

124  
2-21



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE  
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

PROPIEDADES DINAMICAS DE UN EDIFICIO  
DE PLANTA IRREGULAR

T E S I S

Que para obtener el título de :

INGENIERO CIVIL

presenta

GERARDO RODRIGUEZ GUTIERREZ



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D.F.

1991



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

### CAPITULOS

1.	INTRODUCCION.....	1
2.	DESCRIPCION DEL EDIFICIO.....	4
3.	METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....	6
	3.1 Métodos experimentales para determinar las propiedades dinámicas de un edificio.....	6
	3.1.1 Métodos para estudiar el comportamiento lineal.....	6
	3.1.2 Métodos para estudiar el comportamiento no lineal.....	9
	3.2 Metodología aplicada.....	11
	3.3 Programa de pruebas.....	12
4.	RESULTADOS Y ANALISIS	
	4.1 Criterio de análisis.....	15
	4.2 Resultados y análisis de las pruebas de vibración ambiental.....	16
	4.3 Comparación de los resultados de las pruebas de tracción y vibración ambiental.....	20
5.	CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.....	21
	REFERENCIAS.....	24
	TABLAS Y FIGURAS.....	26
	APENDICE.....	75

## CAPITULO I INTRODUCCION

México forma parte de la zona denominada Cinturón Circumpacífico la cual es notable por su gran actividad sísmica, ya que en ella se libera del 80 al 90 por ciento de la energía sísmica en el mundo. Este factor aunado a las características geotécnicas del suelo en ciertas zonas de la ciudad de México, donde los sismos de magnitud significativa han ocasionado daños considerables en las construcciones, hacen necesario que en la ingeniería estructural que se desarrolla en nuestro país, se requiera tener un conocimiento adecuado del comportamiento estructural de las construcciones durante su vida útil, con el fin de que sean seguras para el hombre.

En este sentido tanto en México como en otros países, donde las acciones sísmicas son la causa principal de fallas y daños en las estructuras, se han elaborado reglamentos de construcción, en los cuales los efectos sísmicos son tomados en cuenta para establecer, métodos de análisis, criterios de diseño estructural y dimensiones mínimas de elementos estructurales. Así también se ha buscado mediante la realización de modelos físicos o matemáticos, conocer con la mayor exactitud posible la respuesta de un sistema estructural a perturbaciones que puedan presentarse como fuerzas, desplazamientos, etc.

El desarrollo de la computación ha permitido que en la actualidad se disponga de un gran número de modelos matemáticos para idealizar estructuras; sin embargo varias de las suposiciones en las que se basan estos modelos, hacen que en ciertos casos existan discrepancias entre el comportamiento de la estructura real y el modelo supuesto.

Los daños ocurridos en los sistemas estructurales de muchos de los edificios de la ciudad de México, durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 y sus réplicas del día siguiente, pusieron en evidencia aspectos que no eran tomados en cuenta en su diseño, modelación y construcción. Entre ellos se pueden citar, efectos de torsión producidos por la asimetría de los elementos estructurales, los efectos de interacción suelo-estructura y la consideración de elementos llamados no estructurales, que muchas veces contribuyen en la rigidez de la estructura. Así como también se pudo advertir que muchas de las construcciones que sufrieron daños considerables, no cumplían con los requisitos establecidos en el reglamento de construcción vigente en ese tiempo.

De un estudio más detallado de las causas y los efectos de este sismo, se observó que en la zona de suelo blando de la ciudad de México se produjo un efecto local de amplificación de ondas sísmicas con una alta concentración de energía en torno a los dos segundos de vibración, propiciando que muchos de los edificios cuyo periodo fundamental de vibración se encontraba muy próximo o bien era igual a los dos segundos, experimentaran el fenómeno de resonancia y por consecuencia sufrieran grandes daños.

A raíz de estos sucesos, surge el interés de realizar estudios experimentales en estructuras reales mediante diversos métodos, con el fin de comprender mejor su comportamiento mediante la obtención de sus propiedades dinámicas como son : frecuencias naturales, formas modales y coeficientes de amortiguamiento, y así estar en la posibilidad de calibrar el modelo matemático representativo de la estructura con base en los resultados obtenidos experimentalmente.

Con este fin, en el Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M se están realizando investigaciones experimentales en estructuras reales, utilizando el método de vibración ambiental, el cual consiste en medir las vibraciones que se producen en una estructura por el tránsito de vehículos, el empuje del viento y otros factores del ambiente, y a partir de la información obtenida poder llegar a obtener las principales propiedades dinámicas de una estructura.

En este trabajo se presenta la obtención de las propiedades dinámicas de un edificio de planta irregular por el método de vibración ambiental. Primeramente se describe el edificio en estudio, posteriormente se explica con detalle la metodología experimental que se lleva a cabo en esta técnica de medición, se menciona el programa de pruebas experimentales, y a partir de los resultados obtenidos se realizan comentarios y conclusiones en relación a las propiedades dinámicas de la estructura, a la influencia del terreno circundante y se compara la información obtenida con la lograda en un estudio previo en el cual se sometió a la estructura a pruebas de tracción.

## CAPITULO II

### DESCRIPCION DEL EDIFICIO

El edificio en estudio esta localizado en la zona de suelo blando de la ciudad de México. Durante los sismos de septiembre de 1985 sufrió daños en algunas columnas de niveles intermedios y en elementos que forman su fachada. Consta de 14 niveles más un sotano, su planta es de forma irregular y esta compuesta por tres alas a 120 grados entre si ligadas a un núcleo central, una vista del edificio se muestra en la figura 1. La planta de los dos primeros niveles y las dimensiones de las alas se muestran en la figura 2 y la planta tipo del tercer al último nivel del edificio se muestra en la figura 3. Un corte transversal de las alas del edificio se muestran en la figura 4. Dos de las tres alas constan de cubos de elevadores.

La estructuración del edificio es a base de marcos y muros de concreto reforzado, con un piso de losa maciza de 10 cm de espesor y con una resistencia nominal del concreto y del acero de  $300 \text{ kg/cm}^2$  y  $4000 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente. Como se puede apreciar en la figura 4, las trabes que forman los marcos de concreto en el sentido transversal de las alas son acarteladas, la altura de los dos primeros niveles es de 3.15 m y la de los niveles 3 a 14 de 3.50 m. Las columnas son de 18 tipos diferentes de acuerdo a su sección transversal y armado. Las resistencias nominales del concreto y del acero tanto para las trabes como para las columnas y muros son de  $300 \text{ kg/cm}^2$  y  $4000 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente. Además en los niveles 1 y 2 también hay algunas trabes y columnas de acero estructural A-36.

Por lo que respecta a la cimentación la estructura esta apoyada sobre un cajón de cimentación y 972 pilotes de fricción que se encuentran entrelazados con 192 pilotes adicionales tipo beta, los cuales tienen la finalidad de auxiliar al terreno en la absorción del peso de la estructura.

También cuenta con una losa de cimentación de 25 cm de espesor y contratraveses de 30 cm de ancho y con alturas que varían entre los 3.03 m y 4.63 m. El concreto de las contratraveses y losa de cimentación es de una resistencia de 280 kg/cm<sup>2</sup> y el acero de refuerzo de 4000 kg/cm<sup>2</sup>.

El cajón de cimentación se encuentra desplantado a tres diferentes profundidades. En la figura 5 se distinguen estas tres zonas, la zona A cuya profundidad es de 9.24 m, la zona B de 4.57 m y la zona C de 7.39 m de profundidad.



## CAPITULO III

### METODOLOGIA EXPERIMENTAL

#### 3.1 METODOS EXPERIMENTALES PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES DINAMICAS DE UN EDIFICIO.

Tanto en el análisis como en el diseño de estructuras civiles, se requiere del uso de modelos matemáticos que sirvan de herramienta para poder comprender el comportamiento de estas durante su vida útil. Muchas veces debido a factores como la irregularidad de una estructura, la variabilidad en las propiedades de los materiales y las hipótesis sobre las cuales se basan estos modelos (comportamiento elástico, sistemas de piso infinitamente rígidos, etc), estos se ven limitados y surge la necesidad de comprobar u obtener experimentalmente parámetros que describan el comportamiento estático o dinámico de una estructura real.

Los métodos experimentales que se aplican en estructuras reales, se pueden clasificar en los dos grupos siguientes:

##### 3.1.1 METODOS PARA ESTUDIAR EL COMPORTAMIENTO NO LINEAL.

Dentro de este grupo se encuentran los métodos en los cuales la estructura tiene un comportamiento lineal debido a que los niveles de excitación que se presentan en ella, al realizar las pruebas experimentales, no son lo suficientemente elevados para que la estructura tenga un comportamiento no lineal.

Los métodos que se encuentra en este grupo son los siguientes:

### *Pruebas en vibración forzada.*

Consisten en hacer vibrar a la estructura mediante una fuerza externa que puede ser producida por un oscilador mecánico (un motor por ejemplo) el cual induce a la estructura una excitación senoidal estacionaria y en una sola dirección.

Con este tipo de pruebas se puede obtener la respuesta de la estructura dentro del rango lineal, así como también da la posibilidad de obtener curvas de resonancia en diferentes frecuencias a partir de las cuales se pueden obtener las frecuencias naturales de la estructura y los amortiguamientos modales con exactitud.

### *Pruebas en vibración libre.*

Es un método que consiste en sacar a la estructura de su posición de equilibrio para posteriormente dejar que vibre libremente. Esto se logra de las siguientes dos formas:

Desplazamiento inicial.

Este desplazamiento se logra anclando un cable a la estructura y a un punto fijo fuera de ella. Este cable es tensado hasta obtener una fuerza determinada que provoque que la estructura se desplace de su posición de equilibrio, posteriormente esta fuerza es liberada repentinamente y la estructura vibra libremente.

Velocidad inicial.

La fuerza que se induce a la estructura en este caso debe tener

un tiempo de aplicación pequeño para lo cual se puede utilizar también como en el caso anterior un oscilador mecánico, o bien cargas de impacto y en algunos casos pequeños explosivos.

De este tipo de pruebas se puede obtener el registro de amplitudes en el tiempo, la frecuencia natural y el amortiguamiento mediante el método de decremento logarítmico.

La dificultad de este método es lograr que la estructura vibre únicamente en un solo plano, ya que si la fuerza no se aplica adecuadamente se pueden excitar simultáneamente dos modos de diferentes de frecuencias.

#### *Método de vibración ambiental.*

Este método experimental consiste en medir las vibraciones en las estructuras producidas por el tránsito de vehículos, el empuje del viento y el uso que se le da al edificio.

Es un método simple y rápido en la obtención de datos. A diferencia del método de vibración forzada donde la fuerza esta aplicada en un solo punto, en este método las fuerzas se encuentran distribuidas en toda la estructura. Con la correcta interpretación de la información que se obtiene es posible determinar las frecuencias naturales, configuraciones modales y el amortiguamiento asociado al modo fundamental de la estructura.

Las amplitudes que se obtienen en el método de vibración ambiental son aproximadamente 20 veces menores que las que se obtienen en vibración forzada, no obstante se ha comprobado experimentalmente, tanto en estructuras de acero, como de

concreto reforzado, que las frecuencias y las configuraciones modales para ambos tipos de vibración son bastante similares.

Se debe tomar en cuenta que la aplicación de este método queda limitada al comportamiento lineal de estructuras para desplazamientos pequeños.

### 3.1.2 METODOS PARA ESTUDIAR EL COMPORTAMIENTO NO LINEAL.

En este segundo grupo se encuentran los métodos cuyo principal objetivo es obtener información que permita realizar un estudio del comportamiento de una estructura dentro del rango no lineal. Estas pruebas se realizan principalmente registrando sismos naturales y algunas veces provocando explosiones.

#### *Registros sísmicos.*

En los sismos de magnitud considerable el comportamiento de las estructuras es no lineal, por lo que poder analizar una estructura dentro de este rango resulta de gran interés. El método de registros sísmicos constituye el más adecuado para realizar esta clase de estudios, de él se puede obtener tanto las características dinámicas, como información que permita realizar un análisis del comportamiento no lineal de la estructura, si esta ha sido excitada dentro de ese rango por un sismo.

Para su aplicación requiere de la adecuada obtención de las aceleraciones provocadas por el sismo, para ello se emplean acelerógrafos, estos aparatos están diseñados para obtener las aceleraciones del sitio donde este colocado, en tres direcciones

ortogonales. En la colocación de los instrumentos en la estructura tiene que ver mucho el número de aparatos de registro con los que se cuente y esto esta en función, esencialmente de los recursos económicos con los que se disponga.

### 3.2 METODOLOGIA APLICADA

Para el análisis del edificio en estudio se aplicó la técnica de vibración ambiental. Para registrar los movimientos de la estructura se emplean acelerómetros, los cuales se fijan a los elementos estructurales.

Las señales producidas por las vibraciones de la estructura son captadas por los acelerómetros, y son transmitidas a unos acondicionadores, donde las señales se amplifican, se filtran las frecuencias superiores a 30 Hz las cuales no son de interés para el estudio, obteniendo de esta manera señales adecuadas y un registro claro.

Posteriormente, las señales acondicionadas son enviadas a un analizador de espectros de dos canales, el cual procesa las señales emitidas por los acelerómetros mediante la transformada rápida de Fourier y permite obtener, prácticamente en tiempo real, los espectros de potencia de cada punto de medición, la función de transferencia (en fase y amplitud) y la coherencia correspondiente a las señales.

La adquisición de la información procesada en el analizador de espectros se efectúa a través de la tarjeta IEEE 488 la cual permite la transferencia de información del analizador de espectros a una microcomputadora tipo PC [1]. La información se almacena en discos flexibles para que posteriormente se pueda analizar y graficar. En la figura 6 se muestra esquemáticamente el dispositivo experimental.

### 3.3 PROGRAMA DE PRUEBAS

En la realización de las pruebas experimentales, se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

Las frecuencias superiores a 30 Hz se filtran, ya que en general los modos de vibrar de las estructuras tienen frecuencias inferiores a esta. Para realizar el análisis de la estructura en estudio en el analizador de espectros se utilizaron ventanas de observación de 0 a 10 Hz.

Debido a que el analizador de espectros utilizado en este caso es de dos canales, solamente se pueden analizar dos puntos de medición al mismo tiempo.

Durante las pruebas se utilizaron ventanas de observación de 1, 2.5, 5 y 10 Hz, con una duración de eventos de 125, 50, 25 y 12.5 segundos respectivamente; se calculan promedios de 16 y 32 eventos.

Debido a la forma del edificio, para la obtención de sus características dinámicas, se realizó un extenso programa de pruebas, que se muestra en la tabla 1, en comparación con los que se llevan a cabo en edificios de forma regular [2].

Se realizaron 85 arreglos, cambiando los acelerómetros de posición y dirección. Para identificar las frecuencias y formas modales de vibrar de la estructura se realizaron mediciones en un punto en el terreno y en 35 puntos de la estructura. La localización de estos puntos se indica en la figura 7.

Las pruebas realizadas experimentalmente se agruparon dependiendo del fin para el cual fueron realizadas, para posteriormente analizar su información y poder definir correctamente las propiedades dinámicas de la estructura.

Se efectuaron pruebas en cada extremo de las alas del edificio y el núcleo, en las dos direcciones indicadas en la figura 7, que coinciden con los ejes transversales y longitudinales del ala C, los cuales están orientados prácticamente en la dirección EO y NS respectivamente, esto para poder realizar un análisis tanto del comportamiento global de la estructura, como del comportamiento local de cada ala.

Para la obtención de los modos de torsión se colocaron los acelerómetros en los siete puntos de observación señalados en la planta de azotea figura 7.

Otro tipo de pruebas realizadas fue comparar el movimiento de la azotea con el de la planta baja, con el fin de determinar las frecuencias asociadas a las rotaciones de cabeceo de la estructura.

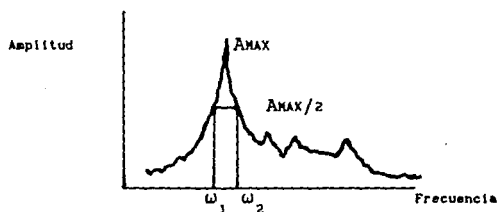
Para poder estimar el amortiguamiento crítico de la estructura, se llevaron a cabo pruebas adicionales en un mismo punto. El método utilizado es el propuesto por Kawasumi y Shima el cual se basa en el análisis del espectro de potencia obtenido de una señal registrada [3].

El nivel de amortiguamiento se establece mediante la siguiente expresión :



$$c = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{3}{8} A^2\right) \quad \text{donde} \quad A = \left( \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} \right)^{\lambda} \cdot \frac{1}{(\lambda - 1)}$$

Los valores de  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se determinan al trazar una línea recta horizontal en el espectro de potencia a una altura  $A_{MAX}/\lambda$  veces la amplitud máxima ( $A_{MAX}$ ), que se presente en el espectro analizado, un valor de  $\lambda=2$  es usado por simplicidad.



Por último para comparar las frecuencias del suelo circundante con las de la estructura se realizaron mediciones simultáneas entre los dos lugares.

## CAPITULO IV

### RESULTADOS Y ANALISIS

#### 4.1 CRITERIOS DE ANALISIS

Para la obtención de los modos de vibrar de la estructura se realiza un análisis espectral de todas las pruebas, utilizando las gráficas correspondientes a los espectros de potencia; se localizan las ordenadas espectrales más significativas, llamadas picos, las cuales están asociadas a un valor de amplitud máxima en el espectro y representan estimaciones preliminares de las frecuencias naturales de la estructura.

Al realizar el cociente espectral de las amplitudes de los espectros de potencia, obtenidos de un mismo experimento en dos puntos de medición, se obtiene la función de transferencia entre estos dos puntos y esta se grafica en función de la frecuencia. En esta gráfica se detectan las frecuencias de las ordenadas más significativas, aquellas que coincidan con las localizadas anteriormente en los espectros de potencia, son consideradas como las frecuencias naturales de vibración de la estructura.

Posteriormente para estas frecuencias, se obtiene el ángulo de fase correspondiente, en base al cual, se define el modo de vibración asociado a cada frecuencia.

Utilizando la gráfica correspondiente a la coherencia, cuyos valores se encuentra entre 0 y 1, se puede estimar, tanto la relación de movimientos entre dos puntos de la estructura, como la magnitud de posibles ruidos durante el proceso de medición.

Valores de la coherencia cercanos a 0 ó 1 asociados a una frecuencia dada, indican una escasa o buena relación de movimiento entre dos puntos de la estructura respectivamente.

Mediante la evaluación de los parámetros anteriores, se identificaron las frecuencias de los modos naturales de vibrar de la estructura.

La descripción detallada de los conceptos mencionados anteriormente se realiza en el apéndice A.

#### 4.2 RESULTADOS Y ANALISIS DE LAS MEDICIONES DE VIBRACION AMBIENTAL.

En las figuras 8 a 22 se muestran varios ejemplos de los espectros obtenidos en las pruebas.

De este análisis se detectaron modos globales de vibración del edificio y modos de vibración de cada ala, en la tabla 2 se muestran las frecuencias asociadas a estos modos de vibrar.

Se realizaron pruebas en la azotea con los acelerómetros colocados en los extremos de cada ala, con el objeto de analizar la relación del movimiento entre las alas. Ejemplos de estos registros se muestran en las figuras 8 a 10, en ellas se muestran espectros de potencia de las alas C y A para cada una de las direcciones de medición, así como las funciones de transferencia, el ángulo de fase y la coherencia. En las gráficas se observa que las ordenadas espectrales asociadas a las frecuencias naturales de la estructura tienen altas coherencias, con ángulos de fase prácticamente nulos para los

modos de flexión y con ángulos cercanos a los 180 grados para los modos de torsión. Por el contrario, las frecuencias asociadas a los modos locales de cada ala presentan coherencias bajas a pesar de estar asociadas a las máximas ordenadas espectrales.

Por otra parte, se realizaron pruebas en cada ala, colocando los acelerómetros en sus extremos y tomando como referencia un acelerómetro localizado en la azotea, el otro se fue colocando en distintos niveles intermedios del ala, ambos orientados en la misma dirección.

Como ejemplo se toma el caso de ala C, figuras 12 y 13, en donde se comparan los movimientos de la azotea con los del quinto nivel.

En estas pruebas tanto las frecuencias de los modos locales como globales presentan altas coherencias. Lo que indica que no existe relación entre el movimiento de cada ala.

Al conocer las frecuencias de interés se procede a trazar en forma relativa la configuración modal asociada a una frecuencia dada, uniendo los picos correspondientes a cada punto de medición de la estructura y utilizando uno de ellos como referencia, se normalizan las amplitudes de los demás con respecto a este.

Analizando las configuraciones modales del diafragma de azotea que se muestran en las figuras 23 a 31, se distinguen los modos de torsión globales de la estructura y se observan deformaciones significativas del diafragma de azotea.

Las configuraciones modales de flexión y torsión en las direcciones EO y NS para cada extremo de las alas y el núcleo se muestran en las figuras 32 a 39.

Además se muestran en tres dimensiones las configuraciones correspondientes del ala C.

Al obtener los cocientes espectrales del primer modo entre la azotea y la planta baja en los extremos de cada ala y en el núcleo, los cuales se muestran en la tabla 3, se observa que las amplificaciones del movimiento en planta baja varían según el cuerpo de la estructura del que se trate, ya sea el núcleo, ala A, ala B y ala C.

Al comparar las relaciones entre las frecuencias de los modos fundamentales de la estructura y las frecuencias de los modos superiores, obtenidas experimentalmente con las que se obtienen de manera analítica en modelos simples que representan estructuras de cortante y estructuras de flexión [4], se puede decir que el edificio en estudio tiene un comportamiento más cercano a una estructura de cortante, en las cuales teóricamente, la relación entre el modo fundamental y los modos superiores es de 3 para el segundo modo, de 5 para el tercero y 7 para el cuarto. La relación de frecuencias entre los modos fundamentales y superiores, se muestra en la tabla 4 .

En lo referente a la estimación del amortiguamiento crítico de la estructura por medio del método de Kawasumi y Shima, se realizaron mediciones en la azotea con diferentes resoluciones espectrales dependiendo del ancho de banda utilizado. En la figura 48 se presentan las relaciones de amortiguamiento crítico para los modos fundamentales en función del ancho de banda. Se

observa que a mayor resolución dicha relación tiende a 0.013, 0.016 y 0.031 para los modos fundamentales de torsión, flexión NS y de flexión EO respectivamente.

Las frecuencias en el terreno circundante a la estructura medidas en vibración ambiental se ubican entre 1.5 y 3.5 Hz. La frecuencia fundamental del suelo se encuentra entre 0.64 y 0.70 Hz, sin embargo se observan componentes significativos entre 0.52 y 0.88 Hz.

Del análisis de las pruebas realizadas simultáneamente entre el punto localizado en el centro geométrico de la estructura y otro en el terreno circundante, se puede observar un importante efecto de interacción suelo-estructura. Esto se puede apreciar en las figuras 20 a 22, donde las amplitudes espectrales se atenúan en planta baja hasta cuatro veces para los componentes horizontales y 46 veces para el componente vertical, en la ventana de 0 a 5 Hz.

De las comparaciones de los espectros de potencia del terreno y los obtenidos en la planta azotea, se observa que el componente vertical del terreno es mayor que los componentes horizontales y verticales de la azotea, mostrando la importancia de éste componente en la vibración ambiental.

De las pruebas realizadas en planta baja se determinaron las elásticas en dirección vertical, estas se muestran en las figuras 49 a 56. Se puede observar que la planta presenta deformaciones relativas significativas.

#### 4.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS DE PRUEBAS DE TRACCION Y DE VIBRACION AMBIENTAL.

En la tabla 5 se muestra una comparación de las frecuencias del primer y segundo modo obtenidas en las pruebas de tracción [5] y en las de vibración ambiental, se puede observar que para el primer modo, los valores de las frecuencias para los componentes NS y rotacional, son prácticamente iguales; no así para el primer modo en el componente EO y el segundo modo en cualquiera de los tres componentes, donde se distinguen frecuencias diferentes, sobre todo en el segundo modo del componente EO, cuyo valor en las pruebas de tracción es de 3.33 seg y es señalado como un valor posible, debido a que la información obtenida en estas pruebas resultó insuficiente para su identificación.

Por otra parte las fracciones de amortiguamiento crítico que se estimaron en vibración ambiental tienden a 0.013, 0.016, 0.031 para los modos fundamentales de torsión, flexión NS y flexión EO respectivamente, estos son ligeramente inferiores a los que se obtuvieron en las pruebas de tracción, cuyas fracciones de amortiguamiento crítico varía entre 0.01 y 0.02 para el primer modo de torsión, y entre 0.03 y 0.04 para los modos de flexión.

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

De las pruebas experimentales se obtuvieron espectros de potencia, a través de los cuales se pudieron identificar tanto modos globales de la estructura, como modos locales de cada ala.

Las frecuencias fundamentales obtenidas para la estructura son, en forma global 0.50, 0.52 y 0.68 Hz, para las componentes EO, NS y rotacional respectivamente. Las frecuencias locales fundamentales de cada ala se ubicaron entre 1.80 y 1.88 Hz.

En la obtención de frecuencias en el intervalo de 1.5 a 3.5 Hz, se tuvo cierta dificultad para localizarlas, ya que tienen valores parecidos a los de las frecuencias predominantes del suelo en vibración ambiental; las cuales se encuentran dentro del intervalo mencionado anteriormente y muchas veces se reflejan en los espectros de potencia como ordenadas espectrales asociadas a alguna posible frecuencia natural de la estructura, [6]. A pesar de esto con el auxilio de la función de transferencia y la coherencia se lograron identificar las frecuencias correspondientes a los modos de vibrar de la estructura.

En relación a las pruebas realizadas en el terreno, las frecuencias fundamentales se ubican entre 0.52 y 0.88 Hz. La comparación de estas con las frecuencias fundamentales de la estructura indica que los modos fundamentales de la estructura y la frecuencia fundamental del suelo están prácticamente en resonancia.



Las configuraciones modales experimentales muestran claramente que en los diafragmas del edificio existen deformaciones relativas en su plano, lo que podría dar una explicación de los daños que tienen los elementos de la fachada en cada ala.

En relación a lo anterior, también se encontró que la planta baja no se comporta infinitamente rígida. En el análisis de las elásticas obtenidas se aprecian importantes deformaciones relativas en su componente vertical.

De las mediciones realizadas en la planta baja y el terreno, se observa en sus espectros, atenuaciones de las ordenadas espectrales de la estructura, lo que indica que existen efectos de interacción suelo-estructura.

Comparando estos resultados con los obtenidos en las pruebas de tracción, se pueden realizar los siguientes comentarios:

El número de pruebas de tracción realizadas es muy reducido en comparación con el programa de pruebas de vibración ambiental, así como también difieren en los procedimientos de análisis, ya que este en las pruebas de tracción, se realizó en el dominio del tiempo, lo que puede explicar la diferencia en algunos resultados e interpretaciones modales.

Con respecto a las diferencias entre los niveles de amortiguamiento obtenidos en cada tipo de prueba, la explicación podría estar en el hecho de que el amortiguamiento depende del nivel de las amplitudes del movimiento, siendo estas mayores, en las pruebas de tracción.

Las anteriores conclusiones y comentarios pueden ser tomadas en cuenta y servir de base para poder realizar con mayor exactitud un modelo matemático de esta estructura.

## REFERENCIAS

- [1] Muriá-Vila D., Miranda Tellez A., Castillo E.  
"Modificaciones del dispositivo experimental para la medición de las características dinámicas de los edificios". Proyecto 8711, Instituto de Ingeniería, UNAM Agosto 1988.
- [2] Muriá-Vila D., González Alcorta R., Miranda Tellez A.  
"Propiedades dinámicas de las estructuras representativas de edificios de la ciudad de México". Proyecto 8711 parte II, Instituto de Ingeniería UNAM Abril 1989.
- [3] Kawasumi H y Shima E.  
"Some applications of a Correlator Engineering Problems".  
III WCEE, Vol.2, Nueva Zelanda, pp II-320, 1965.
- [4] Biggs J.M  
"Introduction to Structural Dynamics".  
McGraw-Hill Book Company.
- [5] "Pruebas dinámicas para conocer los periodos naturales y amortiguamientos asociados a la estructura del Edificio Administrativo de Ferrocarriles Nacionales de México". ACE, Ingenieros Consultores y Constructores. Octubre 1987.

[6] Muria-Vila D.

"Características dinámicas de tres edificios con elementos estructurales presforzados". Proyecto 9711  
Instituto de Ingeniería UNAM Agosto 1989.

[7] Bendat, Piersol

"Engineering Applications of correlation and spectral analysis". Wiley-Interscience publication.

Tabla 1. Programa de pruebas de vibración ambiental

PROGRAMA DE PRUEBAS EN EL EDIFICIO			
NIVEL 14	NUCLEO	ALA C	ALA B
Prueba ( ) D 1 1 EO 3 EO	Prueba ( ) D 15 1 NS 8 NS	Prueba ( ) D 26 3 EO 9 EO	Prueba ( ) D 34 5 EO 10 EO
Prueba ( ) D 2 1 EO 2 EO	Prueba ( ) D 16 1 EO 8 EO	Prueba ( ) D 27 3 EO 9 EO	Prueba ( ) D 35 5 NS 10 NS
Prueba ( ) D 3 1 EO 5 EO	Prueba ( ) D 17 1 EO 12 EO	Prueba ( ) D 28 3 EO 13 EO	Prueba ( ) D 36 5 NS 14 NS
Prueba ( ) D 4 1 NS 5 NS	Prueba ( ) D 18 1 EO* 16 EO	Prueba ( ) D 29 3 EO 17 EO	Prueba ( ) D 37 5 NS 18 NS
Prueba ( ) D 5 1 NS 4 NS	Prueba ( ) D 19 1 NS* 16 NS	Prueba ( ) D 30 3 NS 17 NS	Prueba ( ) D 38 5 EO 18 EO
Prueba ( ) D 6 1 EO 4 EO	Prueba ( ) D 20 1 EO 20 EO	Prueba ( ) D 31 3 EO 23 EO	Prueba ( ) D 39 5 NS 21 NS
Prueba ( ) D 7 1 EO 7 EO	Prueba ( ) D 21 1 EO 22 EO	Prueba ( ) D 32 3 EO 27 EO	Prueba ( ) D 40 5 NS 24 NS
Prueba ( ) D 8 1 NS 7 NS	Prueba ( ) D 22 1 NS 22 NS	Prueba ( ) D 33 3 NS 27 NS	Prueba ( ) D 41 5 NS 28 NS
Prueba ( ) D 9 1 EO 6 EO	Prueba ( ) D 23 1 NS 26 NS		Prueba ( ) D 42 5 EO 28 EO
Prueba ( ) D 10 1 NS 6 NS	Prueba ( ) D 24 1 EO 26 EO		Prueba ( ) D 43 5 NS 34 NS
Prueba ( ) D 11 3 NS* 7 NS	Prueba ( ) D 25 1 EO 35 EO		
Prueba ( ) D 12 3 EO* 7 EO	NIVEL 14		
Prueba ( ) D 13 3 EO 7 T	Prueba ( ) D 14 3 EO 5 EO		

Tabla 1

PROGRAMA DE PRUEBAS EN EL EDIFICIO							
Prueba ( ) D 44 7 EO 11 EO	Prueba ( ) D 53 1 V 26 V	Prueba ( ) D 62 26 EO 28 EO	Prueba ( ) D 74 28 V 32 V				
Prueba ( ) D 45 7 NS 11 NS	Prueba ( ) D 54 1 EO 35 V	Prueba ( ) D 63 26 NS 28 NS	Prueba ( ) D 75 1 EO 36 EO				
Prueba ( ) D 46 7 EO 11 EO	Prueba ( ) D 55 1 EO 29 V	Prueba ( ) D 64 26 V 28 V	Prueba ( ) D 76 1 EO 36 V				
Prueba ( ) D 47 7 NS 15 NS	Prueba ( ) D 56 1 EO 32 V	Prueba ( ) D 65 26 V 30 V	Prueba ( ) D 77 1 NS 36 V				
Prueba ( ) D 48 7 NS 19 NS	Prueba ( ) D 57 1 EO 27 V	Prueba ( ) D 66 26 NS 30 NS	Prueba ( ) D 78 1 NS 36 NS				
Prueba ( ) D 49 7 EO 19 EO	Prueba ( ) D 58 1 NS 27 V	Prueba ( ) D 67 26 EO 27 EO	Prueba ( ) D 79 26 NS 36 NS				
Prueba ( ) D 50 7 NS 25 NS	Prueba ( ) D 59 1 EO 31 V	Prueba ( ) D 68 26 V 27 V	Prueba ( ) D 80 26 EO 36 EO				
Prueba ( ) D 51 7 NS 29 NS	Prueba ( ) D 60 3 NS 31 V	Prueba ( ) D 69 26 V 29 V	Prueba ( ) D 81 26 V 36 V				
Prueba ( ) D 52 7 EO 29 EO	Prueba ( ) D 61 3 V 32 V	Prueba ( ) D 70 26 NS 29 NS	Prueba ( ) D 82 32 V 36 V				
		Prueba ( ) D 71 26 V 33 V	Prueba ( ) D 83 32 NS 36 NS				
		Prueba ( ) D 72 26 V 31 V	Prueba ( ) D 84 32 EO 36 EO				
		Prueba ( ) D 73 26 V 32 V	Prueba ( ) D 85 1 V 36 V				

( ) Punto de localización del acelerómetro

D Dirección del acelerómetro \* Ventana: 1, 2.5 y 5 Hz.

Tabla 2. Frecuencias naturales obtenidas de las mediciones de vibraciones ambientales en Hz.

COMPONENTE	MODOS GLOBALES			
	1	2	3	4
ED	0.50	1.72-1.76	3.00-3.24	4.76-5.00
NS	0.52	1.72-1.76	3.00-3.32	4.76-5.00
ROTACIONAL	0.68	2.60-2.72	4.24-4.36	---

CUERPO DEL EDIFICIO	MODOS LOCALES	
	1	2
ALA A	1.80-1.88	6.08-6.56
ALA B	1.80-1.88	6.08-6.56
ALA C	1.80-1.88	6.08-6.56

Tabla 3. Factores de amplificación de las ordenadas espectrales entre azotea y planta baja.

CUERPO DEL EDIFICIO	DIRECCION ED			DIRECCION NS		
	TRASLACION	TORSION	LOCAL	TRASLACION	TORSION	LOCAL
NUCLEO	16	3	17	18	4	21
ALA A	20	8	9	16	11	18
ALA B	17	14	17	12	16	22
ALA C	14	15	30	14	5	17

Tabla 4. Relación de frecuencias entre los modos fundamentales y los modos superiores.

COMPONENTE	Segundo modo	Tercer modo	Cuarto modo
	Primer modo	Primer modo	Primer modo
EO	3.44-3.52	6.00-6.48	9.52-10.00
NS	3.30-3.38	5.76-6.38	9.15-9.61
ROTACIONAL	3.82-4.00	6.23-6.41	-----

Tabla 5. Comparación de las frecuencias obtenidas en vibración ambiental y en pruebas de tracción.

COMPONENTE	PRIMER MODO		SEGUNDO MODO	
	TRACCION	V.AMBIENTAL	TRACCION	V. AMBIENTAL
EO	0.63-0.65	0.50	3.33 *	1.72-1.76
NS	0.50-0.53	0.52	1.85	1.72-1.76
ROTACIONAL	0.69	0.69	1.89	2.60-2.72

\* Evidencia parcial del segundo modo.





Fig 1. Vista del edificio

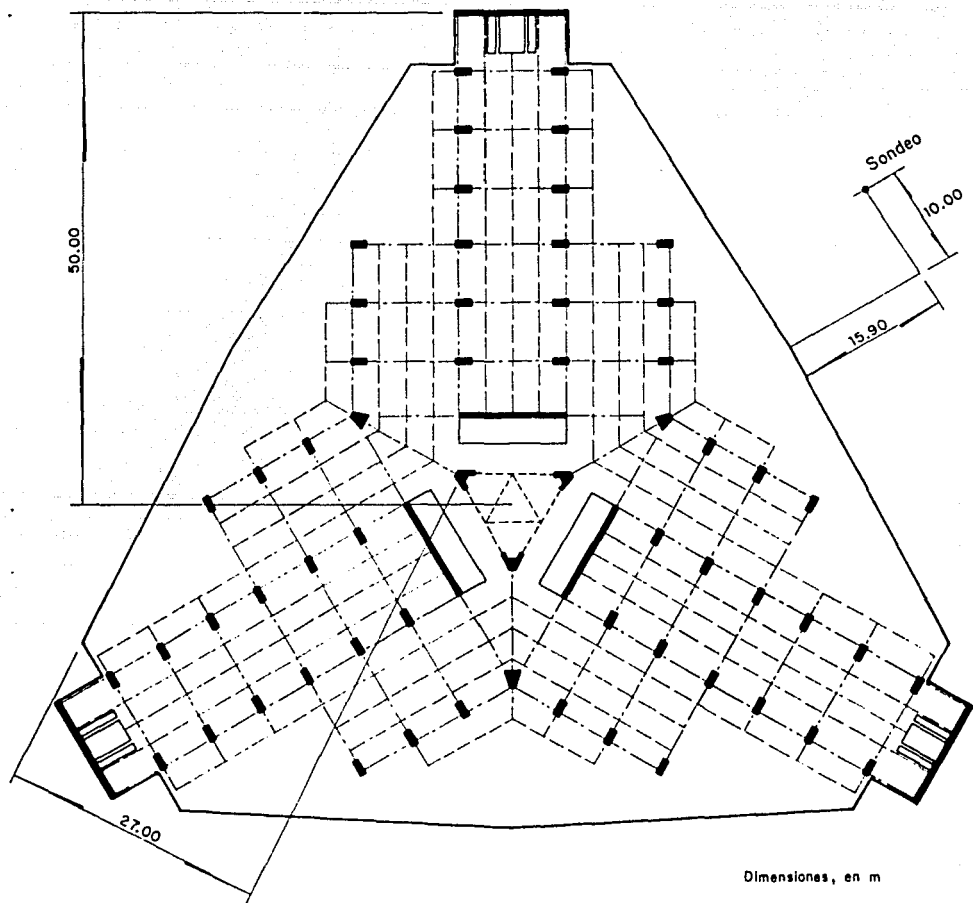
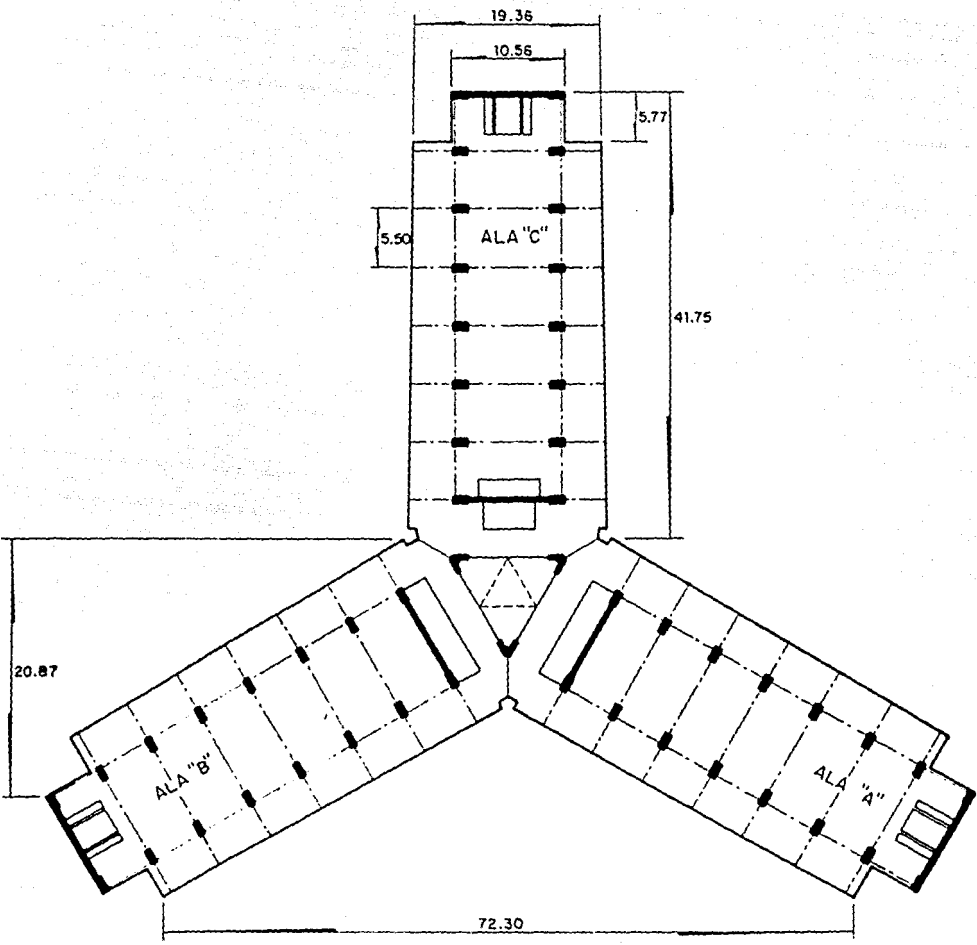


Fig 2. Planta tipo de los dos primeros niveles del edificio.



Dimensiones, en m

Fig 3. Planta tipo del tercer al último nivel del edificio.

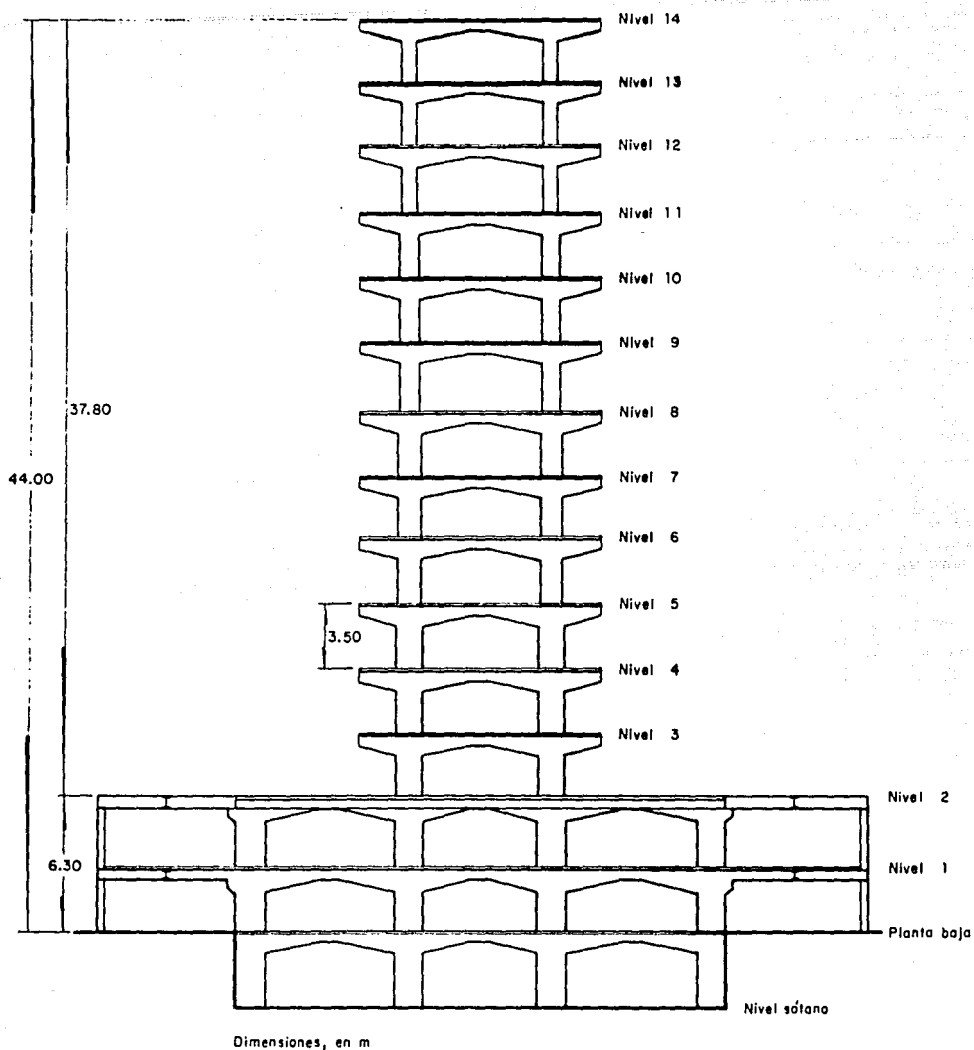
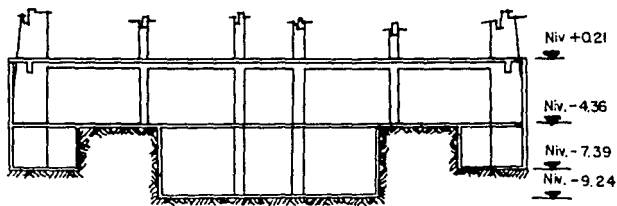
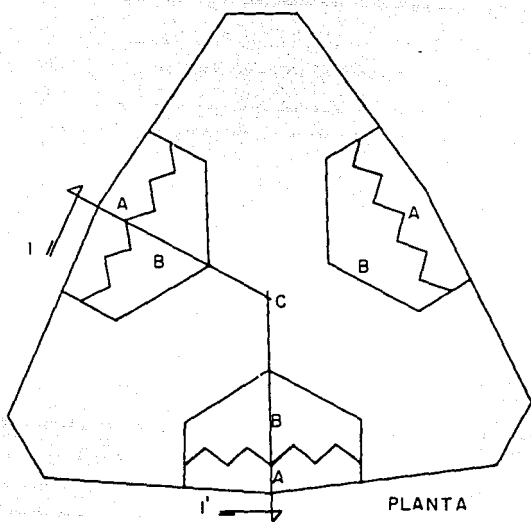


Fig 4. Corte transversal de las alas del edificio.



CORTE CIMENTACION (SEGUN EJE I-I')

Fig 5. Niveles de desplante del cajón de cimentación.

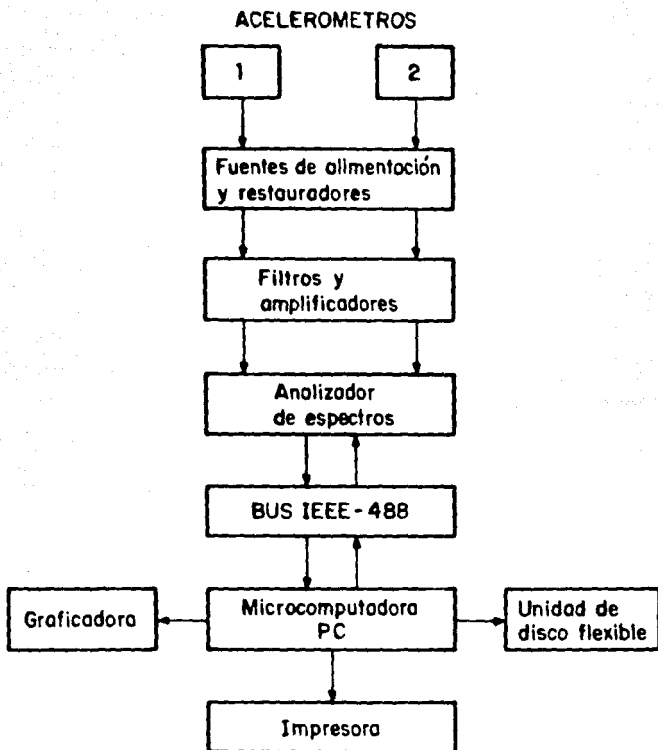


Fig 6. Diagrama esquemático del dispositivo experimental.

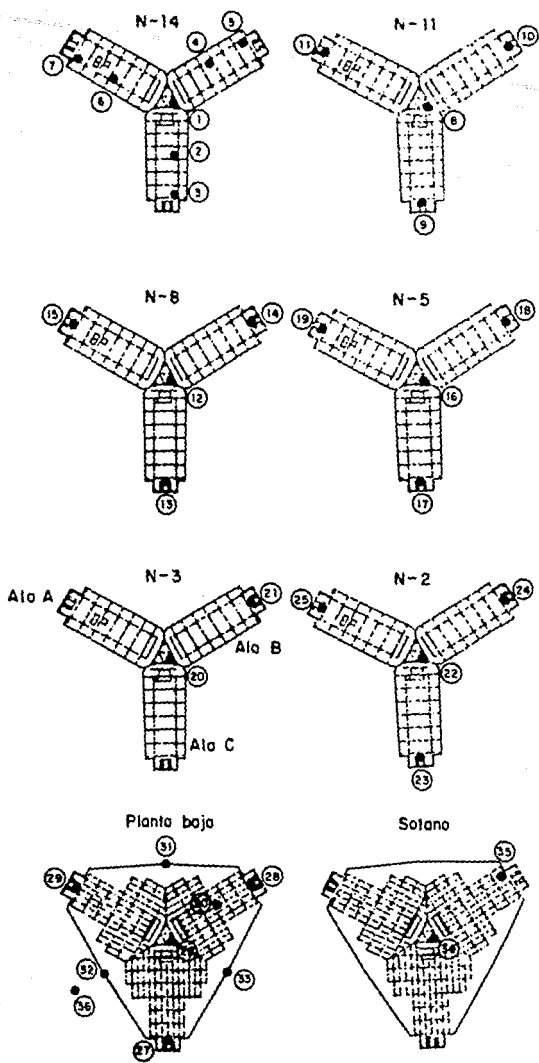


Fig 7. Localización de los puntos de observación para las mediciones de vibración ambiental.

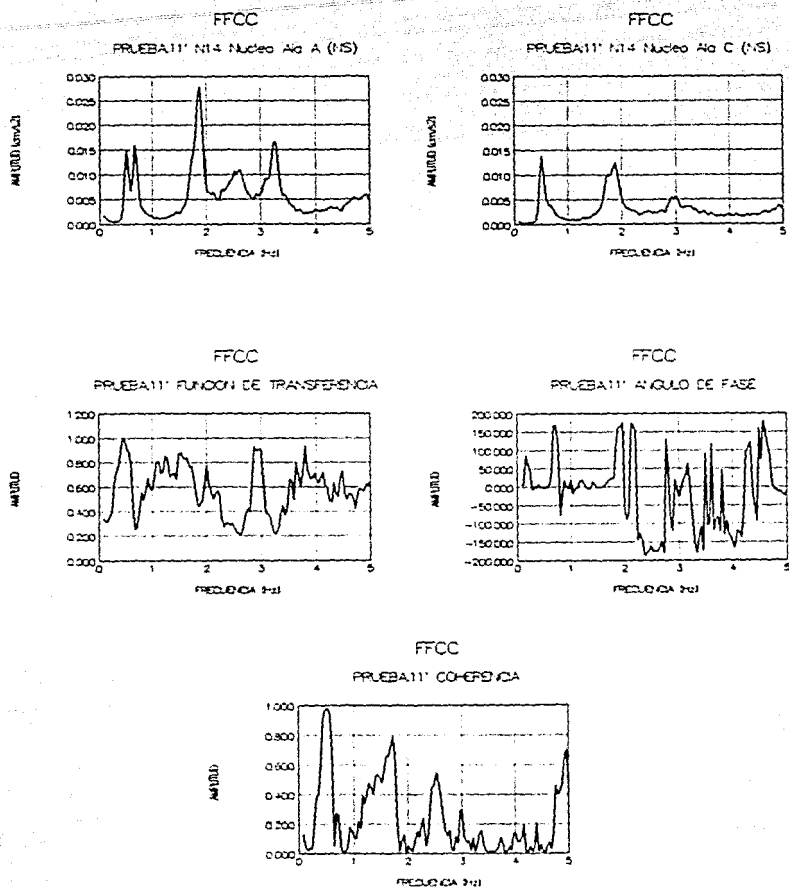


Fig 8. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea de las alas A y C, con los acelerómetros orientados en la dirección NS y ventana de 5 Hz. La función de transferencia se obtuvo del cociente de las ordenadas espectrales del ala C entre el ala A.



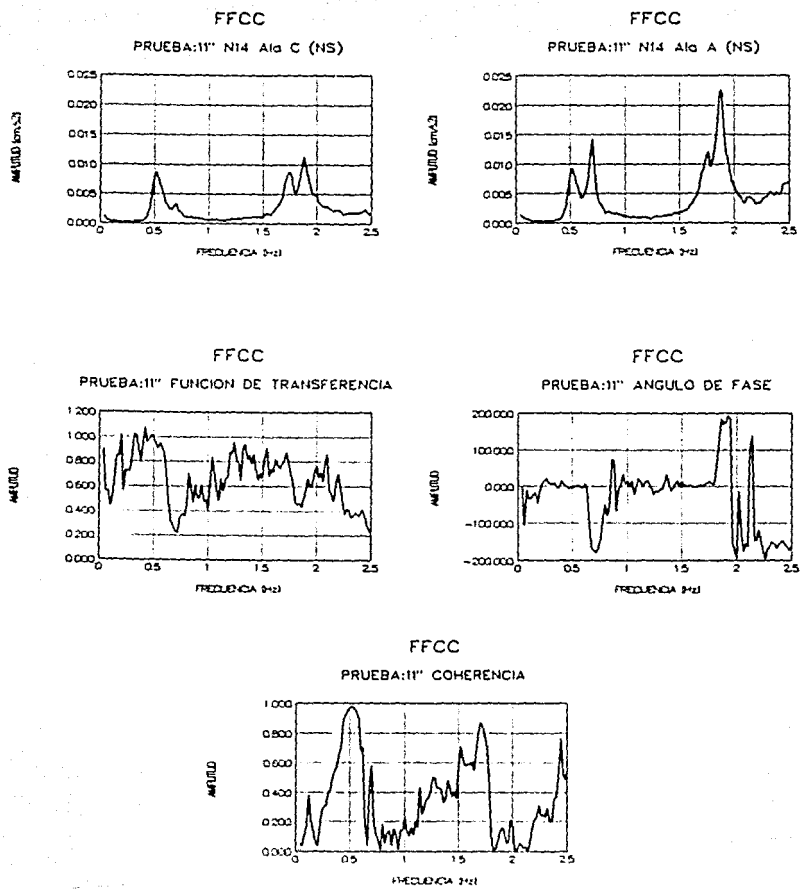


Fig 9. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea de las alas A y C, con los acelerómetros orientados en la dirección NS y ventana de 2.5 Hz. La función de transferencia se obtuvo del cociente de las ordenadas espectrales del ala C entre el ala A.

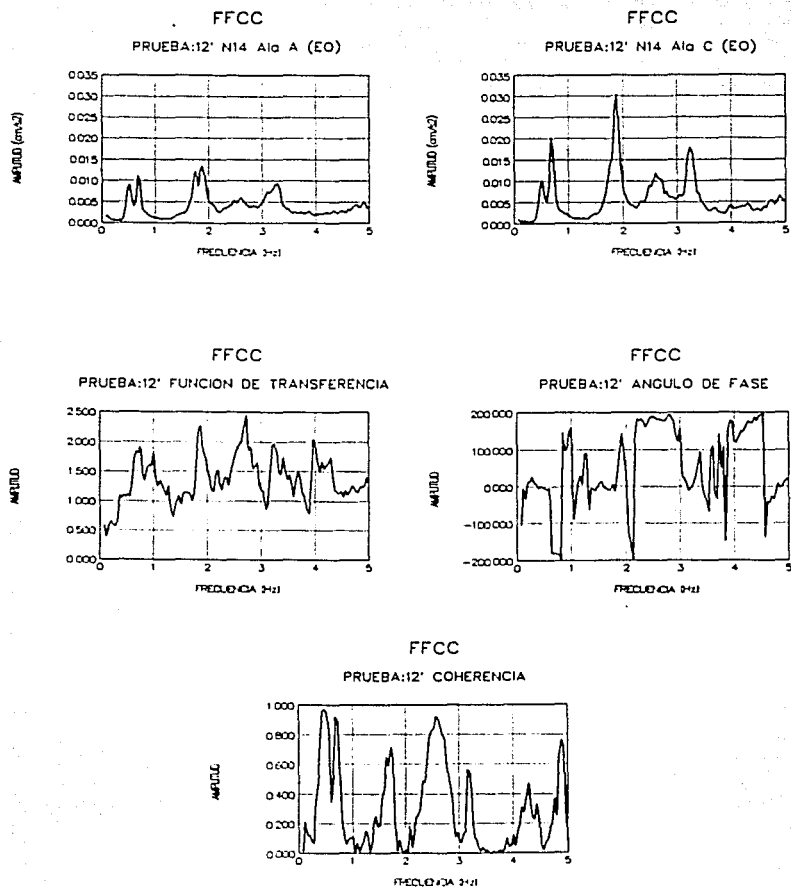


Fig 10. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea de las alas A y C, con los acelerómetros orientados en la dirección NS y ventana de 5 Hz. La función de transferencia se obtuvo del cociente de las ordenadas espectrales del ala C entre el ala A.

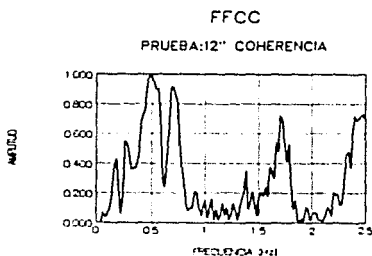
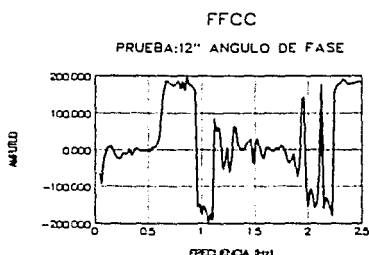
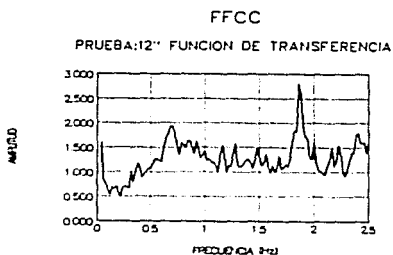
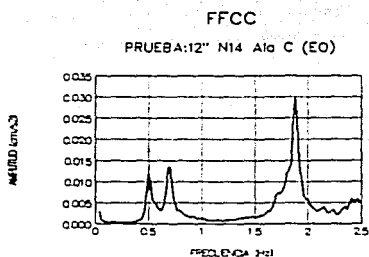
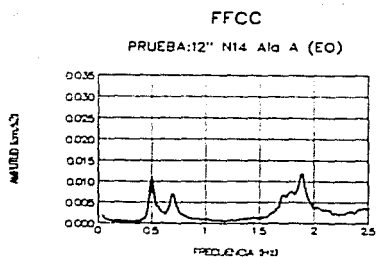


Fig 11. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea de las alas A y C, con los acelerómetros orientados en la dirección NS y ventana de 2.5 Hz. La función de transferencia se obtuvo del cociente de las ordenadas espectrales del ala C entre el ala A.

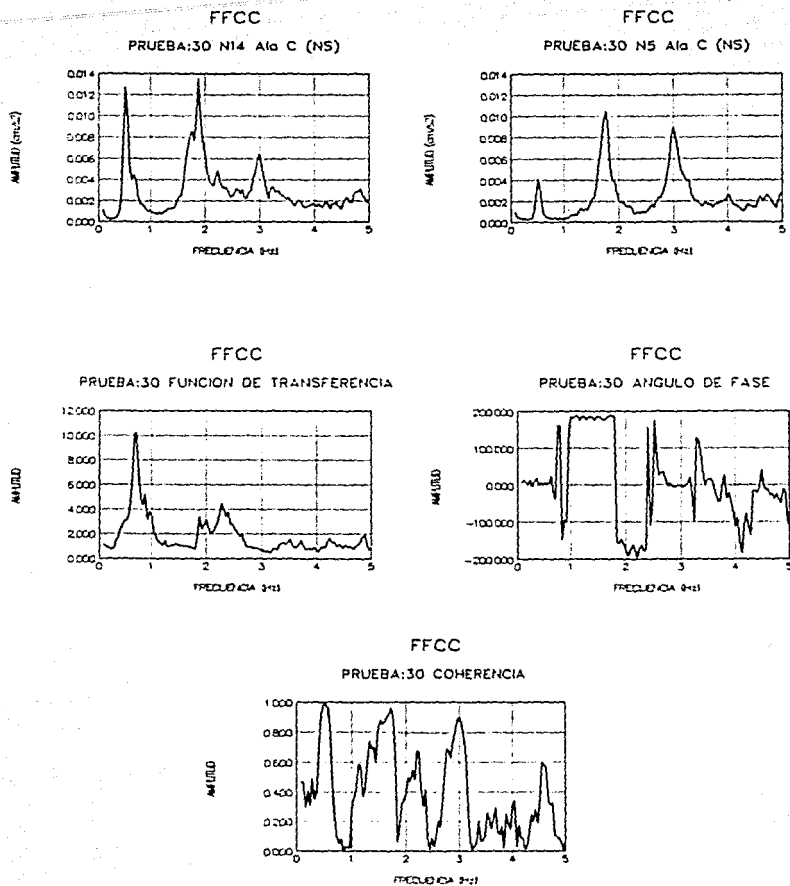


Fig 12. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en el extremo de la azotea y el quinto nivel del ala C, con los acelerómetros orientados en la dirección NS. la función de transferencia se obtuvo del cociente de las ordenadas espectrales de la azotea entre las del quinto nivel.

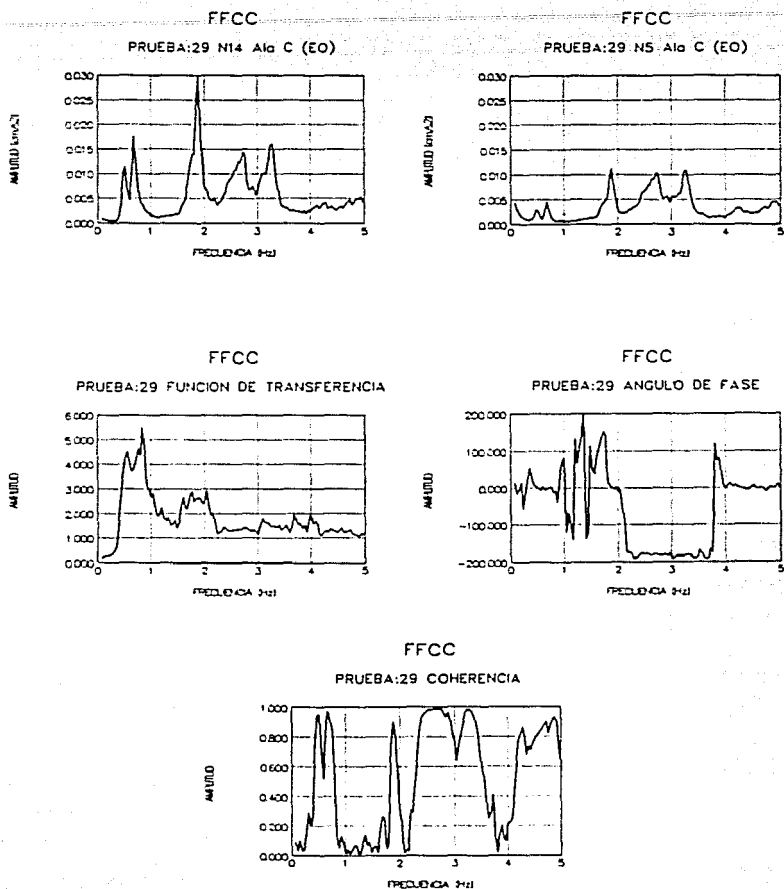
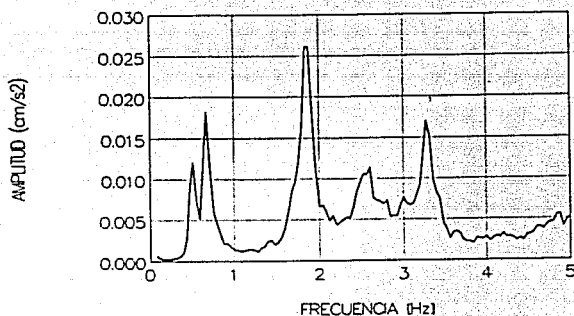


Fig 13. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en el extremo de la azotea y el quinto nivel del ala C, con los acelerómetros orientados en la dirección EO. la función de transferencia se obtuvo del cociente de las ordenadas espectrales de la azotea entre las del quinto nivel.

## FFCC

PRUEBA:37 N14 Ala B (NS)



## FFCC

PRUEBA:37 N5 Ala B (NS)

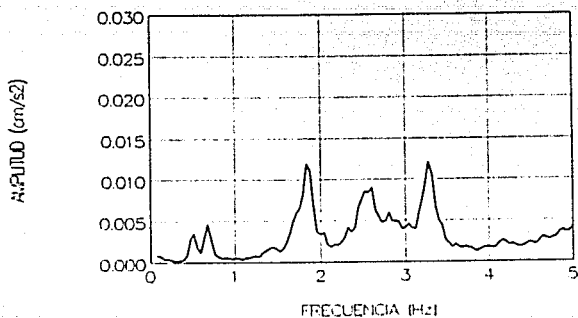
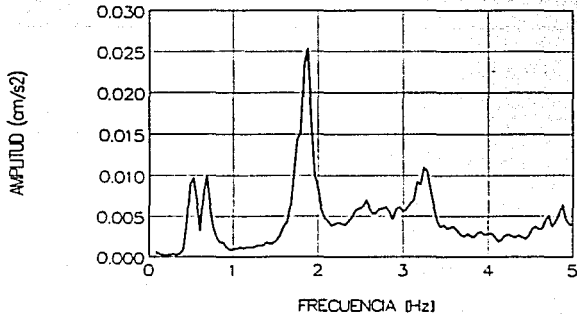


Fig 14. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea y el quinto nivel del ala B, con los acelerómetros orientados en la dirección NS.

FFCC

PRUEBA:38 N14 Ala B (EO)



FFCC

PRUEBA:38 N5 Ala B (EO)

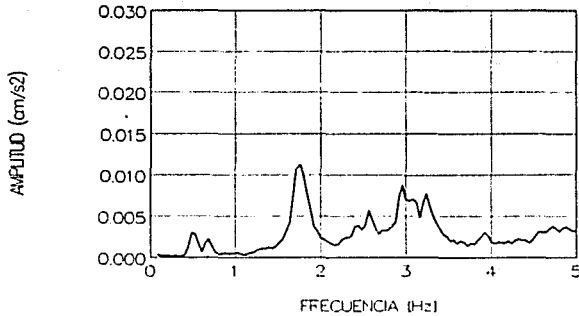
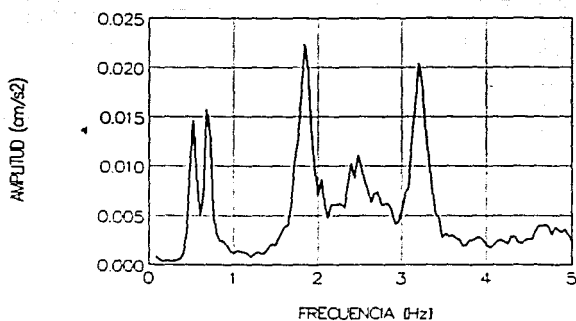


Fig 15. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea y el quinto nivel del ala B, con los acelerómetros orientados en la dirección EO.

FFCC

PRUEBA:48 N14 Ala A (NS)



FFCC

PRUEBA:48 N5 Ala A (NS)

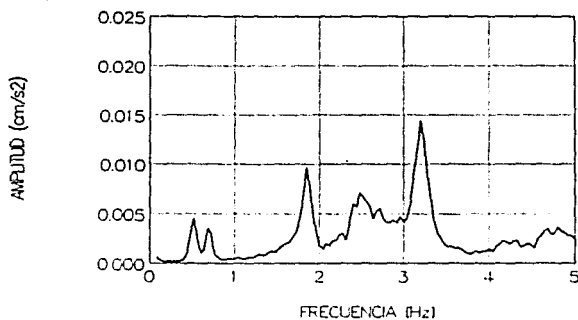
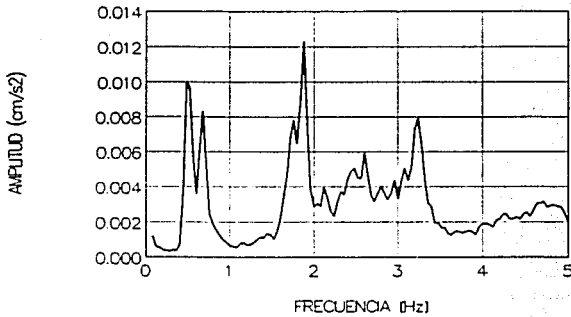


Fig 16. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea y el quinto nivel del ala A, con los acelerómetros orientados en la dirección NS.



## FFCC

PRUEBA:49 N14 Ala A (EO)



## FFCC

PRUEBA:49 N5 Ala A (EO)

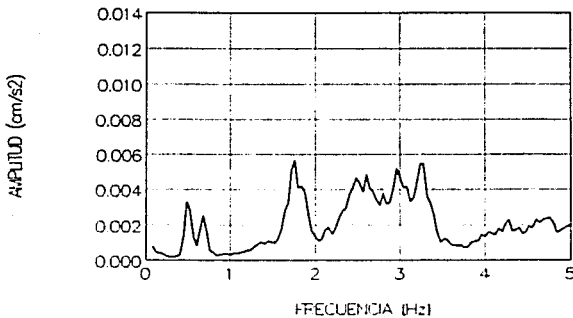
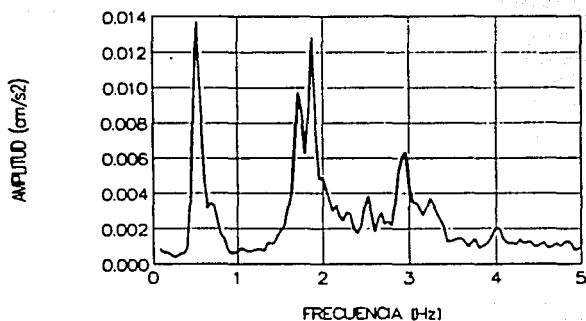


Fig 17. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea y el quinto nivel del ala A, con los acelerómetros orientados en la dirección EO.

## FFCC

PRUEBA:19 N14 Núcleo (NS)



## FFCC

PRUEBA:19 N5 Núcleo (NS)

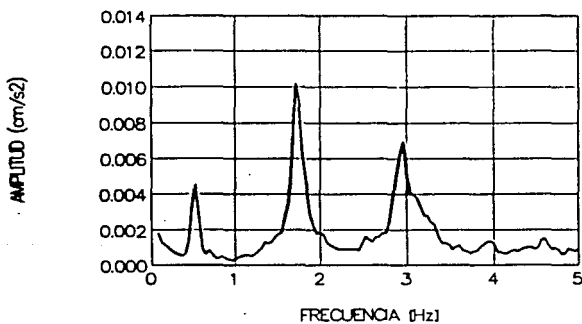
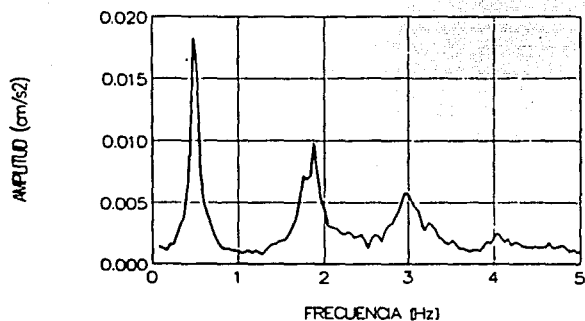


Fig 18. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en los extremos de la azotea y el quinto nivel del núcleo, con los acelerómetros orientados en la dirección NS.

# FFCC

PRUEBA:18 N14 Núcleo (EO)



# FFCC

PRUEBA:18 N5 Núcleo (EO)

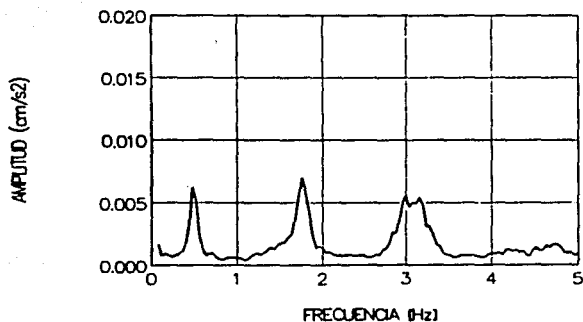
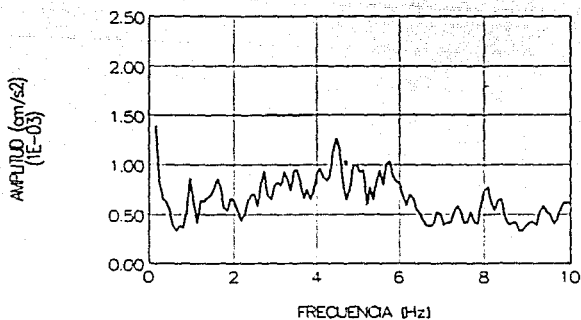


Fig 19. Espectros promedio obtenidos simultáneamente en el extremo de la azotea y quinto nivel del núcleo, con los sensores orientados en la dirección EO.

## FFCC

PRUEBA:79 PB Nucleo (NS)



## FFCC

PRUEBA:79 SUELO (NS)

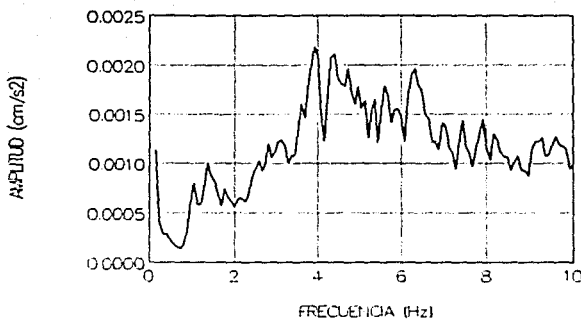
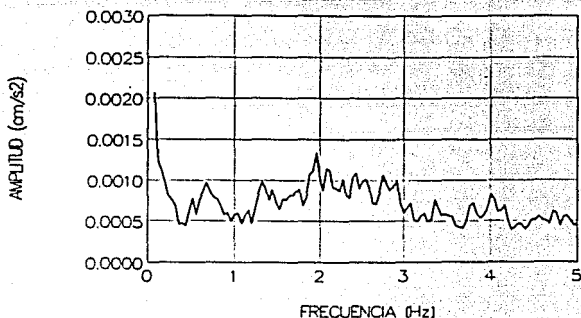


Fig 20. Espectros promedio registrados simultáneamente en el centro geométrico de la planta baja del edificio y en el terreno, con los acelerómetros orientados en la dirección NS.

FFCC

PRUEBA:80 PB Nucleo (EO)



FFCC

PRUEBA:80 SUELO (EO)

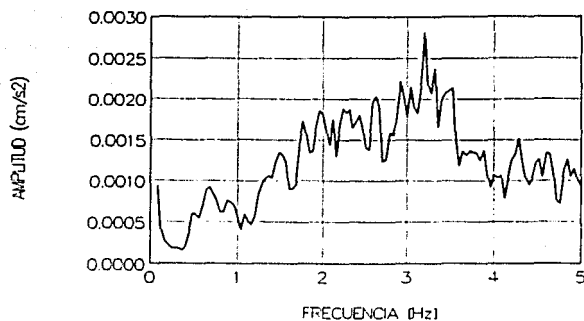
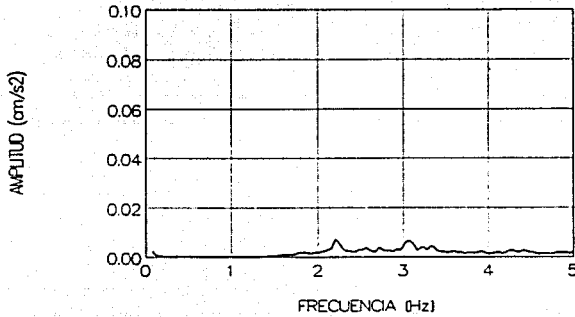


Fig 21. Espectros promedio registrados simultáneamente en el centro geométrico de la planta baja del edificio y en el terreno, con los acelerómetros orientados en la dirección EO.

## FFCC

PRUEBA:81 PB Nucleo (V)



## FFCC

PRUEBA:81 SUELO (V)

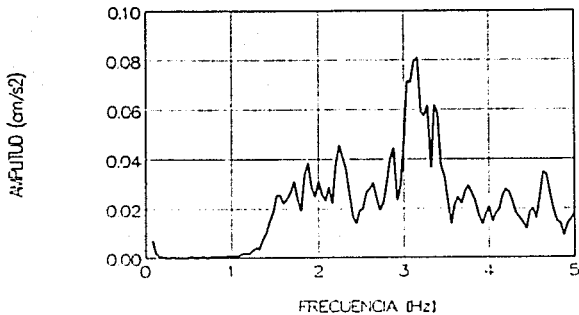


Fig 22. Espectros promedio registrados simultáneamente en el centro geométrico de la planta del edificio y en el terreno, con los acelerómetros orientados en dirección vertical.

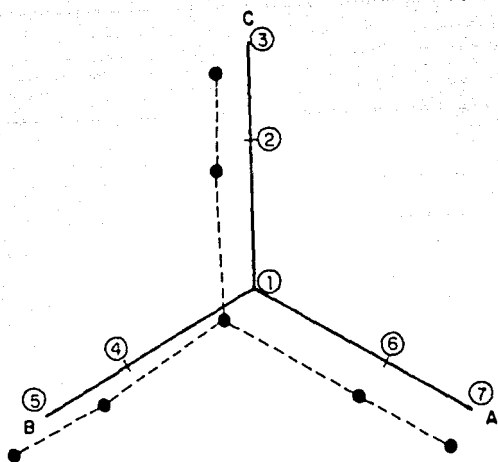


Fig 23. Configuración modal en el plano de la losa de la azotea correspondiente a los primeros modos de flexión en las direcciones EO ( $f=0.50$  Hz) y NS ( $f=0.52$  Hz).

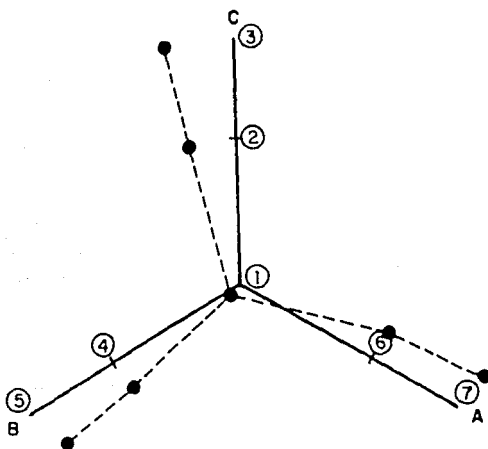


Fig 24. Configuración modal en el plano de la losa de la azotea correspondiente al primer modo de torsión ( $f=0.68$  Hz).

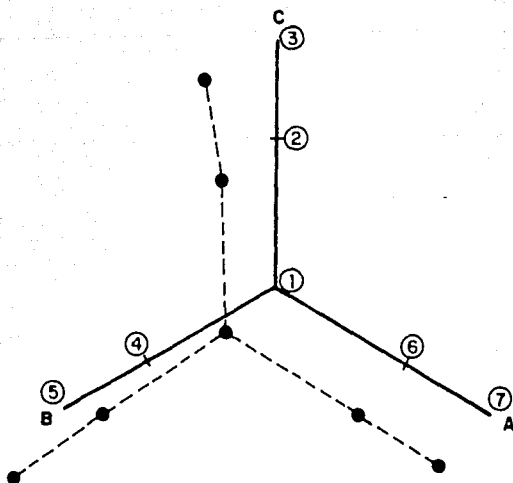


Fig 25. Configuración modal en el plano de la losa de la azotea correspondiente a los segundos a los segundos modos de flexión ( $f=1.72-1.76$  HZ).

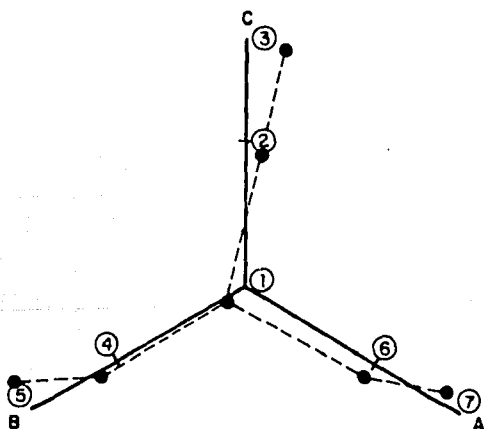


Fig 26. Configuración modal en el plano de la losa de la azotea correspondiente al primer modo local de las alas ( $f=1.80-1.88$  Hz).



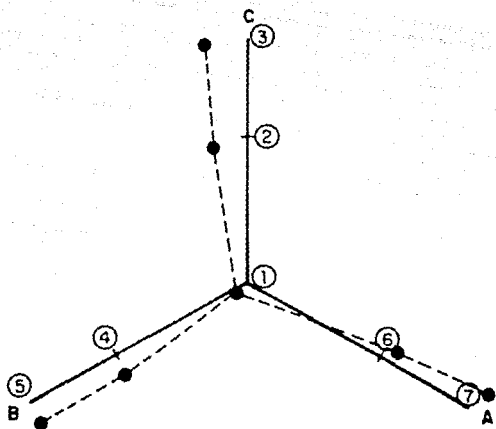


Fig 27. Configuración modal en el plano de la losa de la azotea correspondiente al segundo modo de torsión ( $f=2.62-2.70$  Hz).

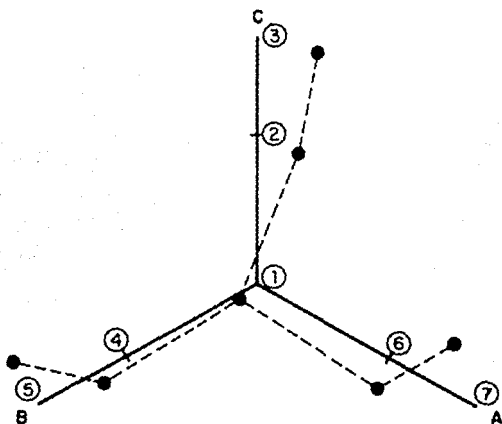


Fig 28. Configuración modal en el plano de la losa de azotea correspondiente a los terceros modos de flexión ( $f=3.00-3.32$  Hz).

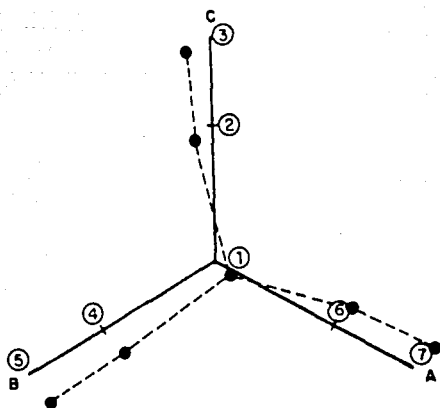


Fig 29. Configuración modal en el plano de la losa de azotea correspondiente al tercer modo de torsión ( $f=4.24-4.36$  Hz).

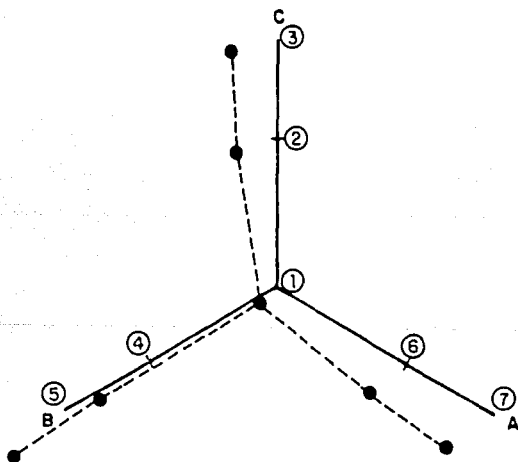


Fig 30. Configuración modal en el plano de la losa de azotea correspondiente a los cuartos modos de flexión ( $f=4.76-5.00$  Hz).

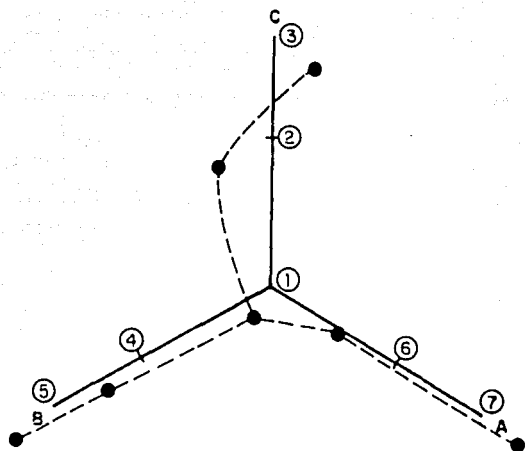


Fig 31. Configuración modal en el plano de la losa de azotea correspondiente al segundo modo local de las alas ( $f=6.08-6.56$  Hz).

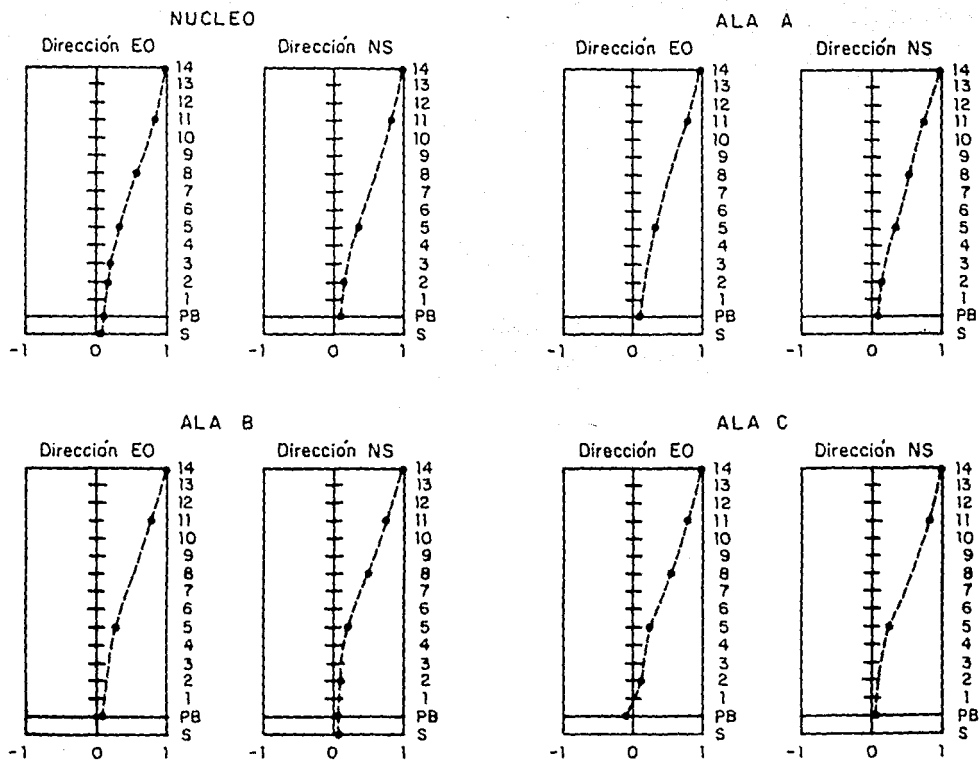


Fig 32. Formas modales del primer modo de flexión en la dirección EO ( $f=0.50$  Hz) y NS ( $f=0.52$  Hz).

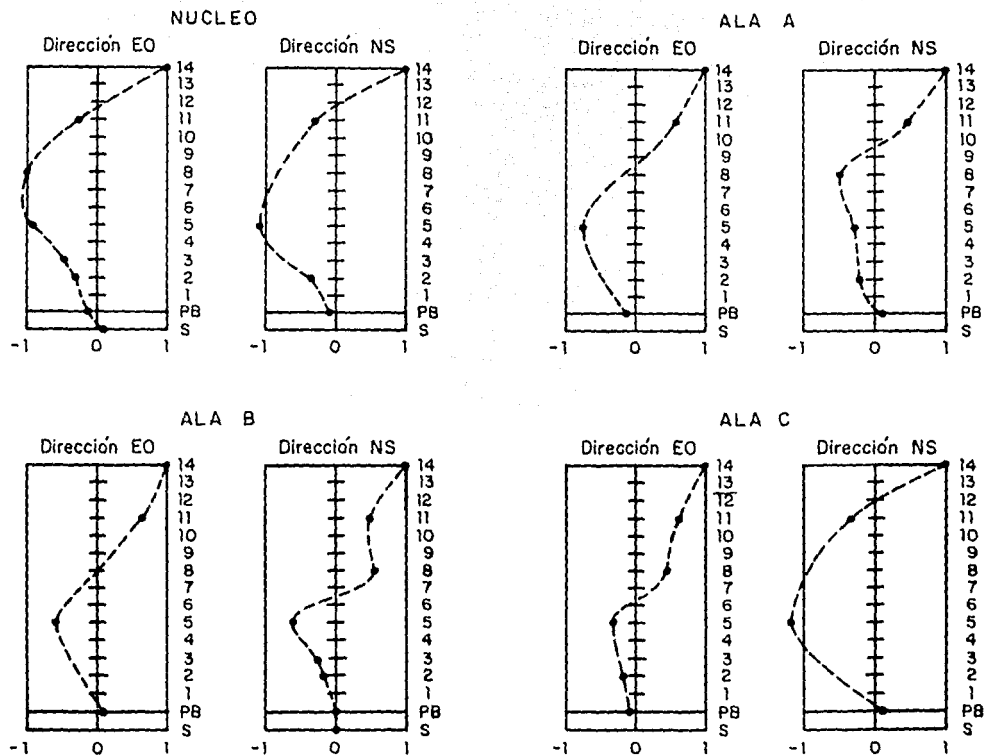


Fig 33. Formas modales del segundo modo de flexión en la dirección EO y NS ( $f=1.72-1.76$  Hz).

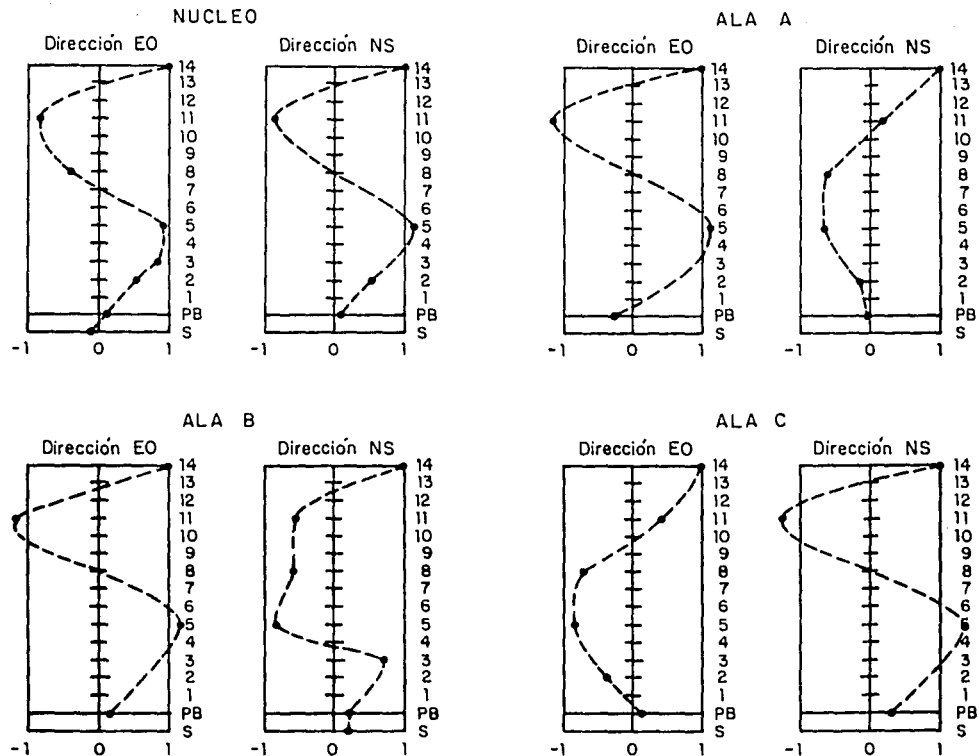


Fig 34. Formas modales del tercer modo de flexión en la dirección EO y NS ( $f=3.00-3.32$  Hz).

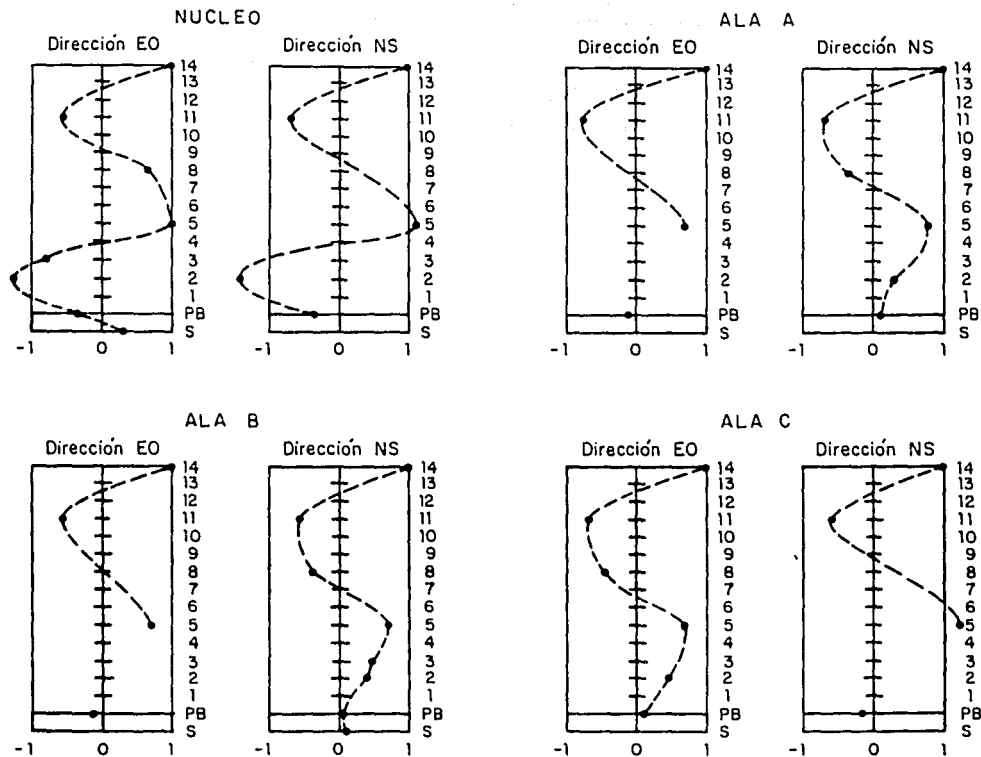


Fig 35. Formas modales del cuarto modo de flexión en la dirección EO y NS ( $f=3.00-3.32$  Hz).

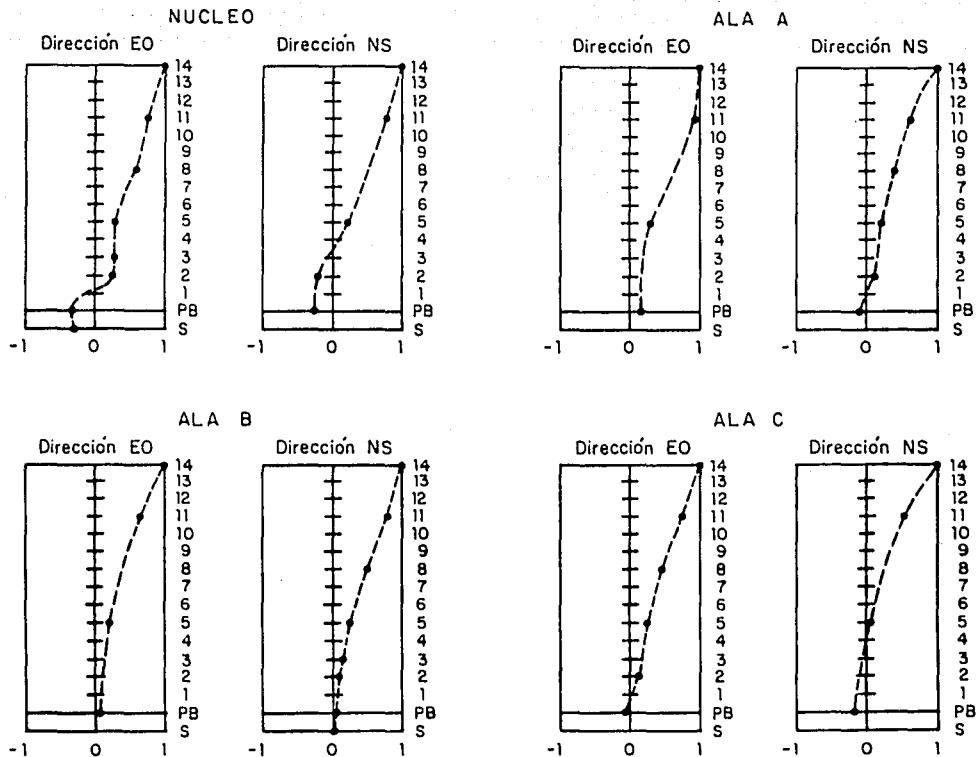


Fig 36. Formas modales del primer modo de torsión ( $f=0.68$  Hz).



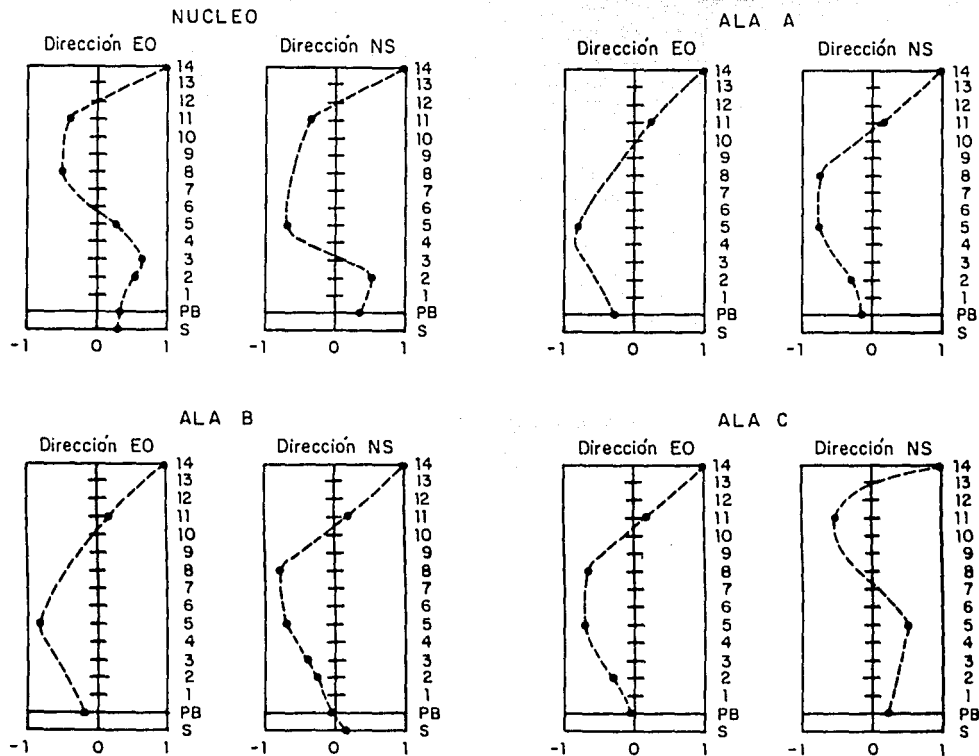


Fig 37. Formas modales del segundo modo de torsión  
( $f=2.60-2.72$  Hz).

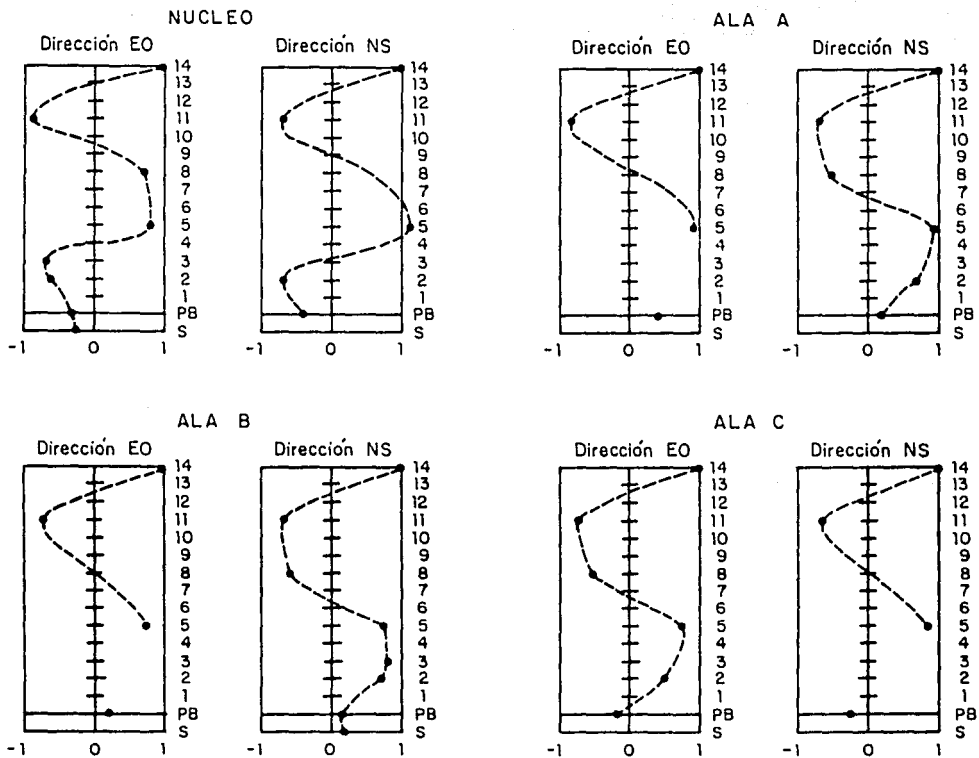


Fig 38. Formas modales del tercer modo de torsión  
( $f=2.60-2.72$  Hz).

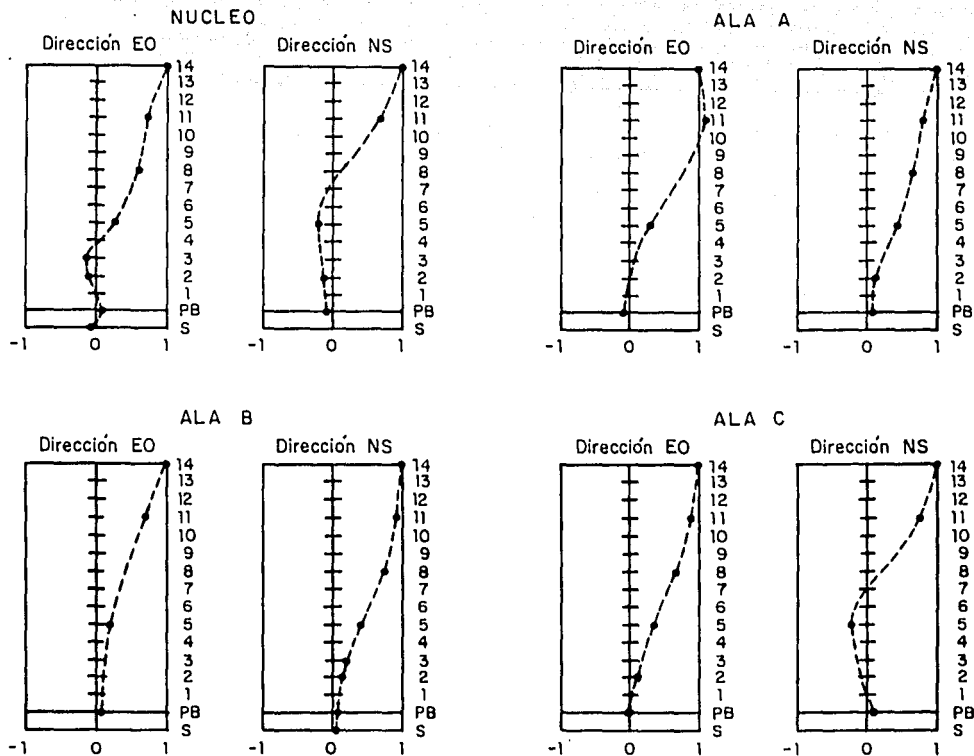


Fig 39. Formas modales del primer modo local de las alas  
( $f=1.80-1.88$  Hz).

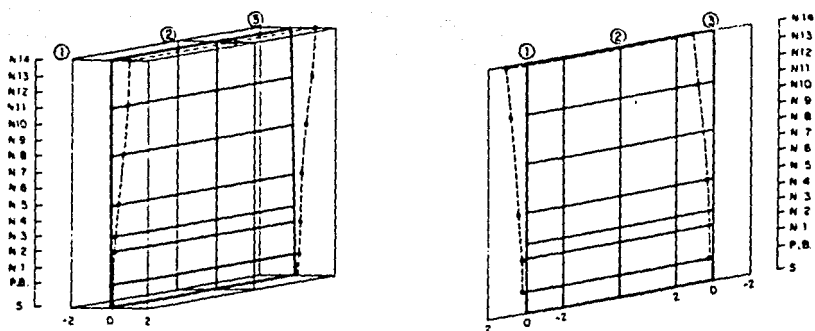


Fig 40. Configuración modal en tres dimensiones del primer modo de flexión del ala C.

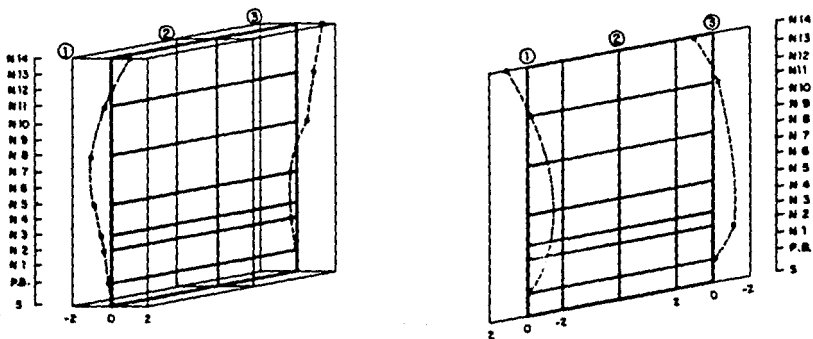


Fig 41. Configuración modal en tres dimensiones del segundo modo de flexión del ala C.

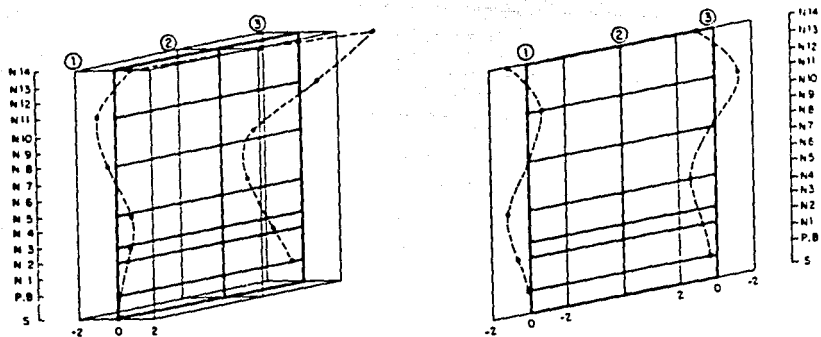


Fig 42. Configuración modal en tres dimensiones del tercer modo de flexión del ala C.

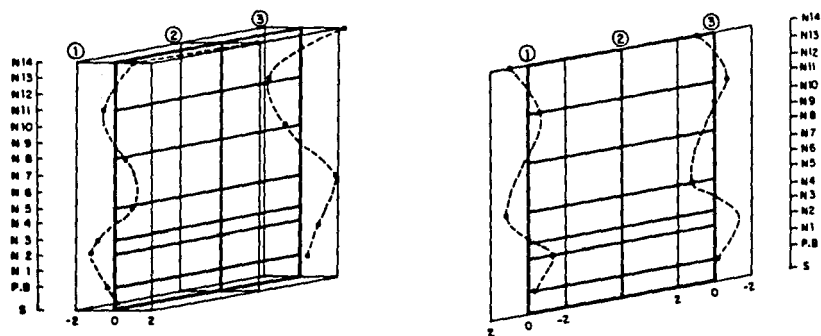


Fig 43. Configuración modal en tres dimensiones del cuarto modo de flexión del ala C.

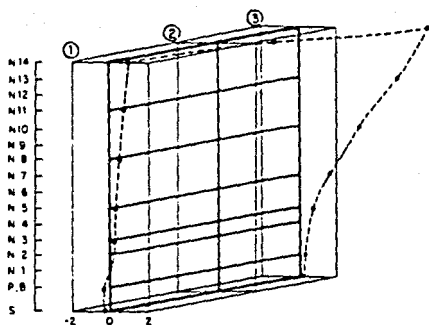


Fig 44. Configuración modal en tres dimensiones del primer modo de torsión del ala C.

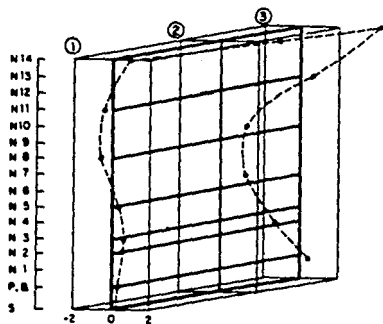


Fig 45. Configuración modal en tres dimensiones del segundo modo de torsión del ala C.

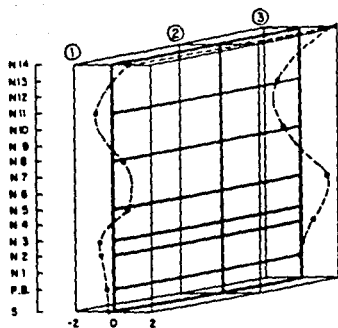


Fig 46. Configuración modal en tres dimensiones del tercer modo de torsión del ala C.

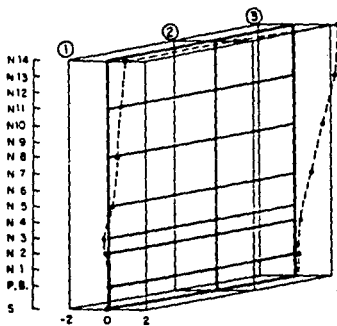


Fig 47. Configuración modal en tres dimensiones del primer modo local del ala C.

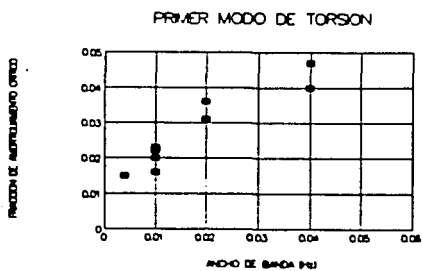
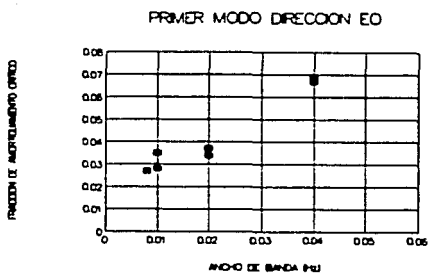
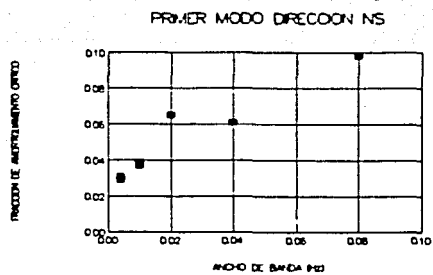


Fig 48. Variación de la fracción de amortiguamiento crítico en función del ancho de banda.



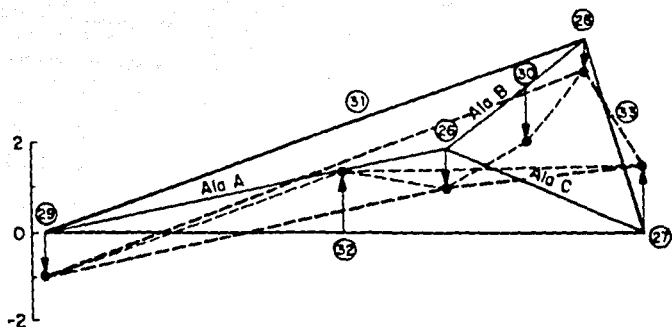


Fig 49. Elástica del primer modo de flexión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

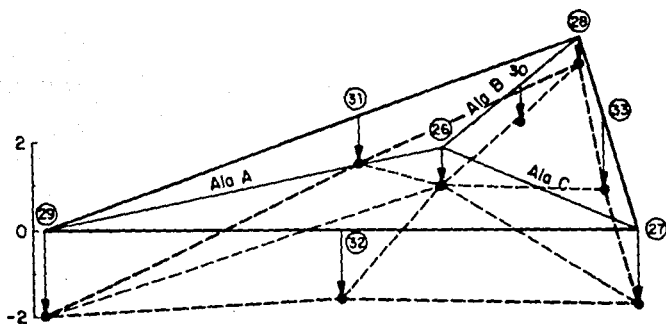


Fig 50. Elástica del segundo modo de flexión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

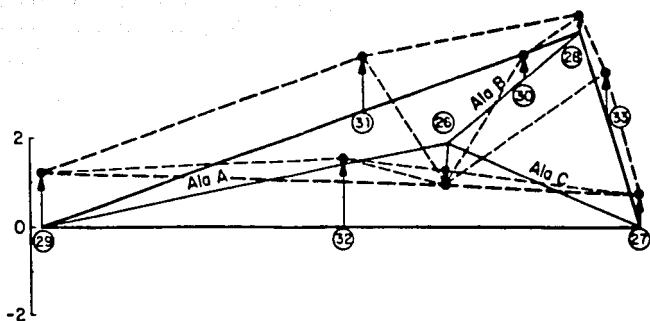


Fig 51. Elástica del tercer modo de flexión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

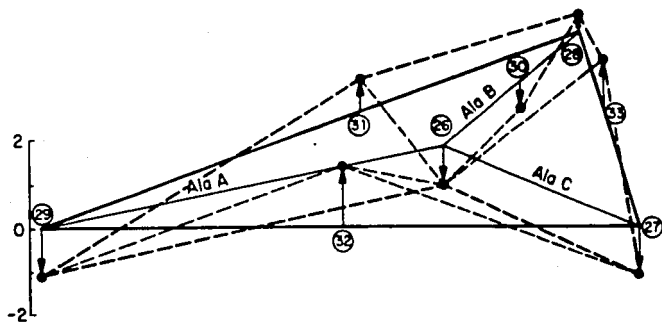


Fig 52. Elástica del cuarto modo de flexión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

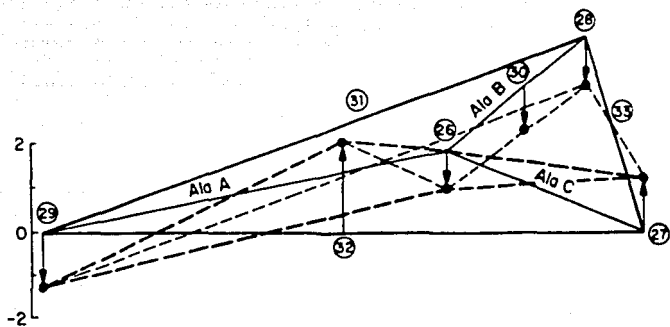


Fig 53. Elástica del primer modo de torsión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

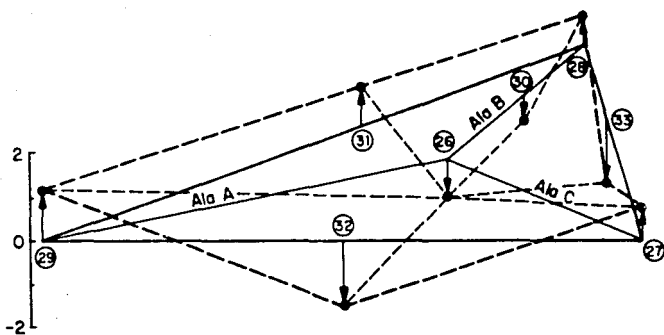


Fig 54. Elástica del segundo modo de torsión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

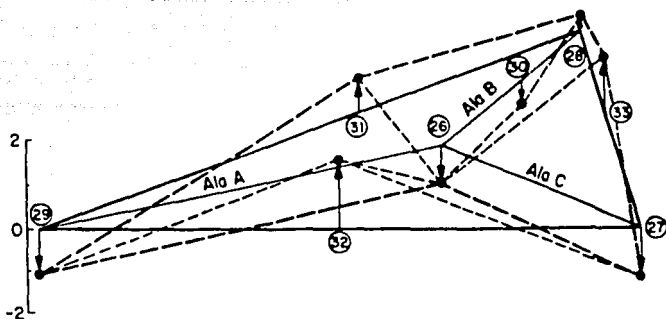


Fig 55. Elástica del tercer modo de torsión en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

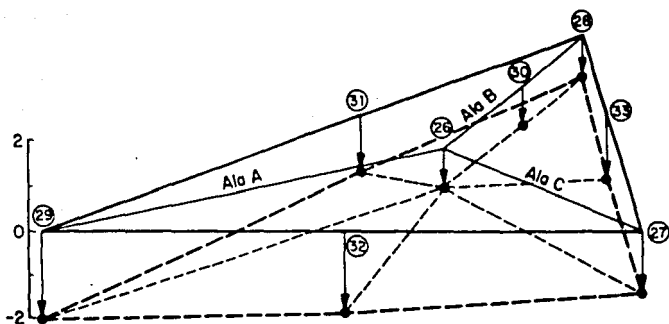


Fig 56. Elástica del primer modo local de las alas en la dirección vertical de la planta baja (● valores experimentales).

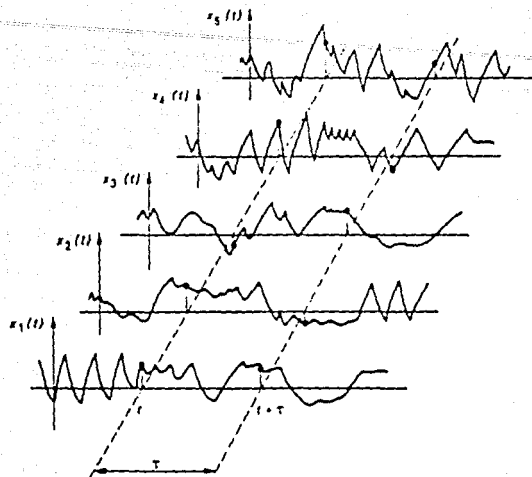


Fig 57. Registro de eventos en un proceso estocástico.

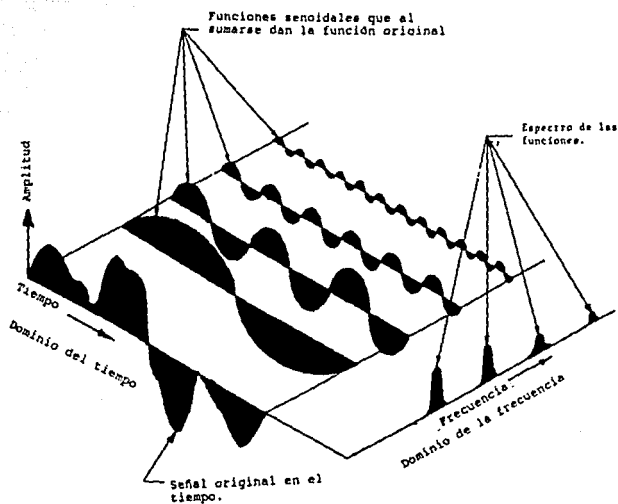


Fig 58. Contenido de frecuencias en una señal.

## APENDICE A

Para interpretar la información que se obtiene de las pruebas de vibración ambiental, es necesario comprender conceptos relacionados con el análisis de señales, de los cuales es importante conocer sobre todo su sentido físico con el fin de utilizarlos adecuadamente en el análisis y obtención de resultados.

Conceptualmente se entiende como vibración la oscilación de un cuerpo con respecto a un punto fijo, el cual es llamado punto de equilibrio; esta vibración puede expresarse mediante alguna expresión matemática como una función del tiempo.

En el análisis de fenómenos reales, las vibraciones que se producen no pueden ser descritas fácilmente en el tiempo por una función matemática; en este caso la vibración es llamada aleatoria, es decir, que las ordenadas de las señales que produce la vibración no pueden predecirse con certeza, sino con cierta probabilidad de que ocurran, por su carácter aleatorio, para poder describir su comportamiento, se les asocia una función de probabilidades. Este tipo de proceso es llamado estocástico y no le corresponde un solo registro de una señal, sino todos los que se originan al reproducir bajo las mismas condiciones un fenómeno. Cada registro que se obtiene recibe el nombre de evento, figura 57.

El grupo de eventos registrados, recibe el nombre de conjunto muestra, en el cual un punto en el tiempo ( $t_1$ ) de algún registro puede ser representado por una variable aleatoria y asignarle una función de densidad de probabilidad.

Si esta distribución de probabilidad no altera a lo largo del tiempo, el proceso es llamado estacionario, y cualquier punto de la señal puede ser representado por la misma función de probabilidades.

Para poder realizar el análisis de señales que se producen en una vibración aleatoria es necesario recurrir a herramientas matemáticas que permitan manejar la información, de manera que su interpretación física no resulte complicada.

La representación matemática de una de estas señales con respecto al tiempo, resultaría muy compleja, por lo que se recurre a la transformada finita de Fourier [7], para poder evaluar la señal obtenida, y poder expresar la función original en una suma de funciones más sencillas, donde cada una de estas tiene un factor de contribución, el cual nos indica con que porcentaje participa cada una de ellas en la función original.

$$x(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1)$$

Donde  $x(t)$  es la señal registrada,  $T$  es la duración de la medición,  $j = \sqrt{-1}$  y  $f$  es la frecuencia de análisis.

La principal ventaja que se obtiene de la aplicación de la transformada de Fourier, es que cambia la función original del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Esto es, si se obtiene el registro de una señal, en cuyo eje de las abscisas se grafica el tiempo y en eje de las ordenadas las amplitudes de cada punto de la señal, y posteriormente se le aplica la

transformada de Fourier, se podrá obtener el contenido de frecuencias de la señal y las amplitudes asociadas a cada frecuencia, figura 58. Si se grafican estos puntos se obtiene el llamado espectro de Fourier.

Si se toma el resultado de la expresión (1), se calcula su módulo y se eleva al cuadrado, se obtiene el espectro de potencia de esa señal,  $|x(f)|^2$ . A partir del cual se pueden obtener las amplitudes y las frecuencias, en el caso de vibración ambiental, asociadas a los modos de vibrar de la estructura, lo que resulta más práctico que si la señal se estudiara en el dominio del tiempo.

En el proceso de medición de vibración ambiental, se realizan pruebas en dos puntos diferentes de la estructura, las señales que se obtienen de estos puntos, pueden ser registradas simultáneamente y correlacionarse, con el fin de poder observar la correspondencia que existe entre las dos señales, el tiempo de retraso de una con respecto a otra y detectar la presencia de señales extrañas.

La expresión matemática a través de la cual se efectúa esta correlación recibe el nombre de función de correlación cruzada:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (2)$$

Donde  $x(t)$  y  $y(t)$ , representan dos señales diferentes, y  $\tau$  es el tiempo de retraso entre una señal y otra.



Cuando la expresión anterior se aplica a una sola señal, en el sentido de investigar la relación entre los valores de la misma señal, se obtiene la función de autocorrelación:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (3)$$

Si a estas expresiones se les aplica el concepto de transformada de Fourier, se pueden obtener expresiones matemáticas, que son conocidas como las transformadas de las funciones de correlación y autocorrelación respectivamente, las cuales son de utilidad para poder definir las frecuencias asociadas a los modos de vibrar de una estructura y su correspondiente configuración modal.

$$F_{xy}(f) = \int_0^T R_{xy}(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (4)$$

$$F_{xx}(f) = \int_0^T R_{xx}(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (5)$$

Si se toma la expresión  $F_{xy}(f)$ , la cual tiene tanto parte real como imaginaria, puede expresarse como:

$$F_{xy}(f) = H_R(f) - jH_I(f)$$

Donde:

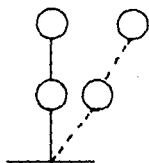
$$H_R(f) = \int_0^{\infty} R_{xy}(t) \cos 2\pi f t \, dt \quad H_I(f) = \int_0^{\infty} R_{xy}(t) \sin 2\pi f t \, dt$$

que a su vez y por conveniencia puede expresarse en forma polar de la siguiente manera:

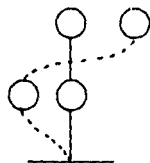
$$F_{xy}(f) = |F_{xy}(f)| e^{-j\phi(f)} \quad \phi = \tan^{-1} \left[ \frac{H_I(f)}{H_R(f)} \right]$$

si se obtiene el ángulo tangente entre la parte imaginaria y la parte real, el resultado será el llamado ángulo de fase. A cada frecuencia natural que se obtiene le corresponde un ángulo de fase cuyo valor será entre 0 y 180 grados.

Este ángulo indica el retraso de las señales producidas en dos diferentes puntos de la estructura, y con base en su valor poder trazar correctamente las configuraciones modales, tanto de modos fundamentales como de modos superiores.



Movimiento de las masas  
A y B en fase  $0^{\circ}$



Movimiento de las masas  
A y B en fase opuesta  $180^{\circ}$

De las transformadas de las funciones de correlación y autocorrelación se pueden obtener dos funciones de suma importancia:

La función de transferencia, que se obtiene del cociente de las ordenadas espectrales de dos puntos de medición en un mismo experimento.

$$H_{xy} = \frac{F_{xy}(f)}{F_{xx}(f)}$$

La coherencia que representa un índice de la relación de movimiento entre dos puntos de medición.

$$\gamma_{xy} = \frac{|F_{xy}(f)|}{F_{xx}(f)F_{yy}(f)}$$

Sus valores van de 0 a 1, si son próximos a uno esto nos indica que existe una buena proporción lineal entre las dos señales, si son cercanos a cero no existirá relación entre el movimiento de los puntos de medición, esto provocado muchas veces por el ruido presente durante la medición.

El ruido se puede definir como una perturbación indeseada que se sobrepone a la señal útil. En el caso de la vibración ambiental en estructuras, se considera como ruido todas aquellas frecuencias ajenas a las propias de la estructura. Este ruido puede ser provocado ya sea por los propios aparatos de medición,

algún tipo de maquinaria cercana al edificio, el paso de vehículos sumamente pesados, etc. Lo que dificulta la identificación de las frecuencias correspondientes a los modos de vibrar de alguna estructura.