

14
29



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

“ACATLAN”

TRANSPORTE DE MEZCLAS DE SOLIDOS LIQUIDOS A TRAVES DE TUBERIAS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN INGENIERIA CIVIL
P R E S E N T A :
JOSE ANGEL MAGAÑA LUNA

ASESOR DE TESIS
M. EN I. VICTOR FRANCO

Acatlán, Edo. de México

1991

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. INTRODUCCION	1
2. VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO, V_D , Y PERDIDA DE CARGA	5
2.1 TIPOS DE REGIMEN DE FLUJO	5
2.1.1 REGIMEN DE FLUJO HOMOGENEO	6
2.1.2 REGIMEN DE FLUJO HETEROGENEO	6
2.1.3 REGIMEN DE FLUJO EN SALTACION	6
2.2 VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO, V_D	7
2.2.1 ANTECEDENTES	8
2.2.2 V_D PARA MEZCLAS CON PARTICULAS DE TAMAÑO UNIFORME	9
2.2.3 V_D PARA MEZCLAS CON PARTICULAS DE DIFERENTE TAMAÑO	10
2.3 PERDIDA DE CARGA	13
2.3.1 REGIMEN HETEROGENEO	13
2.3.2 REGIMEN HOMOGENEO	21
2.4 ANALISIS DE RESULTADOS	22
2.4.1 VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO, V_D	22
2.4.2 PERDIDA DE CARGA	23
3. VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION, V_T , Y PERDIDA DE CARGA PARA FLUIDOS NO-NEWTONIANOS	26
3.1 TIPOS DE FLUIDOS	26
3.2 VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION, V_T	27
3.2.1 FLUIDO DE BINGHAM	28
3.3 PERDIDA DE CARGA PARA FLUIDOS NO-NEWTONIANOS	33
3.3.1 FLUJO LAMINAR	34
3.3.2 FLUJO TURBULENTO	36
3.4 ANALISIS DE RESULTADOS	40
3.4.1 VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION, V_T	40
3.4.2 PERDIDA DE CARGA PARA FLUIDOS NO-NEWTONIANOS	41
4. EJEMPLOS DE APLICACION	45
5. CONCLUSIONES	82
6. REFERENCIAS	86

I. INTRODUCCION

El costo en el transporte de productos minerales en estado natural desde los yacimientos hasta su comercialización es un factor importante en el precio de ellos en el mercado. Sin embargo algunas veces la ubicación del yacimiento no es de fácil acceso o no se dispone de las vías de comunicación adecuadas para un rápido transporte del mineral a los lugares en donde se procesan industrialmente; para subsanar este inconveniente en las tres últimas décadas se ha desarrollado una forma de transporte más económica, la cual utiliza tuberías que conducen una mezcla de partículas sólidas con un líquido como medio de transporte el cual, generalmente, es agua.

La mayor parte de las tuberías que se han construido hasta la fecha transportan, por ejemplo, partículas de calizas, cenizas muy finas, carbón y roca fosfórica, entre otros; no obstante la mayoría se utilizan en distancias cortas y actualmente ya se están empleando para cubrir grandes distancias. Adicionalmente, este medio permite tener costos bajos ya que son relativamente sencillas de construir aun en lugares poco accesibles y por ello se consideran como una alternativa viable para el transporte de estos materiales.

En América Latina se pueden encontrar algunas aplicaciones de uso comercial como son, por ejemplo, Sierra Grande (Argentina), Samarco (Brasil), y Peña Colorada y Las Truchas (México), en todos estos lugares se transporta agua con partículas de mineral de hierro de diferentes tamaños.

El flujo de mezclas de sólidos y líquidos en una tubería es diferente al que se tiene cuando únicamente se conduce el líquido, si éste es, por ejemplo, agua, y se abarca un amplio rango de velocidades del flujo; el escurrimiento puede ser laminar, turbulento o en transición lo que es función de las condiciones del flujo, características de la tubería y propiedades físicas del agua. Sin embargo, para una mezcla no es tan sencillo hacer la anterior distinción por las razones siguientes :

a) Se encuentran sobrepuestas las propiedades tanto del líquido como de las partículas, hay que tomar en cuenta el efecto de las partículas en las propiedades de la mezcla.

b) Las condiciones del escurrimiento son las que rigen el comportamiento de la mezcla: esto último está referido a que, en ocasiones, todas las partículas viajan totalmente en suspensión o una parte de ella se deposita en el fondo del conducto formando una capa que se arrastra sobre el y el resto lo hace en saltación y/o en suspensión.

A cada una de ellas, independientemente de cual sea la condición que se este estudiando, se les conoce como *regimen o tipo de flujo*. algunos investigadores consideran que los dos principales tipos de flujo que se presentan en la práctica son el flujo homogéneo y el heterogéneo.

De manera general el flujo homogéneo es aquel en el cual los sólidos están uniformemente distribuidos en el medio de transporte. es decir este tipo de flujo se encuentra en mezclas que tienen una alta concentración de sólidos y el tamaño de las partículas es fino. Ejemplo de flujo homogéneo se tiene en los lodos que escurren en las tuberías de drenaje, en los lodos de perforación, o en suspensiones de partículas finas de caliza.

La presencia de sólidos puede tener un efecto significativo en las propiedades de la mezcla, el cual usualmente resulta ser un fuerte incremento en la viscosidad comparada con la del líquido. Algunas veces este tipo de mezclas se comportan como un fluido no-newtoniano.

Por otra parte en el flujo heterogéneo las partículas no están uniformemente distribuidas en la sección transversal de la tubería, aun con altas velocidades del escurrimiento; en este caso las fases líquida y sólida mantienen sus propiedades independientes una de la otra y no hay un aumento apreciable en la viscosidad de la mezcla con respecto a la del líquido. Este tipo de flujo presenta las características de baja concentración de sólidos y tamaño de las

partículas grandes. Ejemplo de este tipo de flujo es el transporte, por ejemplo, de roca fosfórica, terrones de carbón y grava.

En el diseño de tuberías que conducen mezclas se deben tomar en cuenta diferentes factores, entre los que destacan, los hidráulicos, la erosión y corrosión en la tubería, la posible abrasión en el equipo de bombeo, la estabilidad y operatividad del sistema, la posible degradación o desgaste que puede sufrir la partícula, monto de la inversión que debe hacerse en la construcción del sistema, costos de operación, optimización del diámetro de la tubería, etc.

No obstante que el factor hidráulico solo es una pequeña parte del proceso es, sin embargo, uno de los más importantes y en él se distinguen, principalmente, la velocidad del flujo y pérdida por fricción que produce el escurrimiento de la mezcla, ya que ambas se encuentran íntimamente ligadas. La relación entre estas dos variables se muestra en la Fig 1.1.

En esa figura, se identifica una velocidad para la cual se tiene la pérdida por fricción mínima, ella se conoce como la *velocidad crítica de deposición* V_D (curva A), la cual se define como aquella velocidad a la cual se presenta depósito de partículas en el fondo de la tubería: es decir para velocidades menores a ella, las partículas son transportadas en el fondo y para velocidades de flujo mayores a ella son transportadas en suspensión, el depósito de las partículas depende de la velocidad de caída de los sólidos; en el cap 2 se presentan los diferentes criterios que se proponen en la literatura especializada para calcular dicha velocidad así como la pérdida por fricción.

Hay que indicar que todo lo que se menciona en este capítulo solo es aplicable a tuberías horizontales y los sólidos no presentan propiedades plásticas.

En la misma Fig 1.1 se identifica otra velocidad que corresponde al cambio de flujo laminar en turbulento llamada, *velocidad de transición*, V_T (curva B), la cual es muy sensible a los cambios en la viscosidad, en este caso se trata de mezclas que siguen un

comportamiento no-newtoniano; en el cap 3 se presentan los diferentes criterios propuestos para obtener esta velocidad así como la pérdida de carga.

Ejemplos numericos se analizan detalladamente en el cap 4 utilizando los metodos propuestos en los caps 2 y 3.

Por ultimo en el cap 5 se presentan las conclusiones generales del tema desarrollado.

2. VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO, v_D , Y PERDIDA DE CARGA

2.1 TIPOS DE REGIMEN DE FLUJO

El posible comportamiento que presentan las partículas sólidas dentro del líquido que las transporta se muestra en la *Fig. 2.1*, en ella se puede ver que para una concentración de sólidos constante estos se distribuyen, según sea el valor de la velocidad del escurrimiento, de manera diferente en el interior de la tubería. Tomando como referencia lo mencionado es lo que ayuda a definir el régimen o tipo de flujo con el cual es conducida una mezcla.

Existen diferentes clasificaciones para los regímenes del flujo; así, por ejemplo, *Quana* (1953) propone utilizar el diámetro de las partículas para identificar el tipo de flujo (*tabla 2.1*): en las *Figos 2.2a* y *2.2b* se muestran las que proponen *Şial y Scareglu* (1967) y *MA* (1979), respectivamente.

Al analizar la *Fig. 2.2a* se observa que en la condición 1 el transporte del material sólido es sin depósito ya que se tienen velocidades altas y la distribución de la concentración de sólidos en la vertical es uniforme (régimen homogéneo); cuando no hay depósito pero existe un gradiente notorio de la concentración en la vertical se tiene la condición 2 (régimen heterogéneo); para velocidades del flujo menores a la indicada en el punto 3 las partículas se empiezan a depositar en el fondo de la tubería formando una capa que se arrastra por la parte baja de la tubería, la superficie de la capa en este caso puede presentar diferentes configuraciones como son, por ejemplo, las dunas, el fondo plano o los rizos.

Generalmente, se distinguen dos tipos de flujo principales, el homogéneo y el heterogéneo. Sin embargo, de cada uno de ellos también se derivan otras subclasificaciones. Así, por ejemplo, *Veena y Sankar* (1961) y *Veera & al* (1962) han encontrado en sus estudios, realizados en forma separada, que la velocidad de caída de las partículas es más importante que el tamaño de los sólidos para clasificar el tipo de régimen con el cual es conducida la mezcla.

Faddick y Salcock (1971) mencionan que en el heterogéneo pueden quedar incluidos el resto de regímenes indicados en la *Ap* 2.2a. A continuación, en forma breve, se definen algunos de los regímenes del flujo que más frecuentemente se presentan en la práctica.

2.1.1 REGIMEN DE FLUJO HOMOGENEO

Se presenta cuando el diámetro de las partículas es menor de 20 a 30 micras, o las partículas son finas y ligeras, o la velocidad del escurrimiento es tal que permite mantener uniformemente en suspensión las partículas a lo largo de la tubería, o la velocidad de caída de las partículas es muy pequeña comparada con la del flujo, o la distribución de los sólidos en la vertical es uniforme (*Ap* 2.2a). La mezcla líquido-sólidos para este régimen se comporta como si fuera un líquido: ejemplos de muestras que se consideran homogéneas son las suspensiones con partículas finas de caliza o cenizas finas o arena. En este caso la mezcla no presenta propiedades plásticas.

2.1.2 REGIMEN DE FLUJO HETEROGENEO

Este tipo de flujo se caracteriza porque el material tiende a depositarse sobre el fondo de la tubería pero no se llega a formar una capa, o la distribución del sedimento en la vertical no es uniforme (*Ap* 2.2a), o las partículas son gruesas y pesadas, o la velocidad del flujo es tal que provoca una separación parcial de los sólidos del líquido, es decir, el flujo es en dos fases: ejemplos de mezclas que se consideran heterogéneas son el transporte de roca fosfórica, de partículas de mineral de hierro o de carbón. Vanoni (1975) señala que probablemente este sea el tipo de régimen que más frecuentemente se presenta en la práctica.

2.1.3 REGIMEN DE FLUJO EN SALTACION

Se presenta cuando se disminuye la velocidad del flujo y como consecuencia de ello una parte de las partículas que eran transportadas en suspensión se depositan sobre el fondo de la tubería y son arrastradas sobre él, otra parte se desliza saltando y el resto

lo hace en suspensión. Durand (1953) y Saravani (1969) consideran que este tipo de flujo forma parte del heterogeneo. En la práctica este comportamiento debe evitarse ya que presenta el inconveniente de que se puede llegar a obstruir parcialmente la tubería.

2.2 VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO, V_D

En la Fig. 2.24 se muestra la relación que existe entre la velocidad del escurrimiento y la pérdida por fricción para diferentes valores de la concentración de solidos. si no hay partículas se tiene unicamente al líquido, y la relación es una línea recta. Aunque no hay una separación definida entre el flujo homogéneo y el heterogéneo en la literatura especializada se les ha dado un tratamiento diferente en lo referente a la cuantificación de las características del flujo. sin embargo la distinción más importante que debe hacerse corresponde a la que existe entre el flujo heterogéneo y aquel en el cual hay depósito de solidos, ya que en este último se reduce el área de la sección transversal y como consecuencia de ello aumenta la resistencia al flujo.

Es de gran importancia el poder determinar el momento en el cual el transporte de los solidos empieza a ser por arrastre en el fondo de la tubería. la mayor parte de los autores afirman que esto se presenta cuando se tiene la pérdida de energía mínima, punto D de la Fig. 2.24, y ella corresponde a una determinada velocidad que se designa como velocidad crítica de depósito, V_D , aunque otros autores la designan con otros nombres así, por ejemplo, se tiene que

a) Durand (1953) y Pinckney (1962) le llaman velocidad límite de depósito y la definen como aquella para la cual se identifica la posible presencia de un régimen de depósito en la tubería.

b) Slichter (1960) la designa como la velocidad límite de sedimentación.

c) Achenas (1962) la llama velocidad mínima de transporte, la define como la velocidad a la cual se empieza a formar una capa estacionaria de partículas en el fondo de la tubería.

d) Shah et al (1970) la designan como *velocidad crítica de depósito* y la definen como la velocidad a la cual las partículas se depositan o dejan de estar en suspensión y forman una capa estacionaria de material sobre el fondo de la tubería.

e) Mason et al (1970) la denominan como *velocidad de deposición*.

La interpretación física que se da a V_D es la siguiente: si la velocidad del flujo es mayor que V_D la pérdida por fricción aumenta y la curva que relaciona a ambas variables tiende a ser paralela a la del líquido solo, ya que la alta velocidad del flujo hace que la distribución de las partículas sea más uniforme; por el contrario si la velocidad del escurrimiento es menor de V_D se forma un lecho de partículas y la superficie de este puede presentar dunas, rizos o fondo plano, estas deformaciones hacen que aumente la pérdida por fricción y debido al depósito también disminuye el área hidráulica de la tubería.

El valor de V_D es un factor importante en el diseño de la tubería por dos razones, una es por la seguridad en la operación y la otra es de tipo económico, sin embargo esta velocidad se define de manera muy general en todos los artículos o textos relacionados con la investigación acerca del transporte de líquido-sólidos. A continuación se describen los diferentes criterios que existen para calcular V_D .

2.2.1 ANTECEDENTES

Stoll (1905), D'Arcy et al (1937) y Mezard (1939) fueron de los primeros investigadores que mostraron interés en determinar alguna relación para V_D . No obstante Alden (1942) fue el primero que propuso una ecuación de tipo cuantitativo para calcularla, en su expresión él relaciona a las principales variables que a su juicio son importantes en la condición crítica, la cual está dada por

$$V_D = 3 \sqrt{\frac{4.5 V_c - 2.5 D}{\rho}} \quad (2.1)$$

donde

- k constante que se calibra utilizando los datos disponibles, adimensional
- C_V concentración de sólidos, expresada en volumen y decimal, adimensional
- w velocidad de caída de las partículas, en m/s
- g aceleración de la gravedad, en m/s²
- D diámetro de la tubería, en m
- f coeficiente de fricción que interviene en la ecuación de Darcy-Weisbach que se utiliza para valuar la pérdida de fricción en una tubería, adimensional

2.2.2 V_D PARA MEZCLAS CON PARTICULAS DE TAMAÑO UNIFORME

El criterio de uso más generalizado es el propuesto por Durand (1953), el cual utilizó mezclas de agua con partículas de arena, grava o de carbón con tamaño uniforme, este método se resume en la expresión siguiente

$$V_D = F_L \sqrt{2 g D (S_s - 1)} \quad (2.2)$$

$$F_L = \frac{V_D}{\sqrt{2 g D (S_s - 1)}} \quad (2.3)$$

donde

- S_s gravedad específica de los sólidos e igual γ_s/γ , adimensional
- γ_s y γ Pesos específicos de los sólidos y del agua respectivamente, en kg/m³
- F_L número de Froude modificado, parámetro adimensional cuyo valor es función de la concentración de sólidos y del diámetro medio de las partículas, se puede calcular con los criterios propuestos por Durand (1953) o Durand y Gendreau (1956) o McIlwain y Eave (1972)

El número de Froude modificado, de acuerdo con los resultados de Durand (Fig 2.3a), es función de C_V y del diámetro uniforme de las partículas d , como se observa en esa figura para $d > 2.0$ mm, el valor de F_L es constante e igual a 1.34 y por tanto la ϵ_c 2.2 es función únicamente de D . La ϵ_c 2.2 fue comprobada exhaustivamente por su autor que realizó 310 pruebas en tuberías con D entre 3.8 y 7.11 cm, en ellas él hizo una observación sistemática de la aparición de depósito de partículas para varios diámetros de tubería y diferentes tipos de sólidos en función de la concentración, de esta manera fue como encontró la Fig 2.3a.

Wass et al (1970) hicieron una revisión de los datos publicados para mezclas de agua con partículas de arena y obtienen una nueva correlación para F_L , la cual es función únicamente de C_V .

2.2.3 V_D PARA MEZCLAS CON PARTICULAS DE DIFERENTE TAMAÑO

Nease et al (1955) analizan el comportamiento de los sólidos dentro de una tubería con D igual a 25.4 mm y encuentran la ecuación siguiente:

$$V_D = 17 \omega \quad (2.4)$$

Sin embargo, Zandi (1971) indica que esta ecuación no ha sido estudiada en forma detallada y por tanto debe utilizarse con reservas.

Durand y Condolios (1956) estudian el comportamiento de F_L para partículas de diferente tamaño y observan que el varía al compararlo con el obtenido para partículas con tamaño uniforme, en la Fig 2.3a se muestran sus resultados; ellos sugieren utilizar la ϵ_c 2.2 en la cual se debe tomar el nuevo valor de F_L modificado para esta condición.

Posteriormente, McFouan y Tate (1972) hacen una nueva revisión e incorporan un mayor número de datos y proponen una figura semejante a la 2.3a para calcular F_L en función de d , la cual presenta la ventaja de que toma en cuenta un mayor rango de valores de C_V (5% al 300%).

Zugmanna (1961), a V_D la llama *velocidad line*, analizando los resultados de sus pruebas encuentra que ella es función de $C_V(S_s-1)F_d$, donde F_d es un factor de correlación propuesto por él mismo, y su valor depende del diámetro de la partícula; en las Fig 2.4 se muestran sus resultados. Por otra parte él recomienda que estas figuras se utilicen para d entre 0.04 y 2 mm y D entre 1.27 y 71.12 cm y el valor de V_D obtenido al aplicar su método tiene una desviación estándar de aproximadamente 0.37 m/s; sin embargo, para D que varíe entre 1.27 a 7.62 cm o d de 0.37 a 2 mm él indica que el valor de V_D es independiente de esas dos variables.

Jindau (1962) estudió suspensiones de agua-arena, agua-carbón y aceite-partículas de mineral de hierro que escurren en tuberías con D de 1.27, 1.91 y 2.54 cm de diámetro y d de las partículas entre 0.03 y 2 mm, y C_V no mayores del 10%; seleccionando las variables que influyen de manera significativa en el valor de V_D y utilizando Análisis Dimensional, estableció la ecuación siguiente

$$\frac{V_{D_{max}}^2}{g d_{85} (S_s - 1)^{0.8}} = f \left(\frac{d_{85}}{D} \right) \quad (2.5)$$

donde

d_{85} diámetro representativo del material, en m

La ec 2.5 se encuentra dibujada en la Fig 2.5.

Dewette y Miano (1963) para mezclas de agua con partículas de arena que tienen un diámetro mayor o igual a 0.44 mm encontraron una correlación entre V_D y C_V que es independiente del tamaño de las partículas, sus resultados están mostrados en la Fig 2.6.

Zand y Jorava (1967) analizan 1452 datos con $C_V = 5\%$, tomados de diferentes referencias y de sus resultados proponen utilizar un parámetro adimensional llamado índice del régimen de flujo, más conocido como índice de Zand el cual permite definir la transición

entre el régimen heterogéneo y el de saltación, fig 2.2f. La relación que permite calcular V_D de acuerdo a sus consideraciones es igual a

$$V_D = \left(\frac{40 C_V g D (S_s - 1)}{C_D^{1.2}} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

La ec 2.6 debe tomarse como un criterio conservador para valuar a V_D . Zalcovsk (1968) en un análisis posterior de esa ecuación indica que en ella debe tomarse 10 en lugar de 40.

Wisek (1969) utilizando los resultados de Durand (1953) propone la ecuación siguiente

$$V_D = 2.43 \frac{C_V^{1/3} \sqrt{2 g D (S_s - 1)}}{C_D^{0.25}} \quad (2.7)$$

donde

C_D coeficiente de arrastre para partículas esféricas, adimensional

La ec 2.7 se obtuvo para D entre 2.54 y 35.6 cm y d entre 0.025 y 3.81 cm.

Schultz (1970) sugiere utilizar la ecuación siguiente

$$V_D = \frac{4.8 C_V^{1/3} \sqrt{g D (S_s - 1)}}{C_D^{0.25} \left[C_V (S_s - 1) + 1 \right]^{1/3}} \quad (2.8)$$

donde C_D debe ser calculado para las partículas más grandes. La ec 2.8, según su autor, solo se debe utilizar para tener un valor grueso de V_D y se aplica a mezclas que tienen una gran variedad de tamaños.

Ratcliff y Joff (1972) encuentran de sus estudios de mezclas de agua y arena una relación semejante a la ec 2.2, la cual está dada por

$$\frac{v_D}{\sqrt{g D (S_s - 1)}} = 0.901 C_V^{0.106} \quad (2.9)$$

donde C_V debe estar en porcentaje. La ec 2.9 fue obtenida para C_V entre 0.01 y 7%, d_{50} entre 0.45 y 0.88 mm y dos tuberías con D igual a 10.16 y 15.24 cm, respectivamente.

Drescher y Duran (1980) proponen una ecuación que fue calculada a partir de considerar la energía que se requiere para mantener en suspensión a las partículas; para calibrar las constantes que aparecen en su ecuación teórica utilizan datos de Durand (1953), Sandi y Gavarró (1967), Mason et al (1970), y de ellos mismos. La correlación propuesta es la siguiente

$$\frac{v_D}{\sqrt{g D (S_s - 1)}} = 1.85 C_V^{0.1536} (1 - C_V)^{0.3564} \left(\frac{d}{D}\right)^{-0.378} R_{50}^{0.09} X^{0.3} \quad (2.10a)$$

$$R_{50} = \frac{D g \sqrt{d (S_s - 1)}}{v} \quad (2.10b)$$

donde

- d diámetro de las partículas, en m. Para mezclas con partículas de diferente tamaño se toma igual al d_{50}
- v viscosidad cinemática del líquido de transporte, en m^2/s
- X factor de reducción, que de acuerdo con las observaciones de estos investigadores su valor es cercano a 1.

2.3 PERDIDA DE CARGA

2.3.1 REGIMEN HETEROGENEO

Este tipo de régimen es el que más frecuentemente se encuentra en los problemas prácticos y es el que más atención ha recibido en la literatura especializada. El flujo heterogeneo se encuentra limitado

por dos velocidades, una de transición, V_H y otra llamada crítica V_C , fig 2.7, las cuales están definidas por

$$V_H = \sqrt[3]{1800 \omega g D} \quad (2.11)$$

$$V_C = F_L \sqrt{2 g D (S_s - 1)} \quad (2.12)$$

donde

V_C velocidad crítica, en m/s, definida por Dussand (1953), ver ec 2.2

V_H velocidad de transición, en m/s, definida por Jirka et al (1955), ver ec 2.4

La V_H es la velocidad máxima del flujo para régimen heterogeneo, ya que de no cumplirse con esto se tendrá el homogéneo y para V_C sucede lo contrario porque para valores menores a ella se presenta depósito de las partículas. A continuación se presentan los diferentes criterios que existen para valuar la pérdida de carga que se tiene en régimen heterogeneo, la cual como se ha comprobado experimentalmente resulta ser mayor que la del agua.

Una de las primeras investigaciones acerca de este tema fue hecha por Dussand y Zandbergen (1951), los cuales realizaron sus pruebas con mezclas de arena-agua y grava-agua. Los resultados que obtuvieron se resumen en la ecuación siguiente

$$t_m = t_v \left[1 + 176 C_v \left(\frac{\sqrt{g D}}{V} \right)^3 \left(\frac{1}{\sqrt{C_D}} \right)^{1.5} \right] \quad (2.13a)$$

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{g d (S_s - 1)}{V^2} \quad (2.13b)$$

$$t_m = \left[\frac{\Delta H}{\Delta L} \right]_m = t_m \frac{V^2}{2 g D} \quad (2.13c)$$

$$t_v = \left[\frac{\Delta H}{\Delta L} \right]_v = t_v \frac{V^2}{2 g D} \quad (2.13d)$$

donde

t_m	pérdida de carga debida a la mezcla, en m/m
t_v	pérdida de carga debida al agua, en m/m
V	velocidad del escurrimiento, en m/s
f_m	factor de fricción de la mezcla, adimensional
f_v	factor de fricción del agua, adimensional

Señalan estos investigadores que el efecto del tamaño de la partícula en el cálculo de t_m deja de tener importancia cuando el diámetro de ella es mayor de 1.5 a 2 mm; la S_s que usaron para deducir la « 2.13a fue de 2.65.

Al mismo tiempo que *Dunand y Sondolios, Venster* (1952) también hizo estudios con partículas grandes, principalmente de carbón, y encontró una ecuación semejante a la 2.13a, la cual se expresa como

$$t_m = t_v \left[1 + 120 C_V \left(\frac{\sqrt{g D}}{V} \sqrt{S_s - 1} \right)^3 \right] \quad (2.13e)$$

la diferencia entre ambas ecuaciones estriba en el hecho de que en la 2.13a se toma en cuenta a las características de la partícula y en la 2.13e no ocurre eso.

La « 2.13e modificada para partículas diferentes a las de carbón se escribe como

$$t_m = t_v \left[1 + 81 C_V \left(\frac{g D (S_s - 1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right)^{1.5} \right] \quad (2.13a)$$

Posteriormente *Dunand* (1953) después de analizar los valores obtenidos por *POSSAD* y usando la técnica del Analisis Dimensional propone usar la relación siguiente

$$t_m = t_v \left[1 + C_V K_D f_1 (S_s - 1) f_2 \left(\frac{V^2}{g D} \right) f_3 \left(\frac{g D}{\rho \alpha} \right) \right] \quad (2.14)$$

donde K_D , f_1 , f_2 y f_3 son valores que deben obtenerse en función de

los datos medidos en el laboratorio.

Usando la ec 2.14 Durand-Sandelios (1956) de acuerdo con sus estudios llegan a proponer las ecuaciones siguientes

$$t_m = t_v \left[1 + C_v K'_D \left(\frac{v^2}{g D (S_s - 1)} \sqrt{C_D} \right)^{-3/2} \right] \quad (2.15)$$

$$t_m = t_v \left[1 + C_v K_D \left(\frac{v^2}{g D (S_s - 1)} \sqrt{\frac{g d (S_s - 1)}{u^2}} \right)^{-3/2} \right] \quad (2.16)$$

Segun *Leuill et al* (1955) $K'_D = 121$ y *Bennington* (1959) indica que $K'_D = 150$.

El rango de valores para los cuales se hizo la deducción de la ec 2.14 fue con D entre 40 y 580 mm, d de tamaño uniforme entre 0.2 a 25 mm, S_s entre 1.6 y 3.95 y las concentraciones en volumen variaron entre el 2 y el 22.5 %.

Prout (1955) señala que para concentraciones hasta del 30% y arenas con u entre 0.03 y 0.12 m/s y D de 50.8 y 76.2 mm la ec 2.16 da buenos resultados cuando se considera que $K_D = 121$.

Bennington (1959) propone usar el C_D calculado como un promedio pesado, es decir que

$$C_D = \frac{\sum C_{D_i} F_i}{\sum F_i} \quad (2.17)$$

Como las ec 2.14 a 2.16 fueron desarrolladas para material con tamaño uniforme, *Sandhu et al* (1963) sugieren que tambien se pueden aplicar para mezclas con diferentes diametros calculando el C_D con la ecuacion siguiente

$$\sqrt{C_D} = F_1 \sqrt{C_{D1}} + F_2 \sqrt{C_{D2}} + \dots + F_n \sqrt{C_{Dn}} \quad (2.18)$$

donde F_1, F_2, \dots, F_n son los porcentajes en peso del material con sus correspondientes coeficientes de arrastre $C_{D1}, C_{D2}, \dots, C_{Dn}$.

De pruebas realizadas por diferentes autores hay que destacar lo siguiente con respecto al coeficiente K_D y al exponente que aparece en la ec 2.16. Para *Koch* (1962) $K_D = 81$; *Sillio et al'* (1963) dicen que $K_D = 85$; *Sillio y Round* (1963) para partículas de níquel y agua encuentran que $K_D = 385$ (con $S_s = 8.9$ y $d = 0.106$ mm); *Saldock* (1964) concuerda con el valor de K_D propuesto por *Koch*; *Hayden y Nielsen* (1971) proponen que $K_D = 83.3$ y el exponente debe ser igual a 1.3 en lugar de 1.5.

Sin embargo *Sande y Kampa Raju* (1985) señalan que pueden cometerse errores graves al usar la ec 2.16, particularmente cuando el término

$\frac{v^2}{g D (S_s - 1)} \sqrt{\frac{g d (S_s - 1)}{\omega^2}}$ es grande, aunque no señalan cuando este se considera grande.

Joda et al' (1969) coinciden en que la ec 2.16 da buenos resultados en su aplicación, sin embargo encontraron diferencias al comparar sus datos con los valores que proporciona dicha ecuación.

Kocou et al' (1955) subdividen al régimen heterogeneo en dos, uno corresponde a la condición en que las partículas viajan en suspensión (aunque la distribución de ellas en la vertical es asimétrica) y en la otra se tiene una porción del sedimento depositado en el fondo de la tubería (esta condición la llaman flujo con capa de fondo en movimiento). Para el primer caso estos investigadores proponen usar la expresión siguiente

$$v_m = v_c \left[1 + 1100 C_v (S_s - 1) \frac{10 g D}{v^3} \right] \quad (2.19)$$

La calibración de esta ecuación fue hecha para partículas de arena, grava y carbón, con ω entre 0.01 y 0.25 m/s, S_s entre 1.18 y 4.00, y concentraciones entre 0 y 37% pero sus pruebas estuvieron limitadas a una sola tubería con diámetro de 25.4 mm.

Yakf (1971) señala que las ecs 2.16 y 2.19 presentan diferencias pero que estas son pequeñas, sin embargo *Hayden y Nielsen* (1971) dicen que

ellos encontraron una correlación baja entre los valores medidos y los calculados con la α 2.19.

Si se tienen diferentes diámetros la w representativa se debe calcular a partir de

$$d_m = \sum d_i^3 \rho_i \quad (2.20)$$

Ximpep et al (1966) sugieren usar una relación entre la velocidad de caída de las partículas y la turbulencia del flujo. En base a esto ellos proponen usar las relaciones siguientes

$$t_m = t_v + t_s \quad (2.21a)$$

$$t_s = f_k \frac{1}{D} \frac{V}{2g} \quad (2.21b)$$

$$f_k = 0.282 C_V (S_s - 1) \left[\frac{w^3}{gV} \right]^{1/3} \left[\frac{S_s D}{V^2} \right]^{4/3} \quad (2.21c)$$

donde

t_s pérdida de carga debida a los solidos, en mm

f_k factor de fricción, adimensional

Las pruebas para obtener las α 2.21 se realizaron en dos tuberías con D de 26.2 y 53.5 mm, la w varió entre 0.037 y 1.07 m/s, la S_s entre 1.38 y 4.62, y las concentraciones usadas fueron menores al 12%. Adicionalmente estos investigadores usaron los datos de Dunham (1953) y de SuAndari (1961).

Zandi y Gerzick (1967) proponen usar un número adimensional llamado N_I , que se conoce como número de Zandi o índice del régimen de flujo, el cual está dado por

$$N_I = \frac{V^2 \sqrt{1 - S_s}}{C_V (1 - S_s)^{1/2}} \quad (2.22a)$$

Para tener régimen heterogéneo N_1 debe ser mayor de 40 en caso contrario se tendrá el transporte de sedimento con depósito sobre el fondo de la tubería. Sin embargo al considerar esto se vio que era un criterio conservador y *Saizoca* (1971) sugiere utilizar 10 en lugar de 40. Considerando lo anterior la ecuación que se recomienda usar es

$$t_m = t_v \left[1 + 280 C_v \left(\frac{v^2 \sqrt{C_d}}{C_v D g (S_s - 1)} \right)^{-1.93} \right] \quad (2.22)$$

Estos investigadores usaron los datos de diferentes autores (2549 valores) y señalan que el valor de t_m que se calcula con la ec. 2.22 da una aproximación de $\pm 40\%$, que ellos consideran aceptable para este tipo de estudios.

Stanes (1970) propone usar una relación, que es resultado de combinar la ec. 2.15 y la que se usa para régimen homogéneo, que está dada por

$$t_m = t_v \left[1 + 120 C_v \left(\frac{v^2 \sqrt{C_d}}{C_v D g (S_s - 1)} \right)^{-1.5} + (S_s - 1) C_v \right] \quad (2.23)$$

La ec. 2.23 fue calibrada para mezclas de arena-agua y nickel-agua, con $S_s = 2.65$ y 8.9 , respectivamente. Su autor señala que esta ecuación debe usarse con reservas si $C_v > 0.25$.

Saizoca (1971) realizó un análisis detallado de las diferentes variables que intervienen en las ecuaciones que se han mencionado en los párrafos anteriores. De sus observaciones destacan, entre otras, las siguientes: para partículas pequeñas y concentraciones bajas el exponente que se debe usar en la ec. 2.15 es igual a -0.25 ; para partículas gruesas de cuarzo o de minerales pesados, usando una tubería con $D = 25.4$ mm, propone usar la ecuación siguiente

$$t_m = t_v \left[1 + 50.6 C_v \left(\frac{v^2}{g D} \right)^{-1} \right] \quad (2.24)$$

Sin embargo el uso de esta ecuación está restringido a velocidades menores de 2.85 m/s y algunas de las partículas se arrastran por el fondo de la tubería.

Juan y Juan (1977) usaron 2348 datos experimentales para establecer una correlación, que calcula el factor de fricción f_m en régimen heterogéneo, la cual está dada por

$$f_m = f_v + 0.5513 \left[C_v^{0.8697} \right] f_v^{1.2} C_D^{-0.1077} \left[\frac{V^2}{D_g (S_s - 1)} \right]^{-0.6938} \quad (2.25)$$

El valor de t_m se calcula con la ec 2.13c.

Wan et al (1977) han sugerido usar una técnica para analizar este tipo de régimen, basándose en sus estudios hechos en una tubería con $D = 304.8$ mm, la cual consiste en calcular dos pérdidas por fricción, una debida al caudal (que corresponde a la condición de régimen homogéneo) y la otra que es debida a las partículas que viajan cerca del fondo (la cual se calcula, por ejemplo, con la ec 2.16); la suma de ambas es la pérdida total. La desventaja de este procedimiento es que es iterativo, en los ejemplos se muestra la manera de aplicar este método.

Zajac y Nelson (1978) dicen que los métodos usados para predecir la pérdida de carga parecen ser inadecuados, ya que se tiene gran variación en los valores de las variables que intervienen en ellos, como son, por ejemplo, el diámetro de la tubería, densidad y peso específico del fluido, tamaño, peso específico y concentración de las partículas. Usando resultados experimentales de varios laboratorios proponen una relación, cuyos valores que proporciona los compararon con las ecuaciones comúnmente empleadas, encontrando que su expresión es la que mejor se ajusta a los datos, y está dada por

$$f_m = f_v 1.45 \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.3} \quad (2.26a)$$

$$f_v = \frac{V^2}{g D} \sqrt{\frac{V}{V D M_s}} \frac{1}{S_s} \left(1000 \left(\frac{d}{D} \right)^{0.44 \log \left(\frac{d}{D} \right) - 1.21} \right) \tanh(1 - M_s) \quad (2.26b)$$

$$M_o = S_o \left[\frac{C_V}{1 + C_V} \right] \quad (2.26c)$$

La ec 2.26a para régimen heterogéneo se puede aplicar cuando $0.8 < \lambda < 2.53$. De igual manera t_m se obtiene con la ec 2.13c.

2.3.2 REGIMEN HOMOGENEO

Cuando la mezcla se comporta como un fluido newtoniano la pérdida de carga para flujo homogéneo se calcula con la ecuación siguiente

$$\left(\frac{h_f}{L} \right) \frac{\gamma}{\gamma_m} = f_m \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2.27)$$

donde

γ_m peso específico de la mezcla, en kgf/m^3 , e igual a

$$\gamma_m = \gamma \left[1 + C_V (S_o - 1) \right] \quad (2.28)$$

siendo

f_m factor de fricción de la fórmula de Darcy-Weisbach, adimensional, y que se obtiene utilizando el abaco de Moody, solo que el número de Reynolds que interviene es igual a

$$R_o = \frac{V D}{\nu_m} \quad (2.29)$$

ν_m viscosidad cinemática de la mezcla, en m^2/s , e igual a

$$\nu_m = \nu_v (1 + 4.5 C_V) \quad (2.30)$$

O'Shea et al (1937), Jeeva et al (1955) y Graf et al (1967) recomiendan usar la ecuación siguiente en lugar de la ec 2.27, ya que en sus experimentos encontraron que no se comete un error apreciable si se supone que el factor de fricción f del líquido es igual al de la mezcla

$$V_m = V_c \left[1 + C_V (S_s - 1) \right] \quad (2.31)$$

2.4 ANALISIS DE RESULTADOS

2.4.1 VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO, V_D

Utilizando los valores de V_D obtenidos experimentalmente por *Robinson* y *Griff* (1972) para una mezcla de agua con partículas de arena se hizo una comparación de ellos con los obtenidos con los criterios descritos en el inciso 2.2. A continuación se indican los datos usados por *Robinson* y *Griff* así como los valores de V_D que midieron.

$$\omega = 0.058 \text{ m/s}$$

$$d_{50} = 0.45 \text{ mm}$$

$$S_s = 2.65$$

$$\frac{d_{90}}{d_{50}} = 1.07$$

D = 4 in (0.1016 m)		D = 6 in (0.1524 m)	
C_V , en %	V_D , en m/s	C_V , en %	V_D , en m/s
0.05	0.84	0.75	1.78
0.10	1.25	1.90	2.12
1.00	1.74	2.50	2.27
3.00	1.91	5.40	2.53
7.00	1.98		

En las *Figs* 2.3a y 2.3b se han dibujado los puntos medidos y los calculados, de acuerdo con el criterio propuesto por cada uno de los autores mencionados anteriormente, al analizar ambas figuras se tiene que

La mayor parte de los criterios son diferentes entre sí, a excepción de los de *Vendekies* y *Chanab*, y *Robinson* y *Griff*. Para las dos tuberías

se observa que los datos medidos se aproximan más a los definidos por la ec 2.9. Los valores de V_D son menores en la tubería con $D = 4$ in que para la otra.

Cinco de los criterios propuestos en el inciso 2.3 tienden a ser asintóticos al aumentar la concentración, sin embargo, los de Zandi y Gevater, β_{Heel} y β_{Harris} aumentan con la concentración.

En la *Fig 2.81* aparentemente hay incongruencia con los valores medidos ya que algunos de ellos no aumentan con la concentración, sin embargo hay que tomar en cuenta que es difícil repetir un experimento de este índole varias veces o se tiene un error al hacer la medición.

El criterio de Durand da valores más grandes a los medidos para C_V mayores del 2%.

El criterio de β_{Rupnik} da valores muy bajos, ello se debe a que como $d_{50} = 0.45$ in el valor de V_D debe ser independiente de él.

El criterio de $\beta_{Reinson}$ y β_{Yuzf} da buena aproximación ya que la deducción de la ec 2.9 está basada en los datos utilizados por ellos. En cambio el de $\beta_{Candelero}$ y β_{Chanus} es de tipo general y no toma en cuenta el diámetro de las partículas. La curva obtenida con la ec 2.10a es paralela a las calculadas con los dos criterios anteriores.

La ec 2.4, la *Eq 2.5* no son aplicables ya que los datos no corresponden a las condiciones para las cuales fueron deducidas y como la granulometría de las partículas es casi uniforme la ec 2.6 tampoco es aplicable.

2.4.2 PERDIDA DE CARGA

Se hizo una comparación entre los valores de pérdida de carga medidos por $\beta_{Salcedo}$ (1971) y los obtenidos al aplicar cada uno de los métodos descritos en el inciso 2.3, ver *Fig 2.74* y *2.78*. Lo anterior se hizo para dos valores de C_V , uno igual a 0.2 y el otro para 0.3. Previamente se habían obtenido con las ecs 2.11 y 2.11a el rango de

valores en los cuales debía estar la velocidad para que se tuviera régimen heterogéneo. los resultados fueron $V_H = 3.3 \text{ m/s}$, $V_C = 1.15 \text{ m/s}$ ($C_V = 0.2$) y $V_C = 1.19 \text{ m/s}$ ($C_V = 0.3$).

Hay que indicar que los valores reportados por *Sajóca* corresponden a partículas de arena con diámetro medio de 0.72 mm , $S_s = 2.651$ y $\omega = 0.08 \text{ m/s}$; sus ensayos los hizo en una tubería horizontal de plástico transparente con $D = 25.4 \text{ mm}$.

Del análisis de las *Figs 2.9a y 2.9b* se puede destacar lo siguiente

- Todos los criterios dan valores diferentes, a excepción de los de *Dunand y Venstas* que son iguales, pero no se ajustan a los experimentales.
- Para velocidades mayores a V_H los métodos de *Dunand, Venstas, Bennington, Kuepel et al* y *Zandi* tienden a ser casi iguales a la pérdida de agua sola, principalmente esto ocurre cuando $C_V = 0.2$.
- La ecuación propuesta por *Newell et al* da una envolvente con respecto a los valores medidos ya que para los dos valores de C_V una parte pasa por arriba de los datos experimentales y otra por debajo de ellos.
- La ecuación sugerida por *Shanley*, para velocidades mayores a 2.6 m/s tiende a ajustarse a los resultados experimentales.
- Los criterios de *Dunand y Juan* y de *Lapinus y Veillon* dan valores casi iguales a los de la pérdida de carga con agua sola, por eso no se dibujaron en las *Figs 2.9a y 2.9b*.
- En las *Figs 2.9a y 2.9b* destaca el hecho de que el valor mínimo de la velocidad V_C , en general, se cumple en casi todos los casos, excepto en el criterio de *Newell et al* y *Zandi y Gualtes*.

**TABLA 2.1 CLASIFICACION DEL TIPO DE FLUJO PARA UNA MEZCLA DE
SOLIDOS-LIQUIDOS. SEGUN DURAND (1953)**

TIPO DE FLUJO	DIAMETRO DE LAS PARTICULAS, en mm	TIPO DE MATERIAL
Homogeneo	menores de 0.02 o de transicion	arcilla, ceniza fina, polvo muy fino de carbon
Intermedio o de transicion	entre 0.25 y 0.05	sedimento
Heterogeneo	de 0.05 a 0.2	transportado en suspension: arena fina, polvo de carbon
	de 0.2 a 2.0	transportado en transicion: arena gruesa, granos de carbon
	mayores de 2.0	transportado en saltacion: gravas, cantos rodados (guijarros), terrones de carbon

3. VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION, v_T , Y PERDIDA DE CARGA PARA FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

3.1 TIPOS DE FLUIDOS

Un fluido se llama newtoniano si el esfuerzo tangencial es directamente proporcional a la rapidez de deformación angular o gradiente transversal de velocidad. La constante de proporcionalidad se conoce como viscosidad dinámica, ejemplos de este tipo de fluidos son el aire y el agua. Si por el contrario, el fluido presenta una proporcionalidad variable entre el esfuerzo y la rapidez de deformación se conoce como no-newtoniano. Este último tipo de fluido ha sido estudiado por diferentes investigadores entre los que destacan Meignier (1956, 1961), Saha (1960), Phemas (1963) y Fredrickson (1964).

Dentro de los fluidos no-newtonianos se distinguen tres clasificaciones. En la primera están aquellos en los cuales sus propiedades son independientes del tiempo que se aplica el esfuerzo cortante (Fig 3.1a), y dentro de ella quedan comprendidos los fluidos de *Singham* (plástico ideal o plástico de *Singham*), el pseudoplástico y el dilatante; las mezclas que presentan un comportamiento como el fluido de *Singham*, según Meignier (1956), son por ejemplo, la mezcla de agua con partículas de roca y los lodos que se presentan en el drenaje urbano; el pseudoplástico se tiene en mezclas que llevan pulpa de papel; y el dilatante se presenta en mezclas que contienen agua y partículas de mica y las arenas movedizas.

Para Sudduth y Sedgewick (1957) las mezclas de agua y arcilla y los lodos de drenaje urbano se comportan como un fluido de *Singham*. Saha (1960) confirma que los lodos del drenaje urbano son de este tipo de fluido, pero es posible que también se comporten como un pseudoplástico o dependientes del tiempo.

En la segunda clasificación se tiene que las propiedades dependen del tiempo que se está aplicando el esfuerzo cortante (Fig 3.1b), y dentro de ella se tienen dos tipos, uno es el tixotrópico (el esfuerzo cortante disminuye con el tiempo) y el otro es el reopéctico (en este

caso el esfuerzo cortante aumenta con el tiempo). Ejemplo del tixotrópico son los lodos que se utilizan para perforación y para el reopéctico son la bentonita y las suspensiones de yeso con agua.

La tercera clasificación se conoce como la de los viscoelásticos, que en realidad no son un fluido sino más bien es un material sólido que posee características de fluido, es decir tiene propiedades viscosas y elásticas al mismo tiempo y presentan recuperación elástica a las deformaciones que sufren al estar sometidos al esfuerzo cortante; ejemplo de estos fluidos es la masa de harina.

3.2 VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION, V_T

En la Fig 3.2a se presenta la relación que existe entre las pérdidas por fricción y la velocidad del flujo para una mezcla que se comporta en forma no-newtoniana. En ella se observa que se presentan dos relaciones lineales entre la velocidad y la pérdida por fricción: es decir para velocidades bajas el flujo es laminar hasta el punto donde existe un cambio a turbulento (punto A), a dicho punto corresponde una velocidad llamada crítica de transición, V_T .

Para velocidades mayores a V_T las partículas son transportadas en suspensión y para una velocidad del flujo menor que ella, que en algunas ocasiones puede ser aceptable, se tiene un límite bajo de seguridad en la operación de la tubería por ello se recomienda que la velocidad de diseño sea mayor que V_T por lo que es necesario establecer algún criterio para evaluar esta última. La velocidad V_T es sensible a la reología de la mezcla, principalmente, en el caso de la pérdida por fricción en flujo laminar y además esta tiende a aumentar su valor de acuerdo a como lo hace la viscosidad y como consecuencia de ello también se incrementa al aumentar la concentración de sólidos o al disminuir el tamaño de estos.

En mezclas que se comportan como fluidos no newtonianos V_T varía ligeramente al cambiar el diámetro de la tubería, mientras que para una newtoniana varía inversamente proporcional con el cuadrado del diámetro de la tubería. Generalmente una tubería que conduce una

mezcla homogénea de comportamiento no-newtoniano trabaja en flujo turbulento. dado que en el laminar las partículas tienden a depositarse. Por otra parte, como se indicó anteriormente, una mezcla homogénea puede comportarse como un fluido newtoniano, o no-newtoniano, lo que a continuación se menciona está referido al segundo tipo de fluido.

En la mezcla homogénea no-newtoniana las características físicas de ella dependen de la forma y tamaño de las partículas y de la flexibilidad o tendencia de estas a crecer o diluirse dentro del líquido de transporte; lo mencionado se toma en forma conjunta con la concentración de partículas y la temperatura del líquido usado en el transporte de ellas.

Todo lo anterior determina e influye notablemente en el comportamiento de la mezcla; además una característica que también es importante considerar es la viscosidad del fluido la cual para un no-newtoniano se la conoce como *viscosidad aparente*. En el diseño de una tubería que va a conducir este tipo de mezcla, generalmente, no se toman en cuenta las propiedades elásticas de los sólidos que la componen lo cual no introduce errores apreciables cuando el fluido es muy elástico; por esta razón es que se tienen fluidos no-newtonianos cuyas propiedades son independientes o dependientes del tiempo que se este aplicando el esfuerzo cortante.

El cálculo de la velocidad a la que se presente la transición entre flujo laminar y turbulento en una mezcla homogénea está basado en consideraciones que se hacen con el número de *Reynolds* $R_e = \left[\frac{\rho V D}{\mu} \right]$. Lo que se describe a continuación es aplicable únicamente a un fluido de *Singham* (Fig 3.1a) ya que es el de más uso en la práctica.

3.2.1 FLUIDO DE BINGHAM

En la Fig 3.1a se muestra en forma gráfica el comportamiento del fluido de *Singham*, el cual en forma matemática se expresa como

$$\tau = \tau_y + \mu \frac{dv}{dy} \quad (3.1)$$

donde

- τ_y esfuerzo de fluencia, en kgf/m^2 , el cual al ser excedido empieza a fluir la mezcla
- η coeficiente de rigidez o viscosidad plástica, en $\text{kgf s}/\text{m}^2$
- $\frac{du}{dy}$ gradiente transversal de velocidades, en s^{-1}
- τ esfuerzo cortante, en kgf/m^2

Singh (1922) en su libro señala que la α 3.1 quizá llegue a ser ampliamente usada ya que los valores de τ y η son independientes del aparato con que se midan y solo dependerán de la naturaleza de las mezclas: esto último fue comprobado por Saffari y Caldwell (1939) en sus pruebas con lodos de drenaje.

Meyner (1961) y Stegg et al (1966) reconocen la importancia de esa ecuación pero dicen que no existe una fuerte evidencia acerca de que un fluido de ese tipo se comporte de acuerdo con dicha ley.

Para Saffari y Caldwell (1939) el valor de \bar{V}_c para el cual se tiene el valor de τ_T es igual a 2500, sin embargo, la transición entre flujo laminar y turbulento se presenta entre números de Reynolds entre 2000 y 3000, por ello estos autores consideran que se tiene una velocidad crítica de transición mínima para el primer valor de Reynolds y otra velocidad crítica de transición máxima para el otro valor de Reynolds. Las ecuaciones propuestas por estos investigadores son las siguientes

$$V_{Tr\min} = \frac{1000 \eta + 1000 \left[\eta^2 + \left(D^2 \tau_y \frac{\rho}{3000} \right) \right]^{1/2}}{D \rho} \quad (3.2)$$

$$V_{Tr\max} = \frac{1500 \eta + 1500 \left[\eta^2 + \left(D^2 \tau_y \frac{\rho}{4500} \right) \right]^{1/2}}{D \rho} \quad (3.3)$$

donde

- ρ densidad de la mezcla, en $\text{kgf s}^2/\text{m}^4$
- D diámetro de la tubería, en m

Para valores de la velocidad mayores a $V_{Tm\acute{a}x}$ el flujo será turbulento. Ambas ecuaciones fueron deducidas para lodos de drenaje.

Según *Durand* (1953) varios tipos de lodos formados de granos con diámetros menores a 20 o 30 micras poseen propiedades plásticas y observó que cuando se conduce la mezcla con velocidades altas, debido a la turbulencia, ella se transforma en un líquido y que por el contrario, para flujo laminar las propiedades de la mezcla varian entre las de un sólido-líquido. Este autor propone usar la « 3.2 para calcular la velocidad crítica de transición (Eq 3.3). El señala en su artículo que en la práctica el flujo laminar de un lodo no es estable ya que con el transcurso del tiempo aumenta el deposito de sólidos en el fondo de la tubería y esta corre el peligro de llegarse a tpar.

La velocidad crítica para este tipo de fluido se puede obtener por medio del método propuesto por *Kozlov* (1961), quien encontro que en la zona de transición esta velocidad dependia de un parámetro o número adimensional propuesto por *Kozlov* (1952), conocido como número de *Kozlov*, el cual se expresa como

$$H_0 = \frac{\tau_v \rho D^2}{\eta^2} \quad (3.4a)$$

donde

H_0 número de *Kozlov*, adimensional

La « 3.4a puede ser expresada en función del número de *Reynolds* como

$$H_0 = \frac{D V \rho}{\eta} \frac{\frac{\tau_v}{\rho}}{\frac{\eta}{\rho D}} = \bar{R}_0 \quad (3.4b)$$

donde V es la velocidad media del flujo a través de la tubería, en m/s, y $\frac{\tau_v}{\rho}$ es igual ν .

El primer termino del segundo miembro de la « 3.4b es semejante al

número de *Reynolds* definido con base en el coeficiente de rigidez η ; al segundo término se le conoce como número de plasticidad (Pl).

Hanks y Prall (1967) realizaron sus estudios con una gran cantidad de datos publicados sobre el flujo de mezclas en tuberías y sus resultados se presentan en la *Fig* 3.4. en ella se relacionan el número de *Reynolds* crítico R_{*c} como una función del número de *Wassermann*. El número de *Reynolds* crítico significa el valor para el cual se tiene la velocidad crítica de transición o indica el cambio de flujo laminar a turbulento. La línea gruesa en dicha figura corresponde a la curva ajustada a los puntos medidos. El criterio que estos autores proponen para calcular V_T consiste en lo siguiente: conocidas las propiedades físicas de la mezcla y de la tubería, ellas permiten calcular el número de *Wassermann* (ec 3.4b) y con este se obtiene el R_{*c} con la *Fig* 3.4. La velocidad crítica se obtiene despejandola de la expresión del número de *Reynolds* crítico, es decir se tiene que

$$V_T = \frac{\eta R_{*c}}{D \rho} \quad (3.5)$$

Thomas (1963) demostró que el empleo de la viscosidad efectiva μ_e en lugar del coeficiente de rigidez, η , para definir el número de *Reynolds* crítico también permite tener una aproximación aceptable en el cálculo de la velocidad crítica. La viscosidad efectiva de la mezcla, según este autor, está dada por

$$\mu_e = \eta \left[1 + \frac{\tau_y D}{b \eta V} \right] \quad (3.6)$$

Pero en la mayoría de las mezclas utilizadas comercialmente se ha visto que el término $\frac{\tau_y D}{b \eta V}$ es mucho mayor a la unidad por tanto la ec 3.6 se expresa como

$$\mu_e = \frac{\tau_y D}{b V} \quad (3.7)$$

y en la zona de transición es igual a

$$\mu_* = \frac{\tau_y D}{6 \nu_T} \quad (3.8)$$

donde

ν_T velocidad crítica de transición, en m^2/s

sustituyendo la « 3.8 en la « 3.5 y considerando que $\mu_* = \eta$, se tiene que

$$\nu_T = \left[\frac{\bar{R}_{*c} \tau_y}{6 \rho} \right]^{1/2} = K \left[\frac{\tau_y}{\rho} \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

donde K es una constante

Como la transición entre flujo laminar y turbulento se presenta para un número de Reynolds crítico dado, el valor de la constante K para el \bar{R}_{*c} de 1100 y 3000 es igual a 19 y 22, respectivamente. Mendez (1963) sin embargo indica que estos valores no son totalmente exactos ya que otros investigadores han encontrado que el Reynolds en la transición puede variar entre 1900 y 6000.

Van « al (1970) observan que en la « 3.7 la velocidad crítica es independiente del diámetro de la tubería y la influencia de este es pequeña en el cálculo de ella, y más bien dicha ecuación debe usarse para calcular en primera instancia el valor de ν_T , y han comprobado al hacer comparaciones entre los valores calculados y los observados que con esa ecuación se obtiene una muy buena aproximación.

Jain « al (1971) consideran en su trabajo la relación que se tiene entre los números de Reynolds crítico y el de Kármán, pero observan que en la « 3.46 se puede suprimir el valor de la velocidad V , por tanto, considerando relaciones adimensionales en las cuales se toman en cuenta la velocidad del flujo y el diámetro de la tubería con las propiedades de la mezcla, establecen la ecuación siguiente

$$V_T = \frac{V R_{oc}}{R_o} \quad (3.10)$$

Para usar esta ecuación se define el valor del R_{oc} con ayuda de la Eq 3.4 y $R_o = \frac{D V \rho}{\eta}$, donde V es la velocidad media del flujo. Estos mismos autores recomiendan que si V es mayor en 0.3 m/s a la V_T , esta se puede seleccionar con un diámetro de tubería menor y volvería a recalcular.

Para diseñar una tubería que transporte un fluido de tipo *Singham* los valores de τ_y y η se deben medir en el laboratorio para la concentración que se desea analizar y con ello se calcula V_T , esto se hace para diferentes diámetros de la tubería. La velocidad de transporte se recomienda escogería un poco mayor a la crítica de transición ya que con ello aparte de evitar el depósito de partículas se toman en cuenta las posibles variaciones de las propiedades de los lodos que resultan de los cambios de temperatura del líquido y de la naturaleza de las partículas, como es el caso, por ejemplo, de las arcillas.

3.3 PERDIDA DE CARGA PARA FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

Existen diferentes criterios para valorar la pérdida por fricción producida por el escurrimiento de una mezcla que se comporta como un fluido no-newtoniano del tipo *Singham*.

Según *Godt* (1971) el valor de la pérdida es función de si el escurrimiento es laminar o turbulento. Establece que en el primero, para un dado número de *Reynolds*, si el fluido es newtoniano la pérdida es menor que la que se tienen con uno no-newtoniano; en cambio para el turbulento existe una pequeña diferencia en el valor de la pérdida producida para ambos tipos de fluido. Para esta última condición no se ha encontrado que el no-newtoniano tenga una pérdida menor que la producida por el newtoniano.

Para conocer el valor de la pérdida se han propuesto diferentes

ecuaciones, obtenidas tanto en forma teórica como experimental, aplicables a flujo laminar o turbulento, *Meznar* (1956) y *SeAn* (1960), presentan un extenso resumen de estas ecuaciones.

En una tubería, trabajando a presión, las pérdidas por fricción se presentan también como una diferencia de presión Δp , en kgf/m^2 , entre dos secciones separadas una longitud L en m; es decir, se tiene que

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = S_f L \quad (3.11)$$

donde

- S_f pendiente del gradiente de energía, adimensional
- g aceleración de la gravedad, en m/s^2
- γ peso específico, en kg/m^3
- h_f pérdida por fricción, en m

La ec 3.11 es la conocida fórmula de *Darcy-Weisbach*.

El factor de fricción f como se sabe es función del número de *Reynolds* y de la rugosidad relativa cuando la tubería conduce agua. (*Viñolo* 1974), de igual manera ocurre en el caso de las mechas. En este subcapítulo se presentan los diferentes criterios que se tienen para valorar este factor. El cálculo de la pérdida por fricción para un fluido de *Englton*, se presenta en forma separada para los flujos laminar y turbulento.

3.3.1 FLUJO LAMINAR

De acuerdo con la ec 3.11 *Meznar* (1952) establece que

$$\Delta p = 24 \mu L V / D^2 \quad (3.12)$$

Utilizando el Análisis Dimensional este investigador encontró que el factor de fricción f se puede expresar en función de dos parámetros adimensionales, lo cual está dado por

$$f = \phi \left[\frac{D V \rho}{\eta}, \frac{\tau_y D^2 \rho}{\eta^2} \right] \quad (3.13)$$

Los parámetros que intervienen en esta ecuación se llaman números de Reynolds, R_e , y *Reynolds*, M_e , respectivamente. En el cálculo de Reynolds debe utilizarse la velocidad media del escurrimiento.

La relación expresada por la ec 3.13 se muestra dibujada en la fig 3.5, con ayuda de ella y conocidos los números de R_e y M_e se calcula el valor de f . Por último se calcula la pérdida por fricción con la ec 3.11. Esta figura solo debe utilizarse únicamente para un fluido de *Singham* u otro cuyo comportamiento sea semejante a él, además en ella se muestra la relación entre f y R_e para un fluido newtoniano que es conducido en flujo turbulento. Según *Saiz y Serdangon* (1970) para una determinada mezcla la ubicación de la posición de la curva f y R_e en flujo laminar es función del diámetro de la tubería.

tenzola y Charus (1963) indican que para flujo laminar y fluido de *Singham* se tiene que

$$S_f = \frac{\Delta p}{r_m L} = \frac{32}{r_m} \left[\frac{\tau_y}{6D} + \frac{\eta V}{D^2} \right] = \frac{32}{\rho g} \left[\frac{\tau_y}{6D} + \frac{\eta V}{D^2} \right] \quad (3.13a)$$

donde r_m es el peso específico de la mezcla, en kg/m^3 . Una vez conocida S_f se calcula h_f con la ec 3.11.

Para flujo turbulento estos mismos investigadores consideran que arriba de una cierta velocidad del flujo la pérdida es proporcional al cuadrado de la velocidad y se debe expresar como altura equivalente de la mezcla, como propone *Sutara* (1953), utilizando la ec 3.11. Lo anterior es semejante al cálculo que se hace cuando se tiene agua limpia y la pérdida provocada por ella se expresa en metros de columna de agua por longitud unitaria de tubería. Como conclusión este investigador dice que la pérdida de flujo laminar es sensiblemente mayor para un fluido de *Singham* que la que se tiene con agua limpia.

3.3.2 FLUJO TURBULENTO

Desde el punto de vista práctico es más importante predecir el posible comportamiento turbulento de la mezcla que el laminar, ya que normalmente las tuberías deben trabajar con el primer tipo de flujo. Zandi (1971) destaca que en la literatura disponible no se encuentra una técnica universal única para calcular la pérdida por fricción producida por un fluido no-newtoniano y que la mayor parte de las expresiones que se utilizan son empíricas que están basadas en un número de datos limitado, además la relación de f y \bar{P}_o que se utiliza para fluidos newtonianos (acabado de *Moody*) también se aplica al caso de los no-newtonianos. A continuación se describen los métodos que permiten calcular las pérdidas de energía en una tubería que funciona con flujo turbulento.

Para el fluido de *Singham* esencialmente el parámetro más importante que interviene en el cálculo del factor de fricción f es el valor que debe darse a la viscosidad que interviene en el número de *Reynolds*. En este caso se pueden utilizar dos tipos de viscosidad, una que se denomina coeficiente de rigidez y la otra llamada efectiva μ_e , esta última está dada por

$$\mu_e = n \left[1 + \frac{\tau_y D}{c \eta V} \right] = \frac{\tau_y D}{6 \eta V} \quad (3.14)$$

Un gran número de autores indican que si el número de *Reynolds* se calcula con el coeficiente de rigidez n el factor de fricción f para el flujo turbulento se puede obtener utilizando el diagrama universal de *Moody* y solo debe tomarse en cuenta el valor de la rugosidad relativa de la tubería $\frac{c}{D}$, donde c es el tamaño de las asperezas de la tubería, en n , y su valor es función del material de que está hecha ella, por ejemplo en la *tabla 3.1* del libro de *Moody* (1974) se indica el valor de c para diferentes tipos de materiales. La pérdida por fricción se calcula con la *ec. 3.11* una vez que se determina el valor de f en función del $\bar{P}_o = \frac{D V \Delta}{\eta}$ y $\frac{c}{D}$.

Mason (1962) después de realizar una revisión exhaustiva en el campo

de los fluidos no-newtonianos encuentra que la separación del factor de fricción entre un newtoniano y uno no-newtoniano es atribuida al espesor de la subcapa laminar que se presenta debido a las características particulares del no-newtoniano; además encuentra que para $\tau_y < 2.4 \times 10^{-4}$, en kgf/cm^2 , el valor de f se aproxima al que se obtendría con un newtoniano, conforme aumenta el número de Reynolds, en cambio para $\tau_y > 2.4 \times 10^{-4}$, en kgf/cm^2 , f se separa de los obtenidos para el newtoniano. Basándose en esto último él propone utilizar la siguiente ecuación para calcular el factor de fricción

$$f = B R_*^{-b} \quad (3.15)$$

$$R_* = \frac{D V \rho}{\eta} \quad (3.16)$$

$$B = 0.079 \left[\left[\frac{\mu}{\eta} \right]^{0.48} + \left[\frac{\rho_1 \tau_y 3.3 \times 10^{-12}}{\mu^2} \right]^2 \right] \quad (3.17)$$

$$b = 0.25 \left[\left[\frac{\mu}{\eta} \right]^{0.15} + \left[\frac{\rho_1 \tau_y 3.3 \times 10^{-12}}{\mu^2} \right]^2 \right] \quad (3.18)$$

donde

ρ_1 densidad del líquido de transporte, en $\text{kgf s}^2/\text{m}^4$

μ viscosidad del líquido de transporte, en $\text{kgf s}/\text{m}^2$

Los valores de η y τ_y se obtienen de las mediciones realizadas en las pruebas de laboratorio.

Moeno (1963) también encontró en sus investigaciones la manera como influyen en los cálculos el utilizar la viscosidad efectiva, definida por la α 3.14, o el coeficiente de rigidez η' del análisis de sus resultados, él observa que existen diferencias notables si usar μ_e o η' en el cálculo del factor de fricción ya que si se usa la μ_e da una relación única para calcular f en flujo laminar y si se usa η' se tienen varias relaciones, para el turbulento sucede a la inversa. Lo anterior provoca que al proyectista se le presente un problema de usar η o μ_e , según Wood et al (1977) casi todas las aplicaciones de tipo comercial encontradas por ellos utilizan η y con ella se modela

adecuadamente el comportamiento del flujo turbulento.

La viscosidad que se tiene en casi todos los sistemas comerciales que conducen un fluido no-newtoniano se comporta de manera semejante a η y este se puede emplear con confianza para describir el comportamiento del flujo turbulento.

Dunand (1953) señala que la pérdida por fricción para diferentes tipos de lodos se obtiene de igual manera a como se hace para agua limpia con la condición de que ella sea expresada en metros de columna equivalente de la mezcla, es decir su valor debe ser multiplicado por la gravedad específica del lodo utilizado. Por otra parte la tubería, generalmente, debe considerarse como perfectamente lisa ya que la rugosidad propia de la misma es nivelada debido a que se forma sobre ella una pequeña película de partículas finas de lodo.

Mcquay (1961) sugiere para flujo turbulento a través de conductos rugosos utilizar el factor de fricción calculado para un fluido newtoniano, pero Graf (1971) indica que no existe una evidencia experimental bastante fuerte que lo justifique.

Manus (1963) da tres reglas que hay que tomar en cuenta al diseñar una tubería que conduzca una mezcla y son las siguientes

- 1) el factor f es una función única del número de Reynolds Re e independiente del diámetro de la tubería para cualquier tipo de suspensión.
- 2) el valor de f para flujo turbulento y fluido no-newtoniano es siempre menor que para un fluido newtoniano, debido probablemente a la supresión de la turbulencia por la presencia de las partículas en suspensión.
- 3) para flujo turbulento y fluido no-newtoniano f siempre es mayor que el obtenido para el mismo tipo de flujo y fluido newtoniano.

Vendeleev y Manus (1963) para un flujo turbulento señalan que la

pérdida en flujo turbulento es la misma que se obtiene para agua limpia y que solo debe expresarse en términos de la mezcla para diferenciar a ambas.

Charles (1970) hace mediciones de la velocidad del flujo y pérdida de energía con fluidos que se comportan de acuerdo con la ec 3.1 y los dibuja. De la figura obtenida observa que para velocidades del flujo bajas éste es laminar y el gradiente de presiones se aproxima a una constante, es decir los puntos medidos al unirlos forman una recta casi paralela al eje coordenado, por el contrario para altas velocidades el flujo es turbulento y los datos medidos en esta región tienden a ser paralelos a la recta que se obtiene al utilizar agua limpia e indica que la viscosidad que usa es igual a η , la cual es suficiente para describir las características del flujo de una determinada mezcla.

Sude et al (1971) proponen calcular el factor de fricción f usando el número de Reynolds, definido por el primer término de la ec 3.13 (en ella se debe utilizar la velocidad media del flujo) y el abaco de Moody, la pérdida se obtiene con la ec 3.11. Por otra parte ellos también señalan que para escoger adecuadamente el valor de f se necesita hacer una suposición de cual va a ser la rugosidad absoluta ϵ de la tubería al estar escurriendo la mezcla (no indica como). Lo anterior para ellos es un factor importante en tuberías con gran longitud, una precaución puede ser tomada colocando alguna sustancia limpiadora para quitar las impurezas que haya a lo largo de la tubería, junto con el uso de inhibidores de la corrosión durante la operación del sistema; en cambio para tuberías con longitud corta se diseña con una tubería rugosa que resulta ser la mejor solución. Adicionalmente estos investigadores dicen que frecuentemente, se utiliza la fórmula de Darcy-Weisbach para valuar la pérdida de carga, usando en ella $L = 100$, en lugar de la ecuación propuesta por Darcy-Weisbach (ec 3.11), y el resultado que se obtiene es más grande en casi un 100% que el que se obtendría para una tubería nueva de acero.

Zandi (1968) indica que se debe utilizar la ecuación de Darcy-Weisbach

para estimar las pérdidas por fricción y que el factor f que interviene en ella se obtiene utilizando un valor apropiado del número de Reynolds, ya que es en este parámetro donde están involucradas en forma directa las propiedades de la mezcla. Adicionalmente en la misma referencia se muestran algunas expresiones para calcular el valor de f para fluidos no-newtonianos.

3.4 ANALISIS DE RESULTADOS

3.4.1 VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION, V_T

Tomando el valor de las propiedades físicas de cuatro mezclas reportadas por *Saltiel y Saltiel* (1939) y de *Yaon et al* (tabla 3.1), se aplicaron las eqs 3.2, 3.3 y 3.9 y la Eq 3.4 para calcular las velocidades críticas de transición y compararlas con las medidas experimentales. (tabla 3.2). Asimismo con los datos de esta última tabla se elaboró la Eq 3.6. Del análisis de esta figura se destaca lo siguiente:

- En la Eq 3.6a se observa que los resultados obtenidos con la eq 3.3 y la Eq 3.4 son bastante parecidos a los experimentales, aunque los resultados de la eq 3.3 están por arriba de los medidos; en cambio los valores obtenidos con las eqs 3.2 y 3.9, para $\bar{F}_c = 2100$, son menores a los medidos. Por otra parte al aumentar la concentración de sólidos C_s e presada en peso, el valor de la velocidad crítica de transición crece.

- En la Eq 3.6b los valores de la velocidad calculados con la Eq 3.4 y la eq 3.2 se parecen bastante a los medidos. En la Eq 3.6c se observa que los datos obtenidos con la Eq 3.4 y la eq 3.3, para $\bar{F}_c = 3000$, son los que mejor se ajustan con los experimentales. En la Eq 3.6d se observa buena concordancia entre los valores calculados con las eqs 3.2 y 3.9 y los experimentales.

- En la Eq 3.6e y 3.6f se muestra que existe una tendencia de la velocidad crítica a crecer al disminuir la concentración de sólidos.

- Los valores calculados con la ϵ 3.9 ($R_p = 2100$) siempre son menores a los medidos y por el contrario los calculados con la ϵ 3.3, generalmente, son mayores. Ademas el uso de la A_p 3.4 da buenos resultados ya que a excepci3n de los mostrados en la A_p 3.6a, en el resto de la figura se observa buena concordancia con los medidos.

- El diámetro de la tubería no influye en el valor de la velocidad crítica de transición ya que al aumentar el diámetro no hay diferencias significativas en su valor (A_p 3.6a y 3.6c).

- El tipo de mezcla también es importante en la velocidad crítica ya que su comportamiento para la mezcla de partículas de caliza con agua muestra diferencias con la de los lodos del drenaje, es decir, para el primer tipo la velocidad tiende a crecer con la concentración de sólidos y en el segundo sucede lo contrario (A_p 3.6a, 3.6b y 3.6c).

3.4.2 PERDIDA DE CARGA PARA FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

Tomando los valores de las propiedades físicas de dos mezclas de arcilla con agua y una tubería de acero nuevo con $D = 1$ in y los datos de pérdida por fricción reportados por Sadiku et al (1999), se aplicaron la ϵ 3.13a y la A_p 3.5 para calcular la pérdida por fricción para flujo laminar y el diagrama de Moody y la ϵ 3.15 para el turbulento, los valores obtenidos se compararon con los medidos experimentalmente, lo mencionado se puede ver en las A_p 3.7 y 3.7. Del análisis de estas figuras se destaca lo siguiente.

- Para el flujo laminar con la ϵ 3.13a se obtiene buena concordancia entre los datos teóricos y los experimentales, sin embargo, la concentración C_p , expresada en peso, juega un papel importante ya que a un valor mayor de ella la pérdida también aumenta.

- Para el flujo turbulento con el diagrama de Moody es con el que mejor aproximación se obtiene, con los valores experimentales ya que con la ϵ 3.15 los valores calculados con ella están muy por debajo de los medidos. Por otra parte la diferencia entre la pérdida de agua sola y la de la mezcla, calculada con los dos métodos propuestos, si

es significativa principalmente cuando se aplica la ec 3.15.

- Como se observa en las dos figuras la pérdida calculada para agua sola se asemeja bastante a la pérdida medida para flujo turbulento.

- Con respecto a la velocidad de transición se obtuvo que para los datos de la A_p 3.3 su valor experimental es de 3.1 m/s y el calculado con la ec 3.9 vale 2.1 m/s y para la A_p 3.7 se tiene que el dato medido es de 4.5 m/s y el calculado de 3 m/s con la misma ecuación. De lo anterior se concluye que los calculados son en promedio un 33% menores que los medidos, lo cual indica que usar el número de *Reynolds* crítico igual a 2100 es arriesgado, esto último confirma lo dicho por *Jensen* (1963) de que el rango del número de *Reynolds* en la transición entre el flujo laminar y el turbulento es muy amplio.

TABLA 3.1 PROPIEDADES FISICAS DE LAS MEZCLAS *

TIPO DE MEZCLA	C_w %	F_c $kg_f s^2/m^4$	c_v $kg_f/m(10^{-2})$	n $kg_f s^2/m(10^{-2})$	D plg	REFERENCIA!
!PARTICULAS	41.00	127.54	24.48	0.07	1.50	WASP ET AL!
!DE CALIZA	47.00	144.73	102.00	0.08		(1977)
!PIEDRA -	51.50	150.94	204.00	0.11		
!CALCAREA	55.00	156.00	326.40	0.20		
!CON AGUA						
!Lodos	85.00	105.47	27.83	0.67	8.00	BABBITT Y
!DE DRENAJE	87.00	102.77	20.99	0.61		CALDWELL
!	88.00	104.21	16.11	0.55		(1939)
!	89.00	109.17	11.72	0.52		
!	90.00	103.23	8.30	0.39		
!	91.00	105.04	6.35	0.27		
!	92.00	97.48	2.93	0.24		
!	93.00	107.15	1.46	0.24		
!	94.00	105.13	0.73	0.21		
!Lodos DE	89.00	103.85	9.76	0.78	12.00	BABBITT Y
!DRENAJE	90.00	104.24	6.83	0.53		CALDWELL
!	91.00	104.15	4.39	0.49		(1939)
!	92.00	107.75	2.44	0.55		
!	93.00	106.37	1.27	0.38		
!	94.00	103.96	0.73	0.36		
!ARCILLA	86.40	117.50	5.86	0.08	4.00	BABBITT Y
!CON AGUA	81.40	107.32	9.76	0.08		CALDWELL
!	76.50	103.41	27.34	0.08		(1939)
!	70.90	106.45	57.12	0.08		
!	67.50	104.56	77.14	0.08		
!	64.80	108.18	104.47	0.08		

* VALORES OBTENIDOS DE PRUEBAS DE LABORATORIO

TABLA 3.2 COMPARACION DE LOS VALORES DE LA VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION OBSERVADOS Y CALCULADOS

TIPO DE MEZCLA	Cw %	OBSERVADA		CALCULADA				D pie	REFERENCIA
		V _T m/s	V _T m/s ec 3.2	V _T m/s ec 3.3	V _T m/s ec 3.9 *	V _T m/s ec 3.9 **	V _T m/s fig 3.4		
PARTICULAS	41.00	1.28	0.92	1.16	0.80	0.93	1.05	1.50	WASP ET AL (1977)
DE CALIZA	47.00	2.13	1.68	2.11	1.60	1.85	2.13		
PIEDRA -	51.50	2.50	2.32	2.90	2.21	2.56	2.67		
CON CALCEA	55.00	3.51	3.00	3.78	2.75	3.18	3.35		
LODOS	86.00	1.22	1.30	1.71	0.98	1.13	1.54	8.00	BABBITT Y CALDWELL (1939)
DE DRENAJE	87.00	1.13	1.17	1.54	0.86	0.99	1.39		
	88.00	1.07	1.02	1.35	0.75	0.86	1.23		
	89.00	0.91	0.88	1.16	0.62	0.72	1.06		
	90.00	0.82	0.74	0.97	0.54	0.62	0.88		
	91.00	0.67	0.59	0.77	0.47	0.54	0.68		
	92.00	0.55	0.46	0.61	0.33	0.39	0.56		
	93.00	0.40	0.35	0.47	0.22	0.26	0.44		
	94.00	0.30	0.28	0.39	0.16	0.18	0.35		
LODOS DE DRENAJE	89.00	0.91	0.86	1.15	0.58	0.67	1.05	12.00	BABBITT Y CALDWELL (1939)
	90.00	0.79	0.66	0.87	0.49	0.56	0.79		
	91.00	0.70	0.56	0.75	0.39	0.45	0.68		
	92.00	0.64	0.49	0.67	0.29	0.33	0.61		
	93.00	0.52	0.35	0.48	0.21	0.24	0.43		
	94.00	0.43	0.30	0.42	0.16	0.18	0.37		
ARCILLA	86.40	0.55	0.48	0.61	0.42	0.49	0.47	4.00	BABBITT Y CALDWELL (1939)
CON AGUA	81.40	0.67	0.63	0.79	0.57	0.66	0.65		
	76.60	1.10	1.02	1.27	0.98	1.13	0.94		
	70.90	1.83	1.41	1.75	1.39	1.61	1.17		
	67.50	2.13	1.65	2.04	1.63	1.89	1.31		
	64.80	2.59	1.87	2.31	1.87	2.16	1.42		

* CONSIDERANDO Re = 2100

** CONSIDERANDO Re = 3000

4. EJEMPLOS DE APLICACION

PROBLEMA 4.1

Determine la pérdida de energía para una mezcla de agua con partículas de hierro que escurre en una tubería horizontal de 12 in de diámetro; el régimen del flujo con el cual va a ser transportada la mezcla corresponde al intermedio. Se dispone de la siguiente información

DATOS

a) Tubería

Diámetro de la tubería: $D = 12 \text{ pulgadas} = 0.3048 \text{ m}$
Rugosidad absoluta de la tubería: $\epsilon = 5.08 \times 10^{-5} \text{ m}$

b) Partículas sólidas

Gravedad específica: $S_g = 5$

Distribución de tamaños:

Malla Tyler	%, en peso retenido en la malla
100 x 200	5
200 x 325	10
325 x 400	85

c) Líquido de transporte: agua

Viscosidad dinámica del agua: $\mu_a = 0.01 \text{ poise} = 0.01 \text{ gm/cm s}$

$$\mu_a = 0.0001 \text{ kg/m s}^2$$

Viscosidad cinemática del agua: $\nu_a = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$

Densidad del agua: $\rho_a = 1 \text{ gm/cm}^3 = 101.96 \text{ kg/m}^3$

Peso específico del agua: $\gamma_a = 1000 \text{ kg/m}^3$

d) Características de la mezcla

Concentración de sólidos: $C_V = 23 \%$

Viscosidad dinámica de la mezcla: $\mu_m = 0.079$ poise

$$\mu_m = 0.079 \text{ grm s/cm}$$

En el laboratorio se ha medido la viscosidad dinámica para diferentes concentraciones de sólidos, expresada en volumen, y los valores son los siguientes

Concentración de sólidos, expresada en volumen, en %	Viscosidad dinámica de la mezcla, en poise
23	0.079
20	0.056
18	0.046
16	0.037
14	0.031

e) Características del escurrimiento

Velocidad del flujo: $V = 1.372$ m/s

SOLUCION

Como el régimen de flujo es intermedio se utilizará el método propuesto por Yoon et al (1971, 1977). Antes de describir el procedimiento de cálculo se harán una serie de cálculos preliminares que intervienen en él.

- Cálculos preliminares

1. Tamaño de las partículas

En la siguiente tabla se indican los tamaños de cada malla del tipo Tyler

Malla	Tamaño de la abertura en mm
100	0.147
200	0.074
325	0.043
400	0.037

Con los datos anteriores se obtienen los diámetros de las partículas que corresponden a cada fracción de sólidos.

Malla	Diámetro de la partícula. en cm.
100 x 200	0.0111
200 x 325	0.0059
325 x 400	0.0040

Por ejemplo, el diámetro que corresponde a la malla 100 x 200 se obtiene promediando el tamaño de la apertura que tiene asignada cada una de ellas, es decir se tiene $(0.0147 + 0.0074)/2 = 0.0111$ cm lo anterior se repite para las mallas restantes. (Quatey Sadelle-Rice Remington 1978).

2. Cálculo de la velocidad de caída de las partículas de la mezcla.

La densidad de los sólidos es igual a

$$\rho_s = 5 \rho_a \quad (4.1)$$

$$\rho_s = (5)(1) = 5 \text{ gr/cm}^3$$

La densidad de la mezcla es igual a

$$\rho_m = (\rho_s - 1) C_V + 1 \quad (4.2)$$

$$\rho_m = (5 - 1) 0.23 + 1 = 1.92 \text{ gr/cm}^3$$

La diferencia entre las densidades de sólidos y de la mezcla es igual a

$$\Delta\rho = \rho_s - \rho_m \quad (4.3)$$

$$\Delta\rho = 5 - 1.92 = 3.08 \text{ gr/cm}^3$$

La viscosidad dinámica de la mezcla es: $\mu_m = 0.079 \text{ poise}$

donde $\nu_a = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$

d (cm)	w_m (cm/s)	Re_p	C_D
0.0111	2.6859	2.9813 > 1	8.1
0.0059	0.7590	0.4478 < 1	53.6
0.0040	0.2240	0.0896 < 1	267.9

El número de Reynolds de la partícula para los diámetros de 0.0059 y 0.0040 cm es menor de 1, por tanto el C_D es igual a $24/Re_p$ (Eq 4.4). Sin embargo para el otro diámetro el Re_p está en la zona de transición pero como no es mucho mayor de 1 se decidió tomar la relación mencionada en el párrafo anterior para calcular el C_D .

5. Cálculo de la concentración en volumen que le corresponde a cada fracción de sólidos.

Como C_v es igual a 23 %, se tiene que el porcentaje que corresponde a cada fracción es igual a

Malla	% de volumen de sólidos
100 x 200	5 (0.23) = 1.15
200 x 325	10 (0.23) = 2.30
325 x 400	85 (0.23) = <u>19.55</u>
	$\Sigma = 23.00$

6. Clasificación del régimen de flujo de acuerdo con el tamaño de los sólidos.

De acuerdo con Dutari (1953) y con ayuda de la tabla 2.1 se tiene que

d (cm)	Régimen del flujo
0.111	Heterogéneo, transportado en suspensión
0.059	Heterogéneo, transportado en suspensión
0.040	Intermedio o de transición, sedimento

De acuerdo con lo indicado se comprueba que el régimen del flujo es intermedio ya que la mayor parte de las partículas van a ser transportadas en este tipo de régimen.

- Pérdida por fricción.

Los resultados obtenidos con el método propuesto por Yoon *et al* (1971, 1977) se presentan en la tabla 4.1.

A continuación se hace una descripción del cálculo de cada una de las columnas que aparecen en la tabla mencionada.

PRIMERA ITERACION

Columna 1: Se anotan los valores de las mallas.

Columna 2: Se anota el diámetro medio de las partículas que corresponden a cada una de las mallas de la columna 1, *ver inciso 1 de cálculos preliminares*

Columna 3: Se anota la velocidad de caída de las partículas dentro de la mezcla, que corresponde a cada uno de los diámetros indicados en la columna 2, *ver inciso 2 de cálculos preliminares*.

Columna 4: Se anota el porcentaje del volumen de sólidos que corresponde a cada uno de los diámetros indicados en la columna 2, *ver inciso 5 de cálculos preliminares*.

Nota: Las columnas 1 a 4 permanecen constantes en todas las iteraciones.

Columna 5: Se calcula el valor de Z , que está dado por la ecuación siguiente

$$Z = \frac{\omega_m}{\beta R U_*} \quad (4.6a)$$

Con los valores mencionados y con ayuda de las *Figs* 4.1, 4.2 y 4.3 se calcula la velocidad de caída de cada uno de los diámetros obtenidos en el inciso anterior.

d (cm)	w_m (cm/s)
0.0111	0.2615
0.0059	0.0733
0.0040	0.0171

3. Cálculo de la velocidad de caída de las partículas en agua sola

La densidad del agua es: $\rho_a = 1 \text{ gm/cm}^3$

La diferencia entre la densidad de las partículas y la del agua es

$$\Delta\rho = \rho_p - \rho_v \quad (4.4)$$

$$\Delta\rho = 5 - 1 = 4 \text{ gm/cm}^3$$

La viscosidad dinámica del agua: $\mu_v = 0.01 \text{ poise}$

Con los valores mencionados y con ayuda de las *Figs* 4.1, 4.2 y 4.3. se calcula la velocidad de caída de cada uno de los diámetros obtenidos en el inciso 1.

d (cm)	w_m (cm/s)
0.0111	2.6859
0.0059	0.7590
0.0040	0.2240

4. Cálculo del coeficiente de arrastre de las partículas

Se calcula el número de *Reynolds* de la Partícula con la ecuación siguiente

$$R_{e_p} = \frac{\rho_a w_m d}{\mu_a} \quad (4.5)$$

siendo

$$U_* = V \left\{ \sqrt{f/8} \right\} \quad (4.6b)$$

donde k es la constante de Van Roshon y se toma igual a 0.4 y β es una constante de proporcionalidad que se consideró igual a 1; w_m es la velocidad de caída anotada en la columna 4; V es la velocidad del flujo y f es el factor de fricción de Darcy-Weisbach.

Columna 6: Se calcula la relación C/C_V con la ecuación siguiente

$$\frac{C}{C_V} = 10^{-1.02} \quad (4.6c)$$

Nota: en la primera iteración se supone que las partículas están perfectamente mezcladas dentro del fluido, es decir, la concentración de partículas es uniforme, por tanto no se necesitan calcular las columnas 5 y 6.

Columna 7: Se calcula el porcentaje de partículas que son transportadas por el vehículo, expresado en volumen. Es igual al producto de las columnas 4 y 6; como no hay valor de $\frac{C}{C_V}$ en la primera iteración se repiten los valores anotados en la columna 4.

Columna 8: Se calcula el porcentaje de partículas que se desplazan por el fondo de la tubería, expresado en volumen, se designa ϕ_f . Es igual a la diferencia de valores de las columnas 4 y 7; en la primera iteración este valor es nulo ya que se supone que todas las partículas viajan en suspensión.

Columna 9: Se calcula la velocidad de caída de las partículas dentro del líquido utilizado para transportarlas. Para el ejemplo es agua, que corresponde a cada uno de los diámetros anotados en la columna 2, ver inciso 3 de

cálculos preliminares.

Columna 10: Se anota el coeficiente de arrastre que corresponde a cada uno de los diámetros indicados en la columna 2, ver inciso 4 de cálculos preliminares.

Columna 11: Se eleva el valor de C_D a la $-3/4$.

Nota: Las columnas 9, 10 y 11 permanecen constantes en todos los cálculos.

Columna 12: Se calcula el valor de ΔP_{fondo} , que es la diferencia en la pérdida de carga entre la mezcla y el agua, que produce el régimen heterogéneo; *Wason et al* (1971, 1977) proponen calcularla con la ecuación siguiente

$$\Delta P_{\text{fondo}} = L_m - L_w = 80 L_w \phi_f \left[\frac{gD}{V^2} \frac{(S_s - 1)}{\sqrt{C_D}} \right]^{1.5} \quad (4.7)$$

sustituyendo los valores conocidos se obtiene que

$$\Delta P_{\text{fondo}} = 80 L_w \phi_f \left[\frac{(9.81)(0.3048)}{(1.372)^2} \frac{5 - 1}{\sqrt{C_D}} \right]^{1.5}$$

$$\Delta P_{\text{fondo}} = 1281.2787 L_w \phi_f C_D^{-3/4} \quad (4.8)$$

L_w es la pérdida de fricción producida por el agua sola, se calcula de la manera siguiente

- Se calcula el número de Reynolds para el agua

$$R_e = \frac{V D}{\nu} = \frac{(1.372)(0.3048)}{10^{-6}} = 4.182 \times 10^5$$

Se calcula la rugosidad relativa

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0.0508}{304.8} = 0.00017$$

- Con R_e y $\frac{\epsilon}{D}$ se obtiene el factor de fricción f , utilizando el diagrama de Moody (Fig 8.3 Petelo 1974) cuyo valor es igual a 0.0155.

- Se calcula el valor de v_v con la ec. 2.13d

$$v_v = \frac{0.0155}{0.3048} \frac{(1.372)^2}{2(9.81)}$$

$$v_v = 0.00488 \text{ m agua/m}$$

por tanto la ec 4.8 se expresa

$$\Delta P_{\text{fondo}} = 6.251 \phi_f C_D^{-3/4} \text{ m agua/m} \quad (4.9)$$

Nota: En esta primera iteración no hay valor de ΔP_{fondo} ya que se ha supuesto que todos los sólidos son transportados en suspensión.

Columna 13: Se calcula la pérdida de fricción producida por el vehículo $\Delta P_{\text{vehículo}}$: como en esta iteración no hay arrastre de partículas sobre el fondo de la tubería la viscosidad de la mezcla no cambia. Se obtiene el factor de fricción de la siguiente manera

- Se calcula la viscosidad de la mezcla

$$\nu_m = \frac{\mu_m}{\rho_m} \quad (4.10)$$

$$\nu_m = \frac{0.079}{1.92}$$

$$\nu_m = 0.045115 \frac{cm^2}{s} = 4.115 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

- Se calcula el número de Reynolds de la mezcla

$$R_e = \frac{V D}{\nu} \quad (4.11)$$

$$R_e = \frac{(1.372)(0.3048)}{4.115 \times 10^{-6}}$$

$$R_e = 1.016 \times 10^5$$

- se calcula la rugosidad relativa

$$\frac{e}{D} = \frac{0.0508}{304.8} = 0.00017$$

- Con R_e y $\frac{e}{D}$ se obtiene el factor de fricción f , utilizando el diagrama de Moody (Fig 8.3 Petelo 1974) cuyo valor es igual a 0.019.

- Se calcula el valor de pérdida por fricción producido por el vehículo

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = \frac{f_m}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4.12)$$

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = \frac{0.019}{0.3048} \frac{(1.372)^2}{2(9.81)}$$

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = 0.006 \text{ m mezcla/m}$$

- Se expresa la $\Delta P_{\text{vehículo}}$ en m agua/m

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = 0.006 \frac{\rho_m}{\rho_a} = 0.006 \frac{1.92}{1.00}$$

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = 0.0115 \text{ m agua/m}$$

Columna 14: Se calcula la ΔP_{mezcla} , con la ecuación siguiente

$$\Delta P_{\text{mezcla}} = \Delta P_{\text{fondo}} + \Delta P_{\text{vehículo}} \quad (4.13)$$

como en esta iteración ΔP_{fondo} es igual a cero, la

ΔP_{mezcla} es igual a $\Delta P_{vehículo}$.

SEGUNDA ITERACION

Columnas 1 a 4: Son iguales a las de la primera iteración.

Columna 5: Se calcula el valor de Z, ec 4.6a

$$Z = \frac{\omega_m}{(0.4)(137.2)(0.01978)^{1/2}} = 0.3739 \omega_m$$

El valor de f corresponde al f_m calculado para la $\Delta P_{vehículo}$, ver descripción de la columna 13 en la primera iteración. El valor de ω_m se toma de la columna 3.

ω_m (cm/s)	Z
0.2615	0.0978
0.0738	0.0276
0.0171	0.0064

Columna 6: Se calcula el valor de C/C_V con la ec 4.6c

Z	C/C_V
0.0978	0.6668
0.0276	0.8319
0.0064	0.9738

Columna 7: Se multiplican cada uno de los valores de la columna 4 por los correspondientes valores de la columna 6; por ejemplo $1.15(0.6668)$ es igual a 0.7668 y así sucesivamente.

Columna 8: Se restan los valores de la columna 4 menos los de la 7; por ejemplo $(1.15 - 0.7668)$ es igual a 0.3832 y así sucesivamente.

Nota: Se suman los valores de las columnas 7 y 8, la suma de ambos resultados debe ser igual al 23 %.

Columnas 9 a 11: Son iguales a las de la primera iteración.

Columna 12: En esta iteración ya hay arrastre sobre el fondo de la tubería y ϕ_f corresponde a los valores de la columna 8; el ΔP_{fondo} se calcula con la ec 4.7 ϕ_f debe ser utilizada como una fracción en lugar de porcentaje.

%	ϕ_f	$C_D^{-3/4}$	ΔP_{fondo} , en m agua/m
0.3832	0.003832	0.2083	0.0050
0.2486	0.002486	0.0505	0.0008
0.0513	0.005113	0.0151	<u>0.0005</u>
			0.0063

Columna 13: Se calcula la pérdida por fricción producida por el vehículo $\Delta P_{\text{vehículo}}$; como en esta iteración ya hay arrastre de partículas la viscosidad de la mezcla cambia. Para conocer el valor de la pérdida se procede de la manera siguiente

- Se calcula la viscosidad dinámica de la mezcla. Como ya hay arrastre de partículas sobre el fondo de la tubería la viscosidad dinámica de la mezcla cambia, de acuerdo con los resultados de la columna 7 se tiene que C_V vale ahora 21.8560 % por tanto la viscosidad es igual a 0.07 poise (se interpoló de los datos que fueron medidos en el laboratorio).

- Se calcula la densidad de la mezcla, ec 4.2

$$\rho_m = (5 - 1) 0.21856 + 1 = 1.8742 \text{ gr/cm}^3$$

- Se calcula la viscosidad cinemática de la mezcla, ec 4.10

$$v_m = \frac{0.07}{1.8742} = 0.0373 \text{ cm}^2/\text{s} = 3.735 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

- Se calcula el número de Reynolds de la mezcla, ec 4.11

$$R_e = \frac{(1.372)(0.3048)}{3.735 \times 10^{-6}} = 1.12 \times 10^5$$

- Se calcula la rugosidad relativa

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0.0508}{304.8} = 0.00017$$

- Con R_e y $\frac{\epsilon}{D}$ se obtiene el factor de fricción f , utilizando el diagrama de Moody (Fig 8.3 Petelo 1974) cuyo valor es igual a 0.019.

- Se calcula el valor de pérdida por fricción producido por el vehículo, ec 4.12

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = \frac{0.019}{0.3048} \frac{(1.372)^2}{2(9.81)}$$

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = 0.006 \text{ m mezcla/m}$$

- Se expresa la $\Delta P_{\text{vehículo}}$ en m agua/m

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = 0.006 \frac{\rho_m}{\rho_a} = 0.006 \frac{1.8743}{1.00}$$

$$\Delta P_{\text{vehículo}} = 0.0112 \text{ m agua/m}$$

Columna 14: Se suman la ΔP_{tubo} y $\Delta P_{\text{vehículo}}$, valores de las columnas 12 y 13, para obtener la ΔP_{mezcla} , por tanto se tiene que de la ec 4.13

$$\Delta P_{\text{mezcla}} = 0.0063 + 0.0112 = 0.0175 \text{ m agua/m}$$

Como el valor anterior de la pérdida de la mezcla fue

de 0.0115 m agud/m el cual es 34.3 % menor que el calculado en esta iteración, por tanto hay que proceder a una nueva iteración.

TERCERA ITERACION

Solo se describen las columnas que presentan cambios.

Columna 5: Se calcula el valor de Z, ec 4.6a

$$Z = \frac{\omega_m}{(0.4)(137.2)(0.019/8)^{1/2}} = 0.3739 \omega_m$$

ω_m (cm/s)	Z
0.2615	0.0978
0.0738	0.0276
0.0171	0.0064

Nota: Por las condiciones del problema, ya que f_m es la misma, se vuelven a repetir los valores de las columnas 5 en adelante, por tanto ya que no hay que repetir el procedimiento y ΔP_{mezcla} es igual a 0.0175 m agud/m. Si la f_m hubiera cambiado se repite el procedimiento descrito para la segunda iteración. la diferencia entre dos ΔP_{mezcla} consecutivas no debe diferir en más del 15 %.

TABLA 1 CALCULO DE LA PERDIDA POR FRICCION PARA UNA MEZCLA DE AGUA CON PARTICULAS DE HIERRO

FRACCION DE TAMAÑOS DE MALLA TYLER	D (cm)	W_m (m/s)	% DE VOLUMEN DE SOLIDOS	α	$\frac{C}{C_A}$	% DE PARTICULAS TRASPASADAS POR EL VEHICULO	β_f	W_B (m/s)	C_D	$C_D^{-3/4}$	ΔP fondo en agua/m	ΔP vehiculo lo	ΔP mezcla en agua/m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
PRIMERA ITERACION													
100 x 200	0.0111	0.2615	1.1500	-	-	1.1500	0.0000	2.6859	8.1000	0.2083	0.0000		
200 x 325	0.0059	0.0738	2.3000	-	-	2.3000	0.0000	0.7590	53.6000	0.0505	0.0000		
325 x 400	0.0040	0.0171	19.5500	-	-	19.5500	0.0000	0.2240	267.9000	0.0151	0.0000		
TOTAL			23.0000			23.0000						0.0115	0.0115
SEGUNDA ITERACION													
100 x 200	0.0111	0.2615	1.1500	0.0978	0.6868	0.7668	0.3832	2.6859	8.1000	0.2083	0.0050		
200 x 325	0.0059	0.0738	2.3000	0.0276	0.8919	2.0514	0.2486	0.7529	53.6000	0.0505	0.0008		
325 x 400	0.0040	0.0171	19.5500	0.0064	0.9738	19.0378	0.5122	0.2240	267.9000	0.0151	0.0005		
TOTAL			23.0000			21.8560	1.1440				0.0063	0.0112	0.0175
TERCERA ITERACION													
100 x 200	0.0111	0.2615	1.1500	0.0378	0.6868	0.7668	0.3832	2.6859	8.1000	0.2083	0.0050		
200 x 325	0.0059	0.0738	2.3000	0.0276	0.8919	2.0514	0.2486	0.7529	53.6000	0.0505	0.0008		
325 x 400	0.0040	0.0171	19.5500	0.0064	0.9738	19.0378	0.5122	0.2240	267.9000	0.0151	0.0005		
TOTAL			33.0000			21.8560	1.1440				0.0063	0.0112	0.0175

TABLA 4.1 CALCULO DE LA PERDIDA POR FRICCION PARA UNA MEZCLA DE AGUA CON PARTICULAS DE HIERRO

FRACCION DE TAMAÑOS, MALLA TYLER	D (cm)	w_m (m/s)	% DE VOLUMEN DE SOLIDOS	z	$\frac{c}{c_A}$	% DE PARTICULAS TRANSPORTADAS POR EL VEHICULO	ϕ_r	w_a (m/s)	C_D	$C_D^{-3/4}$	ΔP fondo en agua/m	ΔP vehiculo	ΔP mezcla en agua/m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
PRIMERA ITERACION													
100 x 200	0.0111	0.2615	1.1500	-	-	1.1500	0.0000	2.6859	8.1000	0.2083	0.0000		
200 x 325	0.0059	0.0738	2.3000	-	-	2.3000	0.0000	0.7590	53.6000	0.0505	0.0000		
325 x 400	0.0040	0.0171	19.5500	-	-	19.5500	0.0000	0.2240	267.9000	0.0151	0.0000		
TOTAL			23.0000			23.0000						0.0115	0.0115
SEGUNDA ITERACION													
100 x 200	0.0111	0.2615	1.1500	0.0978	0.6668	0.7668	0.3832	2.6859	8.1000	0.2083	0.0050		
200 x 325	0.0059	0.0738	2.3000	0.0276	0.8919	2.0514	0.2486	0.7529	53.6000	0.0505	0.0008		
325 x 400	0.0040	0.0171	19.5500	0.0064	0.9738	19.0378	0.5122	0.2240	267.9000	0.0151	0.0005		
TOTAL			23.0000			21.8560	1.1440					0.0063	0.0112 0.0175
TERCERA ITERACION													
100 x 200	0.0111	0.2615	1.1500	0.0978	0.6668	0.7668	0.3832	2.6859	8.1000	0.2083	0.0050		
200 x 325	0.0059	0.0738	2.3000	0.0276	0.8919	2.0514	0.2486	0.7529	53.6000	0.0505	0.0008		
325 x 400	0.0040	0.0171	19.5500	0.0064	0.9738	19.0378	0.5122	0.2240	267.9000	0.0151	0.0005		
TOTAL			23.0000			21.8560	1.1440					0.0063	0.0112 0.0175

63

PROBLEMA 4.2

Por una tubería escurre agua con arena cuyos diámetros pasan por la malla 60 y son retenidos en la malla 100, los datos obtenidos para la velocidad crítica de depósito se muestran en la tabla siguiente

Diámetro de la tubería (in)	Concentración (volumen %)	Velocidad crítica de depósito (ft/s)
2.056	36.7	4.8
	23.7	4.5
	12.2	3.9
4.235	37.9	6.4
	23.9	5.6
	11.6	5.6
6.240	31.0	7.5
	22.8	7.3
	17.0	7.3
	11.4	7.2
8.210	28.2	7.7
	22.8	7.8
	17.7	7.9
	11.1	8.1
10.360	35.0	8.7
	29.0	8.3
	23.2	8.8
	17.6	8.8
	11.6	8.7
12.400	28.1	9.2
	25.0	8.5
	23.9	8.6
	17.7	9.1
	13.4	9.1

La gravedad específica de la arena es 2.658 y las partículas de arena son esféricas. Determinar el valor de F_L definido por Durand. Así mismo estimar la velocidad crítica de depósito

SOLUCION

El valor de F_L está dado por la ec 2.3

$$F_L = \frac{1.4630}{[2(9.81)(0.0522)(2.658 - 1)]^{1/2}} = 1.1227$$

Los valores de F_L para los diferentes flujos están calculados en la *Tabla 4.2*. Tomar en cuenta que el promedio del valor de $F_L = 0.9301$. Hay muy poco efecto de la concentración del escurrimiento en el valor de F_L .

El valor de la gravedad específica de la mezcla se obtiene por la ecuación siguiente

$$\gamma_m = \gamma_L [1 + C_V (S_s - 1)] \quad (4.14a)$$

$$S = \frac{\gamma_m}{\gamma_L} = [1 + C_V (S_s - 1)] \quad (4.14b)$$

$$S = [1 + 0.367 (2.658 - 1)] = 1.6085$$

Cálculo de la velocidad de caída

$$\omega = \left[\frac{4}{3} \frac{g (S_s - 1) d}{C_D} \right]^{1/2} \quad (4.15)$$

$$R_e = \frac{\omega d}{\nu} \quad (4.16)$$

Se propone un R_e

$$R_e = 3.8340$$

de la *fig 4.4* se obtiene el C_D correspondiente

$$C_D = 8.6041$$

este valor se sustituye en la ec 4.15

$$\omega = \left[\frac{4}{3} \frac{9.81 (2.658 - 1) 1.8 \times 10^{-4}}{8.6041} \right]^{1/2} = 0.0213 \text{ m/s}$$

el resultado se sustituye en la ec 4.16

$$R_e = \frac{(0.0213)(1.8 \times 10^{-4})}{10^{-6}} = 3.8340$$

como este valor resulta igual al propuesto, se da por hecho de que los valores de $C_D = 8.6041$ y $w = 0.0213$ m/s son los correctos

Método de Teutli et al

De la ec 2.4 se tiene que

$$V_D = 17 (0.0213) = 0.3621 \text{ m/s}$$

Método de Zandi y Gouates

De la ec 2.6 se tiene que

$$V_D = \left[\frac{40(0.367)(9.81)(0.0522)(2.658 - 1)}{(8.6041)^{1/2}} \right]^{1/2} = 2.0618 \text{ m/s}$$

Método de Pheek

De la ec 2.7 se tiene que

$$V_D = 2.43 \frac{(0.367)^{1/3} [(9.81)(0.0522)(2.658 - 1)]^{1/2}}{(8.6041)^{0.25}} = 1.3240 \text{ m/s}$$

Método de Charles

De la ec 2.8 se tiene que

$$V_D = \frac{4.8(0.367)^{1/3} [(9.81)(0.0522)(2.658 - 1)]^{1/2}}{(8.6041)^{0.25} [(0.367)(2.658 - 1) + 1]^{1/3}} = 1.5783 \text{ m/s}$$

Método de Robinson-Graf

De la ec 2.9 se tiene que

$$V_D = 0.901 (0.367)^{0.106} [(2(9.81)(0.0522)(2.658 - 1))]^{1/2} = 1.0560 \text{ m/s}$$

Método de Oroskar-Turian

De la ec 2.10 se tiene que

$$R_o = \frac{0.0522 [(9.81)(1.8 \times 10^{-4})(2.658 - 1)]^{1/2}}{10^{-6}} = 2825.6596$$

$$X = 1$$

$$V_D = 1.85 (0.367)^{0.1596} (1 - 0.367)^{0.9564} \left[\frac{1.8 \times 10^{-4}}{0.0522} \right]^{-0.978} \\ (2.8256 \times 10^4)^{0.00} (1)^{0.9} [(9.81)(1.8 \times 10^{-4})(2.658 - 1)]^{1/2}$$

$$V_D = 1.2713 \text{ m/s}$$

Los valores de V_D para los diferentes flujos calculados con los diversos métodos se presentan en la tabla 4.2.

TABLA 4.2 COMPARACION DE LOS VALORES CALCULADOS Y MEDIDOS DE LA VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO

D (m)	C (vol)	OBSERVADA	NEWITT	ZANDI GOVATOS	SHOOK	CHARLES	ROBINSON GRAFF	OROSKAR TURIAN
		V _D (m/s)	V _D (m/s) (ec 2.4)	V _D (m/s) (ec 2.6)	V _D (m/s) (ec 2.7)	V _D (m/s) (ec 2.8)	V _D (m/s) (ec 2.9)	V _D (m/s) (ec 2.10)
0.0522	0.3670	1.4630	0.3621	2.0618	1.3240	1.5783	1.0560	1.2713
	0.2370	1.3716		1.6568	1.1444	1.4313	1.0081	1.2705
	0.1220	1.1887		1.1887	0.9172	1.2048	0.9396	1.2062
0.1076	0.3790	1.9507	3.0071	3.0071	1.9207	2.2803	1.5207	1.7795
	0.2390	1.7069		2.3879	1.6471	2.0583	1.4482	1.7824
	0.1160	1.7069		1.6636	1.2944	1.7050	1.3414	1.6826
0.1585	0.3100	2.2860	3.3012	3.3012	2.1804	2.6523	1.8070	2.1477
	0.2280	2.2250		2.8311	1.9682	2.4704	1.7491	2.1324
	0.1700	2.2250		2.4446	1.7847	2.2948	1.6955	2.0917
0.2085	0.1140	2.1946	2.0019	2.0019	1.5621	2.0596	1.6252	2.0135
	0.2820	2.3470		3.6115	2.4233	2.9785	2.0520	2.4411
	0.2280	2.3774		3.2474	2.2576	2.8336	2.0063	2.4246
0.2631	0.1770	2.4079	2.8512	2.8512	2.0748	2.6598	1.9332	2.3659
	0.1110	2.4689		2.2658	1.7760	2.3448	1.8589	2.2828
	0.3500	2.6518		4.5197	2.9254	3.0080	2.1685	2.7157
0.3150	0.2900	2.5298	4.1141	4.1141	2.7477	3.3671	2.3119	2.7227
	0.2320	2.6822		3.6798	2.6507	3.1965	2.2579	2.7056
	0.1760	2.6822		3.2050	2.3263	2.9835	2.1927	2.6591
	0.1160	2.6518		2.6020	2.0245	2.6667	2.0980	2.5574
	0.2810	2.8042		4.4306	2.9746	3.6575	2.5209	2.9606
0.3150	0.2500	2.5908	4.1791	4.1791	2.8610	3.5598	2.4699	2.9520
	0.2390	2.6213		4.0861	2.8184	3.5221	2.4780	2.9469
	0.1770	2.7737		3.5164	2.5499	3.2688	2.4004	2.8937
	0.1340	2.7737		3.0596	2.2240	3.0361	2.3306	2.8234

PROBLEMA 4.3

Por una tubería escurre agua con arena cuyos diámetros pasan por la malla 60 y son retenidos en la malla 100. Los datos obtenidos para la pérdida de carga se muestran en la tabla siguiente

Diámetro de la tubería (in)	Concentración (volumen %)	Pérdida de carga (m/m)	Velocidad Calculada (m/s)
2.056	36.7	2.7685	1.4630
	23.7	1.8753	1.3716
	12.2	1.6479	1.1887
4.235	37.9	1.5218	1.9507
	23.9	1.1024	1.9507
	11.6	1.0123	1.7069
6.240	31.0	1.0489	2.2860
	22.8	0.9445	2.2860
	17.0	0.9083	2.2550
	11.4	0.8665	2.2550
8.210	28.2	0.7207	2.3470
	22.8	0.7212	2.3774
	17.7	0.6810	2.4079
	11.1	0.7028	2.4689
10.360	35.0	0.7387	2.6518
	29.0	0.6278	2.5298
	23.2	0.6582	2.6822
	17.6	0.6559	2.6822
	11.6	0.6314	2.6518
12.400	28.1	0.5656	2.8042
	25.0	0.4891	2.5908
	23.9	0.4846	2.6213
	17.7	0.5184	2.7737
	13.4	0.5113	2.7737

La gravedad específica de la arena es 2.658 y las partículas de arena se consideran esféricas. Determinar las pérdidas de carga con los criterios propuestos en el punto 2.3

SOLUCION

Cálculo de la velocidad de caída

Se propone un R_e .

$$R_e = 3.8340$$

de la *Fig* 4.4 se obtiene el C_D correspondiente

$$C_D = 8.6041$$

este valor se sustituye en la *ec* 4.15

$$\omega = \left[\frac{4}{3} \frac{9.81 (2.658 - 1) 1.8 \times 10^{-4}}{8.6041} \right]^{1/2} = 0.0213 \text{ m/s}$$

el resultado se sustituye en la *ec* 4.16

$$R_e = \frac{(0.0213)(1.8 \times 10^{-4})}{10^{-6}} = 3.8340$$

y puesto que este valor resulta igual al propuesto de R_e , los valores de $C_D = 8.6041$ y $\omega = 0.0213 \text{ m/s}$ son los correctos

Método de Durand y Kondelios

De la *ec* 2.13a se tiene que

$$i_m = 0.0005 \left\{ 1 + (176)(0.367) \left[\frac{[(9.81)(0.0522)]^{1/2}}{(0.1079)} \right]^3 \right. \\ \left. \left[\frac{1}{(8.6041)^{1/2}} \right]^{1.5} \right\} = 1.7062 \text{ m/m}$$

Método de Venotier

De la *ec* 2.13e se tiene que

$$i_m = 0.0005 \left\{ 1 + (81)(0.367) \left[\frac{(9.81)(0.0522)(2.658-1)}{(0.1079)^2 (8.6041)^{1/2}} \right]^{1.5} \right\}$$

$$i_m = 0.6056 \text{ m/m}$$

Método de Bennington

De la ec 2.15 se tiene que

$$t_m = 0.0005 \left\{ 1 + (0.367)(150) \left[\frac{(0.1079)^2}{(9.81)(0.0522)(2.658-1)} \right] \right. \\ \left. \sqrt{8.6041} \right\}^{-3/2} = 3.1042 \text{ m/m}$$

Método de Newill et al

De la ec 2.19 se tiene que

$$t_m = 0.0005 \left\{ 1 + (1100)(0.367)(2.658 - 1) \left[\frac{(0.0213)(9.81)(0.0522)}{(0.1079)^3} \right] \right\} \\ t_m = 2.6700 \text{ m/m}$$

Método de Kriepel et al

Se calcula el f_k con la ec 2.21c

$$f_k = 0.0282(0.367)(2.658-1) \left[\frac{(0.0213)^3}{(9.81)(1 \times 10^{-6})} \right]^{1/3} \\ \left[\frac{(9.81)(0.0522)}{(0.1079)^2} \right]^{4/3} = 26.5242$$

sustituyendo este valor en la ec 2.21b se determina la t_s

$$t_s = (26.5242) \left[\frac{1}{0.0522} \right] \left[\frac{0.1079}{2(9.81)} \right] = 2.7932 \text{ m/m}$$

De la ec 2.21a se tiene que

$$t_m = 0.0005 + 2.7932 = 2.7937 \text{ m/m}$$

Método de Randi y Gervasio

De la ec 2.22 se tiene que

$$t_m = 0.0005 \left\{ 1 + 280(0.367) \left[\frac{(0.1079)^2 (8.6041)^{1/2}}{(9.81)(0.0522)(2.658-1)} \right]^{-1.03} \right\}$$

$$t_m = 3.3340 \text{ m/m}$$

Método de Charles

De la ec 2.23 se tiene que

$$t_m = 0.0005 \left\{ 1 + (120)(0.367) \left[\frac{(0.1079)^2 (8.6041)^{1/2}}{(9.81)(0.0522)(2.658-1)} \right]^{-1.5} + (2.658 - 1)(0.367) \right\} = 0.5528 \text{ m/m}$$

Los valores de t_m para los diferentes flujos calculados con los diversos métodos se presentan en la tabla 4.3

TABLA 4.3 COMPARACION DE LOS VALORES CALCULADOS CON LOS MEDIDOS DE LA PERDIDA DE CARGA

OBSERVADA		OBSERVADA		DURAND CONDOLIOS	WORSTER	BONNINGTON	NEWITT ET AL	KRIEGLER ET AL	ZANDI GOVATOS	CHARLES
D (m)	C (vol)	V (m/s)	i_m (m/m)	i_m (m/m)	i_m (m/m)	i_m (m/m)	i_m (m/m)	i_m (m/m)	i_m (m/m)	i_m (m/m)
0.0522	0.3670	0.1079	2.7685	1.7062	0.6056	3.1042	2.6700	2.7937	3.3340	0.5528
	0.2370	0.0887	1.8753	1.3403	0.3216	2.4385	2.0975	2.5009	1.3331	0.2255
	0.1220	0.0832	1.6479	0.7356	0.1554	1.3381	1.1510	1.4320	0.2147	0.0459
0.1076	0.3790	0.1149	1.5218	1.8994	0.3712	3.4558	2.0711	3.3048	5.1047	0.6453
	0.2390	0.0978	1.1024	1.4067	0.1993	2.5594	1.5339	2.7246	1.7831	0.2394
	0.1160	0.0936	1.0123	0.7139	0.0926	1.2989	0.7785	1.4245	0.2331	0.0412
0.1585	0.3100	0.1158	1.0489	1.6662	0.2245	3.0316	1.4968	3.0356	3.6652	0.4188
	0.2280	0.1097	0.9445	1.2936	0.1555	2.3536	1.1621	2.4431	1.6026	0.2051
	0.1700	0.1076	0.9083	0.9827	0.1144	1.7897	0.8837	1.8823	0.7034	0.1005
	0.1140	0.1052	0.8665	0.6750	0.0750	1.2280	0.6063	1.3114	0.2277	0.0379
0.2085	0.2820	0.1100	0.7207	1.7016	0.1573	3.0961	1.3327	3.2953	3.6668	0.3710
	0.2280	0.1085	0.7012	1.3951	0.1254	2.5384	1.0926	2.7274	1.9637	0.2212
	0.1770	0.1070	0.6810	1.0985	0.0960	1.9987	0.8603	2.1678	0.9601	0.1192
	0.1110	0.1085	0.7028	0.6792	0.0611	1.2358	0.5320	1.3278	0.2384	0.0367
0.2631	0.3500	0.1250	0.7387	1.9707	0.1862	3.5656	1.3739	3.5754	6.2085	0.5941
	0.2900	0.1152	0.6478	1.7711	0.1422	3.2224	1.2346	3.3922	4.1623	0.4027
	0.2320	0.1180	0.6562	1.3839	0.1165	2.5180	0.9649	2.6094	2.0723	0.2252
	0.1760	0.1180	0.6559	1.0499	0.0884	1.9102	0.7320	1.9795	0.9223	0.1129
0.3150	0.1160	0.1155	0.6314	0.7066	0.0571	1.2856	0.4926	1.3509	0.2827	0.0407
	0.2810	0.1198	0.5656	1.7697	0.1284	3.2199	1.1278	3.2707	4.0889	0.3838
	0.2500	0.1113	0.4891	1.6952	0.1061	3.0844	1.0803	3.2913	3.3310	0.3085
	0.2390	0.1109	0.4846	1.6251	0.1011	2.9568	1.0356	3.1609	2.9345	0.2764
0.1770	0.1146	0.5184	1.1651	1.1651	0.0774	2.1199	0.7425	2.2178	1.1460	0.1264
	0.1340	0.1140	0.5113	0.8868	0.0583	1.6135	0.5651	1.6940	0.5121	0.0634

PROBLEMA 4.4

Una mezcla de agua y partículas de caliza, con concentración de sólidos de 60 %, expresada en peso, viscosidad plástica de 6.9 centipoise, requiere de un esfuerzo de 38 dinas/cm² para que empiece a fluir. Si la gravedad específica de los sólidos es de 2.7, calcular el valor del número de Hedstrom y la velocidad crítica de transición para tuberías cuyos diámetros son de 2 cm, 20 cm y 40 cm.

DATOS

Concentración de sólidos en peso: $C_v = 60 \%$

Viscosidad plástica: $n = 6.9 \text{ cp} = 0.069 \text{ p} = 7.038 \times 10^{-4} \text{ kgf s/m}^2$

Esfuerzo de fluencia: $\tau_v = 38 \text{ dinas/cm}^2 = 0.3876 \text{ kgf/cm}^2$

Gravedad específica de los sólidos: $S_s = 2.7$

Densidad del agua: $\rho_a = 101.9368 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Peso específico del agua a 4 °C: $\gamma = 1000 \text{ kgf/m}^3$

Aceleración de la gravedad: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Diámetros de las tuberías: $D_1 = 0.02 \text{ m}$, $D_2 = 0.20 \text{ m}$ y $D_3 = 0.40 \text{ m}$

SOLUCION

Calculos preliminares

$$S_s = \frac{\rho_s}{\rho_a} \quad \rho_s = S_s \rho_a = (2.7)(101.9368) = 275.2294 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$$

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_v}{\rho_s} + \frac{100 - C_v}{\rho_a}} = \frac{100}{\frac{60}{275.2294} + \frac{100 - 60}{101.9368}}$$

$$\rho_m = 163.8270 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$$

A) Método de Baskin-Baldwell

De la ec 3.2 se tiene que

$$V_{r\min} = \frac{(1000)(7.038 \times 10^{-4}) + 1000 \sqrt{(7.038 \times 10^{-4})^2 + (0.02)^2} (0.3876) \left[\frac{163.827}{3000} \right]}{(0.02)(163.827)}$$

$$V_{r\min} = 1.1285 \text{ m/s}$$

De la ec 3.3 se tiene que

$$V_{r\max} = \frac{(1500)(7.038 \times 10^{-4}) + 1500 \sqrt{(7.038 \times 10^{-4})^2 + (0.02)^2} (0.3876) \left[\frac{163.827}{4500} \right]}{(0.02)(163.827)}$$

$$V_{r\max} = 1.4566 \text{ m/s}$$

B) Método de Rankine Pratt

De la ec 3.4a se tiene que

$$H_o = \frac{(3.9760 \times 10^{-1})(163.8270)(0.02)^2}{(7.038 \times 10^{-4})^2} = 5.1278 \times 10^4$$

De la Eq 3.5 se obtiene el R_{ec}

$$R_{ec} = 6.3 \times 10^3$$

De la ec 3.5 se tiene que

$$V_r = \frac{(7.0380 \times 10^{-4})(6.3 \times 10^3)}{(0.02)(163.8270)} = 1.3532 \text{ m/s}$$

C) Método de Shields

De la ec 3.9 se tiene que

$$V_r = \sqrt{\frac{(6.3 \times 10^3)(3.9760 \times 10^{-1})}{(6)(163.8270)}} = 1.5761 \text{ m/s}$$

El mismo procedimiento se siguió para los otros dos diámetros, los resultados se muestran en la tabla siguiente

D (m)	Sabbitt-Saldwell		Kanko-Pratt			Thomas
	V_{Tmin} (m/s)	V_{Tmax} (m/s)	H_{\bullet}	R_{ec}	V_T (m/s)	V_T (m/s)
0.02	1.1285	1.4566	5.1278×10^4	6.3×10^3	1.3532	1.5761
0.20	0.9098	1.1203	5.1278×10^7	2.7×10^4	0.5809	3.2629
0.40	0.8989	1.1039	2.0511×10^7	4.6×10^4	0.4949	4.2589

PROBLEMA 4.5

Para una mezcla de arcilla y agua, con una concentración de sólidos del 48 %, expresada en peso, se obtuvieron de pruebas de laboratorio los siguientes datos para un fluido de Bingham.

Viscosidad plástica: $\eta = 8.7 \text{ cp}$

Esfuerzo de fluencia: $\tau_y = 0.86 \text{ lbf/ft}^2$

Calcular la velocidad crítica de transición para esta mezcla en una tubería que tiene un diámetro de 12 pulgadas (305 mm) y la gravedad específica de los sólidos es de 2.7.

DATOS

Concentración de sólidos en peso: $C_v = 48 \%$

Diámetro de la tubería: $D = 12 \text{ in} = 0.3048 \text{ m}$

Gravedad específica de los sólidos: $S_s = 2.7$

Peso específico del agua a 4°C : $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$

Aceleración de la gravedad: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Densidad del agua a 4°C : $\rho_w = 101.9368 \text{ kg/s}^2\text{m}^4$

Viscosidad plástica: $\eta = 8.7 \text{ cp} = 8.8740 \times 10^{-4} \text{ kg/s/m}^2$

Esfuerzo de fluencia: $\tau_y = 0.86 \text{ lbf/ft}^2 = 4.1974 \text{ kg/m}^2$

SOLUCION

Calculos preliminares

$$S_s = \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad \rho_s = S_s \rho_w = (2.7)(101.9368) = 275.2294 \text{ kg/s}^2\text{m}^4$$

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_v}{\rho_s} + \frac{100 - C_v}{\rho_w}} = \frac{100}{\frac{48}{275.2294} + \frac{100 - 48}{101.9368}}$$

$$\rho_m = 146.0878 \text{ kg/s}^2\text{m}^4$$

A) Método de Sutter-Baldwell

De la ec 3.2 se tiene que

$$V_{T\min} = \frac{(1000)(8.874 \times 10^{-4}) + 1000 \sqrt{(8.874 \times 10^{-4})^2 + (0.3048)^2} (4.1974)}{(0.3048)(146.0878)} \left[\frac{146.0878}{3000} \right]$$

$$V_{T\min} = 3.1147 \text{ m/s}$$

De la ec 3.3 se tiene que

$$V_{T\max} = \frac{(1500)(8.874 \times 10^{-4}) + 1500 \sqrt{(8.874 \times 10^{-4})^2 + (0.3048)^2} (4.1974)}{(0.3048)(146.0878)} \left[\frac{146.0878}{4500} \right]$$

$$V_{T\max} = 3.8203 \text{ m/s}$$

B) Método de Rankine-Pratt

De la ec 3.4a se tiene que

$$R_{ec} = \frac{(4.1974)(146.0878)(0.3048)^2}{(8.874 \times 10^{-4})^2} = 7.2342 \times 10^7$$

De la Eq 3.5 se obtiene el R_{ec}

$$R_{ec} = 3.15 \times 10^4$$

De la ec 3.5 se tiene que

$$V_T = \frac{(8.874 \times 10^{-4})(3.15 \times 10^4)}{(0.3048)(146.0878)} = 0.6278 \text{ m/s}$$

C) Método de Thomas

De la ec 3.9 se tiene que

$$V_T = \sqrt{\frac{(3.15 \times 10^4)(4.1974)}{(0.3048)(146.0878)}} = 12.2819 \text{ m/s}$$

D (m)	Sabbitt-Baldwell		Kunze-Pratt			Thomas
	V_{Tmin} (m/s)	V_{Tmax} (m/s)	H_c	R_{oc}	V_T (m/s)	V_T (m/s)
0.3048	3.1147	3.3293	7.2342×10^7	3.15×10^4	0.6278	12.2819

PROBLEMA 4.6

Usando los datos dados en el problema 4.5, determinar las pérdidas por fricción en un flujo laminar en una tubería de 0.125 in (3.2 mm) de diámetro usando el modelo plástico de Bingham.

DATOS

Concentración de sólidos en peso: $C_v = 48 \%$

Diámetro de la tubería: $D = 0.125 \text{ in} = 0.0032 \text{ m}$

Gravedad específica de los sólidos: $S_b = 2.7$

Peso específico del agua a 4°C : $\gamma_w = 1000 \text{ kgf/m}^3$

Aceleración de la gravedad: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Densidad del agua a 4°C : $\rho_w = 101.9368 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Viscosidad plástica: $\eta = 8.7 \text{ cP} = 8.8740 \times 10^{-4} \text{ kgf s/m}^2$

Esfuerzo de fluencia: $\tau_y = 0.86 \text{ lbf/ft}^2 = 4.1974 \text{ kgf/m}^2$

Densidad de los sólidos: $\rho_b = 275.2294 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Densidad de la mezcla: $\rho_m = 146.0878 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Velocidades de la mezcla: $V_1 = 12.5 \text{ ft/s} = 3.8100 \text{ m/s}$

$V_2 = 5.0 \text{ ft/s} = 1.5240 \text{ m/s}$

$V_3 = 1.25 \text{ ft/s} = 0.3810 \text{ m/s}$

SOLUCION

Método de Kanas-Pratt

De la ec 3.4a se tiene que

$$H_o = \frac{(4.1974)(146.0878)(0.0032)^2}{(8.874 \times 10^{-4})^2} = 7.9737 \times 10^3$$

De la ec 3.5 se tiene que

$$R_{ec} = \frac{(0.0032)(3.8100)(146.0878)}{8.8740 \times 10^{-4}} = 2.0071 \times 10^3$$

Del abaco de Moody (Fig 8.3 Cole 1974) se obtiene el factor de fricción, f

$$f = 0.0520$$

sustituyendo este valor en la expresión siguiente se obtienen las pérdidas por fricción

$$h_f = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4.17)$$

$$h_f = \frac{0.0520}{0.3048} \frac{(3.81)^2}{2(9.81)} = 0.1262$$

El mismo procedimiento se siguió para las otras dos velocidades, los resultados se muestran en la tabla siguiente

V (m/s)	R_{ec}	f	h_f
3.8100	2.0071×10^{-3}	0.052	0.1262
1.5420	8.0284×10^{-2}	0.200	0.0795
0.3810	2.0071×10^{-2}	1.920	0.0466

PROBLEMA 4.7

Para una mezcla de partículas de caliza en agua que escurre en una tubería de 6 in (152 mm) de diámetro interior con una concentración de sólidos del 65 %, en peso, determinar las pérdidas por fricción.

DATOS

Concentración de sólidos en peso: $C_v = 65\%$

Diámetro de la tubería: $D = 6 \text{ in} = 0.1524 \text{ m}$

Gravedad específica de los sólidos: $S_s = 2.7$

Peso específico del agua a 4°C : $\gamma_v = 1000 \text{ kgf/m}^3$

Aceleración de la gravedad: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Densidad del agua a 4°C : $\rho_v = 101.9368 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Viscosidad plástica: $\eta = 22 \text{ cp} = 0.0022 \text{ kgf s/m}^2$

Esfuerzo cortante: $\tau_0 = 53 \text{ dinas/cm}^2 = 0.5406 \text{ kgf/m}^2$

Densidad de los sólidos: $\rho_s = 275.2294 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Velocidad del flujo: $V = 4 \text{ ft/s} = 1.2192 \text{ m/s}$

SOLUCION

Cálculos preliminares

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_v}{\rho_s} + \frac{100 - C_v}{\rho_v}} = \frac{100}{\frac{65}{275.2294} + \frac{100 - 65}{101.9368}}$$

$$\rho_m = 172.5576 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$$

De la ec 3.4a se tiene que

$$H_s = \frac{(0.5406)(172.5576)(0.1524)^2}{(0.0022)^2} = 4.3026 \times 10^5$$

De la ec 3.5 se tiene que

$$S_{sc} = \frac{(1.2192)(0.1524)(172.5576)}{0.0022} = 1.4288 \times 10^4$$

De la *fig 3.5* se obtiene el R_{ec}

$$R_{ec} = 11700$$

y como $R_{ec} < R_c$ el flujo es turbulento.

Del abaco de *Moody (fig 8.3 Petelo 1974)* se obtiene el factor de fricción, f

$$f = 0.0280$$

sustituyendo este valor en la *ec 4.17* se obtienen las pérdidas por fricción

$$h_f = \frac{0.0280}{0.1524} \frac{(1.2192)^2}{2(9.81)} = 0.0139$$

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

PROBLEMA 4.8

Repetir el problema 4.7 suponiendo que las propiedades reológicas de la suspensión son las siguientes

DATOS

Concentración de sólidos en peso: $C_v = 65\%$

Diámetro de la tubería: $D = 6 \text{ in} = 0.1524 \text{ m}$

Gravedad específica de los sólidos: $S_s = 2.7$

Peso específico del agua a 4°C : $\gamma_v = 1000 \text{ kgf/m}^3$

Aceleración de la gravedad: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Densidad del agua a 4°C : $\rho_v = 101.9368 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Viscosidad plástica: $\eta = 63 \text{ cp} = 0.0064 \text{ kgf s/m}^2$

Esfuerzo cortante: $\tau_0 = 50 \text{ dinas/cm}^2 = 0.5100 \text{ kgf/m}^2$

Densidad de los sólidos: $\rho_s = 275.2294 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

Velocidad del flujo: $V = 4 \text{ ft/s} = 1.2192 \text{ m/s}$

Densidad de la mezcla: $\rho_m = 172.5576 \text{ kgf s}^2/\text{m}^4$

SOLUCIÓN

De la ec 3.4a se tiene que

$$H_s = \frac{(0.5100)(172.5576)(0.1524)^2}{(0.0064)^2} = 4.9499 \times 10^4$$

De la ec 3.5 se tiene que

$$R_{sc} = \frac{(1.2192)(0.1524)(172.5576)}{0.0064} = 4.9895 \times 10^3$$

De la Ap 3.5 se obtiene el R_{sc}

$$R_{sc} = 5490$$

y como $R_{sc} < R_{sc}$ el flujo es laminar.

Del apado de *Veedy* (Ap 8.3 *Metelo* 1974) se obtiene el factor de

fricción, f

$$f = 0.0340$$

sustituyendo este valor en la ec 4.17 se obtienen las pérdidas por fricción

$$h_f = \frac{0.0340}{0.1524} \frac{(1.2192)^2}{2(9.81)} = 0.0169$$

5. CONCLUSIONES

De acuerdo con lo mencionado en el inciso 2.4.1 se puede destacar lo siguiente

- El criterio propuesto por *Robinson y Graf* aparentemente es el mejor, pero hay que tomar en cuenta que la ϵ de 2.9 fue obtenida para los datos medidos por ellos y por tanto como lo señalan *Yicko* (1968) y *Freek* (1969) cualquier método es bueno cuando se aplica a condiciones semejantes para las cuales fue deducido.
- Si se utiliza el criterio propuesto por *Durand* se pueden llegar a obtener valores de V_D demasiado conservadores.
- Es recomendable utilizar el criterio de *Sanderos y Charus*, del cual su posible desventaja consiste en que no se puede aplicar a diámetros de partículas menores de 0.44 mm.
- Como se puede ver en las *figs* 2.8a y 2.8b no existe un criterio único para las condiciones que se están estudiando.
- Como regla de uso práctico la velocidad del flujo se recomienda que sea un 10 % mayor que V_D , además el diámetro D es un factor importante en el cálculo de V_D , ya que al aumentar D también lo hace la velocidad crítica de depósito.

Por otra parte y siguiendo con el análisis de V_D del ejemplo 4.2 se puede concluir lo siguiente

- En la *tabla* 4.2 se observa que con ninguno de los criterios se obtienen resultados similares a los observados. Sin embargo, se puede decir que en algunos casos cuando las concentraciones son bajas hay valores que coinciden con los observados, por ejemplo, para $D = 0.0522$ m y $C_V = 0.1220$, la V_D observada es igual a la calculada por el método de *Sandi y Sanderos*; y para $D = 0.1076$ m y $C_V = 0.1160$, la V_D observada es muy parecida con la calculada por el método de *Charus*.

Esto confirma lo mencionado anteriormente con respecto a definir cual es el mejor método de cálculo de V_D .

De acuerdo con lo mencionado en el inciso 2.4.2 relacionado con la pérdida de carga y apoyándose en las *Figs 2.9a* y *2.9b* se puede destacar lo siguiente

- No hay un criterio que permita definir la pérdida de carga, en una tubería horizontal que transporte sólidos con agua, con bastante precisión y más bien para cada caso hay que hacer estudios en el laboratorio.

- El criterio de *Newitt et al* parece ser el que mejor se ajusta a los datos experimentales, pero hay que recordar que las condiciones en que fue obtenida la *ec 2.19* son semejantes a las utilizadas por *Sabocá*.

- En general todos los métodos propuestos en el inciso 2.3 dan valores menores a los medidos por lo que su aplicación hay que hacerla con demasiado cuidado y ver si las condiciones para las que fueron deducidas son parecidas a las del problema que se está estudiando.

Del ejemplo 4.3 puede decirse que

- De acuerdo con los resultados de la *gráfica 4.3*, el método de *Newitt et al* es el que, en la mayor parte de los casos, da valores semejantes. Luego le sigue el de *Macfie*, por tanto puede decirse que, hay que usar con reserva los métodos descritos en el inciso 2.4.2. Sin embargo, hay que destacar que el método de *Newitt et al*, de acuerdo con lo mencionado en párrafos anteriores, es el más recomendable.

De acuerdo con lo mencionado en el inciso 3.4.1 acerca de la velocidad crítica de transición y con ayuda de la *Fig 3.6* se destaca lo siguiente

- Para una mezcla que presenta comportamiento de fluido de *Singham*, la *Fig 3.5* se puede emplear en el cálculo de la velocidad crítica de transición, sin embargo el valor de esta velocidad es función del

cuidado con se hagan las mediciones de las propiedades físicas de la mezcla (τ_y , η y ρ). Por otra parte, independientemente de cual sea el criterio que se use para determinar V_T , siempre será necesario medir las propiedades físicas de la mezcla en el laboratorio ya que sin su previo conocimiento no es posible aplicar ninguno de los criterios mencionados en este trabajo, además de que se deben probar diferentes diámetros de tubería y concentraciones de sólidos.

- Otra característica que también parece influir en el cálculo de V_T es el valor del número de Reynolds al cual se presenta el cambio entre flujo laminar y turbulento, ya que de los resultados mostrados en la Fig. 3.6 aparentemente se puede decir que por lo menos debe ser mayor de 3000 para tener una mejor aproximación en el cálculo de la velocidad.

- La velocidad de diseño se recomienda escogerla un poco mayor a la crítica de transición ya que con ello aparte de que se evita que las partículas se depositen en el fondo de la tubería, se estará tomando en cuenta las posibles variaciones en las propiedades de la mezcla producidas ya sea por los cambios de temperatura del líquido o por la naturaleza de las partículas, un ejemplo de esto último son las arcillas.

De acuerdo con lo mencionado en el inciso 3.4.2 de la pérdida de carga para fluidos no-newtonianos y de lo que se observa en la Fig. 3.7 se puede destacar que

- Para una mezcla que presenta un comportamiento de fluido del tipo de *Bingham* para el escurrimiento laminar la pérdida de carga se puede calcular con la ec. 3.13a con bastante confiabilidad.

- En cambio para el turbulento se recomienda obtener dicha pérdida como si se tuviera agua sola, lo cual es contrario a lo que se proponen algunos investigadores acerca de usar la ρ y η de la mezcla en lugar de la ρ y la μ del líquido en el cálculo del número de Reynolds, ya que si se usa el diagrama de *Moody* para obtener el valor de f , calculando este número con las propiedades de la mezcla se llega

a sobrestimar el valor de la pérdida. Lo anterior concuerda con lo mencionado por Zandi (1971) acerca de que no existe una técnica universal que permita modelar la pérdida por fricción producida por un fluido no-newtoniano, aunque de acuerdo con los resultados obtenidos en este trabajo si es válido lo mencionado por Meignen (1961) y Sanchez y Chacón (1963) acerca de utilizar el factor de fricción calculado para un fluido newtoniano.

- Con respecto a la velocidad de transición se puede decir que hay que usar un Re_c mayor de 2100 para hacer la separación entre flujo laminar y turbulento y tener un valor más real de ella, ya que ello es importante para estimar la pérdida de carga, esto último es aplicable para las mezclas estudiadas debido a que no se cumple que la « 3.9 de resultados semejantes a los medidos.

- Por último, es importante determinar en pruebas de laboratorio los valores de ρ y τ_v aunque lo más conveniente sería hacer mediciones experimentales de la velocidad y la pérdida de carga para tener un mejor conocimiento del comportamiento de la mezcla.

6. REFERENCIAS

- Aude, T. et al. "Slurry Piping Systems: Trends, Design Methods, Guidelines". Chemical Engineering, vol 78, June 28, 1971, pp 79-90
- Babcock, H., "The State of the Art of Transporting Solids in Pipelines". Chem. Eng. Rev., vol 48, 1964
- Babcock, H.A. "Heterogeneous Flow of Heterogeneous Solids". Int. Symposium on solid-liquid flow in pipes, University of Pennsylvania, March 1968
- Babcock, H., "Heterogeneous Flow of Heterogeneous Solids", in Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application, ed I Candi, Pergamon Press, 1971
- Babitt, H. E., et al. "Laminar Flow of Sludges in Pipes with Special Reference to Sewage Sludge", Bulletin V, No. XXXVII/12, University of Illinois, nov 1939
- Bain, A. G. and Bonnington, "The Hydraulic Transport of Solids by Pipeline". Pergamon Press, New York, 1970
- Blatch, N.S., ASCE Trans., vol 57, 1904 (discussion)
- Behn, V. C., "Flow Equations for Sewage Sludges", Journal Water Pollution Control Federal, July 1960
- Behn, V., "Derivation of Flow Equations for Sewage Sludges", Proceedings ASCE, vol 86, No. 986, 1960
- Bingham, E. C., "Fluidity and Plasticity" McGraw Hill, New York, 1922
- Bird, R. B., et al. "Transport Phenomena". John Wiley, New York, 1960
- Bonnington, S., "Experiments on the Hydraulic Transport of Mixed-Sized Solids". British Hydrom Res Assoc, RR637, 1959
- Carters, M., ASCE Proc., Hydraulics Div., vol 95 (HY1), 1969
- Charles, M.E., 1st Int. Conf., BHRA Fluid Engng., 1970
- Charles, M. E., "Transport of Solids by Pipeline". 1st Int. Conf. on Hyd. Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng, Cranfield, U. K., Paper A3, Coventry, England, sept 1970
- Clegg, D. B., et al. "Boundary Layers in Bingham Plastics". Rheologica Acta, Bd, 5/2., 1966
- Condolios, E. and Chapus, E. E., "Designing Solids-Handling Pipelines". three articles in Chemical Engineering, vol 70, June 24, July 8 and July 21, 1963
- Condolios, E. and Chapus, E., "Transporting Solid Materials in Pipelines". Chem. Eng. June-July 1963

Daily, J. W. and Harleman, D., "Fluid Dynamic", Addison-Wesley Publishing Co., USA, 1966

Durand, R. and Condolios, E., "Experimental Investigation on the Transport of Solids in Pipes", Le Journels d'Hydraulique, Societe Hydrotechnique de France, june 1952

Durand, R., "Basic Relationships of Transportation of Solids in Pipes-Experimental Research", Proceedings IAHR, 5th Congress, vol 5, Minnesota 1953

Durand, R. and Condolios, E., "Données Techniques sur le Refoulement Hydraulique des Matériaux Solides en Conduite", Rev. l'industrie Minérale, Special number 1F, june 1956

Ellis, H. et al., "Slurries: Basic Principles and Power Requirements", Ind. Eng. Chem., vol 55, No. 8, aug 1963

Ellis, H. and Round, G., "Laboratory Studies on the Flow of Nickel-Water Suspensions", Canadian Mining and Metallurgical Bulletin No. 56, oct 1963

Faddick, R. and Babcock, H., ASCE Proc., Hydraulics Div., vol 97 (HYS), 1971

Fredrickson, A. G., "Principles and Applications of Rheology", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964

Fuhrbater, A., "Ueber die Forderung von Sand-Wasser-Gemischen in Rohrleitungen", Mitt. Franzius-Inst., Techn. Hochschule Hannover, Heft 19, 1961

Garde, R. and Ranga Raju, K., "Mechanics of Sediment Transportation and Alluvial Stream Problems (second edition)", Halsted Press Book, jul 1985

Gibert, G. F., Anals des Pontes et Chaussées, vol 130, No. 12, 1960

Govier, G. W. and Aziz, K., "The Flow of Complex Mixtures in Pipes", Van Nostrand Reinhold Co., London 1972

Govier, G. W. and Charles, M. E., "The Hydraulics of the Pipeline Flow of Solid-Liquid Mixtures", Engineering Journal, vol 44, No. 8, 1961

Graf, H. and Acaroglu, E., "Homogeneous Suspensions in Circular Conduits", Journal of Pipeline Division, vol 93, No. PL2, 1967

Graf, W. H. and Acaroglu, E. R., Bull. Int. Assoc. Scientific Hydrology, 13, 1968

Graf, W. H., et al. 1st Int. Conf., BHRA Fluid Engng, 1970

Graf, W. H., "Hydraulic of sediment Transport", McGraw Hill Book Co., New York, 1971

Hanks, R. W., "A Generalized Criterion for Laminar-turbulent

Transition in the Flow of Fluids", Union-Carbide Co., nov 1962

Hanks, R. and Pratt, D., "On the Flow of Bingham Plastic Slurries in Pipes and Between Parallel Plates", Society of Petroleum Engineers Jr., dec 1967

Hayden, J. and Stelson, T., "Hydraulic Conveyance of Solids in Pipes", in Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application, ed I Zandi, Pergamon Press, 1971

Hedstrom, B. O. A., "Flow of Plastic Materials in Pipes", Industrial and Engineering Chemistry, vol 44, London, 1952

Hedstrom, B., "Flow of Plastic Materials in Pipes", Industrial and Engineering, vol 1, Academic Press, New York 1956

Howard, G. W., ASCE, vol 104, 1939

Hughmark, G. A., Ind. Eng. Chem., vol 53, 1961

Koch, L., "Solids in Pipes", International Science and Technology, No. 26, feb 1962

Kriegel, E. et al. "Hydraulischer Transport Korniger Feststoffe Durch Waagerechte Rohrleitungen", VDI-Forschungsh, No. 515, 1966

Lazarus, J. and Neilson, I., "A Generalized Correlation for Friction Head Losses of Settling Mixtures in Horizontal Smooth Pipelines", Paper B1, Hydrotransport 5, Hannover, 1978

McElvain, R. E. and Cave, I., "Transportation of Tailings", World Mining Tailings Symposium, 1972

Metzner, A., "Non-newtonian Technology", Advances in Chemical Engineering, vol 1, Academic Press, New York 1956

Metzner, A., "Flow of Non-newtonian Fluids", Handbook of Fluid Dynamics (Streeter, V. editor), McGraw-Hill, New York 1961

Mih, W.C., ASCE Proc., Transportation Engng., vol 105, (TE4), 1979

Newitt, D.M. et al. Trans. Inst. Chem. Engrs., vol 33, 1955

Newitt, D.M. et al. Inst. Engrs. Chem. Proc., 1962

Newitt, D. et al. "Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes", Trans. Inst. Chem. Engrs., vol 33, No. 2, 1965

O'Brien, M.P., Trans. Amer. Geophysical Union, vol 14, 1933

Oroskar, A. R. and Turian, R. M., AIChE Journal, vol 26, 1980

Raudhvi, A. J., "Loose Boundary Hydraulics (2nd edition)", Pergamon Press, New York, 1976

Robinson, M. and Graf, W. H., ASCE Proc., Hydraulics Div., vol 98,

(HY7), 1972

Shook, C. A., Can. Journal Chem. Eng., vol 47, 1969

Sinclair, C. G., Symp. Interaction Between Fluids and Particles, 1962

Smith, R., "Experiments on the Flow of Sand-Water Slurries in Horizontal Pipes", Trans. Inst. Chem. Engrs., vol 33, No. 2, 1965

Sotelo, G., "Hidraulica General: Fundamentos (vol I)", Limusa, S. A., México, 1974

Thomas, D. F., "Transport Characteristics of Suspensions: Part IV", AIChE Journal, vol 8, No. 2, may 1962

Thomas, D. F., "Non-newtonian Suspensions (Part I)", Industrial and Engineering Chemistry, vol 55, nov 1963

Toda, M. et al, "Hydraulic Conveying of Solids Through Horizontal and Vertical Pipes", Chem. Eng. Japan, vol 33, No. 1, 1969

Turian, R. and Yuan, T., "Flow of Slurries in Pipelines", Journal AIChE, vol3, No.3, may 1977

Vanoni, V. A. (editor), "Sedimentation Engineering", ASCE, 1975

Wasp, E. J., et al, "Deposition Velocities, Transition Velocities and Spatial Distribution of Solids in Slurry Pipelines", 1st int. Conf. on Hyd. Transportation of Solids in Pipes, BHRH Fluid Engng, Cranfield U. K., Paper H4, sept 1970

Wasp, E. J., et al, "Solid-Liquid Flow Slurry Pipeline Transportation", Trans. Tech. Publications, Germany, 1977

Wicks, M., "Transportation of Solids at Low Concentrations in Horizontal Pipes", Int. Symposium on Solid-Liquid Flow in Pipes, University of Pennsylvania, March 1968

Wilson, W. E., ASCE Trans., vol 107, 1942

Zandi, I. and Govatos, G., "Heterogeneous Flow of Solids in Pipelines", Journal of the Hydraulic Division, ASCE, vol 93, No. HY3, Proc. Paper 5244, may 1967

Zandi, I., "Hydraulic Transport of Bulky Materials", International Symposium on Solid-Liquid Flow in Pipes and Its Application to Solid Waste Collection and Removal, Pennsylvania, march 1968

Zandi, I., "Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Applications", Pergamon Press, New York, 1971

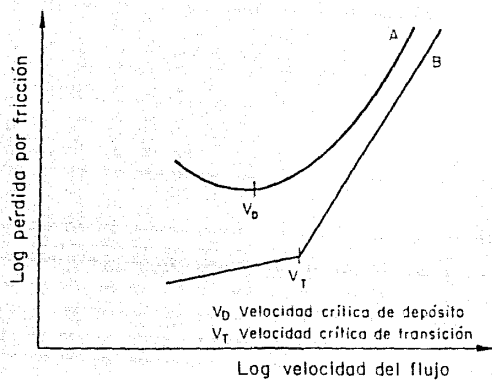


FIG 1.1 VELOCIDADES CRÍTICAS DE DEPÓSITO Y DE TRANSICIÓN EN UNA MEZCLA, SEGÚN WASP ET AL. (1977)

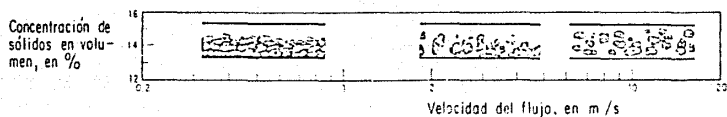
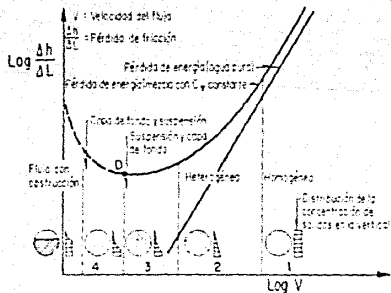
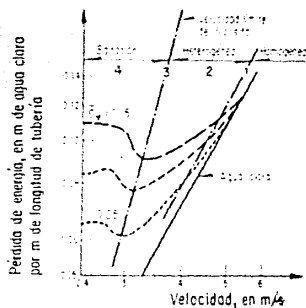


FIG 2.1 POSIBLE COMPORTAMIENTO QUE PRESENTAN LAS PARTÍCULAS SÓLIDAS DENTRO DEL LÍQUIDO QUE LAS TRANSPORTA

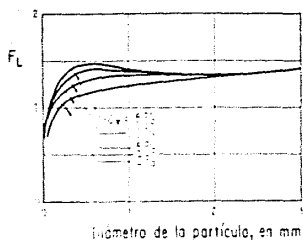


A) GRAF Y ACAROGLU (1967)

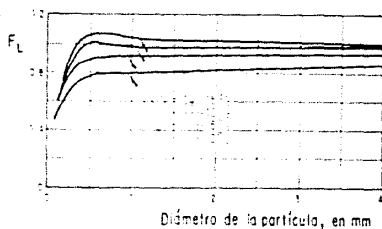


B) MIH (1979)

FIG 2.2 CLASIFICACIONES PARA LOS RÉGIMENES DE FLUJO



A) PARA PARTÍCULAS DE DIÁMETRO UNIFORME, DURAND (1953)



B) PARA PARTÍCULAS DE DIFERENTE TAMAÑO, DURAND Y
CONDOLIOS (1956)

FIG 2.3 NÚMERO DE FROUDE MODIFICADO

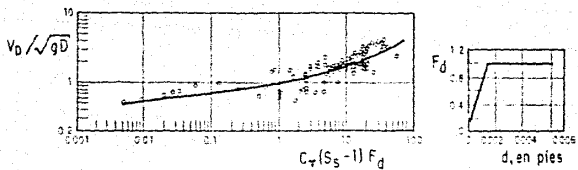


FIG 2.4 VELOCIDAD CRÍTICA DE DEPÓSITO, SEGÚN HUGHMARK (1961)

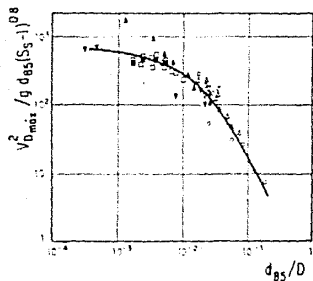


FIG 2.5 VELOCIDAD CRÍTICA DE DEPÓSITO, SEGÚN SINLAIR (1962)

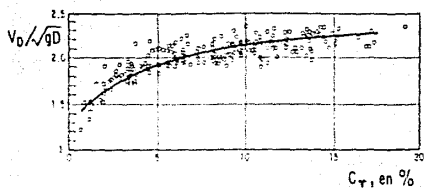


FIG 2.6 VELOCIDAD CRÍTICA DE DEPÓSITO, SEGUN CONDOLIOS Y CHAPUS (1963)

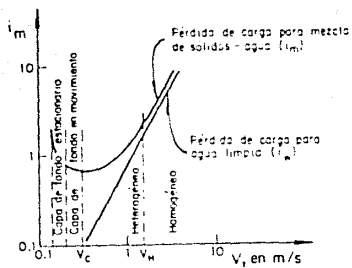


FIG 2.7 RELACIÓN ENTRE LA PÉRDIDA DE CARGA Y LA VELOCIDAD DEL FLUJO

- Puntos medidos
- Durand (1953)
- Hughmark (1951)
- * Condolios y Chapus (1963)
- ▲ Zandi y Govatos (1967)
- Shook (1969)
- Charles (1970)
- † Robinson y Graf (1972)
- Oroskar y Turian (1980)

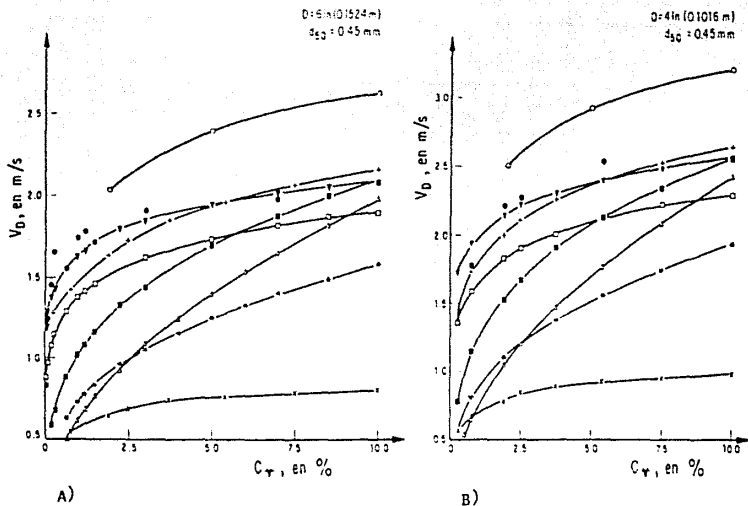


FIG 2.8 COMPARACIÓN DE LOS VALORES MEDIDOS DE LA VELOCIDAD CRÍTICA DE DEPÓSITO POR ROBINSON Y GRAF (1972) CON LOS CALCULADOS POR DIFERENTES AUTORES

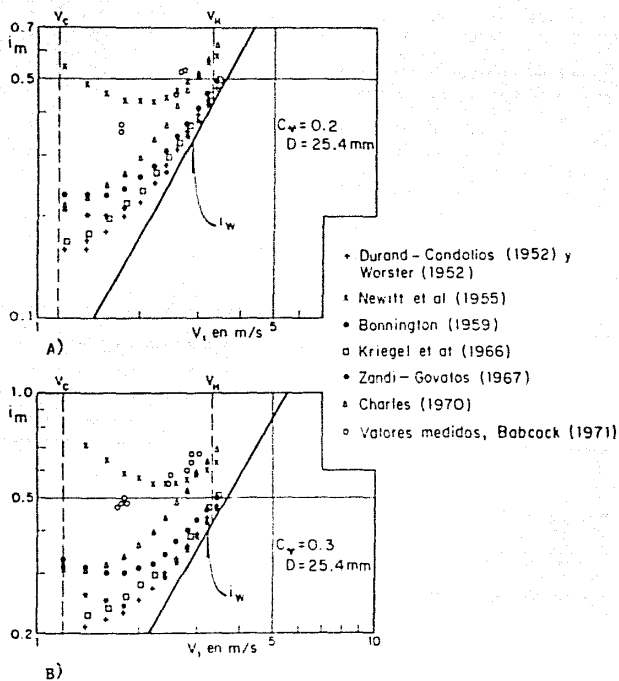
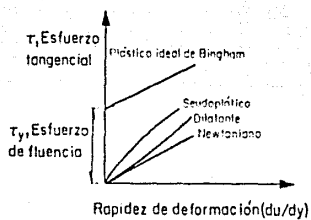
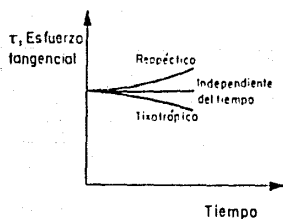


FIG 2.9 COMPARACIÓN DE LOS VALORES MEDIDOS DE LA PÉRDIDA DE CARGA POR BABCOCK (1971) Y LOS OBTENIDOS AL APLICAR DIFERENTES MÉTODOS

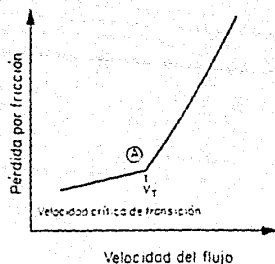


A) INDEPENDIENTE DEL TIEMPO

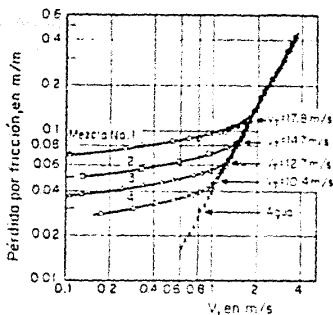


B) DEPENDIENTE DEL TIEMPO

FIG 3.1 COMPORTAMIENTO DE DIFERENTES FLUIDOS, SEGÚN, DAILY Y HARLEMAN (1966)



A) SEGÚN WASP ET AL (1977)



B) VALORES EXPERIMENTALES DE V_T , SEGÚN
BABBITT ET AL (1939)

FIG 3.2 VELOCIDAD CRÍTICA DE TRANSICIÓN, V_T

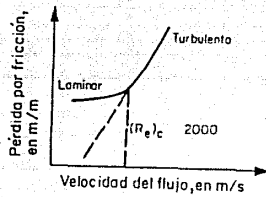


FIG 3.3 RELACION ENTRE LA PÉRDIDA POR FRICIÓN Y LA VELOCIDAD DE FLUJO PARA UN LODO, SEGÚN DURAND (1953)

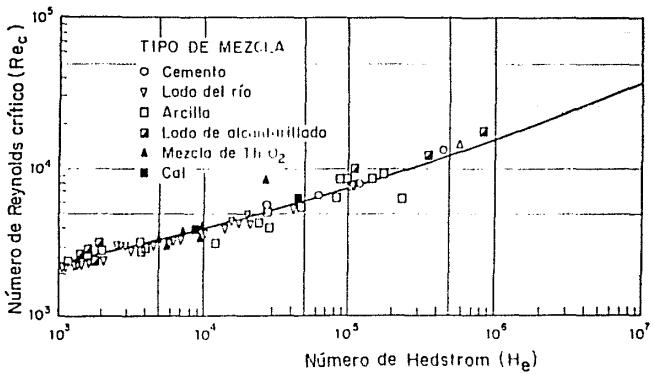


FIG 3.4 RELACION ENTRE EL Re_c Y He PARA UN FLUIDO DE BINGHAM, SEGÚN HANKS Y PRATT (1967)

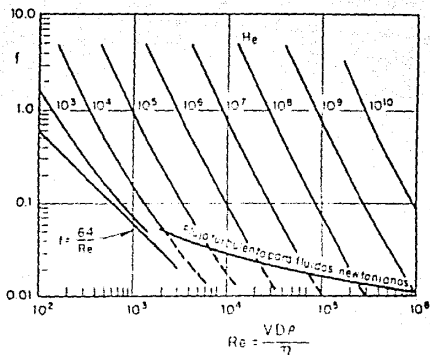
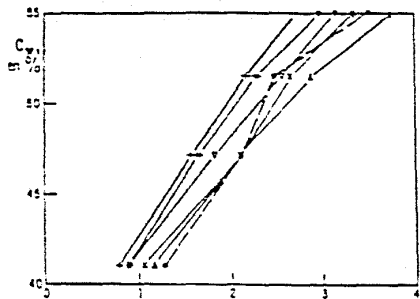
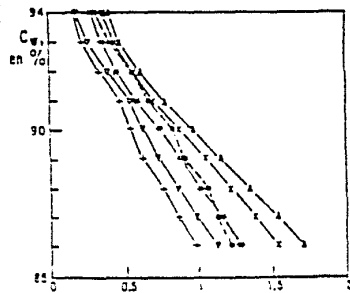


FIG 3.5 CURVAS DE $f - Re$ PARA FLUIDOS TIPO BINGHAM,
 SEGUN BAIN Y BONNINGTON (1970)

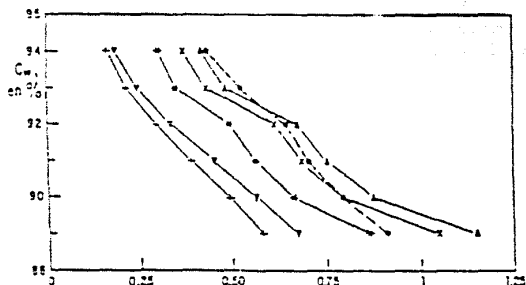


a) Partículas de calcio, $D=1.5 \text{ g/l}$ V_c , en m/s

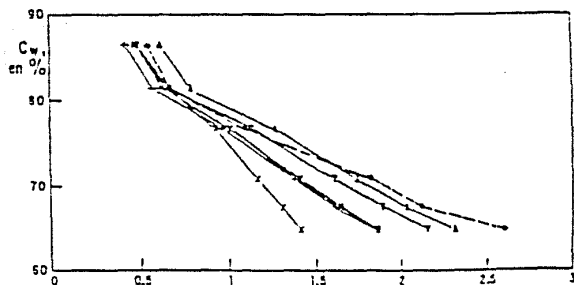
- Valores medidos
- ◄ Ec. 3.9 ($Re = 2100$)
- x Fig. 3.4
- ◄ Ec. 3.2
- ▲ Ec. 3.3
- v Ec. 3.9 ($Re = 3000$)



b) Lodos de drenaje, $D=8 \text{ g/l}$ V_c , en m/s



c) Lodos de drenaje, $D=12 \text{ g/l}$ V_c , en m/s



d) Arcilla con agua, $D=4 \text{ g/l}$ V_c , en m/s

FIG 3.6 VELOCIDAD CRÍTICA DE TRANSICIÓN CALCULADA Y EXPERIMENTAL

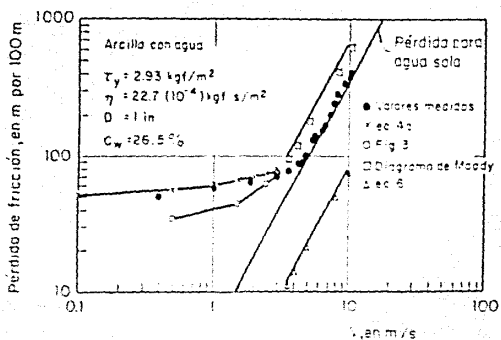


FIG 3.7 PÉRDIDA DE CARGA PARA UN LODO DE ARCILLA CON AGUA,
 $C_w = 26.5\%$

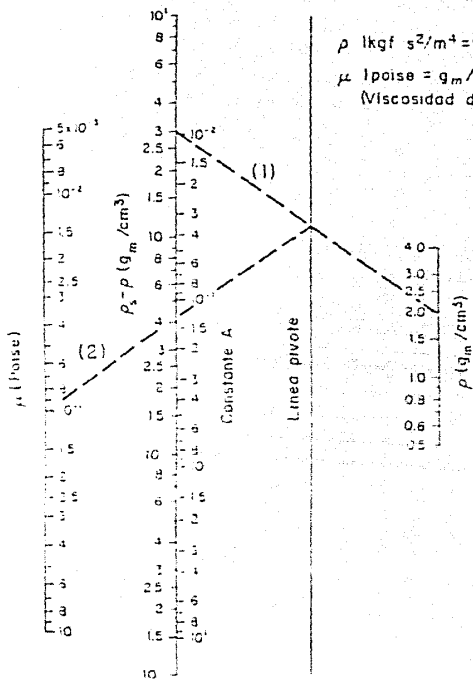


FIG 4.1 SOLUCIÓN GRÁFICA DE LA CONSTANTE A

ρ 1kgf s²/m⁴ = 9.807 kg_m/m³ (Densidad)
 μ 1poise = g_m/cm s = 1.02 (10⁻²) kgf s/m²
 (Viscosidad dinámica)

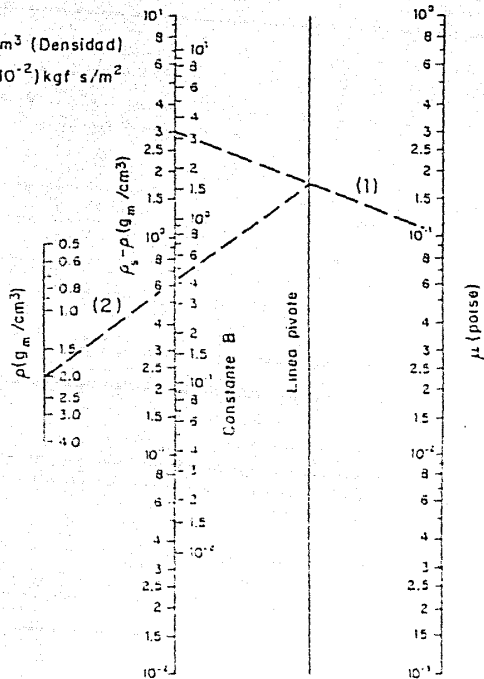


FIG 4.2 SOLUCIÓN GRÁFICA DE LA CONSTANTE B

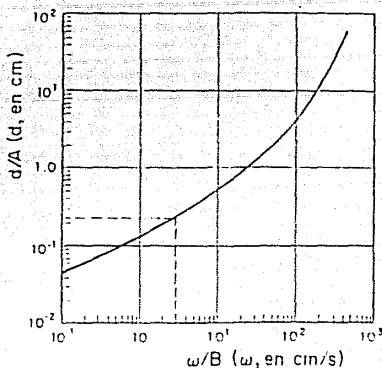


FIG 4.3 SOLUCIÓN GRÁFICA PARA LA VELOCIDAD DE CAÍDA

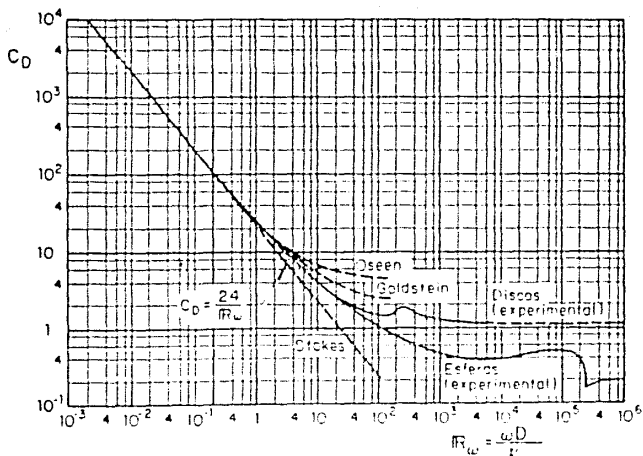


FIG 4.4 COEFICIENTE DE ARRASTRE, C_D , PARA VALORES DEL NÚMERO DE REYNOLDS, Re , APLICABLE A PARTICULAS ESFÉRICAS, SEGÚN WASP ET AL (1977)

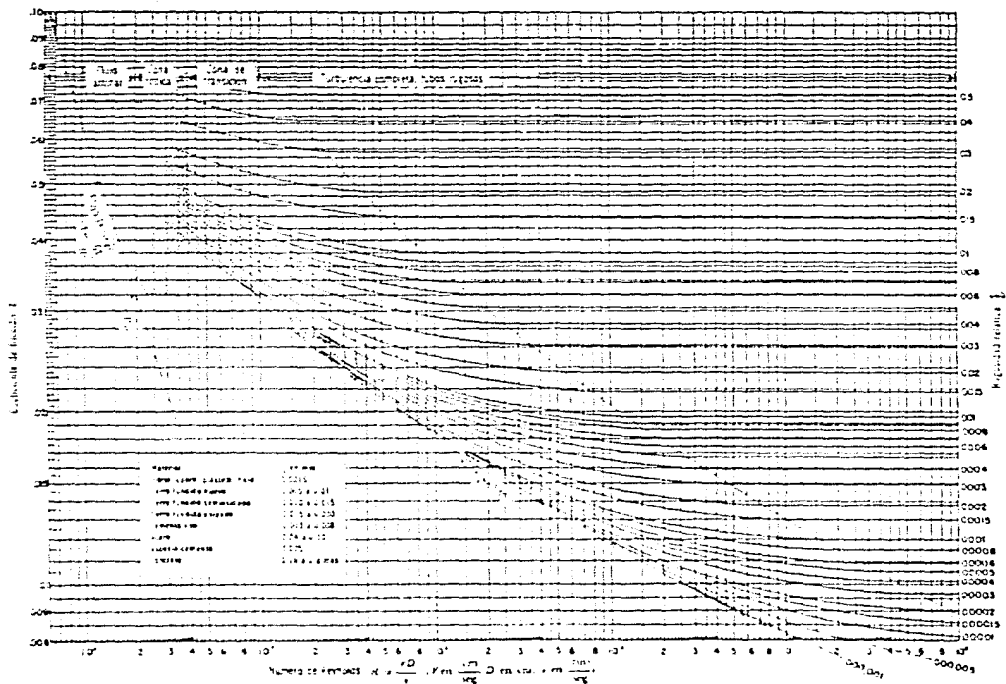


Figura B.3. Coeficiente de fricción para cualquier tipo y tamaño de tubo; diagrama universal de Moody.

DIAGRAMA UNIVERSAL DE MOODY, SEGÚN SOTELO (1974)