

13  
2ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

EVALUACION DE LAS TECNICAS DE  
LAVADO PARA FILTROS PROFUNDOS

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A :

JORGE LUIS BECERRIL ROSAS



MEXICO, D .F.

1991

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

1. INTRODUCCION	
2. FUNDAMENTOS INICIALES	
2.1 Antecedentes	3
2.2 Objetivos	5
2.3 Alcance	6
3. RECOPIACION DE LA INFORMACION	
3.1 Problemas de operación generados por un mal lavado	7
3.1.1 Formación de aglomerados	8
3.1.2 Agrietamiento	9
3.1.3 Pérdida de arena	9
3.2 Lavado de filtros	9
3.2.1 Métodos de lavado	11
3.2.1.1 Lavado con agua solamente	11
3.2.1.2 Lavado con agua y lavado superficial	13
3.2.1.3 Lavado con aire y agua	16
3.2.1.4 Lavado para filtros con doble o tripe medio filtrante	17
3.2.2 Sistemas de distribución y recolección	22
3.2.2.1 Falso fondo tipo Leopold	22
3.2.2.2 Espreas microrranuradas	24
3.2.2.3 Losa porosa	25
3.2.2.4 Grava	27
3.3 Características del medio filtrante	27
3.4 Efecto de la temperatura	28
3.5 Duración del lavado	29
3.6 Pérdida de carga durante el lavado	29
3.7 Expansión del lecho durante el lavado	29
3.8 Dictamen	30
4. ADECUACION DEL FILTRO PILOTO	
4.1 Descripción	32
4.2 Adaptaciones	32
4.3 Especificaciones del material y equipo empleados para la adecuación	38

4.3.1. Alimentación del agua	38
4.3.2. Alimentación del aire	39
4.3.3. Filtro piloto.	39
4.4. Calibración del rotámetro de agua	39
4.5. Calibración del rotámetro de aire	42
5. ESTUDIO DE ALTERNATIVAS	
5.1. Análisis de alternativas	44
5.1.1. Descripción general de las variables	44
5.2. Distribución de las corrientes con el filtro vacío	45
5.3 Pérdidas de carga a través del falso fondo	45
5.4 Descripción de los ensayos	45
6. ARRANQUE	
6.1. Preparación de la arena	52
6.2. Análisis de las arenas empleadas	53
6.3. Protocolo de operación	53
6.4. Ensayos preliminares	55
6.4.1. Corridas de filtración	55
6.4.1.1. Lavado del medio	55
6.4.2. Resultados de los ensayos preliminares	56
7. EXPERIMENTACION CON LOSA POROSA	
7.1. Colocación de la losa y arranque	57
7.1.1. Materiales empleados y construcción de la losa porosa	57
7.1.2. Análisis económico de la losa porosa	58
7.1.3. Colocación de la losa porosa dentro del filtro	59
7.2. Inspección visual de la distribución de los fluidos	59
7.3. Resultados de la operación	64
7.3.1. Distribución de la arena debido al lavado	64
7.3.2. Lavado con agua y aire	66
7.3.3. Lavado con agua	67
7.3.4. Movimiento de la gravilla	68
7.4 Resistencia de la losa	68
7.5 Modelación matemática.	69
7.6 Dictamen de los métodos de lavado con la losa porosa	71
8. RESULTADOS Y ANALISIS DEL FALSO FONDO CON ESPREAS	
8.1. Instalación	72

8.1.1. Análisis económico de la losa con espreas	72
8.2. Inspección visual de la distribución de los fluidos en espreas	75
8.3. Interpretación de resultados	78
8.3.1. Lavado con agua	78
8.3.1.1. Distribución de la arena debido al lavado	81
8.3.2. Lavado con aire-agua	81
8.3.2.1. Concentración de arena a lo largo de la columna de agua	81
8.4. Modelación matemática para el falso fondo con espreas	89
8.4.1. Lavado sólo con agua	89
8.4.1.1. Modelo para la pérdida de carga	89
8.4.1.2. Modelo para el gasto	89
8.4.2. Lavado con agua y aire	90
8.4.2.1. Volumen de pérdidas de arena como variable dependiente	90
8.4.2.2. Pérdidas de carga como variable dependiente	91
8.4.3. Comparación de resultados experimentales con los no incluidos en la modelación matemática	92
8.4.3.1. Método de lavado con agua	94
8.4.3.2. Método de lavado con agua y aire	94
8.5. Dictamen	95
9. RESULTADOS Y ANALISIS DEL FALSO FONDO LEOPOLD	
9.1. Instalación	96
9.2. Inspección visual de la distribución de los fluidos con el fondo Leopold	96
9.3. Resultados	97
9.3.1. Lavado con agua	97
9.3.1.1. Distribución de la arena debido al lavado	97
9.3.2. Lavado con agua-aire	103
9.3.2.1. Concentración de arena a lo largo de la columna de agua	106
9.4. Modelación matemática para el falso fondo Leopold	110
9.4.1. Lavado sólo con agua	110
9.4.1.1. Modelo para pérdida de carga	110

9.4.1.2. Modelo para el gasto	110
9.4.2. Lavado con agua	111
9.4.2.1. Volumen de pérdida de arena como variable dependiente	111
9.4.2.2. Pérdida de carga como variable dependiente	112
9.4.2.3. Modelo para pérdida de carga	113
9.5. Dictamen	114
<b>10. COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LOS MODELOS REPORTADOS EN LA LITERATURA</b>	
10.1. Modelo de Cleasby y Fan	115
10.1.1. Ejemplo	115
10.2. Resultados y discusión	126
10.2.1. Influencia del coeficiente de esfericidad	126
10.2.2. Influencia del falso fondo en la expansión del lecho	127
10.2.3. Influencia del espesor del lecho en la expansión	127
10.3. Ecuaciones para predecir la expansión de la arena	134
10.4. Comparación experimental con la teoría de Fair y Hatch	136
10.4.1. Procedimiento de cálculo	137
10.4.2. Comparación de los resultados experimentales con los teóricos	140
10.5. Complementación de las ecuaciones para la pérdida de carga	140
10.6. Expansión cuando se utiliza agua-aire	145
10.7. Pérdida de carga provocada por el aire al paso a través del medio filtrante	148
10.8. Comparación de los resultados experimentales con los resultados que proporcionan los proveedores	149
10.9. Altura de la canaleta en función de los parámetros experimentales	150
<b>11. CONCLUSIONES</b>	
<b>12. BIBLIOGRAFIA</b>	
<b>ANEXOS.</b>	
ANEXO A. Técnicas analíticas	164
1. Pruebas de solubilidad	164
1.1. Solubilidad en ácido Clorhídrico	164
1.2. Solubilidad en hidróxido de sodio	164
2. Ignición	165

3. Densidad real	165
4. Densidad aparente	166
5. Porosidad	168
ANEXO B. Curvas granulométricas	168
ANEXO C. Programas de computación	179

## 1. INTRODUCCION

Debido a la importancia que tiene el lavado de los filtros en una planta potabilizadora y a la falta de un método de lavado bien definido para realizarlo se desarrolló el presente trabajo con la finalidad de contribuir al estudio de esta importante operación.

Un lavado mal efectuado trae por consecuencia las anomalías siguientes:

- pérdidas de material filtrante.
- acortamiento de las corridas de filtración.
- desacomodo de la grava.

En especial, la pérdida del medio filtrante se ve reflejada sobre el rendimiento pues los sólidos salen más pronto por el efluente durante el lavado acortando la duración de las corridas y teniendo que reponer periódicamente la altura inicial del lecho.

De acuerdo con la SARH, la metodología actual de diseño de filtros no contempla con suficiente detalle el cálculo del sistema de lavado. En especial, la determinación de los gastos de los fluidos por emplear en función de las características del lecho no está bien definida y sería recomendable contar con ecuaciones para ello. Durante el lavado de un filtro intervienen varios aspectos, entre los cuales se encuentran los siguientes:

1. Distribución de los fluidos de lavado.
2. Gasto de los fluidos.
3. Tipo de medio.
4. Duración del lavado.

El objetivo principal de la investigación es analizar en un filtro

piloto tres diferentes tipos de bajo drenes y concluir por medio de un estudio funcional sobre las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. Para tal efecto la presente investigación toma como base principal el desarrollo de un modelo matemático, para determinar la pérdida del medio durante el lavado, así como comparar tres sistemas de distribución : losas porosas, espesas de cola larga y falso fondo tipo Leopold.

## FUNDAMENTOS INICIALES

### 2.1 ANTECEDENTES

La filtración es una operación unitaria por medio de la cual se obtiene la separación mecánica de dos fases (sólido y líquido), utilizando un medio poroso.

La finalidad del filtrado es la separación de sólidos o bien la clarificación de líquidos. Después de hacer pasar durante cierto tiempo un influente al medio poroso se satura de material sólido al llegar a este punto es necesario renovar las condiciones de porosidad inicial, esto se obtiene por medio del lavado del medio. El lavado del filtro tiene como objetivo desahogar los huecos del lecho poroso.

El lavado de un filtro depende, en primer lugar, del tipo de filtración que se haya realizado. Se tienen, a saber, dos casos: lavado para filtros lentos y lavado para filtros rápidos. En los filtros lentos se aplica un lavado superficial por medio de dispositivos mecánicos, o bien, el raspado de la capa superior y su almacenamiento para reposición posterior de la arena. En los filtros rápidos (a los que se refiere el presente estudio) el lavado se hace con agua o con agua y aire, en ambos casos se introducen los fluidos en sentido ascendente.

En cuanto a la forma de lavado existen dos grandes escuelas: La americana y la europea. La práctica americana se caracteriza por utilizar solamente agua, a altas velocidades con expansiones del lecho de aproximadamente 50%, por lo que el consumo del líquido es importante. Sin embargo, estudios recientes mencionan para desprender la película de sólidos formados al rededor de las partículas de arena y evitar la formación de aglomerados es necesaria la fricción entre ellas. Situación que sólo se logra con

expansiones del 15 al 25% pero con las cuales no es posible arrastrar la totalidad de los sólidos retenidos hasta la parte superior del filtro para que salgan.

En cambio, la práctica europea se basa en la utilización de aire y agua combinados a velocidades menores y con expansiones máximas del 30%. La tendencia actual indica un claro predominio de esta escuela.

La operación de lavado del filtro se complica aún más, por que un buen lavado requiere, aparte de un suministro de un flujo adecuado, la distribución uniforme de agua y de aire, de manera que no existan gradientes de velocidad a lo largo o ancho del filtro. Situación que es muy difícil de obtener en la práctica, ya que un flujo completamente uniforme no se logra ni en un tubo (FIG 2.1).

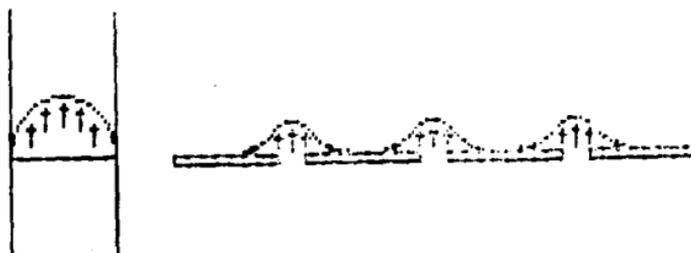


FIG 2.1 Distribución de velocidades en un tubo (A) y en el falso fondo de un filtro con perforaciones (B).

Los dispositivos existentes para la distribución de agua y/o aire son muy variados y la información en la que un diseñador se debe basar para su selección es proporcionada por los propios

proveedores. De ahí que se carezca de un análisis crítico y no comprometido sobre las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos. Por ello en el presente trabajo se pretende comparar tres tipos de falsos fondos de los más comunes en las plantas potabilizadoras. De ellos, es necesario señalar que tanto la losa porosa como el falso fondo Leopold son difíciles de adquirir en México. Sin embargo sus aparentes ventajas (bajo costo y facilidad de instalación para el primero y la fama de una buena operación para el segundo) los hacen particularmente interesantes como tema de análisis comparativo con las boquillas de cola larga, de amplio uso en nuestro país.

## 2.2 OBJETIVOS

El objetivo de este trabajo es el de analizar en un filtro piloto tres tipos de bajo drenes y concluir por medio de un estudio funcional sobre las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. Para su realización se estudiarán los bajodrenes tipo espreas microrranuradas de cola larga, tipo Leopold y placa porosa, y se analizarán con tres granulometrías diferentes y tres distintos espesores de lechos filtrantes para cada granulometría.

Los sistemas de lavado a analizar serán:

Agua Únicamente

Agua-aire, agua

Se variarán los gastos de retrolavado de los fluidos hasta obtener el óptimo, mismo que se observará dependiendo de la expansión del lecho. Al mismo tiempo se variará la repartición del agua en el falso fondo cuando se requiera observandose la eficiencia del lavado en la expansión producida. De los resultados obtenidos de

expansión durante el lavado, se compararán con criterios de autores reconocidos y se determinará el modelo que más se ajuste al comportamiento.

También se efectuará la medición de la cantidad de la arena perdida, por efecto de lavado de los filtros y que característica del lavado fue la que lo ocasionó. Se registrarán las pérdidas de carga para el paso por el medio filtrante del agua, aire y agua-aire durante cada ensayo.

### 2.3 ALCANCE

El alcance de este estudio involucra la adecuación de un filtro piloto el cual debe tener preparaciones y accesorios para simular los fenómenos que suceden en un filtro prototipo y poder así llevar a cabo las determinaciones anotadas en el apartado anterior, los resultados de los ensayos servirán para considerarlos en los proyectos de filtros prototipo.

### 3. RECOFILACION DE INFORMACION

El lavado de un filtro tiene por objeto remover los sólidos de los granos y dilatar el lecho para sacarlos. El flujo de agua y/o aire debe ser suficiente para realizar las funciones anteriores pero no debe ser tan grande como para desacomodar la capa de grava o sacar el medio filtrante por la canaleta recolectora. Es decir, la velocidad de operación debe permanecer entre ciertos límites. Beaudry (1984), señala que el parámetro más adecuado para controlar el proceso es el porcentaje de expansión del lecho, calculado mediante la ecuación:

$$E = \frac{L_0 - L}{L} \quad (3.1)$$

donde,

- E : porcentaje de expansión
- L : espesor del lecho, m
- L<sub>0</sub>: espesor del lecho durante el lavado, m

Es costumbre aceptar como expansión mínima del lecho 15% y se prefiere operar dentro del intervalo de 20 a 50%. Si se excede este límite se perderá arena por la canaleta recolectora, se desacomodará la grava y disminuirá la eficiencia del lavado.

#### 3.1 Problemas de operación generados por un mal lavado.

Como proceso unitario, la filtración del agua consta de dos etapas: una de ensuciamiento del medio y otra de regeneración del mismo. La primera determina básicamente la calidad del efluente y la segunda la cantidad de agua producida. En consecuencia, la eficiencia de un filtro es función de ambas. La práctica ha demostrado que la operación de lavado de un filtro llega a perjudicar enormemente la eficiencia global del proceso. Entre los principales problemas generados por un mal lavado se encuentran

los siguientes: formación de aglomerados, agrietamiento del medio y pérdidas de arena.

### 3.1.1 Formación de aglomerados.

Cuando un filtro ha funcionado durante largo tiempo y no ha sido lavado correctamente los sólidos retenidos se aglutinan con el medio filtrante formando aglomerados. Tradicionalmente estas formaciones han recibido el nombre de bolas de lodo o de barro como traducción al término "mudballs"; sin embargo, se considera que el término aglomerado los describe en forma más precisa y por ello se empleará en este texto. El tamaño de los aglomerados va desde 1 a 10 cm; su densidad es generalmente menor a la del medio por lo que se acumulan en la superficie dejando pasar a los sólidos por el efluente. Para detectar este problema se recomienda efectuar en forma periódica un análisis granulométrico de la superficie hasta 15 cm de profundidad. La muestra se tamiza en mallas del No. 8 y 10 y se calcula el porcentaje en volumen que ocupan los aglomerados retenidos. La calidad de la arena se establece según la TABLA 3.1, proporcionada por Baylis.

TABLA 3.1 Calidad del medio filtrante

% de aglomerados	Clasificación
0.0 a 0.1	Excelente
0.1 a 0.2	Muy bueno
0.2 a 0.5	Bueno
0.5 a 1.0	Regular
1.0 a 2.5	Mediocre
2.5 a 5.0	Malo
>5	Muy malo

La eliminación de los aglomerados se efectúa mediante:

- un lavado a alta tasa auxiliado con agitación mecánica,
- recribar la arena, o bien,
- efectuar un lavado químico.

En este último caso se emplea sosa (1 ó 2 %), cloro (200 a 300 mg/l) o cloruro de sodio (2%) y es necesario mantener la solución en contacto por lo menos dos horas antes de efectuar un buen enjuague.

### 3.1.2 Agrietamiento.

Como resultado de un lavado deficiente se forman aglomerados de gran tamaño que producen un agrietamiento del medio. Al filtrar, el agua atraviesa por las fisuras y sale con un alto contenido de sólidos suspendidos. Para solucionar este problema se aplican los mismos remedios que para la formación de los aglomerados.

### 3.1.3 Pérdida de arena.

La pérdida de arena como resultado del lavado se debe a:

- el empleo de gastos muy elevados
- canaletas de recolección muy bajas
- modificación del peso específico del medio
- movimiento de la gravilla soporte que hace que la arena se escape por el fondo.

En este caso, se ha recurrido a reponer el medio cada vez que la altura del lecho disminuya en un 10 a 15%.

## 3.2 Lavado de filtros.

De acuerdo con Clessby et al (1975), los principales problemas relacionados con el mal lavado de filtros se deben a :

- a) La diversidad tanto de los tipos de medio empleados como de los diseños de filtros

b) Los bajo drenes para la distribución del aire que requieren un diseño más complicado.

Asimismo, Cleasby señala que el lavado con flujo ascendente de los filtros a velocidades de fluidificación no es efectivo por su principio mismo ya que al no ocurrir colisiones entre las partículas se pierde el poder de limpieza por abrasión.

Desde el punto de vista teórico, Amirtarajah (1972), demostró que varias de las propiedades hidrodinámicas tienen un valor máximo cuando la porosidad es aproximadamente de 0.7. Sin embargo, las propiedades a que hace referencia (turbulencia, transferencia de calor y de masa y el mezclado) tienen una menor capacidad de eliminar los sólidos en comparación al provocado por las colisiones entre partículas.

Cleasby et al. (1975) señalan que la mejor forma de comprobar si un método de lavado es eficaz consiste en efectuar el estudio sobre un efluente de tipo biológico ya que éstos son muy difíciles de realizar. Los autores desarrollaron por ello una comparación con un efluente de este tipo entre tres tipos de lavado:

- a) Lavado con agua a 48.6 m/h durante 5 min.
- b) Lavado con agua a 48.6 m/h y 73.2 m/h de aire durante 5 min.
- c) Lavado con introducción superficial de agua a 276 kN/m<sup>2</sup> a 345 kN/m<sup>2</sup> (40 a 50 psig) durante dos minutos antes de introducir agua a 48.6 m/h durante 3 min.

Los resultados se muestran en la TABLA 3.2.

TABLA 3.2 Resumen de los resultados obtenidos por Cleasby et al. (1975).

PARAMETRO	TIPO DE LAVADO		
	AGUA SOLA	AGUA Y AIRE COMBINADOS	AGUA CON TORNIQUETES
Prueba de abrasión ml/g (antes del lavado)	33.7	9.0	11.3
Número de ciclos de lavado	5	3	2
SS desprendidos en el último ciclo g/ft <sup>2</sup> de area	67	17	26
Cantidad total de sólidos desprendidos mg/l	883	161	228
Prueba de abrasión después del lavado: ml/g	15.2	1.9	2.9

Las conclusiones obtenidas del estudio fueron las siguientes:

- 1) El peor método resultó ser el que sólo emplea agua ya que se forman aglomerados dentro del medio y en las paredes del filtro. Además, se forman grietas en el medio.
- 2) El lavado con introducción auxiliar de agua en la superficie y el que emplea agua y aire simultáneos son comparables. Aunque para la adaptación de las plantas existentes en los Estados Unidos los autores recomiendan el de lavado auxiliar superficial.
- 3) En cualquier caso, se establece que como mínimo se expanda el lecho un 25% para permitir la salida de los sólidos.

### 3.2.1 Métodos de lavado.

#### 3.2.1.1 Lavado con agua solamente.

Este método es el más antiguo y se aplica mucho en plantas potabilizadoras. El procedimiento consiste en suministrar una

cantidad de agua suficiente para producir una expansión entre 20 y 50%. Si se utilizara la expansión óptima establecida con el criterio de Amirtharajah, resultaría que las velocidades deberían aumentar en un 80% a 100% causando pérdidas del medio y desacomodo de la cama soporte. Aparte de que ello implica el uso de una cantidad importante de agua. Por tanto, se aconseja tener una expansión inferior al 50%, aunque el filtro casi siempre queda sucio y se forman aglomerados difíciles de eliminar.

En cuanto a los criterios encontrados en la literatura el intervalo para las velocidades con sólo agua oscila entre 19 y 60 m/h (0.316 y 1 m/min). Con el señalamiento de que a velocidades bajas es conveniente auxiliarse con aire para el desprendimiento de sólidos y que a velocidades elevadas (alto grado de fluidificación) se pierde el efecto de limpieza por falta de abrasión entre los granos (TABLA 3.3). En cuanto expansiones, éstas van desde 16 hasta 75% (TABLA 3.4).

Como se mencionó, Amirtharajah (1972), encontró teóricamente, que las mejores condiciones de lavado se daban con expansiones elevadas ya que el esfuerzo cortante producido por el agua se encuentra en su valor máximo. Sin embargo, los conocimientos prácticos han hecho que este intervalo se acorte al ya señalado de 20-50% de expansión (Cleasby et al, 1977 y Quereshi, 1982).

La FIG 3.1 presenta una gráfica que determina la expansión del lecho filtrante en función del paso del agua.

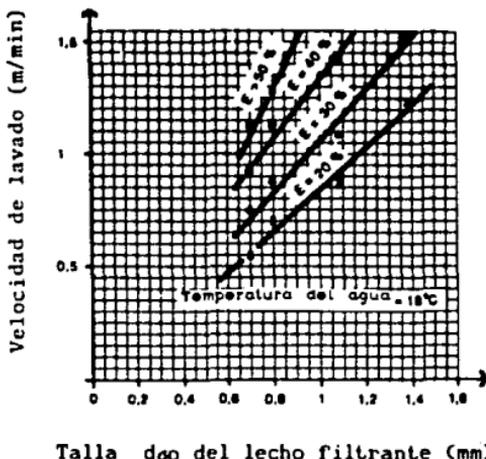


FIG 3.1 Selección de la velocidad de lavado en función de la expansión del lecho filtrante (Quqye,1987).

### 3.2.1.2 Lavado con agua y lavado superficial.

Se lleva a cabo por medio de torniquetes hidráulicos, colocados en la parte superior del filtro. El lavado comienza con la introducción de agua a contracorriente para obtener una expansión del medio filtrante del 20 al 40%. Después, se hace que los brazos del torniquete empiecen a girar (por la introducción del agua) manteniéndolos en movimiento por un mínimo 3 min.

Este lavado se emplea mucho en Estados Unidos, Cleasby et al (1975), recomiendan mantener los torniquetes funcionando durante toda la operación y que se haga la fluidificación completa del medio. Adicionalmente, señalan que para medios múltiples se pueden colocar torniquetes en las interfases.

TABLA 3.3 METODOS DE LAVADO CON AGUA (VELOCIDADES)

Autor (es)	Agua		Comentarios
	m/min	m/h	
AWWA Citado por Arboleda(1979)	0.60	36	Tamaño de la la arena. $\mu\text{m}$ (diam.)
	0.76	46	.25-.35
	0.88	53	.35-.65
	1.00	60	.65-.95 .95-1.25
Dahab N. y Young J. (1977)	0.31-	19-38	Total de agua equivalente a $4 \text{ m}^3/\text{m}^2$ de filtro. Recomiendan uso simultáneo de agua y aire.
	0.63		
Cornet (1991)	0.48	29 (2°C)	Arena de: $d_{\text{max}} = 0.6 \text{ mm}$
	0.58	35 (20°C)	
	0.67	40 (12°C)	Arena de: $d_{\text{max}} = 0.9 \text{ mm}$
	0.97	58 (20°C)	
	0.62	37 (2°C)	Antracita de: $d_{\text{max}} = 1.8 \text{ mm}$
	0.80	48 (20°C)	

TABLA 3.4 MÉTODOS DE LAVADO CON AGUA (EXPANSIONES)

Autor (en)	Agua Temperatura	Duración min	Comentarios
Aruritharajah (1972)	69-75	*	Máxima eficiencia de lavado con esta expansión. Calculado a partir de la teoría de Aruritharajah para arena con diámetro entre 0.5 y 1.0 mm. Supone que el lavado se realiza únicamente por el esfuerzo cortante del agua y por tanto requiere fluidificación.
Cleasby et al (1977).	20-50	*	Lavado sólo con agua a alta tasa (470/h). Es un método simple que requiere una gran cantidad de agua y no siempre queda limpio el filtro.
Johnson y Cleasby (1966)	16-18	6-12	Arena TE=0.64 CU=1.6
Cornet (1981)	20-40	*	Se utiliza en algunas plantas de los Estados Unidos.
Qureshi (1982)	20-50	*	Para flocúlos de aluminio. Cuando se emplean polímeros o existen depósitos de carbonato de calcio se requiere lavado superficial.

\* No se da el dato en la literatura

### 3.2.1.3 Lavado con aire y agua.

La técnica de lavado basada en el empleo de aire y agua se adoptó desde el inicio de la década de los sesentas. Para medios simples se provoca un intermezclado que es benéfico para la filtración pero que requiere un enjuague a una velocidad menor que la de fluidificación para sacar las burbujas de aire retenidas. En cambio, si se aplica en lechos combinados se provoca el mezclado de los medios por lo que el enjuague debe ser a velocidad de fluidificación para estratificar.

Existen dos opciones :

a) Lavado previo con aire.- En este método se desprenden los sólidos en una primera etapa al introducir aire. Para el lavado, se baja el nivel del agua en el filtro hasta unos centímetros por debajo del medio y se hace circular aire a presión a una velocidad señalada en la literatura entre 16 a 90 m/h (0.266 a 1.5 m/min) . Una vez que se han aflojado los sólidos (3 a 10 min) se introduce agua a una velocidad de 12 a 55 m/h (0.2 a 0.917 m/min) con el objeto de expandir ligeramente el lecho y sacar los sólidos del filtro (TABLA 3.5). Los intervalos más comunes de aire son de 15 a 30 m/h y de agua de 12 a 18 m/h.

Con arena fina (0.45 a 0.55 mm), se recomienda bajar el nivel del agua por debajo del nivel superficial del medio filtrante (Cleasby et al, 1975). Una vez hecho esto se introduce agua, hasta llegar a 5 cm por debajo de la canaleta, después de lo cual, el agua o el aire debe pararse. Para la arena de 2 a 3 mm se emplea 2.44 m<sup>3</sup>/h de aire por m<sup>2</sup> de filtro combinado con agua de 14 a 22 m/h. En ambos casos se emplea un enjuague final con agua para expulsar el aire atrapado en el medio.

#### b) Lavado con agua y aire simultáneos.

Primero se introduce agua a contracorriente hasta obtener una expansión del 10 al 15%. Posteriormente, se inyecta aire a razón de 15 a 36 m/h por un lapso de 2 a 3 min. Se suspende el flujo de aire y se aumenta la velocidad de agua desde 36 a 46 m/h. Una derivación del método anterior consiste en bajar el nivel del agua unos centímetros por debajo del nivel del medio filtrante, e introducir aire entre 15 a 36 m/h durante un tiempo de 3 a 5 min y posteriormente agua de 18 a 36 m/h, hasta que el agua alcance el nivel de las canales de lavado, momento en el cual, se suspende la introducción de aire para evitar la pérdida de arena.

El método de lavado con agua y aire simultáneos ha sido desarrollado básicamente por los europeos y se ha adoptado en otros países debido a su buen rendimiento. Consiste en introducir, en una primera etapa, aire y agua al mismo tiempo (TABLA 3.6). La velocidad del agua oscila entre 10 y 40 m/h (0.16 y 0.66 m/min) y la de aire de 20 a 146 m/h (0.33 y 2.43 m/min). La duración es variable entre 2 y 10 minutos, siendo los más usuales de 3 a 5 min. En una segunda etapa, se introduce sólo agua con el objeto de sacar los sólidos desprendidos así como las burbujas de aire atrapadas en el medio.

#### 3.2.1.4 Lavado para filtros con doble o triple medio filtrante.

Se introduce aire a una tasa de 50 a 90 m/h por 3 a 5 min. Después se ajusta el gasto hasta alcanzar una velocidad tal que se produzca la fluidificación (normalmente de 36 a 55 m/h), para expandir y reestratificar el medio.

En la TABLA 3.7 se presenta un resumen de los intervalos señalados en la literatura para los diferentes métodos de lavado.

TABLA 3.5 MÉTODOS DE LAVADO CON AIRE SEQUEADO DE GRANULACIÓN CON AGUA

Método (en)	Agua Seco/10m <sup>3</sup> a/m	Duración min	Aire m <sup>3</sup> /h	Duración a/m	Comentarios	
Método europeo Cleaveby <u>et al</u> (1977)	1°		50-90	0.83-1.50	5-10	Arena 0.6 a 1.0 mm(díam.)
	2°	20-30	*	*	*	
Método empleado por E.U. Cleaveby <u>et al</u> (1977)	1°		55-91	0.92-1.52		Para arenas finas de aproximadamente 0.5mm (díam.)
	2°	36-55				
CEPIS (1981)	1°		16-30	0.27-0.50	3 a 5	Lavado con agua y aire sucesivos
	2°	14-36	5 a 15	0	0	
Método británico Citado por Cleaveby <u>et al</u> (1977)	1°		18-27	0.30-0.45		Agua a 10°C
	2°	12-18	3 a 5			

\*No se da el dato en la literatura

TABLA 3.6 MÉTODOS DE LAVADO CON AIRE Y AGUA SIMULTÁNEOS

Autor (es)	Agua m/h	Aire m/h m/min		Duración min	Comentarios
Simonds (1963)	1 <sup>a</sup> Hasta expansión de 7 a 10 cm 2 <sup>a</sup> 36 a 46m/h	0	0	2-3	No especifica la velocidad del aire. Enjuaga. Aunque la velocidad del agua es elevada se emplea menos que con sólo agua. No indica si hay pérdidas de arena durante la introducción de agua y aire.
Método británico citado por Cleasby <u>et al.</u> (1975)	17-24	20-27	0.33-0.45	*	
Método empleado en EU citado por Cleasby <u>et al.</u> (1975)	15-49	54-91	0.90-1.51	*	
Método europeo citado por Cleasby <u>et al.</u> (1975)	10-16 14-22	37-73 146	0.61-1.22 2.43	*	Medios de 1 a 2 mm (diam) Medios de 2 a 3 mm (diam)
Cleasby, Stang y Rice (1975)	48	73	1.22	5	Medio dual: Antracita TE-.94 y CU-1.31: 30 cm de espesor Arena TE-.38 y CU-1.5; 30 cm de espesor. Efluente de filtro percolador con y sin sulfato de aluminio. Método acompañado de lavado superficial a 2.4 m/h y 276-345 tM/m <sup>2</sup> 2 min antes de empezar y 3 durante No recomiendan el lavado sólo con agua.

\*No se da el dato en la literatura

TABLA 3.6 METODOS DE LAVADO CON AIRE Y AGUA SIMULTANEOS (CONTINUACION)

Autor (año)	Agua		Aire		Duración min	Comentarios
	m/h	m/min	m/h	m/min		
Cleasby et al (1977)	18	0.30	73	1.21	1	Lavado con agua a tasas bajas y limpieza auxiliar con aire. Simple pero con posibilidad de pérdidas del medio.
Cleasby y Lorence (1978)	1*		55	0.91	2	Al inicio llevar el nivel de agua, 2 a 3 cm por debajo del medio filtrante. Medio dual: antracita TE=1.03mm 38 ca de espesor y arena TE=0.49, 23 ca. La duración del segundo paso es hasta que el agua llegue a 15 cm debajo de la cñaleta.
	2* 32	0.53	55	0.91		
	3* 53	0.88	0	0	1	Enjuague
Cleasby y Lorence (1978)	1* 37	0.61	130	2.16	10-15	Al inicio llevar el nivel de agua 2 a 3 cm por debajo del medio filtrante. Arena TE=2.5 mm, CU=3.7 y 120 ca de espesor.
	2* 37	0.61			3-5	Enjuague
Corret (1961)	1* 5-15	0.08-0.25	50-60	0.83-1.00	5-10	d <sub>500</sub> =0.9mm
	2* 15-20	0.25-0.33			5	
Debrémont (1965)	1* 15	0.25	60	1.00	5-10	Arena con TE=0.9 a 1.2 mm y 90 ca de espesor
	2* 15	0.25			5-10	
Lambin (citado por Coudert)	1* 27	0.45	50	0.83	8	
	2* 27	0.45			15	
Huisman (1974)	10-14	0.16-0.23	35-73	0.58-1.21	1	Arena 1-2 mm (diseño)

\*No se da el dato en la literatura

TABLA 3.6 METODOS DE LAVADO CON AGUA Y AIRE SIMULTANEOS (CONTINUACION)

Autor (es)	Agua		Aire		Duración min	Comentarios
	m <sup>3</sup> /h	g/min	m <sup>3</sup> /h	m <sup>3</sup> /min		
Huisman (1974)	10-20	0.16-0.33	146	2.43	'	Arena 2-3 mm (días)
Slaonís (1963)	15	0.25	36-72	0.60-1.20	'	Arena 1-2 mm (días)
Slaonís (1963)	15-18	0.25-0.30	110-146	1.83-2.43	'	Arenas entre 2 y 4 mm (días)

TABLA 3.6 METODOS DE LAVADO CON AGUA Y AIRE SIMULTANEOS (CONTINUACION)

Autor (es)	Agua	Aire	Duración	Comentarios
	%de expansión	m <sup>3</sup> /h	min	
Cleasby et al (1975)	25	0	0	Combinados a una velocidad tal para producir una expansión al 25%

\*No se da el dato en la literatura

TABLA 3.7 Intervalos de lavado señalados en la literatura

METODO	Vagua m/min	Vaire m/min	Duración min
Solo agua	0.32-1		
Aire seguido de agua	1o - 2o 0.08-0.9	0.27-1.5 ----	3 - 10
Aire y agua simultáneos	1o 0.17-0.8 2o 0.17-0.8	0.33-2.4 ----	2 - 10

V: velocidad

### 3.2.2 Sistema de distribución y recolección.

Para efectuar el lavado existen diversos tipos de bajodrenes cuya función es distribuir los fluidos (ya sea el agua o el aire) y recolectar el agua filtrada.

Los bajodrenes más comunes se listan en la TABLA 3.8.

TABLA 3.8 BAJODRENES COMUNMENTE UTILIZADOS

- a) Tuberías perforadas
  - Con grava.
  - Con bloques tipo Wagner y grava.
  - Con boquillas.
- b) Falsos fondos.
  - Tipo Weeler.
  - Tipo Leopold.
  - Boquillas microranuradas.
- c) Losas porosas.

#### 3.2.2.1 Falso fondo tipo Leopold.

Es un sistema de distribución modular cuyo principal distribuidor es la Leopold Company. Se asegura que distribuye uniformemente tanto el agua como el aire en longitudes superiores a 35 m. Específicamente, el módulo que emplea agua y aire se denomina del tipo Lateral-Paralelo-Dual. Están divididos en dos compartimien-

tos: el inferior que sirve de conducto de distribución para el agua y el superior, comunicado con el inferior mediante un orificio de una pulgada de diámetro que es para el aire. Con este tipo de bajodrenes se puede disminuir el espesor de la grava (FIG 3.2).

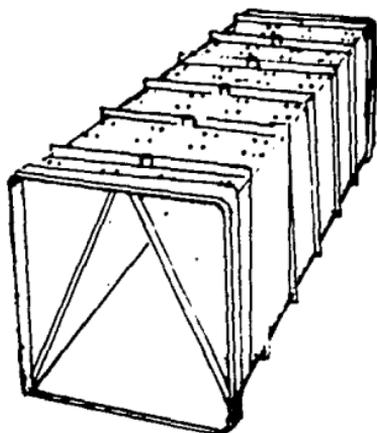


FIG 3.2 Falso fondo tipo Leopold

Los módulos Leopold son resistentes a la corrosión debido al polietileno de alta densidad con que están fabricados. Tienen orificios de 6.3 mm de diámetro espaciados cada 5 cm. Cada bloque pesa aproximadamente 6.8 kg (15 lb) y mide 30.48 cm (12 in) de alto, 27.94 cm (11 in) de ancho y 91.44 cm (36 in) de largo. Se instalan uniéndose con grapas especiales de tal forma que se impidan fugas (de agua o aire) en las uniones aún cuando se desalinien hasta 2 en una junta.

La alimentación lateral debe tener una sección transversal de por lo menos  $387 \text{ cm}^2$  ( $60 \text{ in}^2$ ) para asegurar velocidades bajas del agua y aire de lavado. Por cada  $930 \text{ cm}^2$  ( $1 \text{ ft}^2$ ) de filtro se requieren dos orificios para el agua de 1.91 cm ( $3/4 \text{ in}$ ) de diámetro y cuatro

para el aire de 4.8 mm (3/16 in) conectados al compensador y al alimentador lateral, respectivamente. Estos orificios producen aproximadamente 15 cm de pérdida de carga a velocidades de lavado de 37 m/h de agua. Los orificios para el aire producen pérdidas de carga de aproximadamente 7.6 cm para velocidades de 55 m/h. La descarga del flujo al filtro de agua y aire se lleva a cabo mediante 23 orificios de 6.3 mm de diámetro por cada 930 cm<sup>2</sup> de filtro.

El sistema de bajodrenes debe ser capaz de distribuir adecuadamente aire a velocidades de 9 a 91 m/h y agua a velocidades de 12 a 120 m/h a través de 15 m de longitud y con desviaciones menores al 5%. La pérdida de carga total es de 30 a 50 cm.

Mayor detalle sobre la instalación del falso fondo Leopold se encuentra en el ANEXO A.

### 3.2.2.2 Espreas microrranuradas.

El sistema de boquillas consiste de una losa perforada colocada sobre un falso fondo de 10 a 60 cm de profundidad en la cual se atornillan las boquillas, cuyos diseños son muy variados (FIG 3.3). Las espreas están provistas de ranuras, a través de las cuales pasa el agua o el aire. Se usan, especialmente para el lavado con aire y agua y son el sistema preferido por las compañías europeas.

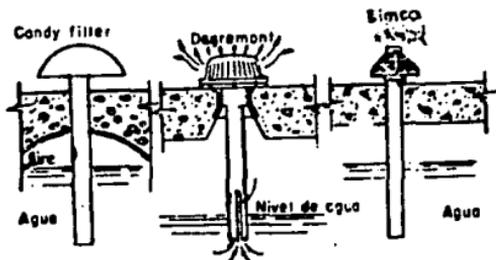


FIG 3.3 Modelos de boquillas

De acuerdo con los fabricantes, muchas boquillas son diseñadas para disminuir o incluso evitar la grava y por ello sus aperturas de distribución son muy finas provocando que se taponen con frecuencia. Su colocación es según las instrucciones del fabricante y debe colarse la losa específicamente para este propósito.

Son de plástico y tienen dos orificios: el primero localizado en la parte inferior para la entrada de agua y el segundo, más pequeño, que está en la parte superior, para el aire. El aire hace bajar el nivel del agua en el falso fondo o los laterales y así el agua entra por el orificio o ranura que está en el vástago. Cuando el espacio entre boquillas es grande (a partir de 20 cm) se crean zonas muertas. Como resultado la velocidad del flujo en ciertas zonas se incrementa durante el filtrado arrastrando finos hacia el sistema de distribución. En la FIG 3.4 se muestran las boquillas cola larga Degremont.

#### 3.2.2.3 Losa porosa.

Desde 1943 existen en Estados Unidos las placas porosas como sistema de distribución. Las losas se fabrican con gravilla de 7/16 in (1.1 cm) a 1/32 in (0.08 cm) y concreto. Su manufactura se realiza en tal forma que mantenga una gran cantidad de huecos en la placa y es la elevada porosidad la que distribuye el aire o el agua al pasar a través de ella. Además, en el caso del aire la porosidad de la placa hace que se formen pequeñas burbujas .

Entre sus ventajas se tiene que se colocan fácilmente y que la pérdida de carga es menor que en otro tipo de bajo drenes debido a la mayor área con que cuenta para el paso de los fluidos. Su precio es bajo y su fabricación sencilla. Las desventajas de las losas son que sus poros se tapan con el tiempo y además son quebradizas. Por otra parte, la distribución aleatoria de los huecos provoca un comportamiento diferente en cada una de las losas fabricadas, formando corrientes preferenciales y zonas muertas en el filtro. (FIG 3.5)

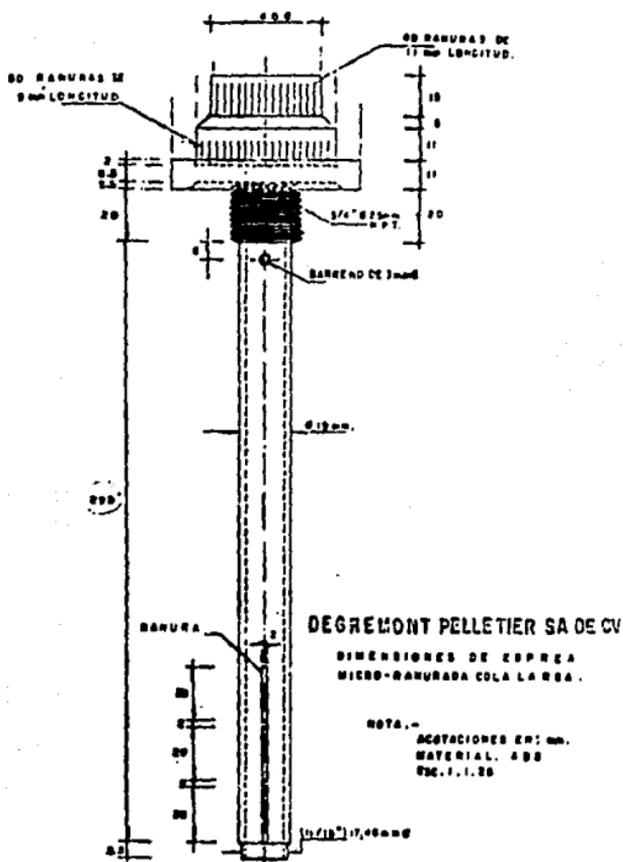


Fig 3.4. Boquilla de cola larga



FIG 3.5 Losa porosa

La marca Carborundum está compuesta de granos relativamente grandes de óxido de aluminio mezclado con cerámica y fundidos a  $1200^{\circ}\text{C}$ . Vienen en tamaños estándares siendo las más comunes de 30 x 30 cm. Se colocan sobre soportes metálicos o de concreto a una altura de 20 a 60 cm.

#### 3.2.2.4 Grava

Los británicos acostumbran distribuir el aire mediante la capa de grava. En ocasiones, emplean tuberías separadas de agua y aire. La distribución es buena, pero según Cleasby et al (1975), se debe a la menor cantidad de aire empleada (20 a 27 m/h contra 37 a 49 m/h, en la práctica americana). Por otra parte, los europeos han encontrado que las tasas de aire empleadas en EUA mueven la gravilla de 2 a 3 mm por ello Baylis propuso una capa soporte con graduación en doble sentido.

### 3.3 Características del medio filtrante.

El medio filtrante debe ser tal que:

a) Desde el punto de vista de filtración

- Detenga los flóculos con poca compresión para facilitar el lavado y evitar la formación de aglomerados de lodo.
- Retenga el mayor volumen posible de flóculos sin obstruirse.

b) Para el lavado es recomendable que:

- Se limpie fácilmente y quede libre de flóculos
- Permita el paso del agua con suficiente velocidad para quitar los sedimentos sin perder arena.
- Tener una densidad tal que no fluidifique durante el lavado

En la práctica se debe lograr un compromiso entre estos requisitos, en especial, en lo que se refiere al tamaño de la arena.

### 3.4 Efecto de la temperatura.

La temperatura afecta la viscosidad del agua de manera que la expansión obtenida del lecho para una velocidad dada del agua es variable. Con agua fría es necesario disminuir el gasto mientras que con agua caliente la cantidad de agua empleada es mayor. Para calcular la variación de la velocidad en función de la temperatura se emplea la ecuación siguiente

$$V_{s:T} = \alpha V_s \quad (3.2)$$

donde,

$V_{s:T}$ : velocidad del agua a la temperatura deseada

$V_s$  : velocidad del agua a 18°C

$\alpha$  : factor de corrección

El valor de  $\alpha$  se presenta en la TABLA 3.9.

TABLA 3.9 Valores de  $\alpha$  para la corrección por temperatura

TEMPERATURA DEL AGUA, °C	0	5	10	25	30
FACTOR DE CORRECCION, $\alpha$	0.84	0.89	0.93	1.06	1.10

Fuente: Beaudry, 1984

### 3.5 Duración del lavado

Durante el lavado, la turbiedad del agua que sale disminuye progresivamente. Un lavado completo implicaría la salida del agua sin turbiedad. Sin embargo, se considera que desde el punto de vista económico una turbiedad de salida de 75 UTN es conveniente (Beaudry, 1984).

### 3.6 Pérdida de carga durante el lavado.

La pérdida de carga de un lecho fluidificado es constante e igual a

$$h_l = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} (1-f) L \quad (3.3)$$

donde,

- $h_l$  : es la pérdida de carga, mca
- $L$  : espesor del lecho, m
- $f$  : porosidad del lecho, adimensional
- $\rho_s$  : densidad del material filtrante, g/ml
- $\rho$  : densidad del agua, g/ml

### 3.7 Expansión del lecho durante el lavado

En función de la velocidad se tienen las siguientes ecuaciones para el cálculo de la expansión del medio (CEPIS, 1973):

$$e = \frac{\left[ \frac{V_B}{V_B} \right]^{0.22} - P_0}{1 - \left[ \frac{V_B}{V_B} \right]^{0.22}} \quad (3.4)$$

donde,

$c$  : expansión, adimensional

$V_a$  : velocidad ascendente del agua, m/h

$V_s$  : velocidad de sedimentación de la partícula, m/h

$P_o$  : porosidad inicial del lecho, adimensional

$$\%E = \frac{c_e - P_o}{1 - c_e}$$

donde,

$\%E$  : porcentaje de expansión

$P_o$  : porosidad inicial del lecho

$c_e$  : porosidad promedio del lecho expandido (mayor información en el capítulo III).

### 3.8 Dictamen

Como conclusión de la recopilación efectuada se puede establecer lo siguiente:

1. En cuanto a eficiencia de lavado y cantidad de agua empleada, los métodos que consideran el uso de aire son mejores.
2. No existen criterios bien determinados sino que los intervalos recomendados son muy amplios, existiendo límites máximos que llegan a ser siete veces el mínimo. Esto hace que al introducir agua y aire simultáneos existan grandes posibilidades de perder medio filtrante de acelerar su desintegración.
3. No se tiene información confiable sobre la eficiencia de los diferentes tipos de falsos fondos. Sin embargo, se puede establecer para los que se consideran en este estudio, lo siguiente:

Las losas porosas tienen fama de ser quebradizas y de que se tapan con facilidad.

Los falsos fondos Leopold tienen menor probabilidad de taparse que las boquillas por que sus aperturas son de 6.3 mm y al parecer su funcionamiento es bueno.

Las boquillas tienen una alta probabilidad de obstruirse debido a sus pequeñas aperturas y a la eliminación del lecho de grava. Además, si se colocan con espaciamientos superiores a 20cm, generan zonas muertas.

#### 4.- ADECUACION DEL FILTRO PILOTO

##### 4.1. Descripción

En los laboratorios del Instituto de Ingeniería se encuentra un modelo físico que fue empleado para simular el comportamiento de un filtro (Vidales *et al* (1979), y Jonguitud *et al* (1980)), y que tiene las características necesarias para emplearlo en el presente estudio. El modelo tiene de 0.60 m de ancho, 1.10 m de largo y 2.3 de alto. Mayor detalle se encuentra en la FIG 4.3. Tres caras del tanque (B, C y D) son de lámina galvanizada de 4.76 mm de espesor y la cuarta (A) de acrílico transparente de 2.54 mm de espesor, 1.91 m de largo y 1.1 m de ancho. La cara A permite realizar inspecciones visuales del medio y de la distribución del agua y del aire (FIG 4.2)

##### 4.2. Adaptaciones

En la cara B se colocó otra placa de acrílico transparente de 38cm de largo por 10 cm de ancho y un foco de 40 watts. Esta mirilla sirve para observar las condiciones bajo el falso fondo. En la misma cara B, se instalaron una serie de piezómetros sostenidos sobre una placa rectangular de madera de 3.09 m por 0.6 m, forrada con papel milimétrico. Se colocaron 4 piezómetros y un manómetro de mercurio, este último con una de sus entradas a 5 cm de la base del filtro para el caso de falso fondo Leopold y a 42.5 cm para el caso de espreas y losa porosa (FIG 4.1, 4.3 y 4.4). La segunda entrada está colocada a 57.5 cm de la base del filtro, dicho manómetro se ocupa de realizar mediciones de prueba con los tres tipos de falso fondo, los piezómetros de agua se colocaron a 0.87, 1.14, 1.32 y 1.65 m a partir de la base del filtro.

La cara izquierda del filtro (C), tiene en la parte superior un vertedor rectangular cuyas dimensiones son de 0.54 m de largo.

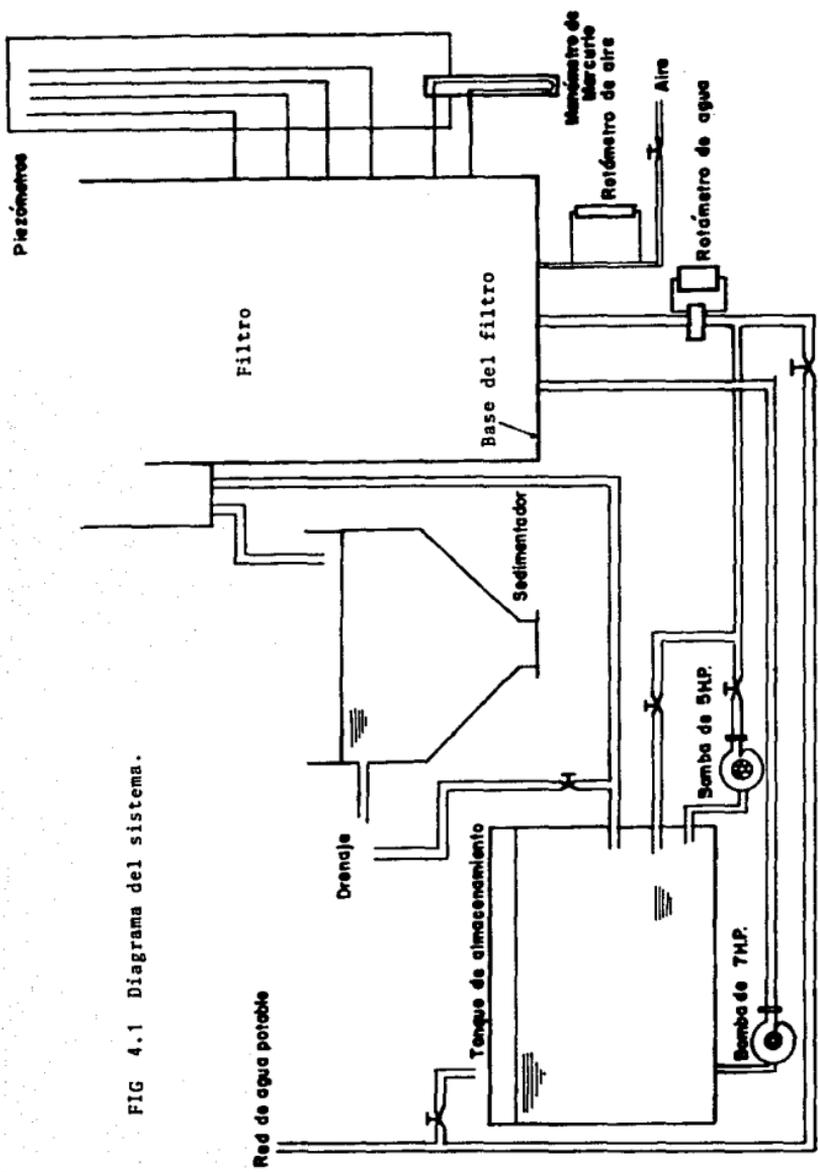


FIG 4.1 Diagrama del sistema.

SISTEMA DE FILTRACION



CONSTRUCCION DEL PROTOTIPO DE  
FILTRACION.

PROTOTIPO CON LA PLACA DE  
ACRILICO Y TABLERO DE PIE-  
ZOMETROS.



FIG 4.2 Cuerpo del filtro (Cara A)

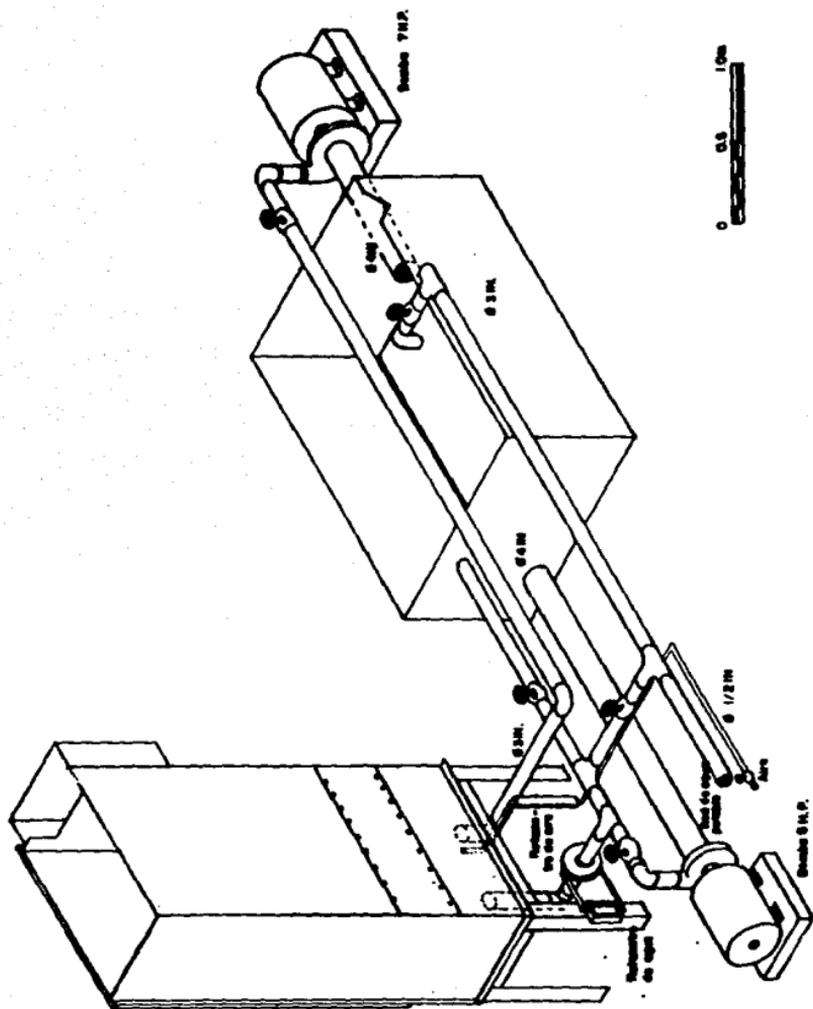


FIG. 4.3 Esquema del sistema utilizado para el lavado.

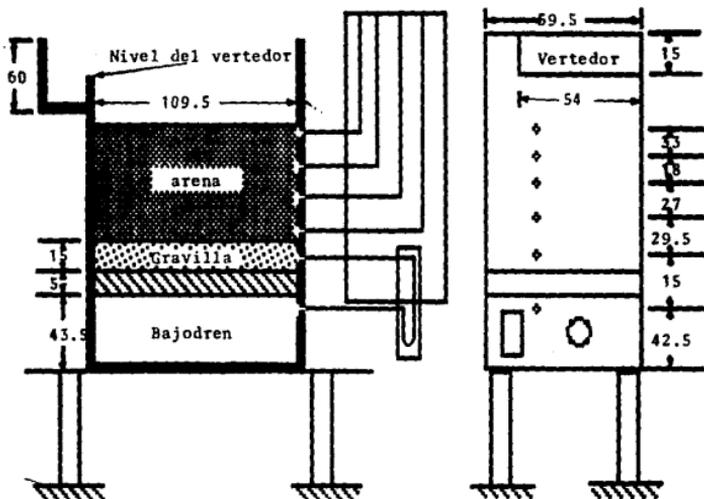


FIG 4.4 Diagrama para el sistema para losa porosa y espreas. Acotaciones en cm.

Este vertedor recolecta el agua de retrolavado y la envía a un tanque. El sistema de drenaje está constituido por una canaleta del filtro que recibe el agua del vertedor y tiene dos salidas; una al tanque de almacenamiento y otra al sistema de alcantarillado, controlando la salida por medio de válvulas conectadas a la tubería de fierro galvanizado de 3.5 in de diámetro. Se colocó otra salida de la canaleta hacia el sedimentador para recolectar la arena perdida durante el lavado.

Se cuenta con un tanque de almacenamiento de agua, contruido con placa metálica de 4.76 mm de espesor y una capacidad de 1500 l aproximadamente. Sus dimensiones son: 1.29 m de ancho, 1.9 m de largo y 0.75 m de altura. El objeto del tanque es recibir y almacenar el agua que se emplea durante el lavado.

El tanque de almacenamiento se conectó a dos bombas (5 Hp y 7Hp, respectivamente) y éstas, a su vez, con el filtro, por medio de tubo de fierro galvanizado de 5.05 cm de diámetro. A lo largo de la tubería se colocaron válvulas de control de flujo. Durante el estudio se trabajó tanto en circuito cerrado como en combinación con la red de distribución de agua potable de C.U.

El agua de lavado se alimentó por un sistema que consta de dos bombas centrífugas; la primera de 5 Hp (12.5 l/s y 25m de capacidad y carga máxima respectivamente) y la segunda de 7 Hp (14.5 l/s de capacidad y 30m de carga máxima). Ambas bombas son trifásicas, con 1800 rpm y con voltaje de 220/440. Se adaptó un sistema de protección eléctrica acondicionado con un redstato que impide que la bomba sufra daño por sobrecalentamiento o sobrecarga.

Para medir el gasto de agua se instaló una placa de orificio en el centro de la tubería y un rotámetro con escala de 0 a 14 l/s graduado cada 2 l/s. El rotámetro está conectado a la tubería antes y después de la placa de orificio.

La alimentación de aire a presión se realizó con un compresor de

5 Hp de potencia, con un tanque de 302 l de capacidad que entrega a la salida del tanque  $12\text{kg}/\text{cm}^2$ . Para la tubería del aire se usó PVC hidráulico de 1.9 cm de diámetro. Para medir el gasto del aire se empleó un rotámetro.

#### 4.3. Especificaciones del material y equipo empleados para la adecuación

##### 4.3.1. Alimentación del agua.

###### a) Línea de alimentación

Se utilizaron 2 sistemas de alimentación:

- Red de distribución de agua potable de C.U. conectada directamente al filtro
- Tanque de almacenamiento conectado a las bombas de 5 Hp y 7 Hp, respectivamente.

Las acciones efectuadas para conectar los sistemas fueron:

- Cambio a tubería de 2 in de diámetro, con accesorios y válvulas
- Colocación de placa de orificio y rotámetro para medir el gasto del agua
- Mantenimiento general de las bombas de 5 Hp y 7 Hp

###### b) Tanque de almacenamiento de agua de lavado

Se preparó mediante las siguientes acciones:

- Perforación de 4 in de diámetro para la línea de succión de la bomba de 5 Hp
- Colocación de tubería de fierro galvanizado por encima del tanque hacia la bomba de 7 Hp.
- Pintura del tanque de almacenamiento
- Colocación de mampara para evitar salpicaduras de agua

#### 4.3.2. Alimentación del aire

Para adecuar el filtro, se colocó el siguiente equipo y materiales :

- Línea de alimentación con tubería de PVC de 3/4 in de diámetro, válvulas y accesorios
- Manómetro Bourdon de 4 in de diámetro con escala de 0 a 4 kg/cm<sup>2</sup>
- Rotámetro para aire Cal-Q-Flo, con escala de 0 a 45 pies cúbicos por minuto.

#### 4.3.3. Filtro piloto

Las acciones realizadas fueron:

- Mantenimiento general del cuerpo del filtro (limpieza, pintura y sellado)
- Instalación de mirilla de acrílico transparente de 10 por 38 cm en el falso fondo del filtro
- Instalación del sistema de iluminación del falso fondo
- Colocación del tablero de piezómetros
- Instalación de 4 piezómetros de agua y 1 de mercurio. FIG 4.1

#### 4.4. Calibración del Rotámetro de Agua

Se midió directamente la velocidad del agua como la distancia recorrida por la misma dentro del filtro entre el tiempo, y el gasto se calculó considerando el área del filtro ( $0.59 \times 1.09 = 0.6431 \text{ m}^2$ ). Estos valores se compararon con la lectura del rotámetro, como se muestra en la TABLA 4.1

Procedimientos: a) Se marcaron dos alturas en la parte más alta del filtro con un intervalo de 0.30 m. b) Se puso en funcionamiento el sistema. c) Una vez que el nivel del agua llega a la primera marca se pone en marcha el cronómetro y se detiene cuando llega a la segunda. Cálculos: Diferencias de marcas : 0.30 m. Volumen:  $0.30 \text{ m} \times 0.6431 \text{ m}^2 = 0.193 \text{ m}^3$

TABLA 4.1 CALIBRACION DEL ROTAMETRO

No.	Lectura en el rotámetro	Tiempo entre marcas	Flujo	Velocidad
	l/s	s	l/s	m/h
1	1.0	118.9	1.62	9.08
2	1.5	86.2	2.24	12.53
3	2.0	63.5	3.04	17.00
4	2.5	58.2	3.31	18.56
5	3.0	49.6	3.89	21.77
6	3.5	44.3	4.36	24.38
7	4.0	41.3	4.67	26.15
8	4.5	39.2	4.92	27.55
9	5.0	35.7	5.40	30.25
10	5.5	32.7	5.90	33.03
11	6.0	32.2	5.99	33.54
12	6.5	27.8	6.94	38.85
13	7.0	26.2	7.36	41.22
14	7.5	25.0	7.72	43.20
15	8.0	23.0	8.39	46.96
16	8.5	22.1	8.73	48.87
17	9.0	20.0	9.65	54.00
18	9.5	19.4	9.94	55.67
19	10.0	18.4	10.49	58.70

TABLA 4.2 CALIBRACION DEL ROTAMETRO (REPETICION)

No.	Lectura en el rotámetro	Tiempo entre marcas	Flujo	Velocidad
	l/s	s	l/s	m/h
1	3.0	51.8	3.72	20.85
2	3.5	45.8	4.21	23.58
3	4.0	42.6	4.53	25.35
4	4.5	39.7	4.86	27.20
5	5.0	36.6	5.27	29.51
6	5.5	34.9	5.53	30.95
7	6.0	31.5	6.12	34.29
8	6.5	29.7	6.50	36.36
9	7.0	26.8	7.20	40.30
10	7.5	25.0	7.72	43.20
11	8.8	24.1	8.01	44.81
12	8.5	22.1	8.73	48.87
13	9.0	20.3	9.52	53.31
14	9.5	20.2	9.55	53.47
15	10.0	18.0	10.72	60.00

En la FIG 4.5 se muestra la gráfica de la lectura del rotámetro  
contra la velocidad del agua.

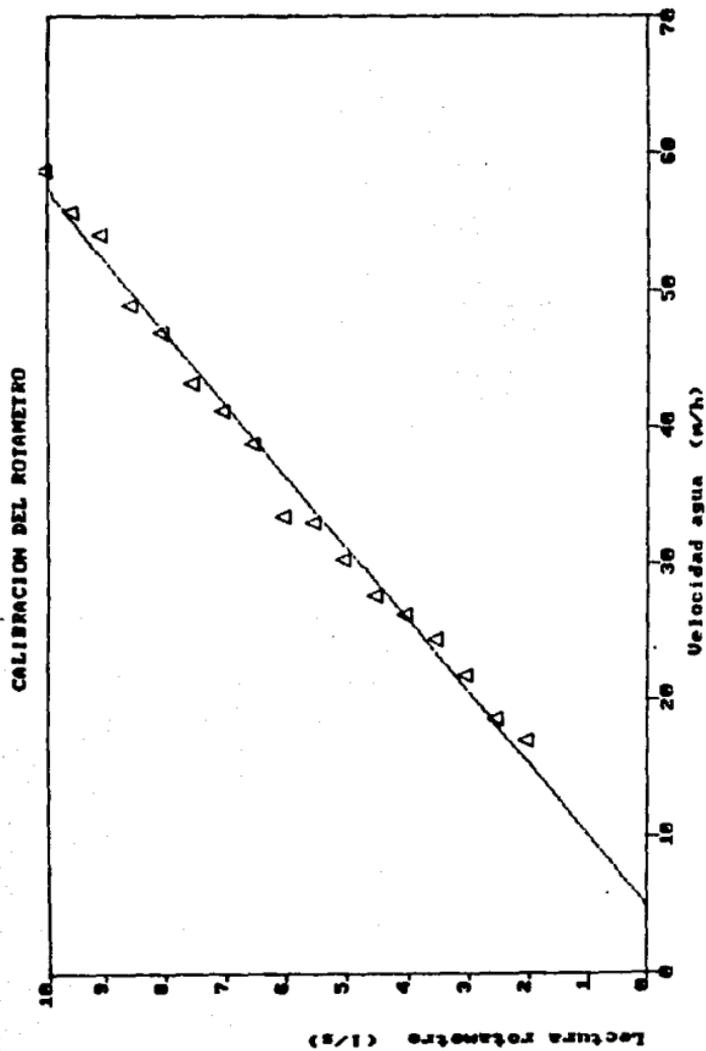


FIG 4.5 Calibración del rotámetro de agua

#### 4.5 Calibración del Rotámetro de Aire

Para facilitar la operación se construyeron gráficas que relacionan el gasto del aire medido en el rotámetro ( en pies cúbicos por minuto) con la velocidad de paso en el filtro, ya que éste es el parámetro de base.

Cálculos:

$$\frac{1 \text{ ft}^3}{\text{min}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{0.02832 \text{ m}^3}{\text{ft}^3} \times \frac{1}{0.6431 \text{ m}^2} = 2.642 \frac{\text{m}}{\text{h}}$$

donde  $0.6431 \text{ m}^2$  es el área del falso fondo dentro del filtro.

Con el factor de conversión obtenido, se contruyó la TABLA 4.3 y la gráfica de correlación que se presenta en la FIG 4.6.

TABLA 4.3 RELACION DEL FLUJO DEL ROTAMETRO DE AIRE CON LA VELOCIDAD DEL AIRE EN EL FILTRO

Flujo del aire ft <sup>3</sup> /min	Velocidad m/h
1	2.642
5	13.211
10	26.422
15	39.633
20	52.844
25	66.055
30	79.266
35	92.477

CALIBRACION DEL ROTAMETRO DE AIRE

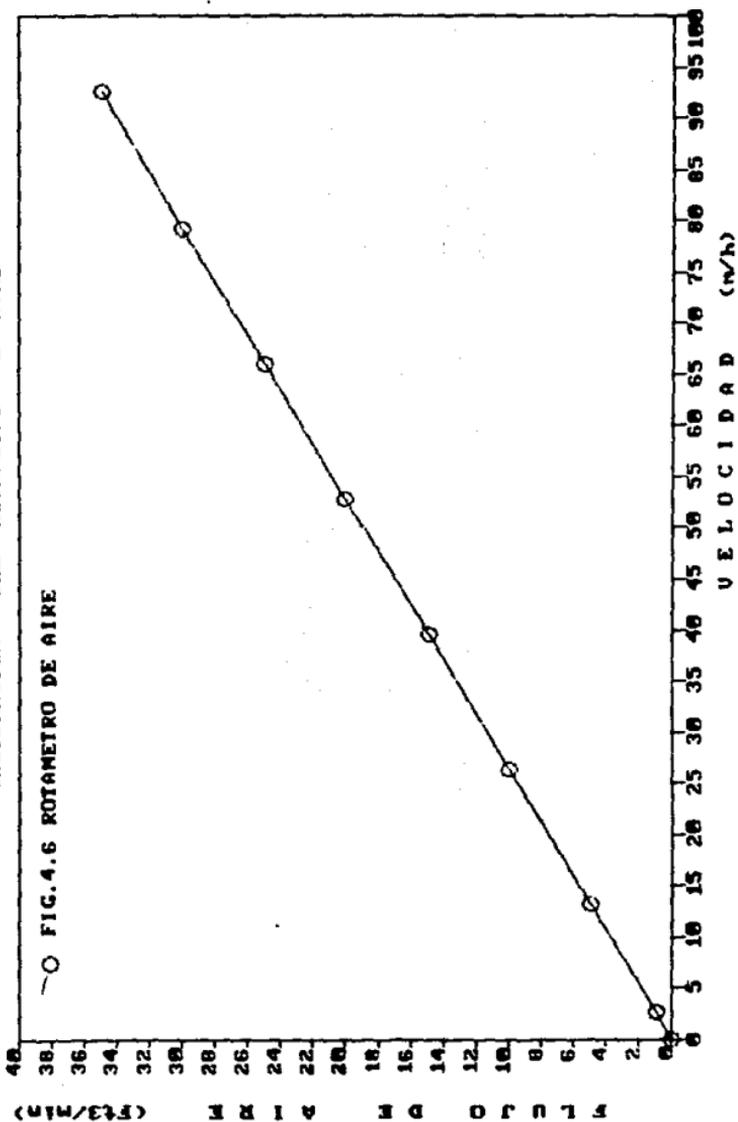


FIG 4.6 Calibración del rotámetro de aire

## 5. ESTUDIO DE ALTERNATIVAS

### 5.1 Análisis y descripción de las variables experimentales.

#### 5.1.1 Descripción general de las variables

Las variables que se seleccionarán para el estudio por su importancia en la operación de lavado son:

- Características de la arena (tamaño efectivo y coeficiente de uniformidad)
- Espesor del lecho.
- Velocidad de los fluidos solos y combinados.
- Tipo de falso fondo.
- Procedimiento de lavado (secuencia)

Otros datos experimentales que se tomarán en cuenta son:

- Distribución de las corrientes en el lecho empacado.
- Distribución de las corrientes sin empacar el filtro.
- Pérdidas de carga a través del falso fondo.
- Pérdidas de arena durante el lavado.
- Presión de entrada del aire de lavado.
- Cantidad de agua utilizada.

Los parámetros que se mantendrán constantes son:

- Superficie del lecho.
- Altura de la canaleta.
- Localización de los piezómetros.
- Tamaño de las partículas del medio soporte (gravilla) y altura del mismo.

En este reporte, se tiene un gran número de factores que intervienen (velocidad de agua (3), velocidad de aire (3), TE (3), H (3) y las réplicas necesarias para obtener el error experimental (3)), por lo que, en forma directa, son 243 el número de unidades experimentales. Como no es posible efectuar ese número de

pruebas, se seleccionó un diseño experimental 2 factorial con n variables y varios puntos centrales para obtener la superficie respuesta correspondiente. De esta manera el número máximo de experimentos será de 31.

### 5.2 Distribución de las corrientes con el filtro vacío.

Para evaluar la repartición del aire dentro del tanque se harán pruebas sin medio filtrante. A partir de estas pruebas se obtendrán datos sobre la forma y dirección de las corrientes de aire, así como del tamaño de burbuja para del barómetro utilizado.

### 5.3 Pérdidas de carga a través del falso fondo.

Cuando se haga pasar agua de lavado a través del falso fondo se medirá una pérdida de carga causada por la resistencia que opone el falso fondo al paso del agua y aire. La pérdida de carga depende de la velocidad del fluido de lavado y de las características tanto del falso fondo como del fluido. Como parámetro de diseño es muy importante ya que de ella depende la potencia de la bomba y del soplador.

### 5.4 Descripción de los ensayos.

Los ensayos se clasifican en tres grandes grupos de acuerdo con el falso fondo seleccionado (sistema de distribución):

- a) Lasa porosa
- b) Espreas microrranuradas (cola larga Dearmont)
- c) Módulos tipo Leopold.

Para cada uno de éstos se estudiará el comportamiento del medio al alimentar agua y aire simultáneos y agua sola. Ya que al introducir únicamente aire no se observa ningún efecto. Para el lavado con agua y aire las velocidades del agua por estudiar serán 18, 30 y 47 m/h (0.30, 0.50 y 0.78 m/min) y las del aire de 18, 33, y 50 m/h (0.3, 0.55 y 0.83 m/min). En el caso de lavado sólo con agua se tomará como criterio, más que la velocidad, el porcentaje de expansión. Los valores de expansión variarán en función

del tipo de falso fondo empleado. Mayor detalle se presenta en los capítulos 8, 9 y 10. Asimismo, para cada tipo de lavado se considerarán tres tamaños efectivos de medio (0.8, 0.65 y 0.48  $\pm$  0.02 en cada tamaño) y para cada tipo de medio tres espesores (0.7, 0.85 y 1.00 m).

En la TABLA 5.1 se presenta la serie de análisis que se realizarán para el lavado simultáneo con aire y agua. En la TABLA 5.2 se presenta los experimentos para el lavado con agua. En las TABLAS 5.3 y 5.4 se presenta cada caso para modelación no lineal.

Los ensayos se presentan en la forma codificada. La notación empleada significa:

- 1.682 : valor mínimo minimorum
- 1 : valor mínimo
- 0 : valor central
- + 1 : valor máximo
- + 1.682 : Valor máximo maximorum
- Y : fenómeno observado

TABLA 5.1 ECUACIONES PARA TRES FACTORES EN TRES NIVELES  
MODELACION LINEAL

No.	X1	X2	X3	Y
1	-1	-1	-1	Y1
2	+1	-1	-1	Y2
3	-1	+1	-1	Y3
4	+1	+1	-1	Y4
5	-1	-1	+1	Y5
6	+1	-1	+1	Y6
7	-1	+1	+1	Y7
8	+1	+1	+1	Y8
9	0	0	0	Y9
10	0	0	0	Y10
11	0	0	0	Y11
12	0	0	0	Y12

TABLA 5.2 ENSAYOS PARA CUATRO FACTORES EN TRES NIVELES  
 MODELACION LINEAL

No.	X1	X2	X3	X4	Y
1	-1	-1	-1	-1	Y1
2	+1	-1	-1	-1	Y2
3	-1	+1	-1	-1	Y3
4	+1	+1	-1	-1	Y4
5	-1	-1	+1	-1	Y5
6	+1	-1	+1	-1	Y6
7	-1	+1	+1	-1	Y7
8	+1	+1	+1	-1	Y8
9	-1	-1	-1	+1	Y9
10	+1	-1	-1	+1	Y10
11	-1	+1	-1	+1	Y11
12	+1	+1	-1	+1	Y12
13	-1	-1	+1	+1	Y13
14	+1	-1	+1	+1	Y14
15	-1	+1	+1	+1	Y15
16	+1	+1	+1	+1	Y16
17	0	0	0	0	Y17
18	0	0	0	0	Y18
19	0	0	0	0	Y19
20	0	0	0	0	Y20

TABLA 5.3 ENSAYOS PARA TRES FACTORES EN CINCO NIVELES  
 MODELACION NO LINEAL

No.	X1	X2	X3	Y
1	-1	-1	-1	Y1
2	+1	-1	-1	Y2
3	-1	+1	-1	Y3
4	+1	+1	-1	Y4
5	-1	-1	+1	Y5
6	+1	-1	+1	Y6
7	-1	+1	+1	Y7
8	+1	+1	+1	Y8
9	-1.682	0	0	Y9
10	+1.682	0	0	Y10
11	0	-1.682	0	Y11
12	0	+1.682	0	Y12
13	0	0	-1.682	Y13
14	0	0	+1.682	Y14
15	0	0	0	Y15
16	0	0	0	Y16
17	0	0	0	Y17
18	0	0	0	Y18
19	0	0	0	Y19
20	0	0	0	Y20

TABLA 5.4 ENSAYOS PARA CUATRO FACTORES EN CINCO NIVELES  
 MODELACION NO LINEAL

No.	X1	X2	X3	X4	Y
1	-1	-1	-1	-1	Y1
2	+1	-1	-1	-1	Y2
3	-1	+1	-1	-1	Y3
4	+1	+1	-1	-1	Y4
5	-1	-1	+1	-1	Y5
6	+1	-1	+1	-1	Y6
7	-1	+1	+1	-1	Y7
8	+1	+1	+1	-1	Y8
9	-1	-1	-1	+1	Y9
10	+1	-1	-1	+1	Y10
11	-1	+1	-1	+1	Y11
12	+1	+1	-1	+1	Y12
13	-1	-1	+1	+1	Y13
14	+1	-1	+1	+1	Y14
15	-1	+1	+1	+1	Y15
16	+1	+1	+1	+1	Y16
17	-2	0	0	0	Y17
18	+2	0	0	0	Y18
19	0	-2	0	0	Y19
20	0	+2	0	0	Y20
21	0	0	-2	0	Y21
22	0	0	+2	0	Y22
23	0	0	0	-2	Y23
24	0	0	0	+2	Y24
25	0	0	0	0	Y25
26	0	0	0	0	Y26
27	0	0	0	0	Y27
28	0	0	0	0	Y28
29	0	0	0	0	Y29
30	0	0	0	0	Y30
31	0	0	0	0	Y31

En las TABLAS 5.5 a 5.8 se presentan los valores sin codificar que se emplearán en cada ensayo. Las ecuaciones empleadas para la codificación son:

$$cc H = 6.6667 H - 5.6667 \quad (5.1)$$

$$cc TE = 5.824 TE - 3.8235 \quad (5.2)$$

$$cc Vag = 0.0690 Vag - 2.2414 \quad (5.3)$$

$$cc Var = 0.0625 Vai - 2.1250 \quad (5.4)$$

**TABLA 5.5 ENSAYOS PARA TRES FACTORES EN TRES NIVELES**  
**MODELACION LINEAL**

No.	H m	TE mm	Ex %	Y
1	0.7	0.48	Ex <sub>min</sub>	Y1
2	1.0	0.48	Ex <sub>min</sub>	Y2
3	0.7	0.80	Ex <sub>min</sub>	Y3
4	1.0	0.80	Ex <sub>min</sub>	Y4
5	0.7	0.48	Ex <sub>max</sub>	Y5
6	1.0	0.48	Ex <sub>max</sub>	Y6
7	0.7	0.80	Ex <sub>max</sub>	Y7
8	1.0	0.80	Ex <sub>max</sub>	Y8
9	0.85	0.65	Ex <sub>med</sub>	Y9
10	0.85	0.65	Ex <sub>med</sub>	Y10
11	0.85	0.65	Ex <sub>med</sub>	Y11
12	0.85	0.65	Ex <sub>med</sub>	Y12

**TABLA 5.6 ENSAYOS PARA CUATRO FACTORES EN TRES NIVELES**  
**MODELACION LINEAL**

No.	Vag m/h	Vai m/h	H m	TE mm	Y
1	18	18	0.7	0.48	Y1
2	47	18	0.7	0.48	Y2
3	18	50	0.7	0.48	Y3
4	47	50	0.7	0.48	Y4
5	18	18	1.0	0.48	Y5
6	47	18	1.0	0.48	Y6
7	18	50	1.0	0.48	Y7
8	47	50	1.0	0.48	Y8
9	18	18	0.7	0.80	Y9
10	47	18	0.7	0.80	Y10
11	18	50	0.7	0.80	Y11
12	47	50	0.7	0.80	Y12
13	18	18	1.0	0.80	Y13
14	47	18	1.0	0.80	Y14
15	18	50	1.0	0.80	Y15
16	47	50	1.0	0.80	Y16
17	32.5	34	0.85	0.65	Y17
18	32.5	34	0.85	0.65	Y18
19	32.5	34	0.85	0.65	Y19
20	32.5	34	0.85	0.65	Y20

**TABLA 5.7 ENSAYOS PARA TRES FACTORES EN CINCO NIVELES**  
**MODELACION NO LINEAL**

No.	H	TE	Ex	Y
1	0.7	0.48	Exmin	Y1
2	1.0	0.48	Exmin	Y2
3	0.7	0.80	Exmin	Y3
4	1.0	0.80	Exmin	Y4
5	0.7	0.48	Exmax	Y5
6	1.0	0.48	Exmax	Y6
7	0.7	0.80	Exmax	Y7
8	1.0	0.80	Exmax	Y8
9	1.1	0.65	Exmed	Y9
10	0.6	0.65	Exmed	Y10
11	0.85	0.90	Exmed	Y11
12	0.85	0.40	Exmed	Y12
13	0.85	0.65	Exmax max	Y13
14	0.85	0.65	Exmin min	Y14
15	0.85	0.65	Exmed	Y15
16	0.85	0.65	Exmed	Y16
17	0.85	0.65	Exmed	Y17
18	0.85	0.65	Exmed	Y18
19	0.85	0.65	Exmed	Y19
20	0.85	0.65	Exmed	Y20

TABLA 5.8 ENSAYOS PARA CUATRO FACTORES EN CINCO NIVELES

MODELACION NO LINEAL

No.	Vag	Vai	H	TE	Y
1	18	18	0.7	0.48	Y1
2	47	18	0.7	0.48	Y2
3	18	50	0.7	0.48	Y3
4	47	50	0.7	0.48	Y4
5	18	18	1.0	0.48	Y5
6	47	18	1.0	0.48	Y6
7	18	50	1.0	0.48	Y7
8	47	50	1.0	0.80	Y8
9	18	18	0.7	0.80	Y9
10	47	18	0.7	0.80	Y10
11	18	50	0.7	0.80	Y11
12	47	50	0.7	0.80	Y12
13	18	18	1.0	0.80	Y13
14	47	18	1.0	0.80	Y14
15	18	50	1.0	0.80	Y15
16	47	50	1.0	0.65	Y16
17	61.5	34	0.85	0.65	Y17
18	3.5	34	0.85	0.65	Y18
19	32.5	66	0.85	0.65	Y19
20	32.5	2	0.85	0.65	Y20
21	32.5	34	0.95	0.65	Y21
22	32.5	34	0.55	0.95	Y22
23	32.5	34	0.85	0.35	Y23
24	32.5	34	0.85	0.65	Y24
25	32.5	34	0.85	0.65	Y25
26	32.5	34	0.85	0.65	Y26
27	32.5	34	0.85	0.65	Y27
28	32.5	34	0.85	0.65	Y28
29	32.5	34	0.85	0.65	Y29
30	32.5	34	0.85	0.65	Y30
31	32.5	34	0.85	0.65	Y31

Las ecuaciones que se ajustarán son las siguientes:

Lavado con agua:

$$hf = b_0 + b_1 (H) + b_2 (TE) + b_3 (Ex) \quad (5.5)$$

$$G = b_4 + b_5 (H) + b_6 (TE) + b_7 (Ex) \quad (5.6)$$

Lavado con aire y agua:

$$Va = b_8 + b_9 (Vag) + b_{10} (Vai) + b_7 (H) + b_{11} (TE) \quad (5.7)$$

donde

Va: el volumen de arena perdida durante el lavado (ml).

hf: la pérdida de carga a través del falso fondo (cmca)

G : gasto necesario para lograr una cierta expansión (l/s)

## 6. ARRANQUE

### 6.1 Preparación de la arena

Se trató de conseguir arena que cumplierse con los tamaños requeridos por el diseño de experimentos. Sin embargo, esto no fue fácil ya que pocas casas cuentan con el material adecuado para preparar arena con características tan especiales. El proveedor seleccionado tiene su banco en Tarandacuao, Gto. En la TABLA 6.1 se muestran las características de las arenas adquiridas.

TABLA 6.1 CARACTERISTICAS DE LAS ARENAS EMPLEADAS PARA PREPARAR LOS MEDIOS DESEADOS

	TE	CU
Arena 1	0.48	1.44
Arena 2	0.80	1.60
Arena 3	0.77	1.88

A partir de ellas se preparó el material de la TABLA 6.2. Para cada tamaño de arena el volumen cribado fue de 1 m<sup>3</sup>.

TABLA 6.2 CARACTERISTICAS DE LA ARENA EMPLEADA DURANTE TODA LA EXPERIMENTACION.

TE	CU
0.35	1.49
0.40	1.49
0.48	1.44
0.65	1.60
0.80	1.60
0.90	1.42
0.95	1.40

El rendimiento obtenido en la preparación fue del 90% y se requirieron para ello, 80 horas hombre.

### 6.2 Análisis de las arenas empleadas

A la arena preparada, se le realizaron análisis de solubilidad en HCl y NaOH, de pérdidas por ignición y se les midió la densidad real y aparente para determinar la porosidad. Los resultados se presentan en la TABLA 6.3, en donde se observa que sólo la arena de 0.48 mm no cumple con la calidad exigida para filtros, pues tiene pérdidas por ignición superiores a la recomendada de 0.7% y solubilidad en HCl y NaOH cercanas a la máximas recomendables, que son de 5 y 2% respectivamente. Esto se debe, probablemente, al contenido de materia orgánica o compuestos inestables a 700°C y solubles en HCl y NaOH. Las técnicas analíticas se presentan en el anexo C.

TABLA 6.3 RESULTADOS DEL ANALISIS DE LA ARENA

Tamaño efectivo mm	C.U.	Solubilidad		Pérdida por ignición %	Densidad real g/ml	Densidad aparente g/ml	Porosidad
		HCl 30%	NaOH 10%				
0.48	1.44	1.0	1.7	1.5	2.39	1.39	0.40
0.65	1.60	0.2	0.9	0.2	2.50	1.50	0.42
0:80	1.60	0.2	0.7	0.3	2.50	1.46	0.42

A pesar de que la arena no cumple con todas las especificaciones que propone el CEPIS (1976), se decidió emplearla, de acuerdo con la SARH, ya que es uno de los proveedores que más se usa.

### 6.3 Protocolo de operación

1. Se instala el falso fondo en estudio.

2. Se realizan pruebas de distribución de agua y aire para verificar que no haya fugas de agua del falso fondo.
3. Se empaacan 7.5 cm de espesor de la grava de 1/4-1/2 in, luego 7.5 cm de la grava 1/8 - 1/4 in y finalmente la arena deseada a la altura correspondiente en función del experimento.
4. Se lava la arena con objeto de eliminar partículas de densidad menor (basura, hojarasca), la primera vez que se utiliza esa arena.
5. Se establece la alimentación del agua de lavado a la velocidad de experimentación.
6. Se establece la alimentación del aire, fijando la velocidad con el rotámetro. En este momento se inicia la lectura del tiempo.
7. A 1.5 minutos, se toman las primeras muestra y lectura de las pérdidas de carga en el falso fondo y en los piezómetros. Las tres alturas de muestreo, según la altura del lecho. en por ciento de espesor de lecho y en metros son:

Altura del lecho (m)

	0.55		0.60		0.70		0.85		1.00		1.10		1.15	
	%	m	%	m	%	m	%	m	%	m	%	m	%	m
1	111	.61	93	.56	66	.46	36	.31	16	.16	5	.06	1	.01
2	136	.76	117	.70	86	.60	53	.45	30	.30	18	.20	13	.15
3	198	1.09	173	1.04	134	.94	93	.79	64	.64	49	.54	43	.49

8. A los 3 minutos se cierra la válvula del aire.
9. Pasados 4.5 minutos, se repite la toma de muestra y la lectura de la pérdida de carga.
10. A los 6 minutos se cierra la válvula del agua y termina la corrida.

11. La arena que sale del filtro se colecta en el sedimentador y se lleva al laboratorio para efectuar los análisis correspondientes (análisis granulométricos). Cuando la muestra es suficiente para llevar a cabo análisis granulométricos. éste se efectúa, en caso contrario, únicamente se clasifica la arena por medio de dos mallas.

La diferencia con el protocolo para el lavado sólo con agua es que en este caso no se establece la alimentación del aire.

#### 6.4 Ensayos preliminares

##### 6.4.1 Corridas de filtración

El objetivo de esta sección fue probar la diferencia entre el lavado de un lecho sucio y el lavado de un lecho limpio. Para tal efecto se alimentó una solución preparada con arcillas y coagulante (con el fin de simular agua con sólidos suspendidos), con la ayuda de un tanque de alimentación situado por encima del filtro. La velocidad de filtración empleada fue de 2.8 m/h teniendo un tiempo de duración de corrida de una hora.

##### 6.4.1.1 Lavado del medio

Cuando el filtro estaba sucio se procedió a lavarlo con el método de agua y aire se tomaron muestras de la arena a tres profundidades diferentes, para simular diferentes posiciones de la canaleta de lavado y sustituir la necesidad de una canaleta móvil. A las muestras tomadas se les determinó su tamaño promedio. Se registraron además, las pérdidas de carga ocurridas durante el lavado y al final del mismo.

A algunas de las muestras de la arena colectada se les realizó la prueba de abrasión. Esta consiste en agitar la arena con cierta cantidad de agua durante 5 min y después medir la cantidad de material desprendido.

#### 6.4.2. Resultados de los ensayos preliminares

En la TABLA 6.4 se muestran los resultados obtenidos para las mismas condiciones de operación con y sin ensuciamiento del filtro.

TABLA 6.4 RESULTADOS DE LOS ESTUDIOS CON LOSA POROSA CON Y SIN ENSUCIAR EL MEDIO (TE = 0.48, CU = 1.44)

CONDICION	ESPESOR LECHO cm	VELOCIDAD AGUA		VELOCIDAD AIRE		PERDIDAS ARENA l	TE mm	CU	hf cm
		m/h	m/min	m/h	m/min				
Medio limpio	70 --	18 18	0.3 0.3	18 --	0.3 --	0.770 ----	0.45 ----	1.42 ----	52.0 50.5
Medio sucio	70 --	18 18	0.3 0.3	18 --	0.3 --	0.544 ----	0.46 ----	1.40 ----	55.0 50.0

hf : pérdida de carga en la losa y en el lecho

Como se observa casi no hay diferencia entre ellas. Esto se atribuye a que los flóculos formados no alcanzan a adherirse al medio. Así, los resultados obtenidos en este estudio podrán aplicarse a filtros sucios, siempre y cuando la densidad del medio no se modifique por la presencia de flóculos.

## 7. EXPERIMENTACION CON LOSA POROSA

### 7.1 Colocación de la losa y arranque

#### 7.1.1 Materiales empleados y construcción de la losa porosa.

La losa porosa utilizada en este estudio fue fabricada en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Vidales, 1979). A continuación se dan las especificaciones seguidas en su construcción. La gravilla empleada para su preparación tenía un diámetro entre 0.79 y 11.10 mm, de forma irregular y color oscuro. Para la fabricación de la losa, se lavó la gravilla y posteriormente se cribó hasta conseguir un tamaño uniforme de 6 mm de diámetro.

El cemento utilizado fue del tipo I con resistencia normal. Se utilizó una cantidad de 200 kg de cemento por m<sup>3</sup> de gravilla de 6 mm de diámetro.

La cimbra se construyó de madera de pino, formada por una tabla inferior con paredes laterales. El curado se realizó a base de agua y duró 28 días.

La dosificación de los componentes para obtener una losa de 59 x 109 cm fue la siguiente:

gravilla:	37.44 kg/ losa
cemento:	6.40 kg/ losa
agua:	4.10 l/ losa
relación agua/cemento :	0.64

La preparación se hizo en una revolvedora con capacidad de 1/2 m<sup>3</sup> depositándose en su interior los materiales en el siguiente orden: gravilla, cemento y agua. Se mezcló durante 3 minutos, contados a partir de la introducción del último ingrediente.

Después de 24 horas del colado se inició el curado del concreto mediante riego tres veces al día.

La losa así preparada tiene una resistencia a la compresión ( $f'$ ) de 96.24 kg/cm<sup>2</sup> y resistencia a la flexión de 13.4 kg/cm<sup>2</sup>.

La porosidad de la losa resultó de 0.34. Esta se calculó experimentalmente dividiendo el volumen de la gravilla en la losa, medido por el volumen de agua desplazado por la misma, entre el volumen total de la losa (109 X 59 x 5 cm).

#### 7.1.2 Análisis económico de la losa porosa.

La construcción de la losa porosa tiene como principal ventaja que incluye materiales de bajo costo. Por otro lado, entre sus principales desventajas se encuentran el costo de la mano de obra y su fragilidad. La losa porosa requiere de ciertas características como son: uniformidad en cuanto a la distribución de la gravilla y necesidad de cierta porosidad, de tal manera que permita un flujo uniforme al hacer pasar los fluidos de lavado a través de ella.

Los principales materiales empleados durante su construcción fueron los siguientes:

Material	Cantidad /m <sup>2</sup>
Gravilla	58.5 kg
Cemento	20.0 kg

El costo total de la losa fue de \$750 000.00 MN (precio de 1988) este costo incluyó la mano de obra y el diseño.

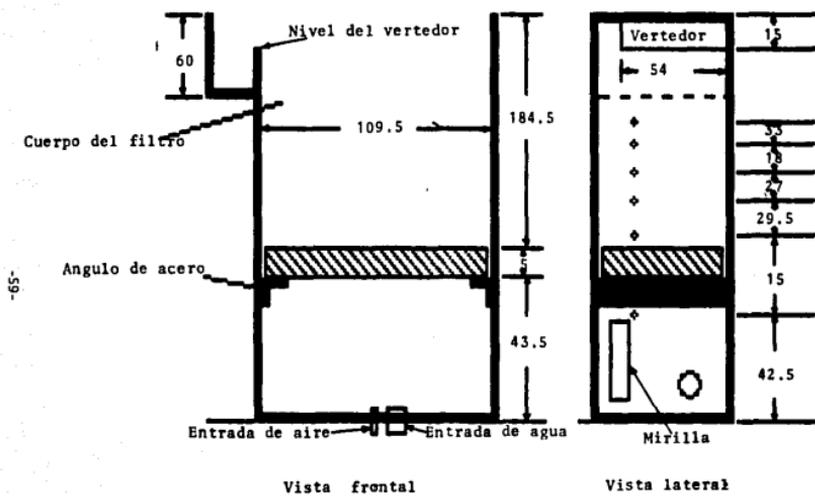


FIG 7.1 Adaptación de la losa porosa al filtro. Acotaciones en cm.

### 7.1.3 Colocación de la losa porosa dentro del filtro

La losa se instaló en el interior del filtro colocándola directamente sobre cuatro ángulos periféricos (FIG 7.1). Como soporte se introdujeron dos soleras de fierro de 2 pulgadas de ancho y 1/4 de pulgada de espesor. La losa se atornilló a las soleras y al cuerpo del filtro mediante tornillos de 1/4 de pulgada de diámetro, espaciados cada 5 cm. Una vez fijada la losa se procedió al sellado mediante silicón. Se dejó secar durante 24 horas y se comprobó que no hubiera fugas. Para esto se introdujo agua y aire a las velocidades más altas con que se iba a trabajar. Si se observaba fugas de aire, se dejaba secar nuevamente, antes de sellar. Este procedimiento se repitió hasta que no quedaron fugas.

### 7.2 Inspección visual de la distribución de los fluidos.

Es importante señalar que en ausencia del medio filtrante la distribución del aire es muy heterogénea. El aire tiende a salir preferencialmente por los dos extremos laterales de la losa formando en el centro una zona muerta, donde prácticamente no pasa el aire. Vidales (1979) encontró que no importa donde esté localizado el punto de inyección de aire, ya que, al introducir éste de manera longitudinal, también se observó una zona muerta en el centro del filtro.

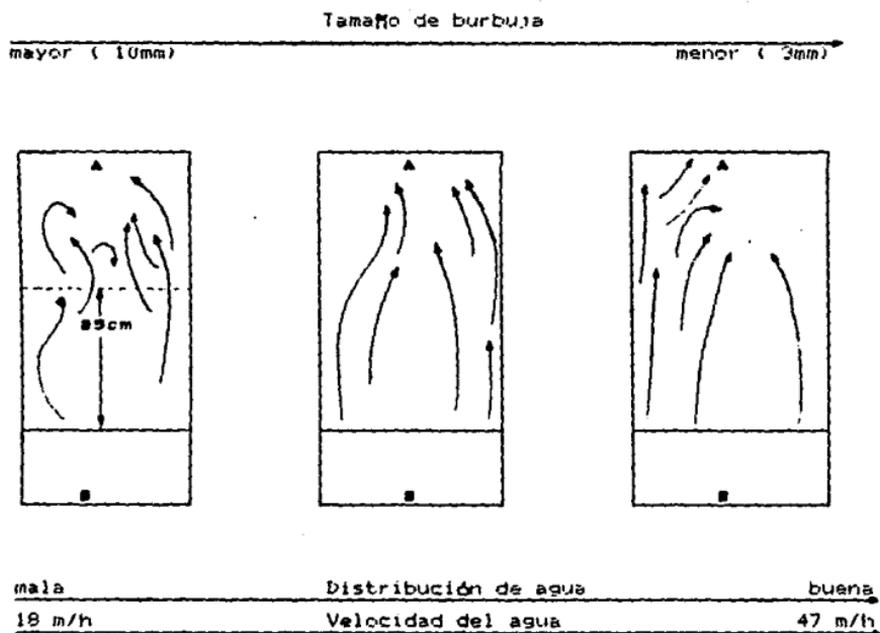
En las FIG 7.2 y 7.3 se observa la influencia de la velocidad del agua y del aire, respectivamente. Se encontró que al aumentar la velocidad del agua y mantener la del aire constante se homogeniza la distribución de agua sobre la losa, disminuye el tamaño de burbuja y aumenta la caída de presión. En cuanto a la zona muerta se observó que ésta permanece prácticamente de tamaño constante (FIG 7.2).

Por otro lado, al aumentar la velocidad del aire y mantener la del agua se encontró que tanto la zona muerta localizada en el cuerpo del filtro (A) como la del fondo (B) se reducen. La caída de

presión permanece prácticamente constante (TABLA 7.1). A parte de ello, con velocidades altas de aire (50 m/h, 0.83 m/min) se observó la formación de un pequeño colchón de aire de aproximadamente 1 cm de espesor por debajo de la losa. La  $h_f$  a través de ella tuvo un valor de 3 cm de columna de agua, en ese momento, las velocidades de agua utilizadas como constantes fueron 18, 30 y 47 m/h respectivamente.

Una condición que presentó buenos resultados, en cuanto a distribución del agua y del aire, fue al usar una velocidad de aire de 34 m/h y 30 m/h de agua (FIG 7.2 y 7.3). Estos valores no se estudiaron con el filtro empacado.

Elevación:



Vista de plantas:

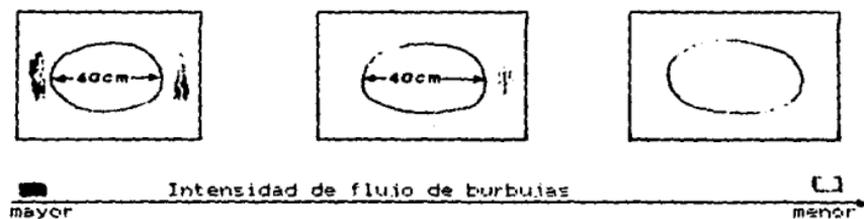


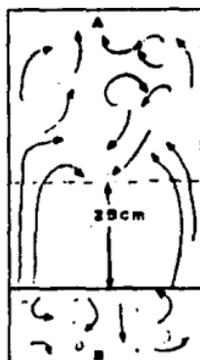
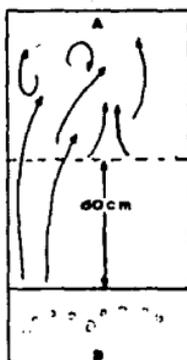
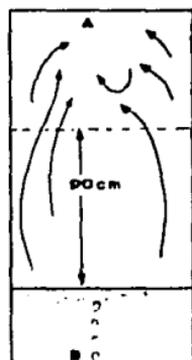
FIG 7.2 Influencia de la velocidad del agua . Vaire = 18 m/h = cte

Elevación:

Tamaño de la zona muerta

mayor (10mm)

menor (3mm)



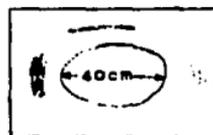
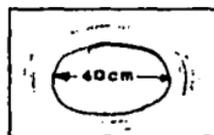
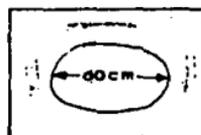
Caída de presión prácticamente cte.

18 m/h

Velocidad del aire

47 m/h

Vista de plantas:



Intensidad de flujo de burbujas

mayor

menor

FIG 7.3 Influencia de la velocidad del aire. Vagueo 30 m/h =cte.

En la TABLA 7.1 se observa la  $h_f$  (cmca) a través de la losa porosa para las diferentes condiciones de operación estudiadas durante la inspección visual. Los resultados que presenta la TABLA 7.1 son adicionales ya que se hicieron en ausencia de lecho.

TABLA 7. 1 hr a través de la losa porosa en ausencia de lecho  
(ensayos adicionales, método agua-aire simultáneos)

Vagua	Vaire	hr
m/h	m/h	cmca
18	18	3.0
18	33	3.0
18	50	3.0
30	18	4.5
30	33	4.5
30	50	4.5
47	18	9.0
47	33	9.0
47	50	10.0

### 7.3 Resultados de la operación

Debido a la fragilidad de la losa porosa no fue posible realizar todos los ensayos previstos, por lo que únicamente se efectuaron un total de 10 ensayos (ocho con agua-aire y dos con sólo agua, TABLAS 7.3,7.4). Estos resultados se presentan en su totalidad en el ANEXO D.

#### 7.3.1 Distribución de la arena debido al lavado

En la TABLA 7.2 se observa que al aumentar la velocidad del agua o del aire el tamaño efectivo de la arena encontrada en la superficie del agua, varía. Esto demuestra que al aumentar la velocidad de los fluidos la arena se expande en forma irregular.

Cuando se haga referencia a la concentración de arena se deberá asumir que es la cantidad (en peso) de arena que se encuentra suspendida en el agua a un determinado espesor de lecho. la cual es determinada para ciertos puntos de muestreo localizados en función del % de espesor de lecho.

TABLA 7.2 Tamaño efectivo de la arena de los puntos de muestreo

Condiciones experimentales					Datos de la muestra		
Corrida	TE	Espesor	V agua	V aire	TE	Conc. (arena)	Altura
#	mm	cm	m/h	m/h	mm	g/l	% lecho
1	0.48	70	18	18	0.50	1.94	86
1	0.48	70	18	18	0.50	5.46	66
2	0.48	70	18	50	0.50	46.2	134
2	0.48	70	18	50	0.50	52.8	86
2	0.48	70	18	50	0.50	41.51	66
3	0.48	70	17	18	0.45	2.77	134
3	0.48	70	17	18	0.50	13.43	86
4	0.48	70	47	50	0.44	13.02	134
4	0.48	70	47	50	0.48	36.91	86
5	0.48	100	18	18	0.37	9.01	64
6	0.48	100	18	50	0.42	18.54	64
7	0.48	100	47	18	0.46	14.34	64
7	0.48	100	47	18	0.46	21.16	30
8	0.48	100	47	50	0.46	39.73	64
8	0.48	100	47	50	0.44	53.67	30

Con respecto a la concentración de la arena encontrada en la parte superior del filtro durante el lavado, se observa lo siguiente:

- al aumentar en 161% la velocidad del agua (de 18 a 47 m/h) y mantener la del aire constante (18 m/h), la concentración de la arena aumenta en 47.3% (de 1.9 a 2.8 g/l), para el espesor de lecho de 70 cm y 60% para el espesor de 100 cm. Así, a mayor espesor mayor probabilidad de perder finos.

- Al aumentar la velocidad del aire en 177% (de 18 a 50 m/h), y mantener constante la del agua (18 m/h) la concentración de la arena en la superficie del agua aumenta en 2331% (de 1.9 a 46.2 g/l), para el espesor de 70 cm, y en 100 % para el espesor de 100 cm.

Como se puede observar, la velocidad del aire tiene un efecto mucho más marcado que la velocidad del agua sobre la expansión de la arena, resultando que es el aire el que propiciará más fácilmente la pérdida del medio. Esto indica que durante el lavado, la velocidad del aire debe permanecer alrededor del valor recomendado para evitar grandes pérdidas de arena.

Por otro lado, a partir de los resultados se infiere que velocidades altas de agua y aire favorecen un mejor lavado de la arena del filtro; sin embargo, existe mayor riesgo de perder arena. De hecho, a partir de velocidades de aire tan altas como 50 m/h se tiene hasta 65.070 l de pérdidas del total del empaque.

### 7.3.2 Lavado con agua y aire

Para el estudio del lavado con agua-aire se encontró que al aumentar la velocidad del aire la cantidad de arena que se escapa aumenta. Las pérdidas fueron muy importantes para los ensayos con 100 cm de espesor de lecho y a velocidades altas de agua y aire, donde en los tres minutos que duró el lavado combinado se llegaron a perder hasta 65.07 l de arena.

También se observa en la TABLA 7.3 que al aumentar la velocidad del agua o del aire, el tamaño efectivo de la arena perdida aumenta, mientras que el coeficiente de uniformidad disminuye.

Como se nota en la TABLA 7.3 la pérdida de carga en la losa porosa aumenta al ser mayor la velocidad del fluido; sin embargo, ésta es prácticamente la misma al lavar con agua-aire combinados que al enjuagar con agua. Esto quiere decir que el efecto de la pérdida de carga a través de la losa por acción del flujo de aire es mínimo.

En la TABLA 7.3 no se incluyen los valores de expansión debido a que en el caso de lavado con agua-aire simultáneos, la expansión presenta valores indefinidos.

TABLA 7.3 Resultados de los estudios con la losa porosa

Arena TE = 0.48 mm, CU = 1.44

Lavado con agua-aire (3min) y enjuague con agua (3min)

Condiciones experimentales

Resultados experimentales  
(características de la arena  
perdida durante el lavado)

CORRIDA	ESPESOR LECHO	VELOCIDAD AGUA	VELOCIDAD AIRE	PERDIDAS* ARENA	TE*	CU*	h <sub>f</sub> Lecho v losa porosa cm
	m	m/h	m/h	l	mm		
1	70	18	18	0.77	0.45	1.42	52.0
-	--	18	--	--			50.5
2	70	18	50	4.75	0.46	1.39	55.0
-	--	18	--	--			52.0
3	70	47	18	2.75	0.46	1.41	66.0
-	--	47	--	--			65.0
4	70	47	50	13.34	0.48	1.38	63.0
-	--	47	--	--			62.0
5	100	18	18	2.83	0.39	1.53	69.0
-	--	18	--	--			68.0
6	100	18	50	21.11	0.46	1.44	70.0
-	--	18	--	--			68.0
7	100	47	18	7.98	0.46	1.43	84.0
-	--	47	--	--			77.0
8	100	47	50	65.07	0.51	1.33	85.0
-	--	47	--	--			83.0

\* Los datos sobre la arena corresponden a la muestra tomada de la arena perdida durante el lavado

### 7.3.3 Lavado con agua.

Al lavar con agua no se perdió arena. Hubo un movimiento de la gravilla de 1/4-1/8 in, a partir de velocidades de 34 m/h de agua y como era de esperarse, la pérdida de carga en el lecho y losa porosa, aumentó al aumentar la velocidad (TABLA 7.4).

TABLA 7.4 Lavado sólo con agua.

CU = 1.32

CORRIDA #	T.E. mm	ESPESOR LECHO cm	VELOCIDAD AGUA m/h	TIEMPO min	PERDIDAS		hf cm
					ARENA	lecho y losa porosa	
9	0.48	100	35	8	0.00	58	
10	0.48	100	58	8	0.00	65	

#### 7.3.4 Movimiento de la gravilla.

En general al aumentar la velocidad del agua o del aire, la gravilla soporte se desacomoda, mezclándose en algunos casos con la arena, esto sucedió a partir de velocidades de 30 m/h de aire con 18 m/h de agua. En la FIG 7.4 se observan los cambios sufridos por la grava y gravilla al aumentar la velocidad del lavado.

#### 7.4 Resistencia de la losa.

Se colocó la losa porosa directamente sobre el falso fondo del filtro sostenida únicamente por seis soleras (cuatro en su periferia y dos transversales). Después de 15 ensayos (5 preliminares y 10 de resultados) de lavado y a una velocidad de 50 m/h de aire y 47 m/h (0.78 m/min) de agua se produjo su ruptura. La placa quedó prácticamente desintegrada en siete trozos y faltando por realizar 24 ensayos.

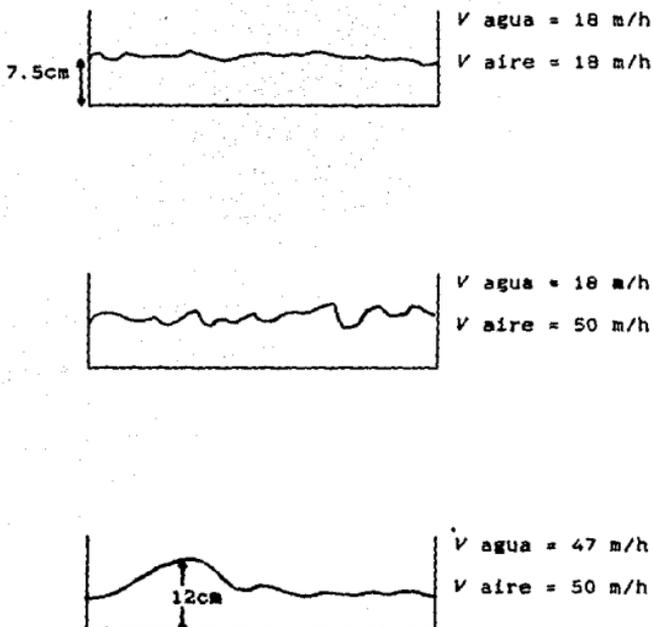


FIG 7.4 Movimiento de la grava y la gravilla.

#### 7.5 Modelación matemática.

Con objeto de obtener una ecuación que relacione la velocidad del agua, la del aire, el espesor del lecho y el tamaño de arena con la cantidad de arena perdida, se obtuvo un modelo lineal a partir de los datos experimentales recabados. Los datos usados para la construcción del modelo se encuentran en la TABLA 7.5.

TABLA 7.5 Datos usados para la construcción del modelo.

No.	Vagua	Vaire	Tamaño de arena	Espesor de lecho	volumen de arena perdida
	m/h	m/h	mm	cm	l
1	18	18	0.48	70	0.770
2	18	50	0.48	70	4.750
3	47	18	0.48	70	2.750
4	47	50	0.48	70	13.340
5	18	18	0.48	100	2.830
6	18	50	0.48	100	21.110
7	47	18	0.48	100	7.980
8	47	50	0.48	100	65.070

El análisis de variancia dió los resultados presentados en la TABLA 7.6. Como se observa, el modelo que mejor se ajusta a los datos experimentales es el no lineal el cual se presenta en la ecuación 7.2.

$$\begin{aligned}
 VA = & 5.597 - 2.9E-7 * Vagua - 3.086 * Vaire - 0.6919L - 0.465 * V_{agua}^2 \\
 & + 0.0154 * V_{vaire}^2 - 0.0029 * L^2 + 0.0245 * Vagua * Vaire + \\
 & 0.035 * Vagua * L + 0.0201 * Vaire * L \quad (7.2)
 \end{aligned}$$

donde,

VA : volumen de arena perdida, l

L : espesor de lecho, cm

V : velocidad, m/h

TABLA 7.6 Análisis de variancia para la losa porosa

MODELO	variancia
Media ± variancia	457.40
Modelo lineal	386.91
Modelo no lineal	18.52

Para el caso de la pérdida de carga Vidales et al (1979) obtuvieron la ecuación 7.3 para el paso del agua a través de la losa porosa utilizada en este estudio.

$$h_f = \rho v^2 \left[ 1555.54 - 24.32 \frac{v^4}{v} + 0.18 \frac{v}{v^2} - 6.59 \text{ E-}4 \frac{v}{v^3} + 1.25 \text{ E-}6 \frac{v}{v^4} - 1.07 \text{ E-}9 \frac{v^8}{v^3} + 2.66 \text{ E-}3 \frac{v^8}{v^6} \right] \quad (7.3)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cm

$\rho$  : masa específica del agua, g.s<sup>2</sup>/ cm<sup>4</sup>

$v$  : viscosidad cinemática del agua, cm<sup>2</sup>/s

$V$  : velocidad del agua, cm/s

#### 7.6 Dictamen de los métodos de lavado con la losa porosa

Como se pudo observar en los resultados, la losa porosa presenta una muy mala distribución de los fluidos, sólo a altas velocidades de agua y aire (47 y 50 m/h, respectivamente) la distribución mejora; sin embargo, a esas velocidades existe una pérdida considerable de arena. Lo anterior es debido a que al fabricar la losa porosa el concreto no se distribuye homogéneamente, lo que ocasiona que en algunas zonas exista una mayor porosidad que en otras. Además, está el problema de la fragilidad de la losa. Para evitar que ésta sufra rupturas es necesario colocar debajo de ella una placa de concreto perforado o algún otro soporte.

## 8. RESULTADOS Y ANALISIS DEL FALSO FONDO CON ESPREAS

### 8.1 Instalación

Se construyó una losa de concreto reforzado de 0.6431 m<sup>2</sup> de superficie (59 cm por 109 cm) y 5 cm de espesor. La losa tiene 32 orificios donde se colocaron unos conos que sostienen las espreas. Mayor detalle se encuentra en las FIG 8.1 y 8.2

Se soldaron unos ángulos de acero al falso fondo del filtro y sobre ellos se atornilló la losa, quedando a 43.5 cm del fondo. Con el objeto de sellar herméticamente el conjunto, se utilizó silicón.

#### 8.1.1 Análisis económico de la losa con espreas

Durante la construcción de la losa con espreas se utilizaron materiales disponibles en el mercado. Su construcción tiene como principal inconveniente el tiempo de secado del cemento que es aproximadamente de 20 días. La losa de cemento está formada por varilla metálica de fierro recocido y por una serie de conos (de material plástico) ambos fundidos a la placa de cemento.

Los principales materiales que se utilizaron durante su construcción fueron:

Material	Cantidad/m <sup>2</sup>
Cemento	117. kg
Varilla para construcción	12.5m
Conos de plástico	50 unidades
Espreas microrranuradas	50 unidades
Silicón	6 tubos 300(ml c/u)

El costo total de la losa fue de \$ 1 600 000.00 M.N. (precio de 1988), éste costo incluye la mano de obra y el diseño.

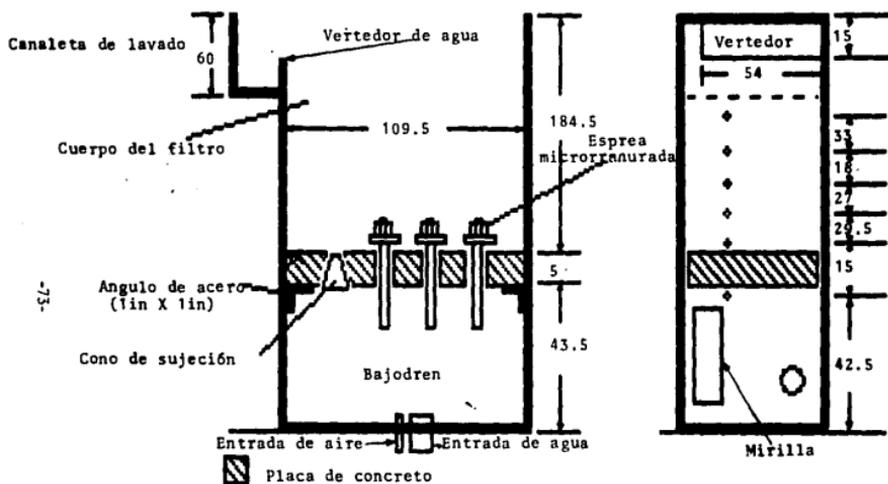


FIG 8.1 Adaptación de las espumas al filtro. Acotaciones en cm.

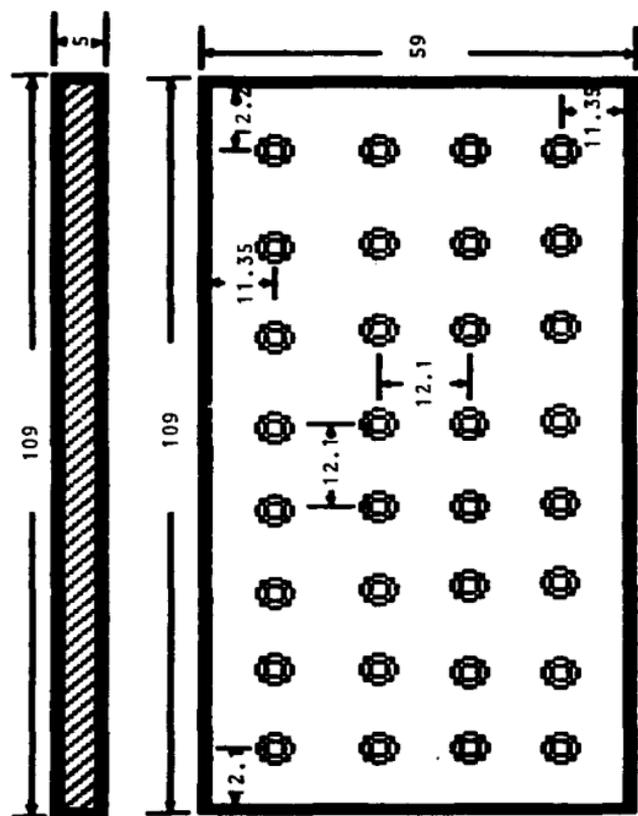


FIG 8.2 Losa y distribución de las espesas. Acotaciones en cm.

## 8.2 Inspección visual de la distribución de los fluidos en espreas

Previo al empaque del filtro, se realizaron observaciones sobre la forma de distribución del aire y el agua en las espreas. Así se constató que el agua sale en forma homogénea a cualquier velocidad en el intervalo de 8 a 50 m/h. En cuanto a la distribución del aire se observó que se distribuye en forma preferencial por las espreas de los extremos, hasta velocidades de 20 m/h, a velocidades mayores, la salida del aire se da a través de todas las espreas con tamaños de burbuja regulares.

Para la distribución del agua y aire en forma simultánea, se encontró que al aumentar la velocidad del agua y mantener la del aire constante, se disminuye el tamaño de burbuja. Por otro lado, al incrementar la velocidad del aire (más de 20 m/h sobre la velocidad del agua, no importa de que velocidad se trate) se forma un colchón de aire de aproximadamente 25 cm de espesor, por debajo de la losa.

En cuanto a las pérdidas de carga registradas para las espreas (sin tomar en cuenta el empaque de grava y de arena), en diferentes condiciones de velocidad de agua y aire, se pudo determinar que la pérdida de carga se incrementa en forma proporcional al incremento de la tasa de lavado con agua a una velocidad de aire constante como se observa en la FIG 8.3. Además se tiene que el incremento de la velocidad del aire a una tasa de lavado (con agua) constante no modifica sustancialmente la pérdida de carga (FIG 8.4).

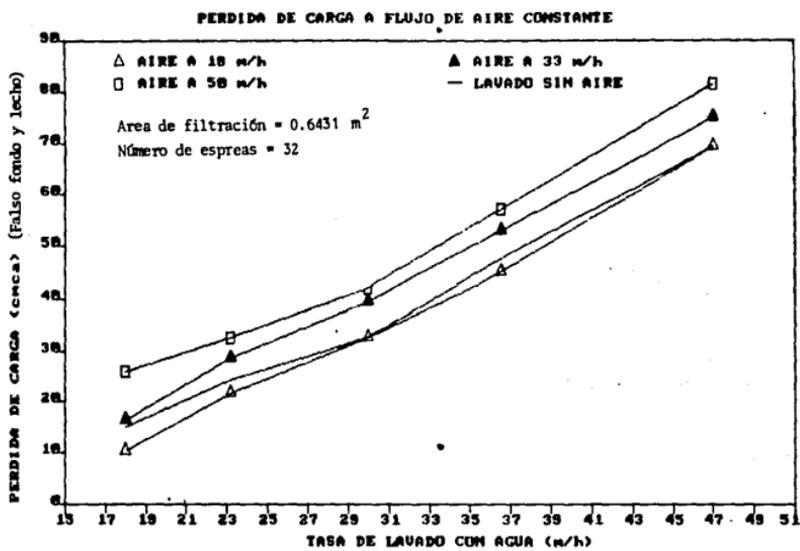


FIG 8.3 Pérdida de carga en las espreas mediante el lavado con agua-aire

PERDIDA DE CARGA A FLUJO DE AGUA CONSTANTE

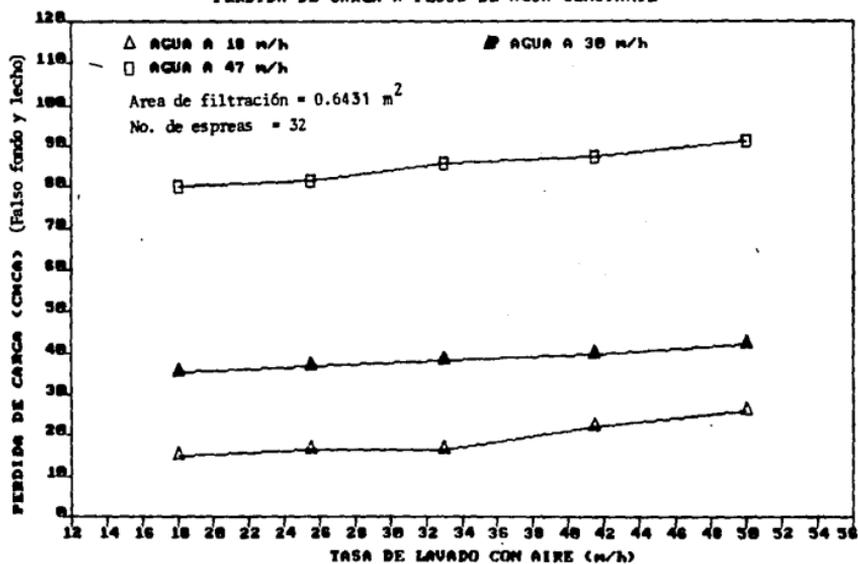


FIG 8.4 Pérdida de carga en las espesas mediante el lavado con agua-aire.

### 8.3 Interpretación de resultados

#### 8.3.1 Lavado con agua

En el método de lavado solo con agua no hay pérdida de arena, por lo que el objeto de los experimentos se enfocó a determinar la velocidad de lavado requerida para obtener cierta expansión del lecho así como las pérdidas de carga.

En los ensayos de lavado con agua, el factor determinante para lograr cierto porcentaje de expansión es la altura del lecho, es decir, a mayor altura la velocidad de agua requerida para lograr la expansión deseada es mayor, aún en el valor mínimo del porcentaje de expansión (3%) (ver TABLA 8.1 y 8.2).

Esto resalta al observar cualquier par de ensayos donde la variable sea la altura o espesor de lecho y los demás parámetros permanescan constantes. Por ejemplo en los ensayos uno y dos de la TABLA 8.1, al aumentar la altura del lecho de 0.70 a 1.00m, la velocidad requerida para lograr la misma expansión se incrementa de 20.16 a 48.50m/h y la pérdida de carga en las espesas aumenta de 8.16 a 68.00 cmca, respectivamente. En cuanto a la velocidad podemos decir que, al aumentar 30cm la altura del lecho, esta se incrementa a más del doble y, con lo que respecta a las pérdidas de carga, éstas aumentan más de 8 veces su valor. Los demás resultados varían de manera semejante. Con lo antes expuesto se nota claramente la importancia del espesor de lecho con respecto a la expansión. Este resultado es interesante ya que en la literatura no se menciona que el espesor de lecho influya en la expansión.

TABLE B.1 Resultados de la experimentación con espreas

a) Método de lavado con agua

a.1) Ensayos para tres factores en tres niveles (modelo lineal)

No.	Condiciones experimentales			Resultados experimentales		
	Altura del lecho (m)	Tamaño efectivo de la arena	Expansión (%)	Pérdida de carga (cmca) en las espreas	Gasto (l/s)	Velocidad del agua (m/s)
1	0.70	0.42	3	8.16	3.70	20.71
2	1.00	0.42	3	65.00	8.90	45.82
3	0.70	0.80	3	8.16	3.70	20.71
4	1.00	0.80	3	63.92	9.30	52.06
5	0.70	0.42	19	27.20	7.20	40.30
6	1.00	0.42	19	170.00	14.50	81.17
7	0.70	0.90	19	27.20	7.20	40.30
8	1.00	0.80	19	170.00	14.50	81.17
9	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
10	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
11	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
12	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2.

El modelo exige la existencia de corridas adicionales, las que se muestran en los ensayos 9 a 12 y cuyo resultado es similar, esta característica es válida para las TABLAS 9.1 a 9.4

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

TABLE B.2 Resultados de la experimentación con espreas

a.2) Ensayos para tres factores en cinco niveles (modelo no lineal)

No.	Condiciones experimentales			Resultados experimentales		
	Altura del lecho (m)	Tamaño efectivo de la arena	Expansión (%)	Pérdida de carga (cmca) en las espreas	Gasto (l/s)	Velocidad de agua m/h
1	0.70	0.48	3	8.16	3.70	20.71
2	1.00	0.48	3	66.00	6.90	49.82
3	0.70	0.80	3	8.16	3.70	20.71
4	1.00	0.80	3	63.92	9.39	52.06
5	0.70	0.48	19	27.20	7.20	40.30
6	1.00	0.48	19	170.00	14.50	81.17
7	0.70	0.80	19	27.20	7.20	40.30
8	1.00	0.80	19	170.00	14.50	81.17
9	1.10	0.65	11	66.40	11.10	62.14
10	0.60	0.65	11	21.76	5.20	29.11
11	0.85	0.90	11	59.24	7.60	39.19
12	0.85	0.40	11	61.20	6.60	46.14
13	0.85	0.65	24	95.20	13.20	73.90
14	0.85	0.65	2	28.56	5.70	31.90
15	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
16	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
17	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
18	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
19	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62
20	0.85	0.65	11	39.44	8.15	45.62

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2

El modelo exige la existencia de corridas adicionales, las que se muestran en los ensayos 9 a 12 y cuyo resultado es similar, esta característica es válida para las TABLAS 9.1 a 9.4

### 8.3.1.1 Distribución de la arena debido al lavado

La distribución de arena es homogénea por corrientes que se generan con el flujo del agua, lo que permite un mezclado de la misma, aún con la expansión del lecho. Asimismo, casi no se desacomodó el lecho de grava.

### 8.3.2 Lavado con aire - agua

En los ensayos de lavado con agua-aire, la pérdida de arena aumenta considerablemente al incrementarse la velocidad del aire y en particular, cuando se combina con velocidades altas de agua. Las mayores pérdidas de arena se registraron con la arena más pequeña TE 0.48 y con una mayor altura del lecho. Sin embargo, con la arena grande TE 0.8, con diferentes alturas (0.7 y 1 m), los volúmenes de arena perdida con velocidad de agua y aire altas (45 y 50 m/h respectivamente) son muy similares (ver TABLA 8.3 y 8.4). Las menores pérdidas de arena se obtuvieron con:

- velocidades de aire y agua bajas (18 y 18 m/h) y con arena grande (TE 0.8) se pierde entre 40 y 100 ml de arena;
- tamaño de arena medio (TE 0.65), velocidad de agua media (32.5 m/h) y velocidad de aire mínimo (2 m/h), se produce un volumen de arena de 300 ml;
- velocidad de agua baja aún cuando la del aire sea alta (18 y 50 m/h respectivamente) y arena grande (TE 0.8) el volumen perdido va de 320 a 350 ml;
- tamaño de arena más grande (TE 0.95) y velocidades de agua y aire medios (32.5 y 34 m/h) el volumen perdido fue de 500 ml.

#### 8.3.2.1 Concentración de arena a lo largo de la columna de agua.

Durante el lavado con aire-agua se crea gran turbulencia en la superficie del lecho filtrante debido, principalmente, a que la burbuja de aire al encontrar menor resistencia durante su

TABLA 6.3 Resultados de la experimentación con espumas

b) Método de lavado con agua-aire

b.1) Ensayos para cuatro factores en tres niveles (ensayos lineales)

Condiciones experimentales					Resultados experimentales
No.	Velocidad del agua (m/h)	Velocidad del aire (m/h)	Altura del lecho (m)	Tamaño efectivo de la arena (mm)	Arena perdida durante el lavado (l)
1	18	18	0.70	0.48	0.916
2	47	18	0.70	0.48	3.000
3	18	50	0.70	0.48	0.900
4	47	50	0.70	0.48	8.620
5	18	18	1.00	0.48	2.200
6	47	18	1.00	0.48	20.100
7	18	50	1.00	0.48	6.500
8	47	50	1.00	0.48	34.000
9	18	18	0.70	0.80	0.040
10	47	18	0.70	0.80	1.500
11	18	50	0.70	0.80	0.376
12	47	50	0.70	0.80	6.000
13	18	18	1.00	0.80	0.100
14	47	18	1.00	0.80	7.500
15	18	50	1.00	0.80	0.350
16	47	50	1.00	0.80	7.750
17	32.5	34	0.65	0.65	2.750
18	32.5	34	0.65	0.65	2.750
19	32.5	34	0.65	0.65	2.750
20	32.5	34	0.65	0.65	2.750

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2.

TABLE 4. Resultados de la experimentación con espesas.

b.2) Ensayos para cuatro factores en cinco niveles (ensayos no lineales)

No.	Condiciones experimentales				Resultados experimentales
	Velocidad del agua (m/h)	Velocidad del aire (m/s)	Altura del lecho (m)	Tasa efectiva de la arena (t/s)	Arena perdida durante el lavado (t)
1	18	18	0.70	0.43	0.914
2	47	18	0.70	0.43	3.000
3	18	50	0.70	0.43	0.360
4	47	50	0.70	0.43	8.626
5	18	18	1.00	0.45	2.200
6	47	18	1.00	0.43	20.100
7	18	50	1.00	0.43	6.500
8	47	50	1.00	0.42	34.000
9	18	18	0.70	0.80	0.643
10	47	18	0.70	0.80	12.500
11	18	50	0.70	0.80	0.370
12	47	50	0.70	0.80	8.000
13	18	18	1.00	0.80	0.100
14	47	18	1.00	0.80	7.500
15	18	50	1.00	0.80	0.250
16	47	50	1.00	0.80	7.750
17	61.5	34	0.85	0.65	16.400
18	3.5	34	0.85	0.65	3.400
19	32.5	66	0.85	0.65	6.800
20	32.5	2	0.85	0.65	6.300
21	32.5	34	0.95	0.65	4.500
22	32.5	34	0.55	0.65	1.600
23	32.5	34	0.85	0.95	0.500
24	32.5	34	0.85	0.35	9.000
25	32.5	34	0.85	0.65	2.750
26	32.5	34	0.85	0.65	2.750
27	32.5	34	0.85	0.65	2.750
28	32.5	34	0.85	0.65	2.750
29	32.5	34	0.85	0.65	2.750
30	32.5	34	0.85	0.65	2.750
31	32.5	34	0.85	0.65	2.750

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2.

ascenso, revienta cerca de la superficie proyectando material filtrante a diversas alturas sobre el lecho filtrante. Este fenómeno se ilustra en la FIG 8.5, donde se observa que el T.E. de la arena es el factor de mayor influencia en la distribución y en segundo término las velocidades de agua y aire empleadas durante el lavado. En este sentido se observa que la menor concentración de arena en la columna de agua se obtiene a menores velocidades de lavado de agua y aire y se incrementa en forma considerable al aumentar la velocidad de lavado con agua. Esta concentración disminuye a los 30 cm de altura sobre la superficie del lecho filtrante a concentraciones por abajo de 50g/l. Por otra parte la influencia de la velocidad del aire es mayor en la arena de menor tamaño efectivo. Las condiciones experimentales referentes al TE, espesor de lecho y velocidad de los fluidos de lavado se presenta en las FIG 9.6 a 9.8.

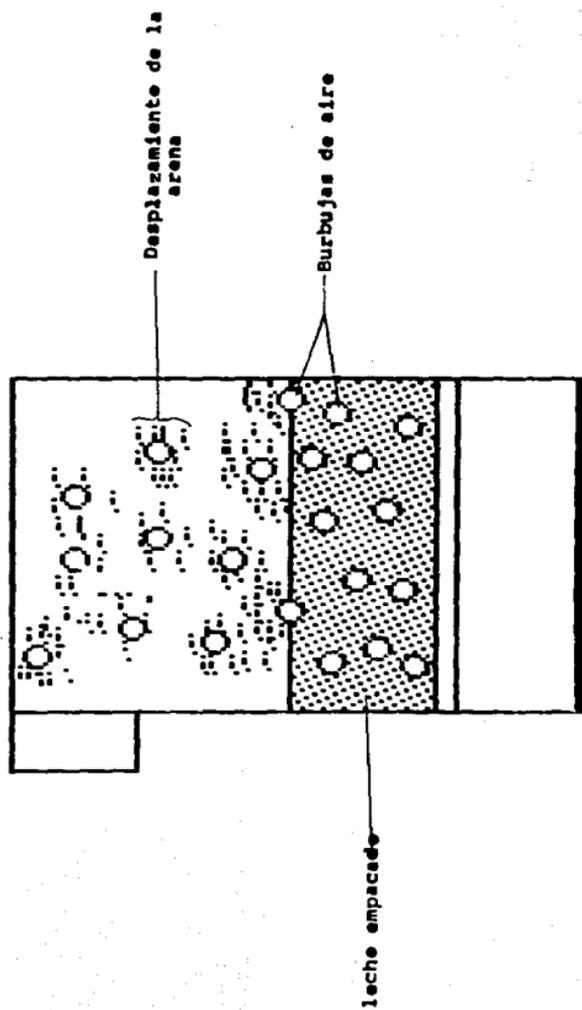


FIG 8.5 Acción del aire sobre el leche empacada

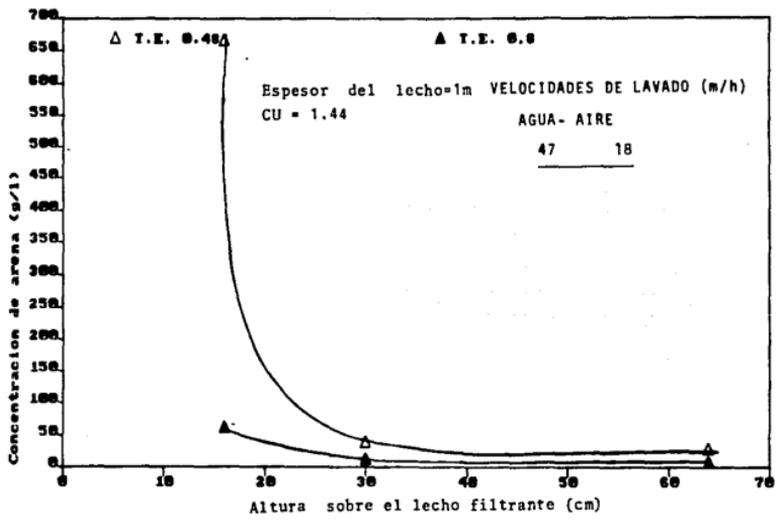


FIG 8.6 · Distribución de la arena a lo largo de la columna de agua. Falso fondo:espreas.



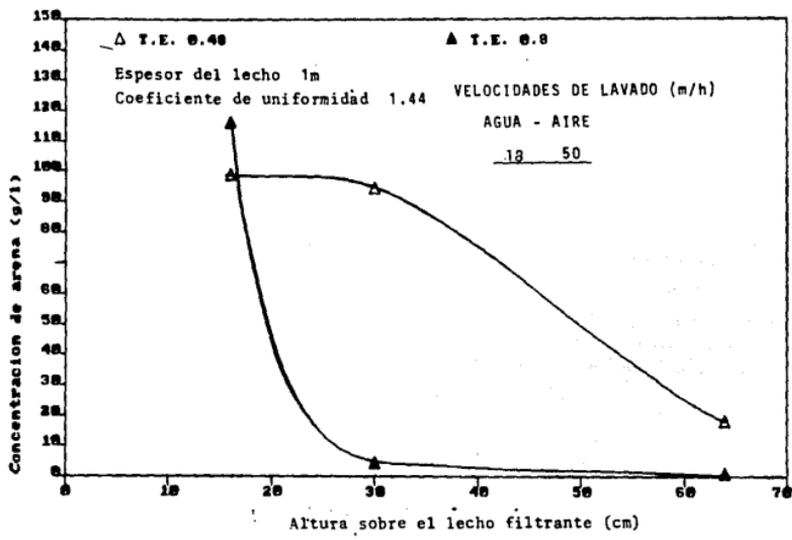


FIG. B. Distribución de la arena a lo largo de una columna de agua.  
Falso fondo: espreas.

## 8.4 Modelación matemática para el falso fondo con espreas

### 8.4.1 Lavado sólo con agua

Con los resultados obtenidos del lavado sólo con agua, se construyeron dos modelos (uno lineal y otro no lineal) para la pérdida de carga a través de las espreas y el gasto de lavado en función de las variables experimentales de tal manera que resulten ser las variables dependientes. A continuación se presentan los resultados.

#### 8.4.1.1 Modelo para pérdida de carga.

El modelo que mejor se ajusta es el no lineal el cual se presenta en la ecuación 8.1

$$hf = 0.1630(V_{\text{agua}})^{1.571} \quad (8.1)$$

donde,

hf : pérdida de carga a través de las espreas microrranuradas (cmca).

V : velocidad (m/h).

#### 8.4.1.2 Modelo para gasto

De manera similar al caso anterior se obtuvo un modelo que predice los gastos necesarios para lograr una cierta expansión con las condiciones dadas de arena. De acuerdo con la teoría, la expansión de la arena es independiente del espesor del lecho. Esto se relaciona favorablemente con los resultados encontrados (TABLA 8.5) ya que se observa, que para los modelos estudiados el que se ajusta mejor es el no lineal. Si se observa la ecuación 8.2 se notará que no existe el término que involucra el espesor del lecho únicamente. Este parámetro solo aparece cuando está combinado con

otro parámetro o elevado al cuadrado, de tal manera que su importancia dentro de un resultado obtenido a partir de la ecuación es poco significativa.

TABLA 8.5 Análisis de variancia para el modelo de gasto

MODELO	VARIANCIA
Media ± variancia	11.1579
Modelo lineal	7.3300
Modelo no lineal	0.4198

$$G = 0.389 + 0.499 \cdot TE - 0.199 \cdot EXP + 6.440 \cdot L^2 - 2.731 \cdot TE^2 + 0.007 \cdot EXP^2 + 2.804 \cdot L \cdot TE + 0.411 \cdot L \cdot EXP - 0.036 \cdot TE \cdot EXP$$

donde,

(8.2)

G : gasto, l/h

L : espesor del lecho, m

TE: tamaño efectivo de la arena, mm

EXP : expansión del lecho, %

#### 8.4.2 Lavado con agua y aire

##### 8.4.2.1 Volumen de pérdidas de arena como variable dependiente

Para el lavado con agua aire se hizo el análisis de variancia para tres modelos, es decir, para la media, un modelo lineal y uno no lineal. La variable dependiente fue el volumen de arena perdido durante el lavado. Las variables independientes fueron la velocidad del agua, la del aire, el espesor del lecho y el tamaño efectivo de la arena. La TABLA 8.6 presenta los resultados del análisis de variancia para cada modelo. Como el modelo no lineal

fue el que tuvo una menor variancia es el que se presenta a continuación (ecuación 8.3).

TABLA 8.6 Análisis de variancia para el lavado con agua y aire

MODELO	VARIANCIA
media ± variancia	66.750
modelo lineal	24.319
modelo no lineal	9.471

$$\begin{aligned}
 V_a = & 48.921 - 0.809V_{agua} - 0.311V_{aire} - 115.82L - 0.668TE + 0.008V_{agua} \\
 & + 0.00052V_{aire}^2 + 55.66L^2 + 19.35TE^2 - 1.292E-6V_{agua}V_{aire} \\
 & + 1.265V_{agua} \cdot L - 0.783V_{agua} \cdot TE + 0.093V_{aire} \cdot TE \\
 & - 0.471V_{aire} \cdot L + 0.0065L \cdot TE
 \end{aligned}$$

(8.3)

donde,

$V_a$  : volumen de arena perdido durante el lavado, l

$V$  : velocidad, m/h

$L$  : espesor del lecho, m

$TE$  : tamaño efectivo de la arena, mm

#### 8.4.2.2 Pérdidas de carga como variable dependiente

Para este falso fondo se obtuvieron dos series de ecuaciones para determinar la pérdida de carga a través de las espumas. Una serie se hizo al mantener el flujo de agua constante, y la otra con el flujo de aire constante. Es importante hacer notar que se observó una influencia mucho más marcada sobre la pérdida de carga al variar la velocidad del agua que la del aire. Lo anterior se puede constatar en las ecuaciones obtenidas, ya que, para el caso en el que se mantuvo la velocidad del agua constante, la relación encontrada fue lineal, mientras que para el caso del aire constante, la relación fue no lineal. A continuación se presentan las series de ecuaciones obtenidas:

a) Pérdida de carga a través de la losa con flujo de agua constante

a.1 Velocidad de agua: 18 m/h

$$h_f = 0.4701V_{\text{aire}} - 2.174 \quad (8.4)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cma

$V$  : velocidad, m/h

a.2 Velocidad de agua: 30 m/h

$$h_f = 0.3311V_{\text{aire}} - 26.10 \quad (8.5)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cma

$V$  : velocidad, m/h

a.3 Velocidad del agua: 47m/h

$$h_f = 0.3809V_{\text{aire}} - 62.55 \quad (8.6)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cma

$V$  : velocidad, m/h

b) Pérdida de carga a través de la losa con flujo de aire constante

b.1 Velocidad de aire: 18m/h

$$h_f = 0.04225(V_{\text{agua}})^{1.927} \quad (8.7)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cma

$V$  : velocidad, m/h

b.2 Velocidad de aire: 33 m/h

$$h_f = 0.2023(V_{\text{agua}})^{1.540} \quad (8.8)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cms

$V$  : velocidad, m/h

b.3 Velocidad de aire: 50 m/h

$$h_f = 0.7591(V_{\text{agua}})^{1.203} \quad (8.9)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cms

$V$  : velocidad, m/h

b.4 Lavado sin aire

$$h_f = 0.163(V_{\text{agua}})^{1.571} \quad (8.10)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cms

$V$  : velocidad, m/h

8.4.3 Comparación de resultados experimentales con los no incluidos en la modelación matemática

Los resultados no incluidos en la modelación matemática, fueron ensayos adicionales que sirvieron como punto de referencia para determinar la exactitud del modelo.

#### 8.4.3.1 Método de lavado con agua

En la TABLA 8.7 se presenta la comparación de los resultados experimentales con los determinados con el modelo matemático.

TABLA 8.7 Comparación de los resultados experimentales con los Teóricos\*

No.	TE	espesor lecho	Vagua	h <sub>teórico</sub>	h <sub>experimental</sub>
	mm	cm	m/h	cm	cm
1	0.8	0.7	32.16	38.22	35.36
2	0.8	0.7	67.50	122.50	119.68

#### 8.4.3.2 Método de lavado con agua y aire

En la TABLA 8.8 se presenta la comparación de los resultados teóricos con los experimentales para las corridas que no se incluyeron en la modelación matemática.

TABLA 8.8 Comparación de los resultados teóricos con los experimentales para el lavado con agua y aire.

Corrida	Vagua	Vaire	Espesor de lecho	TE	h <sub>teórico</sub> *	h <sub>experim.</sub>
	m/h	m/h	cm	mm	cmca	cmca
1	32.5	18	0.70	0.80	35.83	35.36
2	30	18	0.70	0.80	30.69	29.92
3	24	24	0.70	0.80	19.92	20.40

\* El h<sub>t</sub> teórico se obtuvo al alimentar los parámetros experimentales al modelo y el h<sub>e</sub> experimental se obtuvo a partir de los ensayos con las espesas.

Como se puede observar a partir de la comparación hecha, los modelos matemáticos se ajustan bastante bien, siendo la máxima desviación de alrededor de 2.5%.

### B.5 Dictamen

Cuando se utilizan espesas como falso fondo se obtiene una mejor repartición del agua y aire en el lecho. Otra de sus ventajas es que se adquieren en México fácilmente. El problema principal de las espesas es que se tapan con la arena y/o sólidos de la filtración, lo que dificulta el lavado y aumenta las pérdidas de carga. Además debe considerarse que se requiere construir una losa para su instalación.

## 9. RESULTADOS Y ANALISIS DEL FALSO FONDO LEOPOLD

### 9.1 Instalación

Para instalar el fondo Leopold, primero se elevó 5 cm la base del filtro mediante una plancha de ladrillos, dejando en la parte central un canal para conducir el aire y el agua de lavado.

Se introdujeron dos unidades de fondo Leopold al bajodren del filtro como se muestra en las FIG 9.1 y 9.2. Los fondos Leopold se unieron entre sí mediante 6 bandas elásticas de hule látex, utilizando como empaque entre los fondos una placa de unicel de 2.5 cm y placas de 5 cm de espesor en los contornos adheridos a las caras internas del filtro mediante silicón. Finalmente, se colocó un bastidor de madera para dar mayor rigidez entre el ángulo de acero que delimita el bajodren y el fondo Leopold.

### 9.2 Inspección visual de la distribución de los fluidos con fondo Leopold

Antes de empacar el filtro, se observó la distribución del agua en el filtro con el falso fondo Leopold. El agua se distribuye en forma homogénea y no se aprecian corrientes importantes de agua. Se observa que la distribución es regular a través de todos los orificios.

Cuando se aplica agua-aire a bajas velocidades ( $<20$  m/h), se forman corrientes por los extremos del falso fondo, pero a medida que se incrementa la velocidad del aire ( $>20$  m/h), se homogeniza la distribución y el tamaño de burbuja.

En cuanto a las pérdidas de carga registradas para el fondo Leopold, en diferentes condiciones de velocidad de agua y de aire, se determinó que la pérdida de carga se incrementa en forma

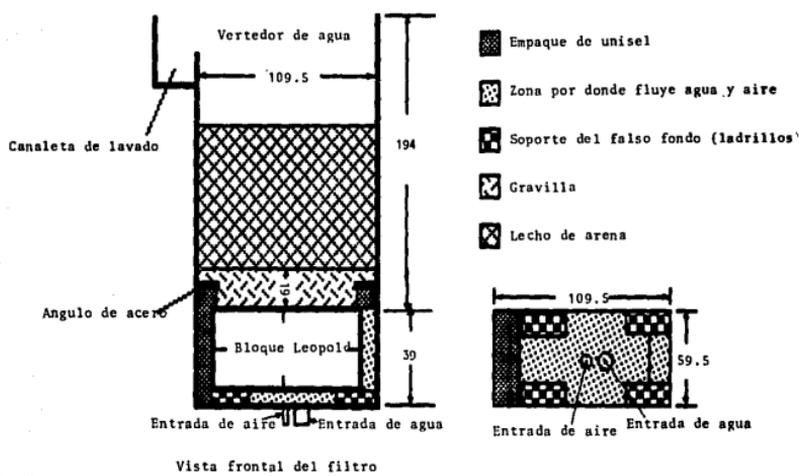


FIG '9.1 Adaptación del falso fondo Leopold. Acotaciones en cm.

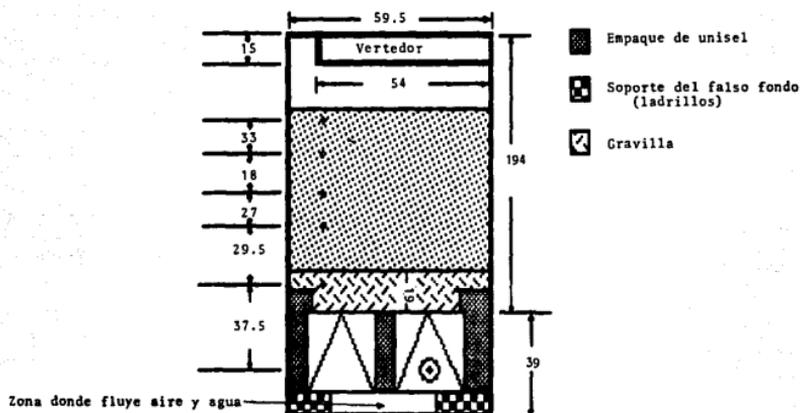


FIG 9.2 Adaptación del falso fondo Leopold. Acotaciones en cm.

logarítmica al incremento en la tasa de lavado con agua como se observa en la FIG 9.3.

### 9.3 Resultados

#### 9.3.1 Lavado con agua

En el método de lavado con agua, se observa que el tamaño de arena es la variable que determina la velocidad de agua necesaria para obtener cierta expansión. Para tamaños efectivos mayores, la velocidad necesaria es mayor, sin que la altura del lecho sea significativa. En este caso no existe una correlación definida entre velocidad del agua y pérdida de carga, a través del falso fondo TABLA 9.1 y 9.2.

##### 9.3.1.1 Distribución de la arena debido al lavado

Como se observa en la FIG 9.4, se forman tres corrientes de ascenso y dos de descenso en las que el material circula y se mezcla homogéneamente entre las partes superiores y las inferiores

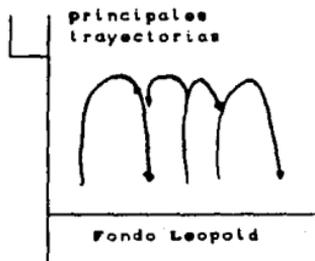


FIG. 9.4 Corrientes generadas con el fondo Leopold

TABLA 9.1 Resultados de la experimentación con falsos fondos Leopold

a) Método de lavado con agua

a.1) Ensayos para tres factores en tres niveles (ensayos para el modelo lineal)

No.	Condiciones experimentales			Resultados experimentales		
	Altura del lecho (m)	Tamaño efectivo de la arena	Expansión (X)	Pérdida de carga (caída) en el falso fondo "	Gasto (l/s)	Velocidad del agua (m/h)
1	0.70	0.48	3	19.04	6.20	34.70
2	1.60	0.48	3	26.56	4.70	26.31
3	0.70	0.60	3	20.40	7.70	43.10
4	1.00	0.80	3	40.80	5.60	53.74
5	0.70	0.45	19	26.56	9.44	53.96
6	1.00	0.48	19	164.56	8.80	49.26
7	0.70	0.60	19	63.92	17.70	99.06
8	1.00	0.80	19	165.92	14.70	82.29
9	0.85	0.65	11	81.60	9.10	50.90
10	0.85	0.65	11	81.60	9.10	50.90
11	0.85	0.65	11	81.60	9.10	50.90
12	0.85	0.65	11	81.60	9.10	50.90

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2.

El modelo exige la existencia de corridas adicionales, estas se muestran en los ensayos 9 a 12 y cuyos resultados son similares. Esta afirmación es válida para las TABLAS 10.2 a 10.4.

TABLA 9.2 Resultados de la experimentación con fondos Leopold

a.2) Ensayos para tres factores en cinco niveles (ensayos para el modelo no lineal)

No.	Condiciones experimentales			Resultados experimentales		
	Altura del lecho (m)	Tamaño efectivo de la arena	Expansión (k)	Pérdidas de carga (carga en el falso fondo)	Gasto (l/s)	Velocidad del agua (m/h)
1	0.70	0.45	3.00	15.04	6.20	34.70
2	1.00	0.45	3.00	28.56	4.70	26.31
3	0.70	0.80	3.00	26.46	7.70	43.10
4	1.00	0.80	3.00	40.80	9.60	53.74
5	0.70	0.45	15.00	26.56	9.64	53.90
6	1.00	0.45	15.00	164.56	2.60	45.26
7	0.70	0.80	15.00	63.92	17.70	99.06
8	1.00	0.80	15.00	165.92	14.70	62.29
9	1.10	0.65	11.00	3.60	7.70	45.10
10	0.60	0.65	11.00	3.60	9.13	51.11
11	0.85	0.90	11.00	3.60	10.30	57.66
12	0.85	0.40	11.00	1.60	7.70	43.10
13	0.85	0.65	24.45	8.00	11.30	63.26
14	0.85	0.65	2.45	1.70	5.00	27.99
15	0.55	0.65	11.00	61.60	9.10	50.94
16	0.85	0.65	11.00	61.60	9.10	50.94
17	0.85	0.65	11.00	61.60	9.10	50.94
18	0.65	0.65	11.00	61.60	9.10	50.94
19	0.85	0.65	11.00	61.60	9.10	50.94
20	0.85	0.65	11.00	61.60	9.10	50.94

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2.

El modelo exige la existencia de corridas adicionales, estas se muestran en los ensayos 9 a 12 y cuyos resultados son similares. Esta afirmación es válida para las TABLAS 10.2 a 10.4.

PERDIDAS DE CARGA PARA FLUJO DE AIRE CONSTANTE

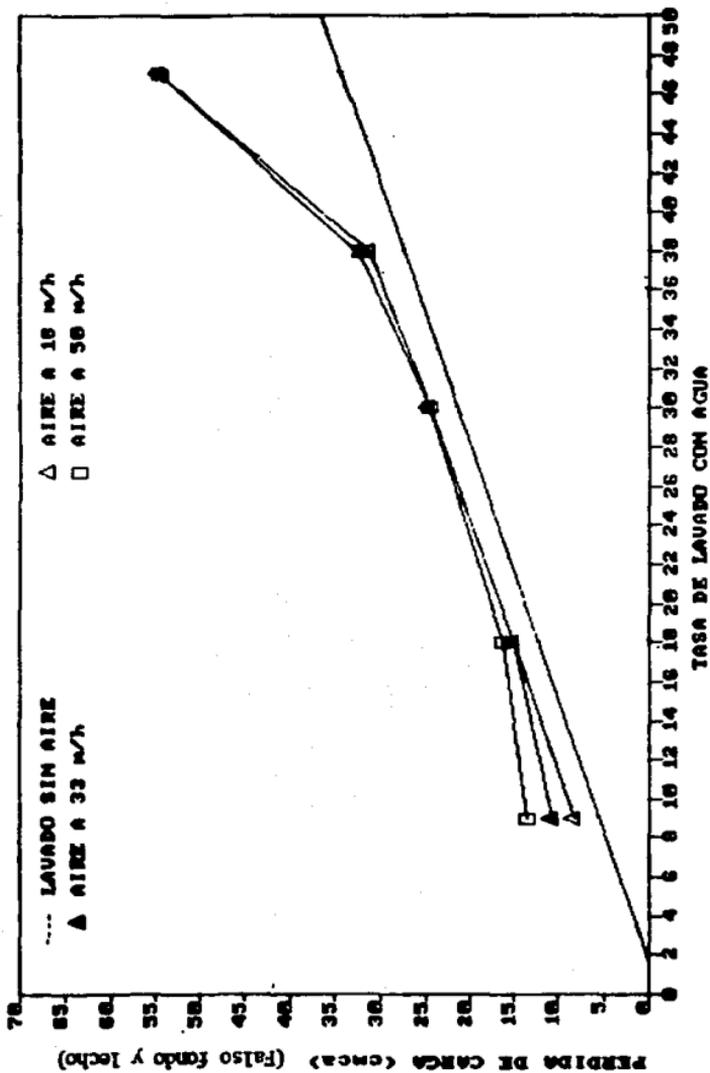


FIG. 9.3 Pérdidas de carga registradas para el fondo Leopold

Con estos fondos se observó que existe un desacomodo de la grava debido a que los orificios de distribución de los bloques Leopold son grandes. Esto provocó que en ciertos sitios el agua pasara en forma directa del bajodren al lecho de la arena, alterando la distribución de las corrientes de agua. Además, al término de cada lavado, por estos mismos sitios, la arena pasa al bajodren, aumentando así las pérdidas de arena.

### 9.3.2 Lavado con agua-aire

Nuevamente, el factor predominante en la pérdida de arena es la velocidad del aire, en particular cuando se combina con velocidades de agua altas (47 y 61.5 m/h). En este caso, también influye el tamaño de la arena y la altura del lecho, pues los mayores volúmenes se perdieron con las arenas pequeñas (TE 0.48) y con las mayores alturas de lecho (1 m). Sin embargo, con TE y alturas de lecho medios (0.65 y 0.85 m, respectivamente), cuando se utilizaron los valores máximos maximorum de velocidad de agua y de aire (61.5 y 66 m/h de cada uno), las pérdidas de arena fueron considerables.

Las menores pérdidas de volumen de arena se obtuvieron con las siguientes condiciones:

- valor de velocidad de aire mínimo minimorum (2 m/h); (50 ml)
- valores mínimos de velocidad de agua (18 m/h) y de aire (18 m/h) combinados con arena grande (TE 0.8) y altura de lecho 0.7 m; (50 ml de arena)
- valores medios en tamaño de arena (TE 0.65), altura del lecho (0.85 m), velocidad de aire (34 m/h), pero con el valor mínimo minimorum de velocidad del agua (3.5 m/h); (100 ml de arena)
- con arena grande (TE 0.8), en las diferentes condiciones, con excepción de la combinación con velocidad del agua y del aire máximos (47 y 50 m/h); (de 50 a 550 ml de arena)
- Finalmente, en condiciones medias generales, donde TE es 0.65.

TABLA 9.3 Resultados de la experimentación con falso fondo Leopold

b) Método de lavado con agua-aire

b.1) Ensayos para cuatro factores en tres niveles (ensayos para el modelo lineal)

No.	Condiciones experimentales				Resultados experimentales
	Velocidad del agua (m/h)	Velocidad del aire (m/h)	Altura del lecho(a)	Tamaño efectivo de la arena(m)	Arena perdida durante el lavado (t)
1	16.00	18	0.70	0.46	1.150
2	47.00	18	0.70	0.46	2.500
3	16.00	50	0.70	0.46	3.750
4	47.00	50	0.70	0.46	12.000
5	16.00	16	1.00	0.45	1.900
6	47.00	16	1.00	0.45	14.000
7	16.00	50	1.00	0.45	6.500
8	47.00	50	1.00	0.46	45.000
9	16.00	18	0.70	0.60	0.050
10	47.00	18	0.70	0.60	0.420
11	16.00	50	0.70	0.60	0.400
12	47.00	50	0.70	0.60	10.300
13	16.00	16	1.00	0.60	0.100
14	47.00	16	1.00	0.60	0.550
15	16.00	50	1.00	0.60	0.500
16	47.00	50	1.00	0.60	15.000
17	32.50	34	0.65	0.65	1.000
18	32.50	34	0.85	0.65	1.000
19	32.50	34	0.85	0.65	1.000
20	32.50	34	0.85	0.65	1.000

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2

TABLA 9.4 Resultados de la experimentación con falso fondo Leopold

b.2) Ensayos para cuatro factores en cinco niveles (ensayos para el sodio no lineal)

No.	Condiciones experimentales				Resultados experimentales
	Velocidad del agua (m/h)	Velocidad del aire (m/h)	Altura del lecho(s)	Tamaño efectivo de la arena(mm)	Arena perdida durante el lavado (l)
1	16.00	18	0.70	0.45	1.150
2	47.00	18	0.70	0.48	2.500
3	16.00	50	0.70	0.48	3.750
4	47.00	50	0.70	0.48	12.000
5	16.00	18	1.00	0.48	1.900
6	47.00	18	1.00	0.48	14.000
7	16.00	50	1.00	0.45	6.500
8	47.00	50	1.00	0.45	45.000
9	18.00	18	0.70	0.80	0.050
10	47.00	18	0.70	0.80	0.420
11	16.00	50	0.70	0.80	0.400
12	47.00	50	0.70	0.80	10.300
13	16.00	18	1.00	0.80	0.100
14	47.00	18	1.00	0.80	0.550
15	16.00	50	1.00	0.80	0.500
16	47.00	50	1.00	0.80	15.000
17	61.50	34	0.85	0.65	17.500
18	3.50	34	0.85	0.65	0.100
19	32.50	66	0.85	0.65	14.000
20	32.50	2	0.85	0.65	0.050
21	32.50	34	0.95	0.65	3.500
22	32.50	34	0.55	0.65	1.400
23	32.50	34	0.85	0.95	2.500
24	32.50	34	0.85	0.35	1.000
25	32.50	34	0.85	0.65	1.000
26	32.50	34	0.85	0.65	1.000
27	32.50	34	0.85	0.65	1.000
28	32.50	34	0.85	0.65	1.000
29	32.50	34	0.85	0.65	1.000
30	32.50	34	0.85	0.65	1.000
31	32.50	34	0.85	0.65	1.000

Para información sobre coeficientes de uniformidad consultar la TABLA 7.2.

la altura del lecho es de 0.85. la velocidad del aire de 34 m/h y la del agua 32.5 m/h. las pérdidas de arena, ( 1 l ) se consideran aceptables, debido a que se observa que son un 2.2% del valor máximo de pérdida de arena, (4.5 l) TABLA 9.3 y 9.4. Para determinar la ecuación que represente el fenómeno de lavado se realizó un conjunto de ensayos, (entre estos la repetición experimental del punto central a condiciones experimentales medias). Los resultados experimentales coincidieron para todos los casos por ello los ensayos 9 a 12 tienen el mismo resultado.

#### 9.3.2.1 Concentración de arena a lo largo de la columna de agua

La forma en que se distribuye la arena se ilustra en la FIG. 9.5 a 9.7 donde se puede apreciar la influencia en la distribución de arena debido a las diferentes tasa de lavado de agua y aire. Se observa que la menor concentración de arena se obtiene a menores velocidades de lavado y se incrementa al aumentar la tasa de lavado de agua. La influencia de la velocidad de aire es mayor en la arena de menor tamaño efectivo.

Distribución de la arena en la columna de agua

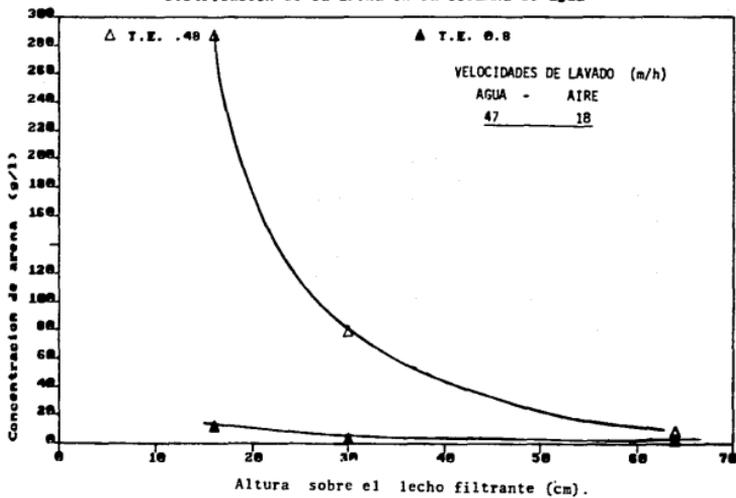


FIG 9.5 Distribución de la arena en la columna de agua.  
Falso fondo: Leopold

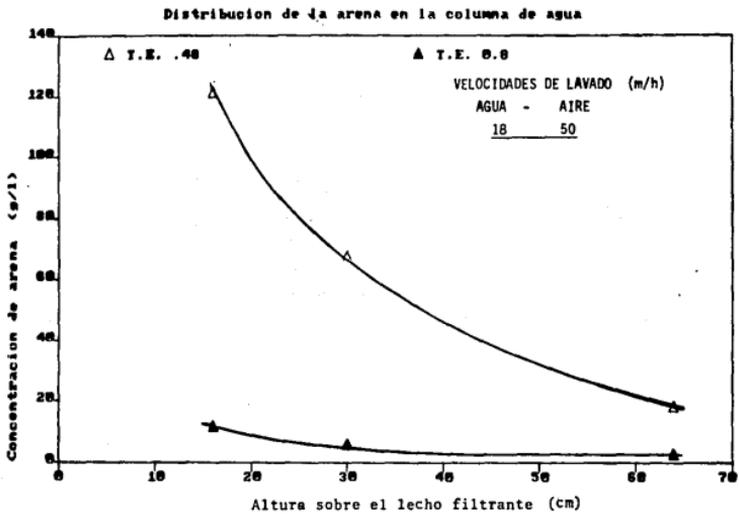


FIG 9.6 Distribución de la arena en la columna de agua.  
Falso fondo: Leopold.

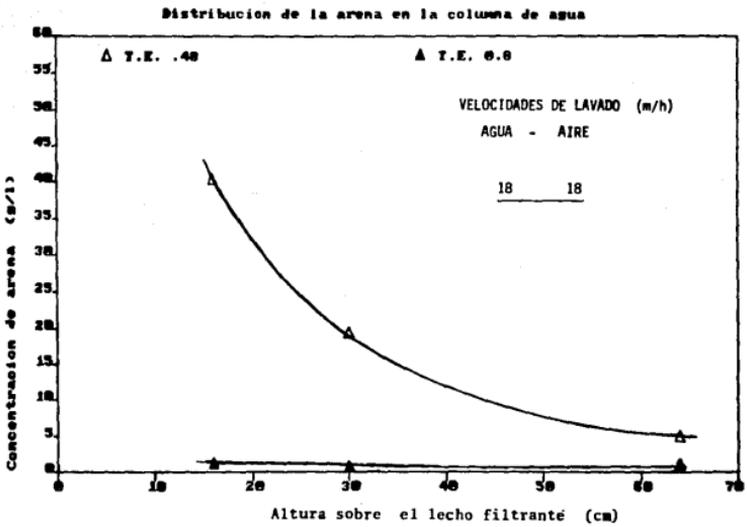


FIG 9.7 Distribución de la arena en la columna de agua  
Falso fondo: Leopold.

## 9.4 Modelación matemática para el falso fondo Leopold

### 9.4.1 Lavado sólo con agua

Al igual que para el falso fondo con espreas, se contruyeron cuatro modelos (dos lineales y otros dos no lineales) para el caso de pérdida de carga como variable dependiente y el otro para gasto como variable dependiente. A continuación se presentan los resultados.

#### 9.4.1.1 Modelo para pérdida de carga

La ecuación obtenida para determinar la pérdida de carga a través del falso fondo, es la siguiente:

$$h_f = 5.697 e^{4.725 \times 10^{-2} \cdot V_{agua}} \quad (9.1)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cm

$V$  : velocidad, m/h

#### 9.4.1.2 Modelo para gasto

Este modelo predice el gasto necesario para lograr una cierta expansión con las condiciones de arenas dadas. Como se puede observar de los resultados del análisis de variancia (TABLA 9.5) el modelo que mejor se ajusta es el no lineal. La ecuación 9.2 representa al modelo encontrado.

TABLA 9.5 Análisis de variancia para el modelo de gasto

MODELO	VARIANCIA
Media $\pm$ variancia	12.0397
Modelo lineal	2.7682
Modelo no lineal	1.4149

$$G = 3.238 - 0.015 \cdot TE - 0.601 \cdot EXP + 0.329 \cdot L^2 + 0.366 \cdot TE^2 + 1.546 \cdot EXP^2 - 0.004 \cdot L \cdot TE + 2.566 \cdot L \cdot EXP - 0.738 \cdot TE \cdot EXP \quad (9.2)$$

donde,

G : gasto. l/h

L : espesor del lecho, m

TE: tamaño efectivo de la arena, mm

EXP : expansión del lecho, %

#### 9.4.2 Lavado con agua y aire

##### 9.4.2.1 Volumen de pérdidas de arena como variable dependiente

Para el lavado con agua y aire se hizo el análisis de variancia para tres modelos, es decir, para la media, un modelo lineal y uno no lineal. La variable dependiente fue el volumen de arena perdido durante el lavado. Las variables independientes fueron la velocidad del agua, la del aire, el espesor del lecho y el tamaño efectivo de la arena. La TABLA 9.6 presenta los resultados del análisis de variancia para cada modelo. Como el modelo no lineal fue el que tuvo una menor variancia es el que se presenta a continuación (ecuación 9.3).

TABLA 9.6 Análisis de variancia para el lavado con agua y aire

MODELO	VARIANCIA
media ± variancia	108.99
modelo lineal	46.127
modelo no lineal	18.695

$$VA = 89.911 - 0.779V_{agua} - 0.421V_{aire} - 188.07L + 7.810TE + 0.009V_{agua}^2 + 0.00621V_{aire}^2 + 83.96L^2 + 20.44TE^2 - 1.1978E - 6V_{agua}V_{aire} + 1.313V_{agua} \cdot L - 0.950V_{agua} \cdot TE + 0.731V_{aire} \cdot TE - 0.561V_{aire} \cdot L + 0.0153L \cdot TE \quad (9.3)$$

donde,

VA : volumen de arena perdido en el lavado, l

V : velocidad, m/h

L : espesor del lecho, m

TE : tamaño efectivo de la arena, mm

#### 9.4.2.2 Pérdidas de carga como variable dependiente

Se obtuvo una serie de ecuaciones para determinar la pérdida de carga a través del fondo Leopold en función de la velocidad del agua.

Al variar la velocidad del aire, para una cierta velocidad de agua, se observó que la pérdida de carga fue constante e igual o menor a 10 cm de columna de agua (para velocidades de aire de 18 a 50 m/h). Por esta razón no se dan las ecuaciones de pérdida de carga en función de la velocidad del aire.

A continuación se presentan las ecuaciones obtenidas para pérdida de carga en función de la velocidad del agua. Como se puede notar los coeficientes son muy similares.

a. Velocidad de aire: 18 m/h

$$h_f = 5.697 e^{4.725 \times 10^{-2} V_{agua}} \quad (9.4)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cm

V : velocidad, m/h

b. Velocidad de aire: 33 m/h

$$h_f = 7.092 e^{4.179 \times 10^{-2} V_{agua}} \quad (9.5)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cm

V : velocidad, m/h

c. Velocidad de aire: 50 m/h

$$h_f = 8.998 e^{2.575 \times 10^{-2} V_{\text{agua}}} \quad (9.6)$$

donde.

$h_f$  : pérdida de carga, cm

V : velocidad, m/h

#### 9.4.2.3 Modelo para pérdida de carga

En la TABLA 9.7 se presentan los resultados del análisis de variancia. Como se puede observar, el modelo que mejor se ajusta es el no lineal el cual se presenta en la ecuación 9.7.

TABLA 9.7 Análisis de variancia para el modelo de pérdida de carga.

MODELO	VARIANCIA
Media $\pm$ variancia	2544.13
Modelo lineal	1326.74
Modelo no lineal	434.40

$$h_f = 46.903 + 0.431 \cdot L + 35.560 \cdot TE - 15.125 \cdot EXP - 58.606 \cdot L^2 + 14.126 \cdot TE^2 - 0.037 \cdot EXP^2 - 39.132 \cdot L \cdot TE + 22.516 \cdot L \cdot EXP + 2.164 \cdot TE \cdot EXP \quad (9.7)$$

donde,

$h_f$  : pérdida de carga, cm

L : espesor del lecho, m

TE: tamaño efectivo de la arena, mm

EXP : expansión del lecho, %

#### 9.5 Dictamen

Los falsos fondos Leopold tienen la ventaja de que los orificios de distribución son grandes y no se tapan fácilmente, sin embargo, esto mismo ocasiona pérdidas importantes de arena por los orificios del mismo. Para evitar esta situación se sugiere que se utilice un tamaño de grava mayor y aumente la altura del lecho soporte.

## 10. COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LOS MODELOS REPORTADOS EN LA LITERATURA

### 10.1 Modelo de Cleasby y Fan.

Con objeto de estudiar la expansión del lecho para las diferentes condiciones de operación se construyeron gráficas a partir de los resultados experimentales. Los datos de laboratorio se compararon con el modelo de Cleasby y Fan modificado para granos no esféricos y lecho no uniforme. esto último quiere decir que los granos se asemejan a una esfera imperfecta y que el lecho tiene una distribución de tamaños de arena hecha al azar.

Este modelo utiliza los números adimensionales de Galileo y de Reynolds. por medio de nomogramas se obtiene la porosidad de lecho expandido. con la cual se calcula el porcentaje de expansión.

A continuación se ejemplifica la utilización de este modelo para el caso de la arena de 0.48 mm de TE. de coeficiente de uniformidad de 1.44 y con coeficiente de esfericidad (Ce) de 0.8.

#### 10.1.1 Ejemplo

El número de Galileo está dado por la ecuación 10.1. Se calcula un número para cada diámetro equivalente de arena tomándose en cuenta las propiedades físicas de la misma.

$$Ga = \frac{D_p^3}{\mu} \rho_m (\rho_s - \rho_a) \quad (10.1)$$

donde.

Ga : número de Galileo

De : Diámetro geométrico entre dos mallas consecutivas. m

$\rho_m$  : masa específica del agua ( $101.48 \text{ kg s}^2/\text{m}^4$ )

$\rho_s$  : densidad real de la arena.  $\text{kg}/\text{m}^3$

$\rho_a$  : densidad del agua.  $\text{kg}/\text{m}^3$

$\mu$  : viscosidad absoluta del agua ( $1.03 \times 10^{-4} \text{ kg}_f \text{ s}/\text{m}^2$  a  $20^\circ\text{C}$ )

El número de Reynolds está dado por la ecuación 10.2.

$$\text{Re} = \frac{V_a D_e}{\nu} \quad (10.2)$$

donde.

Re : número de Reynolds

$V_a$  : velocidad del agua. m/s

$\nu$  : viscosidad cinemática del agua ( $1.01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  a  $20^\circ\text{C}$ )

De : diámetro geométrico. m

Como primer paso se calcula el diámetro geométrico para cada par de tamices consecutivos. Esto se ilustra en la TABLA 10.1

TABLA 10.1 Porcentaje retenido entre dos mallas consecutivas  
Arena de 0.48 mm de TE. CU de 1.44  
y porosidad de 0.40

mallas	% retenido	De. mm
14-16	15.19	1.16
16-18	1.80	1.04
18-20	6.03	0.87
20-30	38.83	0.69
30-35	17.26	0.54
35-40	13.68	0.46
40-50	6.26	0.35

Para construir la curva de porcentaje de expansión se calcula primero el número de Galileo ( $G_a$ ) para cada diámetro equivalente mediante la fórmula 10.1. En seguida se calcula el número de Reynolds ( $Re$ ) para diferentes velocidades de lavado (ecuación 10.2). Con estos dos datos se lee en el nomograma adecuado, dependiendo del coeficiente de esfericidad (FIG 10.1 a 10.4), el valor de la porosidad expandida ( $\epsilon_i$ ) para cada cedazo. Después, mediante la ecuación 10.3 se obtiene la porosidad promedio del lecho expandido de arena ( $\epsilon_e$ ).

$$\epsilon_e = 1 - \left[ \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{(1 - \epsilon_i)}} \right] \quad (10.3)$$

donde,

- $\epsilon_e$  : porosidad promedio del lecho expandido
- $X_i$  : fracción volumen (o peso) de los granos de arena retenidos entre dos tamices consecutivos
- $\epsilon_i$  : porosidad expandida del cedazo  $i$

Con los datos de  $\epsilon_e$  y de la porosidad inicial del lecho ( $P_o$ ), se calcula el porcentaje de expansión (ecuación 10.4). Cleasby et al (1977).

$$\% E = \frac{\epsilon_e - P_o}{1 - \epsilon_e} \cdot 100 \quad (10.4)$$

donde,

- $\% E$  : porcentaje de expansión
- $P_o$  : porosidad inicial del lecho (para el ejemplo se utilizó el valor de 0.4)

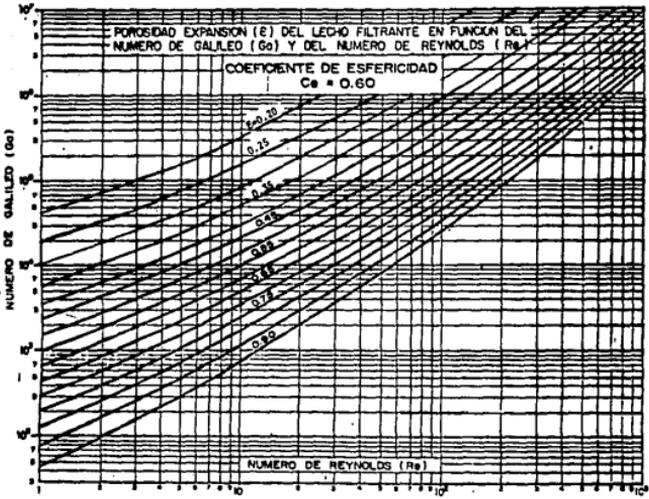


FIG 10.1 Porosidad expandida del lecho filtrante. Ce=0.60.

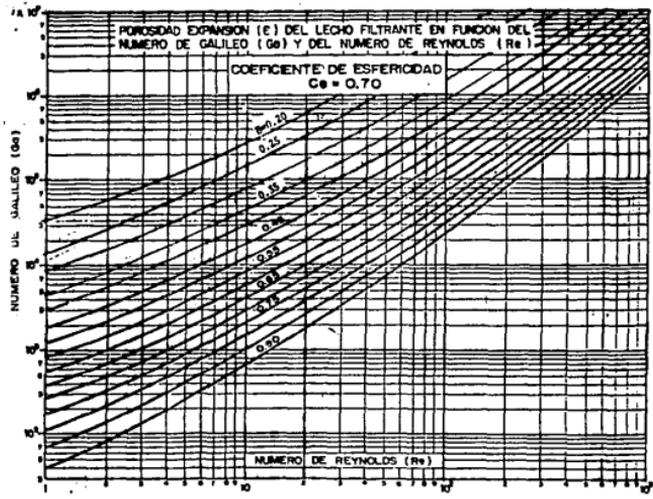


FIG 10.2 Porosidad expandida del lecho filtrante. Ce=0.7.

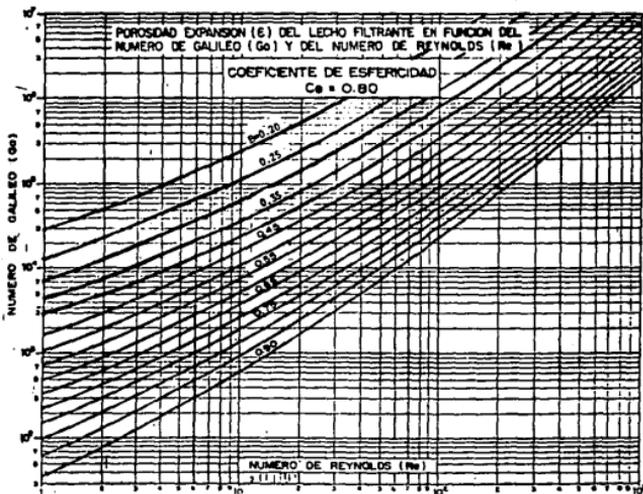


FIG 10.3 Porosidad expandida del lecho filtrante.  $C_s=0.8$ .

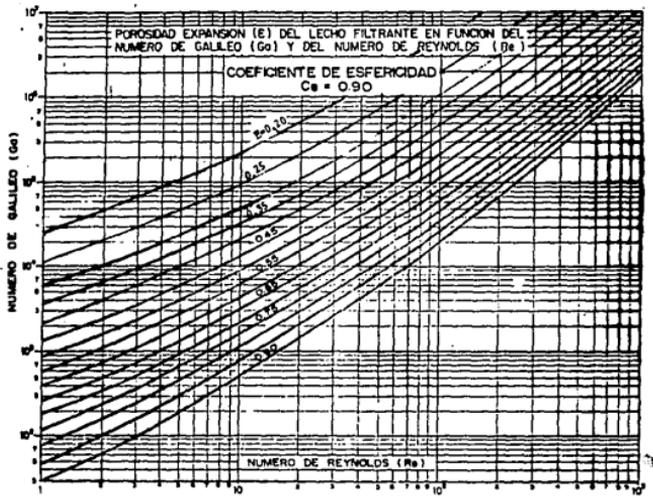


FIG 10.4 Porosidad expandida del lecho filtrante.  $C_e=0.9$ .

En las TABLAS 10.2 a 10.9 se presenta el resultado de los cálculos para cada par de mallas del ejemplo. Para este caso se tiene lo siguiente:

$$S_i = \frac{X_i}{(1 - \epsilon_i)} \quad (10.5)$$

$$y, \quad ST = \sum_{i=1}^n S_i \quad (10.6)$$

Los cálculos se repitieron para los tres tamaños de arena empleados (0.48, 0.65 y 0.80 mm de TE) y, en el caso de la arena de 0.48 se varió además el coeficiente de esfericidad (0.7, 0.8 y 0.9).

TABLA 10.2 Cálculo de la porosidad expandida para el cedazo 14-16 con  $D_e=1.16$  mm. Arena de 0.48 mm.  $C_e = 0.8$ .  
 $G_a = 20753$

v (m/h)	Re	$\epsilon_i$	$S_i$
0	0	0.	0
10	3.17	0.29	0.21
20	6.35	0.36	0.24
25	7.93	0.39	0.25
30	9.52	0.42	0.26
40	12.69	0.43	0.27
80	25.39	0.56	0.35

**TABLA 10.3** Cálculo de la porosidad expandida par el cedazo  
 16-18. Arena de 0.48 mm. Ce = 0.8. De = 1.04  
 Ga = 14956

v	Re	$\epsilon_i$	Si
0	0	0	0
10	3.17	0.33	0.03
20	5.96	0.40	0.03
25	7.12	0.42	0.03
30	8.54	0.45	0.03
40	10.30	0.49	0.04
80	22.77	0.59	0.04

**TABLA 10.4** Cálculo de la porosidad expandida para el cedazo  
 18-20. Arena de 0.48 mm. Ce = 0.8. De = 0.87  
 Ga = 8755

v	Re	$\epsilon_i$	Si
0	0	0	0
10	2.38	0.35	0.09
20	4.76	0.43	0.10
25	5.95	0.45	0.10
30	7.14	0.48	0.11
40	9.52	0.51	0.12
80	19.05	0.64	0.17

TABLA 10.5 Cálculo de la porosidad expandida para el cedazo  
20-30 . Arena de 0.46 mm. Ce = 0.8. De = 0.69

$$G_a = 4367$$

v	Re	$\epsilon_i$	Si
0	0	0	0
10	1.89	0.40	0.65
20	3.77	0.46	0.72
25	4.73	0.50	0.78
30	5.67	0.52	0.81
40	7.55	0.56	0.83
80	15.1	0.7	1.29

TABLA 10.6 Cálculo de la porosidad expandida para el cedazo  
30-35. Arena de 0.48 mm. Ce = 0.8. De = 0.54

$$G_a = 2093$$

v	Re	$\epsilon_i$	Si
0	0	0	0
10	1.48	0.45	0.31
20	2.96	0.54	0.38
25	3.70	0.57	0.40
30	4.44	0.6	0.43
40	5.91	0.65	0.44
80	11.82	0.90	0.62

**TABLA 10.7** Cálculo de la porosidad expandida para el cedazo  
 35-40. Arena de 0.48 mm. Ce = 0.8. De = 0.46

Ga = 1294			
v	Re	$\epsilon_1$	S <sub>v</sub>
0	0	0	0
10	1.26	0.50	0.29
20	2.52	0.57	0.32
25	3.15	0.64	0.38
30	3.78	0.66	0.40
40	5.04	0.69	0.44
80	10.07	0.81	0.76

**TABLA 10.8** Cálculo de la porosidad expandida para el cedazo  
 40-50. Arena de 0.48 mm. Ce = 0.8. De = 0.35

Ga = 570			
v	Re	$\epsilon_1$	S <sub>v</sub>
0	0	0	0
10	0.97	0.45	0.06
20	1.93	0.65	0.18
25	2.43	0.68	0.20
30	2.91	0.71	0.22
40	3.86	0.75	0.20
80	7.73	0.82	0.30

TABLA 10.9 Expansión de la arena de 0.48 mm

v (m/h)	ST	$\epsilon_e$	%E
0	0.00	0.00	0.00
10	1.64	0.39	0.00
20	1.96	0.49	17.64
25	2.14	0.53	27.66
30	2.26	0.56	36.36
40	2.29	0.58	42.85
80	3.53	0.72	114.29

## 10.2 Resultados y discusión

### 10.2.1 Influencia del coeficiente de esfericidad

En la FIG 10.5 se graficó el modelo de Cleasby para el caso de la arena de 0.48 mm. para tres coeficientes de esfericidad y para los resultados experimentales. como se puede observar el modelo de Cleasby no se ajusta adecuadamente a los resultados experimentales. A medida que la velocidad del agua aumenta las curvas son más diferentes.

En este caso, el coeficiente de esfericidad que más se acerca a los datos experimentales es el de 0.9. En la práctica en caso de desconocer el coeficiente experimental se tendrán grandes desviaciones entre los datos teóricos y los experimentales. Por ejemplo, para un  $C_e$  de 0.7 y arena de 0.48 mm. a 40 m/h de agua. el método de Cleasby predice una expansión de 65%, mientras que en la práctica sólo se obtiene 28%. es decir, 57% de diferencia.

Así, el método de Cleasby y Fan para el cálculo de expansiones se debe usar con ciertas reservas, sobre todo si no se determinó experimentalmente el coeficiente de esfericidad. a expansiones

menores de 20% , que son las que se emplean con frecuencia en plantas potabilizadoras.

#### 10.2.2 Influencia del falso fondo en la expansión del lecho

Se graficó para cada tamaño de arena las curvas de expansión experimental obtenidas para cada falso fondo (FIG 10.6 a 10.10) y la obtenida mediante el modelo de Cleasby y Fan. Se encontró que se tiene una curva diferente para cada falso fondo. Esto es, la expansión se modifica por las diferentes trayectorias de velocidad generadas por los bajodrenes. Situación que no toma en cuenta en el modelo de Cleasby y Fan, y en general, la literatura. Se puede afirmar que se obtiene una expansión diferente para una velocidad dada con la losa porosa (FIG 10.6), el fondo Leopold y las espreas. La curva teórica que mejor se ajusta a los resultados es con un  $C_e$  de 0.90 (aunque existen desviaciones significativas para algunos casos).

#### 10.2.3 Influencia del espesor de lecho en la expansión

Como se observa en las figuras 10.6, 10.7, 10.9 y 10.10, al aumentar el espesor de lecho, el porcentaje de expansión logrado con la misma velocidad disminuye. Esto es, a mayor espesor de lecho se tiene menor expansión para la misma velocidad. Así, por ejemplo, para el caso de la arena de 0.80mm de TE, para el fondo Leopold, a 50m/h, se tiene una expansión de 5% para un espesor de 0.70m y de 2% para 1.00m de espesor. En cuanto al modelo de Cleasby, se observa que éste se ajusta satisfactoriamente para la arena de 0.80mm de TE a 1.00m de espesor de lecho.

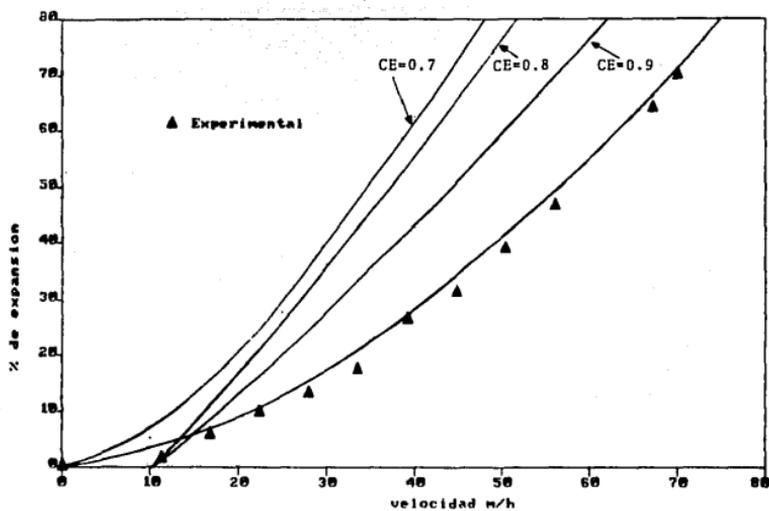


FIG 10.5 Expansión del lecho en función de la velocidad. Arena de 0.48mm de TE.CU=1.44. Altura del lecho 0.70m. Losa porosa.

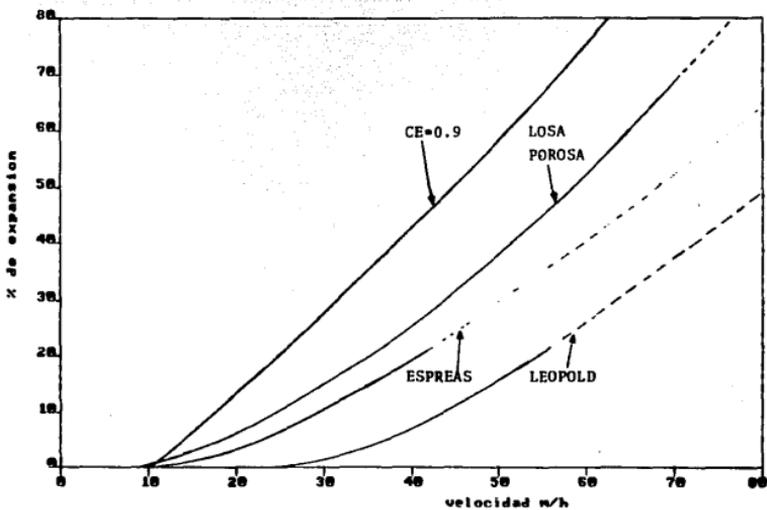


FIG 10.6 Expansión del lecho en función de la velocidad. Arena de 0.48mm de TE. CU=1.44. Altura del lecho 0.70 m. Espreas, falso fondo Leopold, losa porosa y CE=0.9. Las líneas punteadas indican extrapolación del intervalo.

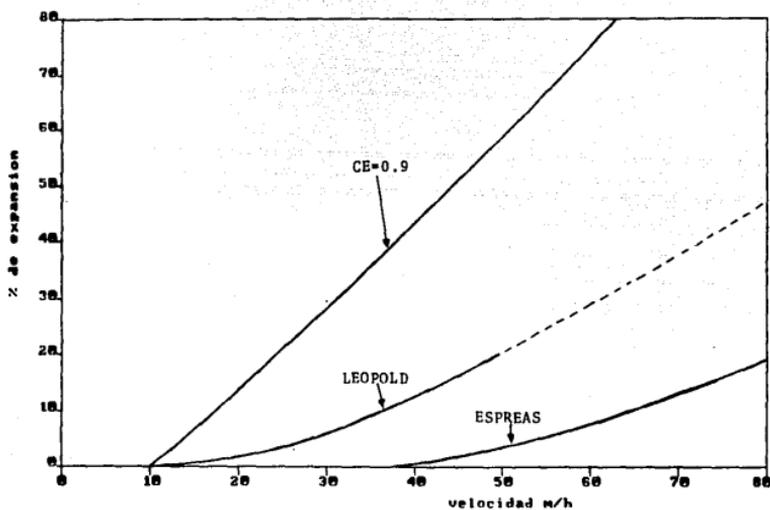


FIG 18.7 Expansión del lecho en función de la velocidad. Arena de 0.48mm de TE. CU=1.44. Altura del lecho 1.00m. Espreas, fondo Leopold y CE=0.9. La línea punteada indica extrapolación del intervalo.

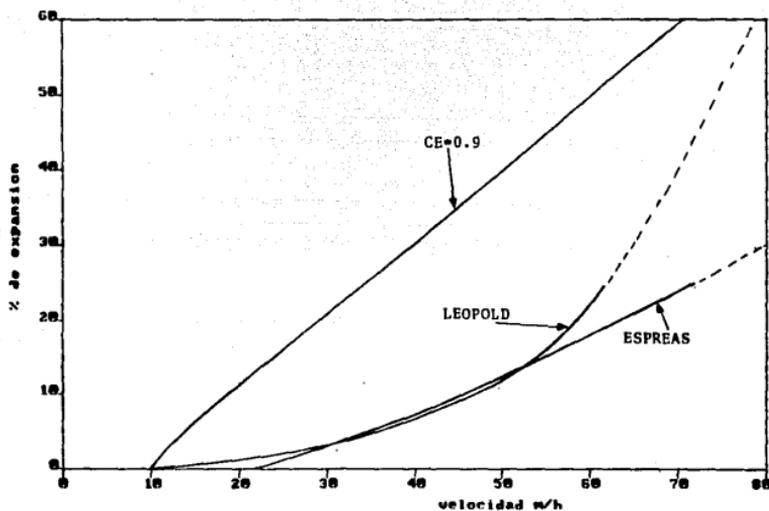


FIG 10.8 Expansión del lecho en función de la velocidad del agua para diferentes falsos fondos. Arena de 0.65mm de TE. Altura del lecho 0.85m. CU=1.60. Las líneas punteadas indican extrapolación del intervalo.

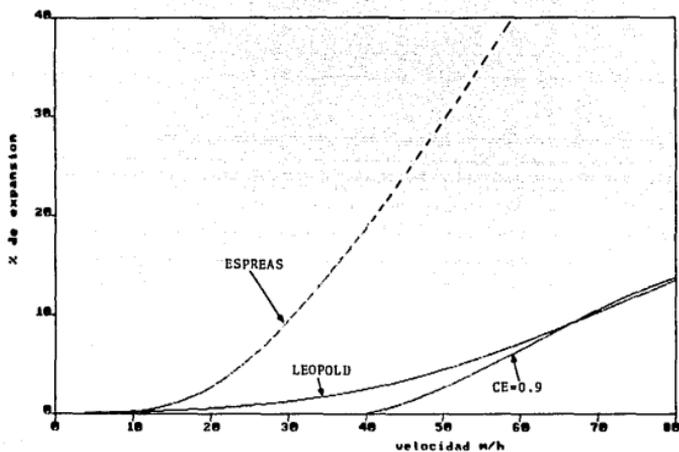


FIG 10.9 Expansión del lecho en función de la velocidad del agua para diferentes falsos fondos. Arena de 0.80mm de TE. CU=1.60. Altura del lecho 0.70m. La línea punteada indica extrapolación del intervalo.

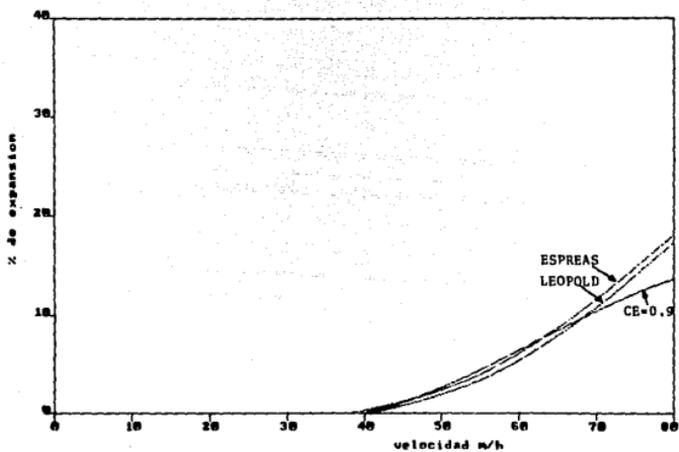


FIG 10.10 Expansión del lecho en función de la velocidad del agua para diferentes falsos fondos.  
Arena de 0.80mm de TE. CU=1.60. Altura del lecho 1.00m.

### 10.3 Ecuaciones para predecir la expansión de la arena

Como el modelo de Cleasby y Fan no se ajusta a los resultados experimentales, a continuación se presentan las ecuaciones obtenidas experimentalmente. Estas ecuaciones son para la expansión sólo con agua ya que al usar agua y aire la interfase no se aprecia por la gran turbulencia.

#### a. Arena de 0.48 mm de tamaño efectivo

##### a.1 Losa porosa:

$$\% \text{ Expansión} = 0.018 (\text{Vagua})^{1.0425} \quad (10.7)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua, m/h

##### a.2 Espres:

$$\% \text{ Expansión} = 5.33 \times 10^{-5} (\text{Vagua})^{3.1107} \quad (10.8)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua, m/h

##### a.3 Fondo Leopold:

$$\% \text{ Expansión} = 3.13 \times 10^{-4} (\text{Vagua})^{2.8} \quad (10.9)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua, m/h

#### b. Arena de 0.65 mm de tamaño efectivo

b.1 Espreas:

$$\% \text{ Expansi3n} = 6.44 \times 10^{-5} (Vagua)^{3.007} \quad (10.10)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua. m/h

b.2 Fondo Leopold:

$$\% \text{ Expansi3n} = 5.426 \times 10^{-3} (Vagua)^{1.9714} \quad (10.11)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua. m/h

c. Arena de 0.81 mm de tama1o efectivo

c.1 Espreas:

$$\% \text{ Expansi3n} = 6.386 \times 10^{-7} (Vagua)^{3.047} \quad (10.12)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua. m/h

c.2 Fondo Leopold:

$$\% \text{ Expansi3n} = 2.135 \times 10^{-4} (Vagua)^{2.341} \quad (10.13)$$

donde,

Vagua : velocidad de agua. m/h

10.4 Comparación experimental con la teoría de Fair y Hatch.

Fair y Hatch (1933) presentaron la siguiente ecuación para predecir el porcentaje de expansión:

$$\frac{h_L}{L_e} = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} (1 - P_e) \quad (10.14)$$

donde.

- $h_L$  : pérdida de carga para producir una determinada expansión de lecho. m
- $\rho$  : densidad del agua,  $\text{kg/m}^3$
- $\rho_s$  : densidad de la arena.  $\text{kg/m}^3$
- $P_e$  : porosidad del lecho expandido (adimensional)
- $L_e$  : altura del lecho expandido. m

Una forma más simple de expresar esta ecuación es la siguiente. (CEPIS 1933):

$$\alpha_i = \frac{\left[ \frac{V_a}{V_s} \right]^{0.22} - P_o}{1 - \left[ \frac{V_a}{V_s} \right]^{0.22}} \cdot X_i \cdot 100 \quad (10.15)$$

donde.

- $\alpha_i$  : expansión del lecho para cada cedazo
- $V_a$  : velocidad ascensorial de lavado. m/h
- $V_s$  : velocidad de sedimentación de la partícula. m/h
- $P_o$  : porosidad inicial (adimensional)

#### 10.4.1 Procedimiento de calculo

Para obtener la expansión se calculó el incremento que proporciona cada cedazo, tomando como base el análisis practicado a cada tipo de arena.

Para aclarar el procedimiento de cálculo se muestra la secuencia de operaciones aplicadas a la arena de 0.48mm de TE. El punto inicial es obtener la distribución de cedazos a partir de un análisis físico de la arena.

Los resultados se muestran en la TABLA 10.10.

TABLA 10.10 Por ciento retenido para cada cedazo.  
Arena de 0.48 mm de TE, CU de 1.44

mallas	fracción retenida $X_i$	De. mm
14-16	0.1519	1.16
16-18	0.0180	1.04
18-20	0.0603	0.87
20-30	0.3883	0.69
30-35	0.1726	0.54
35-40	0.1368	0.46
40-50	0.0626	0.35

El siguiente paso es calcular la velocidad de sedimentación. Fair (1968), encontró una expresión para independizar  $V_s$  del diámetro de partícula y la expresó como:

Primer término de la velocidad:

$$\frac{V_s}{[g(S_g-1)\nu]^{1/3}} = \frac{V_s}{K_z} \quad (10.16)$$

Segundo término del diámetro:

$$\left[ \frac{g(S_g - 1)}{\nu^2} \right]^{1/2} d = K_{1d} \quad (10.17)$$

donde,

$V_s$ : velocidad de sedimentación, cm/seg

$g$ : aceleración de la gravedad, m/seg<sup>2</sup>

$S_g$ : relación entre densidades del sólido y del líquido, adimensional

$\nu$ : viscosidad, cm<sup>2</sup>/seg

$K_1$  y  $K_2$ : constantes

Si se conoce el término  $K_{1d} = X_1$ , se puede usar la figura 10.11 y encontrar el valor de  $X_2 = V_s/K_2$  para determinar  $V_s$ . Una vez obtenido  $V_s$  se procede al cálculo de  $(V_a/V_s)^{0.22}$  y se aplica la ecuación 10.15 para cada cedazo de arena. En la tabla 10.11 se presentan los resultados para la arena de 0.48mm de TE y una velocidad de agua de 10m/h.

TABLA 10.11 Cálculo del porcentaje de expansión para una velocidad propuesta de 10m/h

Mallas	$K_{1d}$	$V$ cm/seg	$\Delta x_i X_i$
14-16	27.38	17.93	0.00
16-18	24.55	16.73	0.03
18-20	20.53	13.86	0.21
20-30	16.29	11.47	2.77
30-35	12.75	8.38	2.28
35-40	10.86	6.69	2.74
40-50	8.26	5.50	1.57
		% E	= 9.60

El mismo procedimiento se repite para las velocidades de 20, 25, 30, 40 y 80, de tal manera que para cada una de estas últimas se obtenga el porcentaje de expansión total. La misma secuencia de

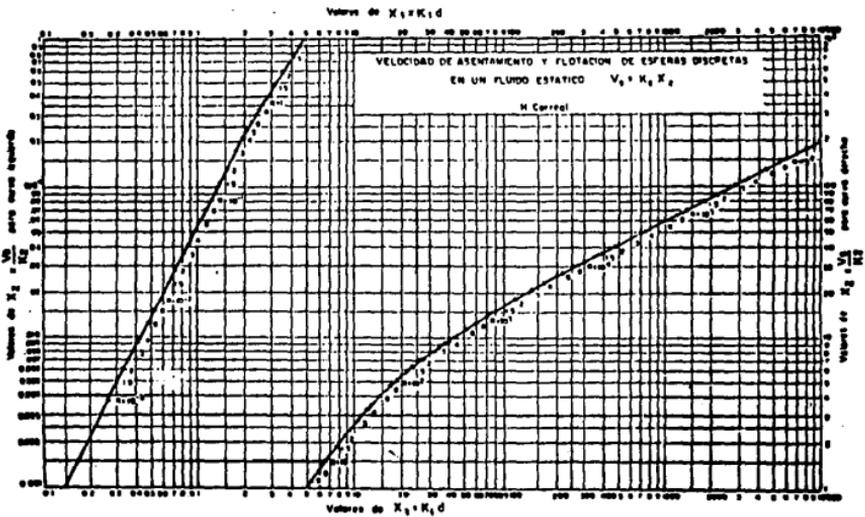


FIG 10.11 Gráfica propuesta por Fair para el cálculo de la velocidad de sedimentación.

operaciones se sigue para la arena de 0.80mm de TE obteniendose los resultados mostrados en la tabla 10.12.

TABLA 10.12 Cálculo del porcentaje de expansión para las arenas de 0.48 y 0.80mm de TE.

V (m/h)	%E	
	TE=0.48	TE=0.80
3.19	9.54	0.0451
2.86	10.51	0.0600
2.39	12.32	0.0239
1.89	15.22	0.1924
1.48	19.02	0.1076
1.26	22.06	0.0992
0.97	28.13	0.0587

#### 10.4.2 Comparación de los resultados experimentales con los teóricos

Como se puede observar en las FIG. 10.12 y 10.13, existe diferencia entre los resultados experimentales y los teóricos obtenidos con el modelo de Fair y Hatch. Este hecho se nota sobretodo para la arena 0.48mm de TE (20% de diferencia). Para el caso de la arena de 0.80mm, la diferencia no es tan marcada cuando se trabajó con espreas (aproximadamente 10% de diferencia), pero para el fondo Leopold los resultados teóricos se alejan bastante. Se puede concluir que este modelo debe tomarse con ciertas reservas.

#### 10.5 Complementación de las ecuaciones para la pérdida de carga

Las pérdidas de carga durante el lavado dependerán de la fluidificación de la arena. Para su cálculo será necesario conocer la velocidad mínima de fluidificación. Esta es posible calcularla mediante la ecuación 10.18.

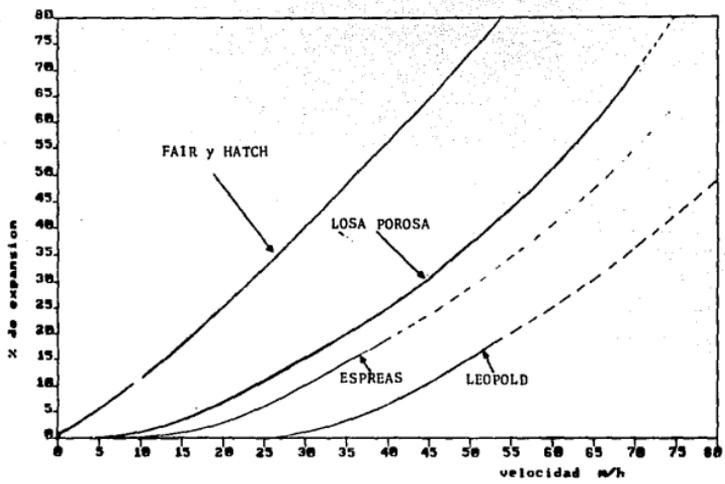


FIG 10.12 Expansión del lecho en función de la velocidad para diferentes falsos fondos. Arena de 0.48mm de TE. CU=1.44. Altura del lecho 0.70m. Comparación con la teoría de Fair y hatch y los resultados obtenidos para losa porosa, espreas y falso fondo Leopold. Las líneas punteadas indican extrapolación del intervalo.

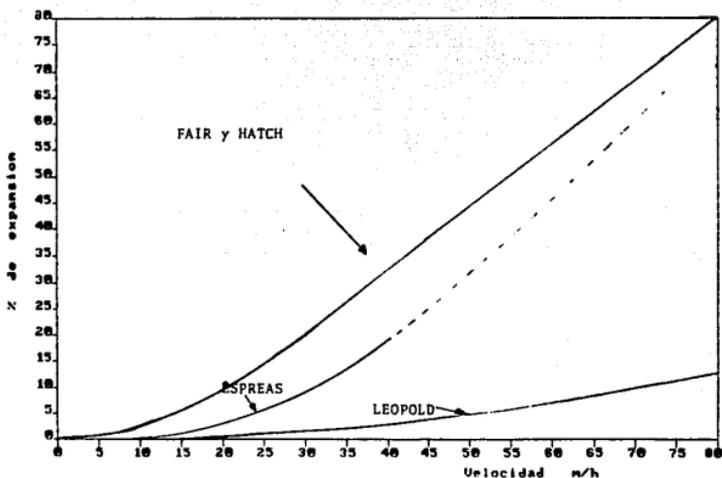


FIG 10.13 Expansión del lecho en función de la velocidad del agua. Arena de 0.80mm de TE. CU=1.60. Altura del lecho 0.70m. Comparación con la teoría de Fair y Hatch y los resultados obtenidos para espresas y falso fondo Leopold. Las líneas punteadas indican extrapolación del intervalo.

$$V_m = \frac{22.12 + d^{1.82} (\rho_s (\rho_s - \rho_L)^{0.94}}{\mu^{0.88}} \quad (10.18)$$

donde,

$V_m$  : velocidad mínima de fluidificación, m/h

$d$  : diámetro de la partícula, mm

$\rho_s$  y  $\rho_L$  : densidad del sólido y del líquido, g/cm<sup>3</sup>

$\mu$  : viscosidad, centipoises

Antes de que ocurra la fluidificación, las pérdidas de carga se calculan por medio de la ecuación de Fair y Hatch para granos no esféricos de diámetro no uniforme y estratificados (ecuación 10.19).

$$h = \frac{f' \nu}{g} \frac{V_a (1-Po)^2}{Po^3 Ce^2} \frac{36}{L} \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{d_i} \quad (10.19)$$

donde,

$h$  : pérdida de carga, m

$f'$  : coeficiente de Koseny igual a 5

$\nu$  : viscosidad del agua, m<sup>2</sup>/d

$g$  : aceleración de la gravedad, m/d<sup>2</sup>

$Po$  : porosidad del lecho

$Ce$  : factor de forma (0.75)

$L$  : espesor de lecho, m

$x_i$  : porcentaje de arena retenida entre dos mallas

$d_i$  : diámetro promedio, m

$V_a$  : velocidad de lavado, m/d

Después de la fluidificación, las pérdidas de carga permanecen constante. Estas se pueden calcular por medio de la ecuación 10.20

que es la ecuación propuesta por Fair y Hatch, donde la  $h_L$  es una función de: la longitud del lecho expandido, la densidad del agua, la densidad de la arena y del espesor del lecho.

$$h_L = \sum (e_i + 1) L X_i (S_s - 1) (1 - P_e) \quad (10.20)$$

donde:

- $h_L$  : pérdida de carga para producir una determinada expansión de lecho, m
- $e_i$  : expansión en cada cedazo (adimensional)
- $X_i$  : fracción de arena retenida entre dos tamices consecutivos (adimensional)
- $P_e$  : porosidad del lecho expandido (adimensional)
- $S_s$  : relación entre la densidad del sólido y la del líquido (adimensional)
- $L$  : altura del lecho, m

Los resultados obtenidos para las arenas de 0.48 y 0.80mm de TE se muestran en la TABLA 10.13. La velocidad mínima de fluidificación para la arena de 0.48mm fue de 9.6m/h y de 24.4m/h para la arena de 0.80mm.

TABLA 10.13 Pérdida de carga utilizando el modelo de Fair y Hatch

Vel	$h_L$ (cm)	$h_L$ (cm)
m/h	TE=0.48	TE=0.80
0	0.00	0.00
2	8.50	-
4	16.90	-
5	-	10.20
6	25.40	-
8	33.80	-
9	38.00	-
10	57.78	-
15	57.78	20.40
20	57.78	30.60
25	57.78	40.80
30	57.78	55.13
40	57.78	55.13
80	57.78	55.13

Al hacer una comparación entre los resultados experimentales y los encontrados a partir de la ecuación (FIG. 10.14 y 10.15), se nota que hay una ligera diferencia, ya que la pérdida de carga experimental toma valores más pequeños a una determinada velocidad mientras los valores teóricos aumentan conforme aumenta la velocidad, hasta llegar a un punto donde la pérdida de carga se vuelve constante y los valores experimentales superan a los teóricos. En general, las curvas teóricas siguen la misma tendencia que las experimentales.

#### 10.6 Expansión cuando se utiliza agua-aire

Durante el lavado con agua-aire se pudo observar que la expansión se produjo en forma desordenada debido a que las burbujas de aire que en un inicio son pequeñas tienden a juntarse. Después de recorrer una pequeña distancia se forman cumulos de burbujas de

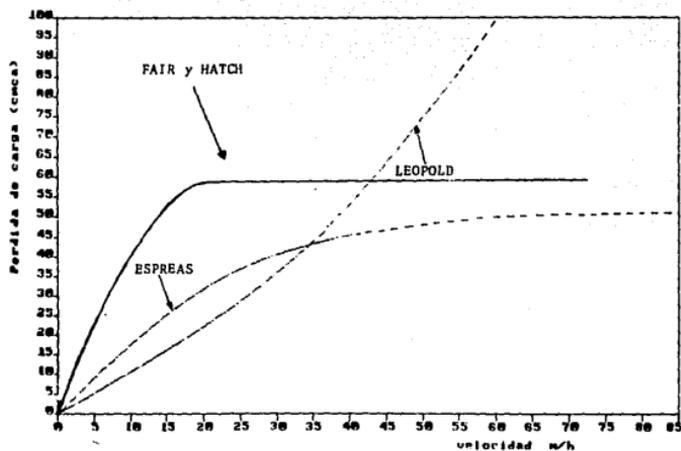


FIG 10.14 Pérdida de carga en el lecho en función de la velocidad. Arena de 0.48mm de TE. CU=1:44. Altura del lecho 0.70m. Comparación de la teoría de Fair y Hatch con los resultados obtenidos con espreas y falso fondo Leopold. Las líneas punteadas indican la extrapolación del intervalo.

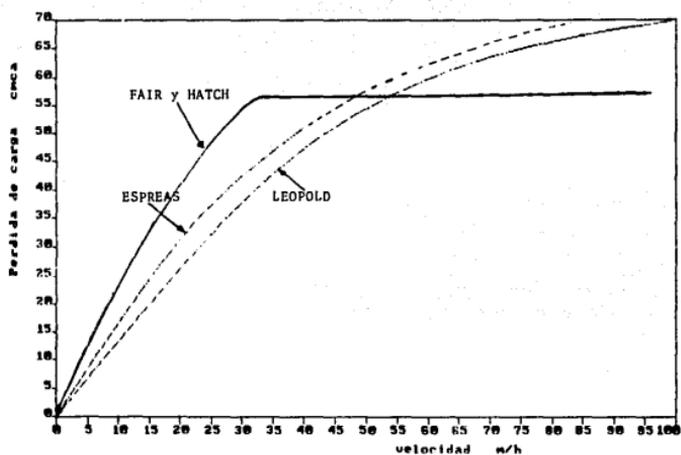


FIG 10.15 Pérdida de carga en función de la velocidad. Arena de 0.80mm de TE. CU=1.60. Altura del lecho 0.70m. Comparación de la teoría de Fair y Hatch con los resultados obtenidos con espreas y falso fondo Leopold. Las líneas punteadas indican la extrapolación del intervalo.

aire, que se elevan pasando a través del medio filtrante provocando que la arena de la superficie sea arrastrada hacia la canaleta de lavado después de que la arena se desprende de la burbuja por efecto de la gravedad, llegan más burbujas desde abajo para mantener suspendida a la arena que se desprendió, de tal manera que siempre hay un intervalo donde la arena está suspendida moviéndose en desorden debido al efecto del aire.

Puesto que la arena desprendida desde la superficie del lecho sube y baja sin cesar, es difícil determinar cuál es la máxima expansión, sobretodo si pensamos que el límite de la expansión máxima se mueve continuamente, en este sentido al comparar el fenómeno con los ensayos para agua solamente se pueden distinguir dos tipos de expansiones: la expansión con un lavado agua-aire, de forma desordenada, sin tener un límite definido y la expansión con sólo agua que es la que ya se conoce y a la que se hace referencia normalmente. Debido a que la expansión provocada por un lavado agua-aire depende en gran parte de la apreciación visual de la persona que está operando el equipo, se decidió que no se tomarán en cuenta los datos de expansión obtenidos para los ensayos con agua-aire ya que producirían resultados erróneos.

#### 10.7 Pérdida de carga provocada por el aire al paso a través del medio filtrante.

Se realizaron pruebas de flujo de aire con velocidad de agua igual a cero, las velocidades que se utilizaron fueron 18, 33 y 50 m/h. el objeto de las pruebas fue el de medir la pérdida de carga provocada por el paso del aire a través del lecho, debido a que el fluido es un gas, las pérdidas de carga registradas son prácticamente nulas.

Durante la experimentación se comparó la diferencia en pérdida de carga a través del lecho cuando se inyecta al mismo tiempo

agua-aire y agua solamente, el resultado de la comparación de esto fue que la diferencia en cuanto a pérdida de carga a través del lecho para ambos casos fue despreciable.

#### 10.8 Comparación de los resultados experimentales con los resultados que proporcionan los proveedores.

Durante la experimentación se midió la pérdida de carga a través de las espreas por medio de un manómetro diferencial, colocado antes y después del falso fondo, las lecturas se realizaron de tal forma que la velocidad del agua se varió mientras que la velocidad del aire se mantenía constante. Se dió inicio con velocidad de aire de cero y el intervalo de velocidad de agua varió de 0-47m/h. después se cambio la velocidad del aire a 18m/h y se mantuvo en ese valor mientras que la velocidad del agua se llevo de 18 a 47m/h, la misma operación se repitió para las velocidades de aire de 33 y de 50m/h. Posteriormente se tomo una velocidad de agua de cero y se hizo variar la velocidad del aire en el intervalo de 0-50m/h, similar al caso anterior se manejaron diferentes velocidades de agua constante, estas velocidades fueron 18, 30 y 47m/h, para cada una de estas se utilizaron valores de 0-50m/h para la velocidad del aire, los resultados experimentales se muestran en las FIG. 8.3, 8.4 y 9.2.

Para hacer una comparación entre los resultados experimentales y los que presenta el fabricante se realizaron gráficas de la pérdida de carga en función de la velocidad del agua (ya que para el caso del aire la pérdida de carga fue despreciable) FIG.10.11, se puede notar que los resultados proporcionados por el proveedor se ajustan satisfactoriamente a los encontrados experimentalmente (con una desviación máxima del 13%).

Para los falsos fondos tipo Leopold hay una diferencia marcada

entre los valores experimentales y los reportados por los fabricantes, cuando se manejan velocidades de agua mayores a 20 m/h, para estas velocidades la pérdida de carga en los fondos Leopold son hasta cinco veces menores FIG 10.16.

#### 10.9 Altura de la canaleta en función de los parámetros experimentales

Durante los ensayos de lavado se tomaron muestras a diferentes alturas sobre el lecho filtrante, con el fin de simular el uso de una canaleta móvil. Se dispuso de tres posiciones distintas, dependiendo del espesor del lecho, de tal manera que se pudiera determinar a partir de los resultados cual fue la concentración de arena para cada punto de muestreo, como función del espesor del lecho.

Las muestras fueron tomadas en botes de un litro, durante cada ensayo. Una vez terminado el ensayo se procedió a sacar la arena y a practicar el análisis correspondiente para determinar el TE y el CU.

Cuando se utilizó solo agua para lavar el lecho filtrante, las pérdidas de arena fueron despreciables de tal manera que la altura de la canaleta solo debe tomar en cuenta la expansión máxima.

Cuando se utilizó el método agua-aire, se encontró que la altura de la canaleta depende principalmente de la densidad de la arena utilizada, así, la arena de menor densidad tiende a quedar más tiempo suspendida.

La concentración de la arena por litro a una determinada altura sobre el lecho, refleja la pérdida de arena que se tendrá en cada operación de lavado. Entonces para determinar la altura de la canaleta bastará establecer para que condiciones se tienen las concentraciones de arena menores.

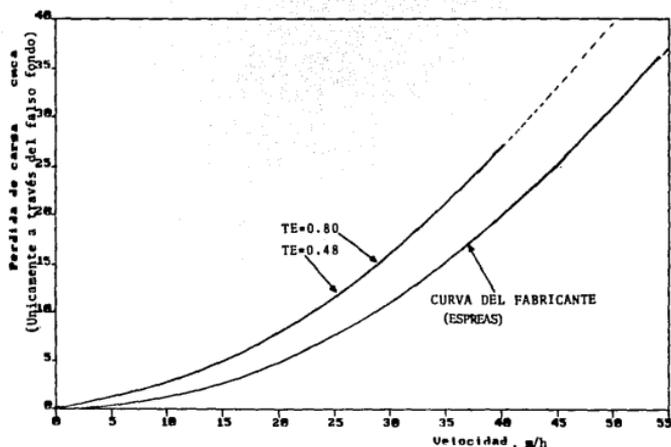


FIG 10.16 Pérdida de carga en el falso fondo en función de la velocidad. Arena de 0.80 y 0.48mm de TE y CU de 1.44 y 1.60 respectivamente. Altura del lecho 0.70m. Comparación de los fabricantes con los resultados obtenidos para las espresas. La línea punteada indica extrapolación del intervalo. La curva experimental es promedio de las dos arenas.

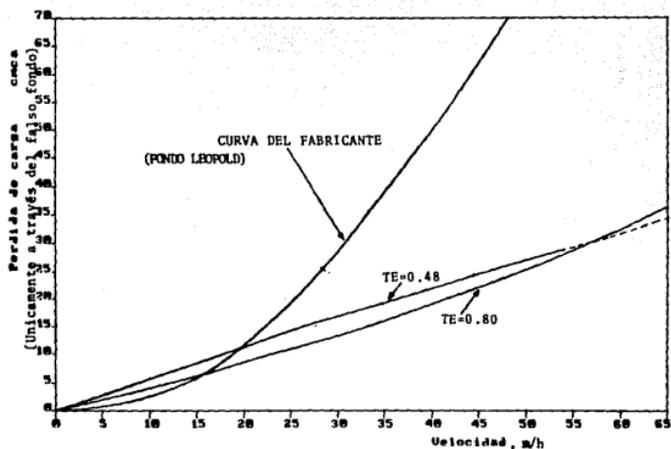


FIG 10.17 Pérdida de carga en el falso fondo en función de la velocidad. Arena de 0.80 y 0.48 mm de TE. CU de 1.60 y 1.44 respectivamente. Altura del lecho 0.70m. Comparación de la curva proporcionada por los fabricantes con los resultados obtenidos con el falso fondo Leopold. Las líneas punteadas indican extrapolación del intervalo.

Para el caso de espreas se tienen las características siguientes:  
 Para poder concluir cual es la mejor altura para obtener la menor pérdida de arena se prepararon las tablas 10.14 y 10.15.

TABLA 10.14 Pérdidas de arena con un solo parámetro variable a condiciones mínimas usando espreas.

Variable experimental	Valor de la variable	altura recomendada
Velocidad del agua, m/h	47	mayor a 1.34 veces el espesor de lecho
Velocidad del aire, m/h	50	1.34 veces el espesor de lecho
Altura del lecho, m	1.00	0.64 veces el espesor de lecho
Tamaño efectivo, mm	0.80	1.34 veces el espesor de lecho

TABLA 10.15 Pérdidas de arena con un solo parámetro variable a condiciones mínimas usando falso fondo Leopold

Variable experimental	Valor de la variable	altura recomendada
Velocidad del agua, m/h	47	1.34 veces el espesor de lecho
Velocidad del aire, m/h	50	0.64 veces el espesor de lecho
Altura del lecho, m	1.00	mayor a 0.64 veces el espesor de lecho
Tamaño efectivo, mm	0.80	1.34 veces el espesor de lecho

Así, se tiene para el caso de las espumas las siguientes conclusiones:

- 1.- Cuando se manejan granulometrías pequeñas (0.48mm) y velocidades altas de agua (47m/h), una altura de 1.34 veces el espesor de lecho produce una pérdida menor al 5% de la arena total.
- 2.- Cuando la velocidad del agua sea aproximadamente 18m/h o menos, bastará una altura de 0.64 veces el espesor de lecho para tener una pérdida menor al 5% de la arena total.
- 3.- Con cualquier granulometría entre 0.48 y 0.60mm de TE y a velocidades altas de aire y agua (50 y 47m/h respectivamente) se debe colocar la canaleta a una altura superior a 0.64 veces el espesor del lecho
- 4.- Para granulometrías grandes (0.80mm de TE), una altura de 1.34 veces el espesor del lecho será suficiente para tener pérdidas menores al 5%, no importa que se utilicen velocidades de agua y de aire grandes.
- 5.- La variación de la velocidad del aire no influye significativamente en la altura de la canaleta cuando se le compara con la velocidad del agua y el TE.

Al utilizar falso fondo tipo Leopold se tiene que:

- 1.- Cuando la altura sobre el lecho es 1.34 veces el espesor de lecho, las pérdidas de arena son menores al 5% de la arena total, no importa que se use granulometría pequeña, mientras que las velocidades del agua y aire se mantengan en 18m/h.
- 2.- Las pérdidas más grandes de arena se tienen con la combinación de velocidades altas de aire y agua (TABLA 10.3 y 10.4).
- 3.- Como en el caso de las espumas a velocidades altas de agua (47m/h), las pérdidas de arena se incrementan.

4.- Para granulometrías grandes (0.50mm), las pérdidas de arena son despreciables, excepto cuando se manejan valores extremos de agua y aire la pérdida de arena es mayor al 5%.

## 11. CONCLUSIONES

A continuación se presentan las conclusiones del estudio, obtenidos a partir de los resultados de los ensayos realizados.

### -Distribución de las corrientes de agua y aire

La mejor distribución de aire y agua, en cuanto a forma de la burbuja y dirección de las corrientes, se obtuvo con las espreas. Con el uso de fondo Leopold y la losa porosa se observó una distribución muy heterogénea, caracterizada por corrientes preferenciales en los extremos. Para homogenizar estas corrientes se requiere el empleo de velocidades de lavado de agua y aire superiores a los 30 m/h para ambos casos.

### -Pérdida de carga a través del falso fondo

El sistema de distribución que opuso mayor resistencia al paso del agua fue el falso fondo con espreas que registró pérdidas de carga de hasta 80 cmca, mientras que el fondo Leopold presentó valores de 56 cm para una velocidad de agua de 47 m/h y la losa porosa de tan solo 16 cm para la misma velocidad. Por otro lado, los tres sistemas de distribución se comportaron en la misma forma respecto al paso del aire, donde el incremento en la tasa de lavado de aire no representó un aumento sustancial de la pérdida de carga (menor de 10 cmca en el caso más desfavorable). En este último caso se obtuvo una relación lineal entre las variables y la pérdida de carga. En contraste, cuando la velocidad del agua varió, el comportamiento observado fue no lineal.

Adicional a lo anterior se encontró que las espreas tienen otra desventaja ya que este sistema se ensucia u obstruye fácilmente, oponiendo mayor resistencia al paso de los fluidos y por lo tanto mayor pérdida de carga.

En cuanto a la losa porosa aunque produjo los valores más bajos de pérdida de carga, presentó como gran inconveniente su fragilidad, ya que no se puede utilizar en forma confiable con tasas de lavado, de agua y aire, superiores a los 35 y 50 m/h, respectivamente.

#### -Pérdidas de arena durante el lavado

Durante el lavado con agua y aire se perdieron volúmenes diferentes de arena en función de la tasa de lavado de agua y aire, el T.E. de la arena, el espesor del lecho y el tipo de bajodren utilizado. Para cada caso fue descrito un modelo que permite estimar los volúmenes de arena perdidos durante el lavado. Sin embargo, estos modelos no consideran todas las variables que intervienen, como el caso de la temperatura, por lo que sería recomendable estudiar su influencia.

Un análisis general de los resultados determinó que el empleo de la losa porosa fue el menos recomendable, pues durante el lavado se llegó a perder hasta un 10% del total de la arena del lecho filtrante mientras que (bajo las mismas condiciones velocidad de agua y aire de 47 y 50 m/h respectivamente), con el uso del fondo Leopold y de espreas se perdió, en promedio 7 y 5% respectivamente.

#### -Velocidad de lavado.

En el empleo de agua y aire simultáneos se debe considerar que la velocidad de lavado de agua es la principal causa del acarreo de arena y que la altura de la canaleta de lavado es de particular importancia cuando se trata de minimizar las pérdidas de arena. En función de los resultados obtenidos se recomienda que la

canaleta de lavado se coloque 70 cm por encima del lecho filtrante, o en caso contrario seguir las siguientes recomendaciones:

Para tener pérdidas de arena menores al 5% del total del lecho

a) Espreas

	Vagua m/h	altura veces el espesor lecho
Para arena entre 0.48 y 0.8mm de TE	47	1.34
	18	0.64

b) Leopold

	Vagua m/h	altura veces el espesor lecho
Para arena entre 0.48 y 0.8mm de TE	47	1.34

En cuanto a la velocidad de lavado se toma como criterio que el volumen perdido de arena sea inferior al 1 % del volumen total del lecho por lo que se recomiendan los siguientes intervalos :

Arena	Velocidad de agua m/h	Velocidad aire m/h
0.48	18 a 25	18 a 50
0.65	18 a 35	18 a 50
0.80	18 a 40	18 a 50

-Expansión del lecho de arena

A partir de los resultados se pudo constatar que el modelo de Cleasby y Fan no se ajustó al obtenido en la práctica. Lo anterior se debe, principalmente, al desconocimiento del valor exacto del coeficiente de esfericidad de la arena empleada. Por ello es muy

importante que al aplicar este modelo, se determine el valor de dicho coeficiente.

Se observó, además, que para cada falso fondo se obtuvo una curva de expansión experimental diferente; es decir, la expansión se ve afectada por las trayectorias de velocidad generadas en cada falso fondo. Por lo anterior se sugiere el uso de las ecuaciones experimentales encontradas para el cálculo de la expansión de la arena a través de los diferentes falsos fondos.

Finalmente, se encontró que la velocidad del agua es la variable que más afecta la expansión de la arena.

#### -Análisis de los costos de los bajodrenes utilizados

Tomando como base los costos de los falsos fondos el más recomendado desde el punto de vista económico es la losa de espreas debido a que su construcción es sencilla y ofrece la ventaja de que se puede construir de las dimensiones que se deseen. El precio de construcción es el doble que la losa porosa pero éste no es un factor decisivo ya que al tener mayor resistencia mecánica que la losa porosa, se puede utilizar durante un tiempo largo, mientras que en el segundo caso, es común que las losas porosas se rompan durante la experimentación o que no se obtengan de la manera deseada debido a errores en el procedimiento de construcción. Otra ventaja es que si alguna esprea se dañara solo hace falta reemplazarla por una nueva. Por su versatilidad la losa de espreas es más fácil de colocar y de sellar que las dos anteriores.

La losa porosa ofrece como principal desventaja su baja resistencia mecánica tanto en la manipulación como en la operación lo que presupuesta varias losas para un conjunto de ensayos.

El bajodren que ofrece más desventajas económicas es el Leopold debido a que se tiene que importar además la instalación se debe construir en referencia al tamaño de los bloques ya que estos están prefabricados en una medida estándar, de tal manera que se puede acondicionar un filtro para que funcione con espreas o con losa porosa pero es mucho más difícil acondicionarlo para que funcione con bloques Leopold.

## 12. BIBLIOGRAFIA

Amirtharajah A. (1985) "The interface between filtration and backwashing"/ Water Research Vol. 19, No.5, pp 581-588

Amirtharajah A. y Cleasby J. L. (1972), "Predicting Expansion of filters during Backwash", Journal of American Waters Works Association, Vol 64 (1),jan

ASTM (1973). Standard Method Test for Sieve or Screen analysis of fine and coarse aggregates, Annual Book of ASTM Standars

Cleasby J., Arboleda J., Burns D., Prendiville P. y Savage E. (1977) "Backwashing of granular filters". Water Research Vol.69, No 2, pp 115-126

Cleasby J., y Lorence J. (1978) "Effectiveness of backwashing for wastewater filters". Journal of the Enviromental Engineer Division. Agosto, pp 749-765

Cleasby J., Stangl E y Rice G. (1975) "Developments in Backwashing of granular Filters" Journal on the Enviromental Engineer Division. EES, pp 713-727

Cleasby J. y Woods C. (1975) "Intermixing of dual media and multimedia granular filters" A.W.W.A. Vol. 67, No 4, April, pp 197-203

Cornet J. C.. (1981) "Considérations de génie chimique sur les différents modes de lavage des filtres rapides" La Technique de L'eau et de L'assainissement, No 412, Avril, 7-23 pp

Francois R. y Van Haute A. (1985) "Backwashing and conditioning of a deep bed filter". Water Research, Vol 19, No 11, pp 1357-1362

Hirsch A. (1968); "Filter Backwashing test and upflow equalization" Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers Vol 94, No 1, pp 129-146

Hsiung Kou-Ying (1974) "Determining Specific Deposit by Backwashing Technique" Journal of the Environmental Engineering Division. EE2 pp 353-361

Johnson R. and Cleasby J. (1966) "Effect of backwashin on filter effluent quality". Journal of the Sanitary Engineering Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol 92, No 1, pp 215-229

Leopold "Why air/water backwash system". The Leopold Dual Lateral Air wash underdrain

Quaye B. (1987) "Predicting optimun backwash rates and expansion of multimedia filters" Water Research Vol.21 No 9, pp 1077-1087

**ANEXO A. Técnicas analíticas**

## ANEXO A TÉCNICAS ANALÍTICAS

### 1. PRUEBAS DE SOLUBILIDAD

#### 1.1 Solubilidad en ácido clorhídrico

a) Equipo: estufa, matraces, balanza analítica

b) Procedimiento:

- Se lava una muestra de 10 g con agua destilada, se seca a 103°C en la estufa durante 24 horas y se pesa (a).
- Se sumerge la muestra en solución de HCl al 30% (en volumen), diluyendo 4 volúmenes de HCl en 10 de agua destilada.
- Se deja reposar la muestra 24 horas, entre 18 y 20°C
- Se seca, se lava con agua destilada, se seca y se pesa de nuevo (b)

c) Cálculo

$$\% \text{ soluble} = \frac{a - b}{a} \times 100$$

#### 1.2 Solubilidad en hidróxido de sodio

a) Equipo: estufa, matraces, balanza analítica

b) Procedimiento:

- Se lava una muestra de 10 g con agua destilada, se seca a 103°C en la estufa durante 24 horas y se pesa (a).
- Se sumerge la muestra en solución de NaOH al 10% (en volumen),
- Se deja reposar la muestra en la solución durante 24 horas, entre 18 y 20°C
- Se seca, se lava con agua destilada, se seca y se pesa de nuevo (b)

c) Cálculo

$$\% \text{ soluble} = \frac{a - b}{a} \times 100$$

## 2. IGNICION

a) Equipos: Balanza analítica, cápsula de porcelana, mufle, desecador.

b) Procedimiento:

- Se pone a peso constante una cápsula de porcelana colocándola en la mufle a 700°C
- Se lava y seca 20 g de muestra
- Se coloca en la cápsula y se pesa (a)
- Se mete a la mufle durante 1 hora a 700°C
- Se enfría en el desecador hasta temperatura ambiente y se pesa nuevamente (b)

c) Cálculo:

$$\% \text{ perdida por ignicion} = \frac{a - b}{a} \times 100$$

## 3.- DENSIDAD REAL

a) Procedimiento:

- La muestra se lava y se seca a 130°C durante 24 horas. Se pesa una cantidad de arena (pa) y se hierve en 100 ml de agua destilada durante 5 min, con el fin de expulsar el aire retenido dentro de los poros.
- Se pesa un matraz aforado (pm)
- Se enfría la muestra y se introduce al matraz, se afora con agua destilada y se vuelve a pesar (pf)

b) Cálculos:

$$\text{Peso del agua} = p_f - p_m - p_a$$

$$\text{Volumen del agua} = \frac{\text{Peso del agua}}{\text{Densidad del agua}}$$

$$\text{Volumen de la muestra (v}_m\text{)} = \text{Volumen aforado (v}_a\text{)} - \text{vol del agua}$$

$$\text{Densidad Real} = \frac{p_a}{v_m}$$

#### 4. DENSIDAD APARENTE

a) Procedimiento:

- La muestra se lava y se seca a 130°C durante 24 horas.
- Se enfría la muestra y se introduce a una probeta graduada. se agita y se deja la muestra asentarse en su forma natural, si es necesario, se dan dos pequeños golpes en el fondo, para que la arena asiente. Se mide el volumen (v<sub>m</sub>)
- Se pesa la cantidad de arena contenida en ese volumen (p<sub>a</sub>)

b) Cálculos:

$$\text{Densidad Aparente} = \frac{p_a}{v_m}$$

#### 5. POROSIDAD

a) Procedimiento:

- Se toma un volumen de muestra (V.M.) y se seca durante 24 horas y se vuelve a pesar (W<sub>s</sub>)

b) Cálculos

1. Se determina el volumen seco de la muestra (V<sub>s</sub>) a partir del peso seco (W<sub>s</sub>) y el peso específico (p<sub>e</sub>)

$$V_s = \frac{W_s}{\rho_s}$$

2. El volumen de vacíos  $V_v$  se obtiene restando el volumen medido (V.M.) del volumen seco ( $V_s$ )

$$V_v = V.M. - V_s$$

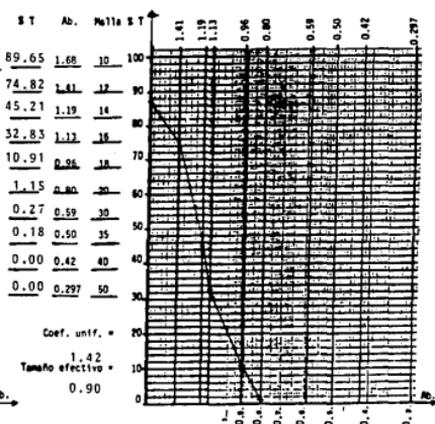
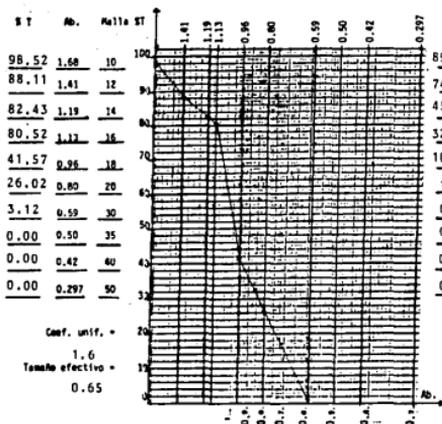
3. El valor de la porosidad es la relación de volumen de vacíos entre el volumen medido

$$\text{porosidad} = \frac{V_v}{V.M.}$$

**ANEXO B. Curvas granulométricas**

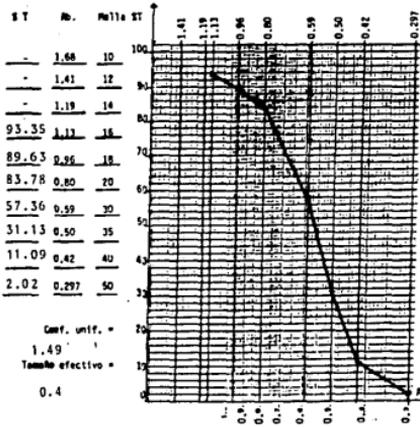
ANALISIS GRANULOMETRICOS

HOJA DE DATOS

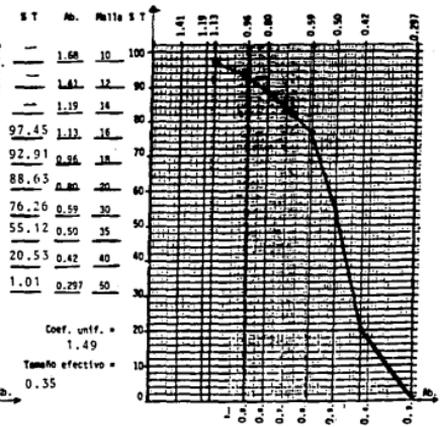


ANÁLISIS GRANULOMÉTRICOS

HOJA DE DATOS



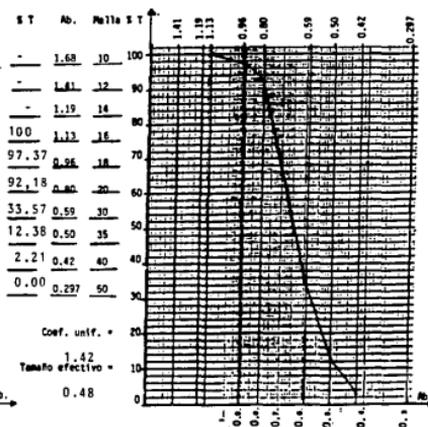
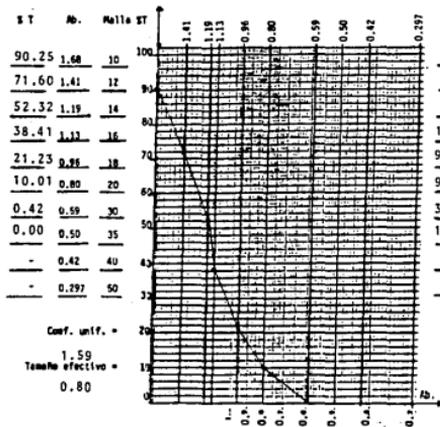
Arena 0.4



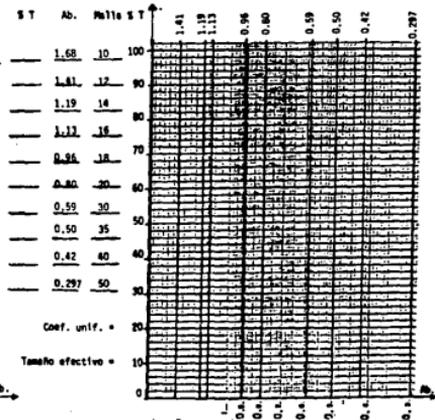
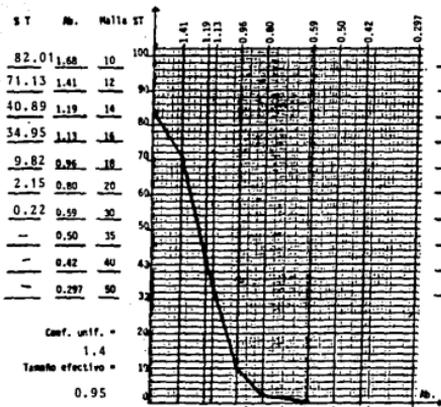
Arena 0.35

ANÁLISIS GRANULOMÉTRICOS

HOJA DE DATOS



ANÁLISIS GRANULOMÉTRICOS  
HOJA DE DATOS



Arena 0.95

**ANEXO C. Programas de computación**

```

10 CLS
20 REM AJUSTE LINEAL DE CUATRO VARIABLES
30 PRINT "NUMERO DE EMB=09"
40 INPUT N
50 DIM I(N), X0(N), X1(N), X2(N), X3(N), X4(N), Y(N), WX(N), WEXP(N)
60 DIM SUM(100)
70 OPEN "I:" #1, "A:AALES.P"
80 " "
90 IF EOF(1) THEN 130
100 INPUT #1, I(I), X1(I), X2(I), X3(I), X4(I), Y(I)
110 NEXT I
120 CLOSE #1
130 FOR I=1 TO N
140 PRINT I(I); X1(I); X2(I); X3(I); X4(I); Y(I)
150 NEXT I
160 FOR I=1 TO N
170 X0(I)=1
180 NEXT I
190 FOR I=1 TO 24
200 SUM(I)=0
210 NEXT I
220 FOR I=1 TO N
230 SUM(1)=SUM(1)+X0(I)
240 SUM(2)=SUM(2)+X0(I)*X1(I)
250 SUM(3)=SUM(3)+X0(I)*X2(I)
260 SUM(4)=SUM(4)+X0(I)*X3(I)
270 SUM(5)=SUM(5)+X0(I)*X4(I)
280 SUM(6)=SUM(6)+X1(I)*X2(I)
290 SUM(7)=SUM(7)+X1(I)*X3(I)
300 SUM(8)=SUM(8)+X1(I)*X4(I)
310 SUM(9)=SUM(9)+X2(I)*X3(I)
320 SUM(10)=SUM(10)+X2(I)*X4(I)
330 SUM(11)=SUM(11)+X3(I)*X4(I)
340 SUM(12)=SUM(12)+X1(I)*Y(I)
350 SUM(13)=SUM(13)+X2(I)*Y(I)
360 SUM(14)=SUM(14)+X3(I)*Y(I)
370 SUM(15)=SUM(15)+X4(I)*Y(I)
380 SUM(16)=SUM(16)+X1(I)*X1(I)
390 SUM(17)=SUM(17)+X1(I)*X2(I)
400 SUM(18)=SUM(18)+X2(I)*Y(I)
410 SUM(19)=SUM(19)+X3(I)*Y(I)
420 SUM(20)=SUM(20)+X4(I)*Y(I)
430 NEXT I
440 FOR I=1 TO 20
450 PRINT "SUM(";I;")=";SUM(I)
460 NEXT I
470 REM FORMACION DE LAS ECUACIONES
480 DIM A(5,5), Y(5), BY(5)
490 A(1,1)=SUM(1); A(1,2)=SUM(2); A(1,3)=SUM(3); A(1,4)=SUM(4); A(1,5)=SUM(5); BY(1)=SUM(16)
500 A(2,1)=SUM(2); A(2,2)=SUM(6); A(2,3)=SUM(7); A(2,4)=SUM(8); A(2,5)=SUM(9); BY(2)=SUM(17)
510 A(3,1)=SUM(3); A(3,2)=SUM(7); A(3,3)=SUM(10); A(3,4)=SUM(11); A(3,5)=SUM(12); BY(3)=SUM(18)
520 A(4,1)=SUM(4); A(4,2)=SUM(8); A(4,3)=SUM(11); A(4,4)=SUM(13); A(4,5)=SUM(14); BY(4)=SUM(19)
530 A(5,1)=SUM(5); A(5,2)=SUM(9); A(5,3)=SUM(12); A(5,4)=SUM(14); A(5,5)=SUM(15); BY(5)=SUM(20)

```

```

5) =SUM(20)
540 REM METODO DE GAUSS-JORDAN
560 N1=5
570 L=0: Z=1: H=0: TEO=0
580 IF Z=NI THEN 960
590 L=L+1: MA=ABS(A(L,L))
600 IC=L: Z=Z+1
610 FOR I=2 TO NI
620 IF ABS(A(I,L))>MAX THEN MAX=ABS(A(I,I)): IC=I
630 NEXT I
640 FOR K=1 TO NI
650 AT=A(L,K)
660 A(L,K)=A(IC,K)/AT
670 A(IC,K)=AT
680 NEXT K
690 AT=BY(L)
700 BY(L)=BY(IC)
710 BY(IC)=AT
720 H=H+1: NR=NI-H
730 MA=A(H,H)
740 IF MA<>0 THEN 760
750 Z=Z+1: TEO=1: GOTO 580
760 FOR I=H TO NI
770 A(H,J)=A(H,J)/MA
780 NEXT J
790 S=SGN(A(H,H))
800 BY(H)=BY(H)/MA
810 FOR I=1 TO NR
820 MU=A(I+H,H)
830 D=SGN(A(I+H,H))
840 IF D=0 THEN 960
850 IF S=D THEN 870
860 IF S<D THEN 920
870 FOR J=1 TO NI
880 A(I+H,J)=A(H,J)*(-1)*MU*A(I+H,J)
890 NEXT J
900 BY(I+H)=BY(H)*MU*(-1)+BY(I+H)
910 GOTO 960
920 FOR J=1 TO NI
930 A(I+H,J)=A(H,J)*MU*A(I+H,J)
940 NEXT J
950 BY(I+H)=BY(H)*MU+BY(I+H)
960 NEXT I
970 GOTO 580
980 H=H+1
990 MA=A(H,H)
1000 IF MA < 0 THEN 1030
1010 BEEP: PRINT"NO EXISTE SOLUCION UNICA"
1020 END
1030 A(H,H)=A(H,H)/MA
1040 BY(H)=BY(H)/MA
1050 PRINT "MATRIZ ESCALONADA"
1060 IF TEO=0 GOTO 1090
1070 PRINT" NO EXISTE SOLUCION UNICA"
1080 END
1090 X(N1)=BY(N1)
1100 FOR I=1 TO N1-1

```

```

1110 L=N1-J: RI=J
1120 FOR J=1 TO I
1130 RI=RI+AL*(L+J)*X(L+J)
1140 NEXT J
1150 X(L)=B/(L-RI)/AL*L
1160 NEXT I
1170 PRINT "SOLUCION DEL SISTEMA"
1180 FOR I=1 TO 5
1190 PRINT TAB(5); "X(I)";
1200 PRINT USING "#####.###";X(I)
1210 NEXT I
1220 BY1=X(1)*SUM(1)+X(2)*SUM(2)+X(3)*SUM(3)+X(4)*SUM(4)+X(5)*SUM(5)
1230 BY2=X(1)*SUM(2)+X(2)*SUM(6)+X(3)*SUM(7)+X(4)*SUM(8)+X(5)*SUM(9)
1240 BY3=X(1)*SUM(3)+X(2)*SUM(7)+X(3)*SUM(10)+X(4)*SUM(11)+X(5)*SUM(12)
1250 BY4=X(1)*SUM(4)+X(2)*SUM(8)+X(3)*SUM(11)+X(4)*SUM(13)+X(5)*SUM(14)
1260 BY5=X(1)*SUM(5)+X(2)*SUM(9)+X(3)*SUM(12)+X(4)*SUM(14)+X(5)*SUM(15)
1270 PRINT "COMPROBACION": BY1;BY2;BY3;BY4;BY5
1280 REM SUMA DE CUADRADOS
1290 SCB1=X(2)*SUM(17)
1300 SCB2=X(3)*SUM(18)
1310 SCB3=X(4)*SUM(19)
1320 SCB4=X(5)*SUM(20)
1330 PRINT "SCB1=";SCB1;"SCB2=";SCB2;"SCB3=";SCB3;"SCB4=";SCB4
1340 YM=SUM(16)/N
1350 FOR I=1 TO N
1360 SUM(21)=SUM(21)+(Y(I)-YM)^2
1370 NEXT I
1380 PRINT "VARIANCIA DE Y="; SUM(21)
1390 FOR I=17 TO 20
1400 SUM(22)=SUM(22)+Y(I)
1410 NEXT I
1420 Y0=SUM(22)/4
1430 PRINT "Y0=";Y0; PRINT "YM=";YM
1440 FOR I=17 TO 20
1450 SUM(23)=SUM(23)+(Y(I)-Y0)^2
1460 NEXT I
1470 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DEL AJUSTE DEL ERROR CENTRAL ES": SUM(23)
1480 REM SC POR FALTA DE AJUSTE
1490 SCFA=SUM(21)-SUM(23)-SCB1-SCB2-SCB3-SCB4
1500 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DE Y ES": SCFA
1510 REM CALCULO DE LOS CUADRADOS MEDIOS
1520 CMFA=SCFA/12
1530 PRINT "EL CM DE LA FALTA DE AJUSTE DE Y ES": CMFA
1540 CME=SUM(20)/3
1550 PRINT "EL CM DEL ERROR EXPERIMENTAL DE Y ES": CME
1560 F=CMFA/CME
1570 PRINT "F=";F
1580 REM CALCULO DE LA VARIANCIA DEL MODELO
1590 FOR I=1 TO N
1600 SUM(24)=SUM(24)+(Y(I)-YEXP(I))^2
1610 NEXT I
1620 VARM=SUM(24)/(N-1)
1630 PRINT "LA VARIANCIA DEL MODELO ES": VARM
1640 END

```

```

10 CLS
20 REM SUPERFICIE RESPUESTA NO LINEAL PARA CUATRO VARIABLES
30 PRINT "NUMERO DE ENSAYOS"
40 INPUT N
50 DIM I(N),X0(N),X1(N),X2(N),X3(N),X4(N),Y(N),WX(N), YEXP(N)
60 DIM SUM(200)
70 OPEN "I":#1, "A:AHANLESP"
80 FOR I=1 TO N
90 IF EOF(1) THEN 130
100 INPUT #1,I(I),X1(I),X2(I),X3(I),X4(I),Y(I)
110 NEXT I
120 CLOSE #1
130 FOR I=1 TO N
140 PRINT I(I),X1(I),X2(I),X3(I),X4(I),Y(I)
150 NEXT I
160 FOR I=1 TO N
170 X0(I)=1
180 NEXT I
190 FOR I=1 TO 150
200 SUM(I)=0
210 NEXT I
220 FOR I=1 TO N
230 SUM(1)=SUM(1)+X0(I)^2
240 SUM(2)=SUM(2)+X0(I)*X1(I)
250 SUM(3)=SUM(3)+X0(I)*X2(I)
260 SUM(4)=SUM(4)+X0(I)*X3(I)
270 SUM(5)=SUM(5)+X0(I)*X4(I)
280 SUM(6)=SUM(6)+X0(I)*(X1(I)^2)
290 SUM(7)=SUM(7)+X0(I)*(X2(I)^2)
300 SUM(8)=SUM(8)+X0(I)*(X3(I)^2)
310 SUM(9)=SUM(9)+X0(I)*(X4(I)^2)
320 SUM(10)=SUM(10)+X0(I)*X1(I)*X2(I)
330 SUM(11)=SUM(11)+X0(I)*X1(I)*X3(I)
340 SUM(12)=SUM(12)+X0(I)*X1(I)*X4(I)
350 SUM(13)=SUM(13)+X0(I)*X2(I)*X3(I)
360 SUM(14)=SUM(14)+X0(I)*X2(I)*X4(I)
370 SUM(15)=SUM(15)+X0(I)*X3(I)*X4(I)
380 SUM(16)=SUM(16)+X1(I)^2
390 SUM(17)=SUM(17)+X1(I)*X2(I)
400 SUM(18)=SUM(18)+X1(I)*X3(I)
410 SUM(19)=SUM(19)+X1(I)*X4(I)
420 SUM(20)=SUM(20)+X1(I)^3
430 SUM(21)=SUM(21)+X1(I)*X2(I)^2
440 SUM(22)=SUM(22)+X1(I)*X3(I)^2
450 SUM(23)=SUM(23)+X1(I)*X4(I)^2
460 SUM(24)=SUM(24)+X1(I)^2*X2(I)
470 SUM(25)=SUM(25)+X1(I)^2*X3(I)
480 SUM(26)=SUM(26)+X1(I)^2*X4(I)
490 SUM(27)=SUM(27)+X1(I)*X2(I)*X3(I)
500 SUM(28)=SUM(28)+X1(I)*X2(I)*X4(I)
510 SUM(29)=SUM(29)+X1(I)*X3(I)*X4(I)
520 SUM(30)=SUM(30)+X2(I)^2
530 SUM(31)=SUM(31)+X2(I)*X3(I)
540 SUM(32)=SUM(32)+X2(I)*X4(I)
550 SUM(33)=SUM(33)+X2(I)*X1(I)^2
560 SUM(34)=SUM(34)+X2(I)^3
570 SUM(35)=SUM(35)+X2(I)*X3(I)^2

```

530 SUM(36)=SUM(36)+X2(I)\*X4(I)^2  
531 SUM(37)=SUM(37)+X2(I)^2\*X1(I)  
600 SUM(38)=SUM(38)+X2(I)\*X1(I)\*X3(I)  
610 SUM(39)=SUM(39)+X2(I)\*X1(I)\*X4(I)  
620 SUM(40)=SUM(40)+X2(I)^2\*X3(I)  
630 SUM(41)=SUM(41)+X2(I)^2\*X4(I)  
640 SUM(42)=SUM(42)+X2(I)\*X3(I)\*X4(I)  
650 SUM(43)=SUM(43)+X3(I)^2  
660 SUM(44)=SUM(44)+X3(I)\*X4(I)  
670 SUM(45)=SUM(45)+X3(I)\*X1(I)^2  
680 SUM(46)=SUM(46)+X3(I)\*X2(I)^2  
690 SUM(47)=SUM(47)+X3(I)^3  
700 SUM(48)=SUM(48)+X3(I)\*X4(I)^2  
710 SUM(49)=SUM(49)+X3(I)\*X1(I)\*X2(I)  
720 SUM(50)=SUM(50)+X3(I)^2\*X1(I)  
730 SUM(51)=SUM(51)+X3(I)\*X1(I)\*X4(I)  
740 SUM(52)=SUM(52)+X3(I)^2\*X2(I)  
750 SUM(53)=SUM(53)+X2(I)\*X4(I)\*X3(I)  
760 SUM(54)=SUM(54)+X4(I)\*X3(I)^2  
770 SUM(55)=SUM(55)+X4(I)^2  
780 SUM(56)=SUM(56)+X4(I)\*X1(I)^2  
790 SUM(57)=SUM(57)+X4(I)\*X2(I)^2  
800 SUM(58)=SUM(58)+X4(I)\*X3(I)^2  
810 SUM(59)=SUM(59)+X4(I)^3  
820 SUM(60)=SUM(60)+X4(I)\*X1(I)\*X2(I)  
830 SUM(61)=SUM(61)+X4(I)\*X1(I)\*X3(I)  
840 SUM(62)=SUM(62)+X4(I)^2\*X1(I)  
850 SUM(63)=SUM(63)+X4(I)\*X2(I)\*X3(I)  
860 SUM(64)=SUM(64)+X2(I)\*X4(I)^2  
870 SUM(65)=SUM(65)+X3(I)\*X4(I)^2  
880 SUM(66)=SUM(66)+X1(I)^4  
890 SUM(67)=SUM(67)+X1(I)^2\*X2(I)^2  
900 SUM(68)=SUM(68)+X1(I)^2\*X3(I)^2  
910 SUM(69)=SUM(69)+X1(I)^2\*X4(I)^2  
920 SUM(70)=SUM(70)+X1(I)^3\*X2(I)  
930 SUM(71)=SUM(71)+X1(I)^3\*X3(I)  
940 SUM(72)=SUM(72)+X1(I)^3\*X4(I)  
950 SUM(73)=SUM(73)+X1(I)^2\*X2(I)\*X3(I)  
960 SUM(74)=SUM(74)+X1(I)^2\*X2(I)\*X4(I)  
970 SUM(75)=SUM(75)+X1(I)^2\*X3(I)\*X4(I)  
980 SUM(76)=SUM(76)+X2(I)^4  
990 SUM(77)=SUM(77)+X2(I)^2\*X3(I)^2  
1000 SUM(78)=SUM(78)+X2(I)^2\*X4(I)^2  
1010 SUM(79)=SUM(79)+X2(I)^3\*X1(I)  
1020 SUM(80)=SUM(80)+X2(I)^2\*X1(I)\*X3(I)  
1030 SUM(81)=SUM(81)+X2(I)^2\*X1(I)\*X4(I)  
1040 SUM(82)=SUM(82)+X2(I)^3\*X3(I)  
1050 SUM(83)=SUM(83)+X2(I)^3\*X4(I)  
1060 SUM(84)=SUM(84)+X2(I)^2\*X3(I)\*X4(I)  
1070 SUM(85)=SUM(85)+X3(I)^4  
1080 SUM(86)=SUM(86)+X3(I)^2\*X4(I)^2  
1090 SUM(87)=SUM(87)+X3(I)^2\*X1(I)\*X2(I)  
1100 SUM(88)=SUM(88)+X3(I)^3\*X1(I)  
1110 SUM(89)=SUM(89)+X3(I)^2\*X1(I)\*X4(I)  
1120 SUM(90)=SUM(90)+X3(I)^3\*X2(I)  
1130 SUM(91)=SUM(91)+X2(I)\*X4(I)\*X3(I)^2  
1140 SUM(92)=SUM(92)+X3(I)^3\*X4(I)

```

1150 SUM(93)=SUM(93)*X4(I)+4
1160 SUM(94)=SUM(94)+4*(I)*X2(I)+X2(I)
1170 SUM(95)=SUM(95)+X4(I)+2*X1(I)*X2(I)
1180 SUM(96)=SUM(96)+X4(I)+2*X1(I)
1190 SUM(97)=SUM(97)+X4(I)+2*X2(I)*X3(I)
1200 SUM(98)=SUM(98)+X2(I)*X4(I)+3
1210 SUM(99)=SUM(99)+X3(I)*X4(I)+3
1220 SUM(100)=SUM(100)+X1(I)*X2(I)+X1(I)*X2(I)
1230 SUM(101)=SUM(101)+X1(I)*X2(I)+X1(I)*X3(I)
1240 SUM(102)=SUM(102)+X1(I)*X2(I)*X1(I)*X4(I)
1250 SUM(103)=SUM(103)+X1(I)*X2(I)*X2(I)*X3(I)
1260 SUM(104)=SUM(104)+X1(I)*X2(I)*X2(I)*X4(I)
1270 SUM(105)=SUM(105)+X1(I)*X2(I)*X3(I)*X4(I)
1280 SUM(106)=SUM(106)+X1(I)*X3(I)*X1(I)*X3(I)
1290 SUM(107)=SUM(107)+X1(I)*X3(I)*X1(I)*X4(I)
1300 SUM(108)=SUM(108)+X1(I)*X3(I)*X2(I)*X3(I)
1310 SUM(109)=SUM(109)+X1(I)*X3(I)*X2(I)*X4(I)
1320 SUM(110)=SUM(110)+X1(I)*X3(I)*X3(I)*X4(I)
1330 SUM(111)=SUM(111)+X1(I)*X4(I)*X1(I)*X4(I)
1340 SUM(112)=SUM(112)+X1(I)*X4(I)*X2(I)*X3(I)
1350 SUM(113)=SUM(113)+X1(I)*X4(I)*X2(I)*X4(I)
1360 SUM(114)=SUM(114)+X1(I)*X4(I)*X3(I)*X4(I)
1370 SUM(115)=SUM(115)+2*(I)*X3(I)+2*(I)*X4(I)
1380 SUM(116)=SUM(116)+X2(I)*X3(I)*X2(I)*X4(I)
1390 SUM(117)=SUM(117)+X2(I)*X3(I)*X3(I)*X4(I)
1400 SUM(118)=SUM(118)+X2(I)*X4(I)+2*(I)*X4(I)
1410 SUM(119)=SUM(119)+X2(I)*X4(I)*X3(I)*X4(I)
1420 SUM(120)=SUM(120)+X3(I)*X4(I)*X3(I)*X4(I)
1430 SUM(121)=SUM(121)+X3(I)*Y(I)
1440 SUM(122)=SUM(122)+X1(I)*Y(I)
1450 SUM(123)=SUM(123)+X2(I)*Y(I)
1460 SUM(124)=SUM(124)+X3(I)*Y(I)
1470 SUM(125)=SUM(125)+X4(I)*Y(I)
1480 SUM(126)=SUM(126)+X1(I)*Y(I)
1490 SUM(127)=SUM(127)+X2(I)*Y(I)
1500 SUM(128)=SUM(128)+X3(I)*Y(I)
1510 SUM(129)=SUM(129)+X4(I)*Y(I)
1520 SUM(130)=SUM(130)+X1(I)*X2(I)*Y(I)
1530 SUM(131)=SUM(131)+X1(I)*X3(I)*Y(I)
1540 SUM(132)=SUM(132)+X1(I)*X4(I)*Y(I)
1550 SUM(133)=SUM(133)+X2(I)*X3(I)*Y(I)
1560 SUM(134)=SUM(134)+X2(I)*X4(I)*Y(I)
1570 SUM(135)=SUM(135)+X3(I)*X4(I)*Y(I)
1580 NEXT I
1590 FOR I=1 TO 135
1600 PRINT "SUM("I;"=";"SUM(I)
1610 NEXT I
1620 REM FORMACION DE LAS ECUACIONES
1630 DIM A(15,15), Y(15), B(15)
1640 A(1,1)=SUM(1);A(1,2)=SUM(2);A(1,3)=SUM(3);A(1,4)=SUM(4);A(1,5)=SUM(5);A(1,6)
+SUM(6);A(1,7)=SUM(7);A(1,8)=SUM(8);A(1,9)=SUM(9);A(1,10)=SUM(10)
1650 A(1,11)=SUM(11);A(1,12)=SUM(12);A(1,13)=SUM(13);A(1,14)=SUM(14);A(1,15)=SUM
(15)
1660 A(2,1)=SUM(2);A(2,2)=SUM(16);A(2,3)=SUM(17);A(2,4)=SUM(18);A(2,5)=SUM(19);A
(2,6)=SUM(20);A(2,7)=SUM(21);A(2,8)=SUM(22);A(2,9)=SUM(23);A(2,10)=SUM(24)
1670 A(2,11)=SUM(25);A(2,12)=SUM(26);A(2,13)=SUM(27);A(2,14)=SUM(28);A(2,15)=SUM
(29)

```

```

1650 A(3,1)=SUM(3,1)+3,1)+SUM(17)+A(3,3)+SUM(36)+A(3,4)+SUM(31)+A(3,5)+SUM(32)+A
(3,6)+SUM(33)+A(3,7)+SUM(34)+A(3,8)+SUM(35)+A(3,9)+SUM(36)+A(3,10)+SUM(37)+A(3,1
1)+SUM(38)+A(3,12)+SUM(39)+A(3,13)+SUM(40)+A(3,14)+SUM(41)+A(3,15)+SUM(42)
1660 A(4,1)=SUM(4,1)+4,2)+SUM(18)+A(4,3)+SUM(31)+A(4,4)+SUM(43)+A(4,5)+SUM(44)+A
(4,6)+SUM(45)+A(4,7)+SUM(46)+A(4,8)+SUM(47)+A(4,9)+SUM(48)+A(4,10)+SUM(49)+A(4,1
1)+SUM(50)+A(4,12)+SUM(51)+A(4,13)+SUM(52)+A(4,14)+SUM(53)+A(4,15)+SUM(54)
1700 A(5,1)=SUM(5,1)+A(5,2)+SUM(19)+A(5,3)+SUM(32)+A(5,4)+SUM(44)+A(5,5)+SUM(55)+A
(5,6)+SUM(56)+A(5,7)+SUM(57)+A(5,8)+SUM(58)+A(5,9)+SUM(59)+A(5,10)+SUM(60)+A(5,1
1)+SUM(61)+A(5,12)+SUM(62)+A(5,13)+SUM(63)+A(5,14)+SUM(64)+A(5,15)+SUM(65)
1710 A(6,1)+SUM(6,1)+A(6,2)+SUM(20)+A(6,3)+SUM(33)+A(6,4)+SUM(45)+A(6,5)+SUM(56)+A
(6,6)+SUM(66)+A(6,7)+SUM(67)+A(6,8)+SUM(68)+A(6,9)+SUM(69)+A(6,10)+SUM(70)+A(6,1
1)+SUM(71)+A(6,12)+SUM(72)+A(6,13)+SUM(73)+A(6,14)+SUM(74)+A(6,15)+SUM(75)
1720 A(7,1)+SUM(7,1)+A(7,2)+SUM(21)+A(7,3)+SUM(34)+A(7,4)+SUM(46)+A(7,5)+SUM(57)+A
(7,6)+SUM(67)+A(7,7)+SUM(76)+A(7,8)+SUM(77)+A(7,9)+SUM(78)+A(7,10)+SUM(79)+A(7,1
1)+SUM(80)+A(7,12)+SUM(81)+A(7,13)+SUM(82)+A(7,14)+SUM(83)+A(7,15)+SUM(84)
1730 A(8,1)+SUM(8,1)+A(8,2)+SUM(22)+A(8,3)+SUM(35)+A(8,4)+SUM(47)+A(8,5)+SUM(58)+A
(8,6)+SUM(68)+A(8,7)+SUM(77)+A(8,8)+SUM(85)+A(8,9)+SUM(86)+A(8,10)+SUM(87)+A(8,1
1)+SUM(88)+A(8,12)+SUM(89)+A(8,13)+SUM(90)+A(8,14)+SUM(91)+A(8,15)+SUM(92)
1740 A(9,1)+SUM(9,1)+A(9,2)+SUM(23)+A(9,3)+SUM(36)+A(9,4)+SUM(48)+A(9,5)+SUM(59)+A
(9,6)+SUM(69)+A(9,7)+SUM(78)+A(9,8)+SUM(86)+A(9,9)+SUM(93)+A(9,10)+SUM(94)+A(9,1
1)+SUM(95)+A(9,12)+SUM(96)+A(9,13)+SUM(97)+A(9,14)+SUM(98)+A(9,15)+SUM(99)
1750 A(10,1)+SUM(10,1)+A(10,2)+SUM(24)+A(10,3)+SUM(37)+A(10,4)+SUM(49)+A(10,5)+SUM
(60)+A(10,6)+SUM(70)+A(10,7)+SUM(79)+A(10,8)+SUM(87)+A(10,9)+SUM(94)+A(10,10)+SU
M(101)+A(10,11)+SUM(101)+A(10,12)+SUM(102)+A(10,13)+SUM(103)+A(10,14)+SUM(104)
1760 A(10,15)+SUM(105)
1770 A(11,1)+SUM(11,1)+A(11,2)+SUM(25)+A(11,3)+SUM(38)+A(11,4)+SUM(50)+A(11,5)+SUM
(61)+A(11,6)+SUM(71)+A(11,7)+SUM(80)+A(11,8)+SUM(88)+A(11,9)+SUM(95)+A(11,10)+SU
M(101)+A(11,11)+SUM(106)+A(11,12)+SUM(107)+A(11,13)+SUM(108)+A(11,14)+SUM(109)
1780 A(11,15)+SUM(110)
1790 A(12,1)+SUM(12,1)+A(12,2)+SUM(26)+A(12,3)+SUM(39)+A(12,4)+SUM(51)+A(12,5)+SUM
(62)+A(12,6)+SUM(72)+A(12,7)+SUM(81)+A(12,8)+SUM(89)+A(12,9)+SUM(96)+A(12,10)+SU
M(102)+A(12,11)+SUM(107)+A(12,12)+SUM(111)+A(12,13)+SUM(112)+A(12,14)+SUM(113)
1800 A(12,15)+SUM(114)
1810 A(13,1)+SUM(13,1)+A(13,2)+SUM(27)+A(13,3)+SUM(40)+A(13,4)+SUM(52)+A(13,5)+SUM
(63)+A(13,6)+SUM(73)+A(13,7)+SUM(82)+A(13,8)+SUM(90)+A(13,9)+SUM(97)+A(13,10)+SU
M(103)+A(13,11)+SUM(108)+A(13,12)+SUM(112)+A(13,13)+SUM(115)+A(13,14)+SUM(116)
1820 A(13,15)+SUM(117)
1830 A(14,1)+SUM(14,1)+A(14,2)+SUM(28)+A(14,3)+SUM(41)+A(14,4)+SUM(53)+A(14,5)+SUM
(64)+A(14,6)+SUM(74)+A(14,7)+SUM(83)+A(14,8)+SUM(91)+A(14,9)+SUM(98)+A(14,10)+SU
M(104)+A(14,11)+SUM(109)+A(14,12)+SUM(113)+A(14,13)+SUM(116)+A(14,14)+SUM(118)
1840 A(14,15)+SUM(119)
1850 A(15,1)+SUM(15,1)+A(15,2)+SUM(29)+A(15,3)+SUM(42)+A(15,4)+SUM(54)+A(15,5)+SUM
(65)+A(15,6)+SUM(75)+A(15,7)+SUM(84)+A(15,8)+SUM(92)+A(15,9)+SUM(99)+A(15,10)+SU
M(105)+A(15,11)+SUM(110)+A(15,12)+SUM(114)+A(15,13)+SUM(117)+A(15,14)+SUM(119)
1860 A(15,15)+SUM(120)
1870 FOR I=1 TO 15
1880 E(I)=SUM(120+I)
1890 NEXT I
1900 REM METODO POR GAUS-JORDAN
1910 N1=15
1920 L=0:Z=1 :H=0:TEO=0
1930 IF Z=N1 THEN 2330
1940 L=L+1:MAX=ABS(A(L,L))
1950 IC=L:Z=Z+1
1960 FOR I=2 TO N1
1970 IF ABS(A(I,L))/MAX THEN MAX=ABS(A(I,L)): IC=I
1980 NEXT I

```

```

1990 FOR K=1 TO N1
1991 A(I)=L*(K)
1992 B(L)=A(I)*K
2020 A(I,C)=A(I)
2030 NEXT K
2040 A=B/L
2050 B(L)=B(I)
2060 B(I)=A(I)
2070 H=H+1;NR=N1-H
2080 MA=A(H,H)
2090 IF MA<=0 THEN 2110
2100 D=2+1; TED=1; GOTO 1930
2110 FOR I=H TO N1
2120 A(H,J)=A(H,J)/MA
2130 NEXT J
2140 S=SGN(A(H,H))
2150 B(H)=B(H)/MA
2160 FOR I=1 TO NR
2170 MU=A(I+H,H)
2180 D=SGN(A(I+H,H))
2190 IF D=0 THEN 2310
2200 IF S=0 THEN 2220
2210 IF S=D THEN 2270
2220 FOR J=1 TO N1
2230 A(I+H,J)=A(H,J)*(-1)*MU*A(I+H,J)
2240 NEXT J
2250 B(I+H)=B(H)*MU*(-1)+B(I+H)
2260 GOTO 2310
2270 FOR J=1 TO N1
2280 A(I+H,J)=A(H,J)*MU*A(I+H,J)
2290 NEXT J
2300 B(I+H)=B(H)*MU+B(I+H)
2310 NEXT I
2320 GOTO 1930
2330 H=H+1
2340 MA=A(H,H)
2350 IF MA<=0 THEN 2380
2360 BEEP;PRINT "NO EXISTE SOLUCION UNICA"
2370 END
2380 A(H,H)=A(H,H)/MA
2390 B(H)=B(H)/MA
2400 BEEP; PRINT "MATRIZ ESCALONADA"
2410 IF TED=0 THEN GOTO 2440
2420 BEEP; PRINT "NO EXISTE SOLUCION UNICA"
2430 END
2440 X(N1)=B(N1)
2450 FOR I=1 TO N1-1
2460 L=N1-I; RI=0
2470 FOR J=1 TO I
2480 RI=RI+A(L,L+J)*X(L+J)
2490 NEXT J
2500 X(L)=(B(L)-RI)/A(L,L)
2510 NEXT I
2520 BEEP; PRINT "SOLUCION DEL SISTEMA"
2530 PRINT
2540 FOR I=1 TO N1
2550 PRINT TAB(5*(I-1));"I=";I

```

2560 PRINT X:1

2570 NEXT I

2580 BY1=X(1)\*SUM(1)+X(2)\*SUM(2)+X(3)\*SUM(3)+X(4)\*SUM(4)+X(5)\*SUM(5)+X(6)\*SUM(6)+X(7)\*SUM(7)+X(8)\*SUM(8)+X(9)\*SUM(9)+X(10)\*SUM(10)+X(11)\*SUM(11)+X(12)\*SUM(12)+X(13)\*SUM(13)+X(14)\*SUM(14)+X(15)\*SUM(15)

2590 BY2=X(1)\*SUM(2)+X(2)\*SUM(1)+X(3)\*SUM(17)+X(4)\*SUM(16)+X(5)\*SUM(19)+X(6)\*SUM(20)+X(7)\*SUM(21)+X(8)\*SUM(22)+X(9)\*SUM(23)+X(10)\*SUM(24)+X(11)\*SUM(25)+X(12)\*SUM(26)+X(13)\*SUM(27)+X(14)\*SUM(28)+X(15)\*SUM(29)

2600 BY3=X(1)\*SUM(13)+X(2)\*SUM(17)+X(3)\*SUM(30)+X(4)\*SUM(31)+X(5)\*SUM(32)+X(6)\*SUM(33)+X(7)\*SUM(34)+X(8)\*SUM(35)+X(9)\*SUM(36)+X(10)\*SUM(37)+X(11)\*SUM(38)+X(12)\*SUM(39)+X(13)\*SUM(40)+X(14)\*SUM(41)+X(15)\*SUM(42)

2610 BY4=X(1)\*SUM(4)+X(2)\*SUM(18)+X(3)\*SUM(31)+X(4)\*SUM(43)+X(5)\*SUM(44)+X(6)\*SUM(45)+X(7)\*SUM(46)+X(8)\*SUM(47)+X(9)\*SUM(48)+X(10)\*SUM(49)+X(11)\*SUM(50)+X(12)\*SUM(51)+X(13)\*SUM(52)+X(14)\*SUM(53)+X(15)\*SUM(54)

2620 BY5=X(1)\*SUM(5)+X(2)\*SUM(19)+X(3)\*SUM(32)+X(4)\*SUM(44)+X(5)\*SUM(55)+X(6)\*SUM(56)+X(7)\*SUM(57)+X(8)\*SUM(58)+X(9)\*SUM(59)+X(10)\*SUM(60)+X(11)\*SUM(61)+X(12)\*SUM(62)+X(13)\*SUM(63)+X(14)\*SUM(64)+X(15)\*SUM(65)

2630 BY6=X(1)\*SUM(6)+X(2)\*SUM(20)+X(3)\*SUM(33)+X(4)\*SUM(45)+X(5)\*SUM(56)+X(6)\*SUM(66)+X(7)\*SUM(67)+X(8)\*SUM(68)+X(9)\*SUM(69)+X(10)\*SUM(70)+X(11)\*SUM(71)+X(12)\*SUM(72)+X(13)\*SUM(73)+X(14)\*SUM(74)+X(15)\*SUM(75)

2640 BY7=X(1)\*SUM(7)+X(2)\*SUM(21)+X(3)\*SUM(34)+X(4)\*SUM(46)+X(5)\*SUM(57)+X(6)\*SUM(67)+X(7)\*SUM(76)+X(8)\*SUM(77)+X(9)\*SUM(78)+X(10)\*SUM(79)+X(11)\*SUM(80)+X(12)\*SUM(81)+X(13)\*SUM(82)+X(14)\*SUM(83)+X(15)\*SUM(84)

2650 BY8=X(1)\*SUM(8)+X(2)\*SUM(22)+X(3)\*SUM(35)+X(4)\*SUM(47)+X(5)\*SUM(58)+X(6)\*SUM(68)+X(7)\*SUM(77)+X(8)\*SUM(85)+X(9)\*SUM(86)+X(10)\*SUM(87)+X(11)\*SUM(88)+X(12)\*SUM(89)+X(13)\*SUM(90)+X(14)\*SUM(91)+X(15)\*SUM(92)

2660 BY9=X(1)\*SUM(9)+X(2)\*SUM(23)+X(3)\*SUM(36)+X(4)\*SUM(48)+X(5)\*SUM(59)+X(6)\*SUM(69)+X(7)\*SUM(78)+X(8)\*SUM(86)+X(9)\*SUM(93)+X(10)\*SUM(94)+X(11)\*SUM(95)+X(12)\*SUM(96)+X(13)\*SUM(97)+X(14)\*SUM(98)+X(15)\*SUM(99)

2670 BY10=X(1)\*SUM(10)+X(2)\*SUM(24)+X(3)\*SUM(37)+X(4)\*SUM(49)+X(5)\*SUM(60)+X(6)\*SUM(70)+X(7)\*SUM(79)+X(8)\*SUM(87)+X(9)\*SUM(94)+X(10)\*SUM(100)+X(11)\*SUM(101)+X(12)\*SUM(102)+X(13)\*SUM(103)+X(14)\*SUM(104)+X(15)\*SUM(105)

2680 BY11=X(1)\*SUM(11)+X(2)\*SUM(25)+X(3)\*SUM(38)+X(4)\*SUM(50)+X(5)\*SUM(61)+X(6)\*SUM(71)+X(7)\*SUM(80)+X(8)\*SUM(88)+X(9)\*SUM(95)+X(10)\*SUM(101)+X(11)\*SUM(106)+X(12)\*SUM(107)+X(13)\*SUM(108)+X(14)\*SUM(109)+X(15)\*SUM(110)

2690 BY12=X(1)\*SUM(12)+X(2)\*SUM(26)+X(3)\*SUM(39)+X(4)\*SUM(51)+X(5)\*SUM(62)+X(6)\*SUM(72)+X(7)\*SUM(81)+X(8)\*SUM(89)+X(9)\*SUM(96)+X(10)\*SUM(102)+X(11)\*SUM(107)+X(12)\*SUM(111)+X(13)\*SUM(112)+X(14)\*SUM(113)+X(15)\*SUM(114)

2700 BY13=X(1)\*SUM(13)+X(2)\*SUM(27)+X(3)\*SUM(40)+X(4)\*SUM(52)+X(5)\*SUM(63)+X(6)\*SUM(73)+X(7)\*SUM(82)+X(8)\*SUM(90)+X(9)\*SUM(97)+X(10)\*SUM(103)+X(11)\*SUM(108)+X(12)\*SUM(112)+X(13)\*SUM(115)+X(14)\*SUM(116)+X(15)\*SUM(117)

2710 BY14=X(1)\*SUM(14)+X(2)\*SUM(28)+X(3)\*SUM(41)+X(4)\*SUM(53)+X(5)\*SUM(64)+X(6)\*SUM(74)+X(7)\*SUM(83)+X(8)\*SUM(91)+X(9)\*SUM(98)+X(10)\*SUM(104)+X(11)\*SUM(109)+X(12)\*SUM(113)+X(13)\*SUM(116)+X(14)\*SUM(118)+X(15)\*SUM(119)

2720 BY15=X(1)\*SUM(15)+X(2)\*SUM(29)+X(3)\*SUM(42)+X(4)\*SUM(54)+X(5)\*SUM(65)+X(6)\*SUM(75)+X(7)\*SUM(84)+X(8)\*SUM(92)+X(9)\*SUM(99)+X(10)\*SUM(105)+X(11)\*SUM(110)+X(12)\*SUM(114)+X(13)\*SUM(117)+X(14)\*SUM(119)+X(15)\*SUM(120)

2721 PRINT "COMPROBACION":BY1:BY2:BY3:BY4:BY5:BY6:BY7:BY8:BY9:BY10:BY11:BY12:BY13:BY14:BY15

2730 REM SUMA DE CUADRADOS

2740 SCB1=X(1)\*SUM(122)

2750 SCB2=X(3)\*SUM(123)

2760 SCB3=X(4)\*SUM(124)

2770 SCB4=X(5)\*SUM(125)

2780 SCPO=SCB1+SCB2+SCB3+SCB4

2790 PRINT "SCB1=";SCB1;"SCB2=";SCB2;"SCB3=";SCB3;"SCB4=";SCB4;"SCPO=";SCPO

2800 SC50=X(1)\*SUM(121)+X(6)\*SUM(126)+X(7)\*SUM(127)+X(8)\*SUM(128)+X(9)\*SUM(129)+

```

3110 *SUM(136)+((11)*SUM(131)+((12)*SUM(132)+X(13)*SUM(133)+X(14)*SUM(134)+X(15)
*SUM(135)+((SUM(121))^2)/N)
2910 PRINT "SC50=";SC50
2820 YM=SUM(121)/N
2830 FOR I=1 TO N
2840 SUM(136)=SUM(136)+(Y(I)-YM)^2
2850 NEXT I
2860 PRINT "SUMA TOTAL DE CUADRADOS POR FALTA DE AJUSTE POR Y=";SUM(136)
2870 FOR I=25 TO 31
2880 SUM(137)=SUM(137)+Y(I)
2890 NEXT I
2900 Y0=SUM(137)/7
2910 PRINT "Y0=";Y0
2920 FOR I=25 TO 31
2930 SUM(138)=SUM(138)+(Y(I)-Y0)^2
2940 NEXT I
2950 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DEL ERROR EXPERIMENTAL ES=";SUM(122)
2960 REM SC POR FALTA DE AJUSTE
2970 SCFA=SUM(136)-SUM(138)-SCPD-SC50
2980 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DE Y ES";SCFA
2990 REM CALCULO DE LOS CUADRADOS MEDIOS
3000 CMFA=SCFA/14
3010 CMFD=SCPD/4
3020 CMSO=SC50/6
3030 PRINT "CMPO=";CMPO; "CMSO=";CMSO
3040 PRINT "EL CM DE LA FALTA DE AJUSTE DE Y ES";CMFA
3050 CME=SUM(138)/6
3060 PRINT "EL CM DEL ERROR EXPERIMENTAL ES";CME
3070 F=CMFA/CME
3080 PRINT "F=";F
3090 REM CALCULO DE LA VARIANCIA DEL MODELO
3100 FOR I= 1 TO N
3110 (YEXP(I)+X(1)+X(2)*X1(I)+X(3)*X2(I)+X(4)*X3(I)+X(5)*X4(I)+X(6)*X1(I)^2+X(7)*
X2(I)^2+X(8)*X3(I)^2+X(9)*X4(I)^2+X(10)*X1(I)*X2(I)+X(11)*X1(I)*X3(I)+X(12)*X1(I)
)*X4(I)+X(13)*X2(I)*X3(I)+X(14)*X2(I)*X4(I)+X(15)*X3(I)*X4(I)
3120 NEXT I
3130 FOR I=1 TO N
3140 SUM(140)=SUM(140)+(Y(I)-YEXP(I))^2
3150 PRINT"Y(";I;")=";YEXP(I);NEXT I
3160 VARM=SUM(140)/(N-1)
3170 PRINT"LA VARIANCIA DEL MODELO ES";VARM
3180 END

```

```

10 CLS
20 REM SUPERFICIE RESPUESTA NO LINEAL
30 PRINT "NUMERO DE ENSAYOS"
40 INPUT N
50 DIM I(N),X1(N),X2(N),X3(N),Y(N),WX(N),YEZ(N)
60 DIM SUM(100)
70 OPEN "A:1" AS "ALLEG0"
80 FOR I=1 TO N
90 IF EOF(1) THEN 130
100 INPUT #1,I(I),X1(I),X2(I),X3(I),Y(I),WX(I)
110 NEXT I
120 CLOSE #1
130 FOR I=1 TO N
140 PRINT USING "###.###":I(I),X1(I),X2(I),X3(I),Y(I)
150 NEXT I
160 FOR I=1 TO N
170 WX(I)=1
180 NEXT I
190 FOR I=1 TO 26
200 SUM(I)=0
210 NEXT I
220 FOR I=1 TO N
230 SUM(1)=SUM(1)+X1(I)^2
240 SUM(2)=SUM(2)+X0(I)*X1(I)
250 SUM(3)=SUM(3)+X0(I)*X2(I)
260 SUM(4)=SUM(4)+X0(I)*X3(I)
270 SUM(5)=SUM(5)+X0(I)*X1(I)^2
280 SUM(6)=SUM(6)+X0(I)*X2(I)^2
290 SUM(7)=SUM(7)+X0(I)*X3(I)^2
300 SUM(8)=SUM(8)+X0(I)*X1(I)*X2(I)
310 SUM(9)=SUM(9)+X0(I)*X1(I)*X3(I)
320 SUM(10)=SUM(10)+X0(I)*X2(I)*X3(I)
330 SUM(11)=SUM(11)+X1(I)^2
340 SUM(12)=SUM(12)+X1(I)*X2(I)
350 SUM(13)=SUM(13)+X1(I)*X3(I)
360 SUM(14)=SUM(14)+X1(I)^3
370 SUM(15)=SUM(15)+X1(I)*X2(I)
380 SUM(16)=SUM(16)+X1(I)*X3(I)
390 SUM(17)=SUM(17)+X1(I)^2*X2(I)
400 SUM(18)=SUM(18)+X1(I)^2*X3(I)
410 SUM(19)=SUM(19)+X1(I)^2*X2(I)*X3(I)
420 SUM(20)=SUM(20)+X2(I)^2
430 SUM(21)=SUM(21)+X2(I)*X3(I)
440 SUM(22)=SUM(22)+X2(I)*X1(I)^2
450 SUM(23)=SUM(23)+X2(I)^3
460 SUM(24)=SUM(24)+X2(I)*X3(I)^2
470 SUM(25)=SUM(25)+X2(I)*X1(I)*X2(I)
480 SUM(26)=SUM(26)+X2(I)*X1(I)*X3(I)
490 SUM(27)=SUM(27)+X2(I)*X2(I)*X3(I)
500 SUM(28)=SUM(28)+X3(I)^2
510 SUM(29)=SUM(29)+X3(I)*X1(I)^2
520 SUM(30)=SUM(30)+X3(I)*X2(I)^2
530 SUM(31)=SUM(31)+X3(I)*X3(I)^2
540 SUM(32)=SUM(32)+X3(I)*X1(I)*X2(I)
550 SUM(33)=SUM(33)+X3(I)*X1(I)*X3(I)
560 SUM(34)=SUM(34)+X3(I)*X2(I)*X3(I)
570 SUM(35)=SUM(35)+X1(I)^4

```

```

580 SUM(36)=SUM(36)*X1(I)*2*(I)^2
590 SUM(37)=SUM(37)*X1(I)*2*(I)^2
600 SUM(38)=SUM(38)*X1(I)*2*(I)^2*(I)
610 SUM(39)=SUM(39)*X1(I)*2*(I)^2*(I)
620 SUM(40)=SUM(40)*X1(I)*2*(I)^2*(I)^2
630 SUM(41)=SUM(41)*X2(I)^4
640 SUM(42)=SUM(42)*X2(I)^2*(I)^2
650 SUM(43)=SUM(43)*X2(I)^2*(I)*X2(I)
660 SUM(44)=SUM(44)*X2(I)^2*(I)*X3(I)
670 SUM(45)=SUM(45)*X2(I)^2*(I)*X3(I)
680 SUM(46)=SUM(46)*X3(I)^4
690 SUM(47)=SUM(47)*X3(I)^2*(I)*X2(I)
700 SUM(48)=SUM(48)*X3(I)^2*(I)*X3(I)
710 SUM(49)=SUM(49)*X3(I)^2*(I)*X3(I)
720 SUM(50)=SUM(50)*X1(I)*X2(I)^2
730 SUM(51)=SUM(51)*X1(I)*X2(I)*X1(I)*X5(I)
740 SUM(52)=SUM(52)*X1(I)*X2(I)*X2(I)*X3(I)
750 SUM(53)=SUM(53)*X1(I)*X3(I)^2
760 SUM(54)=SUM(54)*X1(I)*X3(I)*X2(I)*X3(I)
770 SUM(55)=SUM(55)*X2(I)*X3(I)^2
780 SUM(56)=SUM(56)*X1(I)*Y(I)
790 SUM(57)=SUM(57)*X1(I)*Y(I)
800 SUM(58)=SUM(58)*X2(I)*Y(I)
810 SUM(59)=SUM(59)*X3(I)*Y(I)
820 SUM(60)=SUM(60)*X1(I)^2*(Y(I)
830 SUM(61)=SUM(61)*X2(I)^2*(Y(I)
840 SUM(62)=SUM(62)*X3(I)^2*(Y(I)
850 SUM(63)=SUM(63)*X1(I)*X2(I)*Y(I)
860 SUM(64)=SUM(64)*X1(I)*X3(I)*Y(I)
870 SUM(65)=SUM(65)*X2(I)*X3(I)*Y(I)
880 NEXT I
890 FOR I=1 TO 65
900 PRINT "SUM(1)";SUM(I)
910 NEXT I
920 REM FORMACION DE LAS ECUACIONES
930 DIM A(10,10), X(10), B(10)
940 A(1,1)=SUM(1);A(1,2)=SUM(2);A(1,3)=SUM(3);A(1,4)=SUM(4);A(1,5)=SUM(5);A(1,6)=
SUM(6);A(1,7)=SUM(7);A(1,8)=SUM(8);A(1,9)=SUM(9);A(1,10)=SUM(10)
950 A(2,1)=SUM(2);A(2,2)=SUM(11);A(2,3)=SUM(12);A(2,4)=SUM(13);A(2,5)=SUM(14);A(
2,6)=SUM(15);A(2,7)=SUM(16);A(2,8)=SUM(17);A(2,9)=SUM(18);A(2,10)=SUM(19)
960 A(3,1)=SUM(3);A(3,2)=SUM(12);A(3,3)=SUM(20);A(3,4)=SUM(21);A(3,5)=SUM(22);A(
3,6)=SUM(23);A(3,7)=SUM(24);A(3,8)=SUM(25);A(3,9)=SUM(26);A(3,10)=SUM(27)
970 A(4,1)=SUM(4);A(4,2)=SUM(13);A(4,3)=SUM(21);A(4,4)=SUM(28);A(4,5)=SUM(29);A(
4,6)=SUM(30);A(4,7)=SUM(21);A(4,8)=SUM(32);A(4,9)=SUM(33);A(4,10)=SUM(34)
980 A(5,1)=SUM(5);A(5,2)=SUM(14);A(5,3)=SUM(22);A(5,4)=SUM(29);A(5,5)=SUM(35);A(
5,6)=SUM(36);A(5,7)=SUM(37);A(5,8)=SUM(38);A(5,9)=SUM(39);A(5,10)=SUM(40)
990 A(6,1)=SUM(6);A(6,2)=SUM(15);A(6,3)=SUM(23);A(6,4)=SUM(30);A(6,5)=SUM(36);A(
6,6)=SUM(41);A(6,7)=SUM(42);A(6,8)=SUM(43);A(6,9)=SUM(44);A(6,10)=SUM(45)
1000 A(7,1)=SUM(7);A(7,2)=SUM(16);A(7,3)=SUM(24);A(7,4)=SUM(31);A(7,5)=SUM(37);A(
7,6)=SUM(42);A(7,7)=SUM(46);A(7,8)=SUM(47);A(7,9)=SUM(48);A(7,10)=SUM(49)
1010 A(8,1)=SUM(8);A(8,2)=SUM(17);A(8,3)=SUM(25);A(8,4)=SUM(32);A(8,5)=SUM(38);A(
8,6)=SUM(43);A(8,7)=SUM(47);A(8,8)=SUM(50);A(8,9)=SUM(51);A(8,10)=SUM(52)
1020 A(9,1)=SUM(9);A(9,2)=SUM(18);A(9,3)=SUM(26);A(9,4)=SUM(33);A(9,5)=SUM(39);A(
9,6)=SUM(44);A(9,7)=SUM(49);A(9,8)=SUM(51);A(9,9)=SUM(53);A(9,10)=SUM(54)
1030 A(10,1)=SUM(10);A(10,2)=SUM(19);A(10,3)=SUM(27);A(10,4)=SUM(34);A(10,5)=SUM(
40);A(10,6)=SUM(45);A(10,7)=SUM(49);A(10,8)=SUM(52);A(10,9)=SUM(54);A(10,10)=SUM(
1050)

```

```

1040 FOR I=1 TO 10
1050 B(I)=SUM*SS+I.
1060 NEXT I
1070 REM METODO POR GAUS-JORDAN
1080 N1=10
1090 L=0:Z=1:IM=0:TEO=0
1100 IF Z=NI THEN 1490
1110 L=L+1:MA=ABS(A(I,L))
1120 IC=L:Z=Z+1
1130 FOR I=Z TO N1
1140 IF ABS(A(I,L))>MAX THEN MAX=ABS(A(I,I)): IC=I
1150 NEXT I
1160 FOR I=1 TO N1
1170 AT=A(I,L)
1175 A(I,L)=A(I,IC)
1180 A(I,IC)=AT
1190 NEXT I
1200 AT=B(L)
1210 B(L)=B(IC)
1220 B(IC)=AT
1230 H=H+1:N=N1-H
1240 MA=0:MH=0
1250 IF MA=0 THEN 1270
1260 Z=Z+1:TEO=1:GOTO 1100
1270 FOR J=H TO N1
1280 A(H,J)=A(H,J)/MA
1290 NEXT J
1300 S=SGN(A(H,H))
1310 B(H)=B(H)/MA
1320 FOR I=1 TO NR
1330 MU=A(I+H,H)
1340 O=SGN(A(I+H,H))
1350 IF O=0 THEN 1470
1360 IF S=0 THEN 1380
1370 IF S=O THEN 1430
1380 FOR J=1 TO N1
1390 A(I+H,J)=A(H,J)*(-1)*MU+A(I+H,J)
1400 NEXT J
1410 B(I+H)=B(H)*MU*(-1)+B(I+H)
1420 GOTO 1470
1430 FOR J=1 TO N1
1440 A(I+H,J)=A(H,J)*MU+A(I+H,J)
1450 NEXT J
1460 B(I+H)=B(H)*MU+B(I+H)
1470 NEXT I
1480 GOTO 1100
1490 H=H+1
1500 MA=A(H,H)
1510 IF MA=0 THEN 1550
1520 BEEP:PRINT "NO EXISTE SOLUCION UNICA"
1540 END
1550 A(H,H)=A(H,H)/MA
1560 B(H)=B(H)/MA
1570 BEEP:PRINT "MATRIZ ESCALONADA"
1590 IF TEO=0 THEN GOTO 1620
1600 BEEP:PRINT "NO EXISTE SOLUCION UNICA"
1610 END

```

```

1620 P(N1)=B(N1)
1630 FOR I=1 TO N1-1
1640 L=N1-I: A1=0
1650 FOR J=1 TO I
1660 P1=PI*A(L+J)*X(L+J)
1670 NEXT J
1680 Y(L)=B(L)-P1/A(L,L)
1690 NEXT I
1700 BEEP: PRINT "SOLUCION DEL SISTEMA"
1710 PRINT
1720 FOR I=1 TO N1
1730 PRINT TAB(5*(" "I:)):
1740 PRINT USING "#####.###":X(I)
1750 NEXT I
1760 REM SUMA DE CUADRADOS
1770 SCB1=(2)*SUM(57)
1780 SCB2=X(3)*SUM(58)
1790 SCB3=X(4)*SUM(59)
1800 SCPO=SCB1+SCB2+SCB3
1810 PRINT "SCB1=";SCB1: "SCB2=";SCB2: "SCB3=";SCB3: "SCPO=";SCPO
1820 SC50=X(1)*SUM(56)+X(5)*SUM(60)+X(6)*SUM(61)+X(7)*SUM(62)+X(8)*SUM(63)+X(9)*
SUM(64)+X(10)*SUM(65)-((SUM(26))^2)/N
1830 PRINT "SC50=";SC50
1840 YN=SUM(56)/N
1850 FOR I=1 TO N
2000 SUM(67)=SUM(67)+(Y(I)-YN)^2
2010 NEXT I
2020 PRINT "SUMA TOTAL DE CUADRADOS POR FALTA DE AJUSTE POR Y=";SUM(67)
2030 FOR I=15 TO 20
2040 SUM(68)=SUM(68)+Y(I)
2050 NEXT I
2060 Y0=SUM(68)/6
2070 PRINT "Y0=";Y0
2080 FOR I=15 TO 20
2090 SUM(69)=SUM(69)+(Y(I)-Y0)^2
2100 NEXT I
2110 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DEL ERROR EXPERIMENTAL ES=";SUM(69)
2120 REM SC POR FALTA DE AJUSTE
2130 SCFA=SUM(67)-SUM(69)-SCPO-SC50
2140 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DE Y ES";SCFA
2150 REM CALCULO DE LOS CUADRADOS MEDIOS
2160 CMFA=SCFA/5
2170 CMFO=SCPO/3
2180 CMSO=SC50/6
2190 PRINT "CMFO=";CMFO: "CMSO=";CMSO
2200 PRINT "EL CM DE LA FALTA DE AJUSTE DE Y ES";CMFA
2210 CME=SUM(69)/5
2220 PRINT "EL CM DEL ERROR EXPERIMENTAL ES";CME
2310 F=CMFA/CME
2320 PRINT "F=";F
2330 REM CALCULO DE LA VARIANCIA DEL MODELO
2340 FOR I=1 TO N
2350 YE P(I)=Y(I)*X(2)+X(1)*Y(I)+X(3)*X(2)*I+X(4)*X(2)*I+X(5)*X(1)*I^2+X(6)*X(2)*I^2+X(7)
*X(3)*I^2+X(8)*X(1)*X(2)*I+X(9)*X(1)*I^2+X(10)*X(2)*I)*NS(I)
2360 PRINT Y(I);I);YE P(I);NEXT I
2370 FOR I=1 TO N
2370 SUM(70)=SUM(70)+(Y(I)-YEXP(I))^2

```

```
2580 N=1 2
2590 VARM=SUM(TO)/N-1
2600 PRINT "LA VARIANCIA DEL MODELO ES: VARM"
2610 END
```

```

10 CLS
20 REM SUPERFICIE DE RESPUESTA LINEAL
30 PRINT "NUMERO DE ENSAYOS"
40 INPUT N
50 DIM I(0), X1(0), X2(0), X3(0), Y(0), WX(0), YEXP(0)
60 DIM SUM(100)
70 OPEN "I.#1. "A:ALEO"
80 FOR I=1 TO N
90 IF EOF(1) THEN 130
100 INPUT #1, I(I), X1(I), X2(I), X3(I), Y(I), WX(I)
110 NEXT I
120 CLOSE #1
130 FOR I=1 TO N
140 PRINT USING "###.###": I(I), X1(I), X2(I), X3(I), Y(I)
150 NEXT I
160 FOR I=1 TO N
170 Y0(I)=1
180 NEXT I
190 FOR I=1 TO 24
200 SUM(I)=0
210 NEXT I
220 FOR I=1 TO N
230 SUM(1)=SUM(1)+X0(I)^2
240 SUM(2)=SUM(2)+X0(I)*X1(I)
250 SUM(3)=SUM(3)+X0(I)*X2(I)
260 SUM(4)=SUM(4)+X0(I)*X3(I)
270 SUM(5)=SUM(5)+X1(I)*X0(I)
280 SUM(6)=SUM(6)+X1(I)^2
290 SUM(7)=SUM(7)+X1(I)*X2(I)
300 SUM(8)=SUM(8)+X1(I)*X3(I)
310 SUM(9)=SUM(9)+X2(I)*X0(I)
320 SUM(10)=SUM(10)+X2(I)*X1(I)
330 SUM(11)=SUM(11)+X2(I)^2
340 SUM(12)=SUM(12)+X2(I)*X3(I)
350 SUM(13)=SUM(13)+X3(I)*X0(I)
360 SUM(14)=SUM(14)+X3(I)*X1(I)
370 SUM(15)=SUM(15)+X3(I)*X2(I)
380 SUM(16)=SUM(16)+X3(I)^2
390 SUM(17)=SUM(17)+X0(I)*Y(I)
400 SUM(18)=SUM(18)+X1(I)*Y(I)
410 SUM(19)=SUM(19)+X2(I)*Y(I)
420 SUM(20)=SUM(20)+X3(I)*Y(I)
430 NEXT I
440 FOR I=1 TO 20
450 PRINT "SUM("I:"): ";SUM(I)
460 NEXT I
470 REM FORMACION DE LAS UNIDADES
480 DIM A(4,4), X(4), B(4), L(4,4), U(4,4), YF(4), XF(4)
490 A(1,1)=SUM(1); A(1,2)=SUM(2); A(1,3)=SUM(3); A(1,4)=SUM(4); B(1)=SUM(17)
500 A(2,1)=SUM(5); A(2,2)=SUM(6); A(2,3)=SUM(7); A(2,4)=SUM(8); B(2)=SUM(18)
510 A(3,1)=SUM(9); A(3,2)=SUM(10); A(3,3)=SUM(11); A(3,4)=SUM(12); B(3)=SUM(19)
520 A(4,1)=SUM(13); A(4,2)=SUM(14); A(4,3)=SUM(15); A(4,4)=SUM(16); B(4)=SUM(20)
530 REM METODO POR FACTORIZACION
540 REM FORMACION DE L(U,V) Y U(N,N)
550 FOR I=1 TO 4
560 FOR J=1 TO 4
570 L(I,J)=0

```

```

580 U(I,J)=0
590 NEXT J
600 NEXT I
610 FOR I=1 TO 4
620 L(I,I)=1
630 NEXT I
640 FOR I=1 TO 4
650 FOR J=1 TO 4
660 PRINT "A(";I;";";J;")=";A(I,J)
670 NEXT J
680 PRINT "BY(";I;")=";BY(I)
690 NEXT I
700 U(1,1)=A(1,1)
710 FOR I=2 TO 4
720 L(I,1)=(1/U(1,1))*(A(I,1)-(L(I,2)*U(2,1)+L(I,3)*U(3,1)+L(I,4)*U(4,1)))
730 NEXT I
740 U(2,2)=(1/L(2,2))*(A(2,2)-(L(2,1)*U(1,2)+L(2,3)*U(3,2)+L(2,4)*U(4,2)))
750 FOR I=3 TO 4
760 L(I,2)=(1/U(2,2))*(A(I,2)-(L(I,1)*U(1,2)+L(I,3)*U(3,2)+L(2,4)*U(4,2)))
770 NEXT I
780 FOR J=3 TO 4
790 U(2,J)=(1/L(2,2))*(A(2,J)-(L(2,1)*U(1,J)+L(2,3)*U(3,J)+L(2,4)*U(4,J)))
800 NEXT J
810 FOR J=3 TO 4
820 U(3,J)=(1/L(3,3))*(A(3,J)-(L(3,1)*U(1,J)+L(3,2)*U(2,J)+L(3,4)*U(4,J)))
830 NEXT J
840 L(4,3)=(1/U(3,3))*(A(4,3)-(L(4,1)*U(1,3)+L(4,2)*U(2,3)+L(4,4)*U(4,3)))
850 U(4,4)=(1/L(4,4))*(A(4,4)-(L(4,1)*U(1,4)+L(4,2)*U(2,4)+L(4,3)*U(3,4)))
860 FOR I=1 TO 4
870 FOR J=1 TO 4
880 PRINT "L(";I;";";J;")=";L(I,J); "U(";I;";";J;")="; U(I,J)
890 NEXT J
900 NEXT I
910 REM CALCULO DE Y
920 YF(1)=BY(1)*L(1,1)
930 YF(2)=(BY(2)-L(2,1)*YF(1))/L(2,2)
940 YF(3)=(BY(3)-L(3,1)*YF(1)-L(3,2)*YF(2))
950 YF(4)=(BY(4)-L(4,1)*YF(1)-L(4,2)*YF(2)-L(4,3)*YF(3))
960 FOR I=1 TO 4
970 PRINT "YF(";I;")="; YF(I)
980 NEXT I
990 REM CALCULO DE XF
1000 XF(4)=YF(4)/U(4,4)
1010 XF(3)=(YF(3)-U(3,4)*XF(4))/U(3,3)
1020 XF(2)=(YF(2)-U(2,3)*XF(3)-U(2,4)*XF(4))/U(2,2)
1030 XF(1)=(YF(1)-U(1,2)*XF(2)-U(1,3)*XF(3)-U(1,4)*XF(4))/U(1,1)
1040 PRINT " LOS VALORES DE LAS INCOGNITAS "
1050 FOR I=1 TO 4
1060 PRINT "X(";I;")=";XF(I)
1070 NEXT I
1080 BY1=XF(1)*SUM(1)+XF(2)*SUM(2)+XF(3)*SUM(3)+XF(4)*SUM(4)
1090 BY2=XF(1)*SUM(5)+XF(2)*SUM(6)+XF(3)*SUM(7)+XF(4)*SUM(8)
1100 BY3=XF(1)*SUM(9)+XF(2)*SUM(10)+XF(3)*SUM(11)+XF(4)*SUM(12)
1110 BY4=XF(1)*SUM(13)+XF(2)*SUM(14)+XF(3)*SUM(15)+XF(4)*SUM(16)
1120 PRINT "COMPROBACION": B-1:BY2:BY3:BY4
1130 B0=SUM(2)/N
1140 PRINT "B0="; B0

```

```

1150 B1Y=SUM(17)/SUM(1)
1160 PRINT "B1Y=";B1Y
1170 B2Y=SUM(18)/SUM(6)
1180 PRINT "B2Y=";B2Y
1190 B3Y=SUM(19)/SUM(11)
1200 PRINT "B3Y=";B3Y
1210 B4Y=SUM(20)/SUM(16)
1220 F=100/5444/544
1230 REM SUMA DE CUADRADOS
1240 SCB1=XF(2)+SUM(18)
1250 SCB2=XF(3)+SUM(19)
1260 SCB3=XF(4)+SUM(20)
1270 PRINT "SCB1=";SCB1;"SCB2=";SCB2;"SCB3=";SCB3
1280 YM=SUM(17)/N
1290 FOR I=1 TO N
1300 SUM(21)=SUM(21)+(Y(I)-YM)^2
1310 NEXT I
1320 PRINT "VARIANCIA DE Y=" USING "###.###"; SUM(21)
1330 FOR I=9 TO 12
1340 SUM(22)=SUM(22)+Y(I)
1350 NEXT I
1360 Y0=SUM(22)/4
1370 PRINT "Y0=";Y0
1380 FOR I=9 TO 12
1390 SUM(23)=SUM(23)+(Y(I)-Y0)^2
1400 NEXT I
1410 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DEL AJUSTE DEL ERROR CENTRAL ES"; SUM(23)
1420 REM SC POR FALTA DE AJUSTE
1430 SCFA=SUM(21)-SUM(23)-SCB1-SCB2-SCB3
1440 PRINT "LA SC POR FALTA DE AJUSTE DE Y ES"; SCFA
1450 REM CALCULO DE LOS CUADRADOS MEDIOS
1460 CMFA=SCFA/5
1470 PRINT "EL CM DE LA FALTA DE AJUSTE DE Y ES"; CMFA
1480 CME=SUM(23)/3
1490 PRINT "EL CM DEL ERROR EXPERIMENTAL DE Y ES"; CME
1500 F=CMFA/CME
1510 PRINT "F=";F
1520 REM CALCULO DE LA VALIDEZ DEL MODELO
1530 FOR I=1 TO N
1540 YEYP(I)=XF(1)+XF(2)*X1(I)+XF(3)+X2(I)+XF(4)*X3(I)
1550 NEXT I
1560 REM CALCULO DE LA VARIANCIA
1570 FOR I=1 TO N
1580 SUM(24)=SUM(24)+(Y(I)-YEYP(I))^2
1590 NEXT I
1600 VARM=SUM(24)/(N-1)
1610 PRINT "LA VARIANCIA DEL MODELO ES"; VARM
1620 END

```