

18

24

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MATERIAL DIDACTICO PARA LA MATERIA DE CIBERNETICA Y COMPUTACION II

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

MATEMATICO

PRESENTA

GUILLERMINA PENELOPE GONZALEZ Y HERNANDEZ

MEXICO, D.F.

febrero de 1991

FALLA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

## INTRODUCCION

Este trabajo de tesis se ha dividido en cuatro capítulos: en el primero, se fundamenta la propuesta metodológica de esta tesis y se aclara porque en lugar de tomar al lenguaje de programación como objeto de estudio, sólo se utiliza, como una herramienta de finales y principio de siglo con la que es necesario familiarizarse; en el segundo se le explica al maestro de la materia porque se eligieron precisamente Logo, como lenguaje de programación, y el juego de las Torres de Hanoi como objeto de motivación; el tercero constituye la propuesta en sí y, finalmente, en el cuarto se dan las conclusiones a manera de recomendaciones para los profesores que estén interesados en tomar en cuenta esta propuesta para el desarrollo de sus cursos. Los apéndices tienen por objeto mostrar como, gran parte del trabajo que generalmente el alumno realiza mentalmente, se puede llevar al papel en forma gráfica y sistemática.

## CAPITULO PRIMERO

### FUNDAMENTACIÓN METODOLÓGICA

Este trabajo de tesis constituye un intento por responder al reto de orientar al estudiante para que a su paso por el Colegio de Ciencias y Humanidades desarrolle la capacidad de aprender a aprender. Capacidad que engloba a las finalidades del Colegio:

Las finalidades del Colegio pueden describirse de la manera siguiente:...

3. Tratar de formar alumnos:

a) capaces de aprender a aprender, es decir, autónomos en el proceso de continua renovación de conocimientos y habilidades que exige el mundo en movimiento en que vivimos;

b) que tengan habilidades y actitudes más que simples conocimientos, es decir que sepan utilizar los métodos y lenguajes que constituyen el núcleo de la enseñanza del Colegio;

c) que posean conocimientos básicos que les permitan proseguir el aprendizaje por su cuenta;

d) críticos, dotados de los criterios y conocimientos necesarios para juzgar no sólo los contenidos de su aprendizaje, sino también todos los aspectos de la sociedad en que viven;

e) activos, es decir, capaces de utilizar sus habilidades y métodos para transformar el medio en que se desarrollan, capaces de ser así agentes responsables de un desarrollo que, en muchos casos, parecería no incumbirles, para convertirse en creadores de nuevas relaciones humanas y nuevas condiciones de vida;

f) que tengan actitudes vitales de libertad, responsabilidad, respeto por los demás, solidaridad. (p. 40) (p. 100) f

Está dirigido al profesor de Cibernetica y Computación, como una invitación a la comparación de su propia metodología con la aquí propuesta, con el deseo de que esta reflexión le resulte provechosa en aras de brindarle al alumno una mayor proyección de lo que es un lenguaje de programación, de como aprenderlo y como utilizarlo. Estoy segura de que el profesor, por sus características como profesor del Colegio, responderá a esta invitación de acuerdo a su respetable opinión:

"Si estas son las tareas específicas del Colegio, el profesor que trabaje en él deberá tener las características siguientes (p. 40)...

I. En el orden de las actitudes vitales el profesor debe ser crítico y autocrítico; libre para mantener sus propios puntos de vista; abierto a la discusión y al

diálogo; honesto en la presentación de sus opiniones; capaz de colaborar y de trabajar en equipo; responsable en sus compromisos; plenamente respetuoso de las opiniones ajenas." (p. 104) 2

En la breve retrospectiva que hace Pablo González Casanova en su plática "Creación del Colegio de Ciencias y Humanidades"3, menciona que el problema de la vigencia y del cambio, de la continuidad o permanencia de ciertos objetivos, de ciertos métodos y de la necesidad de cambiar también, de estar abierto a un mundo y un tiempo que son fundamentalmente transformadores en todos los sentidos, en el terreno de las revoluciones, en el terreno de las reformas: un mundo cambiante no solo en las revoluciones sociales, sino en las tecnológicas, en las científicas y no solo en reformas de tipo académico o de tipo político, sino en reformas de estructura, con innovaciones que nos dan a finales del siglo XX un panorama de lo que es la sociedad y el mundo considerablemente distinto a lo que se pensaba hace 2 o 3 décadas, se planteó al principio como un problema de método para una reforma de la educación media, y de ahí fue evolucionando hacia planteamientos más amplios con orígenes intelectuales relativamente distintos, pero en uno y en otro. La reforma de la enseñanza media y lo que el CCH sería como un conjunto universitario, todos los niveles tuvieron vinculaciones constantes a lo largo de las reflexiones que se hicieron. Y continúa diciendo que el se plantea el problema de la reforma como un problema de estrategia y también como una experiencia que se extiende, es decir, una reforma que prueba, por sus virtudes propias, la necesidad de generalizarse, que no se plantea como un dogma diciendo: esta es la solución frente a todo lo anterior", sino que da pruebas de que es mejor de lo que existe, entonces, ahí, hay un planteamiento antidogmático, experimental en el mejor sentido de la palabra, no de experimentar con gente como si fueran ratas, no, porque este concepto de lo experimental ha sido usado mucho por el pensamiento dogmático para atacar lo experimental, y como se trata de experimentos antihumanistas, todos saltamos diciendo no, no es lo que queremos, sino a partir de un conocimiento acumulado, en este caso de tipo pedagógico, lo más amplio posible, lo más actualizado que se pueda, plantear un proyecto de enseñanza y ver sus defectos y virtudes para mejorarlo y ampliarlo hasta que se convierta en un

proyecto universal. El pretender que haya un sólo camino puede ser peligroso y en todo caso ni corresponde a los fenómenos característicos de la vida, ni era factible, ni tal vez lo sea en este momento, desde el punto de vista de hábitos, o de tradiciones de enseñanza de quienes continúan reclamando su derecho de trabajar y pensar en formas que les han dado ciertos placeres intelectuales y rendimientos innegables.

Estas palabras fortalecen el ánimo de respeto hacia la labor desarrollada por los profesores, que prevalece a lo largo de todo mi trabajo de tesis.

Al mismo tiempo, con base en ellas, quiero agradecer de antemano la colaboración franca y productiva de toda crítica constructiva que tenga a bien el lector comunicarme, con el fin de mejorar mi trabajo, no sólo con la puesta en práctica dentro del plantel Sur del Colegio, sino también con la enriquecedora retroalimentación de todo profesor experimentado.

Elegí la enseñanza de un lenguaje de programación por la importancia que este tema y la forma de exponerlo tiene para el Colegio, desde el punto de vista pedagógico.

Esta afirmación puede sustentarse nuevamente en las palabras de Pablo González Casanova<sup>4</sup>: en las que dice que un punto de partida relacionado con el problema de la formación, en nuestro tiempo, de especialistas es el de la necesidad de formar especialistas con una cultura general de tipo humanístico, es decir, con una cultura científica y con una cultura en humanidades, artes, oficios, técnicas, etcétera.

Para él, educar en cualquier terreno, incluso ya cuando uno es especialista de alto nivel, continuar planteándose el problema de la especialización y de leer la última novela de García Márquez, o de ir a una pieza de teatro, es también un problema que está en la base de las reflexiones, y a esos problemas se sumarían otros dos de esa época que son: el enfrentar a la enseñanza de tipo memorístico a la enseñanza dialogal que exalta Freire. Pensando

que lo memorístico, repite lo que el maestro dijo, lo que el libro dice, que parte de una concepción autoritaria del conocimiento y que lo dialogal es mucho más rico. Enfrentarlo a lo autoritario, que entre otras formas se expresa en lo memorístico, y a una enseñanza que tiende a ser fundamentalmente intelectualista, tener un gran respeto por la inteligencia como parte de las fuerzas del hombre, y posiblemente la mayor, pero como una crítica a una actitud crítica a la reducción excesiva de la tarea intelectual, a sus propias fuentes de tipo teórico, a sus propios textos, con una invitación a salir de ellos, de la pura teoría, también muy respetable, la teoría como generalización, como explicación, pero con esa invitación en que insiste tanto el romanticismo a principios del siglo XIX, de ir a la vida, en el terreno político o científico, de ir a la técnica, a la práctica.

Enfrentar a una enseñanza intelectualista, una enseñanza teórico-práctica, con una teoría de muy alto nivel y con una práctica lo más enriquecedora posible, así como mostrarle al estudiante que para pasar existe el proceso de aprender.

Y en un nivel de abstracción relativamente más alto en relación con el conocimiento y la educación es importante tomar en cuenta el problema de la selección, el de la relación y el del contexto; tres problemas fundamentales de los procesos del conocimiento que se dan en cualquier orden y momento de la historia del conocimiento.

El problema de la selección se da prácticamente en una cultura o enseñanza que trataba de ser enciclopedista. Si nosotros queremos saber todo de todo, nos perdemos, y nos encontramos en situaciones absolutamente dramáticas. Necesitamos seleccionar.

El problema de la selección en el Bachillerato del CCH deriva en la selección de dos lenguajes y de dos métodos, como lo mínimo fundamental, es decir, como lo mínimo que aparece a lo largo de toda la historia del pensamiento contemporáneo. Tenemos dos lenguajes, el del mundo cuantitativo, el de las matemáticas, y el del mundo cualitativo que en nuestro caso es el castellano, el



idioma nacional, y dos métodos considerablemente distintos en su acercamiento a la realidad, que son el método experimental y el método histórico.

En torno a ese núcleo empezamos a hacer variaciones gigantescas, algunas de ellas nos empiezan a recordar que no sólo queremos estudiar la teoría, sino ciertos manejos como el de nuestras manos que son muy importantes para la formación del hombre, con sus oficios, sus técnicas.

Este segundo tópico de las relaciones a un nivel de abstracción menos alto, se refiere a la división intelectual del trabajo que tiene la historia de las disciplinas, de las profesiones, de las especialidades. Aunque este es un problema fundamental del conocimiento se puede uno limitar a enunciar la relación entre la teoría y la técnica, el de las relaciones entre la teoría y la práctica, entre la teoría y la realidad, entre la teoría y la vida, sumando otra relación muy importante, la relación entre las ciencias y las humanidades, incluyendo dentro de las humanidades las artes.

En cuanto al problema del contexto, es el problema del campo visual, es el de la perspectiva de ver más allá de lo inmediato, en que se pregunta hasta qué punto lo que uno está diciendo es demasiado abstracto o que otros elementos nos pueden ayudar a comprender mejor, y este problema se da justamente en función de los anteriores, de una buena selección y del establecimiento de relaciones, a sabiendas de que debemos romper los límites de nuestras selecciones y nuestras relaciones y buscar contextos más amplios que permitan explicarnos el comportamiento de determinados fenómenos. El estudio del campo visual es también muy importante y se da cuando la selección es muy buena, cuando las relaciones se revisan permanentemente y se está abierto a conocer una realidad nueva o que no conocíamos, que mejora nuestra capacidad de análisis. Estos fenómenos están en la base, no sólo del planteamiento del CCH a nivel de bachillerato, sino del planteamiento del CCH como actividad de toda la Universidad en la selección de conocimientos, en las relaciones de conocimientos y

en la forma en que ponen dentro de un contexto sus propias disciplinas y experiencias. Poner lo que uno hace en el contexto de la sociedad y del tiempo en que uno vive, resulta fundamental en la contribución que la Universidad como institución de cultura superior tiene que hacer a cualquier especialista, como parte de la cultura general y de su propia especialidad que se abra.

A estos fenómenos y a este tipo de problemas se suma uno que está muy relacionado con formas de pensar que se desarrollan en el siglo XX y particularmente en torno a la cibernética y al desarrollo o la evolución dentro de las ciencias de una forma de analizar muy vinculada al funcionalismo, como la filosofía, que tiende a suponer que todo debe estudiarse en relación con lo funcional y en eso está equivocada, pero es muy importante para comprender no solo las innovaciones tecnológicas del siglo XX, sino las innovaciones políticas, la elaboración de modelos matemáticos para hacer más funcional incluso un campo de concentración.

La aplicación de las funciones, para el manejo de la naturaleza y la sociedad en el mundo moderno no tiene precedentes en la historia del hombre. La aplicación de las funciones se va a desarrollar frente o junto a dos tipos de categorías que también existen en el conocimiento humano que son la clásica de los atributos, el bien y el mal, lo bello y lo feo, con cierto tipo de elementos de clasificación que se encuentran desde las filosofías y las religiones más antiguas y los vinculados a las combinaciones y permutaciones, y las categorías de las relaciones, incluso de las contradicciones que van a dar al pensamiento dialéctico y al estudio de la historia como contradicción y como lucha.

Este desarrollo de las funciones y del estudio de ellas, genera un fenómeno muy interesante, distinto al de los atributos, donde o sé es bueno o sé es malo, o sé es bello o sé es feo. En este otro mundo de las funciones va a surgir un pensamiento combinatorio que se desarrolla y que no es ecléctico, no es como decir que hay que tomar un poquito de aquí, y otro poquito de allá, sino que estudia realmente cuáles son las combinaciones óptimas para lograr

de investigación en todos los niveles del CCH.

De lo anterior se desprende, que el enfoque que se dé a la materia en el Colegio será muy importante; pues de esto depende que los alumnos, independientemente de sus aspiraciones personales, adquieran una nueva forma de comunicación (a través de un lenguaje de programación) que les permita el aprovechamiento de las computadoras en la solución de problemas de tipo científico, técnico y/o administrativo.

Para tal efecto, el programa<sup>5</sup> propone enseñar las reglas para escribir programas de computadora, de manera más bien intuitiva que formal, enfatizando que si el movimiento se demuestra andando, la utilidad de las computadoras se demuestra programando, y sugiere escoger un problema sencillo mediante el cual se presente de una manera global la técnica de programación, indicando claramente las partes del programa en ejemplos, de preferencia, elaborados expreso.

También se menciona que la mejor forma de evaluar el aprovechamiento de los alumnos en el curso es mediante la presentación, al final del semestre, de un programa propuesto durante el mismo, que "corra" satisfactoriamente.

Todo esto está resumido en los objetivos generales en los que se dice que el alumno:

- Adquirirá los conocimientos necesarios para comunicarse a través de un lenguaje con la computadora.
- Resolverá problemas que involucren el uso de la computadora, realizando un programa de cómputo para ello.

En consecuencia con todo lo anterior, la propuesta que yo hago se basa en la siguiente reflexión:

"El educador deberá tomar en cuenta, en todo momento de su actividad docente, que cada individuo tiene su propia forma de pensar y de sentir"

El esfuerzo que esto representa para el educador será grandemente

compensado; pues, además de lo gratificante que le resultará comprobar favorablemente su influencia en el aprendizaje del estudiante, obtendrá una retroalimentación objetiva de su trabajo, que le permitirá consolidar su propia concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Toda adquisición de conocimiento es progresiva y se lleva a cabo dentro de un ambiente socio-cultural que circunda al educando de manera natural. Le corresponde, por lo tanto, al educador, proporcionar el medio que facilite las relaciones dentro del grupo al cual él debiera estar integrado como un orientador, para que los estudiantes, al entrar en contacto directo con el objeto de estudio y la realidad que le rodea realice sus actividades en forma totalmente integrada, "construyendo y estructurando su conocimiento", es decir, "descubriendo" las características de los objetos, relacionándolas entre sí, e interactuando con ellos para modificar gradualmente su pensamiento.

Al escuchar el niño el lenguaje materno desde el primer momento de nacido aprende a hablarlo no sólo por imitación sino porque también desde muy temprana edad estos sonidos van cobrando sentido para él, sentido que le permite atribuirles un significado como resultado de la concepción que ha alcanzado de las reglas morfológicas y sintácticas que constituyen un claro antecedente de su propia gramática que ha ido formando al tomar selectivamente la información que le brinda el medio.

A diferencia de esto, el estudiante promedio del Colegio nunca antes ha estado en contacto con un lenguaje de programación; por lo que es de suma importancia, empezar por enseñarle a "hablar" el lenguaje antes de enfrentarlo a él como objeto de conocimiento.

Espero que lo expuesto en esta fundamentación metodológica aclare en gran medida no sólo la intención de la propuesta sino la propuesta misma.

## CAPITULO SEGUNDO

### ANTECEDENTES COMPUTACIONALES DE LA PROPUESTA

Seguramente todos estaremos de acuerdo en que la computadora, como cualquier instrumento, debe estar al servicio del ser humano.

El es quien debe decidir en donde y como utilizarla.

A el le corresponde la tarea de plantear los objetivos a alcanzar para obtener el mayor beneficio de ella.

En la educacion, sabemos que las diferentes formas de adquirir el conocimiento marcan la pauta para la eleccion de las estrategias a seguir. Un educador, conocedor de la amplia gama de posibilidades de la computadora, tiene la libertad de aplicarla, en la forma que juzgue conveniente, al proceso de enseñanza-aprendizaje, en el momento de elegir su estrategia.

Sin lugar a dudas, esto ha convertido a la computadora en un recurso didáctico muy versátil.

Como todo, tiene sus ventajas y desventajas; pero esto depende de como se utilice. ¡Bien utilizada, siempre será beneficiosa!

Como en esta ocasion, yo he elegido la computadora como un medio para programar, cabe aclarar que para mi, programar es un proceso, que abarca: desde comprender el problema planteado, hasta la correcta ejecución del programa que lo resuelve, codificado en cualquier lenguaje.

Escribir programas que efectivamente "corran" ejecutando la tarea prevista, no es una tarea fácil y aunque en realidad esta habilidad crece en proporción directa a la cantidad de tiempo que se le dedique, no basta la mecanización para llegar a comprender la necesidad de escribir un programa con cierta estructura y mucho menos para ser capaz de darle esa estructura por uno mismo.

Es necesario tener un motivo más atractivo que el sólo hecho de

codificar un algoritmo matemático, para involucrarse al grado de atreverse a "hablar usando el lenguaje de programación desde el primer momento que lo escucha" (programar). Por esto es sumamente importante elegir un problema que al mismo tiempo que interesante y accesible para el principiante, sea lo suficientemente complejo para que permita el desarrollo de todo un "curso de programación".

El juego de las Torres de Hanoi es uno de los problemas que reúnen estas características, y si este trabajo presenta el problema a un nivel introductorio, se debe al nivel del curso. Con el se puede no solo comprender el por qué de la necesidad de aprender un lenguaje estructurado sino que una vez que se ha alcanzado cierta familiaridad con el lenguaje Logo, se puede estudiar y aprender con relativa facilidad otro lenguaje de tipo modular.

Logo permite encauzar desde un principio, al estudiante, hacia un planteamiento sistemático del problema, utilizando el razonamiento de "arriba a abajo" y el de "abajo a arriba".

Mediante este tipo de planteamiento, el problema puede ser "resuelto" desde "arriba" a través del "análisis de metas"; es decir, haciendo de cuenta que tenemos el problema resuelto, el alumno puede ver con más claridad hacia donde debe llegar. Cuando se logra este planteamiento se empieza a comprender el problema y se tiene ya una gran ventaja; pues ahora, mediante el "análisis de materiales"; esto es, de "abajo a arriba", se puede usar lo que se sabe que se tiene, aquello que ya no representa ningún problema, para integrar la solución general.

El "análisis de metas" provoca la reformulación del problema produciéndose un "conflicto" que dirige y motiva la actividad de encontrar un principio común escondido.

La solución desde abajo establece la relación lógica, propia de la naturaleza de los componentes del problema.

Como la codificación tiene lugar hasta haber finalizado el razonamiento, el alumno, no sólo percibe la necesidad de

resolver un problema, podemos preguntarnos: ¿todos los problemas se pueden resolver mediante un algoritmo? Turing mostró desde 1936 que hay problemas que no se pueden representar por medio de un algoritmo; es decir, que existían máquinas de Turing sobre las que no se podría determinar, por lo menos en un tiempo finito, si estas terminaban con un sí o con un no. Esto lo logró mediante con un par de estados de trampa para que la operación de la máquina oscilara entre uno y otro, en cuyo caso este proceso podría esperar toda la eternidad para saber si se detendrá en el siguiente instante.

Turing dijo que si se pusiera construir una máquina universal MT1 que determinara si cualquier otra (MT0) se va a detener o no; es decir, termina con un sí si MT0 se detiene, y con un no si MT0 no se detiene. También lo podría hacer para la codificación de sí misma.

Si después, se construyera una de estas máquinas, MT2, que se detiene si MT0 no lo hace, y viceversa; es decir, MT2 termina con un sí si MT0 no se detiene y con un no si MT0 se detiene.

Turing preguntó: ¿qué sucedería si MT2 trabajara sobre la codificación de sí misma?

Pues que se llegaría a una contradicción, no podría existir tal máquina; pues se detendrá si MT2 no se detiene, y no se detendrá si, y solo si, se detiene.

Suponiendo que el problema que tratemos se puede resolver mediante un algoritmo, responder las preguntas planteadas anteriormente no siempre será fácil. Es aquí donde se tendrá que recurrir a los métodos de conteo y a las relaciones de recurrencia en la que se vincula el  $n$ -ésimo elemento de una sucesión con sus predecesores, como la relación que resuelve el juego de las Torres de Hanoi.

Realmente muchos de los problemas que se pueden motivar con las Torres de Hanoi son muy complejos

## PROPUESTA METODOLOGICA

Las actividades que aquí se proponen están redactadas, en forma de diálogo, con el fin de hacer patente que la enseñanza dialogal propicia la formación del educando.

La letra M que aparece en todas ellas significa "maestro" y la letra J, jóvenes.

## Actividad 1

ADVERTENCIA. Para el diseño de estas actividades se solicitó la colaboración de unos jovencitos cuya edad fluctuaba entre los 13 y 15 años. Por esta razón, el diálogo de esta actividad con el que se pretende romper el hielo entre los alumnos y el maestro, está planteado dentro de un ambiente no cotidiano en un salón de clases; sin embargo, requiere de muy pocos cambios para adaptarlo al ámbito escolar.

M. ¡Hola jóvenes! ¿cómo están?

J. ¡Bien, pero muy aburridos!

M. ¿Por qué?

J. Porque ya estamos cansados de hacer tarea, de leer, leer, y leer; de escribir, escribir y escribir.

M. ¿Por qué no jugamos a algo?

J. ¿Jugar, a qué?

M. A las torres de Hanoi, por ejemplo.

J. ¿Las torres de qué...?

M. De Hanoi, ¿no las conocen?

J. ¡No!, ¿en qué consisten?

M. Pues es un antiguo juego oriental que está formado por tres espigas paradas en sus respectivas bases, y un cierto número de discos; por ejemplo cuatro. Las espigas están colocadas linealmente y los cuatro discos que son todos de diferente tamaño se encuentran en la primera espiga de abajo hacia arriba, en un orden de mayor a menor.

J. ¡No entiendo muy bien!

M. ¿Por qué no lo dibujamos para que entiendan mejor?

M. Dibújenlo cada uno de ustedes.

M. Una espiga es un palo delgado, cada espiga está parada sobre

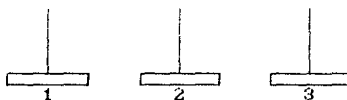


una base, las tres espigas se encuentran colocadas sobre un plano horizontal, por ejemplo una mesa.

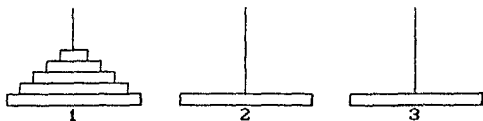
- J. Los alumnos tratan de seguir la explicación y hacen su dibujo.



- M. Pongánte a la primera espiga; es decir, a la de la izquierda el número 1, a la segunda (la central) el número 2 y a la última el número 3 para poder referirnos a ellas por su número. Por ejemplo, así:

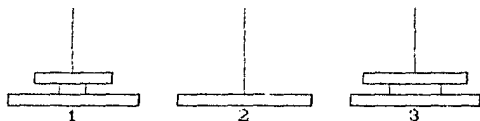


- J. ¿Y que paso con la mesa?
- M. Como es horizontal, la podemos dibujar como una línea, pero como esta no es importante para el desarrollo del juego, podemos dejarla a la imaginación y no dibujarla.
- J. ¡Bueno! y ahora, que sigue?
- M. Ahora hay que poner los discos en la primera espiga, de mayor a menor.
- J. (Todos están haciendo su dibujo)
- M. ¿Les quedó así? (se muestra el dibujo)



- J. Más o menos. (Por imitación natural y por comodidad en general, los alumnos adoptan el dibujo del maestro, esto en cierto modo es benéfico para tener una misma imagen visual)
- J. Pero, ¿en qué consiste el juego?

- M. Pues, en pasar todos los discos de la primera espiga a la última.
- J. ¡Eso es muy fácil!
- M. Pero de uno en uno.
- J. Sigue siendo fácil, es más, ni siquiera necesitamos a la segunda espiga.
- M. Es que el juego tiene otra regla.
- J. ¿Cual es?
- M. Siempre que pasen un disco a una espiga que ya contenga otro u otros, el disco en movimiento debiera ser menor a los de abajo.
- J. ¿Como, como?
- M. Por ejemplo, no es posible colocar los discos como se muestra en el dibujo.



- J. ¡Ah, claro!
- M. Pero falta una regla.
- J. ¿otra?
- M. ¡Si, la última y la mejor de todas!
- J. ¿En que consiste?
- M. En encontrar el numero mínimo de movimientos que se requieren para pasar todos los discos a la tercera espiga.
- M. ¿Por que no intentan resolverlo gráficamente, representando los discos como se ve en la figura, donde el disco 4 es mayor que el disco 3, el 3 es mayor que el 2 y el 2 es mayor que el 1?



- J. (Se deja que los alumnos jueguen sin que uno los vea para no cohibirlos)
- J. (Al terminar, cada quien empieza a preguntar cuál fue el

menor número de movimientos)

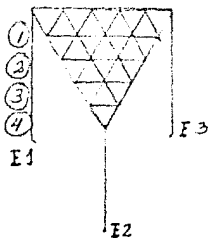
- J. (Ver en el apéndice 1 los resultados de los jóvenes con los que se trabajó, así como la solución para el caso de siete discos)
- J. ¡Tania hizo veinticinco!
- J. Entonces, ¡veinticinco es el mínimo!
- M. ¿Seguros?
- J. ¡Buena...
- M. ¡Pues, no!
- J. ¿Por qué?
- M. Porque, por ejemplo, en el quinto movimiento vemos a la pila con los discos 1, 2 y 3 en la tercera espiga, lo que la forzó a poner el disco 4 en la segunda espiga, cuando que la pila de los discos 1, 2 y 3 deberta haber quedado tan pronto como fuera posible, en la segunda espiga, para dejar la tercera libre, para que en un solo movimiento el disco 4 se pudiera pasar ella y no como aquí que se utilizaron dos movimientos para pasar el disco 4 de la primera espiga a la tercera.
- M. Pero, ¿Qué les parece si para la próxima clase construyen su juego de las Torres de Hanoi?

#### Actividad 2

- M. Vamos a ver como quedaron sus reproducciones de las Torres de Hanoi.
- J. (Los alumnos muestran sus juegos y los comentan)
- M. ¡Realmente quedaron muy bien!
- M. Y a propósito, ¿como podemos estar seguros de que hemos resuelto el juego?
- J. Detectando los errores cometidos.
- M. ¡Ese es un método muy útil!; pero sólo lo podemos utilizar después de intentar resolver el juego. Sólo habiendo caminado el camino podemos volver sobre nuestros pasos para ratificarlos o corregirlos. Y con suerte, cuando hagamos esto, nos encontraremos con que los errores que cometimos, o son muy pequeños y los podemos corregir fácilmente o, a pesar de ser difíciles de corregir nos permiten fijar la atención en aspectos que antes no habíamos tomado en cuenta. Esto nos

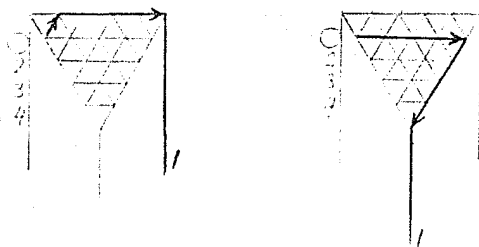
da una mayor visión del problema y nos permite crear diferentes estrategias de solución.

- M. Si cada vez que intentáramos una estrategia fallida hicieramos conscientemente este análisis de errores, estaríamos quitando poco a poco los obstáculos que no nos permitían resolver el problema; y digo que no nos permitían resolver el problema, porque una vez que uno ha aclarado los obstáculos el problema está resuelto y éste deja de ser un problema.
- M. Sin embargo, hay ocasiones en las que intentamos resolver el problema, una y otra vez, y en lugar de despejar nuestras dudas lo unico que ganamos es confundirnos mas, y hasta llegamos a perder de vista cuál era el problema, sin poder explicarnos que es lo que está ocurriendo.
- J. ¡Si es cierto, a mi me ha pasado varias veces y en particular ahora no se como decidir cuál es el menor número de movimientos.
- M. En una cantidad muy considerable de estos casos, es la forma como planteamos el problema la que oculta, casi por completo, las diferentes alternativas de solución. Y en no pocos de ellos, hasta un pequeño viraje al planteamiento para descubrirlas.
- M. Cabe aquí una aclaración, ¿cómo sabemos cuando dar ese pequeño viraje y como debe ser este? Es una pregunta que no tiene respuesta concreta; sin embargo, entre mayor sea el número de experiencias acumuladas por un estudiante, al respecto, mayor sera la "facilidad" que tenga para establecer relaciones significativas para la solución.
- M. A proposito de esto, vamos a contemplar el problema de las Torres de Hanoi desde otro punto de vista.
- M. Supongamos que tenemos una especie muy particular de billar; con tres bandas (como se muestra en el dibujo).

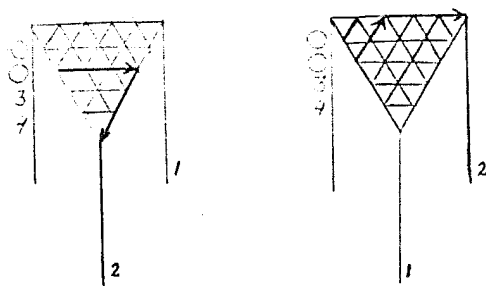


dirigida, sólo se puede extraer de la buchaca la bola que se encuentra hasta arriba, es decir, la bola que se saca, siempre, es la menor de todas las que se encuentran en la espiga.

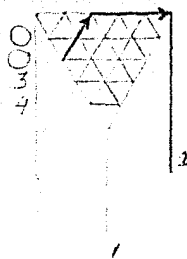
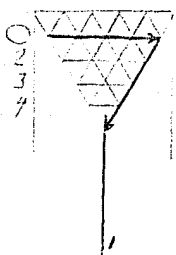
- M. Supongamos que nuestro billar cuenta con cuatro bolas y que estas se encuentran en la espiga número 1. ¿Podemos mover cualquier bola en el primer movimiento?
- J. ¡No!, solo podemos mover la bola 1, porque es la que está hasta arriba de todas.
- M. ¡Exacto!
- M. ¿De cuántas maneras podemos impulsar esta bola?
- J. De dos maneras solamente.



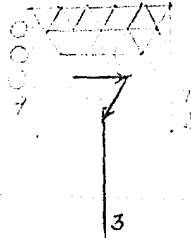
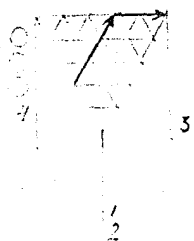
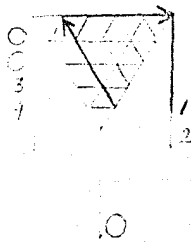
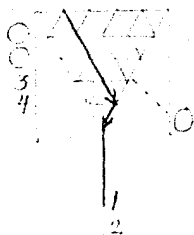
- M. ¿De cuántas maneras se puede impulsar la bola 2, una vez que se ha lanzado la bola 1?



- J. Sólo de una; pues nada más queda un lugar vacante.
- M. Es claro, entonces, que la elección de la dirección para el movimiento de la bola 1 determina unívocamente el movimiento de la bola 2.



- M. Si colocamos ahora la bola 1 en la buchaca que contiene la bola 2 no violamos las reglas y tenemos el espacio libre para mover la bola 3 a la buchaca vacía.

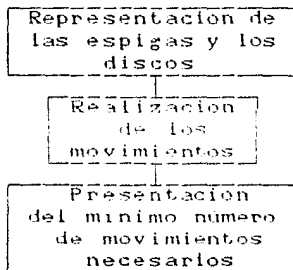


- M. Si ahora nos colocamos en la posición adecuada y repetimos con las buchacas correspondientes los pasos para trasladar la pila de las bolas 1 y 2 a la buchaca donde está la bola 3, habremos pasado la pila de las bolas 1, 2 y 3 a esa buchaca en a lo sumo siete movimientos.
- M. Después de esto, queda libre una buchaca para recibir a la bola 4 en sólo un movimiento.
- M. Y si de nuevo nos colocamos adecuadamente, considerando las buchacas necesarias, podemos pasar la pila de las bolas 1, 2 y 3 a la buchaca donde está la bola 4 en siete movimientos, para culminar el juego en a lo más quince movimientos.

- M. Traten de dibujar estos quince movimientos.
- J. (Los alumnos lo intentan varias veces, hasta lograrlo)
- M. ¿Ya se dieron cuenta de que sólo hay una opción para empezar con la bola 1 que nos conduce a la solución del juego?
- J. ¡Sí, claro!, debemos enviar la bola 1 a la buchaca 2, para que finalmente la pila de las bolas 1, 2, 3 y 4 pase a la buchaca 3, en a lo mas siete movimientos.
- M. ¿Que les parece si hacen de tarea lo mismo para seis bolas?
- M. (Ver el apéndice 2 para el caso de seis bolas)

### Actividad 3

- M. Ahora diseñaremos un procedimiento que nos permita ver en la pantalla de la computadora, paso a paso, la solución del juego de las Torres de Hanoi, y el número mínimo de movimientos en que se realizó, como lo indica el siguiente diagrama:



- M. Pero, ¿qué tal, si antes de empezar, vemos en la pantalla de la computadora, la ejecución del procedimiento que al final del curso ustedes serán capaces de desarrollar?
- J. (Los alumnos ven la ejecución, en la pantalla, del juego de las Torres de Hanoi)
- J. ¿Nosotros vamos a poder hacer ese programa?
- M. ¡Claro que sí! Desde luego que van a necesitar algunas orientaciones. Pues no vamos a ver las intrucciones por separado, como se acostumbra en un curso de este tipo, sino que al mismo tiempo que vayamos necesitando las instrucciones las iremos analizando. Esto podría hacerlos pensar que el trabajo que ustedes desarrollen va a depender mucho no sólo

de los que yo les diga sino de como se los diga. Y esto es exactamente lo que va a suceder; pues debemos tener muy presente que ustedes no vienen a aprender el funcionamiento de un lenguaje de programación, de memoria; sino que ustedes vienen a usar un lenguaje de programación para resolver un problema.

M. Recuerden que cuando les dije que construyeran sus Torres de Hanoi, no nos pusimos a estudiar que existen diferentes materiales y que cada uno de ellos tiene diferentes características que los hacen idóneos para ciertos trabajos, y que además, depende de muchos factores el tipo de presentación que les demos; pero como nosotros, lo único que queríamos era algo funcional, cada quien lo resolvió como se le ocurrió y como pudo. Es ahí donde está la creatividad, no en el juego mismo; pues ustedes decidieron como construir sus "discos"; pero a fuerzas tuvieron que poner discos. En todo proceso de conocimiento hay cosas que podemos crear o modificar y hay otras de las que tenemos que echar mano sin preguntarnos por qué son así y no de otra forma, simplemente, porque ese no es el momento para preguntarlo o porque todavía no tenemos la suficiente visión para tratar problemas más complejos. Una vez que sepamos "para que sirven" las instrucciones, y que veamos que efectivamente funcionan, estaremos más cerca de comprender el por qué de esas instrucciones y si lo podríamos haber hecho mejor o más fácil de otra forma.

J. ¡Buena, pues entonces empezemos!

M. ¡Muy bien! Lo primero que vamos a intentar, es dibujar las espigas en el orden como aparecieron en la pantalla. Escogí precisamente ese orden para que, más adelante, éste nos permita una mayor visión de cada uno de los movimientos de los discos que tendremos que indicar en el procedimiento. Pero ya no hablemos más, y manos a la obra. ¿Qué hacemos primero?

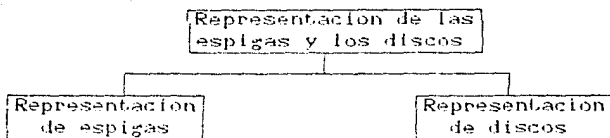
J. ¡Buena! Así como está planteado tenemos que resolver dos problemas.

M. Efectivamente, estos son dos problemas.

J. ¿Entonces podemos empezar por resolver sólo uno de ellos?



M. ¡Claro!, porque como vamos en el siguiente diagrama:



aunque los problemas corresponden a un mismo tronco, estos en si son independientes uno del otro.

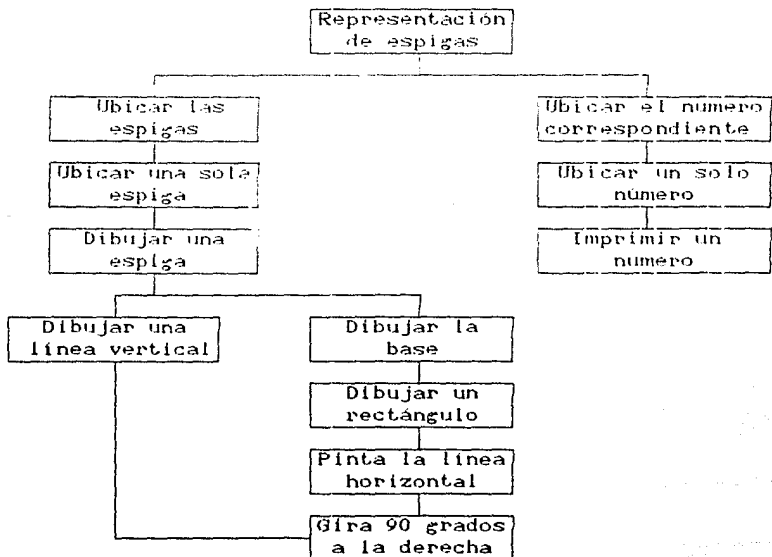
M. Pero, no hay que olvidar, que después de que los hayamos resuelto los integraremos en uno solo.

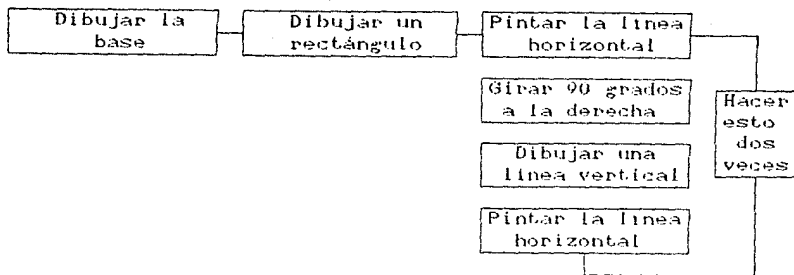
M. ¿Que les parece si cualquiera que sea el problema que resolvamos, lo hacemos primero mediante diagramas.

J. ¡Muy bien, hagámoslo así!

M. Entonces, desgloce el problema por problema hasta llegar al más sencillo. Cuando llegemos al problema más sencillo, podremos resolverlo, y basarnos en su solución, para resolver, uno por uno, los problemas más complejos.

J. (Los alumnos hacen sus diagramas, y los discuten hasta obtener unos como los que aquí se muestran)





M. Si reunimos la línea de la espiga con la base obtenemos la torre propiamente dicha



J. ¡Eso es! Ahora podemos regresarnos escribiendo todo esto con las primitivas apropiadas del lenguaje de programación y podemos ver la espiga dibujada en la pantalla.

M. ¿Cómo quedaría el procedimiento, si las primitivas para avanzar y girar son:

FORWARD  $n$  (FD  $n$ ), donde  $n$  representa la longitud que se quiere avanzar y...

RIGHT  $n$  (RT  $n$ ), donde  $n$  es el número de grados que se quiere girar, en el sentido de las manecillas del reloj?

J. Pues sería... FD... ¿cuanto?

M. Por ejemplo 100, y veamos: que pasa.

FD 100

J. Avanza hacia arriba.

M. ¡Bueno! Hay otra primitiva... SETH  $n$ , que posiciona la cabeza de la tortuga en la dirección que indica la  $n$ .

M. Para asignarle un valor a la  $n$ , hay que tomar en cuenta que cuando la tortuga está en su posición original, ésta se encuentra en el centro con la cabeza apuntando hacia arriba.

M. Por eso caminó en esa dirección, que corresponde a los 0 grados.

M. Y como el cuadrante tiene 360 grados podemos elegir el número 180 para que la tortuga señale hacia abajo.

J. Entonces quedaría así:

SETH 100

FD 100

J. ¿Qué pasó, por qué está la tortuga en el centro señalando hacia abajo?

M. Porque se encimaron las líneas; ya que cada vez que dibujemos algo nuevo, debemos borrar los dibujos de la pantalla con la primitiva CLEARSCREEN (CS) que además deja a la tortuga en su posición original.

J. ¡Esta bien! Entonces escribamos:

CS

SETH 180

FD 100

M. ¡Muy bien! ¡Ya tienen la espiga.

M. Ahora dibujen la base.

J. Ponemos la cabeza de la tortuga en dirección horizontal.

M. ¡Exacto!

J. Entonces queda:

SETH 90

FD...

¿cuanto?

M. que sea 56 de largo y 6 de ancho.

J. ¡Buena!

FD 56

RT 90

FD 6

RT 90

FD 56

FD 56

RT 90

FD 6

RT 90

FD 56

J. ¿Por qué salió tan largo?

M. Porque tomamos 56 como semilargo, y debería haber sido 28.

J. Hagámoslo otra vez.

CS

SETH 180

M. Esperen, antes de seguir veamos la primitiva:

REPEAT n [p]

que repite n veces lo que se indica con la p dentro del corchete. Con ella su secuencia quedaria asi:

REPEAT 2 (FD 28 RT 90 FD 6 RT 90 FD 28)

M. Presionen enter para ver que ocurre.

J. ¡Quedo muy bien! ¡Ya tenemos la espigal!

M. Ahora ya podemos definir un procedimiento llamado ESPIGA, con la particula TO en el encabezado y con su final indicado con la palabra END.

M. Pero, ¿que les parece, si antes de eso, definimos al rectángulo, que puede servirnos mas tarde como disco, precisamente como el subprocedimiento DISCO.

J. ¿Quedaria asi?

TO DISCO

REPEAT 2 (FD 28 RT 90 FD 6 RT 90 FD 28)

END

M. Como este procedimiento lo vamos a usar continuamente para los discos, seria conveniente indicarle el semilargo y el ancho como variables desde el encabezado. Esto se hace escribiendo, por ejemplo, las iniciales, precedidas por dos puntos. Estas variables se pueden llamar en cualquier lugar del procedimiento.

J. ¿Cómo quedaria?

M. Asi:

TO DISCO :L :A

REPEAT 2 (FD :L \* 4 RT 90 FD :A RT 90 FD :L \* 4)

END

M. El 4 es un factor por el que se multiplica el valor de L para que quede del tamaño que se necesita, el asterisco indica multiplicacion.

J. ¿Y ya que se definió, cómo se hace para que aparezca el disco en la pantalla?

M. Se "llama", por su nombre, seguido de los valores del semilargo y del ancho, y presionando la tecla ENTER se ejecuta.

CS  
SETH 90  
DISCO 7 6

J. ¡Muy bien! Ahora hagamos toda la espiga.

TO ESPIGA

CS

M. ¡No, no usen CS ahora!, porque si lo escriben, cada vez que llamarn al procedimiento ESPIGA borrarían todos los dibujos.

J. ¡Bueno! Entonces el procedimiento quedaria así:

TO ESPIGA

SETH 180

FD 100

SETH 90

DISCO 7 6

END

M. Veamos que ocurre...

CS

ESPIGA

J. ¡Perfecto! ¡Pintó la espiga!

J. ¿Ahora cómo la posicionamos?

M. Con la primitiva SETPOS (n ml, que coloca el cursor en la posición (n ml de la pantalla, que tiene como límites:

-159 hacia la izquierda

160 hacia la derecha

125 hacia arriba

-124 hacia abajo

M. Escriban:

CS

SETPOS [-84 50]

M. ¿Por qué pintó esa línea?

M. Porque la tortuga tiene su pluma abajo para escribir cada vez que se mueve. Con PENUP (PU) se levanta la pluma y no pinta.

J. A ver...

CS

PU

SETPOS [-84 50]

ESPIGA

J. ¿Por qué no pintó la espiga? ¡Ah, sí! Porque no bajamos la pluma. ¿Cómo se hace?

M. Con PENDOWN (PD)

J. ¡Ah...! ¿Y si definimos un procedimiento así:

```
TO TORRE :POSTORRE
  PU
  SETPOS :POSTORRE
  PD
  ESPIGA
  END
```

y ahora lo "llamamos":

```
CS
TORRE [-84 50]
```

J. ¡Perfecto, salió muy bien!

J. Ahora definamos un procedimiento para dibujar las tres torres.

J. ¿Podemos quitar la tortuga?

M. Desde luego, con HIDE/TURTLE (HT) se quita, y con SHOW/TURTLE (ST) reaparece. Y para que de una vez borren el texto escrito, usen la primitiva CLEARTEXT (CT).

J. ¡Bueno! Veamos si queda bien así:

```
TO BASE
  CS CT HT
  TORRE [-84 50]
  TORRE...
```

¿qué valor le ponemos?

M. [4 120] y [92 50]

J. Sigamos...

```
TORRE [4 120]
TORRE [92 50]
END
```

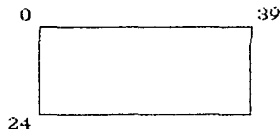
J. Hagamos que se ejecute el procedimiento:

```
BASE
```

J. ¡Muy bien!

J. Pero, ¿cómo ponemos los números?

M. Se ubican con la primitiva SETCURSOR [n m], donde n y m corresponden a posiciones diferentes de las que hemos dado; pues para esa instrucción la pantalla se ve así:



- M. Y con PRINT [p] (PR [p]) se imprime el número  $p$  indicado dentro de los corchetes, que es el que queríamos escribir.
- M. Redefinan el procedimiento BASE con las posiciones [19 9], [12 20] y [19 31] respectivamente.
- J. ¿Así?

```

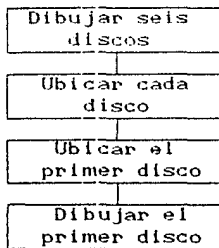
TO BASE CS CT HT
TORRE [-84 50] SETCURSOR [19 9] PR [1]
TORRE [4 120] SETCURSOR [12 20] PR [2]
TORRE [92 50] SETCURSOR [19 31] PR [3]
END

```

- M. A ver, "llámenlo".
- J. BASE
- J. ¡Bravo! ¡Salió muy bien!

#### Actividad 4

- J. Representemos ahora los discos.
- M. Primero deben plantear el problema, como se hizo en la actividad anterior.
- J. ¡Sí! ¡Es cierto! Utilicemos los diagramas:



- J. Para dibujar un disco ya tenemos el procedimiento disco.
- M. ¡Exacto! Ahora sólo ubiquémoslo y démosle su tamaño con el siguiente procedimiento:

```

TO PILAD :N :POSTORRE
PU SETPOS :POSTORRE

```

Levanta la pluma y coloca

al cursor en la posición adecuada.

```
SETH 0 FD 10 SETH 90 PD Sube diez pasos y se  
coloca en la dirección apropiada  
para dibujar el disco.
```

```
DISCO :N 1 Dibuja el disco de largo  
8 veces :N y de ancho 1.
```

```
END
```

M. Veamos que ocurre...

```
CS
```

```
PILAD 1 [-84 50]
```

J. ¡Muy bien! ¡Pintó el primer disco!

J. Si queremos los otros discos podemos ponerlo así:

```
CS
```

```
PILAD 6 [-84 50]
```

```
PILAD 5 [-...
```

J. ¿Qué posición ponemos?

M. La que tiene la tortuga en ese momento, que se obtiene con la primitiva POS.

J. Entonces queda...

```
CS
```

```
PILAD 6 [-84 50]
```

```
PILAD 5 POS
```

```
PILAD 4 POS
```

```
PILAD 3 POS
```

```
PILAD 2 POS
```

```
PILAD 1 POS
```

M. ¡Claro! Pero resumamos el procedimiento de la siguiente forma:

```
TO PILAP_D :P :D :POSTORRE
```

P indica el primer disco y D el número de discos que queremos dibujar.

```
IF :P - 1 = :D [STOP] Se detiene cuando ha  
pintado todos los discos
```

```
PILAD :D :POSTORRE Pinta el disco.
```

```
PILAP_D :P :D - 1 POS Vuelve a "llamar" al  
procedimiento para dibujar el  
siguiente disco.
```



END

- M. Esta propiedad de "llamar" a un procedimiento dentro de él mismo recibe el nombre de recursividad. Esta propiedad nos sera muy util.
- J. Hagamos que se ejecute el procedimiento...
- M. Si, haganlo con los valores 1, 6 y [-84 50]
- J. CS  
PILAP\_D 1 6 [-84 50]
- J. ¡Salio muy bien!
- J. Ahora tenemos que diseñar un procedimiento para borrar un disco.
- M. Eso de borrar un disco, es relativamente fácil; pero hay que decidir que disco se va a borrar, y para eso, hay que darle la posición correcta. Y, como se van a mover seis discos, primero hay que definir una variable que nos guarde los discos que tenemos en cada espiga y, que nos dé la posición de la espiga en donde estan.

#### Actividad 5

- M. Inicialmente, la espiga 1 tiene seis discos, y la 2 y la 3 "tienen" cero discos. Y como cada espiga tiene su posición, necesitaremos definir un procedimiento, que le asigne a las espigas, los discos que contienen y su posición.
- M. La primitiva MAKE "V n asigna el valor n a la variable V y la primitiva MAKE :V m asigna el valor m al valor n que se le habia asignado a V con la orden MAKE "V n.
- M. Con esta primitiva, dada en estas dos formas, podemos tener en la variable V el valor n de la absisa de la torre que queremos utilizar, para conocer su posición, sobre el eje de las X's, de la espiga correspondiente; y en el valor de esta absisa, la pila m de discos que está colocada en esa espiga.
- M. Pero antes de hacer estas asignaciones, necesitamos definir un procedimiento que nos proporcione esta pila.
- M. Para mayor funcionalidad, una pila de discos la representaremos por los números en "hilera" de los discos que la forman; así, la "hilera de números" 2456 representa a la pila formada por los discos 2, 4, 5 y 6. De acuerdo con las

reglas, esta representación nos indica que el disco 6 es el que está hasta abajo, y que el disco 2 es el que está hasta arriba. En consecuencia no serán válidas "hileras de números" como esta: 5241; pues contravienen la regla sobre el orden de los discos en las espigas.

M. Como la primitiva WORD nos permite reunir dos valores aislados, la utilizaremos para formar estas pilas ("hileras de números"). OUTPUT [n] (OP [n]) es una primitiva de Logo que le devuelve al procedimiento que la contiene el valor n.

La primitiva IF  $p$  [q] [r], nos permite simular la toma de decisiones: pues representa a un si condicional para el que se dan dos opciones  $q$  o  $r$ . Cuando  $p$  sea verdadero, se seleccionará la opción  $q$  y cuando  $p$  sea falso, la opción  $r$ .

Esta primitiva también acepta la forma IF  $p$  [q], en cuyo caso solo se da la opción para cuando  $p$  es verdadera; pues si no lo fuera, Logo continúa ejecutando el procedimiento con la primitiva que aparece escrita en el siguiente renglón.

M. Con estas primitivas, el procedimiento queda de esta forma:

```
TO PILAN :N
  OP IF :N = 1 [1] [WORD PILAN :N - 1 :N]
END
```

M. Como se puede ver, si queremos la pila 1, solamente tenemos un disco, es decir, N vale 1; entonces, OP le devolverá al procedimiento el valor 1. Pero si queremos la pila 1234, OP devolverá la "hilera" formada por la pila 123 con la pila 4. Claro que para obtener la pila 123 el procedimiento se "llamará" a sí mismo para reunir la pila 12 con la 3, y sucesivamente, para la pila 12 se habrá "llamado" para reunir la pila 1 con la 2. Como ya se habrán dado cuenta estamos utilizando la propiedad de recursividad.

J. ¿Y si pedimos que se ejecute el procedimiento para seis discos, qué pasa?

M. ¡Veamos qué pasa!

```
J.          CS CT
           PR PILAN 6
```

J. ¡Esa es la pila del 1 al 6!

M. ¡Exacto! 123456 es la pila formada por los discos del 1 al 6.

M. Ahora si definamos el procedimiento para asignarle valores a

las variables.

J. TO ASIGNAVALVAR

M. ¡No, todavía no! Recuerden que necesitamos un contador que nos diga cuantos movimientos se han realizado.

J. Pongámosle CONT

M. ¡Perfecto!

J. Ahora sí...

MAKE "CONT 0

MAKE "T1 -84

MAKE "T2 4

MAKE "T3 92

MAKE :T1 PILAN 6

MAKE :T2 "

Las comillas y un espacio denota que no hay discos.

MAKE :T3 "

END

M. Ahora eliminemos un disco y pintémoslo de nuevo.

#### Actividad 6

M. Con la primitiva PENERASE (PE) podemos decirle que borre todo lo que tenga que "escribir" antes de encontrarse con la primitiva PENDOWN.

M. Así que primero hagamos el procedimiento que pinte el disco, y luego a ese mismo procedimiento le decimos con PE que lo borre...

TO PILAD :N :POSTORRE Pinta el disco N

PU SETPOS :POSTORRE Coloca la pluma en la posición POSTORRE.

SETH 0 FD 10 SETH 90 PD

Sube diez pasos y se dispone a escribir.

DISCO :N 1 Pinta el disco N.

END

J. ¡Queremos ver el resultado!

M. Ejecuten el procedimiento para el disco 6 y la posición de la

espiga [-84 50]

J. CS  
PILAD 6 [-84 50]

¡Qué bien!

J. Nosotros hacemos el de borrar el disco.

M. ¡Bueno!

J. TO ELIMPILAD :N :POSTORRE  
PU SETPOS :POSTORRE Coloca la pluma en la  
posición POSTORRE  
SETH 90 Se dispone a despintar  
el disco.  
PE DISCO :N 1 Borra el disco N

M. ¡Alto!

J. ¿Qué ocurre?

M. Hay que pintar la línea vertical que borró, al borrar el disco.

M. Se hace así:

SETH 180 PD FD 2 BK 2 PU

J. ¡Sí, sí!  
FD 10 Para bajar al siguiente  
disco.

M. ¡Muy bien!

J. END

J. ¡Probemoslo!

CS  
PILAD 6 [-84 50]  
ELIMPILAD 6 [-84 50]

J. ¿Qué pasó?

M. Recuerden que al pintar subió diez pasos.

J. ¡Entonces al despintar hay que subir esos diez pasos! Así...

CS  
PILAD 6 [-84 50]  
ELIMPILAD 6 [-84 60]

J. ¡Qué bien!

M. Ahora hagamos el procedimiento que cuente cada movimiento de los discos y que nos dé el nuevo valor.

TO CONT  
MAKE "CONT :CONT + 1 Aumenta el valor al

realizar el movimiento

END

- M. Ahora incorporemos todo a un procedimiento que nos dé el movimiento completo, que borre y que pinte el disco donde le digamos.

```
TO MOV :POSTORREI :POSTORREF
ELIMPILAD 6 :POSTORREI + 10
PILAD 6 :POSTORREF
END
```

J. ¡No funciona!

M. Porque no admite operaciones en las coordenadas.

J. Hagámoslo así...

```
TO MOV :TI :TF
IF :TI = 4 [MAKE "Y 20] [MAKE "Y -50]
    Asigna la ordenada a la torre dada.
MAKE "Y :Y + (COUNT (THING :TI )) * 10
    Con la primitiva COUNT cuenta los discos que
    se le asignaron a la absisa de TI (THING :TD)
    para subir tantos pasos como indique los
    discos que haya en la torre.
MAKE "POSTORRE SE :TI :Y
    SE es la abreviatura de SENTENCE que es la
    primitiva con la que se unen los valores TI y
    Y para obtener las coordenadas.
MAKE "DISCOMOVIL FIRST THING :TI
    Asigne a la variable DISCOMOVIL el valor del
    disco superior de la pila N; es decir, si la
    pila es 1234 el primer valor es 1, y si fuera
    456 el primer valor seria 4.
ELIMPILAD :DISCOMOVIL :POSTORRE
    Borra el disco superior.
MAKE :TI BF THING :TI
    Asigna a TI la pila de TI menos el disco
    superior con la primitiva BF (BUTFIRST), todos
    menos el primero.
IF :TF = 4 [MAKE "Y 20] [MAKE "Y -50]
    Asigna la ordenada a la torre dada.
MAKE "Y :Y + (COUNT (THING :TF)) * 10
```



contendrán las bolas, como las buchacas. Y, las bandas del "billar", serán exactamente eso, tres bandas elásticas atadas a los recipientes para que nos permitan su movilidad.

- M. Como el procedimiento que tenemos hasta el momento solo tiene un movimiento, quiere decir que únicamente contamos con dos torres, la torre inicial (TI) y la torre final (TF). En consecuencia tendremos que jugar nuestro billar como si la persona estuviera fija y las buchacas fueran las que tuvieran movilidad, a la inversa de lo que en realidad sucede, de que es el jugador el que tiene diferentes enfoques sobre un cierto número de buchacas fijas.
- M. En los dibujos que aparecen en el apéndice 3, se ilustra lo que se dijo arriba; para fijar las buchacas ha habido necesidad de utilizar las reflexiones de los vértices de un triángulo equilátero en relación a sus medianas, así como rotaciones con respecto al centro de gravedad del triángulo. Para que sean inmediatamente observables estos ejemplos se ha evitado dibujar los lados del triángulo, y en su lugar se han dibujado líneas curvas que dan una mejor impresión de la acción que se está ejecutando.
- M. Aunque resolver el problema para seis discos no fue trivial como lo pudimos sentir en la actividad correspondiente, si nos quedó claro que todo lo que tenemos que hacer es pensar que tenemos el problema resuelto para cinco bolas, las que podremos depositar en la buchaca dos para que dejando libre la tres podamos colocar en ella la bola seis y luego pasar la pila de bolas de la uno a la cinco, a la buchaca tres, todo esto en el mínimo número de movimientos. Si de antemano tenemos claro como hacer esto para pasar las pilas de cuatro bolas, de tres bolas, de dos bolas y de una bola respectivamente en el mínimo número de movimientos; ya tenemos resuelto el problema.
- M. Sabemos que en la práctica no es tan fácil como en la teoría; sin embargo, tampoco es tan difícil, tomando en cuenta como se muestra en las figuras (en los movimientos primero, cuarto, octavo, décimo segundo, décimo sexto, vigésimo cuarto, trigésimo segundo, trigésimo sexto, cuadragésimo, cuadragésimo octavo, y quincuagésimo sexto), en que buchaca

debemos colocar la penúltima pila (la pila que contiene una bola menos que aquella que se pretende mover en determinado momento), podemos ir asignando las buchacas que les corresponden a cada una de las pilas. Reconstruyan las figuras para que esto les quede completamente claro.

- M. Una vez comprendido esto, tenemos ya los movimientos necesarios que debemos incorporar al procedimiento general para que podamos ver en la pantalla de la computadora la solución al juego de las Torres de Hanoi.

#### Actividad 8

- J. Ahora que sabemos cuál es el menor número de movimientos que se necesitan para resolver el juego de las Torres de Hanoi, con seis discos, y que sabemos cuáles son estos movimientos, estamos seguros de que ya podemos integrar todos los subprocedimientos para formar el procedimiento principal.

M. Estoy completamente de acuerdo.

- J. Si todo está bien, el procedimiento principal debe quedar de la siguiente forma:

```
TO TORRESDEHANOI
BASE
PILAP_D 1 6 [-84 -50]
ASIGNAVALVAR
MOV :T1 :T2
MOV :T1 :T3
MOV :T2 :T3
MOV :T1 :T2
MOV :T3 :T1
MOV :T3 :T2
MOV :T1 :T2
MOV :T1 :T3
MOV :T2 :T3
MOV :T2 :T1
MOV :T3 :T1
MOV :T2 :T3
MOV :T1 :T2
MOV :T1 :T3
```



MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T3 :T1  
MOV :T3 :T2  
MOV :T1 :T2  
MOV :T3 :T1  
MOV :T2 :T3  
MOV :T2 :T1  
MOV :T3 :T1  
MOV :T3 :T2  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T3 :T1  
MOV :T3 :T2  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T2 :T1  
MOV :T3 :T1  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T2 :T1  
MOV :T3 :T1  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2

```
MOV :T3 :T1
MOV :T3 :T2
MOV :T1 :T2
MOV :T1 :T3
MOV :T2 :T3
MOV :T2 :T1
MOV :T3 :T1
MOV :T2 :T3
MOV :T1 :T2
MOV :T1 :T3
MOV :T2 :T3
CONTAMOV5
END
```

M. Pruébenlo.

J. TORRESDEHANOI

J. Perfecto, salió muy bien!

J. Ahora, escribamos todos los procedimientos.

M. Mejor que les parece si los grabamos directamente del disco para que no nos equivoquemos?

J. Cómo lo hacemos?

M. Escriban

```
SAVE "LPT1
```

y se grabarán los procedimientos tal y como los hemos ido definiendo.

M. (ver apéndice 4)

J. Es cierto, por fin terminamos.

M. Ahora lo que debemos hacer es estudiar las propiedades del lenguaje de programación, con mayor profundidad, para que ustedes sean capaces de desarrollar otros procedimientos parecidos a éste, y se den cuenta de la gran aplicación de la programación como una herramienta necesaria del mundo actual.

actividades a desarrollar por todo el grupo (incluyendo al maestro).

-Las actividades, propiamente dichas, que deben ser sugerencias que integradas entre sí, intenten facilitar el logro de los objetivos específicos, dentro de un ambiente de confianza y respeto mutuo. -Los materiales que son los recursos indispensables que motivan la acción de los estudiantes para realizar las actividades correspondientes a las estrategias didácticas. Estos materiales deberán estar presentados en forma tal que planteen retos interesantes, para que favorezcan los "descubrimientos". Aunque muchos de esos materiales se pueden obtener ya hechos, será más conveniente buscarlos, seleccionarlos y elaborarlos para proporcionar un ambiente más rico que estimule la creatividad del alumno y que retroalimente su reflexión en torno a ellos.

-Y finalmente, la evaluación que deberá retomar los lineamientos generales de la evaluación permanente considerándola como un seguimiento del proceso de desarrollo del estudiante, con el fin de orientar y reorientar la acción educativa en favor del desarrollo. Y de ninguna manera, aprobar y desaprobar al educando.

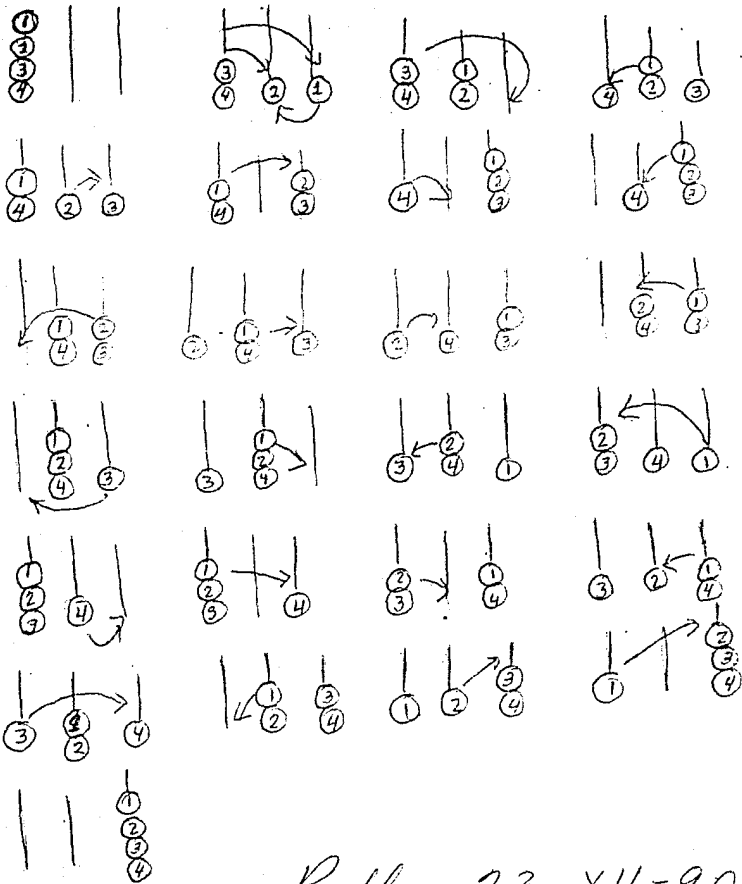
La evaluación deberá ser permanente, pero diferenciada en cuanto a la forma de detectarla: en una primera forma, se deberá obtener mediante una actitud atenta por parte del educador, que le permita descubrir los avances y dificultades que el estudiante va mostrando en su proceso de desarrollo, por medio de la autoevaluación y coevaluación; mientras que la segunda, deberá registrarse en una hoja especial para tal efecto, como una síntesis de las observaciones recogidas sobre los progresos alcanzados a lo largo del trabajo realizado, en periodos fijos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

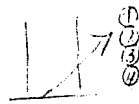
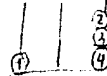
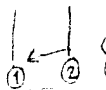
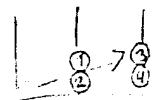
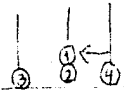
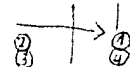
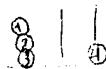
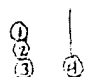
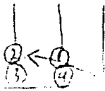
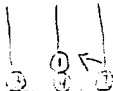
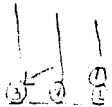
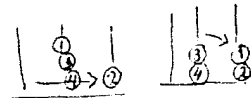
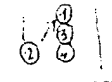
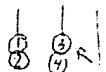
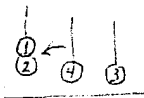
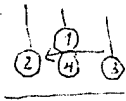
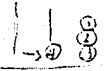
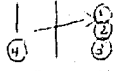
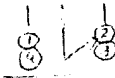
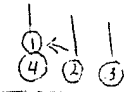
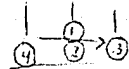
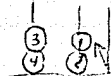
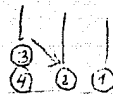
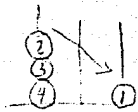
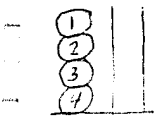
- 1.-Nacimiento y desarrollo del Colegio de Ciencias y Humanidades. Universidad Nacional Autónoma de México, Colegio de Ciencias y Humanidades. Octubre de 1990. (Proposición del Area de talleres del Plantel Naucalpan.
- 2.-ibidem.
- 3.-Nacimiento y desarrollo del Colegio de Ciencias y Humanidades. Universidad Autónoma de México, Colegio de Ciencias y Humanidades. Octubre de 1990. (Creación del Colegio de Ciencias y Humanidades)
- 4.-Ibidem.
- 5.-Documenta. Colegio de Ciencias y Humanidades.
- 6.-Transvasaciones. Gómez Alcaraz, G. Comunicación Personal
- 7.-Como plantear y resolver problemas. Polya, G. Serie de Matemáticas. Trillas. 1972.
- 8.-Introducción a la Psicolinguística. Slobin, D.I.
- 9.-Psicología del niño. Piaget, J.
- 10.-Seis estudios de Psicología. Piaget, J.
- 11.-Programación con Logo y Pascal. Gonzalez y Hernández, G. P. y Calderón Reyes, A. Ponencia presentada en el Simposio Internacional de Computación Infantil y Juvenil. Fac. de Estadística e Informática, Universidad Veracruzana. Xalapa Veracruz. 30 de octubre de 1990.
- 12.-Matemáticas Discretas. Johnsonbaugh, R. Grupo Editorial Iberoamericano. 1988.
- 13.-Introducción a la Computación y a la Programación Estructurada. Segunda Edición. Levine, G. Mc. Graw. Hill. 1990.

APENDICE 1

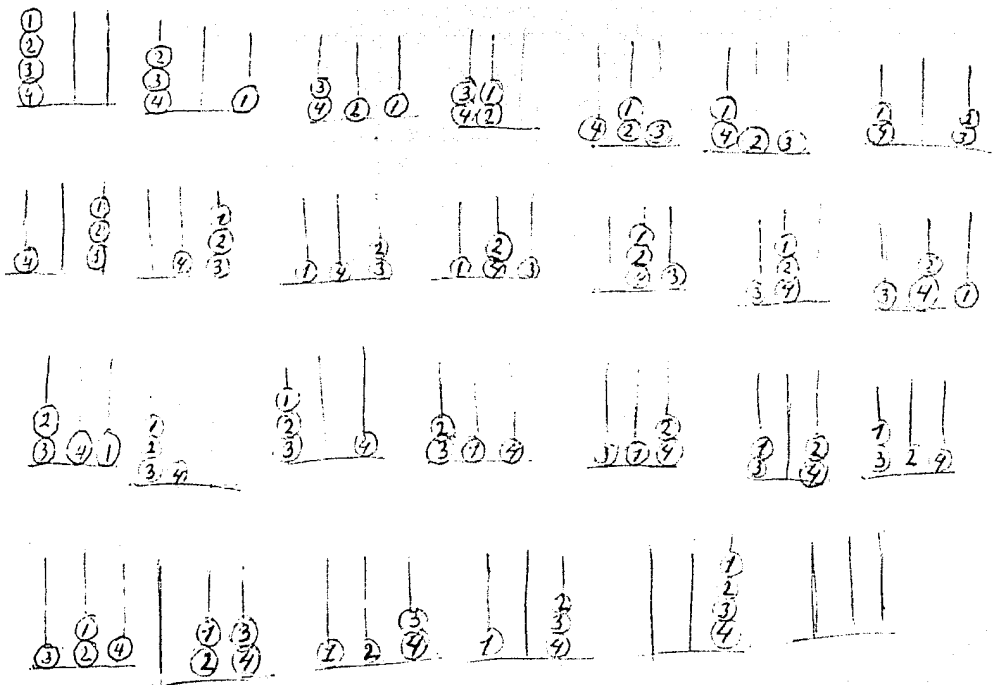
Intentos de los jóvenes por resolver gráficamente el juego de las Torres de Hanoi para cuatro discos y la solución para el caso de seis discos.



Pablo 23-XII-90



Talia 25-XII-90  
27 movimientos



Tania 25-XII-90

25 movimientos

APENDICE 2

Solución del juego de las Torres de Hanoi para seis discos  
con ayuda del "billar" triangular.

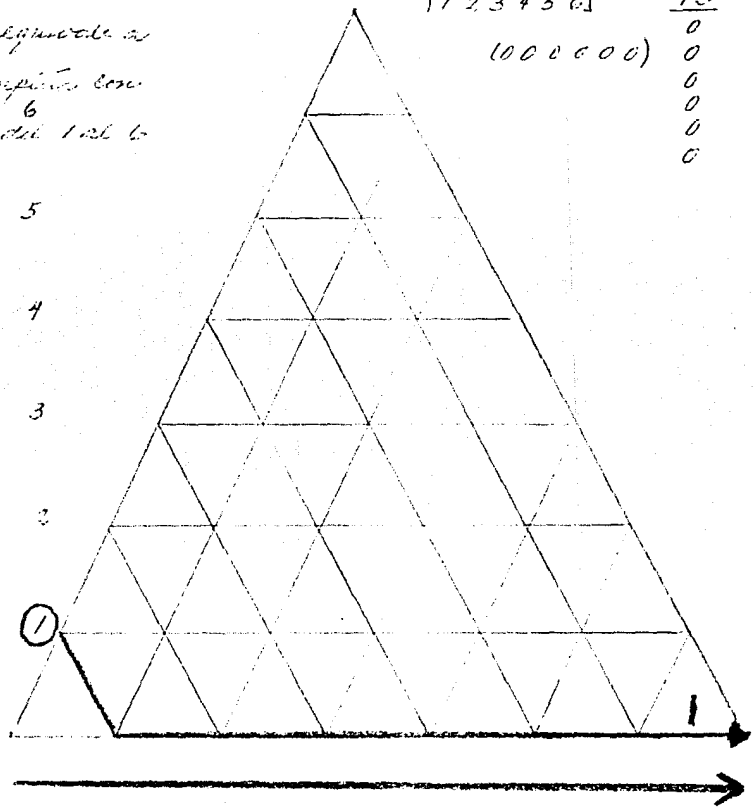
ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



[1 2 3 4 5 6] equivalente a  
 la pila completa con  
 6  
 los datos del 1 al 6

[1 2]  
 [1 2 3 4]  
 [1 2 3 4 5 6]      73  
 (0 0 0 0 0 0)      0  
                                  0  
                                  0  
                                  0  
                                  0

Incrementos



0  
 2  
 3  
 4  
 5  
 6  
 71

(0 2 3 4 5 6)

[0 0 0 0 0 1]      0  
                                  0  
                                  0  
                                  0  
                                  0  
 [1]                                   1  
 [1 2 3]                                1  
 [1 2 3 4 5]                            72

Momentos 2

[1 2]  
[1 2 3 4]  
[1 2 3 4 5 6]

T3

0  
0  
0  
0  
0  
2

(0 0 0 0 0 2)

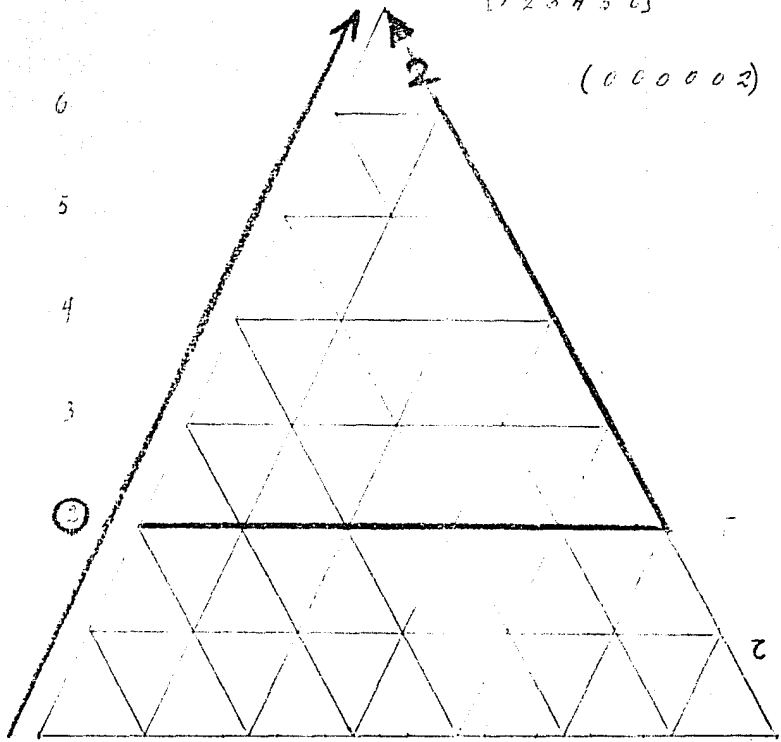
6

5

4

3

2



(0 0 2 4 5 6)

2

(0 0 0 0 0 1)

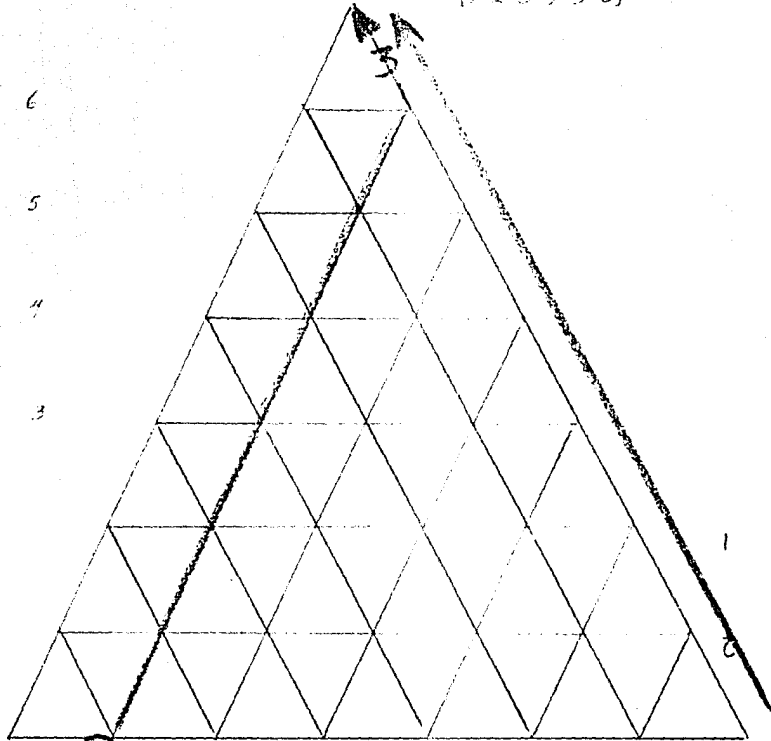
[1]  
[1 2 3]  
[1 2 3 4 5]

0  
0  
0  
0  
0  
1

T2

[1 2]  
[1 2 3 4]  
[1 2 3 4 5 6]

6  
5  
4  
3  
0  
0  
0  
T1



T3  
0  
0  
0  
0  
0  
1  
2

T2 (000001)

[1]  
[1 2 3]  
[1 2 3 4 5]

Exerc. 9

$\{1, 2\}$   
 $\{1, 2, 3, 4\}$   
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

6

6

0

5

5

0

4

4

0

3

3

0

0

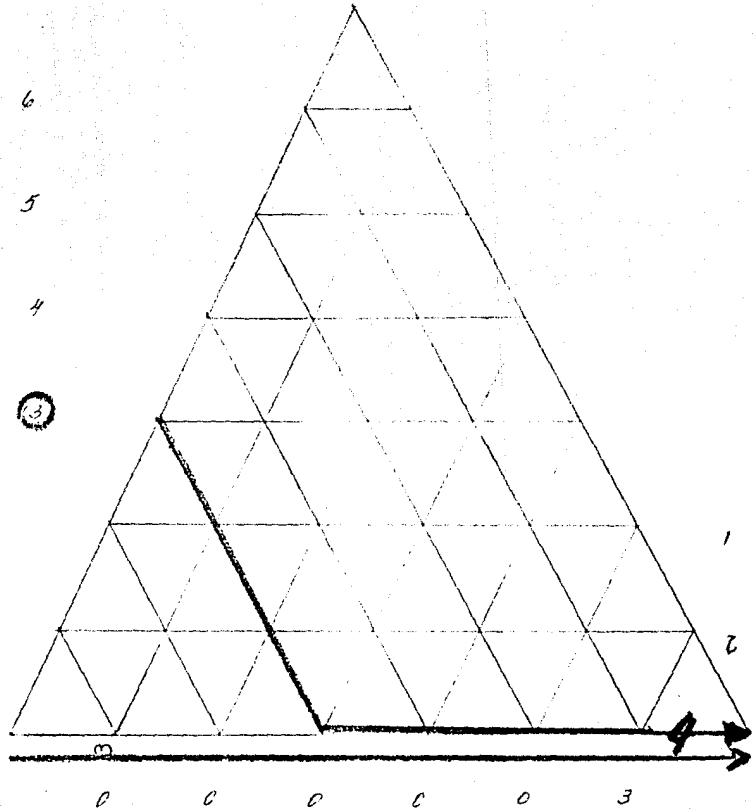
1

1

0

2

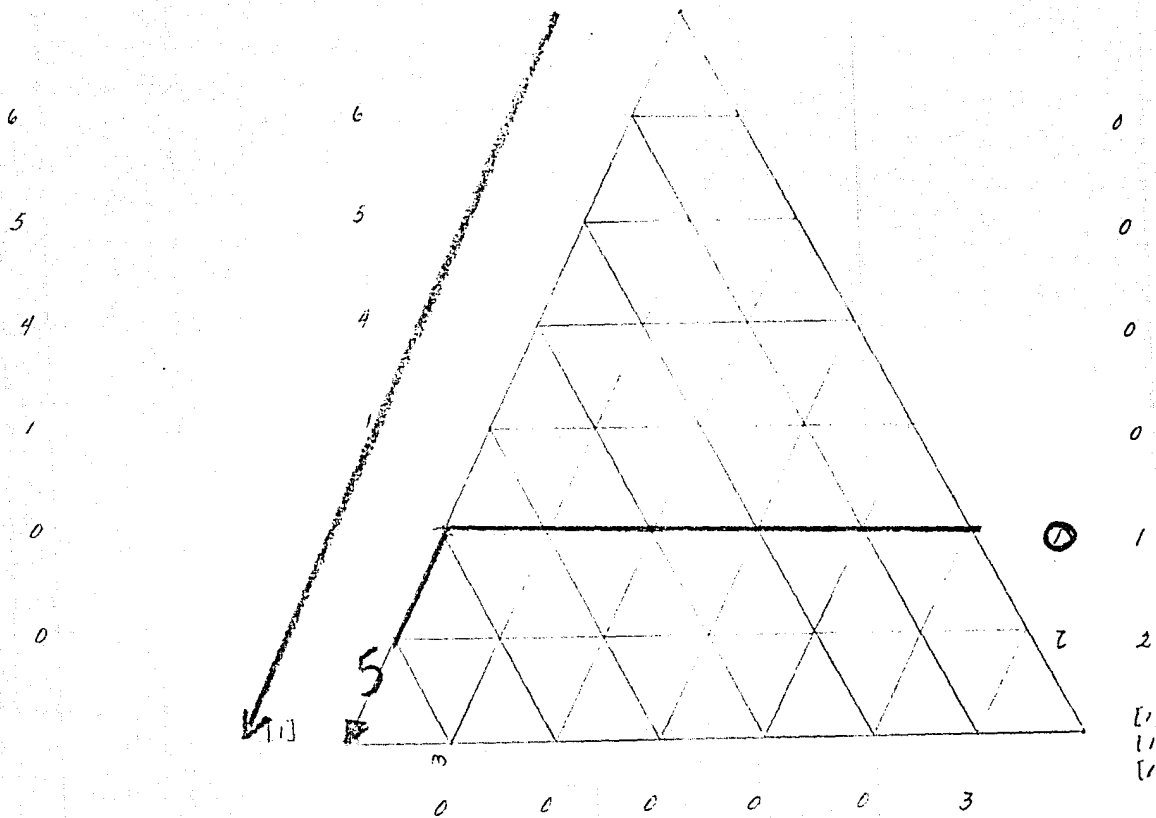
2



$\{1\}$   
 $\{1, 2, 3\}$   
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$[1 \ 2]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$

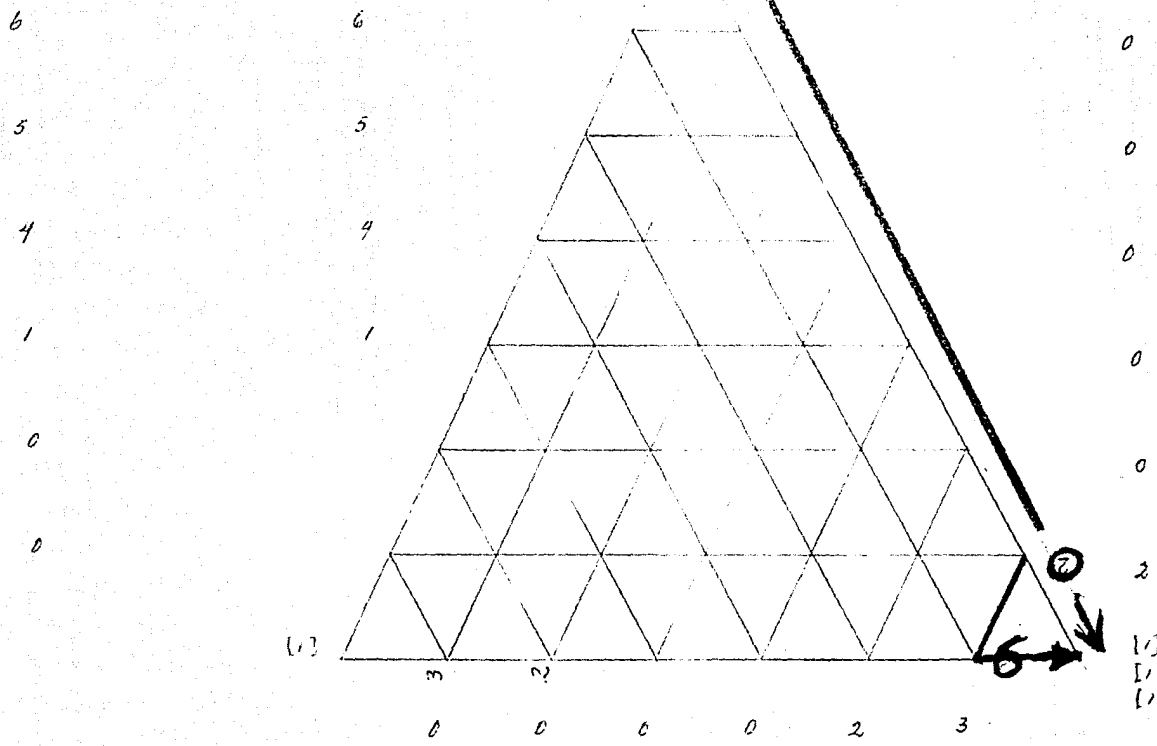
max. 5



$[1]$   
 $[1 \ 2 \ 3] \ [2] \ [1]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$

[1 2]  
 [1 2 3 4]  
 [1 2 3 4 5 6]

here = 0



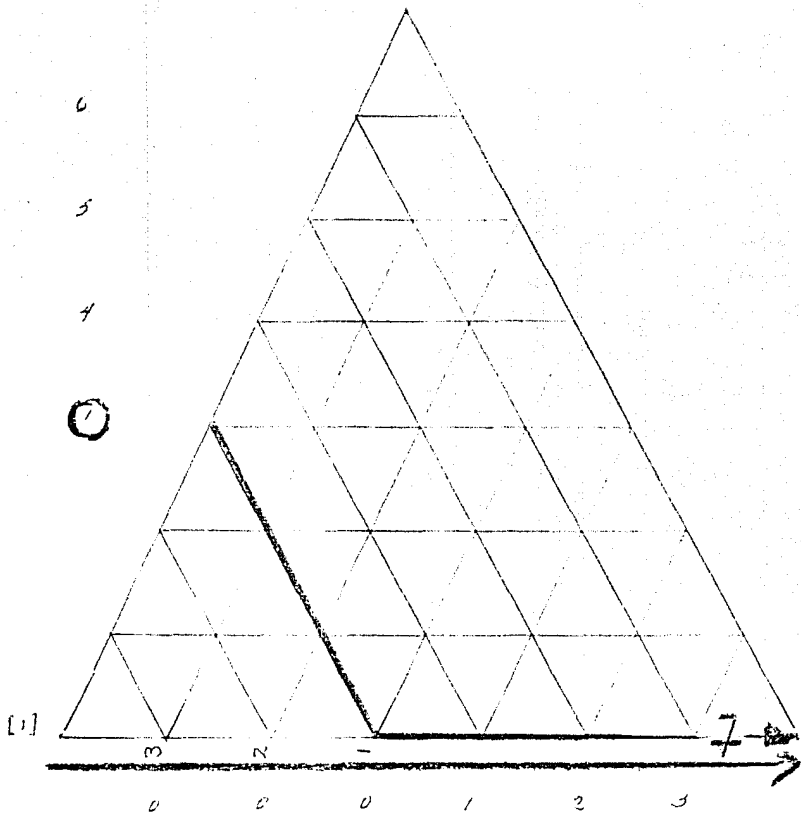
$[1 \ 2]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$

no. 7

6  
5  
4  
0  
0  
0

6  
5  
4  
0

0  
0  
0  
0  
0  
0

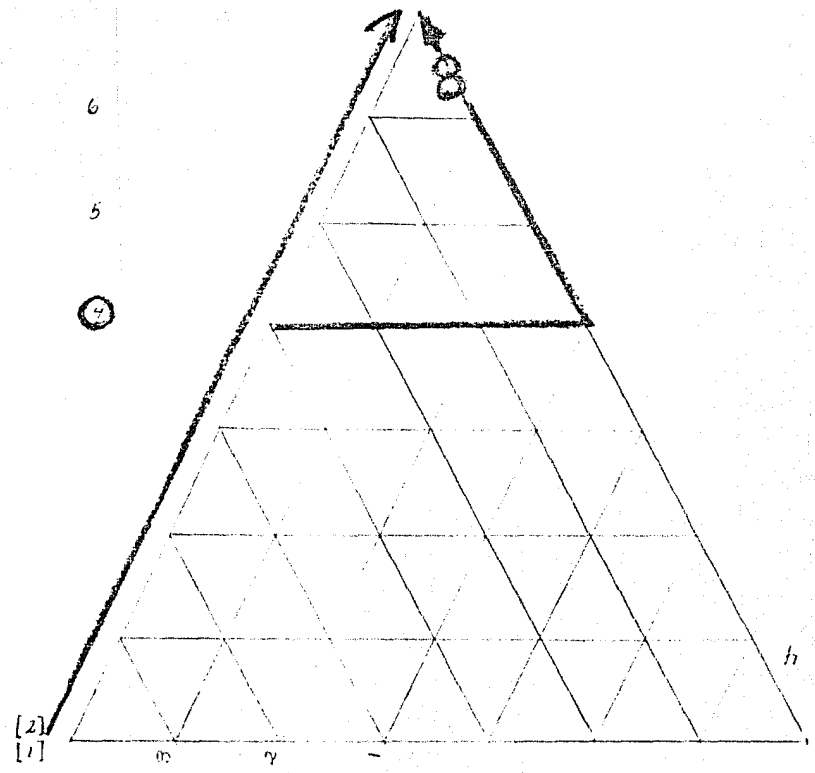


[1]

$[1]$   
 $[1 \ 2 \ 3] \ [2] + [1]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$

$[1 \ 2]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4] \ [1] \ [3] \ [2] \ [1]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$

Two 8

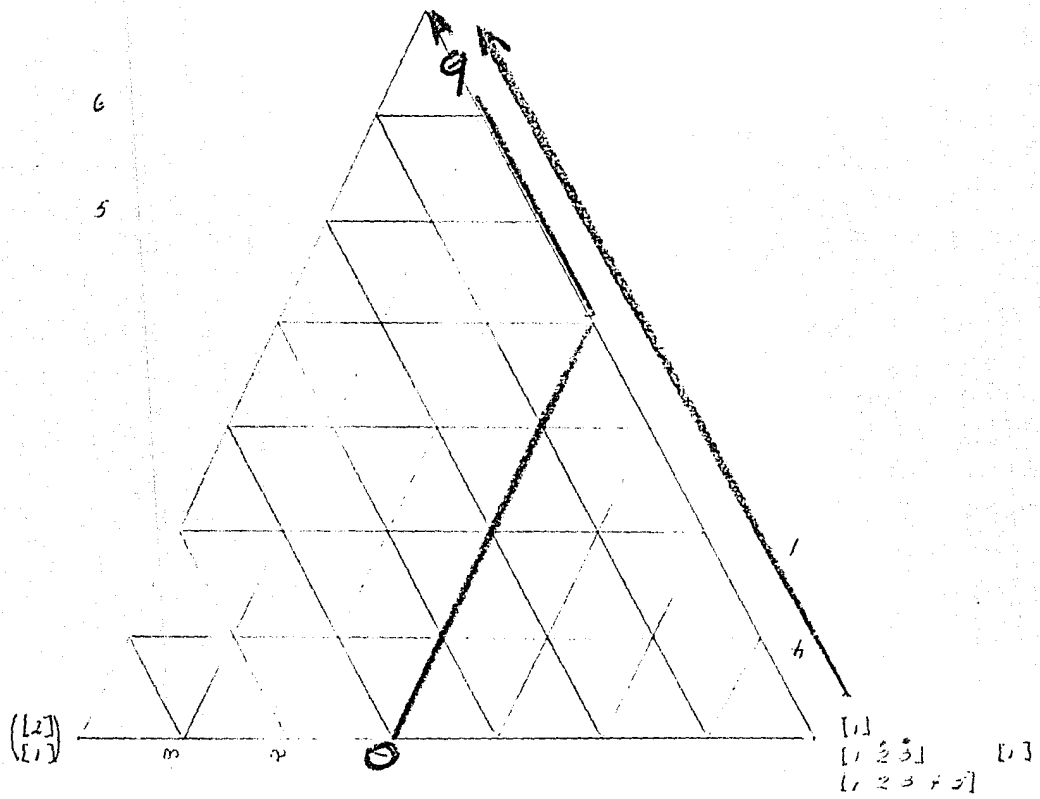


$[1]$   
 $[1 \ 2 \ 3] \ [1]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$

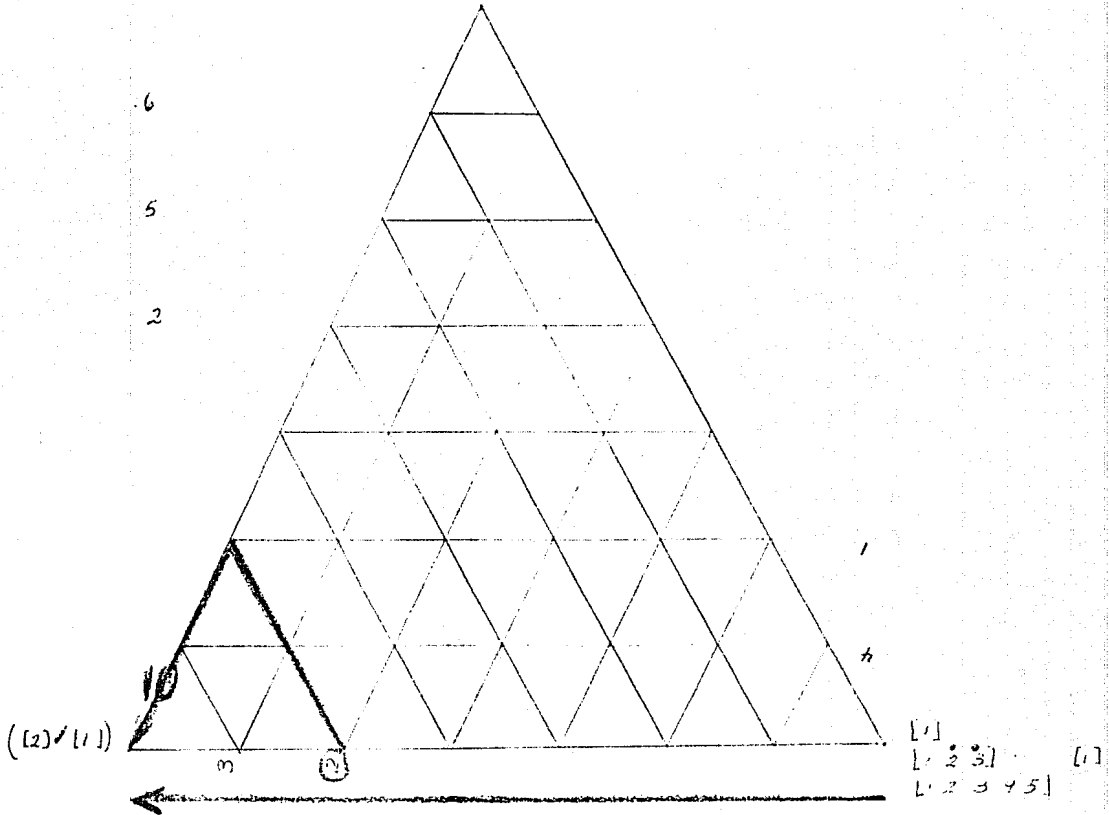


$[1\ 2]$   
 $[1\ 2\ 3\ 4]$   $[1]$   $[3]$   $[2]$   $[1]$   
 $[1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6]$

part 7



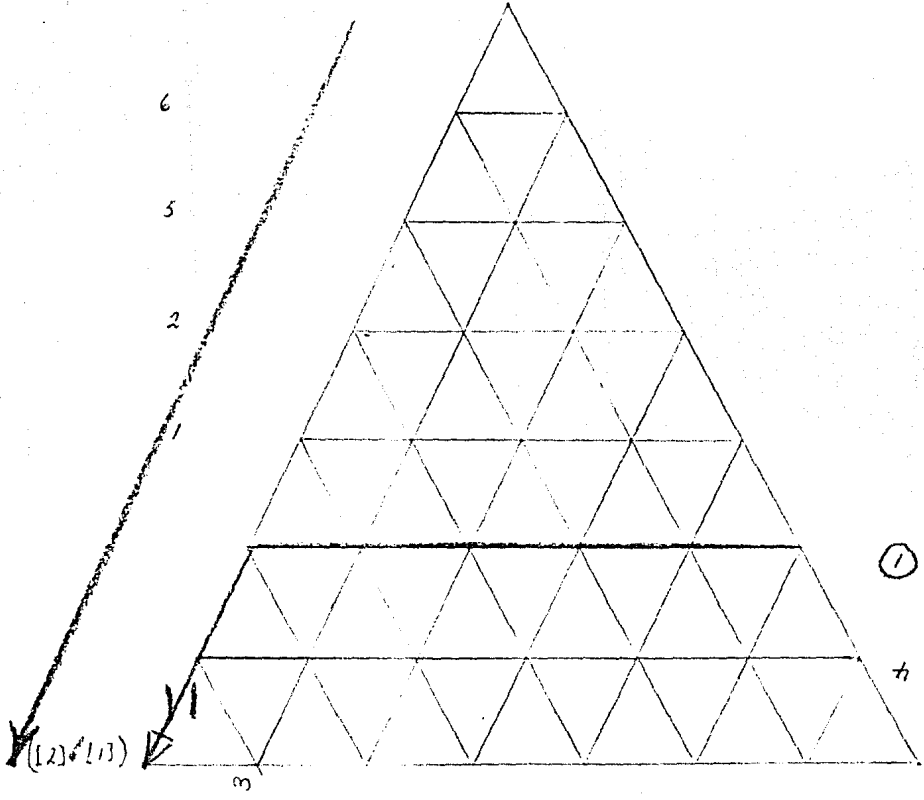
$[1 \ 2]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4] \ [1] \ [3] \ ([2] \ 1)$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$



[1 2]

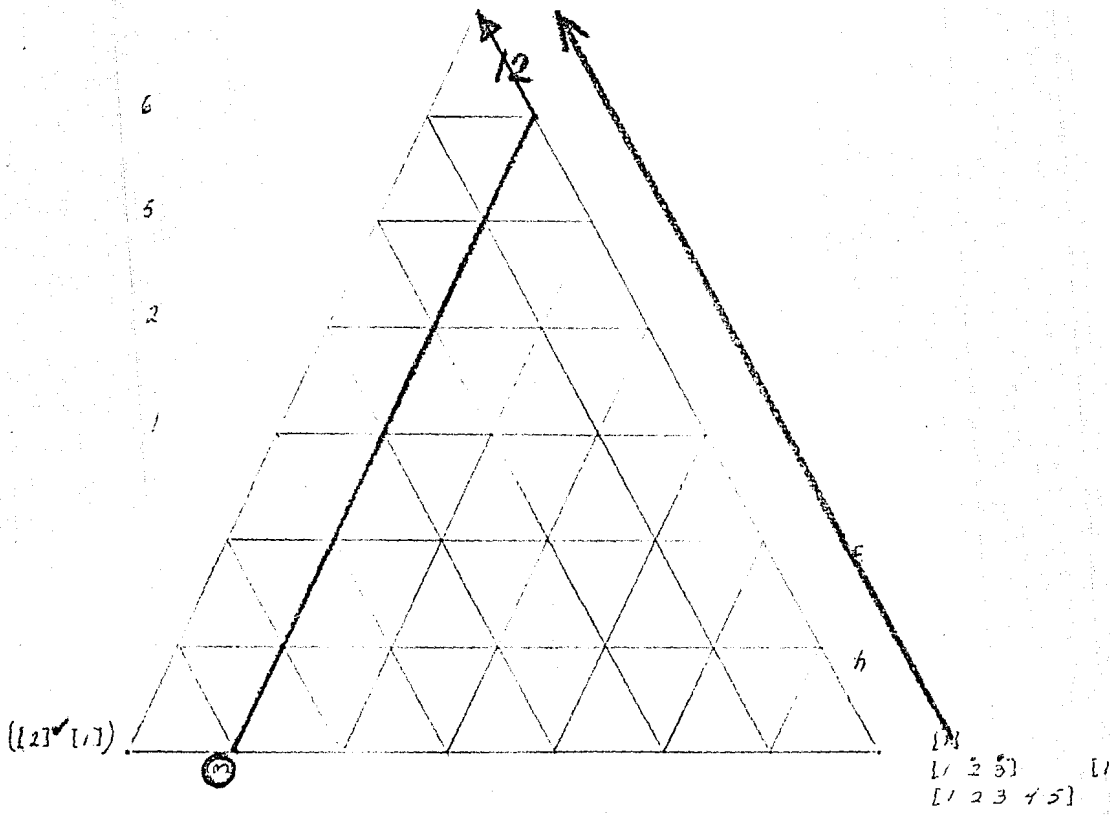
[1 2 3] [1] [3] ([2] [1])

[1 2 3 4 5 6]

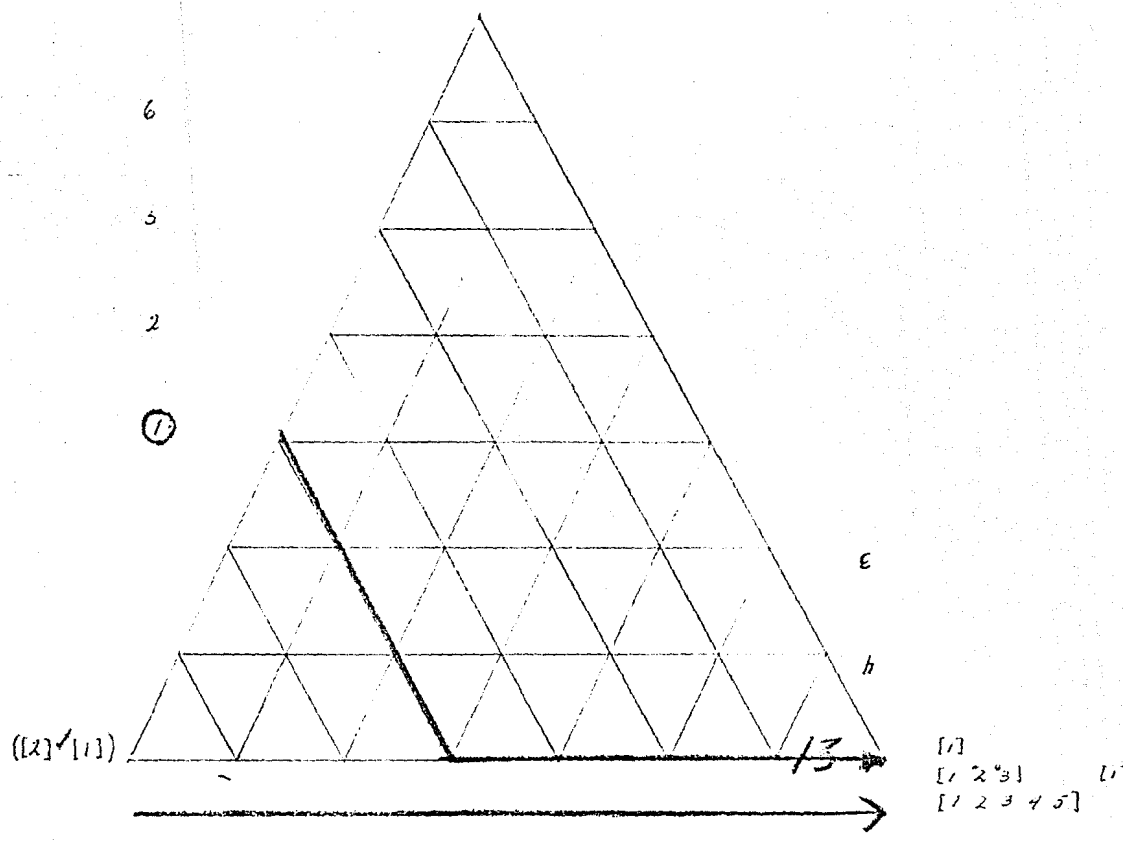


[1]  
[1 2 3] [1]  
[1 2 3 4 5]

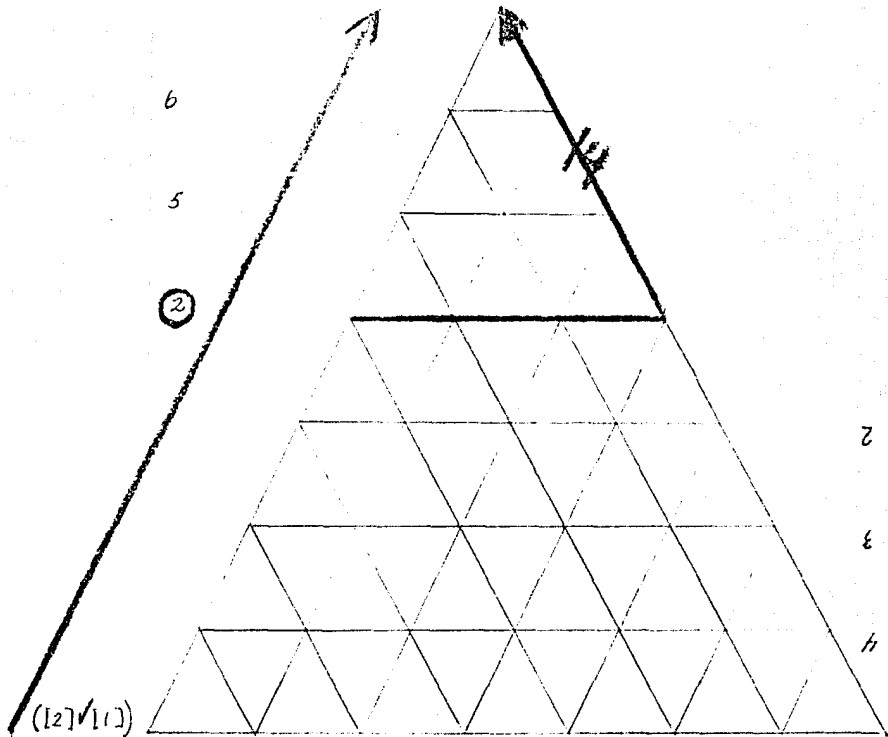
$[1 \ 2 \ 3]$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$   $(1)$   $(12)$   $(123)$   $(1234)$   
 $[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$



$(1\ 2)$   
 $[1\ 2\ 3\ 4] \quad [1] \quad [3] / ([2] \quad 1)$   
 $[1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6]$



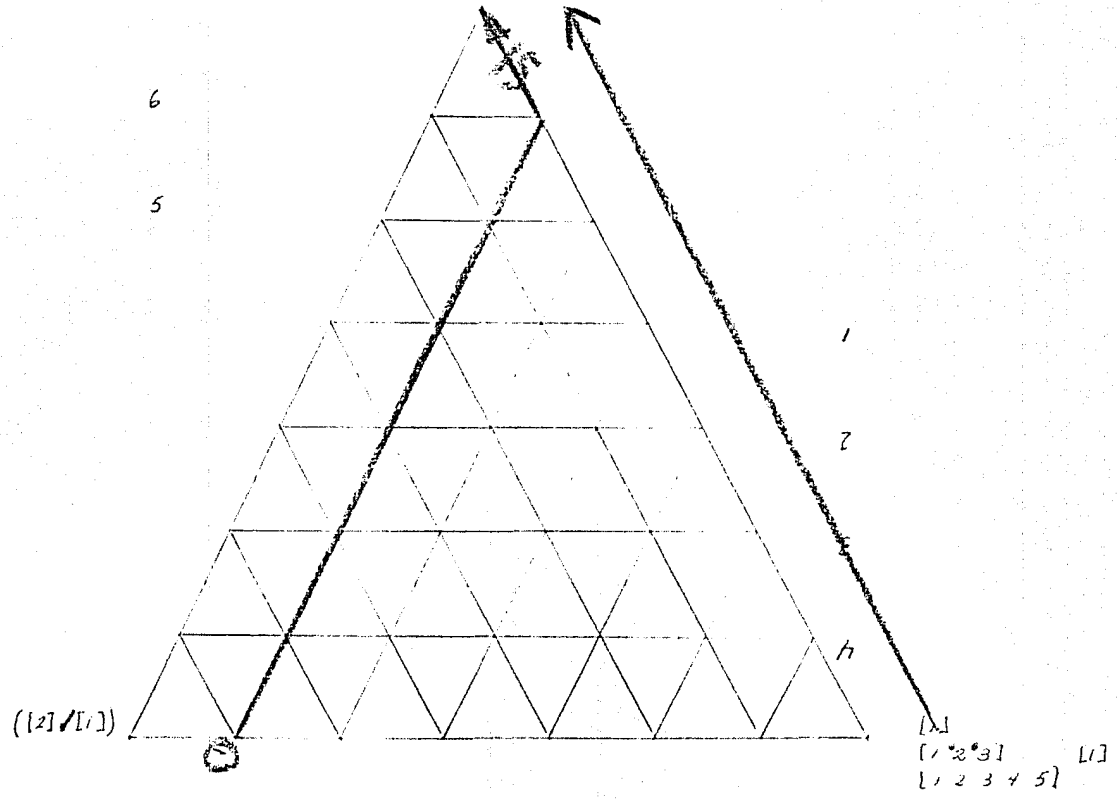
$[1\ 2]$   
 $[1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6]$



2  
 3  
 4

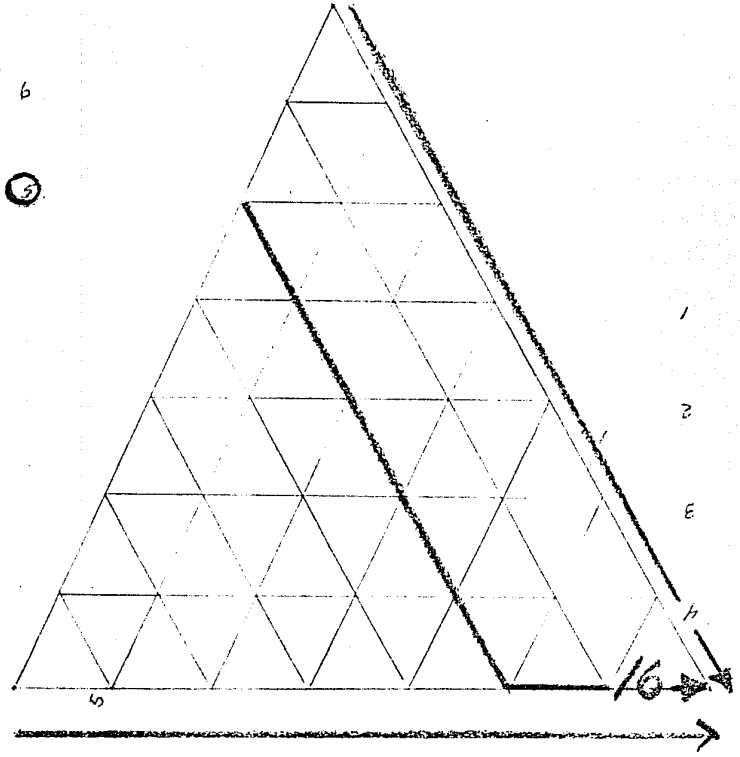
$[1]$   
 $[1\ 2\ 3]$   
 $[1\ 2\ 3\ 4\ 5]$

$[1, 2]$   
 $[1, 2, 3, 4]$  (1)  $[3, 1, (2), 4, 1]$   
 $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$



[1 2]  
 [1 2 3 4]  
 [1 2 3 4 5 6]

[1] [2] [3]



[1]  
 [2] [1 2] [1] [1]

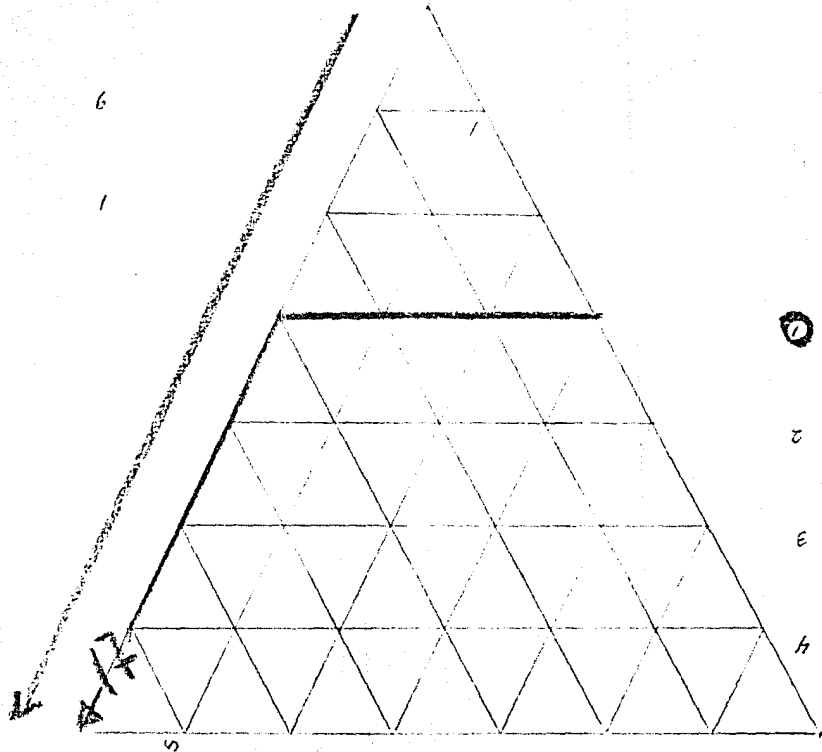
[4] [1] [3] [2] [1]

[1]  
 [1 2 3]  
 [1 2 3 4 5] (2) [1]



$\{1, 2\}$   
 $\{1, 2, 3, 4\}$   
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

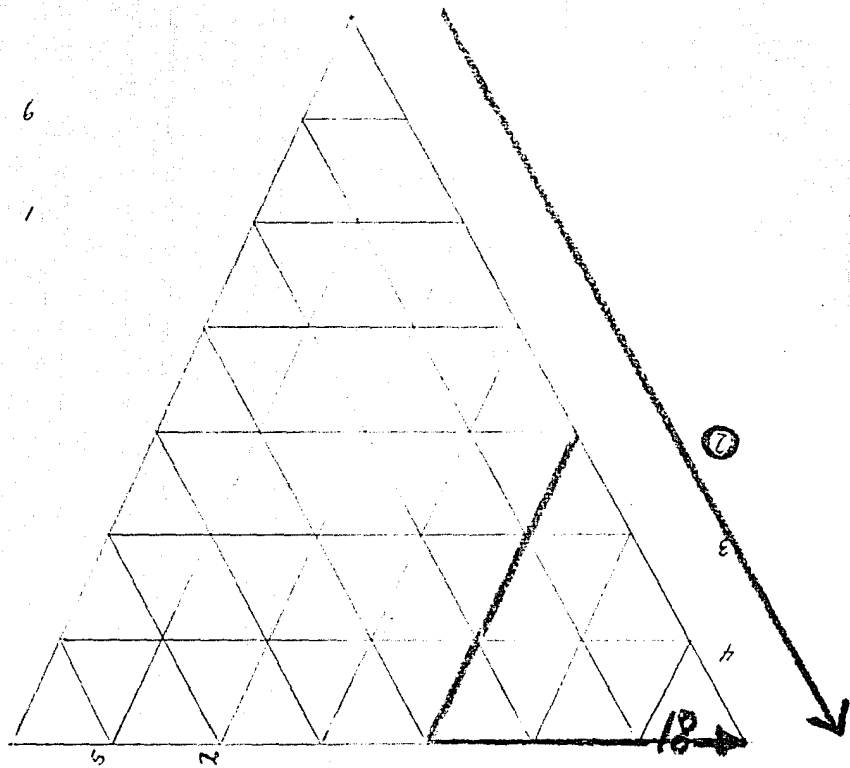
$[1] [12] [13]$

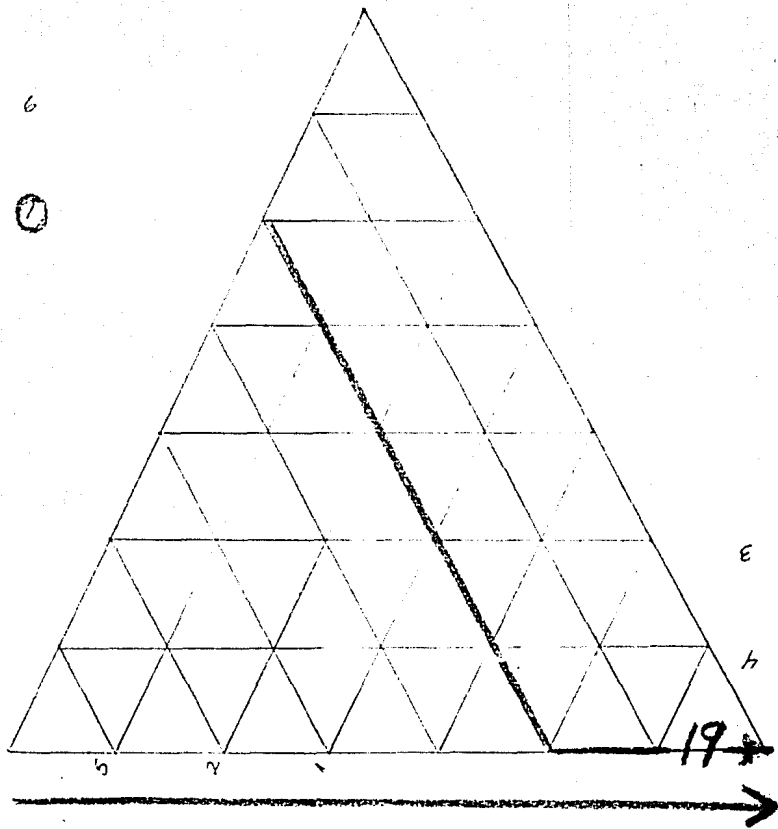


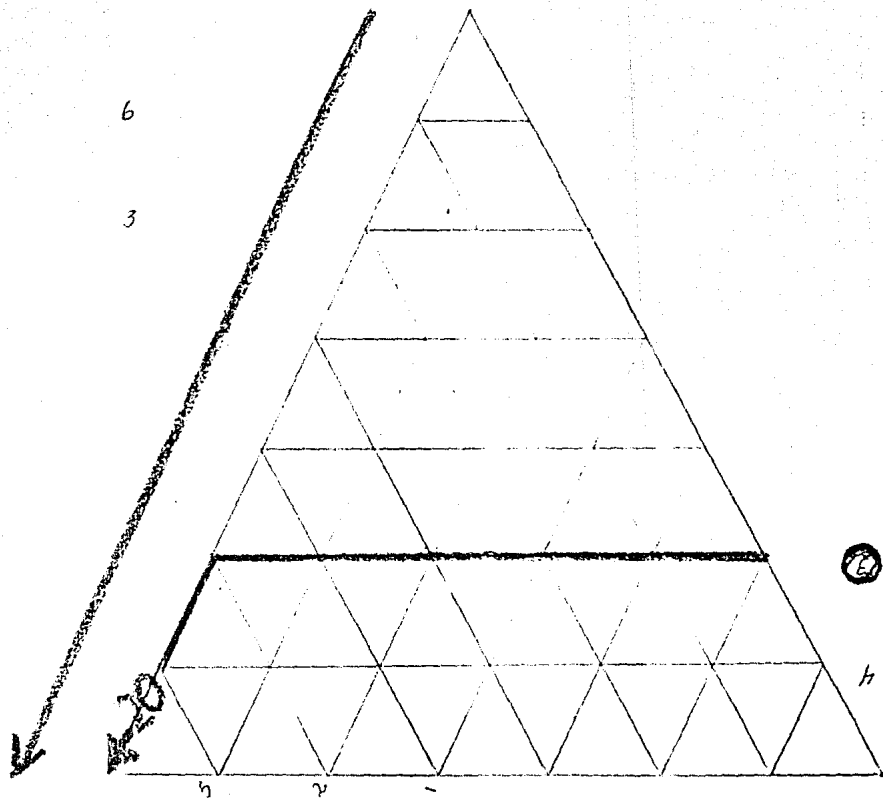
$[1] [3] [12] [13] [1]$

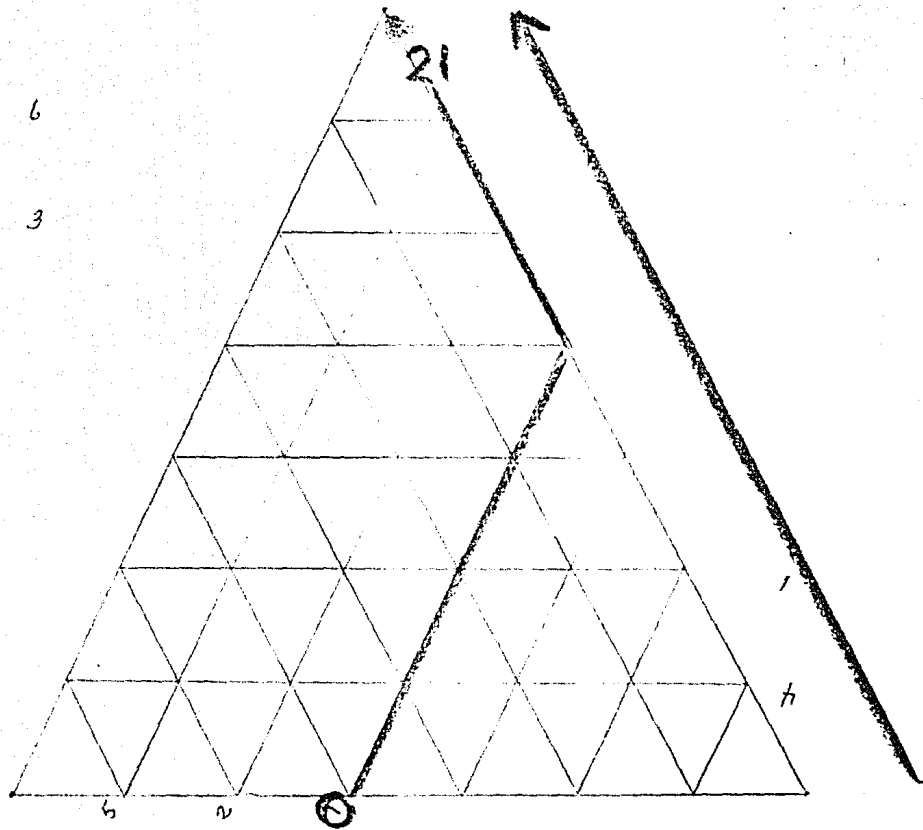
$[13]$   
 $\{1, 2, 3\}$   
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

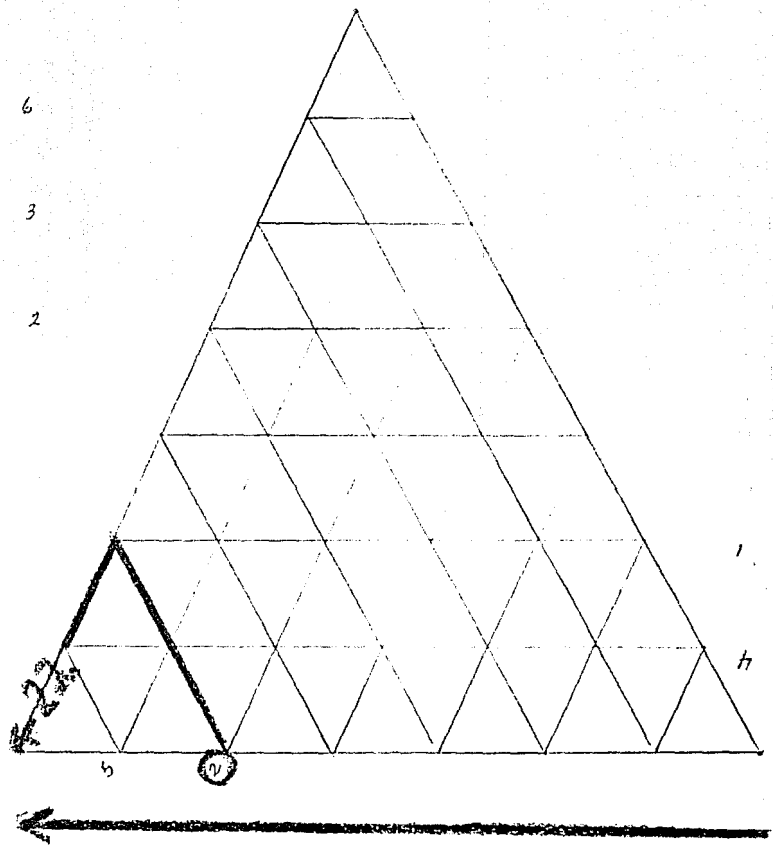
$[12] [13] [4] [13] [3] [12] [11]$

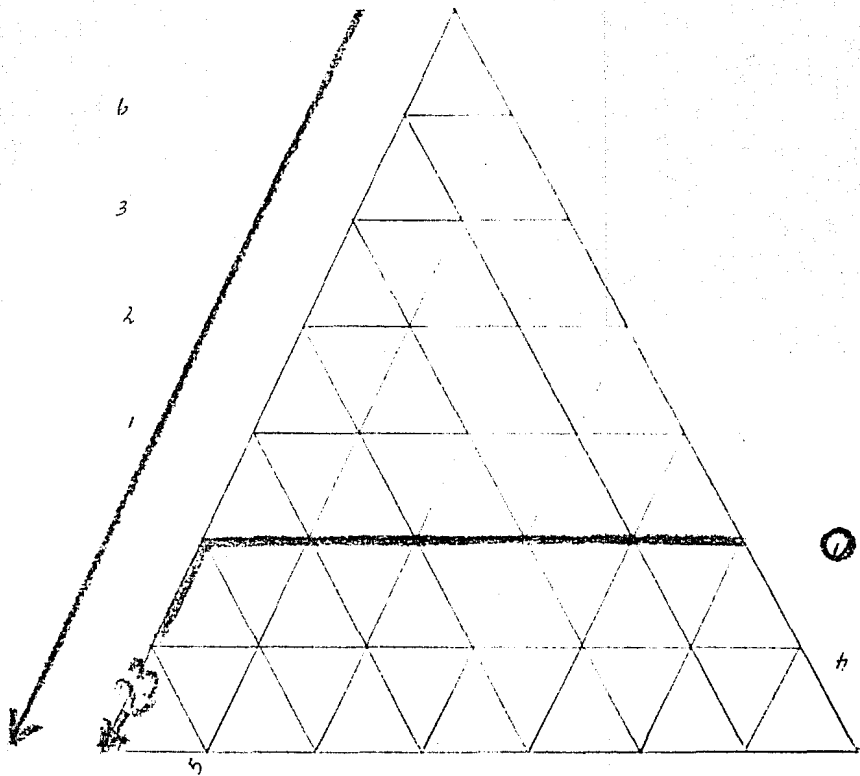


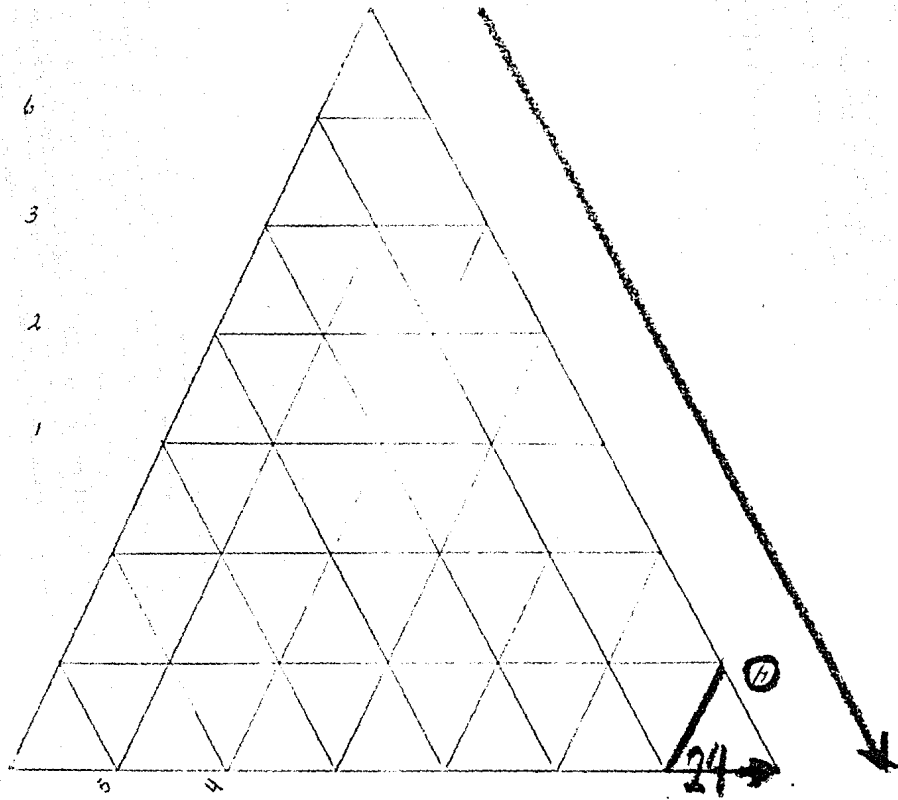




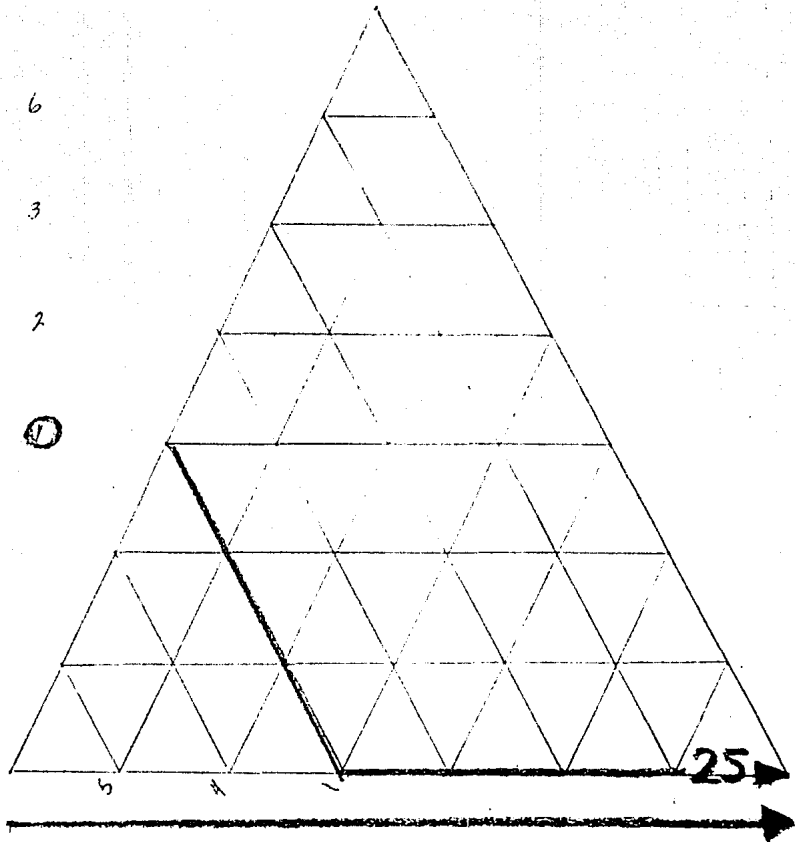


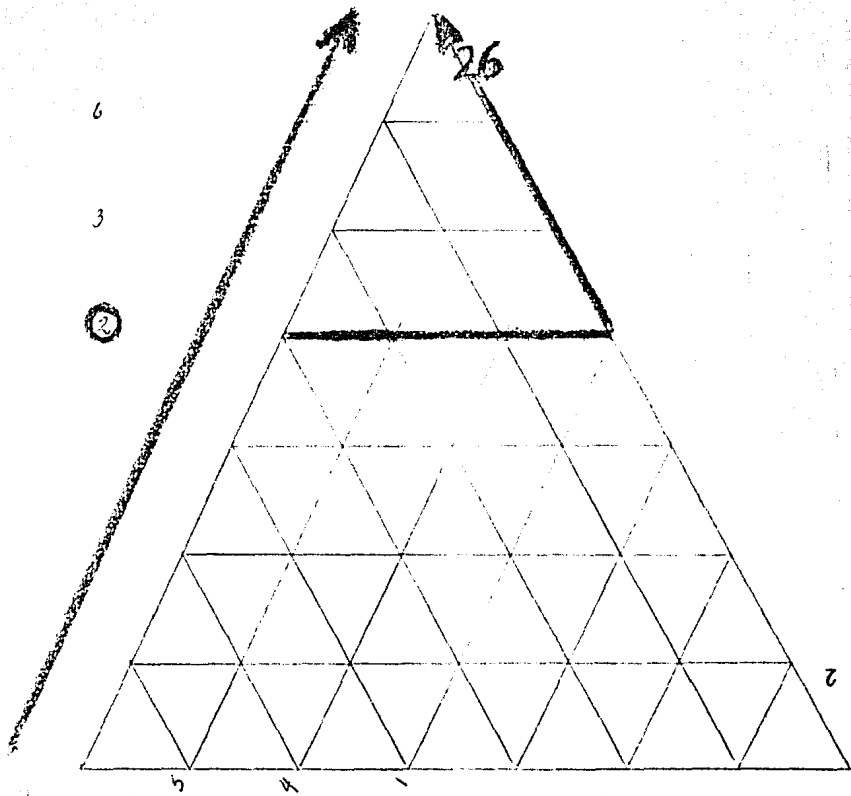


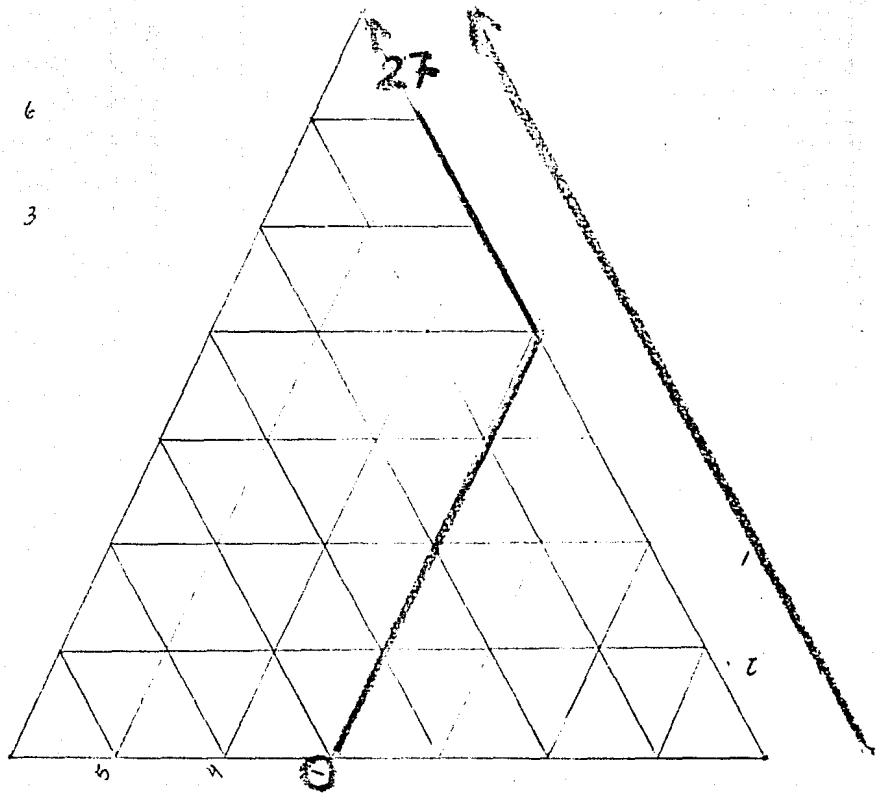






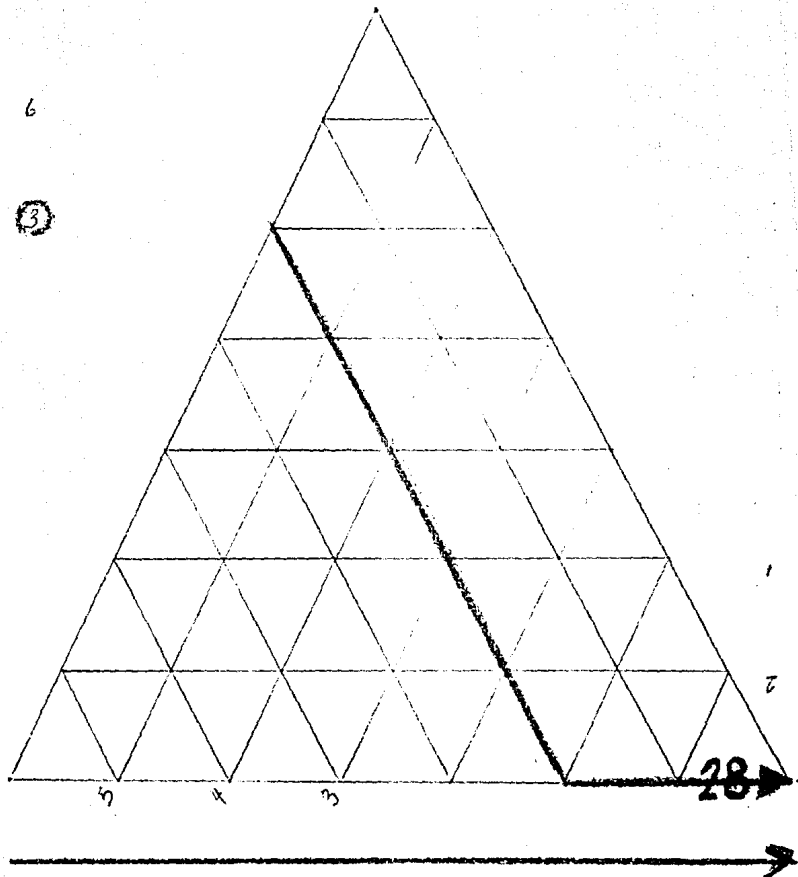


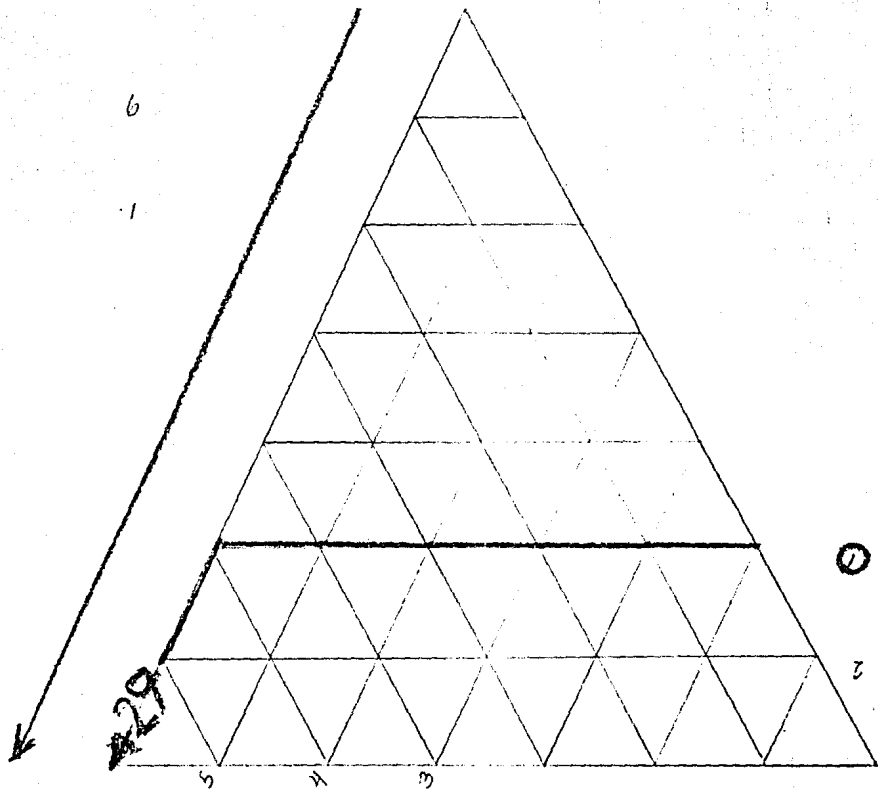


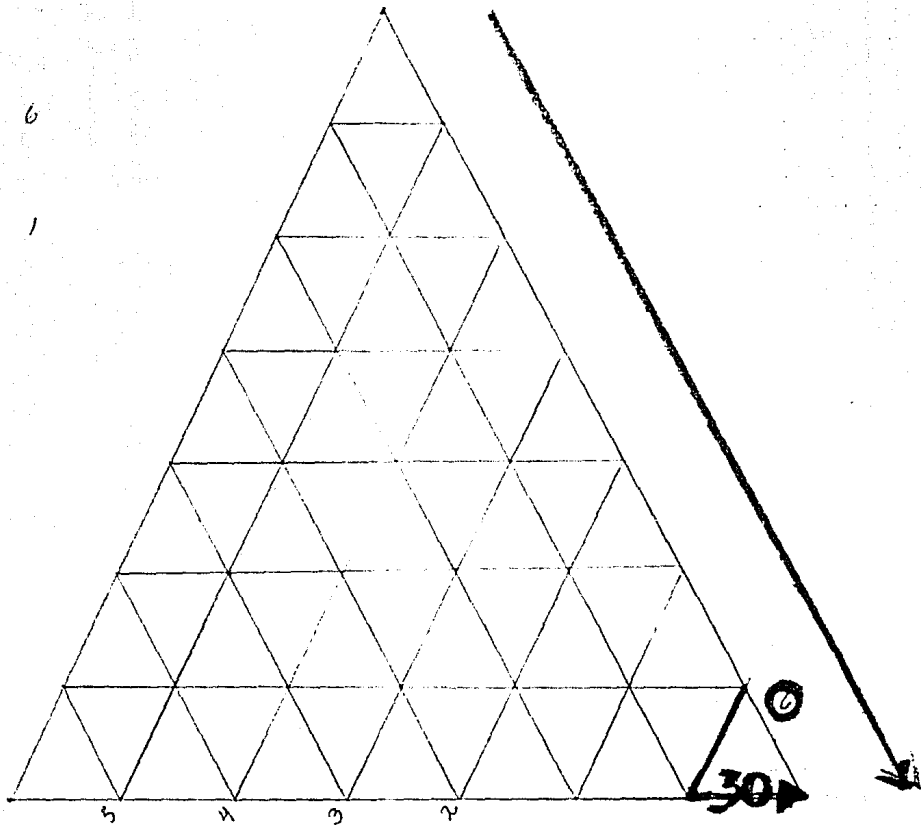


6

3





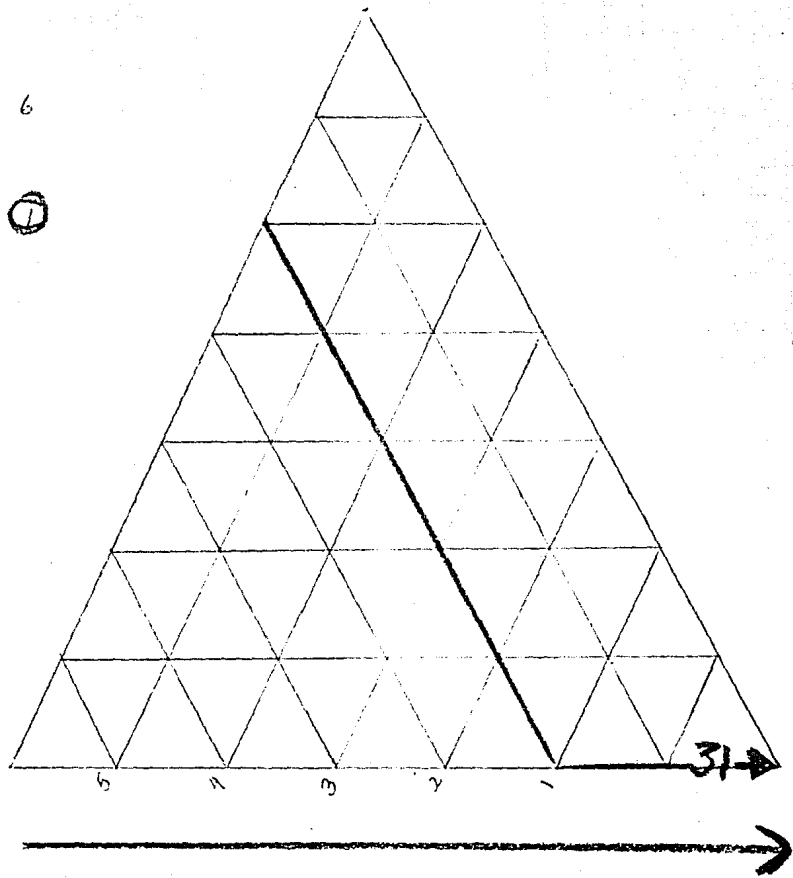


6

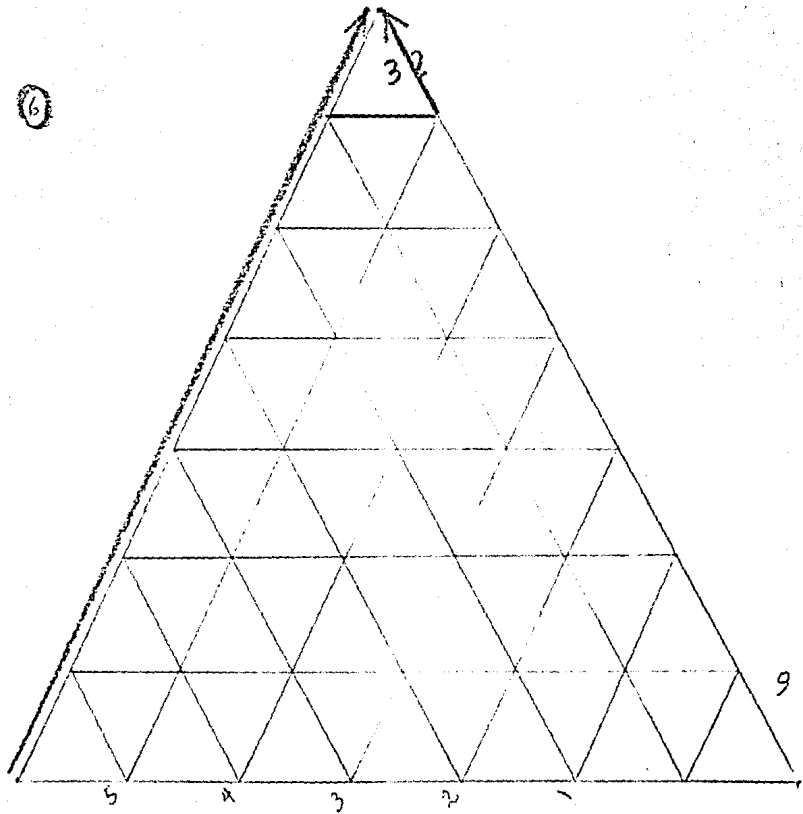
1

6

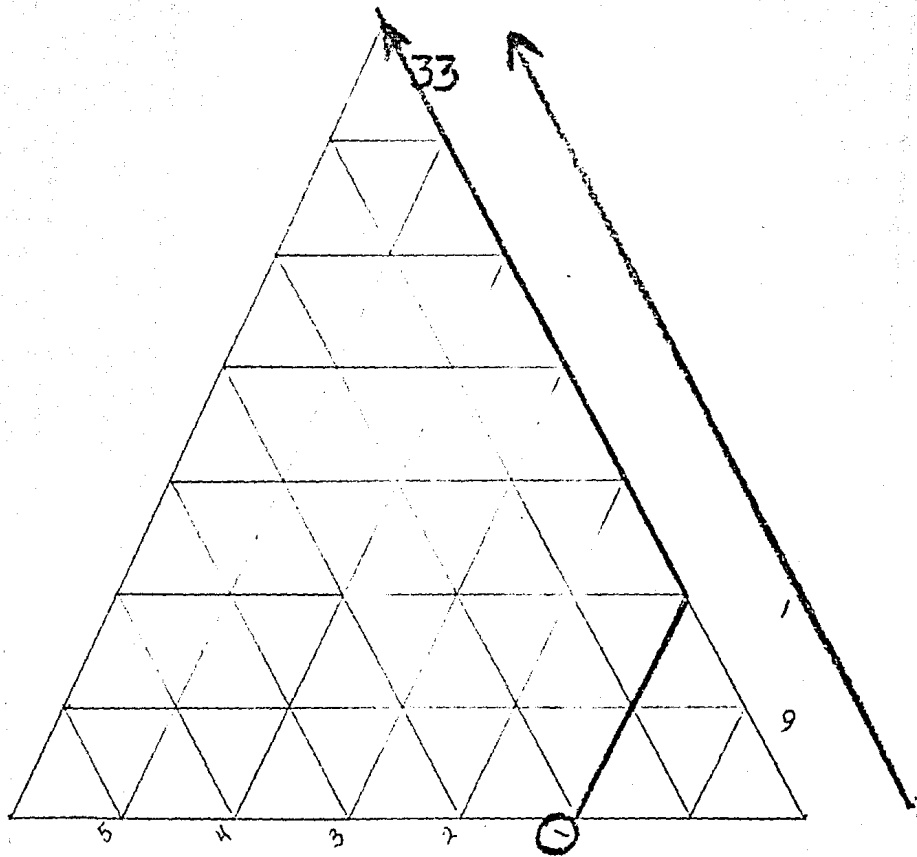
①

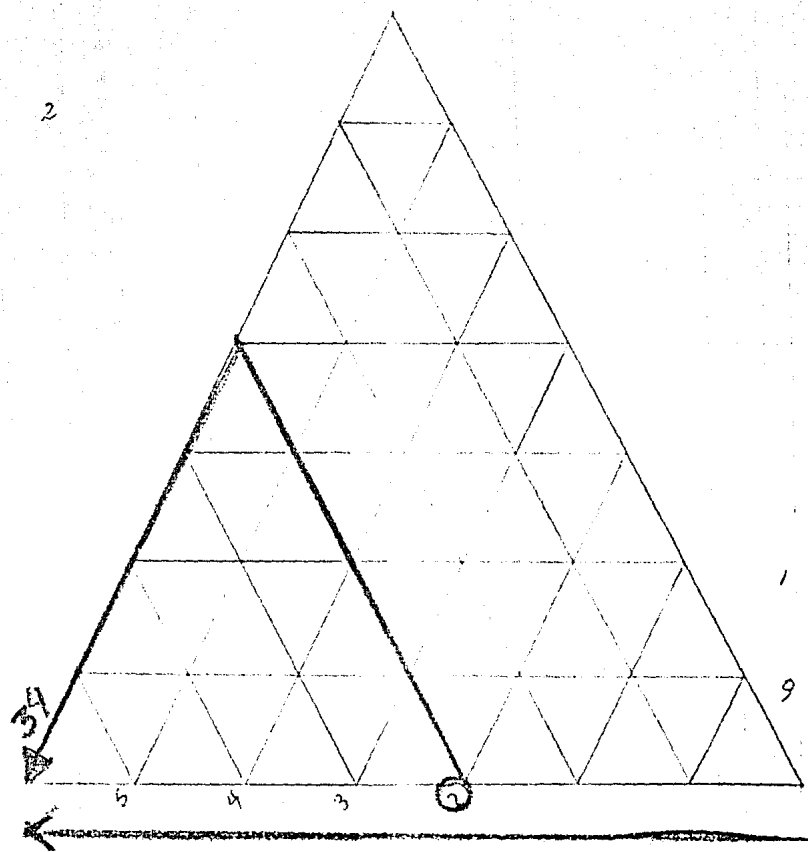


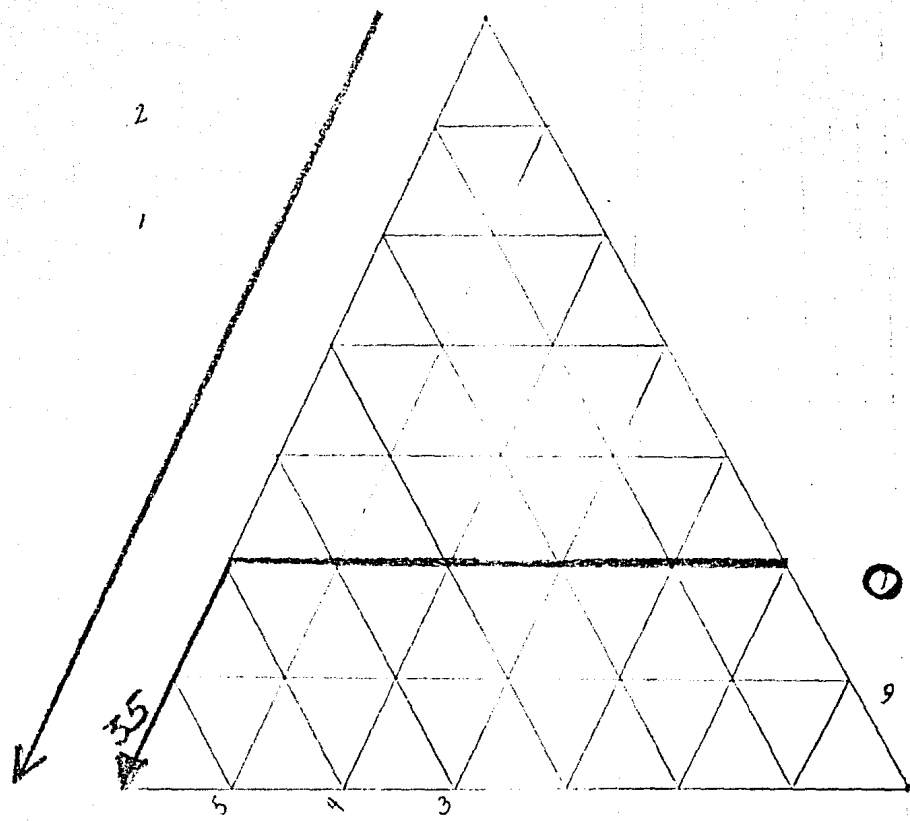
⑥

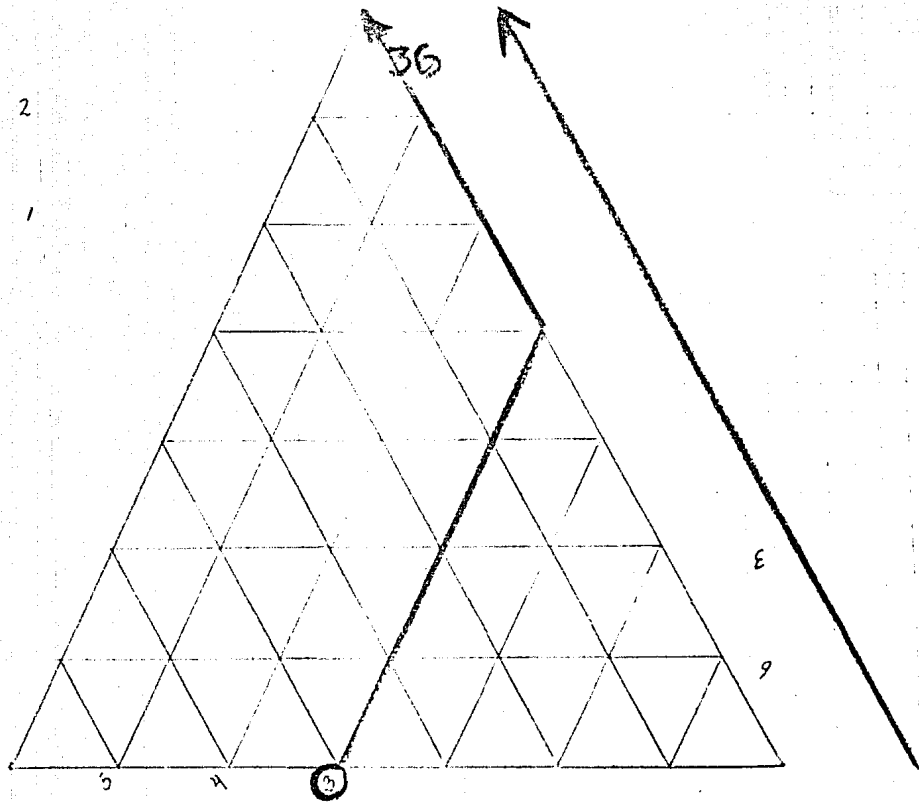


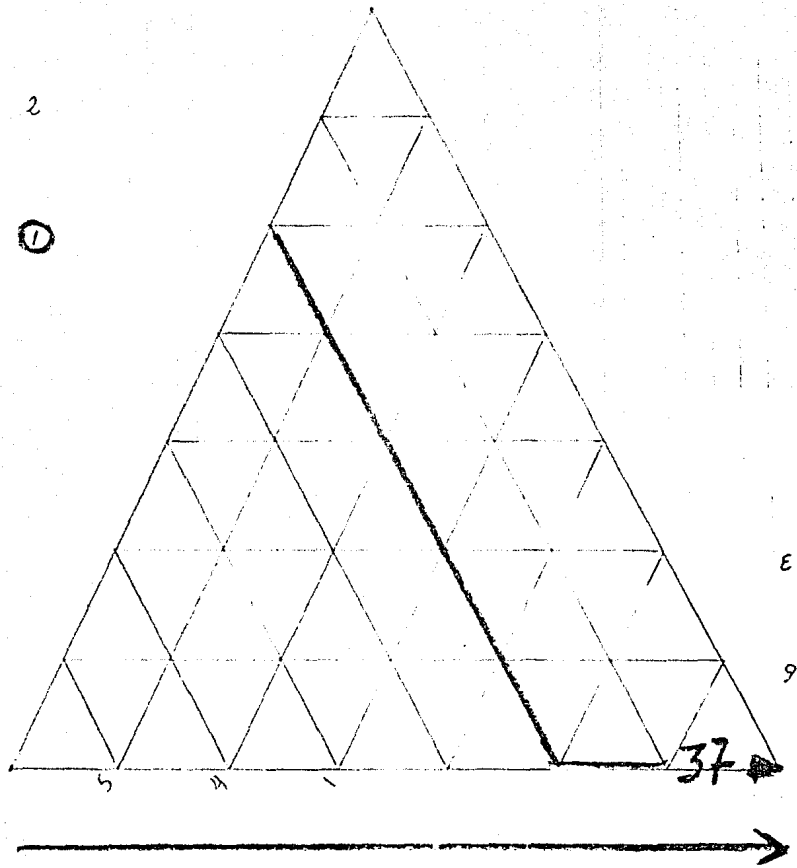


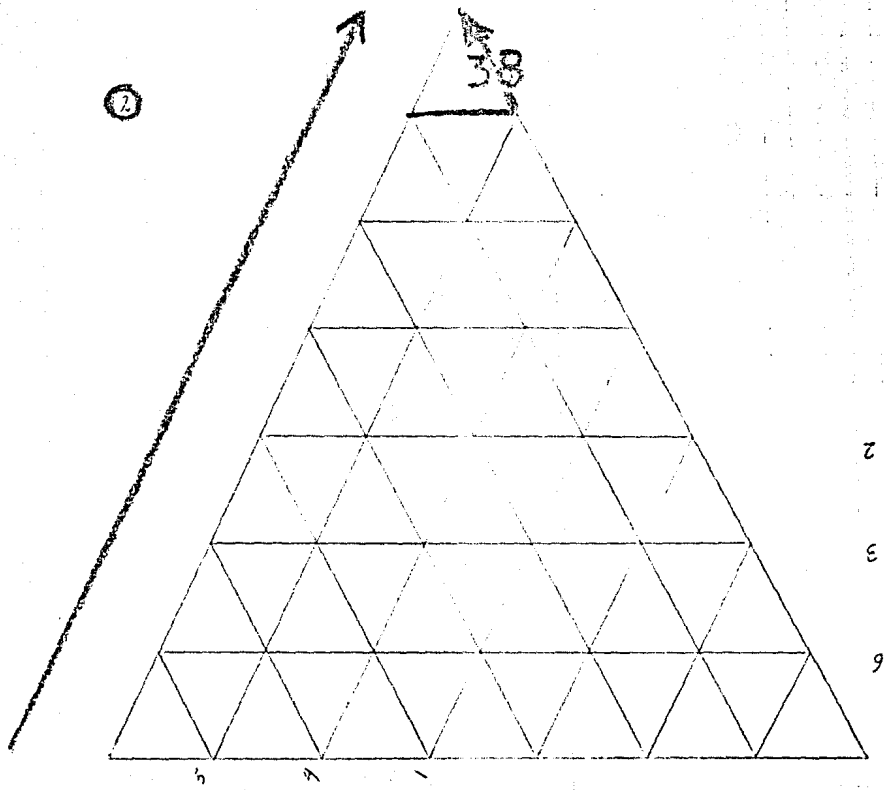


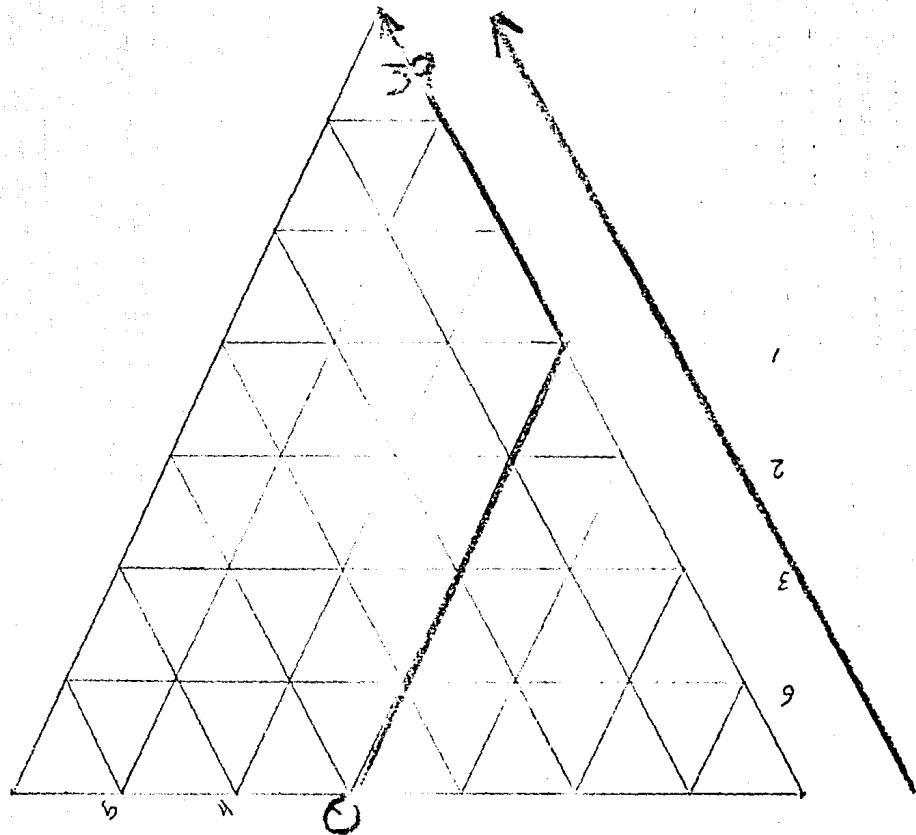


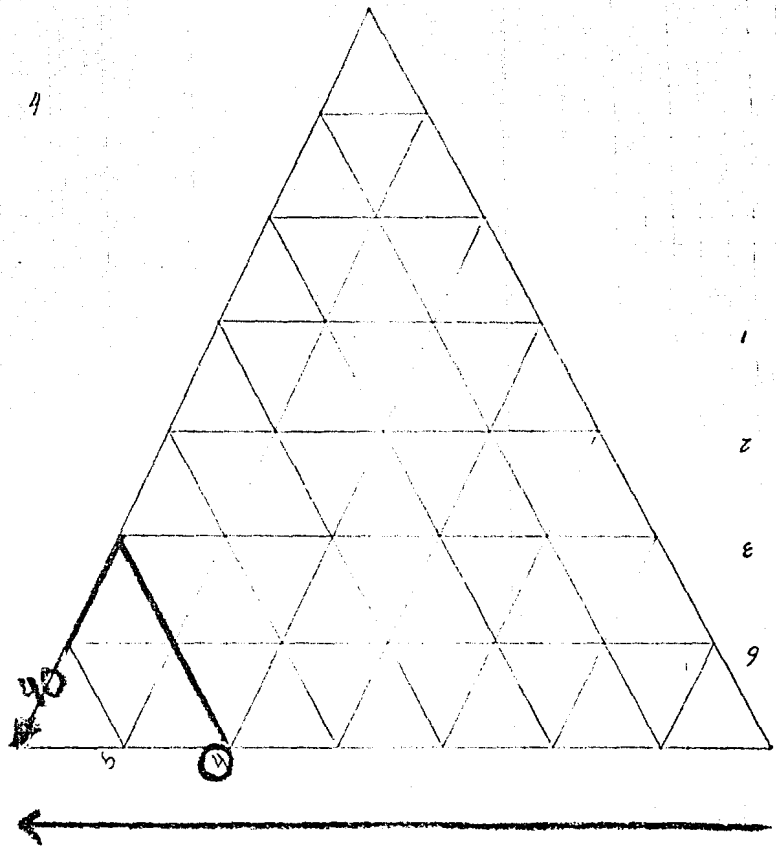




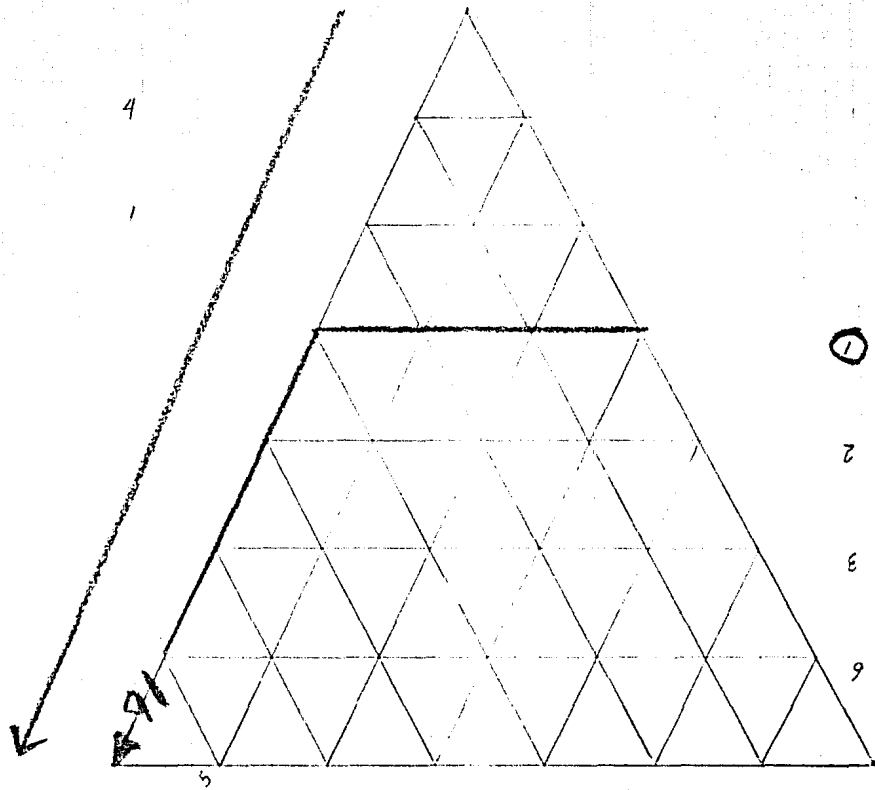


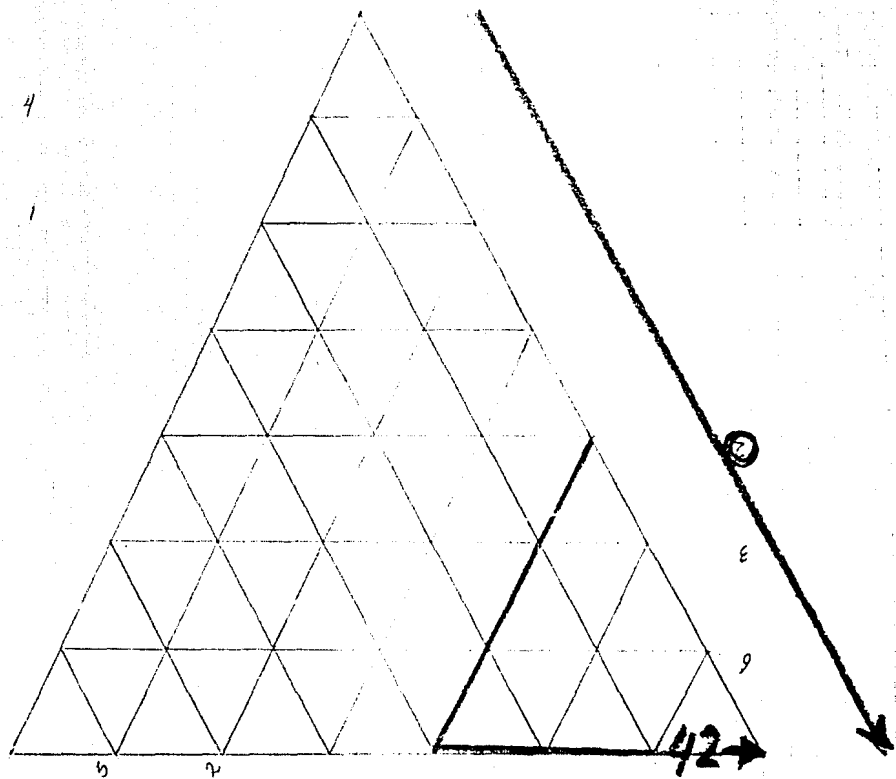


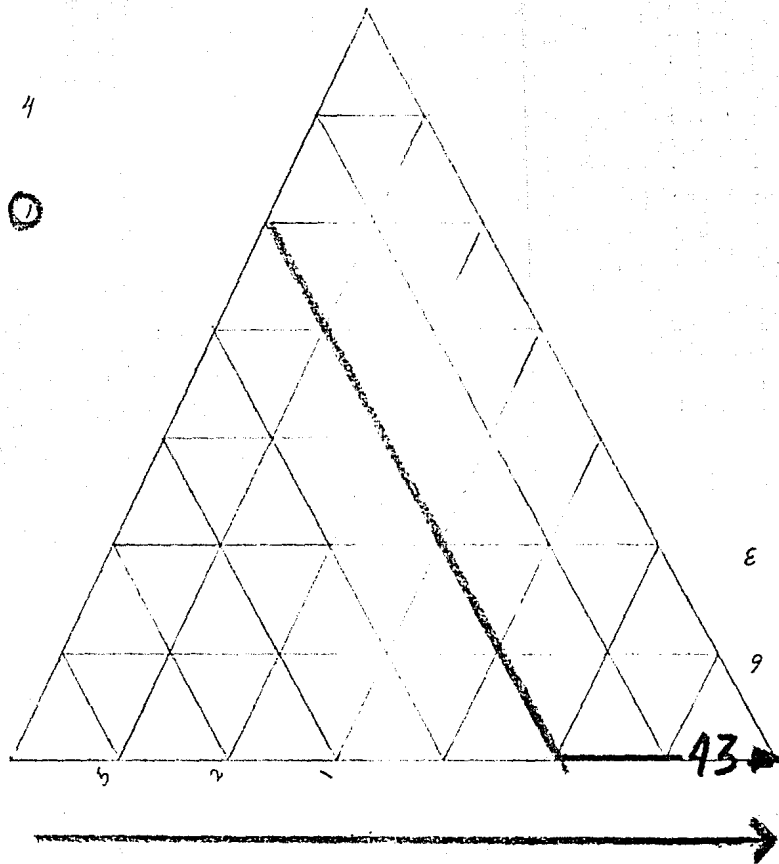


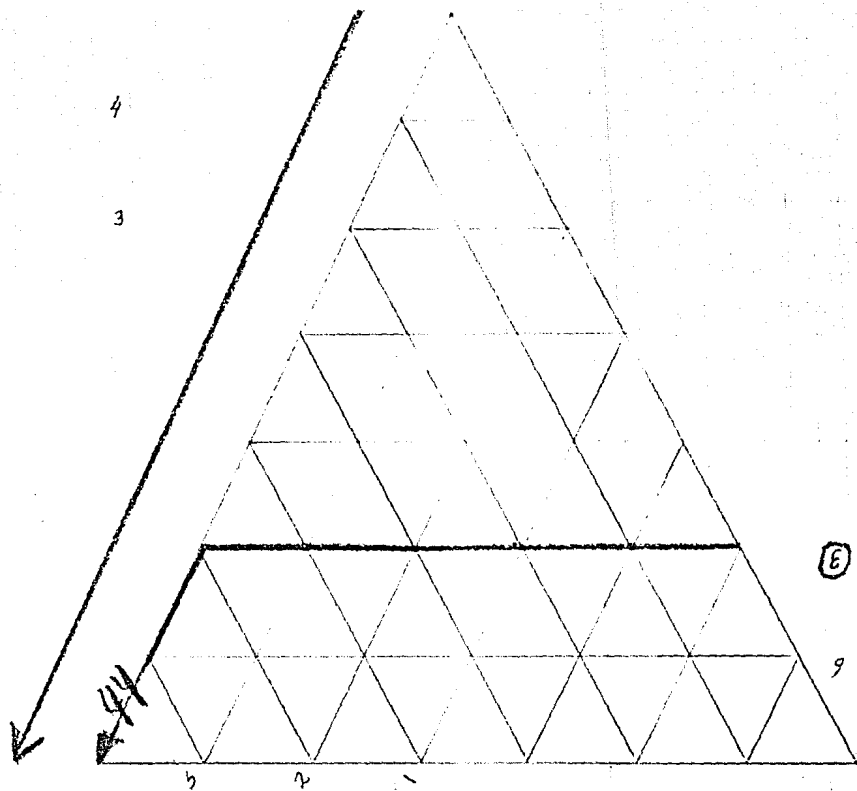


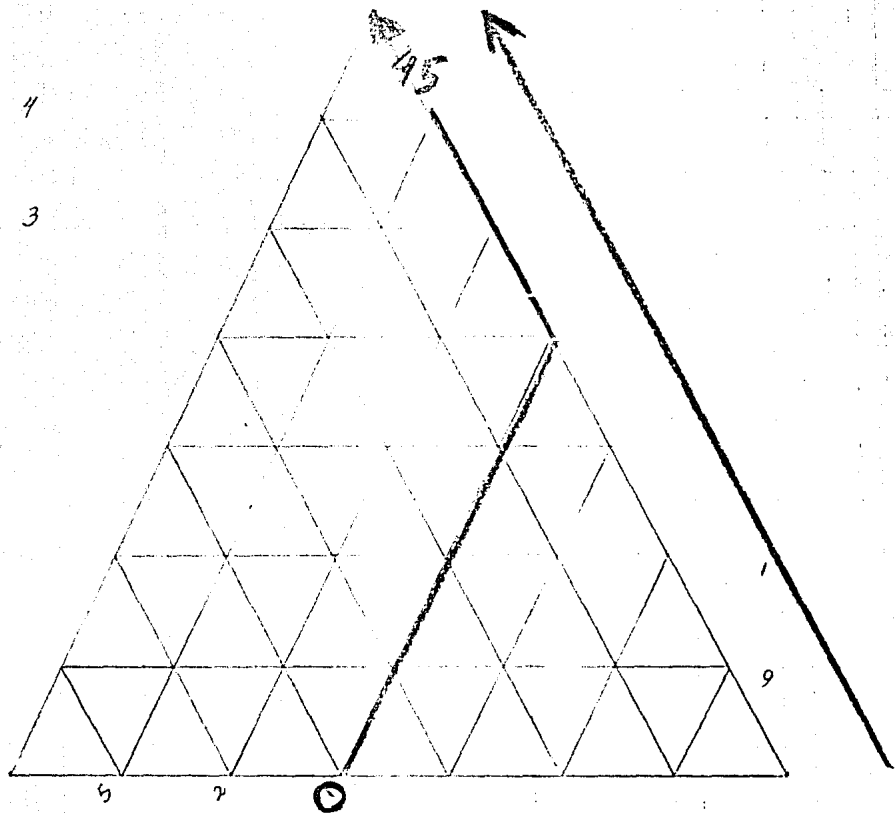


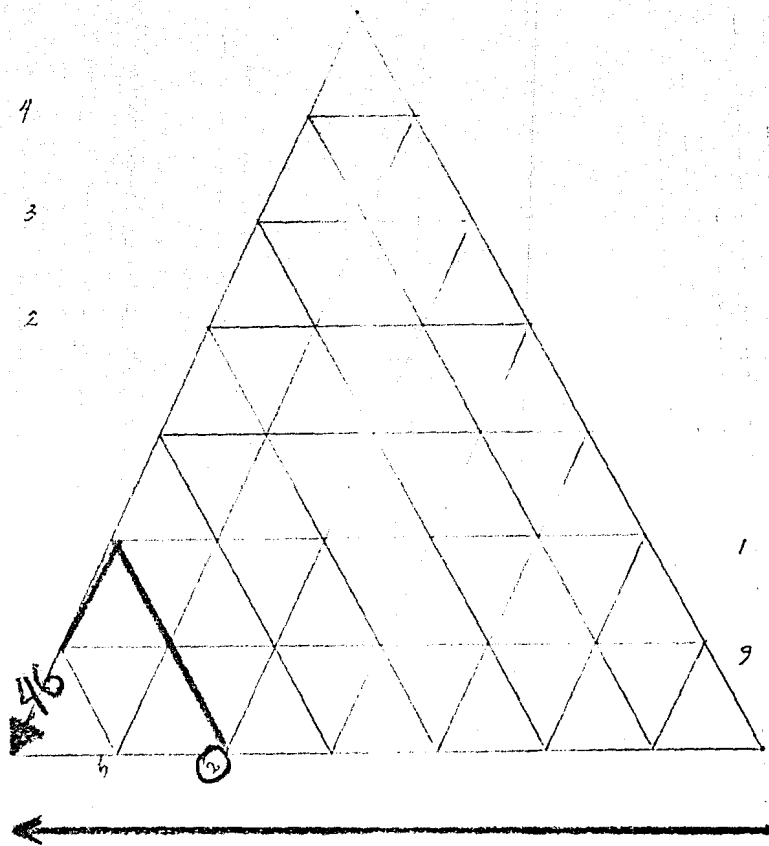


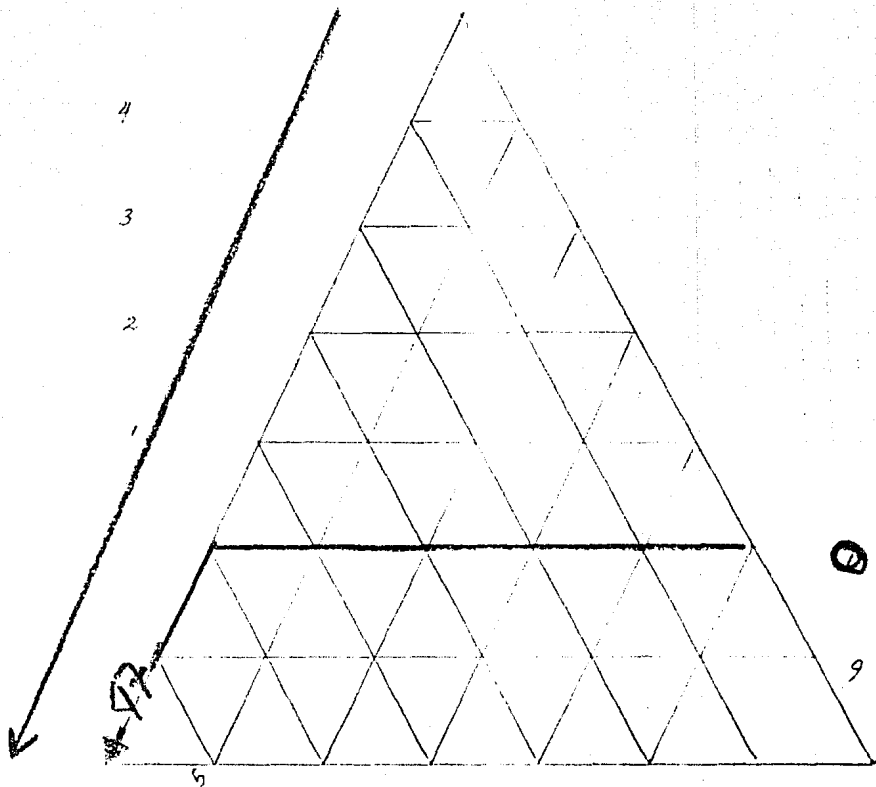


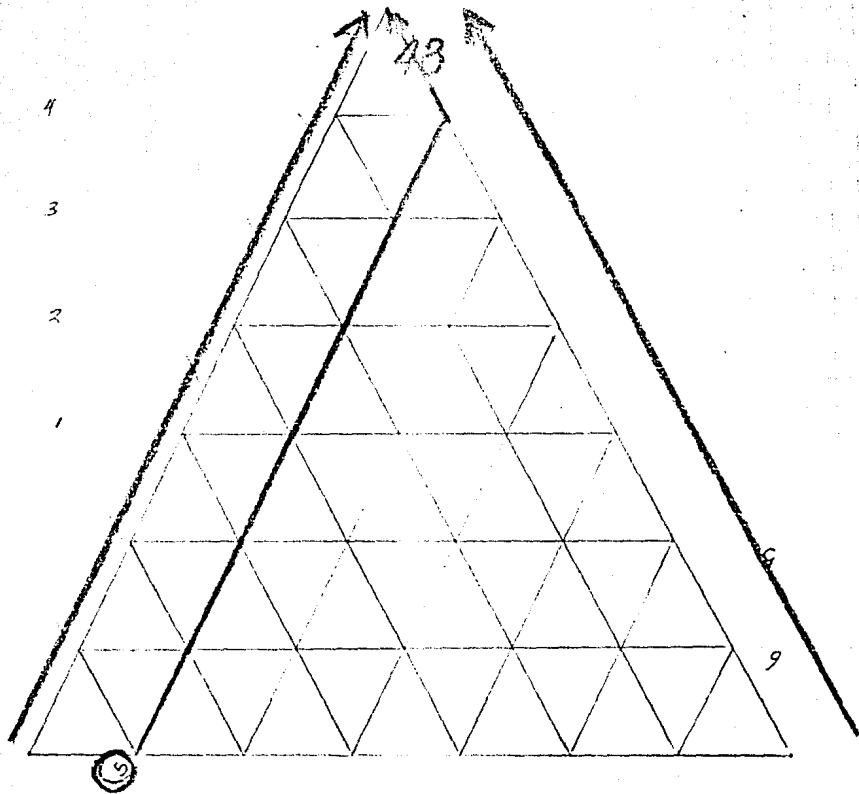




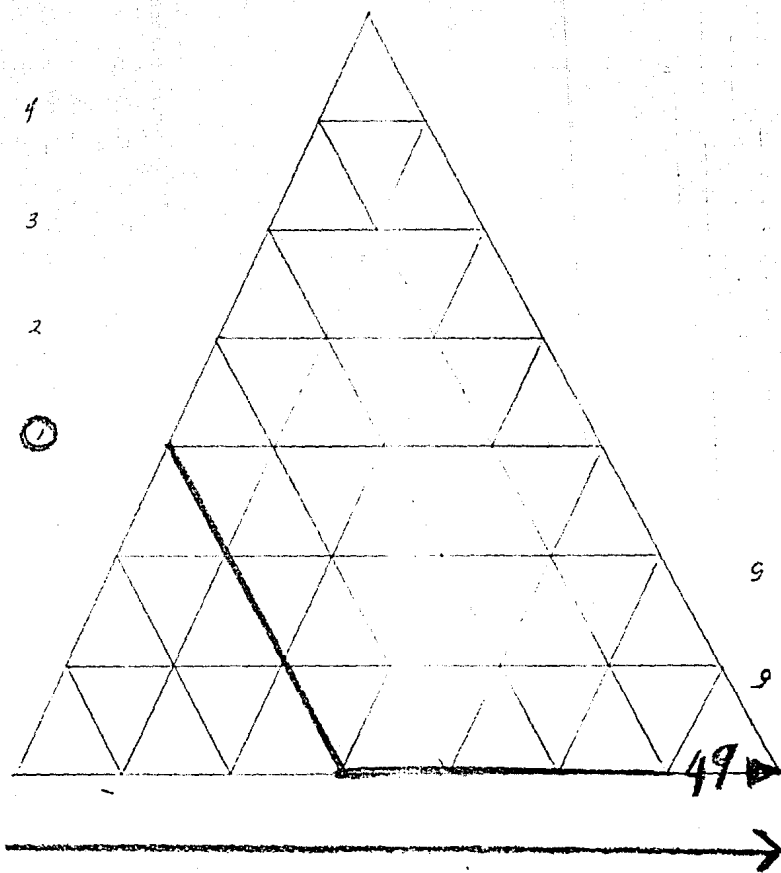


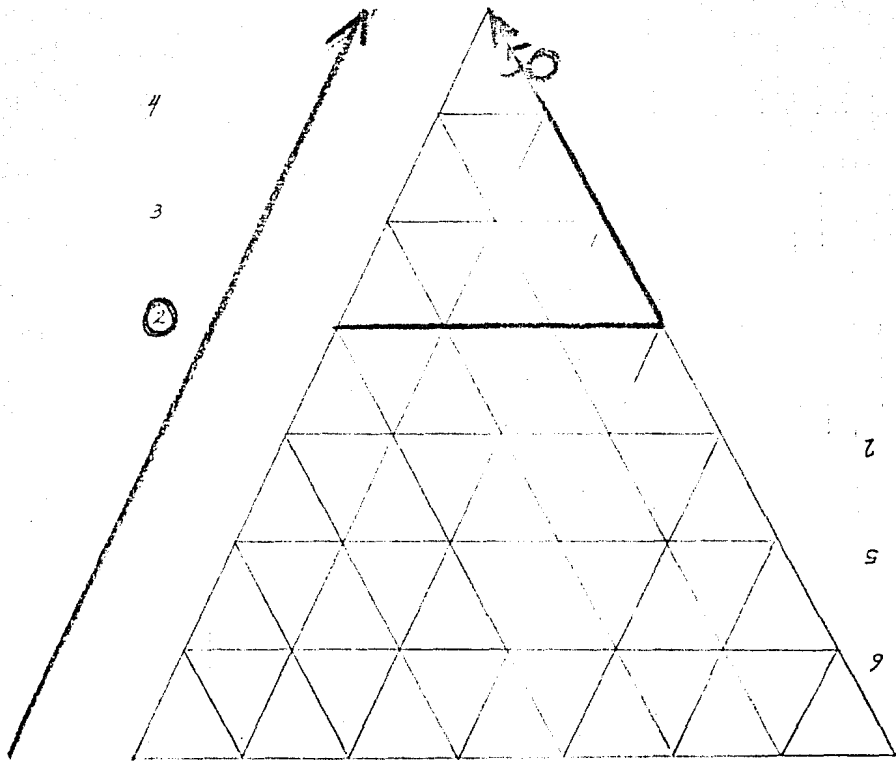


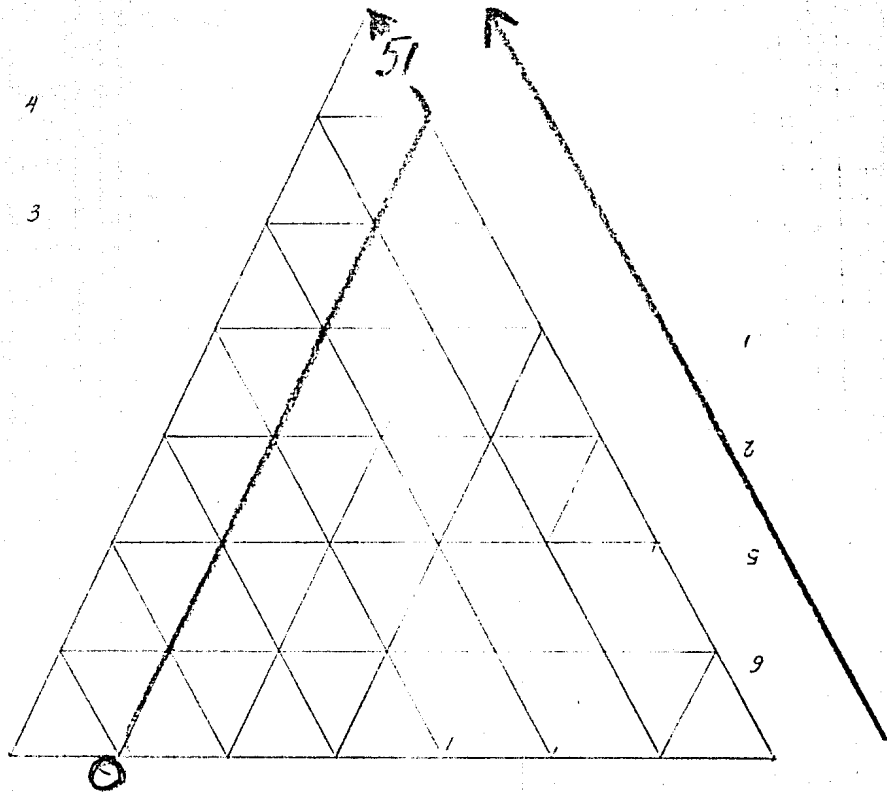


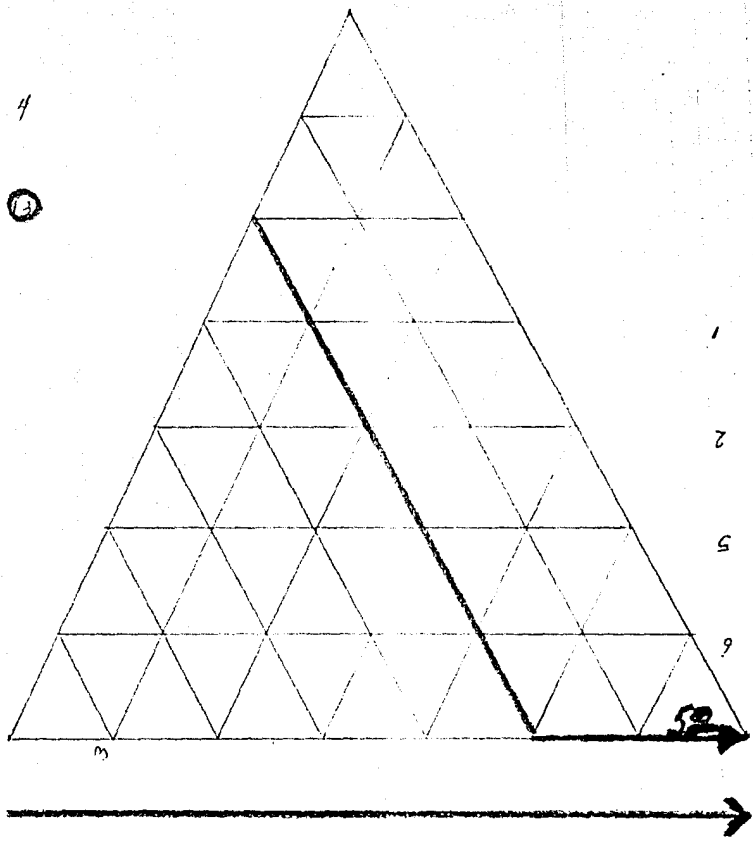


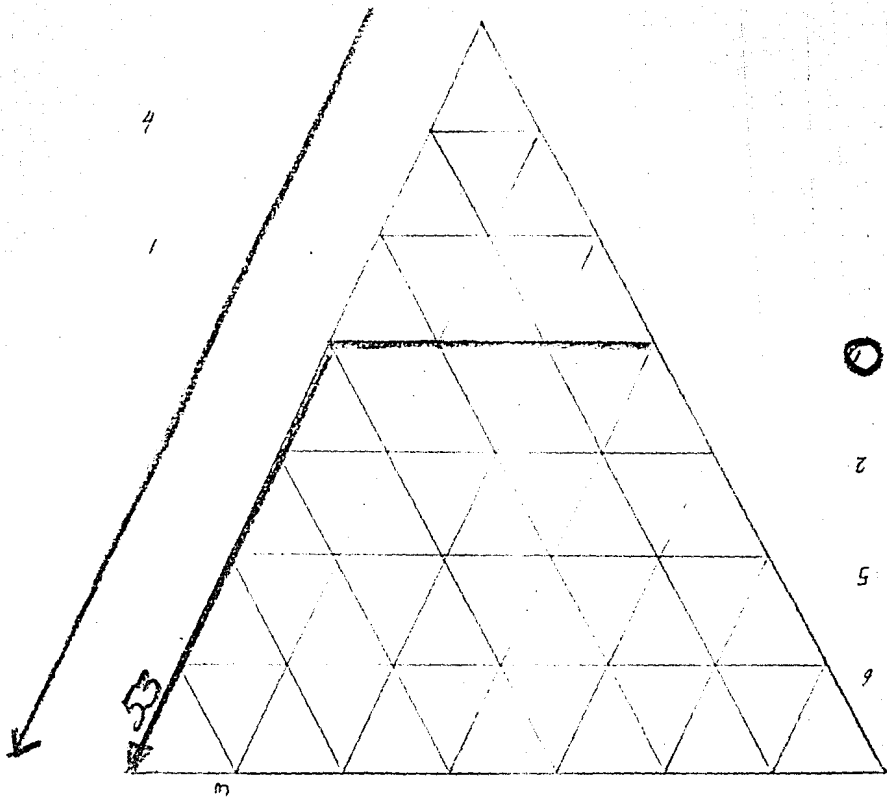


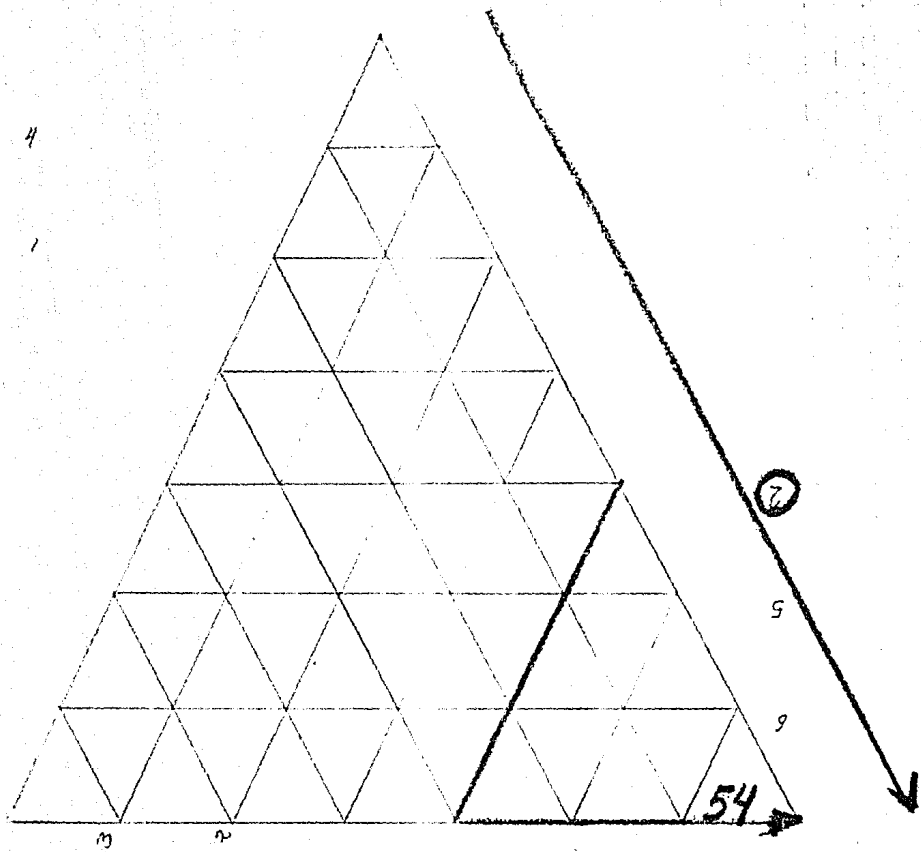


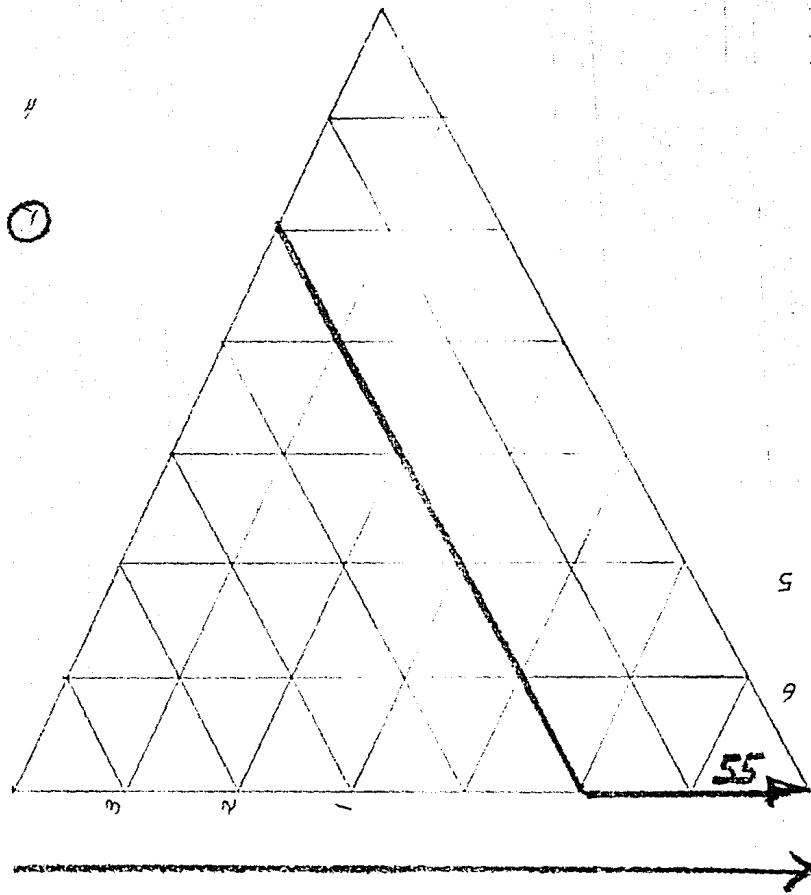


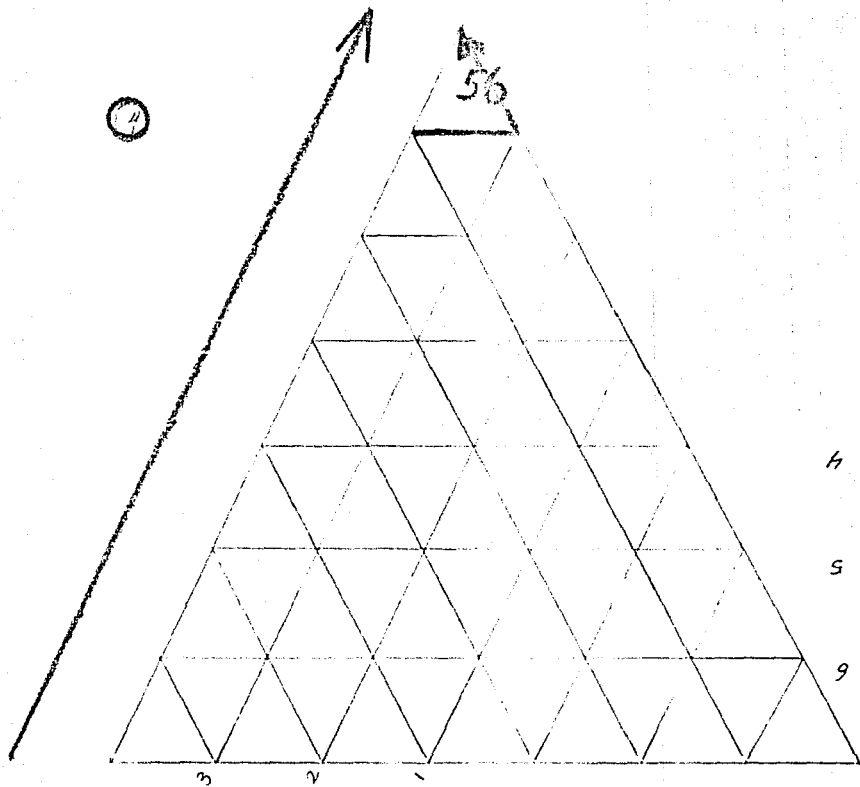




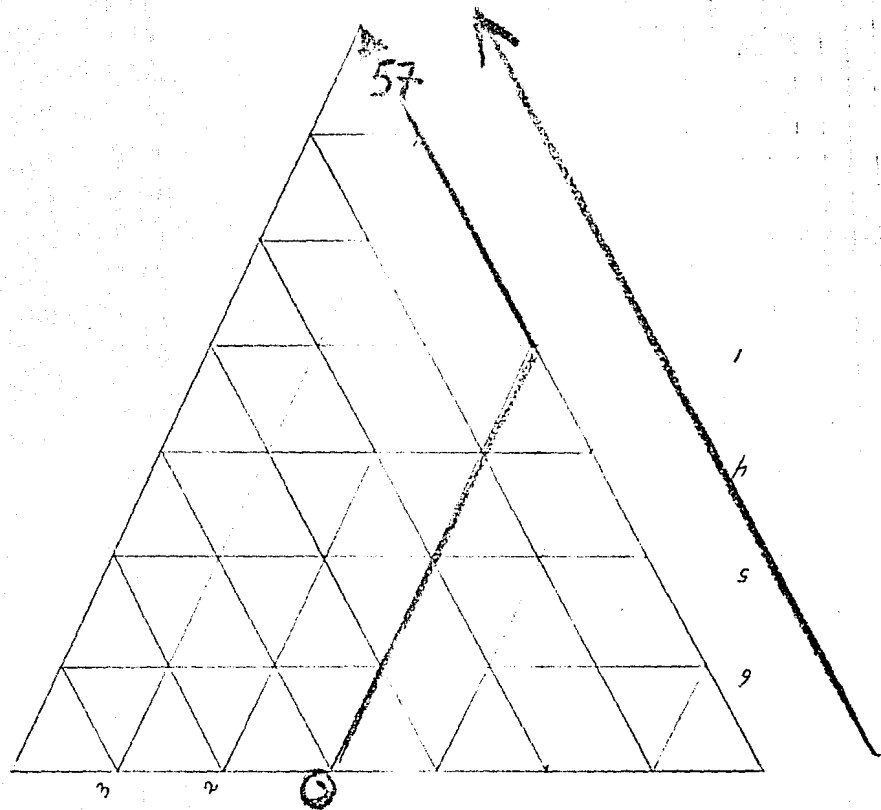


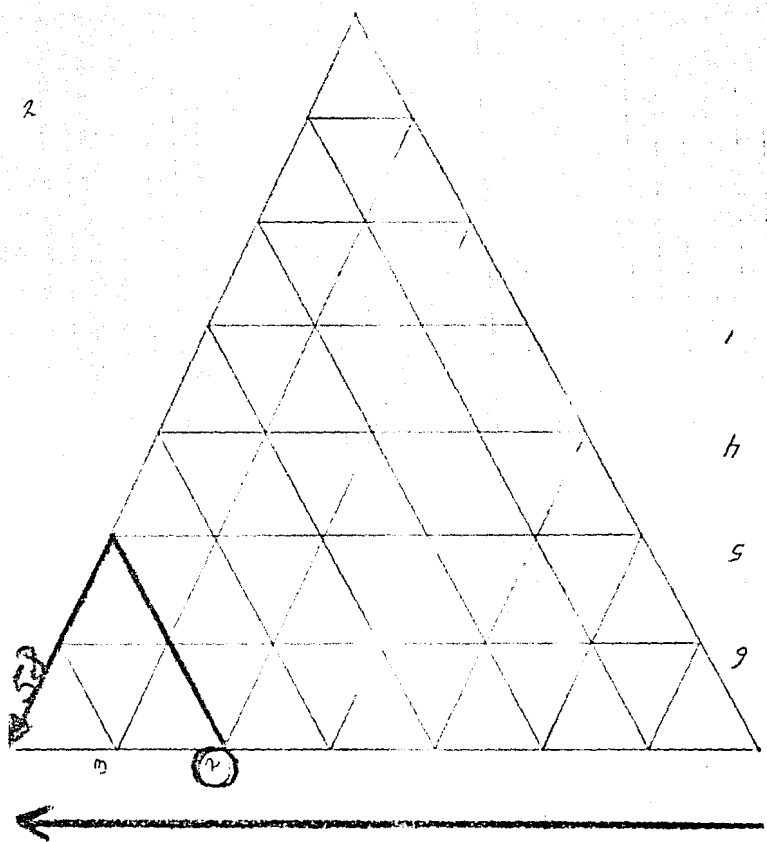


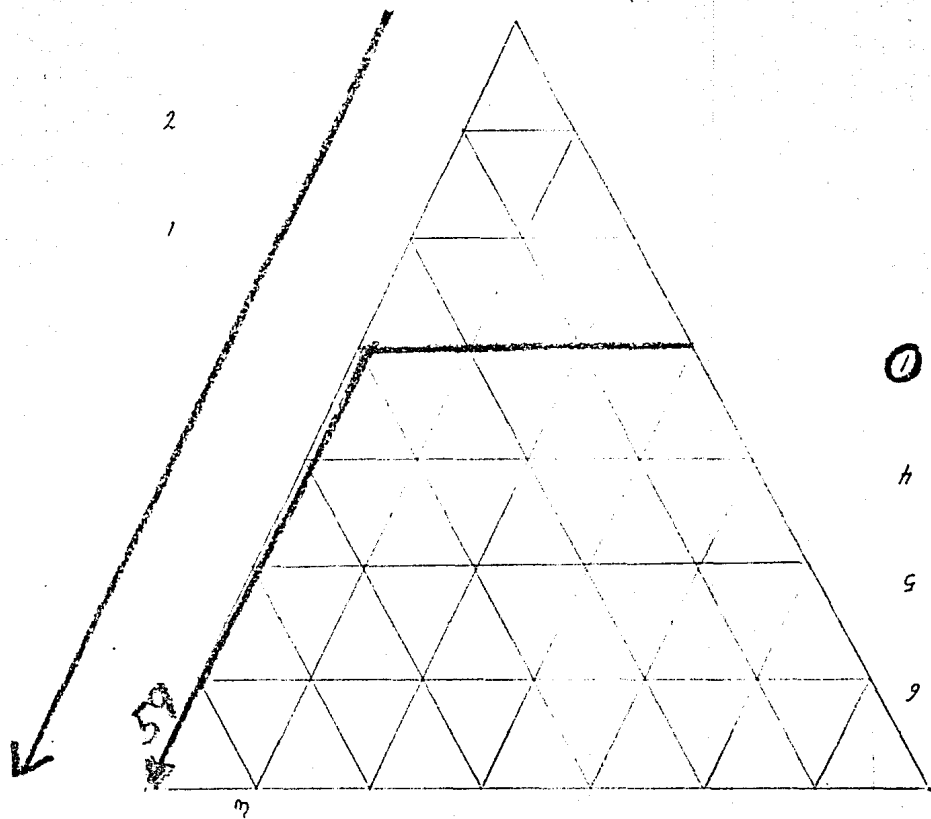


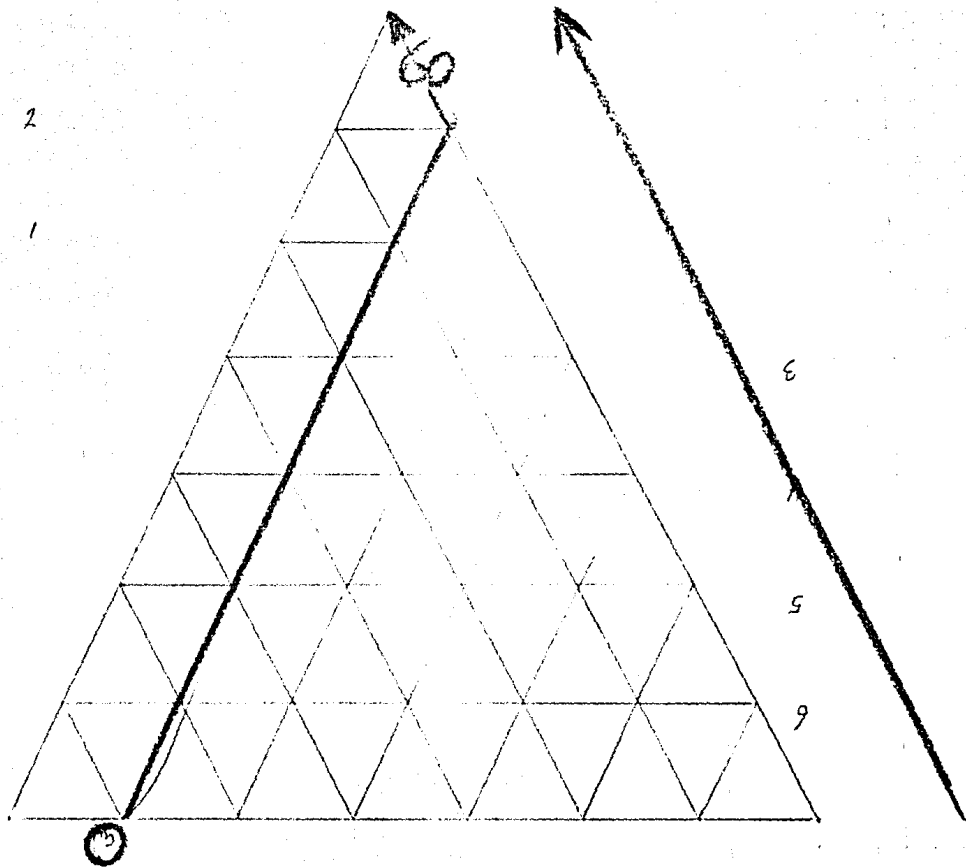


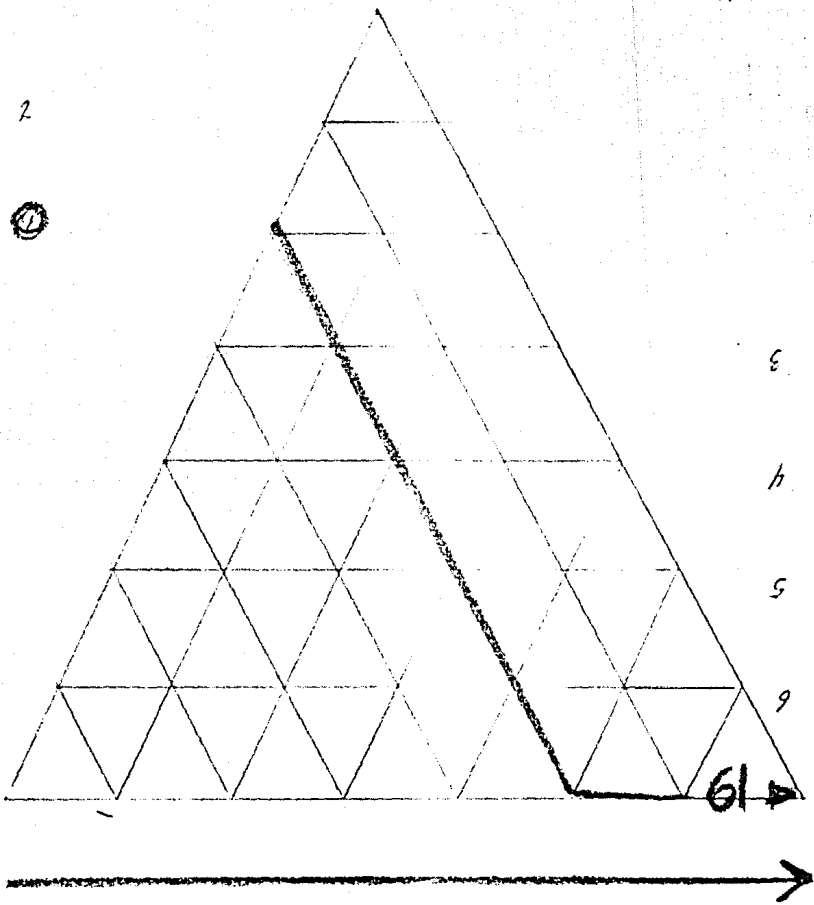












2

①

8

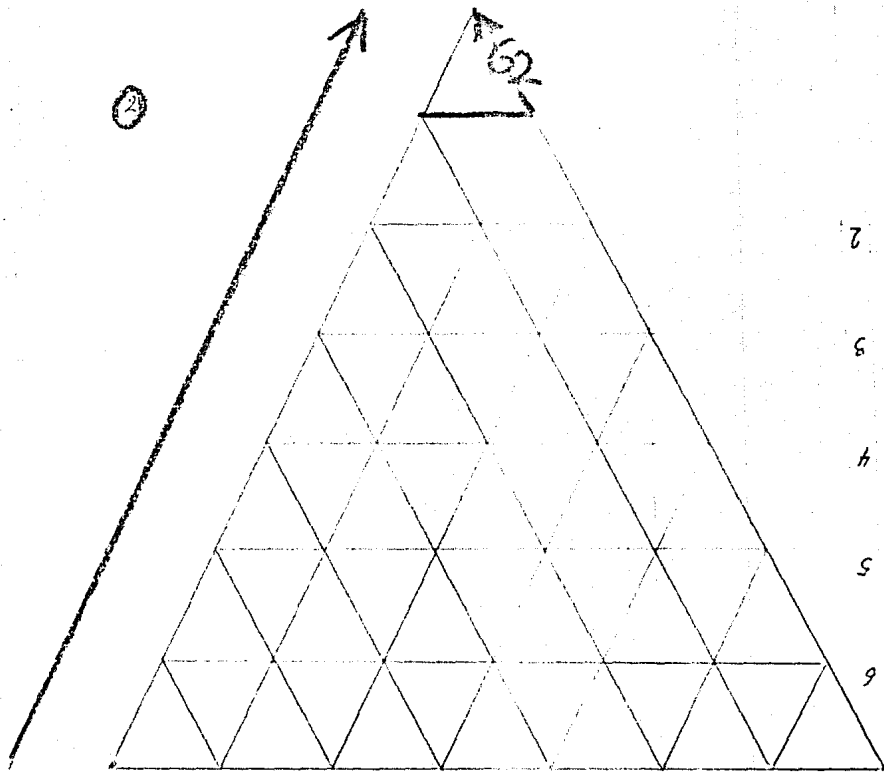
h

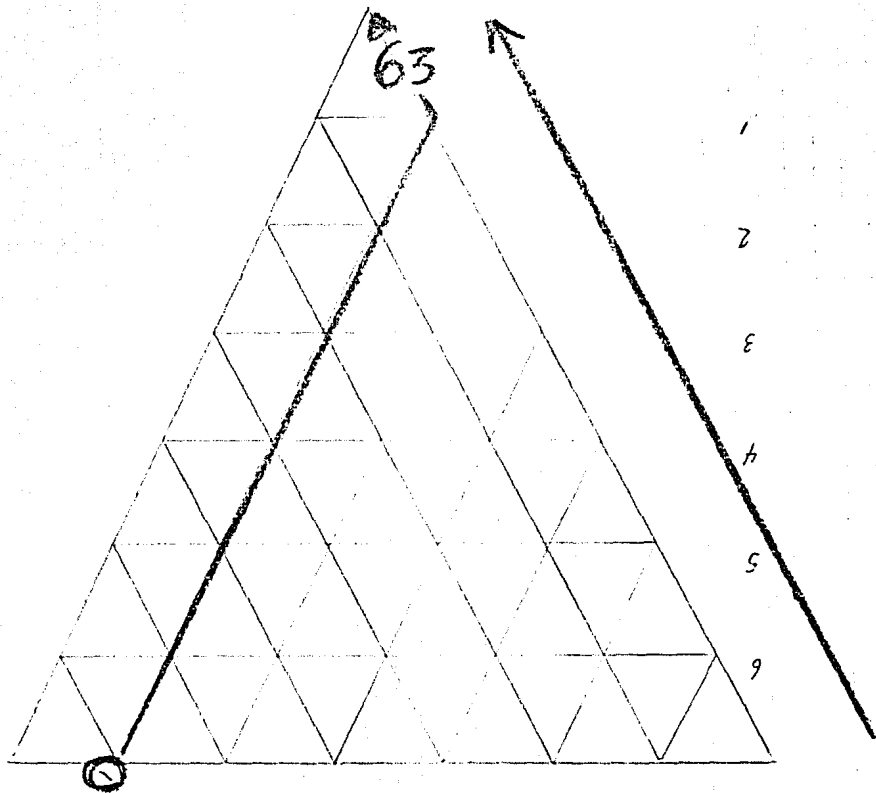
5

9

61 →



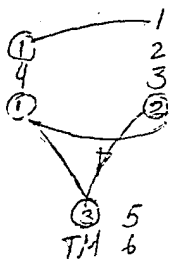




### APENDICE 3

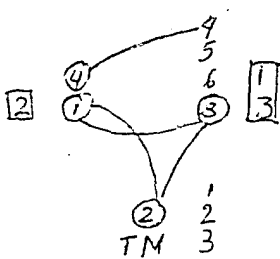
Representación gráfica del "billar estilizado" con las buchacas unidas por bandas elásticas que nos permiten su movilidad.





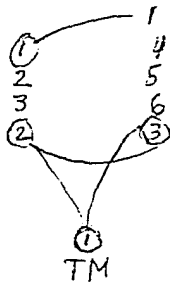
MOV :T1 :T2

55° mov



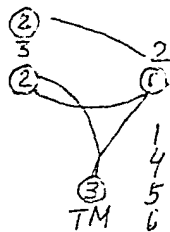
MOV :T1 :T3

56° mov.



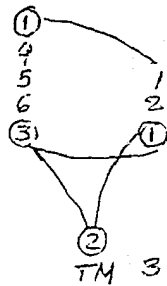
MOV :T2 :T3

57° mov



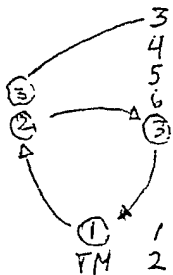
MOV :T2 :T1

58° mov.



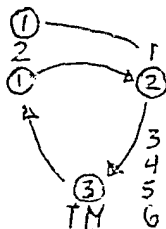
MOV :T3 :T1

59° mov.



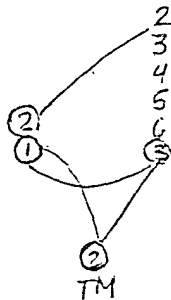
MOV :T2 :T3

60° mov.



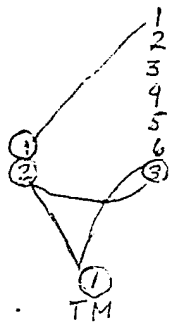
MOV :T1 :T2

61° mov.



MOV :T1 :T3

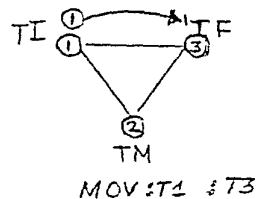
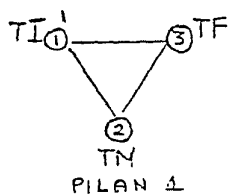
62° mov.



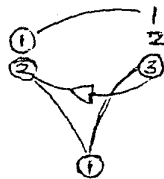
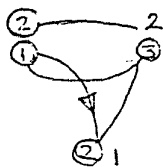
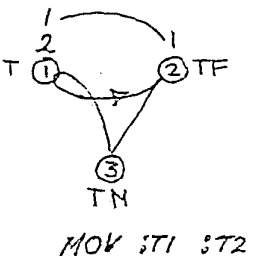
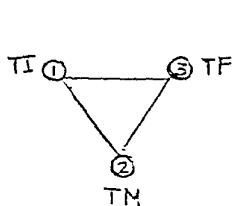
MOV :T2 :T3

63° mov

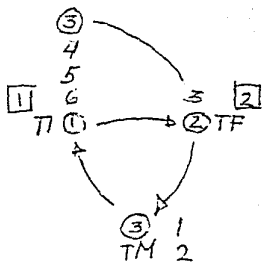
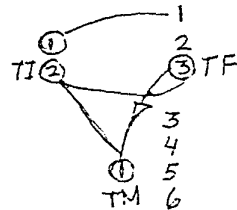
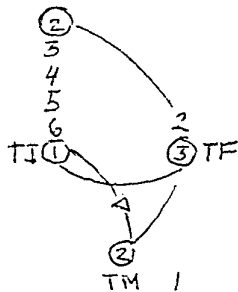
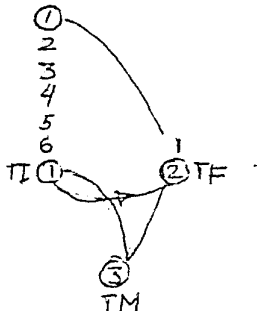
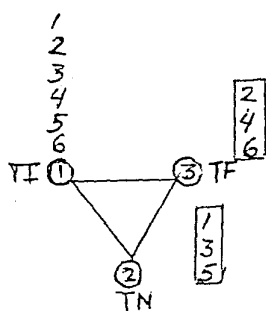
# Posición Inicial



1 mov.



3 movimientos



MOV : T1 : T2

1<sup>er</sup> mov.

MOV : T1 : T3

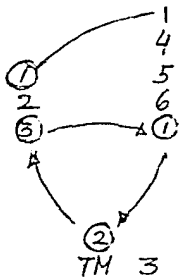
2<sup>a</sup> mov

MOV : T2 : T3

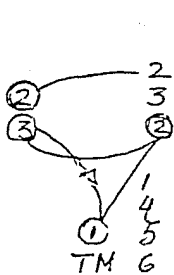
3<sup>er</sup> mov

MOV : T1 : T2

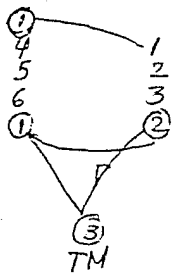
4<sup>a</sup> mov



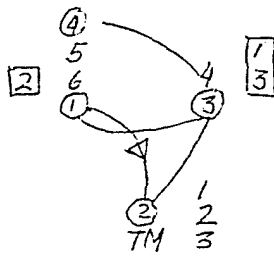
MOV :T3 :T1  
5<sup>th</sup> mov.



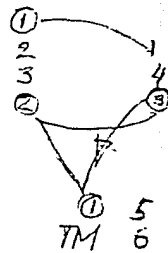
MOV :T3 :T2  
6<sup>th</sup> mov.



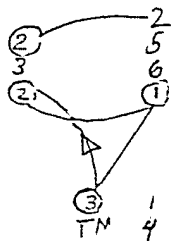
MOV :T1 :T2  
7<sup>th</sup> mov.



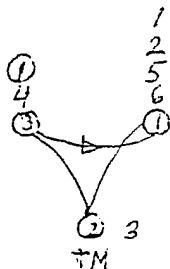
MOV :T1 :T3  
8<sup>th</sup> mov.



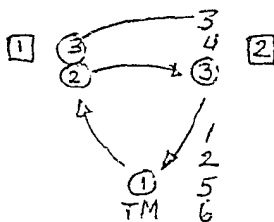
MOV :T2 :T3  
9<sup>th</sup> mov.



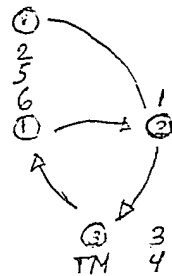
MOV :T2 :T1  
10<sup>th</sup> mov.



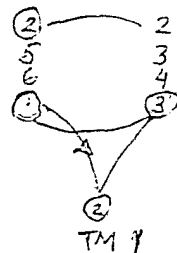
MOV :T3 :T1  
11<sup>th</sup> mov.



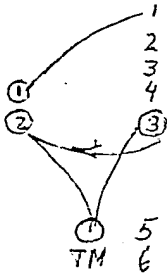
MOV :T2 :T3  
12<sup>th</sup> mov.



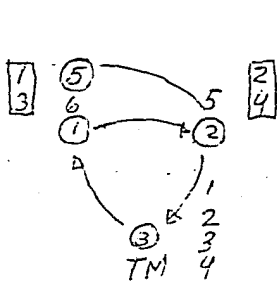
MOV :T1 :T2  
13<sup>th</sup> mov.



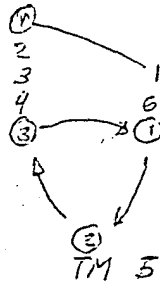
MOV :T1 :T3  
14<sup>th</sup> mov.



MOV :T2 :T3  
15<sup>th</sup> mov



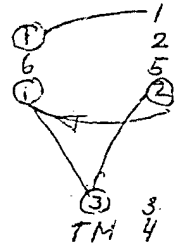
MOV :T1 :T2  
16<sup>th</sup> mov



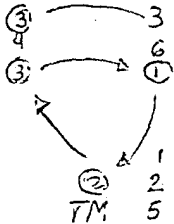
MOV :T3 :T1  
17<sup>th</sup> mov



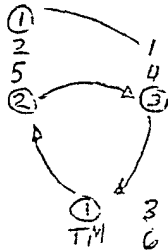
MOV :T3 :T2  
18<sup>th</sup> mov



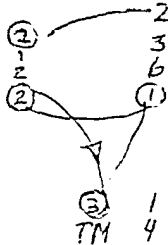
MOV :T1 :T2  
19<sup>th</sup> mov.



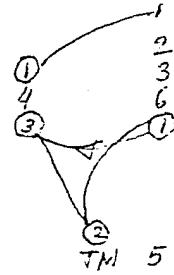
MOV :T3 :T1  
20<sup>th</sup> mov.



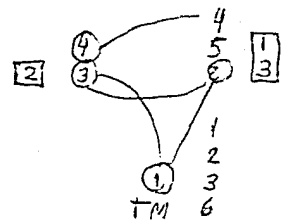
MOV :T2 :T3  
21<sup>st</sup> mov



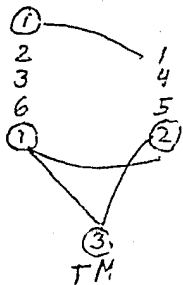
MOV :T2 :T1  
22<sup>nd</sup> mov



MOV :T3 :T1  
23<sup>rd</sup> mov

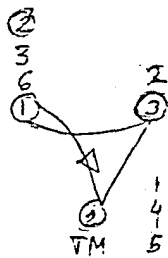


MOV :T3 :T2  
24<sup>th</sup> mov



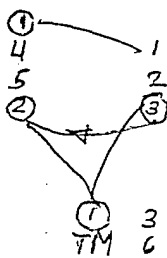
MOV ST1 ST2

25° mov



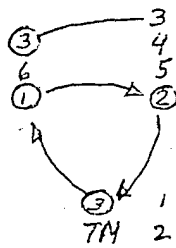
MOV ST1 ST3

26° mov



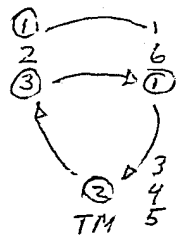
MOV ST2 ST3

27° mov



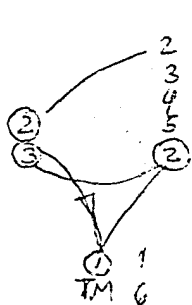
MOV ST1 ST2

28° mov



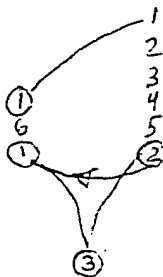
MOV ST3 ST1

29° mov



MOV ST3 ST2

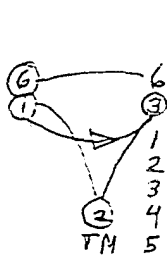
30° mov



MOV ST1 ST2

31° mov

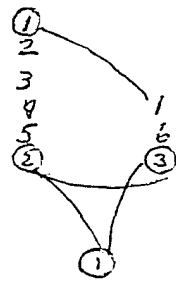
2  
4



MOV ST1 ST3

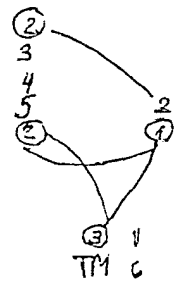
32° mov

1  
3  
5



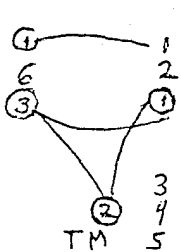
MOV ST2 ST3

33° mov



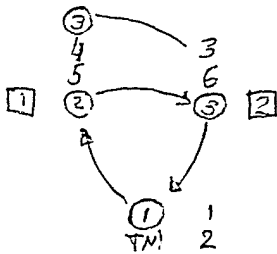
MOV ST2 ST1

34° mov



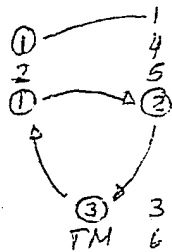
MOV EB3, E1

35<sup>o</sup> mov



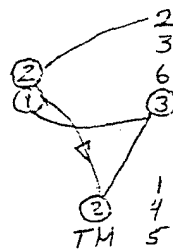
MOV E2, E3

36<sup>o</sup> mov



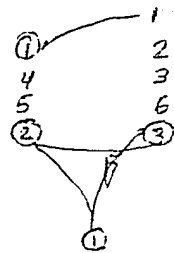
MOV E1, E2

37<sup>o</sup> mov



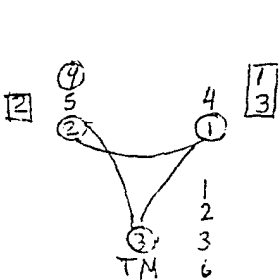
MOV E1, E3

38<sup>o</sup> mov



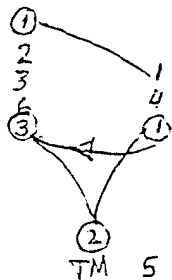
MOV E2, E3

39<sup>o</sup> mov



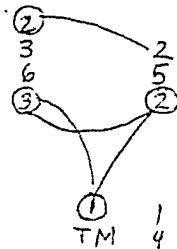
MOV E2, E1

40<sup>o</sup> mov



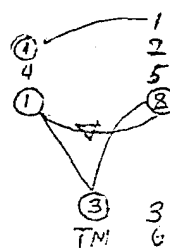
MOV E3, E1

41<sup>o</sup> mov



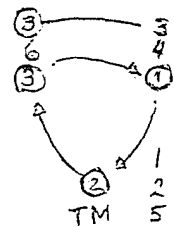
MOV E3, E2

42<sup>o</sup> mov



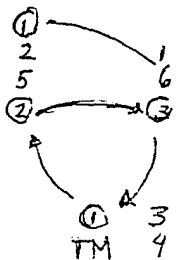
MOV E1, E2

43<sup>o</sup> mov



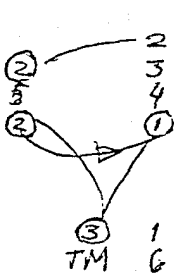
MOV E3, E2

44<sup>o</sup> mov



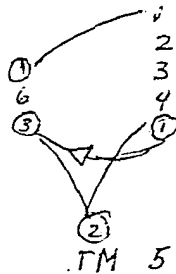
MOV :T2 :T3

45° mov



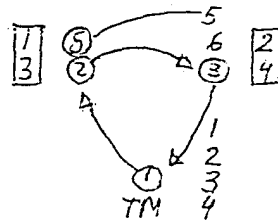
MOV :T2 :T1

46° mov



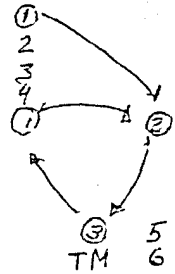
MOV :T3 :T1

47° mov



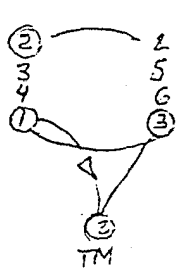
MOV :T2 :T3

48° mov



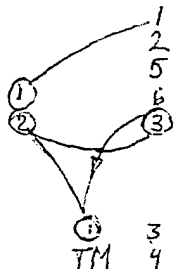
MOV :T1 :T2

49° mov



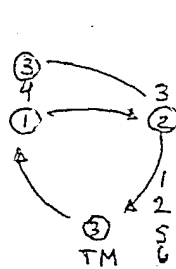
MOV :T1 :T3

50° mov



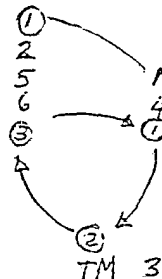
MOV :T2 :T3

51° mov



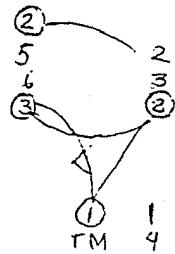
MOV :T1 :T2

52° mov



MOV :T3 :T1

53° mov



MOV :T3 :T2

54° mov

APENDICE 4

Listado de los procedimientos que se utilizaron para formar el procedimiento principal, con el que se resolvió el juego de las Torres de Hanoi

PPROP ".SYSTEM "BURY "TRUE

TO TORRESDEHANOI

BASE

PILAP\_D 1 6 [-84 -30]

ASIGNAVALVAR

MOV :T1 :T2

MOV :T1 :T3

MOV :T2 :T3

MOV :T1 :T2

MOV :T3 :T1

MOV :T3 :T2

MOV :T1 :T2

MOV :T1 :T3

MOV :T2 :T3

MOV :T2 :T1

MOV :T3 :T1

MOV :T2 :T3

MOV :T1 :T2

MOV :T1 :T3

MOV :T2 :T3

MOV :T1 :T2

MOV :T3 :T1

MOV :T3 :T2

MOV :T1 :T2

MOV :T3 :T1

MOV :T2 :T3

MOV :T2 :T1

MOV :T3 :T1

MOV :T3 :T2

MOV :T1 :T2

MOV :T1 :T3

MOV :T2 :T3



MOV :T1 :T2  
MOV :T3 :T1  
MOV :T3 :T2  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T2 :T1  
MOV :T3 :T1  
MOV :T3 :T2  
MOV :T1 :T2  
MOV :T3 :T1  
MOV :T2 :T3  
MOV :T2 :T1  
MOV :T3 :T1  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T3 :T1  
MOV :T3 :T2  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3  
MOV :T2 :T1  
MOV :T3 :T1  
MOV :T2 :T3  
MOV :T1 :T2  
MOV :T1 :T3  
MOV :T2 :T3

CONTAMOVS

END

TO CONTAMOVS



END

TO PILAP\_D :P :D :POSTORRE  
IF :P - 1 = :D (STOP)  
PILAD :D :POSTORRE  
PILAP\_D :P :D - 1 POS  
END

TO PILAD :N :POSTORRE  
PU SETPOS :POSTORRE  
SETH 0 FD 10 SETH 90 PD  
DISCO :N 1  
END

TO BASE  
OS GT HT  
TORRE [-84 50] SETCURSOR [19 9] PR [1]  
TORRE [4 120] SETCURSOR [12 20] PR [2]  
TORRE [92 50] SETCURSOR [19 31] PR [3]  
END

TO TORRE :POSTORRE  
PU  
SETPOS :POSTORRE  
PD  
ESPIGA  
END

TO DISCO :L :A  
REPEAT 2 (FD :L \* 4 RT 90 FD :A RT 90 FD :L \* 4)  
END

TO ESPIGA  
SETH 180  
FD 100  
SETH 90  
DISCO 7 6  
END

MAKE "84 "  
MAKE "DISCOMOVIL "1

MAKE "Y 0

MAKE "92 "123456

MAKE "4 "

MAKE "T3 92

MAKE "T2 4

MAKE "T1 -84

MAKE "CONT 83

MAKE "POSTORRE [92 0]