6	13.6	259.7	232.2	45.3
20	111.9	43.6	13.6	270.9	242.2	47.1
21	111.9	43.6	13.7	282.5	252.5	49.0
22	111.9	43.6	13.7	295.2	263.9	50.7
23	111.9	43.6	13.7	308.5	275.8	52.2
24	111.9	43.6	13.8	322.5	288.3	53.6
25	111.9	43.6	13.8	337.2	301.5	54.8
26	111.9	43.6	13.8	353.1	315.7	55.9
27	111.9	43.6	13.8	370.4	331.1	56.8
28	111.9	43.6	13.8	388.7	347.5	57.5
29	111.9	43.6	13.8	408.0	364.7	58.1
30	111.9	43.6	13.8	428.8	383.3	58.6
31	111.9	43.7	13.8	451.3	403.5	58.8
32	111.9	43.7	13.8	475.8	425.4	59.0
33	111.9	43.8	13.8	501.8	448.6	59.1
34	111.9	43.9	13.8	530.0	473.8	59.0
35	111.9	44.0	13.8	559.6	500.3	58.8
36	111.9	44.1	13.9	591.3	528.6	58.5
37	111.9	44.2	13.9	624.6	558.4	58.2
38	111.9	44.4	14.0	660.4	590.4	57.7
39	111.9	44.6	14.1	698.3	624.3	57.2
40	111.9	44.8	14.3	738.2	660.0	56.8

TABLA III-4 (cont.)
Evolución de la población Pz.

Año	No. de activos como porcentaje del tamaño inicial	Edad promedio	Antig. promedio	Sueldos totales como porcentaje de los iniciales	Sueldo promedio como porcentaje del inicial	Retirados como porcentaje de los activos
41	111.9	45.0	14.4	780.1	697.4	55.3
42	111.9	45.2	14.5	822.4	735.2	55.8
43	111.9	45.3	14.6	866.7	774.8	55.4
44	111.9	45.4	14.7	913.1	816.3	55.1
45	111.9	45.6	14.8	961.6	859.7	54.7
46	111.9	45.7	14.9	1012.4	905.1	54.4
47	111.9	45.8	15.0	1064.3	951.5	54.1
48	111.9	45.8	15.0	1117.6	999.2	54.1
49	111.9	45.8	15.1	1172.4	1048.1	54.1
50	111.9	45.8	15.1	1229.3	1099.0	54.2
51	111.9	45.8	15.1	1288.8	1152.2	54.3

año 11 de S_2 y en el año 27 de S_1 ; de igual manera, el crecimiento de la población de activos, los sueldos totales y el sueldo promedio es exactamente el mismo entre $t=1$ y $t=11$ en S_2 que entre $t=17$ y $t=27$ en S_1 .

Por otro lado, comparando los resultados de las Tablas III-2 y III-4 observamos lo siguiente:

- a) En ambos casos se mantiene constante el tamaño de la población a partir del año 12.
- b) La edad y la antigüedad promedio son menos estables y crecen más en S_2 que en S_1 , quizás debido a la composición original de P_0 y de P_1 y a la forma en que se mantiene constante el tamaño de la población, pues seguramente en S_2 esto se logra con el ingreso de gente más joven que en el caso de S_1 .
- c) El nivel que alcanzan los sueldos totales y el sueldo promedio en $t=51$ es de 12.356 veces y de 11.555 veces el original bajo S_1 , mientras que en S_2 estas cifras son 12.888 y 11.522.
- d) Tanto en S_1 como en S_2 se observa que la proporción de retirados es mucho menor que en S_1 y en S_2 respectivamente, debido al hecho de que en S_1 y S_2 el tamaño de la población decrece a partir del año 28, mientras que en S_1 y S_2 se mantiene constante.

III.2.3. Validación global del Modelo.

La segunda etapa de la validación del Modelo, como dijimos más arriba, consistió en la producción de seis proyecciones de costos de 50 años comparadas contra un caso base, mismas que se obtuvieron como sigue:

Caso base

- . Población activa P_2
- . No hay población de retirados
- . Las tasas de decrementos y las tasas de incremento de salarios son las mismas utilizadas en III.2.1.
- . El valor inicial de F , $VACNP$, F_1^{t-1} , PA_1^{t-1} , CN_1^{t-1} y AR^{t-1} es igual a cero.
- . $t=1$
- . $r=r'=0.05$ y $\alpha=1$
- . $FB(x, y, n, s) = 0.015 \cdot s \cdot y$
- . Ex: se utilizó la misma función que en la simulación S_2 (tamaño constante a partir del año 12)
- . $so=7.03998$, $ISo=0.05$
- . MAC: Método Colectivo, tal como fué descrito en I.3.3.
- . $I=1=0.07$
- . $FAR=1$
- . Proyección hasta $t=50$

(Una porción de los resultados de esta proyección se muestra en el Apéndice V, pág. 2)

Proyección I

La diferencia respecto al caso base es que, a partir de $t=1$, las hipótesis de decrementos $Q_x^{(T)}$ y Q_x son iguales a 1.5 veces las del caso base.

Proyección II

A partir de $t=1$, las hipótesis de decrementos $Q_x^{(T)}$ y Q_x son iguales a 0.5 veces las del caso base.

Proyección III

A partir de la valuación actuarial del año 11, el interés usado para la proyección del fondo disminuye dos puntos respecto al del caso base, es decir, $I=0.05$.

Proyección IV

A partir de la valuación actuarial del año 11, el interés usado para la proyección del fondo aumenta dos puntos respecto al del caso base, es decir, $I=0.09$.

Proyección V

A partir de la valuación actuarial del año 11, las tasas de incremento de salarios para proyección, IS_x , son dos puntos mayores que en el caso base.

Proyección VI

A partir de la valuación actuarial del año 11, las tasas de incremento de salarios para proyección, IS_x , son dos puntos menores que en el caso base.

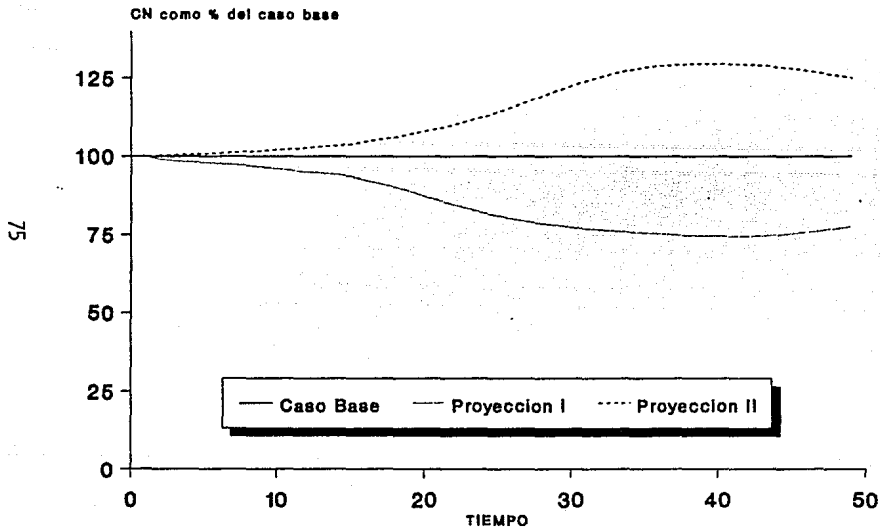
Los resultados de las 6 proyecciones entre los años 10 y 14 se encuentran en el Apéndice V, págs. 2 a 8. En ellos puede observarse el cambio en los parámetros respecto a los del caso base.

Como puede observarse, en todos los casos se pretende generar una desviación de la realidad (proyectada) respecto a las hipótesis actuariales, con objeto de observar el impacto de las mismas en los costos normales de los planes de pensiones.

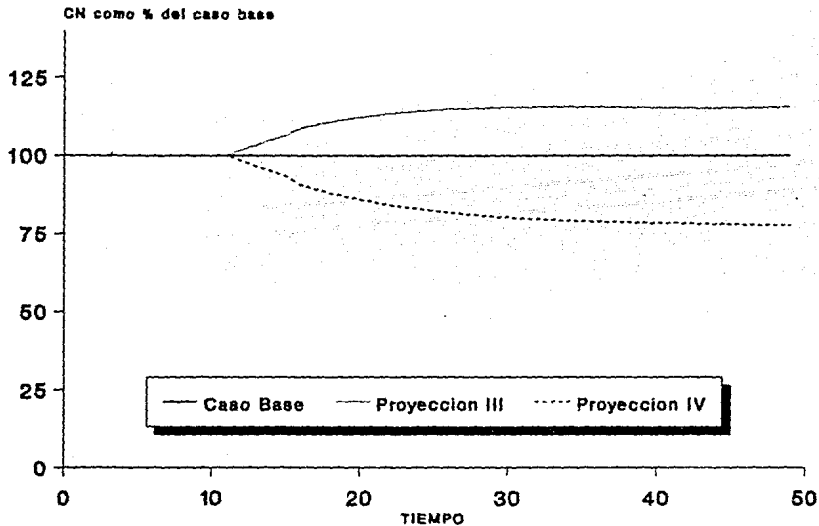
En las gráficas siguientes se muestran los costos normales generados por las seis proyecciones, expresados como porcentaje de los correspondientes costos normales del caso base. Del análisis de las gráficas podemos extraer las siguientes observaciones, que son cualitativamente consistentes con las obtenidas por H. Winklevoss en su libro²⁴:

²⁴ Cf. H. Winklevoss, op. cit., pp.216-232

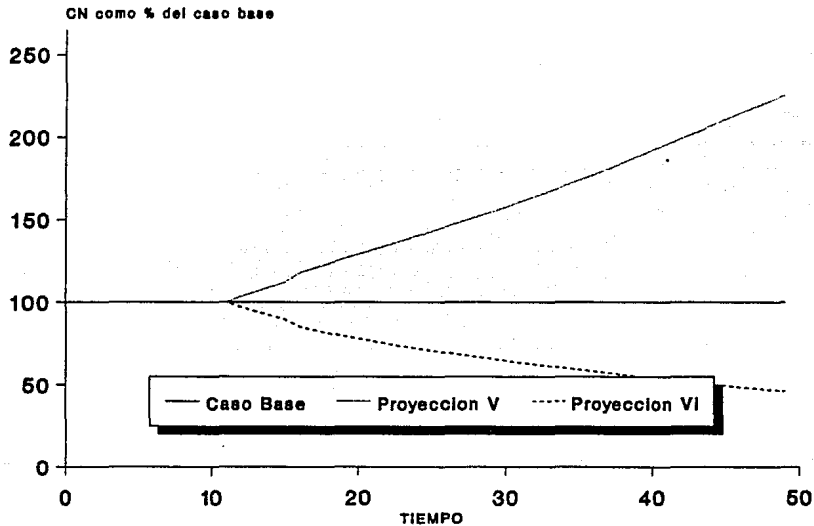
PROYECCION DEL COSTO NORMAL CON DESVIACIONES EN LAS TASAS DE DECREMENTOS



PROYECCION DEL COSTO NORMAL CON DESVIACIONES EN LA TASA DE INTERES



PROYECCION DEL COSTO NORMAL CON DESVIACIONES EN EL INCREMENTO DE SALARIOS



77

Desviaciones de las tasas de decrementos. Si los decrementos en la población se dan a una tasa menor que la supuesta (Proy. II), los costos del plan se incrementan y viceversa (Proy. I). Sin embargo, el impacto de la desviación provocada por tasas menores a las esperadas es ligeramente mayor en todos los años de proyección, que el que provocan tasas mayores a las esperadas. Bajo la proyección II el costo normal se incrementa hasta 29.5% respecto al del caso base, en el año 39, mientras que bajo la proyección I la diferencia más grande es del 25.8% en el año 42. En ambos casos, la diferencia respecto al costo normal del caso base parece estabilizarse a partir del año 35.

Desviaciones en la tasa de interés. El efecto de que a partir del año 11 el interés ganado por el fondo sea 2 puntos superior al esperado (Proy. IV), ocasiona una disminución en el costo normal del plan mayor que el incremento ocasionado por un interés 2 puntos menor al esperado (Proy. III). En el primer caso el costo normal llega a ser del 77.5% del costo del caso base en el año 50, mientras que bajo la proyección III el costo alcanza un máximo del 115.5% del costo del caso base en el mismo año. En ambos casos, sin embargo, la diferencia respecto al caso base crece cada vez más lentamente y parece estabilizarse rápidamente a partir del año 30.

Desviaciones en el incremento de salarios. Como puede observarse en las gráficas, el efecto de una desviación de 2 puntos en el incremento de salarios resulta mucho más importante que una desviación de la misma magnitud en la tasa de interés.

En la proyección V, cuando el incremento de salarios comienza a ser 2 puntos mayor que el esperado a partir de año 11, el costo normal del plan aumenta rápidamente hasta llegar al 225.4% del costo bajo el plan base en el año 50. El efecto de la desviación opuesta es significativamente menor, pues el costo normal alcanza un mínimo del 48.3% del costo del caso base en el año 50. Sin embargo, es interesante observar que en ambos casos los costos normales se alejan rápidamente del caso base y continúan con este

comportamiento más allá del año 50, lo que no ocurre en los dos casos anteriores.

Los tres análisis anteriores están basados en la comparación de los costos normales como cantidades absolutas de dinero. Sin embargo, en el caso de las proyecciones I, II, V, y VI los salarios totales de la población varían respecto a los del caso base a causa de las desviaciones, por lo que un análisis más cuidadoso implica la comparación de los costos normales como porcentaje de los sueldos totales (variable %CN).

En la Tabla III-5 se presenta el valor de la variable %CN para las seis proyecciones, expresado como porcentaje del %CN del caso base.

Puesto que una desviación en la tasa proyectada de interés no modifica los salarios de la población, el impacto sobre el %CN es exactamente el mismo que sobre el CN en las proyecciones II y III.

Por otro lado, en el resto de las proyecciones se observa que durante los primeros años las desviaciones tienen sobre los %CN un efecto contrario al que tienen sobre los CN, aunque finalmente el efecto comienza a ser en el mismo sentido entre 20 y 30 años después de que aparece la desviación.

En la proyección V, por ejemplo, un incremento de 2 puntos en las tasas de incremento de salarios ocasiona primero una disminución del %CN de hasta 3.6% durante 24 años y luego lo hace crecer rápidamente hasta 1.17 veces el %CN del caso base en los siguientes 15 años. Algo similar ocurre en las proyecciones I, II, y VI.

De acuerdo con H. Winklevoss²⁵, este efecto sobre los %CN se debe a que los salarios totales se modifican en proporción directa al cambio en la tasa de incremento de salarios (o en las tasas de

²⁵ Cf. H. Winklevoss, *opc. cit.*, pp. 227-229

TABLA III-5

Porcentajes de Costo Normal de las 5 Proyecciones, expresados como porcentaje del correspondiente al Caso Base.

Año	P. I	P. II	P. III	P. IV	P. V	P. VI
1	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2	102.0	98.6	100.0	100.0	100.0	100.0
3	103.4	97.3	100.0	100.0	100.0	100.0
4	104.3	98.0	100.0	100.0	100.0	100.0
5	105.0	95.0	100.0	100.0	100.0	100.0
6	105.7	94.0	100.0	100.0	100.0	100.0
7	105.2	93.1	100.0	100.0	100.0	100.0
8	105.7	92.3	100.0	100.0	100.0	100.0
9	107.0	91.6	100.0	100.0	100.0	100.0
10	107.2	91.0	100.0	100.0	100.0	100.0
11	107.4	90.4	100.0	100.0	100.0	100.0
12	107.5	89.8	101.7	98.3	99.1	100.3
13	107.2	89.9	103.3	96.6	98.7	100.4
14	107.0	90.0	104.9	95.0	98.4	100.5
15	106.6	90.1	106.3	93.4	98.1	100.6
16	106.1	90.4	107.6	91.9	97.8	100.7
17	105.4	90.6	108.7	90.5	97.6	100.9
18	104.6	91.0	109.8	89.2	97.3	101.1
19	103.3	91.4	110.7	88.0	97.1	101.3
20	102.0	92.0	111.5	86.6	96.9	101.5
21	100.5	92.6	112.2	85.9	96.8	101.6
22	98.9	93.4	112.9	85.1	96.6	102.1
23	97.3	94.3	113.4	84.2	96.5	102.3
24	95.8	95.3	113.8	83.5	96.4	102.5
25	94.3	96.5	114.2	82.9	96.4	102.8
26	93.0	97.9	114.5	82.3	96.5	102.9
27	91.6	99.4	114.8	81.8	96.5	103.1
28	90.3	101.1	115.0	81.3	96.7	103.1
29	89.2	103.0	115.2	80.9	96.9	103.1
30	88.1	105.1	115.3	80.5	97.3	102.9
31	87.3	107.3	115.4	80.2	97.6	102.7
32	86.6	109.5	115.4	79.9	98.1	102.5
33	85.9	111.8	115.5	79.7	98.6	102.1
34	85.3	114.2	115.5	79.4	99.2	101.7
35	84.6	116.2	115.5	79.2	99.6	101.2
36	83.9	118.1	115.5	79.0	100.5	100.7
37	83.1	119.8	115.5	78.9	101.2	100.0
38	82.3	121.4	115.4	78.7	102.0	99.4
39	81.8	122.8	115.4	78.6	102.9	98.6
40	81.2	123.9	115.4	78.5	103.9	97.8
41	80.7	124.9	115.3	78.4	104.9	97.0
42	80.2	125.6	115.3	78.3	106.0	96.0
43	79.8	126.1	115.3	78.2	107.2	95.0
44	79.4	126.4	115.2	78.1	108.4	94.0
45	79.0	126.2	115.2	78.0	109.7	92.9
46	78.7	125.7	115.3	77.9	111.0	91.7
47	78.5	125.2	115.3	77.8	112.4	90.5
48	78.4	124.4	115.3	77.7	113.9	89.2
49	78.4	123.5	115.4	77.6	115.4	88.0
50	78.5	122.5	115.5	77.5	116.9	86.7

decrementos). mientras que el efecto en el costo normal (CN) se ve retrasado. El atraso en la sensibilidad de CN, dice el autor, se debe a que la pérdida o ganancia actuarial creada por la desviación se disemina en años futuros en lugar de ser reconocida completamente en el año en que comienza la desviación.

CONCLUSIONES

En términos de los propósitos con los que construimos el Modelo, definidos en II.3.1., consideramos que el trabajo ha sido terminado satisfactoriamente por las siguientes razones:

- . Con la descomposición del Sistema en cinco componentes relativamente independientes, se obtuvo un modelo con una estructura modular que puede facilitar el proceso de mantenimiento del modelo o su adaptación para usos particulares.
- . El Modelo trasladado a una computadora tiene un nivel aceptable de interactividad, que da al usuario la capacidad de variación de parámetros en cualquier momento de una simulación sin sacrificar por ello la capacidad de efectuar análisis de resultados parciales del mismo experimento, lo que se logra mediante la opción que permite utilizar los resultados de una simulación como datos de entrada para otra.
- . A lo largo de las tres etapas de validación, el comportamiento de las variables y su sensibilidad ante cambios en los parámetros resultaron consistentes con lo planteado en la teoría y nuestro sentimiento es que el modelo tiene un nivel adecuado de confiabilidad.

Sin embargo, consideramos que la formulación del Modelo presenta dos desventajas serias en cuanto a sus posibilidades de uso como herramienta en manos de un actuario.

Por un lado, la definición de las variables de estado y de transición y la definición de los parámetros de proyección es quizá demasiado general para que el modelo pudiera utilizarse en la práctica tal como está formulado. Su utilidad, creemos, está limitada a servir como base o punto de referencia para el diseño de modelos con un propósito mejor definido.

En segundo lugar, creemos que el componente de la población puede, en un momento dado, ocasionar más problemas de los que ayudaría a resolver a un experimentador, debido a que su formulación abierta permite, pero a la vez exige que el usuario defina por completo la estructura y la evolución que tendrá la población del plan. Esto puede significar un trabajo adicional para quien quiere ocuparse exclusivamente de otros componentes del Modelo sin tener que preocuparse por la población, por ejemplo, más que para seleccionar cierto comportamiento ideal de entre algunos comportamientos predefinidos.

De cualquier forma, nuestra apreciación es que el trabajo posee algunas características que pueden aprovecharse en futuros estudios tendientes a hacer más efectivo el papel del actuario en el proceso de financiamiento de planes de pensiones.

APENDICE I

(* Unidad PRINCIPAL.PAS *)

Unit Principal;

INTERFACE

Uses CRT;

Const

```
xmin_act = 15;
xmax_act = 70;
xmin_ret = 55;
xmax_ret = 100;
ymin = 0;
ymax = xmax_act - xmin_act;
(* Antigüedad máxima para los activos *)
ymin_ret = ymin+1;
ymax_ret = xmax_ret - xmin_act;
(* Antigüedad máxima para los retirados *)
edades_tabla = 9;
(* Hay 9 enteros x1..x9 y z1..z9 para definir los 8 *)
(* intervalos de edades de activos y de retirados. *)
interv_edad = edades_tabla-1;
antig_tabla = 8;
(* Hay 8 enteros y1..y8 para definir los 7 intervalos *)
(* de antigüedades de los activos. *)
interv_antig = antig_tabla-1;

renglon = 21;
col = 1;
(* El número máximo de años que se pueden simular *)
tope_t = 65;
```

Type

```
edades_act = xmin_act..xmax_act;
antig_act = ymin..ymax;
edades_ret = xmin_ret..xmax_ret;
antig_ret = ymin_ret..ymax_ret;
activos = array [edades_act, antig_act] of integer;
sueldos = array [edades_act, antig_act] of real;
retirados = array [edades_ret, antig_ret] of integer;
pensiones = array [edades_ret, antig_ret] of real;

hipotesis_corta = array [1..interv_edad] of real;
(* Contienen 1 valor para cada intervalo de edad *)
hipotesis_act = array [edades_act] of real;
hipotesis_ret = array [edades_ret] of real;
(* Contienen un valor para cada edad *)

tabla_x = array[1..edades_tabla] of integer;
tabla_y = array[1..antig_tabla] of integer;
```

```

Const
  xi : tabla_x = (xmin_act-1,25,30,35,40,45,50,55,xmax_act);
  yj : tabla_y = (ymin-1,5,10,15,20,25,35,ymax);
  rk : tabla_x = (xmin_ret-1,60,65,70,75,80,85,90,xmax_ret);
  (* el -1 es para uniformizr que todos los intervalos sean (] *)

Var
  (* PARAMETROS *)

  (* Estructura del Plan *)
  rmin, rmax, amin : integer;

  (* Hipotesis de proyeccion *)
  QTp, ISp : hipotesis_act;
  Qp : hipotesis_ret;
  Ip, FAR, ISo : real;
  (* Ip es el interes. *)

  (* Hipotesis de valuacion *)
  qT, is : hipotesis_act;
  q : hipotesis_ret;
  i : real;

  (* Hipotesis Cortas *)
  (* De proyeccion y... *)
  QTp_corta, ISp_corta, Qp_corta,
  (* ...de valuacion. *)
  qT_corta, is_corta, q_corta : hipotesis_corta;

  (* VARIABLES DE ESTADO *)
  Pxy : activos;
  Sxy : sueldos;
  Rxy : retirados;
  Exy : pensiones;
  P, R : integer;
  S, B : real;
  xprom_act, xprom_ret, yprom_act, yprom_ret : real;

  F, OA, RF, so : real;
  VPBF, PA, VPSF, PCP, CN, PCN : real;

  (* VARIABLES DE TRANSICION *)

  (* De la poblacion y de los activos del plan *)
  SPT, SPsb, SPR, EP, SR, ER : integer;
  Perdidos : integer;
  DP, DS, DR, DB : real;
  (* IncP, IncS, IncR, IncB *)
  PB, C, AR : real;

  (* De la valuacion *)
  VACNP, PANF, PS, DPS : real;
  (* DPS = IncPS *)

```

```

(* Para retomar la simulaci"n *)
Fo, Flast, PALast, CNlast, ARIlast : real;
(* Fo = Valor inicial de F. *)
(* "last" sustituye al super"ndice "t-1" *)

(* La que controla el tiempo *)
tiempo : integer;

(* Variables auxiliares para los c"culos de la valuaci"n *)
az : array [edades_ret] of real;
r_zISz : array [xmin_act..xmax_ret] of real;
(* Ver el procedimient HazTablas de la Unidad Actuarial.pas *)

Procedure Inicializa;

IMPLEMENTATION

Procedure Inicializa;

(* Inicializa todas las variables en cero o en valores estandar *)
var
  x, y : integer;

begin
  (* Estructura del Plan *)
  rmin := xmin_ret;
  rmax := xmax_act+1;
  amin := 15;

  (* Hipotesis de proyecci"n y de valuacion *)
  for x:= 1 to interv_edad do begin
    QIp_corta[x]:=0; Qp_corta[x]:=0; ISp_corta[x]:=0;
    qI_corta [x]:=0; q_corta [x]:=0; is_corta[x]:=0;
  end(for);
  for x:=xmin_act to xmax_ret do begin
    QIp[x]:=0; ISp[x]:=0;
    qI[x]:=0; is [x]:=0;
  end(for);
  for x:=xmin_ret to xmax_ret do begin
    Qp[x]:=0; q[x]:=0;
  end(for);
  Ip:=0.10;
  FAR:=1;
  So:=0.5;
  ISo:=0.08;
  i:=0.10;

  Flast:=0; PALast:=0; CNlast:=0; ARIlast:=0;

  (* Variables de estado *)
  for x:=xmin_act to xmax_act do
    for y:=ymin to ymax do begin
      Pxy[x,y]:=0;
    end
  end

```

```

        Sxy[x,y]:=0;
    end{for};
for x:=xmin_ret to xmax_ret do
    for y:=ymin_ret to ymax_ret do begin
        Rxy[x,y]:=0;
        Bxy[x,y]:=0;
    end{for};
P:=0; S:=0; R:=0; B:=0;
xprom_act:=0; xprom_ret:=0; yprom_act:=0; yprom_ret:=0;
OA:=0; RF:=0; F:=0;

(* Variables de transicion *)
DP:=0; DS:=0; DR:=0; DB:=0; SFT:=0;
SPr:=0; SPab:=0; EP:=0; SR:=0; ER:=0;
PB:=0; C:=0; AR:=0;

VPSF:=0; PA:=0; VPSF:=0; VACNP:=0; PANF:=0; PS:=0;
PCP:=0; CN:=0; PCN:=0; DFS:=0;

Fo:=0; PALast:=0; Flast:=0; CNlast:=0; ARlast:=0;

tiempo:=0;
TextMode (BWB0);
end{Inicializa};

END.

```



```

(* Unidad UTILERIAS.PAS *)
Unit utilerias;

INTERFACE
Uses CRT;

Function LeeArchYValida (mensaje : string) : string;
Function LeeArch (mensaje : string; long : integer) : string;
Procedure Aviso (mensaje : string);

IMPLEMENTATION

Function LeeArchYValida (mensaje : string) : string;
(* Lee y regresa el nombre de un archivo de datos *)
(* que debe ser vacío ('') o el nombre de un *)
(* archivo que efectivamante exista. *)

var
  archivo : text;
  nom_arch, blancos : string;
  error_lec: integer;

begin
  {$I-}
  blancos:= '          ';
  repeat
    nom_arch:=blancos;
    error_lec:=0;
    gotoxy(1,24); ClrEol; gotoxy(1,24);
    write (mensaje);
    readln(nom_arch);
    if nom_arch <> blancos then begin
      assign (archivo, nom_arch);
      reset (archivo);
      error_lec:=ioresult;
      close (archivo);
      if error_lec <> 0 then
        write(chr(?));
      endif;
    until (error_lec = 0);
    if nom_arch <> blancos then
      LeeArchYValida:=nom_arch
    else
      LeeArchYValida:='';
    {$I+}
  end(LeeNombre);

  (* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Function LeeArch (mensaje:string; long:integer) : string;

```

```

(* Lee y regrea el nombre de un archivo de datos *)
(* con una longituda maximade LONG. El nombre *)
(* no debe corresponder necesariamente a un ar- *)
(* chivo que ya exista. *)
var
  nom_arch : string;
  error Lec: integer;
begin
  nom_arch:='';
  repeat
    error Lec:=0;
    gotoxy(1,24); ClrEol; gotoxy(1,24);
    write (mensaje);
    readln(nom_arch);
    (* El nombre debe empezar con una letra. *)
    if (nom_arch <> '') and not ((nom_arch[1]) in ['A'..'Z']+['a'..'z'])) then begin
      error Lec:= 1;
      write(chr(7));
    end(if);
  until (error Lec = 0);
  if length (nom_arch) <= long then
    LeeArch:=nom_arch
  else
    LeeArch:=copy (nom_Arch,1,long);
end(LeeNombre);

```

```

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

```

```

Procedure Aviso (mensaje : string);

```

```

(* Despliega la cadena MENSAJE y no deja continuar *)
(* hasta que se presione <ESC> *)
var
  tecla : char;
begin
  gotoxy (1, 25);
  ClrEol;
  If length(mensaje) > 70 then
    write(copy(mensaje,1,70))
  else
    write(mensaje);
  Textcolor(white+blink);
  Write (' <ESC>');
  Textcolor(white);
  repeat
    tecla:=readkey;
  until ord(tecla) = 27;
  gotoxy (1,25);
  ClrEol;
end(Aviso);

```

```

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

```

```

END.

```

```
(* Unidad PARAMETROS.PAS *)
```

```
Unit parametros;
```

```
INTERFACE
```

```
Uses CRT, principal, utilerias;
```

```
Var
```

```
  Archivo_par : string;  
  leido_par : boolean;
```

```
Procedure LeeParamDisco;  
Procedure PonParam;  
Procedure LeeParamPant;
```

```
IMPLEMENTATION
```

```
Const
```

```
  row = 14;  
  col = 25;  
  ancho = 17;  
  t1 = 'Parametros de';  
  t2 = 'proyeccion';  
  t3 = 'Condiciones';  
  t4 = 'de retiro';  
  t5 = 'Interes para la';  
  t6 = 'Valuacion.';  
  numpar = 8;
```

```
(* ..... *)
```

```
Function TAZ (T : hipotesis_corta; z:integer) : real;
```

```
(* Regresa el valor correspondiente a la edad z *)  
(* de la hipotesis de poblacion activa cuyos 8 *)  
(* valores se encuentran en el arreglo T.        *)
```

```
var
```

```
  j : integer;
```

```
begin
```

```
  if not (z >= xmin_act) and (z <= xmax_act) then begin  
    TAZ:=0;  
    Aviso ('Error: edad de activo fuera de rango en TAZ.');
```

```
  end
```

```
  else begin
```

```
    j:=0;
```

```
    (* Busca el intervalo [xj, xj+1] donde esta z. *)
```

```
    repeat
```

```
      j:=j+1;
```

```
    until ((z > xj) and (z <= xj+1)) or (j=interv_edad);
```

```
    TAZ:=T[j]
```

```
  end(else)
```

```

end(TAz);

(* ..... *)

Function TRz (T : hipotesis_corta; z:integer) : real;

(* Regresa el valor correspondiente a la edad z *)
(* de la hipotesis de poblacion retirada cuyos 8 *)
(* valores se encuentran en el arreglo I. *)

var
  j : integer;
begin
  if not (z >= xmin_ret) and (z <= xmax_ret) then begin
    TRz:=0;
    Aviso ('Error: edad de activo fuera de rango en TRz. ');
    and
  else begin
    (* Busca el intervalo [zj, zj+1] donde esta z. **)
    j:=0;
    repeat
      j:=j+1;
    until ((z > rk[j]) and (z <= rk[j+1])) or (j=Interv_edad);
    TRz:=T[j]
  end(else)
end(TRz);

(* ..... *)

Procedure LeeParamDisco;

(* Lee el nombre del archivo de parametros. Llena los arreglos *)
(* cortos y largos de hipotesis con los valores de archivo. *)

var
  archivo : text;
  nom_arch : string[12];
  xt : real;
  xs : string[8];
  param, h, error_lec, error_num : integer;
  mensaje : string;

begin
  Archivo_par:= '';
  mensaje:= '';
  nom_arch:=LeeArchyValida ('Nombre del archivo con los par metros: ');

  if nom_arch <> '' then begin
    error_lec:=0;
    error_num:=0;
    ($I-)
    assign (archivo, nom_arch);
    reset (archivo);
    param:=1;
  end
end

```

```

(* Lee el archivo y llena los arreglos cortos de hipotesis *)
while (param <= 6) and (error_lec = 0) and
(error_num = 0) and not(eof(archivo)) do begin
(* Hay 6 renglones de parametros *)
h:=1;
while (h <= interv_edad) and (error_lec = 0) and
(error_num = 0) and not(eof(archivo)) do begin
read(archivo,xs);
error_lec:=ioresult;
if error_lec = 0 then begin
val (xs, xt, error_num);
if error_num = 0 then
case param of
1..4: if not ((xt >= 0) and (xt <= 1)) then begin
mensaje:='Probabilidad fuera de [0,1]';
error_num:=1
end
else
case param of
1: QT_corta[h]:=xt;
2: Q_corta[h]:=xt;
3: QIp_corta[h]:=xt;
4: Qp_corta[h]:=xt;
end(case);
5..6: if not (xt >= 0) then begin
mensaje:='Par metro menor que cero.';
error_num:=1;
end
else
case param of
5: IS_corta[h]:=xt;
6: ISp_corta[h]:=xt;
end(case);
end(case)
else(if error_num)
mensaje:='Imposible convertir un n#mero.';
end(if error_lec);
h:=h+1;
end(while h);
param:=param+1;
readln(archivo);
end(while);

Q_corta [interv_edad]:=1;
Qp_corta[interv_edad]:=1;
(* La probabilidad de salida en la ultima edad de *)
(* la poblacion retirada debe ser igual a 1 *)

(* Llena los arreglos largos de hipotesis *)
if (error_lec <> 0) or (error_num <> 0) then begin
Aviso ('Error en la lectura del archivo.'+mensaje);
leido_par:=false
end

```

```

else begin
  for h:=xmin_act to xmax_act do begin
    QTP[h]:= IAZ (QTP_corta, h);
    qT [h]:= IAZ (qT_corta, h);
    ISp[h]:= IAZ (ISp_corta, h);
    is [h]:= IAZ (is_corta, h)
  end(for);
  for h:=xmin_ret to xmax_ret do begin
    Qp[h]:= TRZ (Qp_corta, h);
    q [h]:= TRZ (q_corta, h)
  end(for);
  Aviso ('La lectura del archivo '+nom_arch+' fue exitosa. ');
  Archivo_par:=nom_arch;
  leído_par:=true
end(else);
close (archivo);
gotoxy(1,24); ClrEol;
end(if nom_arch)
($!+)
end(LeerParamDisco);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure PonParam;

(* Escribe el valor actual de los parametros que se leen por pantalla *)

begin
  highvideo;
  gotoxy(col,row-2); write(t1);
  gotoxy(col,row-1); write(t2);
  gotoxy(col+ancho,row-2); write(t3);
  gotoxy(col+ancho,row-1); write(t4);
  gotoxy(col+2*ancho,row-2); write(t5);
  gotoxy(col+2*ancho,row-1); write(t6);
  lowvideo;

  gotoxy(col,row); write(' I = ',Ip:6:4);
  gotoxy(col,row+1); write(' So = ',So:6:2);
  gotoxy(col,row+2); write(' ISO = ',ISO:6:4);
  gotoxy(col,row+3); write(' FAR = ',FAR:6:4);

  gotoxy(col+ancho,row); write(' r = ',rmin:4);
  gotoxy(col+ancho,row+1); write(' r'+#39, ' = ', rmax:4);
  gotoxy(col+ancho,row+2); write(' a = ', amin:4);

  gotoxy(col+2*ancho,row); write(' i = ', i:6:4);
end(PonParam);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure LeerParamPant;

(* Lee y valida los parametros que se leen por pantalla *)

```

```

var
  h, error : integer;
  cad : string;
  last_int : integer;
  last_real : real;

begin
  PonParam;
  {$I-}
  for h:=1 to numpar do begin
    error:= 0;
    repeat
      gotoxy(1,25); ClrEol;
      write ('<ENTER> para no cambiar el valor que aparece en la pantalla...');
      gotoxy(1,24); ClrEol;
      if error <> 0 then
        write(#7);
      cad:= '';
      case h of
        1: begin
            last_real:=lp;
            write('Tasa de inters para proyección, I r 0 : ');
            readln (cad);
            val (cad, lp, error);
            if (error = 0) then
              if (lp >= 0) then begin
                gotoxy(col,row);
                write(' I = ',lp:6:4);
              end
            else
              error:=1
            end
          else
            begin
              lp:=last_real;
              if (cad = '') then
                error:=0;
            end
          end(case 1);
        2: begin
            last_real:=So;
            write('Sueldo para un participante nuevo de edad ',xmin_act:2,', So > 0
(mill ps) : ');
            readln (cad);
            val (cad, So, error);
            if (error = 0) then
              if (So > 0) then begin
                gotoxy(col,row+1);
                write(' So = ',So:6:2);
              end
            else
              error:=1
            end
          else
            begin

```

```

        So:=last_real;
        if (cad = '') then
            error:=0;
        end
    end(case 2);
3: begin
    last_real:=ISO;
    write('Incremento anual de So, ISO r 0 : ');
    readln (cad);
    val (cad, ISO, error);
    if (error = 0) then
        if (ISO >= 0) then begin
            gotoxy(col,row+2);
            write('ISO = ',ISO:6:4);
        end
        else
            error:=1
        end
    else
        begin
            ISO:=last_real;
            if (cad = '') then
                error:=0;
            end
        end(case 3);
4: begin
    last_real:=FAR;
    write('Factor de Aportaci3n Real aplicable al Costo Normal, FAR r 0 : ');
    readln (cad);
    val (cad, FAR, error);
    if (error = 0) then
        if (FAR >= 0) then begin
            gotoxy(col,row+3);
            write('FAR = ',FAR:6:4);
        end
        else
            error:=1
        end
    else
        begin
            FAR:=last_real;
            if (cad = '') then
                error:=0;
            end
        end(case 4);
5: begin
    last_int:=rmin;
    write('Edad m3nima de retiro r, (' ,xmin_ret:2,'s r s r'+#39+' s',xmax_ac
t+1:2,') : ');
    readln (cad);
    val (cad, rmin, error);
    if (error = 0) then
        if (rmin >= xmin_ret) and (rmin <= xmax_act+1) then begin
            gotoxy(col+ancho,row);
            write('r = ',rmin:4);
        end
    end

```



```

        else
            error:=1
        else
            begin
                rmin:=last_int;
                if (cad = '') then
                    error:=0;
                end
            end(case 5);
6: begin
    last_int:=rmax;
    write('Edad m xima de retiro r'+#39+', (' ,xmin_ret:2,'s r s r'+#39+' s ',
xmax_act+1:2,') : ');
    readln (cad);
    val (cad, rmax, error);
    if (error = 0) then
        if (rmax >= rmin) and (rmax <= xmax_act+1) then begin
            gotoxy(col+ancho,row+1);
            write('r'+#39,' = ', rmax:4);
            end
        else
            error:=1
        else
            begin
                rmax:=last_int;
                if (cad = '') then
                    error:=0;
                end
            end(case 6);
7: begin
    last_int:=amin;
    write('Antigüedad m/nima de retiro a, (' ,ymin:2,' < a s ',ymax:2,') : ');
    readln (cad);
    val (cad, amin, error);
    if (error = 0) then
        if (amin > ymin) and (amin <= ymax) then begin
            gotoxy(col+ancho,row+2);
            write('a = ', amin:4);
            end
        else
            error:=1
        else
            begin
                amin:=last_int;
                if (cad = '') then
                    error:=0;
                end
            end(case 7);
8: begin
    last_real:=1;
    write('Tasa de inters para Valuaci"n, i r 0 : ');
    readln (cad);
    val (cad, i, error);
    if (error = 0) then

```

```
        if (i >= 0) then begin
            gotoxy(col+2*ancho,row);
            write('i = ', i:6:4);
            end
        else
            error:=1
        else
            begin
                i:=last_real;
                if (cad = '') then
                    error:=0;
                end
            end(case 8);
        end(case);
    until error = 0
end{for};
gotoxy(1,24); ClrEol;
gotoxy(1,25); ClrEol;
normvideo;
{$I+}
end{LeeParamPant};

END.
```

(* Unidad ACTUARIAL.PAS *)

Unit actuarial;

INTERFACE

Uses

crt, principal, utilerias;

Const

Metodo = 5;

(* Determina el metodo actuarial de costeo MAC *)

Formula = 3;

(* Determina la formula de beneficio FB *)

Function Maximo (v1, v2 : integer) : integer;

Function nQAz (n:integer; Qz:hipotesis_act; z:integer) : real;

Function nQRz (n:integer; Qz:hipotesis_ret; z:integer) : real;

Function nISz (n:integer; ISz:hipotesis_act; z :integer) : real;

Procedure HazTablas;

Function FB (xt, yt, nt: integer; st:real) : real;

Function Ex (xt, Habia, Quedan, sin_regreso : integer) : integer;

Procedure MAC;

Function OApian : real;

IMPLEMENTATION

Function Maximo (v1, v2 : integer) : integer;

begin

if v1 >= v2 then

Maximo:=v1

else

Maximo:=v2

end(Maximo);

(* *)

Function nQAz (n:integer; Qz:hipotesis_act; z:integer) : real;

(* Regresa nqz, donde las probabilidades qx estan en el *)

(* arreglo Qz. Funciona para poblacion activa *)

var

k : integer;

probab : real;

begin

if (n < 0) or (z < xmin_act) or (z > xmax_act) or (z+n-1 > xmax_act) then

begin

Aviso ('Error: calculo de nQAz imposible.');

nQAz:=0;

end

```

else
  if n = 0 then
    nQAz:=0
  else begin
    (* primero calculamos npz y luego hacemos nqz = 1 - npz *)
    probab:=1;
    for k:=0 to n-1 do
      probab:=probab * (1-Qz[z+k]);
    nQAz:= 1 - probab;
    end(else);
end(nQAz);

(* ..... *)

Function nQRz (n:integer; Qz:hipotesis_ret; z:integer) : real;

(* Como nQAz, pero para el caso de la poblacion retirada *)

var
  k : integer;
  probab : real;

begin
  if (n < 0) or (z < xmin_ret) or (z > xmax_ret) or (z+n-1 > xmax_ret) then
    begin
      Aviso ('Error: calculo de nQRz imposible. ');
      nQRz:=0;
    end
  else
    if n = 0 then
      nQRz:=0
    else begin
      probab:=1;
      for k:=0 to n-1 do
        probab:=probab * (1-Qz[z+k]);
      nQRz:= 1 - probab;
    end(else);
  end(nQRz);

  (* ..... *)

Function nISz (n:integer; ISz:hipotesis_act; z :integer) : real;

(* Regresa el valor de a edad z+n de un peso de salario *)
(* a edad z, utilizando la hipotesis de PROYECCION ISx *)

var
  k : integer;
  factor : real;

begin
  if (n < 0) or (z < xmin_act) or (z > xmax_act) or (z+n-1 > xmax_act) then
    begin
      Aviso ('Error: calculo de nISz imposible. ');
    end
  else
    factor:=1;
    for k:=0 to n-1 do
      factor:=factor * (1+ISz[z+k]);
    end(else);
  end(nISz);

  (* ..... *)

```

```

        nISz:=0;
    end
else
    if n = 0 then
        nISz:=1
    else begin
        factor:=1;
        for k:=0 to n-1 do
            factor:=factor * (1 + ISz[z+k]);
        end;
        nISz:=factor;
    end;
end(nISz);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

```

Procedure HazTablas;

```

(* Construimos los arreglos az[z] y r_zISz. az[z] contiene el valor *)
(* de una anualidad vitalicia para edad z en la poblacion retirada. *)
(* r_zISz[z] contiene el valor de r-zISz donde r es la minima edad *)
(* posible de los retirados, xmin_ret. *)
(* En ambos casos se usan los parametros de VALUACION qx, is, i *)

```

```

var
    z : integer;
begin
    (* llenamos az[z] *)
    az[xmax_ret]:=0;
    for z:=xmax_ret-1 downto xmin_ret do
        az[z]:= 1 + 1/(1+i) * (1 - q[z]) * az[z+1];

    (* llenamos r_zISz *)
    r_zISz [xmin_ret]:=1;
    for z:=xmin_ret-1 downto xmin_act do
        r_zISz[z]:= (1+is[z]) * r_zISz[z+1];
    end(HazTablas);

    (* ~ ~ ~ ~ ~ *)

```

Function aTzn (z,n:integer) : real;

```

(* Regresa el valor de una anualidad temporal a n años para edad z *)
(* con los decrementos de muerte, invalidez y rotacion de la pobla-*)
(* cin activa. Utiliza parametros de VALUACION qIZ e i. *)

```

```

var
    k : integer;
    factor, probab, suma : real;
begin
    if (n < 0) or (z < xmin_act) or (z > xmax_act) or (z+n-1 > xmax_act) then
        begin
            Aviso ('Error: calculo de aTzn imposible.');
            aTzn:=0;
        end
    end;

```

```

end
else
  if n = 0 then
    aTzn:=0
  else begin
    factor:=1;
    probab:=1;
    suma:=0;
    for k:=0 to n-1 do begin
      suma:=suma + factor * probab;
      probab:= probab * (1 - qI[z+k]);
      (* probab:= 1 - kqz_total *)
      factor:= factor / (1+i);
      (* factor:=factor * V *)
    end(for);
    aTzn:=suma;
  end(else);
end(aTzn);

(* ..... *)

```

```
Function saTzn (z,n:integer) : real;
```

```

(* Regresa al valor de una anualidad temporal de n años para edad z *)
(* con los decrementos de muerte, invalidez y rotacion y el incre- *)
(* mento de salarios de la poblacion activa. Usa parametros de *)
(* VALUACION qTx, i, isx *)

```

```
var
```

```

  k : integer;
  factor, probab, suma : real;

```

```
begin
```

```

  if (n < 0) or (z < xmin_act) or (z > xmax_act) or (z+n-1 > xmax_act) then
    begin
      Aviso ('Error: calculo de saTzn imposible.');
```

```
      saTzn:=0;
```

```
    end
```

```
  else
```

```
    if n = 0 then
```

```
      saTzn:=0
```

```
    else begin
```

```
      factor:=1;
```

```
      probab:=1;
```

```
      suma:=0;
```

```
      for k:=0 to n-1 do begin
```

```
        suma:=suma + factor * probab;
```

```
        probab:= probab * (1 - qI[z+k]);
```

```
        (* probab:= 1 - kqz_total *)
```

```
        factor:= factor * (1 + is[z+k]) / (1+i);
```

```
        (* factor:=factor * (1+is[z+k]) * V *)
```

```
      end(for);
```

```
      saTzn:=suma;
```

```
    end(else);
```

```

end(saTzn);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Function FB (xt, yt, nt: integer; st:real) : real;

(* Esta funcion debe ser definida por el usuario. *)
(* Es el parametro FB del modelo. *)

const
  alfa = 0.80;
  cu = 0.015;
  k = 0;

begin
  if (xt >= rmin) and (xt <= rmax) and (yt >= amin) then
    case formula of
      (* FORMULA es una constante local de esta Unidad. *)
      1: (* Beneficio cerrado *)
         FB:=k * nt;
      2: (* % nivelado de compensación *)
         FB:=alfa * st;
      3: (* Credito unitario *)
         FB:=cu * yt * st;
      4: (* Cerrado + C.U. *)
         FB:=k * nt + cu * yt * st;
    end(case)
  else
    FB:=0;
  end(FB);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Function FP (xt: integer) : real;

(* La forma de pago. El valor presente de cada peso de beneficio *)
(* pagadero a partir de edad z es igual a una anualidad vitalicia *)
(* para edad z en la poblacion retirada, usando los parametros de *)
(* VALUACION qx, i. *)

const
  formula = 1;

begin
  case formula of
    1: FP:= az (xt);
  end(case)
end(FP);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Function Ex (xt, Habia, Quedan, sin_regreso: integer) : integer;

(* La funcion definida por el usuario, regresa el numero de *)

```

```

(* personas que ingresan a la poblacion activa a edad x. *)
(* HABIA es el numero de personas de edad x-1 que iniciaron el *)
(* a#o, QUEDAN es el numero de las que legaran al final del *)
(* a#o con edad x y SIN_REGRESO es el numero total de activos *)
(* que saldran en el a#o por retiro o separacion sin beneficio. *)

var
  factor : real;
  total_e, Ex_prov : integer;

begin
  Ex_prov:=0;
  if tiempo <= 11 then
    total_e:=round(100 * exp(26 * ln(1.07)))
  else
    total_e:= sin_regreso;

  (* El tamano de la poblacion de activos se mantiene constante *)
  (* a partir del a#o 12. *)

  case xt of
    18: if tiempo <= 11 then
        Ex_prov:=round(total_e * 0.12)
      else
        Ex_prov:=sin_regreso - 2*round(total_e*0.10) -
          1*round(total_e*0.06) -
          4*round(total_e*0.05) -
          2*round(total_e*0.04) -
          3*round(total_e*0.03) -
          5*round(total_e*0.02) -
          15*round(total_e*0.01);

        (* Este ajuste es para evitar la inexactitud *)
        (* que puede ocasionar el redondeo. *)

    19..20: Ex_prov:=round(total_e * 0.10);
    21: Ex_prov:=round(total_e * 0.06);
    22..25: Ex_prov:=round(total_e * 0.05);
    26..27: Ex_prov:=round(total_e * 0.04);
    28..30: Ex_prov:=round(total_e * 0.03);
    31..35: Ex_prov:=round(total_e * 0.02);
    36..44: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
    46..48: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
    51..52: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
    56: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
  end(case);
  if tiempo > 11 then
    Ex_prov:= Ex_prov + (Habia - Quedan);
  Ex:=Ex_prov
end(Ex);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Function Xs (xt, yt: integer) : integer;

```



```

(* Regresa la edad a la que se retirara una persona de edad *)
(* xt y antigüedad yt segun los supuestos del modelo y los *)
(* parametros r, r' y a *)
begin
  if yt < amin then
    if xt + amin - yt > rmax then
      Xs:=rmax
    else
      Xs:= Maximo (rmin, xt+amin-yt)
    else
      (* si yt >= amin *)
      Xs:= Maximo (xt, rmin)
end(Xs);

(* ..... *)

Function Bs (xt, yt, nt: integer; st: real; xr: integer) : real;

(* Regresa el monto del beneficio anual que recibirán a la edad *)
(* de retiro nt personas de edad actual xt, antigüedad yt, sueldo *)
(* actual total st y que se retiraran a la edad xr. *)

var
  yr : integer;
  sr : real;

begin
  yr:= yt + (xr-xt);
  if xt <= xmin_ret then
    sr:=st * r_zISz[xt] * nISz (xr-xmin_ret, is, xmin_ret)
  else
    sr:= st * nISz (xr-xt, is, xt);
  Bs:= FB (xr, yr, nt, sr);
end(Bs);

(* ..... *)

Function VPBFxy (xt, yt, nt: integer; st:real) : real;

(* Regresa el VPBF de nt personas con edad actual xt, antigüedad *)
(* yt y sueldo total st. *)

var
  xr, k : integer;
  Br, V, proba : real;

begin
  xr:= Xs (xt, yt);
  k:= xr-xt;
  Br:= Bs (xt, yt, nt, st, xr);
  V:= exp (k * ln(1/(1+i)));
  proba:= 1 - nQAZ(k, qT, xt);

```

```

VPBFxy:= Br * FP(xr) * V * proba;
end(VPBFxy);

(* ..... *)

Function VPBFx (xt: integer; bt: real) : real;

(* Regresa el VPBF de una persona retirada de edad xt que recibe *)
(* beneficios anuales por bt. *)

begin
  VPBFx:= bt * az[xt];
end(VPBFx);

(* ..... *)

Function PCPxy (xt, yt: integer; VPB: real) : real;

(* Regresa el PCP de una persona activa de edad xt, antigüedad yt *)
(* y VPBF igual a VPB. *)

var
  xr, yr : integer;

begin
  xr:= Xs (xt,yt);
  yr:= yt + (xr - xt);
  PCPxy:= (yt/yr) * VPB;
end(PCPxy);

(* ..... *)

Function VPSFxy (xt, yt: integer; st:real) : real;

(* Regresa al VPSF de una persona con edad actual xt, *)
(* antigüedad yt y sueldo st. *)

var
  xr : integer;

begin
  xr:= Xs (xt, yt);
  VPSFxy:= st * saIzn (xt, xr-xt);
end(VPSFxy);

(* ..... *)

Procedure MAC;

(* Esta funcion la define el usuario. Debe calcular las *)
(* variables VPBF, PA, PCP, VPSF y CN. *)
(* METODO es una constante local de esta Unidad. *)

var

```

```
x, y, z, e, xr : integer;
VPB_xy, PA_xy, anual_total : real;
```

```
begin
  VPBF:=0; PA:=0; PCP:=0; VPSF:=0; CN:=0;

  case metodo of
    1: (* Metodo de credito unitario *)
      begin
        for x:=xmin_act to xmax_act do
          for y:=ymin to ymax do begin
            if Pxy[x,y] > 0 then begin
              gotoxy(col, renglon+2); ClrEol; write ('Valuando ',x:2,', ',y:2);
              VPB_xy:=VPBFxy(x,y, Pxy[x,y], Sxy[x,y]);
              VPBF:=VPBF + VPB_xy;
              VPSF:=VPSF + VPSFxy(x,y, Sxy[x,y]);
              PCP:= PCP + PCPxy (x,y, VPB_xy);
              if VPB_xy > 0 then begin
                z:=x-y; (* la edad de ingreso *)
                xr:=Xs (x,y);
                PA:= PA + VPB_xy * (x-z)/(xr-z);
                CN:= CN + VPB_xy / (xr-z);
              end(if)
            end(if)
          end(for y);
        (* Los retirados *)
        for x:=xmin_ret to xmax_ret do
          for y:=ymin to ymax_ret do
            if Rxy[x,y] <> 0 then begin
              VPB_xy:= VPBFx (x, Bxy[x,y]);
              VPBF:=VPBF + VPB_xy;
              PCP:=PCP + VPB_xy;
              PA:=PA + VPB_xy;
            end(if);
          end(case 1);
        2: (* Metodo a edad de entrada *)
        begin
          for x:=xmin_act to xmax_act do
            for y:=ymin to ymax do begin
              if Pxy[x,y] > 0 then begin
                gotoxy(col, renglon+2); ClrEol; write ('Valuando ',x:2,', ',y:2);
                VPB_xy:=VPBFxy(x,y, Pxy[x,y], Sxy[x,y]);
                VPBF:=VPBF + VPB_xy;
                VPSF:=VPSF + VPSFxy(x,y, Sxy[x,y]);
                PCP:= PCP + PCPxy (x,y, VPB_xy);
                if VPB_xy > 0 then begin
                  z:=x-y; (* la edad de ingreso *)
                  xr:=Xs (x,y);
                  if x = xr then
                    PA_xy:= VPB_xy
                  else
                    PA_xy:= VPB_xy * aTzn (z, x-z) / aTzn (z, xr-z);
                  PA:= PA + PA_xy
                end
              end
            end
          end
        end
      end
    end
  end
end
```

```

else
  PA_xy:=0;
  if x = xr then
    CN:= CN + (VPB_xy - PA_xy)
  else
    CN:=CN + (VPB_xy - PA_xy) / aTzn (x, xr-x);
  end(if)
end(for);
(* Los retirados *)
for x:=xmin_ret to xmax_ret do
  for y:=ymin to ymax_ret do
    if Rxy[x,y] <> 0 then begin
      VPB_xy:= VPBFx (x, Bxy[x,y]);
      VPEF:=VPEF + VPB_xy;
      PCP:=PCP + VPB_xy;
      PA:=PA + VPB_xy;
    end(if);
  end(case 2);
3: (* Metodo individual nivelado *)
begin
  for x:=xmin_act to xmax_act do
    for y:=ymin to ymax do begin
      if Pxy[x,y] > 0 then begin
        gotoxy(col, renglon+2); ClrEol; write ('Valuando ',x:2,',',y:2);
        VPB_xy:=VPBFxy(x,y, Pxy[x,y], Sxy[x,y]);
        VPEF:=VPEF + VPB_xy;
        VPSF:=VPSF + VPSFxy(x,y, Sxy[x,y]);
        PCP:= PCP + PCPxy (x,y, VPB_xy);
        if VPB_xy > 0 then begin
          e:=Maximo (x-y, x-tiempo+1);
          (* la edad a la instalaci"n *)
          xr:=Xs (x,y);
          if x = xr then
            PA_xy:= VPB_xy
          else
            PA_xy:= VPB_xy * aTzn (e, x-e) / aTzn (e, xr-e);
          PA:= PA + PA_xy
        end
      else
        PA_xy:=0;
        if x = xr then
          CN:= CN + (VPB_xy - PA_xy)
        else
          CN:=CN + (VPB_xy - PA_xy) / aTzn (x, xr-x);
        end(if)
      end(for);
    end(for);
  end(case 2);
  (* Los retirados *)
  for x:=xmin_ret to xmax_ret do
    for y:=ymin to ymax_ret do
      if Rxy[x,y] <> 0 then begin
        VPB_xy:= VPBFx (x, Bxy[x,y]);
        VPEF:=VPEF + VPB_xy;
        PCP:=PCP + VPB_xy;
        PA:=PA + VPB_xy;
      end(if);
    end(for);
  end(case 2);
end;

```

```

        end(if);
    end(case 3);
4: (* Metodo colectivo nivelado. *)
begin
    anual_total:=0;
    for x:=xmin_act to xmax_act do
        for y:=ymin to ymax do begin
            if Pxy[x,y] > 0 then begin
                gotoxy(col, renglon+2); ClrEol; write ('Valuando ',x:2,', ',y:2);
                VPB_xy:=VPBFxy(x,y, Pxy[x,y], Sxy[x,y]);
                VPBF:=VPBF + VPB_xy;
                VPSF:=VPSF + VPSFxy(x,y, Sxy[x,y]);
                PCP:= PCP + PCPxy(x,y, VPB_xy);
                xr:=Xs(x,y);
                anual_total:=anual_total + Pxy[x,y] * aTzn(x, xr-x);
                if VPB_xy > 0 then begin
                    e:=Maximo(-y, x-tiempo+1);
                    (* la edad a la instalaci'n *)
                    if x = xr then
                        PA_xy:= VPB_xy
                    else
                        PA_xy:= VPB_xy * aTzn(e, x-e) / aTzn(e, xr-e);
                    end(if);
                    PA:= PA + PA_xy
                end(if);
            end(if);
        end(for);
        (* Los retirados *)
        for x:=xmin_ret to xmax_ret do
            for y:=ymin to ymax_ret do
                if Rxy[x,y] <> 0 then begin
                    VPB_xy:= VPBFx(x, Bxy[x,y]);
                    VPBF:=VPBF + VPB_xy;
                    PCP:=PCP + VPB_xy;
                    PA:=PA + VPB_xy;
                end(if);
            if anual_total > 0 then
                CN:= P * (VPBF - F) / anual_total
            else
                CN:=0;
            if CN < 0 then
                CN:=0;
            (* Para cuando F > VPBF *)
        end(case 4);
5: (* Metodo colectivo. *)
begin
    for x:=xmin_act to xmax_act do
        for y:=ymin to ymax do
            if Pxy[x,y] > 0 then begin
                gotoxy(col, renglon+2); ClrEol; write ('Valuando ',x:2,', ',y:2);
                VPB_xy:=VPBFxy(x,y, Pxy[x,y], Sxy[x,y]);
                VPBF:=VPBF + VPB_xy;
                VPSF:=VPSF + VPSFxy(x,y, Sxy[x,y]);
                PCP:= PCP + PCPxy(x,y, VPB_xy);
                if VPB_xy > 0 then begin

```

```

e:=MAXimo (x-y, x-tiempo+1);
(* la edad e la instalaci'n *)
xr:=Xs (x,y);
if xr = x then
    PA_xy:= VFB_xy
else
    PA_xy:= VFB_xy * saTzn (e, x-e) / saTzn (e, xr-e);
PA:= PA + PA_xy
endif);
endif);
for x:=xmin_ret to xmax_ret do
for y:=ymin to ymax_ret do
if Rxy(x,y) <> 0 then begin
    VPB_xy:= VPBFx (x, Bxy(x,y));
    VPBF:=VPBF + VPB_xy;
    PCP:=PCP + VPB_xy;
    PA:=PA + VPB_xy;
endif);
if VPSF > 0 then
    CN:= S * (VPBF - F) / VPSF
else
    CN:=0;
if CN < 0 then
    CN:=0;
(* Para cuando F > VPBF *)
end(case 5);

end(case)
end(MAC);

(* ..... *)

Function OApIan;

(* Esta funcion la define el usuario. Debe calcular el *)
(* valor de la variable OA. *)

begin
    OApIan:= PCP;
end(OApIan);

(* ..... *)

END.

```

(* Unidad POBLACION.PAS *)

Unit poblacion;

INTERFACE

Uses CRT, utilerias, principal, actuarial;

Var

Archivo_act, Archivo_ret, Archivo_pob : string;
leido_act, leido_ret : boolean;

Procedure LeePobAct;
Procedure PonPobAct;
Procedure LeePobRet;
Procedure PonPobRet;
Procedure CalculaPSRB;
Procedure HazPoblacion;
Procedure EscribePob;

IMPLEMENTATION

Procedure LeePobAct;

(* Lee el nombre del archivo con los datos de la poblacion activa. *)
(* Lee el archivo y almacena los valores en las matrices pxy y sxy *)

var

archivo : text;
nom_arch : string[12];
vt, nt, xt, yt, st : real;
ns, xs, ys, ss : string[8];
vs : string [10];
h, k, error_lec, error_num : integer;
mensaje : string;

begin

Archivo_act:= '';
mensaje:='';
nom_arch:=LeeArchValida ('Nombre del archivo con los datos de la poblaci"n activa: ');

(* Inicializa con cero ambas matrices. *)

if nom_arch <> '' then begin
for h:=xmin_act to xmax_act do
for k:=ymin to ymax do begin
Pxy[h,k]:=0;
Sxy[h,k]:=0;
end(for);

(\$I-)

assign (archivo, nom_arch);
reset (archivo);

```

(* Primero leemos VACNP, PALast, Flast, CNIlast, ARlast *)
h:=1;
error_lec:=0; error_num:=0;
while (h <= 6) and (error_lec=0) and (error_num=0) do begin
  read (archivo, vs);
  error_lec:=ioresult;
  val (vs, vt, error_num);
  if (error_num=0) and (error_lec=0) then
    case h of
      1: FO:=vt;
      2: VACNP:=vt;
      3: PALast:=vt;
      4: Flast:=vt;
      5: CNIlast:=vt;
      6: ARlast:=vt;
    end(case);
    h:=h+1;
  end(while);
  readln (archivo);

(* Ahora leemos, numero de personas, x, y, pxy y sxy *)
if (error_lec=0) and (error_num=0) then
  repeat
    read (archivo, ns);
    error_lec:=ioresult;
    val (ns, nt, error_num);
    if (error_lec=0) and (error_num=0) then begin
      read (archivo, xs);
      error_lec:=ioresult;
      val (xs, xt, error_num);
      if (error_lec=0) and (error_num=0) then begin
        read (archivo, ys);
        error_lec:=ioresult;
        val (ys, yt, error_num);
        if (error_lec=0) and (error_num=0) then begin
          readln (archivo, ss);
          error_lec:=ioresult;
          val (ss, st, error_num);
          if (error_lec=0) and (error_num=0) then begin
            if not ((xt >= xmin_act) and (xt <= xmax_act) and
              (yt >= ymin) and (yt <= ymax) and
              (xt - yt >= xmin_act) and
              (nt > 0) and (st > 0)) then
              begin
                error_lec:=1;
                mensaje:='Los datos no cumplen restricciones.';
              end
            else begin
              h:=round(xt);
              k:=round(yt);
              Pxy[h,k]:= Pxy[h,k] + round(nt);
              Sxy[h,k]:= Sxy[h,k] + st;
            end(else);
          end(else);
        end(else);
      end(else);
    end(else);
  end(repeat);
end;

```



```

        end;
    end;
until (error_lect <> 0) or (error_num <> 0) or (eof(archivo));
if (error_lect <> 0) or (error_num <> 0) then begin
    Aviso ('Error en la lectura del archivo.'+mensaje);
    leído_act:=false
end
else begin
    Aviso ('La lectura del archivo '+nom_arch+' fue exitosa. ');
    Archivo_act:=nom_arch;
    leído_act:=true
end(else);

    close (archivo);
    gotoxy(1,24); ClrEol;
    ($!+)
end
end(LeerPobAct);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure PonPobAct;

(* Escribe en la pantalla el contenido de las matrices pxy y sxy *)
(* por intervalos de edad y de antigüedad. *)

Const
    row = 3;
    col = 9;
    ancho = 9;
    t1 = 'Activos. (pxy/sxy)';
    t2 = 'x\y';

var
    h, k, xt, yt, x_min, x_max, y_min, y_max : integer;
    pob : integer;
    sue : real;

begin
    highvideo;
    gotoxy(1,row-2); write(t1);
    gotoxy(3,row-1); write(t2);
    lowvideo;
    for h:=1 to interv_edad do begin
        gotoxy(1,row+h-1); write('(',xi[h],',',xi[h+1],')');
        for k:=1 to interv_antig do begin
            gotoxy(2+col+ancho*(k-1),row-1); write('(',yj[k]:2,',',yj[k+1],')');
        end(for k);
    end(for h);

    for h:=1 to interv_edad do begin

```

```

x_min:=xi[h];
x_max:=xi[h+1];
for k:=1 to interv_antig do begin
  y_min:=yj[k];
  y_max:=yj[k+1];
  if x_max - (y_min +1) >= xmin_act then begin
    pob:=0;
    suel:=0;
    for xt:= x_min+1 to x_max do
      for yt:= y_min+1 to y_max do begin
        pob:= pob + Pxy[xt,yt];
        suel:=suel+ Sxy[xt,yt];
      end;
      gotoxy(col+ancho*(k-1),row+h-1);
      highvideo;
      write (pob:4);
      lowvideo;
      write (suel:5:0);
    end(if)
  end(for k);
end(for h);
norm:=video;
end(PonPobAct);

```

(* *)

Procedure LeePobRet;

(* Lee el nombre del archivo con los datos de la poblacion retirada *)
 (* Lee el archivo y almacena los valores en las matrices rxy y bxy *)

var

```

archivo : text;
nom_arch : string[12];
nt, xt, yt, bt : real;
ns, xs, ys, bs : string[8];
h, k, error_lec, error_num : integer;
mensaje : string;

```

begin

```

Archivo_ret:= '';
mensaje:='';
nom_arch:=LeeArchyValida ('Nombre del archivo con los datos de la poblaci"n retirada:

```

```

if nom_arch <> '' then begin
  for h:=xmin_ret to xmax_ret do
    for k:=ymin_ret to ymax_ret do begin
      Rxy[h,k]:=0;
      Bxy[h,k]:=0;
    end(for);
  ($I-)
  assign (archivo, nom_arch);
  reset (archivo);
  repeat

```

```

read (archivo, ns);
error Lec:=iresult;
val (ns, nt, error_num);
if (error Lec=0) and (error_num=0) then begin
  read (archivo, xs);
  error Lec:=iresult;
  val (xs, xt, error_num);
  if (error Lec=0) and (error_num=0) then begin
    read (archivo, ys);
    error Lec:=iresult;
    val (ys, yt, error_num);
    if (error Lec=0) and (error_num=0) then begin
      readln (archivo, bs);
      error Lec:=iresult;
      val (bs, bt, error_num);
      if (error Lec=0) and (error_num=0) then begin
        if not ((xt >= xmin_ret) and (xt <= xmax_ret) and
          (yt >= ymin_ret) and (yt <= ymax_ret) and
          (xt - yt >= xmin_act) and
          (nt > 0) and (bt > 0)) then
          begin
            error Lec:=1;
            mensaje:='Los datos no cumplen restricciones.';
          end
        else begin
          h:=round(xt);
          k:=round(yt);
          Rxy[h,k]:= Rxy[h,k] + round(nt);
          Exy[h,k]:= Exy[h,k] + bt;
        end(else);
      end
    end
  end
end;
until (error Lec <> 0) or (error_num <> 0) or (eof(archivo));

if (error Lec <> 0) or (error_num <> 0) then begin
  Aviso ('Error en la lectura del archivo.'+mensaje);
  leído_ret:=false
end
else begin
  Aviso ('La lectura del archivo '+nom_arch+' fue exitosa.');
```

Archivo_ret:=nom_arch;

```

  leído_ret:=true
end(else);
close (archivo);
gotoxy(1,24); ClrEol;
end(if)
{ $I+ }
end(LeePobRet);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure PonPobRet;
```

```

(* Escribe en la pantalla el contenido de las matrices *)
(* rxy y bxy, por intervalos de edad. *)

const
  row = 13;
  col = 9;
  t1 = 'Retirados. (rx/bx)';

var
  h, xt, yt, x_min, x_max : integer;
  pob : integer;
  bene: real;

begin
  highvideo;
  gotoxy(1,row-1);
  write(t1);
  lowvideo;

  for h:=1 to interv_edad do begin
    gotoxy(1,row+h-1);
    write(' ',rk[h],',',rk[h+1],');
  end(for);

  for h:=1 to interv_edad do begin
    x_min:=rk[h];
    x_max:=rk[h+1];
    pob:=0;
    bene:=0;
    for xt:= x_min+1 to x_max do
      for yt:=ymin_ret to ymax_ret do begin
        pob:= pob + Rxy[xt,yt];
        bene:=bene+ Bxy[xt,yt];
      end(for);
    gotoxy(col,row+h-1);
    highvideo;
    write (pob:4);
    lowvideo;
    write (bene:5:0);
  end(for h);
  normvideo;
end(PonPobRet);

(* ..... *)

Procedure CalculaPSRB;

(* Calcula las variables P, S, R, B, xpa, ypa, xpr y ypr *)

var
  h, k : integer;
  x_pro, y_pro : real;

```

```

begin
P:=0; S:=0; R:=0; B:=0;
x_pro:=0; y_pro:=0;

for h:=xmin_act to xmax_act do
  for k:=ymin to (h - xmin_act) {ymax} do begin
    P:=P + Pxy[h,k];
    S:=S + Sxy[h,k];
    x_pro:=x_pro + h * Pxy[h,k];
    y_pro:=y_pro + k * Pxy[h,k];
  endfor k);
if P > 0 then begin
  xprom_act:= x_pro / P;
  yprom_act:= y_pro / P
end
else begin
  xprom_act:= 0;
  yprom_act:= 0;
end;

x_pro:=0; y_pro:=0;
for h:=xmin_ret to xmax_ret do
  for k:=ymin_ret to (h - xmin_act) do
    if Rxy[h,k] > 0 then begin
      R:=R + Rxy[h,k];
      B:=B + Bxy[h,k];
      x_pro:=x_pro + h * Rxy[h,k];
      y_pro:=y_pro + k * Rxy[h,k];
    endiff);
if R > 0 then begin
  xprom_ret:= x_pro / R;
  yprom_ret:= y_pro / R
end
else begin
  xprom_ret:=0;
  yprom_ret:=0
end
end
end(CalculaPSRB);

(* ..... *)

Procedure HazFoblacion;

(* Calcula las variables de transicion de la poblacion EP, *)
(* SPr, SPr, SPsb, ER y SR. Ademas, calcula las variables *)
(* pxy, sxy, rxy, bxy del a#o siguiente a partir de las del *)
(* a#o corriente. Es decir, realiza la proyeccion de la *)
(* poblacion de un a#o a otro. *)

var
  Sal_r_x_menos1, Entrada_r_xy : integer;
  S_ent_r_xy, B_ent_r_xy : real;
  Entrada_a_x, Sal_a_x1_T, Sal_a_x1_sb, Sal_a_x1_r,

```

```

Sal_a_xy_menos_1 : integer;
Había_x, Quedan_x: integer;
Plast, Rlast : integer;
Slast, Blast : real;
x, y : integer;

```

```
begin
```

```
SR:=0; EP:=0; ER:=0; SPT:=0; SPsb:=0; SPr:=0;
```

```
(* POBLACION RETIRADA * * * * * *)
```

```
(* Calcula ER, SR, rxy y bxy *)
```

```
for x:=xmax_ret+1 downto xmin_ret do
```

```
for y:=(x - xmin_act + 1) downto ymin_ret do begin
```

```
gotoxy(col+26, renglon+2);
```

```
write (x:3,',',y:3);
```

```
if (x > xmin_ret) and (y > ymin_ret) and (Rxy[x-1,y-1] > 0) then
```

```
(* Los r(x-1) que salieron durante el año = r(x-1)*Q(x-1) *)
```

```
Sal_r_x_menos1:= round (Rxy[x-1,y-1] * Qp[x-1])
```

```
else
```

```
Sal_r_x_menos1:= 0;
```

```
SR:=SR+Sal_r_x_menos1;
```

```
(* Los que se retiraron de edad xy *)
```

```
if (x >= rmin) and (x <= rmax) and (y >= amin) and (Pxy[x-1,y-1] > 0)
```

```
then begin
```

```
Entrada_r_xy:= round (Pxy[x-1,y-1] * (1 - QTp[x-1]));
```

```
if Entrada_r_xy > 0 then
```

```
S_ent_r_xy:=Sxy[x-1,y-1]*(1+ISp[x-1])*Entrada_r_xy/Pxy[x-1,y-1]
```

```
else
```

```
S_ent_r_xy:=0;
```

```
B_ent_r_xy:= FB(x,y, Entrada_r_xy, S_ent_r_xy)
```

```
end(if)
```

```
else begin
```

```
Entrada_r_xy:=0;
```

```
S_ent_r_xy:=0;
```

```
B_ent_r_xy:=0;
```

```
end(else);
```

```
(* Calcula rxy y bxy *)
```

```
if (x <> xmax_ret+1) and (y <> ymax_ret+1) then
```

```
if (x > xmin_ret) and (y > ymin_ret) then begin
```

```
Rxy[x,y]:=Rxy[x-1,y-1] - Sal_r_x_menos1 + Entrada_r_xy;
```

```
if Rxy[x-1,y-1] = 0 then
```

```
Bxy[x,y]:=B_ent_r_xy
```

```
else
```

```
Bxy[x,y]:= Bxy[x-1,y-1]/Rxy[x-1,y-1] *
```

```
(Rxy[x-1,y-1]-Sal_r_x_menos1) + B_ent_r_xy
```

```
end(if)
```

```
else begin
```

```
Rxy[x,y]:=Entrada_r_xy;
```

```
Bxy[x,y]:=B_ent_r_xy
```

```
end(else);
```

```
ER:=ER + Entrada_r_xy;
```

```

end{for y};

(* POBLACION ACTIVA * * * * * *)
(* Calcula SPT, SPsb, SPr, EP, pxy y sxy *)
Perdidos:=0;
for x:=xmax_act downto rmax-1 do
  for y:= (x-xmin_act) downto ymin do
    Perdidos:=Perdidos + Pxy[x,y];
  (* Todos los activos que se van a retirar o a separarse *)
  (* sin beneficio. Sirve para pasarlo como parametro a *)
  (* la funcion Ex *)
end{for y};

for x:=xmax_act + 1 downto xmin_act do begin
  (* El +1 es para no dejar de calcular las salidas de xmax_act, *)
  (* porque siempre calculamos las salidas de la edad x-1. *)

  Habia_x:=0;
  (* Los que empezaron al año vivos a edad x-1 *)
  Quedan_x:=0;
  (* Los de Habia_x que van a sobrevivir a edad x. *)

  for y:=(x - xmin_act + 1) {ymax + 1} downto ymin do begin
    gotoxy(col+26, renglon+2);
    write (x:3,',',y:3);
    if (x > xmin_act) and (y > ymin) then
      begin
        Sal_a_x1_T := round (Pxy[x-1,y-1] * QTp[x-1]);
        if (x >= rmax) and (y < amin) then
          Sal_a_x1_sb:= Pxy[x-1,y-1] - Sal_a_x1_T
        else
          Sal_a_x1_sb:=0;
        if (x >= rmin) and (x <= rmax) and (y >= amin) then
          Sal_a_x1_r:= Pxy[x-1,y-1] - Sal_a_x1_T
        else
          Sal_a_x1_r:= 0;
        SPT:=SPT + Sal_a_x1_T;
        SPsb:=SPsb + Sal_a_x1_sb;
        SPr:= SPr + Sal_a_x1_r;

        Habia_x:=Habia_x + Pxy[x-1,y-1];

        if (x <> xmax_act + 1) and (y <> ymax + 1) then begin
          (* CALCULO DE Pxy * * * * * *)
          Pxy[x,y]:= Pxy[x-1,y-1] - (Sal_a_x1_T + Sal_a_x1_sb + Sal_a_x1_r);
          (* CALCULO DE Sxy * * * * * *)
          if Pxy[x-1,y-1]=0 then
            Sxy[x,y]:=0
          else
            Sxy[x,y]:= Sxy[x-1,y-1] * (1+ISp[x-1]) + Pxy[x,y]/Pxy[x-1,y-1];
            Quedan_x:=Quedan_x + Pxy[x,y];
          end{if x<> and y<>}.
        end{if x>}
      end begin (* para x=xmin_act or y=ymin *)
        if (x <> xmax_act + 1) and (y <> ymax + 1) then begin

```

```

    if (x < rmax) then
      Entrada_a_x:= Ex (x, Habia_x, Quedan_x, Perdidos)
    else
      Entrada_a_x:=0;
      EP:=EP + Entrada_a_x;
      Fxy[x,y]:= Entrada_a_x;
      Sxy[x,y]:= Entrada_a_x * So * nISz (x-xmin_act, ISp, xmin_act);
    end(if x<> and y<>)
  end(else);
  if (x <> xmax_act + 1) and (y <> ymax + 1) then
    if (Fxy[x,y] = 0) or (Sxy[x,y] = 0) then begin
      Fxy[x,y]:=0;
      Sxy[x,y]:=0;
    end;
  end(for y);
end(for x);

(* Se mandan calcular P, S, R, B y se calculan los *)
(* respectivos incrementos. *)

Plast:=P; Slast:=S; Rlast:=R; Blast:=B;
CalculaPSRB;
if Plast = 0 then
  DP:= 0
else
  DP:= (P-Plast)/Plast;
if Slast = 0 then
  DS:= 0
else
  DS:= (S-Slast)/Slast;
if Rlast = 0 then
  DR:= 0
else
  DR:= (R-Rlast)/Rlast;
if Blast = 0 then
  DB:= 0
else
  DB:= (B-Blast)/Blast;
end(HazPoblacion);

(* ..... *)

```

Procedure EscribeFob;

```

(* Escribe los datos de las poblaciones activa y retirada actuales, *)
(* en dos archivos tales que puedan ser usados como archivos de *)
(* entrada para otra corrida del programa. *)

```

```

const
  long_raiz = 5;
  long_campo = 10;

```

```

var
  archivo : text;

```



```

nom_arch, raiz : string;
h, k : integer;
ns, xs, ys, ss : string;
vacio : boolean;

begin
  raiz:= LeeArch ('Nombre del archivo donde se almacenar n los datos de la poblaci"n t:
long_raiz);
  (* Pide un nombre de 5 letras para ambos archivos *)

  if not(raiz = '') then begin
    (* El archivo de los activos se completa con el sufixo 'act' *)
    nom_arch:=raiz+'act.txt';
    assign (archivo, nom_arch);
    rewrite (archivo);

    (* Escribimos VACNP, PALast, Flast, CNlast, ARIast *)
    write (archivo, F:long_campo:1);
    write (archivo, VACNP:long_campo:1);
    write (archivo, PALast:long_campo:1);
    write (archivo, Flast:long_campo:1);
    write (archivo, CNlast:long_campo:1);
    write (archivo, ARIast:long_campo:1);

    (* Escribimos, pxy, sxy *)
    for h:=xmin_act to xmax_act do
      for k:=ymin to (ymax) (h - xmin_act) do
        if Pxy[h,k] > 0 then begin
          writeln (archivo);
          str(Pxy[h,k]:long_campo, ns);
          str(h:long_campo, xs);
          str(k:long_campo, ys);
          str(Sxy[h,k]:long_campo:2, ss);
          write (archivo, ns, xs, ys, ss);
        end(if Pxy);

    close (archivo);

    (* LA POBLACION RETIRADA *)
    (* El archivo de los retirados se completa con el sufixo 'ret' *)
    nom_arch:=raiz+'ret.txt';
    assign (archivo, nom_arch);
    rewrite (archivo);
    vacio:=true;
    for h:=xmin_ret to xmax_ret do
      for k:=ymin_ret to (h - xmin_act) do
        if Rxy[h,k] > 0 then begin
          if not(vacio) then
            writeln(archivo);
          str(Rxy[h,k]:long_campo, ns);
          str(h:long_campo, xs);
          str(k:long_campo, ys);
          str(Bxy[h,k]:long_campo:2, ss);
          write (archivo, ns, xs, ys, ss);
        end if vacio then

```

```
        vacio:=false;
    endif Rn);

close (archivo);

    Aviso ('La escritura de '+raiz+'act.txt y '+raiz+'ret.txt fue exitosa.');
```

```
endif not raiz);
Archivo_pob:=raiz
end(EscribePob);
```

END.

```

(* Programa principal para la simulacion con el Modelo. *)
program simul_pp;

uses
  crt, utilerias, actuarial, principal, poblacion, parametros;

var
  Archivo_sal : string;
  Salida : text;
  leido_sal : boolean;

  todo_listo : boolean;
  sigue : boolean;
  resp : char;

  prox_tope : integer;
  (* De simulacion continua *)

(* ----- *)
Procedure Archivos_actuales;

(* Escribe en la pantalla el nombre de los archivos de *)
(* poblacion, de parametros y de salida que estan *)
(* vigentes en la simulacion. *)

const
  col = 25;
  row = 19;
  ancho = 27;
  titulo = 12;

begin
  highvideo;
  gotoxy(col,row);      write('Activos:  ');
  gotoxy(col+ancho,row); write('Retirados: ');
  gotoxy(col,row+1);    write('Parametros: ');
  gotoxy(col+ancho,row+1); write('Salida:  ');

  lowvideo;
  gotoxy(col+titulo,row);      write(Archivo_act);
  gotoxy(col+ancho+titulo,row); write(Archivo_ret);
  gotoxy(col+titulo,row+1);    write(Archivo_par);
  gotoxy(col+ancho+titulo,row+1); write(Archivo_sal);
end(Archivos_actuales);

(* ----- *)

Procedure LeeArchSal;

(* Lee el nombre del archivo de salida *)

begin

```

```

Archivo_sal:= LeeArch ('Nombre del archivo de salida para esta simulaci"n: ',12);
if Archivo_sal = '' then
  leído_sal:=false
else
  leído_sal:=true;
end(LeeArchSal);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

```

```

Procedure HazLecturas;

```

```

(* Manda leer los archivos de poblaciones, de parametros y *)
(* de salida y manda leer los parametros que se leen por *)
(* pantalla. No se termina hasta que estan dados los de la *)
(* poblacion activa, el de parametros y el de salida. En *)
(* ese caso hace TODOLISTO = true *)

```

```

const

```

```

  Enter = #13;
  Esc = #27;

```

```

var

```

```

  tecla : char;
  escape: boolean;

```

```

begin

```

```

  Archivo_act:= '';
  Archivo_ret:= '';
  Archivo_sal:= '';
  Archivo_par:= '';
  leído_sal:=false;
  leído_act:=false;
  leído_ret:=false;
  leído_par:=false;
  todo_listo:=false;

```

```

  escape:=false;

```

```

  repeat

```

```

    if not (leído_act) then begin
      LeePobAct;
      Archivos_actuales
    end;

```

```

    if not (leído_par) then begin
      LeeParamDisco;
      Archivos_actuales
    end;

```

```

    if not (leído_sal) then begin
      LeeArchSal;
      Archivos_actuales
    end;

```

```

    todo_listo:= (leído_act) and (leído_par) and (leído_sal);

```

```

    if not (todo_listo) then begin

```

```

      gotoxy (1,24); ClrEol;
      write ('Archivo de datos a#n no definido. <ENTER>-continuar, <ESC>-salir. ');

```

```

    repeat

```

```

      tecla:=readkey;

```

```

until (tecla = Enter) or (tecla = Esc);
gotoxy (1,24); ClrEol;
if tecla = Esc then
  escape:=true;
end(if);
until (todo_listo) or (escape);
if not (escape) then begin
  leepobret;
  leeparament;
  Archivos_actuales;
end(if)
end(HazLecturas);

(* ..... *)

```

Procedure Cambiar_par;

(* Permite cambiar el archivo de parametros y los parametros *)
 (* que se leen por pantalla. En el primer caso, tambien manda *)
 (* leer el nuevo archivo de parametros. *)

```

const
  enter = #13;
var
  opcion : char;
  escape : boolean;
begin
  gotoxy (col,renglon+2);
  write ('Actualice par metros al inicio de t...');
  PonParam;

  escape:=false;
  while not (escape) do begin
    gotoxy(1,24); ClrEol;
    write ('A)-Archivo de par metros. <P>-Par metros en la pantalla. <ENTER>-continuar');

    repeat
      opcion:=readkey;
      until opcion in ['a','A','P','p',Enter];
      gotoxy(1,24); ClrEol;
      case opcion of
        'a', 'A' : begin
          LeeParamDisco;
          Archivos_actuales;
          end;
        'P', 'p' : LeeParamFant;
        Enter : escape:=true;
      end(case);
    end(while);

    gotoxy (col,renglon+2);
    write (' ');
  end(Cambiar_par);

```

(* *)

Procedure EscribeEdoyParam;

(* Escribe en el archivo de salida las variables de estado del *)
(* tiempo TIEMPO, el contenido de TIEMPO y el valor de los *)
(* parametros y del archivo de parametros vigentes. *)

const

tit_edo1 = ' P S xpa yp R S xpr ypr';
tit_edo2 = ' VFEF FA PCP VPSF F *'
tit_par = 'FANF PS VACNP OA RF';
'Archivo Parametros r r'+'39' a So ISO I I FAR';

begin

writeln (salida, '(===== ', tiempo:2, ' =====)');

writeln (salida, tit_edo1);

writeln (salida, P:6, S:9:1, xprom_act:5:1, yprom_act:5:1, R:6, B:9:1, xprom_ret:5:1, yprom_ret:5:1);

writeln (salida);

writeln (salida, tit_edo2);

writeln (salida, VFEF:10:1, FA:10:1, PCP:10:1, VPSF:10:1, F:10:1, FANF:10:1, PS:10:1, VA

CNP:10:1,

CA:10:1, RF:10:5);

writeln (salida);

writeln (salida, tit_par);

writeln (salida, Archivo_par:18, rmin:3, rmax:3, amin:3,

So:6:1, ISO:7:4, Ip:7:4, I:7:4, FAR:7:4);

writeln (salida);

end(EscribeEdoyParam);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure EscribeTrans;

(* Escribe en el archivo de salida las variables de transicion *)
(* entre TIEMPO y TIEMPO + 1. *)

const

tit1 = ' IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb';
tit2 = ' PB G AR IncPS CN ICN';

begin

writeln (salida, tit1);

writeln (salida, DP:6:4, DS:7:4, DR:7:4, DB:7:4, ER:5, SR:5, EP:5, SPT:5,

SPr:5, SPsb:5);

writeln (salida);

writeln (salida, tit2);

writeln (salida, PB:8:1, G:9:1, AR:9:1, DPS:9:1, CN:9:1, PCN:9:5);

end(EscribeTrans);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure PonTiempoyFob;

(* Manda escribir en la pantalla el valor de TIEMPO y las *)
(* poblaciones activa y retirada. *)

```

begin
  gotoxy (col, renglon);
  textcolor(black);
  textbackground(white);
  ClrEol;
  write (' ':35, 'Año t = ', tiempo:2);
  textcolor(white);
  textbackground(black);
  FontAct;
  FontRet;
end(Fontiempo);

(* ..... *)

Procedure BorraMenz;

(* Borra un mensaje de la pantalla. *)

begin
  gotoxy(col, renglon+1); ClrEol;
  (* Borra el mensaje de Valuaci n Actuarial *)
  gotoxy(col, renglon+2); ClrEol;
  (* Borra el mensaje de Transicion. *)
  if tiempo = prox_tope then begin
    gotoxy (col, renglon+4);
    ClrEol;
  end(if);
end(Borra"en");

(* ..... *)

Procedure LeePeriodo;

(* Lee en PERIODO el numero de años que se van a simular a *)
(* partir del año TIEMPO sin cambiar de parametros. Hace *)
(* PROX_TOPE = TIEMPO + PERIODO, para que cuando TIEMPO al== *)
(* cance el valor de PROX_TOPE, el programa vuelva a perm== *)
(* tir cambiar parametros. *)

var
  periodo : integer;
  per_cad : string;
  per_error : integer;
begin
  per_cad:='';
  gotoxy (col, renglon+2); ClrEol;
  write ('( Cu ntos años se van a simular ? t=', tiempo, ' -> t=', tiempo, '\n (1 por omisi"n
: ');
  readln (per_cad);
  val (per_cad, periodo, per_error);
  if (per_cad = '') or (per_error <> 0) then
    prox_tope:=tiempo+1
  else
    prox_tope:=tiempo + periodo;
    gotoxy (col, renglon+2); ClrEol;

```

```

if periodo > 1 then begin
  textcolor (black);
  textbackground(white);
  gotoxy (col, renglon+4); ClrEol;
  write ('Simulando hasta t=:48,prox_tope:2);
  textcolor (white);
  textbackground(black);
end(if)
end(LeerPeriodo);

(* ..... *)

Procedure ValuacionAnual;

(* Llama a la funcion MAC y calcula todas las demas variables *)
(* de la valuacion actuarial. *)

begin
  gotoxy(col,renglon+1); ClrEol; write('Valuacion Actuarial al inicio de t');
  MAC;
  PANF:= PA - F;
  if PANF < 0 then
    PANF:=0;
  PS:= PA - VACNP;
  if PS < 0 then
    PS:=0;
  AR:= FAR * CN;
  if S <> 0 then
    PCN:= CN / S
  else
    PCN:=0;
  if tiempo = 1 then
    DPS:=0
  else
    DPS:= PANF - (1+i)*(PALast + CNlast - Flast - ARlast);
  OA:= OApian;
  if OA <> 0 then
    RF:= F / OA
  else
    RF:=0;
  gotoxy(col,renglon+1); ClrEol; write('Valuacion completa. ');
  gotoxy(col,renglon+2); ClrEol;
end(ValuacionAnual);

(* ..... *)

Procedure Transicion;

(* Redefine las variables FA(t-1), F(t-1), CN(t-1), AR(t-1). *)
(* Calcula PB y G, hace la transicion de la Poblacion y cal- *)
(* cula el nuevo valor de F, so y VACNP para el inicio del *)
(* año siguiente. *)

var

```



```

x, y: integer;
begin
gotoxy(col, renglon+2); ClrEol;
write ('Transicion t=', tiempo:2, ' -> t=', tiempo+1, '...');
FAlast:=PA; CNlast:=CN; Flast:=F; ARlast:=AR;

(* Se calcula PB *)
PB:=0;
for x:=xmin_ret to xmax_ret do
  for y:=ymin_ret to ymax_ret do
    PB:=PB + Bxy(x,y);

HazPoblacion;

G:= (F + (1/2)*(AR-FB)) * Ip;
if G < 0 then
  G:=0;

F:=F + AR - PB + G;

VACNP:=VACNP * (1+I) + CN;
So:=So * (1+ISo);
EscribeTrans;
end(Transicion);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure Almacena;

(* Permite almacenar los datos de las poblaciones en archivos. *)
(* Si el nombre del archivo se regresa vacio, no almacena nada. *)

begin
  Archivo_pob:='';
  EscribePob;
  if Archivo_pob <> '' then begin
    writeln (salida, '* * * * * Poblacion almacenada en '+Archivo_pob+'.txt');
    writeln (salida);
  end(if);
  gotoxy(col, renglon+3); ClrEol;
end(Almacena);

(* ~ ~ ~ ~ ~ *)

Procedure LeeTiempo;

(* Lee y valida el valor inicial de t, to. *)

var
  t_cad : string;
  error : integer;
begin
  repeat

```

```
gotoxy (col, renglon+2); ClrEol;
write ('Introduzca el valor inicial de t (0 < t < ', tope_t, '): ');
readln (t_cad);
val (t_cad, tiempo, error);
until (error = 0) and (tiempo > 0) and (tiempo < tope_t);
gotoxy (col, renglon+2); ClrEol;
prox_tope:=tiempo
end(LeerTiempo);
```

```
(* ~~~~~ *)
```

Procedure Encabezado;

```
(* Escribe las primeras líneas del archivo de salida de *)
(* la simulacion. *)
```

begin

```
writeln (salida, 'Archivo de poblacion activa: ', Archivo_act);
writeln (salida, 'Archivo de retirados: ', Archivo_ret);
writeln (salida, 'Formula de beneficio: ', Formula);
writeln (salida, 'Metodo actuarial de costeo: ', Metodo);
writeln (salida, 'Valor inicial de');
writeln (salida, ' F ', Fo:9:1);
writeln (salida, ' VACNP ', VACNP:9:1);
writeln (salida, 'Ultimo valor de');
writeln (salida, ' PA ', PAlast:9:1);
writeln (salida, ' F ', Flast:9:1);
writeln (salida, ' CN ', CNlast:9:1);
writeln (salida, ' AR ', ARlast:9:1);
writeln (salida);
end(Encabezado);
```

```
(* ~~~~~ *)
```

begin

```
ClrScr;
Inicializa;
HazLecturas;
HazTablas;
if todo_listo then begin
sigue:=true;
LeerTiempo;
assign (salida, archivo_sal);
rewrite (salida);
```

```
F:=Fo;
Encabezado;
CalculaPSRB;
PonTiempoyPob;
```

```
ValuacionAnual;
```

```
while sigue do begin
EscribeEdoyParam;
```

```
if tiempo = prox_tope then
  Almacena;
if tiempo = tope_t then
  sigue:=false
else
  if tiempo = prox_tope then begin
    LeePeriodo;
    if prox_tope = tiempo then
      sigue:=false
    end(if);

  if sigue then begin
    Transicion;
    tiempo:=tiempo+1;
    BorraMens;
    PonTiempoyPob;
    if tiempo = prox_tope then begin
      cambiar_par;
      HaTablas;
    end(if);
    ValuacionAnual;
  end(if sigue)
end(while);
close (salida);
ClrScr;
end(if todo_listo)
end.
```

APENDICE II

ARCHIVOS DE ENTRADA

El formato del archivo de la población activa es el siguiente: en la primera línea, con una longitud de 10 posiciones, los valores iniciales de F , $VACNP$, PA , F , CA y AR en cada una de las líneas siguientes, con una longitud de 8 posiciones, el número de participantes activos, su edad, su antigüedad y su sueldo total. Ejemplo:

Archivo pob02act.txt

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
70	18	0	583.03		
58	19	0	519.32		
53	19	1	451.95		
58	20	0	558.26		
44	20	1	403.34		
40	20	2	349.22		
35	21	0	362.15		
44	21	1	433.59		
33	21	2	309.71		

El formato del archivo de la población retirada es muy similar. Cada línea debe contener el número de participantes retirados, su edad, su antigüedad y el beneficio total que reciben del plan.

Ejemplo:

6	65	9	140.37
6	66	14	158.86
5	66	15	135.78
5	67	16	129.32
4	67	19	108.52
3	67	25	82.16

En el archivo de parámetros cada línea corresponde a un parámetro y cada columna (de 8 posiciones) corresponde a un intervalo de edades. El orden de los parámetros es el siguiente: q_x^I , q_x , Q_x^I .

Cx. (Ex. 15). Ejemplo:

Archivo parwin.txt

0.24371	0.12629	0.07208	0.05948	0.04829	0.04585	0.04709	0.04800
0.01089	0.01741	0.02919	0.04749	0.07260	0.11230	0.15849	1.00000
0.24371	0.12629	0.07208	0.05948	0.04829	0.04585	0.04709	0.04800
0.01089	0.01741	0.02919	0.04749	0.07260	0.11230	0.15849	1.00000
0.07500	0.07200	0.06900	0.06700	0.06400	0.06200	0.05900	0.05500
0.07500	0.07200	0.06900	0.06700	0.06400	0.06200	0.05900	0.05500

ARCHIVO DE SALIDA

Este es un ejemplo de archivo de salida del programa:

Archivo FOREO4.txt

Archivo de parámetros: activar por Default :

Archivo de extracciones:

Formulas de derivación: 1

Método actuarial de costos: 5

Valor inicial de

F 0.0

VADF 0.0

Último valor de

F 0.0

F 0.0

CA 0.0

AR 0.0

***** (*****)

F	E	xpa	yp	F	E	xpr	yp
6526	177451.7	41.8	11.0	0	0.0	0.0	0.0

WFDF	FA	PDF	WDF	F	PWF	PS	VADF	CA	RF
0.00074.8	0.0	149052.1	1648524.7	0.0	0.0	0.0	0.0	149052.1	0.00000

Archivo Parámetros: r r/a S0 IS0 I i FAR
parwin.txt 45 55 1 7.0 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000

IncF	IncS	IncR	IncE	CF	ST	CF	DTT	SP	Stab
0.00182	0.0480	0.0000	0.0000	77	0	534	181	77	0

FE	B	AR	IncFS	CA	SDA
0.0	1400.4	28440.4	0.0	28440.4	0.15737

***** (*****)

F	E	xpa	yp	F	E	xpr	yp
6526	177451.7	41.8	11.0	77	1477.8	65.0	07.0

WFDF	FA	PDF	WDF	F	PWF	PS	VADF	CA	RF
076119.7	61112.4	178907.4	1748400.0	28440.4	31449.6	32472.0	28440.4	178907.4	0.11854

PANTALLA DEL PROGRAMA

Este es un ejemplo del aspecto de la pantalla durante la ejecucion del programa:

Activos. (pxy/sxy)										
x\y	(-1,5]	(5,10]	(10,15]	(15,20]	(20,25]	(25,35]	(35,55]			
(14,25]	95510209	34	353							
(25,30]	460 7456	162 2034	13 150							
(30,35]	337 7565	195 3408	96 1348	9 114						
(35,40]	219 6745	191 4586	153 2906	79 1208	9 124					
(40,45]	174 7418	179 5817	188 4864	141 2892	69 1127	9 133				
(45,50]	132 7538	150 6697	179 6192	161 4440	126 2766	75 1278				
(50,55]	90 6798	114 6762	150 7046	152 5541	150 4326	166 3544	6 99			
(55,70]	54 5338	114 9549	18012135	18810153	196 8112	35810903	117 2411			

Retirados. (rx/bx)	Parametros de	Condiciones	Interes para la
	proyeccion	de retiro	Valuacion.
(60,65]	99 1698	I = 0.0700	r = 65
(65,70]	0 0	So = 7.04	r' = 65
(70,75]	0 0	ISO = 0.0500	a = 1
(75,80]	0 0	FAR = 1.0000	
(80,85]	0 0		
(85,90]	0 0	Activos: pob02act.txt	Retirados:
(90,100]	0 0	Parametros: parwin.txt	Salida: ejemplo.txt
		A%o t = 2	

Valuacion Actuarial al inicio de t
 Valuando 26, 5

. Simulando hasta t=25

APENDICE III

VALIDACION DEL COMPONENTE: ESTRUCTURA DEL PLAN - VALUACION ACTUARIAL - ACTIVOS.

El archivo de población activa que se utilizó para alimentar el programa en esta parte fue el siguiente:

Archivo Actval.txt

0	0	0	0	0	0
1	18	010000.00			

El archivo de parámetros utilizado fue el siguiente:

Archivo Parwin.txt

0.24371	0.12629	0.07208	0.05948	0.04829	0.04585	0.04709	0.04800
0.01089	0.01741	0.02919	0.04749	0.07260	0.11230	0.15849	1.00000
0.24371	0.12629	0.07208	0.05948	0.04829	0.04585	0.04709	0.04800
0.01089	0.01741	0.02919	0.04749	0.07260	0.11230	0.15849	1.00000
0.07500	0.07200	0.06900	0.06700	0.06400	0.06200	0.05900	0.05500
0.07500	0.07200	0.06900	0.06700	0.06400	0.06200	0.05900	0.05500

Los resultados obtenidos en una hoja de cálculo para el paso 3) de esta simulación se muestran en las tablas A-III-1, A-III-2 y A-III-3 en este mismo apéndice, siendo A-III-3 donde se encuentran los resultados finales que fueron comparados con las simulaciones. En todas ellas se asume que $r=0\%$, $e=18$ e $w=7\%$. El significado de algunas columnas y la forma en que se realizaron los cálculos es como sigue:

En la tabla A-III-1:

$$\dot{a}_x = 1$$

$$\ddot{a}_x = 1 + v \cdot p_x \cdot \ddot{a}_{x+1} \quad \text{para } x < 64$$

En la tabla A-III-2:

sr_{ux} es el sueldo que (x) recibirá a edad r por cada peso de sueldo a edad x .

$$sr_{ur} = 1$$

$$sr_{ux} = (1 + iS_x) \cdot sr_{ux+1} \quad \text{para } x < r$$

$$Br_{ux} = 1.5 \cdot (y+r-x) \cdot sr_{ux}$$

$VPBF_{ux} = Br_{ux} \cdot \dot{a}_r \cdot r \cdot v^T \cdot V_r^{-x}$ es decir, el VPBF para (x) por cada peso de sueldo a edad x . ($x < r$)

$$VPBF_{ux} = B_{rux} \cdot \ddot{a}_x \quad \text{para } x \geq r$$

$$PCP_{ux} = VPBF_{ux} \cdot y/(y+r-x) \quad \text{para } x < r$$

$$PCP_{ux} = VPBF_{ux} \quad \text{para } x \geq r$$

$${}^s \ddot{a}_{x:r-x}^T = 1 \quad \text{para } x = 0$$

$${}^s \ddot{a}_{x:r-x}^T = 1 + V \cdot p_x^T \cdot (1 + IS_x) \cdot {}^s \ddot{a}_{x+1:r-(x+1)}^T \quad \text{para } x < 0$$

$$\ddot{a}_{x:r-x}^T = 1 \quad \text{para } x = 0$$

$$\ddot{a}_{x:r-x}^T = 1 + V \cdot p_x^T \cdot \ddot{a}_{x+1:r-(x+1)}^T \quad \text{para } x < 0$$

$${}^s \ddot{a}_{e:x-e}^T = 1 \quad \text{para } x = e+1$$

$${}^s \ddot{a}_{e:x-e}^T = {}^s \ddot{a}_{e:(x-1)-e}^T + (x-1) \cdot e p_e^T \cdot (S_{x-1}/S_e) \cdot V^{(x-1)-e} \quad \text{para } x > e+1$$

$$\ddot{a}_{e:x-e}^T = 1 \quad \text{para } x = e+1$$

$$\ddot{a}_{e:x-e}^T = \ddot{a}_{e:(x-1)-e}^T + (x-1) \cdot e p_e^T \cdot V^{(x-1)-e} \quad \text{para } x > e+1$$

En la tabla A-III-3:

s_x es el sueldo de (x) a edad x , incrementado de acuerdo a IS_x

$$VPBF_x = s_x \cdot VPBF_{ux} \quad \text{para } x < r$$

$$VPBF_x = s_r \cdot VPBF_{ux} \quad \text{para } x \geq r$$

$$PCP_x = s_x \cdot PCP_{ux} \quad \text{para } x < r$$

$$PCP_x = VPBF_x \quad \text{para } x \geq r$$

$$VPSF_x = s_x \cdot {}^s \ddot{a}_{x:r-x}^T$$

$PA1_x = VPBF_x \cdot {}^s \ddot{a}_{e:x-e}^T / {}^s \ddot{a}_{e:r-e}^T$, el pasivo actuarial bajo el método de costeo colectivo.

$PA2_x = VPBF_x \cdot \ddot{a}_{e:x-e}^T / \ddot{a}_{e:r-e}^T$, el pasivo actuarial bajo los métodos de costeo "individual nivelado" y "colectivo nivelado", que en este caso coinciden con el del método "a edad de entrada" debido a que $z=e$.

$PA3_x = VPBF_x \cdot (x-e)/(r-e)$, el pasivo actuarial bajo el método de crédito unitario.

$$PA1_x = PA2_x = PA3_x = VPBF_x, \quad \text{para } x \geq r$$

TABLA A-III-3

x	Sx	VpBfx	PCPx	VPSFx	PA1x	PA2x	PA3x
18	1	0.04422	0.00000	4.93782	0	0	0.00000
19	1.0750	0.06257	0.00133	5.57124	0.01267	0.01740	0.00133
20	1.1556	0.08852	0.00377	6.36128	0.03155	0.04203	0.00377
21	1.2423	0.12524	0.00799	7.36497	0.05928	0.07687	0.00799
22	1.3355	0.17718	0.01508	8.66237	0.09960	0.12616	0.01508
23	1.4356	0.25068	0.02667	10.36610	0.15784	0.19589	0.02667
24	1.5433	0.35466	0.04528	12.63485	0.24151	0.29456	0.04528
25	1.6590	0.50178	0.07473	15.69233	0.36124	0.43414	0.07473
26	1.7835	0.70991	0.12084	19.85430	0.53210	0.63163	0.12084
27	1.9119	0.86940	0.16648	22.13066	0.67121	0.78960	0.16648
28	2.0495	1.06473	0.22654	24.76118	0.84297	0.98083	0.22654
29	2.1971	1.30393	0.30518	27.81409	1.05483	1.21626	0.30518
30	2.3553	1.59688	0.40771	31.37216	1.31591	1.50457	0.40771
31	2.5249	1.95564	0.54092	35.53586	1.63738	1.85766	0.54092
32	2.6991	2.25508	0.67172	38.06550	1.91417	2.15628	0.67172
33	2.8953	2.60037	0.82990	40.78158	2.23513	2.50063	0.82990
34	3.0844	2.99853	1.02077	43.69879	2.60717	2.89770	1.02077
35	3.2973	3.45765	1.25064	46.83309	3.03822	3.35557	1.25064
36	3.5248	3.98707	1.52696	50.20190	3.53747	3.88355	1.52696
37	3.7609	4.53597	1.83369	53.10311	4.06038	4.43219	1.83369
38	4.0129	5.18043	2.19593	56.13505	4.65769	5.05636	2.19593
39	4.2818	5.87086	2.62315	59.29772	5.33979	5.76646	2.62315
40	4.5686	6.67909	3.12638	62.58991	6.11854	6.57432	3.12638
41	4.8747	7.59859	3.71846	66.00896	7.00742	7.49339	3.71846
42	5.1867	8.54303	4.36240	68.73271	7.92747	8.43859	4.36240
43	5.5187	9.60486	5.10897	71.44424	8.96502	9.50127	5.10897
44	5.8719	10.79857	5.97373	74.11958	10.13487	10.69603	5.97373
45	6.2477	12.14086	6.97454	76.73035	11.45368	12.03929	6.97454
46	6.6475	13.64987	8.13184	79.24310	12.94018	13.54951	8.13184
47	7.0597	15.30720	9.44487	81.40991	14.57810	15.20845	9.44487
48	7.4974	17.16575	10.95686	83.37761	16.41904	17.06881	10.95686
49	7.9622	19.24997	12.69679	85.09338	18.48768	19.15505	12.69679
50	8.4559	21.58724	14.69769	86.49619	20.81259	21.49459	14.69769
51	8.9801	24.20830	16.99731	87.51574	23.42452	24.11819	16.99731
52	9.5100	27.18292	19.66424	88.18576	26.39314	27.09556	19.66424
53	10.0711	30.52306	22.72993	88.34318	29.73187	30.43878	22.72993
54	10.6652	34.27361	26.25213	87.88991	33.48549	34.19279	26.25213
55	11.2945	38.48503	30.29672	86.71374	37.70843	38.40809	30.29672
56	11.9609	43.21392	34.93892	84.68648	42.45548	43.14134	34.93892
57	12.6187	48.57027	40.30299	81.73991	47.83822	48.50252	40.30299
58	13.3127	54.59053	46.46003	77.68874	53.89477	54.52821	46.46003
59	14.0449	61.35701	53.52420	72.35537	60.70900	61.30079	53.52420
60	14.8174	68.96218	61.62578	65.53797	68.37524	68.91282	61.62578
61	15.6324	77.51002	70.91342	57.00734	76.99947	77.46837	70.91342
62	16.4922	87.11735	81.55667	46.50337	85.70087	87.08437	81.55667
63	17.3992	97.91551	93.74889	33.73109	97.61342	97.89226	93.74889
64	18.3562	110.05210	107.71056	18.35619	109.88770	110.03979	107.71056
65	19.3658	123.69301	123.69301	0.00000	123.69301	123.69301	123.69301

TABLE A-III-3 (cont.)

x	Sx	VPBFx	PCPx	VPSFx	PA1x	PA2x	PA3x
66		119.82917	119.82917	0.00000	119.82917	119.82917	119.82917
67		117.02459	117.02459	0.00000	117.02459	117.02459	117.02459
68		113.93345	113.93345	0.00000	113.93345	113.93345	113.93345
69		110.52649	110.52649	0.00000	110.52649	110.52649	110.52649
70		106.77142	106.77142	0.00000	106.77142	106.77142	106.77142
71		102.63270	102.63270	0.00000	102.63270	102.63270	102.63270
72		99.95529	99.95529	0.00000	99.95529	99.95529	99.95529
73		96.94763	96.94763	0.00000	96.94763	96.94763	96.94763
74		93.56898	93.56898	0.00000	93.56898	93.56898	93.56898
75		89.77358	89.77358	0.00000	89.77358	89.77358	89.77358

TABLA A-III-2, parte I

x	y	ISx	srux	Brux	q [†]	r-xp [†]	v ^{†-x}	VPBFux
18	0	0.075	19.4	13.7	0.24371	0.00860	0.04159	0.04422
19	1	0.075	18.0	12.7	0.24371	0.01137	0.04450	0.05820
20	2	0.075	16.8	11.8	0.24371	0.01503	0.04761	0.07660
21	3	0.075	15.6	11.0	0.24371	0.01987	0.05095	0.10081
22	4	0.075	14.5	10.2	0.24371	0.02628	0.05451	0.13268
23	5	0.075	13.5	9.5	0.24371	0.03475	0.05833	0.17461
24	6	0.075	12.5	8.8	0.24371	0.04594	0.06241	0.22981
25	7	0.075	11.7	8.2	0.24371	0.06075	0.06678	0.30245
26	8	0.072	10.9	7.7	0.12629	0.08032	0.07146	0.39805
27	9	0.072	10.1	7.1	0.12629	0.09193	0.07646	0.45474
28	10	0.072	9.4	6.7	0.12629	0.10522	0.08181	0.51949
29	11	0.072	8.8	6.2	0.12629	0.12043	0.08754	0.59348
30	12	0.072	8.2	5.8	0.12629	0.13783	0.09366	0.67799
31	13	0.069	7.7	5.4	0.07208	0.15776	0.10022	0.77454
32	14	0.069	7.2	5.1	0.07208	0.17001	0.10723	0.83549
33	15	0.069	6.7	4.7	0.07208	0.18322	0.11474	0.90123
34	16	0.069	6.3	4.4	0.07208	0.19745	0.12277	0.97215
35	17	0.069	5.9	4.1	0.07208	0.21279	0.13137	1.04864
36	18	0.067	5.5	3.9	0.05948	0.22932	0.14058	1.13116
37	19	0.067	5.1	3.6	0.05948	0.24382	0.15040	1.20608
38	20	0.067	4.8	3.4	0.05948	0.25924	0.16093	1.28596
39	21	0.067	4.5	3.2	0.05948	0.27564	0.17220	1.37113
40	22	0.067	4.2	3.0	0.05948	0.29307	0.18425	1.46194
41	23	0.064	4.0	2.8	0.04829	0.31160	0.19715	1.55876
42	24	0.064	3.7	2.6	0.04829	0.32741	0.21095	1.64709
43	25	0.064	3.5	2.5	0.04829	0.34402	0.22571	1.74043
44	26	0.064	3.3	2.3	0.04829	0.36148	0.24151	1.83905
45	27	0.064	3.1	2.2	0.04829	0.37982	0.25842	1.94326
46	28	0.062	2.9	2.1	0.04585	0.39909	0.27651	2.05337
47	29	0.062	2.7	1.9	0.04585	0.41827	0.29586	2.16826
48	30	0.062	2.6	1.8	0.04585	0.43837	0.31657	2.28957
49	31	0.062	2.4	1.7	0.04585	0.45944	0.33873	2.41766
50	32	0.062	2.3	1.6	0.04585	0.48151	0.36245	2.55293
51	33	0.059	2.2	1.5	0.04709	0.50465	0.38782	2.69576
52	34	0.059	2.0	1.4	0.04709	0.52959	0.41496	2.85835
53	35	0.059	1.9	1.4	0.04709	0.55576	0.44401	3.03077
54	36	0.059	1.8	1.3	0.04709	0.58323	0.47509	3.21358
55	37	0.059	1.7	1.2	0.04709	0.61205	0.50835	3.40741
56	38	0.055	1.6	1.1	0.04800	0.64229	0.54393	3.61294
57	39	0.055	1.5	1.1	0.04800	0.67468	0.58201	3.84907
58	40	0.055	1.5	1.0	0.04800	0.70859	0.62275	4.10082
59	41	0.055	1.4	1.0	0.04800	0.74443	0.66534	4.36862
60	42	0.055	1.3	0.9	0.04800	0.78196	0.71299	4.65413
61	43	0.055	1.2	0.9	0.04800	0.82139	0.76290	4.95830
62	44	0.055	1.2	0.8	0.04800	0.86280	0.81630	5.28235
63	45	0.055	1.1	0.8	0.04800	0.90630	0.87344	5.62758
64	46	0.055	1.1	0.7	0.04800	0.95200	0.93458	5.99537
65	47		1.0	0.7	0.04800			6.38720

TABLA A-III-2. parte I (cont.)

x	y	IS _x	sr _{ux}	Br _{ux}	q _x ^T	r-xp _x ^T	v ^{r-x}	VPBF _{ux}
66	48		1.0	0.7		1	1	6.18768
67	49		1.0	0.7		1	1	6.04286
68	50		1.0	0.7		1	1	5.88324
69	51		1.0	0.7		1	1	5.70731
70	52		1.0	0.7		1	1	5.51341
71	53		1.0	0.7		1	1	5.29969
72	54		1.0	0.7		1	1	5.16144
73	55		1.0	0.7		1	1	5.00613
74	56		1.0	0.7		1	1	4.83167
75	57		1.0	0.7		1	1	4.63568

TABLA A-III-2, parte II

x	PCPux	$\frac{\partial T}{\partial x:r-x}$	$\frac{T}{\partial x:r-x}$	x-ep $\frac{T}{T}$	Sx.'Se	$\frac{\partial T}{\partial e:x-e}$	$\frac{T}{\partial e:x-e}$
18	0.00000	4.93782	3.59472	1.0000			
19	0.00124	5.18255	3.67102	0.7563	1.0750	1	1
20	0.00326	5.50463	3.77896	0.5720	1.1556	1.7598	1.7068
21	0.00643	5.92851	3.93168	0.4326	1.2423	2.3372	2.2064
22	0.01129	6.48638	4.14774	0.3272	1.3355	2.7758	2.5595
23	0.01858	7.22080	4.45343	0.2474	1.4356	3.1091	2.8091
24	0.02934	8.18689	4.88591	0.1871	1.5433	3.3624	2.9855
25	0.04505	9.45863	5.49780	0.1415	1.6590	3.5548	3.1102
26	0.06775	11.13235	6.36349	0.1070	1.7835	3.7010	3.1983
27	0.08708	11.57529	6.56846	0.0935	1.9119	3.8121	3.2606
28	0.11053	12.08131	6.81949	0.0817	2.0495	3.9094	3.3115
29	0.13890	12.65939	7.12691	0.0714	2.1971	3.9945	3.3530
30	0.17310	13.31979	7.50339	0.0624	2.3553	4.0690	3.3869
31	0.21424	14.07425	7.95446	0.0545	2.5249	4.1343	3.4146
32	0.24987	14.10302	8.03084	0.0506	2.6931	4.1914	3.4372
33	0.28763	14.13406	8.10738	0.0469	2.8853	4.2443	3.4568
34	0.33094	14.16755	8.19564	0.0435	3.0844	4.2934	3.4739
35	0.37930	14.20366	8.29741	0.0404	3.2973	4.3388	3.4886
36	0.43321	14.24262	8.41476	0.0375	3.5248	4.3810	3.5014
37	0.48758	14.11970	8.43554	0.0353	3.7609	4.4201	3.5125
38	0.54722	13.98863	8.45918	0.0332	4.0129	4.4568	3.5222
39	0.61263	13.84888	8.48608	0.0312	4.2818	4.4912	3.5308
40	0.68431	13.69987	8.51667	0.0293	4.5686	4.5234	3.5383
41	0.76280	13.54100	8.55148	0.0276	4.8747	4.5537	3.5450
42	0.84107	13.25164	8.49007	0.0263	5.1867	4.5820	3.5508
43	0.92576	12.94588	8.42103	0.0250	5.5187	4.6089	3.5560
44	1.01735	12.62280	8.34341	0.0238	5.8719	4.6343	3.5608
45	1.11634	12.28141	8.25813	0.0226	6.2477	4.6583	3.5647
46	1.22329	11.92068	8.15801	0.0215	6.6475	4.6811	3.5683
47	1.33786	11.53167	8.02712	0.0206	7.0597	4.7026	3.5715
48	1.46143	11.12090	7.88033	0.0198	7.4974	4.7230	3.5744
49	1.59463	10.68715	7.71572	0.0187	7.9622	4.7423	3.5770
50	1.73816	10.22913	7.53112	0.0179	8.4559	4.7606	3.5793
51	1.89277	9.74548	7.32411	0.0170	8.9801	4.7780	3.5813
52	2.06775	9.27298	7.10119	0.0162	9.5100	4.7944	3.5832
53	2.25696	8.77199	6.85088	0.0155	10.0711	4.8098	3.5848
54	2.46147	8.24078	6.56982	0.0147	10.6652	4.8244	3.5862
55	2.68243	7.67752	6.25421	0.0140	11.2945	4.8382	3.5875
56	2.92110	7.08029	5.89983	0.0134	11.9609	4.8512	3.5887
57	3.19391	6.47767	5.50716	0.0127	12.6187	4.8634	3.5897
58	3.49989	5.83567	5.06583	0.0121	13.3127	4.8749	3.5906
59	3.81092	5.15170	4.56978	0.0115	14.0449	4.8857	3.5914
60	4.15901	4.42303	4.01226	0.0110	14.8174	4.8958	3.5922
61	4.53632	3.64675	3.38562	0.0105	15.6324	4.9053	3.5928
62	4.94518	2.81973	2.68132	0.0100	16.4922	4.9142	3.5934
63	5.38811	1.93865	1.88972	0.0095	17.3992	4.9226	3.5939
64	5.86781	1	1	0.0090	18.3562	4.9304	3.5943
65	6.38720						

TABLA A-III-3

x	qx	ax
65	0.0174	9.0599
66	0.0292	8.7768
67	0.0292	8.5714
68	0.0292	8.3450
69	0.0292	8.0955
70	0.0292	7.8204
71	0.0475	7.5173
72	0.0475	7.3212
73	0.0475	7.1009
74	0.0475	6.8534
75	0.0475	6.5754
76	0.0726	6.2632
77	0.0726	6.0724
78	0.0726	5.8524
79	0.0726	5.5985
80	0.0726	5.3056
81	0.1123	4.9676
82	0.1123	4.7824
83	0.1123	4.5592
84	0.1123	4.2901
85	0.1123	3.9658
86	0.1585	3.5748
87	0.1585	3.2740
88	0.1585	2.8914
89	0.1585	2.4050
90	0.1585	1.7865
91	1.0000	1.0000
92	1.0000	
93	1.0000	
94	1.0000	
95	1.0000	
96	1.0000	
97	1.0000	
98	1.0000	
99	1.0000	

Extracto de los resultados de la simulación con el método de
costeo colectivo:

```

(***** 1 *****)
P      E      xpa  yp      E      xpr  ypr
1 10000.0 10.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF   FA      PCF   VFBF   F      PAFB   PS   VADE   GA   EF
442.2  0.0  0.0  0.0  47776.2  0.0  0.0
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAP
parametros 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incl InclS InclR InclB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR   IncFS   DN   MDN
0.0  1.1  29.1  0.0  27.6  0.00876

```

```

(***** 2 *****)
P      E      xpa  yp      E      xpr  ypr
1 10754.0 10.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF   FA      PCF   VFBF   F      PAFB   PS   VADE   GA   EF
625.7  10.7  11.0  55712.4  21.7  24.0  37.1  25.6  15.2  4.74117
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAP
parametros 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incl InclS InclR InclB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR   IncFS   DN   MDN
0.0  10.1  102.8  24.0  102.8  0.00957

```

```

(***** 3 *****)
P      E      xpa  yp      E      xpr  ypr
1 11554.2 10.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF   FA      PCF   VFBF   F      PAFB   PS   VADE   GA   EF
125.2  115.5  37.7  67610.8  275.0  107.9  116.0  178.7  37.7  5.45862
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAP
parametros 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incl InclS InclR InclB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR   IncFS   DN   MDN
0.0  10.7  122.5  73.5  122.5  0.01018

```

```

(***** 4 *****)
P      E      xpa  yp      E      xpr  ypr
1 10420.0 10.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF   FA      PCF   VFBF   F      PAFB   PS   VADE   GA   EF
122.4  90.8  79.8  1244.7  247.5  245.0  250.7  336.0  79.9  4.75772
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAP
parametros 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incl InclS InclR InclB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR   IncFS   DN   MDN
0.0  29.7  150.0  127.4  152.1  0.01228

```

```

(***** 5 *****)
P      E      xpa  yp      E      xpr  ypr
1 10754.0 10.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF   FA      PCF   VFBF   F      PAFB   PS   VADE   GA   EF
1771.8  254.0  157.8  84423.7  510.1  466.0  481.9  510.1  159.8  3.51506
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAP
parametros 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incl InclS InclR InclB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR   IncFS   DN   MDN
0.0  41.8  151.4  217.9  151.4  0.01434

```

(***** 45 *****)

```
P      S  spa  yp  R      B  ypr  ypr
1 173992.0 65.0 45.0 0 0.0 0.0 0.0
VSPF  PA  PDP  VSPF  F  PAVF  FE  VQVF  DA  RF
979155.1 974734.0 937489.9 937101.9 77124.9 187791.0 110271.0 115551.7 97748.9 115551.7
Archive Parameters r r a So Iso i i FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER BR EF SPT SPr SPSb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS DN MDN
0.0 58276.8 76362.8 14571.8 76362.8 0.58276
```

(***** 47 *****)

```
P      S  spa  yp  R      B  ypr  ypr
1 187561.9 64.0 46.0 0 0.0 0.0 0.0
VSPF  PA  PDP  VSPF  F  PAVF  FE  VQVF  DA  RF
1106211.0 1098877.0 1077105.8 187561.9 947540.7 181224.7 182779.0 915497.9 1077105.8 0.97471
Archive Parameters r r a So Iso i i FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER BR EF SPT SPr SPSb
-1.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 1 1 0 0 1 0
FB S AR IncFS DN MDN
0.0 71680.1 102980.7 -47022.1 102980.7 0.67340
```

(***** 48 *****)

```
P      S  spa  yp  R      B  ypr  ypr
0 0.0 0.0 0.0 1 1124528.7 65.0 47.0
VSPF  PA  PDP  VSPF  F  PAVF  FE  VQVF  DA  RF
1236750.1 1236750.1 1236750.1 0.0 1172203.1 84707.0 104381.7 1172203.9 1236750.1 0.94787
Archive Parameters r r a So Iso i i FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER BR EF SPT SPr SPSb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS DN MDN
124528.7 77275.7 0.0 124528.0 0.0 0.00000
```

(***** 49 *****)

```
P      S  spa  yp  R      B  ypr  ypr
0 0.0 0.0 0.0 1 1110291.7 65.0 45.0
VSPF  PA  PDP  VSPF  F  PAVF  FE  VQVF  DA  RF
1199291.7 1199291.7 1170291.7 0.0 1110291.0 85341.8 104381.7 1170291.9 1170291.7 0.92873
Archive Parameters r r a So Iso i i FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER BR EF SPT SPr SPSb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS DN MDN
136528.7 77128.0 0.0 136528.8 0.0 0.00000
```

(***** 50 *****)

```
P      S  spa  yp  R      B  ypr  ypr
0 0.0 0.0 0.0 1 136528.7 67.0 47.0
VSPF  PA  PDP  VSPF  F  PAVF  FE  VQVF  DA  RF
1170245.9 1170245.9 1170245.9 0.0 1047549.4 123692.7 104381.7 1170245.9 1170245.9 0.97686
Archive Parameters r r a So Iso i i FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER BR EF SPT SPr SPSb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS DN MDN
136528.7 88460.0 0.0 136528.0 0.0 0.00000
```


Extracto de los resultados de la simulación con el método de
 costeo a edad de entrada, que en este caso coinciden con los del
 método individual nivelado y con los del método colectivo
 nivelado:

```

##### 1 #####
P      S spa  yp  R      E apr  ypr
1 10000.0 100.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF  FA  PCF  VFBF  F  FANF  PS  VACIF  DA  RF
400.0  1.0  0.0  40000.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAR
paramwat a5 a5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incf IncS IncR IncB ER SR EP EPT SPr SPab
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS CN NDN
0.0 4.0 100.0 0.0 100.0 0.01250

##### 2 #####
P      S spa  yp  R      E apr  ypr
1 10750.0 10.0 1.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF  FA  PCF  VFBF  F  FANF  PS  VACIF  DA  RF
200.7  174.0  10.0  55710.4  127.0  40.7  51.0  107.0  10.0  9.50481
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAR
paramwat a5 a5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incf IncS IncR IncB ER SR EP EPT SPr SPab
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS CN NDN
0.0 10.7 105.7 40.7 105.7 0.01250

##### 3 #####
P      S spa  yp  R      E apr  ypr
1 11050.0 100.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF  FA  PCF  VFBF  F  FANF  PS  VACIF  DA  RF
200.0  400.0  37.0  47610.0  178.7  143.6  150.9  107.4  37.0  7.04681
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAR
paramwat a5 a5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incf IncS IncR IncB ER SR EP EPT SPr SPab
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS CN NDN
0.0 20.0 101.0 93.6 101.0 0.01250

##### 4 #####
P      S spa  yp  R      E apr  ypr
1 10400.0 10.0 0.0 0 0.0 0.0 0.0
VFBF  FA  PCF  VFBF  F  FANF  PS  VACIF  DA  RF
1200.4  768.7  79.9  70049.7  480.8  205.9  221.6  447.1  79.9  5.78992
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAR
paramwat a5 a5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
Incf IncS IncR IncB ER SR EP EPT SPr SPab
0.0000 0.0700 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncFS CN NDN
0.0 10.4 200.0 150.7 200.0 0.01250
  
```

(***** 16 *****)

```
P      S  kpa  yp  R      S  kpr  ypr
1 117992.3 62.0 45.0 0 0.0 0.0 0.0
VWF  PA  FCF  WFF  F  FANF  PS  WACF  CA  RF
87955.1 87952.6 87749.4 87736.9 81675.1 81275.5 80026.3 78877.0 80749.8 80736.3
Archivo Parametros r r' a Sc ISc I I' PAR
parmin.txt s5 s5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncPS CN ICN
0.0 80145.8 80138.2 -18754.1 80138.2 0.49580
```

(***** 17 *****)

```
P      S  kpa  yp  R      S  kpr  ypr
1 187551.9 84.0 48.0 0 0.0 0.0 0.0
VWF  PA  FCF  WFF  F  FANF  PS  WACF  CA  RF
1106921.0 1106917.9 1077105.8 107581.9 862581.0 107846.7 170026.8 800001.2 1077105.8 0.89758
Archivo Parametros r r' a Sc ISc I I' PAR
parmin.txt s5 s5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
-1.0000 -1.0000 0.0000 0.0000 1 0 0 0 0 1 0
FB S AR IncPS CN ICN
0.0 72207.8 107549.8 -16734.8 107549.8 0.75165
```

(***** 48 *****)

```
P      S  kpa  yp  R      S  kpr  ypr
0 0.0 0.0 0.0 1 124528.7 65.0 47.0
VWF  PA  FCF  WFF  F  FANF  PS  WACF  CA  RF
123697.1 123693.1 123693.1 0.0 117278.5 64201.6 103591.1 1133071.0 123693.1 0.9410
Archivo Parametros r r' a Sc ISc I I' PAR
parmin.txt s5 s5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncPS CN ICN
124528.7 77312.5 0.0 -80294.4 0.0 0.00000
```

(***** 49 *****)

```
P      S  kpa  yp  R      S  kpr  ypr
0 0.0 0.0 0.0 1 136528.7 65.0 48.0
VWF  PA  FCF  WFF  F  FANF  PS  WACF  CA  RF
1198291.7 1198291.7 1198291.7 0.0 1112512.3 84775.4 0.0 1212188.0 1198291.7 0.92928
Archivo Parametros r r' a Sc ISc I I' PAR
parmin.txt s5 s5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncPS CN ICN
136528.7 73167.4 0.0 16087.8 0.0 0.00000
```

(***** 51 *****)

```
P      S  kpa  yp  R      S  kpr  ypr
0 0.0 0.0 0.0 1 136528.7 67.0 49.0
VWF  PA  FCF  WFF  F  FANF  PS  WACF  CA  RF
1170245.9 1170245.9 1170245.9 0.0 1052150.9 100095.0 0.0 1297253.0 1170245.9 0.89758
Archivo Parametros r r' a Sc ISc I I' PAR
parmin.txt s5 s5 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0 0
FB S AR IncPS CN ICN
136528.7 85722.1 0.0 29381.0 0.0 0.00000
```

Extracto de los resultados de la simulación con el método de
costeo de crédito unitario:

```

#####
F      E      ppa      yp      R      E      ppr      ypr
1 10000.0 18.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
WBF      FA      FCF      WBF      F      PWF      FS      VACMP      DA      RF
820.2      0.0      0.0      820.2      0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
Archivo Parametros r n a So Iso I 1 FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr Sfab
0.0000 0.0750 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR      IncFS      DN      IDN
0.0      0.0      0.4      0.4      0.4      0.0000
#####
F      E      ppa      yp      R      E      ppr      ypr
1 10750.0 18.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
WBF      FA      FCF      WBF      F      PWF      FS      VACMP      DA      RF
625.7      10.0      10.0      635.7      0.0      0.0      0.0      0.0      0.0
Archivo Parametros r n a So Iso I 1 FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr Sfab
0.0000 0.0750 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR      IncFS      DN      IDN
0.0      0.0      10.0      10.0      10.0      0.0000
#####
F      E      ppa      yp      R      E      ppr      ypr
1 11550.0 20.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
WBF      FA      FCF      WBF      F      PWF      FS      VACMP      DA      RF
890.2      27.7      27.7      917.9      14.0      13.5      14.3      20.4      20.7      0.0404
Archivo Parametros r n a So Iso I 1 FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr Sfab
0.0000 0.0750 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR      IncFS      DN      IDN
0.0      0.4      19.9      0.4      19.9      0.0000
#####
F      E      ppa      yp      R      E      ppr      ypr
1 12420.0 20.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
WBF      FA      FCF      WBF      F      PWF      FS      VACMP      DA      RF
1250.4      79.9      79.9      1329.7      48.4      74.6      36.1      42.6      79.9      0.0675
Archivo Parametros r n a So Iso I 1 FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr Sfab
0.0000 0.0750 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR      IncFS      DN      IDN
0.0      4.1      26.6      26.6      26.6      0.0000
#####
F      E      ppa      yp      R      E      ppr      ypr
1 13354.7 20.0 4.0 0.0 0.0 0.0 0.0
WBF      FA      FCF      WBF      F      PWF      FS      VACMP      DA      RF
1771.8      150.8      150.8      1922.7      76.1      74.7      77.0      72.6      150.8      0.0645
Archivo Parametros r n a So Iso I 1 FAR
parmin.tot 65 65 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr Sfab
0.0000 0.0750 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FB      G      AR      IncFS      DN      IDN
0.0      6.6      37.7      37.7      37.7      0.0022

```

```

***** 46 *****
P      S pa  yd  R      E  VPR  YPR
1 173991.0 60.0 45.0  0  0.0  0.0  0.0
VPRF  FA  PCP  VPRF  F  FANF  PS  WACF  DA  RF
117391.0 117499.9 117499.9 117499.9 117499.9 117499.9 616294.0 117499.9 117499.9 0.00174
Archive Parameters n r a  Sd  ISd  I  FAF
parameters of 45 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
InCP InCE InCR InCS EF SR EP SPY SPY SPed
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FE  S  AF  InCFE  DN  MDN
0.0 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.01174

```

```

***** 47 *****
P      S pa  yd  R      E  VPR  YPR
1 117499.9 60.0 45.0  0  0.0  0.0  0.0
VPRF  FA  PCP  VPRF  F  FANF  PS  WACF  DA  RF
117499.9 117599.9 117599.9 117599.9 117599.9 117599.9 711214.0 117599.9 117599.9 0.01445
Archive Parameters n r a  Sd  ISd  I  FAF
parameters of 45 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
InCP InCE InCR InCS EF SR EP SPY SPY SPed
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FE  S  AF  InCFE  DN  MDN
0.0 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.11754

```

```

***** 48 *****
P      S pa  yd  R      E  VPR  YPR
1 0.0 0.0 0.0  0  0.0000 0.0000 0.0000
VPRF  FA  PCP  VPRF  F  FANF  PS  WACF  DA  RF
117599.9 117699.9 117699.9 117699.9 117699.9 117699.9 824174.0 117699.9 117699.9 0.01457
Archive Parameters n r a  Sd  ISd  I  FAF
parameters of 45 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
InCP InCE InCR InCS EF SR EP SPY SPY SPed
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FE  S  AF  InCFE  DN  MDN
117699.9 117699.9 0.0 0.0000 0.0 0.0000

```

```

***** 49 *****
P      S pa  yd  R      E  VPR  YPR
1 0.0 0.0 0.0  0  0.0000 0.0000 0.0000
VPRF  FA  PCP  VPRF  F  FANF  PS  WACF  DA  RF
117699.9 117799.9 117799.9 117799.9 117799.9 117799.9 937074.0 117799.9 117799.9 0.01467
Archive Parameters n r a  Sd  ISd  I  FAF
parameters of 45 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
InCP InCE InCR InCS EF SR EP SPY SPY SPed
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FE  S  AF  InCFE  DN  MDN
117799.9 117799.9 0.0 0.0000 0.0 0.0000

```

```

***** 50 *****
P      S pa  yd  R      E  VPR  YPR
1 0.0 0.0 0.0  0  0.0000 0.0000 0.0000
VPRF  FA  PCP  VPRF  F  FANF  PS  WACF  DA  RF
117799.9 117899.9 117899.9 117899.9 117899.9 117899.9 1049974.0 117899.9 117899.9 0.01474
Archive Parameters n r a  Sd  ISd  I  FAF
parameters of 45 1 1.0 0.0000 0.0700 0.0700 1.0000
InCP InCE InCR InCS EF SR EP SPY SPY SPed
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0 0 0 0 0 0
FE  S  AF  InCFE  DN  MDN
117899.9 117899.9 0.0 0.0000 0.0 0.0000

```

APENDICE IV

VALIDACION DEL COMPONENTE POBLACION

El archivo que contiene los datos de la poblacion Po se muestra a continuación:

Archivo Actwin.txt

0	0	0	0	0	0
12	18	0	12.00		
10	19	0	10.00		
10	20	0	10.00		
6	21	0	6.70		
5	22	0	5.59		
5	23	0	5.59		
5	24	0	5.59		
5	25	0	5.59		
4	26	0	4.97		
4	27	0	4.97		
3	28	0	3.73		
3	29	0	3.73		
3	30	0	3.73		
2	31	0	2.75		
2	32	0	2.75		
2	33	0	2.75		
2	34	0	2.75		
2	35	0	2.75		
1	36	0	1.50		
1	37	0	1.50		
1	38	0	1.50		
1	39	0	1.50		
1	40	0	1.50		
1	41	0	1.65		
1	42	0	1.65		
1	43	0	1.65		
1	44	0	1.65		
1	46	0	1.73		
1	47	0	1.73		
1	48	0	1.73		
1	51	0	1.81		
1	52	0	1.81		
1	56	0	1.87		

La porcion de programa correspondiente a la función Ex se muestra a continuación para el caso de las simulaciones S₀, S₁ y S₂:

Simulación S₀

```
Function Ex (xt, Habia, Quedan, sin_regreso: integer) : integer;
var
  factor : real;
  total_e, Ex_prov : integer;

begin
  Ex_prov:=0;
  total_e:=round(100 * exp(tiempo * ln(1.07)));
  (* Entran 100 * 1.07^t participantes *)

  (* Distribucion de las entradas *)
  case xt of
    18: Ex_prov:=round(total_e * 0.12);
    19..20: Ex_prov:=round(total_e * 0.10);
    21: Ex_prov:=round(total_e * 0.06);
    22..25: Ex_prov:=round(total_e * 0.05);
    26..27: Ex_prov:=round(total_e * 0.04);
    28..30: Ex_prov:=round(total_e * 0.03);
    31..35: Ex_prov:=round(total_e * 0.02);
    36..44: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
    46..48: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
    51..52: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
    56: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
  end(case);
  Ex:=Ex_prov
end(Ex);

(* ..... *)
```

Simulación S₁

```
Function Ex (xt, Habia, Quedan, sin_regreso: integer) : integer;
var
  factor : real;
  total_e, Ex_prov : integer;

begin
  Ex_prov:=0;
  if tiempo = 1 then
    total_e:=round(100 * exp(25 * ln(1.07)))
  else if tiempo <= 26 then
    total_e:=round(100 * exp(26 * ln(1.07)))
  else
    total_e:= round(100 * exp((51-tiempo+1) * ln(1.07)));
  end
  (* Distribucion de las entradas *)
```

```

case xt of
  18: Ex_prov:=round(total_e * 0.12);
  19..20: Ex_prov:=round(total_e * 0.10);
  21: Ex_prov:=round(total_e * 0.06);
  22..25: Ex_prov:=round(total_e * 0.05);
  26..27: Ex_prov:=round(total_e * 0.04);
  28..30: Ex_prov:=round(total_e * 0.03);
  31..35: Ex_prov:=round(total_e * 0.02);
  36..44: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
  46..48: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
  51..52: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
  56: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
end(case);
Ex:=Ex_prov
end(Ex);

(* ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ *)

```

Simulación S2

```

Function Ex (xt, Habia, Quedan, sin_regreso: integer) : integer;
var
  factor : real;
  total_e, Ex_prov : integer;

begin
  Ex_prov:=0;
  if tiempo <= 11 then
    total_e:=round(100 * exp(26 * ln(1.07)))
  else
    total_e:=sin_regreso;
  (* A partir de t=12, las entradas totales son iguales a las *)
  (* salidas en el transcurso del año anterior *)

  (* Distribucion de las entradas *)
  (* Para que no se pierdan entradas por efectos del redondeo, *)
  (* se hace un ajuste a edad 18 *)
  case xt of
    18: if tiempo <= 11 then
        Ex_prov:=round(total_e * 0.12)
      else
        Ex_prov:=sin_regreso - 2*round(total_e*0.10) -
          1*round(total_e*0.06) -
          4*round(total_e*0.05) -
          2*round(total_e*0.04) -
          3*round(total_e*0.03) -
          5*round(total_e*0.02) -
          15*round(total_e*0.01);
    19..20: Ex_prov:=round(total_e * 0.10);
    21: Ex_prov:=round(total_e * 0.06);
    22..25: Ex_prov:=round(total_e * 0.05);
    26..27: Ex_prov:=round(total_e * 0.04);

```

```
28..30: Ex_prov:=round(total_e * 0.03);
31..35: Ex_prov:=round(total_e * 0.02);
36..44: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
46..48: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
51..52: Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
56:     Ex_prov:=round(total_e * 0.01);
end(case);
if tiempo > 11 then
  Ex_prov = Ex_prov + (Habia - Quedan);
Ex:=Ex_prov
end(Ex);

(* ***** *)
```


A continuación mostramos los resultados de los primeros cinco años de las simulaciones S0, S1, y S2.

Simulación S0

```

***** 1 *****
P      S  xpa  yp  R      B  apr  ypr
100   120.7 24.7  0.0  0  0.0  0.0  0.0
VSEF  PA      PCP  VSEF  P      FALF  FE  INCIP  CA  EF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r a  So  Iso  I  i  FAR
parwin.txt 65 65 50 1.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  ER  EF  SPT  SPr  SPst
0.8700 1.0014 0.0000 0.0000  0  0  100  14  0  0
FE      S      AR  IncPD  CH  MDN
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0  0.00000

```

```

***** 2 *****
P      S  xpa  yp  R      B  apr  ypr
189   401.1 27.4  0.0  0  0.0  0.0  0.0
VSEF  PA      PCP  VSEF  P      FALF  FE  INCIP  CA  EF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r a  So  Iso  I  i  FAR
parwin.txt 65 65 50 1.0 0.0000 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  ER  EF  SPT  SPr  SPst
0.4444 0.7591 0.0000 0.0000  0  0  111  27  0  0
FE      S      AR  IncPD  CH  MDN
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0  0.00000

```

```

***** 3 *****
P      S  xpa  yp  R      B  apr  ypr
273   705.5 28.1  0.0  0  0.0  0.0  0.0
VSEF  PA      PCP  VSEF  P      FALF  FE  INCIP  CA  EF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r a  So  Iso  I  i  FAR
parwin.txt 65 65 50 1.1 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  ER  EF  SPT  SPr  SPst
0.3004 0.4783 0.0000 0.0000  0  0  117  25  0  0

```

```

***** 4 *****
P      S  xpa  yp  R      B  apr  ypr
355   1041.6 25.7  1.3  0  0.0  0.0  0.0
VSEF  PA      PCP  VSEF  P      FALF  FE  INCIP  CA  EF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r a  So  Iso  I  i  FAR
parwin.txt 65 65 50 1.2 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  ER  EF  SPT  SPr  SPst
0.2366 0.3840 0.0000 0.0000  0  0  120  46  0  0

```

```

***** 5 *****
P      S  xpa  yp  R      B  apr  ypr
439   1423.7 29.3  1.6  0  0.0  0.0  0.0
VSEF  PA      PCP  VSEF  P      FALF  FE  INCIP  CA  EF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r a  So  Iso  I  i  FAR
parwin.txt 65 65 50 1.2 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  ER  EF  SPT  SPr  SPst
0.1822 0.2703 0.0000 0.0000  0  0  125  55  0  0

```

Simulación Si

```

***** 1 *****
P      E      YP      R      E      YPR      YPR
41874.8 77.1  7.0  0  0.0  0.0  0.0
WSPF      F      FPF      WSPF      F      FPF      FS      VADPF      CA      RF
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0000

Archivo Parametros r r a Ss Iso i i PAR
parametros de SF 1 1.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
Incl Incl Incl Incl ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0710 0.0231 0.0010 0.0010 15 0 554 557 15 0
FB      S      SR      Incls      IN      INH
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0000

***** 2 *****
P      E      YP      R      E      YPR      YPR
4705.9 37.0  7.4  18  0  55.0  15.9
WSPF      F      FPF      WSPF      F      FPF      FS      VADPF      CA      RF
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0000

Archivo Parametros r r a Ss Iso i i PAR
parametros de SF 1 1.4 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
Incl Incl Incl Incl ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0724 0.0207 1.0255 0.0000 15 0 554 557 15 0
FB      S      SR      Incls      IN      INH
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0000

***** 3 *****
P      E      YP      R      E      YPR      YPR
4044 57122.6 37.4  7.5  27  0.0  45.5  17.5
Archivo Parametros r r a Ss Iso i i PAR
parametros de SF 1 1.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
Incl Incl Incl Incl ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0637 0.0227 0.5946 0.0000 27 0 554 557 27 0

***** 4 *****
P      E      YP      R      E      YPR      YPR
4501 59731.8 37.4  7.5  59  0.0  45.5  17.5
Archivo Parametros r r a Ss Iso i i PAR
parametros de SF 1 1.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
Incl Incl Incl Incl ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0629 0.0224 0.4417 0.0000 59 0 554 557 59 0

***** 5 *****
P      E      YP      R      E      YPR      YPR
4522 56421.8 37.4  7.4  57  0.0  45.5  17.5
Archivo Parametros r r a Ss Iso i i PAR
parametros de SF 1 1.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
Incl Incl Incl Incl ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0679 0.0277 0.2274 1.0000 57 0 554 557 57 0

***** 6 *****
P      E      YP      R      E      YPR      YPR
4745 77725.5 38.3  8.1  111  0.0  45.5  17.5
Archivo Parametros r r a Ss Iso i i PAR
parametros de SF 1 1.1 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
Incl Incl Incl Incl ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0624 0.0126 0.0743 0.0000 111 0 554 557 111 0
    
```

Simulación 52

```

***** 1 *****
P      S xpa  yp  R      E apr  ypr
6626 176491.7 41.4 11.2 759      0.0 70.2 27.4
VFBR   FA      PCP  VFBR   F      FAF  FE  VADAP  SA  SF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r' a So Iso I I' PAR
parwin.txt 45 45 1 7.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  SR  EP  EPT  SPr  SPst
0.0162 0.0690 0.1104 0.0900 99 0 584 181 99 0
PB     S     AF  IncPB  Ch  SCh
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0 0.0000

***** 2 *****
P      S xpa  yp  R      E apr  ypr
6530 192085.5 41.8 11.4 856      0.0 70.6 28.1
VFBR   FA      PCP  VFBR   F      FAF  FE  VADAP  SA  SF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r' a So Iso I I' PAR
parwin.txt 45 45 1 7.4 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  SR  EP  EPT  SPr  SPst
0.0145 0.0672 0.1122 0.0900 106 0 584 181 106 0
PB     S     AF  IncPB  Ch  SCh
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0 0.0000

***** 3 *****
P      S xpa  yp  R      E apr  ypr
6627 204984.7 42.0 11.6 764      0.0 70.8 28.7
VFBR   FA      PCP  VFBR   F      FAF  FE  VADAP  SA  SF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r' a So Iso I I' PAR
parwin.txt 45 45 1 7.5 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  SR  EP  EPT  SPr  SPst
0.0135 0.0655 0.1170 0.0900 113 0 584 181 113 0

***** 4 *****
P      S xpa  yp  R      E apr  ypr
6717 218406.1 42.2 11.8 1079      0.0 71.1 29.4
VFBR   FA      PCP  VFBR   F      FAF  FE  VADAP  SA  SF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r' a So Iso I I' PAR
parwin.txt 45 45 1 8.1 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  SR  EP  EPT  SPr  SPst
0.0122 0.0627 0.1122 0.0900 121 0 584 181 121 0

***** 5 *****
P      S xpa  yp  R      E apr  ypr
6795 232318.2 42.4 12.0 1178      0.0 71.4 30.0
VFBR   FA      PCP  VFBR   F      FAF  FE  VADAP  SA  SF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r' a So Iso I I' PAR
parwin.txt 45 45 1 8.5 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  SR  EP  EPT  SPr  SPst
0.0109 0.0620 0.1077 0.0900 129 0 584 181 129 0

***** 6 *****
P      S xpa  yp  R      E apr  ypr
6873 246716.4 42.5 12.2 1327      0.0 71.7 30.6
VFBR   FA      PCP  VFBR   F      FAF  FE  VADAP  SA  SF
0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0    0.0
Archivo Parametros r r' a So Iso I I' PAR
parwin.txt 45 45 1 9.0 0.0500 0.1000 0.1000 1.0000
IncP  IncS  IncR  IncB  ER  SR  EP  EPT  SPr  SPst
0.0099 0.0605 0.1017 0.0900 135 0 584 181 135 0

```

APENDICE V

PROYECCIONES DE COSTOS BAJO TRES TIPOS DE DESVIACIONES ENTRE LAS HIPOTESIS ACTUARIALES Y LAS HIPOTESIS DE PROYECCION.

En las siguientes páginas se muestran los resultados del caso base y de las seis proyecciones entre los años 10 y 14.

Caso Base

```

***** 10 *****
F      S xpa  yp  R      B xpr  ypr
7106 310202.2 43.0 12.7 1147 24427.7 68.6 20.7
VFBF  FA  FCP  VFSF  F  PANF  FS  VACNF  DA  RF
697047.3 504335.9 504994.1 0702714.6 716028.7 108737.2 104211.6 400320.7 504994.1 0.12521
Archivo Parametros r r a Sc ISc I i FAR
parwin.txt 65 65 1 13.7 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0062 0.0562 0.1226 0.1713 159 0 584 151 155 0
PB G AR IncFS CN XCN
24427.7 22783.1 43214.4 8524.1 43214.4 0.13943
***** 11 *****
P      S xpa  yp  R      B xpr  ypr
7150 327635.1 43.1 12.8 1206 28624.6 67.1 31.1
VFBF  FA  FCP  VFSF  F  PANF  FS  VACNF  DA  RF
760957.3 567312.1 557479.7 2974819.7 257698.6 267614.6 95973.9 471225.3 557479.7 0.64124
Archivo Parametros r r a Sc ISc I i FAR
parwin.txt 65 65 1 11.5 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0052 0.0522 0.1225 0.1574 145 0 584 131 145 0
PB G AR IncFS CN XCN
28624.6 25642.0 45856.8 6126.2 45856.8 0.13796
***** 12 *****
F      S xpa  yp  R      B xpr  ypr
7186 345734.1 43.2 12.9 1471 33186.6 67.5 21.3
VFBF  FA  FCP  VFSF  F  PANF  FS  VACNF  DA  RF
626222.4 672617.3 612663.4 3027231.7 400572.9 232040.4 62423.4 550167.9 612663.4 0.65362
Archivo Parametros r r a Sc ISc I i FAR
parwin.txt 65 65 1 12.0 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0090 0.0446 0.1149 0.1479 149 0 550 131 145 0
PB G AR IncFS CN XCN
33186.6 28580.0 48612.1 7752.3 48612.1 0.14061
***** 13 *****
P      S xpa  yp  R      B xpr  ypr
7188 361157.5 43.3 13.0 1640 38094.5 67.9 32.4
VFBF  FA  FCP  VFSF  F  PANF  FS  VACNF  DA  RF
892610.6 700231.2 670490.1 3156025.1 444578.4 255652.9 62915.9 67315.3 670490.1 0.66306
Archivo Parametros r r a Sc ISc I i FAR
parwin.txt 65 65 1 12.6 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0442 0.1055 0.1384 173 0 554 131 173 0
PB G AR IncFS CN XCN
38094.5 31581.6 51270.1 7369.6 51270.1 0.14196
***** 14 *****
P      S xpa  yp  R      B xpr  ypr
7188 377105.7 43.4 13.1 1813 43365.6 70.4 32.9
VFBF  FA  FCP  VFSF  F  PANF  FS  VACNF  DA  RF
961989.8 776139.7 730963.4 3293294.4 489235.6 280804.1 36942.2 733197.5 730963.4 0.66744
Archivo Parametros r r a Sc ISc I i FAR
parwin.txt 65 65 1 13.3 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
IncP IncS IncR IncB ER SR EP SPT SPr SPsb
0.0000 0.0441 0.0976 0.1302 177 0 549 172 177 0
PB G AR IncFS CN XCN
43365.6 34630.0 54122.9 7295.5 54122.9 0.14352

```

Proyección I

```

***** (0 *****)
      F      S      ypa      yp      R      B      xpr      ypr
8200 27741.9 44.4 10.0 1147 24427.7 68.6 20.7
      WEP      PA      PCP      WEP      F      PANF      PE      WACPF      DA      RF
8200 24.7 48222.0 48204.1 225174.5 207726.1 177329.6 93665.6 392175.1 489045.1 0.62760
Archivo Parametros r r' a Bc Iso I I FAR
par(0,1) at 45 45 1 10.0 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
      IncP      IncS      IncR      IncB      ER      SR      EP      SPT      SPr      SPrb
-0.2015 0.0481 0.1178 0.1707 156 0 104 475 159 0
      PE      S      AR      IncPS      CN      TCN
21427.7 22152.5 41672.0 47921.7 41272.1 114927
***** (1 *****)
      F      S      ypa      yp      R      B      xpr      ypr
5991 29127.7 44.4 10.0 1505 28597.0 69.1 31.0
      WEP      PA      PCP      WEP      F      PANF      PE      WACPF      DA      RF
514592.4 943249.0 577706.2 2458286.3 347264.1 196045.1 52249.5 461197.7 537706.2 0.84571
Archivo Parametros r r' a Bc Iso I I FAR
par(0,1) at 45 45 1 11.5 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
      IncP      IncS      IncR      IncB      ER      SR      EP      SPT      SPr      SPrb
-0.1626 0.0489 0.1257 0.1535 164 0 584 475 164 0
      PE      S      AR      IncPS      CN      TCN
28597.0 24830.0 42767.6 47111.4 47947.9 0.15505
***** (2 *****)
      F      S      ypa      yp      R      B      xpr      ypr
5976 28627.8 44.4 10.0 1469 28126.5 69.5 31.8
      WEP      PA      PCP      WEP      F      PANF      PE      WACPF      DA      RF
770421.7 808734.1 538387.4 2618743.8 267109.6 218545.1 65502.5 572251.1 583387.4 0.65309
Archivo Parametros r r' a Bc Iso I I FAR
par(0,1) at 45 45 1 12.0 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
      IncP      IncS      IncR      IncB      ER      SR      EP      SPT      SPr      SPrb
0.0260 0.0440 0.1117 0.1410 147 0 472 475 147 0
      PE      S      AR      IncPS      CN      TCN
28126.5 27554.4 41271.1 5776.8 44127.1 0.15111
***** (3 *****)
      F      S      ypa      yp      R      B      xpr      ypr
5976 28627.8 44.4 10.0 1474 27976.1 69.9 32.4
      WEP      PA      PCP      WEP      F      PANF      PE      WACPF      DA      RF
834247.0 663653.1 414521.4 2674465.1 427765.7 225257.4 42127.1 62995.9 640922.4 0.66742
Archivo Parametros r r' a Bc Iso I I FAR
par(0,1) at 45 45 1 12.5 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
      IncP      IncS      IncR      IncB      ER      SR      EP      SPT      SPr      SPrb
0.0260 0.0416 0.1109 0.1240 170 5 605 475 170 0
      PE      S      AR      IncPS      CN      TCN
27976.1 28211.1 48505.7 8224.2 42626.7 0.15221
***** (4 *****)
      F      S      ypa      yp      R      B      xpr      ypr
5976 28627.8 44.4 10.0 1601 42665.6 70.4 31.0
      WEP      PA      PCP      WEP      F      PANF      PE      WACPF      DA      RF
876275.1 722791.5 478421.5 2782214.2 462605.5 257226.1 12020.7 712766.6 675421.5 0.67384
Archivo Parametros r r' a Bc Iso I I FAR
par(0,1) at 45 45 1 13.0 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
      IncP      IncS      IncR      IncB      ER      SR      EP      SPT      SPr      SPrb
21427.7 22152.5 41672.0 47921.7 41272.1 114927
      PE      S      AR      IncPS      CN      TCN
42665.6 32379.0 50971.0 5115.4 51671.0 0.15355

```

Proyección II

```

***** 10 *****
P      E xpa  yp  R      B xpr  ypr
355 24712.1 41.0 11.5 1147 24421.0 45.1 21.7
WFBF  FA  PCP  WFBF  F  FANF  FS  VADNP  DA  RF
705933.0 517765.1 512092.4 3309600.8 210276.5 152791.5 145021.7 442871.0 55051.4 0.45252
Archivo Parametros r r a So Iso : i PAR
par02.txt 65 65 1 10.0 0.0500 0.0700 0.0700 0.0500
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SFR SFSB
0.0250 0.0667 0.1324 0.1718 167 0 584 245 159 0
PB S AR IncFS CN MDN
24421.7 22019.1 44162.6 16346.8 44162.6 41270.0
***** 11 *****
P      E xpa  yp  R      B xpr  ypr
8870 370745.9 41.0 11.9 1204 28624.6 45.1 21.7
WFBF  FA  PCP  WFBF  F  FANF  FS  VADNP  DA  RF
774720.9 554601.9 554451.2 3425123.6 261720.5 220871.4 109267.0 478234.6 55445.2 0.45252
Archivo Parametros r r a So Iso : i PAR
par02.txt 65 65 1 11.5 0.0500 0.0700 0.0700 0.0500
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SFR SFSB
0.0195 0.0659 0.1263 0.1594 165 0 584 247 165 0
PB S AR IncFS CN MDN
28624.6 25961.0 46915.0 10164.4 46915.0 0.12140
***** 12 *****
P      E xpa  yp  R      B xpr  ypr
9102 395382.8 41.0 12.0 1471 33186.6 45.5 21.8
WFBF  FA  PCP  WFBF  F  FANF  FS  VADNP  DA  RF
565027.1 654485.6 624357.0 3659782.0 405783.4 148502.0 79068.1 555417.5 624357.0 0.45324
Archivo Parametros r r a So Iso : i PAR
par02.txt 65 65 1 12.0 0.0500 0.0700 0.0700 0.0500
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SFR SFSB
0.0600 0.0465 0.1147 0.1479 167 0 418 249 167 0
PB S AR IncFS CN MDN
33186.6 29064.6 49921.0 13029.8 49921.0 0.12457
***** 13 *****
P      E xpa  yp  R      B xpr  ypr
9602 417396.7 41.0 12.4 1640 38294.8 45.7 22.4
WFBF  FA  PCP  WFBF  F  FANF  FS  VADNP  DA  RF
943728.7 727521.0 685249.0 3503335.1 451724.7 275786.3 83301.0 644219.9 685249.0 0.45921
Archivo Parametros r r a So Iso : i PAR
par02.txt 65 65 1 12.4 0.0500 0.0700 0.0700 0.0500
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SFR SFSB
0.0600 0.0463 0.1055 0.1384 173 0 415 240 173 0
PB S AR IncFS CN MDN
38294.8 32135.0 52785.7 9899.0 52785.7 0.12757
***** 14 *****
P      E xpa  yp  R      B xpr  ypr
9002 432944.2 41.6 12.7 1813 43385.6 46.4 22.9
WFBF  FA  PCP  WFBF  F  FANF  FS  VADNP  DA  RF
1017156.1 802670.7 749727.6 4016510.0 498551.7 350378.8 61523.3 742182.0 749727.6 0.46521
Archivo Parametros r r a So Iso : i PAR
par02.txt 65 65 1 13.3 0.0500 0.0700 0.0700 0.0500
IncF IncS IncR IncB ER SR EP SPT SFR SFSB
0.0600 0.0463 0.0976 0.1300 177 0 407 230 177 0
PB S AR IncFS CN MDN
43385.6 35337.5 55904.2 9776.8 55904.2 0.12513

```

Proyección III

*****10*****

P S xpa yp R E apr ypr
 7195 210202.1 40.0 12.7 1147 24407.1 49.8 20.7
 WEP FA POP WEP F FANF PS VADNF DA RF
 557047.0 504335.9 504994.1 27029714.6 316029.9 183707.0 104312.6 400223.0 504994.1 0.42581
 Archivo Parametros r r a Sa Iso i i FAR
 parametros de 55 1 1 11.7 0.0500 0.0700 0.0700 1.0000
 IncF IncS IncB IncB ER BR EF SFT SFR SPSB
 0.0000 0.0500 0.0700 0.0700 159 0 554 281 157 0
 FE S AR IncFS CN MON
 24407.1 20720.1 42214.4 8524.1 43214.4 0.11963

*****11*****

P S xpa yp R E apr ypr
 7150 217475.1 40.1 12.8 1206 29624.8 49.1 21.3
 WEP FA POP WEP F FANF PS VADNF DA RF
 787047.0 567210.0 557475.7 28784919.7 357498.4 209414.6 95972.5 471139.0 557475.7 0.44164
 Archivo Parametros r r a Sa Iso i i FAR
 parametros de 55 1 1 11.7 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
 IncF IncS IncB IncB ER BR EF SFT SFR SPSB
 0.0000 0.0500 0.0500 0.0700 145 0 554 281 145 0
 FE S AR IncFS CN MON
 29624.8 18315.7 48936.8 6126.1 48936.8 0.11996

*****12*****

P S xpa yp R E apr ypr
 7150 245724.1 40.0 12.8 1471 32161.0 49.5 21.8
 WEP FA POP WEP F FANF PS VADNF DA RF
 82222.4 670617.0 612651.4 30272911.0 357048.4 235706.7 82422.4 750189.0 612651.4 0.44186
 Archivo Parametros r r a Sa Iso i i FAR
 parametros de 55 1 1 12.0 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
 IncF IncS IncB IncB ER BR EF SFT SFR SPSB
 0.0000 0.0448 0.1149 0.1479 169 0 550 281 169 0
 FE S AR IncFS CN MON
 32161.0 20720.1 48448.8 45078.0 17148.8 0.14202

*****13*****

P S xpa yp R E apr ypr
 7150 261157.5 40.0 13.6 1640 38744.8 49.9 22.4
 WEP FA POP WEP F FANF PS VADNF DA RF
 892610.0 790210.0 670491.4 3184111.1 423570.7 276522.8 42075.0 538152.0 670491.1 0.64467
 Archivo Parametros r r a Sa Iso i i FAR
 parametros de 55 1 1 12.8 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
 IncF IncS IncB IncB ER BR EF SFT SFR SPSB
 0.0000 0.0448 0.1149 0.1479 170 0 554 281 170 0
 FE S AR IncFS CN MON
 38744.8 21361.0 60861.0 45078.0 25867.0 0.14467

*****14*****

P S xpa yp R E apr ypr
 7168 377100.7 40.4 15.1 1817 47395.4 50.4 23.9
 WEP FA POP WEP F FANF PS VADNF DA RF
 841989.8 770119.7 704961.4 3183114.4 466211.1 303815.4 34030.0 730806.0 704961.4 0.61795
 Archivo Parametros r r a Sa Iso i i FAR
 parametros de 55 1 1 13.0 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
 IncF IncS IncB IncB ER BR EF SFT SFR SPSB
 0.0000 0.0441 0.0976 0.1479 177 0 548 281 177 0
 FE S AR IncFS CN MON
 47395.4 21361.0 60861.0 45078.0 50765.7 0.15061

Proyección IV

```

***** 10 *****
F      E      pa      pp      R      E      pp      ypp
7188 00000.0 40.0 107.7 1147 24427.7 65.6 20.7
VFEB      PA      POP      VPFB      F      FANF      FS      VACNF      DA      RF
87149.7 80402.7 87479.1 870714.6 81482.9 182207.1 10410.8 400027.2 804774.1 0.14251
Archivo Parametros m r a  Bc  Bc  I  I  FAR
parametro de Bc  I  12.7 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
Indf  Inds  Indf  Inds  ER  ER  EP  EP  SP  SP  SPac
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 100  0  100  100  100  0
FB      G      AP      IndFE      CN      TDN
24427.7 20707.1 47314.4 87071.4 47314.4 0.10000
***** 11 *****
F      E      pa      pp      R      E      pp      ypp
7190 80769.1 42.0 110.0 1204 82474.4 65.1 21.7
VFEB      PA      POP      VPFB      F      FANF      FS      VACNF      DA      RF
71909.1 81701.0 88749.7 874819.7 78769.8 205614.6 95973.9 471339.3 807477.7 0.14154
Archivo Parametros m r a  Bc  Bc  I  I  FAR
parametro de Bc  I  12.4 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
Indf  Inds  Indf  Inds  ER  ER  EP  EP  SP  SP  SPac
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 100  0  100  100  100  0
FB      G      AP      IndFE      CN      TDN
82474.4 70769.1 45054.8 81249.7 45054.8 0.10794
***** 12 *****
F      E      pa      pp      R      E      pp      ypp
7192 145724.1 42.0 110.0 1470 82186.4 65.0 21.0
VFEB      PA      POP      VPFB      F      FANF      FS      VACNF      DA      RF
80322.4 80187.3 110191.4 1107011.0 40789.0 224714.1 82403.4 559169.9 612867.4 0.14670
Archivo Parametros m r a  Bc  Bc  I  I  FAR
parametro de Bc  I  12.4 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
Indf  Inds  Indf  Inds  ER  ER  EP  EP  SP  SP  SPac
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 100  0  100  100  100  0
FB      G      AP      IndFE      CN      TDN
71920.8 70769.1 47705.4 42474.4 47705.4 0.10000
***** 13 *****
F      E      pa      pp      R      E      pp      ypp
7198 361197.8 40.0 107.0 1840 78194.8 64.9 20.4
VFEB      PA      POP      VPFB      F      FANF      FS      VACNF      DA      RF
89241.0 790231.2 87049.1 818070.1 45985.4 240775.8 63752.4 636478.0 670490.1 0.14820
Archivo Parametros m r a  Bc  Bc  I  I  FAR
parametro de Bc  I  12.4 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
Indf  Inds  Indf  Inds  ER  ER  EP  EP  SP  SP  SPac
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 100  0  100  100  100  0
FB      G      AP      IndFE      CN      TDN
78044.8 61901.0 49001.8 46817.8 49001.8 0.10794
***** 14 *****
F      E      pa      pp      R      E      pp      ypp
7198 877108.7 40.4 107.1 1810 42088.6 70.4 20.7
VFEB      PA      POP      VPFB      F      FANF      FS      VACNF      DA      RF
80487.3 701179.7 70981.4 819218.4 81184.0 256955.7 39585.7 730594.0 720493.4 0.70207
Archivo Parametros m r a  Bc  Bc  I  I  FAR
parametro de Bc  I  12.7 0.0500 0.0500 0.0700 1.0000
Indf  Inds  Indf  Inds  ER  ER  EP  EP  SP  SP  SPac
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 100  0  100  100  100  0
FB      G      AP      IndFE      CN      TDN
47705.4 40547.8 81901.1 4246.8 81901.1 0.10000

```

Proyección V

```

***** 10 *****
      E   rpa   yp   R   E   apr   ypr
7150 310202.2 43.0 12.7 1147 24477.7 68.6 204.7
      WVEF   FA   FCF   WVEF   F   FANF   PS   VACDF   GA   RF
49747.7 514275.7 504784.1 2728714.0 216025.8 182260.0
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAN
par05.txt 65 65 1 10.9 0.0700 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER DR EF EPT EPr SFSB
0.0060 0.0740 0.1026 0.1718 167 0 584 261 159 0
      PB   S   AR   IncFS   CN   XDN
24427.7 22765.1 42014.4 6534.1 47014.4 0.10762
***** 11 *****
      E   rpa   yp   R   E   apr   ypr
7150 327625.1 43.1 12.9 1206 28624.6 69.1 214.3
      WVEF   FA   FCF   WVEF   F   FANF   PS   VACDF   GA   RF
780047.0 567110.0 557478.0 245019.7 327625.1 228414.4 55972.9 471026.3 557478.7 0.64164
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAN
par05.txt 65 65 1 11.5 0.0700 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER DR EF EPT EPr SFSB
0.0050 0.0608 0.1240 0.1624 165 0 584 261 156 0
      PB   S   AR   IncFS   CN   XDN
28624.6 25442.0 45856.8 8126.2 45356.8 0.11394
***** 12 *****
      E   rpa   yp   R   E   apr   ypr
7158 366808.6 43.2 12.9 1471 32270.1 69.5 214.8
      WVEF   FA   FCF   WVEF   F   FANF   PS   VACDF   GA   RF
643250.2 540700.1 519975.5 1377122.6 140721.9 119730.2 40113.2 550169.9 419575.7 0.64611
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAN
par05.txt 65 65 1 12.0 0.0700 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER DR EF EPT EPr SFSB
0.0000 0.0721 0.1145 0.1531 169 0 584 261 169 0
      PB   S   AR   IncFS   CN   XDN
32270.1 28224.6 50259.5 15442.6 50259.5 0.10926
***** 13 *****
      E   rpa   yp   R   E   apr   ypr
7158 366811.4 43.2 12.9 1541 32765.8 69.5 214.4
      WVEF   FA   FCF   WVEF   F   FANF   PS   VACDF   GA   RF
927207.1 712448.5 687254.1 3431849.9 446190.9 322254.6 75485.8 628621.7 687254.1 0.64916
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAN
par05.txt 65 65 1 12.2 0.0700 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER DR EF EPT EPr SFSB
0.0030 0.0761 0.1055 0.1450 170 0 584 261 170 0
      PB   S   AR   IncFS   CN   XDN
36346.8 31796.2 54502.2 15747.2 54502.2 0.14317
***** 14 *****
      E   rpa   yp   R   E   apr   ypr
7158 418404.9 43.4 13.1 1813 43945.4 70.4 221.9
      WVEF   FA   FCF   WVEF   F   FANF   PS   VACDF   GA   RF
1017050.1 801704.4 759572.1 3762307.2 494125.3 307521.8 67512.0 733121.4 759572.1 0.65944
Archivo Parametros r r a So Iso I I FAN
par05.txt 65 65 1 13.0 0.0700 0.0700 0.0700 1.0000
IncF IncS IncR IncB ER DR EF EPT EPr SFSB
0.0000 0.0749 0.0974 0.1085 177 0 545 272 177 0
      PB   S   AR   IncFS   CN   XDN
43945.4 35119.1 58097.0 16261.4 58097.0 0.14124

```

Proyección VI

***** (1) Continúa ****

F	E	spa	yp	A	E	apr	yp						
7180	310200.0	43.0	12.7	1147	14427.7	55.1	20.7						
	VFEP	Pa	PCP	VFEP	F	FANF		PS	VADP	CA		RF	
577	471.0	30422.9	30422.9	3728714.8	718025.9	128307.0		104312.8	450022.0	204779.1		0.12581	
Activo Parametros r a Bz Ind I I FAN													
parámetro de B I 10.9 0.0500 0.0700 0.0700 0.0000													
IncF	IncS	IncR	IncB	EP	SA	EP	SPT	SPF	SPac				
0.0000	0.0150	0.0150	0.0150	100	0	100	100	100	0				
PS	I	AF	IncFS	CA	SDN								
2042.0	20750.1	43314.4	5534.1	43314.4	0.12581								

***** (1) Continúa ****

F	E	spa	yp	A	E	apr	yp						
7180	307250.1	42.1	12.8	1154	28124.8	55.1	21.0						
	VFEP	Pa	PCP	VFEP	F	FANF		PS	VADP	CA		RF	
70007.0	307250.1	32747.0	32747.0	2874819.7	327481.9	208614.8		95973.9	471329.1	257479.7		0.14124	
Activo Parametros r a Bz Ind I I FAN													
parámetro de B I 11.0 0.0500 0.0700 0.0700 0.0000													
IncF	IncS	IncR	IncB	EP	SA	EP	SPT	SPF	SPac				
0.0000	0.0150	0.0150	0.0150	100	0	100	100	100	0				
PS	I	AF	IncFS	CA	SDN								
28124.8	28420.1	32750.0	3124.1	45258.0	0.13791								

***** (1) Continúa ****

F	E	spa	yp	A	E	apr	yp						
7180	374130.9	43.0	12.9	1171	23100.1	55.1	21.8						
	VFEP	Pa	PCP	VFEP	F	FANF		PS	VADP	CA		RF	
31072.0	374130.9	40847.4	40847.4	291082.0	40821.9	224350.5		74732.5	550169.9	455347.4		0.16172	
Activo Parametros r a Bz Ind I I FAN													
parámetro de B I 12.0 0.0500 0.0700 0.0700 0.0000													
IncF	IncS	IncR	IncB	EP	SA	EP	SPT	SPF	SPac				
0.0000	0.0150	0.0150	0.0150	100	0	100	100	100	0				
PS	I	AF	IncFS	CA	SDN								
23100.1	23771.0	47124.1	421.1	47124.1	0.14907								

***** (1) Continúa ****

F	E	spa	yp	A	E	apr	yp						
7180	320264.1	42.0	12.9	1146	17822.7	55.1	21.4						
	VFEP	Pa	PCP	VFEP	F	FANF		PS	VADP	CA		RF	
62874.0	320264.1	25412.0	25412.0	184107.4	45012.1	226471.1		48732.0	478207.0	254120.1		0.13747	
Activo Parametros r a Bz Ind I I FAN													
parámetro de B I 10.1 0.0500 0.0700 0.0700 0.0000													
IncF	IncS	IncR	IncB	EP	SA	EP	SPT	SPF	SPac				
0.0000	0.0150	0.0150	0.0150	100	0	100	100	100	0				
PS	I	AF	IncFS	CA	SDN								
17822.7	21356.2	42394.7	-213.9	42394.7	0.14222								

***** (1) Continúa ****

F	E	spa	yp	A	E	apr	yp						
7180	248524.7	42.4	12.9	1143	42816.7	55.1	21.4						
	VFEP	Pa	PCP	VFEP	F	FANF		PS	VADP	CA		RF	
31419.0	248524.7	24712.1	24712.1	42816.7	42816.7	227142.1		11457.1	728366.0	707351.1		0.13761	
Activo Parametros r a Bz Ind I I FAN													
parámetro de B I 10.1 0.0500 0.0700 0.0700 0.0000													
IncF	IncS	IncR	IncB	EP	SA	EP	SPT	SPF	SPac				
0.0000	0.0150	0.0150	0.0150	100	0	100	100	100	0				
PS	I	AF	IncFS	CA	SDN								
42816.7	34195.0	34716.0	-921.8	42816.7	0.14424								

BIBLIOGRAFIA

- ALLEN, Everett, MELONE, Joseph y ROSENBLOOM, Jerry. Pension Planning, Pensions, Profit Sharing and Other Deferred Compensation Plans. 5a edición. Richard D. Irwin Inc. 1984.
- BERIN, Barnet. The Fundamentals of Pension Mathematics. William M. Mercer, Incorporated, 1978.
- JORDAN, C. W. Life Contingencies. Society of Actuaries, 1967
- MERKLE, Ned. Do's and Don'ts of Pension Fund Management. 1a edición. Nueva York, American Management Associations. 1981.
- ROSADO, HOWLAND, GURZA, SUAREZ, MARQUARD, GUAJARDO y FERNANDEZ. Aspectos actuariales de la teoría y práctica de los planes privados de pensiones en México. México, Asociación Mexicana de Actuarios Consultores en Beneficios para Empleados, A. C., 1990
- SHANNON, Robert E. Simulación de sistemas. Desarrollo e implantación. 1a edición, México, Trillas, 1988.
- WINKLEVOSS, Howard. Pension Mathematics with Numerical Illustrations. Homewood, Illinois, Richard D. Irwin Inc., 1977
- WINKLEVOSS, Howard y MCGILL, Dan. Public Pension Plans. Standards of Design, Funding and Reporting. Homewood, Illinois, Dow Jones-Irwin, 1979