



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

"ARAGON"

BASES DE CALCULO PARA PROYECTO  
ESTRUCTURAL DE EDIFICIOS

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A  
FERNANDO TELLEZ ESCAMILLA



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# CONTENIDO

Pag.

## CAPITULO I: INTRODUCCION

1.1	Presentación.	1
1.2	Partes del proyecto estructural: Anteproyecto, Análisis, Diseño.	3
1.3	Métodos de Análisis. Métodos de Diseño.	10
1.4	Reglamentos de construcción: DDF, Estados, ACI.	18
1.5	Proyecto arquitectónico. Estructuración.	24
1.6	Presentación del ejemplo.	27

## CAPITULO II: ANALISIS POR CARGAS VERTICALES

2.1	Clasificación de acciones.	33
2.2	Análisis por cargas verticales	36
2.3	Cargas muertas.	37
2.4	Cargas vivas reglamentarias.	40
2.5	Bajada de Cargas en el ejemplo.	43
2.6	Distribución de Momentos.	67

## **C O N T E N I D O**

### **CAPITULO I: INTRODUCCION**

	Pag.
1.1 Presentación.	1
1.2 Partes del proyecto estructural: Anteproyecto, Análisis, Diseño.	3
1.3 Métodos de Análisis. Métodos de Diseño.	10
1.4 Reglamentos de construcción: DDF, Estados, ACI.	18
1.5 Proyecto arquitectónico. Estructuración.	24
1.6 Presentación del ejemplo.	27

### **CAPITULO II. ANALISIS POR CARGAS VERTICALES**

2.1 Clasificación de acciones.	33
2.2 Análisis por cargas verticales	36
2.3 Cargas muertas.	37
2.4 Cargas vivas reglamentarias.	40
2.5 Bajada de Cargas en el ejemplo.	43
2.6 Distribución de Momentos.	67

## **CAPÍTULO II: ANÁLISIS POR CARGAS HORIZONTALES**

3.1	Evaluación de las cargas por viento, según Reglamento.	72
3.2	Aplicación al ejemplo de las normas por viento.	81
3.3	Evaluación de acciones sísmicas según Reglamento.	84
3.4	Análisis estático global, Determinación de cortantes de entrepiso.	93
3.5	Aplicación al ejemplo.	96
3.6	Concepto de rigidez de entrepiso	101
3.7	Ecuaciones de Wilbur	102
3.8	Ejemplo numérico de Wilbur.	105
3.9	Distribución de cortantes en el entrepiso. (directo y torsión) teoría y ejemplo.	108
3.10	Métodos aproximados para el análisis de marcos planos sujetos a cargas laterales.	119
3.11	El método de Bowman. Aplicación al ejemplo.	123

**CAPITULO IV: APLICACION DE COMPUTADORAS AL ANALISIS ESTRUCTURAL**

4.1	Conceptos generales de elasticidad lineal.	130
4.2	Ecuación de equilibrio de barras planas.	133
4.3	Método de las rigideces.	137
4.4.	Método de las flexibilidades.	138
4.5	Sistematización del método de las rigideces.	140
4.6	Diagrama de flujo de un programa de análisis.	150
4.7	Métodos numéricos para solución de ecuaciones.	152
4.8	Aplicación de programas de computadora al ejemplo.	157

**CAPITULO V: BASES GENERALES PARA EL DISEÑO**

5.1	Requisitos de resistencia. Combinaciones de carga útil.	159
5.2	Requisitos de servicio. Limitaciones por flecha o por agrietamiento.	163
5.3	Tipificación de falla dúctil y frágil.	167

**CAPITULO VI ANALISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES**

- |     |   |     |
|-----|---|-----|
| 6.1 | Descripción de los tipos usuales de cimentación de edificios. | 169 |
| 6.2 | Aplicación al ejemplo.  | 172 |

**CAPITULO VII DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXIÓN**

- |     |  |     |
|-----|--|-----|
| 7.1 | Diseño de losas en dos direcciones.                                    | 186 |
| 7.2 | Aplicación al ejemplo.   | 191 |
| 7.3 | Obtención de envolventes para el diseño de vigas.                      | 204 |
| 7.4 | Detalle de refuerzo. Longitud de anclaje. Longitud de desarrollo.      | 219 |
| 7.5 | Aplicación al ejemplo para diseñar una viga continua.                  | 224 |
| 7.6 | Especificaciones para fuerza cortante. Aplicación numérica al ejemplo. | 231 |
| 7.7 | Detalles de refuerzo.  | 241 |

**CAPITULO VIII: DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXOCOM-  
PRESION**

8.1	Diseño plástico a flexocompre- sión.	245
8.2	Columnas cortas.	248
8.3	Efectos de esbeltez.	249
8.4	Flexión biaxial.	252
8.5	Ayudas de diseño.	254
8.6	Diseño numérico de columnas del ejemplo.	278
8.7	Detalles del refuerzo de estru- bos y nudos.	306

**CAPITULO IX: CONCLUSIONES** 309

**BIBLIOGRAFIA** 311



**CAPITULO I: INTRODUCCION**

**1.1 PRESENTACION**

En esta tesis se presentan las bases para el cálculo estructural de edificios comunes. Por bases de cálculo entenderemos las normas para la estimación de cargas, el análisis y el diseño; así como los métodos disponibles para la ejecución de análisis y diseño. Estas bases se han recopilado de la documentación técnica más accesible en nuestro país, han sido analizadas y justificadas con referencia al comportamiento teórico y observado de las estructuras.

Con el objeto de que la discusión de las bases de cálculo que se presentan en esta tesis sea más objetiva, se ha decidido desarrollar un ejemplo de aplicación de las mismas a un edificio común. El trabajo que se presenta se refiere a edificios comunes formados por una estructura esquelética, a base de marcos ortogonales los cuales pueden ir provistos ó no, de elementos rigidizantes adicionales tales como muros y contravientos. Se considera además que estos edificios están destinados a habitaciones o a oficinas.

En nuestro ejemplo hemos considerado que el material del que estará formada la estructura será el concreto reforzado, por ser este material el de uso más difundido en nuestro país.

Esta tesis se ha desarrollado como un instrumento didáctico complementario para las materias de Ingeniería Estructural de la carrera de Ingeniería Civil, en virtud de que se ha observado que con frecuencia los egresados del nivel

de licenciatura de esta carrera cuentan con los conocimientos requeridos para el cálculo de edificios, pero que encuentran dificultades para aplicarlos a un caso concreto, ya que carecen de una visión global del problema y desconocen la metodología que debe seguirse para abordar el proyecto completo de una estructura.

Proponemos entonces este trabajo como un texto que puede seguirse en un taller de cálculo estructural en el que los alumnos se adiestren prácticamente en la elaboración del proyecto estructural de un edificio, sin perder de vista los fundamentos teóricos de los métodos de rutina en que se ejerciten.

## 1.2 PARTES DEL PROYECTO ESTRUCTURAL

El objetivo básico de toda construcción es el de satisfacer una necesidad humana. Para lograrlo, una construcción está integrada por un conjunto de subsistemas, ensamblados e interrelacionados. Así por ejemplo, una casa habitación tiene por objeto fundamental proteger al hombre de las inclemencias del medio ambiente y esta protección se logra no sólo mediante un conjunto de espacios organizados (sala, comedor, cocina, recámara, baños, etc.) que forman el subsistema arquitectónico sino también por una estructura que resista las acciones exteriores (la gravedad, el viento, el sismo, etc.) y que además sea durable y permita que la casa preste el servicio para el que fue construida por un tiempo razonable. Otros subsistemas se integran en nuestro ejemplo como son las instalaciones eléctricas que proporcionan energía para hacer más confortable la vida humana, las instalaciones hidráulicas y sanitarias que garantizan la higiene del medio, las instalaciones de acabados (como yesería, herrería, pisos, etc.) que incrementan la comodidad del ocupante de la casa. Cada una de estas instalaciones forman un subsistema más.

De lo anterior se desprende que la realización de una edificación debe estar a cargo de un coordinador general, un director de obra, que se responsabilice del éxito de la misma y que coordine los trabajos de los especialistas responsables de cada uno de los subsistemas integrantes.

Vemos entonces que la estructura es una parte vital de la edificación pero que no es la única, ya que por sí sola no satisface la necesidad humana a la que se refiere una obra. El ingeniero estructural, responsable del buen comportamiento de la estructura debe estar consciente

de su papel y de su integración en las tareas de carácter multidisciplinario que por fuerza se plantean al desarrollar una edificación. Su conocimiento adecuado de los objetivos generales del proyecto y su diálogo constante con los especialistas a cargo de los otros aspectos del mismo, le ayudarán a realizar su trabajo con mayor eficiencia.

La estructura debe cumplir con tres requisitos fundamentales:

- a) **Resistencia.-** Debe soportar sin colapsarse las acciones exteriores que la afecten durante la vida esperada.
- b) **Servicio.-** La estructura debe comportarse durante la vida esperada de tal forma que pueda prestar los servicios que de ella se esperan durante la vida de proyecto.
- c) **Durabilidad.-** La estructura debe durar la vida que de ella se espera.

Para conseguir esos tres objetivos el ingeniero estructural realiza una serie de actividades cuyos resultados quedan plasmados en un conjunto de planos ejecutivos y de especificaciones constructivas, que sirven de base al constructor para realizar la obra. Se espera que si el constructor se apega a los datos de planos y especificaciones y cumple con la buena práctica de la edificación en cuanto a calidad de materiales y de ejecución, la estructura habrá de cumplir con los tres requisitos indicados arriba.

Estas actividades pueden separarse en tres etapas:

1. Anteproyecto
2. Análisis
3. Diseño

Para la etapa de anteproyecto el ingeniero estructural parte generalmente de un proyecto arquitectónico. Debe comenzar por concebir una estructura dentro de ese proyecto arquitectónico, congruente con él, capaz de tomar eficientemente las cargas que en él se generan y de transmitir las al terreno de cimentación. La concepción de la estructura debe comprender la forma como se enlazan los diferentes miembros de la misma, los materiales de que estarán formadas las formas de las secciones resistentes y los procedimientos de construcción para llevarla a cabo; todo esto tomando en cuenta las limitantes del medio en que se ubica la obra, los recursos económicos disponibles, los objetivos que la obra pretenda alcanzar y la programación para la realización de la misma.

Esta etapa es la más importante del proyecto estructural porque las decisiones que en ella se toman son fundamentales para el éxito de la construcción, los trabajos que posteriormente se hacen, si bien son importantes no permitirán subsanar los defectos graves a que conducen las decisiones equivocadas que se toman en la etapa preliminar. Es evidente que una buena concepción de la estructura dependerá de la experiencia y del buen juicio del ingeniero a cargo de ella, que deberá desarrollar toda su inventiva e ingenio para resolver adecuadamente los problemas que se le planteen en esta etapa. Es indispensable también para una buena concepción estructural que se conozcan verazmente todas las circunstancias en torno a la obra.

En la etapa de análisis el ingeniero estructural debe determinar las acciones a las que estará sujeta la obra durante su vida, y los efectos que dichas acciones ocasionarán en la estructura. Por acciones entendemos fuerzas exteriores como los pesos de las cargas propias y de servicio o los empujes provocados por el viento; por acciones entendemos también deformaciones impuestas como las que ocasione el sismo o las que se producen como consecuencia de los hundimientos diferenciales de la cimentación.

Las acciones exteriores producen en la estructura fuerzas internas así como deformaciones de los diferentes miembros que la integran. En la etapa de análisis se deben determinar estos efectos.

Las fuerzas internas son conocidas también como elementos mecánicos y son las fuerzas axiales y cortantes y los momentos flexionantes y torsionantes que aparecen en las secciones críticas de los miembros estructurales. Las deformaciones son las distorsiones que sufren esos mismos miembros con relación a su geometría inicial, producen desplazamientos relativos entre los diferentes puntos de la edificación.

En la etapa de diseño el ingeniero estructural deberá proporcionar las dimensiones y el refuerzo de los diferentes miembros y para ello deberá verificar que con las dimensiones y características propuestas la estructura cumpla con los estados límites de falla y de servicio a que nos referimos antes, es decir, por una parte los elementos estructurales deben tener resistencias últimas superiores a las fuerzas internas que en ella ocasionan las acciones exteriores y por otro lado sus deformaciones bajo cargas

de servicio deben ser de tal naturaleza que no impidan que la estructura preste los servicios que de ella se esperan. Por ejemplo, un tanque para almacenamiento de agua puede ser resistente y no colapsarse bajo las presiones que el agua almacenada ejerce sobre sus paredes, cumpliendo con el estado límite de falla; pero si está mal diseñado puede ocurrir que un agrietamiento excesivo permita la fuga del agua almacenada impidiendo que el tanque cumpla con su función. En tal caso la estructura no cumplirá con el estado límite de servicio.

El buen diseño no se limita a verificar el cumplimiento de los estados límites a que hemos aludido antes, sino que se cuida de detallar minuciosamente las características de la obra, así por ejemplo en el caso de estructuras de concreto reforzado el detallado incluirá el dibujo a escala de las zonas conflictivas de la estructura para señalar claramente la adecuada posición de las diferentes varillas del refuerzo; en el caso de estructuras metálicas el buen detallado incluirá el dibujo a escala de las juntas soldadas conflictivas especificando con claridad los procedimientos para ejecutarlas correctamente, el ordenamiento de las actividades de soldeo y la especificación de los acabados que deben proporcionarse.

Aunque tiene fundamentos teóricos que deben conocerse y entenderse, el diseño tiene mucho de arte, es decir, incluye la aplicación de un conjunto de prácticas cuya bondad ha sido probada por la experiencia y que son difíciles de transmitir en forma académica porque se adquieren con el ejercicio práctico de la profesión.

Podemos decir que cada ingeniero va desarrollando en

el ejercicio de la vida profesional su propio arte de diseño, por lo que en un taller de aprendizaje solo pueden presentarse las técnicas de uso más generalizada.

Para el desarrollo de todas las actividades descritas el ingeniero estructural va elaborando documentos escritos que se conocen como "la memoria de cálculo". En este documento queda constancia de la justificación de las decisiones del proyectista. Es usual que se desarrollen dos memorias de cálculo, una de carácter descriptivo en el que se asientan las características generales del proyecto, los fundamentos del mismo y los resultados más importantes y otra de carácter detallado, en la que se consignan todas las operaciones numéricas.

Es importante que los proyectistas se acostumbren a desarrollar las memorias de cálculo en una forma ordenada y clara, escribiendo y explicando lo que hacen con los números y cómo interpretan los resultados que estos les producen, este orden y esta claridad redundarán en su propio beneficio pues con ellos tendrá un conocimiento claro del problema al que se enfrenta y será de utilidad también para que un eventual supervisor del proyecto pueda fácilmente entenderlo y revisarlo.

Este orden y esta claridad son más importantes que una exagerada y falsa precisión en los cálculos numéricos.

El acelerado desarrollo de las calculadoras de bolsillo, su accesibilidad y bajo costo, han representado un valiosísimo auxiliar a las tareas del ingeniero, pero han traído como consecuencia poco deseable, sobre todo entre los ingenieros jóvenes el que los trabajos de cálculo --



se realicen arrastrando gran número de cifras, en aras de la exactitud, sin tener en cuenta que las hipótesis que se aceptan para el análisis no permiten garantizar tal precisión. En general el manejo de tres cifras significativas es suficiente en las tareas de cálculo estructural. Esta simplificación aclara las operaciones, reduce las posibilidades de error y da resultados de aproximación suficiente con fines de ingeniería.

Debemos recalcar que el producto del cálculo estructural son los planos y las especificaciones, es decir, datos que se entregan al constructor para que éste ejecute la obra. De nada servirán las elocubraciones teóricas y los análisis de computadora más sofisticados si éstos no se reflejan en la obra. El ingeniero estructural no debe perder de vista que el cálculo no es un fin en sí mismo, que los estudios no tienen por objeto gratificar su intelecto sino que ambos son medios para alcanzar el fin deseado que es el de construir una obra que cumpla con los requisitos señalados de resistencia, servicio y durabilidad.

### 1.3 MÉTODOS DE ANÁLISIS. MÉTODOS DE DISEÑO

El análisis es la etapa del cálculo estructural en la que se determinan las acciones a las que estará sujeta la estructura durante su vida útil, se verifica el equilibrio global para diversas combinaciones de dichas acciones y se valúan los elementos mecánicos internos que las acciones mencionadas originan en la estructura.

El diseño es la etapa en la que se determinan las dimensiones y detalles de los elementos resistentes de la estructura para que puedan resistir los elementos mecánicos determinados en el análisis en condiciones de seguridad, de servicio y de durabilidad.

Antes de presentar los diferentes métodos disponibles para la realización del análisis y del diseño, haremos un recordatorio de algunos conceptos de mecánica de materiales.

Se dice que un cuerpo es elástico cuando recupera su forma inicial si deja de actuar la acción exterior que le produjo una deformación. Si además existe una relación constante entre las acciones y las deformaciones correspondientes, se dice que el cuerpo tiene una elasticidad lineal. Esta propiedad queda expresada por la Ley de Hooke que dice:

$$f = E \cdot \epsilon; \text{ donde } f \text{ es un esfuerzo, } E \text{ el módulo elástico y } \epsilon \text{ una deformación unitaria}$$

Si se acepta la proporcionalidad citada, se tendrá un método de análisis denominado elástico, en el cual se supone que todos los elementos resistentes de la estructura

tienen elasticidad lineal.

Del mismo modo la aceptación de esa hipótesis de linealidad nos conduce a un método elástico de diseño.

Ocurre, sin embargo, que los materiales más usuales en la construcción (acero, concreto) no son elásticos lineales como queda de manifiesto en la gráfica esfuerzo - deformación que se obtiene al cargar hasta la ruptura probetas con estos materiales.

De la fig. 1 se observa que para valores bajos del esfuerzo en el acero puede aceptarse un comportamiento elástico lineal. Sin embargo existe un valor para el cual las deformaciones empiezan a crecer rápidamente sin que el esfuerzo aumente, éste valor corresponde al límite de fluencia del acero y se representa por "fy". (fig. 1).

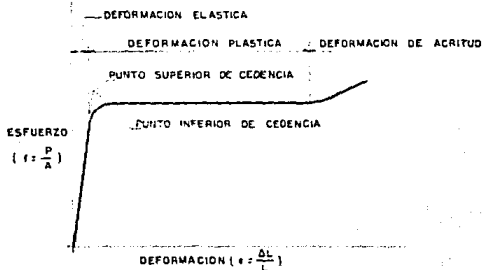


FIG. 1

En el caso del concreto la gráfica esfuerzo - deformación de la probeta estandar es aún más irregular, ya que no se observa una zona de elasticidad lineal sino que a medida que aumenta el esfuerzo disminuye el módulo de elasticidad (fig. 2)

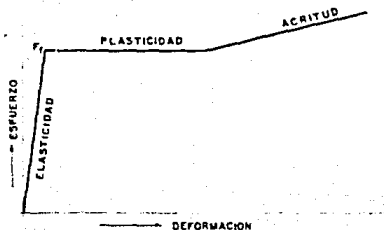


FIG. 2

Tampoco se observa un esfuerzo definido de fluencia, por esta razón los concretos se caracterizan por el denominado  $f_c$  que es el esfuerzo de ruptura del cilindro estandar en una prueba de compresión.

De lo anterior se observa que las estructuras pueden comportarse en forma aproximadamente elástico - lineal para cargas de servicio, pero que al aproximarse a la falla su comportamiento es de tipo plástico. La falla de una sección en un miembro estructural ocasiona la plastificación del material en torno a dicha sección

y la aparición de una articulación plástica. Pero la falla de una sección no implica necesariamente la falla del miembro y mucho menos la falla de la estructura. Esto se debe a que en general las estructuras son hiperestáticas y la aparición de una articulación plástica determina la formación de un sistema estructural diferente que puede seguir siendo estable. El método de análisis plástico consiste en la determinación de las acciones últimas que una estructura puede tomar considerando modificaciones subsecuentes de la estructura original por la aparición de rótulas plásticas en secciones que van fallando sucesivamente, hasta el punto tal en que las rótulas plásticas transforman a la estructura en un mecanismo inestable que se colapsa y es incapaz de admitir mayor carga.

Para ilustrar lo anterior consideremos una viga con carga uniformemente repartida en todo su claro. Si la viga es libremente apoyada la sección del momento máximo ocurre al centro del claro, y si el momento es tal que produzca la plastificación de dicha sección la viga se convierte en un mecanismo inestable de tres articulaciones y se colapsa (fig. 3).

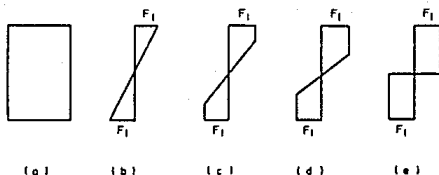


FIG. 3

Si la viga es doblemente empotrada, el momento máximo ocurre en las secciones extremas, en los empotramientos, y si éste momento produce la plastificación de éstas secciones la viga se transforma en una viga libremente apoyada, y sigue siendo estable por lo que puede seguir tomando más carga hasta que se produce la plastificación de la sección del centro del claro y en consecuencia la transformación de la viga en un sistema inestable de 3 articulaciones. (fig. 4)

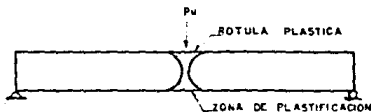


FIG. 4

Se observa que el análisis plástico conduce a estimaciones más realistas de la capacidad última de un sistema hiperestático. Sin embargo la aplicación de este método de análisis, a sistemas de alto grado de hiperestaticidad puede resultar excesivamente complicado, teniéndose además el riesgo de que sistemas con rótulas plásticas aparentemente estables fallen por el pandeo local de alguno de sus elementos.

Por lo anterior es usual que las estructuras se analicen por un método elástico.

Por lo que se refiere al diseño el método tradicional empleado por muchos años en el cálculo estructural es el diseño elástico más propiamente llamado método de los esfuerzos de trabajo. El procedimiento consiste en determinar los esfuerzos que las cargas de servicio producen en el seno de la estructura y en compararlos con un esfuerzo admisible fijado dividiendo el esfuerzo de ruptura entre un factor de seguridad. Este factor de seguridad es de aproximadamente 2 para cargas permanentes y toma valores menores a 2 pero mayores de uno para la combinación de cargas eventuales y permanentes. La seguridad queda verificada si los esfuerzos de trabajo son inferiores a los esfuerzos admisibles.

El método descrito presenta las siguientes incongruencias:

1. Los esfuerzos admisibles se determinan en probetas de los materiales de construcción que se ensayan en un laboratorio, las que no son representativas del comportamiento de un miembro estructural sujeto a acciones diversas, en el seno de una construcción.
2. Los esfuerzos en el interior de la sección que se analiza se calculan suponiendo un comportamiento elástico lineal, lo que produce que esos esfuerzos varíen linealmente dentro de dicha sección. Esta hipótesis se cumple aproximadamente para valores bajos de la carga exterior, pero deja de cumplirse cuando la sección se aproxima a la fluencia.

Las incongruencias señaladas explican el hecho de que las cargas de ruptura de elementos estructurales obtenidas

en modelos físicos o en pruebas sobre prototipos sean en general mayores que las calculadas con el método de diseño elástico.

Para corregir lo anterior a mediados de la década de 1950 - 1960 empezó a desarrollarse el método de diseño plástico, mejor llamado método de la resistencia última. En éste método se despreocupa uno del valor de los esfuerzos que aparezcan en el interior de la sección y se determina el elemento nominal de ruptura mediante una expresión empírica que define dicho elemento en función de varios factores significativos (por ejemplo,  $f'c$ ,  $f_y$ , dimensiones, armado). Esta expresión empírica se basa en pruebas de laboratorio sobre elementos estructurales a escala natural. En términos generales esta resistencia nominal de ruptura podemos llamarla  $P_n$ .

Por otra parte mediante el análisis se determina cual es el elemento mecánico que las acciones últimas producen en la sección en estudio. En términos generales, éste elemento puede designarse  $P_u$ .

La seguridad se verifica si  $P_n \geq P_u$ , es decir, si la resistencia nominal es mayor que la carga última.

Las acciones últimas se obtienen mayorando las cargas de servicio por un factor de carga  $F_c$  que generalmente es mayor que uno y cuyo valor se determina mediante análisis de la probabilidad de ocurrencia de los valores máximos de las cargas de servicio. Llamando a éstas últimas  $P$  se tendrá:  $P_u = F_c \cdot P$

Las fórmulas empíricas que permiten valuar la resistencia



nominal deben ser objeto de una minoración que tome en cuenta las incertidumbres de construcción (por ejemplo - disminuciones en la calidad de los materiales, variaciones de las dimensiones reales respecto a las de proyecto, etc.) así como el tipo de falla (fallas dúctiles o frágiles) y la incertidumbre con que se conozca el comportamiento estructural bajo el efecto que se analiza. Esta minoración se consigue introduciendo un factor de reducción de la resistencia nominal, usualmente denominado " $\phi$ ", de valor siempre  $<$  que 1. La resistencia nominal reducida puede escribirse:  $\phi \cdot P_n$ . En este método la seguridad queda verificada si:

$$\phi \cdot P_n > F_c \cdot P$$

El método de diseño que hemos descrito al último se ha impuesto de una manera prácticamente total, por lo que la práctica usual de cálculo estructural que actualmente se sigue es la de analizar elásticamente y diseñar plásticamente, lo cual no deja de ser incongruente, sin embargo, los resultados que se obtienen con esta práctica parecen ser conservadores y no existen por el momento elementos suficientes que permitan modificarla.

#### 1.4 REGLAMENTOS DE CONSTRUCCION

Básicamente, los reglamentos de construcción son instrumentos administrativos de los que se vale la autoridad para garantizar que las construcciones en el área bajo su responsabilidad cumplan con requisitos de seguridad e higiene. El Reglamento de Construcción es uno de los medios por los que se mejora la calidad de la construcción. Para los ingenieros el Reglamento de Construcción es una herramienta de ayuda que les fija lineamientos y criterios para diseñar las construcciones a su cargo de manera que sean seguras.

Los ingenieros deben ver en el Reglamento a un amigo y no a un policía ó a una fuente de "mordidas".

Aparte de disposiciones de carácter administrativo que por el momento no nos interesan, el Reglamento contiene disposiciones técnicas que reflejan el fruto de la investigación, de la experiencia y del estudio de las personas que nos han precedido en el ejercicio de la Ingeniería Civil. Gracias a la información que nos proporcionan los Reglamentos podemos simplificar nuestro trabajo. De no existir ellos, todo trabajo nos representaría empezar desde cero; tendríamos, aún para las construcciones más sencillas que emprender investigaciones sobre las resistencias de los materiales y de los diferentes miembros estructurales, así como, sobre la magnitud de las cargas que actuarán sobre la edificación. Todos estos trabajos nos requerirían de mucho tiempo, mucho esfuerzo y mucho dinero.

Afortunadamente, en la mayor parte de los casos el Reglamento da orientaciones prácticas que nos permiten definir

las cargas, analizar la estructura y diseñar los miembros resistentes, dentro de los márgenes adecuados de seguridad, para la mayor parte de las edificaciones, que pueden calificarse como comunes.

Debe entenderse que un Reglamento no es un mandato que producen unos pocos para que lo obedezcan muchos, sino que es fruto del consenso entre grupos de ingenieros investigadores, ingenieros en el ejercicio práctico de la profesión y administradores encargados de vigilar la observancia de la ley. Todos estos grupos trabajan dentro de las condiciones que les impone el marco social en que se desenvuelven.

Para que un Reglamento sea realmente eficaz, es preciso que sea fruto de la sociedad que ha de aplicarlo, por eso no se pueden exportar Reglamentos, ni se pueden copiar Reglamentos de otros países por adelantados que éstos sean.

Debe también tenerse en cuenta que un Reglamento es un documento dinámico, sujeto a cambios constantes en virtud del permanente desarrollo tecnológico y avance científico.

No debe verse como un mandato divino e inmutable sino como un documento humano influido por el tiempo y las circunstancias en las que fue concebido. El ingeniero no debe seguir ciegamente los preceptos que el Reglamento establece, esa actitud puede ser peligrosa y conduciría a fracasos estructurales. Por el contrario, debe comprender claramente los documentos que el Reglamento contiene, a fin de aplicarlos en su justa medida y dejar de seguirlo cuando el caso lo amerite. Se trata, entonces, de respetar

el Reglamento en forma consciente.

Es práctica viciosa la de mezclar Reglamentos, que desafortunadamente suelen cometer muchos proyectistas que de esa manera buscan justificar sus decisiones. Debemos tener en cuenta que cada Reglamento forma un cuerpo técnico completo en sí mismo, por lo que si mezclamos prescripciones de uno y otro Reglamento podemos incurrir en contradicciones.

De acuerdo con la Constitución de la República Mexicana, compete a los gobiernos municipales la reglamentación de la construcción en su ámbito de acción; sin embargo, son muy pocos los municipios que en nuestro país cuentan con recursos humanos y financieros suficientes para vigilar la observancia de una ley de edificación. Por esta razón esta deficiencia es subsanada en algunos estados por la promulgación de un Reglamento Estatal de Construcciones y por el apoyo que a los municipios brindan las Direcciones Estatales de Obras Públicas en los aspectos de reglamentación de la construcción.

Desafortunadamente el panorama de cobertura nacional en materia de seguridad de las construcciones es desolador. Sólo unas cuantas ciudades y unos cuantos estados cuentan con un Reglamento de Construcciones actualizado y operante.

Para subsanar esta deficiencia, para el ingeniero que deba proyectar estructuras en el interior del país existen dos documentos de utilidad. El primero de ellos es el "Manual de Diseño de Obras Civiles" editado por la Comisión Federal de Electricidad, son de especial interés los capítulos de este Manual dedicado al Diseño de las Estructuras por Viento y por Sismo, ya que contienen

regionalizaciones de la República Mexicana para estas acciones.

El otro documento disponible es la "Propuesta de Reglamentos de Construcción para los Estados de la República Mexicana", elaborada por la extinta Secretaría de Obras Públicas, con el apoyo técnico del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. Este Reglamento contiene recomendaciones para los diversos estados de la República, tomando en cuenta los materiales de construcción más usuales, y las zonificaciones por viento y por sismo del territorio nacional.

En el D. F. el 1er. Reglamento de Construcciones que contenía recomendaciones específicas para el cálculo de las edificaciones, especialmente por sismo, data de 1942.

El sismo del 28 de julio de 1957 causó daños serios en las edificaciones incluyendo una docena de colapsos totales. Como consecuencia de este movimiento se promulgaron normas de emergencia que sustituyeron al Reglamento de 1942, y que en general obligaban a verificar el diseño de las estructuras bajo requisitos de sismo más severos. Estas normas de emergencia fueron substituidas por un Reglamento nuevo en 1958, el cual a su vez, fue modificado en 1966 y 1976.

Los severos sismos del 19 y 20 de septiembre de 1985 que causaron el colapso o la falla total de aproximadamente 1,000 edificios en la zona urbana de la Ciudad de México, obligaron a la adopción emergente de normas mucho más rígidas para las edificaciones, denominadas "Normas

de Emergencia", de octubre de 1985. Estas Normas de Emergencia fueron substituidas posteriormente por el nuevo Reglamento de Construcciones para el D. F. en 1987, el cual continúa vigente.

El Reglamento del D. F. está compuesto de dos partes.

La primera la constituye el Reglamento propiamente dicho y en ella se dan requerimientos técnicos de carácter general que deben llenar las edificaciones, acompañados de prescripciones de carácter administrativo, cuyo objetivo es la implementación de un mecanismo administrativo que obligue a los constructores a observar el Reglamento. De esta manera se define quiénes pueden ser directores de obra, qué paso hay que seguir para obtener una licencia de construcción, qué sanciones puede aplicar el D. D. F. si el Reglamento no se observa, etc.

La segunda parte la constituyen las "Normas Complementarias" al Reglamento y en ellas se proporcionan recomendaciones técnicas detalladas para el análisis y diseño de las edificaciones. Este formato fue adoptado porque se piensa que las normas técnicas deben ser objeto de revisiones constantes y que en general están sujetas a una mayor variabilidad; en cambio el Reglamento debe ser de carácter más permanente y por lo tanto sujeto a pocos cambios.

Existen otros reglamentos de uso bastante frecuente en nuestro medio, a pesar de tratarse de reglamentos ---

producidos por entidades extranjeras. Nos referimos en particular al Reglamento para concreto del A.C.I. (Instituto Americano del Concreto) del A.I.S.C. (Instituto Americano de la Construcción con Acero). La razón de la popularidad de estos cuerpos normativos obedece a que numerosos libros de texto que se emplean en nuestras escuelas superiores hacen constante referencia a ellos, por provenir del mismo país. En el caso del A.C.I., existe inclusive una versión al español, elaborada y difundida por el I.M.C.y C. (Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto).

Cabe hacer notar que los Reglamentos del A.C.I. y del A.I.S.C., no tienen carácter legal, son documentos técnicos informativos, redactados de tal modo que puedan incorporarse a un Reglamento legal por un simple acuerdo.

Al emplear los reglamentos de A.C.I. y A.I.S.C., el ingeniero mexicano debe ser cauto para no incurrir en contradicción con lo especificado por los Reglamentos nacionales.

En el ejemplo que acompaña a esta tesis aplicaremos en general el Reglamento del D. F. para 1987, y sólo en algunos casos recurriremos al Reglamento del A.C.I. de 1983, en la versión al español elaborada por el I.M.C. y C.

## 1.5 PROYECTO ARQUITECTÓNICO. ESTRUCTURACION

Usualmente el proyecto estructural parte de una serie de planos arquitectónicos en los que se detalla la construcción en sus aspectos funcionales.

La primer tarea del ingeniero estructural será la revisión y comprensión del proyecto arquitectónico, con el objeto de concebir dentro de ese proyecto arquitectónico una estructura capaz de resistir las posibles solicitaciones externas en condiciones adecuadas de seguridad, prestando el servicio que se espera de ella durante un periodo razonable desde el punto de vista económico.

A este proceso se le denomina "estructuración" y debe desarrollarse en función de la experiencia, la habilidad y el ingenio del ingeniero estructural.

Cada proyecto es diferente, por lo que la estructuración será distinta en cada caso; sin embargo se pueden dar las siguientes recomendaciones de carácter general, aplicables especialmente a edificaciones localizadas en zonas de alta sismicidad:

1. La estructura debe tener elementos con resistencia a cargas laterales en dos direcciones ortogonales.
2. Se dará preferencia a distribuciones geométricas en planta que sean simétricas. Del mismo modo se buscará la simetría en los elementos rígidos ante cargas horizontales en cada planta.
3. Se evitarán plantas irregulares, de forma triangular,



en forma de estrella, con demasiadas salientes y entrantes.

4. Las estructuras deben ser regulares, evitándose cambios importantes en la dimensión de los claros y de las alturas.
5. Se evitarán las variaciones bruscas de rigidez entre dos plantas consecutivas. En particular se evitará el efecto de "primer entrepiso blando" que se presenta en algunas edificaciones al suprimir elementos de rigidez en la planta baja por razones de funcionamiento arquitectónico.
6. Se evitará el empleo de elementos pesados que carezcan de función estructural, tales como cornisas, fachadas, rellenos, etc.
7. En una planta se procurará que exista homogeneidad entre los sistemas de piso. Se evitarán, por lo tanto, el emplear en una parte elementos precolados y en la otra losas coladas en sitio.
8. En zonas de suelos blandos se dará preferencia a edificaciones rígidas, en tanto que en suelos firmes serán más indicadas las edificaciones flexibles.
9. Debe descartarse la posibilidad de desplantar la construcción sobre rellenos, especialmente si éstos son sueltos. El efecto es peor si el desplante sobre los rellenos es parcial.

10. Las plantas no deben ser excesivamente largas.

Se recomienda una relación de lado mayor a lado menor no superior a dos. Del mismo modo los edificios no deben ser demasiado esbeltos. La relación de la altura al lado menor de la planta debe ser inferior a tres.

Las anteriores recomendaciones tienen por objeto asegurar el buen comportamiento de la estructura que se va a diseñar. Los métodos de análisis y diseño sofisticado que se han desarrollado recientemente, permiten el adecuado tratamiento de los casos en que una o varias de estas recomendaciones deja de seguirse. Sin embargo esta falta de seguimiento ocasiona problemas de diseño y problemas de comportamiento. La aptitud más sana es la de evitar esos problemas, de ser posible, desde el principio del proyecto. Para lograr ésto será necesario el establecimiento de una comunicación libre entre los responsables del proyecto arquitectónico, del proyecto estructural y del diseño.

Las complicaciones en la estructuración pueden ser resueltas adecuadamente pero a costa de incrementar el costo de la obra. El dueño y el arquitecto deben estar concientes de este incremento para enmarcar sus decisiones adecuadamente.

## 1.6 PRESENTACION DEL EJEMPLO

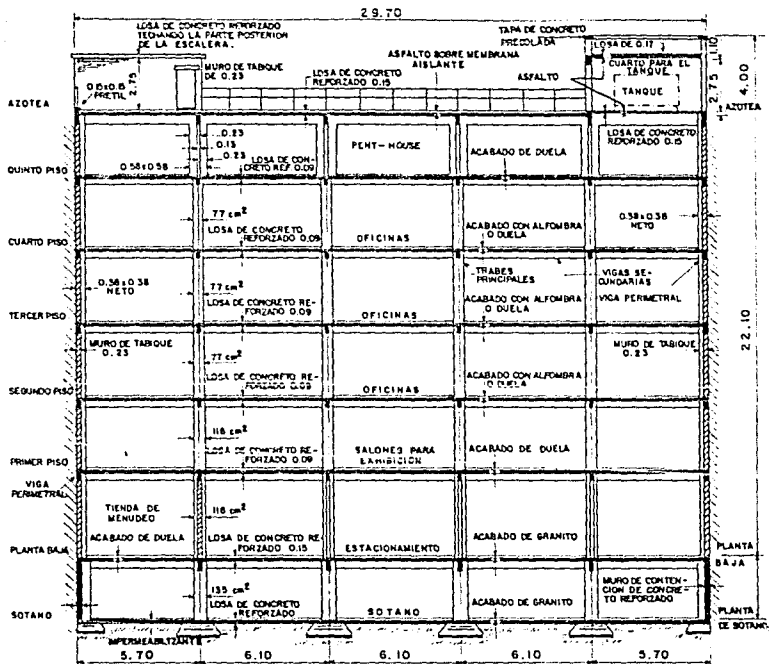
Como ejemplo de aplicación de las bases de cálculo que se presentan en esta tesis desarrollaremos el proyecto estructural de un edificio de concreto reforzado de planta rectangular de 15.00 m. x 29.70 m. El edificio constará de sótano, planta baja, 4 plantas tipo, y un pent-house, una planta con cuartos de servicio, tanque de agua, cuarto de elevadores y otras instalaciones. El pent-house solo cubre parcialmente la planta del inmueble, ya que frente a él hay una terraza de 2.70 x 3.00 m.

El sótano se destinará a bodegas, la planta baja a garage y tiendas de menudeo, el primer piso a salones de exhibición, los pisos 2, 3 y 4 a oficinas, el piso 5 a casa habitación (pent-house) y la azotea a instalaciones diversas.

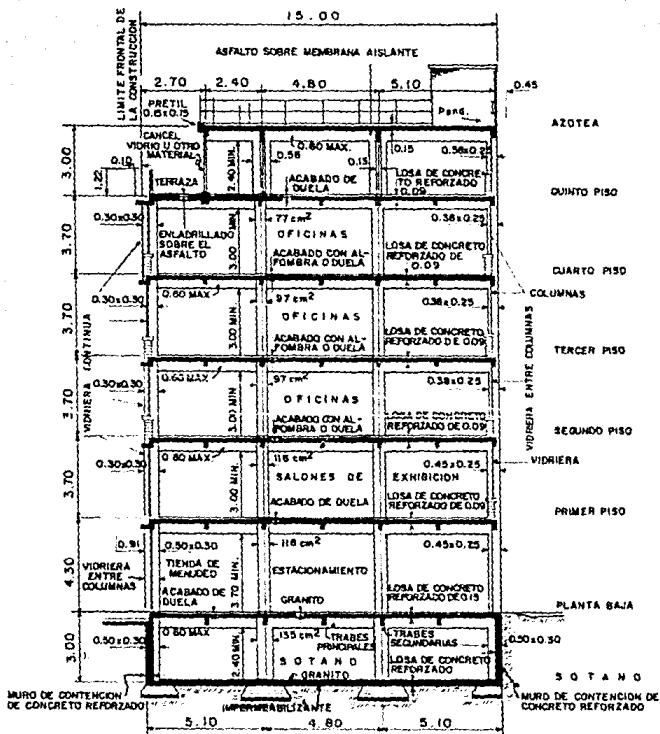
El edificio se ubica en el puerto de Veracruz, Ver. y se desplanta sobre terreno firme, por lo que la cimentación será sobre zapatas.

Se considerarán dos alternativas para el sistema de piso. En la 1ª se dispondrá una losa trabajando en una sola dirección sobre trabes principales y vigas secundarias, la 2ª se considerarán losas planas macizas.

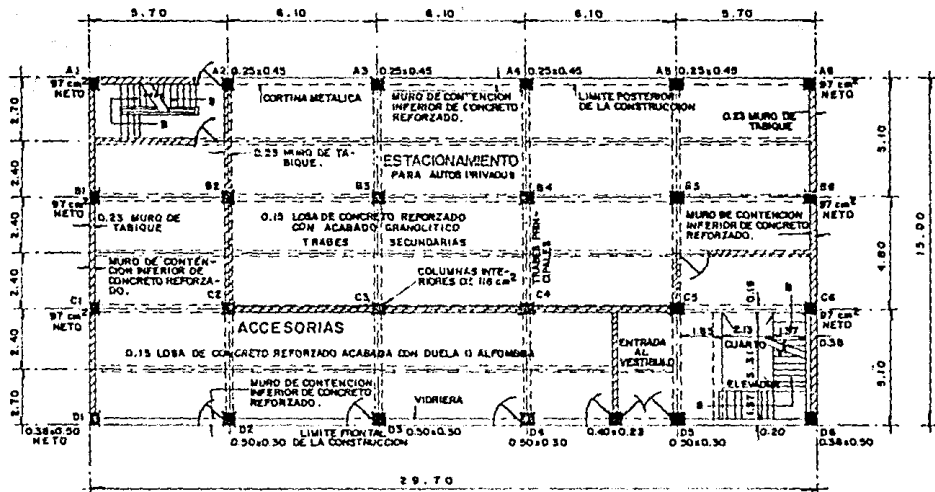
En las hojas siguientes se presentan dibujos que muestran las dimensiones de nuestro ejemplo.



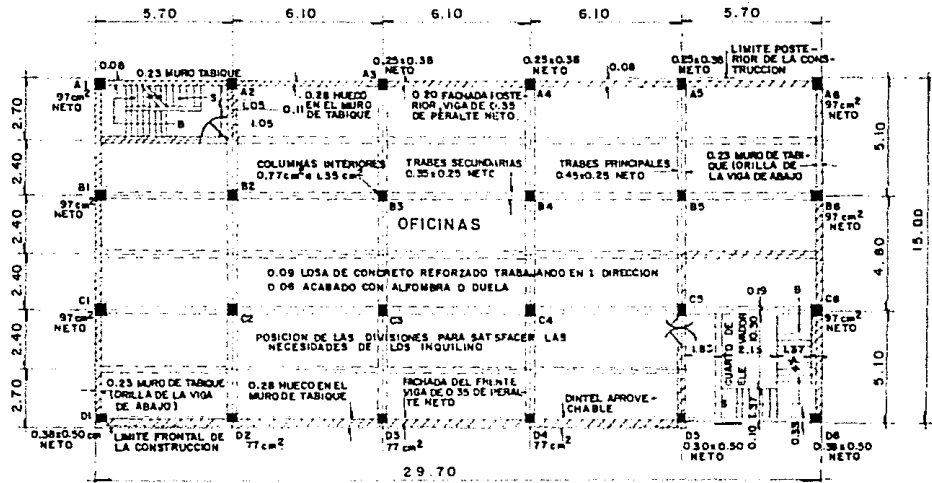
CORTE LONGITUDINAL



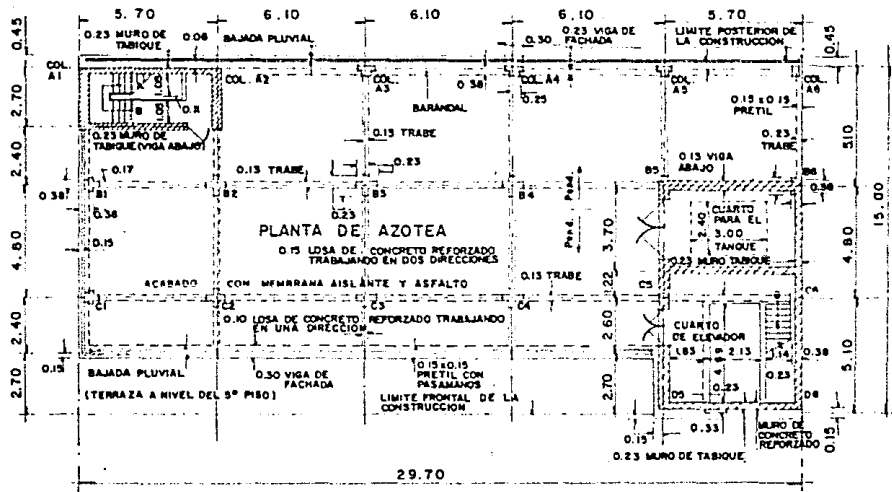
CORTE TRANSVERSAL



PLANTA BAJA



PLANTA TIPO DE PISO SUPERIOR



PLANTA DE AZOTEA



**CAPÍTULO 2. ANÁLISIS POR CARGAS VERTICALES****2.1 CLASIFICACION DE ACCIONES.**

Para el diseño de cualquier tipo de estructura es necesario considerar todas las acciones que se supone van a actuar sobre ésta durante su vida útil, para cierta probabilidad de falla. Aparentemente esta etapa es la más sencilla, sin embargo se presenta el inconveniente de la incertidumbre que tiene su determinación.

Es conveniente recordar que el diseño de una estructura es un proceso de optimización en que intervienen una serie de variables aleatorias, como son las acciones sobre la estructura.

Las acciones se clasifican de acuerdo a la duración con que actúan sobre la estructura, de la siguiente manera:

- a) Acciones permanentes.- Son aquellas que actúan en forma continua sobre la estructura. Tanto su localización como su magnitud no se modifican con el tiempo. Entre las acciones permanentes se pueden considerar:
  - Carga muerta.- Incluye el peso propio de la estructura y el de todos aquellos elementos que actúan permanentemente sobre la misma.
  - Empuje Estático de Tierras y Líquidos.
  - Desplazamientos Impuestos a la Estructura.- Son

los desplazamientos que se transmiten a la estructura y que por sí mismo ya constituyen una acción de tipo permanente.

Tal es el caso de los desplazamientos diferenciales impuestos a la estructura por hundimientos de distinta magnitud en el suelo.

**b) Acciones variables.-** Son aquellas que actúan sobre la estructura con una intensidad que varía significativamente con el tiempo. Las principales acciones que se consideran en esta categoría son:

- **Carga viva.-** Se debe, fundamentalmente, al peso de personas, mobiliario, etc. ya que siendo cargas gravitacionales, sus características mecánicas pueden variar durante la utilización de la estructura.
- **Efectos por cambios de temperatura y contracciones.**
- **Efectos de operación de maquinaria y equipo.-** La operación de algunas máquinas o equipo origina acciones dinámicas, que pueden presentarse debido a vibraciones, impacto o frenaje, que merecen ser consideradas en algunos casos.

**c) Acciones Accidentales.-** Las acciones accidentales son las que no se deben al funcionamiento normal de la construcción y se caracterizan porque se desconoce el momento en que van a actuar en la estructura. La intensidad de estas acciones puede ser significativa sólo durante lapsos breves y puede ser superior a cualquier valor conocido. Representan un accidente en la vida de las estructuras

y su control queda fuera del alcance del proyectista.

Entre las principales acciones de este tipo se pueden mencionar las siguientes:

- Efectos de sismo.- Son acciones dinámicas originadas por los sismos.
- Efectos de viento.- Son acciones estáticas o dinámicas que se deben a los efectos del viento sobre las estructuras.

Se han mencionado las principales, sin embargo en algunos casos pueden ocurrir otros tipos de acciones accidentales como explosiones, incendios y otros fenómenos que pueden presentarse en casos extraordinarios.

Estas acciones no se incluyen en el diseño formal, pero puede ser necesario tomar precauciones, en la estructuración y en los detalles constructivos, para evitar un comportamiento catastrófico de la estructura, en caso de que se presenten.

## 2.2 ANALISIS POR CARGA VERTICAL

Las acciones posibles sobre una estructura no se consideran de ocurrencia simultánea ya que este caso es de una probabilidad bajísima. En cambio, las acciones se agrupan en conjuntos de acciones cuya probabilidad de ocurrencia simultánea no sea despreciable.

La combinación de acciones más importante en la mayor parte de las estructuras es la que agrupa exclusivamente a las cargas verticales ocasionadas por la gravedad, es decir, la carga muerta y la carga viva. La primera considera los efectos de peso propio de la estructura y de peso de los acabados y otros elementos de carácter permanente; la segunda se refiere al peso de los muebles, equipo y usuarios de la construcción, elementos todos estos que varían continuamente en su posición y magnitud.

Es frecuente que el análisis por cargas verticales, viva y muerta defina los elementos de diseño fundamentales, es decir, que esta combinación de cargas resulte la más desfavorable. Por esta razón, el primer análisis que suele practicarse en las estructuras comunes es el referente a las cargas verticales. Los diseños obtenidos con resultados de este primer análisis se revisan después para combinaciones en que intervienen cargas eventuales.

### 2.3 CARGAS MUERTAS

Esta acción incluye el peso propio de los elementos, estructurales o no, que van a actuar en forma permanente en la construcción. Tal es el caso del peso propio de trabes, muros, pisos, etc. Considera el peso de todos los materiales que intervienen en la construcción. Comprende tanto el peso de la estructura en sí, como todos los acabados, tales como firmes, recubrimientos, plafones, muros, etc.

En este concepto se pueden tener variaciones muy importantes con respecto a las cargas de diseño, debido principalmente a variaciones en las dimensiones y por lo tanto en los volúmenes de materiales, o bien debido a modificaciones del proyecto que se traducen en la aplicación de cargas no consideradas originalmente.

Es conveniente considerar las variaciones observadas en las medidas nominales de miembros estructurales. Por ejemplo las deformaciones excesivas de los sistemas de piso, originan rellenos no considerados en el análisis, con el propósito de corregir niveles. Estos rellenos propician incrementos en la carga muerta. También existen variaciones en los pesos volumétricos de los materiales. Sus coeficientes de variación oscilan entre menos del 1% para concretos elaborados con los mismos materiales y 16% para las rocas más usuales. Además en todos los materiales hay que tomar en cuenta el contenido de humedad, para la determinación de la carga muerta.

Para la evaluación de estas cargas se emplearán los pesos volumétricos de los materiales usuales en la construcción, según aparecen en el Reglamento de Construcciones del D. F.

De los dos valores anotados, debe tomarse aquel que produce las condiciones más desfavorables para el diseño que no siempre es el mayor. Así en el caso de elementos estructurales se tomará el valor máximo y en el caso de un posible estado de flotación de una cimentación, en el análisis por volteo de una estructura, y en la succión producida por viento, la condición más desfavorable se obtiene empleando los valores mínimos de los pesos volumétricos.

Con estos valores se puede obtener la carga muerta, multiplicando el peso volumétrico más adecuado, de acuerdo con el criterio mencionado anteriormente, por el volumen del material de que se trate.

#### - Tolerancias.

Conociendo la variación que se tiene en la determinación de la carga muerta, no es real suponer que se conserven los valores adoptados en la etapa del diseño.

Por lo tanto deben permitirse ciertas variaciones en los valores de las dimensiones nominales, propiedades de los materiales, etc., en tal forma que no se afecte de manera importante la carga muerta de la estructura. Estas tolerancias dependen de las consideraciones hechas durante el análisis y dimensionamiento estructural, de los factores de seguridad que se hayan tomado y de la probabilidad de falla adoptada.

#### - Carga muerta adicional para pisos de concreto.

La carga muerta calculada de losas de concreto coladas en el lugar se incrementará en  $20 \text{ kg/m}^2$ . Cuando sobre

una losa colada en el lugar o precolada, se coloque una capa de mortero de peso normal, el peso calculado de esta capa se incrementará también en  $20 \text{ kg/m}^2$ . De tal forma que en las losas coladas en el lugar, que lleven una capa de mortero, el incremento total será de  $40 \text{ kg/m}^2$ . Tratándose de losas y morteros que tengan pesos volumétricos diferentes del normal, estos valores se modificarán en proporción a los pesos volumétricos.

Estos aumentos se aplicarán cuando el efecto de la carga muerta sea favorable a la estabilidad de la estructura.

## 2.4 CARGAS VIVAS REGLAMENTARIAS

Son aquellas cargas gravitacionales que obran en una construcción en forma esencialmente variable. Estas cargas pueden ser:

El peso de las personas que ocupan la construcción, los muebles, equipo, máquinas, mercancías, etc. Como se puede apreciar una persona no ocupa un lugar determinado dentro de una habitación, o bien los objetos que se almacenan pueden variar de magnitud y posición. En estas circunstancias resulta imposible el considerar una carga determinada y en un lugar dado, al mismo tiempo que no es ni económico ni factible considerar todas las posibles condiciones de carga. En vista del carácter aleatorio de este tipo de carga, se recomienda una solución probabilística para definir una carga uniforme que dentro de ciertos márgenes de seguridad sea equivalente a la esperanza de cargas, concentradas o repartidas aplicables en la estructura.

### - Reglamento de Construcciones del D. F.

El Reglamento de Construcciones del D. F. especifica distintos valores de la carga viva para edificios según su destino y el área tributaria del elemento estructural que se diseña.

Se especifican varios tipos de carga viva:

- a) **Carga viva máxima ( $W_m$ ).**- Se considera en el diseño de estructuras por carga gravitacional. Para casas-habitación, oficinas, laboratorios, etc., el valor de la carga máxima se obtiene con la siguiente



fórmula:

$$w_m = 120 + \frac{420}{\sqrt{A}}$$

En donde A, es el área tributaria del elemento que se analiza. De manera semejante se especifica la carga viva máxima para otros tipos de edificios. En el caso de azoteas, en las que la influencia del área tributaria en la intensidad de la carga es menor, se especifica un solo valor que es independiente del área tributaria.

El valor de la carga viva máxima también se emplea en el diseño de cimentaciones, en la determinación de asentamientos inmediatos en los suelos.

- b) **Carga Viva Instantánea ( $W_a$ ).**- Se emplea en el diseño de estructuras ante acciones accidentales. En el análisis por sismo o viento, el área tributaria es la correspondiente a toda la estructura.

La carga viva instantánea también se emplea cuando se utilizan distribuciones de carga más desfavorables que las correspondientes a cargas repartidas en toda la superficie.

- c) **Carga Viva Media.**- Esta carga se debe utilizar en el cálculo de asentamientos diferidos en suelos poco permeables saturados. En estas condiciones los efectos por hundimientos diferenciales son muy importantes.

En el diseño de las estructuras también es necesario considerar las cargas vivas que se pueden presentar de manera temporal durante el proceso de construcción. Tal es el caso del peso de los materiales que se almacenan temporalmente durante la construcción.

## 2.5 BAJADA DE CARGAS (Ejemplo)

Se denomina "bajada de cargas" a la etapa del análisis en la que se evalúan las cargas verticales que actúan en la estructura y se define de una manera aproximada la forma como se canalizan esas cargas por los elementos verticales hasta llegar a la cimentación. En cada planta se distribuyen las áreas del piso en áreas tributarias a los diferentes elementos horizontales resistentes en dichos pisos. Se obtiene el peso de todos los elementos que actúan en cada área tributaria para determinar la carga que toca a cada elemento. Por lo que se refiere al peso de vigas y columnas, convencionalmente se acepta que en cada piso gravita la mitad inferior de los elementos verticales suprayacentes y la mitad superior de los subyacentes.

En nuestro ejemplo consideramos en cada piso una retícula de trabes en dos direcciones perpendiculares entre sí, apoyadas sobre columnas en todas las intersecciones. De acuerdo con esto las bisectrices de los ángulos que forman los ejes de las trabes, definirán las áreas tributarias, trapeciales para las trabes largas y triangulares para las cortas.

Los pesos de los diferentes elementos definidos por el proyecto arquitectónico se valúan conforme al Reglamento, al igual que las cargas vivas, las que varían según el uso asignado a cada área:

### 1. Cálculo de las Areas Tributarias

#### a) En planta baja.

$$A1 = \frac{(6.10 + 3.40) 1.35}{2} = 6.41 \text{ m}^2$$

$$A2 = \frac{2.70 \times 1.35}{2} = 1.82 \text{ m}^2$$

$$A3 = \frac{(5.70 + 3.00) 1.35}{2} = 5.87 \text{ m}^2$$

$$A4 = \frac{(5.70 + 3.30) 1.20}{2} = 5.40 \text{ m}^2$$

$$A5 = \frac{2.40 \times 1.20}{2} = 1.44 \text{ m}^2$$

$$A6 = \frac{(6.10 + 3.70) 1.20}{2} = 5.88 \text{ m}^2$$

b) En entrepiso.

$$A1 = \frac{(6.10 + 3.40) 1.35}{2} = 6.41 \text{ m}^2$$

$$A2 = \frac{2.70 \times 1.35}{2} = 1.82 \text{ m}^2$$

$$A3 = \frac{(5.70 + 3.00) 1.35}{2} = 5.87 \text{ m}^2$$

$$A4 = \frac{(5.70 + 3.30) 1.20}{2} = 5.40 \text{ m}^2$$

$$A5 = \frac{2.40 \times 1.20}{2} = 1.44 \text{ m}^2$$

$$A6 = \frac{(6.10 + 3.70) 1.20}{2} = 5.88 \text{ m}^2$$

c) En azotea.

$$A1 = \frac{(6.10 + 1.00) 2.55}{2} = 9.05 \text{ m}^2$$

$$A2 = \frac{5.10 \times 2.55}{2} = 6.50 \text{ m}^2$$

$$A3 = \frac{(6.10 + 1.30) 2.40}{2} = 8.88 \text{ m}^2$$

$$A4 = \frac{4.80 \times 2.40}{2} = 5.76 \text{ m}^2$$

$$A5 = \frac{(5.70 + 0.60) 2.55}{2} = 8.03 \text{ m}^2$$

$$A6 = \frac{(5.70 + 0.90) 2.40}{2} = 7.92 \text{ m}^2$$

$$A7 = \frac{2.40 \times 1.20}{2} = 1.44 \text{ m}^2$$

$$A8 = \frac{(5.70 + 3.30) 1.20}{2} = 5.40 \text{ m}^2$$

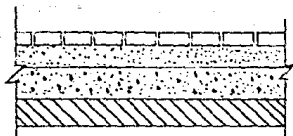
$$A9 = \frac{(6.10 + 3.70) 1.20}{2} = 5.88 \text{ m}^2$$

$$A10 = \frac{3.39 \times 1.70}{2} = 2.88 \text{ m}^2$$

2. Cálculo de Cargas Muertas

a) En losas.

Losa de Planta Baja



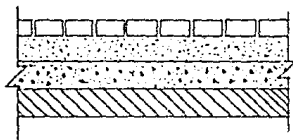
±	0.030	- 1
+	0.030	- 2
+	0.15	- 3
+	0.025	- 4

1. Piso de granito de 40 x 40 -----0.065 ton/m<sup>2</sup>
2. Firme de mortero, 0.03 x 2.00-----0.060 ton/m<sup>2</sup>
3. Losa de concreto, 0.15 x 2.4 -----0.360 ton/m<sup>2</sup>
4. Aplanado           0.025 x 1.8-----0.045 ton/m<sup>2</sup>
5. Incremento de carga por Reglamento 0.040 ton/m<sup>2</sup>

$$0.570 \text{ ton/m}^2 = -$$

$$570 \text{ kg/m}^2$$

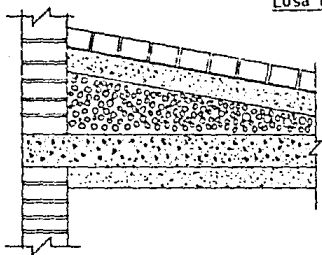
### Losa de Entrepiso



±	0.030 m	- 1
+	0.030 m	- 2
+	0.10 m	- 3
+	0.025 m	- 4

1. Piso de granito de 40 x 40-----0.065 ton/m<sup>2</sup>
2. Firme de mortero 0.03 x 2.0----- 0.060 ton/m<sup>2</sup>
3. Losa maciza       2.4 x 0.10 ----- 0.240 ton/m<sup>2</sup>
4. Aplanado         1.8 x 0.025 ----- 0.045 ton/m<sup>2</sup>
5. Incremento de carga por Reglamento 0.040 ton/m<sup>2</sup>

$$0.450 \text{ ton/m}^2$$

Losa de Azotea

+	0.040	- 1
+	0.040	- 2
+	0.10	- 3
+	0.15	- 4
+	0.025	- 5

1.	Enladrillado	0.04 x 1.65	-----	0.066	ton/m <sup>2</sup>
2.	Firme de mortero	0.04 x 2.00	-----	0.080	ton/m <sup>2</sup>
3.	Relleno (Tezontle)	0.10 x 1.25	-----	0.125	ton/m <sup>2</sup>
4.	Losa maciza	2.4 x 0.15	-----	0.360	ton/m <sup>2</sup>
5.	Aplanado	1.8 x 0.025	-----	0.045	ton/m <sup>2</sup>
6.	Incremento de carga por reglamento			<u>0.040</u>	ton/m <sup>2</sup>

$$0.716 \text{ ton/m}^2 = 720 \text{ kg/m}^2$$

## b) En columnas.

## 1. En Planta Baja

$$0.50 \text{ m} \times 0.50 \text{ m} \times 4.30 \text{ m} = 1.075 \text{ m}^3$$

$$1.075 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 2\,580 \text{ kg} = 2.58 \text{ ton}$$

## 2. En Sotano

$$0.50 \text{ m} \times 0.50 \text{ m} \times 3.00 \text{ m} = 0.75 \text{ m}^3$$

$$0.75 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/cm}^3 = 1\,800 \text{ kg} = 1.8 \text{ ton} \div 2 = 0.90 \text{ ton}$$

## 3. En Entrepiso

$$0.45 \text{ m} \times 0.45 \text{ m} \times 3.70 \text{ m} = 0.75 \text{ m}^3$$

$$0.75 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 1\,800 \text{ kg} = 1.8 \text{ ton}$$

## 4. En Azotea

$$0.40 \text{ m} \times 0.40 \text{ m} \times 3.00 \text{ m} = 0.48 \text{ m}^3$$

$$0.48 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 1\,152 \text{ kg} = 1.152 \text{ ton}$$

## c) En Vigas.

## 1. En Azotea

Vigas Perimetrales:  $0.20 \text{ m} \times 0.20 \text{ m} \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 96 \text{ kg/m}$

Vigas Perimetrales:  $0.30 \text{ m} \times 0.20 \text{ m} \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 144 \text{ kg/m}$

Vigas Perimetrales:  $0.25 \text{ m} \times 0.20 \text{ m} \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 120 \text{ kg/m}$

Vigas Intermedias:  $0.15 \text{ m} \times 0.20 \text{ m} \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 72 \text{ kg/m}$

## 2. En Entrepiso y Planta Baja

Vigas Perimetrales:  $0.20 \times 0.30 \times 2\,400 = 144 \text{ kg/m}$

Vigas Principales:  $0.45 \times 0.15 \times 2\,400 = 162 \text{ kg/m}$

Vigas Secundarias:  $0.35 \times 0.15 \times 2\,400 = 126 \text{ kg/m}$

## 3. Cargas Vivas

En azotea ----- 100 kg/m<sup>2</sup>

En planta tipo para oficinas ----- 250 kg/m<sup>2</sup>

En planta tipo para habitaciones ----- 170 kg/m<sup>2</sup>

En planta tipo para salones de exhibición ----- 350 kg/m<sup>2</sup>

En planta baja para estacionamiento ----- 250 kg/m<sup>2</sup>

En planta baja para comercios ----- 350 kg/m<sup>2</sup>



#### 4. Cálculo de la Carga Total

$$W \text{ TOTAL} = \text{CARGA MUERTA} + \text{CARGA VIVA}$$

##### En Azotea

$$720 + 100 = 820 \text{ kg/m}^2$$

##### En Entrepiso

- |    |                              |           |   |                       |
|----|------------------------------|-----------|---|-----------------------|
| 1. | Para oficinas                | 450 + 250 | = | 700 kg/m <sup>2</sup> |
| 2. | Para habitaciones            | 450 + 170 | = | 620 kg/m <sup>2</sup> |
| 3. | Para salones de exhibiciones | 450 + 350 | = | 800 kg/m <sup>2</sup> |

##### En Planta Baja

- |    |                      |           |   |                       |
|----|----------------------|-----------|---|-----------------------|
| 1. | Para estacionamiento | 570 + 250 | = | 820 kg/m <sup>2</sup> |
| 2. | Para comercios       | 570 + 350 | = | 920 kg/m <sup>2</sup> |

#### 5. Cálculo del Peso de Losas, Vigas y Muros

##### 1. PLANTA BAJA

###### a) En losa para comercios

$$920 \text{ kg/m}^2 \times 5.87 \text{ m}^2 = 5\,400.4 \text{ kg} = 5.400 \text{ ton}$$

$$920 \text{ kg/m}^2 \times 6.41 \text{ m}^2 = 5\,897.20 \text{ kg} = 5.897 \text{ ton}$$

$$920 \text{ kg/m}^2 \times 1.82 \text{ m}^2 = 1\,674.4 \text{ kg} = 1.674 \text{ ton}$$

$$920 \text{ kg/m}^2 \times 5.40 \text{ m}^2 = 4\,968 \text{ kg} = 4.968 \text{ ton}$$

$$920 \text{ kg/m}^2 \times 1.44 \text{ m}^2 = 1\,324.8 \text{ kg} = 1.325 \text{ ton}$$

$$920 \text{ kg/m}^2 \times 5.88 \text{ m}^2 = 5\,409.6 \text{ kg} = 5.410 \text{ ton}$$

###### b) En losa para estacionamiento

$820 \text{ kg/m}^2 \times 6.41 \text{ m}^2$	$= 5\,256.20 \text{ kg}$	$= 5.256 \text{ ton}$
$820 \text{ kg/m}^2 \times 1.82 \text{ m}^2$	$= 1\,492.40 \text{ kg}$	$= 1.492 \text{ ton}$
$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.40 \text{ m}^2$	$= 4\,428 \text{ kg}$	$= 4.428 \text{ ton}$
$820 \text{ kg/m}^2 \times 1.44 \text{ m}^2$	$= 1\,180.8 \text{ kg}$	$= 1.181 \text{ ton}$
$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.87 \text{ m}^2$	$= 4\,813.4 \text{ kg}$	$= 4.813 \text{ ton}$
$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.50 \text{ m}^2$	$= 4\,510 \text{ kg}$	$= 4.510 \text{ ton}$
$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.88 \text{ m}^2$	$= 4\,821.6 \text{ kg}$	$= 4.822 \text{ ton}$

c) En Vigas

Vigas Secundarias:  $126 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 768.6 \text{ kg} = 0.769 \text{ ton}$

Vigas Secundarias:  $126 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 718.2 \text{ kg} = 0.718 \text{ ton}$

Vigas Principales:  $162 \text{ kg/m} \times 5.10 \text{ m} = 826.2 \text{ kg} = 0.826 \text{ ton}$

Vigas Principales:  $162 \text{ kg/m} \times 4.80 \text{ m} = 777.60 \text{ kg} = 0.778 \text{ ton}$

Vigas Perimetrales:  $162 \text{ kg/m} \times 2.70 \text{ m} = 437.40 \text{ kg} = 0.437 \text{ ton}$

Vigas Perimetrales:  $162 \text{ kg/m} \times 2.40 \text{ m} = 388.8 \text{ kg} = 0.389 \text{ ton}$

d) En Muros

$$\gamma^{\text{a}} \text{ Tabique} = 1\,600 \text{ kg/m}^3$$

$$\begin{aligned} \text{d.1. Muro de tabique de } 0.20 \text{ m} \times 1\,600 \text{ kg/m}^3 &= 320 \text{ kg/m}^2 \\ \text{Recubrimiento de mortero } 0.02 \text{ m} \times 1\,500 \text{ kg/m}^3 &= \frac{30 \text{ kg/m}^2}{350 \text{ kg/m}^2} \end{aligned}$$

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 4.30 \text{ m} = 1\,505 \text{ kg/m}$$

$1\,505 \text{ kg/m} \times 5.10 \text{ m} = 7\,675.5 \text{ kg} = 7.676 \text{ ton}$

$1\,505 \text{ kg/m} \times 4.80 \text{ m} = 7\,224.5 \text{ kg} = 7.224 \text{ ton}$

$1\,505 \text{ kg/m} \times 4.50 \text{ m} = 6\,772.5 \text{ kg} = 6.773 \text{ ton}$

$1\,505 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 9\,180.5 \text{ kg} = 9.181 \text{ ton}$

$1\,505 \text{ kg/m} \times 2.70 \text{ m} = 4,063.5 \text{ kg} = 4.064 \text{ ton}$

$$1\ 505\ \text{kg/m} \times 2.40\ \text{m} = 3\ 612\ \text{kg} = 3.612\ \text{ton}$$

$$1\ 505\ \text{kg/m} \times 2.45\ \text{m} = 3667.2\ \text{kg} = 3.667\ \text{ton}$$

#### d. 2. Muro de concreto en sótano.

0.20 m x 2 400 kg/m <sup>3</sup>	480 kg/m <sup>2</sup>
Recubrimiento de mortero, 0.02 m x 1 500 kg/m <sup>3</sup>	<u>30 kg/m<sup>2</sup></u>
	510 kg/m <sup>2</sup>

$$510\ \text{kg/m}^2 \times 3.00\ \text{m} = 1\ 530\ \text{kg/m}$$

$$1\ 530\ \text{kg/m} \times 2.70\ \text{m} = 4\ 131\ \text{kg} = 4.131\ \text{ton} \times 2 = 2.066\ \text{ton}$$

$$1\ 530\ \text{kg/m} \times 2.40\ \text{m} = 3\ 672\ \text{kg} = 3.672\ \text{ton} \times 2 = 1.836\ \text{ton}$$

$$1\ 530\ \text{kg/m} \times 5.70\ \text{m} = 8\ 721\ \text{kg} = 8.721\ \text{ton} \times 2 = 4.361\ \text{ton}$$

$$1\ 530\ \text{kg/m} \times 6.10\ \text{m} = 9\ 333\ \text{kg} = 9.333\ \text{ton} \times 2 = 4.667\ \text{ton}$$

$$1\ 530\ \text{kg/m} \times 5.10\ \text{m} = 7\ 803\ \text{kg} = 7.803\ \text{ton} \times 2 = 3.902\ \text{ton}$$

$$1\ 530\ \text{kg/m} \times 4.80\ \text{m} = 7\ 344\ \text{kg} = 7.344\ \text{ton} \times 2 = 3.672\ \text{ton}$$

$$(1\ 530\ \text{kg/m}) (29.70\ \text{m} \times 2) + (15.00\ \text{m} \times 2) = 136\ 782\ \text{kg} = 136.782\ \text{ton}$$

$$1\ 530 \times 5.10 = 7\ 803\ \text{kg} = 7.803\ \text{ton} \times 2 = 15.606$$

$$1\ 530 \times 4.80 = 7\ 344\ \text{kg} = 7.344\ \text{ton} \times 1 = 7.344$$

$$1\ 530 \times 5.70 = 8\ 721\ \text{kg} = 8.721\ \text{ton} \times 2 = 17.442$$

$$1\ 530 \times 6.10 = 9\ 333\ \text{kg} = 9.333\ \text{ton} \times 3 = 27.999$$

$$68.391\ \text{ton} \times 2 =$$

$$136.782\ \text{ton}$$

## II. ENTREPISO

### 1. En losa

#### a) Salones Exhibición.

$$800\ \text{kg/m}^2 \times 6.41\ \text{m}^2 = 5\ 128\ \text{kg} = 5.128\ \text{ton}$$

$$800\ \text{kg/m}^2 \times 1.82\ \text{m}^2 = 1\ 456\ \text{kg} = 1.456\ \text{ton}$$

$$800\ \text{kg/m}^2 \times 5.87\ \text{m}^2 = 4\ 696\ \text{kg} = 4.696\ \text{ton}$$

$$800\ \text{kg/m}^2 \times 5.40\ \text{m}^2 = 4\ 320\ \text{kg} = 4.320\ \text{ton}$$

$$800\ \text{kg/m}^2 \times 1.44\ \text{m}^2 = 1\ 152\ \text{kg} = 1.152\ \text{ton}$$

$$800\ \text{kg/m}^2 \times 5.66\ \text{m}^2 = 4\ 528\ \text{kg} = 4.528\ \text{ton}$$

## b) Oficinas.

$$700 \text{ kg/m}^2 \times 6.41 \text{ m}^2 = 4\,487 \text{ kg} = 4.487 \text{ ton}$$

$$700 \text{ kg/m}^2 \times 1.82 \text{ m}^2 = 1\,274 \text{ kg} = 1.274 \text{ ton}$$

$$700 \text{ kg/m}^2 \times 5.87 \text{ m}^2 = 4\,109 \text{ kg} = 4.109 \text{ ton}$$

$$700 \text{ kg/m}^2 \times 5.40 \text{ m}^2 = 3\,780 \text{ kg} = 3.78 \text{ ton}$$

$$700 \text{ kg/m}^2 \times 1.44 \text{ m}^2 = 1\,088 \text{ kg} = 1.088 \text{ ton}$$

$$700 \text{ kg/m}^2 \times 5.88 \text{ m}^2 = 4\,116 \text{ kg} = 4.116 \text{ ton}$$

## c) Peso de la losa en entresiso (para habitaciones).

$$620 \times 6.41 = 3\,974.20 \text{ kg/m}^2 = 3.974 \text{ ton/m}^2$$

$$620 \times 1.82 = 1\,128.40 \text{ kg/m}^2 = 1.128 \text{ ton/m}^2$$

$$620 \times 5.87 = 3\,639.40 \text{ kg/m}^2 = 3.639 \text{ ton/m}^2$$

$$620 \times 5.40 = 3\,348 \text{ kg/m}^2 = 3.348 \text{ ton/m}^2$$

$$620 \times 1.44 = 892.8 \text{ kg/m}^2 = 0.893 \text{ ton/m}^2$$

$$620 \times 5.88 = 3\,645.6 \text{ kg/m}^2 = 3.646 \text{ ton/m}^2$$

## 2. En vigas

## Vigas secundarias:

$$126 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 768.6 \text{ kg} = 0.769 \text{ ton}$$

$$126 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 718.2 \text{ kg} = 0.718 \text{ ton}$$

## Vigas principales:

$$162 \text{ kg/m} \times 2.70 \text{ m} = 437.4 \text{ kg} = 0.437 \text{ ton}$$

$$162 \text{ kg/m} \times 2.40 \text{ m} = 388.8 \text{ kg} = 0.389 \text{ ton}$$

**Vigas perimetrales:**

$$144 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 878.40 \text{ kg} = 0.878 \text{ ton}$$

$$144 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 820.80 \text{ kg} = 0.821 \text{ ton}$$

**3. En muros.**

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 3.70 \text{ m} = 1\,295 \text{ kg/m (Oficinas)}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 2.70 \text{ m} = 3\,496.5 \text{ kg} = 3.497 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 2.40 \text{ m} = 3\,108.0 \text{ kg} = 3.108 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 7\,381.5 \text{ kg} = 7.382 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 4.50 \text{ m} = 5\,827.5 \text{ kg} = 5.828 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 5.10 \text{ m} = 6\,604.5 \text{ kg} = 6.605 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 4.80 \text{ m} = 6\,216 \text{ kg} = 6.216 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 7\,381.5 \text{ kg} = 7.382 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 7\,899.5 \text{ kg} = 7.90 \text{ ton}$$

$$1\,295 \text{ kg/m} \times 1.20 \text{ m} = 1\,554.0 \text{ kg} = \underline{1.554 \text{ ton}}$$

$$49.602 \text{ ton}$$

**Muros (h = 3.35 m) (HABITACION)**

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 3.35 \text{ m} = 1\,172.5 \text{ kg/m}$$

$$1\,172.5 \times 2.70 = 3\,165.75 \text{ kg} = 3.166 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 2.40 = 2\,814 \text{ kg} = 2.814 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 5.70 = 6\,683.25 \text{ kg} = 6.683 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 4.50 = 5\,276.25 \text{ kg} = 5.276 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 5.10 = 5\,979.75 \text{ kg} = 5.980 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 4.80 = 5\,628 \text{ kg} = 5.628 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 6.10 = 7\,152.25 \text{ kg} = 7.152 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 1.20 = 1\,407 \text{ kg} = 1.407 \text{ ton}$$

$$1\,172.5 \times 0.80 = 938 \text{ kg} = 0.938 \text{ ton}$$

**Peso Columnas.**

$$0.45 \times 0.45 \times 3.35 = 0.6784 \text{ m}^3 \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 = 1\,628.16 \text{ kg} = 1.628 \text{ ton}$$

**Peso Muros (h = 4.00m) (SALONES EXHIBICION).**

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 4.00 \text{ m} = 1\,400 \text{ kg/m}$$

$$1\,400 \times 2.70 = 3\,780 \text{ kg} = 3.780 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 2.40 = 3\,360 \text{ kg} = 3.360 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 5.70 = 7\,980 \text{ kg} = 7.980 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 4.50 = 6\,300 \text{ kg} = 6.300 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 5.10 = 7\,140 \text{ kg} = 7.140 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 4.80 = 6\,720 \text{ kg} = 6.720 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 6.10 = 8\,540 \text{ kg} = 8.54 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 1.20 = 1\,680 \text{ kg} = 1.680 \text{ ton}$$

$$1\,400 \times 0.80 = 1\,120 \text{ kg} = 1.120 \text{ ton}$$

**Peso columnas**

$$0.45 \times 0.45 \times 4.0 \times 2\,400 = 1\,944 \text{ kg} = 1.944 \text{ ton}$$

**III. PLANTA DE AZOTEA**

**1. En losa**

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 9.05 \text{ m}^2 = 7\,421 \text{ kg} = 7.421 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 6.50 \text{ m}^2 = 5\,330 \text{ kg} = 5.33 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 8.03 \text{ m}^2 = 6\,584.6 \text{ kg} = 6.585 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 8.88 \text{ m}^2 = 7\,281.6 \text{ kg} = 7.282 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 2.88 \text{ m}^2 = 2\,361.6 \text{ kg} = 2.362 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 7.92 \text{ m}^2 = 6\,494.4 \text{ kg} = 6.494 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.76 \text{ m}^2 = 4\,723.20 \text{ kg} = 4.723 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.40 \text{ m}^2 = 4\,428 \text{ kg} = 4.428 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 5.88 \text{ m}^2 = 4821 \text{ kg} = 4.822 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 1.44 \text{ m}^2 = 1180.8 \text{ kg} = 1.181 \text{ ton}$$

## 2. En vigas

### Vigas perimetrales:

$$96 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 547.20 \text{ kg} = 0.547 \text{ ton}$$

$$96 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 585.60 \text{ kg} = 0.586 \text{ ton}$$

### Vigas perimetrales:

$$144 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 820.8 \text{ kg} = 0.821 \text{ ton}$$

$$144 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 878.4 \text{ kg} = 0.878 \text{ ton}$$

$$144 \text{ kg/m} \times 5.10 \text{ m} = 734.40 \text{ kg} = 0.734 \text{ ton}$$

### Vigas perimetrales:

$$96 \text{ kg/m} \times 5.10 \text{ m} = 489.60 \text{ kg} = 0.490 \text{ ton}$$

$$96 \text{ kg/m} \times 4.80 \text{ m} = 460.80 \text{ kg} = 0.461 \text{ ton}$$

### Vigas interiores:

$$72 \text{ kg/m} \times 5.10 \text{ m} = 367.20 \text{ kg} = 0.367 \text{ ton}$$

$$72 \text{ kg/m} \times 4.80 \text{ m} = 345.60 \text{ kg} = 0.346 \text{ ton}$$

$$72 \text{ kg/m} \times 6.10 \text{ m} = 439.20 \text{ kg} = 0.439 \text{ ton}$$

$$72 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 410.40 \text{ kg} = 0.410 \text{ ton}$$

$$72 \text{ kg/m} \times 2.40 \text{ m} = 172.80 \text{ kg} = 0.173 \text{ ton}$$

## 3. En Muros

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 3.00 \text{ m} = 1050 \text{ kg/m}$$

$$1050 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 5985 \text{ kg} = 5.985 \text{ ton}$$

$$1050 \text{ kg/m} \times 4.50 \text{ m} = 4725 \text{ kg} = 4.725 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned}
 1\ 050\ \text{kg/m} \times 4.80\ \text{m} &= 5\ 040\ \text{kg} = 5.040\ \text{ton} \\
 1\ 050\ \text{kg/m} \times 5.10\ \text{m} &= 5\ 355\ \text{kg} = 5.355\ \text{ton} \\
 1\ 050\ \text{kg/m} \times 3.10\ \text{m} &= 3\ 255\ \text{kg} = 3.255\ \text{ton} \\
 1\ 050\ \text{kg/m} \times 1.80\ \text{m} &= 1\ 890\ \text{kg} = 1.890\ \text{ton} \\
 1\ 050\ \text{kg/m} \times 2.70\ \text{m} &= 2\ 835\ \text{kg} = 2.835\ \text{ton}
 \end{aligned}$$

## 6. Cálculo del peso en zona de escaleras

### A) En planta baja

#### a.1. Cargas Muertas

$$\begin{array}{r}
 \text{Peso propio losa} - 0.10\ \text{m} \times 2\ 400\ \text{kg/m}^3 = 240\ \text{kg/m}^2 \\
 \text{Peso recubrimiento} - 0.02\ \text{m} \times 1\ 500\ \text{kg/m}^3 = 30\ \text{kg/m}^2 \\
 \text{Peso escalones} - 0.18\ \text{m} \times 2 \times 1\ 500\ \text{kg/m}^3 = 135\ \text{kg/m}^2 \\
 \text{Carga muerta adicional por concreto} \quad \quad \quad \frac{20\ \text{kg/m}^2}{425\ \text{kg/m}^2}
 \end{array}$$

#### a.2. Carga Total

$$W_{\text{MUERTA}} + W_{\text{VIVA}} = W_T$$

$$W_T = 350\ \text{kg/m}^2 + 425\ \text{kg/m}^2 = 775\ \text{kg/m}^2$$

#### b) En zona ubicada entre ejes 1 - 2 y A - B

$$\begin{aligned}
 \text{Area de losa: } 6.72\ \text{m} \times 1.00\ \text{m} &= 6.72\ \text{m}^2 \\
 \text{Area de escalones: } 0.18\ \text{m} \times 0.28\ \text{m} \times 2 &= (0.025\ \text{m}^2/\text{pza.}) \\
 &\quad (24\ \text{pzas.}) = 0.60\ \text{m}^2 \\
 \text{Area total: } 6.72\ \text{m}^2 + 0.60\ \text{m}^2 &= 7.32\ \text{m}^2 \\
 W &= 7.32\ \text{m}^2 \times 775\ \text{kg/m}^2 = 5\ 673\ \text{kg} = 5.673\ \text{ton}
 \end{aligned}$$

#### c) En zona ubicada entre ejes 5 - 6 y C - D

$$\begin{aligned}
 \text{Area de losa: } 6.72\ \text{m} \times 1.37\ \text{m} &= 9.206\ \text{m}^2 \\
 \text{Area de escalones: } 0.18\ \text{m}^2 \times 0.28\ \text{m}^2 \times 2 &= (0.025\ \text{m}^2/\text{pza.}) (24\text{pza.}) = 0.6\ \text{m}^2 \\
 \text{Area total: } 9.206\ \text{m}^2 + 0.6 &= 9.806\ \text{m}^2 \\
 -W &= 9.806\ \text{m}^2 \times 775\ \text{kg/m}^2 = 7\ 599\ \text{kg} = 7.6\ \text{ton}
 \end{aligned}$$



## d) En Muros

Entre ejes 1 - 2 y A - B

$$4.70 \text{ m} \times 1505 \text{ kg/m} = 7073.5 \text{ kg} = 7.074 \text{ ton}$$

$$2.70 \text{ m} \times 1505 \text{ kg/m} = 4064 \text{ kg} = 4.064 \text{ ton}$$

Entre ejes 5 - 6 y C - D

$$5.10 \text{ m} \times 1505 \text{ kg/m} = 7675.5 \text{ kg} = 7.676 \text{ ton}$$

## B) En entrepiso

## a) En zona ubicada entre ejes 1 - 2 y A - B

$$\text{Area de losa: } 5.88 \text{ m} \times 1.00 \text{ m} = 5.88 \text{ m}^2$$

$$\text{Area de escalones: } (0.18 \text{ m} \times 0.28 \text{ m} + 2) = 0.025 \text{ m}^2/\text{pza.} \times 24 \text{ pzas.}$$

$$= 0.60 \text{ m}^2$$

$$\text{Area total: } 5.88 \text{ m}^2 + 0.60 \text{ m}^2 = 6.48 \text{ m}^2$$

$$W = 6.48 \text{ m}^2 \times 775 \text{ kg/m}^2 = 5022 \text{ kg} = 5.022 \text{ ton}$$

## b) En zona ubicada entre ejes 5 - 6 y C - D

$$\text{Area de losa: } 5.88 \text{ m} \times 1.37 \text{ m} = 8.056 \text{ m}^2$$

$$\text{Area total: } 8.056 \text{ m}^2 + 0.60 \text{ m}^2 = 8.656 \text{ m}^2$$

$$W = 8.656 \text{ m}^2 \times 775 \text{ kg/m}^2 = 6708 \text{ kg} = 6.708 \text{ ton}$$

## c) En muros

Entre ejes 1 - 2 y A - B

$$5.70 \text{ m} \times 1295 \text{ kg/m} = 7332 \text{ kg} = 7.332 \text{ ton}$$

$$2.70 \text{ m} \times 1295 \text{ kg/m} = 3497 \text{ kg} = 3.497 \text{ ton}$$

## Entre ejes 5 - 6 y C - D

$$5.10 \text{ m} \times 1295 \text{ kg/m} = 6605 \text{ kg} = 6.605 \text{ ton}$$

## c) En azotea

## 1. En zona ubicada entre ejes 5 - 6 y C - D

$$\text{Area losa} : 4.76 \text{ m} \times 1.15 \text{ m} = 5.47 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Area de escalones} : 0.18 \text{ m} \times 0.26 \text{ m} + 2 &= 0.025 \text{ m}^2/\text{pza} \times 17 \text{ pza} \\ &= 0.43 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Area total} : 5.47 + 0.43 = 5.90 \text{ m}^2$$

$$W = 5.90 \text{ m}^2 \times 775 \text{ kg/m}^2 = 4573 \text{ kg} = 4.573 \text{ ton}$$

## 2. En zona ubicada entre ejes 1 - 2 y A - B

$$\text{Area de losa} : 4.76 \text{ m} \times 1.00 \text{ m} = 4.76 \text{ m}^2$$

$$\text{Area total} : 4.76 \text{ m}^2 + 0.43 \text{ m}^2 = 5.19 \text{ m}^2$$

$$W = 5.19 \text{ m}^2 \times 775 \text{ kg/m}^2 = 4022 \text{ kg} = 4.022 \text{ ton}$$

## 3. En muros

## Entre ejes 1 - 2 y A - B

$$2.70 \text{ m} \times 1050 \text{ kg/m} = 2835 \text{ kg} = 2.835 \text{ ton}$$

$$5.70 \text{ m} \times 1050 \text{ kg/m} = 5985 \text{ kg} = 5.985 \text{ ton}$$

## Entre ejes 5 - 6 y C - D

$$2.70 \text{ m} \times 1050 \text{ kg/m} = 2835 \text{ kg} = 2.835 \text{ ton}$$

$$5.70 \text{ m} \times 1050 \text{ kg/m} = 5985 \text{ kg} = 5.985 \text{ ton}$$

$$5.10 \text{ m} \times 1050 \text{ kg/m} = 5355 \text{ kg} = 5.355 \text{ ton}$$

$$0.80 \text{ m} \times 1050 \text{ kg/m} = 840 \text{ kg} = \underline{0.84 \text{ ton}}$$

23.835 ton

## 7. Cálculo del peso del elevador

Considerando una capacidad para 6 personas.

$$W \text{ PROMEDIO / PERSONA} = 70 \text{ kg}$$

$$W = 70 \text{ kg/persona} \times 6 \text{ personas} = 420 \text{ kg.}$$

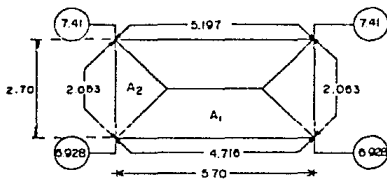
Considerando un peso propio del elevador = 300 kg

$$\text{Peso total} = 420 \text{ kg} + 300 \text{ kg} = 720 \text{ kg} = 0.72 \text{ ton}$$

## 8. Cargas adicionales en azotea

### a) Cuarto en zona de escalera

- Peso de losa



$$A1 = \frac{(5.70 + 3.0) \cdot 1.35}{2} = 5.87 \text{ m}^2$$

$$A2 = \frac{2.70 \times 1.35}{2} = 1.82 \text{ m}^2$$

$$W \text{ MUERTA} = 596$$

$$696 \times 5.87 = 4086 \text{ kg} = 4.086 \text{ ton}$$

$$W \text{ VIVA} = \frac{100}{696 \text{ kg/m}^2}$$

$$696 \text{ kg/m}^2$$

$$696 \times 1.82 = 1267 \text{ kg} = 1.267 \text{ ton}$$

- **Peso de Muros**

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 2.75 \text{ m} = 962.5 \text{ kg/m}$$

$$962.5 \text{ kg/m} \times 5.7 \text{ m} = 5486 \text{ kg} = 5.486 \text{ ton}$$

$$962.5 \text{ kg/m} \times 4.70 \text{ m} = 4524 \text{ kg} = 4.524 \text{ ton}$$

$$962.5 \text{ kg/m} \times 5.40 \text{ m} = 5198 \text{ kg} = \frac{5.198 \text{ ton}}{15.208 \text{ ton}} + 2 = 2.599$$

$$W \text{ CASTILLO} = 0.15^2 \times 2.75 \times 2.4 = 0.149 \text{ ton}$$

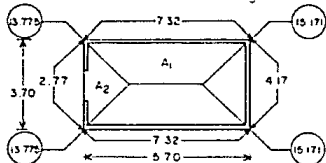
**Cargas adicionales en azotea****b) Peso del tanque del agua**

$$\text{Vol.} = 2.40 \text{ m} \times 3.00 \text{ m} \times 1.80 \text{ m} = 12.96 \text{ m}^3$$

- Considerando lleno el tanque

$$12.96 \text{ m}^3 \times 1000 \text{ kg/m}^3 = 12960 \text{ kg}$$

$$\text{Peso propio} = \frac{900 \text{ kg}}{13860 \text{ kg}} = 13.860 \text{ ton} + 2 = \frac{6.93}{2} = 3.465$$



$$A1 = \frac{(5.70 \text{ m} + 2.00 \text{ m}) \times 1.85 \text{ m}}{2} = 7.1225 \text{ m}^2$$

$$A2 = \frac{3.70 \text{ m} \times 1.85 \text{ m}}{2} = 3.4225 \text{ m}^2$$

- Peso de la losa

$$W \text{ MUERTA} = 720 \text{ kg/m}^2$$

$$W \text{ VIVA} = \frac{100 \text{ kg/m}^2}{820 \text{ kg/m}^2}$$

$$(820 \text{ kg/m}^2) (7.12 \text{ m}^2) = 5\,838 \text{ kg} = 5.838 \text{ ton}$$

$$5.838 \text{ ton} \times 2 = 11.676 \text{ ton}$$

$$820 \text{ kg/m}^2 \times 3.42 \text{ m}^2 = 2\,804 \text{ kg} = 2.804 \text{ ton}$$

$$2.804 \text{ ton} \times 2 = 5.608 \text{ ton}$$

- Peso de Muros

$$350 \text{ kg/m}^2 \times 4.00 \text{ m} = 1\,400 \text{ kg/m} \times 16.80 \text{ m} = 23\,520 \text{ kg} = 23.520 \text{ ton}$$

$$1\,400 \text{ kg/m} \times 5.70 \text{ m} = 7\,980 \text{ kg} = 7.980 \text{ ton} \times 2 = 15\,960 \text{ kg} = 15.960 \text{ ton}$$

$$1\,400 \text{ kg/m} \times 3.70 \text{ m} = 5\,180 \text{ kg} = 5.180 \text{ ton}$$

$$1\,400 \text{ kg/m} \times 1.70 \text{ m} = 2\,380 \text{ kg} = 2.380 \text{ ton}$$

$$\text{DESCARGA COL.} = 7.32 + 0.216 + 2.77 = 10.31$$

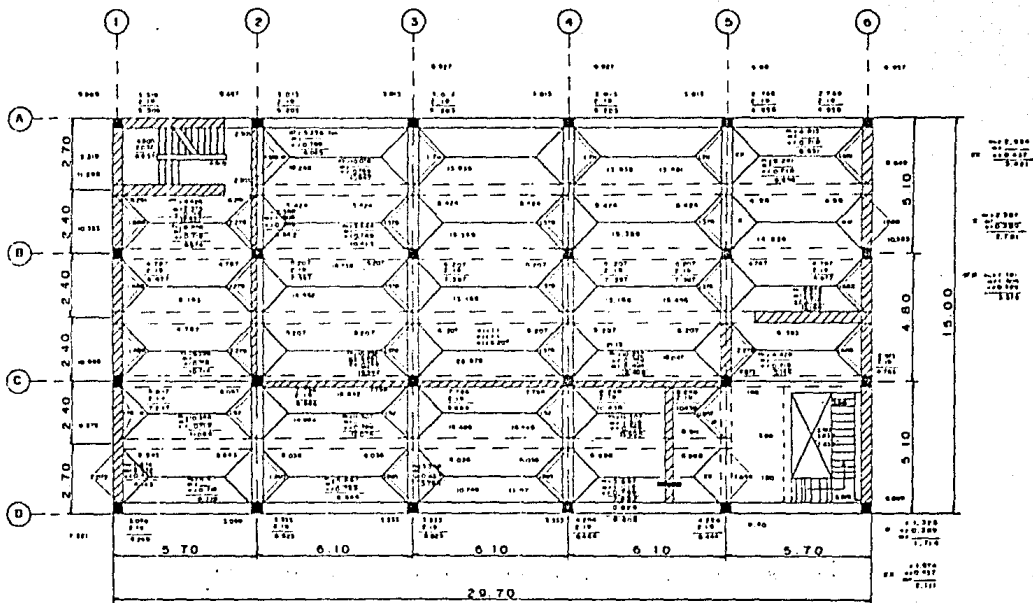
$$0.30 \times 0.20 \times 5.70 = 0.513 \times 2.4 = 0.821 \text{ ton}$$

$$0.20 \times 0.20 \times 3.70 \times 2.4 = 0.355 \text{ ton}$$

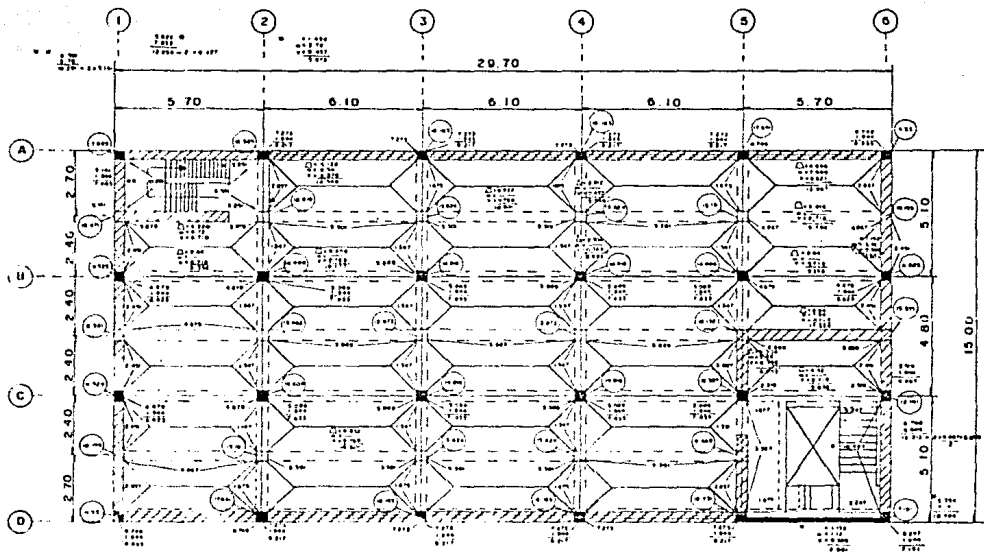
$$W \text{ CASTILLO} = 0.15 \times 0.15 \times 4.00 \times 2.4 = 0.216 \text{ ton}$$

$$\text{DESCARGA TOTAL COL.} = 3.465 + 10.31 = 13.775$$

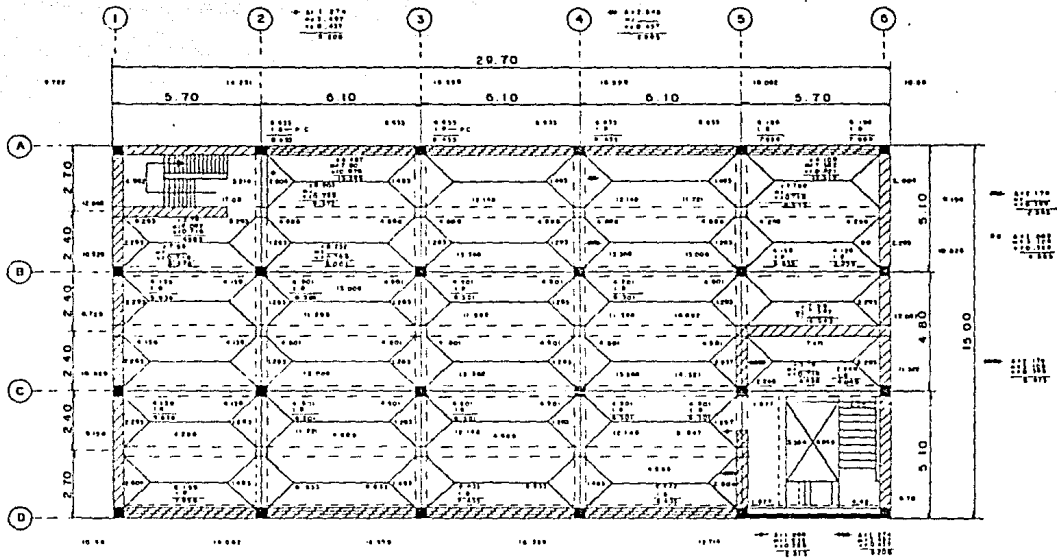
$$\text{DESCARGA TOTAL COL.} = 3.465 + 11.706 = 15.171$$



PLANTA BAJA (ESTACIONAMIENTO)

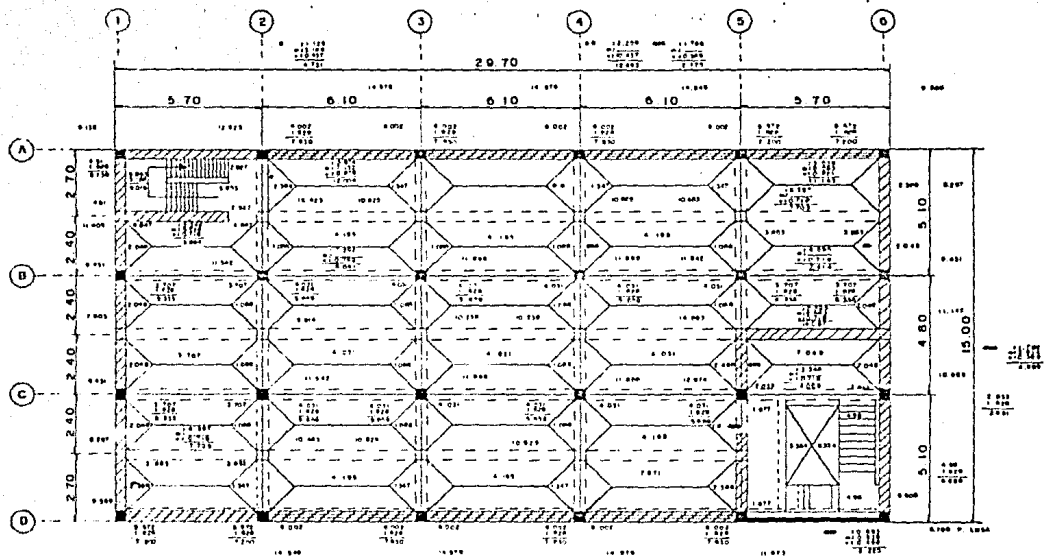


PLANTA TIPO DE ENTREPISO (PARA SALONES DE EXHIBICION)

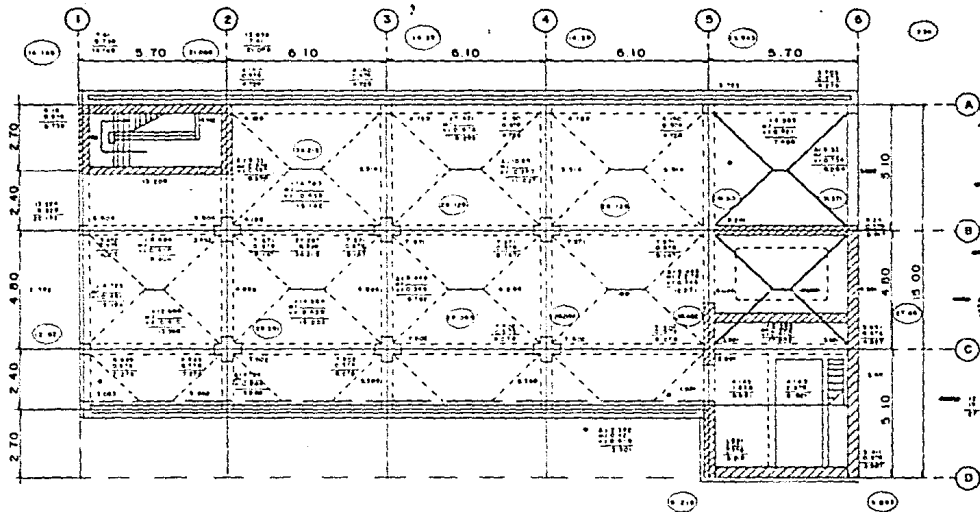


PLANTA TIPO DE ENTREPISO (PARA OFICINAS)





PLANTA TIPO DE ENTREPISO (HABITACIONES)



PLANTA DE AZOTEA

## 2.6 DISTRIBUCION DE MOMENTOS

### 2.6.1 Momentos Isostáticos

Se denominan momentos isostáticos a los que aparecen en un tramo de una estructura al suponer que los extremos de dicho tramo son apoyos libres.

### 2.6.2 Momentos de Empotramiento

Cuando todos los nudos de una estructura están perfectamente fijos para impedirles cualquier rotación, las cargas externas producen ciertos momentos flexionantes en los extremos de los elementos que las soportan. Dichas cantidades se denominan momentos de empotramiento.

### 2.6.3 Concepto de Rigidez Angular

Se puede definir el factor de rigidez angular como el momento extremo necesario para hacer girar la tangente en el extremo de un elemento (barra o viga) un ángulo unidad, cuando el otro extremo del elemento esta empotrado.

### 2.6.4 Concepto de Factor de Transporte

Se puede definir el factor de transporte como el momento introducido en el extremo empotrado de un elemento (barra o viga) cuando el opuesto gira a causa de un momento extremo unidad.

El factor de transporte es el valor por el cual debe multiplicarse el momento que se desarrolla en el extremo girado o desplazado de un elemento (siendo el otro extremo empotrado) para obtener el valor del momento inducido en el extremo opuesto.

### 2.6.5 Método de Cross.

Este método también conocido como el método de Distribución de Momentos fué presentado por el profesor Hardy Cross en 1930. La ventaja de este método sobre otros es su facilidad de aplicación, debido a que no implica la resolución de sistemas de ecuaciones como otros métodos. Además también tiene la ventaja de consistir en una serie de ciclos que convergen hacia el resultado final preciso, por lo cual se puede terminar la serie cuando se alcance el grado de precisión exigido por el problema de que se trate.

Los pasos que se deben realizar para resolver un problema por este método son los siguientes:

- 1° Se calculan los momentos de empotramiento.
- 2° Los momentos desequilibrados en cada nudo se distribuyen o equilibran mediante los factores de distribución calculados.
- 3° Se efectúan las transmisiones o transportes desde cada nudo hasta el opuesto.
- 4° Se distribuyen los nuevos momentos desequilibrados de cada nudo y así sucesivamente, terminando siempre con una distribución.

Cuando el proceso alcanza la exactitud requerida se da por terminado el problema.

## 2.5.6 EJEMPLO DE ANALISIS CON EL METODO DE CROSS

VIGA SECUNDARIA (A' DE PLANTA BAJA)

	①		②		③		④		⑤		⑥	
	2.197		1.778 ton-m		1.778 ton-m		1.778		1.747			
	5.70		6.10		6.10		6.10		5.70			
F.D.	-0.45	-0.55	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.55	-0.45			
F.T.	0	0.5		0.5		0.5		0.5		0.5		
M.E.	-8.923	5.513	-5.513	5.513	-5.513	5.513	-5.513	7.095				
D 1	1.535	1.876						-0.87	-0.712			
T 1			0.938				-0.435					
D 2			-0.469	-0.469	0.218	0.218						
			-0.235	0.109	-0.235	0.109						
	0.105	0.129	-0.055	-0.055	0.118	0.118	-0.06	-0.05				
		-0.028	0.065	0.059	-0.029	-0.03	0.059					
	0.013	0.015	-0.062	-0.062	0.029	0.029	-0.032	-0.027				
		-0.031	0.008	0.015	-0.031	-0.016	0.015					
	0.014	0.017	-0.012	-0.012	0.014	0.024	-0.008	-0.007				
		-0.006	0.009	0.012	-0.006	-0.004	0.012					
	0.003	0.003	-0.011	-0.011	0.005	0.005	-0.007	-0.005				
M.F.	-7.252	+7.253	-5.102	+5.099	-5.419	+5.422	-6.295	+6.294				
V	6.261	6.261	5.423	5.423	5.423	5.423	5.423	5.423	4.979	4.979		
	1.272	-1.272	-0.353	0.353	0.052	-0.052	0.143	-0.143	-1.104	1.104		
	4.989	7.533	5.776	5.07	5.371	5.475	5.28	5.566	6.063	3.875		
	4.989	13.309	10.441	10.755	11.649	3.875						

## NUDO 2

$$\begin{aligned}
 k_{2-1} &= 3EI/L = 0.53 \\
 k_{2-3} &= 4EI/L = 0.66 \\
 k_2 &= 0.53 + 0.66 = 1.19 \\
 F.D._{2-1} &= 0.53/1.19 = 0.45 \\
 F.D._{2-4} &= 0.66/1.19 = 0.55 \\
 M.E._{2-1} &= w l^2/8 = -8.923 \\
 M.E._{2-3} &= w l^2/12 = 5.513
 \end{aligned}$$

## NUDO 3

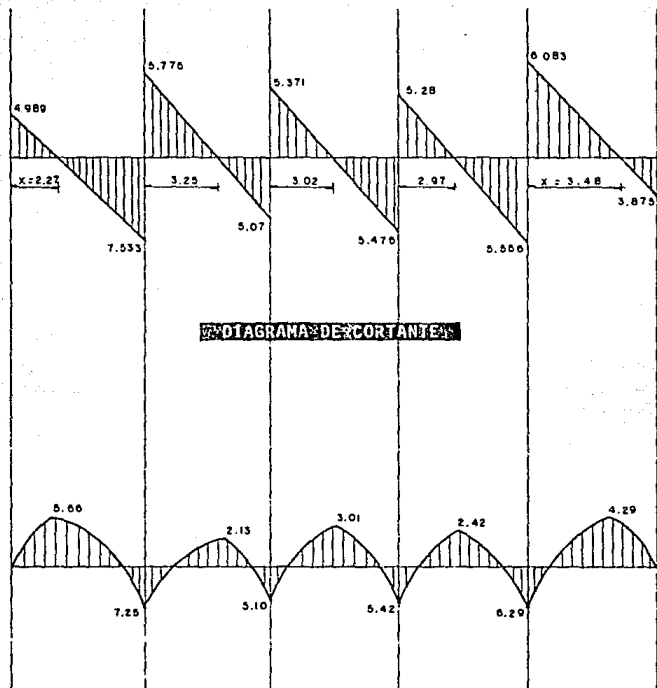
$$\begin{aligned}
 k_{3-2} &= 4EI/L = 0.66 \\
 k_{3-4} &= 4EI/L = 0.66 \\
 k_3 &= 0.66 + 0.66 = 1.32 \\
 F.D._{3-2} &= 0.66/1.32 = 0.5 \\
 F.D._{3-4} &= 0.66/1.32 = 0.5 \\
 M.E._{3-2} &= -M.E._{2-3} = -5.513 \\
 M.E._{3-4} &= 5.513
 \end{aligned}$$

## NUDO 5

$$\begin{aligned}
 k_{5-4} &= 4EI/L = 0.66 \\
 k_{5-6} &= 3EI/L = 0.53 \\
 k_5 &= 0.66 + 0.53 = 1.19 \\
 F.D._{5-4} &= 0.66/1.19 = 0.55 \\
 F.D._{5-6} &= 0.53/1.19 = 0.45 \\
 M.E._{5-4} &= w l^2/12 = -5.513 \\
 M.E._{5-6} &= w l^2/8 = 7.095
 \end{aligned}$$

## NUDO 4

$$\begin{aligned}
 F.D._{4-3} &= 0.5 \\
 F.D._{4-5} &= 0.5 \\
 M.E._{4-3} &= -5.513 \\
 M.E._{4-5} &= 5.513
 \end{aligned}$$



**DIAGRAMA DE MOMENTO**

$$X = \frac{4.989}{2.197} = 2.27$$

$$A = \frac{2.27 \times 4.989}{2} = 5.66$$

$$X = \frac{7.533}{2.197} = 3.43$$

$$A = \frac{3.43 \times 7.533}{2} = 12.92$$

$$12.92 - 7.25 = 5.67$$

**RESUMEN DE LOS ANALISIS POR CARGAS HORIZONTALES****3.1 EVALUACION DE LAS CARGAS POR VIENTO SEGUN REGLAMENTO.**

Las cargas vistas anteriormente actúan verticalmente, sin embargo, existen otras cargas que se aplican casi siempre horizontalmente, y se deben considerar en la realización del proyecto estructural. Tales cargas son las llamadas laterales. Bajo esta clasificación se incluyen las fuerzas por viento. Los vientos son movimientos horizontales de masas de aire debidos a diferencias de presión en las distintas zonas de la atmósfera y a la rotación terrestre. Para el diseño estructural interesan esencialmente los vientos que tienen velocidades muy grandes y que se asocian a fenómenos atmosféricos excepcionales. Por tanto, el viento se trata en el diseño como una acción accidental desde el punto de vista de las combinaciones de carga en que interviene y de los factores de carga que se deben adoptar. En las diferentes regiones existen distintas probabilidades de que se presente la acción de vientos extraordinarios, dependiendo de la ubicación geográfica y de las condiciones topográficas locales. Por ejemplo, las costas del Golfo de México son afectadas en el verano y el otoño por huracanes que transitan de Sur a Norte y provocan vientos de muy altas velocidades. Al penetrar estos huracanes tierra adentro, pierden rápidamente su potencia, por lo tanto, la probabilidad de que se presenten vientos de muy altas velocidades es mucho menor en el interior del país que en las costas.

Las consideraciones y procedimientos que se expondrán en este tema son los del Reglamento del Departamento del D. F. con algunas variantes adicionales basadas en el Manual de la C. F. E. de Diseño por Viento, ya



que el primero contiene aspectos que son aplicables solamente a la Ciudad de México.

#### 1. Clasificación de las Estructuras según se destino.

Atendiendo al uso que se les vaya a dar las estructuras se clasifican como se indica a continuación:

**Grupo A:** Pertenecen a este grupo aquellas estructuras, que en caso de fallar, causarían pérdidas directas o indirectas excepcionalmente altas en comparación con el costo necesario para aumentar su seguridad. Tal es el caso de plantas termoeléctricas, casas de máquinas, obras de toma, torres de transmisión, subestaciones, centrales telefónicas, hospitales, escuelas, estadios, etc.

**Grupo B:** pertenecen a este grupo las estructuras en las que el cociente entre el costo de una falla y el costo de incrementar la resistencia es de magnitud moderada. Este es el caso de presas, plantas industriales, bodegas ordinarias, gasolineras, comercios, restaurantes, casas para habitación privada, hoteles, edificios de apartamentos u oficinas, bardas mayores de 2.50 m. de altura y todas aquellas estructuras cuya falla por viento pueda poner en peligro a otras construcciones de este grupo o del Grupo A.

**Grupo C:** Pertenecen a este grupo estructuras en las que no es justificable incrementar su costo para aumentar su resistencia, ya que su falla por viento no implica graves consecuencias, ni puede causar daños a estructuras de los dos grupos anteriores. Este es el caso de bardas cuya altura sea menor de 2.50 m., bodegas provisionales

para la construcción de obras pequeñas, etc.

## 2. Clasificación de las Estructuras por las Características de sus Respuestas ante Viento.

Atendiendo a la naturaleza de los principales efectos que el viento puede ocasionar en las estructuras, estas se clasifican en cuatro tipos:

**Tipo 1:** Comprende las estructuras poco sensibles a las ráfagas y a los efectos dinámicos de viento. Incluye las construcciones cerradas techadas con sistemas de cubierta rígidas, es decir, que sean capaces de resistir las cargas debidas a viento sin que varíe esencialmente su geometría. Se excluyen las construcciones en que la relación entre altura y dimensión menor en planta es mayor que cinco, o cuyo período natural de vibración excede de 2 seg.

**Tipo 2:** Comprende las estructuras cuya esbeltez o dimensiones reducidas de su sección transversal las hace especialmente sensibles a las ráfagas de corta duración y cuyos períodos naturales largos favorecen la ocurrencia de oscilaciones importantes. Se cuentan en este tipo los edificios con esbeltez, definida como la relación entre la altura y la mínima dimensión en planta, mayor de 5, o con período fundamental mayor de 2 segundos. Se incluyen también las torres atirantadas o en voladizo para líneas de transmisión, antenas, tanques elevados, parapetos, anuncios y, en general, las estructuras que presentan una dimensión muy corta paralela a la dirección del viento.

**Tipo 3:** Comprende estructuras como las definidas en el Tipo 2 en que, además, la forma de la sección transversal propicia la generación periódica de vórtices o remolinos de ejes paralelos a la mayor dimensión de la estructu-

ra. Son de este tipo las estructuras o componentes aproximadamente cilíndricos y de pequeño diámetro, tales como tuberías y chimeneas.

**Tipo 4:** Comprende las estructuras que por su forma o por lo largo de sus períodos de vibración presentan problemas aerodinámicos especiales.

### 3. Regionalización Eólica de la República Mexicana.

Para fines de diseño por viento el país se ha dividido en varias zonas, según se muestra en la fig. 3.11.

En la tabla 3.1 se indican, para cada una de estas zonas, las velocidades regionales ( $V_R$ ) para períodos de recurrencia de 50 y 200 años.

ZONA EOLICA	VELOCIDAD REGIONAL ( KM/HORA )	
	ESTRUCTURAS GRUPO B	ESTRUCTURAS GRUPO A
1	90	105
2	125	150
3	115	125
4	160	185
5	80	90
6	150	170
7	80	95

**TABLA 3.1. VELOCIDADES REGIONALES  $V_R$**

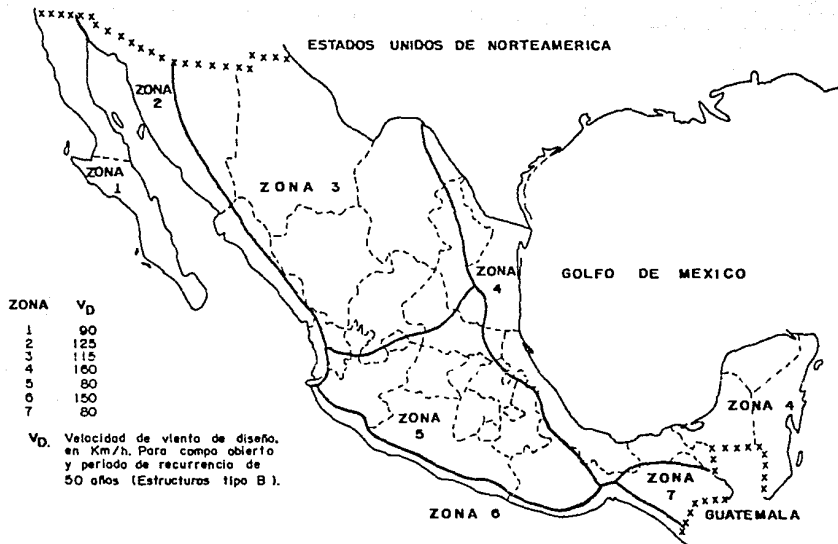


FIGURA 3.11.- REGIONALIZACION EOLICA DE LA REPUBLICA MEXICANA ADOPTADA EN EL MANUAL DE OBRAS CIVILES (C.F.E.)

#### 4. Velocidad de Diseño ( $V_D$ ).

La velocidad de diseño pretende representar usualmente el componente estático y, por lo tanto, se define como el promedio en un lapso de varios minutos de la velocidad instantánea registrada. Se obtiene con la siguiente fórmula:

$$V_D = V_R K$$

donde  $k$  es un factor que depende de la topografía del sitio y se tomará conforme a la tabla 3.2.

#### 5. Presión de Diseño.

El viento puede actuar en cualquier dirección, en general, y debe investigarse cual es la dirección que produce efectos más desfavorables en la estructura. En edificios regulares y en otras estructuras comunes es suficiente revisar en forma independiente la acción del viento en dos direcciones ortogonales que coinciden con los ejes principales del sistema estructural. La presión del viento se obtiene con la siguiente fórmula:

$$p = 0.0048 C_D V_D^2$$

donde:  $C_D$  = Factor de forma llamado también factor de empuje.

$V_D$  = Velocidad de diseño

$p$  = Presión

Para la presión de diseño se deben considerar los siguientes factores:

- a) Ubicación geográfica de la construcción.
- b) Características topográficas locales del sitio en lo relacionado con la rugosidad de la superficie.
- c) Altura sobre el nivel del terreno de la porción de la estructura que se considere.
- d) Importancia de la construcción.
- e) Sensibilidad de la estructura a los efectos de ráfaga. Las condiciones de rugosidad del terreno modifican la forma en que la velocidad varía con la altura. La velocidad máxima (velocidad gradiente) a alturas muy grandes no se ve alterada por este concepto, pero si la velocidad base, cuando esta especificada a 10 m. de altura. Por tanto los incisos (b) y (c) antes mencionados pueden tomarse en cuenta con el factor correctivo siguiente:

$$K \left( \frac{Z}{10} \right)^{\alpha} \text{ PARA } Z \leq Z_G$$

donde: Z es la altura en metros sobre el nivel del terreno K y  $\alpha$  son coeficientes.

Z<sub>G</sub> es la altura gradiente, a la cual se alcanza la velocidad gradiente.

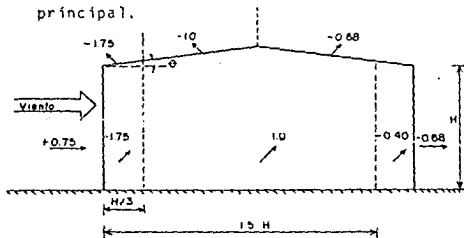
Los valores de K,  $\alpha$  y Z<sub>G</sub> aparecen en la tabla 3.2.

TIPO DE TERRENO	K	$\alpha$	$Z_g$ (m)
A Centro de ciudades con concentración de edificios altos (más de la mitad de las construcciones tienen alturas de más de 21 m.)	0.5	0.33	450
B Areas urbanas y suburbanas, zonas boscosas, campo abierto con topografía irregular.	0.8	0.22	400
C Campo abierto con terreno plano.	1.0	0.14	275
D Litorales y promontorios	1.2	0.10	200

**ESTABLECE LOS PARÁMETROS QUE DEFINEN LA VARIACION DE LA**

**VELOCIDAD DE VIENTO CON LA ALTURA**

Los coeficientes de empuje ( $C_d$ ) en edificios comunes se muestran en la fig. 3.2. Estos coeficientes en las caras de barlovento y sotavento originan fuerzas en la misma dirección por lo que se pueden sumar y aplicar un sólo coeficiente para la determinación de la fuerza horizontal total sobre la estructura principal.



**FIG. 3.2. COEFICIENTES DE EMPUJE EN EDIFICIOS.**

ESTA TESIS NO DEBE SER PRESTADA A LA BIBLIOTECA

La fuerza de viento aplicada en cada nivel se obtiene multiplicando la presión por el área tributaria de cada nivel.

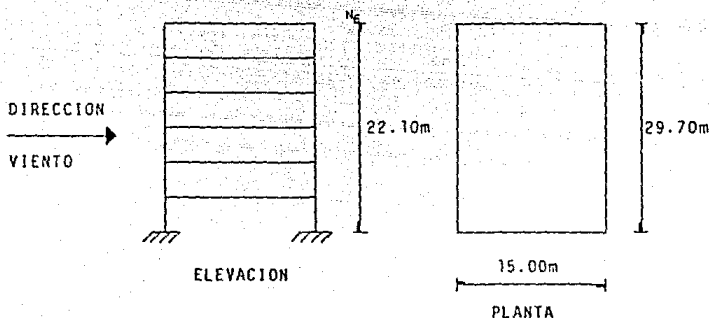
$$F = p B \Delta z$$

Donde:

B es el ancho de la superficie expuesta al viento  
 $\Delta Z$  es la distancia entre los centros de entrepisos sucesivos.



### 3.2 APLICACION AL EJEMPLO DE LAS NORMAS POR VIENTO



Se utilizarán los coeficientes de la C.F.E. ya que el edificio está ubicado en Veracruz y el Reglamento del D. F. considera presiones básicas de diseño por viento aplicables solamente en el D.F.

Según la regionalización eólica adoptada por el manual de la C.F.E.:

Velocidad de viento (zona 4) = 160 km/h

$$k = 0.8$$

$$C_D = 0.75 + 0.68 = 1.43$$

$$\alpha = 0.22$$

$$V_D = 0.80 \times 160 = 128 \text{ km/h para } Z \leq 10 \text{ m}$$

$$p = 0.0048 C_D V_D^2$$

$$p = (0.0048) (1.43) (128)^2 = 112.46 \text{ kg/m}^2$$

Para  $10 \leq Z \leq 22.10$

$$V_o = 0.8 \times 160 \left( \frac{Z}{10} \right)^{0.2} = 128 \left( \frac{22.10}{10} \right)^{0.22} = 152.4 \text{ km/h}$$

$$p = (0.0048) (1.43) (152.4)^2 = 159.42 \text{ kg/m}^2$$

La fuerza de viento en cada nivel se obtiene con la ecuación:

$$F = p B \Delta z$$

donde:

B = ancho de la superficie expuesta al viento

$\Delta z$  = distancia entre los centros de entrepisos sucesivos

B = 29.70m

NIVEL	Z (m)	$V_o$ (km/h)	$p$ (kg/m <sup>2</sup> )	F (ton)
0	0	128	112.46	7.18
1	4.30	128	112.46	13.36
2	8.00	128	112.46	12.36
3	11.70	133	121.42	13.34
4	15.40	141	136.46	15.0
5	19.10	148	150.35	14.96
6	22.10	152	159.42	7.10

$$\Sigma = 83.30$$

Para Z = 11.70

$$V_o = 0.8 (160) \left( \frac{11.70}{10} \right)^{0.22} = 132.5 \text{ km/h} \approx 133 \text{ km/h}$$

$$p = 0.0048 C_o V_o^2 = (0.0048) (1.43) (133)^2 = 121.42 \text{ kg/m}^2$$

Para Z = 15.40

$$V_D = 0.80 ( 160 ) \left( \frac{15.40}{10} \right)^{0.22} = 140.8 \text{ km/h} \approx 141 \text{ km/h}$$

$$p = ( 0.0048 ) ( 1.43 ) ( 141 )^2 = 136.46 \text{ kg/m}^2$$

Para Z = 19.10

$$V_D = 0.80 ( 160 ) \left( \frac{19.10}{10} \right)^{0.22} = 147.58 \text{ km/h} \approx \text{km/h}$$

$$p = ( 0.0048 ) ( 1.43 ) ( 148 )^2 = 150.35 \text{ kg/m}^2$$

### 3.3 EVALUACION DE ACCIONES SISMICAS SEGUN REGLAMENTO.

Las grandes incertidumbres en la estimación tanto de las características de movimientos sísmicos, como del comportamiento y capacidad de los elementos estructurales ante ellos, hacen que no sea posible establecer, dentro de límites racionales y económicos, criterios de diseño que garanticen la ausencia de daños en una estructura ante la acción de cualquier temblor.

El objeto del diseño por sismo es minimizar daños y preservar la vida humana, aún en los casos más severos. Específicamente, mediante las recomendaciones para diseño, se pretende que la mayoría de las estructuras:

- a) Resistan temblores ligeros sin daño alguno.
- b) Resistan temblores moderados con daño estructural insignificante y con cierto daño no estructural.
- c) No colapsen ante la acción de sismos severos.

Los procedimientos de diseño sísmico adoptados por el Manual de Obras Civiles de la C. F. E. son los mismos que los del Reglamento del D. F., pero generalizados para todo el país, y son los que se presentan a continuación en forma breve:

#### 1. Clasificación de las Construcciones según su destino.

De acuerdo a su destino, las construcciones, se pueden clasificar dentro de los tres grupos siguientes:

**Grupo A:** Construcciones que sean especialmente importantes a raíz de un sismo o que en caso de fallas causarían pérdidas directas o indirectas excepcionalmente altas en comparación con el costo necesario para aumentar su seguridad. Tal es el caso de plantas y subestaciones eléctricas, centrales telefónicas, estaciones de bomberos, archivos y registros públicos, hospitales, estadios, auditorios, templos, salas de espectáculos, estaciones terminales de transporte, monumentos, museos y locales que alojan equipo especialmente costoso en relación con la estructura.

**Grupo B:** Construcciones cuya falla ocasionaría pérdidas de magnitud intermedia, tales como plantas industriales, bodegas ordinarias, gasolineras, comercios, bancos, restaurantes, casas para habitación privada, hoteles, edificios de apartamentos y oficinas, bardas cuya altura exceda de 2.50 m. y todas aquellas estructuras cuya falla por movimiento sísmico pueda poner en peligro otras estructuras de este grupo o del grupo A.

**Grupo C:** Construcciones cuya falla por sismo implicaría un costo pequeño y normalmente no causaría daños a estructuras de los grupos A y B. En esta clasificación se incluyen bardas con altura no mayor de 2.50 m. y bodegas provisionales para la construcción de obras pequeñas. Estas estructuras no requieren diseño sísmico.

## 2. Clasificación de las Construcciones según su Estructuración.

**Tipo 1.-** Dentro de este tipo se incluyen los edificios y naves industriales, salas de espectáculos y construcciones semejantes, en las que las fuerzas laterales se

resisten en cada nivel por marcos continuos, contraventeados o no, por diafragmas o muros, o por combinación de diversos sistemas como los mencionados.

Tipo II.- Muros de retención.

Tipo III.- Otras estructuras.

### 3. Regionalización Sísmica de la República Mexicana.

Para fines de diseño sísmico, la República Mexicana se considera dividida en cuatro zonas ( ver fig. 3.31). La zona D es la de mayor intensidad sísmica, mientras que la de menor es la zona A.

### 4. Clasificación de Terrenos de Cimentación.

Atendiendo a su rigidez, se considerarán los siguientes tipos de terreno:

Tipo I: Terreno firme, tal como tepetate, arenisca medianamente cementada, arcilla muy compacta o suelos con características similares.

Tipo II: Suelo de baja rigidez, tal como arenas no cementadas o limos de mediana o alta compacidad, arcillas de mediana compacidad o suelos de características similares.

Tipo III: Arcillas blandas muy compresibles.

### 5. Coeficiente Sísmico y Espectro de Diseño.

El coeficiente sísmico es el factor que multiplicado

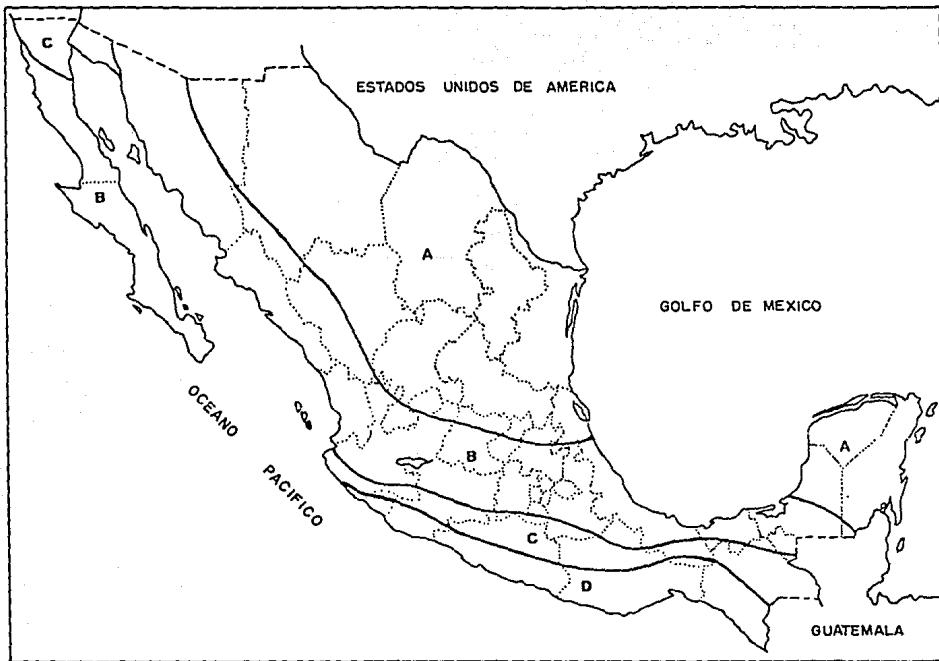


Fig. 3.31 Regionalización Sísmica de la República (Manual de Obras Civiles, C.S.F., E.)

por el peso total de una estructura, proporciona la fuerza cortante horizontal en la base debido a la acción de un sismo.

$$F_B = C W$$

donde:

$F_B$  = Fuerza cortante horizontal en la base.

$C$  = Coeficiente sísmico.

$W$  = Peso total de la estructura.

El coeficiente sísmico expresado como función del período de vibración de la estructura, o de uno de sus modos, es el espectro de diseño de aceleraciones.

El coeficiente sísmico básico ( $c$ ) es la mayor ordenada espectral que debe emplearse para el análisis sísmico estático cuando no se calcule el período de vibración de la estructura.

## 6. Factor de Ductilidad.

Para el cálculo de fuerzas sísmicas, las ordenadas del espectro de diseño pueden reducirse dividiéndolas entre el factor reductor  $Q$ . El factor  $Q$  podrá diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sea la ductilidad de ésta en tales direcciones.

Se adoptarán los siguientes valores del factor reductor  $Q$ :

Caso 1  $Q = 6.0$ .- Para estructuras del tipo 1 en que la resistencia es suministrada en todos los niveles exclusivamente por marcos no contraventeados de concreto reforzado o de acero con zona de fluencia definida.



Caso 2  $Q = 4$ .- Para estructuras del tipo 1 en que la resistencia en todos los niveles es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de concreto, acero o madera con o sin zona de fluencia definida, o bien por marcos contraventeados o con muros de concreto en los que la capacidad de los marcos sin contar muros ni contravientos es cuando meños el 25% de la fuerza sísmica actuante.

Caso 3  $Q = 2$ .- Para estructuras tipo 1 en donde la resistencia a fuerzas laterales la proporcionan marcos con columnas de acero, madera o concreto reforzado, contraventeados o no, o por muros, de concreto que no cumplan en algún entrepiso lo especificado en los casos 1 y 2, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dadas, columnas y traveses de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las Normas Complementarias respectivas.

Caso 4  $Q = 1.5$ .- Para estructuras tipo 1 en que la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los niveles por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior que satisfacen los requisitos de las Normas Complementarias respectivas, o por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos 1 a 3.

Caso 5  $Q = 1.0$ .- Para construcciones con estructuración de cualquier otro tipo, cuya resistencia a fuerzas laterales la proporcionan, cuando menos parcialmente, elementos o materiales diferentes de los antes señalados. Se incluyen específicamente las estructuras de muros de carga de mampostería natural o artificial sin confinar y las construcciones con muros de adobe.

## 7. Condiciones de Regularidad.

Para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

- a) Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.
- b) La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.
- c) La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.
- d) En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20% de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.
- e) En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.
- f) No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20% de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20% del área de la planta.
- g) El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70% de dicho peso.

h) Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70% de esta. Se exige de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.

i) Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.

j) La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100% a la del entrepiso inmediato inferior.

k) En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente ( $e_s$ ) excede del 10% de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

## B. Métodos de Análisis.

### a) Método Simplificado de Análisis.

Este método es utilizado en el análisis de estructuras del tipo 1 que tienen una altura no mayor de 13 m. y que en cada nivel existen cuando menos dos muros perimetrales de carga paralelos, o que forman entre sí un ángulo no mayor de 20 grados.

### b) Análisis Estático.

Las estructuras con altura menor de 60 m. podrán analizarse de acuerdo con este método.

c) Análisis Dinámico.

Este método es aplicable a edificios con altura mayor de 60 m.

### 3.4 ANÁLISIS ESTÁTICO GLOBAL, DETERMINACION DE CORTANTES DE ENTREPISO

El Manual de Obras Civiles de la C.F.E. de diseño por sismo, permite que el análisis sísmico de edificios con altura menor de 60 metros se realice con el método estático. La aplicación de este método consta básicamente de los siguientes pasos:

1. Se representa la acción del sismo por fuerzas horizontales que actúan en los centros de masas de los pisos, en dos direcciones ortogonales.
2. Estas fuerzas se distribuyen entre los sistemas resistentes a carga lateral que tiene el edificio (muros y/o marcos).
3. Se efectúa el análisis estructural de cada sistema resistente ante las cargas laterales que le correspondan.

De acuerdo al Reglamento, las fuerzas cortantes sísmicas en los diferentes niveles de una estructura pueden valuarse suponiendo un conjunto de fuerzas horizontales que actúan sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. La fuerza actuante donde se concentra una masa ( $i$ ) es igual al peso de la misma ( $W_i$ ) por un coeficiente proporcional a la altura ( $h_i$ ) de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales pueden ser apreciables), sin incluir tanques, apéndices u otros elementos cuya estructura difiera radicalmente del resto de la estructura.

El factor de proporcionalidad se tomará de tal manera

que la relación  $V/W$  en la base sea igual a  $c/Q$  pero no menor que  $a_0$ . Los valores de  $C$  y  $a_0$  se presentan en la siguiente tabla.

Z O N A	C	$a_0$	T1 (seg)	T2 (seg)	r
I (terreno firme)	0.16	0.030	0.3	0.8	1/2
II (terreno de transición)	0.20	0.045	0.5	2.0	2/3
III (terreno compresible)	0.24	0.060	0.8	3.3	1

**Tabla 1.1. Valores de  $C$ ,  $a_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  y  $r$ .**

Este método se basa en la determinación de la fuerza lateral total (cortante en la base) a partir de la fuerza de inercia que se induce en un sistema equivalente de un grado de libertad, para después distribuir esta cortante, en fuerzas concentradas a diferentes alturas de la estructura, obtenidas suponiendo que ésta va a vibrar esencialmente en su primer modo natural. Este método no es aplicable en estructuras que tengan geometría muy irregular en planta o elevación, o distribuciones no uniformes de masas y rigideces.

La fuerza cortante basal se determina como:

$$V = C_s W$$

dónde:

$W$  es el peso total de la estructura

$C_s$  es el coeficiente de cortante basal

$$C_s = c / Q$$

Ya habiéndose determinado la fuerza cortante en la base, debe definirse cuáles son las fuerzas individuales aplicadas en cada masa, las que sumadas dan lugar a dicha cortante total. El Reglamento del D. F. acepta la hipótesis de que la distribución de aceleraciones en los diferentes niveles de la estructura es lineal, partiendo de cero en la base hasta un máximo en la punta. De ello resulta que la fuerza lateral en cada piso vale:

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} V \Rightarrow F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} C_s W \text{ ----- } 1$$

Con esta última expresión se determinan las fuerzas aplicadas en cada masa. En edificios la masa se considera concentrada a nivel de cada losa de piso.

### 3.5 ANÁLISIS ESTÁTICO. APLICACION AL EJEMPLO

Edificio grupo B

Zona sísmica B (según el manual de la C.F.E.)

Terreno tipo I

$$a_0 = 0.03$$

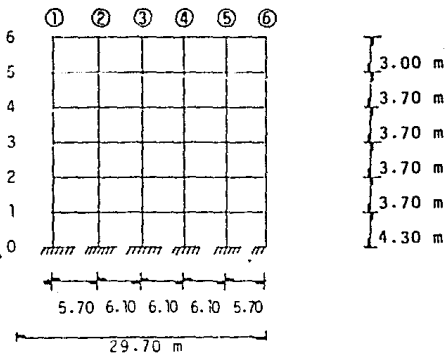
$$c = 0.16$$

$$r = 1/2$$

Para marcos de concreto reforzado:  $Q = 4$

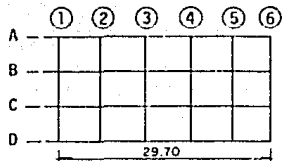
$$C_s = c/0 = 0.16/4 = 0.04 > a_0$$

$$C_s = 0.04$$



**E L E V A C I O N**





### P-L-A-N-T-E-A

En azotea:

$$\begin{aligned} \text{carga muerta} &= 720 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga viva} &= 70 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga total} &= 790 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

En entrapiso para habitaciones:

$$\begin{aligned} \text{carga muerta} &= 450 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga viva} &= 90 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga total} &= 540 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

En entrapiso para oficina:

$$\begin{aligned} \text{carga muerta} &= 450 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga viva} &= 180 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga total} &= 630 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

En entrapiso para salones de exh.

$$\begin{aligned} \text{carga muerta} &= 450 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga viva} &= 250 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga total} &= 700 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

En planta baja para estacionamiento:

$$\begin{aligned} \text{carga muerta} &= 570 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga viva} &= 100 \text{ kg/m}^2 \\ \text{carga total} &= 670 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

## Cálculo de los pesos en entrepisos

$$\text{Azotea: } W_6 = (790 \text{ kg/m}^2) \times 29.70 \text{ m} \times 12.30 \text{ m} = 288,594.9 \text{ kg} = 288.59 \text{ ton}$$

$$\text{Planta tipo: } W_5 = 540 \text{ kg/m}^2 \times 29.70 \text{ m} \times 15.00 \text{ m} = 240,570 \text{ kg} = 240.57 \text{ ton}$$

$$\text{Planta tipo: } W_4 = W_3 = W_2 = 630 \text{ kg/m}^2 \times 29.70 \text{ m} \times 15.00 \text{ m} = 280,665 \text{ kg} = 280.67 \text{ ton}$$

$$\text{Planta tipo: } W_1 = 700 \text{ kg/m}^2 \times 29.70 \text{ m} \times 15.00 \text{ m} = 311,850 \text{ kg} = 311.85 \text{ ton.}$$

Para la azotea tenemos

$$\text{Peso de los muros: } 29.09 \text{ ton} \times 2 = 14.545$$

$$\text{Cargas adicionales: } 86:568 \text{ ton} = 86.568$$

$$\text{Peso de vigas: } 16.75 \text{ ton} = 16.75$$

$$\text{Peso de columnas: } 20 \times 1.152 = 23.04 \text{ ton} \times 2 = \underline{11.52}$$

$$129.38$$

Para el entrepiso tenemos:

$$\text{Peso de muros: } 49.602 \text{ ton} \times 2 = 24.801 \text{ ton}$$

$$\text{Peso de vigas principales: } 9,720 \text{ kg} = 9.72 \text{ ton}$$

$$\text{Peso de vigas secundarias: } 17,992.8 \text{ kg} = 17.99 \text{ ton}$$

$$\text{Peso de vigas perimetrales: } 12,873.6 \text{ kg} = 12.87 \text{ ton}$$

$$\text{Peso de columnas: } 24 \times 1.8 = 43.20 \text{ ton} \times 2 = 21.6 \text{ ton}$$

Para planta baja tenemos:

$$\text{Muros: } 42.368 \text{ ton} \times 2 = 21.184 \text{ ton}$$

$$\text{Vigas Principales: } 24.20 \text{ ton}$$

$$\text{Vigas secundarias: } 17.99 \text{ ton}$$

$$\text{Columnas: } 24 \times 2.58 = 61.92 \text{ ton} \times 2 = 30.96 \text{ ton.}$$

$$\begin{aligned}
 W_5 - \text{Peso de muros:} & 14.545 + 24.801 = 39.35 \text{ ton} \\
 W_5 - \text{Peso de columnas:} & 11.52 + 21.6 = 33.12 \text{ ton} \\
 W_5 - \text{Peso de vigas:} & \underline{40.58 \text{ ton}} \\
 & 113.05 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_4 - \text{Peso de muros:} & 24.80 + 24.80 = 49.60 \text{ ton} \\
 W_4 - \text{Peso de columnas:} & 21.60 + 21.60 = 43.20 \text{ ton} \\
 W_4 - \text{Peso de vigas:} & \underline{40.58 \text{ ton}} \\
 & 133.38 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

$$W_4 = W_3 = W_2$$

$$\begin{aligned}
 W_1 - \text{Peso de muros:} & 24.801 + 21.184 = 45.99 \text{ ton} \\
 W_1 - \text{Peso de columnas:} & 21.6 + 30.96 = 52.56 \text{ ton} \\
 W_1 - \text{Peso de vigas:} & 24.20 + 17.99 = \underline{42.19 \text{ ton}} \\
 & 140.74 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

#### Cálculo del peso total en entrepisos

$$\begin{aligned}
 \text{Entrepiso } W_1 &= 311.85 + 140.74 = 452.59 \text{ ton} \\
 \text{Azotea: } W_6 &= 268.59 + 129.38 = 417.97 \text{ ton} \\
 \text{Entrepiso } W_5 &= 240.57 + 113.05 = 353.62 \text{ ton} \\
 \text{Entrepiso } W_4 &= W_3 = W_2 = 280.67 + 133.38 = 414.05 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

Para el cálculo de las fuerzas sísmicas en los entrepisos, se realiza la siguiente tabla:

Ni	hi (m)	Wi (ton)	Wih <sub>i</sub> (tn-m)	Fi (ton)	Vi (ton)
6	22.10	417.97	9,237.14	28.06	28.06
5	19.10	353.62	6,754.14	20.52	48.58
4	15.40	414.05	6,376.37	19.37	67.95
3	11.70	414.05	4,844.39	14.72	82.67
2	8.00	414.05	3,312.40	10.06	92.73
1	4.30	452.59	1,946.14	5.91	98.64
0	S U M A	2,466.33	32,470.58		

$$V = C_s W = 0.04 \times 2,466.33 = 98.65 \text{ ton.}$$

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} V$$

### 3.6 CONCEPTO DE RIGIDEZ DE ENTREPISO

La rigidez de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante absorbida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles que lo limitan. La rigidez así definida no es independiente del sistema de fuerzas laterales. Por tanto, para calcularla con rigor debe conocerse tal sistema con anterioridad, lo cual en general no es posible.

En marcos ordinarios de edificios el empleo de sistemas de cargas que no son estrictamente proporcionales al definitivo de análisis introduce errores de poca importancia, y usualmente es aceptable calcular las rigideces a partir de hipótesis simplificadoras sobre la forma del sistema de fuerzas laterales. En muros, contravientos y ciertos marcos es indispensable tener en cuenta la variación de la carga lateral.

### 3.7 ECUACIONES DE WILBUR

Las fórmulas de Wilbur son aplicables a marcos regulares formados por piezas de momentos de inercia constante, y se basan en las siguientes hipótesis:

1. Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales, excepto en el nivel de desplante, en donde puede suponerse empotramiento o articulación según el caso.
2. Las fuerzas cortantes en los dos entrepisos adyacentes al que interesa son iguales a la de éste.

De lo anterior resultan las siguientes ecuaciones.

a) Para el primer entrepiso:

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación.

$$R_1 = \frac{48 E}{h_1 \left[ \frac{4h_1}{\sum k c_i} + \frac{h_1 + h_2}{\sum k t_i + \frac{k c_i}{12}} \right]} \quad \text{----- 1}$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación.

$$\bar{R}_1 = \frac{24 E}{h_1 \left[ \frac{8 h_1}{\sum k c_i} + \frac{2 h_1 + h_2}{\sum k t_i} \right]} \quad \text{----- 2}$$

b) Para el segundo entrepiso:

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación.

$$R_2 = \frac{48 E}{h_2 \left[ \frac{4h_2}{\sum kc_2} + \frac{h_1 + h_2}{\sum kt_1 + \frac{\sum kc_1}{12}} + \frac{h_2 + h_3}{\sum kt_2} \right]} \quad \text{----- 3}$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación:

$$R_2 = \frac{48 E}{h_2 \left[ \frac{4h_2}{\sum kc_2} + \frac{h_2 + h_3}{\sum kt_2} + \frac{2h_1 + h_2}{\sum kt_1} \right]} \quad \text{----- 4}$$

c) Para entrepisos intermedios.

$$R_n = \frac{48 E}{h_n \left[ \frac{4h_n}{\sum kcn} + \frac{h_m + h_n}{\sum ktn} + \frac{h_n + h_o}{\sum ktn} \right]} \quad \text{----- 5}$$

En estas ecuaciones:

$R_n$  = rigidez del entrepiso en cuestión.

$ktn$  = rigidez (I/L) de las vigas del nivel sobre el entrepiso n.

$kcn$  = rigidez (I/L) de las columnas del entrepiso n.

$m, n, o$  = índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba.

$h_n$  = altura del entrepiso n.

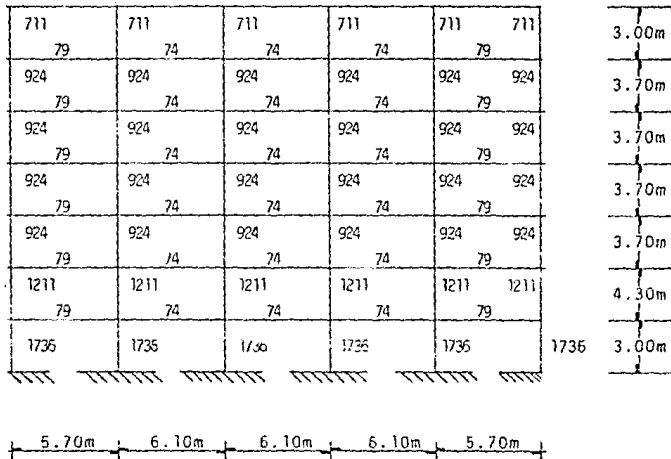
Para el entrepiso superior, si se acepta que la cortante del penúltimo piso es el doble que la del último, se encuen-

tra que es aplicable la fórmula para entrepisos intermedios poniendo  $2 h_m$  en vez de  $h_m$  y haciendo  $h = 0$ .



### 3.8 EJEMPLO NUMÉRICO DE WILBUR.

A continuación se presenta un ejemplo numérico de las ecuaciones de Wilbur:



#### MARCO A-A



$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$I = \frac{50 \times 50^3}{12} = 520,833 \text{ cm}^4$$

COL. EN P.B.  
Y SOTANO

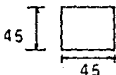
$$K = \frac{I}{L}$$

$$K = \frac{520,833 \text{ cm}^4}{300 \text{ cm}} = 1,736$$

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación.

$$R_1 = \frac{48 E}{h_1 \left[ \frac{4h_1}{\sum kc_1} + \frac{h_1}{\sum kt_1} + \frac{h_2}{\frac{\sum kc_1}{12}} \right]}$$

COL. EN ENTREPISO.

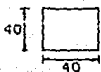


$$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{45 \times 45^3}{12} = 341\,719 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{341\,719}{370} = 924$$

$$E = 2.1 \times 10^6 = 2\,100\,000$$

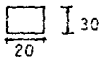
COL EN AZOTEA.



$$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{40 \times 40^3}{12} = 213\,333 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{213\,333}{300} = 711$$

Rigidez de vigas.



$$I = \frac{b h^3}{12} = \frac{20 \times 30^3}{12} = 45,000 \text{ cm}^4$$

$$k = 45,000 + 570 = 79$$

$$R_1 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{300 \left[ \frac{4 \times 300}{10\,416} + \frac{300 + 430}{380 + \frac{10416}{12}} \right]} = 480,000 \text{ kg/cm}$$

$$R_1 = 480,000 \text{ kg/cm.}$$

$$R_2 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{430 \left[ \frac{4 \times 430}{7\,266} + \frac{300 + 430}{380} + \frac{430 + 370}{380} \right]} = 80\,088 \text{ kg/cm}$$

$$R_2 = 80\,088 \text{ kg/cm}$$

$$R_3 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{370 \left[ \frac{4 \times 370}{5\,544} + \frac{430 + 370}{380} + \frac{370 + 370}{380} \right]} = 63\,078 \text{ kg/cm}$$

$$R_3 = 63\,078 \text{ kg/cm}$$

$$R_4 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{370 \left[ \frac{4 \times 370}{5\,544} + \frac{370 + 370}{380} + \frac{370 + 370}{380} \right]} = 65\,473 \text{ kg/cm}$$

$$R_4 = 65\,473 \text{ kg/cm}$$

$$R_4 = R_5$$

$$R_6 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{370 \left[ \frac{4 \times 370}{5\,544} + \frac{370 + 370}{380} + \frac{370 + 300}{380} \right]} = 68\,502 \text{ kg/cm}$$

$$R_6 = 68\,502 \text{ kg/cm}$$

$$R_7 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{300 \left[ \frac{4 \times 300}{4\,266} + \frac{2 \times 370 + 300}{380} + \frac{300}{380} \right]} = 88\,258 \text{ kg/cm}$$

$$R_7 = 88\,258 \text{ kg/cm}$$

### 3.9 DISTRIBUCION DE CORTANTES EN EL ENTREPISO, DIRECTO Y TORSION. TEORIA Y EJEMPLO.

En este paso del análisis sísmico hay que considerar que el momento torsionante, se tomará igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco resulte más desfavorable de las siguientes:

$1.5 e_s + 0.1b$  , ó  $e_s - 0.1b$ , donde  $e_s$  es la excentricidad torsional calculada en el entrepiso considerado, y  $b$  es la máxima dimensión en planta de dicho entrepiso, medida perpendicularmente a la dirección del movimiento del terreno que se este analizando.

También se debe tener presente que las estructuras se analizarán bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno, y que en cada sección crítica se debe considerar la suma vectorial de los efectos (desplazamientos y fuerzas internas) de un componente de movimiento del terreno con 0.3 de los efectos del otro, en adición a los efectos de fuerzas gravitatorias.

El procedimiento de distribución de fuerzas sísmicas entre los elementos resistentes consiste en los siguientes pasos:

a) La fuerza horizontal  $P_i$  aplicada en el centro de gravedad de cada nivel  $i$  se calcula como se describió anteriormente.

b) Se obtiene por equilibrio estático la línea

de acción de la cortante sísmica en cada entrepiso para las dos direcciones ortogonales paralelas a los sistemas resistentes.

c) Se calculan las rigideces de entrepiso de los elementos resistentes en ambas direcciones y en todos los entrepisos.

d) Se determina la posición del centro de torsión en cada entrepiso. Este centro es el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los dos niveles consecutivos que limitan el entrepiso sea exclusivamente de traslación. En caso contrario existe torsión o rotación relativa entre dichos niveles.

Las expresiones para calcular el centro de torsión son:

$$X_T = \frac{\sum (R_{iy} X_i)}{\sum R_{iy}} \quad 1 \qquad Y_T = \frac{\sum (R_{ix} Y_i)}{\sum R_{ix}} \quad 2$$

$X_i$ ,  $Y_i$  son las coordenadas de los elementos resistentes.

e) La fuerza cortante que debe ser soportada por un elemento resistente cualquiera es igual a la suma de dos efectos:

El debido a la fuerza cortante del piso, supuesta actuando en el centro de torsión, y el debido al momento torsionante del piso. Si la dirección analizada del sismo es paralela al eje X, se obtienen las cortantes siguientes:

En los elementos resistentes X por efecto de la fuerza cortante aplicada en el centro de torsión:

$$\frac{V_x R_{jx}}{\sum R_{jx}} \text{ ----- } 3$$

En los elementos resistentes X, por efecto de la torsión:

$$\frac{M_t R_{jx} Y_{jt}}{(\sum R_{jx} Y_{jt}^2 + \sum R_{jy} X_{jt}^2)} \text{ ----- } 4$$

En los elementos resistentes y, por efecto de la torsión:

$$\frac{M_t R_{jy} X_{jt}}{\sum R_{jx} Y_{jt}^2 + \sum R_{jy} X_{jt}^2} \text{ ----- } 5$$

En las expresiones anteriores:

$V_x, V_y$  - fuerza cortante sísmica en el entrepiso considerado en las direcciones X y Y, respectivamente.

$X_{jt}, Y_{jt}$  - distancias de los elementos resistentes con respecto al centro de torsión del entrepiso en cuestión.

$M_t$  - momento torsionante en el entrepiso considerado, que es igual al producto de la fuerza cortante en el entrepiso, por la más desfavorable de las siguientes excentricidades.

$$e_1 = 1.5 e_s + 0.1 b \text{ ----- } 6$$

$$e_2 = e_s - 0.1 b \text{ ----- } 7$$

donde  $e_s$  es la excentricidad calculada como la distancia entre la línea de acción de la cortante y el centro de torsión, y  $b$  la mayor dimensión en planta del entrepiso medida perpendicularmente a la dirección del sismo.

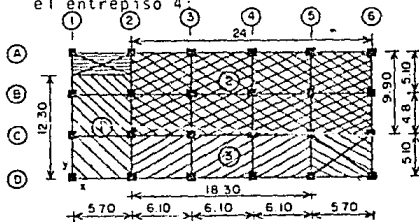
En la ecuación (6) a la excentricidad calculada amplificada se le suma, en el mismo sentido, la excentricidad accidental  $0.1 b$ . En la ecuación (7) a la excentricidad calculada se le resta, en sentido contrario, la excentricidad accidental. Para cada sistema plano deberá investigarse cual de las dos excentricidades dadas por las ecuaciones 5 y 6 produce efectos más desfavorables.

f) Para cada sistema plano deberán calcularse las fuerzas laterales debidas a la suma de 100 por ciento de los efectos debidos al sismo actuando en la dirección X con 30 por ciento de los efectos producidos por el sismo actuando en la dirección Y y viceversa. Rige el mayor de los resultados.

g) Conocido el sistema de cargas que actúa en cada elemento resistente, éste se analiza de acuerdo con los métodos presentados en los temas anteriores:

#### APLICACION AL EJEMPLO

Considerando los resultados del tema 3.5 tenemos para el entrepiso 4:



Columnas de:  $0.45 \times 0.45$   
 Vigas secundarias de:  
 $0.35 \times 0.25$  m.

Vigas Principales:

$$0.45 \times 0.25 \text{ m.}$$

Vigas Perimetrales:

$$0.35 \times 0.25 \text{ m.}$$

$$\bar{X} = \frac{A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2 + A_3 \bar{X}_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$\bar{X} = \frac{(12.30 \times 5.70)(2.85) + (24.0 \times 9.90)(17.70) + (18.30 \times 5.10)(14.85)}{(12.30 \times 5.70) + (24.0 \times 9.90) + (18.30 \times 5.10)}$$

$$\bar{X} = \frac{199.81 + 4\,205.52 + 1\,395.95}{70.11 + 237.6 + 93.33} = \frac{5\,791.28}{401.04}$$

$$\bar{X} = 14.44$$

$$\bar{Y} = \frac{(12.30 \times 5.70)(6.15) + (24.0 \times 9.90)(10.05) + (18.30 \times 5.10)(2.55)}{(12.30 \times 5.70) + (24.0 \times 9.90) + (18.30 \times 5.10)}$$

$$\bar{Y} = \frac{431.18 + 2\,387.88 + 237.99}{401.04} = \frac{3\,057.05}{401.04}$$

$$\bar{Y} = 7.62$$

Obtención de rigideces de vigas y columnas.

$$I = \frac{b h^3}{12}$$

$$I \text{ col.} = \frac{45 \times 45^3}{12} = 341\,719 \text{ cm}^4$$

$$K = I/L$$

$$K \text{ col.} = \frac{341\,719}{370} = 924$$

$$K \text{ col} = 924 \text{ cm}^3$$



En dirección X tenemos:

$$e_{x1} = 1.5 (-0.41) + 0.1 (29.70) = 2.36 \text{ m}$$

$$e_{x2} = -0.41 - (0.1) (29.70) = -3.38 \text{ m} \Rightarrow \text{Rige}$$

En dirección y tenemos:

$$e_{y1} = 1.5 (0.12) + 0.1 (15) = 1.68 \text{ m} \Rightarrow \text{Rige}$$

$$e_{y2} = 0.12 - (0.1) (15) = -1.38 \text{ m}$$

Debido a la excentricidad del centro de masa con respecto al de torsión las fuerzas cortantes originan los momentos torsionantes de estrepiso siguientes:

Para sismo en dirección X :

$$M_{TX} = V_x e_y = 67.95 \times 1.68 = 114.16 \text{ ton/m}$$

Para sismo en dirección Y :

$$M_{TY} = V_y e_x = 67.95 \times 3.38 = 229.67 \text{ ton/m}$$

El momento torsionante debido al sismo actuando en dirección tanto X como Y produce cortantes en los ejes orientados tanto en dirección X como en Y; los cuales se determinan con las siguientes ecuaciones:

$$V_{ix} = \frac{R_{ix} Y_{iT}}{\sum (R_{ix} Y_{iT}^2 + R_{iy} X_{iT}^2)} M_{TX} \quad V_{iy} = \frac{R_{iy} X_{iT}}{\sum (R_{ix} Y_{iT}^2 + R_{iy} X_{iT}^2)} M_{TX}$$

$$\sum R_{ix} Y_{iT}^2 + \sum R_{iy} X_{iT}^2 = 14\ 256\ 100 + 67\ 839\ 068 = 82\ 095\ 168$$

$$Iv. s. = \frac{25 (35)^3}{12} = 89\,323 \text{ cm}^4$$

$$Kv. perimetrales = \frac{89\,323}{510} = 175 \text{ cm}^3$$

$$Kv. perimetrales = \frac{89\,323}{480} = 186 \text{ cm}^3$$

$$Kv. s. = \frac{89\,323 \text{ cm}^4}{570 \text{ cm}} = 157 \text{ cm}^3$$

$$Kv. s. = \frac{89\,323}{610} = 146 \text{ cm}^3$$

$$Iv. principal = \frac{25 \times (45)^3}{12} = 189\,844 \text{ cm}^4$$

$$Kv. principales = \frac{189\,844}{510} = 372 \text{ cm}^3$$

$$Kv. principales = 372 \text{ cm}^3$$

$$Kv. principales = \frac{189\,844}{480} = 396 \text{ cm}^3$$

$$Kv. principales = 396 \text{ cm}^3$$

$$R_2 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{370 \left[ \frac{4 \times 370}{4 \times 924} + \frac{4 \times 370}{396 + (2 \times 372)} \right]} = \frac{100\,800\,000}{370(0.40+1.30)}$$

$$R_2 = 160\,254 \text{ kg/cm} = R_3 = R_4 = R_5$$

$$R_1 = \frac{48 \times 2\,100\,000}{370 \left[ \frac{4 \times 370}{4 \times 924} + \frac{4 \times 370}{156 + (2 \times 175)} \right]} = \frac{100\,800\,000}{370(0.40+2.76)}$$

$$R_1 = R_6 = 86\,213 \text{ kg/cm}$$

$$R_A = \frac{48 \times 2\,100\,000}{370 \left[ \frac{4 \times 370}{4 \times 924} + \frac{4 \times 370}{(157 \times 2) + (146 \times 3)} \right]} = \frac{100\,800\,000}{370(0.40+1.97)}$$

$$R_A = R_B = R_C = R_D = 114,950 \text{ kg/cm}$$

Las ordenadas del centro de torsión se determinan con las ecuaciones 1 y 2:

$$X_T = \frac{\sum (R_{iy} X_i)}{\sum R_{iy}}$$

$$Y_T = \frac{\sum (R_{ix} Y_i)}{\sum R_{ix}}$$

$$Y_T = \frac{3\ 448\ 500}{459\ 800} = 7.5$$

$$Y_T = 7.5$$

$$X_T = \frac{12\ 079\ 614}{813\ 442} = 14.85$$

$$X_T = 14.85$$

La fuerza cortante que resulta en cada marco será la suma de una fracción de la cortante de entrepiso proporcional a su rigidez (cortante directo) más la cortante que se induce por el momento torsionante (cortante por torsión). El cortante directo se obtiene con la ecuación:

$$V_{ix} = V_x \frac{R_{ix}}{\sum R_{ix}}$$

$$V_{iy} = V_y \frac{R_{iy}}{\sum R_{iy}}$$

Según los resultados obtenidos en el tema 3.5 las fuerzas cortantes sísmicas en el entrepiso 3 - 4 valen:

$$V_x = 67.95 \text{ ton}$$

$$V_y = 67.95 \text{ ton}$$

$$V_{ix} = (67.95) \left( \frac{114\ 950}{459\ 800} \right) = 16.99$$

$$v_{iy} = \left( \frac{86\ 213}{813\ 442} \right) (67.95) = 7.2$$

$$v_{iy} = \left( \frac{160\ 254}{813,442} \right) (67.95) = 13.39$$

$$X_{iT} = X_i - Y_T$$

$$Y_{iT} = Y_i - Y_T$$

$$Y_{iT} = 15 - 7.5 = 7.5$$

$$Y_{iT} = 9.90 - 7.5 = 2.4$$

$$Y_{iT} = 5.10 - 7.5 = -2.4$$

$$Y_{iT} = 0 - 7.5 = -7.5$$

$$X_{iT} = 0 - 14.85 = -14.85$$

$$X_{iT} = 5.70 - 14.85 = -9.15$$

$$X_{iT} = 11.60 - 14.85 = -3.05$$

$$X_{iT} = 17.90 - 14.85 = 3.05$$

$$X_{iT} = 24.0 - 14.85 = 9.15$$

$$X_{iT} = 29.70 - 14.85 = 14.85$$

La excentricidad en X vale:

$$e_c = 14.44 - 14.85 = -0.41$$

La excentricidad en Y vale:

$$e_c = 7.62 - 7.5 = 0.12$$

La excentricidad de diseño se determina con las ecuaciones:

$$e_1 = 1.5 e_c + 0.1b$$

$$e_2 = e_c - 0.1b$$

11-3217-09167  
IX

EJE	$R_{ix}$	$Y_i$	$R_{ix} Y_i$	CORTANTE DIRECTO	$Y_{iT}$	$R_{ix} Y_{iT}$	$R_{ix} Y_i^2$	CORTANTE POR TORSION		CORTANTE TOTAL		$X + 0.3y$
								SISMO EN X	SISMO EN Y	SISMO EN X	SISMO EN Y	
A	114 950	15	1 724 250	16.99	7.5	862 125	6 465 938	1.20	2.41	18.19	2.41	18.91
B	114 950	9.30	1 068 005	16.99	2.4	275 880	662 112	0.38	0.77	17.37	0.77	17.60
C	114 950	5.10	586 245	16.99	-2.4	-275 880	662 112	-0.38	-0.77	16.61	-0.77	16.38
D	114 950	0	0	16.99	-7.5	-862 125	6 465 938	-1.20	-2.41	15.79	-2.41	15.06
SUMA	459 800		3 448 500	67.96			14 256 100					

$M_{Ty} = 229.67$

1229676

EJE	$R_{iy}$	$x_i$	$R_{iy}x_i$	CORTANTE DIRECTO	$x_{iT}$	$R_{iy}x_{iT}$	$R_{iy}x_{iT}^2$	CORTANTE POR TORSION		CORTANTE TOTAL		Y + 0.3X
								SISMO EN Y	SISMO EN X	SISMO EN Y	SISMO EN X	
1	86 213	0	0	7.2	-14.85	-1 290 263	19 011 906	-3.58	-1.78	3.52	-1.78	3.09
2	160 254	5.70	913 448	13.33	- 9.15	-1 466 324	13 416 865	-4.10	-2.04	9.29	-2.04	8.68
3	160 254	11.80	1 890 997	13.39	- 3.05	- 498 775	1 490 763	-1.37	-0.68	12.02	-0.68	11.82
4	160 254	17.90	2 868 547	13.39	3.05	498 775	1 490 763	1.37	0.68	14.76	0.68	14.96
5	160 254	24.0	3 846 096	13.39	9.15	1 466 324	13 416 865	4.10	2.04	17.49	2.04	18.10
6	86 213	29.70	2 560 526	7.20	14.85	1 280 263	19 011 906	3.58	1.78	10.78	1.78	11.31
SUM	813 442		12 079 614	67.95			67 839 068					

### 3.10 MÉTODOS APROXIMADOS PARA EL ANÁLISIS DE MARCOS PLANOS SUJETOS A CARGAS LATERALES.

En el diseño sísmico es importante el análisis de marcos de edificios sujetos a fuerzas laterales y el cálculo de rigideces. En este tema se describen los principales métodos aproximados de análisis de marcos, cuya aplicación es práctica a diseños preliminares.

#### I. Método del Factor.

Se basa en las ecuaciones pendiente - deformación haciendo modificaciones bajo las siguientes hipótesis:

a) Para el cálculo de los desplazamientos lineales y angulares en un piso, se considera que el valor en dos entrepisos consecutivos es igual. es la diferencia de desplazamientos laterales de dos niveles consecutivos dividida entre la altura del entrepiso.

b) El giro de un nudo y de los extremos opuestos de todas las barras que concurren al mismo son iguales. Este método se aplica siguiendo los pasos que se describen a continuación:

1. En cada nudo se calcula el factor  $V$  de las vigas.

$V = \Sigma k_c / \Sigma k$ ,  $\Sigma k_c$  es la suma de los valores

$k = I / L$  de las columnas que concurren al nudo, y

$\Sigma k$  es la suma de los valores  $k$  para todos los elementos del nudo.

2. En cada nudo se calcula el factor  $C$  de las columnas  $C = 1 - V$ , siendo  $v$  el factor de viga del paso 1. En las bases de las columnas empotradas del primer piso se considera  $C = 1.0$

3. Hay un número, obtenido en 1 y 2,  $V$  y  $C$  en cada extremo de todos los elementos del marco. A cada uno de dichos números se le suma la mitad del correspondiente al otro extremo del elemento.

4. Se multiplica cada suma hallada en el paso 3 por el valor de  $k$  del elemento al que corresponde dicha suma. Para las columnas, a este producto se le llama factor de momento de columna  $C$ ; para las vigas, factor de momento de viga  $V$ .

5. Los factores de momento de columna  $C$ , hallados en el paso 4 son los valores relativos aproximados de los momentos en los extremos de la columna para el piso correspondiente. Por la estática se ve que la suma de los momentos en los extremos de las columnas en un piso determinado, es igual al cortante horizontal total en ese piso multiplicado por la altura del piso.

6. Los factores de momento de viga  $V$ , encontrados en el paso 4 son los valores relativos aproximados de los momentos en los extremos de las vigas para cada nudo. La suma de los momentos en los extremos de las vigas en cada nudo es igual, por la estática, a la suma de los momentos en los extremos de las columnas en ese nudo, que pueden obtenerse en el paso 5. Por lo cual, los factores de momento de viga  $V$  se pueden transformar en momentos en los extremos de éstas, por proporción directa en cada nudo.



## II. Método del Voladizo.

Para la aplicación de este método se consideran las siguientes hipótesis:

- a) Hay un punto de inflexión en el centro de cada viga.
- b) Hay un punto de inflexión en el centro de cada columna.
- c) La intensidad del esfuerzo axial en cada columna de un piso es proporcional a la distancia horizontal desde esa columna al centro de gravedad de todas las columnas del piso que se considera.

## III. Método del Portal.

Este método se basa en las siguientes hipótesis:

- a) Los puntos de inflexión de vigas y de columnas se encuentran en sus puntos medios.
- b) La fuerza cortante en cada una de las columnas exteriores de un piso es igual a la mitad de la que corresponde a cada columna interior. De esta manera el problema se transforma en una isostática.

A continuación se describe la secuencia de cálculo:

1. Determinar la fuerza cortante en cada entrepiso.
2. Usando la hipótesis (b) se determina la fuerza

cortante en cada columna.

3. Considerando la hipótesis (a) se determinan los momentos flexionantes en los extremos de las columnas.

4. Se determinan los momentos en los extremos de todas las vigas equilibrando los momentos de las columnas en cada extremo. Se necesita empezar en nudos con una sola viga y considerar que los momentos en los extremos de una misma viga son iguales.

5. Se obtienen las fuerzas cortantes en las vigas a partir de los momentos de sus extremos.

6. Se determinan las fuerzas axiales en las columnas a partir de las cortantes de las vigas.

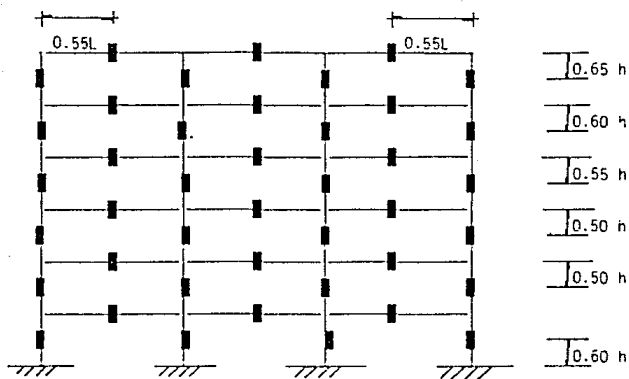
El método de Bowman se describe con más detalle en el siguiente tema.

### 3.11 EL METODO DE BOWMAN. EJEMPLO NUMERICO.

Como resultado del estudio de un gran número de marcos resueltos por métodos exactos, se ha propuesto un método aproximado de acuerdo con las siguientes hipótesis:

1. Los puntos de inflexión en las vigas exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior. En vigas interiores, el punto de inflexión se encuentra en el centro del claro, excepto en la crujía central cuando el número de crujías es impar, o en las dos centrales si es par. En estas crujías la posición de puntos de inflexión en las vigas está forzada por condiciones de simetría y equilibrio.

2. Los puntos de inflexión en las columnas del primer entrepiso se encuentran a 0.60 de su altura, a partir de la base. En marcos de dos o más, tres o más, o cuatro o más entrepisos, respectivamente, los puntos de inflexión en las columnas de los entrepisos último, penúltimo y antepenúltimo, respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente, a partir del extremo superior. En edificios de cinco o más entrepisos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado la posición se encuentran en el centro de su altura. Esto se ilustra en la fig. 1.



**FIGURA 1. LOCALIZACIÓN DE PUNTOS DE INFLEXIÓN.**

3. La fuerza cortante de cada entrepiso se distribuye en la siguiente forma:

- En el primer entrepiso:

Una fuerza cortante igual a:

$$V_c = \frac{N - 0.5}{N + 1} V$$

Se distribuye directamente entre las columnas proporcional-

mente a sus rigideces. La fuerza cortante

$V_t = V - V_c$  se distribuye entre las crujiás proporcionalmente a la rigidez de la viga que las limita en la parte superior. La cortante de cada crujiá se distribuye en partes iguales entre las dos columnas que la limitan.

- En pisos superiores:

Una fuerza cortante:

$$V_c = \frac{N - 2}{N + 1} V$$

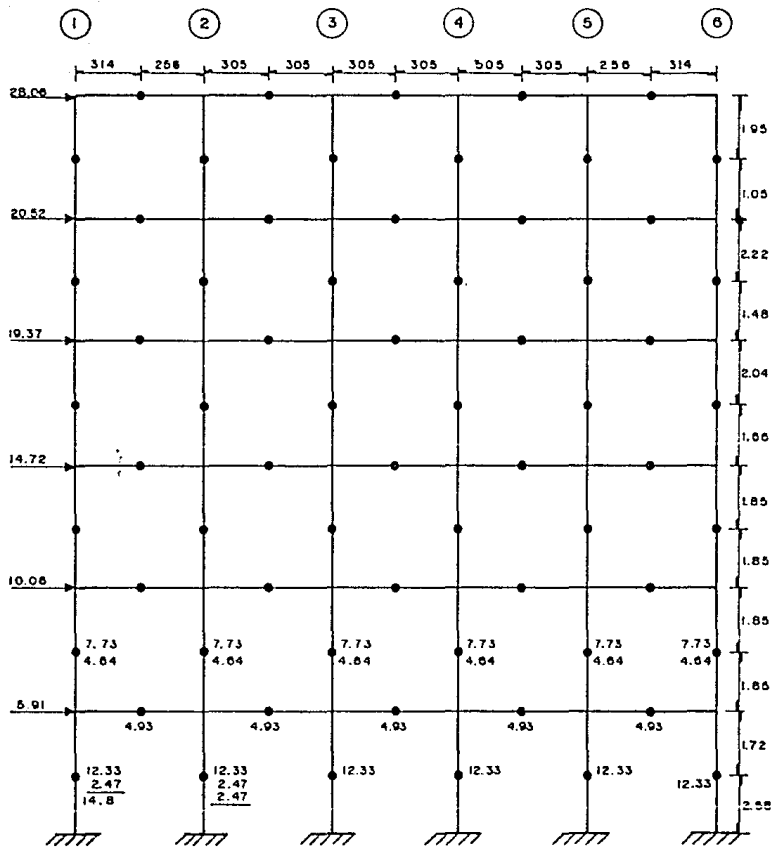
se distribuye directamente entre las columnas.

La cortante  $V_t = V - V_c$  se distribuye entre las crujiás como se hizo para la planta baja.

En estas expresiones:

$V$  = Fuerza cortante total en un entrepiso

$N$  = Número de crujiás del marco en el entrepiso considerado.



MARCO "A"

## Distribución de Cortantes

Para  $N_1$  :

$$V = 98.64 \text{ ton}$$

$$V_c = \left( \frac{5 - 0.5}{5 + 1} \right) ( 98.64 ) = 73.98 \div 6 = 12.33$$

$$V_t = 98.64 - 73.98 = 24.66 \div 5 = 4.93 \div 2 = 2.47$$

Para  $N_2$  :

$$V = 92.73 \text{ ton}$$

$$V_c = \left( \frac{5 - 2}{5 + 1} \right) ( 92.73 ) = 46.37 \div 6 = 7.73$$

$$V_t = 92.73 - 46.37 = 46.36 \div 5 = 9.27 \div 2 = 4.64$$

Para  $N_3$  :

$$V = 82.67$$

$$V_c = \left( \frac{5 - 2}{5 + 1} \right) ( 82.67 ) = 41.34 \div 6 = 6.89$$

$$V_t = 82.67 - 41.34 = 41.33 \div 5 = 8.27 \div 2 = 4.14$$

Para  $N_4$  :

$$V = 67.95$$

$$V_c = \left( \frac{5 - 2}{5 + 1} \right) ( 67.95 ) = 33.98 \div 6 = 5.66$$

$$V_t = 67.95 - 33.98 = 33.97 \div 5 = 6.79 \div 2 = 3.40$$

Para  $N_5$  :

$$V = 48.58$$

$$V_c = \left( \frac{5 - 2}{5 + 1} \right) (48.58) = 24.29 \div 6 = 4.05$$

$$V_t = 48.58 - 24.29 = 24.29 \div 5 = 4.86 \div 2 = 2.43$$

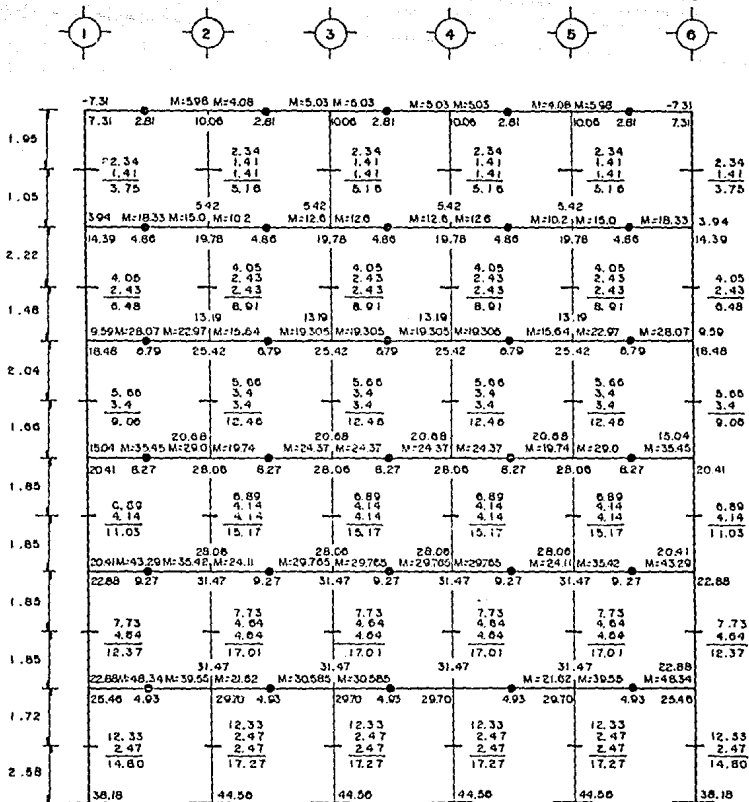
Para  $N_6$  :

$$V = 28.06$$

$$V_c = \left( \frac{5 - 2}{5 + 1} \right) (28.06) = 14.03 \div 6 = 2.34$$

$$V_t = 28.06 - 14.03 = 14.03 \div 5 = 2.81 \div 2 = 1.41$$





MARCO 'A'

## **CAPITULO IV: APLICACION DE COMPUTADORAS AL ANALISIS ESTRUCTURAL**

### **4.1 CONCEPTOS GENERALES DE ELASTICIDAD LINEAL.**

Las estructuras de Ingeniería están hechas de materiales que se deforman ligeramente cuando están sometidas a esfuerzos o a cambios de temperaturas. Como consecuencia de estas deformaciones, los puntos de la estructura experimentan ciertos movimientos llamados desplazamientos o corrimientos, y la estructura sufre a su vez una deformación general. Siempre que no se sobrepase el límite elástico del material, todas estas deformaciones y corrimientos desaparecen cuando se suprime el esfuerzo y la temperatura vuelve a su valor primitivo.

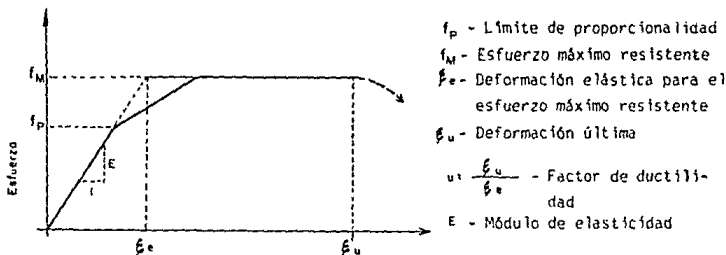
Este tipo de deformación se llama elástico y puede ser producido por cargas que actúen sobre la estructura o por variaciones de temperatura.

A veces, la deformación de la estructura es consecuencia de asentamientos de los apoyos, juego en los nudos articulados, o alguna otra causa. En estos casos, la causa permanece en acción continuamente, por lo que las deformaciones resultantes no desaparecen. Este tipo de deformación se llama no elástico.

Las características que hacen que un material sea adecuado para cumplir funciones estructurales se relacionan con sus propiedades mecánicas y con su costo, principalmente. Las estructuras civiles implican grandes volúmenes y no permiten el empleo de materiales de resistencia extraordinariamente alta y de comportamiento estructural excelente, pero de costo muy elevado, como los que se usan con frecuencia en las estructuras aeronáuticas y aeroespaciales.

Las propiedades estructurales de un material se definen en forma rigurosa por medio de sus leyes constitutivas, o sea del conjunto de ecuaciones que describen el estado de deformaciones que se presenta en el material ante cada posible estado de esfuerzos, así como los estados que corresponden a condiciones de falla. De una manera más sencilla las principales propiedades de un material pueden representarse mediante curvas esfuerzo - deformación obtenidas de ensayos estándar ante condiciones uniaxiales de esfuerzos (de compresión o de tensión). Se ignoran en estos ensayos, efectos como los de la velocidad y permanencia de la carga, los de repeticiones y alternaciones de esfuerzos y los de estados multiaxiales de esfuerzos. A pesar de estas limitaciones, las curvas esfuerzo-deformación en tensión y en compresión, recabadas de ensayos en condiciones estándar, proporcionan una información relevante acerca del comportamiento de un material.

Las principales propiedades estructurales que se obtienen de curvas esfuerzo-deformación, como las de la fig. 4.11 se refieren a características de resistencia, de rigidez y de comportamiento inelástico.



#### DEFORMACION UNITARIA

Fig. 4.11) curva típica esfuerzo-deformación de un material estructural.

La resistencia se define usualmente como el esfuerzo máximo que se alcanza en el material durante el ensaye. En algunos casos ésta se limita a un esfuerzo menor que el máximo, como en el acero donde se adopta como resistencia para fines de diseño el esfuerzo de fluencia, por considerar que el esfuerzo máximo no es aprovechable ya que se alcanza para deformaciones excesivamente grandes para las cuales las estructuras tendrían problemas de inestabilidad. La diferencia entre el esfuerzo máximo y el de fluencia queda como un factor de seguridad adicional no reconocido dentro del diseño. En algunos materiales como el acero, las resistencias a compresión y a tensión son prácticamente iguales, mientras que otros ( los pétreos ) son mucho menos resistentes a tensión que a compresión y algunos como la madera tienen una resistencia mayor a tensión.

La curva esfuerzo-deformación de prácticamente todos los materiales estructurales presenta un tramo inicial lineal, o casi lineal, lo que permite definir un módulo de elasticidad (  $E$  ) como la pendiente de dicho tramo. En el acero, la madera y en la mayoría de las mamposterías, la curva se mantiene lineal hasta cerca de la carga máxima o de fluencia. En el concreto la curva deja claramente de ser lineal desde esfuerzos del orden de la mitad de la resistencia. El módulo de elasticidad es una propiedad muy importante en el comportamiento estructural, ya que de éste depende directamente la rigidez que se puede lograr en la estructura y el cumplimiento de los estados límite de servicio.

#### 4.2 ECUACION DE EQUILIBRIO DE BARRAS PLANAS.

La ecuación de equilibrio de barras planas se basa en los siguientes principios:

a ) Hipótesis de Euler - Navier.

El análisis de las estructuras puede llegar a ser muy costoso, a menos que la geometría se idealice mediante formas sencillas. Afortunadamente, los costos de fabricación, transporte y construcción y las restricciones de tipo estético y funcional han forzado la geometría de las estructuras hacia configuraciones -- modulares simples donde, generalmente, una o dos dimensiones son mucho menores que las restantes, tal como sucede en las vigas, barras, placas y sus contra - partes curvas. La larga experiencia con estos módulos, llamados elementos es - tructurales, nos ha enseñado que el comportamiento general de las partículas - de material en las dimensiones cortas usualmente se puede describir con una -- aproximación aceptable, utilizando leyes sencillas. Por ejemplo, la regla de - Euler - Navier establece que las " secciones planas permanecen planas después de la deformación ".

b ) Principio de Continuidad.

Partiendo de la relación lineal entre los esfuerzos y las deformaciones podemos llegar a la expresión que nos define el método de rigideces. Tomando en -- cuenta las deformaciones tanto lineales como angulares así como los posibles desplazamientos se puede establecer el siguiente arreglo matricial:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad \text{---4.21}$$

Llamando  $\{e\}$  al vector columna de deformaciones,  $[|A|]$  al operador matriz y  $\{d\}$  al vector columna de desplazamientos. Se tiene:

$$\{e\} = [|A|] \{d\} \text{-----4.22}$$

Donde  $[|A|]$  es una matriz operador, esto es, el producto  $\partial/\partial x_i \cdot u$  deberá entenderse como la derivada parcial de  $U$  con respecto a  $x$  y así también para los productos restantes.

El operador  $[|A|]$  recibe el nombre de matriz de continuidad.

### c ) Ley de Hooke

A continuación se establecerá la relación entre deformaciones y esfuerzos. Para llevar a cabo esto se utiliza la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= 1/E [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \epsilon_y &= 1/E [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)] \\ \epsilon_z &= 1/E [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \text{-----4.21}$$

$$\begin{aligned} \text{Además: } \gamma_{xy} &= \tau_{xy}/G \\ \gamma_{yz} &= \tau_{yz}/G \text{-----4.22} \\ \gamma_{zx} &= \tau_{zx}/G \end{aligned}$$

A partir de las ecuaciones anteriores se puede establecer el siguiente arreglo:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ \nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ \nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \text{-----4.23}$$

Llamando  $[B]$  a la matriz y  $\{S\}$  al vector columna de esfuerzos - tenemos:

$$\{e\} = [B] \{S\} \quad \text{-----4.24}$$

$$\{S\} = [D] \{e\} \quad \text{-----4.25}$$

siendo  $[D] = [B]^{-1}$

#### d) Principio de Equilibrio.

Un elemento infinitesimal de un cuerpo tiene que estar en equilibrio. En la fig. 4.21 se muestra, para el caso bidimensional, el sistema de esfuerzos que actúa en un elemento infinitesimal. En este problema se considera que el elemento tiene una unidad de longitud como espesor en la dirección perpendicular al plano de la figura. Obsérvese que se toma en cuenta la posibilidad de un incremento en los esfuerzos de una cara del elemento a otra, pues existe la posibilidad de un cambio infinitesimal de esfuerzo en una cara del cubo a otra y la de la presencia de fuerzas de cuerpo (inerciales). Por ejemplo, puesto que la derivada de  $\sigma_x$  en la dirección  $x$  es  $(\partial \sigma_x / \partial x)$  y se avanza una distancia  $dx$ , el incremento es  $(\partial \sigma_x / \partial x) dx$

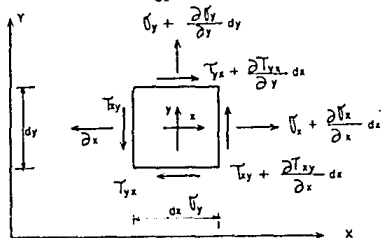


Fig. 4.21 Elemento infinitesimal en que actúan esfuerzos y fuerzas de cuerpo.

Recordando que  $T_{xy} = T_{yx}$  se obtiene la ecuación básica de equilibrio para la dirección X. Esta ecuación, y análogamente para la dirección y, tenemos:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + x &= 0 \\ \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + y &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- 4.26}$$

Del equilibrio de momentos del elemento que requiere que se cumpla.  $\Sigma M_z = 0$  se obtiene  $T_{yx} = T_{xy}$ .

Las ecuaciones anteriores son aplicables para un material elástico, plástico o viscoelástico.

Para el caso tridimensional las ecuaciones típicas de equilibrio son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} + x &= 0 \\ \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} + y &= 0 \\ \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + z &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- 4.27}$$

Estableciendo un arreglo para la ecuación 4.27 tenemos:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} & \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} & 0 & \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} & 0 & \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} & 0 & \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} & \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ T_{xy} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \end{Bmatrix} \text{----- 4.28}$$

Llamando  $\{F\}$  al vector columna de fuerzas y observando que la matriz operador es igual a  $\{[A]\}'$  se tiene:

$$\{F\} + \{[A]\}' \{S\} = 0 \text{----- 4.29}$$



#### 4.3 METODO DE LAS RIGIDECES.

Aceptando las hipótesis de comportamiento elástico lineal, se pueden considerar como exactos a los métodos matriciales. Estos métodos se clasifican en dos:

de las rigideces o de los desplazamientos, y de las flexibilidades o de las fuerzas.

Para marcos y estructuras de edificios el método más adecuado es el de las rigideces.

Las incógnitas en este método son los desplazamientos de los nudos. Estos desplazamientos son el número de grados de libertad o el grado de indeterminación cinemática de la estructura.

En este método se utilizan acciones producidas por desplazamientos unitarios, estas son traslaciones o rotaciones unitarias, y las acciones serán fuerzas o momentos.

Las acciones causadas por desplazamientos unitarios se conocen como rigideces.

Enseguida se describen brevemente los pasos a seguir para la utilización de este método:

- 1.- El primer paso del método es restringir todos los desplazamientos de junta desconocidos. A esta etapa se le conoce como solución particular.
- 2.- Se supone una condición de carga que considere el giro real. Normalmente se da un valor unitario al desplazamiento desconocido. A esta etapa se le conoce como solución complementaria.
- 3.- Finalmente se plantea la ecuación de equilibrio superponiendo las dos etapas anteriores, es decir, la solución particular y la solución complementaria.

#### 4.4 METODO DE LAS FLEXIBILIDADES.

El método de las flexibilidades ( también llamado de las fuerzas ) es básicamente la superposición de desplazamientos en términos de estructuras estáticamente determinadas. Las fuerzas o momentos - que son las incógnitas, se determinan a partir de desplazamientos conocidos con base en las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones, que son aquellas ecuaciones que garantizan los desplazamientos finales como compatibles con las condiciones de apoyo originales de la estructura.

De la ecuación de compatibilidad se calcula el valor de la incógnita y el resto de la estructura podrá resolverse aplicando las ecuaciones de estática.

Para una estructura con " n " redundantes, los desplazamientos - deberán ser calculados para  $n + 1$  sistemas de cargas:

- a ) Un análisis para el sistema de cargas y
- b ) " n " análisis para efectos de cada redundante.

La satisfacción de compatibilidad involucra un conjunto de "n" ecuaciones lineales, donde cada ecuación expresa una condición del desplazamiento final de la estructura cargada.

Cualquiera de las componentes de los desplazamientos para la estructura primaria son medida de la flexibilidad de la estructura, es decir, que la estructura, es más flexible cuanto mayores sean los valores de los desplazamientos.

Como se mencionó anteriormente, en este método, la solución de una estructura hiperestática se logra mediante la superposición de desplazamientos de estructuras isostáticas, que se les puede llamar primarias.

La estructura primaria no es única ya que depende de la selección que se haga de las incógnitas o redundantes y la mejor de ellas - será la que involucre el mínimo de trabajo numérico. Para obtener la estructura primaria, se hace la supresión de apoyos, o la transformación de un tipo de apoyo en otro más simple, o por una ruptura de la elástica de la estructura, que puede ser angular, lateral o longitudinal. Se le llama solución particular a la estructura - primaria sobre la que actúan las fuerzas externas y solución - - complementaria a la estructura primaria sobre la cual actúan cada una de las redundantes o incógnitas.

#### 4.5 SISTEMATIZACION DEL METODO DE LAS RIGIDECES.

Se denomina análisis sistemático aquel tipo de análisis que emplea representaciones de cálculo y rutinas sistematizadas con el fin de minimizar el efecto de la complejidad de una estructura en la aplicación de los procedimientos adecuados de análisis estructural. Debido a esta organización sistemática de los cálculos, el álgebra se convierte en la principal herramienta matemática utilizada en el análisis.

La necesidad de sistematizar el análisis surge principalmente del uso de las computadoras digitales en la resolución de problemas de análisis estructural. Para describirle un problema a una computadora digital es necesario emplear arreglos de números en lugar de esquemas. Una vez que la descripción del problema está en forma de arreglos, no se hará ninguna referencia al esquema de la estructura durante el manejo de aquellos, hasta que se hayan obtenido todos los resultados. Por esta razón el álgebra matricial desempeña un papel muy importante en el análisis estructural sistemático.

##### 1 ) Observaciones generales.

El número total de elementos de la estructura se designa por  $E$  y el número total de nudos por  $N$ . El número de grados de libertad en un nudo ( $e$ ) se supone constante para una estructura dada. Las direcciones de los grados de libertad se refieren al sistema general de coordenadas.

## 2 ) Definiciones.

En el análisis estructural sistemático generalmente se debe trabajar con matrices muy grandes o con matrices modulares, en elementos estructurales y en ciertos puntos especiales - llamados nudos. Esta situación hace conveniente el fraccionamiento de las matrices siempre que sea posible. Si el fraccionamiento esta regido por los elementos estructurales este hecho se indica con superíndices. Por el contrario, si el fraccionamiento se hace por los nudos, se utilizan letras latinas minúsculas como subíndices de los nudos. Las posiciones de los elementos escalares de una submatriz o una subcolumna se indican mediante letras griegas en los subíndices. Cuando hay más de un sistema de coordenadas, uno de ellos se elige como el sistema general de coordenadas y los otros -- serán los sistemas particulares de coordenadas.

El número de vértices en el  $m$ -ésimo elemento se indica mediante  $n^m$ . Dado un elemento, digamos el  $m$ -ésimo, se supone que se conocen  $\kappa^m$ ,  $q_0^m$  y  $j^m$ .

Aquí  $\kappa^m$  es la matriz de rigidez libre-libre y  $q_0^m$  es la matriz de carga libre-libre del  $m$ -ésimo elemento; ambas -- estas descritas en el sistema general de coordenadas en tal forma que son fraccionables con los vértices. La matriz -- columna  $j^m$  es la lista de rótulos nodales de los vértices -- del  $m$ -ésimo elemento incluido en  $\kappa^m$  y  $q_0^m$ . En el sentido estricto de elemento finito  $j^m$  registra los vértices reales -- del  $m$ -ésimo elemento. Sin embargo, para los elementos de -- estructuras continuas, si la regla de interpolación excede los límites del elemento  $j^m$  contiene los rótulos de los -- nudos incluidos en la regla de la interpolación.

Considerando estas posibilidades  $\delta^m$  se interpreta como el orden de  $J^m$ . Con estas definiciones se observa que los órdenes de  $\kappa^m$  y  $q^m$  son iguales a  $n^m$ .

Se observa que la generación de  $\kappa^m$  requiere la inclusión de las coordenadas generales de los nudos en  $J^m$  la matriz del materia  $D^m$  y las condiciones de contorno de fuerzas entre elementos. De igual manera, la generación de  $q^m$  requiere la inclusión de las coordenadas generales de los nudos en  $J^m$  las constantes del material, los coeficientes térmicos del elemento, información sobre la carga del elemento y las condiciones de contorno de fuerzas entre elementos.

La lista de corrimientos de todos los nudos se designa mediante  $u$ , de suerte que su  $l$ -ésima fracción ( $u_l$ ) registra las componentes de corrimiento del  $l$ -ésimo nudo. El corrimiento y la fuerza en el  $g$ -ésimo vértice del  $m$ -ésimo elemento se indican mediante  $w_g^m$  y  $q_g^m$  respectivamente.  $w^m$  se emplea para designar los corrimientos de los vértices y  $q^m$  para designar la lista de fuerzas en los vértices del  $m$ -ésimo elemento.

### 3 ) Descripción de la respuesta estructural.

Esta descripción se refiere a la manera de definir la salida de un problema de análisis estructural en forma de arreglos numéricos. En la fig. 4.51 se define el análisis mediante tres bloques básicos: estructura, excitación y respuesta. Una estructura queda definida en forma única por su geometría, su material, sus condiciones de contorno de corrimiento (excluyendo los asentamientos de los apoyos) y sus condiciones de contorno de fuerzas entre elementos.



## 4 ] Ecuaciones de gobierno para corrimientos.

Una vez que se conocen las matrices del elemento,  $K^m$  y  $q_0^m$  con  $m = 1, \dots, M$  y las fuerzas nodales impuestas ( $P_{0j}$ ) con  $j = 1, \dots, N$ , en el sistema general de coordenadas, y se tiene la información sobre la topología de la red ( $J$ ) que permite relacionar los corrimientos de los vértices ( $W$ ), con los corrimientos nodales ( $U$ ) de acuerdo con la ecuación (4.51), se pueden obtener de varias maneras las ecuaciones de gobierno para corrimientos según la forma de las condiciones de contorno de corrimiento.

$$W = Nu \dots \dots \dots \text{(ec. 4.51)}$$

Si se dispone de las condiciones de contorno de corrimiento en la forma de la ecuación (4.52) se puede utilizar el método basado en el principio de la energía potencial total fija (con sustitución) o el teorema de las deformaciones virtuales para obtener las ecuaciones de gobierno de los corrimientos independientes,  $u_{(1)}$ . Después de calcular  $u_{(1)}$  a partir de estas ecuaciones se puede emplear la ecuación (4.52) para calcular la lista completa de corrimientos nodales ( $U$ )

$$u = H_{(1)} U_{(1)} + H_{(0)} u_{(20)} \text{----- ec (4.52)}$$

Si las condiciones de contorno de corrimiento están dadas en la forma de la ecuación (4.53), se puede usar un método basado en el principio de la energía potencial total fija (con multiplicadores de Lagrange) con el fin de obtener las ecuaciones de gobierno para la lista completa de corrimientos nodales ( $U$ )

$$Hu = h_0 \text{----- ec (4.53)}$$



## 5.- Idealización Estructural

Para la utilización de un programa por medio del método de las rigideces, se requiere idealizar el sistema, por complejo que este sea, de tal forma que permita su tratamiento matemático.

Comúnmente esto se logra considerando la estructura como formada por un conjunto de elementos, conectados en ciertos puntos llamados nudos y sometido a un determinado número de fuerzas. En este caso, los elementos son piezas de ingeniería - identificables como son las vigas y columnas.

Los elementos de la estructura pueden ser de dimensiones finitas o infinitesimales, rectos o curvos, prismáticos o de sección variable, planos o tridimensionales, etc. La característica básica de estos elementos es que sus relaciones fuerza-deformación sean conocidos y que a su vez estas se puedan establecer en base a un número limitado de fuerzas y desplazamientos, en particular, las fuerzas y los desplazamientos actuando en los nudos del elemento, llamados fuerzas y desplazamientos nodales.

En general, las fuerzas actuando en una estructura pueden ser de dos, tipos: Fuerzas nodales, esto es, fuerzas que actúan directamente en los nudos de la estructura, y fuerzas de miembro que actúan en un elemento cualquiera.

La descripción matemática de una estructura deberá incluir, - por lo tanto:

- 1) La topología de la estructura (esto es, número de nudos, número de elementos, número y tipo de apoyos y la conectividad de los elementos).

- 2 ) Las propiedades de los elementos (relaciones fuerza - deformación, longitud, etc. ).
- 3 ) Tipo y magnitud de las fuerzas.

En lo que se refiere al primer punto, esto se puede lograr -- numerando los nudos y los elementos como se indica en la fig. 4.52 y especificando un sentido para cada elemento.

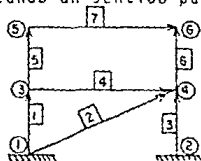


Fig. 4.52 Topología de un sistema estructural.

En la fig. 4.52 los números dentro de los círculos se refieren a los nudos, mientras que los números dentro de rectángulos -- indican la seriación de los elementos. En base a la figura se obtiene: número de nudos = 6, número de elementos = 7 y número de apoyos = 2.

Una vez idealizado el sistema estructural, se procede a alimentar al programa con los siguientes datos:

a ) Información General

Se proporciona el nombre de la estructura, el número de barras, el número de puntos nodales, el número de materiales y el número de secciones transversales.

b ) Coordenadas de los Puntos Nodales y Condiciones de Frontera.

Se ubican los puntos nodales en el plano, especificando las coordenadas en X y en Y. Se definen, además, las condiciones de apoyo con restricciones para desplazamientos horizontales, verticales y condiciones de giro.

**c ) Datos de las Secciones Transversales**

Se indica el tipo de sección transversal y sus propiedades geométricas.

**d ) Datos de los Materiales**

Se establecen las características intrínsecas de los materiales estructurales, como son el Módulo de Elasticidad y la relación de Poisson.

**e ) Datos de las Barras**

De la información recabada para la idealización de la estructura se extrae la relativa a la conectividad en barras y el tipo de conexión entre ellas y ésta se vacía en el archivo de datos.

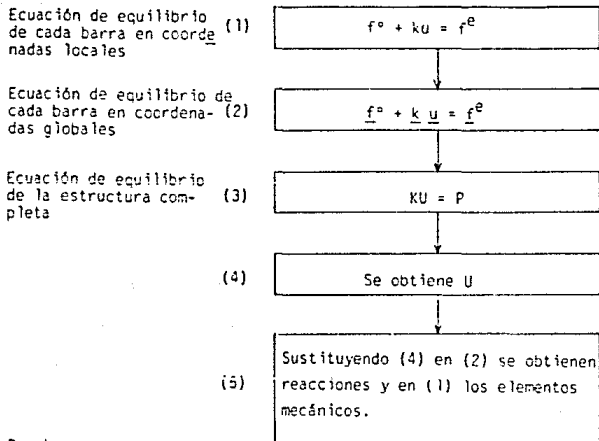
**f ) Datos de Cargas**

Se define los tipos de cargas y las barras y los nudos donde actúan.

Ya planteado el problema, idealizada la estructura y definida la información básica, se inicia el proceso de cómputo.

A continuación se ilustra el algoritmo utilizado por el método de las rigideces.

### Esquema General del Método de Rigideces.



Donde:

- $f^o$  = Vector de fuerzas de empotramiento en coordenadas locales.
- $\underline{f}^o$  = Vector de fuerzas de empotramiento en coordenadas globales.
- $k$  = Matriz de rigideces del elemento en coordenadas locales.
- $\underline{k}$  = Matriz de rigideces del elemento en coordenadas globales.
- $u$  = Vector de desplazamientos del elemento en coordenadas locales.
- $\underline{u}$  = Vector de desplazamientos del elemento en coordenadas globales.

$f^e$  = Vector de elementos mecánicos del elemento en coordenadas locales.

$\underline{f}^e$  = Vector de elementos mecánicos del elemento en coordenadas globales.

$K$  = Matriz de rigideces de la estructura completa.

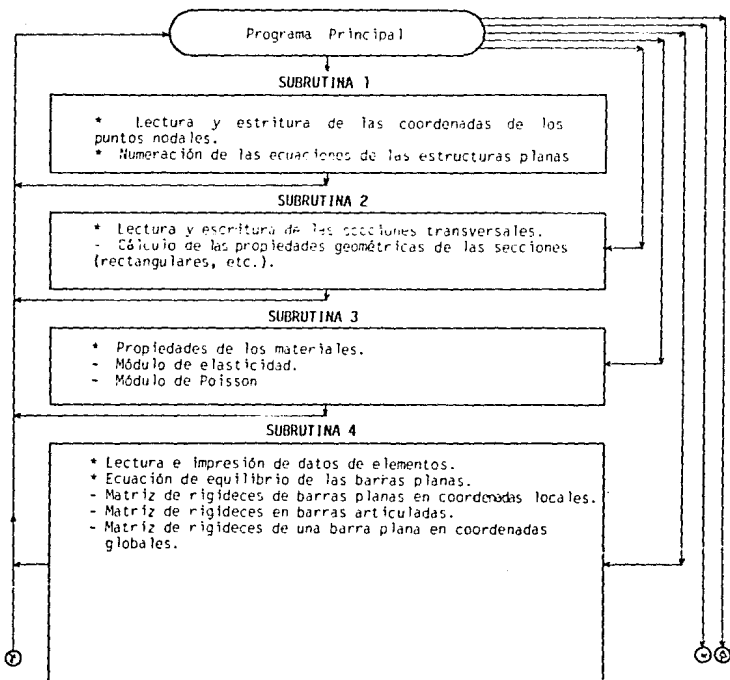
$U$  = Vector de desplazamientos asociado a los grados de libertad de la estructura completa.

$P$  = Vector de fuerzas asociadas a los grados de libertad de la estructura completa.

#### 4.6 DIAGRAMA DE FLUJO DE UN PROGRAMA DE ANALISIS.

A continuación se presenta el diagrama de flujo de un programa de análisis llamado "SICAL" (sistema de cálculo). Este programa sistematiza el análisis de la estructura considerándola esquelétalmente plana utilizando el método de las rigideces.

#### FLUJO DE INFORMACION DEL PROGRAMA DE COMPUTACION (SICAL)



## SUBROUTINA 5

- \* Formación de la matriz de rigideces de la estructura - completa.
- \* Triangularización por columna usando el método de Cholesky.

## SUBROUTINA 6

- \* Lectura y escritura del vector de cargas.
- \* Cálculo e impresión de elementos mecánicos y desplazamientos.
- Lectura e impresión de tabla de cargas, número de cargas, tipo de carga, valor de la carga, punto nodal donde actúa y barra cargada.
- Cálculo de las fuerzas de sujeción en barras con carga uniforme y en barras con carga puntual.
- Transformación de un vector en coordenadas locales a coordenadas globales.
- Sustitución por renglones utilizando el método de Cholesky.
- Fuerzas equilibrantes en las barras.
- Transformación de un vector en coordenadas globales a coordenadas locales.
- Impresión de desplazamientos nodales.
- Impresión de elementos mecánicos.

#### 4.7 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA SOLUCIÓN DE ECUACIONES.

Se pueden aplicar varios métodos para calcular los valores numéricos de las componentes independientes de corrimiento. Como la matriz coeficiente  $\bar{K}$  es simétrica y definida positiva, la técnica de solución debe aprovechar estas propiedades. Al escoger la técnica de solución se debe tener en cuenta el número de condiciones de carga y las características que facilitan el cálculo. En esta forma las técnicas de solución se reducen a los métodos de iteración de pasos simples (iteración de Gauss - Seidel) y al método de Cholesky. Los métodos de relajación no se consideran, ya que no son compatibles con los objetivos del análisis sistemático. Un método de relajación es, básicamente, un método iterativo en el cual se necesita el criterio humano en cada paso iterativo. Sin embargo, el objetivo del análisis sistemático es automatizar todo el análisis hasta el punto de eliminar (o, por lo menos, minimizar) la intervención humana.

Para simplificar la notación en este tema se define  $\bar{K}$ ,  $\bar{P}_0$  y  $U_{(i)}$  como:

$$A = \bar{K} ; C = \bar{p}_0 \text{ y } X = U_{(i)}$$

Con estas definiciones se expresa la ecuación (4.71):

$$Ax = C \dots\dots\dots ec (4.71)$$

en donde A es simétrica, definida, de banda y se supone que su orden es n.

- a) Método de iteración de Pasos Simples (iteración de Gauss - Seidel).

En este método, para la matriz  $A = K$  sólo es necesario almacenar los coeficientes diferentes a cero que correspon-



den a los espacios para elementos diferentes a cero. También se necesitan dos columnas: una para la matriz columna del lado derecho,  $c = \bar{p}_0$  y la otra para almacenar los valores calculados de las componentes  $X = U_{(i)}$ . La iteración se inicia haciendo todas las componentes de  $X$  iguales a cero. Esta se denomina estimación inicial de la solución y se designa por  $X^{(0)}$ . Luego, a partir de la primera ecuación escalar y utilizando toda la información disponible acerca de las  $X$  desconocidas, menos la primera, es decir,  $X_i^{(0)}$ , con  $i = 2, \dots, n$ , se calcula un mejor valor de la primera componente y se almacena sobre el valor anterior. Este nuevo valor se llama  $X_1^{(1)}$ . Los superíndices entre paréntesis indican el número de la iteración. Enseguida se procede a calcular el nuevo valor de la segunda componente de  $X$ , o sea,  $X_2^{(1)}$ , a partir de la segunda ecuación escalar, utilizando el último valor disponible de todas las componentes de  $X$ , o sea,  $X_1^{(1)}$  y  $X_i^{(0)}$ , con  $i = 3, \dots, n$ , excluyendo la segunda componente, y se almacena el nuevo valor sobre el anterior. En esta forma se continúa hasta que se calcula el nuevo valor de la última componente,  $X_n^{(1)}$ , y se almacena sobre el valor anterior. Esto constituye el primer ciclo de iteración y se denomina el primer barrido. Se aplican tantos barridos como sean necesarios, hasta que la diferencia entre las magnitudes de dos estimaciones sucesivas sean aceptablemente pequeñas para todas las componentes.

El procedimiento anterior se puede expresar matemáticamente como sigue: Primero se dividen los dos miembros de la ecuación (4.71) por su propio elemento diagonal para obtener:

$$\bar{A}x = \bar{c} \text{ ----- ec. (4.71)}$$

en donde:

$$\bar{A} = \text{diag. } (a_{ii}^{-1}) \quad A \text{ ----- ec (4.72)}$$

$$\bar{C} = \text{diag. } (a_{ii}^{-1}) \quad C \text{ ----- ec (4.73)}$$

Se observa que todos los elementos de la diagonal principal de  $\bar{A}$  son unos. Teniendo ésto en cuenta, supongamos que  $\bar{A}$  consta de 3 componentes,  $I$ ,  $\bar{L}$  y  $\bar{U}$ , tales que:

$$\bar{A} = I - \bar{L} - \bar{U} \text{ ----- ec (4.74)}$$

Sustituyendo  $\bar{A}$  de la ecuación (4.74) en la ec (4.71) se obtiene:

$$x = \bar{L}x + \bar{U}x + \bar{c} \text{ ----- ec (4.75)}$$

La iteración con pasos simples explicada anteriormente se puede expresar mediante la fórmula recurrente:

$$x(k+1) = \bar{L}x(k+1) + \bar{U}x(k) + \bar{c} \quad \text{para } k = 0, 1, \dots \text{ ec (4.76)}$$

$$\text{con } x^{(0)} = 0 \text{ ----- ec (4.77)}$$

La convergencia se garantiza mientras  $A$  sea definida positiva.

Este método tiene las siguientes ventajas:

1. Los requerimientos de memoria de rápido acceso para facilidad de los cálculos son mínimos ya que sólo son de interés los elementos diferentes a cero de  $\bar{K} = A$ .
2. No es necesaria la nueva rotulación de los nudos, puesto que con ésta solo se desplazan los elementos de  $\bar{K}$ , sin cambiar sus valores o el número total de elementos diferentes a cero.

3. El programa para computadora relacionado con el algoritmo que se describe mediante las ecuaciones 4.76 y 4.77 es muy sencillo.

b) Método de Cholesky.

En este método, en cuanto se refiere a la matriz  $\bar{K} = A$  se deben almacenar los elementos de la matriz que están dentro de la zona bordeada. También se necesita área de almacenamiento para la matriz columna del lado derecho,  $\bar{p}_0 = c$ . Fuera de esto, básicamente no se necesita almacenamiento adicional. En este método, antes que todo, se modifican sistemáticamente los elementos de la matriz que están dentro de la zona bordeada, dejando intactos los espacios no sombreados para ceros. Esta operación se llama descomposición. Luego, empleando la matriz descompuesta y la matriz columna del lado derecho "C" se modifican los elementos de C. Este se denomina el paso hacia adelante. Finalmente utilizando la matriz descompuesta y la matriz columna modificada "C", se calculan los valores numéricos de  $U_{(1)} = X$  y se almacenan sobre los valores modificados de C. Esto constituye el paso hacia atrás.

El método se basa en el hecho de que cualquier matriz definida positiva y simétrica real se puede factorizar de tal modo que sea igual al producto de una matriz triangular superior premultiplicada por su transpuesta.

Este método tiene las siguientes ventajas:

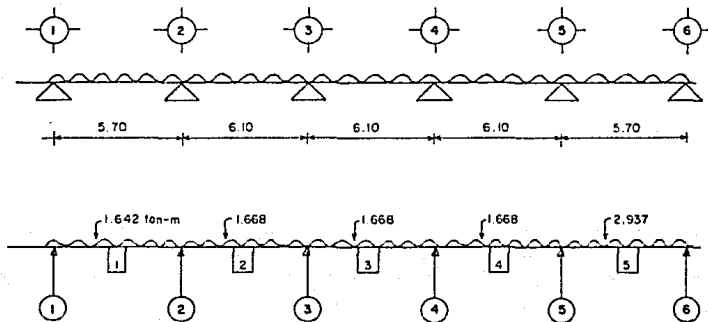
1. Aprovecha ampliamente la simetría, la propiedad de definición positiva y la banda de las matrices coeficientes.
2. Es muy rápido y llega a la solución con un número

conocido de operaciones.

3. Si se conserva la matriz descompuesta, la mayoría del trabajo realizado para resolver las ecuaciones, se puede aprovechar para otra expresión del lado derecho.

#### 4.8 APLICACION DE PROGRAMAS DE COMPUTADORA AL EJEMPLO.

Análisis de la viga secundaria B' en entrepiso, considerando la utilización para salones de exhibición por medio del programa SICAL.



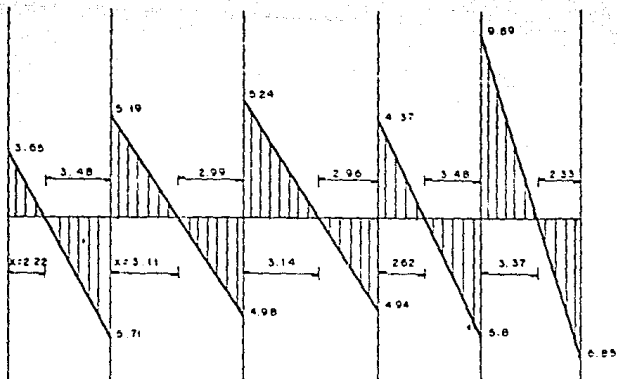


DIAGRAMA DE CORTANTE

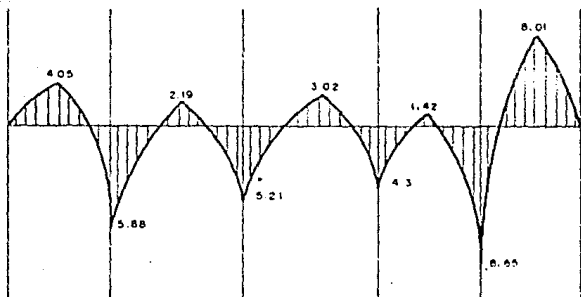


DIAGRAMA DE MOMENTOS

## CAPÍTULO V. BASES GENERALES PARA EL DISEÑO

### 5.1 REQUISITOS DE RESISTENCIA. COMBINACIONES DE CARGA UTIL.

El diseño estructural tiene como objeto proporcionar soluciones que, por medio del aprovechamiento óptimo de los materiales y de las técnicas constructivas disponibles y cumpliendo con las restricciones impuestas por los otros aspectos del proyecto, den lugar a un buen comportamiento de la estructura en condiciones normales de funcionamiento de la construcción y a una seguridad adecuada contra la ocurrencia de algún tipo de falla. Como se mencionó en el capítulo I la estructura puede concebirse como un subsistema dentro del sistema principal constituido por la obra global. La función de la estructura es absorber las sollicitaciones que se derivan del funcionamiento de la construcción. Esquemáticamente este concepto se visualiza en la forma ilustrada en la figura 5.1. El subsistema estructural debe soportar una serie de acciones externas que le ocasionan deformaciones, desplazamientos y, ocasionalmente, daños; todos estos constituyen su respuesta a dichas acciones.

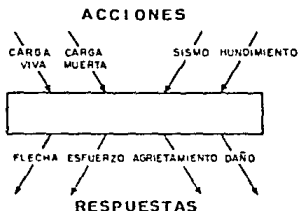


FIG. 5.1. REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MECANISMO ACCION-RESPUESTA.

Por acciones se entiende lo que generalmente se denominan cargas. Pero esta acepción más general incluye a todos los agentes externos que inducen en la estructura fuerzas internas, esfuerzos y deformaciones. Por tanto, además de las cargas propiamente dichas, se incluyen las deformaciones impuestas, como los hundimientos de la cimentación y los cambios volumétricos, así como los efectos ambientales de viento, temperatura, etc.

La respuesta de la estructura está representada por el conjunto de parámetros físicos que describen su comportamiento ante las acciones que le son aplicadas.

Para que la construcción cumpla con las funciones para las cuales está siendo proyectada, es necesario que la respuesta de la estructura se mantenga dentro de límites que no afecten su correcto funcionamiento, ni su estabilidad. Deben definirse por tanto cuáles son en cada caso los límites admisibles de la respuesta estructural. Estos límites dependen del tipo de construcción y de su destino y están definidos para las estructuras más comunes en los códigos de diseño.

Se llama estado límite de una estructura a cualquier etapa de su comportamiento a partir de la cual su respuesta se considera inaceptable. Se distinguen dos tipos de estados límite. Aquellos relacionados con la seguridad, se denominan estados límite de falla y corresponden a situaciones en las que la estructura sufre una falla total o parcial, o simplemente presenta daños que afectan su capacidad para resistir nuevas acciones. La falla de una sección por cortante, flexión torsión, carga axial o cualquier combinación de esos efectos, que llamaremos fuerzas internas, constituye un estado límite de falla,



así como la inestabilidad o falta de equilibrio global de la estructura, el pandeo local de una sección y la falla por fatiga. El proyectista debe procurar que no se presenten estados límite de falla debidos no sólo a las acciones que ocurren durante la operación normal de la estructura, sino también a las acciones correspondientes a condiciones excepcionales.

La revisión de los estados límite consisten en la comparación entre el valor de la respuesta calculada para las acciones especificadas y el valor fijado, por los Reglamentos, como estado límite o valor inadmisibile.

Para revisar si la respuesta de la estructura es adecuada en cuanto a la aparición de algún estado límite de falla, es necesario definir un indice de la respuesta que pueda compararse con la acción o combinación de acciones que afectan la estructura. Para este objeto conviene definir como resistencia de una estructura a la intensidad de la acción hipotética ( o combinación de acciones) que conducen a la estructura a un estado límite de falla. La ventaja de esta definición es que las acciones y las resistencias se miden en la misma escala. En el caso usual en que la revisión de la seguridad se hace por medios analíticos, conviene realizar la comparación a nivel de fuerzas internas, es decir, determinar por medio de un análisis estructural las fuerzas axiales y cortantes y los momentos de flexión y torsión que un conjunto dado de acciones produce en las distintas secciones y compararlos con los valores de estas fuerzas internas que la estructura, o cada sección de ella, es capaz de resistir. La resistencia de un elemento estructural o de una sección se determina por métodos experimentales o analíticos en función de

las propiedades mecánicas y geométricas de la estructura, con procedimientos que son peculiares de cada material estructural.

Según el Reglamento de Construcciones para el D.F., la determinación de resistencias de secciones de cualquier forma sujetas a flexión, carga axial o una combinación de ambas, se efectuará a partir de las condiciones de equilibrio y de las siguientes hipótesis:

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- b) Existe adherencia entre el concreto y el acero, de tal manera, que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente.
- c) El concreto no resiste esfuerzos de tensión.
- d) La deformación unitaria del concreto en compresión cuando se alcanza la resistencia de la sección es 0.003.
- e) La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto cuando se alcanza la resistencia es uniforme en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro, definido éste de acuerdo con las hipótesis anteriores. El esfuerzo uniforme se tomará igual a  $0.85 f_c$  si:

$$f_c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$$

e igual a:

$$\left( 1.05 - \frac{f_c}{1250} \right) f_c \text{ si: } f_c > 250 \text{ kg/cm}^2$$

## 5.2 REQUISITOS DE SERVICIO. LIMITACIONES POR FLECHA O POR AGRIETAMIENTO.

Se estableció al inicio de este capítulo que, después del objetivo básico de obtener una seguridad adecuada, el segundo objetivo del diseño estructural es lograr un comportamiento satisfactorio en condiciones normales de operación de la construcción y también ante ciertas acciones accidentales que es de esperarse ocurran diversas veces durante la vida esperada de ésta.

Se consideran como estados límite de servicio aquellas modalidades del comportamiento de una estructura que implican el funcionamiento inapropiado de la construcción, la incomodidad de sus ocupantes, el daño a elementos no estructurales o daños en construcciones vecinas o en las instalaciones de servicio público. Los requisitos de servicio pretenden además, con frecuencia, proteger contra la posibilidad de que ocurran deformaciones de la estructura que ocasionen efectos significativos de segundo orden. Estos efectos consisten en las fuerzas internas adicionales que se producen por efectos de las cargas externas actuando sobre las deformaciones de la estructura.

Otra definición de los estados límite de servicio es la que considera la ocurrencia de deformaciones, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten el correcto funcionamiento de la construcción, pero sin perjudicar su capacidad para soportar cargas.

Resulta claro que la obediencia de los requisitos de servicios significa en la casi totalidad de los casos

proporcionar a la estructura global y a sus elementos locales, rigidez suficiente para que las deformaciones ante las cargas de diseño se mantengan dentro de límites tolerables. Los casos más comunes que deben comprobarse son las flechas de los elementos horizontales de la estructura (losas y vigas de los sistemas de piso y techo) ante el efecto de las cargas gravitacionales y los desplazamientos laterales de una estructura ante los efectos de sismo o viento. En edificios altos la rigidez lateral necesaria para limitar estos desplazamientos dentro de niveles tolerables es uno de los parámetros determinantes en la elección del tipo de estructuración y del tamaño de los elementos estructurales.

El problema de los requisitos de servicio ha ido adquiriendo una importancia cada vez mayor a medida que se han estado empleando en las construcciones materiales de mayor resistencia, secciones más reducidas y formas estructurales más atrevidas. El escaso cuidado que algunos proyectistas ponen en este aspecto del diseño hace que la mayoría de los problemas estructurales que se presentan y los casos más frecuentes de necesidad de modificaciones y reparaciones estructurales se deban a incumplimiento de requisitos de servicio.

Los requisitos de servicio establecidos por los códigos consisten generalmente en el cálculo de las flechas ante ciertos sistemas de carga y en su comparación con desplazamientos admisibles. Las cargas para las cuales se calculan las flechas son generalmente las nominales sin incrementar por factores de carga.

El otro aspecto de los requisitos de servicio es el relacionado con los desplazamientos permisibles. Existen

discrepancias importantes entre los valores especificados por diferentes Reglamentos, signo de que estos límites no están basados en un planteamiento racional y generalmente aceptado del problema.

Según el Reglamento de Construcciones para el D. F. en las construcciones comunes, la revisión de los estados límite se considerará cumplida si se comprueba que no exceden los valores siguientes:

- a) Una flecha vertical incluyendo los efectos a largo plazo, igual al claro entre 240 más 0.5 cm. Además, para miembros cuyas deformaciones afecten elementos no estructurales, como muros de mampostería, que no sean capaces de soportar deformaciones apreciables, se considerará como estado límite una flecha medida después de la colocación de los elementos no estructurales, igual al claro entre 480, más 0.3 cm.
- b) Una deflexión horizontal entre dos niveles sucesivos de la estructura, igual a la altura de entrepiso entre 500 para estructuras que tengan ligados elementos no estructurales que puedan dañarse con pequeñas deformaciones e igual a la altura de entrepiso entre 250 para otros casos.

El caso (a) se refiere esencialmente a las deflexiones de los elementos horizontales (losas y vigas) bajo el efecto de las cargas verticales.

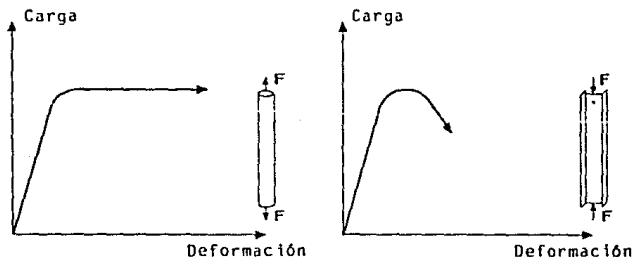
Otros estados límite de servicio se refieren a daños que ponen en peligro la estabilidad de la estructura y que pueden presentarse en algunos materiales específicos.

Tal es el caso del agrietamiento en el concreto reforzado, el cual es aceptado como una consecuencia normal del funcionamiento de la estructura mientras no exceda de ciertos límites que son inaceptables a la vista o que pueden provocar problemas de corrosión.

### 5.3 TIPIFICACION DE FALLA DUCTIL Y FRÁGIL

Es importante distinguir entre un modo de falla frágil, o sea aquel que ocurre en forma brusca y sin aviso, y un modo de falla dúctil, en el cual al llegar una sección o un elemento a un estado límite ésta no pierde bruscamente capacidad de carga y presenta un colapso, sino que es capaz de mantener su carga máxima para deformaciones mayores que las que correspondieron inicialmente a la ocurrencia del estado límite.

Las dos situaciones pueden visualizarse a través de las curvas carga - deformación respectiva, en la forma mostrada en la fig. 5.2



a) Falla Dúctil (curva A)

b) Falla Frágil (curva B)

**Fig. 5.2 Modos de falla dúctil y frágil.**

La curva A es representativa de una barra de acero sujeta a tensión en la cual, por las características del material, al llegar la carga a cierto valor ocurre la fluencia, lo que se considera como el límite de la capacidad del elemento. Sin embargo, el que la barra llegue a la fluencia no da lugar a un colapso inmediato del elemento, sino que éste puede mantener la carga de fluencia para deformaciones decenas de veces superiores a aquella para la cual inicialmente ocurrió la fluencia y, más aún, ser capaz de soportar cargas mayores antes del colapso, debido al endurecimiento del acero.

La curva B corresponde a una columna larga de acero sujeta a una carga axial de compresión. En este caso, debido a las proporciones de la barra, la falla ocurre por pandeo de la columna antes que se alcance la fluencia del acero en alguna sección. Cuando la curva alcanza el valor llamado carga crítica de pandeo, la columna se flexiona lateralmente en forma brusca y pierde rápidamente toda capacidad de carga. Obviamente, las consecuencias de la falla pueden ser radicalmente distintas en los dos casos. La falla dúctil proporciona un aviso previo que permite tomar medidas para evitar el colapso final y proceder al robustecimiento de la estructura. En general este tipo de falla tendrá solo consecuencias económicas debidas al costo de reparación. Más aún, en estructuras hiperestáticas, la falla dúctil da lugar a redistribuciones de esfuerzos que alivian las fuerzas internas en las secciones más críticas y permiten que otras secciones de la estructura inicialmente no críticas colaboren a la capacidad global hasta la formación de un mecanismo. Estas ventajas no existen cuando el modo de falla es frágil y las consecuencias de la falla serán más graves.



**ENCUADRE DE LOS ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES****6.1 DESCRIPCIÓN DE LOS TIPOS USUALES DE CIMENTACIÓN DE EDIFICIOS****a) Características Generales de la Cimentación.**

La cimentación, o subestructura, constituye un elemento de transición entre la estructura propiamente dicha, o superestructura, y el terreno en que se apoya. Su función es lograr que las fuerzas que se presentan en la base de la estructura se transmitan adecuadamente al suelo en que ésta se apoya. Para que eso se cumpla deberá haber una seguridad adecuada contra la ocurrencia de fallas en la estructura o en el suelo y contra la presencia de hundimientos excesivos que ocasionen daños en la construcción, en las construcciones adyacentes o en las instalaciones enterradas en la proximidad de la cimentación.

El diseño de cimentaciones es una actividad en que se traslapan las especialidades de Mecánica de Suelos y Estructuras. Una parte esencial del diseño consiste en definir, de manera compatible con el costo, cuáles son los estratos de suelo más adecuados para aceptar las cargas transmitidas por la estructura, cuál es la forma de la subestructura que mejor se presta a realizar dicha transmisión y cuál es el procedimiento de construcción más apropiado.

Un factor importante para definir el tipo de cimentación son los problemas de excavación, bombeo o compactación que pueden presentarse en la construcción misma y en las adyacentes.

## b) Clasificación de las cimentaciones.

La forma más común de clasificar las cimentaciones para los edificios se realiza en función de la profundidad de los estratos a los que se transmiten las cargas. En estos términos, se agrupan en superficiales y profundas.

1. Cimentaciones Superficiales.- Son aquellas que se apoyan en estratos poco profundos que tienen suficiente capacidad para resistir las cargas de la estructura. En este grupo se incluyen:

- Zapatas.- Son ensanchamientos de la sección de las columnas o muros con los que se distribuye la carga de éstos a un área mayor del suelo. Pueden ser aisladas (bajo una sola columna), combinadas bajo dos o más columnas) o corridas (bajo un muro o una contratrabe).

- Losas de cimentación.- En este tipo de cimentación el apoyo se realiza sobre toda el área de la construcción. Estas losas pueden ser planas (sin vigas) o con retículas de vigas (contratraves). En ocasiones la losa de cimentación, la losa de planta baja y las contratraves y muros de lindero forman cajones de cimentación que pueden llegar a profundidades relevantes y permiten aprovechar el peso del suelo excavado para compensar parcial o totalmente el peso de la construcción y aliviar así la presión neta en la superficie de contacto con el suelo.

2. Cimentaciones Profundas.- Están constituidas esencialmente por pilotes que transmiten su carga por punta o por fricción y que se denominan pilas cuando su sección transversal es de gran tamaño.

Las cimentaciones superficiales son las más empleadas en los edificios, sin embargo, también se emplean las cimentaciones profundas en algunos casos especiales.

La selección del tipo de cimentación depende fundamentalmente del tipo de construcción, de las cargas o acciones que actúan sobre de ella y del terreno donde se va a ubicar. Se dice que la elección de una cimentación debe estar basada en los conocimientos técnicos y el buen criterio del ingeniero, lo segundo es una cualidad que se desarrolla después de varios años de experiencia.

6.2 APLICACION AL EJEMPLO.

## 1. Cálculo del Peso total en la Cimentación.

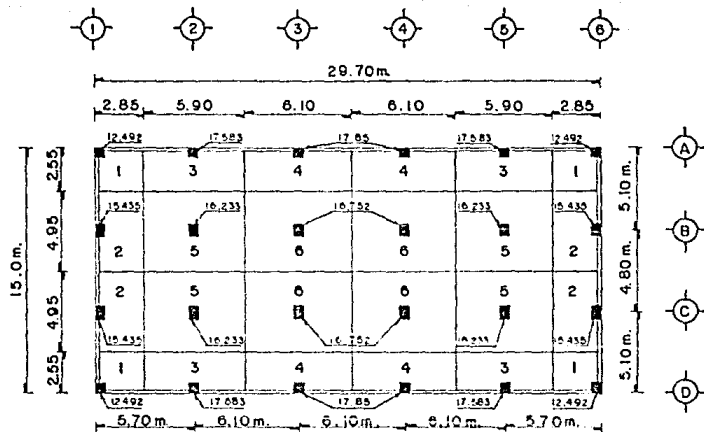


Fig. 6.21- Descarga en columnas (Planta de sótano).

## a) Cálculo de Areas.

$$A_1 = 2.85 \times 2.55 = 7.268 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 4.95 \times 2.85 = 14.108 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 5.90 \times 2.55 = 15.045 \text{ m}^2$$

$$A_4 = 6.10 \times 2.55 = 15.555 \text{ m}^2$$

$$A_5 = 5.90 \times 4.95 = 29.205 \text{ m}^2$$

$$A_6 = 6.10 \times 4.95 = 30.195 \text{ m}^2$$

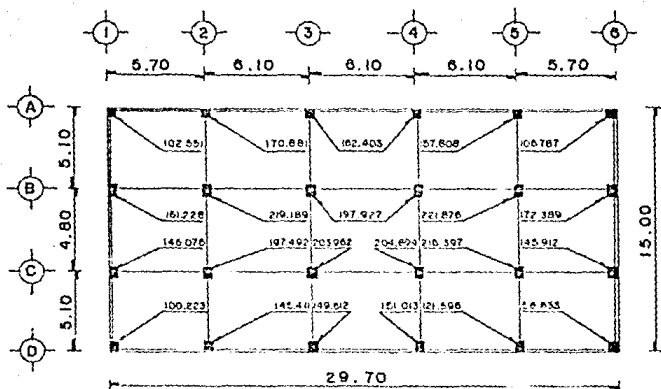


Fig. 6.22.- Descargo total en columnas (Planta de sótano)

## b) Cálculo del peso de la losa.

$$\begin{aligned}
 W_1 &= 7.268 \text{ m}^2 \times 525 \text{ kg/m}^2 = 3\,815.7 \text{ kg} = 3.816 \text{ ton} \\
 W_2 &= 14.108 \text{ m}^2 \times 525 \text{ kg/m}^2 = 7\,406.7 \text{ kg} = 7.407 \text{ ton} \\
 W_3 &= 15.045 \text{ m}^2 \times 525 \text{ kg/m}^2 = 7\,898.6 \text{ kg} = 7.899 \text{ ton} \\
 W_4 &= 15.555 \text{ m}^2 \times 525 \text{ kg/m}^2 = 8\,166.38 \text{ kg} = 8.166 \text{ ton} \\
 W_5 &= 29.235 \text{ m}^2 \times 525 \text{ kg/m}^2 = 15\,332.63 \text{ kg} = 15.333 \text{ ton} \\
 W_6 &= 30.195 \text{ m}^2 \times 525 \text{ kg/m}^2 = 15\,852.38 \text{ kg} = 15.852 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

## c) Cálculo del peso de columnas.

$$0.50 \times 0.50 \times 1.50 \times 2\,400 = 900 \text{ kg} = 0.9 \text{ ton}$$

## d) Cálculo del peso del muro de retención.

$$\text{Muro de concreto} - 0.20 \text{ m} \times 2\,400 \text{ kg/m}^3 \times 3.00 \text{ m} = 1\,440 \text{ kg/m}$$

$$\begin{aligned}
 2.85 \text{ m} \times 1\,440 \text{ kg/m} &= 4\,104 \text{ kg} = 4.104 \text{ ton} \\
 2.55 \text{ m} \times 1\,440 \text{ kg/m} &= 3\,672 \text{ kg} = 3.672 \text{ ton} \\
 5.90 \text{ m} \times 1\,440 \text{ kg/m} &= 8\,496 \text{ kg} = 8.496 \text{ ton} \\
 6.10 \text{ m} \times 1\,440 \text{ kg/m} &= 8\,784 \text{ kg} = 8.784 \text{ ton} \\
 4.95 \text{ m} \times 1\,440 \text{ kg/m} &= 7\,128 \text{ kg} = 7.128 \text{ ton}
 \end{aligned}$$

## e) Cálculo del peso total en las columnas.

Col. A <sub>1</sub> = 102.551 ton	Col. B <sub>1</sub> = 161.228 ton
Col. A <sub>2</sub> = 170.881 ton	Col. B <sub>2</sub> = 219.189 ton
Col. A <sub>3</sub> = 162.403 ton	Col. B <sub>3</sub> = 197.927 ton
Col. A <sub>4</sub> = 162.403 ton	Col. B <sub>4</sub> = 197.927 ton
Col. A <sub>5</sub> = 157.808 ton	Col. B <sub>5</sub> = 221.876 ton
Col. A <sub>6</sub> = 106.787 ton	Col. B <sub>6</sub> = 172.389 ton
Col. C <sub>1</sub> = 145.076 ton	Col. D <sub>1</sub> = 100.223 ton
Col. C <sub>2</sub> = 197.492 ton	Col. D <sub>2</sub> = 145.411 ton

Col. C<sub>3</sub> = 203.962 tonCol. D<sub>3</sub> = 149.612 tonCol. C<sub>4</sub> = 204.894 tonCol. D<sub>4</sub> = 151.013 tonCol. C<sub>5</sub> = 216.397 tonCol. D<sub>5</sub> = 121.596 tonCol. C<sub>6</sub> = 145.412 tonCol. D<sub>6</sub> = 56.633 ton

## 2. Diseño de zapatas aisladas.

$$P_R = 50 \text{ ton/m}^2$$

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$$

## a) Zapata tipo central

Descarga de la columna	220 ton	
Peso estimado de la cimentación	<u>22 ton</u>	(10%)
Carga total sobre el suelo	242 ton	

Carga axial de diseño:

$$P_u = 242 \text{ ton}$$

Considerando una zapata cuadrada de lado B

$$B^2 = \frac{P_u}{P_R} = \frac{242 \text{ ton}}{50 \text{ ton/m}^2} = 4.84 \text{ m}^2 \quad B = \sqrt{4.84} = 2.20 \text{ m}$$

B = 2.20 m      Se utilizará B = 2.20 m

La presión de contacto para dimensionamiento de la zapata se calcula sin considerar el peso de la cimentación.

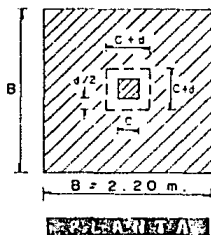
$$P_u = \frac{220}{2.2 \times 2.20} = 45.45 \text{ ton/m}^2 < 50 \text{ ton/m}^2$$

- Revisión por resistencia a la falla por punzonamiento.

La sección crítica es un perímetro a una distancia de la mitad del peralte efectivo de la zapata, medida desde el paño de la columna.

La fuerza cortante que actúa en la sección crítica vale:

$$V_u = P_u [B^2 - (c + d)^2]$$



$$C = 0.50 \text{ m} \quad P_u = 45.45 \text{ ton/m}^2$$

Suponiendo  $d = 0.5 \text{ m}$

$$V_u = 45.45 [2.20^2 - (0.5 + 0.5)^2]$$

$$V_u = 174.53 \text{ ton}$$

- Area de la sección crítica:

$$S = 4 d (c + d) = (50 \times 4) (50 + 50) = 20,000 \text{ cm}^2$$

- El esfuerzo cortante último vale:

$$V_u = \frac{V_u}{S} = \frac{174,530}{20,000} = 8.73 \text{ kg/cm}^2$$

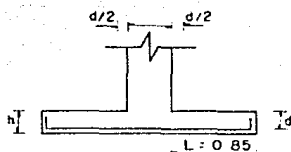
- El cortante resistente vale:

$$V_R = F_R \sqrt{f \cdot c} = 0.9 \sqrt{250 \times 0.9} = 11.31 \text{ kg/cm}^2 > V_u \therefore \text{Pasa}$$

- Refuerzo por flexión.



El momento en la sección crítica es:



$$M_u = \frac{w l^2}{2} = \frac{(45.45) (0.85)^2}{2} = 16.42 \text{ ton-m}$$

### ELEVACION

$$A_s = \frac{M_u}{F_R 0.9 d x f_y} = \frac{1642000}{0.9 \times 0.9 \times 50 \times 4200} = 9.65 \text{ cm}^2$$

$$A_s = p b d \Rightarrow p = \frac{A_s}{bd} = \frac{9.65}{100 \times 45} = 0.00214$$

Por Reglamento:

$$P_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4200} = 0.002635 > 0.00214$$

$P_{\min} = 0.002635 > 0.00214 \therefore$  Rige el  $P_{\min}$  por reglamento

$$A_s = 0.002635 \times 100 \times 45 = 11.86 \text{ cm}^2$$

Utilizando varillas del No. 6 ( $A = 2.86 \text{ cm}^2$ )

$$S = \frac{100 (2.86)}{11.86} = 24.11 \text{ cm} \approx 25$$

Se utilizarán varillas # 6 @ 25 en ambas direcciones.

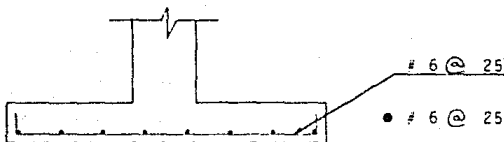
- Revisión del peralte

$$h = d + \frac{d_b}{2} + r$$

$d_b = 1.9$  cm para una barra # 6

$r = 5$  cm por especificación en estructuras enterradas

$h = 45 + 5 + 0.95 = 50.95$  cm  $\approx 50$  cm



**REFUERZO DE LA ZAPATA**

b) Zapata tipo de colindancia

Descarga de la columna	110 ton
Peso estimado de la cimentación	<u>11 ton</u>
Carga total sobre el suelo	121 ton

Carga axial de diseño  $P_u = 176$  ton

Considerando una zapata cuadrada de lado B

$$B^2 = \frac{P_u}{P_R} = \frac{121}{50} = 2.42 \text{ m}^2 \quad B = \sqrt{2.42} = 1.56 \text{ m} \approx 1.60 \text{ m}$$

Se usará  $B = 1.60$  m

La presión de contacto para dimensionamiento de la zapata se

calcula sin considerar el peso de la cimentación.

$$p_u = \frac{110}{1.6 \times 1.6} = 42.97 \text{ ton/m}^2 < 50 \text{ ton/m}^2$$

- Revisión por resistencia a la falla por punzonamiento.

La fuerza cortante que actúa en la sección crítica vale:

$$V_u = P_u [B^2 - (c + d)^2]$$

$$\text{Suponiendo } d = 40 \text{ cm} \quad V_u = 42.97 [(1.60)^2 - (0.50+0.40)^2]$$

$$c = 50 \text{ cm} \quad V_u = 75.2 \text{ ton}$$

Area de la sección crítica:

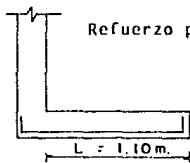
$$S = 4 \cdot d (c + d) = 4 \times 40 (50 + 40) = 14\,400 \text{ cm}^2$$

El esfuerzo cortante último vale:

$$V_u = \frac{V_u}{s} = \frac{75\,200}{14\,400} = 5.22 \text{ kg/cm}^2$$

El cortante resistente vale:

$$V_R = F_R \sqrt{f^*c} = 0.8 \sqrt{250 \times 0.8} = 11.31 \text{ kg/cm}^2 > V_u \therefore \text{Pasa}$$



Refuerzo por flexión.

El momento en la sección crítica es:

$$M_u = \frac{w l^2}{2} = \frac{(42.97)(1.10)^2}{2} = 26.0 \text{ ton-m}$$

**ELEVACION:**

$$A_s = \frac{M_u}{F_R 0.9d \times f_y} = \frac{2\,600\,000}{0.9 \times 0.9 \times 40 \times 4,200} = 19.11 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \rho b d \Rightarrow \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{19.11}{100 \times 35} = 0.00546$$

$$\rho_{\min} \text{ Por reglamento: } \rho_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.002635 < 0.00546$$

$\therefore$  Rige el  $A_s$  calculada.

$$A_s = \rho b d = 0.00546 \times 100 \times 40 = 21.84 \text{ cm}^2$$

Utilizando barras No. 6 (  $A = 2.86 \text{ cm}^2$  )

$$s = \frac{100 \times 2.86}{21.84} = 13.10 \text{ cm} \approx 13 \text{ cm}$$

Se utilizarán barras # 6 @ 13 en ambas direcciones

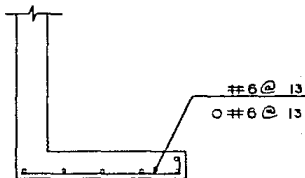
- Revisión del peralte.

$$h = d + d_b/2 + r$$

$r = 5 \text{ cm}$  por especificación para estructuras enterradas.

$d_b = 1.9 \text{ cm}$  para una barra # 6

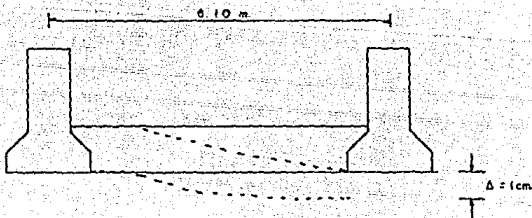
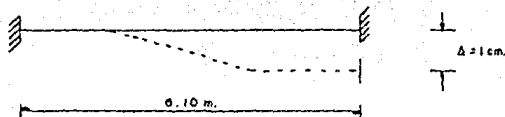
$$h = 35 + 5 + 0.95 = 40.95 \text{ cm} \approx 40 \text{ cm}$$



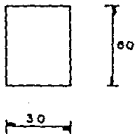
**REFUERZO DE LA ZAPATA**

## 3. Diseño de traveses de liga.

Trabe TL - 1

Considerando  $\Delta = 1 \text{ cm}$ .

$$M = \frac{6 E I}{L^2} \Delta$$



$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \times 50^3}{12} = 540,000 \text{ cm}^4$$

$$E = 14000 \sqrt{f'c}$$

$$E = 14000 \sqrt{250} = 221,359$$

$$M = \left( \frac{6 \times 221,359 \times 540,000}{(610)^2} \right) (1) = 1,927,966 \text{ kg - cm}$$

Datos:

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.8 f'c$$

$$f^*c = 0.85 f^*c$$

$$r = 6 \text{ cm}$$

$$f^* = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = 1.4 \times 1'927,966 = 2'699,152$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{2'699,152}{30 \times (55)^2} = 29.74$$

De las gráficas de las Ayudas de Diseño del Instituto de Ingeniería fig. 3 tenemos:

$$\text{Para } \frac{M_R}{bd^2} = 29.74 \quad p = 0.0088$$

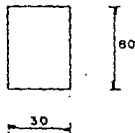
$$p = \frac{A_s}{bd} \Rightarrow A_s = pbd$$

$$A_s = 0.0088 \times 30 \times 55 = 14.52 \text{ cm}^2$$

Con 6 vars. No. 6

$$6 \times 2.85 = 17.10 \text{ cm}^2 > 14.52 \text{ cm}^2$$

Considerando una sección de 30 x 80 tenemos:



$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \times 80^3}{12} = 1'280,000 \text{ cm}^4$$

$$E = 221,359$$

$$M = \left( \frac{6 \times 221,359 \times 1'280,000}{(610)^2} \right) (1) = 4,568'764 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$M = 1.4 \times 4'568,764 = 6'396,270 \text{ kg/cm}$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{6'396,270}{30 \times (75)^2} = 37.90$$

De las gráficas de las Ayudas de Diseño del Instituto de Ingeniería fig. 3 tenemos:

$$\text{Para } \frac{M_R}{bd^2} = 37.90 \quad p = 0.0115$$

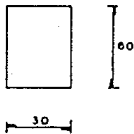
$$p \frac{A_s}{bd} \Rightarrow A_s = pbd$$

$$A_s = 0.0115 \times 30 \times 75 = 25.88 \text{ cm}^2$$

Con 6 varillas del No. 8.

$$6 \times 5.07 = 30.42 \text{ cm}^2 > 25.88 \text{ cm}^2$$

Debido a que resulta un área de acero muy alta para la sección que se tiene se propone un  $\Delta = 0.6 \text{ cm}$ .



$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \times 60^3}{12} = 540,000 \text{ cm}^4$$

$$E = 14,000 \sqrt{250} = 221,359$$

$$M = \left( \frac{6 E I}{L^2} \right) \Delta$$

$$M = \left[ \frac{6 \times 221,359 \times 540,000}{(610)^2} \right] [0.6] = 1\,156,468 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$M_R = 1.4 \times 1\,156,468 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 1\,619,055 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$b \times d = 30 \times 55 = 1,650$$

$$b \times d^2 = 30 \times 55^2 = 90,750$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{1\,619,055}{90,750} = 17.84$$

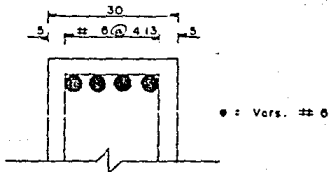
De las gráficas de las Ayudas de Diseño del Instituto de Ingeniería fig. 3 tenemos:

$$\text{Para } \frac{M_R}{bd^2} = 17.84 \quad p = 0.005$$

$$p = \frac{A_s}{bd} \Rightarrow A_s = p b d$$

$$A_s = 0.005 \times 1,650 = 8.25 \text{ cm}^2$$

$$\text{con 4 vars. No. 6. } 4 \times 2.85 = 11.40 \text{ cm}^2 > 8.25 \text{ cm}^2$$





- Revisión por cortante.

Utilizando estribos del No. 3.

$$V_{CR} = 0.8 \times 30 \times 55 (0.2 + (30 \times 0.005)) \sqrt{200} = 6,533.67$$

$$V = 22.3976 \text{ kg} \approx 22.40 \text{ ton}$$

$$V_u = 22.4 \times 1.1 = 24.64 \text{ ton}$$

$$V_u - V_{CR} = 24.64 - 6.53 = 18.11$$

$$s = \frac{Fr Av fy d}{V_u - V_{CR}} \quad s = \frac{0.8 \times 1.42 \times 4,200 \times 55}{18.11} = 14.49 \text{ cm} \approx 14 \text{ cm}$$

$$48 \varnothing \text{ Var. 3} = 48 \times 0.95 = 45.6 \text{ cm}$$

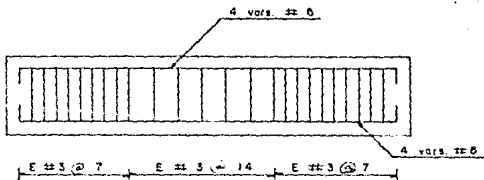
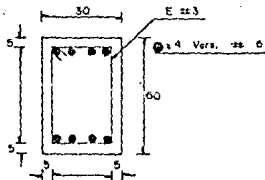
$$\frac{850 \times 1.9}{\sqrt{fy'}} = 24.92 \approx 25 \text{ cm.} \quad b/2 = \frac{30}{2} = 15$$

Por tanto rige  $S_E = 14 \text{ cm}$  en tramo central.

En extremos:

$$l/4 = 610/4 = 152.50 \approx 155 \text{ cm}$$

Rige  $S_E = 14/2 = 7 \text{ cm}$  hasta 155 cm de cada extremo.

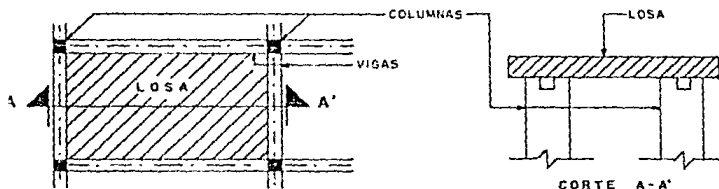


DETALLES DELS ARMADOS DELS ACEROS DE FERRO I OSETI A TRAVE DE LA TIGLA (016-51)

## CAPÍTULO VII DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXIÓN

### 7.1 DISEÑO DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES.

Las losas apoyadas perimetralmente son aquellas que están apoyadas sobre vigas o muros en sus cuatro lados, como se muestra en la fig. 7.11, y que por lo tanto trabajan en dos direcciones.



### 7.1.1 LA LOSA APOYADA PERIMETRALMENTE

Una característica estructural importante de los apoyos de estas losas es que su rigidez a flexión es mucho mayor que la rigidez a flexión de la propia losa.

Los momentos flexionantes en este tipo de losas se calcularán con los coeficientes de la tabla 7.12 si se cumplen las siguientes condiciones:

- 1) Los tableros son aproximadamente rectangulares.
- 2) La distribución de las cargas es aproximadamente uniforme en cada tablero.
- 3) Los momentos negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes difieren entre sí en una cantidad no mayor que 50 por ciento del menor de ellos.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto y largo, $m = a_1/a_2$															
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0			
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II		
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	336	286	292		
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	350	288	292		
	positivo	corto	650	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130		
		largo	175	181	139	144	134	139	130	155	128	133	127	131	126	130		
De borde	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	405	431	357	388	315	346		
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311		
	positivo	corto	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
		largo	650	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144		
De borde	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1145	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311		
		largo	587	637	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346		
	positivo	corto	651	0	362	0	321	0	295	0	250	0	219	0	190	0		
		largo	751	912	534	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135		
De esquina	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1145	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364		
		largo	650	715	474	564	455	541	429	506	354	437	350	410	324	364		
	positivo	corto	651	0	362	0	321	0	297	0	250	0	219	0	190	0		
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
Adosados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	751	912	558	416	396	354	259	298	216	247	176	199	137	155		
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	155		
	positivo	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	350	0		
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0		
Adosados laterales discontinuos	positivo	corto	1100	1670	830	1380	800	1320	720	1150	640	1070	570	950	500	850		
		largo	200	250	200	350	500	850	500	850	500	850	500	850	500	850		

Caso I. Losa colada monolíticamente con su apoyo.

Caso II. Losa no colada monolíticamente con sus apoyos.

Los coeficientes multiplicados por  $10^{-4}$  da, dan momentos por unidad de ancho.

Para el caso I,  $a_1$  y  $a_2$  pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder el claro libre más dos veces el espesor de la losa.

### TABLA 7-12

Coefficientes de momentos para tableros rectangulares, franjas centrales para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60.

- 4) La relación entre carga viva y muerta no es mayor de 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor de 1.5 en otros casos.

Para valores intermedios de la relación ( $m$ ) entre el claro corto ( $a_1$ ) y el claro largo ( $a_2$ ) se interpolará linealmente.

a) Secciones críticas y franjas de refuerzo.

Para momento negativo, las secciones críticas se tomarán en los bordes del tablero, y para positivo, en las líneas medias.

Para colocación del refuerzo la losa se considerará dividida, en cada dirección, en dos franjas extremas y una central. Para relaciones de claro corto a largo mayores de 0.5, las franjas centrales tendrán un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema igual a la cuarta parte del mismo. Para relaciones  $a_1/a_2$  menores de 0.5, la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual a  $a_2 - a_1$  y cada franja extrema igual a  $a_1/a_2$ .

Para doblar varillas y aplicar los requisitos de anclaje del acero se supondrán líneas de inflexión a un sexto del claro corto desde los bordes del tablero para momento positivo, y a un quinto del claro corto desde los bordes del tablero para momento negativo.

b) Distribución de momentos entre tableros adyacentes.

Cuando los momentos obtenidos en el borde común de dos tableros adyacentes sean distintos, se distribuirán dos

tercios del momento desequilibrado entre los dos tableros si éstos son monolíticos con sus apoyos, o la totalidad de dicho momento si no lo son. Para la distribución se supondrá que la rigidez del tablero es proporcional a  $d^3/a_1$ .

c) Acero Mínimo.

Respecto al acero mínimo, se utiliza la misma ecuación que para losas en una dirección:

$$A_s = \frac{45,000 h}{f_y (h + 100)} \text{ ----- } l$$

donde  $A_s$  es el área mínima por metro de ancho de la losa. Esta área debe duplicarse si la losa esta expuesta a la intemperie. En losas protegidas de la intemperie puede proporcionarse, por simplicidad, una relación mínima, - P mín. de 0.002 y de 0.004 para losas expuestas a ella.

La separación entre barras no debe exceder de 50 cm ni de  $3.5 h$ , excepto en la proximidad de cargas concentradas superiores a una tonelada, en donde la separación máxima será de  $2.5 d$ .

d) Peralte Mínimo.

Cuando sea aplicable la tabla 7.12 podrá omitirse el cálculo de deflexiones si el peralte efectivo no es menor que el perímetro del tablero entre 300. Para este cálculo, la longitud de lados discontinuos se incrementará en 50 por ciento si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella, y 25 por ciento cuando lo sean. En losas alargadas no es necesario tomar un peralte mayor que el que corresponde a un tablero con  $a_2 = 2a_1$ .

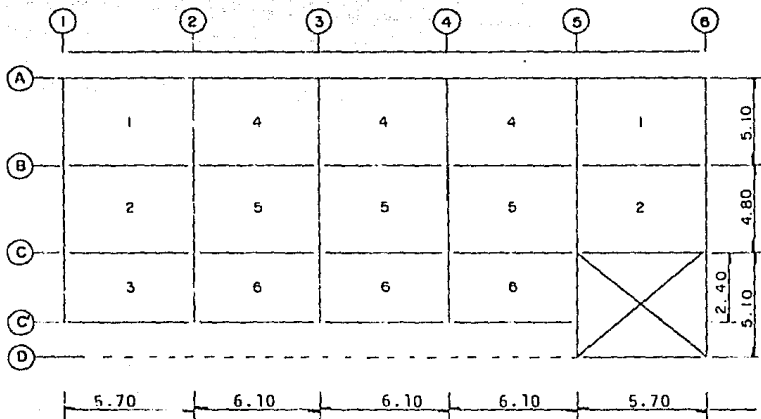
g) fuerza cortante.

En la gran mayoría de los casos, el dimensionamiento de las losas apoyadas perimetralmente queda regido por flexión. Sin embargo, es necesario revisar la seguridad contra fuerza cortante. Para estos fines, la fuerza cortante que actúa en un ancho unitario puede calcularse con la expresión:

$$V_u = (a/2 - d) w \left[ 1 + \left( \frac{a_1}{a_2} \right) b \right] \text{ ----- } \text{ ] ]}$$

Se supondrá que la sección crítica se encuentra a un peralte efectivo del paño. Cuando en un tablero existan bordes continuos y bordes discontinuos, el valor  $V_u$  se incrementará en 15 por ciento. La resistencia de la losa a fuerza cortante se supondrá igual a:

$0.5 F_R db \sqrt{f^*c}$ , es decir, igual a la de una viga sin refuerzo en el alma.

7.2 APLICACION AL EJEMPLO.**PUNTA DE AZOTEA****Materiales:**

Concreto  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Acero de Refuerzo  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

$w = 820 \text{ kg/m}^2 \times 1.4 = 1,148 \text{ kg/m}^2$

$f^*c = 0.8 f'c = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$

$f''c = 0.85 f^*c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$

Para el tablero 1 tenemos:

Peralte efectivo mínimo.

$$d = \frac{(510 + 570) 1.25 + 5.10 + 5.70}{300} = 8.10 \times 1.24 = 9.9 = 10$$

Como:  $f_s = 2,520 \text{ kg/cm}^2 > 2,000 \text{ kg/cm}^2$  y  $w = 820 \text{ kg/m}^2 > 380 \text{ kg/m}^2$

Se aplica la fórmula:

$$d \text{ mín.} = d \cdot 0.034 \sqrt{f_s w}$$

$$d \text{ mín.} = 8.10 \times 0.034 \sqrt{2,520 \times 820} = 10.44 \approx 11 \text{ cm}$$

$$11 \text{ cm} + 2 \text{ recubrimiento} = 13 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$

$$\therefore h = 15 \text{ cm}$$

TABLERO	MOMENTO	CLARO	COEFICIENTE K	$M_u = K w a_1^2$ ton-m	$m = a_1/a_2$
1	Negativo en bordes interiores	Corto	0.0376	0.8019	5.10/5.70 = 0.89
		Largo	0.0363	0.7742	
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.0222	0.4735	
		Largo	0.0208	0.4436	
2	Positivo	Corto	0.0180	0.3839	4.80/5.70 = 0.84
		Largo	0.0138	0.2943	
	Negativo en bordes interiores	Corto	0.0385	0.7274	
		Largo	0.0340	0.6424	
3	Negativo en bordes discontinuos	Largo	0.0216	0.4081	
		Corto	0.0198	0.3552	
	Positivo	Largo	0.0130	0.2456	
		Negativo en bordes interiores	Corto	0.0672	0.3174
Largo	0.0495		0.2556		
Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.0408	0.1927		
	Largo	0.0269	0.1271		
Positivo	Corto	0.0421	0.1988		
	Largo	0.0158	0.0746		



4	Negativo en bordes interiores	Corto	0.0377	0.8041	$\frac{5.10}{6.10} = 0.84$
		Largo	0.0366	0.7806	
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.0238	0.5076	
		Corto	0.0187	0.3988	
	Positivo	Largo	0.0135	0.2879	
5	Negativo en bordes interiores	Corto	0.0386	0.7293	$\frac{4.80}{6.10} = 0.79$
		Largo	0.0349	0.6594	
		Corto	0.0196	0.3703	
	Positivo	Largo	0.0128	0.2418	
6	Negativo en bordes interiores	Corto	0.0688	0.3250	$\frac{2.40}{6.10} = 0.39$
		Largo	0.0492	0.2324	
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.0426	0.2012	
		Corto	0.0325	0.1535	
	Positivo	Largo	0.0155	0.0732	

**ESQUEMA DE RIGIDEZ DE TABLEROS**

Tablero	Rigidez ( $d^3/a_1$ )
1	$13^3/510 = 4.308$
2	$13^3/480 = 4.577$
3	$13^3/240 = 9.154$
4	$13^3/510 = 4.308$
5	$13^3/480 = 4.577$
6	$13^3/240 = 9.154$

Distribución entre tableros 1 y 4.

Momento de desequilibrio:  $0.7806 - 0.7742 = 0.0064$  ton/m

Momento a distribuir:  $2/3 \times 0.0064 = 0.0043 \text{ ton} \cdot \text{m}$

Tablero	Rigidez	Factor
1	4.308	0.5
4	4.308	0.5
	<hr/>	<hr/>
	8.616	1.0

Distribución y Ajuste de Momentos.

1	4
0.7742	0.7906
+ 0.0022	- 0.0022
<hr/>	<hr/>
0.7764	0.7784

Momentos ajustados

Distribución entre tableros 1 y 2.

Momento de disequilibrio:  $0.8019 - 0.7274 = 0.0745 \text{ ton} \cdot \text{m}$

Momento a distribuir  $2/3 \times 0.0745 = 0.0497 \text{ Ton} \cdot \text{m}$

Tablero	Rigidez	Factor
1	4.308	0.4849
2	4.577	0.5151
	<hr/>	<hr/>
	8.885	1.0000

## Distribución y Ajuste de Momentos.

1	2	
0.8019	0.7274	
-	+	
0.0241	0.0256	
0.7778	0.7530	Momentos Ajustados

## Distribución entre tableros 2 y 5.

Momento de desequilibrio:  $0.6594 - 0.6424 = 0.0170 \text{ Ton} - \text{m}$

Momento a distribuir:  $2/3 \times 0.0170 = 0.0113 \text{ ton} - \text{m}$

Tablero	Rigidez	Factor
2	4.577	0.5
5	4.577	0.5
	<hr/>	<hr/>
	9.154	1.0

## Distribución y Ajuste de Momentos.

2	5	
0.6424	0.6594	
+	-	
0.0057	0.0057	
0.6481	0.6537	Momentos ajustados

## Distribución entre tableros 2 y 3.

Momento de desequilibrio:  $0.7274 - 0.3174 = 0.4100$  Ton - m.

Momento a distribuir:  $2/3 \times 0.4100 = 0.2733$  ton - m.

Tablero	Rigidez	Factor
2	4.577	0.3333
3	9.154	0.6667
	13.731	1.0000

## Distribución y Ajuste de Momentos.

2	3
0.7274	0.3174
-	+
0.0911	0.1822
0.6363	0.4996

Momentos Ajustados

## Distribución entre tableros 3 y 6.

Momento de desequilibrio:  $0.2338 - 0.2324 = 0.0014$  ton - m

Momento a distribuir:  $2/3 \times 0.0014 = 0.0009$  ton - m

Tablero	Rigidez	Factor
3	9.154	0.5
6	9.154	0.5
	<hr/>	<hr/>
	18.308	1.0

Distribución y Ajuste de Momentos.

3	6	
0.2338	0.2324	
-	+	
0.0005	0.0005	
0.2333	0.2329	Momentos Ajustados

Distribución entre tableros 4 y 5.

Momento de desequilibrio:  $0.8041 - 0.7293 = 0.0748$  Ton - m

Momento a distribuir:  $2/3 \times 0.0748 = 0.0499$  ton - m

Tablero	Rigidez	Factor
4	4.308	0.4849
5	4.577	0.5151
	<hr/>	<hr/>
	8.885	1.0000

## Distribución y Ajuste de Momentos.

4	5
0.8041	0.7293
-	+
0.0242	0.0257
0.7799	0.7550

Momentos Ajustados

## Distribución entre tableros 5 y 6

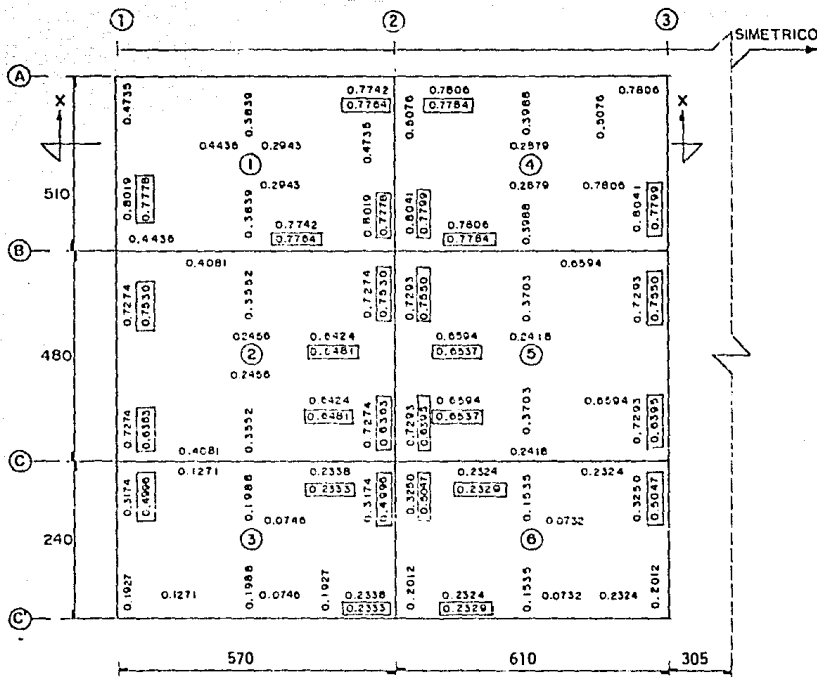
Momento de desequilibrio:  $0.7293 - 0.3250 = 0.4043 \text{ ton} \cdot \text{m}$ Momento a distribuir:  $2/3 \times 0.4043 = 0.2695 \text{ ton} \cdot \text{m}$ 

Tablero	Rigidez	Factor
5	4.577	0.3333
6	9.154	0.6667
	13.731	1.0000

## Distribución y Ajuste de Momentos.

5	6
0.7293	0.3250
-	+
0.0898	0.1797
0.6395	0.5047

Momentos Ajustados



## Cálculo del Area de Acero.

Para tableros 1, 2, 4 y 5 en el claro corto.

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{0.7778 \text{ ton} \cdot \text{m} \times 1.4 \times 10^5}{100 \times 13^2} = 6.44$$

De gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 6.44$  tenemos:  $p = 0.0027$

$$A_s = 0.0027 \times 13 \times 100 = 3.51 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{100 \times 0.71}{3.51} = 20.23 \approx 20 \text{ cm}$$

$$P_{\text{mfn.}} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4,200} = 0.00264 < 0.0027 \quad \therefore \text{Rige } p = 0.0027$$

$\therefore$  Se utilizarán barras No. 3 @ 20

Para tableros 1, 2, 4 y 5 en el claro largo.

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{0.7784 \times 1.4 \times 10^5}{100 \times 13^2} = 6.45$$

De gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 6.45$  tenemos:  $p = 0.0027$

$$A_s = 0.0027 \times 13 \times 100 = 3.51 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{100 \times 0.71}{3.51} = 20.23 \approx 20 \text{ cm}$$

$\therefore$  Se utilizarán barras No. 3 @ 20.

Para tableros 3 y 6 en el claro corto. Con barras del No. 3:

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{0.5047 \times 1.4 \times 10^5}{100 \times 13^2} = 4.18$$



De gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 4.18$  tenemos:  $0.0025 < P_{mín}$ : se usará  $P_{mín}$ .

$$A_s = 0.00264 \times 13 \times 100 = 3.43 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{100 \times 0.71}{3.43} = 20.70 \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$$

∴ Se utilizarán barras No. 3 @ 20.

Para tableros 3 y 6 en el claro largo.

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{0.2333 \times 1.4 \times 10^5}{100 \times 13^2} = 1.93$$

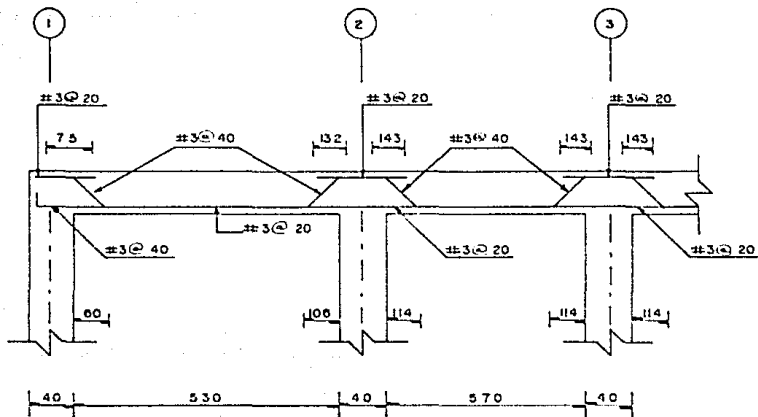
De gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 1.93$  Tenemos:  $p = 0.0023 < P_{mín}$ .

∴ Rige el  $P_{mín}$ .

$$A_s = 0.00264 \times 13 \times 100 = 3.43 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{100 \times 0.71}{3.43} = 20.70 \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$$

∴ Se utilizarán barras No. 3 @ 20.



CORTE X-X DE GROQUIS DE ARMADO

- Revisión por Fuerza Cortante.

La fuerza cortante máxima ocurre, en el claro corto del tablero 4.

$$V_u = \frac{(0.5 \times 5.10 - 0.13) 1,148}{1 + \left( \frac{5.10}{6.10} \right)^6} = 2,071 \text{ kg}$$

Resistencia de diseño:

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f'_c} = 0.5 \times 0.80 \times 100 \times 13 \times \sqrt{200} = 7,354 \text{ kg}$$

$V_{CR} > V_u$  ∴ El peralte es aceptable por fuerza cortante.

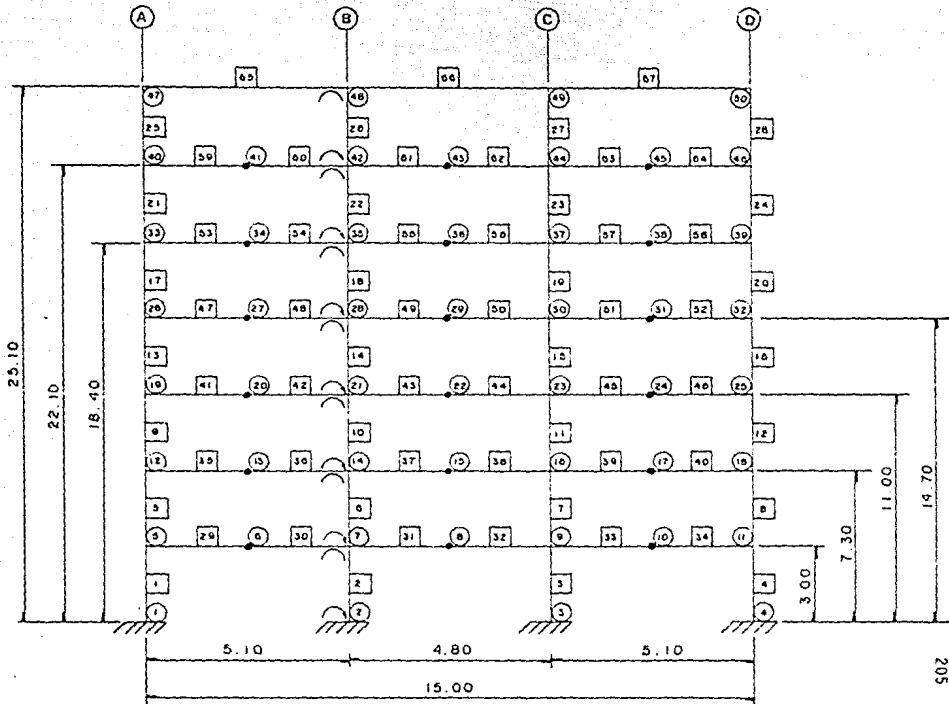
### 7.3 OBTENCIÓN DE ENVOLVENTES PARA EL DISEÑO DE VIGAS.

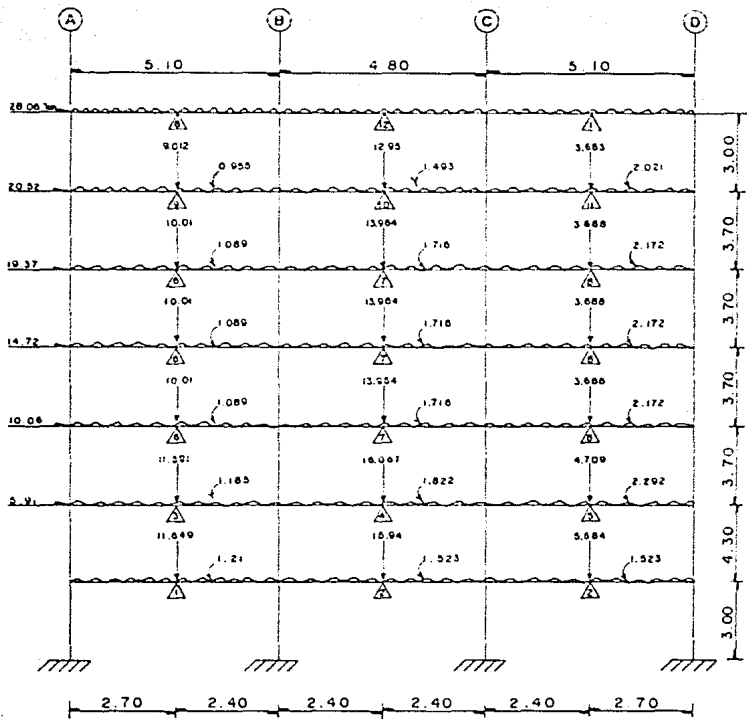
Los diagramas de envolventes se obtienen cuando actúan simultáneamente la carga vertical y el sismo, y se determinan sumando los diagramas de carga vertical y los diagramas correspondientes a la acción de sismo.

Para obtener las envolventes de las vigas principales del ejemplo, primero obtuve los elementos mecánicos del marco 5 por medio del programa de computadora llamado "ANET" considerando solamente la carga accidental (sismo).

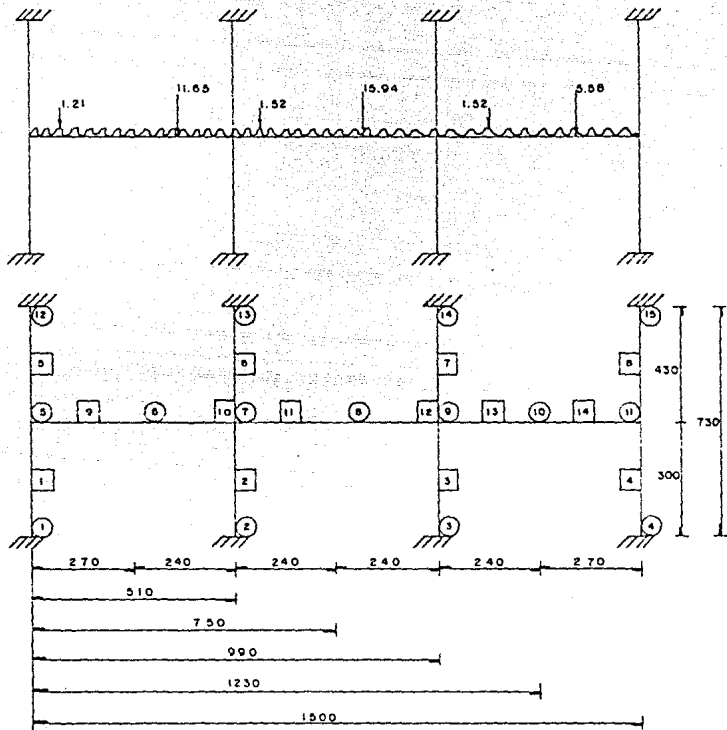
Después haciendo la consideración del marco equivalente y utilizando el programa de computadora "SICAL" obtuve los elementos mecánicos para la carga vertical. Finalmente ya teniendo los resultados de los programas de computadora procedí a realizar las gráficas de los diagramas de cortante y momento y la obtención de las envolventes para las vigas principales en planta baja del marco 5.

Con las envolventes se procede a realizar el dimensionamiento de las vigas principales.





MARCO 5 V



-----  
**FUERZA LATERAL**  
 -----

**COORDENADAS DE LOS NUDOS :**

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	9.90000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	1.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
6	2.70000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
7	5.10000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
8	7.50000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
9	9.90000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
10	1.27000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
11	1.50000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
12	0.00000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
13	2.70000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
14	5.10000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
15	7.50000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
16	9.90000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
17	1.27000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
18	1.50000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
19	0.00000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
20	2.70000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
21	5.10000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
22	7.50000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
23	9.90000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
24	1.23000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
25	1.50000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
26	0.00000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
27	2.70000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
28	5.10000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
29	7.50000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
30	9.90000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
31	1.23000E+01	1.47000E+01	0.00000E+00
32	1.50000E+01	1.47000E+01	0.00000E+00
33	0.00000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
34	2.70000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
35	5.10000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
36	7.50000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
37	9.90000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
38	1.23000E+01	1.84000E+01	0.00000E+00
39	1.50000E+01	1.84000E+01	0.00000E+00
40	0.00000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
41	2.70000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
42	5.10000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
43	7.50000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
44	9.90000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
45	1.23000E+01	2.21000E+01	0.00000E+00
46	1.50000E+01	2.21000E+01	0.00000E+00
47	0.00000E+00	2.51000E+01	0.00000E+00
48	5.10000E+00	2.51000E+01	0.00000E+00
49	9.90000E+00	2.51000E+01	0.00000E+00
50	1.50000E+01	2.51000E+01	0.00000E+00



## PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	O	J	IY	IZ
1	3.00000E-01	2.21359E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.63000E-03
2	2.50000E-01	2.21359E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.21000E-03
3	2.00000E-01	2.21359E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.42000E-03
4	1.50000E-01	2.21359E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.90000E-03
5	8.00000E-02	2.21359E+06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.60000E-04

## GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	#/DO ORIGEN	MUDO FIN	ANGULO DE GIRO
1	1	1	5	0.00000E+00
2	1	2	7	0.00000E+00
3	1	3	9	0.00000E+00
4	1	4	11	0.00000E+00
5	1	5	12	0.00000E+00
6	1	7	14	0.00000E+00
7	1	9	16	0.00000E+00
8	1	11	18	0.00000E+00
9	2	12	19	0.00000E+00
10	2	14	21	0.00000E+00
11	2	16	23	0.00000E+00
12	2	18	25	0.00000E+00
13	2	19	26	0.00000E+00
14	2	21	28	0.00000E+00
15	2	23	30	0.00000E+00
16	2	25	32	0.00000E+00
17	2	26	33	0.00000E+00
18	2	29	35	0.00000E+00
19	2	30	37	0.00000E+00
20	2	32	39	0.00000E+00
21	2	33	40	0.00000E+00
22	2	35	42	0.00000E+00
23	2	37	44	0.00000E+00
24	2	39	46	0.00000E+00
25	3	40	47	0.00000E+00
26	3	42	48	0.00000E+00
27	3	44	49	0.00000E+00
28	3	46	50	0.00000E+00
29	4	5	6	0.00000E+00
30	4	6	7	0.00000E+00
31	4	7	8	0.00000E+00
32	4	8	9	0.00000E+00
33	4	9	10	0.00000E+00
34	4	10	11	0.00000E+00
35	4	12	13	0.00000E+00
36	4	13	14	0.00000E+00
37	4	14	15	0.00000E+00
38	4	15	16	0.00000E+00
39	4	16	17	0.00000E+00
40	4	17	18	0.00000E+00
41	4	19	20	0.00000E+00
42	4	20	21	0.00000E+00
43	4	21	22	0.00000E+00
44	4	22	23	0.00000E+00
45	4	23	24	0.00000E+00
46	4	24	25	0.00000E+00
47	4	26	27	0.00000E+00
48	4	27	28	0.00000E+00
49	4	29	29	0.00000E+00
50	4	29	30	0.00000E+00

51	4	30	31	0.00000E+00
52	4	31	32	0.00000E+00
53	4	32	34	0.00000E+00
54	4	34	35	0.00000E+00
55	4	35	36	0.00000E+00
56	4	36	37	0.00000E+00
57	4	37	38	0.00000E+00
58	4	38	39	0.00000E+00
59	4	40	41	0.00000E+00
60	4	41	42	0.00000E+00
61	4	42	43	0.00000E+00
62	4	43	44	0.00000E+00
63	4	44	45	0.00000E+00
64	4	45	46	0.00000E+00
65	5	47	48	0.00000E+00
66	5	48	49	0.00000E+00
67	5	49	50	0.00000E+00

## CARGAS EN ELEMENTOS 1

ELEMENTO	CARGA	ANGULO
29	0.00000E+00	0.00000E+00
30	0.00000E+00	0.00000E+00
31	0.00000E+00	0.00000E+00
32	0.00000E+00	0.00000E+00
33	0.00000E+00	0.00000E+00
34	0.00000E+00	0.00000E+00

## CARGAS EN NUDOS 1

NUDO	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
12	5.91000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
19	1.00600E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
26	1.47200E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
33	1.93700E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
40	2.05200E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
47	2.80600E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

## NUDOS RESTRINGIDOS:

NUDO	X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1
3	1	1	0	0	0	1
4	1	1	0	0	0	1

## FUERZAS EN ELEMENTOS 1

V

M

ELEM	NUDO	Fx	Fy	Fz	Hx	Hv	Hz
1	1	-1.01334E+02	2.04595E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.72240E+01
	5	-1.01334E+02	-2.04595E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.58454E+01
2	2	-8.58139E+00	2.68166E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.56922E+01
	7	-8.58139E+00	-2.68166E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.37660E+01
3	3	-8.09058E+00	2.68494E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.57130E+01
	9	-8.09058E+00	-2.68494E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.36593E+01
4	4	-1.01025E+02	2.05670E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.73195E+01
	11	-1.01025E+02	-2.05670E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.55588E+01
5	5	-8.61556E+01	1.90471E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.51462E+01
	12	8.61556E+01	-1.90471E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.67511E+01
6	7	-7.27777E+00	3.02744E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.69124E+01
	14	-7.27777E+00	-3.02744E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.37037E+01
7	9	-7.56641E+00	3.03443E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.67838E+01
	16	-7.56641E+00	-3.03443E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.36975E+01
8	11	-8.50766E+01	1.89270E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.47977E+01
	18	-8.50766E+01	-1.89270E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.65894E+01
9	12	-6.49697E+01	1.62729E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.88262E+01
	19	6.49697E+01	-1.62729E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.13837E+01
10	14	-5.74304E+00	3.01268E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.44276E+01
	21	-5.74304E+00	-3.01268E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.70615E+01
11	16	-5.52234E+00	3.01153E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.44001E+01
	23	-5.52234E+00	-3.01153E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.70266E+01
12	18	-6.45622E+01	1.62739E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.88509E+01
	25	6.45622E+01	-1.62739E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.13837E+01
13	19	-4.44204E+01	1.42021E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.17650E+01
	26	4.44204E+01	-1.42021E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.07830E+01
14	21	-4.21015E+00	2.71907E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.63900E+01
	28	-4.21015E+00	-2.71907E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.42155E+01
15	23	4.41616E+00	2.71621E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.63900E+01
	30	-4.41616E+00	-2.71621E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.41648E+01
16	25	4.42143E+01	1.41685E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.16792E+01
	32	-4.42143E+01	-1.41685E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.07443E+01
17	26	-2.67557E+01	1.17343E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.52728E+01
	33	2.67557E+01	-1.17343E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01540E+01
18	28	-2.73048E+00	2.23291E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.57843E+01
	35	2.73048E+00	-2.23291E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.49333E+01
19	30	2.69276E+00	2.22914E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.57314E+01
	37	-2.69276E+00	-2.22914E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.67470E+01
20	32	2.65928E+01	1.16345E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.51645E+01
	39	-2.65928E+01	-1.16345E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.78807E+01
21	33	-1.28770E+01	7.71653E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.99155E+00
	40	1.28770E+01	-7.71653E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.05295E+01
22	35	-1.39731E+00	1.44347E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.44044E+00
	42	1.39731E+00	-1.44347E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.44117E+01
23	37	-1.51070E+00	1.64932E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.44227E+01
	44	-1.51070E+00	-1.64932E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.65622E+01
24	39	1.27246E+01	7.95011E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.23479E+00
	46	-1.27246E+01	-7.95011E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.11806E+01
25	40	-2.65407E+00	4.36000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.60144E+00
	47	2.65407E+00	-4.36000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.98811E+00
26	42	-3.74949E-01	9.94021E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.49584E+01
	48	3.74949E-01	-9.94021E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.49220E+01
27	44	4.46154E-01	9.76527E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.45481E+01
	49	-4.46154E-01	-9.76527E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.47477E+01
28	46	2.78287E+00	3.97695E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.81035E+00
	50	-2.78287E+00	-3.97695E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.18023E+00
29	5	-1.52275E+00	-1.51783E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.93005E+01
	6	1.41235E+00	1.51783E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.68092E+01
30	6	-1.41235E+00	-1.51783E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.68092E+01
	7	1.41235E+00	1.51783E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.81009E+01

31	7	1.65237E-01	-1.64819E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.95611E+01
	8	-1.65237E-01	-1.64819E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.46892E-03
32	6	1.65283E-01	-1.64819E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.42723E-03
	9	-1.65283E-01	1.64819E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.55222E+01
33	9	1.66016E+00	-1.51580E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.60648E+01
	10	-1.66016E+00	1.51580E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.68765E+00
34	10	1.65979E+00	-1.51580E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.68764E+00
	11	-1.65979E+00	1.51580E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.92389E+01
35	12	3.15574E+00	-2.13467E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.25823E+01
	13	-3.15574E+00	2.13467E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.05384E+00
36	13	3.13672E+00	-2.13467E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.05387E+00
	14	-3.13672E+00	2.13467E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.32660E+01
37	14	2.87549E+00	-2.26914E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.49247E+01
	15	-2.87549E+00	2.26914E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.26971E-03
38	15	2.87644E+00	-2.26914E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-9.27734E-03
	16	-2.87644E+00	2.26914E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.19961E+01
39	16	2.65322E+00	-2.13002E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.31915E+01
	17	-2.65322E+00	2.13002E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.07109E+00
40	17	2.65284E+00	-2.13002E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.07110E+00
	18	-2.65284E+00	2.13002E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.34393E+01
41	19	7.99121E+00	-2.03694E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.31488E+01
	20	-7.99121E+00	2.03694E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.89992E+00
42	20	7.99028E+00	-2.03694E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.89991E+00
	21	-7.99028E+00	2.03694E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.09370E+01
43	21	5.05174E+00	-2.19213E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.26192E+01
	22	-5.05174E+00	2.19213E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.12144E-03
44	22	5.05174E+00	-2.19213E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.14433E-03
	23	-5.05174E+00	2.19213E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.26030E+01
45	23	2.10449E+00	-2.03521E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.07583E+01
	24	-2.10449E+00	2.03521E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.91315E+00
46	24	2.10449E+00	-2.03521E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.91316E+00
	25	-2.10449E+00	2.03521E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.30377E+01
47	24	1.22510E+01	-1.76447E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.60457E+01
	26	-1.22510E+01	1.76447E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.64912E+00
48	27	1.22559E+01	-1.76447E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.64912E+00
	28	-1.22559E+01	1.76447E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.40445E+01
49	28	7.39352E+00	-1.91444E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.35553E+01
	29	-7.39352E+00	1.91444E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.75282E-03
50	29	7.39248E+00	-1.91444E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.76617E-03
	30	-7.39248E+00	1.91444E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.59378E+01
51	30	2.50227E+00	-1.76215E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.79547E+01
	31	-2.50227E+00	1.76215E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.66690E+00
52	31	2.52734E+00	-1.76215E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.66692E+00
	32	-2.52734E+00	1.76215E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.59111E+01
53	32	1.53494E+01	-1.39778E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.61432E+01
	33	-1.53494E+01	1.39778E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.32477E+00
54	34	1.53494E+01	-1.39778E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.46127E+01
	35	-1.53494E+01	1.39778E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.46314E+01
55	35	9.46630E+00	-1.52507E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.66056E+01
	36	-9.46630E+00	1.52507E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.05050E-03
56	36	9.46875E+00	-1.52506E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.05693E-03
	37	-9.46875E+00	1.52506E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.65977E+01
57	37	3.68555E+00	-1.38682E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.46127E+01
	38	-3.68555E+00	1.38682E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.32050E+00
58	38	3.68164E+00	-1.38682E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.32050E+00
	39	-3.68164E+00	1.38682E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.61155E+01
59	40	1.71602E+01	-1.00237E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.62433E+01
	41	-1.71602E+01	1.00237E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.60097E+01
60	41	1.71621E+01	-1.00237E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.20789E+01
	42	-1.71621E+01	1.00237E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.44736E+01
61	42	1.06758E+01	-1.10064E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.64324E+01
	43	-1.06758E+01	1.10064E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.70059E-02
62	43	1.06759E+01	-1.10064E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.69983E-02
	44	-1.06759E+01	1.10064E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.63923E+01

43	44	3.95313E+00	-9.94181E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.47119E+01
45	45	-3.95313E+00	9.94181E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.21561E+01
64	43	3.95313E+00	-9.94177E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.21569E+01
46	46	-3.95313E+00	9.94177E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.59912E+01
65	47	2.37002E+01	-2.85405E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.29745E+00
48	48	-2.37002E+01	2.85405E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.15031E+00
66	49	1.37407E+01	-3.72699E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.74399E+00
49	49	-1.37407E+01	3.72699E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.73254E+00
67	49	3.99805E+00	-2.78285E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.01225E+00
50	49	-3.99805E+00	2.78285E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.18030E+00

## DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS:

NUDO	X	Y	Z	Rx	Ry	Rz
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
5	1.51240E-02	4.57789E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.26565E-03
6	1.51297E-02	3.61944E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.60961E-03
7	1.51536E-02	3.87668E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.54316E-03
8	1.51520E-02	-3.76709E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.74564E-03
9	1.51503E-02	-4.01634E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.28180E-03
10	1.51340E-02	-3.65421E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.88464E-03
11	1.51159E-02	-4.56525E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.24819E-03
12	6.59007E-02	1.01560E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.11774E-02
13	6.58794E-02	4.61174E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.20713E-03
14	6.58582E-02	8.50919E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.04174E-02
15	6.58314E-02	-7.79219E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.1112E-03
16	6.57959E-02	-9.91741E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.08115E-02
17	6.57595E-02	-4.78229E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.29007E-03
18	6.57302E-02	-1.01203E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.18394E-02
19	1.15060E-01	1.44238E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.14693E-02
20	1.14971E-01	2.40644E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.92060E-03
21	1.14872E-01	1.24397E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.05647E-02
22	1.14803E-01	-8.01368E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.1939E-03
23	1.14735E-01	-1.29176E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.06554E-02
24	1.14727E-01	-6.53912E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.29007E-03
25	1.14749E-01	-1.44407E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.14374E-02
26	1.20034E-01	1.74195E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.00297E-02
27	1.20082E-01	6.11964E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.22780E-03
28	1.20978E-01	1.52438E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.89447E-03
29	1.20699E-01	-9.13268E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.20419E-03
30	1.20616E-01	-1.58702E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.79542E-03
31	1.20591E-01	-8.29231E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.21836E-03
32	1.20566E-01	-1.75749E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-9.98328E-03
33	1.20571E-01	1.92454E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.95485E-03
34	1.20401E-01	9.47609E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.22192E-03
35	1.20750E-01	1.70294E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.03794E-03
36	1.20757E-01	-6.46320E-06	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.40818E-03
37	1.20706E-01	-1.70047E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.03239E-03
38	1.20707E-01	-9.51740E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.22217E-03
39	1.20690E-01	-1.91744E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.94383E-03
40	2.26097E-01	2.01094E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.93800E-03
41	2.25907E-01	9.01619E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.22138E-03
42	2.25735E-01	1.79771E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.11800E-03
43	2.25634E-01	-1.53261E-05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.43542E-03
44	2.25529E-01	-1.60148E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.09149E-03
45	2.25490E-01	-9.32142E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.20223E-03
46	2.25446E-01	-2.00256E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.86716E-03
47	2.24470E-01	2.00259E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.59924E-03
48	2.24402E-01	1.62211E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.10625E-03
49	2.243647E-01	-1.91171E-04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.10625E-03
50	2.43531E-01	-2.02142E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.39747E-03

## REACCIONES EN LOS APÓYOS:

NUDO	X	Y	Z	HX	HY	HZ
1	-2.04595E+01	-1.01334E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.72240E+01
2	-2.08166E+01	-8.58137E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.56272E+01
3	-2.63496E+01	8.89058E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.57130E+01
4	-2.05870E+01	1.01022E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.73199E+01

\*\* MARCO 5 V

## \*\* INFORMACION GENERAL

NUMERO DE BARRAS	14
NUMERO DE PUNTOS NODALES	15
NUMERO DE MATERIALES	1
NUMERO DE SECCIONES TRANSVERSALES	2
NUMERO DE APOYOS	6
NUMERO DE BARRAS ARTICULADAS	0
NUMERO DE BARRAS CON NUDO FINITO	0

## \*\* COORDENADAS NODALES

PUNTO NODAL	COORDENADA		CONDICIONES DE FRONTERA		
	X	Y	DESP.X	DESP.Y	GIRO Z
1	0	0	R	R	R
2	5.1	0	R	R	R
3	9.9	0	R	R	R
4	15	0	R	R	R
5	0	3	L	L	L
6	2.7	3	L	L	L
7	5.1	3	L	L	L
8	7.5	3	L	L	L
9	9.9	3	L	L	L
10	12.3	3	L	L	L
11	15	3	L	L	L
12	0	7.3	R	R	R
13	5.1	7.3	R	R	R
14	9.9	7.3	R	R	R
15	15	7.3	R*	R	R

## \*\* PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

MATERIAL	E	NU
1	2010094	.2

## \*\* PROPIEDADES DE LAS SECCIONES

SECCION	AREA	INERCIA	FACTOR DE CONSTANTE
1	.0025	7.42952084E-03	1.2
2	.1125	1.8954375E-03	1.2

\*\* DATOS DE LOS ELEMENTOS

ELEMENTO	NUDO I	NUDO J	SECC.	MAT.	LONG.	INDIC. IAI	ARTI. IAJ	NUDO FINITO
1	1	5	1	1	3	0	0	0
2	2	7	1	1	3	0	0	0
3	2	9	1	1	3	0	0	0
4	4	11	1	1	3	0	0	0
5	5	12	1	1	4.30000001	0	0	0
6	7	13	1	1	4.30000001	0	0	0
7	9	14	1	1	4.30000001	0	0	0
8	11	15	1	1	4.30000001	0	0	0
9	5	6	2	1	2.7	0	0	0
10	6	7	2	1	2.4	0	0	0
11	7	8	2	1	2.4	0	0	0
12	8	9	2	1	2.4	0	0	0
13	9	10	2	1	2.4	0	0	0
14	10	11	2	1	2.7	0	0	0

215

\*\* DATOS DE CARGAS

\*\*\*\*\* CONDICION 1 CARGA VERTICAL

NUMERO CARGAS 3  
 CARGAS CARGADAS 4  
 NUMERO MAXIMO DE CARGAS INTERMEDIAS 2

\* CARGAS APLICADAS EN LAS BARRAS

QUALQUIER CARGA = 1 CARGA PUNTUAL VERTICAL = 5  
 CARGA UNIFORME = 2 CARGA PUNTUAL HORIZONTAL = 6  
 CARGA INT. DISCONTINUA = 3 CARGA DISTRIBUIDA HORIZ. = 7  
 CARGA TRAPEZOIDAL = 4

\* CARGA NO.... 1  
 TIPO = 2  
 W = -1.21

\* CARGA NO.... 2  
 TIPO = 2  
 W = -1.52

BARRA CARGADA NO. DE CARGA

\* CARGAS APLICADAS EN LOS PUNTOS NUDO

NUDO	FUERZA X	FUERZA Y	MOMENTO Z
6	0	-11.65	0
8	0	-15.94	0
11	0	-8.58	0

## \*\*\*\* CONDICION 1

NUDO	DESP. X	DESP. Y	DESP. Z
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	2.64363074E-05	-2.147451147E-05	-2.44597684E-04
6	1.80990697E-05	-2.77367627E-03	2.38497774E-04
7	8.73069425E-04	-5.44209871E-05	-4.45167292E-05
8	-2.02637577E-04	-3.11136112E-03	-1.62759379E-05
9	-1.27674476E-05	-4.92772095E-05	1.2425974E-04
10	-1.56294938E-05	-1.73027773E-03	-1.7456559E-04
11	-2.52324457E-05	-1.42442225E-05	1.6725307E-04
12	0	0	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

216

## \*\* ELEMENTOS MECANICOS (COORDENADAS LOCALES)

## \*\*\*\* CONDICION 1

BARRA	NUDO	N1	N2	NY	NZ
1	1	4.79344535	-2.22908547	-2.11689244	
1	5	-4.79344535	2.22908547	-4.67832292	
2	2	12.5756023	-1.299927561	-1.54763075	
2	7	-12.5756023	1.299927561	-0.51962038	
3	2	11.01216	1.1726791	1.06755705	
3	9	-11.01216	-1.1726791	2.49228024	
4	4	3.42369247	1.64745463	1.37417036	
4	11	-3.42369247	-1.64745463	2.25630852	
5	5	-3.34440372	-1.25702092	-3.55366107	
5	12	3.34440372	1.25702092	-1.95152951	
6	7	-6.7676295	-1.25551164	-1.72529349	
6	13	6.7676295	1.25551164	-3.37664914	
7	9	-7.68922047	-1.64254439	1.6382276	
7	14	7.68922047	1.64254439	1.52793725	
8	11	-2.53290629	-1.43273246	2.56954577	
8	15	2.53290629	1.43273246	1.26447463	
9	5	1.97264542	6.13694926	6.76198294	
9	4	-1.97264542	-4.69104926	6.60029252	
10	6	1.9726454	-6.77856293	-6.316229252	
10	7	-1.9726454	9.68256293	-10.7529657	
11	7	1.11640254	11.7302869	12.5313447	
11	8	-1.11640254	-5.05228692	11.717799	
12	6	1.11640254	-1.5071926	-11.1717701	
12	9	-1.11640254	11.7302869	-11.4364354	
13	9	1.65722126	7.17471243	7.42931222	
13	10	-1.65722126	-3.55117144	5.1564562	
14	11	1.65722126	-2.05302956	-1.1544362	
14	11	-1.65722126	1.15728266	-5.9252843	



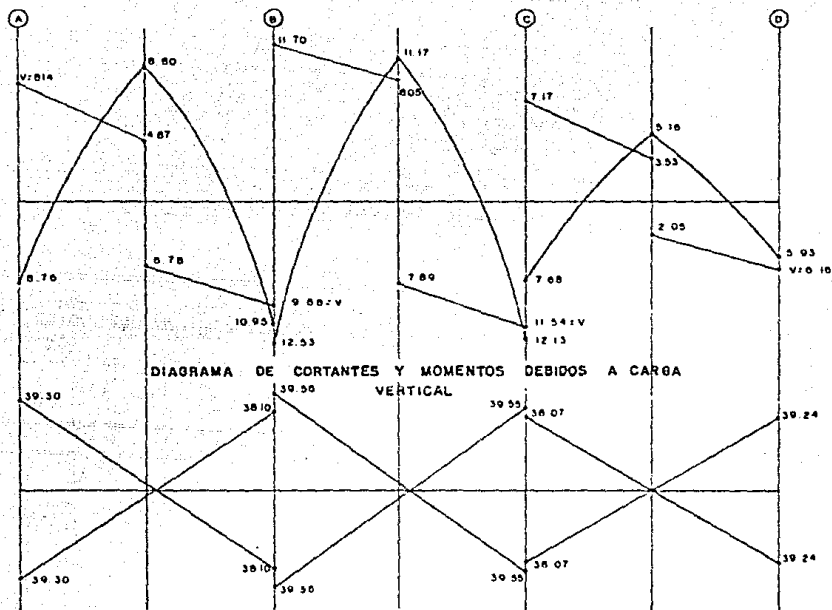


DIAGRAMA DE CORTANTES Y MOMENTOS DEBIDOS A CARGA VERTICAL

DIAGRAMA DE MOMENTOS DEBIDOS A SISMO

DIAGRAMA DE ENVOLVENTES DE VIGAS PRINCIPALES (PLANTA BAJA MARCO 0)

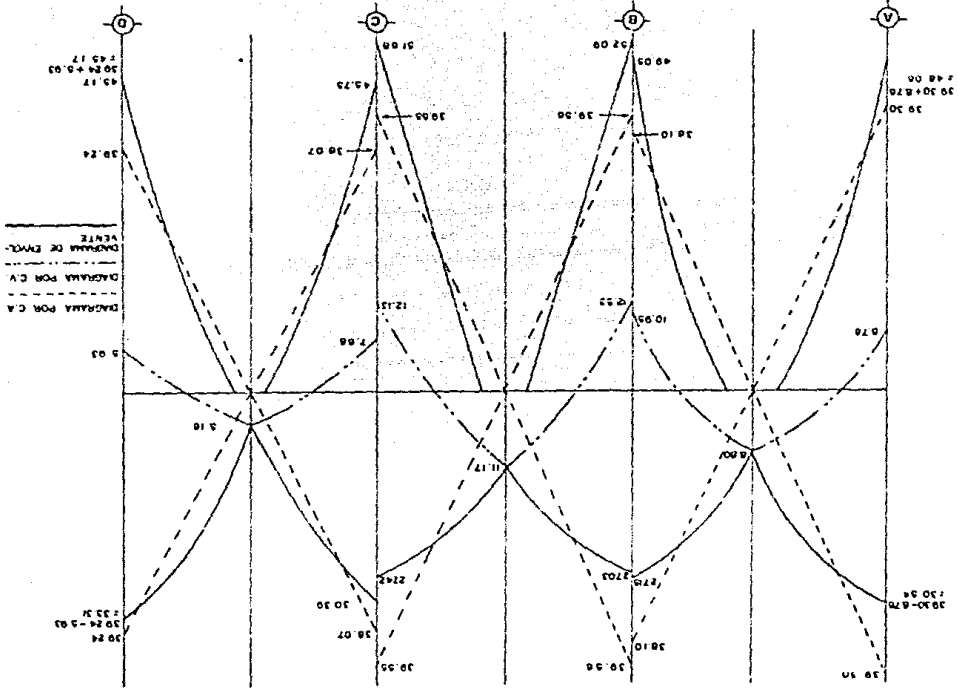
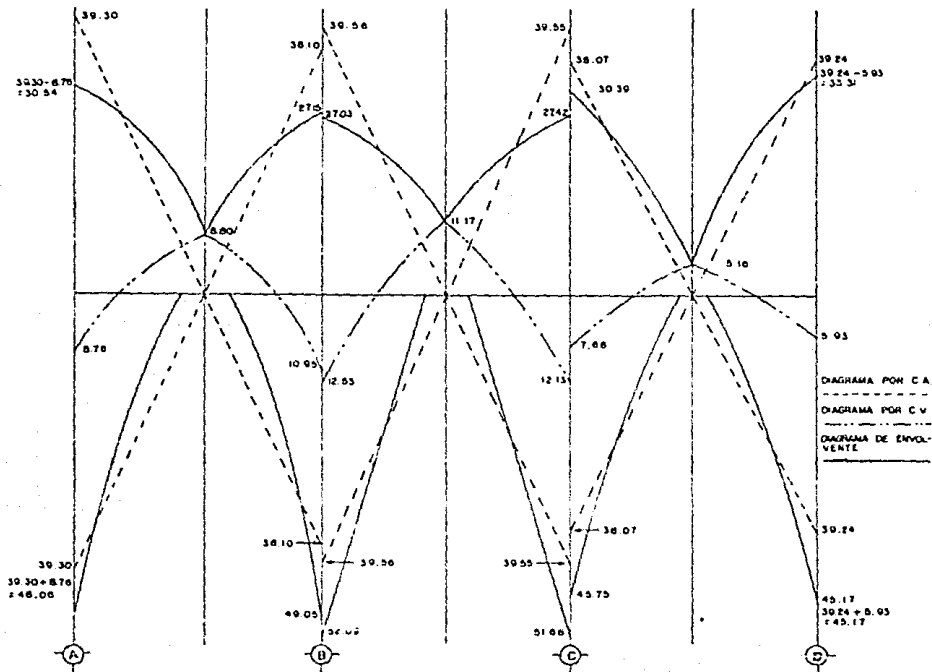


DIAGRAMA DE ENVOLVENTES DE VIGAS PRINCIPALES (PLANTA BAJA MARCO 6)

218



#### 7.4 DETALLE DE REFUERZO. LONGITUD DE ANCLAJE. LONGITUD DE DESARROLLO.

##### 1. Requisitos generales de anclaje.

La fuerza de tensión o compresión que actúa en el acero de refuerzo en toda sección debe desarrollarse a cada lado de la sección considerada por medio de adherencia en una longitud suficiente de barra o de algún dispositivo mecánico de anclaje. La fuerza de tensión se valorará con el máximo momento flexionante de diseño que obra en la zona comprendida a un peralte efectivo a cada lado de la sección.

El requisito del párrafo anterior se cumple, en la mayoría de los casos, para el acero de tensión de miembros sujetos a flexión si:

- a) Las barras que dejan de ser necesarias por flexión se cortan o se doblan a una distancia no menor que un peralte efectivo más allá del punto teórico donde de acuerdo con el diagrama de momentos ya no se requieren.
- b) En las secciones donde, según el diagrama de momentos flexionantes, teóricamente ya no se requiere el refuerzo que se corta o se dobla, la longitud que continua de cada barra que no se corta ni se dobla es mayor o igual que  $L + d$ . Este requisito no es necesario en las secciones teóricas de corte más próximas a los extremos de elementos libremente apoyados.
- c) A cada lado de toda sección de momento máximo

la longitud de cada barra es mayor o igual que la longitud de desarrollo ( $L_d$ ).

- d) Cada barra para momento positivo que llega a un extremo libremente apoyado se prolonga más allá del centro del apoyo, incluyendo porciones dobladas, una longitud no menor que:

$$(L_d - 0.25 L) \geq 0.5 h \dots\dots\dots 1$$

donde  $L$  es el claro del elemento y  $h$  su peralte total.

La longitud de desarrollo ( $L_d$ ) es aquella, en la cual se considera que una barra de tensión se ancla de modo que desarrolle su esfuerzo de fluencia, y se obtiene multiplicando la longitud básica ( $L_{db}$ ) dada por la ecuación ...2 por el factor o los factores indicados en la tabla 7.1.

Las disposiciones anteriores son aplicables a barras de diámetro no mayor de 38.1 mm (No. 12).

$$L_{db} = 0.06 \frac{as \cdot fy}{\sqrt{f'c}} \geq 0.006 d_b f_y \dots\dots\dots 2$$

donde  $d_b$  es el diámetro de la barra en cm., y "a" su área transversal en  $cm^2$ .

Condición del Refuerzo	Factor
Barras horizontales o inclinadas colocadas de manera que bajo ellas se cuelen más de 30 cm de concreto.	1.4
En concreto ligero	1.33
Barras con $f_y$ mayor de $4,200 \text{ kg/cm}^2$	$2 - \frac{4,200}{f_y}$
Barras torcidas en frío de diámetro igual o mayor que 19.1 mm ( No. 6 )	1.2
Todos los otros casos	1.0

**Tábla 7.1**

En ningún caso  $L_d$  será, menor de 30 cm.

La longitud de desarrollo ( $L_d$ ) de cada barra que forme parte de un paquete de tres barras será igual a la que requeriría si estuviera aislada multiplicada por 1.20. Cuando el paquete es de dos barras no se modifica  $L_d$ .

Cuando una barra a tensión termina con un dobléz a 90 o 180 grados, se supondrá que puede alcanzar su esfuerzo de fluencia en la sección crítica, si la distancia en

cm., paralela a la barra, entre la sección crítica y el paño externo de la barra en el dobléz. es al menos igual a  $0.076 d_b f_y / \sqrt{f'_c}$  (30% mayor en concreto ligero), pero no menor que 15 cm. ni que  $8 d_b$  y, además, el tramo recto después del dobléz no es menor que  $12 d_b$  para dobléces a 90 grados, ni menor que  $4 d_b$  para dobléces a 180 grados.

La longitud de desarrollo de una barra lisa será el doble de la requerida para una barra corrugada.

La longitud de desarrollo de una barra a compresión será cuando menos el 60% de la requerida a tensión y no se considerarán efectivas porciones dobladas. En ningún caso  $L_d$  será menor de 20 cm.

## 2. Requisitos Complementarios de Anclaje.

Los siguientes requisitos deben respetarse además de los anteriores:

- a) En extremos libremente apoyados se prolongará, sin doblar, hasta dentro del apoyo, cuando menos la tercera parte del refuerzo de tensión para momento positivo máximo. En extremos continuos se prolongará la cuarta parte.
- b) Cuando el elemento en flexión es parte de un sistema destinado a resistir fuerzas laterales accidentales, el refuerzo positivo que se prolongue dentro del apoyo debe anclarse de modo que pueda alcanzar su esfuerzo de fluencia en la cara del apoyo. Al menos la tercera parte del refuerzo negativo que se tenga en la cara de un apoyo se prolongará más allá del punto de inflexión

una longitud no menor que un peralte efectivo, ni que  $12 d_b$ , ni que  $1/16$  del claro libre.

**c) Anclaje del Refuerzo Transversal.**

El refuerzo en el alma debe llegar tan cerca de las caras de compresión y tensión como lo permitan los requisitos de recubrimiento y la proximidad de otro refuerzo.

Los estribos deben rematar en una esquina con dobles de  $135^\circ$ , seguidos de tramos rectos de no menos de 10 diámetros de largo. En cada esquina del estribo debe quedar por lo menos una barra longitudinal.

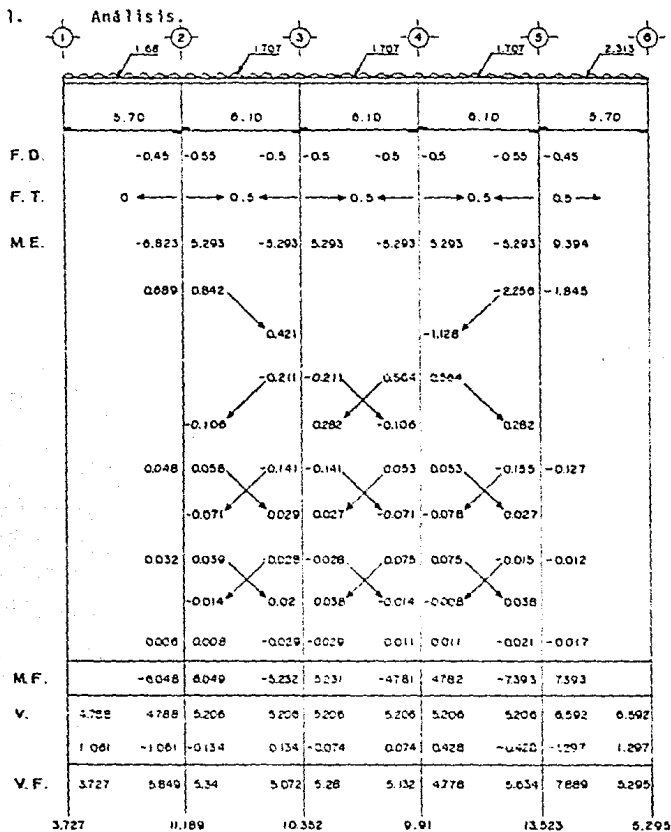
Las barras longitudinales que se doblen para actuar como refuerzo en el alma deben continuarse como refuerzo longitudinal cerca de la cara opuesta si ésta zona está a tensión o prolongarse una longitud ( $L_d$ ) más allá de la media altura de la viga si dicha zona está a compresión.



7.5 APLICACION AL EJEMPLO PARA DISEÑAR UNA VIGA CONTINUA

## DISEÑO DE UNA VIGA SECUNDARIA (VIGA B' DE PLANTA BAJA)

1.



## Nudo 2

$$K_{2-1} = 3EI/L = 0.53$$

$$K_{2-3} = 4EI/L = 0.66$$

$$K_2 = 0.53 + 0.66 = 1.19$$

$$F.D._{2-1} = 0.53/1.19 = 0.45$$

$$F.D._{2-3} = 0.66/1.19 = 0.55$$

$$M.E._{2-1} = w l^2/8 = -6.823$$

$$M.E._{2-3} = w l^2/12 = 5.293$$

## Nudo 3

$$K_{3-2} = 4EI/L = 0.66$$

$$K_{3-4} = 4EI/L = 0.66$$

$$K_3 = 0.66 + 0.66 = 1.32$$

$$F.D._{3-2} = 0.66/1.32 = 0.5$$

$$F.D._{3-4} = 0.5$$

$$M.E._{3-2} = -M.E._{2-3} = -5.293$$

$$M.E._{3-4} = 5.293$$

## Nudo 4

$$F.D._{4-3} = 0.5$$

$$F.D._{4-5} = 0.5$$

$$M.E._{4-3} = -5.293$$

$$M.E._{4-5} = 5.293$$

## Nudo 5

$$K_{5-4} = 4EI/L = 0.66$$

$$K_{5-6} = 3EI/L = 0.53$$

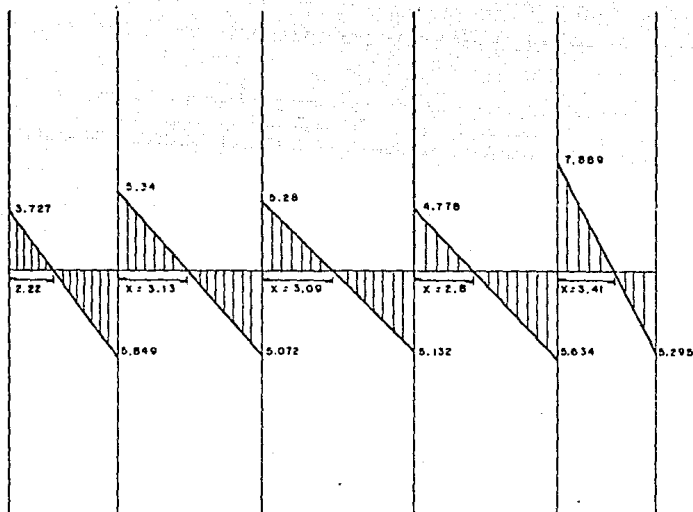
$$K_5 = 0.66 + 0.53 = 1.19$$

$$M.E._{5-4} = w l^2/12 = -5.293$$

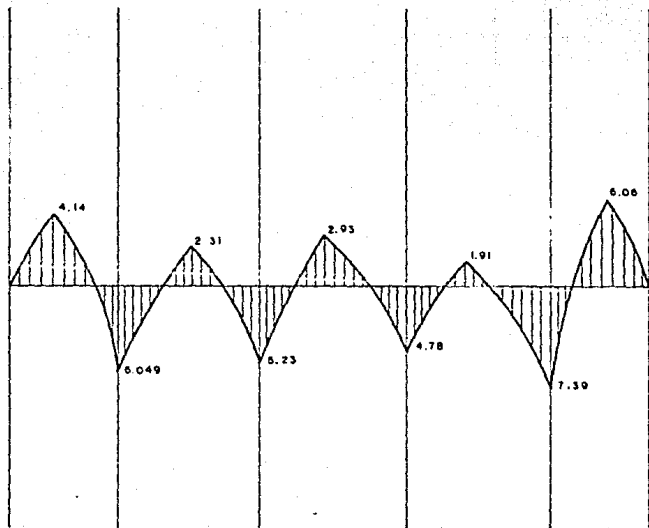
$$M.E._{5-6} = w l^2/8 = 9.394$$

$$F.D._{5-4} = 0.66/1.19 = 0.55$$

$$F.D._{5-6} = 0.53/1.19 = 0.45$$

**DIAGRAMA DE CORTANTES**

## DIAGRAMA DE MOMENTOS



2. Diseño.

228

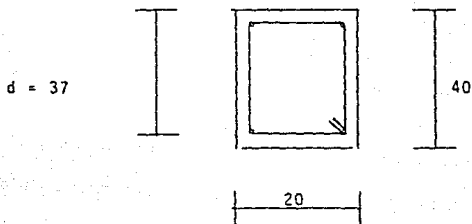
- Para momento negativo.

Cálculo del Área de Acero

$$\text{Concreto } f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Acero } f_y = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = p b d = 0.00263 \times 20 \times 37 = 1.946 \text{ cm}^2$$



Con 2 barras No. 4       $A = 2.54 \text{ cm}^2$

- Revisión

$$p = \frac{A_s}{bd}$$

$$p = \frac{2.54}{20 \times 37} = 0.0034$$

De gráficas del 401 del Instituto de Ingeniería para  $p = 0.0034$  tenemos:  $\frac{M_R}{bd^2} = 12.5 \Rightarrow$  Despejando  $M_R = 12.5 bd^2$

$$M_R = 12.5 \times 20 \times 37^2 = \frac{342,250}{1.4} = 244,464 \text{ kg-cm}^2$$

$$M_R = 2.4446 \text{ ton-m}$$

- Para  $M = 7.39 \text{ ton-m}$

$$M_u = 7.39 \times 1.4 = 10.346 \quad \frac{M_u}{bd^2} = \frac{10.346 \times 10^5}{20 \times 37^2} = 37.79$$

De gráficas del 401 del Instituto de Ingeniería para  $\frac{M_R}{bd^2} = 37.79$  tenemos:

$$p = 0.0118$$

$$A_s = pbd = 0.0118 \times 20 \times 37 = 8.732 \text{ cm}^2 - 2.54 \text{ cm}^2 = 6.192 \text{ cm}^2$$

$$3 \text{ No. } 6 = 8.55$$

- Para  $M = 5.23 \text{ ton} - \text{m}$

$$M_u = 5.23 \times 1.4 = 7.322 \text{ ton} - \text{m}$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{7.322 \times 10^5}{20 \times 37^2} = 26.74$$

De las gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 26.74$  tenemos:

$$p = 0.0077$$

$$A_s = pbd = 0.0077 \times 20 \times 37 = 5.70 \text{ cm}^2 - 2.54 \text{ cm}^2 = 3.16 \text{ cm}^2$$

$$2 \text{ barras No. } 5 = 3.96 \text{ cm}^2$$

- Para el Momento Positivo.

Para  $M = 6.06 \text{ ton} - \text{m}$

$$M_u = 6.06 \times 1.4 = 8.484$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{8.484 \times 10^5}{20 \times 37^2} = 30.99$$

De gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 30.99$  tenemos:  $p = 0.0092$

$$A_s = p b d = 0.0092 \times 20 \times 37 = 6.81 - 2.54 = 4.27 \text{ cm}^2$$

$$2 \text{ barras No. 6} = 5.70 \text{ cm}^2$$

- Para  $M = 2.93 \text{ ton} \cdot \text{m}$

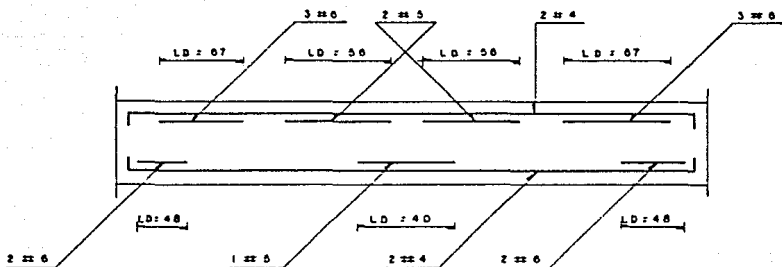
$$M_u = 2.93 \times 1.4 = 4.102$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{4.102 \times 10^5}{20 \times 37^2} = 14.98$$

De gráficas para  $\frac{M_R}{bd^2} = 14.98$  tenemos:  $p = 0.0043$

$$A_s = p b d = 0.0043 \times 20 \times 37 = 3.182 - 2.54 = 0.64 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ barra No. 5} = 1.98 \text{ cm}^2$$



**DETALLE DEL ARMADO DEL ACERO.**

### 7.6 ESPECIFICACIONES PARA FUERZA CORTANTE. APLICACION NUMERICA AL EJEMPLO.

a) Fuerza cortante que toma el concreto  $V_{CR}$

Las expresiones que se presentan enseguida para distintos elementos son aplicables cuando la dimensión transversal, (h) del elemento, paralela a la fuerza cortante, no es mayor que un metro y además, la relación h/b no excede de 6 por cada una de las dos condiciones anteriores que no se cumpla se reducirá  $V_{CR}$  en 20%. Para valuar h/b en vigas T o I se usará el ancho del alma b'.

En vigas con relación claro a peralte total, L/h, no menor que 5, la fuerza cortante que toma el concreto ( $V_{CR}$ ) se calculará con las siguientes expresiones:

$$\text{Si } p < 0.01 \quad V_{CR} = F_R b d (0.2 + 30p) \sqrt{f \cdot c'} \quad \dots\dots\dots 1$$

$$\text{Si } p \cong 0.001 \quad V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f \cdot c'} \quad \dots\dots\dots 2$$

Si L/h es menor que 4 y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga,  $V_{CR}$  se obtendrá multiplicando el valor que da la ecuación .. 1 por  $(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd}) > 1.0$  pero sin que se tome  $V_{CR}$  mayor que  $1.5 F_R b d \sqrt{f \cdot c'}$ . En donde M y V son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección. Si las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, no se modificará el valor dado por la ecuación .. 2.



Para relaciones  $L/h$  comprendidas entre 4 y 5  $V_{CR}$  se hará variar linealmente hasta los valores dados por las ecuaciones 1 y 2.

**b) Refuerzo por tensión diagonal en vigas y columnas sin presfuerzo.**

Este refuerzo debe estar formado por estribos cerrados perpendiculares u oblicuos al eje de la pieza, barras dobladas o una combinación de estos elementos. Para estribos no se usará acero con esfuerzo de fluencia mayor de  $4,200 \text{ kg/cm}^2$ . El diámetro mínimo de estribos será de 6.3 mm. (No. 2). No se tendrán en cuenta estribos que formen un ángulo con el eje de la pieza menor de  $45^\circ$ , ni barras dobladas en que dicho ángulo sea menor de  $30^\circ$ .

En vigas de marcos que deban resistir sismo y en cuyo diseño se usa un factor de ductilidad de 2 o mayor, debe suministrarse un refuerzo mínimo por tensión diagonal cuando la fuerza cortante de diseño ( $V_u$ ) sea menor que  $V_{CR}$ . Este refuerzo estará formado por estribos verticales de diámetro no menor de 6.3 mm. (No. 2), espaciados a cada medio peralte efectivo y se colocará a partir de toda unión de viga con columnas o muros hasta un cuarto del claro correspondiente.

Cuando sea aplicable el requisito de refuerzo mínimo, así como cuando  $V_u$  sea mayor que  $V_{CR}$ , se requerirá refuerzo por tensión diagonal. En el segundo caso, el espaciamiento (s) se determinará con la siguiente ecuación:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d (\text{sen } \theta + \text{cos } \theta)}{V_u - V_{CR}} \leq \frac{F_R A_v f_y}{3.5 b}$$

Para secciones circulares se sustituirá  $d$  por el diámetro de la sección.

Si  $V_u$  es mayor que  $V_{CR}$  pero menor o igual que  $1.5 F_R db \sqrt{f^*c}$  el espaciamiento de estribos verticales no deberá ser mayor que  $0.5 d$ .

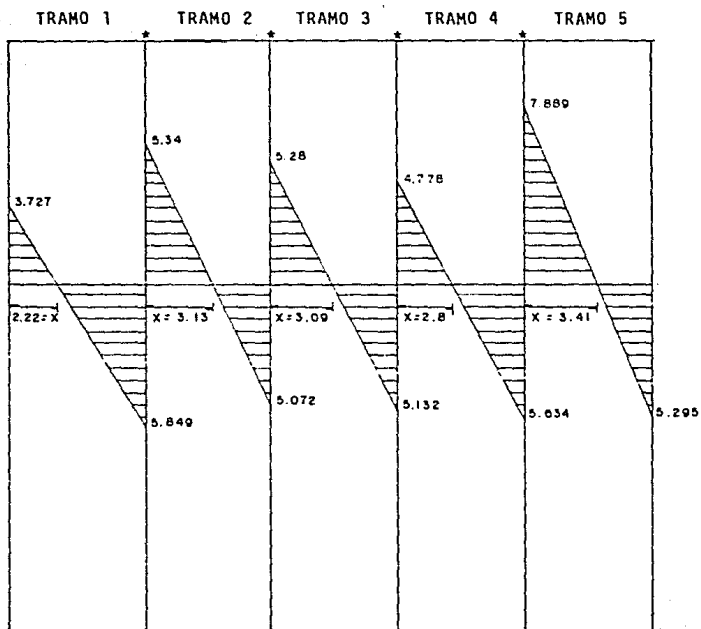
Si  $V_u$  es mayor que  $1.5 F_R db \sqrt{f^*c}$  el espaciamiento de estribos verticales no deberá ser mayor que  $0.25 d$ .

En ningún caso se permitirá que  $V_u$  sea superior a  $2.5 F_R db \sqrt{f^*c}$ .

Cuando el refuerzo conste de un solo estribo o grupo de barras paralelas dobladas en una misma sección, su área se calculará con la siguiente expresión:

$$A_v = \frac{V_u - V_{CR}}{F_R f_y \sin \theta}$$

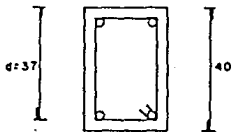
Tomando los valores del ejemplo del tema 7.5 tenemos:



**DIAGRAMA DE FUERZA CORTANTE**

- Para tramo 1:

Con estribos No. 2  $f_y = 2,530 \text{ kg/cm}^2$   
 $A_v (\text{No. 2}) = 0.32$



$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_u}$$

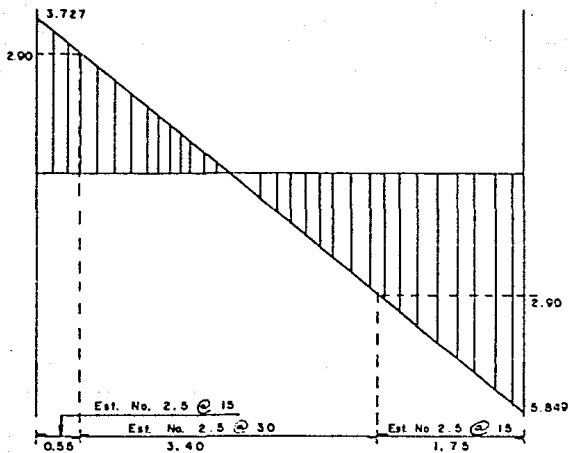
$$F_R A_v F_y d = 0.8 \times 0.64 \times 2,530 \times 37 = 47,928 \text{ kg} = 48 \text{ ton}$$

$$\frac{48}{1.4} = 34.29 \text{ ton} \quad s = \frac{34.29}{5.85} = 5.86 \text{ cm}$$

Con estribos No. 2.5  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

$$F_R A_v f_y d = 0.8 \times 0.98 \times 4,200 \times 37 = 121,833.6 \text{ ton}$$

$$= \frac{122 \text{ ton}}{1.4} = 87.14 \text{ ton} \quad s = \frac{87.14}{5.85} = 14.9 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$



**TRAMO 1**

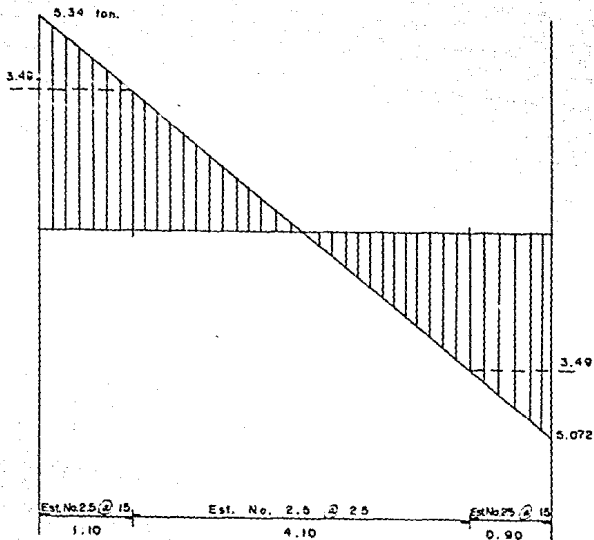
$$V_u = \frac{87.14}{30} = 2.90 \text{ ton}$$

Para el tramo 2 tenemos:

Utilizando estribos del No. 2.5:

$$F_R A_v F_y d = 121,833.6 \text{ ton} \approx \frac{122 \text{ ton}}{1.4} = 87.14 \text{ ton}$$

$$s = \frac{87.14}{5.34} = 16.32 \text{ cm} \approx 15$$



**TRAMO 2**

$$V_u = \frac{87.14}{25} = 3.49$$

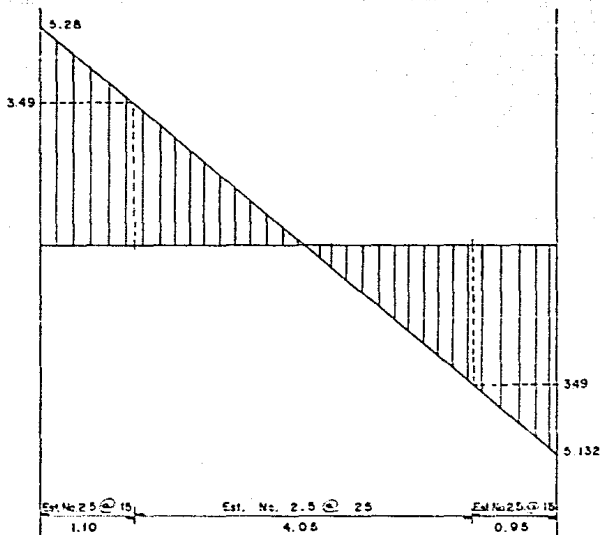
Para el tramo 3 tenemos:

Utilizando estribos No. 2.5.

$$F_R A_v f_y d = 121,833.6 \text{ ton} \approx \frac{122 \text{ ton}}{1.4} = 87.14 \text{ ton}$$

$$s = \frac{87.14}{5.28} = 16.5 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$

$$V_u = \frac{87.14}{25} = 3.49$$



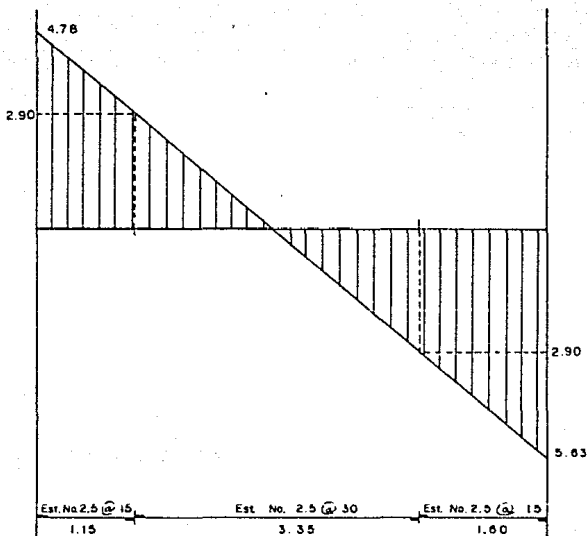
**TRAMO 3**

Para el tramo 4 tenemos:

Utilizando estribos del No. 2.5.

$$F_R \text{ Av fy d} = 121,833.6 \text{ ton} \approx \frac{122}{1.4} \text{ ton} = 87.14 \text{ ton}$$

$$s = \frac{87.14}{5.63} = 15.48 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$



$$Vu = \frac{87.14}{30} = 2.90$$

#### TRAMO 4

Para el tramo 5 tenemos:

Utilizando estribos del No. 2.5.

$$F_R Av fy d = 121,833.6 \text{ ton} \quad 122/1.4 = 87.14 \text{ ton}$$

$$s = \frac{87.14}{7.89} = 11.04 \text{ cm} \approx 10 \text{ cm}$$

Proponiendo Estribos del No. 3 tenemos:

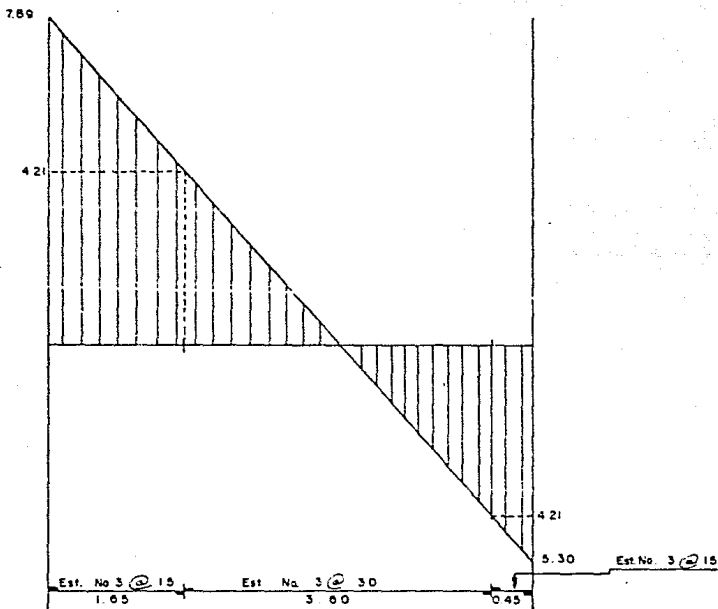


$$F_R A_v f_y d = 0.8 \times 1.42 \times 4,200 \times 37 = 176,534.40 = 176.5$$

$$\frac{177 \text{ ton}}{1.4} = 126.43 \text{ ton}$$

$$s = \frac{126.43}{7.89} = 16.02 \text{ cm} = 15$$

$$V_u = \frac{126.43}{30} = 4.21$$



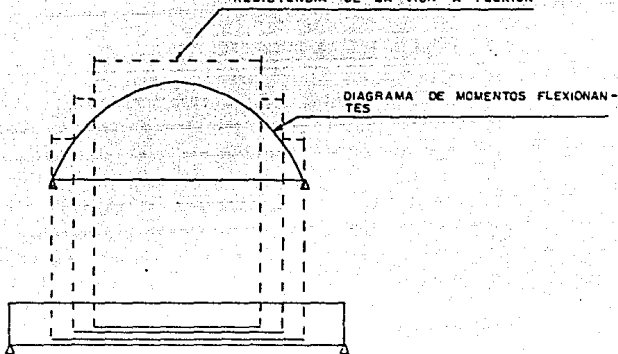
TRAMO 5

## 7.7 DETALLES DE REFUERZO.

Una de las ventajas del concreto reforzado como material estructural radica en la facilidad con que puede variarse la resistencia de los elementos a lo largo de sus ejes longitudinales, con el fin de ajustar dicha resistencia a la magnitud de las acciones internas. Por ejemplo, en una viga libremente apoyada sujeta a carga uniformemente distribuida, el momento flexionante es máximo en el centro del claro y muy pequeño cerca de los apoyos. Por lo tanto, se requiere mayor resistencia a flexión en el centro del claro. Esto puede lograrse disminuyendo el número de barras del refuerzo de flexión cerca de los apoyos, como se muestra esquemáticamente en la fig. 7.71. Al cortar las barras longitudinales, se disminuye el peso total del acero de refuerzo, lo cual redundará en economía de materiales.

El corte de barras y, en general, todas las recomendaciones relativas a colocación de barras, formación de ganchos en los extremos, colocación de estribos y otros aspectos similares, puede denominarse detallado del refuerzo.

El detallado del refuerzo tiene importancia no solamente para lograr economía en la cantidad de refuerzo, sino también para conseguir estructuras de comportamiento adecuado.



**Fig. 7.7.1. Variación de la resistencia a flexión de una viga mediante el corte de las barras de refuerzo de flexión.**

Existen ciertos criterios para establecer normas generales sobre detallado del refuerzo. Con base en estos criterios, se han desarrollado recomendaciones específicas que se incluyen en los reglamentos de construcción. Más importante que el conocimiento completo de todas las recomendaciones de un reglamento, es tener en cuenta los criterios generales para lograr estructuras de comportamiento adecuado. Algunos de estos criterios son los siguientes:

a) Los armados deben ser sencillos:

Se ha señalado anteriormente que una economía pequeña en la cantidad de acero lograda a base de detalles complicados puede resultar contraproducente por el incremento del costo en mano de obra y supervisión.

b) No debe haber congestionamientos del refuerzo:

Si la cantidad de acero es excesiva y no se dejan separaciones suficientes entre las barras, se dificulta el colado del concreto. La estructura puede debilitarse debido a la formación de huecos o zonas en las que el concreto se haya segregado.

c) El refuerzo debe tener recubrimientos adecuados:

El recubrimiento protege al acero de dos agentes: La corrosión y El fuego. La magnitud del recubrimiento debe fijarse, por lo tanto, según la importancia de estos agentes agresivos. Debe preverse siempre un recubrimiento suficientemente grande, a pesar de que el ancho de grietas es mayor mientras mayor sea el recubrimiento.

d) Las barras deben estar ancladas:

Las barras deben desarrollar su esfuerzo de fluencia entre las secciones de momento máximo y sus extremos. Por lo tanto, se debe vigilar que siempre existan longitudes de anclaje suficientes para desarrollar el esfuerzo de fluencia.

p) Las estructuras deben tener un comportamiento dúctil:

Esto se logra limitando los porcentajes de refuerzo de flexión y cuidando los detalles de anclaje de las barras longitudinales y del refuerzo transversal por cortante. El detallado del refuerzo con longitudes de anclaje y traslapes amplios, sin cortes o dobleces excesivos en las barras y con estribos a separaciones adecuadas, permite obtener estructuras dúctiles, con un aumento pequeño en la cantidad de acero de refuerzo.

## **RECAPITULO Y FIN DEL DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXOCOMPRESION.**

### **8.1 DISEÑO PLASTICO A FLEXOCOMPRESION.**

En el diseño de elementos sujetos a flexocompresión (columnas), se sigue el procedimiento general adoptado por el R.D. F., llamado de estados límite, equivalente al diseño plástico o por resistencia última estipulado por otros reglamentos.

Las fuerzas internas (elementos mecánicos) obtenidas del análisis bajo cargas de servicio deben multiplicarse por los factores de carga especificados a fin de lograr sus valores de diseño o últimos. Estas fuerzas deben compararse con la resistencia de las secciones obtenida a partir de valores nominales de los esfuerzos y afectada por factores de reducción que toman en cuenta la incertidumbre en su determinación.

#### **a) Modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión.**

Existen dos modos principales de falla de elementos sujetos a flexocompresión: falla en compresión y falla en tensión. En el primer caso la falla se produce por aplastamiento del concreto. El acero del lado más comprimido fluye, en tanto que el del lado opuesto no fluye en tensión.

El segundo modo de falla se produce cuando el acero de un lado fluye en tensión antes de que se produzca el aplastamiento del concreto en el lado opuesto, más comprimido. El tipo de falla depende esencialmente de la relación entre momento y carga axial en el colapso.

#### **b) Cálculo de resistencia.**

El cálculo de la resistencia de elementos sujetos a la acción de carga axial y momento flexionante se puede realizar utili

zando los diagramas de interacción. Un elemento puede alcanzar su resistencia bajo innumerables combinaciones de carga axial y momento flexionante. Estas combinaciones varían desde una carga axial máxima ( $P_0$ ), de tensión o compresión, y un momento nulo, hasta un momento  $M_0$ , aunado a una carga axial nula.

El lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con las que un elemento puede alcanzar su resistencia, se representa gráficamente por medio de un diagrama de interacción. En la fig. 8.11 se presenta un diagrama de interacción típico para una sección rectangular con refuerzo simétrico. Cualquier punto en la curva de trazo continuo representa una combinación de momento y carga axial -- que hace que el elemento alcance su resistencia.

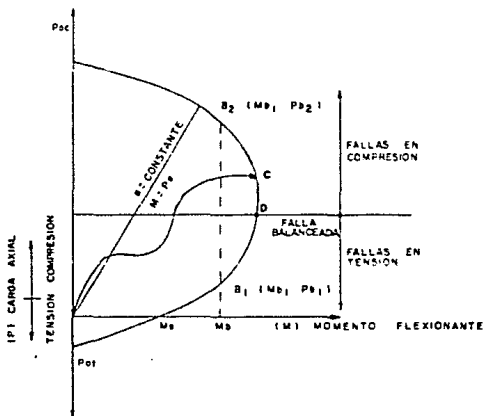


Fig. 8.11 Diagrama de acción típico para una sección rectangular.

En la fig. 8.11 puede observarse que si únicamente se aplica carga axial de compresión, el valor máximo correspondería al punto POC. De igual manera, la carga axial máxima de tensión sería la correspondiente al punto Pot. Si la sección se sujetara sólo a momento flexionante, el máximo que podría aplicarse sería el marcado con Mo. Es conveniente hacer la observación de que el máximo momento flexionante que la sección es capaz de resistir no es el correspondiente a una carga axial nula. Cuando al aumentar la carga externa el momento y la carga axial crecen en la misma proporción, la historia de carga queda representada por una recta desde el origen, con una pendiente igual al cociente  $P/M = 1/e$ . Para las combinaciones de carga representadas por la recta OA, la resistencia correspondería a la combinación  $(M_a, P_a)$ .

También se observa en la figura 8.11 que para un mismo momento  $(M_D)$  existen dos valores de carga axial que hacen que la sección alcance su resistencia. Por último la línea DC representa una historia de carga cualquiera.



## 8.2 Columnas Cortas.

Las columnas son elementos estructurales utilizados primordialmente para soportar cargas de compresión. Una columna corta es aquella en que la carga última para una excentricidad dada esta solamente gobernada por la resistencia de los materiales y las dimensiones de la sección transversal. También se puede definir como aquella en que la carga última no se reduce por las deformaciones de flexión debido a que las excentricidades adicionales o son despreciables u ocurren lejos de la sección crítica.

La columna corta tiene una relación de longitud no soportada a peralte de la sección de  $u/h = 0$ .

Una columna esbelta se define como aquella en que el momento flexionante amplificado provocado por la excentricidad adicional reduce la carga última.

En la fig. 8.2i se ilustran los comportamientos de columnas cortas y esbeltas. La columna esbelta tiene una relación de longitud no soportada a peralte de la sección de  $u/h = 30$ . La falla de la columna esbelta ocurre en el punto B bajo la carga y momento amplificado. El punto A determina la carga y momento primario  $P_e$  en la falla.

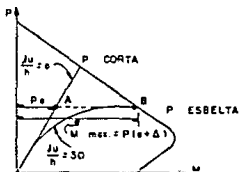


Fig. 8.2i Comportamiento de columnas esbeltas y cortas.

### 8.3 EFFECTOS DE ESBELTEZ.

Se entiende por efecto de esbeltez la reducción de resistencia de un elemento sujeto a compresión axial o a flexo-compresión, debida a que la longitud del elemento es grande en comparación con las dimensiones de su sección transversal. Este efecto se presenta cualquiera que sea la longitud del elemento, pero es importante únicamente en elementos cuya relación longitud-peralte es grande, esto es, en elementos esbeltos.

La reducción de resistencia por esbeltez puede deberse también a desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de una columna, como sucede en marcos no contraventeados sujetos a carga lateral o que presentan asimetría en carga o en geometría.

El comportamiento de una columna que forma parte de una estructura de concreto reforzado es complejo, debido a que las estructuras generalmente son monolíticas y a que las columnas están restringidas por otros elementos estructurales que influyen en su comportamiento. A continuación se mencionarán algunas variables que influyen en la resistencia de columnas esbeltas:

- 1) Rigidez a flexión de las vigas que restringen a la columna.- mientras mayor sea esta rigidez a flexión, es mayor el grado de empotramiento o restricción de la columna en sus extremos y, por lo tanto, son menores las deflexiones de la columna y los momentos adicionales.
- 2) Rigidez a flexión de la columna.- esta rigidez tiene influencia sobre la reducción de resistencia por esbeltez, ya que mientras más rígida sea la columna, son menores -

sus deflexiones. La rigidez a flexión de la columna depende principalmente del tamaño de la sección transversal, del módulo de elasticidad del concreto, del porcentaje de refuerzo longitudinal y de la longitud de la columna. El efecto combinado del tamaño de la sección transversal y de la longitud, suele tomarse en cuenta en los métodos de dimensionamiento mediante el parámetro llamado esbeltez de la columna, que se define como la relación entre la longitud y el radio de giro de la sección transversal. También se define la esbeltez en función de la relación entre la longitud y la dimensión menor de la columna.

- 3) Relación de excentricidades en los dos extremos de la columna y tipo de curvatura.- la relación entre los momentos en los dos extremos de la columna, influye en la magnitud de las deflexiones y, por lo tanto, en los momentos adicionales por esbeltez. Para el caso en que los momentos de apoyo sobre barra son del mismo signo, se tiene que el momento máximo de primer orden y el momento máximo adicional ocurren en secciones diferentes de la columna. Por consiguiente, el momento máximo total no es la suma de los momentos máximos de primer y segundo orden, sino un valor menor.

Para el caso en que los momentos de apoyo sobre barra son iguales y de signo contrario, el momento flexionante de primer orden es constante a lo largo de la columna, y la columna se deforma con curvatura simple. El momento máximo es igual a la suma del momento constante y el momento adicional máximo, que ocurre a la mitad de la altura. En estas columnas siempre hay reducción de resistencia por esbeltez, cualquiera que sea su longitud.

### Longitud Efectiva de Pandeo.

La longitud efectiva de pandeo ( $klu$ ) depende del grado de restricción de la columna en sus extremos y de la posibilidad de que exista desplazamiento lateral relativo. En la fig. 8.31 se muestran las longitudes efectivas de pandeo de columnas - con condiciones ideales de restricción. En estructuras de - concreto reforzado, las columnas se encuentran restringidas parcialmente por los sistemas de piso, sin que existan articulaciones o empotramientos perfectos. El grado de restricción depende de la relación entre las rigideces de las columnas y del sistema de piso.

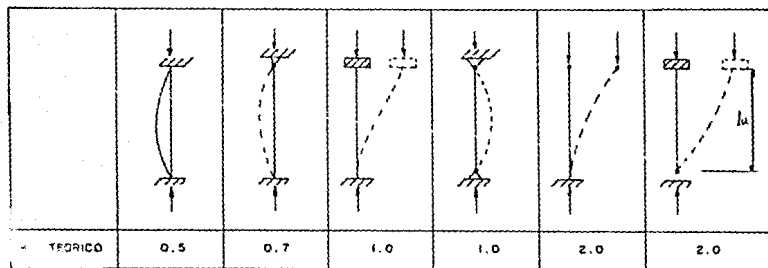


Fig. 8.31 Longitud efectiva de pandeo para diferentes condiciones de apoyo.

#### 8.4 FLEXION BIAIXIAL.

En la práctica, muchas columnas están sujetas a flexión alrededor de ambos ejes principales simultáneamente, especialmente las columnas de las esquinas de edificios.

En la figura 8.5) se muestra una sección de columna de concreto reforzado simétricamente con flexión biaxial. Las ecuaciones dadas por la compatibilidad de deformaciones y equilibrio se pueden utilizar para analizar la sección.

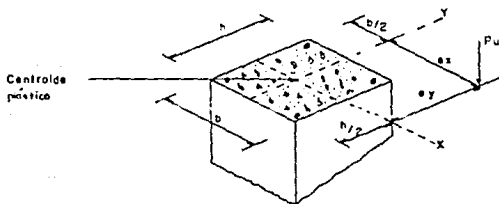


Fig. 8.5) Sección de columna de concreto con flexión biaxial, reforzada simétricamente.

La fuerza resultante en el concreto depende del perfil del bloque de esfuerzos.

Es difícil realizar el análisis y diseño de secciones de columnas con flexión biaxial, debido a que se necesita un procedimiento de pruebas y ajustes para encontrar la inclinación y profundidad del eje neutro que satisfaga las ecuaciones de equilibrio. Por lo general, el eje neutro no es perpendicular a la excentricidad resultante.

En el diseño se puede suponer una sección y arreglo de refuerzos, e ir corrigiendo sucesivamente el área de refuerzos hasta que la capacidad de la sección se aproxime al valor requerido.

## 8.5 AYUDAS DE DISEÑO.

Con el fin de simplificar la labor numérica requerida en el dimensionamiento de elementos de concreto, se han preparado ayudas de diseño como gráficas y programas de computadora. De gran utilidad son las calculadoras programables de bolsillo, con las cuales pueden resolverse problemas de considerable complejidad. Recientemente se ha generalizado el uso de computadoras personales que, a un costo moderado, han puesto al alcance de los proyectistas recursos de cálculo más amplios que los aportados por las calculadoras de bolsillo. Existe ya una gran diversidad de programas de computadora -- que facilitan distintos aspectos del análisis y diseño de estructuras de concreto.

Una de las ayudas más útiles para el dimensionamiento de columnas es el diagrama de interacción. Los diagramas pueden utilizarse de distintas maneras.

Una forma de proceder puede consistir en suponer una sección y calcular los parámetros  $K$  y  $R$ . Estos parámetros -- un punto en el diagrama al que corresponderá un valor  $\mu$  del cual puede deducirse el valor de " $p$ " necesario. Si este valor está comprendido entre límites aceptables, el problema está resuelto. De lo contrario es necesario ensayar otra sección. Debe cuidarse que el valor de  $\mu$  incluya el momento adicional debido a la excentricidad accidental que especifican las NTC-87. El valor del factor de resistencia ( $F_R$ ) -- se supone igual a 0.75 si el núcleo no está confinado y la falla es de compresión, e igual a 0.85 si el núcleo está confinado con un confinamiento adecuado.

Otra forma de proceder consiste en suponer una acción y definir un punto en el diagrama a partir del parámetro  $K$  o  $R$  y

la relación  $e/h$ , cuidando que  $e$  incluya la excentricidad acidental). Si se limita la cuantía "p" a un valor dado, puede calcularse el valor de "q" correspondiente. Se puede, entonces, definir un punto en el diagrama a partir de este valor y de la relación  $e/h$ . Se harán los ajustes necesarios en la sección supuesta hasta encontrar una que dé un valor de  $P_u$  semejante al requerido.



## MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

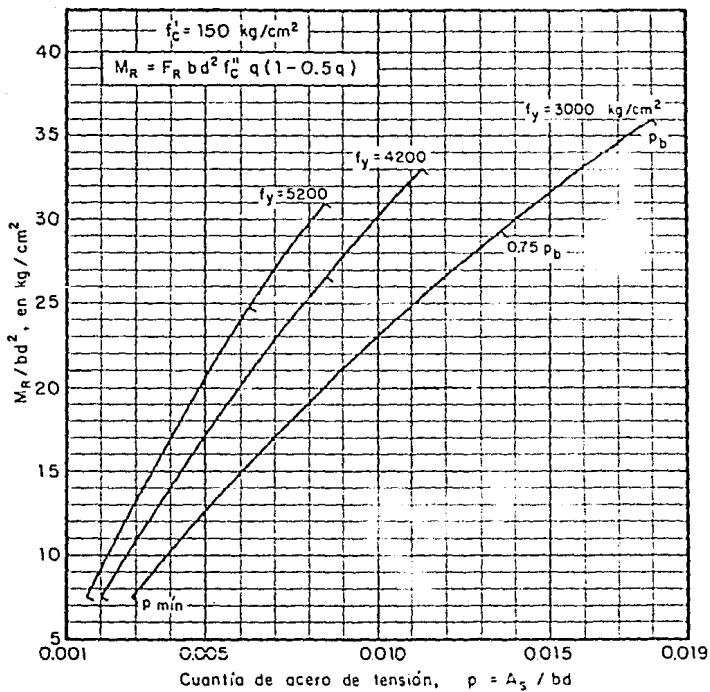


FIG. 1

## MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

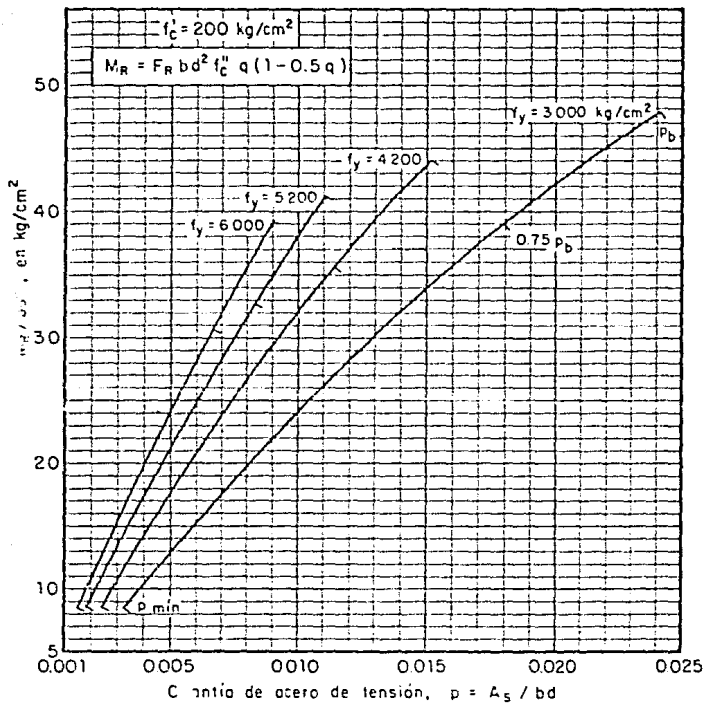


FIG. 2

## MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

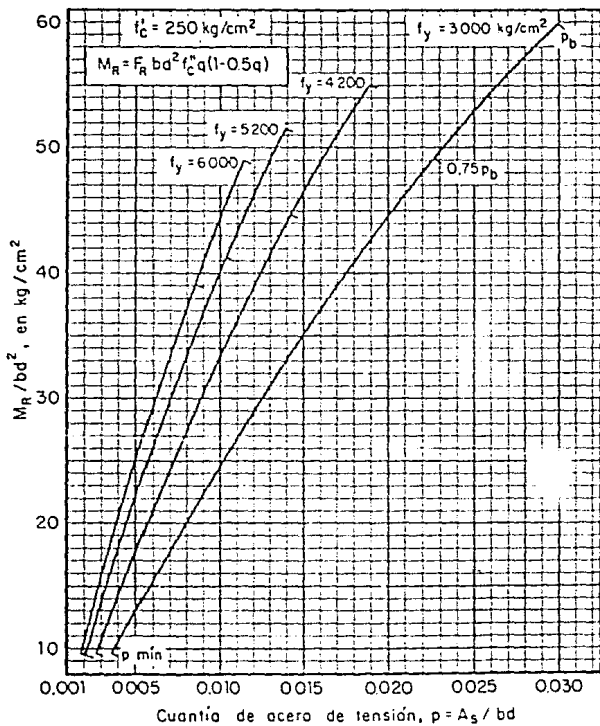
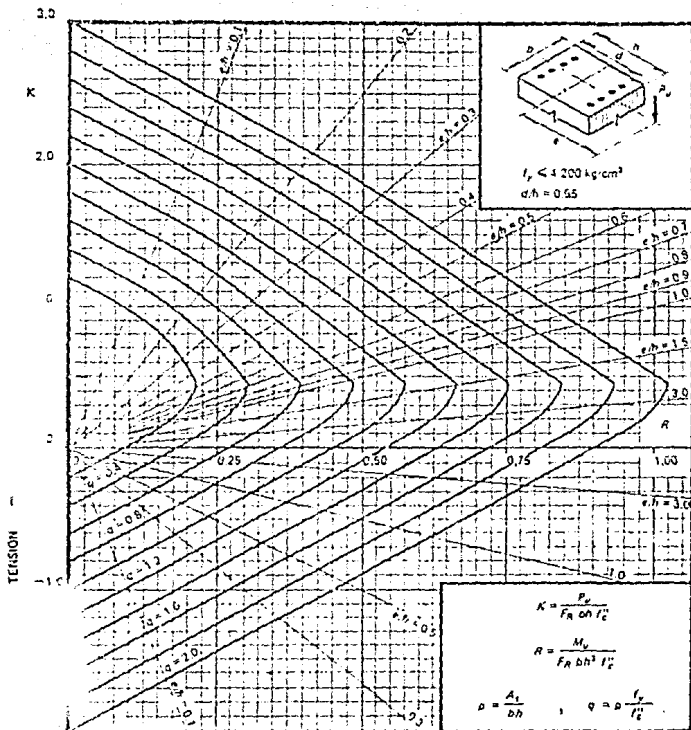


FIG. 3



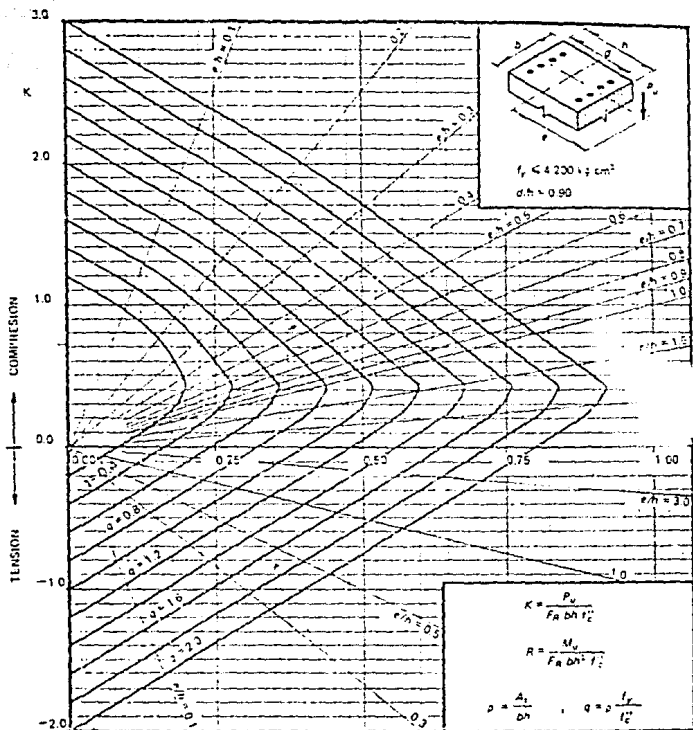
$A_s$  = Área total de refuerzo

$l'_x = 0.85 l'_0$ , si  $l'_0 \leq 280\ \text{kg/cm}^2$ ;  $l'_x = 1.05 - \frac{l'_0}{1400}$   $l'_0$ , si  $l'_0 > 280\ \text{kg/cm}^2$

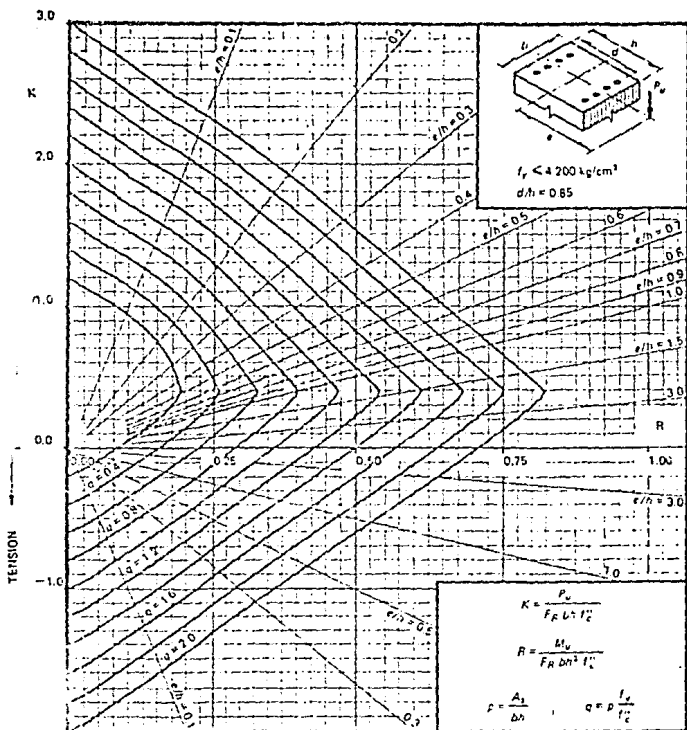
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_y$  = Carga axial última

$M_y$  = Momento flectante último



- $A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c'$  = 0.85  $f_c'$ , si  $f_c' \leq 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c' = (1.05 - \frac{f_c'}{1400}) f_c'$ , si  $f_c' > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga Axial última  
 $M_u$  = Momento flector último



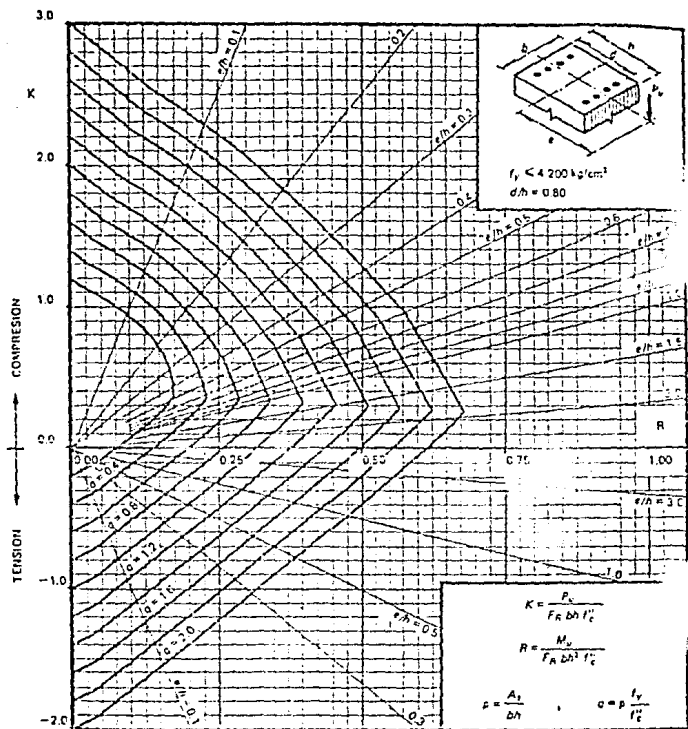
$A_s$  = Área total de refuerzo

$f_c' = 0.85 f_c$ , si  $f_c < 280 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_c' = (1.05 - \frac{f_c}{1400}) f_c$ , si  $f_c > 280 \text{ kg/cm}^2$

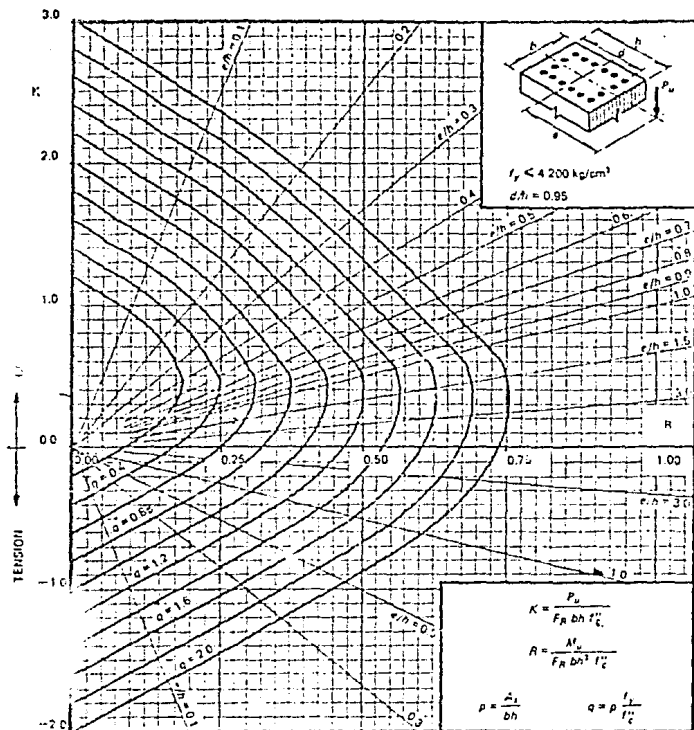
$F_R$  = Factor de reducción de resistencia

$P_u$  = Carga axial última

$M_u$  = Momento flexión último



- $A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c$  = 0.85  $f'_c$ , si  $f'_c < 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f'_c = 11.05 - \frac{f'_c}{1400}$ ; si  $f'_c > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flectante último



- $A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c'$  = GCS  $f_c'$ , si  $f_c' < 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_c' = 11.05 - \frac{f_c'}{1400}$  si  $f_c' > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

**FIG. 481**



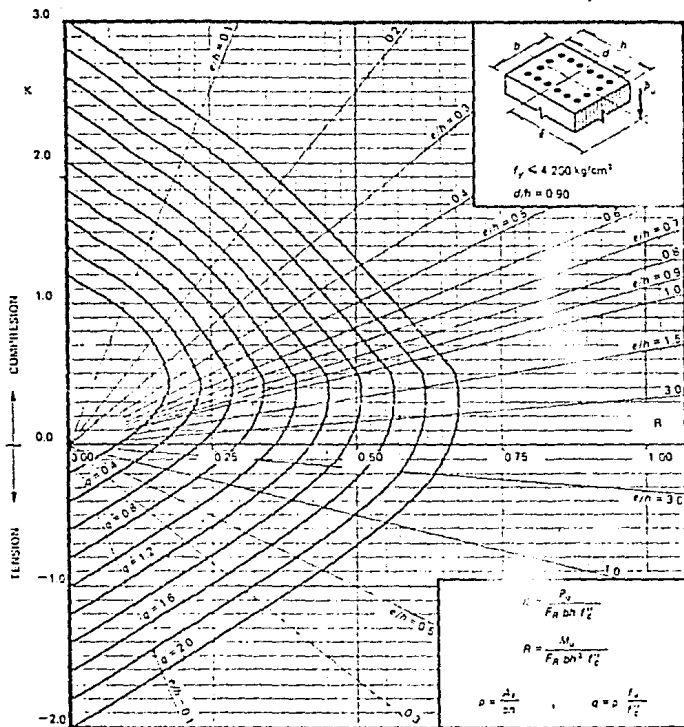
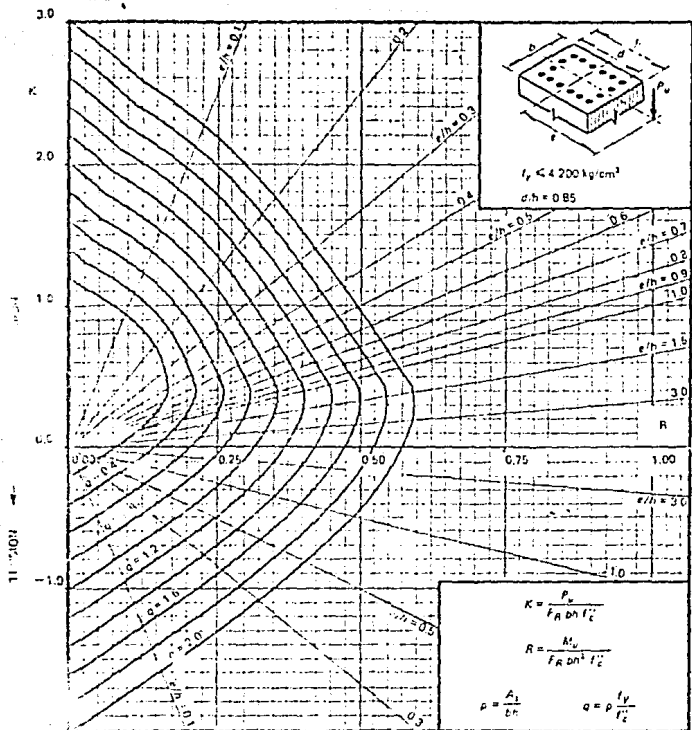
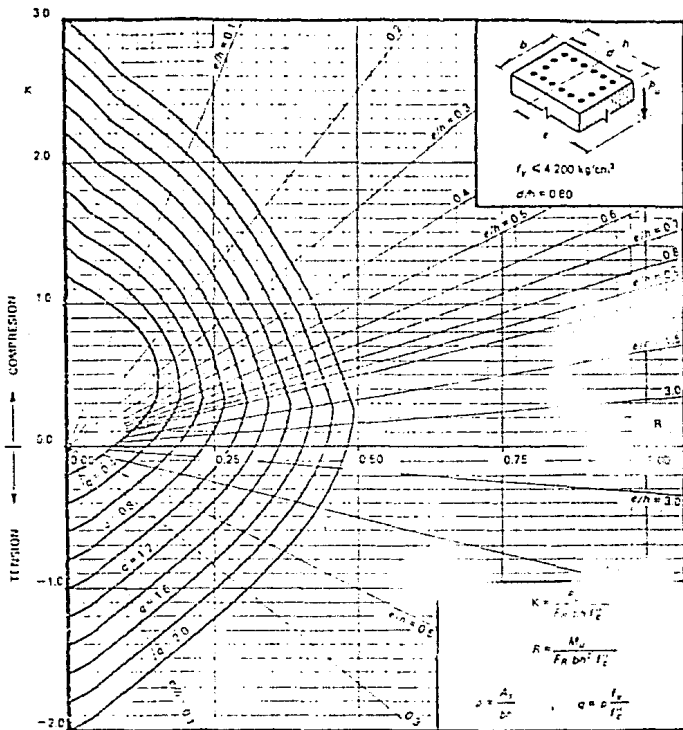


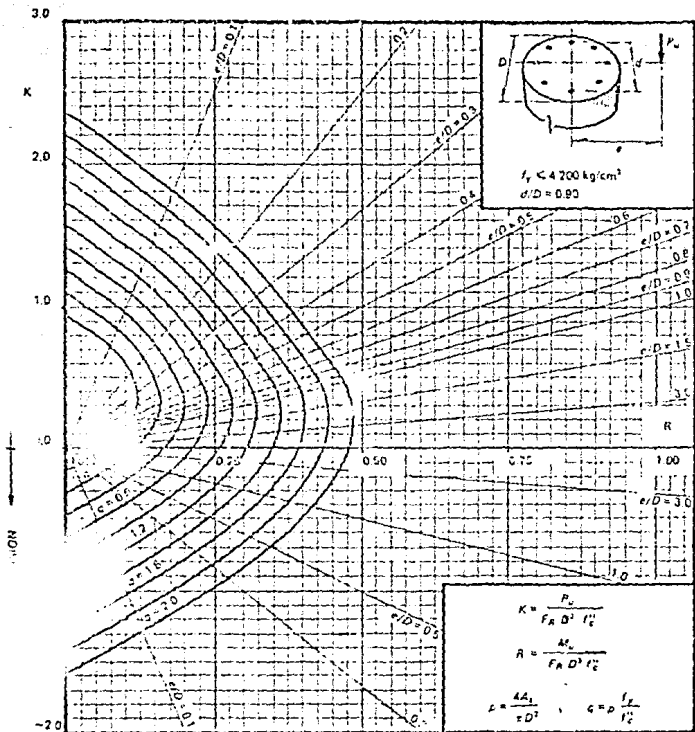
FIG. 29

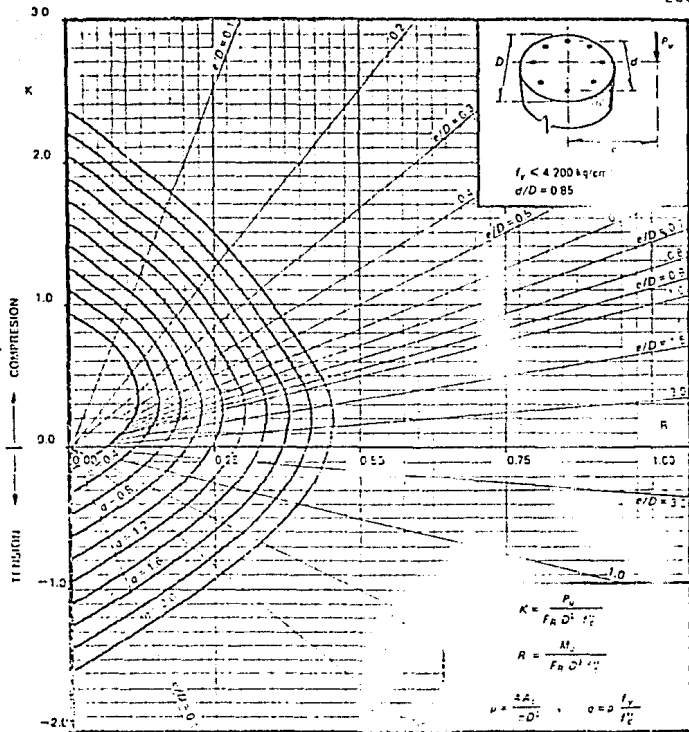


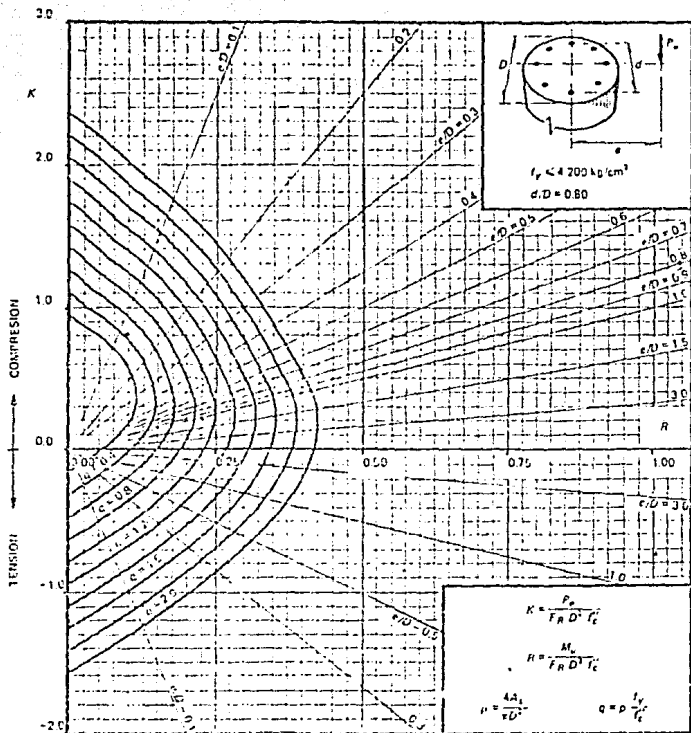


- $A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c$  =  $56 \sqrt{f'_c} < 4200 \text{ kg/cm}^2$   $f'_c = 1700 > 1700$   $f'_c > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

**FIG. 11**







- $A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c$  = 0.85  $f'_c$  si  $f'_c < 280 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f'_c$  si  $110 < f'_c < 280$ ;  $1.1 f'_c$  si  $f'_c > 280 \text{ kg/cm}^2$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_e$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexión último

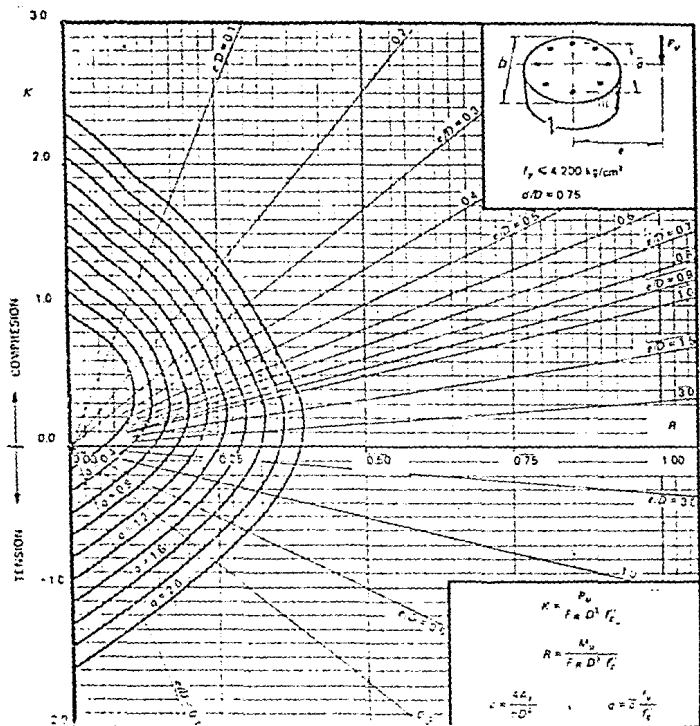


FIG. 75

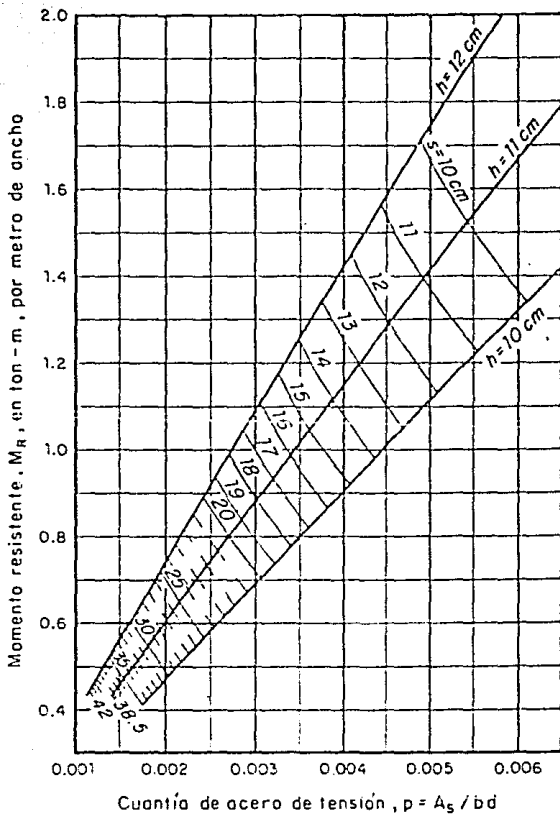
LOSAS . Separación,  $s$ , de borros # 2.5 en lecho inferior

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$h = 10, 11 \text{ y } 12 \text{ cm}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 8, 9 \text{ y } 10 \text{ cm}$$





LOSAS. Separación,  $s$ , de barras # 2.5 en lecho superior

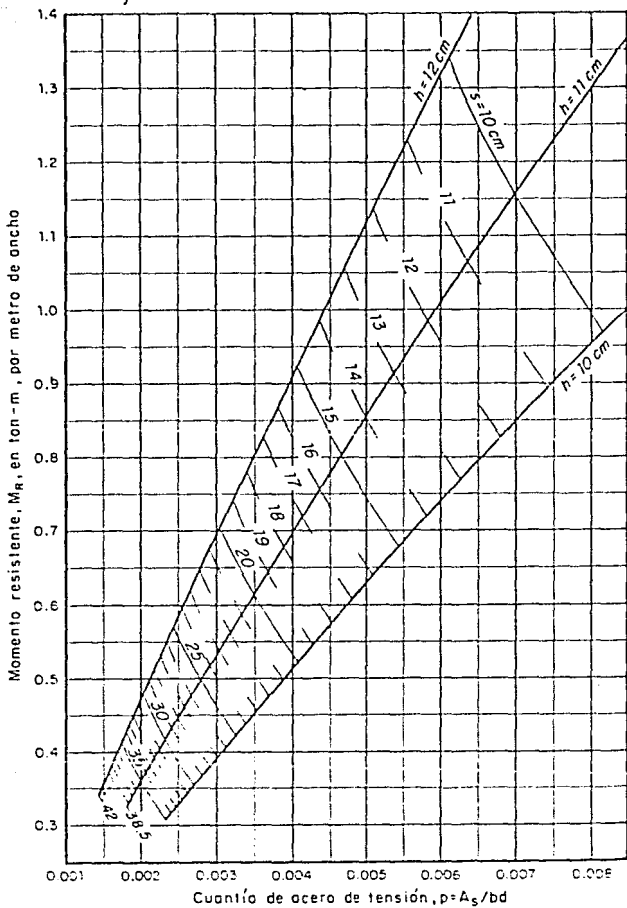
$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$h = 10, 11 \text{ y } 12 \text{ cm}$$

272

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 6, 7 \text{ y } 8 \text{ cm}$$





LOSAS. Separación,  $s$ , de barras # 3 en lecho superior

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$h = 10, 11, 12 \text{ y } 15 \text{ cm}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 6, 7, 8 \text{ y } 11 \text{ cm}$$

274

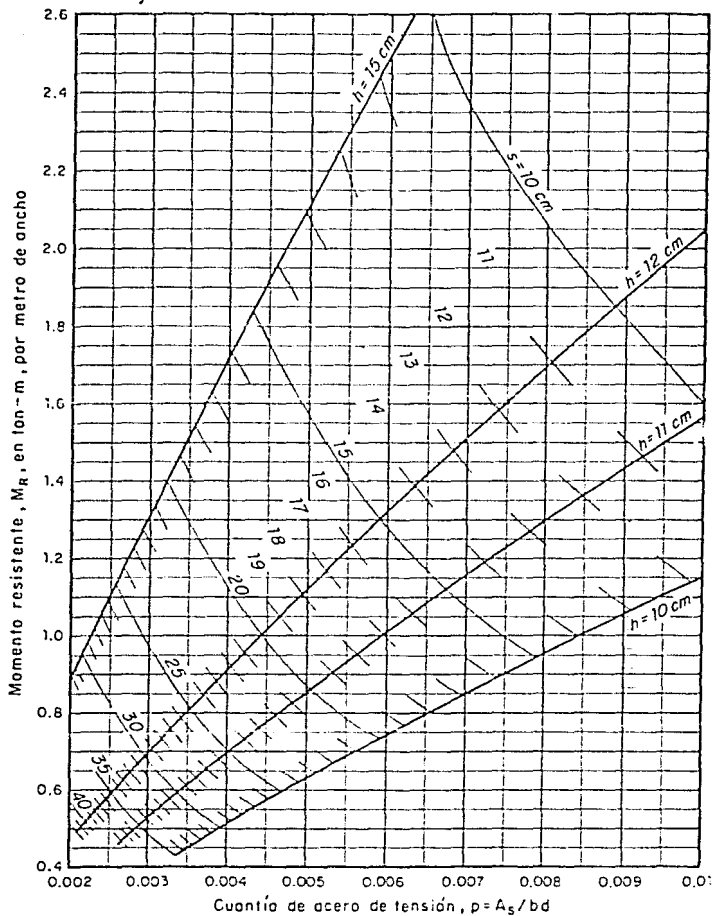


TABLA 1. CONSTANTES DE CALCULO

$E_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$f'_c$	$f''_c$	$\sqrt{f'_c}$	$0.5\sqrt{f'_c}$	$\sqrt{f'_c}$	$0.7\sqrt{f'_c}$	$E_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )
150	120	102	10.95	5.48	12.25	8.58	122500
200	160	136	12.65	6.33	14.14	9.90	141400
250	200	170	14.14	7.07	15.81	11.07	158100
300	240	204	15.49	7.75	17.32	12.12	173200
350	280	232.4	16.73	8.37	18.71	13.10	187100
400	320	253.8	17.89	8.95	20.00	14.00	200000

Se utilizaron las siguientes fórmulas

$$f'_c = 0.8 f'_c$$

$$f''_c = 0.85 f'_c \text{ si } f'_c \leq 250 \text{ kg/m}^2$$

$$f''_c = \left(1.05 - \frac{f'_c}{1250}\right) f'_c \text{ si } f'_c > 250 \text{ kg/m}^2$$

$$E_c = 10\,000 \sqrt{f'_c}$$

TABLA 2 DIAMETROS, PESOS Y AREAS DE BARRAS

Número de designación	Diámetro nominal		Peso kg/m	NUMERO DE BARRAS										Áreas de acero en cm <sup>2</sup>
	pulg	mm		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	1/4	6.4	0.248	0.32	0.64	0.96	1.28	1.60	1.92	2.24	2.56	2.88	3.20	
2.5	5/16	7.9	0.388	0.49	0.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.43	3.92	4.41	4.90	
3	3/8	9.5	0.559	0.71	1.42	2.13	2.84	3.55	4.26	4.97	5.68	6.39	7.20	
4	1/2	12.7	0.993	1.27	2.54	3.81	5.08	6.35	7.62	8.89	10.16	11.43	12.70	
5	5/8	15.9	1.552	1.98	3.96	5.94	7.92	9.90	11.88	13.86	15.84	17.82	19.80	
6	3/4	19.0	2.235	2.85	5.70	8.55	11.40	14.25	17.10	19.95	22.80	25.65	28.50	
7	7/8	22.2	3.042	3.88	7.76	11.64	15.52	19.40	23.28	27.16	31.04	34.92	38.80	
8	1	25.4	3.973	5.07	10.14	15.21	20.28	25.35	30.42	35.49	40.56	45.63	50.70	
9	1 1/8	28.6	5.028	6.41	12.82	19.23	25.64	32.05	38.46	44.87	51.28	57.69	64.10	
10	1 1/4	31.8	6.207	7.92	15.84	23.76	31.68	39.60	47.52	55.44	63.36	71.28	79.20	
11	1 3/8	34.9	7.511	9.58	19.16	28.74	38.32	47.90	57.48	67.06	76.64	86.22	95.80	
12	1 1/2	38.1	8.938	11.40	22.80	34.20	45.60	57.00	68.40	79.80	91.20	102.60	114.00	

TABLA 3. LONGITUDES DE DESARROLLO,  $l_d$ , DE BARRAS CORRUGADAS A TENSION, NO TORCIDAS EN FRIO, EN CM

Barra No.	$f'_c$ $f_y$	150		200		250		300		350		400	
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
2.5	3000 kg/cm <sup>2</sup>	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	4200	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	25	30
	5200	30	41	30	41	30	41	30	41	30	41	30	41
3	3000	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	4200	30	34	30	34	30	34	30	34	30	34	30	33
	5200	35	50	35	50	35	50	35	50	35	50	35	50
4	3000	30	32	30	32	30	32	30	32	30	32	30	32
	4200	32	45	32	45	32	45	32	45	32	45	32	45
	5200	47	66	47	66	47	66	47	66	47	66	47	66
5	3000	30	41	30	40	30	40	30	40	30	40	30	40
	4200	41	57	40	56	40	56	40	56	40	56	40	56
	5200	60	84	59	83	59	83	59	83	59	83	59	83
6	3000	42	59	36	51	34	48	34	48	34	48	34	48
	4200	59	82	51	71	48	67	48	67	48	67	48	67
	5200	87	121	75	105	71	99	71	99	71	99	71	99
7	3000	57	80	49	69	44	67	40	56	40	60	40	56
	4200	80	112	69	97	67	87	56	79	56	78	56	78
	5200	118	165	102	143	91	128	85	119	83	116	83	116
8	3000	75	104	65	90	58	81	53	74	49	68	46	64
	4200	104	146	90	126	81	113	74	103	69	96	64	90
	5200	154	216	133	187	119	167	109	153	101	141	95	132
9	3000	94	132	82	114	72	102	67	93	67	86	58	81
	4200	132	185	114	160	102	143	93	131	86	121	81	113
	5200	195	273	160	235	151	211	136	193	128	179	119	167
10	3000	116	163	101	141	90	126	82	115	76	107	71	103
	4200	163	228	141	198	126	177	115	161	107	149	100	140
	5200	241	337	208	292	186	261	170	238	158	221	147	200
11	3000	141	197	122	171	100	153	100	139	92	129	86	121
	4200	197	276	171	239	153	214	139	195	129	181	121	169
	5200	291	408	252	353	226	316	206	288	191	267	178	250
12	3000	168	235	145	203	130	182	118	166	110	154	103	144
	4200	235	328	203	284	182	254	166	232	154	215	144	201
	5200	346	485	300	420	268	376	245	343	227	318	212	297

I Barras con no más de 30 cm de concreto bajo ellas.

II Barras con más de 30 cm de concreto bajo ellas.

### 8.6 DISEÑO NUMÉRICO DE COLUMNAS DEL EJEMPLO.

Diseño de una columna tipo central.

Columna B5 en sótano.

Materiales:

Concreto:  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Aceros:  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

Constantes de cálculo.

$$f^*c = 0.8f'c = 0.8 \times 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^{**}c = 0.85 f^*c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{f_y}{f^{**}c} = \frac{4200}{170} = 24.71$$

$$A_c = 55 \times 55 = 3,025 \text{ cm}^2$$

$$A_c f^{**}c = 3,025 \times 0.170 = 514.3 \text{ ton.}$$

C.V. + C.M.

$$P = 221 \text{ ton.}$$

$$M_x = 2.6$$

$$M_y = 1.77$$

C.A.

$$M_{sx} \begin{cases} = 32.34 \text{ ton-m} \\ = 50.11 \text{ ton-m} \end{cases}$$

$$M_{sy} \begin{cases} = 9.41 \\ = 12.10 \end{cases}$$

Efectos gravitacionales:

En la dirección x:  $M_u = 2.6 + P u e_{ox} = 2.6 + (221 \times 0.0275) = 8.68 \text{ ton-m}$

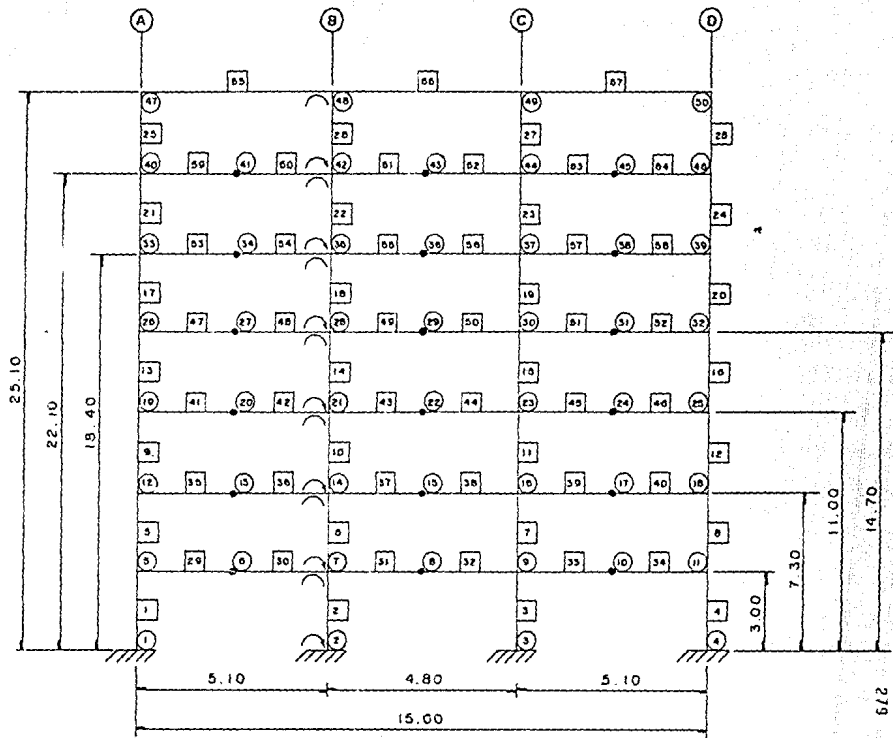
En la dirección y:  $M_u = 1.77 + P u e_{oy} = 1.77 + (221 \times 0.0275) = 7.85 \text{ ton-m}$

$$e_{ox} = 0.05 \times 55 = 2.75 \text{ cm.}$$

$$e_{oy} = 0.05 \times 55 = 2.75 \text{ cm.}$$

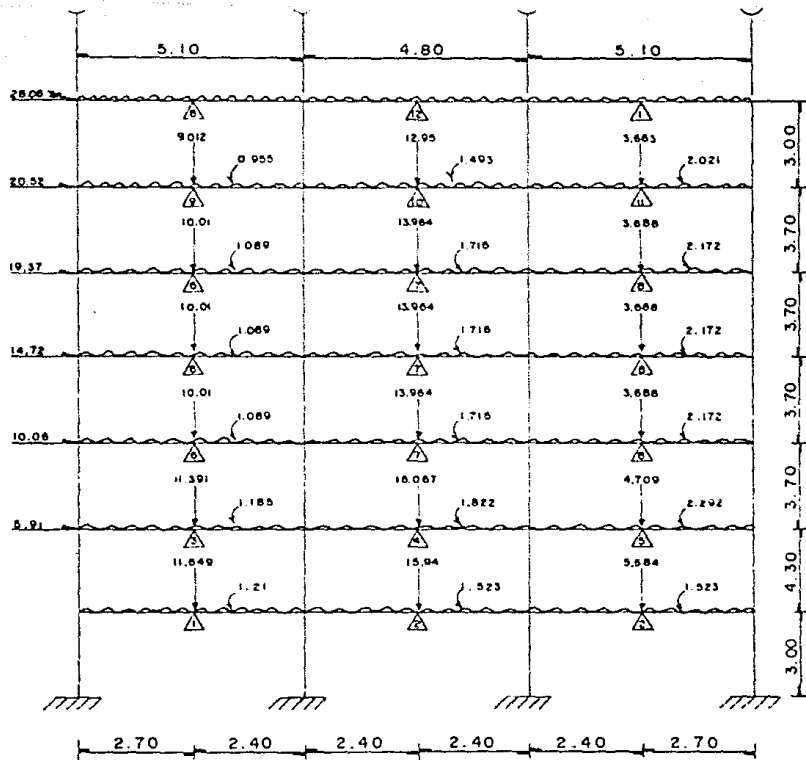
Efectos del componente x del sismo:  $P u = 0$ ;  $M_u = 50.11 \text{ ton-m}$

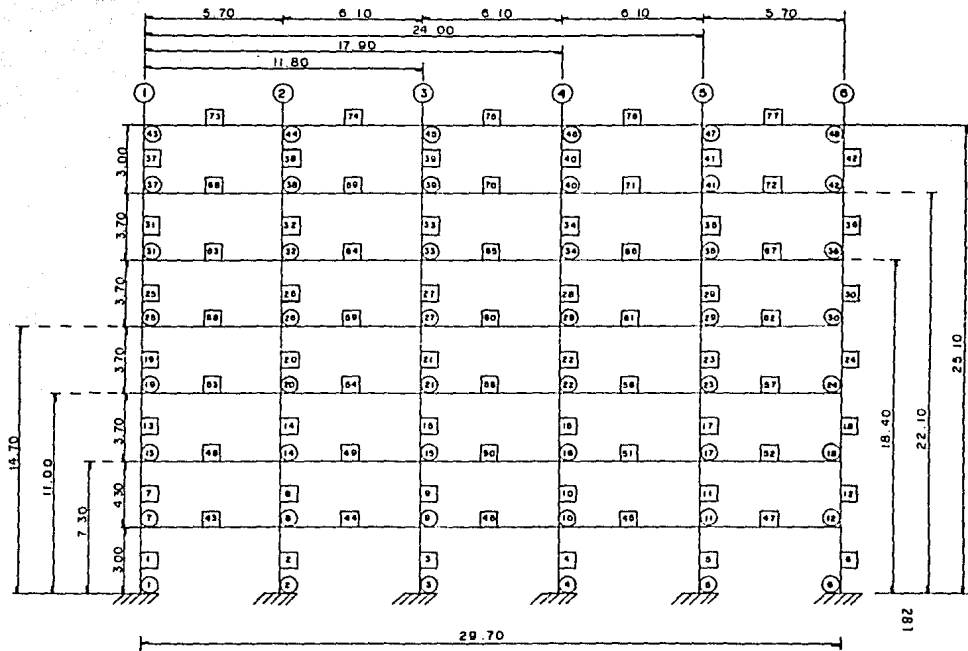
Efectos del componente y del sismo:  $P u = 0$ ;  $M_u = 12.10$



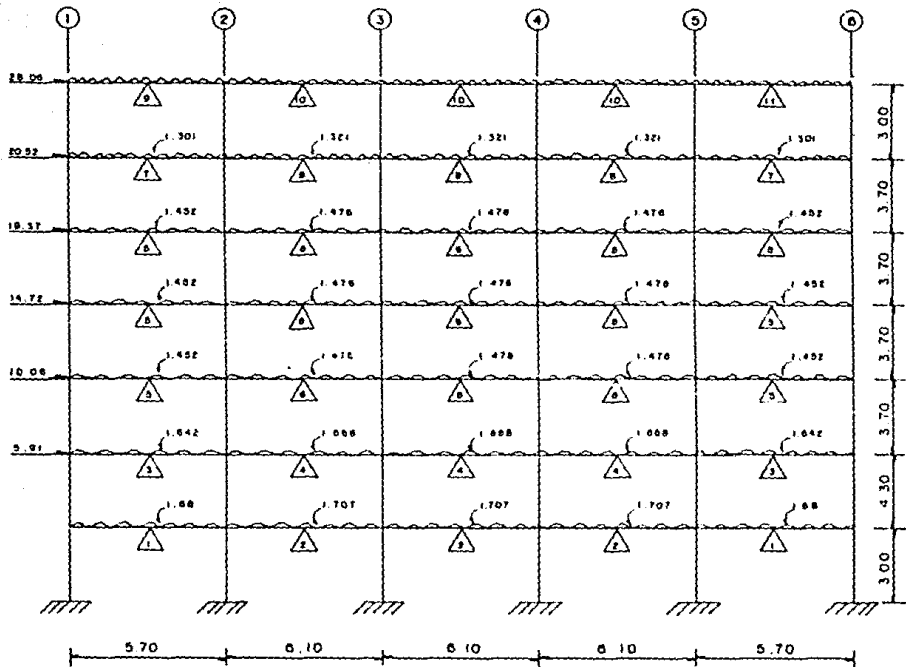
**MARCO 5**







MARCO "B"



.....

MARCO B

-----

## COORDENADAS DE LOS NUDOS :

NUDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.70000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	1.18000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
4	1.75000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
5	2.40000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
6	2.97000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
7	0.00000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
8	5.70000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
9	1.18000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
10	1.75000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
11	2.40000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
12	2.97000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
13	0.00000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
14	5.70000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
15	1.18000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
16	1.75000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
17	2.40000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
18	2.97000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
19	0.00000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
20	5.70000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
21	1.18000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
22	1.75000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
23	2.40000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
24	2.97000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
25	0.00000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
26	5.70000E+00	1.47000E+01	0.00000E+00
27	1.18000E+01	1.47000E+01	0.00000E+00
28	1.75000E+01	1.47000E+01	0.00000E+00
29	2.40000E+01	1.47000E+01	0.00000E+00
30	2.97000E+01	1.47000E+01	0.00000E+00
31	0.00000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
32	5.70000E+00	1.84000E+01	0.00000E+00
33	1.18000E+01	1.84000E+01	0.00000E+00
34	1.75000E+01	1.84000E+01	0.00000E+00
35	2.40000E+01	1.84000E+01	0.00000E+00
36	2.97000E+01	1.84000E+01	0.00000E+00
37	0.00000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
38	5.70000E+00	2.21000E+01	0.00000E+00
39	1.18000E+01	2.21000E+01	0.00000E+00
40	1.75000E+01	2.21000E+01	0.00000E+00
41	2.40000E+01	2.21000E+01	0.00000E+00

## PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	S	J	II	III
1	2.00000E+01	2.24355E+08	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.49000E-03
2	2.50000E+01	2.24355E+08	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.21000E-03
3	2.00000E+01	2.24355E+08	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.42000E-03
4	1.00000E+01	2.24355E+08	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.21000E-03
5	6.00000E+02	2.24355E+08	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.50000E-04

## GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NODO ORIGEN	NODO FIN	ANCHO DE BARRA
1	1	1	7	0.00000E+00
2	1	2	8	0.00000E+00
3	1	3	9	0.00000E+00
4	1	4	10	0.00000E+00
5	1	5	11	0.00000E+00
6	1	6	12	0.00000E+00
7	1	7	13	0.00000E+00
8	1	8	14	0.00000E+00
9	1	9	15	0.00000E+00
10	1	10	16	0.00000E+00
11	1	11	17	0.00000E+00
12	1	12	18	0.00000E+00
13	2	13	19	0.00000E+00
14	2	14	20	0.00000E+00
15	2	15	21	0.00000E+00
16	2	16	22	0.00000E+00
17	2	17	23	0.00000E+00
18	2	18	24	0.00000E+00
19	2	19	25	0.00000E+00
20	2	20	26	0.00000E+00
21	2	21	27	0.00000E+00
22	2	22	28	0.00000E+00
23	2	23	29	0.00000E+00
24	2	24	30	0.00000E+00
25	2	25	31	0.00000E+00
26	2	26	32	0.00000E+00
27	2	27	33	0.00000E+00
28	2	28	34	0.00000E+00
29	2	29	35	0.00000E+00
30	2	30	36	0.00000E+00
31	2	31	37	0.00000E+00
32	2	32	38	0.00000E+00
33	2	33	39	0.00000E+00
34	2	34	40	0.00000E+00
35	2	35	41	0.00000E+00
36	2	36	42	0.00000E+00
37	2	37	43	0.00000E+00
38	1	38	44	0.00000E+00
39	1	39	45	0.00000E+00
40	3	40	46	0.00000E+00
41	3	41	47	0.00000E+00
42	3	42	48	0.00000E+00

NUDOS RESTRINGIDOS:

43	4	7	8	0.00000E+00
44	4	8	9	0.00000E+00
45	4	9	10	0.00000E+00
46	4	10	11	0.00000E+00
47	4	11	12	0.00000E+00
48	4	12	13	0.00000E+00
49	4	13	14	0.00000E+00
50	4	14	15	0.00000E+00
51	4	15	16	0.00000E+00
52	4	16	17	0.00000E+00
53	4	17	18	0.00000E+00
54	4	18	19	0.00000E+00
55	4	19	20	0.00000E+00
56	4	20	21	0.00000E+00
57	4	21	22	0.00000E+00
58	4	22	23	0.00000E+00
59	4	23	24	0.00000E+00
60	4	24	25	0.00000E+00
61	4	25	26	0.00000E+00
62	4	26	27	0.00000E+00
63	4	27	28	0.00000E+00
64	4	28	29	0.00000E+00
65	4	29	30	0.00000E+00
66	4	30	31	0.00000E+00
67	4	31	32	0.00000E+00
68	4	32	33	0.00000E+00
69	4	33	34	0.00000E+00
70	4	34	35	0.00000E+00
71	4	35	36	0.00000E+00
72	4	36	37	0.00000E+00
73	4	37	38	0.00000E+00
74	4	38	39	0.00000E+00
75	4	39	40	0.00000E+00
76	4	40	41	0.00000E+00
77	4	41	42	0.00000E+00
78	5	43	44	0.00000E+00
79	5	44	45	0.00000E+00
80	5	45	46	0.00000E+00
81	5	46	47	0.00000E+00
82	5	47	48	0.00000E+00

285

CARGAS EN ELEMENTOS:

ELEMENTO	CARGA	ANGULO
43	1.68000E+00	0.00000E+00
44	1.76700E+00	0.00000E+00
45	1.77000E+00	0.00000E+00
46	0.00000E+00	0.00000E+00
48	1.14200E+00	0.00000E+00
49	1.14400E+00	0.00000E+00
50	1.68800E+00	0.00000E+00
51	1.68800E+00	0.00000E+00
52	1.68700E+00	0.00000E+00
53	1.45200E+00	0.00000E+00
54	1.45200E+00	0.00000E+00
55	1.45200E+00	0.00000E+00
56	1.45200E+00	0.00000E+00
57	1.45200E+00	0.00000E+00
58	1.45200E+00	0.00000E+00
59	1.45200E+00	0.00000E+00
60	1.45200E+00	0.00000E+00
61	1.45200E+00	0.00000E+00
62	1.45200E+00	0.00000E+00
63	1.45200E+00	0.00000E+00
64	1.45200E+00	0.00000E+00
65	1.45200E+00	0.00000E+00
66	1.45200E+00	0.00000E+00
67	1.45200E+00	0.00000E+00
68	1.45200E+00	0.00000E+00

42	4	7	8	0.00000E+00
44	4	8	9	0.00000E+00
45	4	9	10	0.00000E+00
46	4	10	11	0.00000E+00
47	4	11	12	0.00000E+00
48	4	12	13	0.00000E+00
49	4	13	14	0.00000E+00
50	4	14	15	0.00000E+00
51	4	15	16	0.00000E+00
52	4	16	17	0.00000E+00
53	4	17	18	0.00000E+00
54	4	18	19	0.00000E+00
55	4	19	20	0.00000E+00
56	4	20	21	0.00000E+00
57	4	21	22	0.00000E+00
58	4	22	23	0.00000E+00
59	4	23	24	0.00000E+00
60	4	24	25	0.00000E+00
61	4	25	26	0.00000E+00
62	4	26	27	0.00000E+00
63	4	27	28	0.00000E+00
64	4	28	29	0.00000E+00
65	4	29	30	0.00000E+00
66	4	30	31	0.00000E+00
67	4	31	32	0.00000E+00
68	4	32	33	0.00000E+00
69	4	33	34	0.00000E+00
70	4	34	35	0.00000E+00
71	4	35	36	0.00000E+00
72	4	36	37	0.00000E+00
73	4	37	38	0.00000E+00
74	4	38	39	0.00000E+00
75	4	39	40	0.00000E+00
76	4	40	41	0.00000E+00
77	4	41	42	0.00000E+00
78	5	42	44	0.00000E+00
79	5	44	45	0.00000E+00
80	5	45	46	0.00000E+00
81	5	46	47	0.00000E+00
82	5	47	48	0.00000E+00

285

## CARGAS EN ELEMENTOS :

ELEMENTO	CARGA	AVULSO
43	1.88000E+00	9.00000E+01
44	1.70700E+00	9.00000E+01
45	1.70700E+00	9.00000E+01
46	2.00000E+00	9.00000E+01
47	1.80000E+00	9.00000E+01
48	1.88000E+00	9.00000E+01
49	1.88000E+00	9.00000E+01
50	1.88000E+00	9.00000E+01
51	1.88000E+00	9.00000E+01
52	1.80000E+00	9.00000E+01
53	1.52000E+00	9.00000E+01
54	1.70000E+00	9.00000E+01
55	1.70000E+00	9.00000E+01
56	1.70000E+00	9.00000E+01
57	1.52000E+00	9.00000E+01
58	1.52000E+00	9.00000E+01
59	1.70000E+00	9.00000E+01
60	1.70000E+00	9.00000E+01
61	1.70000E+00	9.00000E+01
62	1.52000E+00	9.00000E+01
63	1.52000E+00	9.00000E+01
64	1.70000E+00	9.00000E+01
65	1.70000E+00	9.00000E+01
66	1.70000E+00	9.00000E+01
67	1.52000E+00	9.00000E+01
68	1.52000E+00	9.00000E+01

69	1.32100E+00	9.00000E+01
70	1.32100E+00	9.00000E+01
71	1.32100E+00	9.00000E+01
72	1.30100E+00	9.00000E+01
73	1.52800E+00	9.00000E+01
74	2.48200E+00	9.00000E+01
75	2.48200E+00	9.00000E+01
76	2.48200E+00	9.00000E+01
77	2.69200E+00	9.00000E+01
63	-1.68900E+00	9.00000E+01
64	-1.70700E+00	9.00000E+01
65	-1.70700E+00	9.00000E+01
66	-1.70700E+00	9.00000E+01
67	-1.68100E+01	9.00000E+01
68	-1.70700E+00	9.00000E+01
45	-1.70700E+00	9.00000E+01
46	-1.70700E+00	9.00000E+01
47	-1.70700E+00	9.00000E+01
48	-1.68700E+00	9.00000E+01
49	-1.68800E+00	9.00000E+01
50	-1.68800E+00	9.00000E+01
51	-1.68800E+00	9.00000E+01
52	-1.68200E+00	9.00000E+01
53	-1.68200E+00	9.00000E+01
54	-1.67800E+00	9.00000E+01
55	-1.67800E+00	9.00000E+01
56	-1.67800E+00	9.00000E+01
57	-1.65200E+00	9.00000E+01
58	-1.65200E+00	9.00000E+01
59	-1.67800E+00	9.00000E+01
60	-1.67800E+00	9.00000E+01
61	-1.65200E+00	9.00000E+01
62	-1.65200E+00	9.00000E+01
63	-1.67800E+00	9.00000E+01
64	-1.67800E+00	9.00000E+01
65	-1.65200E+00	9.00000E+01
66	-1.65200E+00	9.00000E+01
67	-1.62600E+00	9.00000E+01
68	-1.62600E+00	9.00000E+01
69	-1.62600E+00	9.00000E+01
70	-1.62100E+00	9.00000E+01
71	-1.62100E+00	9.00000E+01
67	-1.62100E+00	9.00000E+01
72	-1.62100E+00	9.00000E+01
69	-1.62100E+00	9.00000E+01
75	-2.48200E+00	9.00000E+01
71	-1.62100E+00	9.00000E+01
72	-1.62100E+00	9.00000E+01
73	-3.52800E+00	9.00000E+01
74	-2.48200E+00	9.00000E+01
75	-2.48200E+00	9.00000E+01
76	-2.48200E+00	9.00000E+01
77	-2.69200E+00	9.00000E+01

## CARGAS EN NUDOS :

NOD	F1	F2	F3	F4	F5	F6
12	5.81200E+00	1.00000E+01	1.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
18	1.79800E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
25	1.93700E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
31	1.93700E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
37	2.69200E+00	1.00000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
43	2.69200E+00	1.00000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00



NUDOS RESTRINGIDOS:

NUDO	X	Y	Z	U1	U2	U3
1	1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1
3	1	1	0	0	0	1
4	1	1	0	0	0	1
5	1	1	0	0	0	1
6	1	1	0	0	0	1

FUERZAS EN ELEMENTOS :

ELEM	NUDO	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mz
1	1	-5.04958E+01	2.99526E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.92773E+02
	7	5.04958E+01	-2.99526E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.92773E+02
2	2	6.92244E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01353E+02
	8	-6.92244E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.01353E+02
3	3	1.26522E+01	2.14637E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.05638E+02
	9	-1.26522E+01	-2.14637E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.05638E+02
4	4	2.31027E+01	2.45441E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.05396E+02
	10	-2.31027E+01	-2.45441E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.05396E+02
5	5	6.38181E+00	2.36327E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.05494E+02
	11	-6.38181E+00	-2.36327E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.05494E+02
6	6	5.61334E+01	7.19723E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.94463E+02
	12	-5.61334E+01	-7.19723E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.94463E+02
7	7	4.75839E+01	1.98516E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.87850E+02
	13	-4.75839E+01	-1.98516E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.87850E+02
8	8	6.50849E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	14	-6.50849E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
9	9	7.33570E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	15	-7.33570E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
10	10	7.45978E+00	2.09779E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.84349E+02
	16	-7.45978E+00	-2.09779E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.84349E+02
11	11	6.95871E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	17	-6.95871E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
12	12	4.74202E+01	1.97037E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.87850E+02
	18	-4.74202E+01	-1.97037E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.87850E+02
13	13	4.96537E+01	1.71429E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.95139E+02
	19	-4.96537E+01	-1.71429E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.95139E+02
14	14	5.71709E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	20	-5.71709E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
15	15	7.33570E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	21	-7.33570E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
16	16	7.45978E+00	2.09779E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.84349E+02
	22	-7.45978E+00	-2.09779E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.84349E+02
17	17	6.95871E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	23	-6.95871E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
18	18	4.74202E+01	1.97037E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.87850E+02
	24	-4.74202E+01	-1.97037E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.87850E+02
19	19	4.96537E+01	1.71429E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.95139E+02
	25	-4.96537E+01	-1.71429E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.95139E+02
20	20	5.71709E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	26	-5.71709E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
21	21	7.33570E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	27	-7.33570E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
22	22	7.45978E+00	2.09779E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.84349E+02
	28	-7.45978E+00	-2.09779E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.84349E+02
23	23	6.95871E+00	2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.81438E+02
	29	-6.95871E+00	-2.23949E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.81438E+02
24	24	4.74202E+01	1.97037E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.87850E+02
	30	-4.74202E+01	-1.97037E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.87850E+02
25	25	4.96537E+01	1.71429E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.95139E+02
	31	-4.96537E+01	-1.71429E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.95139E+02

24	24	1.72114E+00	1.81133E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.41635E+01
	25	-5.72114E+00	-1.81133E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.72114E+00
27	27	1.64724E+00	1.73120E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.40100E+01
	28	-1.64724E+00	-1.73120E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.64724E+00
28	28	1.85555E+00	1.79195E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.43391E+01
	29	-1.85555E+00	-1.79195E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.85555E+00
29	29	-4.12416E+00	-1.71101E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.51101E+01
	30	4.12416E+00	1.71101E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.12416E+00
30	30	-2.48748E+01	-1.74551E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.17915E+01
	31	2.48748E+01	1.74551E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.48748E+01
31	31	-1.92030E+01	4.14212E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.51659E+01
	32	1.92030E+01	-4.14212E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.92030E+01
32	32	2.83130E+00	1.28116E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.13603E+01
	33	-2.83130E+00	-1.28116E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.83130E+00
33	33	1.41151E+00	1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.21264E+01
	34	-1.41151E+00	-1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.41151E+00
34	34	1.41151E+00	1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.10275E+01
	35	-1.41151E+00	-1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.41151E+00
35	35	-3.23155E+00	1.55198E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.03217E+01
	36	3.23155E+00	-1.55198E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.23155E+00
36	36	1.74135E+01	6.18822E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.11395E+01
	37	-1.74135E+01	-6.18822E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.74135E+01
37	37	-1.81324E+01	-1.16122E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.51715E+01
	38	1.81324E+01	1.16122E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.97325E+01
38	38	2.11723E+00	1.88172E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.02781E+01
	39	-2.11723E+00	-1.88172E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.11723E+00
39	39	7.49393E+00	8.82882E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.56589E+01
	40	-7.49393E+00	-8.82882E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.49393E+00
40	40	1.41151E+00	1.16122E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.53634E+01
	41	-1.41151E+00	-1.16122E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.41151E+00
41	41	-2.51151E+00	1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.03250E+01
	42	2.51151E+00	-1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.51151E+00
42	42	1.17915E+01	-1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.02151E+01
	43	-1.17915E+01	1.47322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.17915E+01
43	43	-1.13519E+01	-3.12178E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.93522E+00
	44	1.13519E+01	3.12178E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.13519E+01
44	44	-1.13519E+01	-2.71101E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.13316E+00
	45	1.13519E+01	2.71101E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.13519E+01
45	45	-2.44948E+01	2.44948E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.14742E+01
	46	2.44948E+01	-2.44948E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.44948E+01
46	46	-2.44948E+01	2.44948E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.31231E+01
	47	2.44948E+01	-2.44948E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.44948E+01
47	47	-1.31764E+01	2.19714E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.74931E+01
	48	1.31764E+01	-2.19714E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.31764E+01
48	48	-1.31764E+01	2.19714E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.31764E+01
	49	1.31764E+01	-2.19714E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.31764E+01
49	49	-2.20594E+00	3.91031E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.24507E+01
	50	2.20594E+00	-3.91031E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.20594E+00
50	50	-2.89948E+00	-5.11030E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.56278E+01
	51	2.89948E+00	5.11030E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.89948E+00
51	51	-2.81973E+00	3.95978E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.51422E+01
	52	2.81973E+00	-3.95978E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.81973E+00
52	52	-1.31231E+01	-5.81359E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.51422E+01
	53	1.31231E+01	5.81359E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.31231E+01
53	53	-2.44948E+00	-5.81359E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.48722E+01
	54	2.44948E+00	5.81359E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.44948E+00
54	54	-1.98172E+00	1.50144E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.13312E+01
	55	1.98172E+00	-1.50144E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.98172E+00
55	55	-1.48722E+00	-1.48722E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.48722E+00
	56	1.48722E+00	1.48722E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.48722E+00
56	56	-1.48722E+00	-1.48722E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.48722E+00
	57	1.48722E+00	1.48722E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.48722E+00
57	57	-2.11322E+00	-1.11322E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.11322E+00
	58	2.11322E+00	1.11322E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.11322E+00
58	58	-1.11322E+00	-1.11322E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.11322E+00
	59	1.11322E+00	1.11322E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.11322E+00



22	4.7894E-01	4.7894E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5628E-12
24	4.7894E-01	-8.4394E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5217E-12
25	7.5120E-01	1.0284E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5157E-12
26	7.5120E-01	-1.4261E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5204E-12
27	3.1825E-01	-2.3827E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5037E-12
28	7.5120E-01	-2.5288E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5293E-12
29	7.5120E-01	8.2278E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5284E-12
30	7.5120E-01	-1.0730E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.5437E-12
31	1.0284E-01	1.2199E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4488E-12
32	1.0284E-01	-1.4418E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4028E-12
33	1.0284E-01	-2.5578E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4267E-12
34	1.0284E-01	-3.0492E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4537E-12
35	1.0284E-01	1.1020E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4518E-12
36	1.0284E-01	-1.2514E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4528E-12
37	1.0284E-01	1.3482E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4487E-12
38	1.0284E-01	-1.4793E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4581E-12
39	1.0284E-01	-3.0154E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4627E-12
40	1.0284E-01	-3.5407E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4620E-12
41	1.0284E-01	1.2014E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4587E-12
42	1.0284E-01	-1.2814E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4592E-12
43	1.0284E-01	1.3793E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4521E-12
44	1.0284E-01	-2.0221E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4581E-12
45	1.0284E-01	-3.5578E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4611E-12
46	1.0284E-01	-4.0778E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4611E-12
47	1.0284E-01	1.4911E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4554E-12
48	1.0284E-01	-1.4789E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-8.4605E-12

## REACCIONES EN LOS APOYOS:

NDO	1	2	3	4	5	
1	-1.9852E-01	-5.0615E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	1.9877E-02
2	-2.2878E-01	4.9224E-00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.0135E-02
3	-2.1141E-01	1.0170E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.0053E-02
4	-2.8540E-01	2.3102E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.0554E-02
5	-2.3247E-01	8.2818E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	2.0069E-02
6	-2.1021E-01	5.8115E-01	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	1.9843E-02

-----  
 MARCO 5  
 -----

COORDENADAS DE LOS NUDDOS :

NUDDO	COORD. X	COORD. Y	COORD. Z
1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
2	5.10000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
3	9.90000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
4	1.50000E+01	0.00000E+00	0.00000E+00
5	0.00000E+00	1.00000E+00	0.00000E+00
6	2.70000E+00	1.00000E+00	0.00000E+00
7	5.10000E+00	2.00000E+00	0.00000E+00
8	7.50000E+00	2.00000E+00	0.00000E+00
9	9.90000E+00	3.00000E+00	0.00000E+00
10	1.23000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
11	1.50000E+01	3.00000E+00	0.00000E+00
12	0.00000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
13	2.70000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
14	5.10000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
15	7.50000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
16	9.90000E+00	7.30000E+00	0.00000E+00
17	1.23000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
18	1.50000E+01	7.30000E+00	0.00000E+00
19	0.00000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
20	2.70000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
21	5.10000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
22	7.50000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
23	9.90000E+00	1.10000E+01	0.00000E+00
24	1.23000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
25	1.50000E+01	1.10000E+01	0.00000E+00
26	0.00000E+00	1.40000E+01	0.00000E+00
27	2.70000E+00	1.40000E+01	0.00000E+00
28	5.10000E+00	1.40000E+01	0.00000E+00
29	7.50000E+00	1.40000E+01	0.00000E+00
30	9.90000E+00	1.40000E+01	0.00000E+00
31	1.23000E+01	1.40000E+01	0.00000E+00
32	1.50000E+01	1.40000E+01	0.00000E+00
33	0.00000E+00	1.80000E+01	0.00000E+00
34	2.70000E+00	1.80000E+01	0.00000E+00
35	5.10000E+00	1.80000E+01	0.00000E+00
36	7.50000E+00	1.80000E+01	0.00000E+00
37	9.90000E+00	1.80000E+01	0.00000E+00
38	1.23000E+01	1.80000E+01	0.00000E+00
39	1.50000E+01	1.80000E+01	0.00000E+00
40	0.00000E+00	2.20000E+01	0.00000E+00
41	2.70000E+00	2.20000E+01	0.00000E+00
42	5.10000E+00	2.20000E+01	0.00000E+00

43	1.137000E+09	2.210000E+01	0.000000E+00
44	4.900000E+09	2.210000E+01	0.000000E+00
45	1.251000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00
46	1.150000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00
47	6.000000E+00	2.210000E+01	0.000000E+00
48	5.100000E+00	2.210000E+01	0.000000E+00
49	4.900000E+00	2.210000E+01	0.000000E+00
50	1.150000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00

292

## PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS TIPO :

ELEMENTO	AREA	E	8	3	11	12
1	2.000000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	7.680000E+03
2	2.000000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	5.210000E+03
3	2.000000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	3.420000E+03
4	1.000000E+01	2.210000E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	1.490000E+03
5	0.000000E+00	2.210000E+01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	5.600000E+04

## GEOMETRIA DE LA ESTRUCTURA :

ELEMENTO	TIPO	NUDO ORIGEN	NUDO FIN	ENLACE DE ENL
1	1	1	5	0.000000E+00
2	1	2	7	0.000000E+00
3	1	3	7	0.000000E+00
4	1	4	11	0.000000E+00
5	1	5	12	0.000000E+00
6	1	7	14	0.000000E+00
7	1	9	14	0.000000E+00
8	1	11	18	0.000000E+00
9	2	12	17	0.000000E+00
10	2	14	21	0.000000E+00
11	2	16	23	0.000000E+00
12	2	18	25	0.000000E+00
13	2	16	24	0.000000E+00
14	2	21	28	0.000000E+00
15	2	23	31	0.000000E+00
16	1	25	33	0.000000E+00
17	2	26	33	0.000000E+00
18	1	28	35	0.000000E+00
19	2	31	37	0.000000E+00
20	2	33	37	0.000000E+00
21	2	35	41	0.000000E+00
22	1	37	44	0.000000E+00
23	2	37	44	0.000000E+00
24	1	41	47	0.000000E+00
25	2	44	47	0.000000E+00
26	1	47	49	0.000000E+00
27	2	49	51	0.000000E+00
28	1	51	53	0.000000E+00
29	1	53	55	0.000000E+00
30	1	55	57	0.000000E+00
31	1	57	59	0.000000E+00
32	1	59	61	0.000000E+00
33	1	61	63	0.000000E+00
34	1	63	65	0.000000E+00
35	1	65	67	0.000000E+00
36	1	67	69	0.000000E+00
37	1	69	71	0.000000E+00
38	1	71	73	0.000000E+00
39	1	73	75	0.000000E+00
40	1	75	77	0.000000E+00
41	1	77	79	0.000000E+00
42	1	79	81	0.000000E+00

41	*	27	20	0.000000E+00
42	*	28	22	0.000000E+00
43	*	29	23	0.000000E+00
44	*	30	24	0.000000E+00
45	*	31	25	0.000000E+00
46	*	32	26	0.000000E+00
47	*	33	27	0.000000E+00
48	*	34	28	0.000000E+00
49	*	35	29	0.000000E+00
50	*	36	30	0.000000E+00
51	*	37	31	0.000000E+00
52	*	38	32	0.000000E+00
53	*	39	33	0.000000E+00
54	*	40	34	0.000000E+00
55	*	41	35	0.000000E+00
56	*	42	36	0.000000E+00
57	*	43	37	0.000000E+00
58	*	44	38	0.000000E+00
59	*	45	39	0.000000E+00
60	*	46	40	0.000000E+00
61	*	47	41	0.000000E+00
62	*	48	42	0.000000E+00
63	*	49	43	0.000000E+00
64	*	50	44	0.000000E+00
65	*	51	45	0.000000E+00
66	*	52	46	0.000000E+00
67	*	53	47	0.000000E+00
68	*	54	48	0.000000E+00
69	*	55	49	0.000000E+00
70	*	56	50	0.000000E+00

## CARGAS EN ELEMENTOS :

ELEMENTO	CARGO	ANGULO
29	-1.21300E+03	0.00000E+01
30	-1.21300E+03	0.00000E+01
31	-1.58200E+03	0.00000E+01
32	-1.58200E+03	0.00000E+01
33	-1.58200E+03	0.00000E+01
34	-1.58200E+03	0.00000E+01
35	-1.58200E+03	0.00000E+01
36	-1.58200E+03	0.00000E+01
37	-1.58200E+03	0.00000E+01
38	-1.58200E+03	0.00000E+01
39	-2.28700E+03	0.00000E+01
40	-2.28700E+03	0.00000E+01
41	-1.68700E+03	0.00000E+01
42	-1.68700E+03	0.00000E+01
43	-1.68700E+03	0.00000E+01
44	-1.68700E+03	0.00000E+01
45	-2.07700E+03	0.00000E+01
46	-2.07700E+03	0.00000E+01
47	-1.68700E+03	0.00000E+01
48	-1.68700E+03	0.00000E+01
49	-1.68700E+03	0.00000E+01
50	-1.68700E+03	0.00000E+01
51	-1.68700E+03	0.00000E+01
52	-1.68700E+03	0.00000E+01
53	-1.68700E+03	0.00000E+01
54	-1.68700E+03	0.00000E+01
55	-1.68700E+03	0.00000E+01
56	-1.68700E+03	0.00000E+01
57	-1.68700E+03	0.00000E+01
58	-1.68700E+03	0.00000E+01
59	-1.68700E+03	0.00000E+01
60	-1.68700E+03	0.00000E+01
61	-1.68700E+03	0.00000E+01
62	-1.68700E+03	0.00000E+01





14	-1.32124E+02	-2.17342E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.76455E+01
15	-1.30397E+01	-1.41229E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.45949E+02
16	2.17326E+01	-1.12258E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.42492E+01
17	7.17233E+01	1.73145E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.32612E+01
18	-1.25344E+01	-1.77135E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.76540E+01
19	1.61322E+01	2.41513E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.25618E+02
20	-7.61312E+01	-1.81212E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.42951E+01
21	9.54137E+01	2.24322E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.67444E+01
22	-4.51847E+01	-2.15557E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.18579E+01
23	-1.32222E+01	1.23222E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.54222E+01
24	1.32222E+01	-1.23222E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.39579E+01
25	1.27843E+01	-2.42305E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.83014E+01
26	-5.25764E+01	-2.42305E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.27905E+01
27	1.57470E+01	2.42305E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.85720E+01
28	-1.47904E+01	-2.42305E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.72194E+01
29	7.07335E+01	1.82447E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.21237E+01
30	-7.07335E+01	-1.82447E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.35155E+01
31	-7.92333E+01	1.26326E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.87237E+01
32	2.62333E+01	-1.26326E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.75715E+01
33	1.45007E+01	1.97472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.42237E+01
34	-3.45177E+01	-1.97472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.48145E+01
35	1.11122E+01	1.23122E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.07853E+01
36	-1.11122E+01	-1.23122E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.17042E+01
37	4.40135E+01	1.53915E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.70442E+01
38	-4.40135E+01	-1.53915E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.92144E+01
39	2.55344E+01	3.92122E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.06445E+01
40	-2.55344E+01	-3.92122E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.14112E+01
41	1.45774E+01	-1.17495E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.64537E+01
42	-1.45774E+01	1.17495E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.82252E+01
43	3.14977E+01	1.42522E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.02235E+01
44	-3.14977E+01	-1.42522E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.07145E+01
45	7.21554E+01	1.15421E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.52494E+01
46	-7.21554E+01	-1.15421E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.26356E+01
47	4.78135E+01	2.84141E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.25492E+01
48	-4.78135E+01	-2.84141E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.13755E+01
49	1.13072E+01	4.81541E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.88551E+01
50	-1.13072E+01	-4.81541E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.35103E+00
51	9.52622E+01	9.52777E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.50422E+01
52	-9.52622E+01	-9.52777E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.51516E+00
53	4.4441E+01	4.23515E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.44415E+01
54	-4.4441E+01	-4.23515E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.11176E+00
55	7.25772E+01	-1.45515E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.84307E+01
56	7.25772E+01	1.45515E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.22754E+01
57	7.37972E+01	-1.73345E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.22194E+01
58	7.37972E+01	1.73345E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.10415E+01
59	-4.17371E+01	-4.52145E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.64172E+01
60	-4.17371E+01	4.52145E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.12041E+01
61	-1.18456E+01	-2.41174E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.12640E+01
62	-1.18456E+01	2.41174E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.70645E+01
63	2.42373E+01	-1.53712E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.52256E+01
64	2.42373E+01	1.53712E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.47910E+01
65	1.21344E+01	-2.51472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.45110E+01
66	1.21344E+01	2.51472E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.87236E+01
67	-4.67617E+01	-1.75252E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.47345E+01
68	-4.67617E+01	1.75252E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.28157E+01
69	-0.79131E+01	-1.21512E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.18837E+01
70	-0.79131E+01	1.21512E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	7.77412E+01
71	2.44772E+01	3.54421E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.42375E+01
72	2.44772E+01	-3.54421E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-4.27755E+01
73	2.44772E+01	-1.53212E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.27755E+01
74	2.44772E+01	1.53212E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.21145E+01
75	-4.61222E+01	1.57835E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.78277E+01
76	-4.61222E+01	-1.57835E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.20402E+01
77	-1.22544E+01	1.21244E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.17465E+01
78	-1.22544E+01	-1.21244E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.17465E+01
79	-1.22544E+01	1.21244E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.17465E+01
80	-1.22544E+01	-1.21244E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.17465E+01



8	5.25794E+03	-8.48033E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.70571E+04
9	5.25112E+03	-8.00715E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.48700E+04
10	5.25179E+03	-8.49225E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.44899E+04
11	5.25183E+03	-7.86724E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.55121E+05
12	2.11111E+03	5.19185E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.257127E+05
13	2.11111E+03	-1.27183E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.19333E+05
14	2.11111E+03	-1.18224E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.10791E+05
15	2.11111E+03	-1.42725E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.14701E+04
16	2.11111E+03	-1.11562E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-9.74610E+04
17	2.11111E+03	-1.03155E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.18687E+04
18	2.11111E+03	-1.14032E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.49733E+05
19	3.51845E+02	7.81126E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.12671E+05
20	3.51845E+02	-1.16393E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.24895E+05
21	3.51845E+02	-1.47117E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.61745E+05
22	3.51845E+02	-2.01104E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.56433E+04
23	3.51845E+02	-1.62189E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.47358E+04
24	3.51845E+02	-1.42110E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.56722E+04
25	3.51845E+02	-2.27119E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.70723E+05
26	4.77571E+02	3.41129E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.96798E+05
27	4.77571E+02	-1.44757E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-8.12810E+05
28	4.77571E+02	-2.62135E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.73145E+04
29	4.77571E+02	-2.11181E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.28159E+04
30	4.77571E+02	-3.02135E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-7.44724E+04
31	4.77571E+02	-2.11510E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.55568E+04
32	4.77571E+02	-2.74135E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.50233E+05
33	5.18474E+02	3.15737E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.47971E+05
34	5.18474E+02	-1.14874E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.45918E+05
35	5.18474E+02	-2.25725E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.18543E+04
36	5.18474E+02	-2.47974E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.18510E+04
37	5.18474E+02	-2.31131E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.18510E+04
38	5.18474E+02	-2.51273E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.58785E+04
39	5.18474E+02	-3.02991E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.21235E+05
40	6.40117E+02	3.47102E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-1.51849E+05
41	6.40117E+02	-1.14833E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-3.18782E+04
42	6.40117E+02	-2.58035E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.19271E+04
43	6.40117E+02	-2.14571E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.59997E+04
44	6.40117E+02	-2.44487E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.14355E+04
45	6.40117E+02	-2.77194E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.29229E+04
46	6.40117E+02	-3.18104E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-5.14107E+04
47	7.04936E+02	3.16079E+04	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.53197E+05
48	7.04936E+02	-2.15617E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.82745E+05
49	7.04936E+02	-2.97422E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.44704E+05
50	7.04936E+02	-3.21436E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-2.52151E+05

## REACCIONES EN LOS APCYOS:

N.OO	I	J	I	*1	*2	*3
1	-1.88103E+01	-6.68777E+01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.85124E+01
2	-2.36740E+01	1.22147E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.82310E+01
3	-2.34823E+01	1.10838E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.93725E+01
4	-2.12222E+01	1.33781E+02	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.19274E+01

Dimensionamiento considerando la flexocompresión principal en la dirección X:

$$P_u = 221 + 0 + 0 = 221 \text{ ton.}$$

$$M_{2x} = 8.68 + 50.11 = 58.79 \text{ ton-m.}$$

$$M_y = 7.85 + (0.3 \times 12.10) = 11.48 \text{ ton-m.}$$

La columna se dimensionará por flexocompresión biaxial con los siguientes datos, y después se revisará en la dirección y

$$P_u = 221 \text{ ton.}$$

$$e_x = \frac{58.79}{221} = 0.266 \text{ m.}$$

$$e_y = \frac{11.48}{221} = 0.052 \text{ m.}$$

Por tanteos:

Tanteo No. 1

Suponiendo  $p = 0.01$ ;  $A_s = p b h$

$$A_s = 0.01 \times 55 \times 55 = 30.25 \text{ cm}^2.$$

Para la carga axial resistente de diseño ( $P_{R0}$ ) tenemos:

$$P_{R0} = F_R (A_c f'_c + A_s f_y) = 0.80 [514.3 + (30.25 \times 4.2)] = 513.08 \text{ ton.}$$

$$q = (p) \frac{f_y}{f'_c} = 0.01 \times \frac{4,200}{170} = 0.247$$

$$e_x / h_x = \frac{27}{55} = 0.49$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene  $K = 0.38$  para  $q = 0.25$  y  $e/h = 0.49$

Para la carga normal resistente de diseño ( $P_{Rx}$ ) aplicada con una excentricidad  $e_x$  tenemos:

$$P_{Rx} = K F_R b h f^* c$$

$$P_{Rx} = 0.38 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 156.33 \text{ ton.}$$

Para la carga normal resistente de diseño ( $P_{Ry}$ ) aplicada con una excentricidad  $e_y$  tenemos:

$$e_y/h_y = \frac{5.2}{55} = 0.09$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño del Instituto de Ingeniería se obtiene:

$$K = 1.03 \text{ para } q = 0.25 \text{ y } e/h = 0.09$$

$$P_{Ry} = K F_R b h f^* c = 1.03 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 423.74 \text{ ton.}$$

Para la carga normal resistente de diseño ( $P_R$ ), aplicada con las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$ .

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_{Ro}}}$$

$$P_R = \left( \frac{1}{156.33} + \frac{1}{423.74} - \frac{1}{513.08} \right)^{-1} = \frac{1}{0.0063967} + \frac{1}{0.0023599} -$$

$$- \frac{1}{0.001949}$$

$$P_R = \frac{1}{0.0063076} = 146.89 \text{ ton.}$$

Tanteo No. 2

Suponiendo  $p = 0.02$      $A_s = pbh$

$$A_s = 0.02 \times 55 \times 55 = 60.5 \text{ cm}^2.$$

Para la carga axial resistente de diseño  $P_{RD}$  tenemos:

$$P_{RD} = F_R (A_c f'_c + A_s f_y)$$

$$P_{RD} = 0.80 [514.3 + (60.5 \times 4.2)] = 614.72 \text{ ton.}$$

$$q = p \frac{f_y}{f'_c} = (0.02) \left( \frac{4,200}{170} \right) = 0.494$$

$$\frac{e_x}{h_x} = \frac{27}{55} = 0.49$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño (del 401 del Instituto de Ingeniería), se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.49 \quad \text{y} \quad \frac{e_x}{h} = 0.49 \quad K = 0.55$$

Para la carga normal resistente de diseño ( $P_{RX}$ ) aplicada con una excentricidad  $e_x$  tenemos:

$$P_{RX} = 0.55 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 226.27 \text{ ton.}$$

Para la carga normal resistente de diseño ( $P_{RY}$ ) aplicada con una excentricidad  $e_y$  tenemos:

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño del Instituto de Ingeniería se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.49 \quad \text{y} \quad \frac{e_y}{h} = 0.09 \quad K = 1.20$$

$$P_{RY} = 1.20 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 493.68 \text{ ton.}$$

Para la carga normal resistente de diseño ( $P_R$ ) aplicada con las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$  tenemos:

$$P_R = \left( \frac{1}{226.27} + \frac{1}{493.68} - \frac{1}{614.72} \right)^{-1} = 207.54 \text{ ton.}$$

Tanteo No. 3.

Suponiendo  $p = 0.025$

$$A_s = pbh \quad A_s = 0.025 \times 55 \times 55 = 75.63 \text{ cm}^2.$$

Para  $P_{RO}$  tenemos:

$$P_{RO} = F_R (A_c f'_c + A_s f_y) = 0.80 [514.3 + (75.63 \times 4.2)] = 665.56 \text{ ton.}$$

$$q = (p) (f_y / f'_c) \quad q = (0.025) (4,200 / 170) = 0.62$$

$$e_x / h_x = \frac{27}{55} = 0.49$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.62 \quad \text{y} \quad e/h = 0.49 \quad K = 0.58$$

Para obtener  $P_{RX}$  tenemos:

$$P_{RX} = 0.58 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 238.61 \text{ ton.}$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.62 \quad \text{y} \quad e/h = 0.09 \quad K = 1.27$$

Para obtener  $P_{RY}$  tenemos:

$$P_{RY} = 1.27 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 522.48 \text{ ton.}$$

Para obtener  $P_R$  tenemos:

$$P_R = \left( \frac{1}{238.61} + \frac{1}{522.48} - \frac{1}{665.56} \right)^{-1} = 217.28 \text{ ton.}$$

Tanteo no. 4

Suponiendo  $p = 0.03$

$$A_s = p b h \quad A_s = 0.03 \times 55 \times 55 = 90.75 \text{ cm}^2.$$

Para obtener  $P_{RO}$  tenemos:

$$P_{RO} = 0.80 \left[ 514.30 + (90.75 \times 4.2) \right] = 716.36 \text{ ton.}$$

$$q = (p) \left( \frac{f_y}{f_c} \right) = (0.03) \left( \frac{4,200}{170} \right) = 0.74$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.74 \quad \text{y } \frac{e}{h} = 0.49 \quad K = 0.64$$

Para obtener  $P_{RX}$  tenemos:

$$P_{RX} = 0.64 \times 0.8 \times 3,025 \times 170 = 263.3 \text{ ton.}$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.74 \quad \text{y } \frac{e}{h} = 0.09 \quad K = 1.4$$

Para obtener  $P_{RY}$  tenemos:

$$P_{RY} = 1.4 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 575.96$$

Para obtener  $P$  tenemos:

$$P_{RY} = \left( \frac{1}{263.3} + \frac{1}{575.96} - \frac{1}{716.36} \right)^{-1} = 241.65 \text{ ton.}$$



Tanteo No. 5.

Suponiendo  $p = 0.027$

$$A_s = p b h \quad A_s = 0.027 \times 55 \times 55 = 81.68 \text{ cm}^2.$$

Para obtener  $P_{RO}$  tenemos:

$$P_{RO} = 0.80 [514.30 + (81.68 \times 4.2)] = 685.88 \text{ ton.}$$

$$q = (p) \left( \frac{f_y}{f^*c} \right) \quad q = (0.027) \left( \frac{4,200}{170} \right) = 0.67$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{para } q = 0.67 \quad y \frac{e}{h} = 0.49 \quad K = 0.6$$

Para obtener  $P_{RX}$  tenemos:

$$P_{RX} = 0.6 \times 0.8 \times 3,025 \times 170 = 246.84 \text{ ton.}$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.67 \quad y \frac{e}{h} = 0.09 \quad K = 1.37$$

Para obtener  $P_{RY}$  tenemos:

$$P_{RY} = 1.37 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 563.62 \text{ ton.}$$

Para obtener  $P_R$  tenemos:

$$P_R = \left( \frac{1}{246.84} + \frac{1}{563.62} - \frac{1}{685.88} \right)^{-1} = 228.96 \text{ ton.} > 221 \text{ ton.}$$

Se acepta  $p = 0.027$   $A_s = 81.68 \text{ cm}^2$ .

Revisión con la flexocompresión principal en la dirección Y.

$$\begin{aligned}
 P_u &= 221 + 0 + 0 = 221 \text{ ton.} \\
 M_{zy} &= 7.85 + 12.10 = 19.95 \text{ ton-m.} \\
 M_x &= 8.68 + (0.3 \times 50.11) = 23.71 \text{ ton-m.} \\
 e_y &= \frac{19.95}{221} = 0.0903 \text{ m.} \quad e_x = \frac{23.71}{221} = 0.1073 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

Tanteo No. 1.

Suponiendo  $p = 0.027$

$$A_s = p b h \quad A_s = 0.027 \times 55 \times 55 = 81.68 \text{ cm}^2.$$

Para obtener  $P_{RO}$  tenemos:

$$P_{RO} = 0.80 [514.3 + (81.68 \times 4.2)] = 685.88 \text{ ton.}$$

$$q = (p) \left( \frac{f_y}{f^*c} \right) \quad q = (0.027) \left( \frac{4,200}{170} \right) = 0.67$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.67 \quad y \quad \frac{e}{h} = 0.16 \quad K = 1.20$$

$$e_x / h_x = \frac{9}{55} = 0.16$$

$$e_y / h_y = \frac{11}{55} = 0.20$$

Para obtener  $P_{RX}$  tenemos:

$$P_{RX} = 1.2 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 493.68 \text{ ton.}$$

De la fig. 9 de las Ayudas de Diseño se obtiene:

$$\text{Para } q = 0.67 \quad y \quad \frac{e}{h} = 0.2 \quad K = 1.05$$

Para obtener  $P_{RY}$  tenemos:

$$P_{RY} = 1.05 \times 0.80 \times 3,025 \times 170 = 431.97 \text{ ton.}$$

Para obtener  $P_R$  tenemos:

$$P_R = \left( \frac{1}{493.68} + \frac{1}{431.97} - \frac{1}{685.88} \right)^{-1} = 346.91 \text{ ton.} \gg 221 \text{ ton.}$$

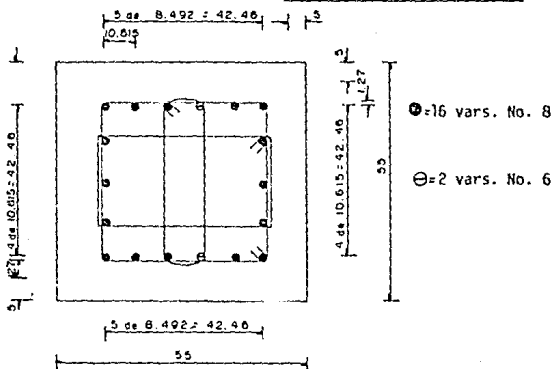
Por lo tanto rige el dimensionamiento en la dirección X.

Distribución del As:

$$A_s = 81.68 \text{ cm}^2.$$

$$2 \text{ Vars. No. 6} = 2 \times 2.85 = 5.70 \text{ cm}^2.$$

$$\frac{16 \text{ Vars. No. 8} + 2 \text{ Vars. No. 6} = 86.82 \text{ cm}^2. > 81.68 \text{ cm}^2.$$



Detalle del Armado del Acero de columna.

$$16 \text{ vars. No. 8} = 16 \times 5.07 = 81.12 \text{ cm}^2$$

## 8.7 DETALLES DEL REFUERZO DE ESTRIBOS Y NUDOS.

### 1. Requisitos para el Refuerzo Transversal.

El refuerzo transversal de toda columna no será menor que el necesario por resistencia a fuerza cortante y debe cumplir con los requisitos mínimos que se dan a continuación:

Todas las barras o paquetes de barras longitudinales deben restringirse contra el pandeo con estribos o zunchos con separación no mayor que  $850/\sqrt{f_y}$  veces el diámetro de la barra más delgada del paquete, 48 diámetros de la barra del estribo, ni que la mitad de la menor dimensión de la columna. La separación máxima de estribos se reducirá a la mitad de la antes indicada en una longitud no menor que la dimensión transversal máxima de la columna, un sexto de su altura libre, ni que 60 cm arriba y abajo de cada unión de columna con traveses o losas, medida a partir del respectivo plano de intersección.

Columna tipo central B5 en sótano.

#### Materiales:

Concreto:  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Acero:  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

$V = 28.67 \text{ ton.}$

- Cálculo del cortante que toma el concreto.

$$V_{CR} = 0.5 \Gamma_R b d \sqrt{f'c}$$

$$V_{CR} = (0.5 \times 0.8 \times 55 \times 50) (\sqrt{200}) = 15.56 \text{ ton.}$$

- Cálculo de la separación de estribos.

Considerando estribos No. 3  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$

$$s = \frac{F_R A_v F_y d}{V_u - V_{CR}} \quad s = \frac{0.8 \times 4.26 \times 4,200 \times 50}{28,670} = 28.67 \text{ cm}$$

$$850 / \sqrt{f_y} \quad d_b \Rightarrow (850 / \sqrt{4,200}) (2.54) = 33.31 \text{ cm}$$

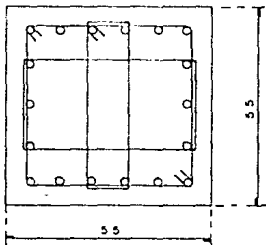
$$48 \times 0.95 \text{ cm} = 45.6 \text{ cm}$$

$$b/2 = 50.2 = 27.5 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}$$

$\therefore$  Rige  $b/2 = 25 \text{ cm}$

Se usarán estribos No. 3 @ 25.

Los estribos se dispondrán de manera que todas la barras de esquina y cada barra alternada esten restringidas por la esquina de un estribo con un ángulo interno máximo de  $135^\circ$ . La distancia libre de las barras no restringidas a las barras restringidas se limita a 15 cm. La separación centro a centro entre barras restringidas se suele limitar a unos 35 cm.



**Estribos No. 3 @ 25**

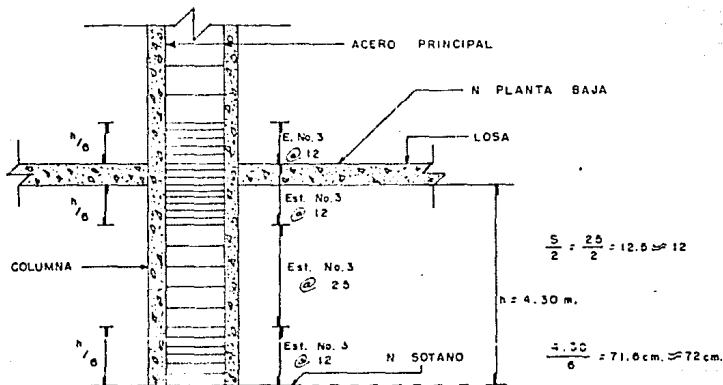
**ARMADO DE ESTRIBOS EN COLUMNA TIPO**

2. Detalles del Refuerzo en Intersecciones con Vigas o Losas.

El refuerzo transversal de una columna en su intersección con una viga o losa debe ser el necesario para resistir las fuerzas internas que ahí se produzcan, pero su espaciamiento no será mayor y su diámetro no será menor que los usados en la columna en las secciones próximas a dicha intersección.

### 3. Detalles en los Cambios de Sección.

Es frecuente que se cambien las dimensiones de las columnas al pasar de un piso a otro de una estructura. En estos casos, las barras deben doblarse en forma gradual, para evitar componentes desfavorables de esfuerzos. Además deberá proporcionarse refuerzo transversal adicional al necesario por otros conceptos, en cantidad suficiente para resistir una y media veces el componente horizontal de la fuerza axial que pueda desarrollarse en cada barra, considerando en ella el esfuerzo de fluencia.



**DETALLE DE LA DISTRIBUCIÓN DE ESTRIBOS EN ELEVACIÓN**

### ~~REGALON FUORON DE LOS DISEÑOS Y LOS~~

En esta tesis se han expuesto los fundamentos teóricos y los métodos de análisis y de diseño que con mayor frecuencia se aplican en el proyecto estructural de edificios. Al mismo tiempo, se han presentado algunas de las Ayudas de Diseño disponibles actualmente para la aplicación expedita de esos métodos. Con el objeto de dejar más claramente expuesta la aplicación de esos métodos y Ayudas de Diseño se ha desarrollado, a manera de ejemplo el Análisis y el Diseño de un edificio regular de 5 niveles de concreto reforzado estructurado a base de marcos rígidos y zapatas aisladas.

Bajo el nombre de "Bases de Cálculo" englobamos tanto a los métodos de Análisis y Diseño, como a las Ayudas de Diseño. Es importante tomar en cuenta que estas bases de cálculo se están modificando continuamente para tomar en cuenta los cambios inducidos por la actualización de los Reglamentos de Construcción y para aprovechar la mayor potencialidad y rapidez que permiten los nuevos equipos de cómputo.

Especialmente este segundo factor de cambio merece destacarse. La rápida evolución que en los últimos años han tenido las computadoras ha revolucionado las prácticas de diseño estructural. La aparición de las computadoras personales de gran capacidad ha sido de gran utilidad para la solución eficiente de los problemas de análisis y diseño estructural.

Sin embargo, es importante que los proyectistas no confíen ciegamente en los resultados que una computadora les

entrega. Es necesario que comprendan los fundamentos de los programas que la computadora maneja, y que sean capaces de interpretar y evaluar rápidamente los resultados que reciben. Para ésto, el ingeniero ha cargo del análisis y diseño no debe olvidar las teorías en que éstos se basan. Si el contenido de esta tesis puede contribuir en algo para mantener vivo el conocimiento de los fundamentos en que se basa el proyecto de edificios, el autor habrá logrado su objetivo primordial.



"DISEÑO ESTRUCTURAL"

Roberto Meli  
Editorial Limusa

"MANUAL DE DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS"

Enrique Bazan y Roberto Meli  
Editorial Limusa

"ANALISIS ELEMENTAL DE ESTRUCTURAS"

Charles Head Norris, John Benson Wilbur y Senol Utku  
Editorial McGraw - Hill

"TEORIA ELEMENTAL DEL CONCRETO REFORZADO"

Phil M. Ferguson  
Editorial C.E.C.S.A.

"MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES". DISEÑO POR SISMO.

Comisión Federal de Electricidad

"MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES". DISEÑO POR VIENTO

Comisión Federal de Electricidad

"ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CONCRETO REFORZADO".

Oscar M. González Cuevas y Francisco Robles Fernández-Villegas  
Editorial Limusa

APUNTES DE "ANALISIS ESTRUCTURAL I"

Facultad de Ingeniería  
U. N. A. M.

APUNTES DE "DISEÑO ESTRUCTURAL"

Facultad de Ingeniería  
U. N. A. M.

**REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL**

Departamento del Distrito Federal

Diario Oficial de la Federación

Julio 3 de 1987

**NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION  
DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO**

Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal

Noviembre 26 de 1987

**NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR VIENTO**

Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal

Octubre 29 de 1987

**NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR SISMO**

Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal

Noviembre 5 de 1987

**DISEÑO DE CIMENTACIONES SUPERFICIALES**

Carlos Magdaleno

I. P. H.

**ANALISIS ESTRUCTURAL**

Jack McCormack

Editorial Harla

**DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO**

Instituto de Ingeniería

U. N. A. M.