

45  
20j



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**ESTUDIO TERMICO DE TRANSFORMA-  
DORES ELECTRICOS ENCAPSULADOS  
EN RESINA EPOXICA**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**  
**F I S I C O**  
**P R E S E N T A :**  
**MARIA DEL ROCIO NAVA LARA**

MEXICO, D. F.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

1991



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

### Introducción

### Capítulo 1

#### Descripción del Transformador Encapsulado

	página
1.1. Antecedentes . . . . .	6
1.2. Descripción física y componentes . . . . .	15
1.2.1. Núcleo. . . . .	15
1.2.2. Bobina de baja tensión. . . . .	15
1.2.3. Bobina de alta tensión. . . . .	15
1.2.3.1. Pantalla electrostática. . . . .	15
1.2.4. Sistema aislante. . . . .	19
1.3. Características eléctricas . . . . .	21
1.3.1 Densidad de corriente. . . . .	21

### Bibliografía

### Capítulo 2

#### Propiedades Térmicas del Sistema Aislante

2.1 Generalidades . . . . .	25
2.1.1. Propiedades térmicas. . . . .	27
2.1.2. Ecuación de conducción de calor . . . . .	29
2.2 Planteamiento del problema térmico. . . . .	30
2.2.1. Condiciones requeridas para efectuar el estudio térmico . . . . .	32
2.3. Determinación experimental de conductividad térmica. . . . .	33
2.3.1. Aspectos teóricos . . . . .	33
2.3.2. Esquema general del equipo experimental. . . . .	38
2.3.3. Procedimiento experimental. . . . .	40
2.3.4. Resultados. . . . .	44

2.4. Cálculo de calor específico, difusividad y conductividad térmica, y resistencia térmica de contacto por el método de estimación de parámetros . . . . .	54
2.4.1. Aspectos teóricos . . . . .	55
2.4.2. Parámetros iniciales y parámetros calculados por el método de Gauss-Newton	58
2.4.3. Resultados. . . . .	60
2.5. Conclusiones . . . . .	61

**Bibliografía**

**Capítulo 3**

**Condiciones de frontera**

3.1. Medición experimental de condiciones de frontera. . . . .	66
3.1.1. Aspectos teóricos de la implementación eléctrica. . . . .	66
3.1.2. Esquema general del equipo experimental.	68
3.1.3. Procedimiento experimental . . . . .	68
3.1.4. Resultados . . . . .	70
3.2. Asignación de condiciones de frontera y generación interna de calor . . . . .	72

**Bibliografía**

**Capítulo 4**

**Método de solución del problema térmico**

4.1 Metodos numéricos . . . . .	82
4.1.1 Diferencias finitas . . . . .	82
4.1.2 Elemento finito . . . . .	86
4.2 Modelación térmica. . . . .	87
4.2.1. Programa de modelación térmica CALIIE_2d_T. . . . .	87
4.2.2. Modelación térmica por el método de Patankar . . . . .	87

4.3 Validación de resultados de programa	
CALIIE_2d_T. . . . .	89
4.3.1. Modelación con el método de Patankar . . . . .	90
4.3.2. Modelación con Caliiie_2d_T . . . . .	90
4.3.3. Comparación de resultados. . . . .	92
4.4 Conclusiones . . . . .	94

## Bibliografía

## Capítulo 5

### Modelación Térmica de la Bobina de Alta Tensión

5.1. Comportamiento térmico de los materiales que conforman la bobina de alta tensión. . . . .	98
5.1.1. Bobina cilíndrica con devanado de dos secciones . . . . .	98
5.1.2. Bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y cinco capas . . . . .	99
5.1.3. Bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y cinco capas con generación interna de calor. . . . .	102
5.2. Simulación térmica de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática. . . . .	104
5.2.1. Para una corriente eléctrica de 1.95 A	109
5.2.2. Para una corriente eléctrica de 2.65 A	110
5.2.3. Para una corriente eléctrica de 2.80 A	110
5.2.4. Para una corriente eléctrica de 3.00 A	110
5.3. Simulación térmica de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática . . . . .	111
5.3.1. Para una corriente eléctrica de 1.95 A	112
5.3.2. Para una corriente eléctrica de 2.65 A	112
5.3.3. Para una corriente eléctrica de 2.80 A	117
5.3.4. Para una corriente eléctrica de 3.00 A	117
5.4. Análisis de resultados. . . . .	117
5.4.1. Determinación de corriente y potencia máxima. . . . .	118

**Capítulo 6**

**Conclusiones. . . . . 121**

**Apendice 1**

## INTRODUCCION

El aislamiento eléctrico es uno de los factores importantes en el diseño de transformadores, ya que la vida de estos dispositivos depende de los materiales empleados. Aproximadamente el 85% de los problemas en los transformadores surgen de las limitaciones de los materiales para resistir las condiciones atmosféricas [1]; sobrecargas, corto circuitos, etc..

A lo largo de la historia de los transformadores se ha empleado una gran cantidad de materiales dieléctricos, tal fue el caso de los aceites minerales derivados del petróleo, usados en transformadores desde 1887 [2]. La viscosidad baja del petróleo sirvió al propósito de proveer un aislamiento superior cuando se impregnaba en papel y en otros sólidos dieléctricos. Ello además de proporcionar aislamiento eléctrico, proveía un medio para disipar el calor producido por efecto Joule. Desde que se emplearon estos aceites en combinación con papeles celulósicos, había una preocupación natural por los riesgos de explosión e inflamabilidad, asociados a estos materiales.

Fue hasta 1932 cuando apareció el primer transformador de "askarel". Los askareles comprenden un grupo de hidrocarburos aromáticos de alta resistencia al fuego, empleados como aislantes líquidos conocidos como PCB's. Se aplicaban donde los aceites minerales no eran aceptables. Los transformadores de askarel se emplearon durante casi 40 años, hasta que se descubrió, que eran altamente tóxicos, por lo que se suspendió su producción, prohibiendo su uso en algunos países en los años 70's [3]. Bajo estas circunstancias, se han desarrollado algunas alternativas para los aislamientos tanto térmicos como eléctricos.

Los transformadores de tipo seco ofrecen una opción atractiva, en particular aquellos encapsulados en resina epóxica. La ventaja con esta clase de transformadores es el bajo riesgo de inflamabilidad, su alta resistencia mecánica y sus propiedades eléctricas.

Para hacer frente a las necesidades en el desarrollo de aislamientos eléctricos para transformadores, en el Departamento de Materiales del Instituto de Investigaciones Eléctricas se construyó un prototipo de transformador de 45 KVA, encapsulado en resina epóxica [4,5]. Tal resina es clase térmica F, es decir para una temperatura máxima de operación de 155°C. Para temperaturas mayores esta presenta comportamientos indeseables que la hacen inadecuada como aislante, de ahí que resulta indispensable realizar un estudio desde el punto de vista térmico. Esta tesis tiene como fin realizar dicho estudio sobre el transformador mencionado, tratando de encontrar criterios de diseño, para transformadores de potencia mayor.

El objetivo principal es encontrar la corriente máxima en el embobinado de alta tensión a temperaturas extremas, de tal manera que en la operación normal del transformador se garanticen márgenes de seguridad aceptables.

El trabajo realizado se desarrolló en la forma siguiente. En el capítulo 1 se hizo la descripción del transformador y el planteamiento del problema térmico en estado estacionario, presente en dicho sistema. Ante el problema planteado, se hace notar la importancia de las propiedades térmicas del material y las condiciones de frontera necesarias para su solución. Esa información se obtuvo experimentalmente en los capítulos 2 y 3, respectivamente. En el capítulo 4 se describe la herramienta de proceso y métodos numéricos que apoyaron fuertemente a este trabajo. En el capítulo 5 se efectuó una simulación térmica para encontrar los parámetros de interés; i.e. la corriente máxima que puede circular en la bobina de alta tensión, correspondiente al límite de temperatura de 155°C, determinado por el aislamiento a base de dicha resina. Finalmente, en el capítulo 6, se dan las conclusiones del estudio, encontrando la potencia máxima a la cual puede operar el transformador, considerando criterios de diseño.



## Bibliografía

- [1] Manning M. L., "Fundamentals of Insulating Transformers". IEEE Electrical Insulating Magazine, Nov. 87, vol. 3, No.6, pp. 19-22.
- [2] Shepard R. H., "A Century of Progress in Electrical Insulation 1886-1986". IEEE Electrical Insulation Magazine, Sep. 86, vol.2, No.5, pp. 20-30.
- [3] Pearce, H. A and Clairborne C.C., "Transformer Fluids". IEEE Electrical Insulation Magazine. July/August 89, vol.5, No.4.
- [4] Robles P. E, Aguilar U., "Desarrollo de transformadores Encapsulados". Estudio interno, IIE/30/31/I-001/P/86, 1986.
- [5] González de la Vega J., Ponce M., Rojas F., Aguilar U., "Desarrollo de un sistema aislante para transformadores encapsulados". Estudio interno, IIE/30/31/1994/EI-01, 1986.

# *CAPITULO*

## *1*

*DESCRIPCION DEL TRANSFORMADOR ENCAPSULADO*

## Introducción.

Antes de abordar el estudio térmico del transformador encapsulado es necesario describir físicamente el sistema que se estudia. Con la finalidad de ayudar en la comprensión de los fenómenos térmicos presentes en el transformador encapsulado en resina epóxica, en este capítulo se describe el principio físico del transformador eléctrico, los componentes del transformador encapsulado y las propiedades físicas del sistema aislante.

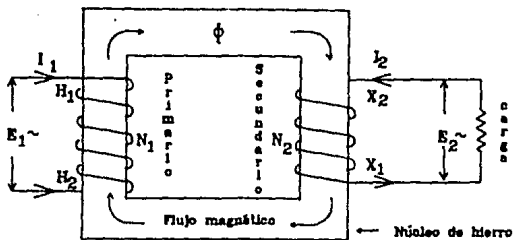


Fig. 1.1 Un transformador

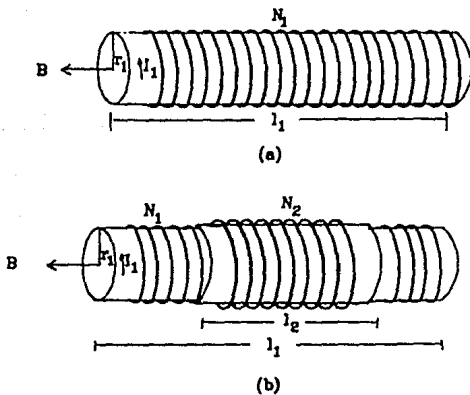


Fig. 1.2 a) Solenoide cilíndrico b) solenoides coaxiales

### 1.1. Antecedentes

El transformador es un dispositivo eléctrico sin partes en movimiento, que mediante inducción electromagnética transfiere energía de un circuito a otro, conservando la frecuencia, que puede cambiar los valores de voltaje y corriente.

El modelo de un transformador consta de un núcleo con dos bobinas colocadas alrededor (Fig.1.1). Una de las bobinas, llamada primario, recibe potencia a un voltaje, corriente y frecuencia dados. La otra, llamada secundario, recibe esa potencia a valores de voltaje y corriente transformados, teniendo la capacidad de entregarla a una carga dada.

Para comprender como se lleva a cabo la conversión de potencia en el transformador, considérese inicialmente un solenoide cilíndrico de radio  $r_1$  y longitud media  $l_1$  (Fig.1.2a), tal que  $r_1 \ll l_1$ , a fin de despreciar efectos de borde. Sea  $N_1$  el número de vueltas que forman el solenoide devanado sobre un núcleo de permeabilidad magnética  $\mu$ . Si a través de este fluye una corriente  $I_1$ , la magnitud del campo magnético está dada por [2]:

$$\left| B_1 \right| = \frac{\mu N_1 I_1}{l_1} = B_1(I_1) \quad (1.1)$$

Luego, el flujo magnético que atraviesa el área de la sección transversal  $A_1$  del solenoide es:

$$\Phi_1(B_1) = \int_{A_1} B_1(I_1) \cdot \hat{n} \, da = \frac{\mu N_1 I_1 A_1}{l_1} \quad (1.2)$$

por lo tanto el flujo magnético que atraviesa las  $N_1$  espiras es:

$$\Phi_1(B_1) = \frac{\mu N_1^2 I_1 A_1}{l_1} \quad (1.3)$$

De acuerdo a la ley de inducción de Faraday, la fuerza electromotriz autoinducida esta dada por:

$$v = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.4)$$

En un circuito rígido estacionario, los cambios en el flujo magnético que pueden ocurrir son los producidos por variaciones en la corriente, es decir:

$$v = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Phi}{dI} \frac{dI}{dt} = - \frac{\mu N_1^2 A_1}{l_1} \frac{dI_1}{dt} \quad (1.5)$$

En donde la constante  $\mu N_1^2 A_1 / l_1$  se define como la autoinductancia o coeficiente de inducción  $L$ ; i.e.

$$\frac{d\Phi_1}{dI_1} = L_1 = \frac{\mu N_1^2 A_1}{l_1} \quad (1.6)$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida está dada por lo que se conoce como Ley de Lenz:

$$v = - \frac{\mu N_1^2 A_1}{l_1} \frac{dI_1}{dt} \quad (1.7)$$

Desde luego si la corriente es constante, entonces el voltaje inducido es cero, es decir para que exista un voltaje inducido se requiere que la corriente sea función del tiempo.

Ahora considérese un segundo solenoide de  $N_2$  vueltas, área de la sección transversal  $A_2$  y longitud media  $l_2 < l_1$ , -de tal forma que el flujo magnético producido por el primer solenoide encadene las  $N_2$  vueltas del segundo-, devanado coaxialmente sobre el primero tal que se cumpla que  $A_1 - A_2 = A$  (Fig.1.2b). El

flujo magnético producido por el primario que atraviesa las  $N_2$  vueltas del secundario es:

$$\Phi_{12}(t) = \frac{\mu N_1 N_2 A}{l_1} I_1(t) \quad (1.8)$$

Donde el subíndice 12 indica el efecto del circuito 1 sobre el 2.

En este caso el cambio:

$$\frac{d\Phi_{12}}{dI_1} \quad (1.9)$$

proporciona la constante conocida como coeficiente de inducción mutua, i.e.

$$M_{12} = \frac{d\Phi_{12}(I_1(t))}{dI_1(t)} = \frac{\mu N_1 N_2 A}{l_1} \quad (1.10)$$

Se puede demostrar [2] que en el caso inverso, es decir considerando inicialmente el segundo solenoide se cumple que:

$$L_2 = \frac{\mu N_2^2 A}{l_2} \quad (1.11)$$

y que

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (1.12)$$

Operando con las ecuaciones (1.6) y (1.11) se llega a la ecuación que relaciona las autoinductancias de cada solenoide con la inductancia mutua.

$$M = (l_2/l_1 L_1 L_2)^{1/2} \quad (1.13)$$

La ecuación (1.13) representa un límite que se impone sobre la inductancia mutua entre los dos circuitos; siempre es menor o igual a la raíz cuadrada del producto de las autoinductancias de

los dos circuitos. Este límite lo impone el factor  $(l_2/l_1)^{1/2}$  conocido como coeficiente de acoplamiento geométrico; i.e.

$$|k| = (l_2/l_1)^{1/2} \leq 1 \quad (1.14)$$

Para obtener la ecuación que relaciona los voltajes de cada bobina, supóngase que se aplica un voltaje  $v_1(t)$  a las terminales del primer solenoide. Empleando las ecuaciones (1.4), (1.5) y (1.6) se tiene:

$$\frac{dI}{dt} = - \frac{v_1(t)}{L_1} \quad (1.15)$$

Ahora, derivando respecto al tiempo la ecuación (1.8) e introduciendo las ecuaciones (1.13) y (1.15) se obtiene

$$\frac{d^2 i_{12}(t)}{dt} = - k (L_1 L_2)^{1/2} \frac{v_1(t)}{L_1} = - v_2(t) \quad (1.16)$$

y substituyendo los valores respectivo de  $L_1$  y  $L_2$  se llega a:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1} = a \quad (1.17)$$

donde  $a$  se define como la razón de transformación de voltajes.

Cuando se conecta una carga en el secundario, el voltaje inducido causa que fluya una corriente de salida (Fig. 1.3). Dado que un transformador está formado por circuitos pasivos; i.e., sólo recibe energía a través de sus terminales de entrada (primario), en sus terminales de salida (secundario) no puede haber más energía que la recibida; en otras palabras, por el principio de conservación de energía:

$$P_2 \leq P_1 \quad (1.18)$$

donde  $P_1$  y  $P_2$  son la potencia eléctrica en el primario y en el secundario respectivamente.



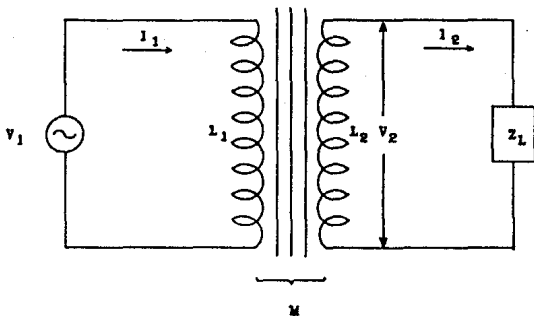


Fig. 1.3 Un transformador conectado a una carga

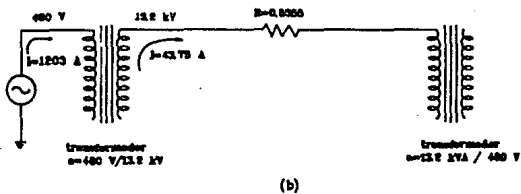
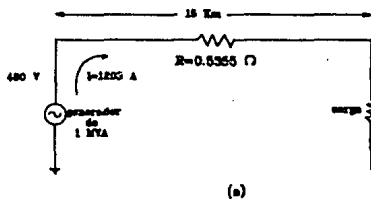


Fig. 1.4 Transmisión de energía, a) con transformador b) sin transformador

Por Ley de Joule, para el caso ideal:

$$P_2 = V_2 I_2 = V_1 I_1 = P_1 \quad (1.19)$$

donde sustituyendo (1.17) se tiene

$$\frac{N_2}{N_1} I_2 = I_1 \quad (1.20)$$

$$I_2 = \frac{I_1}{a} \quad (1.21)$$

que es la ecuación de transformación de corrientes.

De la Fig.1.3, para la carga  $Z_L$  se cumple:

$$V_2(t) = I_2(t) Z_L \quad (1.22)$$

y usando las ecuaciones (1.17) y (1.21) se llega a:

$$\frac{Z_L}{a^2} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{\text{reflejada}} \quad (1.23)$$

donde  $Z_{\text{reflejada}}$  es la impedancia que se refleja en las terminales de entrada al transformador. En otras palabras, es la impedancia que se presenta en el primario al conectar una carga en el secundario. Esta ecuación pone de manifiesto que el transformador actúa también como un transformador de impedancias, con razón de transformación de  $a^2$ .

En los inicios de la transmisión de energía eléctrica, ésta se distribuía como corriente directa, de tal forma que los circuitos de distribución tenían una longitud limitada por la caída de voltaje en las líneas, por lo que la distribución de

energía estaba limitada a pequeñas regiones. Cuando se introdujo el primer transformador en 1889 por William Stanley [1], se hizo posible transmitir energía a zonas alejadas, ya que con el empleo de estos dispositivos eléctricos se disminuía la caída de voltaje en las líneas y se reducía el costo de la transmisión de energía. Para ilustrar los beneficios que trajo consigo el transformador considérese el siguiente ejemplo:

Un generador de 1MVA alimenta una industria con requerimientos de 800kW, situada a 15 km. El generador produce una corriente de 1203 A, la cual se transmite a través de un alambre conductor de 0.0357  $\Omega$ /km de resistencia. Para comparar la transmisión de energía con y sin transformadores, supóngase inicialmente que la energía se transmite de manera directa. En la Fig. 1.4.a se muestra el circuito eléctrico equivalente para esta situación. Donde la carga se representa mediante una resistencia de 0.184  $\Omega$ .

Las pérdidas en la línea de transmisión se calculan por la Ley de Joule:

$$W = I^2R = V^2/R \quad (1.24)$$

Empleando el primer miembro de la ecuación anterior con  $R=0.5355 \Omega$  e  $I=1203 \text{ A}$ , se tiene

$$W = 774 \text{ 980 W}$$

y la potencia que llega a la carga es

$$1000000 - 774 \text{ 980} = 225 \text{ 020 W}$$

por lo tanto no satisface los 800 kW requeridos por la carga.

La pérdida de potencia en la línea es proporcional al cuadrado de la corriente. Es conveniente reducir la corriente para disminuir las pérdidas. Esto se logra empleando un transformador elevador a la salida del generador, aumentando el

voltaje, para luego reducirlo al nivel de utilización mediante un transformador de distribución conectado a la carga. El circuito equivalente para este caso se muestra en la Fig.1.4.b. Donde se muestra un transformador, con razón de transformación de 13200/480, conectado a la salida del generador. La corriente a la salida del primer transformador es:

$$I = \frac{480 \text{ V}}{13.2 \text{ kv}} \cdot 1203 \text{ A} = 43.74 \text{ A}$$

y la potencia disipada

$$W = (43.74 \text{ A})^2 (0.5355 \Omega) = 1025 \text{ W}$$

de donde la potencia entregada a la carga es:

$$1\ 000\ 000 - 1025 = 998\ 975 \text{ W}$$

con lo cual se satisfacen las necesidades planteadas.

Este ejemplo simplificado pone de manifiesto el por qué el empleo de los transformadores eléctricos resulta de gran beneficio a la economía.

Actualmente, existe una gran variedad de transformadores, los cuales se agrupan de acuerdo a su aplicación y sus características de la siguiente forma:

1) Transformadores de potencia.- Esta clasificación se aplica a transformadores que transfieren potencias arriba de los 500 kVA, con ambas funciones, elevar y/o reducir el voltaje. Un empleo común de estos transformadores es el de elevar el voltaje proveniente de un generador hidráulico o de vapor a un voltaje de transmisión. Otro empleo es el de reducir el voltaje cerca de los centros de carga a un voltaje primario de distribución.

2) Transformadores de distribución.- Estos se dividen en:

- a) tipo seco para uso en interiores
- b) inmersos en aceite

Dentro de esta clasificación se encuentran los transformadores con una potencia entre 1.5 y 500 kVA, usados para reducir el voltaje al valor más bajo de tensión doméstica e industrial.

3) Transformadores monofásicos.- Estos se usan para formar bancos trifásicos y donde la carga es de tipo monofásica.

4) Transformadores trifásicos.- Este tipo de transformadores se emplean cuando fluyen tres corrientes alternas. Cada corriente circula por un conductor separado y fuera de fase de las otras corrientes.

5) Autotransformador.- El autotransformador es un arreglo que funciona en forma semejante a un transformador, sólo que la transferencia de energía se hace por inducción electromagnética y conducción eléctrica, debido a que los devanados están unidos eléctricamente, es decir consta de un sólo devanado. El autotransformador requiere de menos alambre conductor para el embobinado que el transformador monofásico, pero constituye un riesgo para aplicaciones de alto voltaje.

6) Transformadores de radio frecuencia.- Son dispositivos que transfieren señales de voltaje de muy alta frecuencia (a corrientes muy bajas) de un circuito resonante o sintonizador a otro circuito. En este tipo de transformadores son comunes los núcleos de aire y de ferrita.

7) Transformadores de audio.- Estos son muy similares en construcción a los transformadores monofásicos, pero se diseñan para transformar eficientemente voltajes y corrientes a frecuencias audibles.

## 1.2. Descripción física y componentes.

Los principales componentes del transformador encapsulado son: el núcleo, la bobina de baja tensión, la bobina de alta tensión y el sistema aislante (Fig.1.5).

### 1.2.1. Núcleo

Se diseñó para operar a 160 V, aplicados en la bobina de baja tensión sin que el núcleo se sature. Se compone de laminaciones de acero al silicio de grano orientado, con aislamiento en ambos lados de la laminación (carlite). La finalidad de las laminaciones es reducir las corrientes de Eddy, producidas por el flujo magnético, con lo cual se disminuyen las pérdidas en el núcleo.

### 1.2.2. Bobina de baja tensión

Físicamente, se encuentra rodeando una pierna del núcleo. Consta de 12 vueltas de lámina doble de aluminio de 0.714 m de ancho por 4 mm de espesor.

### 1.2.3. Bobina de alta tensión

El devanado de alta tensión es de alambre de cobre, calibre 19 AWG (0.914 mm de diámetro). Se divide en cuatro secciones. Cada sección consta de cinco capas y cada capa tiene 132 vueltas (Fig.1.6). El aislamiento entre capas, las secciones y el recubrimiento está compuesto de resina epóxica con arena sílica. Sobre la superficie interna de la bobina se encuentra una capa de aluminio conectada a tierra (pantalla electrostática).

#### 1.2.3.1. Pantalla electrostática.

La pantalla electrostática es una película de aluminio metalizado a altas temperaturas. Está situada sobre la superficie interna de la bobina de alta tensión (Fig. 1.5) y se conecta a tierra.

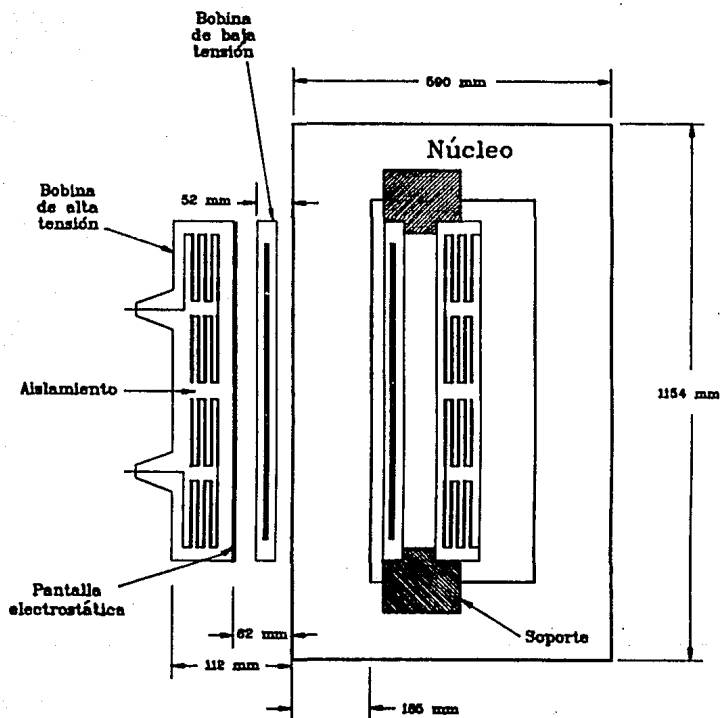


Fig. 1.5 Corte transversal del transformador encapsulado

La función de esta pantalla es la de graduar el campo eléctrico y evitar descargas entre las bobina de alta y baja tensión. Si no existiera la pantalla electrostática, el espacio entre alta y baja tensión estaría sometido a gradientes eléctricos muy elevados, lo cual produciría el rompimiento dieléctrico del aire y generaría descargas eléctricas que envejecerían prematuramente el aislamiento.

Se piensa que la pantalla electrostática favorece al enfriamiento de la bobina de alta tensión, ya que la conductividad térmica del aluminio es mucho mayor que la del sistema aislante, lo cual ayuda a disipar calor. Parte del trabajo de esta tesis consiste en estudiar el efecto térmico de la pantalla electrostática.

El aislamiento entre las bobinas de alta y baja tensión lo conforman el casquillo interno de la bobina de alta tensión y un ducto de aire. El enfriamiento entre bobinas se lleva a cabo a través del ducto, haciendo circular por convección libre el aire caliente hacia el exterior. El casquillo interno se utiliza como refuerzo mecánico de la bobina.

Entre el espacio de alta tensión y el núcleo se localiza el collar de la bobina y los soportes. El collar es un refuerzo mecánico y es el aislamiento dieléctrico entre alta tensión y tierra. Los soportes se utilizan como amortiguadores del ruido generado por el núcleo, así como para mantener centradas las bobinas de alta y baja tensión. El material con el que están contruidos es resina epóxica. La finalidad del espacio de aire es la de proporcionar enfriamiento al transformador.



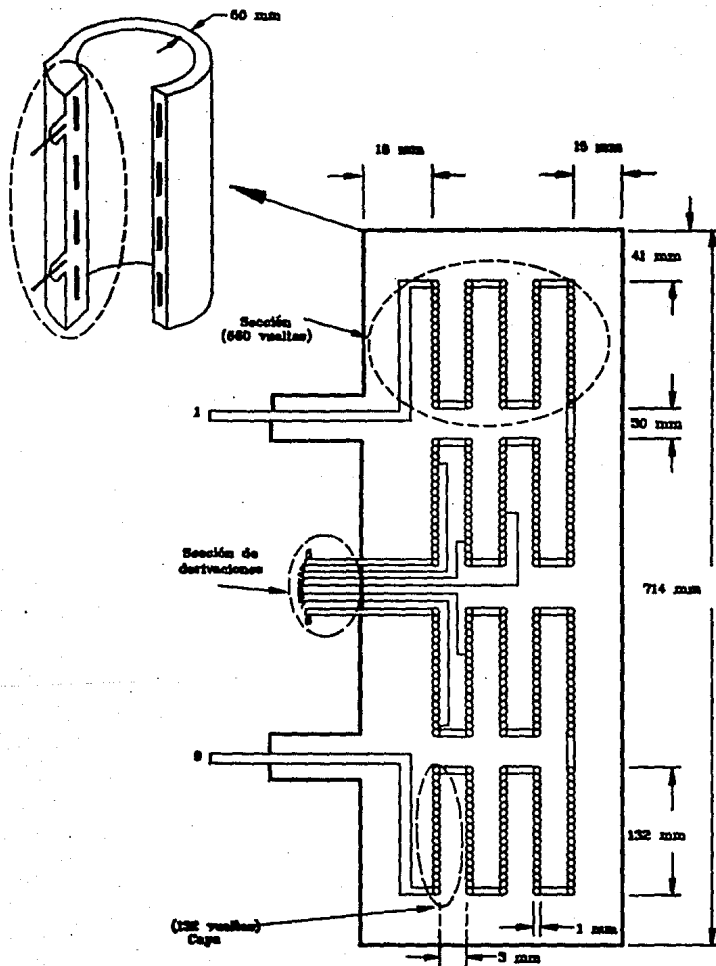


Fig. 1.6 Corte transversal de la bobina de alta tensión

#### 1.2.4. Sistema aislante.

El aislamiento eléctrico es una parte vital de los transformadores. Cualquier falla en el aislamiento produce un daño parcial o total del transformador, que en consecuencia ocasiona pérdidas económicas por dejar de suministrar energía para reparar o cambiar el transformador. Es por ello que los diseñadores se involucran cada vez más en el desarrollo de sistemas aislantes a fin de mejorarlos.

Las descargas eléctricas y las altas temperaturas dañan los sistemas aislantes, por lo que resulta importante diseñar sistemas de enfriamiento o encontrar aislantes eléctricos con mayor capacidad para disipar el calor, así como soportar al máximo las descargas eléctricas.

El sistema aislante desarrollado es clase térmica "F", es decir, para una temperatura de operación máxima de 155 °C. Estas características hacen que el transformador sea para uso interior. El sistema no experimenta modificaciones sustanciales tanto en sus propiedades dieléctricas como mecánicas en el intervalo de 0 a 155°C [4].

El sistema aislante de la bobina de alta tensión se compone de resina epóxica clase F, relleno de arena sílica, endurecedor y silano. Las propiedades físicas del sistema aislante se muestran en la tabla 1.1. Estas varían con la temperatura, por ello es importante que el sistema aislante se mantenga a temperaturas menores de 155°C.

Tabla 1.1.  
Propiedades físicas del sistema aislante.

Propiedades físicas	Valor	Temperatura
Contracción	$2.2 \times 10^{-5}$ cm/cm°C	
Temperatura de ablandamiento (Tg)	155 °C	
Densidad	1.588 gr/cm <sup>3</sup>	25°C
Absorción de agua	0.09 %	25°C
Conductividad térmica	0.7694 W/m-°K	25°C
Inflamabilidad	No inflamable autoextinguible	
Dureza	81 Rockwell H	25°C
Resistencia al impacto	14 Joules	25°C
Resistencia a la compresión	2090 kg/cm <sup>2</sup>	25°C
Resistencia a la flexión	1223 kg/cm <sup>2</sup>	25°C
Resistencia a la tensión	667 kg/cm <sup>2</sup>	25°C
	522 kg/cm <sup>2</sup>	110°C
	322 kg/cm <sup>2</sup>	115°C
Permitividad dieléctrica	4.2	25°C
	4.6	40°C
	4.6	80°C
	4.8	120°C
	5.0	150°C
Rigidez dieléctrica	107 kV/mm	25°C
	103 kV/mm	90°C
	95 kV/mm	130°C
	102 kV/mm	150°C

### 1.3. Características eléctricas.

El prototipo construido en el IIE, es un transformador de distribución monofásico. La capacidad del transformador a una densidad de corriente de  $3 \text{ A/mm}^2$  es de 45 kVA, con una relación de voltaje de 23000/110 V.

Normalmente, el voltaje de entrada en el primario es de 23 kV. Cuando varía este voltaje, existe la opción de cambiar el número de vueltas en el devanado de la bobina de alta tensión conectando las correspondientes derivaciones para ajustar (Fig.1.6), de tal forma que el transformador mantenga el voltaje de salida constante (110 V).

Tabla 1.2  
Voltaje y esfuerzo

Volts por vuelta	9.0909 V
Volts entre capas	2400 V
Esfuerzo por vuelta	280 V/mm
Esfuerzo entre capas	800 V/mm

#### 1.3.1 Densidad de corriente.

La densidad de corriente se define como la corriente que atraviesa el área de la sección transversal del conductor:

$$J = \frac{I}{A} \quad (1.25)$$

$$[J] = \text{A/mm}^2.$$

En este caso el área de la sección transversal de alambre de cobre es  $0.6529 \text{ mm}^2$ . La corriente que circula por el conductor se obtiene despejando  $I_1$  de la ecuación (1.19).

$$I_1 = \frac{P_1}{V_1} \quad (1.26)$$

Mediante las ecuaciones (1.25) y (1.26) se obtiene la densidad de corriente en el primario para algunas capacidades de potencia. Los valores calculados se muestran en la tabla 1.3.

Tabla 1.3

Capacidad de potencia (kVA)	Corriente (A)	Voltaje (kv)	Densidad de corriente (A/mm <sup>2</sup> )
30.0	1.3	23	1.99
37.5	1.6	"	2.35
43.0	1.9	"	2.86
45.0	1.9	"	2.99
47.0	2.0	"	3.12
50.0	2.2	"	3.33
53.0	2.3	"	3.52

## Bibliografía.

- [1] Manning L. M. "Fundamentals of Transformers Operation", IEEE Electrical Insulation Magazine. Sep.1987, vol3. No.5, pp.18-20.
- [2] Reitz R. J., Milford J. F., "Fundamentos de la Teoría electromagnética", UTHEA, México, 1ra. edición en español, 1969. pp.183-195.
- [3] Bean R., Chackan N., Moore H., Wentz E. "Transformadores para la Industria Eléctrica". Cia. editorial Continental, México. Traducción en español. 1ra. edición, 1963.
- [4] Robles P. E., Aguilar U., "Desarrollo de transformadores encapsulados". Estudio interno, IIE/30/31/224/P/87, 1987.
- [5] González de la Vega J., Ponce M., Rojas F., Aguilar U., "Desarrollo de un sistema aislante para transformadores encapsulados". Estudio interno, IIE/30/31/1994/EI-01, 1986.

# *CAPITULO*

## *2*

***PROPIEDADES TERMICAS DEL SISTEMA AISLANTE***

## Introducción

En este capítulo se da un breve resumen de los conceptos de transferencia de calor y las leyes físicas que lo gobiernan, con la finalidad de fundamentar el planteamiento del problema térmico del transformador.

Se determinan experimentalmente la variación de la conductividad térmica, la difusividad térmica, el calor específico y la resistencia térmica de contacto, con la temperatura del sistema aislante utilizado en los transformadores encapsulados en resina epóxica.

Inicialmente, se obtiene la conductividad térmica en forma experimental, con el "Método transitorio de la fuente de calor lineal infinita", cuya teoría fue descrita por Carslaw y Jaeger [3]. El experimento consiste en medir el incremento de temperatura con el tiempo, en muestras cilíndricas, utilizando una línea infinita como fuente de calor. Posteriormente, se obtienen el calor específico, la difusividad térmica, la resistencia térmica de contacto y una vez más, la conductividad térmica, mediante la técnica de estimación de parámetros. En esta técnica se ajusta una función objetivo a los datos obtenidos mediante el método descrito por Carslaw y Jaeger.



## 2.1 Generalidades

El proceso de transferencia de calor se presenta cuando existe un gradiente de temperaturas en un medio [1]. En este caso, la termodinámica indica que el calor fluirá de un punto de mayor temperatura a un punto de menor temperatura. Sin embargo la temperatura en un medio varía de un punto a otro. El valor de la temperatura en los puntos que conforman el medio, en un instante dado se llama distribución o campo de temperatura.

Matemáticamente:

$$T = T ( \vec{r} ) \quad (2.1)$$

donde  $\vec{r}$  es el vector de posición en el punto (x,y,z).

T es la temperatura en el medio.

Cuando la distribución de temperaturas varía de punto a punto y con el tiempo, se dice que el sistema se encuentra en estado transitorio, es decir la temperatura es función del espacio y del tiempo.

$$T = T ( \vec{r} , t ) \quad (2.2)$$

Un sistema se encuentra en estado estacionario, si la distribución de temperatura se mantiene constante con el tiempo.

Por otro lado, el calor fluye de un punto a otro en tres formas básicas de transferencia de calor: conducción, radiación y convección, las cuales pueden ocurrir independiente o simultáneamente.

**Conducción.-** Es el mecanismo por el cual fluye calor a través de un medio (sólido, líquido o gaseoso) de una región de temperatura alta a una región de temperatura baja, sin que haya desplazamiento apreciable de materia. El calor se transmite por comunicación molecular directa o por vibración electrónica.

La rapidez de transferencia de calor por conducción por unidad de área está dada por la ley de conducción de Fourier:

$$q_n = -k \frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.3)$$

$$[q_n] = W/m^2$$

donde

$$q_n = \frac{\dot{Q}}{A}$$

Es la velocidad de flujo de calor por unidad de área en la dirección normal a la superficie.

$\partial T/\partial n$  Representa la derivada en la dirección normal a la superficie isoterma, la cual se caracteriza por un vector unitario (vector de posición) en la dirección que decrece la temperatura y  $k$  se define como la conductividad térmica.

**Convección.-** Es un mecanismo de transferencia de calor que ocurre por la acción combinada de conducción de calor, almacenamiento de energía y movimiento de un fluido. La convección tiene gran importancia como mecanismo de transferencia de calor entre una superficie sólida y un fluido. La transferencia de calor por convección se clasifica en dos clases:

- i) **Convección natural.-** Ocurre cuando el movimiento del fluido es consecuencia de una diferencia de densidades ocasionada por un gradiente de temperaturas.
- ii) **Convección forzada.-** Se presenta cuando el movimiento del fluido lo ocasionan fuerzas externas, tales como las producidas por una bomba o un ventilador.

En 1701 [2], Newton expresó la velocidad de transferencia de calor por convección por unidad de área de superficie como:

$$q_c = h ( T_s - T_\infty ) \quad (2.4)$$

donde

$h$  = coeficiente de transferencia de calor por convección.

$T_s$  = temperatura en la superficie de conducción.

$T_\infty$  = temperatura del fluido.

**Radiación.-** Es el mecanismo de transferencia de calor a través de ondas electromagnéticas. Toda la materia, ya sean sólidos, líquidos o gases emiten energía en forma de ondas electromagnéticas y también son capaces de absorber tal energía.

La ecuación que describe esta forma de transferencia de calor es [1,2]:

$$q_r = \epsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.5)$$

donde  $T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas en los cuerpos 1 y 2 respectivamente,  $\epsilon$  la emisividad y  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann.

### 2.1.1. Propiedades Térmicas.

**Conductividad térmica.-** Es una propiedad termofísica que expresa la rapidez con la cual fluye calor a través de un volumen unitario, provocado por una diferencia de temperaturas. Las unidades de conductividad térmica en el sistema internacional MKS son W/m-K.

La conductividad térmica en un material dado depende de su composición química y estructura física, susceptible a cambios ante la presencia de factores externos, tales como la temperatura y la presión. En la mayoría de los materiales varía de manera significativa con la temperatura y se puede considerar constante ante cambios de presión. La magnitud de la conductividad térmica de los materiales varía en un amplio intervalo, desde 0.151 W/m-K para el dióxido de carbono a 300 °K hasta 429 W/m-K para la plata pura a 300 °K [1].

**Calor específico.-** Es una propiedad termodinámica que expresa la variación de la temperatura de una sustancia con la cantidad de energía almacenada. Es decir, es la cantidad de calor que una unidad de masa debe absorber para aumentar su temperatura un grado centígrado. Debido a las diferentes formas en las cuales la energía puede ser almacenada en una sustancia, la definición de

calor específico depende del proceso a través del cual se suministra energía. El calor específico a volumen constante es igual al cambio en la energía interna por unidad de masa por grado de temperatura entre dos estados de equilibrio a volumen constante. El calor específico a presión constante es el cambio en la entalpía por unidad de masa entre dos estados de equilibrio a la misma presión por grado de temperatura.

Difusividad térmica.- La difusividad térmica de una sustancia es también una propiedad termofísica. Significa que tan rápido se propaga el calor o se difunde a través de un medio. Sus unidades, en el sistema internacional MKS son  $m^2/s$ .

Calor específico, difusividad y conductividad térmica están relacionadas mediante la ecuación:

$$\alpha = k/\rho C \quad (2.6)$$

donde  $\rho$  es la densidad de masa y  $C$  es el calor específico.

La expresión (2.6) se conoce como ecuación de Fourier-Biot y de ella se deduce que un valor alto de difusividad térmica puede resultar también de un valor alto de conductividad térmica, lo cual indica una rápida transferencia de calor. Un valor bajo de capacidad térmica significa que es menor la energía térmica que será absorbida y usada para elevar la temperatura. Entre mayor sea el valor de difusividad térmica, mayor será el calor difundido a través del medio.

Resistencia térmica de contacto.- Es la resistencia al flujo de calor en la interfase de dos medios en contacto. Para que exista flujo de calor es necesario que haya un gradiente de temperatura, es decir, el gradiente actúa como una diferencia de potencial térmico. Similarmente, en el caso eléctrico, para que exista un flujo de corriente es necesaria una diferencia de potencial. Esto conduce a una analogía entre el fenómeno eléctrico y el térmico.

$$I = \Delta V/R \quad (2.7)$$

$$Q = \Delta T/R_t \quad (2.8)$$

donde  $R_t$  es la resistencia térmica de contacto.

### 2.1.2. Ecuación General de Transferencia de Calor.

Basandose en la segunda ley de la termodinámica, la ecuación de energía para un fluido en movimiento, en el que se presenta viscosidad y conducción de calor, se expresa como:

$$\rho T \left[ \frac{\partial S}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla S \right] = \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \text{div} \left[ k \nabla T \right] \quad (2.9)$$

conocida como ecuación general de transferencia de calor [4].

donde

$\rho$  = densidad

$T$  = temperatura

$S$  = entropía

$v$  = velocidad

$\sigma_{ik}$  = coeficientes de viscosidad

$k$  = conductividad térmica

Esta ecuación puede simplificarse en algunos casos, como por ejemplo, para un fluido incompresible. En esta situación se puede considerar constante la presión, por lo que el cambio en la entropía está dado por:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{y} \quad \nabla S = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \nabla T \quad (2.10)$$

como

$$T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = C_p \quad (2.11)$$

esto implica que:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{y} \quad T \text{ VS } = C_p \nabla T$$

Entonces la ecuación 2.9 toma la forma:

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T \right] = \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \text{div} \left[ k \nabla T \right] \quad (2.12)$$

si el fluido está en reposo, los terminos relacionados con la velocidad se anulan, entonces se tiene:

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right] = \text{div} ( k \nabla T ) \quad (2.13)$$

En un material homogéneo e isotrópico se cumple que:

$$\frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right] = \nabla^2 T \quad (2.14)$$

conocida como ecuación de conducción térmica de Fourier.

En un medio en el que existen fuentes internas de calor, la ecuación contiene un termino que expresa la variación de la generación interna de calor con el tiempo' ( $\dot{q} = \partial q / \partial t$ ). Así por conservación de energía, la ecuación 2.12 se expresa como:

$$\frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right] = \nabla^2 T + \dot{q} \quad (2.15)$$

## 2.2. Planteamiento del Problema Térmico del Transformador.

El calentamiento de un transformador lo producen diversas fuentes, tales como, el efecto Joule producido al circular corriente en ambas bobinas; las corrientes parásitas (corrientes de Foucault y de Eddy) generadas por el flujo magnético en el

núcleo y las diversas formas de la transferencia de calor entre una fuente y otra. Para el caso del transformador encapsulado en resina epóxica, los modos de transferencia de calor que dominan son: transferencia por conducción, en las partes sólidas del transformador, y por convección del aire que lo rodea, siendo la radiación en menor proporción, debido a las temperaturas bajas que se deben mantener para el buen funcionamiento del transformador. Los efectos térmicos de interés en este caso son la transferencia de calor por conducción del calor generado en el devanado de alta tensión, ya que es la principal fuente de calor que afecta el aislamiento a base de resina epóxica, y la disipación de calor por convección libre del aire que rodea la superficie de esta bobina.

Modelar el fenómeno térmico completo en computadora resulta complejo, por la geometría del transformador y las diferentes fuentes de calor existentes, además, por las limitaciones existentes en los programas de computadora para realizar estudios térmicos, como por ejemplo el límite de memoria en las computadoras personales. Es por ello que el estudio se centra en la bobina de alta tensión, que es donde se localiza el sistema aislante a base de resina epóxica y existe el problema de evitar que se eleve la temperatura hasta 155°C. Dicho estudio considera únicamente la transferencia de calor por conducción en estado estacionario.

El planteamiento matemático para el estudio térmico de la bobina de alta tensión es el siguiente:

Se parte de la ecuación general de transferencia de calor (ecuación 2.15)

$$\frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right] = \nabla^2 T + \dot{q}$$

En estado estacionario  $\partial T/\partial t = 0$ , con generación de calor constante  $\partial q/\partial t = \text{cte} = W$ . Bajo estas consideraciones, la ecuación 2.15 se reduce a:

$$k \cdot \nabla^2 T + W = 0 \quad (2.16)$$

en este caso  $\nabla^2$  está dado en coordenadas cilíndricas.

Por otro lado, la bobina se encuentra rodeada de aire, que al calentarse conduce calor por convección libre, es decir, en la frontera se cumpla que:

$$q_{\text{convección}} = q_{\text{conducción}} \quad (2.17)$$

La ecuación (2.16) junto con la condición en la frontera (2.17) constituyen un problema de valores en la frontera. Por la geometría de la fuente de calor (Fig.1.6) no es posible resolver esta ecuación analíticamente, por lo cual se recurre a métodos numéricos, incorporados en programas de computadora (capítulo 4) especializados en resolver este tipo de ecuaciones. Estos programas generalmente emplean los métodos de elemento finito o diferencias finitas, los cuales son característicos para resolver ecuaciones diferenciales parciales con valores en la frontera.

### 2.2.1. Condiciones Requeridas para Efectuar el Estudio Térmico.

Para llevar a cabo la simulación en computadora del problema térmico en estado estacionario de la bobina de alta tensión, se requiere conocer la conductividad térmica de los materiales (cobre, aluminio y sistema aislante), las condiciones de frontera y las pérdidas debidas al efecto Joule. Las propiedades térmicas del cobre y del aluminio se encuentran fácilmente en la literatura, por ser estos materiales de uso común; pero se desconoce la conductividad térmica del sistema aislante. En la siguiente sección se caracterizan las propiedades térmicas de este material en un intervalo de temperatura de 25°C a 151°C. En el capítulo 3 se describe el experimento para obtener las condiciones de frontera.



### 2.3. Determinación Experimental de Conductividad Térmica.

El método empleado para conocer la conductividad térmica es el "Método Transitorio de la Fuente Lineal de Calor Infinita" (también conocido como técnica de la "probeta térmica"), cuya teoría fue descrita por Carslaw y Jaeger [3]. Físicamente, se tiene un cuerpo de dimensiones conocidas y conductividad térmica constante, el cual contiene una fuente de calor y un sensor de temperatura, por ejemplo un termopar. La fuente lineal de calor consiste de una resistencia en forma de alambre largo recto a través del cual se hace pasar una corriente eléctrica constante, de manera que la generación de calor se produce por efecto Joule.

#### 2.3.1. Aspectos Teóricos.

De acuerdo al método transitorio de la fuente de calor lineal infinita, el problema consiste en determinar el incremento de temperatura con el tiempo en un medio infinito de conductividad térmica  $k$ , producido por un fuente lineal de calor de longitud infinita. Para resolver el problema se considera un medio infinito con la frontera interna acotada por una fuente de calor cilíndrica de radio  $b$ , a través del cual existe un flujo de calor constante (Fig. 2.1a).

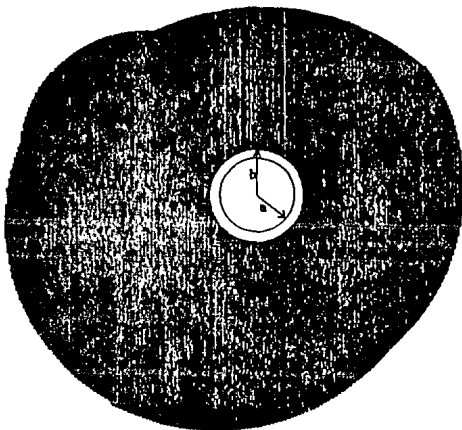
Para un medio homogéneo e isotrópico se puede emplear la ecuación 2.15. Por la geometría de la fuente de calor, el operador laplaciano se expresa en coordenada cilíndricas y se considera constante el flujo de calor en la dirección radial. Así la ecuación 2.15 se expresa como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) es una ecuación diferencial parcial de segundo orden, cuya solución requiere de una condición inicial y dos condiciones de frontera.



a) Modelo de Carslaw y Jaeger



b) Modelo de Blackwell

Fig. 2.1 Fuente de calor lineal infinita en un medio infinito

### Condición inicial

- 1) Para  $t=0$  el sistema está en equilibrio a una temperatura uniforme.

$$T(r, t=0) = T_{\text{inicial}} \quad \text{para toda } r. \quad (2.18a)$$

### Condiciones de frontera.

- 2) El calor generado por la fuente de calor que atraviesa la frontera interna del medio es constante

$$\left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=b} = \frac{Q}{2\pi kL} = \text{cte} \quad (2.18b)$$

3)  $\lim_{r \rightarrow \infty} T(r, t) = T_{\text{inicial}} \quad \text{para toda } t \quad (2.18c)$

Esta condición permite mantener el concepto de medio infinito.

Haciendo un cambio de variable

$$x = \frac{r^2}{4\alpha t} \quad (2.19)$$

e introduciendo en la ecuación 2.18 y las condiciones de frontera, se llega a:

$$x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1+x) \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.20)$$

2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} T = T_{\text{inicial}} \quad (2.20a)$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} 2x \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\dot{Q}}{2\pi kL} \quad (2.20b)$

Introduciendo  $T' = \partial T / \partial X$  en la ecuación 2.20, se llega a

$$X \frac{dT'}{dX} = - (1 - X)T' \quad (2.21)$$

y resolviendo por el método de separación de variables se tiene

$$\int \frac{dT'}{T'} = \int - \frac{(1 - X)}{X} dX \quad (2.22)$$

esto implica que

$$\frac{\partial T}{\partial X} = \frac{\dot{Q}}{4\pi kL} \frac{\exp(-X)}{X} \quad (2.23)$$

Integrando

$$T = - \frac{\dot{Q}}{4\pi kL} \int \frac{\exp(-X)}{X} dX + C_2 \quad (2.24)$$

Aplicando la condición de frontera 2.20a, se obtiene

$$C_2 = T_1$$

La solución de la ecuación (2.18) es:

$$T - T_1 = - \frac{\dot{Q}}{4\pi kL} E_1(-X) \quad (2.25)$$

donde

$$E_1(-x) = \int_x^\infty \frac{\exp(-X)}{X} dX \quad (2.26)$$

es la integral exponencial.

Desarrollando la integral exponencial en series de potencias

$$E_1(-X) = \gamma + \ln X + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n X^n}{(n \cdot n!)} \quad (2.27)$$

donde  $\gamma = 0.5772$  es la constante de Euler

Para  $X = r^2/4\alpha t \ll 1$ , la ecuación (2.27) se pueden reducir a:

$$E_1(-X) = \gamma + \ln X \quad (2.28)$$

Sustituyendo en la ecuación (2.25), y reemplazando  $X$  se tiene que la solución a la ecuación 2.18 es:

$$T(r,t) - T_1 = \frac{\dot{Q}}{4\pi k L} [\ln(4\alpha t/r^2) - \gamma] \quad (2.30)$$

con

$$\dot{Q} = V^2/RL \quad (2.31)$$

en la cual  $V$  es el voltaje aplicado al calentador cilíndrico de resistencia  $R$  y longitud  $L$ .

Para dos tiempos  $t_1$  y  $t_2$  en un radio  $r$ , se cumple:

$$T(r,t_2) - T(r,t_1) = \frac{\dot{Q}}{4\pi k L} [\ln(t_2/t_1)] \quad (2.32)$$

entonces

$$T(r,t_2) - T(r,t_1) / \ln(t_2/t_1) = \frac{\dot{Q}}{4\pi k L} = m \quad (2.33)$$

La ecuación (2.30) puede manejarse como una recta, si se toma  $\ln(t)$  como variable independiente, cuya pendiente  $m$  está dada por la ecuación (2.33).

De lo anterior se concluye que la conductividad térmica del material se obtiene conociendo la pendiente de la gráfica de incremento de  $T$  vs  $\ln(t)$  (ver gráfica 2.4b por ej.), y la potencia disipada por unidad de longitud en la fuente lineal de calor.

### 2.3.2. Esquema General del Equipo Experimental

El equipo empleado en la medición de conductividad térmica es el "Simulador Físico de Yacimientos Geotérmicos" (SFYG), que se encuentra en el Departamento de Geotermia del Instituto de Investigaciones Eléctricas. Este equipo está diseñado para reproducir en el laboratorio, las condiciones físicas que se presentan en los yacimientos geotérmicos [5]. El esquema de este equipo se muestra en la Fig.2.2.

La capacidad experimental básica del SFYG permite efectuar mediciones de diversas propiedades, tales como conductividad térmica, porosidad, permeabilidad, densidad, pruebas mecánicas, desde temperatura ambiente y presión atmosférica hasta una temperatura de 300 °C y una presión de 1000 bar.

Los principales componentes de este equipo son: base de montaje, vaso de presión, dos intensificadores de presión, sistema de calentamiento y regulación de la temperatura, banco de control y sistema computarizado de adquisición de datos (Fig.2.2).

El vaso de presión es un cilindro de acero de 70 cm de longitud, 15 cm de diámetro con paredes de 7 cm de espesor. Dentro del vaso se generan las condiciones de presión y temperatura deseadas, y se alojan las muestras del material adecuadamente instrumentadas para monitorear y medir su comportamiento.

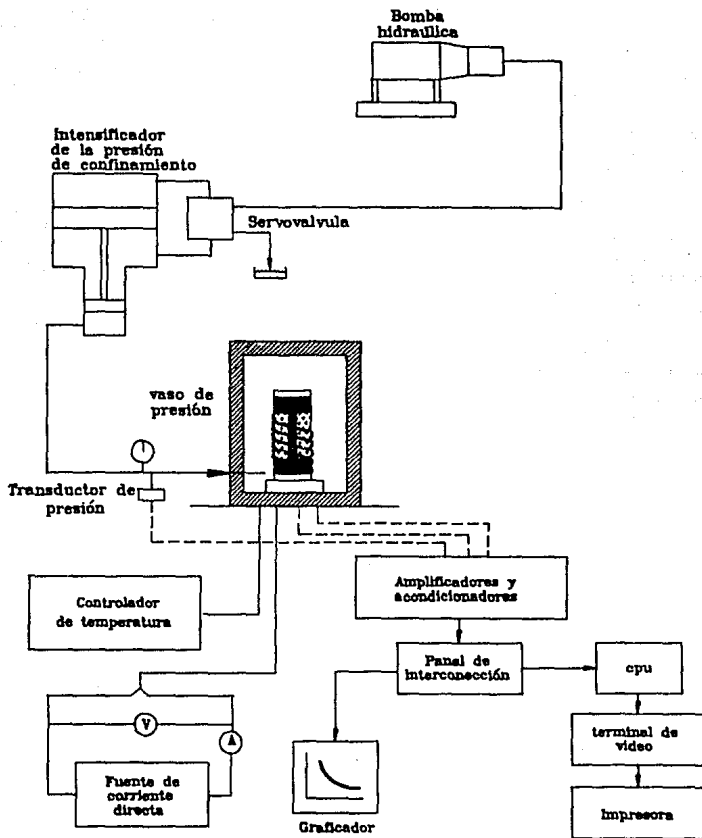


Fig. 2.2 Esquema general del equipo experimental para medir conductividad térmica.

La condición de temperatura alta se logra por medio de energía calorífica generada con un calentador eléctrico, -colocado dentro del vaso de presión-, enrollado en espiral alrededor de la muestra, el cual es controlado por comandos enviados desde un controlador programable. El controlador sigue las instrucciones de un programa para evaluar o mantener la temperatura y envía una señal al calentador. El montaje interno del calentador evita los largos periodos de calentamiento que son comunes cuando se emplean vasos calentados externamente. Para restringir las corrientes convectivas y limitar la zona de temperatura alta alrededor de la muestra, se emplean cubiertas de material cerámico. Esto hace posible que se alcancen temperaturas de hasta 400 °C en la muestra, a la vez que se mantiene el fluido de confinamiento a temperaturas inferiores a 100°C en las zonas donde están ubicados los transductores y los sellos de presión.

El cierre del vaso de presión es la base del montaje sobre la cual se ensambla el arreglo experimental, que finalmente queda alojado dentro del propio vaso. La base se coloca sobre la plancha inferior cuando se realizan las labores de montaje e instrumentación de la muestra, y se sitúa en la posición de ensayo dentro del vaso por medio de un actuador hidráulico que se opera manualmente. En el vaso se tienen atravesadores herméticos para conducción de señales y de energía eléctrica.

### 2.3.3. Procedimiento Experimental.

El calentador y el termopar se introducen en una muestra cilíndrica del material que se desea evaluar. Cuando el sistema está a una temperatura uniforme, se hace pasar por la resistencia una corriente constante, de tal forma que se genera calor constante y uniforme a lo largo de la muestra. Simultáneamente se registra el incremento de la temperatura con el tiempo durante aproximadamente tres minutos. La rapidez con que aumenta la temperatura está determinada por la capacidad que tenga el material para transmitir el calor.



El concepto de medio infinito se logra evitando que el calor generado llegue a la superficie de la muestra, de ahí que el calentamiento se limita a los 3 minutos mencionados.

El desarrollo experimental consta de dos etapas, la primera es la calibración del equipo a partir de la medición de conductividad térmica a temperatura ambiente en muestras de cuarzo; la segunda es la medición de conductividad térmica a varias temperaturas en muestras de resina-arena (Araldite F-HT-972). Ambas etapas requieren de la preparación de muestras en las cuales se hace la medición, para ello es necesario el siguiente material:

- muestras cilíndricas del material que se desea evaluar, de 2 pulg. de diámetro y 4 pulg. de longitud con un barreno en la parte central de 3/16 pulg.
- 2 casquetes cilíndricos de acero de 2 pulg. de diámetro y 2 pulg. de longitud, uno de ellos con un barreno igual al de la muestra
- 2 espaciadores de cerámica de las mismas características que los casquetes.
- 1 calentador eléctrico cilíndrico de 1/8 plg. de diámetro. Usando como elemento calefactor alambre Nicrómel calibre 40.
- termopar tipo K
- polvo de cobre
- cemento epóxy
- algodón

Las dimensiones de las muestras, los separadores y los casquetes son las requeridas por el SFYG [5].

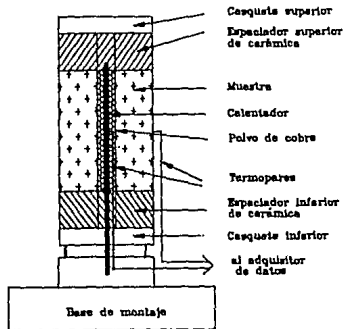
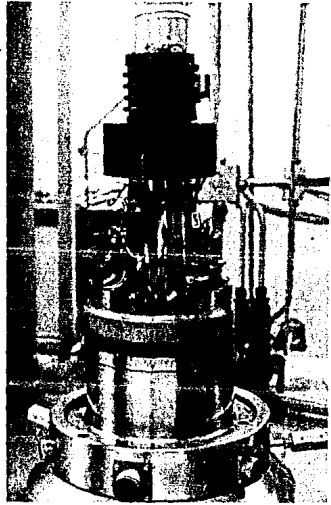
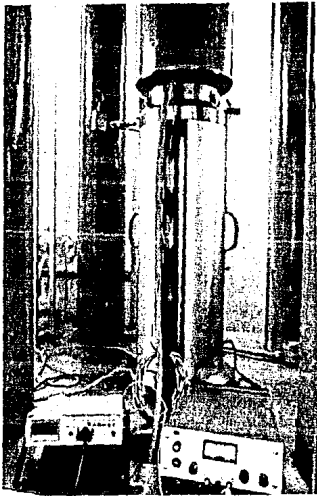


Fig. 2.3 Instrumentación de la muestra

Las muestras se someten a un proceso de secado durante 24 horas a 105 °C para eliminar la humedad y evitar alteraciones en la medición debidas a la presencia de agua. Una vez secas las muestra se lleva a cabo la instrumentación para efectuar la medición. Este proceso se describe a continuación (Fig. 2.3).

1. - Se une con cemento epóxy el material en el orden señalado: casquete superior, espaciador superior de cerámica, muestra, espaciador inferior de cerámica y casquete inferior.
2. - Se introduce el calentador y el termopar en el interior de la muestra, situando el termopar a la mitad.
3. - Se rellena con polvo de cobre el espacio restante entre el calentador y la muestra. Se compacta lo mejor posible el polvo, para evitar que quede atrapado aire.
- 4.- Finalmente, se sellan los extremos con algodón y cemento epóxy.

Calibración.- Se coloca la muestra de cuarzo sobre la base de montaje del SFYG, haciendo las conexiones respectivas del calentador y termopares (Fig.2.3).

Un termopar del controlador de temperatura se coloca dentro de un punto doble de agua y hielo seco para tomar la temperatura de referencia. Se aplica corriente al calentador de la muestra y se toman las lecturas correspondientes del incremento de temperatura contra tiempo en el interior de la muestra, durante aproximadamente 3 min.

Para hacer el cálculo de la conductividad térmica se requiere conocer el voltaje aplicado, la resistencia y longitud del calentador.

Medición de conductividad térmica en muestras del sistema aislante.- En las mediciones de conductividad térmica a varias temperaturas, en muestras de resina-arena, se preparan las

muestras igual que en las de cuarzo, pero añadiendo a la muestra una cubierta de teflón para evitar que penetre el fluido externo que la mantendrá a la temperatura requerida.

Se ubica la muestra sobre la base de montaje, colocando un calentador en espiral alrededor de la muestra. Se eleva la base de montaje por medio del actuador hidráulico, hasta que cierre el vaso de presión. Se llena el vaso de presión con un fluido, es este caso aceite multiterm. Este aceite tiene la propiedad de soportar presiones y temperaturas extremas sin degradarse. Se programa el controlador para suministrar energía eléctrica al calentador en espiral y así mantener el fluido a la temperatura a la que se realizará la prueba.

Inicialmente, el controlador se programa para partir de temperatura ambiente, hasta alcanzar un valor de temperatura deseado, con una rapidez de 2.5 °C por minuto. Una vez que se alcanza tal valor, se registra la temperatura del aceite cada 5 minutos, hasta obtener de 3 a 5 lecturas consecutivas iguales, que indican que la temperatura de la muestra y del aceite se han estabilizado. En seguida, se aplica al calentador interno de la muestra una corriente de entre 0.15 y 0.3 A. Simultáneamente, se acciona la computadora para que se registren los datos de incremento de temperatura con el tiempo. Una vez hecho el experimento a esa temperatura, se reprograma el controlador para que prosiga con el calentamiento hasta llegar al nivel de temperatura con que se realizará la prueba siguiente. Se repite el procedimiento para obtener los datos en cada uno de los niveles de temperatura deseados.

#### 2.3.4. Resultados.

Calibración.- En la prueba de calibración se midió la conductividad térmica en tres muestras de cuarzo, mediante el método descrito anteriormente, registrando los incrementos de temperatura contra el tiempo en el interior de la muestra. Los datos fueron obtenidos por medio de un paquete de computadora

integrado en el adquirente de datos del SFYG, el cual registra 3 lecturas por segundo, haciendo un total de aproximadamente 540 datos en los tres minutos de duración de la prueba.

En la Fig. 2.4a se muestra una gráfica que representa el comportamiento del incremento de temperatura contra tiempo. En esta gráfica se puede apreciar dos comportamientos diferentes entre sí: el comportamiento de la primera región se debe a que inicialmente el calor que se introduce al sistema se emplea para elevar la temperatura en el calentador. Dado que la muestra del material que se evalúa y el calentador son diferentes, la velocidad de calentamiento será diferente. Así, al llegar el calor a la muestra disminuye su velocidad. En la segunda región, se observa una respuesta logarítmica. Esta se utiliza para evaluar la pendiente de la gráfica de  $T$  vs  $\ln t$  (gráfica 2.4b) en la región lineal. Típicamente la pendiente se obtiene ajustando una recta por mínimos cuadrados. Usando el valor de la pendiente  $m$  se obtiene el valor de la conductividad térmica mediante las ecuaciones (2.31) y (2.33).

Los resultados de conductividad térmica de las tres muestras de cuarzo se muestran en la tabla 2.1.

La conductividad térmica del cuarzo reportada en "Chemical Engineers Handbook" [11] es 1.34 W/m-K a 300°K, con lo cual se verifica la confiabilidad del método experimental y del equipo empleado.

Tabla 2.1.  
Conductividad térmica en tres muestras de cuarzo

Muestra No	Voltaje (V)	Resistencia ( $\Omega$ )	Conductividad térmica (W/m-K)
1	45.9 $\pm$ 0.04	149.4 $\pm$ 0.05	1.34 $\pm$ 0.03
2	47.8 "	155.6 "	1.36 "
3	48.6 "	155.8 "	1.32 "

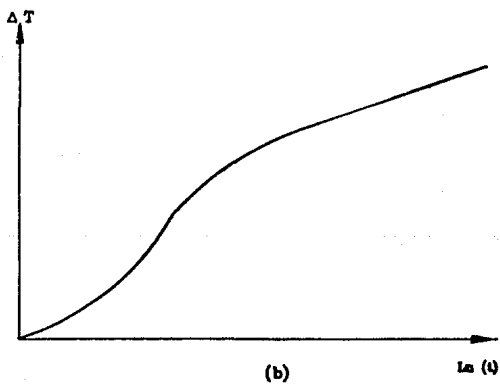
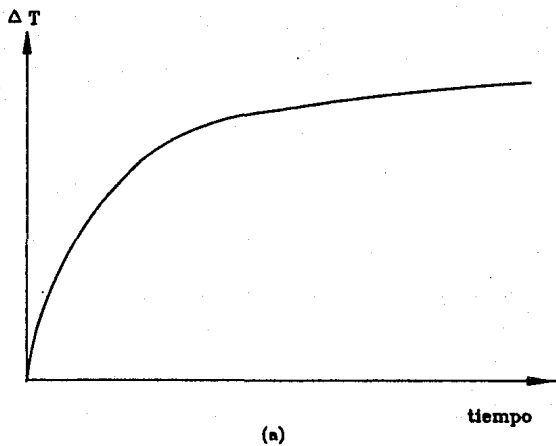
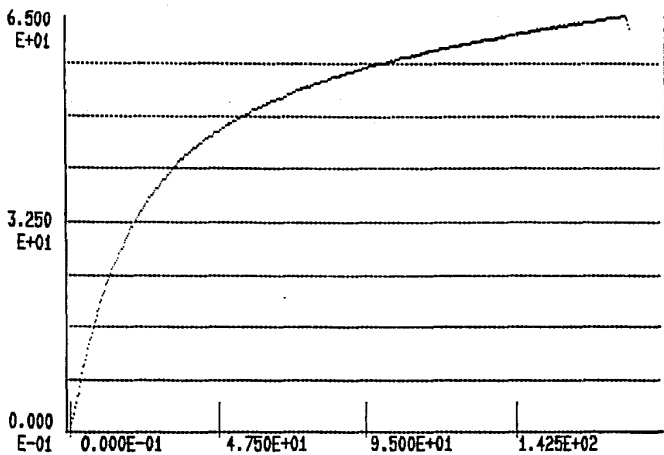


Fig. 2.4 Comportamiento de la temperatura en el interior de las muestras

Medición de conductividad térmica en muestras de resina con arena.- El experimento para medir la conductividad térmica del sistema aislante resina-arena (Araldite F-HT-972), se realizó a las temperaturas de 27°C, 58°C, 86°C, 105°C, 129°C y 151 °C. En la tabla 2.2 se muestran los datos de estabilización de temperatura del aceite y la muestra para estos casos. Las lecturas de temperatura se toman cada 5 minutos, para garantizar que la prueba se efectúa a una temperatura estable, y el intervalo de duración de la prueba (3 min.) está dentro de ese intervalo de lecturas. Una vez estabilizada la temperatura se realiza la prueba, análogamente a como se hizo en la medición en cuarzo.

En la tabla 2.3 se reportan los datos de incremento de temperatura con el tiempo de las diferentes pruebas, considerando los valores cada 10 segundos. Se observó el mismo comportamiento que en las mediciones en muestras de cuarzo, al analizar las gráficas del incremento de temperatura con el tiempo y del incremento de temperatura con el logaritmo natural del tiempo.

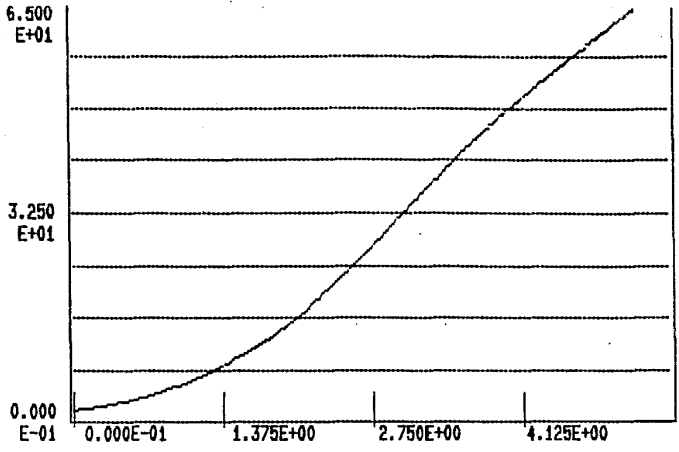
La conductividad térmica se obtiene a partir de la gráfica  $T-\ln(t)$  en la región lineal (a partir aproximadamente de los 70 s.), por medio de un ajuste de mínimos cuadrados. En las figuras 2.5 a 2.7 se muestran las gráficas de  $T$  vs  $t$ ,  $T$  vs  $\ln t$  y  $T$  vs  $\ln t$  en la región lineal, respectivamente. Estas gráficas corresponden al experimento para medir conductividad térmica a 26 °C. En la tabla 2.4, se muestran los datos de voltaje, resistencia del calentador, aplicada y conductividad térmica para cada una de las mediciones.



(TEMP INT VS TIME.

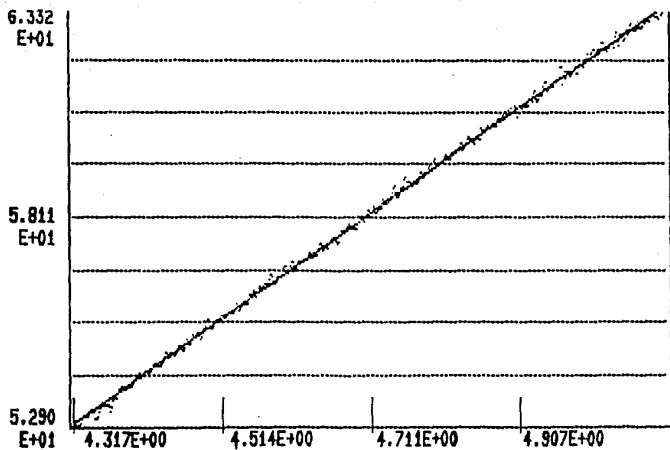
Fig. 5.5





TEMP INT VS LNTIME

Fig. 5.6



(TEMP INT VS LNTIME)  
LINEAR FIT: SLOPE = 13.1907, INTRCP = -3.94111, STD ERR = 0.0909

Fig. 5.7

Tabla 2.2.  
Estabilización de temperatura del aceite en las pruebas de conductividad térmica en muestras de resina-arena.

Tiempo (min)	Temperatura (°C)				
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>
5	32	59	90	114	135
10	37	63	94	119	139
15	43	68	97	122	144
20	46	72	99	124	146
25	49	77	101	125	148
30	51	79	102	126	149
35	53	81	103	127	150
40	55	83	104	128	150
45	56	85	105	128	151
50	58	86	105	128	151
55	58	86	105	129	151

Tabla 2.3.  
Incremento de temperatura con el tiempo en muestras de resina-arena

Tiempo (s)	Incremento de temperatura (°C)					
	27°C	58°C	86°C	105°C	129°C	151°C
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	1.17	4.81	4.59	2.04	1.68	1.67
20	3.61	7.49	6.92	2.91	2.83	2.92
30	4.46	9.18	8.61	3.49	3.65	3.80
40	4.94	10.37	9.82	3.84	4.22	4.38
50	5.51	11.30	10.54	4.21	4.55	4.76
60	6.02	11.97	11.36	4.60	4.88	5.03
70	6.17	12.52	11.97	4.73	4.97	5.43
80	6.38	12.86	12.49	5.10	5.22	5.64
90	6.66	13.35	12.83	5.30	5.57	5.86
100	6.70	13.91	13.21	5.40	5.62	6.10
110	6.98	14.09	13.52	5.58	5.90	6.18
120	7.10	14.39	13.70	5.67	6.00	6.29
130	7.15	14.68	14.12	5.72	6.14	6.37
140	7.43	15.00	14.51	5.99	6.44	6.50
150	7.49	15.28	14.78	5.85	6.48	6.60
160	7.53	15.50	14.95	6.00	6.53	6.79
170	7.58	15.82	15.20	6.25	6.69	6.85
190	7.57	16.00	15.35	6.33	6.74	6.92

Tabla 2.4.  
Variables eléctricas de la prueba para medir  
la conductividad térmica del sistema aislante

Voltaje ( V )	Resistencia ( $\Omega$ )	Corriente ( A )	Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	Conductividad térmica (W /m-K)
15.42	150.50	0.10	27	0.780
24.42	161.52	0.15	58	0.707
24.47	161.84	0.15	86	0.675
15.49	151.87	0.10	105	0.667
15.54	152.36	0.10	129	0.661
15.61	152.99	0.15	151	0.660

Tabla 2.5.  
Comparación entre la conductividad térmica predicha  
y medida del sistema aislante

Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	k medida (W/m-K )	k predicha (W/m-K)	residuo
27	0.780	0.764	0.0157
58	0.707	0.714	-0.0074
86	0.675	0.683	-0.0082
105	0.667	0.669	-0.0026
129	0.661	0.661	0.0000
151	0.660	0.662	-0.0016

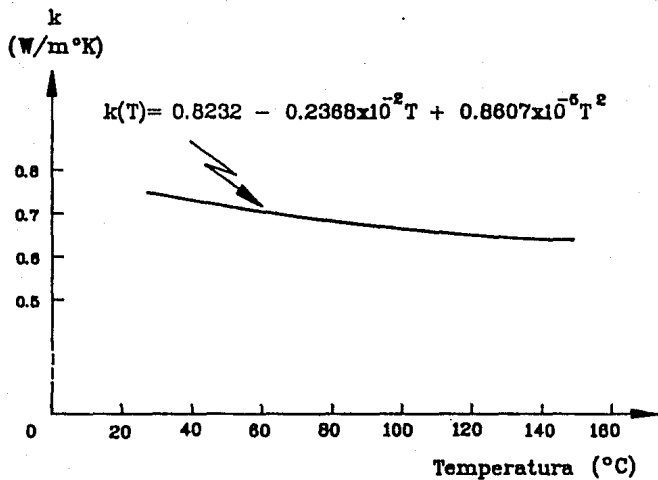


Fig. 2.8 Variación de la conductividad térmica con la temperatura

Para obtener la conductividad térmica como función de la temperatura se efectuó un ajuste de datos polinomial por medio de un paquete estadístico, llamado BMDP [13], con el cual se obtuvo la ecuación siguiente:

$$k(T) = 0.8207 - 0.2319 \times 10^{-2} T + 0.8383 \times 10^{-5} T^2 \quad (2.34)$$

Donde T está dada en grados centígrados.

Con un coeficiente de correlación de 0.97549.

En la tabla 2.5 se muestra una comparación entre los valores predichos por la ecuación (2.34) y los medidos experimentalmente. En la Fig.2.8 se muestra la gráfica de la variación de la conductividad térmica con la temperatura del sistema aislante.

#### 2.4. Cálculo de Calor específico, Difusividad Térmica, Conductividad Térmica y Resistencia Térmica de Contacto por el Método de Estimación de Parámetros.

Calor específico, difusividad térmica, conductividad térmica y resistencia térmica de contacto se pueden obtener mediante estimación de parámetros. Esta técnica consiste en encontrar el mínimo de una función objetivo; i.e., la suma de las diferencias al cuadrado entre la temperatura transitoria experimental y la temperatura predicha o calculada. La temperatura predicha se obtiene de un modelo matemático que se ve posteriormente, el cual describe la situación física del experimento. Para este caso el cálculo de temperaturas se efectuó en base a la solución analítica del problema de transferencia de calor obtenida por Blackwell [7], para tiempos suficientemente grandes. Para obtener los parámetros térmicos óptimos, se utilizó el algoritmo iterativo de Gauss-Newton [8], el cual es una extensión del análisis clásico de regresión lineal.

#### 2.4.1. Aspectos teóricos.

Estimación de parámetros.- Su propósito es obtener valores de los parámetros desconocidos de un modelo teórico, utilizando datos experimentales.

Independientemente de que el modelo sea lineal o no, en sus parámetros, se debe contar con un criterio para determinarlos. Esto se logra haciendo mínima la función objetivo de mínimos cuadrados.

$$FO = \sum_{i=1}^n (T_p - T_e)^2 \quad (2.35)$$

donde

$T_e$  = temperatura experimental u observada como función del tiempo

$T_p$  = temperatura predicha por el modelo como función del tiempo

Los mejores parámetros estimados del modelo son aquellos cuyos valores se obtuvieron mediante el procedimiento de mínimos cuadrados incorporados en la estimación no lineal [8].

Para la estimación óptima por métodos no lineales, se siguieron dos pasos:

- Obtención del modelo teórico que representa el proceso físico.
- Selección de un método para encontrar el mínimo de la función objetivo.

En el presente caso, las constantes, conductividad y difusividad térmica, calor específico y resistencia térmica de contacto, de las muestras de resina con arena, mencionadas anteriormente, se determinaron ajustando el modelo que se describe en seguida.

Modelo ajustado.- El problema teórico es el de una región infinita rodeada internamente por un cilindro hueco, con resistencia de contacto en la superficie interna de la región infinita (Fig. 2.1b). Para lograr esto, se usa una probeta térmica (calentador y termopar integrado en un cilindro hueco metálico) con flujo constante de calor en su superficie interna.

Para el problema descrito, la temperatura dentro de la probeta está dada por [7]:

$$T_1(t) = A \ln(t) + B + (1/t) [C \ln(t) + D] \quad (2.36)$$

con

$$A = \dot{Q}/4\pi kL \quad (2.37)$$

$$B = A [\ln(4a/b^2) - \gamma + 2K/bH] \quad (2.38)$$

$$C = A E b^2/2a \quad (2.39)$$

$$D = (A b^2/2a) [E \ln(4a/b^2) - \gamma + 1 + 2K/bH] \quad (2.40)$$

$$E = 1 - \alpha \delta/bH \quad (2.41)$$

donde  $k$  es la conductividad térmica,  $b$  el radio externo del cilindro,  $a$  la difusividad térmica,  $H$  la resistencia térmica de contacto y  $\gamma$  la constante de Euler.

Físicamente, el calentador está colocado dentro de un cilindro metálico de alta conductividad térmica y de pared delgada, el cual tiene soldado un termopar en su superficie externa. Con estas consideraciones, la suposición involucrada es que la temperatura en el cilindro metálico es la misma tanto en la pared interna como en la externa del mismo.

Para tiempos suficientemente largos, los términos de orden  $(1/t)$  son despreciables y la variación de  $T_1$  contra  $t$  es lineal. Además, para probetas de radio externo pequeño, los términos  $C$  y  $D$  son despreciables ya que varían con  $b^2$ . Por lo tanto, la ecuación para  $T_1$  puede escribirse como:

$$T_1(t) = (\dot{Q}/4\pi kL) \left[ \ln [4at/b^2] - \gamma + 2K/bH \right] \quad (2.42)$$



o bien

$$T_1 = C_1 \left[ \ln (C_2 t) - \gamma + C_3 \right] \quad (2.43)$$

donde

$$C_1 = A \quad (2.44)$$

$$C_2 = (4\alpha/b^2) \quad (2.45)$$

$$C_3 = 2K/bH \quad (2.46)$$

La ecuación (2.43) es la que se utiliza en la función objetivo para predecir las temperaturas  $T_p$ . La cual permite estimar la conductividad térmica  $k$  del parámetro  $C_1$ ; la difusividad térmica  $\alpha$  del parámetro  $C_2$ ; la resistencia térmica de contacto ( $1/H$ ) del parámetro  $C_3$  y el calor específico de la definición de difusividad térmica, dada por la ecuación (2.6).

Una comparación entre la solución analítica del problema ideal (cero resistencia de contacto), dada por la ecuación (2.30), y la solución de tres parámetros dada por la ecuación (2.43) (resistencia de contacto finita), indica que la temperatura experimental será mayor que la temperatura teórica en la cantidad  $(2K/bH)$ . Por lo tanto, la estimación de los parámetros se hace con el modelo de 3 parámetros de Blackwell en aquella parte de la curva en que las temperaturas teóricas y experimentales difieren por una cantidad constante.

El algoritmo empleado para obtener parámetros óptimos es el de Gauss-Newton [8], implementado en el paquete de programas llamado BMDP [13]. En este algoritmo el modelo analítico se hace de comportamiento lineal, el cual se expande en series de Taylor. La convergencia a los valores finales óptimos es muy rápida si los valores supuestos están inicialmente dentro de  $\pm 30\%$  de los valores a encontrar [9].

Los valores supuestos de  $C_1$  y  $C_2$  se calculan empleando una regla simple para mezclas:

$$A = \frac{m}{\sum_{i=1}^m} (Y_i \cdot A_i) \quad (2.47)$$

donde

- A es la propiedad que se desea calcular para una mezcla, en este caso  $k$ ,  $\alpha$  y  $C_p$ .
- $A_i$  es la propiedad A del  $i$ -ésimo componente de la mezcla
- $Y_i$  es el porcentaje en volumen del  $i$ -ésimo componente.

El parámetro  $C_3$  se calculó suponiendo H-500 como valor inicial, en base a experiencia previa.

#### 2.4.2. Parámetros Iniciales y Parámetro Calculados Por el Método de Gauss-Newton.

Los valores de las propiedades de los componentes del sistema aislante Araldite F-HT-972 (resina epóxica, arena sílica, endurecedor y silano), se investigaron en la literatura [10, 11, 12]. Se empleó la ecuación (2.47) para calcular las propiedades térmicas de la mezcla de estos componentes. Con las ecuaciones 2.37, 2.45 y 2.46 se calculan los parámetros iniciales supuestos. Una vez calculado el valor aproximado de los parámetros, estos se emplean como datos iniciales para alimentar el programa que estima los parámetros óptimos. Los valores de los parámetros iniciales supuestos y los obtenidos mediante la técnica de estimación de parámetros, usando el paquete BMDP, se muestran en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6.  
Parámetros supuestos y parámetros  
estimados mediante el método de Gauss-Newton

Temperatura (°C)	Parámetros					
	Supuestos			Estimados mediante Gauss-Newton		
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
27	1.53	0.27	1.35	1.59	0.28	1.51
58	3.60	0.27	1.26	3.57	0.27	1.13
86	3.77	0.26	1.23	3.65	0.27	0.87
129	1.67	0.25	1.17	1.59	0.26	0.89
151	1.60	0.25	1.17	1.65	0.23	1.03

Tabla 2.7.  
Variación de la conductividad térmica, difusividad  
térmica, resistencia térmica y calor específico  
con la temperatura

Temperatura (°C)	k (W/m-K)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$R_p$ (m <sup>2</sup> -K/W)	Cp (J/g-K)
27	0.738	0.400E-6	2.352E-3	1.160
58	0.718	0.387E-6	1.890E-3	1.170
86	0.697	0.389E-6	1.459E-3	1.160
129	0.661	0.373E-6	1.605E-3	1.170
151	0.639	0.338E-6	1.855E-3	1.190

### 2.4.3. Resultados.

La determinación del calor específico se realizó empleando la definición de difusividad térmica (ecuación 2.6). Los resultados de conductividad y difusividad térmica, calor específico y resistencia térmica se muestran en la Tabla 2.7. La conductividad térmica, la resistencia térmica de contacto y la difusividad térmica se calculan de los parámetros obtenidos de la estimación. La conductividad térmica se obtiene del parámetro  $C_1$ . El calor generado por unidad de longitud en el calentador lineal del experimento de conductividad térmica se calculó a partir de las variables eléctricas del mismo. La difusividad térmica se obtiene del parámetro  $C_2$ , empleando el radio del barreno hecho en la muestra del experimento mencionado. La resistencia térmica de contacto en la interfase muestra-calentador se obtiene del parámetro  $C_3$ .

A partir de los datos de la tabla 2.7. se ajustó un polinomio de segundo grado, para obtener la difusividad térmica y el calor específico como función de la temperatura.

$$\alpha = [0.3901 + 3.680 \times 10^{-4} T - 4.452 \times 10^{-6} T^2] \times 10^{-6} \quad (2.48)$$

con un coeficiente de correlación de 0.97485

$$C_p = 1.170 - 3.331 \times 10^{-4} T + 2.873 \times 10^{-6} T^2 \quad (2.49)$$

con un coeficiente de correlación de 0.8631

La variación de estas propiedades con la temperatura se muestra gráficamente en las Figuras 2.9 y 2.10.

En la Fig. 2.8 se observa que la conductividad térmica decrece al aumentar la temperatura, estabilizándose a valores del orden de 130 °C. En la Fig. 2.9 se aprecia que la difusividad térmica también decrece al aumentar la temperatura. En la Fig. 2.10 se observa que el calor específico se incrementa al

umentar la temperatura. Este incremento es más rápido a partir de los 90°C aproximadamente. De los valores mostrados en la tabla 2.7 se observa que la resistencia térmica de contacto no presenta un comportamiento uniforme.

Finalmente, los valores de conductividad térmica obtenidos mediante esta técnica, se compararon con los valores obtenidos por el método clásico de la línea fuente infinita (sección 2.2.4). Ambos conjuntos de resultados concuerdan con una diferencia a lo más de  $\pm 5\%$ .

## 2.5. Conclusiones.

Se midió experimentalmente el valor de conductividad térmica mediante el experimento de la fuente de calor lineal infinita. A partir de los datos experimentales del incremento de temperatura con el tiempo en muestras de resina-arena se determinó la conductividad y la difusividad térmica, el calor específico y la resistencia térmica de contacto mediante la técnica llamada estimación de parámetros. Las determinaciones se hicieron a diferentes temperaturas. Se usó el algoritmo de Gauss-Newton para la optimización de las estimaciones. Los resultados de conductividad térmica obtenidos se compararon con los obtenidos por el método de la línea fuente infinita encontrándose diferencias máximas de  $\pm 5\%$ . Los valores de  $\alpha$  y  $C_p$  concuerdan satisfactoriamente con los valores típicos para estos materiales reportados en la literatura [10]. Se ajustó un polinomio a la variación de cada propiedad con la temperatura, excepto para la resistencia térmica, ya que no es reproducible el valor, porque depende de la forma en que se preparó la muestra.

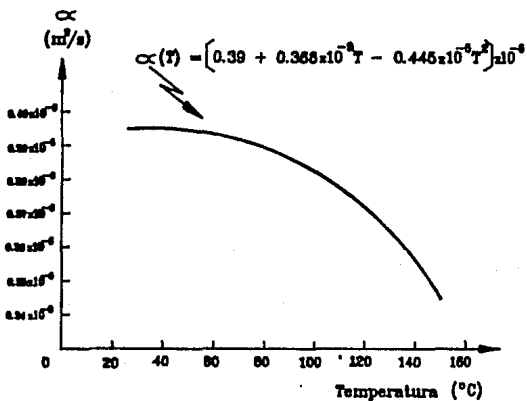


Fig. 2.9 Variación de la difusividad térmica con la temperatura

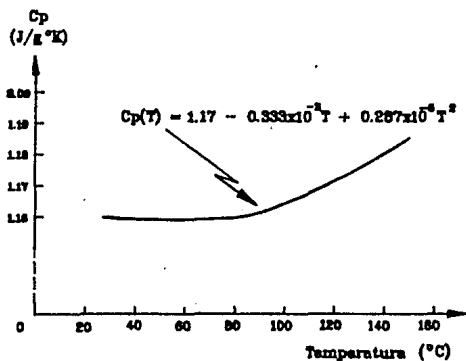


Fig. 2.10 Variación del calor específico con la temperatura.

## Bibliografía.

- [1] Sadik K., Yener Y., "Heat Conduction". 2a edición, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1985.
- [2]. Kreith Frank, "Principios de Transferencia de Calor". Editorial Herrero hnos, México, 1968.
- [3]. Carslaw H. S., Jaeger J. C., "Conduction of Heat in Solids". Clarendon Press, Oxford, England, 1959.
- [4] Landau L. D., Lifshitz E. M. "Fluid Mechanics". Pergamon Press, England, 1959.
- [5] Contreras L. E., "Estudio y Determinación de las Propiedades Físicas de las Rocas". Informe anual IIE/10/1663/FEG29/I03/P 1983.
- [6] García G. A., Contreras L. E., Viggiano J.C., "Establishment of an Empirical Correlation for Estimating Conductivity of Igneous Rocks". Int. Journal Thermophysics, vol. 10, No. 5, pp 1063-1070, 1989.
- [7] Blackwell J. H., "Transient Heat Flow Problems in Cylindrical Geometry". Tesis Doctoral, University of Western Ontario Canada, London, Canada, 1952.
- [8] Kuester J. L, Mize J.H., "Optimization Techniques with Fortran". Mc.Graw-Hill Book Co., New York, 1973.
- [9] Beck J. V., "The Optimum Analytical Design of Transient Experiment for Simultaneous Determination of Thermal Conductivity and Specific Heat". Tesis Doctoral, Dept. of Mechanical Engineering, Michigan State University, East Lansing, Mich, 1964.
- [10] "Modern Plastic Encyclopedia", McGraw-Hill, New York. vol.62 No. 10 A, 1985-1986.
- [11] Perry R. H., Chilton C. H " Chemical Engineers Handbook", MacGraw-Hill. 5ª edition. pp. 3.260 - 3.262, 3.135 - 3.146, 10.47 - 10.52, 1984
- [12] Weast R. C, "Handbook of Chemistry and Physics", The Chemical Rubber Co, 1966-1967.
- [13] Dixo W. H., "BMDP Statistical Software". University of California Press, Berkeley, 1981.

# *CAPITULO*

## *3*

***CONDICIONES DE FRONTERA***



### Introducción.

La disponibilidad de las condiciones de frontera resulta esencial en el modelado de fenómenos térmicos. Estas deben reflejar la interacción y los efectos de un sistema físico con sus alrededores. Debido a que no se cuenta con información sobre las condiciones de frontera a las cuales se encuentra sometida la bobina de alta tensión del transformador encapsulado, se requiere contar con un método para obtenerlas. La mejor elección de tales condiciones resulta de mediciones directas que reflejen el comportamiento físico del sistema. En problemas de transferencia de calor es común tener las condiciones de frontera siguientes:

- 1) temperatura dada
- 2) flujo de calor dado
- 3) intercambio de calor por convección.

Para el presente caso, el enfriamiento de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado se lleva a cabo por transferencia de calor por convección libre entre la superficie de la bobina y el aire que la rodea. Esta condición de convección en la frontera se sustituyó por la condición de temperatura dada (condición Dirichlet), lo cual fue posible midiendo en forma detallada con termopares situados sobre la superficie de la bobina, para conocer las fluctuaciones de temperatura de una región a otra, ocasionadas por la geometría de la fuente de calor.

En el presente capítulo se describe el método experimental para obtener las condiciones de frontera a partir de las mediciones experimentales.

### 3.1 Medición Experimental de Condiciones de Frontera.

Previamente se habían efectuado algunas mediciones de temperatura en el transformador encapsulado, haciendo trabajar el sistema como un transformador, aplicando alta tensión (23kV) en el devanado primario y colocando una carga en el devanado secundario. Esto traía como consecuencia cierta dificultad para colocar instrumentos de medición de temperatura en la frontera, ya que en la superficie externa de la bobina de alta tensión se localiza un potencial eléctrico alto que limita el uso de termopares en esa región.

En el experimento que se describe en esta sección, se trabajó únicamente con la bobina de alta tensión, aplicando corriente a baja tensión, con lo que se abrió la posibilidad de utilizar termopares sobre la bobina de alta tensión y registrar el incremento de temperatura producido por efecto Joule.

#### 3.1.1. Aspectos Teóricos de la Implementación Eléctrica.

El método consiste en probar únicamente la bobina de alta tensión, quitando el núcleo de acero y la bobina de baja tensión. En estas condiciones, el voltaje necesario para producir las corrientes en la bobina se reduce, ya que únicamente tiene efecto directo la impedancia debida a la inductancia de la bobina y a la resistencia óhmica del devanado. Es decir, el voltaje es:

$$V = Z I \quad (3.1)$$

$$Z = (X^2 + R^2)^{1/2} \quad (3.2)$$

$$X_L = 2\pi fL \quad (3.3)$$

Donde

V es el voltaje requerido para producir la corriente deseada

Z es la impedancia que presenta la bobina, en Ohms.

$X_L$  es la reactancia de la bobina en Ohms.

L es la inductancia de la bobina en Henries.

f es la frecuencia de alimentación.

El diagrama eléctrico se muestra en la Fig. 3.1

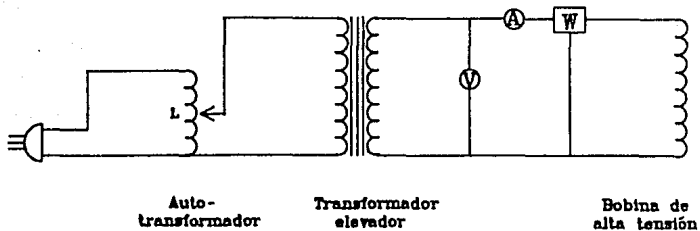


Fig. 3.1 Diagrama del circuito eléctrico

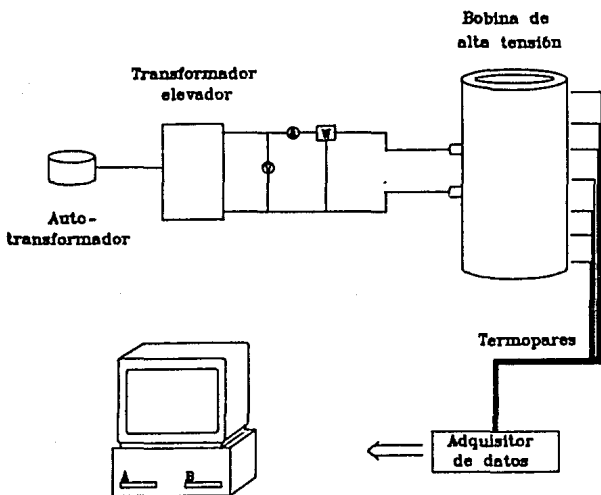


Fig. 3.2 Esquema general del equipo experimental

### 3.1.2. Esquema General del Equipo Experimental.

El equipo experimental consta de una computadora personal HP, modelo 150, un sistema de adquisición de datos HP modelo 3421A de 30 canales, 29 termopares tipo T calibre 24, un transformador de salida múltiple, un voltímetro, un amperímetro y un wattímetro. En la Fig. 3.2 se muestra el equipo experimental.

La potencia requerida para lograr el calentamiento de la bobina se proporciona a través de un transformador de salida múltiple. Los termopares se colocan sobre la superficie de la bobina y se conectan al adquirente de datos, encargado de mandar la lectura a la computadora. El registro de datos se efectúa por medio de un programa que registra lecturas de voltaje a la periodicidad deseada y convierte dichos voltajes en temperatura.

### 3.1.3. Procedimiento Experimental

Los termopares se adhieren con cemento epoxy a la bobina de alta tensión y se sitúan en los puntos indicados en la Fig. 3.3., donde se muestran 26 termopares. Adicionalmente, dos termopares son colocados en barrenos hechos en el material aislante y un termopar se deja al aire para registrar la temperatura ambiente.

La prueba consiste en aplicar corriente a baja tensión (entre 180 y 330 V) a la bobina de alta tensión del transformador encapsulado, registrando el incremento de temperatura con el tiempo y graficando los datos correspondientes cada 30 min., hasta que el sistema llegue al estado estacionario. El criterio para determinar la temperatura del estado estacionario es que la temperatura no varíe más de un grado en una hora, durante dos horas consecutivas [1]. Una vez que se ha estabilizado la temperatura, se corta el suministro de corriente e inmediatamente se mide la resistencia eléctrica de la bobina. Después, se aplica el siguiente valor de corriente y se repite el procedimiento hasta llegar al último nivel de corriente deseado.

$T_a$  temperatura ambiente

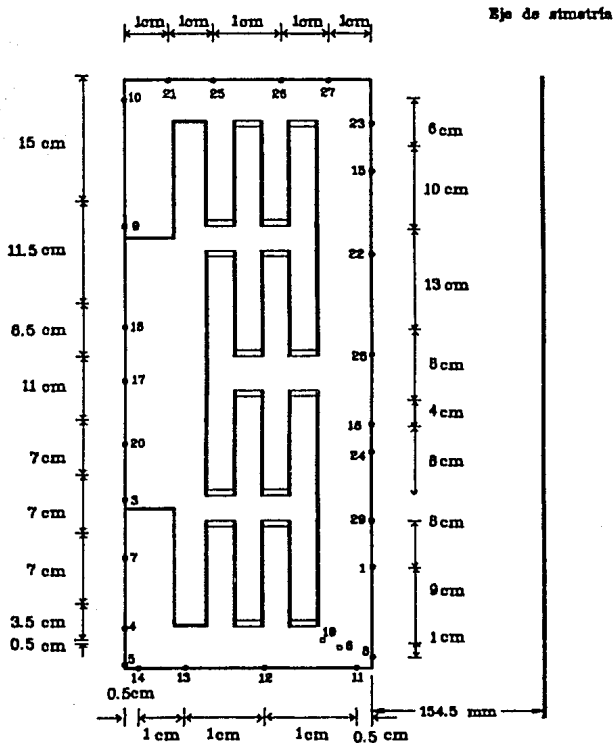


Fig. 3.3 Posición de termopares

### 3.1.4. Resultados.

La prueba se realizó para cuatro corrientes en la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. En la primera prueba se aplicó una corriente de 1.95 A, lo que representa una densidad de corriente de 3 A/mm<sup>2</sup>; la segunda prueba se efectuó con una corriente de 2.65 amperes, logrando una densidad de corriente de 4 A/mm<sup>2</sup> en el conductor; la tercera prueba se efectuó a 2.8 amperes, lo cual representa 4.3 A/mm<sup>2</sup> y la cuarta prueba se realizó a 3 amperes. La densidad de corriente de esta última prueba fue de 4.61 A/mm<sup>2</sup>.

Los valores de temperatura se registraron en la computadora cada 5 min. Los datos del incremento de la temperatura con el tiempo para las cuatro densidades de corriente se muestran en las gráficas 1 a 16 del apéndice 1. En la tabla 3.1 se dan los valores promedio de la temperatura correspondientes a la última hora de cada prueba.

Las tres primeras pruebas se efectuaron continuamente. En la primera prueba se aplicó corriente eléctrica a la bobina durante 10 hrs. hasta que se estabilizaron las temperaturas, alcanzando 55.7 °C como temperatura máxima en la posición indicada por el termopar 24 (Fig.3.3). Una vez efectuado el primer corte y medida la resistencia eléctrica del devanado, se aplicó el siguiente valor de corriente durante 6 hrs., llegando a 78.3°C la temperatura máxima, en la misma posición que el caso anterior. Después se reinició el calentamiento aplicando el siguiente valor de corriente durante 5 hrs, en el cual se registró 88.8 °C como temperatura máxima. De esta forma se redujo el tiempo empleado en cada prueba para lograr la estabilización de temperatura. Por último, en la cuarta prueba la temperatura inicial de la bobina fue la ambiente, por lo cual fue necesario esperar 9hrs. para lograr la estabilización de temperaturas. Cabe mencionar que en la cuarta prueba, no se llegó completamente a la estabilización

debido a problemas de sobrecalentamiento en el equipo eléctrico experimental, por lo que fue necesario efectuar el corte antes de lograr la completa estabilización de temperaturas.

De los valores de resistencia medidos inmediatamente después del corte y con la corriente aplicada, se calculó la potencia. En la tabla 3.2 se muestran los valores de corriente, resistencia y potencia disipada.

Tabla 3.1.  
Temperaturas medidas experimentalmente en diferentes puntos de la bobina alta tensión del transformador encapsulado.

Termopar	Temperatura (°C)			
	I=1.95 A	I=2.65 A	I=2.80 A	I=3.00 A
1	49 ± 0.5	67 ± 0.5	74 ± 0.5	84 ± 0.5
2	21	24	25	26
3	43	55	62	70
4	33	42	45	50
5	28	33	36	39
6	36	46	51	58
7	41	53	60	67
8	35	45	50	55
9	45	60	68	74
10	35	44	50	55
11	32	39	43	48
12	31	37	40	44
13	31	37	41	45
14	28	32	35	38
15	54	77	88	98
16	54	76	86	92
17	43	56	63	71
18	45	60	69	77
19	36	47	53	58
20	42	55	62	71
21	37	44	50	54
22	54	75	86	94
23	46	62	70	77
24	55	78	88	97
25	37	44	50	55
26	38	47	53	57
27	39	49	55	60
28	53	75	86	96
29	50	69	77	84

Tabla 3.2.  
Potencia disipada

Corriente (A)	Resistencia ( $\Omega$ )	Potencia (W)
1.95	94.0	357.43
2.65	103.3	725.42
2.80	107.1	839.66
3.00	111.0	999.00

### 3.2. Asignación de Condiciones de Frontera y Generación Interna de Calor.

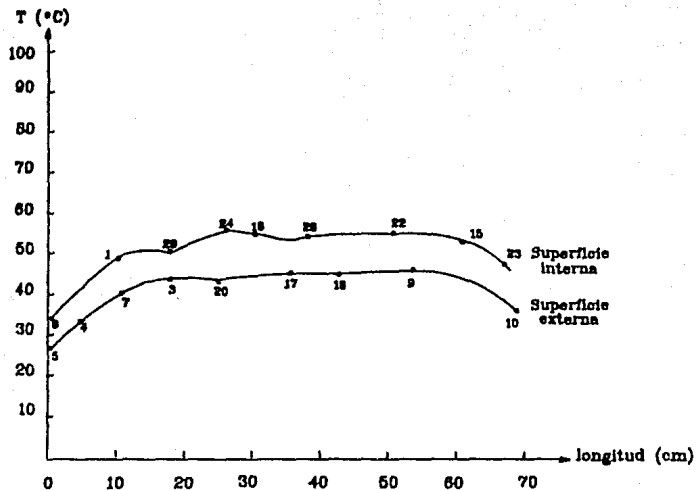
Las temperaturas obtenidas en el experimento descrito en la sección anterior se emplean para asignar las condiciones de frontera en la simulación. Estas contemplan únicamente las temperaturas medidas en la superficie de la bobina de alta tensión. Los valores de temperatura medidos dentro del sistema aislante de la bobina se utilizan para comparar los resultados de temperatura obtenidos mediante la simulación en esas posiciones. En las figuras 3.4 a 3.8 se muestra la variación de la temperatura en la frontera como función de la posición, para desplazamientos longitudinales como radiales. Como se observa, las temperaturas en la superficie interna son mayores que en la superficie externa. Esto es debido a que la superficie interna se encuentra más cerca de la fuente de calor (ver Fig. 1.6). Otro aspecto interesante que se observa en estas gráficas es que la temperatura se incrementa de abajo hacia arriba (disminuyendo en las esquinas). Este efecto lo produce la convección del aire, ya que el aire caliente fluye hacia arriba, de ahí que los puntos a mayor altura reciben el calor producido en el interior de la bobina proveniente en la dirección radial y el aire caliente proveniente en la dirección axial, de abajo hacia arriba. Esto



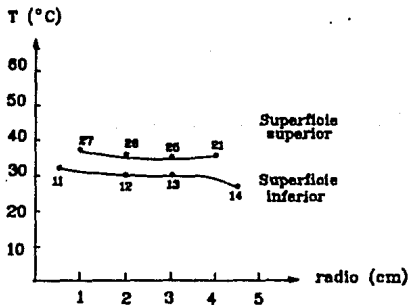
disminuye el gradiente de temperatura en los puntos a mayor altura y resulta menor la disipación de calor en esa región. En las figuras 3.4.b. a 3.8.b. se muestra la variación en la dirección radial. Como se aprecia, la temperatura decrece en el sentido de la frontera interna a la externa, manteniéndose casi constante en la región central, ya que como se mencionó anteriormente, la temperatura en la superficie interna es mayor que en la superficie externa, por lo que en la región adyacente la disipación de calor es menor. También se aprecia que la temperatura en la dirección radial es mayor en la frontera superior que en la inferior.

Para efectuar la simulación térmica resulta esencial conocer el valor de la generación interna de calor. En este caso se utilizan los valores de potencia disipada y el volumen total del devanado de cobre, cuyo valor es  $2.95259 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ , para calcular la generación interna de calor por unidad de volumen.

Todos estos datos se alimentan al programa encargado de resolver la ecuación 1.16, planteada en el capítulo 1, para encontrar el campo de temperaturas en la bobina de alta tensión.

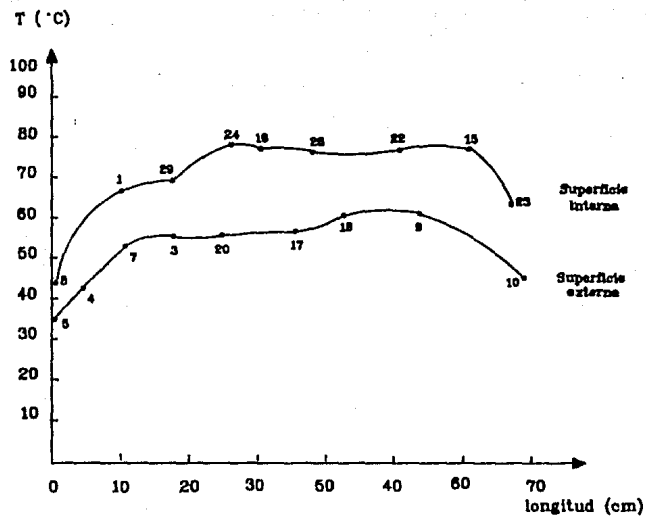


(a)

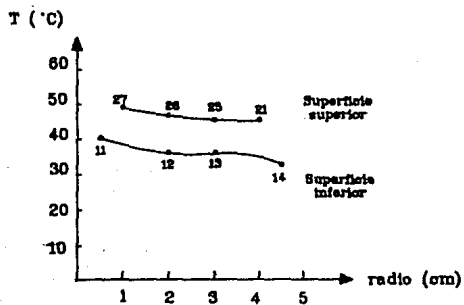


(b)

Fig. 3.4 Distribución de temperatura en la frontera para  $I=1.95 \text{ A}$

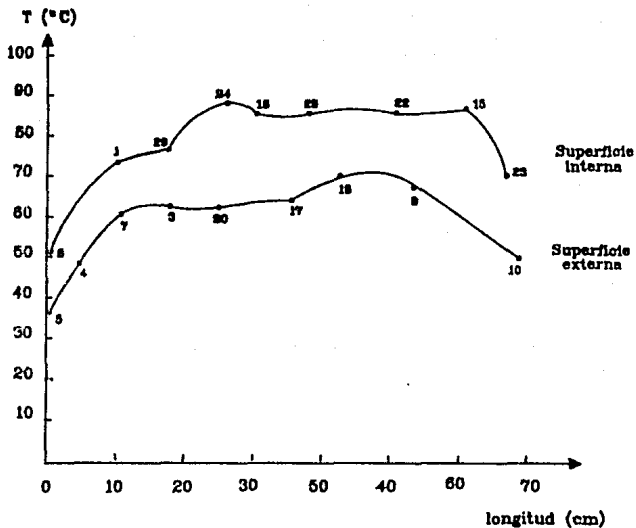


(a)

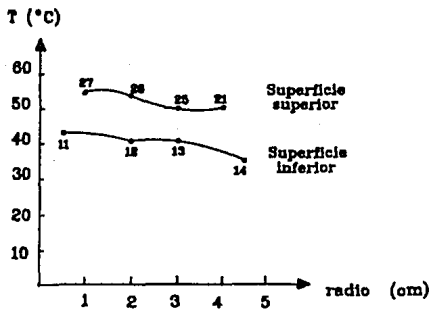


(b)

Fig. 3.5 Distribución de temperatura en la frontera para  $I=2.85$  A

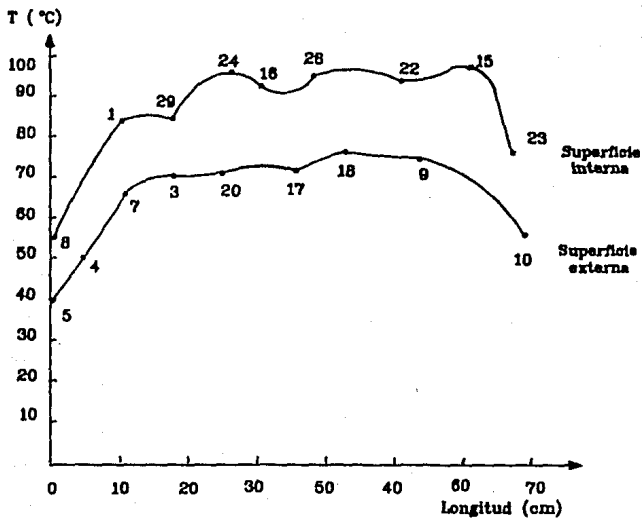


(a)

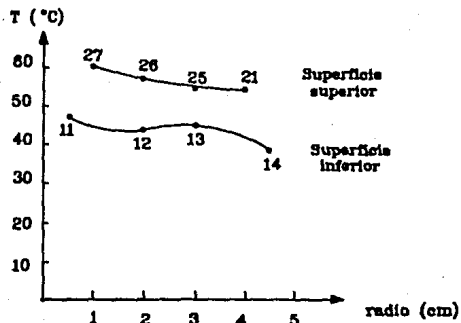


(b)

Fig. 3.8 Distribución de temperatura en la frontera para  $l=2.8$  A



(a)



(b)

Fig. 3.7 Distribución de temperatura en la frontera para  $I=3.0$  A

**Bibliografía.**

- [1] Norma IEC, publicación 726, "Dry-type Power Transformers", 1982.
- [2] Norma IEC, publicación 76-2, " Power Transformers, Part. 2, Temperature Rise", 1982.

# *CAPITULO*

## *4*

***METODO DE SOLUCION DEL PROBLEMA TERMICO***

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

### Introducción

En el capítulo 2 (sección 2.2) se efectuó el planteamiento matemático del problema térmico presente en la bobina de alta tensión, lo cual condujo a la ecuación:

$$k \cdot \nabla^2 T + W = 0 \quad (4.1)$$

donde W es la generación interna de calor producida por efecto Joule.

La geometría de la bobina conduce a expresar el operador laplaciano en coordenadas cilíndricas, y a considerar el sistema axisimétrico, es decir:

$$k \cdot \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + W = 0 \quad (4.2)$$

que es una ecuación diferencial parcial de segundo orden, cuya solución requiere de dos condiciones de frontera.

1)  $T = T(r, z)$

condición de temperatura

2)  $\frac{\partial T}{\partial r} = q_r$                        $\frac{\partial T}{\partial z} = q_z$

flujo de calor en la frontera

No obstante que esta ecuación puede resolverse por métodos analíticos, en este caso, existen diversos factores, tales como la asignación de condiciones de frontera, la fuente de calor y la asignación de la conductividad térmica de cada material, originadas por la geometría del devanado, los cuales hacen demasiado laborioso tal método de solución. Además, después de

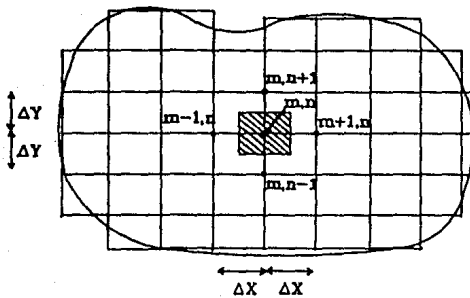


contar con la solución analítica, para propósitos de este trabajo se requieren resultados numéricos; por lo cual es más conveniente recurrir directamente a la solución por métodos numéricos; en particular aquellos incorporados en programas de computadora, especializados en resolver esta clase de ecuaciones.

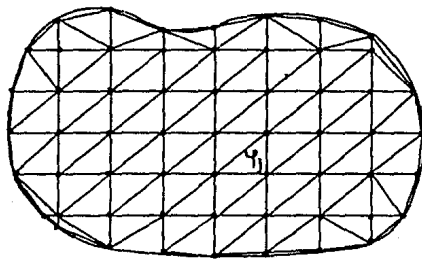
Existe una diversidad de programas para realizar estudios térmicos. Dichos programas por lo general emplean los métodos de diferencias finitas y de elemento finito. Entre los cuales se encuentran: Dot [1], Heat [2], CALIIE\_2D\_T [3], método de Patankar [4], etc..

En el presente capítulo se describe el funcionamiento del programa CALIIE\_2D\_T, como herramienta de trabajo para realizar la modelación térmica, y el método de elemento finito [5], en el cual se basa dicho programa para resolver las ecuaciones asociadas al fenómeno de transferencia de calor por conducción. Para validar los resultados del paquete CALIIE\_2D\_T se comparan los resultados obtenidos con este programa y los obtenidos con un método desarrollado por Patankar [4], el cual emplea el método de diferencias finitas. Este último ha sido usado ampliamente en problemas de transferencia de calor [4,6,7 y 8].

A continuación se presenta la solución de la ecuación 4.1 por el método de diferencias finitas y se describe el método de elemento finito, con la finalidad de mostrar las bases matemáticas de los programas mencionados para comprender la lógica de su funcionamiento.



(a)



(b)

Fig. 4.1 a)Malla de diferencias finitas b)Malla de elementos finitos

#### 4.1 Métodos Numéricos.

##### 4.1.1. Método de Diferencias Finitas.

El método de diferencias finitas consiste en reemplazar la ecuación diferencial a resolver y las condiciones de frontera por un conjunto de ecuaciones algebraicas [9].

Supóngase que se tiene un corte de un sólido y se divide en ambas direcciones X e Y formando una malla, como se muestra en la Fig.4.1a. Los rectángulos se les conoce como elementos y los puntos de intersección se les llama nodos. Los nodos se pueden identificar por los subíndices n y m, correspondientes al número de incrementos en X e Y, respectivamente. Luego se aproxima la ecuación a resolver en cada punto de la malla, reemplazando la derivada por su respectiva forma de diferencias finitas.

La idea básica de esta formulación es la siguiente; supóngase que se conocen los valores  $T(x_m)$  de una función  $T(x)$ , en intervalos regulares  $x=x_m$ , con  $m=..., -2, -1, 0, 1, 2, ...$ . La definición de derivada de  $T(x)$  en  $x_m$  es:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T(x_m + \Delta x) - T(x_m)}{\Delta x} \quad (4.3)$$

Como una aproximación, se puede escribir

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} = \frac{T(x_m + \Delta x) - T(x_m)}{\Delta x} = \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \quad (4.4)$$

Esta es una expresión aproximada de la derivada en  $x_m$  y es llamada diferencias hacia adelante de la primera derivada. Similarmente, la forma de la derivada conocida como diferencias hacia atrás se obtiene al sustituir  $m+1$  por  $m-1$  en la ecuación (4.4). Una aproximación más exacta es:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} = \frac{T_{m+1} - T_{m-1}}{2\Delta x} \quad (4.5)$$

y se conoce como forma de diferencias centrales.

De forma similar se obtiene para la segunda derivada de  $T_m$  en  $x_m$

$$\left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_{x_m} = \frac{T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m}{(\Delta x)^2} \quad (4.6)$$

Para resolver la ecuación 4.2 se considera un corte de un sólido en coordenadas cilíndricas, el cual se parte en elementos rectangulares, y donde el volumen de cada elemento es  $\Delta V = r dr d\theta$ , representado en el sistema de coordenadas cilíndricas como lo muestra la figura 4.2.

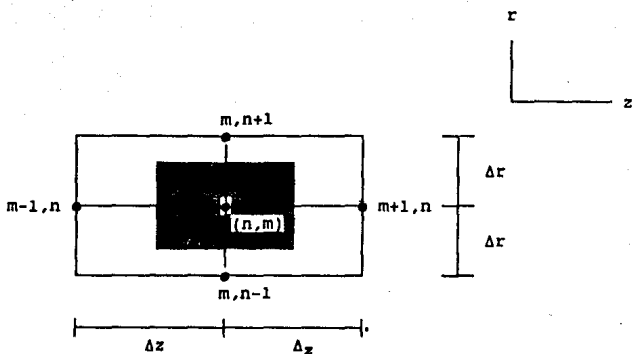


Fig. 4.2

Integrando de acuerdo al volumen mostrado en la Fig.4.2 se tiene

$$\int_{m-1,n}^{m+1,n} \int_{m,n-1}^{m,n+1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ k r \frac{\partial T}{\partial r} \right] dr dz + \int_{m-1,n}^{m+1,n} \int_{m,n-1}^{m,n+1} k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} r dr dz + \int_{m-1,n}^{m+1,n} \int_{m,n-1}^{m,n+1} W r dr dz = 0 \quad (4.7)$$

por lo tanto

$$\left[ k r \frac{\partial T}{\partial r} \right] \Big|_{m,n-1}^{m,n+1} \Delta z + k r \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{m-1,n}^{m+1,n} \Delta r + W \Delta V = 0 \quad (4.8)$$

evaluando en los respectivos limites y empleando la forma de diferencias centrales para la primera derivada se tiene

$$k_{m,n+1} r_{m,n+1} \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta r} \Delta z - k_{m,n-1} r_{m,n-1} \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta r} \Delta z +$$

$$k_{m+1,n} r_{m+1,n} \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta z} \Delta r - k_{m-1,n} r_{m-1,n} \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta z} \Delta r +$$

$$W_{m,n} \Delta V = 0 \quad (4.9)$$

reagrupando términos se tiene

$$T_{m,n} a_{m,n} = T_{m,n+1} a_{m,n+1} - T_{m,n-1} a_{m,n-1} + T_{m+1,n} a_{m+1,n} - T_{m-1,n} a_{m-1,n} + b \quad (4.10)$$

con

$$a_{m,n+1} = \frac{k_{m,n+1} r_{m,n+1} \Delta z}{\Delta r} \quad a_{m,n-1} = \frac{k_{m,n-1} r_{m,n-1} \Delta z}{\Delta r}$$

$$a_{m+1,n} = \frac{k_{m+1,n} r_{m+1,n} \Delta r}{\Delta z} \quad a_{m-1,n} = \frac{k_{m-1,n} r_{m-1,n} \Delta r}{\Delta z}$$

$$a_{m,n} = a_{m,n+1} - a_{m,n-1} + a_{m+1,n} - a_{m-1,n}$$

$$b = W_{m,n} \Delta V$$

La ecuación 4.10 representa la temperatura en el punto  $m,n$  en términos de la temperatura en los puntos vecinos  $(m+1,n)$ ,  $(m-1,n)$ ,  $(m,n+1)$  y  $(m,n-1)$ . Si se conoce la temperatura en la frontera completa, entonces empleando esta ecuación en todos los puntos interiores es suficiente para encontrar la temperatura en el interior. Si existen  $N$  puntos nodales en el interior de la malla, este proceso origina un sistema de  $N$  ecuaciones.

#### 4.1.2. Método de Elemento Finito.

El método de elemento finito es una técnica general para obtener soluciones numéricas de problemas con valores en la frontera [5]. El método consiste en dividir el dominio de solución en un número finito de elementos de dominios simples (Fig. 4.1b), usando conceptos variacionales o de residuos ponderados para encontrar una aproximación a la solución sobre la colección de elementos.

Los problemas variacionales constituyen una clase de problemas de optimización, en los cuales se busca determinar una o más funciones, sujetas a ciertas restricciones, tales que hagan mínima una integral definida. La función óptima debe satisfacer la ecuación de Euler, siendo esta es una condición necesaria.

Sopóngase que el problema a resolver está en forma variacional. Esto requiere hallar una función la cual haga mínima una expresión dada.

La idea básica del elemento finito comienza por una subdivisión de la estructura, o región física de interés, en pequeñas piezas. Normalmente estas piezas son triángulos o rectángulos. Entonces dentro de cada pieza existe una función dada en forma simple; por lo general se emplean polinomios, de a lo más tercer o cuarto grado, que consisten de una función de interpolación dentro de cada elemento. Luego la solución se expresa como una combinación lineal de funciones de prueba de cada elemento ( $\sum_j \phi_j$ ). Con lo que el problema se reduce a resolver un sistema de ecuaciones algebraicas acopladas. Donde el número de ecuaciones es proporcional al número de nodos contenidos en la malla. La exactitud de la solución se puede incrementar refinando la malla, que desde luego aumenta el número de ecuaciones del sistema a resolver. Para sistemas de ecuaciones a gran escala se pueden emplear computadoras, por lo cual se puede reducir el error en la solución continuando el refinamiento de la malla, la restricción existente en este caso es la capacidad del sistema de cómputo que se emplea.

## 4.2 Modelación Térmica.

### 4.2.1. Programa de Modelación Térmica CALIIE\_2D\_T.

Es un paquete de cómputo para el cálculo de transferencia de calor por conducción, basado en el cálculo de campo de temperatura mediante elemento finito. La solución numérica de las ecuaciones diferenciales planteadas se obtiene mediante el método de elemento finito con elementos triangulares de primer orden, usando el método de Galerkin [5].

CALIIE\_2D\_T [3] ha sido desarrollado para utilizarse en computadoras personales compatibles, por lo cual tiene limitaciones de memoria disponible para resolver los sistemas de ecuaciones derivadas del método de elemento finito. Se tiene la posibilidad de trabajar con mallas de hasta 1700 elementos y 1300 nodos. La lógica de secuencia del programa se muestran en la Fig. 4.3.

### 4.2.2. Modelación Térmica por el Método de Patankar.

El método de Patankar [4] se emplea para resolver problemas asociados a la transferencia de calor, de energía, de momento y de masa. El método se basa en el planteamiento de la ecuación diferencial general que describe los fenómenos mencionados. Si la variable dependiente se denota por  $\phi$ , la ecuación diferencial general es:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u \phi) + \text{div}(u\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S \quad (4.11)$$

Los cuatro términos en la ecuación diferencial general son: el primer término representa la variación temporal; el segundo expresa la convección; el tercero la difusión y el cuarto manifiesta la presencia de fuentes o sumideros. Los términos  $\Gamma$  y  $S$  son específicos de un problema en particular. La variable dependiente  $\phi$  puede ser cualquier variable, tal como la masa, la entalpia o la temperatura, la velocidad o la energía cinética.



# CALIE\_2D\_T

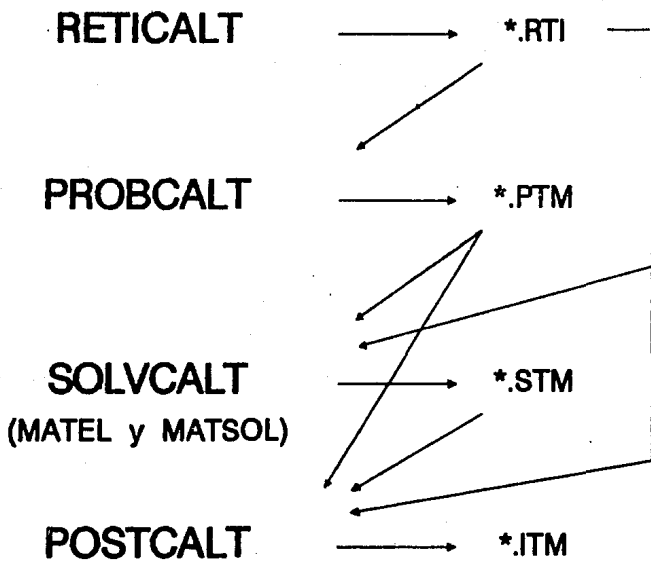


Fig. 4.3

Una vez planteada la ecuación de acuerdo al fenómeno que se desea estudiar, con su respectiva condición inicial y de frontera, lo que resta es encontrar la solución numérica. La búsqueda de la solución parte de la construcción de un programa para computadora usando la formulación del volumen de control.

La idea básica de la formulación del volumen de control es fácil de comprender y conduce directamente a una interpretación física. El dominio de cálculo se divide en un número de volúmenes de control, que no se traslapen, tales que exista un volumen de control rodeando cada punto de la malla (Fig.4.1a). La ecuación diferencial se integra para cada volumen de control, como resultado se tiene la ecuación discretizada conteniendo los valores de  $\phi$  para un grupo de puntos dentro de la malla.

La ecuación discretizada en esta forma, expresa el principio de conservación para cada  $\phi$  en el volumen de control finito. Cuando esta ecuación se resuelve para obtener los valores de la variable dependiente de los puntos nodales, el resultado se puede analizar en diferentes formas. En el método de elemento finito y en los métodos de residuos ponderados, la variación supuesta de  $\phi$  consiste de los valores en los puntos de la malla y la interpolación de funciones entre los puntos se toma como la solución aproximada. En el método de diferencias finitas, sin embargo, sólo los valores de los puntos nodales de  $\phi$  se consideran para constituir la solución, sin alguna referencia explícita de como varía  $\phi$  entre los puntos nodales.

#### 4.3. Validación de Resultados del Programa CALIIE\_2D\_T.

Para efectuar la validación se compararon los resultados obtenidos por CALIIE\_2D\_T con los obtenidos con el método de Patankar. A continuación se analiza un problema, seleccionado de acuerdo a la geometría y a las propiedades térmicas del sistema aislante de la bobina de alta tensión.

### Modelación Térmica de un Cilindro Hueco de Resina con Conductividad Térmica Constante.

El problema consiste en determinar el campo de temperatura en un cilindro de resina hueco de 35.5 cm de longitud, con radio interno de 15.45 cm y radio externo de 20.45 cm. La conductividad térmica de la resina es 0.77 W/m-°K. Las condiciones de frontera son las siguientes: 77°C en la superficie interna, 65 °C en la superficie externa, 28 °C en la superficie inferior y una pared adiabática en la frontera superior. No existen fuentes internas de calor. Considerando la simetría del cilindro, el modelo de estudio consiste de un corte axisimétrico.

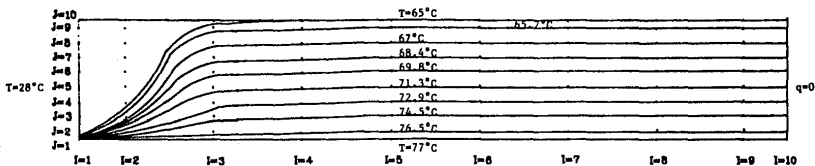
#### 4.3.1. Modelación con el Método de Patákar

El modelo consiste de una malla uniforme de elementos rectangulares de 10x10 elementos. Los resultados numéricos se muestran en la tabla 4.1.

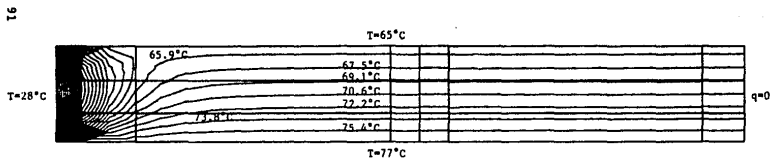
En la Fig. 4.4a se muestra el campo de temperaturas construido a partir de los resultados numéricos. De la figura se observa que el mayor gradiente de temperaturas se encuentra en los elemento adyacentes a la frontera izquierda (restringida a una temperatura de 28°C). Conforme se aleja de esta zona, hacia la derecha, disminuye el gradiente de temperaturas y las isotermas se distribuyen uniformemente, hasta que llegan a ser paralelas.

#### 4.3.2. Modelación con CALIIE\_2D\_T

La malla de elementos finitos triangulares construida para este modelo contiene 330 nodos y 576 elementos. El campo de temperaturas se muestra en la Fig.4.4b. Donde la diferencia de temperaturas entre isotermas es 1.58 °C.



a) Solución con el método de Patankar



b) Solución con CALIE\_2D\_T

Fig. 4.4 Campo de temperatura en un corte axial del cilindro de resina-arena

Las zonas críticas resultan cerca de la frontera a 28°C, donde se restringe a los elementos correspondientes a gradientes altos de temperatura, siendo el caso extremo en las esquinas. En la región cercana a la frontera con condición adiabática, las isotermas son perpendiculares a la frontera, es decir no hay flujo de calor en esa dirección, de acuerdo a la condición de frontera.

#### 4.3.3. Comparación de Resultados.

En las figuras 4.4a y 4.4b se muestra el campo de temperatura obtenidos con cada método. Como se puede apreciar, se presenta el mismo comportamiento en ambos casos. Por ser diferentes las mallas, además de emplear diferentes métodos numéricos, los nodos no coinciden en los mismos puntos, por lo que se efectúa una comparación de la posición de cada isoterma, tomando como base los puntos nodales de la malla de diferencias finitas. En el método de Patankar a partir de los nodos en la posición  $z=0.156$  m (columna 5 de la tabla 4.2), se pueden trazar las isotermas, las cuales son paralelas a las superficies interna y externa del cilindro. Esta región se toma como base para encontrar la variación en la posición de cada isoterma en el diagrama de temperaturas obtenido con CALIIE\_2D\_T. En el campo de temperatura obtenido con CALIIE\_2D\_T, las isotermas son paralelas a la superficies superior e inferior en la región de  $z=0.156$  m a  $z=0.357$  m, por lo que se compara únicamente la coordenada en la dirección radial. En la tabla 4.2.2. se da la posición de cada isoterma en la dirección radial para ambos métodos, donde se ha definido  $\delta r = r_p - r_c$ , con  $r_p$  y  $r_c$  la coordenada en la dirección radial de la isoterma obtenida por el método de Patankar y CALIIE\_2D\_T, respectivamente. En todos los casos  $\delta r$  es del orden de  $10^{-4}$ , lo cual indica que el campo de temperaturas obtenido con CALIIE\_2D\_T está desplazado ligeramente hacia la superficie externa, con respecto al campo de temperaturas obtenido con el método de Patankar. El valor promedio de  $\delta r$  es  $5.5 \times 10^{-4}$  m, esto indica una diferencia en la posición del 1.1 %; en términos de

temperatura, ello representa una diferencia de 0.132 °C. Lo cual se considera aceptable para el presente estudio.

Tabla 4.1.  
Distribución de temperatura en un cilindro de resina  
con  $k=0.77 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{K}$ . Solución por el método de Patankar.

Temperatura (°C)										
j\i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0	65.0
9	28.0	63.3	65.5	65.6	65.7	65.7	65.7	65.7	65.7	65.7
8	28.0	61.2	66.4	66.9	67.0	67.0	67.0	67.0	67.0	67.0
7	28.0	60.2	67.5	68.3	68.4	68.4	68.4	68.4	68.4	68.4
6	28.0	60.3	68.8	69.7	69.8	69.8	69.8	69.8	69.8	69.8
5	28.0	61.6	70.3	71.2	71.3	71.3	71.3	71.3	71.3	71.3
4	28.0	64.0	72.0	72.8	72.9	72.9	72.9	72.9	72.9	72.9
3	28.0	67.8	73.8	74.4	74.5	74.5	74.5	74.5	74.5	74.5
2	28.0	73.3	75.9	76.1	76.1	76.1	76.1	76.1	76.1	76.1
1	77.0	77.0	77.0	77.0	77.0	77.0	77.0	77.0	77.0	77.0

Nota. i es el centroide del i-ésimo elemento en la dirección z.  
j es el centroide del j-ésimo elemento en la dirección r.

Tabla 4.2.  
Variación de la temperatura con la posición  
en la dirección radial

Temperatura isoterma (°C)	Posición radial (m)		δr
	PATANKAR	CALIIE_2D_T	
65.7	0.2014	0.2016	-2x10 <sup>-4</sup>
67.0	0.1951	0.1953	-2x10 <sup>-4</sup>
68.4	0.1889	0.1889	0
69.8	0.1826	0.1835	-9x10 <sup>-4</sup>
71.3	0.1764	0.1772	-8x10 <sup>-4</sup>
72.9	0.1701	0.1709	-8x10 <sup>-4</sup>
74.5	0.1638	0.1645	-7x10 <sup>-4</sup>
76.1	0.1576	0.1582	-6x10 <sup>-4</sup>

#### 4.4. Conclusiones.

Se encontró que los resultados obtenidos con CALIIE\_2D\_T difieren de los obtenidos con el método de Patankar en un 1.1 %. Esta diferencia se manifiesta en un desplazamiento del campo de temperatura. Cabe mencionar, que los resultados deben converger aun cuando se emplean diferentes métodos, pero se debe tener presente que cuanto más fina sea una malla, mejor será la aproximación numérica.

El método de Patankar tiene la ventaja sobre CALIIE\_2D\_T de aceptar condiciones de frontera como función de la posición y conductividad térmica como función de la temperatura, pero está restringida la geometría de los modelos, además de ser más laborioso el planteamiento del problema, ya que requiere la generación de un programa elaborado por el usuario. En cambio, en CALIIE\_2D\_T, la generación de mallas y el planteamiento del problemas es más sencillo, sin embargo, no acepta conductividad térmica como función de la temperatura, condiciones de frontera como función de la posición y no realiza el balance global de calor. En problemas donde las condiciones de frontera varían con la posición, existe la opción de refinar la malla según las necesidades y variar la condición de frontera en cada nodo.

En el método de Patankar los nodos empleados para generar una malla son menos que los requeridos por el programa CALIIE\_2D\_T, lo que reduce notablemente el tiempo de cómputo, ya que el número de ecuaciones que forman el sistema a resolver es proporcional al número de nodos. Pero, como se mencionó anteriormente, no se tiene información de la región comprendida entre los nodos.

El modelado de la bobina de alta tensión involucra condiciones en la geometría que no acepta el método de Patankar. Esta es una de las principales razones por la cual se eligió a CALIIE\_2D\_T para realizar el estudio térmico del transformador encapsulado en resina epóxica. En los materiales empleados en el transformador encapsulado la conductividad térmica es función de la temperatura, sin embargo en el rango de temperatura que se trabaja (de temperatura ambiente a un máximo de 155°C), la variación de conductividad térmica es pequeña, -la variación de la conductividad térmica del sistema aislante en el intervalo de temperatura de 26°C a 155°C es 0.0014 W/m-K), por lo que se considera constante y el error introducido bajo esta suposición no es significativo. Otra de las razones por lo que se eligió CALIIE\_2D\_T, es que este programa permite visualizar los resultados de manera gráfica, lo cual resulta de gran ayuda en análisis rápido e interpretación de resultados.



### Bibliografía.

- [1] Gutierrez J., "Análisis de la transferencia de calor por elemento finito". IIE Depto. Equipos Mecánicos, reporte interno, mayo 1980.
- [2] Taylor L. R., "Heat, A Finite Element Computer Program for Heat Conduction Analysis". Report 75-1, Civil Engineering Laboratory Naval Construction Battalion Center Port Heoneme, California, May 1975.
- [3] Rosales F. M., Quintas I, De la Torre O., "Sistema interactivo para el cálculo de transferencia de calor por conducción en problemas bidimensionales". Memorias de la 3ra. reunión nacional de CAD/CAM, Puebla, México. Nov, 1989.
- [4] Patankar S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". McGraw-Hill Book Company, New York, 1980.
- [5] Becker B. E., Graham F., Carey G.F., Tinsley O. J, "Finite Elements an Introduction". Vol. 1. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliff, New York, 1981.
- [6] Patankar S. V., Spalding D.B., "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three Dimensional Parabolic Flow". Int. Heat Mass Transfer 15, 1787-1806. 1972.
- [7] Patankar S. V., Spalding D.B., "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers", Second Ed. Intertext Books, London. 1970.
- [8] Patankar S. V., Pollard A., Singhal A. K., Pratap V. S., "Numerical Prediction of Flow, Heat Transfer, Turbulence and Combustion". Pergamon Press, New York, 1983.
- [9] Sadik K., Yener Y., "Heat Conduction". 2a edición, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1985.

# *CAPITULO*

## *5*

*MODELACION TERMICA DE LA BOBINA DE ALTA TENSION*

## Introducción.

En el capítulo 2 (sección 2.2) se analizó el problema térmico presente en la bobina de alta tensión (ecuación 2.16), considerando la transferencia de calor por conducción en estado estacionario, incluyendo la fuente interna de calor producida por la corriente eléctrica en el devanado (efecto Joule). Para obtener la solución de la ecuación 2.16 se requiere conocer la conductividad térmica de los materiales y las condiciones de frontera, información obtenida experimentalmente, según se detalló en los capítulos 2 y 3. Con estos datos se procedió a obtener la solución numérica con el método de elemento finito (Galerkin con elementos finitos triangulares de primer orden) implantado en el programa de cómputo CALIIE\_2D\_T.

Se ha dividido este capítulo en cuatro secciones; en la primera se identifica el comportamiento térmico de los materiales que constituyen la bobina, utilizando distribuciones geométricas y condiciones de frontera afines al problema por resolver; en la segunda, se efectúa la modelación térmica de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática, para cuatro corrientes: 1.95 A, 2.65 A, 2.8 A y 3.0 A; después se estudia el efecto de la pantalla electrostática situada sobre la superficie interna del primario, para las mismas corrientes; por último, de los resultados obtenidos en los casos con y sin pantalla, se determina la corriente máxima permisible en el devanado sin exceder la temperatura máxima (155°C).

## 5.1. Comportamiento térmico de los materiales que conforman la bobina de alta tensión.

La bobina de alta tensión se compone de tres materiales: sistema aislante a base de resina epóxica (araldite F-HT-972), cobre y aluminio. Estos materiales tienen las conductividades térmicas siguientes: el sistema aislante  $0.77 \text{ W/m-K}$  a  $25^\circ\text{C}$ , medida experimentalmente (Capítulo 2); el aluminio  $225 \text{ W/m-K}$  y el cobre  $375 \text{ W/m-K}$  [1]. Para identificar el comportamiento térmico de estos materiales y su distribución en la bobina se parte de un modelo simple: una bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y con aislamiento a base de resina epóxica (Fig.5.1a). Posteriormente se divide el devanado en cinco capas (Fig. 5.1b). Por último se considera la generación interna de calor producida al circular corriente a través del conductor (efecto Joule).

### 5.1.1. Bobina cilíndrica con devanado de dos secciones.

El problema consiste en determinar el campo de temperatura en una bobina cilíndrica, cuyas dimensiones se especifican en la Fig.5.1a. Las condiciones en la frontera son del tipo Dirichlet y Neumann:  $77^\circ\text{C}$  en la superficie interna,  $65^\circ\text{C}$  en la frontera externa,  $40^\circ\text{C}$  en la frontera superior y una pared adiabática en la frontera inferior. Debido a la simetría axial de la bobina se consideró un corte y se construyó una malla de elementos triangulares de primer orden con 456 elementos y 330 nodos.

La solución para este problema se muestra en la Fig. 5.2, donde se representa el campo de temperatura con 20 isotermas, siendo  $1.7^\circ\text{C}$  la diferencia de temperaturas entre isotermas contiguas. En la figura se observa que la zona de mayor gradiente se localiza alrededor de la frontera a  $40^\circ\text{C}$  y el flujo máximo de calor en la esquina inferior derecha, cuyo valor es  $2097.56 \text{ W/m}^2$ . La frontera adiabática se comporta como tal: las isotermas son perpendiculares a la superficie y el gradiente de temperaturas es cero en la dirección axial, es decir no hay flujo de calor. La

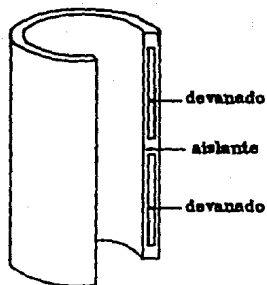
región de cobre se comporta aproximadamente como una región isotérmica.

Al propagarse el calor a través del aislante -un material de conductividad térmica baja ( $0.77 \text{ W/m-K}$ )-, el flujo de calor es frenado. En el cobre el calor tiene mayor libertad para fluir (la conductividad térmica del cobre es  $375 \text{ W/m-K}$ ), como consecuencia es menor el gradiente de temperaturas en esa zona.

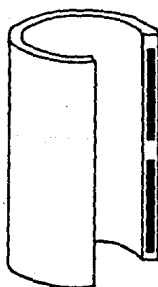
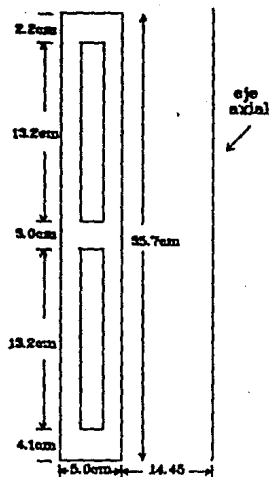
#### 5.1.2. Bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y cinco capas.

En este caso se dividió el devanado en cinco capas de 1 mm de espesor con aislamiento entre capas de 3 mm (Fig. 5.1b). Las condiciones en la frontera son las mismas que en el problema anterior. En el corte axial de la bobina se construyó una malla con 1416 elementos y 758 nodos.

La solución se muestra en la Fig. 5.3, que ilustra el campo de temperatura con 15 isoterma, siendo  $2.31^\circ\text{C}$  la diferencia de temperatura entre isoterma. En la figura se aprecia un cambio notable en la distribución de temperaturas con respecto al problema anterior. Las zonas del devanado dejan de ser isotérmicas debido a la presencia del aislamiento entre capas, que frenan el flujo de calor por la conductividad térmica baja del araldite ( $k=0.77 \text{ W/m-K}$ ). La concentración de isoterma continúa siendo alrededor de la frontera, la cual está a  $40^\circ\text{C}$  y el flujo máximo de calor es  $9947.03 \text{ W/m}^2$  en dirección a la frontera. El gradiente máximo de temperaturas se observa en la esquina inferior derecha de la Fig. 5.3, siendo este de  $37^\circ\text{C}$ .



a) Con devanado de dos secciones



b) Con devanado de dos secciones y cinco capas.

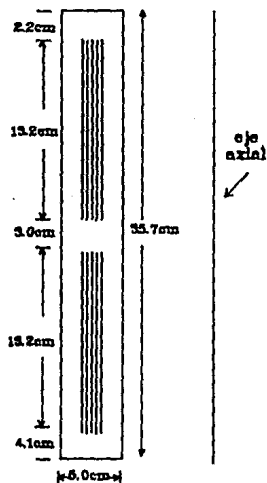


Fig. 5.1 Bobinas cilíndrica

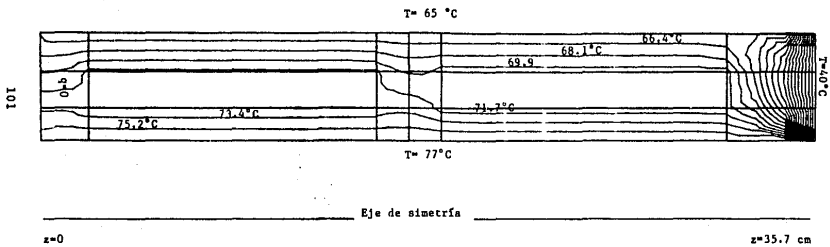


Fig. 5.2 Campo de temperatura en una bobina cilíndrica con devanado de dos secciones sin fuente interna de calor.

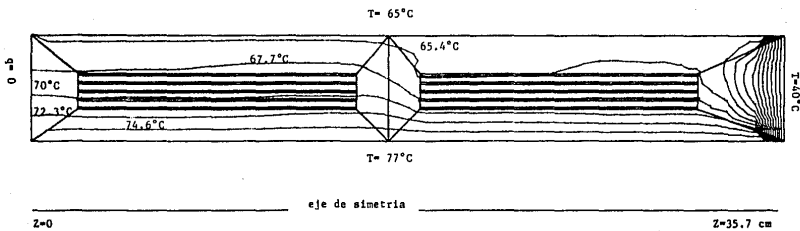


Fig. 5.3 Campo de temperatura en una bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y cinco capas, sin fuente interna de calor.



### 5.1.3. Bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y cinco capas con generación interna de calor.

En este caso las condiciones de frontera, la geometría del modelo y la malla de elementos finitos son iguales que las del problema del inciso 5.1.2, pero se añadió la generación interna de calor producida por efecto Joule. El valor asignado a la generación interna de calor es  $333057.58 \text{ W/m}^3$ , correspondiente a una pérdida de potencia de 491.69 W, producidos al circular una corriente nominal de operación de 2.95 A a través de una resistencia de 56.5  $\Omega$ , distribuidos en el volumen total de cobre ( $1.4762 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ).

La solución de este problema se muestra gráficamente en la Fig. 5.4. El campo de temperaturas se ilustra con 15 isoterma, siendo 2.75 °C la diferencia de temperatura entre isoterma contiguas. La concentración de isoterma es mayor en la zona ubicada entre la quinta capa de cobre y la superficie externa ( $T=65^\circ\text{C}$ ), que entre la primera capa de cobre y la superficie interna ( $77^\circ\text{C}$ ).

De la figura se aprecia que al calentarse el cobre por la circulación de corriente, el calor fluye del interior hacia las tres superficies, las cuales permiten la disipación del calor. El flujo de calor en las secciones de cobre se divide en diferentes direcciones: la mayor parte de calor fluye en la dirección axial en ambos sentidos, una porción fluye hacia la superficie externa y la porción restante hacia la superficie interna. El flujo máximo de calor se encuentra en la primera capa de la segunda sección, en dirección a la frontera de  $40^\circ\text{C}$  y su magnitud es  $13576.88 \text{ W/m}^2$ .

La temperatura máxima es  $84^\circ\text{C}$  y se localiza en la tercera capa de la primera sección. La segunda sección de cobre está a menor temperatura que la primera a pesar de ser uniforme la generación de calor en el devanado, debido quizá a que cerca de la primera sección existe una pared adiabática. En cambio, la segunda sección se encuentra rodeada por tres fronteras por donde fluye calor, principalmente a través de la frontera a  $40^\circ\text{C}$ .

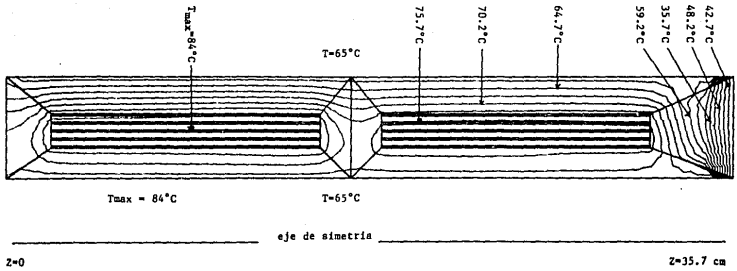


Fig. 5.4 Campo de temperatura en una bobina cilíndrica con devanado de dos secciones y cinco capas, con generación interna de calor.

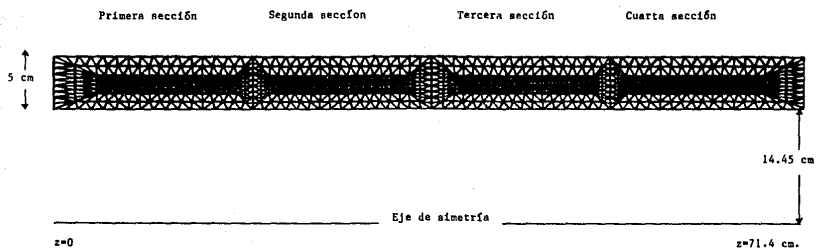


Fig. 5.5 Malla de elementos finitos en un corte axial de la bobina de alta tensión, sin pantalla electrostática.

## 5.2. Modelación térmica de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática.

En esta sección se estudia la variación de la temperatura máxima y el flujo máximo de calor al aumentar la corriente eléctrica que circula en el devanado de la bobina de alta tensión. Para ello se analizaron cuatro casos correspondientes a 1.95 A, 2.65 A, 2.8 A y 3.0 A.

El modelo construido para realizar este estudio consiste de una malla de 1952 elementos triangulares y 1050 nodos (Fig. 5.5), que representa un corte axial de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado en resina epóxica (Fig. 1.5). En la asignación de condiciones de frontera se emplearon las temperaturas obtenidas experimentalmente, mostradas en la tabla 3.1 del capítulo 3. Estos valores dan un perfil del comportamiento de la temperatura en la frontera (Figs. 3.4 a 3.7). Los nodos que no coinciden con los puntos donde se midió la temperatura tienen asignado un valor de acuerdo al comportamiento observado en las figuras mencionadas. La generación interna de calor se calculó con los datos de potencia disipada, mostrados en la tabla 3.2 del capítulo 3, distribuida en el volumen total de cobre. La conductividad térmica del sistema aislante se calculó mediante la ecuación (2.34), obtenida en el capítulo 2 (sección 2.3).

El campo de temperatura, correspondiente a cada uno de las cuatro corrientes se muestran en las figuras 5.6 a 5.9, ilustrados mediante 15 isoterma.

En la tabla 5.1 se resumen los resultados de temperatura mínima, temperatura y flujo de calor máximo, conductividad térmica del aislamiento y la generación interna de calor, asignada de acuerdo a las variables eléctricas manejadas en la prueba de temperatura descrita en el capítulo 3. A continuación se discuten los resultados de dicha tabla.

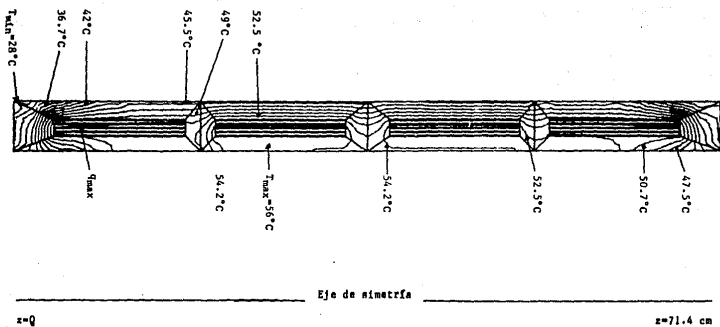


Fig. 5.6 Campo de temperatura en un corte axial de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática, para una corriente de 1.95 A.

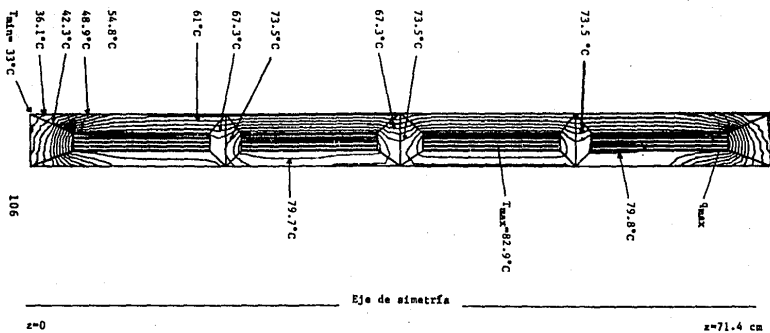


Fig. 5.7 Campo de temperatura en un corte axial de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática, para una corriente de 2.65 A.

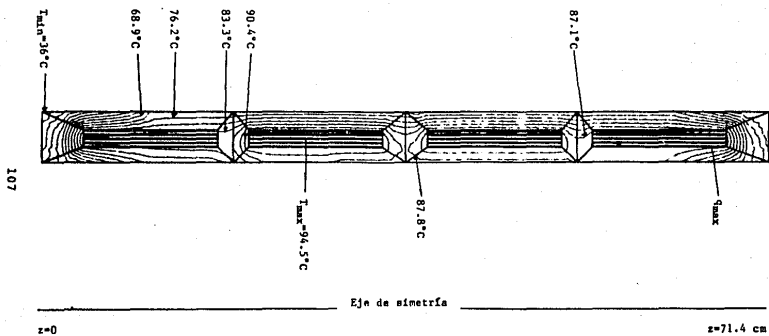


Fig. 5.8 Campo de temperatura en un corte axial de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática, para una corriente de 2.8 A.

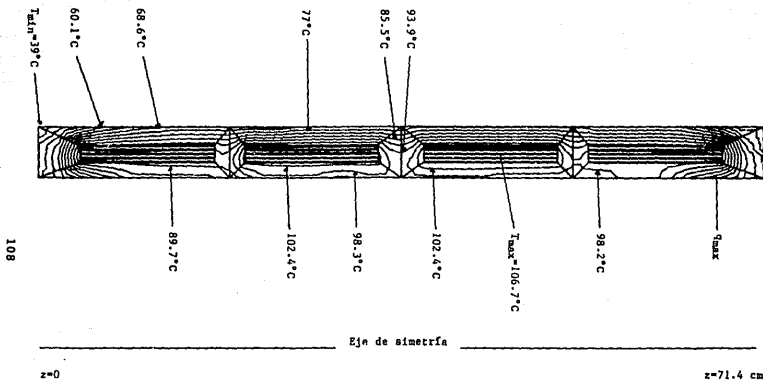


Fig. 5.9 Campo de temperatura en un corte axial de la bobina de alta tensión sin pantalla electrostática, para una corriente de 3.0 A.



Tabla 5.1  
Resultados de modelación de la bobina de alta tensión  
sin pantalla electrostática

I (A)	R ( $\Omega$ )	generación de calor ( $W/m^2$ )	k aislante ( $W/m-K$ )	T <sub>máxima</sub> ( $^{\circ}C$ )	T <sub>mínima</sub> ( $^{\circ}C$ )	Q <sub>máximo</sub> ( $W/m^2$ )	$\Delta T$ entre isotermas
1.95	94.0	121058.12	0.77	56.0	26	7422.6	1.87
2.65	103.3	245690.81	0.69	82.9	33	12999.9	3.11
2.80	107.1	284382.18	0.68	94.5	36	16153.78	3.65
3.00	111.0	335298.83	0.67	106.7	39	16999.99	4.23

5.2.1. Para una corriente eléctrica de 1.95 A.

En la Fig.5.6 se muestra el campo de temperaturas. La temperatura mínima se encuentra en la esquina superior izquierda de la bobina. La temperatura máxima se ubica entre la primera capa del devanado de la segunda sección y la frontera interna. La concentración de isotermas es mayor en el aislamiento que en el cobre. En la figura 5.6 se observa un gradiente de temperatura alto en los extremos inferior y superior del devanado.

Por ser el flujo de calor proporcional al gradiente de temperaturas, este es perpendicular a las isotermas, en la dirección de temperatura menor. En este caso, el calor parte del devanado hacia las superficies. El flujo máximo de calor se localiza en el cobre, por ser la fuente de calor, y precisamente cerca del gradiente mayor de temperatura (en la quinta capa de la primera sección del devanado, en dirección a la frontera inferior de la bobina). En el aislamiento la mayor porción de calor fluye en la dirección radial. En el cobre predomina el flujo de calor en la dirección axial, es decir a lo largo del cobre.

#### 5.2.2. Para una corriente eléctrica de 2.65 A.

El campo de temperaturas se muestra en la Fig. 5.7. La temperatura mínima se encuentra en la misma posición señalada en el problema de la sección 5.2.1. La temperatura máxima se ubica en la segunda capa de la tercera sección del devanado. El comportamiento del campo de temperaturas es semejante al problema anterior; pero se observa un incremento del gradiente de temperaturas en la región localizada entre la primera capa del devanado y la frontera interna de la bobina. El gradiente de temperatura máximo se encuentra en la esquina inferior derecha (Fig. 5.7), y el flujo de calor máximo en la primera capa de la cuarta sección de cobre.

#### 5.2.3. Para una corriente eléctrica de 2.8 A.

El campo de temperaturas se muestra en la Fig. 5.8. La temperatura máxima se localiza en la segunda capa de cobre de la segunda sección. El flujo máximo de calor se encuentra en la quinta capa de la primera sección, en la dirección axial hacia la frontera inferior (Fig. 5.8).

#### 5.2.4. Para una corriente eléctrica de 3.0 A.

El campo de temperaturas se muestra en la Fig. 5.9. La temperatura máxima se localiza en la segunda capa de la tercera sección. El flujo de calor máximo se encuentra en la primera capa de la cuarta sección, en la dirección axial hacia la frontera superior.

### 5.3. Modelación térmica de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática.

La pantalla electrostática es una película de aluminio situada sobre la superficie interna, cuyo espesor aproximado es 0.5 mm. Para estudiar su comportamiento térmico se construyó una malla con 1880 elementos triangulares y 1013 nodos (Fig. 5.10), que representan la mitad inferior del corte axial de la bobina.

En los casos que a continuación se estudian, se consideran constantes la conductividad térmica del cobre y del aluminio, cuyos valores son 375 y 225 W/m-K respectivamente. La conductividad térmica del sistema aislante, las condiciones de frontera (superficies inferior, externa e interna) y la generación interna de calor son iguales que en los problemas de la sección 5.2. En la frontera correspondiente a la mitad del corte se asignaron los valores de temperatura encontrados en la sección 5.2.

En la tabla 5.2 se resumen los resultados de la modelación para las cuatro corrientes. El campo de temperaturas para cada caso se muestra en las figuras 5.11 a 5.14., representado mediante 15 isotermas. Posteriormente, se discuten los resultados encontrados.

Tabla 5.2  
Resultados de modelación de la bobina con pantalla electrostática

I (A)	R ( $\Omega$ )	generación de calor (W/m <sup>3</sup> )	k aislante (W/m-K)	T <sub>máxima</sub> (°C)	T <sub>mínima</sub> (°C)	q <sub>máximo</sub> (W/m <sup>2</sup> )	$\Delta T$ entre isotermas
1.95	94.0	121056.12	0.77	56.0	26	111413.20	1.87
2.65	103.3	245690.81	0.69	81.5	33	222826.41	3.03
2.80	107.1	284382.18	0.68	92.2	36	148578.81	3.52
3.00	111.0	335298.83	0.67	103.9	39	185723.51	4.06

### 5.3.1. Para una corriente eléctrica de 1.95 A.

El campo de temperatura se muestra en la Fig.5.11. La temperatura máxima se localiza entre la primera capa de cobre de la segunda sección y la frontera interna. La temperatura mínima se ubica en la misma posición que en los casos de la sección 5.2. Con respecto al caso análogo (sin pantalla electrostática) de la sección anterior, se observa un ligero desplazamiento de las isotermas comprendidas entre la primera capa del devanado y la superficie interna de la bobina. Tal desplazamiento es hacia la pantalla electrostática. La temperatura en el devanado es mayor en la segunda sección de cobre que en la primera y varía de capa en capa, siendo mayor en las capas cercanas a la frontera interna que en las capas adyacentes a la frontera externa. En el extremo inferior de la primera sección se observa una concentración alta de isotermas. Justo cerca de esa zona se ubica el flujo máximo de calor, en la pantalla electrostática, en dirección a la frontera inferior. La presencia de la película de aluminio produce un considerable incremento del flujo de calor en la superficie interna de la bobina. El incremento del flujo de calor se debe a la conductividad térmica alta del aluminio (225 W/m-K). No obstante que la conductividad térmica del cobre es mayor que la del aluminio, la pantalla electrostática se encuentra sometida a gradientes de temperaturas mayores que el devanado.

### 5.3.2. Para una corriente eléctrica de 2.65 A.

El campo de temperatura se muestra en la Fig.5.12. La temperatura máxima se localiza en la primera capa de cobre de la segunda sección y el flujo máximo de calor en la pantalla electrostática, cerca de la frontera inferior de la bobina, en dirección a la frontera inferior.

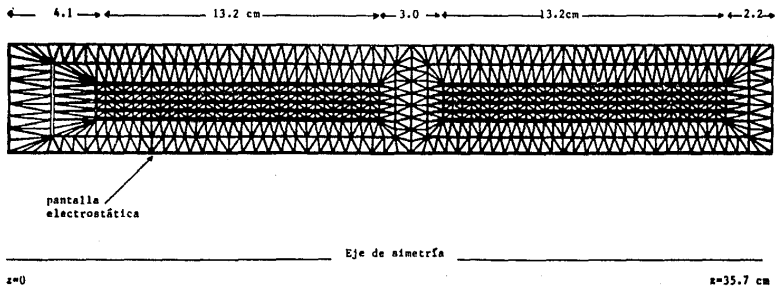


Fig. 5.10 Malla de elementos finitos en medio corte axial de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática.

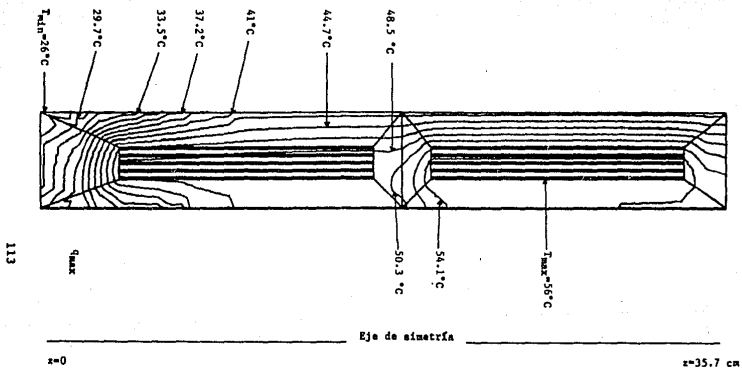


Fig. 5.11 Campo de temperatura en medio corte axial de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática, para una corriente de 1.95 A.

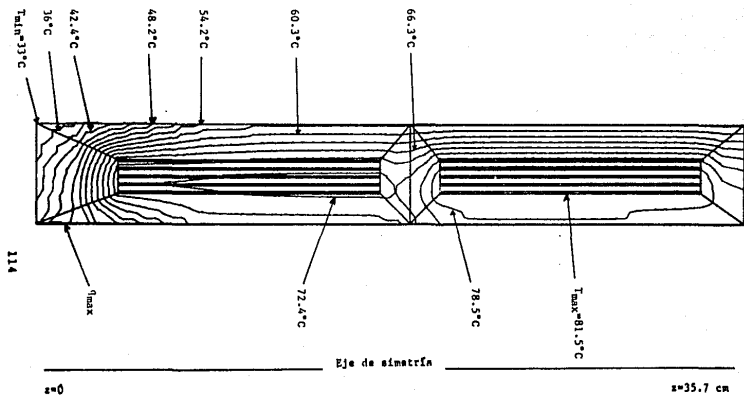


Fig. 5.12 Campo de temperatura en medio corte axial de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática, para una corriente de 2.85 A.

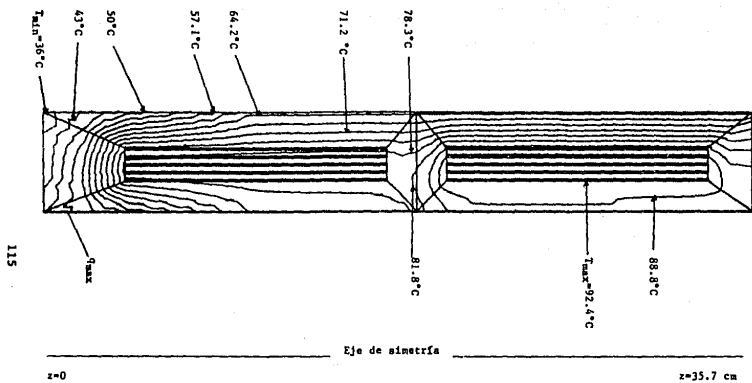
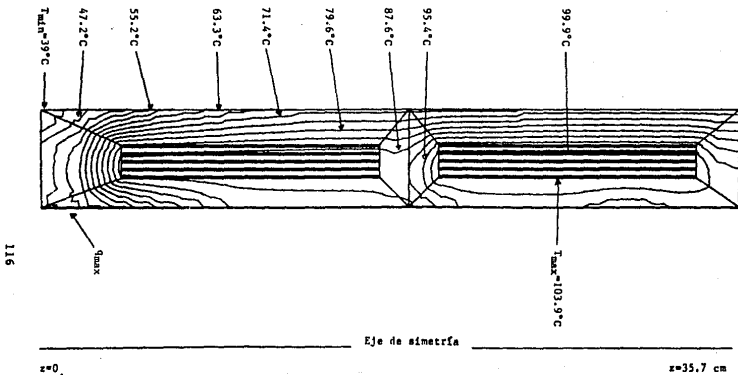


Fig. 5.13 Campo de temperatura en medio corte axial de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática, para una corriente de 2.8 A.





116

Fig. 5.14 Campo de temperatura en medio corte axial de la bobina de alta tensión con pantalla electrostática, para una corriente de 3.0 A.

### 5.3.3. Para una corriente eléctrica de 2.8 A.

En la Fig.5.13 se muestra el campo de temperatura. La temperatura máxima se ubica en la primera capa del devanado de la segunda sección, precisamente en la zona de menor gradiente de temperatura. El flujo máximo de calor se localiza en la capa de aluminio, aproximadamente a la mitad, en dirección a la frontera inferior de la bobina.

### 5.3.4. Para una corriente eléctrica de 3 A.

El campo de temperatura se muestra en la Fig. 5.14. La temperatura máxima se ubica en la segunda capa de la segunda sección y el flujo máximo de calor en la pantalla electrostática, en dirección a la frontera inferior.

## 5.4. Análisis de resultados.

En los cuatro casos analizados, correspondientes al modelo de la bobina sin pantalla electrostática, se observa lo siguiente. La mayor concentración de isotermas se localiza en los extremos del devanado. En la región comprendida entre la primera capa de cobre y la frontera interna de la bobina se incrementa la concentración de isotermas al aumentar la corriente. La temperatura mínima se encuentra en la esquina formada por la frontera externa y la inferior de la bobina. La temperatura máxima varía en la posición, pero se mantiene dentro de la región comprendida por la segunda y tercera sección del devanado. El flujo de calor máximo se ubica en el cobre, cerca de los extremos del devanado.

En los casos con pantalla electrostática, se encontró que el flujo de calor máximo se ubica precisamente en la pantalla.

Existe un gradiente elevado de temperatura alrededor del extremo inferior del devanado, al igual que en el caso sin pantalla. Las isotermas comprendidas entre la primera capa del devanado y la frontera interna, experimentan un desplazamiento hacia la pantalla; es decir, disminuye la temperatura en el devanado. La temperatura máxima se ubica en la segunda sección del devanado.

En ambos casos, con o sin pantalla electrostática, se observa que la temperatura máxima se incrementa notablemente al aumentar la corriente que circula en el devanado (Fig. 5.15). Además la temperatura máxima en la bobina sin pantalla electrostática, para las cuatro corrientes, es mayor que en los casos con pantalla, esta diferencia se acentúa conforme aumenta la corriente.

Los datos de la variación de la temperatura máxima con la corriente obtenidos de la modelación térmica se resumen en la tabla 5.3.

Tabla. 5.3.  
Variación de la Temperatura con la corriente

I(A)	Sin pantalla Electrostática	Con pantalla Electrostática
	T máx (°C)	Tmáx (°C)
1.95	56.0	56.0
2.65	82.9	81.6
2.80	94.5	92.4
3.00	106.7	103.9

#### 5.4.1 Determinación de corriente y potencia máxima.

Los valores reportados en la tabla 5.3 se emplearon para calcular la corriente máxima permisible (155 °C), impuesta por las propiedades del sistema aislante. Para ello se ajustó un polinomio de segundo grado en base al comportamiento observado en la Fig.5.15., Obteniendo:

$$T_{\max}(I) = 26.105 - 7.008 I + 11.150 I^2 \quad (5.1)$$

Sin pantalla electrostática

con un coeficiente de correlación de 0.99867

$$T_{\max}(I) = 26.099 - 5.255 I + 10.271 I^2 \quad (5.2)$$

Con pantalla electrostática

con un coeficiente de correlación de 0.99871

Sustituyendo  $T_{\max}=155^{\circ}\text{C}$  y despejando  $I$  se obtiene:

sin pantalla

$$I_{\max}(155^{\circ}\text{C}) = 3.7 \text{ A} \quad (5.3)$$

con pantalla

$$I_{\max}(155^{\circ}\text{C}) = 3.8 \text{ A} \quad (5.4)$$

Así, para un transformador de 45 KVA de capacidad nominal de potencia, 23 KV de alimentación, la corriente  $I=1.95 \text{ A}$  da lugar a temperaturas muy inferiores ( $56^{\circ}\text{C}$ ) a las máximas de seguridad. Puede decirse que los valores límites de corriente (3.7 y 3.8),- para el mismo voltaje de alimentación-, incrementan la potencia del transformador hasta los valores extremos siguientes:

$$P = (23 \text{ KV})(3.7 \text{ A}) = 85 \text{ KVA}$$

sin pantalla

$$P = (23 \text{ KV})(3.22 \text{ A}) = 87 \text{ KVA}$$

con pantalla

Nótese que la capacidad de potencia del transformador se incrementa en un 2.7%, al introducir la pantalla electrostática.

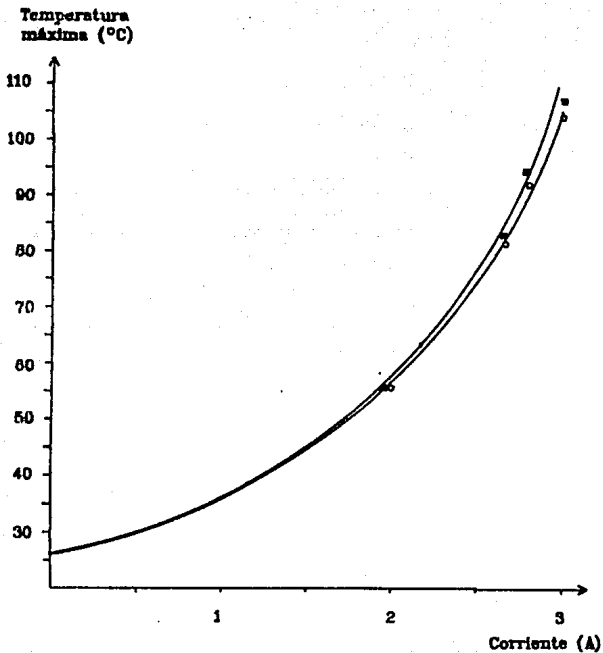


Fig. 5.15 Variación de la temperatura máxima con la corriente.

# *CAPITULO*

## *6*

### *CONCLUSIONES*

Se presentan en este capítulo las conclusiones particulares de cada etapa del desarrollo de este trabajo; finalizando el mismo con las conclusiones generales del estudio realizado.

### Conclusiones particulares

Se determinaron la conductividad y la difusividad térmica, el calor específico y la resistencia térmica de contacto mediante la técnica de estimación de parámetros. Aún cuando se empleó sólo la conductividad térmica para alcanzar el objetivo de esta tesis, se encontraron las propiedades restantes a fin de asentar datos para posibles trabajos futuros al respecto. Para efectos de comparación se usó el método de la fuente de calor lineal infinita en otra determinación de la conductividad térmica. Las diferencias encontradas fueron a lo más del 5% entre uno y otro método; de ahí que los valores empleados se consideraron aceptables.

De la medición de temperatura en diferentes puntos sobre la superficie de la bobina de alta tensión, se encontró que las temperaturas en la superficie interna son mayores que en la superficie externa, y la temperatura se incrementa de abajo hacia arriba; las temperaturas en la superficie inferior son menores que en al frontera superior.

La validación del programa de modelación térmica CALIIE\_2D\_T se efectuó mediante una comparación de resultados con el método de Patankar, de un problema afín a las características del aislamiento de la bobina de alta tensión. Se encontraron diferencias de 1.1%, que se manifestaron en un desplazamiento del campo de temperatura.

En la modelación térmica, se encontró que la zona de gradiente de temperaturas mayor se localiza en los extremos del devanado; la temperatura máxima se localiza en el devanado, como era de esperarse por ser este la fuente interna de calor. En ambos casos, con o sin pantalla, se encontró que la temperatura se incrementa notablemente al aumentar la corriente, pero este comportamiento no es lineal. Para corrientes entre 0.1 y 1.6 A, el incremento de la temperatura máxima es  $-18.3$  °C. En cambio, para corrientes entre 1.7 y 3.2 A, se alcanzan incrementos de  $-67.6$  °C. Se debe tener cuidado al pasar el límite de 3.2 A, ya que pequeñas variaciones de corriente producen incrementos apreciables de temperatura. Las temperaturas máximas obtenidas en la modelación, considerando la pantalla electrostática, son menores que sin pantalla, esta diferencia se acentúa conforme aumenta la corriente. De lo anterior se deduce que el efecto de la pantalla electrostática resulta benéfico para disminuir la temperatura de la bobina, ya que actúa como un disipador de calor.

#### Conclusiones generales

Dada la capacidad de potencia a la cual opera el prototipo de transformador que se estudió en el desarrollo de esta tesis, 45 KVA; correspondiente a una corriente nominal de operación de 1.95 A y un voltaje de 23 KV, aplicados en la bobina de alta tensión; y de acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo 5, la potencia de operación del transformador se puede incrementar, bajo condiciones extremas, hasta un valor máximo de 87 KVA, que corresponden al caso cuando existe la pantalla electrostática. Es decir, la capacidad de potencia del transformador se puede incrementar en un 93% como máximo.



El operar el transformador a tal límite de potencia, no es lo más recomendable, ya que cualquier elevación de temperatura, corriente, etc.; fuera de control, produciría problemas en el funcionamiento del transformador.

Los diseñadores de transformadores consideran un margen de tolerancia, de tal forma que el dispositivo funcione dentro de intervalos de seguridad. Este margen de tolerancia corresponde a mantener el transformador operando a una temperatura inferior a la máxima permitida, para prevenir sobrecalentamientos. Esta diferencia depende del criterio del diseñador, y usualmente es de 5% a 10%.

Si se considera una tolerancia de 10% de la temperatura máxima; para este caso, a los 155°C, corresponderá una temperatura máxima de operación segura de 140°C; de acuerdo a la ecuación 5.2 obtenida en el capítulo 5 (sección 5.4), se obtiene una corriente de:

$$I(140) = 3.5 \text{ A}$$

y la potencia correspondiente a este valor de corriente es:

$$P = 82 \text{ KVA}$$

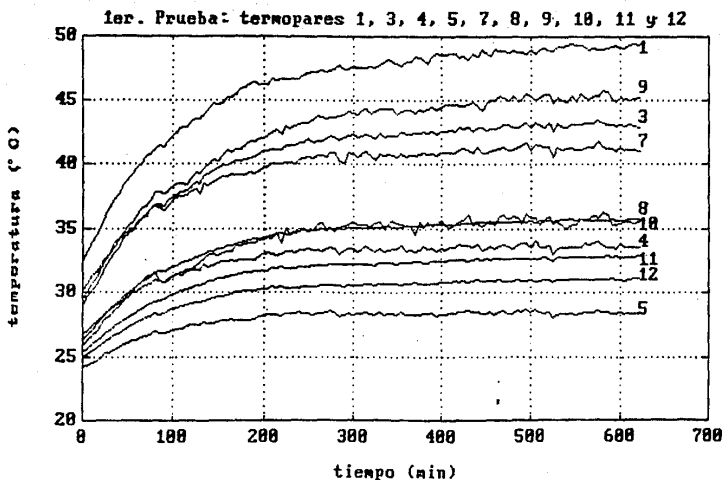
Es decir la potencia del transformador se puede incrementar de 45 KVA a 82 KVA, en el límite de intervalo de seguridad.

En los transformadores encapsulados en aceite, en particular para transformadores de 45 KVA de potencia, la temperatura máxima a la cual pueden operar es 105°C, y no se puede aumentar la potencia, ya que esto significa elevar la temperatura, lo cual aumenta enormemente el riesgo de explosión.

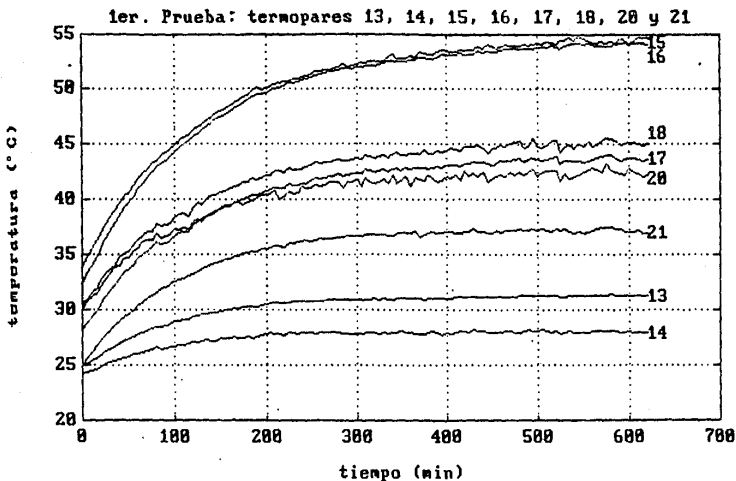
Las ventajas que tienen los transformadores encapsulados en resina epóxica con respecto a los de aceite, es que los transformadores encapsulados en resina epóxica soportan temperaturas mayores, no existe riesgo de explosión. En caso de existir fuego en alguna región cercana al transformador, estos no propagan la flama, ya que son autoextinguibles. En cambio los transformadores encapsulados en aceite, propagan fácilmente el fuego, ya que el tipo de aceite que emplean es un derivado del petróleo, los cuales son altamente inflamables.

# *APENDICE*

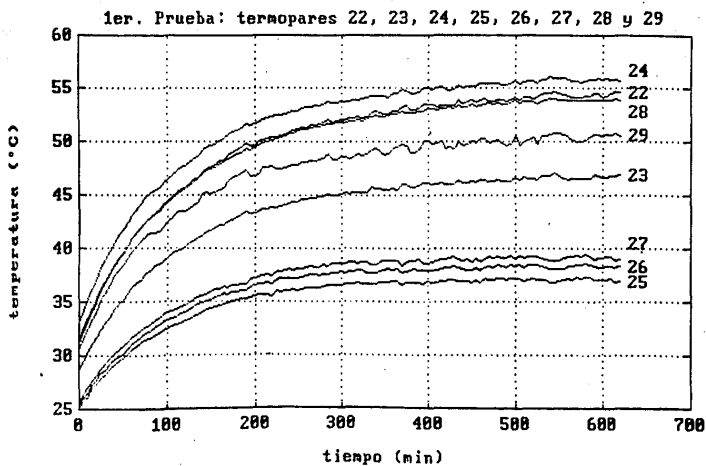
*1*



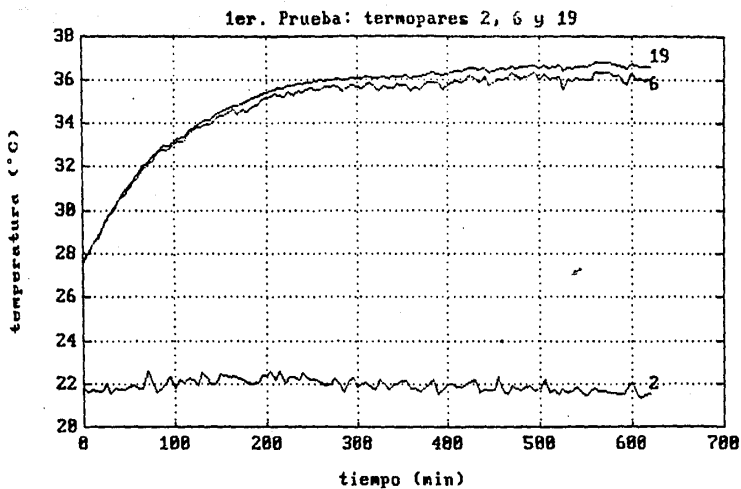
GRAFICA 1. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de 2.9 Amp/mm<sup>2</sup>.



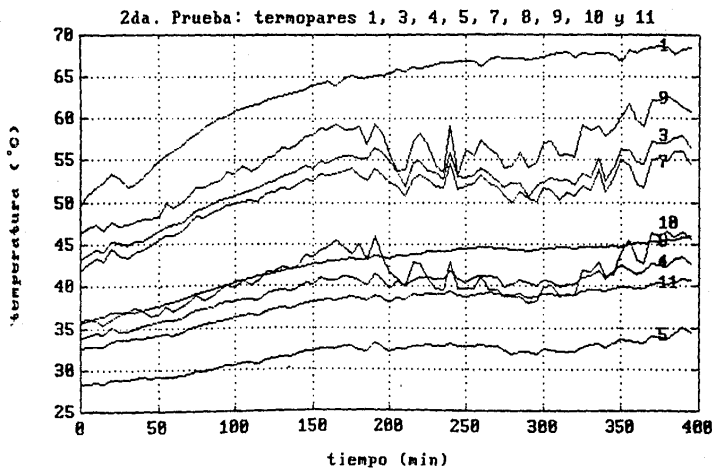
GRAFICA 2. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $2.9 \text{ Amp/mm}^2$ .



GRAFICA 3. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $2.9 \text{ Amp/mm}^2$ .

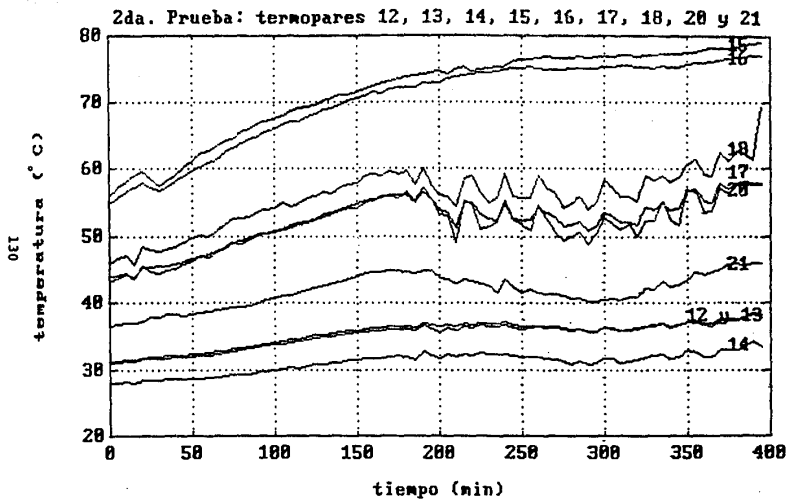


GRAFICA 4. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de dos puntos, situados en el interior de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de 2.9 Amp/mm<sup>2</sup>. El termopar 2 registra la temperatura ambiente.



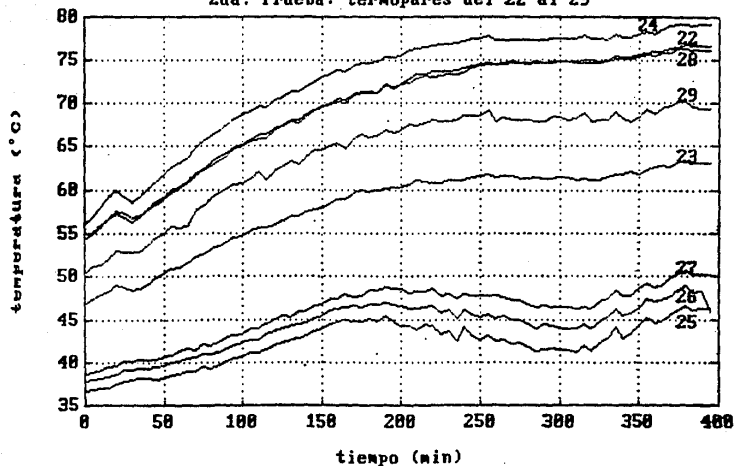
GRAFICA 5. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $4.0 \text{ Amp/mm}^2$ .





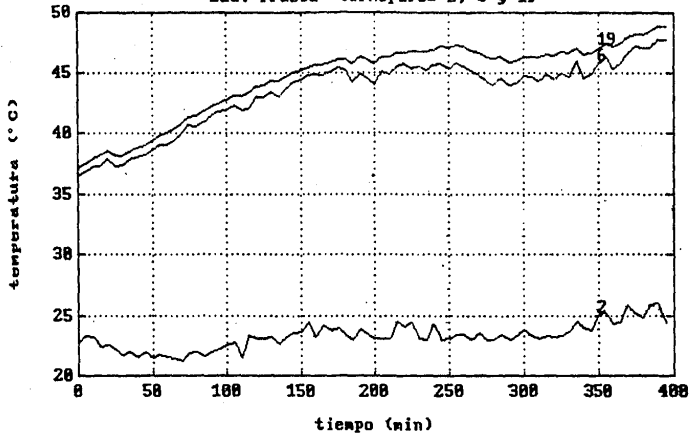
GRAFICA 6. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $4.0 \text{ Amp/mm}^2$ .

## 2da. Prueba: termopares del 22 al 29

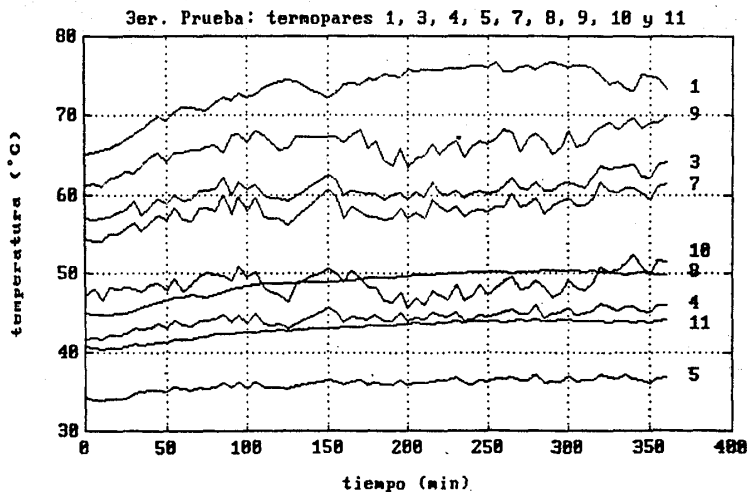


GRAFICA 7. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de 4.0 Amp/mm<sup>2</sup>.

## 2da. Prueba: termopares 2, 6 y 19

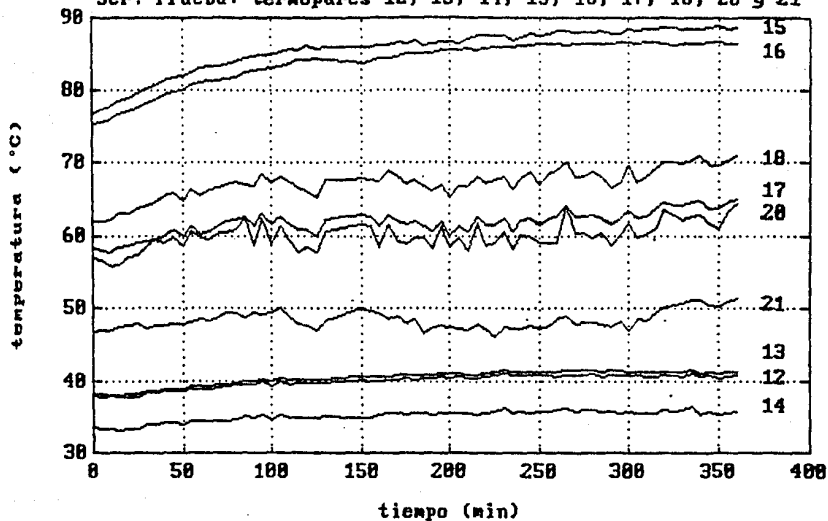


GRAFICA 8. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de dos puntos, situados en el interior de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado, y la temperatura ambiente. Para una densidad de corriente de  $4.0 \text{ Amp/mm}^2$ .



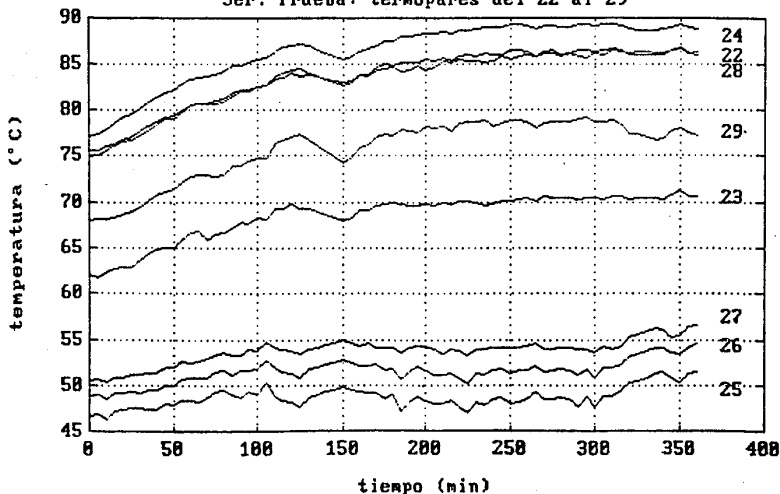
GRAFICA 9. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $4.2 \text{ Amp/mm}^2$ .

3er. Prueba: termopares 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20 y 21

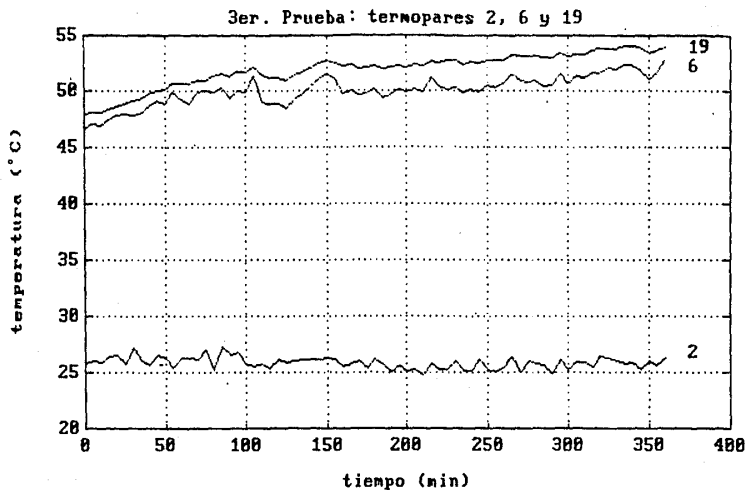


GRAFICA 10. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $4.2 \text{ Amp/mm}^2$ .

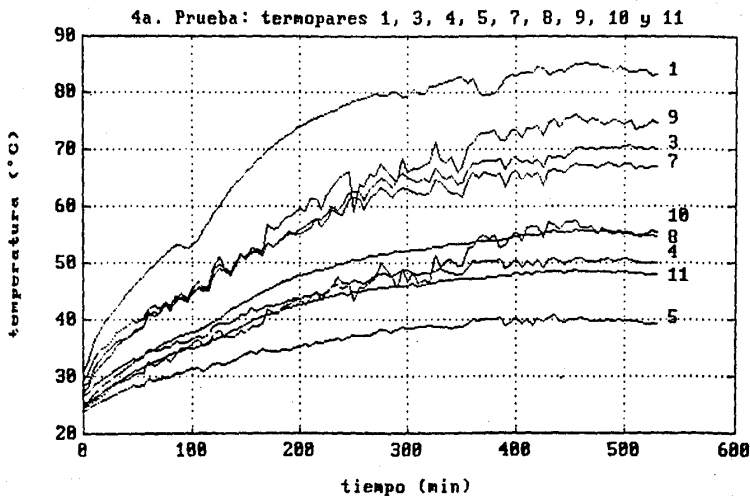
## 3er. Prueba: termopares del 22 al 29



GRAFICA 11. Variación de la temperatura respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $4.2 \text{ Amp/mm}^2$ .

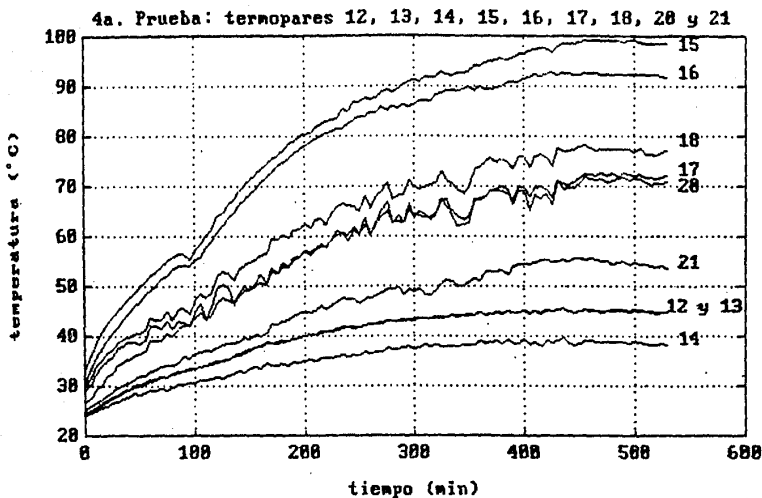


GRAFICA 12. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de dos puntos situados en el interior de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado, y la temperatura ambiente. Para una densidad de corriente de  $4.2 \text{ Amp/mm}^2$ .

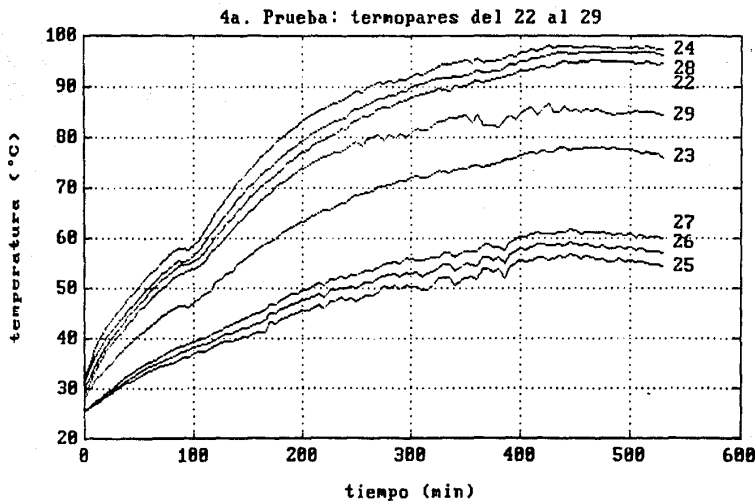


GRAFICA 13. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de 4.5 Amp/mm<sup>2</sup>.

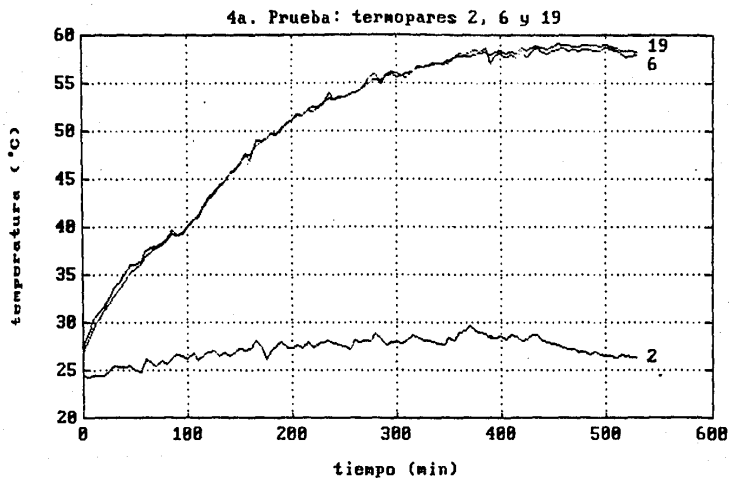




GRAFICA 14. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de  $4.5 \text{ Amp/cm}^2$ .



GRAFICA 15. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de diferentes puntos, situados en la superficie de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado. Para una densidad de corriente de 4.5 Amp/mm<sup>2</sup>.



GRAFICA 16. Variación de la temperatura con respecto al tiempo de dos puntos, situados en el interior de la bobina de alta tensión del transformador encapsulado, y la temperatura ambiente. Para una densidad de corriente de  $4.5 \text{ Amp/mm}^2$ .