

**U. N. A. M.**

FACULTAD DE CIENCIAS

PROPOSICION DE UN NUEVO SISTEMA FINANCIERO  
PARA LAS INSTITUCIONES DE SEGURIDAD SOCIAL

**TESIS PROFESIONAL**

*QUE PARA OBTENER EL TITULO DE*

**ACTUARIO**

*P R E S E N T A*

**JOSE MA. RIVERA RAMIREZ**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

## INTRODUCCION

### CAPITULO I

#### ANTECEDENTES HISTORICOS DE LA SEGURIDAD SOCIAL

	1
1.- Alemania	2
2.- Inglaterra	5
3.- España	8
4.- Estados Unidos	11
5.- México	15

### CAPITULO II

#### PRINCIPALES SISTEMAS FINANCIEROS DE LA SEGURIDAD SOCIAL

##### DE CAPITALIZACION

	23
1.- Régimen de Capitalización Colectiva de Prima Media General	25
2.- Sistema de Prima Media por Generación	26
3.- Sistema de Prima Media Individual	26

##### DE REPARTO

1.- Régimen Financiero de Reparto Anual	26
2.- Sistema de Reparto Ordinario	27
3.- Sistema de Repartición Exacta	27
4.- Sistema de Reparto según la Edad de Ingreso	27
5.- Sistema de Igual Duración del Seguro	27

##### SISTEMAS MIXTOS

1.- Sistema de Repartición de Capitales de Cobertura	27
2.- Método de Primas Medias Escalonadas	28

## CAPITULO III

### EXPLICACION DEL SISTEMA

1.- CONTEXTO	
a) Cambios Económicos Estructurales	29
b) Los Sistemas Económicos en el mundo	32
c) Perspectivas de los Sistemas Económicos	36
d) Cambios en los Sistemas Estratégicos	40
e) ¿Hacia dónde apuntan estos cambios?	41
2.- SITUACION ACTUAL Y PERSPECTIVAS DE LA SEGURIDAD SOCIAL	42
3.- APORTACIONES HECHAS POR EL SISTEMA PROPUESTO	43

## CAPITULO IV

### INTRODUCCION A UN MODELO SOBRE LINEAS DE ESPERA

1.- Postulados Básicos	45
2.- Analogía del modelo sobre líneas de espera que se está definiendo con respecto a un caso real	46
3.- Revisión y desarrollo de los eventos del sistema	47
4.- Idea sobre la matriz de probabilidades que se pretende construir	48
5.- Cálculo de las probabilidades de los eventos del sistema	49
6.- Definición de una matriz para efecto del cálculo de probabilidades de los eventos correspondientes.	52
7.- Determinación de las ecuaciones de recurrencia a partir de la matriz de probabilidades.	53

## CAPITULO V

### DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DE RECURRENCIA

1.- Expresión de las ecuaciones de recurrencia en función de la probabilidad $P_r(0)$	57
2.- Resumen de Fórmulas	59
3.- Expresión para la probabilidad $P_r(0)$ y sustitución de ésta en las ecuaciones de recurrencia	61

4.- Aplicaciones sobre un ejemplo simple	63
5.- Análisis para distintos valores de $\lambda$ y $\mu$ y gráficas correspondientes	64

#### CAPITULO VI

#### AJUSTE DE LA FUNCION $P_T(x)$ PARA LA CONTINUIDAD Y DETERMINACION DE

#### UN MARGEN FINANCIERO PARA EVENTUALES FLUCTUACIONES EN LOS GASTOS.

1.- Ajuste de la función $P_T(x)$ para la continuidad	68
2.- Determinación de un margen financiero para eventuales fluctuaciones en los gastos	75
CONCLUSIONES	88
BIBLIOGRAFIA	91

## I N T R O D U C C I O N

Considerando los cambios políticos, financieros y económicos que actualmente se presentan a nivel mundial y la situación económica de nuestro país - en el contexto internacional y en el plano nacional, presento este trabajo de tesis sobre un modelo de sistema financiero dinámico, enfocado básicamente -- a las instituciones de seguridad social.

El sistema financiero que se propone en este trabajo opera de manera análoga a como operan las líneas de espera. Es decir, partimos del supuesto de - que los asegurados y sus beneficiarios operan como si estuvieran "haciendo cola" para recibir las prestaciones establecidas en los diferentes ramos de seguro de las instituciones de seguridad social, en donde, evidentemente, la -- presentación de las contingencias ocurre de manera aleatoria, lo cual hace posible que opere como un sistema.

Se facilita mucho el trabajo porque en el sistema que se propone se opera con dos factores fundamentales: las llegadas al servicio y la atención en el servicio; esto es, la presentación de las contingencias y la cobertura de estas contingencias. El lapso en que opera este sistema puede ser establecido voluntariamente; es decir, puede operarse día por día, semana por semana, mes por mes o, como normalmente se hace, año por año.

El sistema es dinámico, porque es altamente representativo en el tiempo y operable con facilidad y versatilidad en su manejo. Y es actual, porque evita la acumulación de grandes cantidades de recursos financieros no necesarios, tal y como se hace en los sistemas financieros tradicionales usados en las -- instituciones de seguridad social en donde se prevé el establecimiento de reservas técnicas cuya magnitud, a medida que la institución madura, rebasa el buen sentido común.

En un tiempo en que nuestro país atraviesa por una severa limitación de-

recursos financieros; limitaciones reales de financiamiento externo e interno, motivadas, en parte por un elevado servicio de la deuda externa, y en parte - por problemas estructurales en nuestra economía, resulta particularmente interesante el contar con un modelo de sistema financiero como el que se presenta, toda vez que, al considerar un monto razonable de recursos financieros relativo a las coberturas respectivas, evita la acumulación de grandes cantidades de reservas inadecuadas para la situación actual de nuestro país.

Por otra parte, se considera un margen de fluctuaciones normales o regulares correspondiente a las variaciones que se puedan dar y en donde no existan alteraciones accidentales del comportamiento de estas contingencias. Quedan aún cosas pendientes por resolver, como son situaciones altamente técnicas que caen dentro del terreno de la investigación de la matemática pura. No obstante, el sistema es totalmente operable en el campo de la realidad, esto es, en el campo de los números reales donde se presenta como un sistema funcional.

## CAPITULO I

### ANTECEDENTES HISTORICOS DE LA SEGURIDAD SOCIAL

El desarrollo de la seguridad social, como es de suponerse, ha sido constante y gradual, particularmente en los dos últimos siglos. Ya desde tiempos lejanos, las distintas sociedades han practicado la solidaridad social, ante el peso de la inseguridad en todos los órdenes. No obstante que la seguridad social, en su forma institucionalizada, es moderna, en sus principios es tan antigua como la necesidad del hombre de protegerse de la inseguridad. Necesidad de seguridad inherente al hombre mismo, a la familia y a la sociedad.

Terminar con la inseguridad en todos los órdenes es la prueba evidente de la evolución misma del individuo y la consagración de los Estados políticamente estructurados; tal es el caso de las demandas cada vez mayores de medidas de seguridad, a que legítimamente tienen derecho los grandes grupos de clases económicamente débiles en una sociedad.

Como se verá a continuación, son estas necesidades de las clases económicamente desprotegidas las que, a través de la historia, han motivado a las sociedades y gobiernos para la creación y mejoramiento de diversos sistemas de seguridad social.

Así en la antigua Grecia, existieron sociedades que crearon sistemas de ayuda mutua; organizaciones encargadas de socorrer a la población y a los menesterosos. En Roma son conocidos los colegios de artesanos, principalmente los *collegia tenoiurum*, que mediante el pago que hacían los asociados de una prima o cuota se cubrían gastos de sepelio o los beneficiarios.

Con la llegada del cristianismo fueron creadas hermandades y asociaciones de caridad para auxiliar a los menesterosos y más necesitados. La unión giraba en torno a la identidad de cultos, ayuda mutua y salvación espiritual de los participantes.

En el siglo VIII con Carlomagno, rey de los francos <sup>(1)</sup>, aparece el senti



do colectivo de la cooperación en forma de asistencia pública; antecedente de los asilos modernos. De hecho, durante la Edad Media, el hombre manejó nuevas formas de seguridad al agruparse en instituciones denominadas, gremios, corporaciones y gildas.

Los gremios eran la unión de oficiales de un mismo oficio con el único fin de buscar protección; las corporaciones eran organizaciones de oficios regidos por sus propios estatutos, en los que fijaban normas sobre la calidad de sus productos, condiciones de trabajo y ayuda mutua, ante la incipiente regulación y protección laboral. Los gildas proporcionaban a sus agremiados protección mutua, mediante asistencia en caso de enfermedad, muerte, orfandad, viudez.

Estas organizaciones surgen de la necesidad de protección económica de sus agremiados y familiares, que estaban formados por los maestros, oficiales, compañeros o asalariados y aprendices que reciben instrucción sobre las técnicas de fabricación mediante un sistema de producción monopólico.

En los principios de la época moderna, la clase trabajadora no tuvo la protección oficial necesaria y con el fenómeno del maquinismo y la revolución industrial, tuvo la urgente necesidad de agruparse con fines profesionales y una mayor seguridad industrial y social integral.

#### 1.- ALEMANIA

En Alemania, se retomó esta idea y se establecen algunas razones fundamentales que determinaron la creación de los seguros sociales, en una primera etapa de carácter voluntario y, a partir de 1883 se crea el seguro obligatorio para todos los trabajadores amparados por el Estado, mediante medidas de previsión en beneficio de la colectividad.

---

(1) Cuando Carlomagno ascendió al trono (año-768), el Imperio comprendía lo que en la actualidad es Francia, excepto la Bretaña-Bélgica, Luxemburgo, Los Países Bajos y gran parte de Alemania.

Es en este contexto donde Otto Von Bismarck, estadista alemán, más con fines políticos que con las verdaderas aspiraciones de la clase asalariada, el que instituyó el Seguro Social obligatorio de enfermedad y maternidad para la industria y el comercio. Seguidamente y entre 1884 y 1889, fueron creados los seguros contra accidentes de trabajo y de Vejez e Invalidez; terminándose la obra de Bismarck con la promulgación del "Código Imperial de los Seguros Sociales" en 1911.

1.1.- Pensiones de vejez, invalidez y muerte.

a) Leyes Básicas: La primera ley data de 1889 y las leyes actualmente en vigor son de 1957 y 1973, respectivamente. Este seguro de pensiones forma parte del sistema de seguridad social. Alemania tiene, además, un acuerdo firmado de seguridad social internacional con los Estados Unidos de Norte América.

b) Cobertura: Este sistema de pensiones cubre a las personas empleadas, aprendices y beneficiarios desempleados. Existen sistemas separados para trabajadores y personal asalariado, con idénticas provisiones; se cuenta también con sistemas especiales para personas que trabajan por cuenta pro pia (obligatorios o voluntarios), mineros, artistas, empleados públicos y agricultores. Se tienen además afiliaciones voluntarias en las cuales se incluye a las trabajadoras domésticas, ciudadanos alemanes residentes en el extranjero y extranjeros con largo tiempo de residencia en Alemania.

c) Origen de Fondos: En cuanto al origen de los fondos para este ramo de seguro, tenemos que el asegurado paga el 9.35% de su salario (no paga nada si su salario es 10% por abajo del salario tope); personal independiente con seguro obligatorio, paga el 18.7%. El patrón paga el 9.35% de la nómina (18.7% si el empleado gana 10% por abajo del salario tope). El Gobierno paga un subsidio anual por cerca del 15% del costo total de la pen sión asegurada más, 18.7% de las contribuciones del asegurado durante el-

permiso de maternidad y desempleo.

En 1987 las ganancias máximas para propósitos de contribuciones fueron -- 68,400 marcos por año y las mínimas de 430 marcos a la semana.

1.2.- Seguro de Enfermedad y Maternidad.

Alemania cuenta también con el seguro de enfermedad y maternidad cuya prmera ley data de 1883; las leyes actuales son de 1911 y 1927 y forma parte del sistema de seguridad social e incluye, desde luego, los benefi---cios médicos y en efectivo. La cobertura para este ramo de seguro comprende a todos los trabajadores, aprendices, beneficiarios desempleados, incapacitados, pensionados, personal asalariado y algunas categorías de personal independiente con ganancias por hasta 51,300 marcos anuales. Los estudiantes están cubiertos para los beneficios médicos.

1.3.- Seguro de Riesgos Profesionales o Daños de Trabajo.

Las primeras leyes datan de 1884 y 1925 para los accidentes de trabajo y enfermedad ocupacional respectivamente. La ley actual es de 1963 y es de carácter obligatorio, a través de una compañía aseguradora semiprivada; cubre a las personas empleadas, a la mayoría de las categorías de emplea--dos independientes, aprendices, estudiantes, niños en "Kindergaten" y - - asistentes familiares. Existe un sistema especial para empleados públicos.

1.4.- Seguro de Desempleo.

La primera ley data de 1927 y la ley actual, de 1969; es un seguro de carácter obligatorio y cubre a todas las personas empleadas, a los trabajadores agrícolas y empleados domésticos; también a los aprendices y practicantes. Se excluye el trabajo ocasional y familiar.

1.5.- Asignaciones Familiares o Subsidios Familiares.

La primera ley data de 1954 y la ley actual, de 1974. Las asignaciones familiares forman parte de un sistema universal de seguro y la cobertura en este ramo comprende a los residentes con uno o más niños; existen previ-

siones especiales para trabajadores extranjeros con niños viviendo en el extranjero.

## 2.- INGLATERRA

De 1883 a 1919, otros países tomaron la experiencia de la seguridad social alemana. Entre estos destacan Francia, Dinamarca e Inglaterra. Este último país, después de una larga lucha sindical en el año de 1907, introduce la Ley de reparación de accidentes de trabajo y el sistema de asistencia para ancianos.

Con la promulgación de la ley "National Insurance Bill de 1911, ley que obtuvo la solidaridad nacional porque abarcó en forma completa y perfeccionada los riesgos de enfermedad, invalidez y el paro voluntario, Inglaterra se colocó como líder mundial en materia de seguros sociales.

Los principios de obligatoriedad del seguro social inglés se basaron en la participación tripartita de los recursos económicos: trabajadores, patrones y Estado.

Con el mejoramiento del "Plan Beveridge" <sup>(1)</sup>, en julio de 1948 se promulga la Ley de Seguro Nacional" con lo cual Inglaterra establece su seguridad social integral <sup>(2)</sup> protegiendo los accidentes y enfermedades de trabajo, la sanidad, atención a la niñez y asistencia a los desvalidos entre otros, así como el seguro social.

---

(1) William Beveridge, quien en el año de 1942 presentó su estudio denominado "Informe sobre el seguro social y servicios conexos o "Plan Beveridge", el cual implicaba una recopilación de todas las experiencias obtenidas mediante una política social permanente de garantía y solvencia en contra de la miseria, la enfermedad, la desocupación y la ignorancia de la sociedad a través del Estado y con la Constitución de los sujetos interesados.

(2) Se dice que es de carácter integral, cuando todos los ramos del seguro se encuentran administrados por un solo instituto asegurador y de carácter nacional cuando abarca a toda la población de un país.

## 2.1.- Pensiones de Vejez, Invalidez y Muerte.

a) Leyes Básicas: Las primeras leyes son de 1908, y se refieren a pensiones de vejez; de 1911, relativas al seguro de invalidez y de 1925, para el seguro de vejez y de sobrevivientes; la ley actual es de 1986. Los montos de provisiones y beneficios corresponden a enero de 1987. Este ramo forma parte de un sistema doble de seguridad social y de asistencia social. Existe también un acuerdo firmado de seguridad social internacional con los Estados Unidos.

b) Cobertura: Mediante este sistema de pensiones se cubre a todos los residentes, existiendo además, una cobertura opcional para personas empleadas con ganancias menores al nivel de ingreso mínimo semanal; cubre también al personal independiente cuyo ingreso está por abajo de 2075 libras por año y también para personas desempleadas.

Tales coberturas están basadas en la estimación de un año -52 contribuciones pagadas o a crédito-, con el nivel de ingreso mínimo semanal de 38 libras. Los salarios relacionados con el programa de pensiones pueden ser subcontratados con una compañía aseguradora privada si la cobertura iguala o excede lo provisto bajo el régimen del seguro social.

c) Origen de los Fondos.

1) Personal Asegurado: El empleado paga entre el 5% y el 9% de los salarios de acuerdo al salario semanal del grupo de contribuyentes, con un máximo de 285 libras (3.85% para ciertas mujeres casadas y viudas). Si los salarios están relacionados con la subcontratación, se paga entre el 5% y el 9% de las primeras 38 libras semanales, más un porcentaje de entre el 2.85% y el 6.85% del salario semanal del grupo de contribuyentes por un máximo de hasta 285 libras. Los empleados independientes pagan 3.75 libras por semana, más 6.3% de los salarios entre 4450 y 14480 libras por año; los desempleados pagan 3.65 libras por semana.

ii) Patrón: El patrón paga entre el 5% y el 10.45% de acuerdo con el salario de los empleados en el grupo de contribuyentes (3.85% para ciertas mujeres casadas y viudas). Si los salarios están relacionados con la subcontratación, se paga entre el 5% y el 10.45% sobre las primeras 38 libras y de 0.9% a 10.45% para todos los otros salarios semanales de acuerdo con el grupo salarial de contribuyentes.

iii) Gobierno: El Gobierno paga un monto igual acerca del 14% del costo y el costo total para los subsidios de ingreso probado (la pensión de invalidez sin cuota del empleado y la movilidad de los subsidios). Las ganancias máximas para propósitos de contribución (excepto para empleados independientes y desempleados), son 285 libras semanales y las mínimas, 38 libras por semana.

Las contribuciones consideradas también financian servicios médicos, enfermedades en efectivo, maternidad, riesgos profesionales y beneficios a desempleados.

## 2.2.- Seguro de Enfermedad y Maternidad.

La primera ley data de 1911 y las leyes actuales son de 1946 para el Servicio Nacional de Salud; y de 1975, 1982 y 1986, para las leyes o Actas de la Seguridad Social. Este ramo del seguro forma parte de un sistema dual de seguridad social; los beneficios en efectivo y del sistema universal de asistencia médica.

Referente a la cobertura y con relación a los pagos en efectivo por enfermedad y a los beneficios de maternidad, éstos los disfrutaban todas las personas empleadas cuyas ganancias son 38 libras por semana o más y las personas independientes cuyas ganancias son 1976 libras por año o más. La asistencia médica es para todos los residentes.

En cuanto al origen de los fondos, éstos son canalizados en forma tripartita por el empleado, el patrón y el gobierno y en la misma forma en que se --

realiza para el sistema de pensiones; con la adición, para el caso del gobierno, y respecto al Servicio Nacional de Salud en que se cubre el 85% del costo-total.

#### 2.3.- Seguro de Riesgos Profesionales o Daños de Trabajo.

La primera ley data de 1897 y la ley actual es de 1986; forma parte del sistema de seguridad social y cubre a todas la personas empleadas. Existe un sistema especial de beneficios suplementarios para los mineros. Están excluidos los empleados independientes. Este sistema se financia en forma tripartita entre el empleado, el patrón y el gobierno, en las mismas proporciones en que se realiza para el sistema de pensiones.

#### 2.4.- Seguro de Desempleo.

La primera ley data de 1911 y la ley actual de 1975; forma parte de un sistema de seguro obligatorio y cubre a todas las personas empleadas cuyas ganancias son de 35 libras por semana o más; se excluye a los empleados independientes, a las mujeres casadas y a las viudas que pagan contribuciones reducidas. El financiamiento se realiza en forma tripartita por el empleado, el patrón y el gobierno, en la misma forma en que se hace en el sistema de pensiones. Adicionalmente, el gobierno cubre el costo total de los subsidios de ingreso probado.

#### 2.5.- Asignaciones Familiares o Subsidios Familiares.

La primera ley data de 1945 y la ley actual de 1975; forma parte de un sistema universal y cubre a todos los residentes con uno o más niños. El costo total para este ramo del seguro queda a cargo del gobierno.

### 3.- ESPAÑA

España, por su parte, es otro de los países destacados en la legislación de los seguros sociales, estableció en 1883 una comisión de reformas sociales abocándose al estudio y resolución de estos problemas. La primera ley española, al igual que en Alemania se funda en los seguros voluntarios, principalmente en

lo relativo a los accidentes de trabajo como consecuencia del desarrollo industrial (Ley de enero de 1900).

Se hace responsable a los patrones de las consecuencias de los riesgos de trabajo, transformándose en seguridad del riesgo de trabajo.

En la ley del 7 de febrero de 1908 se crea el Instituto Nacional de Prevención y en mayo de 1917 se consolida la obligatoriedad, y es hasta el 11 de marzo de 1919 cuando se dicta la ley del Seguro Social obligatorio, dándose a conocer el reglamento respectivo el 21 de enero de 1921 con una clara preocupación de bienestar colectivo.

### 3.1.- Pensiones de Vejez, invalidez y Muerte.

a) Leyes Básicas: La primera ley data de 1919 y la ley actual de 1974; este sistema de pensiones forma parte del sistema de seguridad social.

b) Cobertura: Cubre a todos los empleados en la industria y servicios clasificados de acuerdo a 12 clases ocupacionales. Existen sistemas especiales para trabajadores agrícolas, empleados domésticos, empleados independientes, marineros y empleados públicos.

c) Origen de los Fondos: El personal asegurado paga el 4.8% de los salarios cubiertos de acuerdo con las 12 clases ocupacionales. El patrón cubre el 24% de los salarios de acuerdo con las 12 clases ocupacionales y el gobierno otorga un subsidio anual. Los salarios máximos para propósitos de contribuciones y beneficios en 1987 ascendieron a 259980 pesetas -- por mes (liquidado 12 veces por año y con límite máximo separado para cada clase ocupacional). Existe una excepción del 75% en las contribuciones de los empleados y con respecto a los salarios pagados a los jóvenes trabajadores en trabajos relacionados con programas de entrenamiento.

### 3.2.- Enfermedad y Maternidad.

Las primeras leyes son de 1929 y 1942 para la maternidad y para las enfermedades, respectivamente; la ley actual es de 1974. Este ramo de seguro -



forma parte de un sistema de seguridad social con beneficios médicos y en efectivo. Cubre a todos los empleados en la industria y en los servicios y los pensionados están cubiertos para los beneficios médicos. Existen -- sistemas especiales para los trabajadores agrícolas, empleados independientes, marineros y empleados públicos. Los fondos para este seguro se obtienen en forma tripartita entre el empleado, patrón y gobierno y en las mismas proporciones que para el sistema de pensiones.

Las ganancias máximas para propósitos de contribuciones y beneficios en -- 1987 fueron por 259980 pesetas al mes, con límites máximos separados para cada clase ocupacional.

### 3.3.- Riesgos Profesionales o Daños de Trabajo.

La primera ley data de 1932 y la ley actual de 1974. Este seguro forma -- parte del sistema de seguridad social y cubre a todas las personas empleadas. Existen sistemas especiales para algunas categorías. En cuanto al -- origen de los fondos se tiene que la persona asegurada y el gobierno no -- pagan nada, el patrón paga entre el 0.9% y el 18% de la nómina, de acuerdo con la categoría del riesgo. Las ganancias máximas para propósitos de -- contribuciones y beneficios en 1987 fueron de 259980 pesetas mensuales.

### 3.4.- Seguro de Desempleo.

La primera ley data de 1919 y la actual es de 1984; forma parte de un sistema de seguridad social obligatorio y cubre a los empleados en la industría y servicios, empleados ferrocarrileros, mineros y marineros. Se excluye a los empleados ocasionales y de corto plazo; existen sistemas especiales para trabajadores agrícolas y profesiones libres. En cuanto al origen de los fondos la persona asegurada paga entre el 1.1% y el 6.3% de los salarios cubiertos de acuerdo con las 12 clases ocupacionales, y el gobierno cubre ciertas clases de subsidios variables. Los salarios máximos para propósitos de contribuciones y beneficios en 1987 fueron por 259980 pese-

tas mensuales, con límites máximos para cada clase ocupacional.

### 3.5.- Asignaciones Familiares o Subsidios Familiares.

La primera ley data de 1938 y la ley actual, de 1985; cubre a todos los empleados y las contribuciones para este concepto se canalizan en forma tripartita entre el empleado, patrón y gobierno, exactamente en la misma forma que se lleva a cabo en el sistema de pensiones.

## 4.- ESTADOS UNIDOS

En los Estados Unidos de Norteamérica, con motivo de la crisis económica de 1929, que dejó sin empleo a miles de trabajadores y la quiebra de incontables fuentes de trabajo, se crea la ley del seguro social, aprovechando las experiencias en la materia de otros países.

En 1935 adoptó el sistema del seguro social, promulgando la ley contra la desocupación, la vejez de retiro y la ley del seguro de desempleo de los ferroviarios en 1946 en toda la Unión Americana, con estupendos logros.

Es así como en todo el mundo, se ha extendido la idea de la seguridad social y con las luchas obreras en la mayoría de los países se ha implantado satisfactoriamente el sistema de bienestar integral colectivo, promoviendo inclusive reglas a nivel institucional por la Organización Internacional del Trabajo y otros organismos análogos.

### 4.1.- Pensiones de Vejez, Invalidez y Muerte.

a) Leyes Básicas: La primera ley data de 1935 y con una enmienda en 1986- esta es la ley actual, la cual constituye la base del sistema de seguridad social. Estados Unidos tiene, además, acuerdos firmados de seguridad social internacional con los siguientes países: Bélgica, Canadá, República Federal de Alemania, Italia, Noruega, Suecia, Suiza y el Reino Unido.

b) Cobertura: Cubre a todas las personas con ocupación remunerada, incluyendo a los empleados independientes; excluye a los agricultores y empleados domésticos ocasionales. Los empleados independientes están limitados -

cuando el ingreso neto anual es por abajo de los 400 dólares e igualmente, lo están los empleados federales contratados antes de 1984. Existe la cobertura voluntaria para empleados del Estado, gobiernos municipales y cle-ro. Este sistema de pensiones es aplicable además en los estados asociados de Puerto Rico, en las Islas Vírgenes, en Guam y en Samoa; se aplica tam-bién a ciudadanos y residentes empleados en el extranjero por patrones es-tadounidenses.

c) Origen de Los Fondos: La persona asegurada paga el 5.7% de los salarios de los empleados independientes y 11.4% menos en el pago del impuesto tran-sitorio; 2% a partir de 1987. El patrón paga el 5.7% de la nómina; el go-bierno cubre el costo mensual del beneficio especial de vejez para perso-nas de edad 72 años antes de 1968 y el costo total de los recursos verifi-cados de las asignaciones o subsidios.

Las ganancias máximas para propósitos de contribuciones y beneficios en -- 1987, fueron por 43 800 dólares anuales y existe un incremento automático de acuerdo con los niveles de salario.

#### 4.2.- Enfermedad y Maternidad.

a) Leyes Básicas: En cuanto a los beneficios médicos, tenemos las leyes de- 1965 y 1972 relativas al seguro de salud para ancianos y al seguro de sa- lud para incapacitados, respectivamente. Para los beneficios en efectivo - existen leyes en cinco estados: Rhode Island (1942), California (1946), -- New Jersey (1948) New York (1949) y Hawaii (1969) y Puerto Rico (1968); - este ramo de seguro forma parte del sistema de seguridad social.

b) Cobertura: Los beneficios médicos incluyen la hospitalización y están - cubiertos los trabajadores asegurados, los pensionados de edad de 65 años, ó más, otras personas que califique a la edad de 65, pensionados por inva- lidez con más de 2 años y personas con enfermedades crónicas del riñón. - Existen otros servicios médicos para tales grupos mediante el seguro volun

tario.

Los beneficios en efectivo cubren a los empleados de la industria y el comercio en 6 jurisdicciones; cubren, además, a la mayoría de los trabajadores agrícolas, excepto en Nueva York; los empleados independientes en el estado de California pueden ser elegidos para este tipo de beneficios; -- estos beneficios comprenden también a las subcontrataciones, excepto en Rhode Islands; pero no existen programas en otros 45 estados de la Unión. Existen sistemas nacionales especiales para empleados ferrocarrileros, -- con beneficios en efectivo, y sistemas federales estatales con beneficios médicos.

c) Origen de Los Fondos: Las personas aseguradas pagan para efectos de -- hospitalización 1.45% y los empleados independientes, 2.9% de las ganancias; para otros servicios médicos los pensionados pagan 17.90% dólares - por mes y para los beneficios en efectivo, el personal asegurado paga hasta el 1.2% de las ganancias gravables de acuerdo con el estado. El patrón paga, para efectos de hospitalización, 1.45% de la nómina; para otros servicios no paga nada y para los beneficios en efectivo, las contribuciones son variables en Hawaii, New Jersey New York y 0.5% de la nómina en Puerto Rico. El gobierno cubre el costo de los beneficios de hospitalización para ciertas personas ancianas no aseguradas y el saldo del costo del seguro voluntario para otros servicios médicos.

Las ganancias máximas para propósitos de contribuciones en 1987, fueron -- por 43 800 dólares anuales para efectos de hospitalización y entre 6 240 y 22 150 dólares anuales para beneficios en efectivo.

#### 4.3.- Seguro de Riesgos Profesionales.

a) Leyes Básicas: La primera ley data de 1908, para empleados federales, y seguidamente la ley de 1911 aplicada en 10 estados de la Unión. Actualmente existen leyes para todos los estados; en Puerto Rico y el Distrito de -

Columbia se cuenta con leyes para empleados federales, estibadores y trabajadores portuarios, así como programas especiales para mineros. La mayor parte de estas leyes fueron promulgadas antes de 1920. El seguro obligatorio se contrata con compañías públicas o privadas de acuerdo con el estado o bien, el riesgo puede ser autoasegurado.

b) Cobertura: Generalmente cubre a los empleados en la industria y el comercio y a la mayoría de los empleados públicos, se excluye a los trabajadores agrícolas en una cuarta parte de los estados; a los empleados domésticos, en la mitad de los estados y a los empleados ocasionales en las tres quintas partes de los estados; se excluye también a las empresas con 3 a 5 empleados en algunos estados de la Unión. No obstante, la cobertura para este ramo de seguro, es obligatorio en todos los estados, excepto en tres, donde el seguro está sujeto a elección.

c) Origen de los Fondos: Las personas aseguradas pagan contribuciones nominales en unos pocos estados; el patrón cubre el costo total en la mayoría de los estados y la mayor parte del costo en algunos otros, de acuerdo con la variación de las primas de riesgo ó el autoasegurado. El costo promedio en 1982 fue de cerca del 1.7% de la nómina (el costo, a cargo del patrón de los beneficios de la enfermedad de Pneumoconiosis antes de 1974).

#### 4.4.- Seguro de Desempleo.

a) Leyes Básicas: La ley federal de 1935 que requiere impuesto sobre los empleados con compensación para las contribuciones pagadas en orden a aprobar los programas de los estados; otorga concesiones a tales entidades para la administración, fijando estándares mínimos paratales fines. Todos los estados cuentan con leyes para este seguro, y Puerto Rico, Islas Vírgenes y el Distrito de Columbia tienen leyes separadas para la creación de sus propios programas. Las primeras leyes de los estados fueron promulgadas entre 1932 y 1937.

b) Cobertura: La ley federal de 1935 cubre a los empleados de las empresas

industriales y comerciales, a los empleados de instituciones no lucrativas con 4 ó más empleados durante 20 semanas en un año. Comprende a casi todos los estados, y cubre a los trabajadores municipales y domésticos y a las dos quintas partes de los agricultores. Los programas de los estados incluyen a los empleados protegidos por la ley federal; se excluye a los trabajadores agrícolas, a los empleados ocasionales, al obrerismo familiar y empleados independientes. Existen programas federales especiales para empleados ferrocarrileros, empleados federales y excombatientes.

c) Origen de los Fondos: La persona asegurada no paga nada, excepto en los estados de Alabama, Alaska, New Jersey y Pensylvania; el patrón cubre el impuesto federal y el 0.8% de la nómina gravable. Los programas de los estados contemplan, en su mayoría, una tasa básica del 5.4% y las tasas actuales varían del 0 al 10.5% de acuerdo con la experiencia de los empleados individuales. La tasa promedio en 1986 fue de cerca del 2.7%. El gobierno paga para la administración de los programas de los estados.

#### 4.5.- Asignaciones Familiares o Subsidios Familiares.

Existe un Sistema Federal-Estatal de ayuda a familias indigentes con niños dependientes, que incluye pagos en efectivo y servicios sociales.

#### 5.- MEXICO

En nuestro país, la seguridad social tiene un carácter dinámico y actual que se ha fortalecido con el tiempo. Desde la época precortesiana se puede identificar con las denominadas cajas de comunidades indígenas, que funcionaban con aportaciones de la comunidad para cubrir los infortunios de muerte, otros infortunios o festividades a sus dioses.

En 1756, se fundó el hospital de los hermanos de la Orden de San Francisco y en 1763, ordenanzas de protección a las viudas en caso de fallecimiento, así como una institución que proporcionaba a los Ministros de audiencia, tribunales de cuenta y oficiales de hacienda determinados beneficios.

Los Montepíos de viudas y pupilos, empiezan a funcionar en el año de 1770, considerando descuentos al sueldo para asegurar una determinada suma que permitía conceder subsidios a los familiares del asegurado. Los Montepíos en México, y los gremios y corporaciones en Europa, influyen notablemente en la creación de-

las Sociedades Mutualistas y Unidades de Seguridad Colectiva, en donde aparecen conceptos reales de nuestro sistema de seguridad social, como son la ayuda y -- cooperación mutua de los propios asegurados.

Posteriormente y con la guerra de Independencia, inspirada por los ideales del liberalismo de la época que se identificaba con el pensamiento de José María Morelos y Pavón, quien en el Congreso Constituyente de Chilpancingo señaló:

"Como la buena ley es superior a todo hombre, las que dicte nuestro congreso serán tales que obliguen a la constancia y patriotismo, moderen la opulencia e indigencia y de tal suerte se aumente el jornal del pobre, que mo dere sus costumbres y alivie la ignorancia, la rapiña y el hurto"

En los inicios del presente siglo, problemas sociales como el nacimiento de la nueva industria y el problema político militar de una larga dictadura detuvieron la evolución de la seguridad social en México. En este contexto, la solución a las necesidades del pueblo por obtener seguridad, provocaron la lucha revolucionaria de 1910 que terminó al quedar contemplados en la Cosntitución de 1917 - los ideales de seguridad social por los que se luchó, traducidos a elevar el nivel de la vida de la población en general procurando su seguridad ffsica y económica.

Es así como, el artículo 123 de nuestra Constitución de 1917 en su fracción XXIX, expresa un seguro potestativo que indica:

"Se considera de utilidad social: El establecimiento de cajas de seguros de invalidez, de vida, de cesación involuntaria de trabajo, de accidentes y de otros confines análogos, por lo cual, tanto el Gobierno Federal como el de cada Estado deberá fomentar la organización de instituciones de esta índole, para infundir e inculcar la previsión popular"

Antecedente directo de este precepto constitucional, es la que Gustavo Arcecano considera como la primera disposición de seguridad social propiamente dicha, aparecida en la Ley del Trabajo del Estado de Yucatán en 1915, la cual, en su -- artículo 135 decía: El Gobierno Fomentará una Asociación Mutualista, en la cual se aseguren los obreros contra los riesgos.

Cabe señalar también que, el precepto constitucional de 1917, no obstante

su timidez, provocó la aspiración hacia una ley del Seguro Social, no solo en nuestro país sino en toda América Latina y Europa. Es así como, el 6 de septiembre de 1929 se promulga una reforma a la citada fracción XXIX del artículo 123 constitucional, base jurídica para la creación del Seguro Social obligatorio:

"Se considera de utilidad pública la expedición de la Ley del Seguro Social y ella comprenderá Seguros de invalidez, de vida, de cesación involuntaria del trabajo, de enfermedad y accidentes y otros con fines análogos".

Antecedente y motivación, tanto para la ley del Seguro Social como para la ley del ISSSTE, fué la promulgación de la Ley General de Pensiones de Retiro del 12 de agosto de 1925 por el entonces Presidente Plutarco Elías Calles. Con ella, funcionarios y empleados públicos fueron quienes primero disfrutaron de seguridad social después de la Constitución de 1917.

Son notables también los esfuerzos por establecer la Ley del Seguro Social de los Presidentes:

General Abelardo L. Rodríguez quien a través de la oficina de Previsión Social del Departamento de Trabajo, asignó en febrero de 1934 una comisión encargada de elaborar dicha Ley.

Fue el General Lázaro Cárdenas quien el 27 de diciembre de 1938, envió también un proyecto de Ley del Seguro Social al Congreso de la Unión, que cubría los riesgos de enfermedad y accidentes de trabajo, enfermedades no profesionales, maternidad, vejez e invalidez y desocupación involuntaria, así como la creación con personalidad jurídica propia, de un organismo descentralizado que se denominara Instituto de Seguros Sociales, con domicilio en la ciudad de México.

Congruente con lo anterior, dicho organismo se encargaría de la aplicación de su ley y reglamento, así como de recaudar cuotas, celebrar contratos, adquirir bienes, organizar sus dependencias, etc. Sus funciones



estarían enfocadas a las presentaciones individuales y colectivas que consistían en la indemnización o prevención de los riesgos señalados; igual que los proyectos anteriores no tuvo éxito argumentándose que debía elaborarse un nuevo proyecto más completo y que tuviera como base esencial un buen estudio de actuariado social.

Por instrucciones del General Manuel Avila Camacho, el Secretario de Trabajo y Previsión Social, Lic. Ignacio García Téllez, crea un anteproyecto de Ley en 1941, el cual, analizado por la Comisión Técnica establecida también en este año para dicho fin, crea el proyecto de Ley del Seguro Social que es enviado al Congreso de la Unión y después de los trámites legales se convierte en Ley, por decreto de fecha 31 de diciembre de 1942.

Los esfuerzos realizados culminaron el 15 de enero de 1943 al publicarse en el Diario Oficial la Ley del Seguro Social, creándose como consecuencia, el Instituto Mexicano del Seguro Social, y el 14 de mayo el Reglamento referente a la inscripción de trabajadores y patrones, así como, la organización y funcionamiento de dicho Instituto, base de la seguridad social en México.

Más tarde, por decreto del 30 de diciembre de 1959, se reforma la Ley del Seguro Social, separando del IMSS las facultades conferidas para organizar la Seguridad Social de los Trabajadores al Servicio del Estado.

Simultáneamente a dicha reforma, se expide la Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado el 28 de diciembre de 1959, dando nacimiento al ISSSTE. Dicha Ley se publica en el Diario Oficial el 30 del mismo mes y año.

Se incorporaron a dicho Instituto los trabajadores del Servicio Civil de la Federación, del Departamento del Distrito Federal, así como los trabajadores de Organismos Públicos que por Ley o por acuerdo del Ejecutivo Federal sean incorporados.

Esta cobertura ha sido ampliada constantemente, toda vez que en 1976 el Presidente Echeverría extendió mejores prestaciones de carácter social a dichos trabajadores; tal es el caso en lo relativo a la Vivienda y tienda de consumo popular y diversas reformas y modificaciones a los ordenamientos legales como el desarrollo de la seguridad social, en nuestro país, a los elementos que integran las Fuerzas Armadas Mexicanas, de aire, mar y tierra, creándose para tal efecto un organismo público descentralizado: Instituto de Seguridad Social para las Fuerzas Armadas Mexicanas, cuyas funciones sociales se concretan a la presentación y administración de servicios de carácter social para los miembros de las Fuerzas Armadas, y de los recursos del Fondo para la Vivienda, entre otras.

La ampliación de los Seguros Sociales continúan su marcha, para la integración de la Seguridad Social; sin embargo, aún muchos sectores de la población se encuentran al margen de sus beneficios. Los objetivos deberán contemplar una mejor distribución del ingreso nacional y proporcionar el mayor bienestar posible a la población protegiendo en sus servicios y en su medio jurídico a todos y cada uno de los sectores.

En este contexto se ubican las reformas o ley del Seguro Social dictadas por el Presidente Salinas de Gortari, con objeto de actualizarla y con vigencia a partir del 5 de enero de 1989, así como el reciente aumento de 10% al monto de las percepciones de la Asociación de Jubilados y Pensionados del IMSS, a finales de dicho año. El Presidente se comprometió además a fortalecer el papel del ISSSTE para hacerlo un mejor instrumento de la seguridad de los trabajadores al servicio del Estado.

#### 5.1.- Pensiones de Vejez, Invalidez y Muerte.

a) Leyes Básicas: La primera ley data de 1943 y la ley actual, de 1973; esta ley, ha sido actualizada en algunos de sus artículos con posterioridad a 1973. Este sistema de pensiones forma parte del sistema de seguri-

dad social.

b) Cobertura: cubre a los obreros y empleados, así como a los miembros de sociedades cooperativas agrícolas o industriales y uniones nacionales de crédito; la cobertura está siendo extendida por decreto presidencial a los trabajadores agrícolas, pequeños propietarios agrícolas, ejidatarios y comuneros; a la pequeña industria, a la silvicultura, a las cooperativas comerciales e industriales, empleados independientes y trabajadores domésticos. Por otra parte, las personas no cubiertas por el régimen del seguro obligatorio pueden afiliarse al régimen voluntario del seguro social.

Existen, además, como ha sido comentado, sistemas especiales de seguridad social administrados por otras instituciones; tal es el caso de los empleados públicos que gozan de los beneficios del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE); del Instituto de Seguridad Social para las Fuerzas Armadas Mexicanas, de aire, mar y tierra, y de los trabajadores petroleros que cuentan con un sistema especial de seguridad social.

c) Origen de los Fondos: El financiamiento para este ramo de seguro se realiza en forma tripartita entre el trabajador asegurado quien cotiza el 1.5% de su salario, el patrón que paga el 4.20% de dicho salario y el gobierno que cubre el 0.30% de la nómina. Para los trabajadores afiliados a través de las sociedades cooperativas de producción, las administraciones obreras o mixtas, las sociedades locales, grupos solidarios o uniones de crédito, éstas cubren el 50% de las primas totales y el gobierno federal contribuye con el otro 50% (artículo 179 de la Ley del Seguro Social). Existen tasas de cotizaciones especiales para la cobertura de los seguros voluntarios.

Para los propósitos de cotizaciones y de otorgamiento de las pensiones, se considera como salario máximo el equivalente a 10 veces el salario mí-

nimo del Distrito Federal y como salario Míximo, el equivalente a un salario mínimo vigente en la entidad federativa de que se trate.

#### 5.2.- Seguro de Enfermedad y Maternidad.

La primera ley data de 1943 y la ley actual, de 1973; forma parte del sistema de seguridad social con prestaciones en especie y en dinero. La cobertura para este seguro es similar al sistema de pensiones, conservando el trabajador el derecho a los servicios médicos durante 6 1/2 meses posteriores a la fecha en que este haya perdido su trabajo. En este ramo de seguro el trabajador asegurado cotiza el 3% de su salario, el patrón el 8.40% de la nómina y el gobierno el 0.60% (artículos 114 y 115 de la Ley del Seguro Social).

Par los propósitos de cotizaciones y beneficios en este seguro, los salarios máximos y mínimos son idénticos a los considerados en el sistema de pensiones.

#### 5.3.- Riesgos Profesionales.

La primera ley data de 1931 y la ley actual, de 1973; este ramo de seguro social obligatorio cubre a las mismas personas que el seguro de pensiones de invalidez y vejez. En cuanto al financiamiento para este seguro, el trabajador asegurado y el gobierno no están obligados a cotizar y el financiamiento queda totalmente a cargo de los patrones. En 1987 los patrones cotizaron entre el 0.876% y el 8.75% de la nómina de acuerdo con el riesgo de la empresa; así, la tasa promedio estuvo por alrededor del 1.94% de la nómina. Para los propósitos de cotizaciones y beneficios en este ramo, los salarios máximos y mínimos son equivalentes a los contemplados en el sistema de pensiones.

#### 5.4.- Seguro de Desempleo.

En el Seguro Social Mexicano no existe propiamente el seguro de desempleo; sin embargo se podría considerar como tal el caso particular del seguro de

cesantía en edad avanzada, ya que el trabajador con una edad comprendida entre los 60 y 64 años de edad y que tenga reconocidos un mínimo de 500 semanas cotizadas, tiene derecho al quedar cesante de su trabajo a una pensión de vejez de cuantía reducida; es decir, a que se le otorgue la pensión que le hubiere correspondido a los 65 años de edad pero, reducida a un determinado porcentaje de acuerdo con la edad que realmente tenga al solicitar la pensión de cesantía en edad avanzada.

Por otra parte, e independiente de la edad del trabajador, la ley federal del trabajo establece para el trabajador destituido que el patrón lo indemnice con una suma global de 3 meses del último salario del trabajador, más 20 días de dicho salario para cada año de servicio.

#### 5.5.- Asignaciones Familiares.

En el caso de los pensionados por invalidez, vejez o cesantía en edad avanzada, la esposa del pensionado tiene derecho a una asignación familiar equivalente al 15% de la pensión del esposo y cada uno de los hijos tienen derecho al 10% de dicha pensión. Por otra parte, cuando el asegurado contrae matrimonio y tiene reconocidas un mínimo de 150 semanas de cotización entonces, tiene derecho, a una ayuda para los gastos de matrimonio equivalente al 25% de la pensión que le hubiere correspondido en caso de invalidez.

También existe el seguro de guarderías para hijos de las trabajadoras aseguradas; el financiamiento para este seguro está totalmente a cargo del patrón que cotiza el 1% de la nómina de todos sus trabajadores y de hasta el límite máximo de 10 veces el salario mínimo de los trabajadores en el Distrito Federal en lo relacionado a programas de cuidado intensivo de los niños.

## CAPITULO II

### PRINCIPALES SISTEMAS FINANCIEROS DE LA SEGURIDAD SOCIAL

Antes de definir lo que se entiende por Régimen Financiero, vamos a precisar el concepto de Seguro Social.

Seguro Social es el instrumento jurídico del Derecho Obrero por el cual una institución queda obligada, mediante una cuota o prima que pagan los patrones, los trabajadores y el Estado, o sólo algunos de éstos, a entregar al asegurado o beneficiario que deben ser elementos económicamente débiles, una pensión o subsidio cuando se registren alguno de los riesgos profesionales o siniestros de carácter social. (Gustavo Arce Cano).

E igualmente, Seguro Social es el instrumento de la seguridad social <sup>(1)</sup> mediante el cual se busca garantizar, mediante la solidaridad, los esfuerzos del Estado y la población económicamente activa; evitando o disminuyendo los riesgos y contingencias sociales y de vida a que está expuesta la población y los que de ella dependen, para obtener el mayor bienestar social, biológico, económico y cultural posible en un orden de justicia social y dignidad humana. - - - (Eduardo Carrasco Ruiz).

En este contexto, definimos al Régimen Financiero para el Seguro Social o para Instituciones de Seguros, de la siguiente manera:

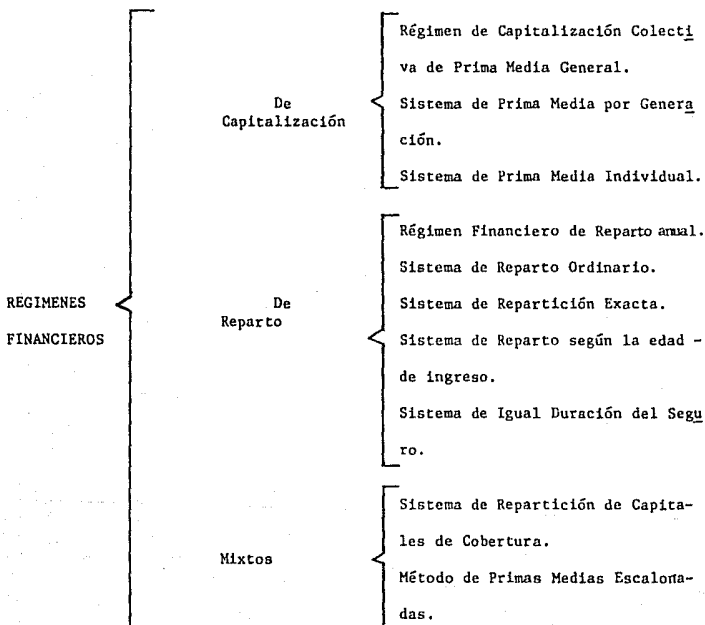
El equilibrio financiero entre las disponibilidades y las cargas financieras de la Institución; donde la técnica actuarial y los principios adoptados -- para tal fin, nos permiten encontrar dicho equilibrio repartiéndose los recursos y las cargas entre los diversos grupos de edad; las distintas generaciones y los diversos períodos de seguro de las personas sujetas obligadamente al régimen del Seguro Social o, voluntariamente, si es el caso del régimen del Seguro Privado.

---

(1) Esto es; La seguridad social en México se integra fundamentalmente por la Ley del Seguro Social, base o instrumento de la misma; sin embargo y como ha sido comentado, se ha ampliado constantemente, a tal grado que los empleados públicos y las fuerzas armadas mexicanas ya cuentan con una protección.

Existen básicamente los regímenes de capitalización y de reparto atendiendo al grado de solidaridad financiera de los diferentes grupos de asegurados en el espacio y en el tiempo. También se cuenta, desde luego, con sistemas mixtos que contemplan ciertas características principales de uno y otro de los sistemas básicos; entre éstos destacan el Régimen de Reparto de Capitales de Cobertura, cuya característica principal es la cobertura parcial de las expectativas, y el Sistema de Primas Escalonadas.

Congruente con lo anterior, el siguiente cuadro sinóptico muestra los principales sistemas financieros más usados en la seguridad social.



DE CAPITALIZACION:

1.- Régimen de Capitalización Colectiva de Prima Media General.- Es éste uno de los principales sistemas financieros que destaca ampliamente en la seguridad social y de gran interés para los países latinoamericanos. Sistema justo que contempla la solidaridad social en el espacio y en el tiempo y que se advierte en la transición de cargas y acumulación de recursos entre todas las generaciones de los grupos asegurados de distintas edades, diferentes épocas de afiliación y con diferentes plazos de cotización y cuyo objetivo principal es el de proporcionar idénticos beneficios a los asegurados, los cuales pagan una prima media o promedio común para todos ellos.

La prima media y común para todos los asegurados significa una cuota constante en el tiempo e igual para cualquier edad, sexo, condición social y peligrosidad en el trabajo y la cual, conduce a una capitalización o reserva técnica que permite dicho comportamiento y que proporciona una clara idea de las obligaciones por cubrir -como porcentaje del salario- a los asegurados, patronos y Estado. Adicionalmente, con la creación de tales reservas que este sistema trae consigo, es posible fortalecer políticas de inversión de beneficios sociales y nacionales.

Régimen laborioso debido a que las valuaciones actuariales toman en cuenta los compromisos de la institución, ocasionados por las pensiones concedidas, así como el valor de las expectativas de la generación actual y de las generaciones futuras, considerando la situación de los asegurados actuales para estimar sus probables pensiones futuras.

Con la valuación de las prestaciones legales, se estima una prima que conduzca a la formación de una reserva técnica mínima que garantice las prestaciones y mantenga la prima media general constante. Si la ley fija la prima, entonces deberán ser valuadas las cuantías de las prestaciones que conducen a una acumulación mínima de la reserva técnica.



No obstante lo anterior, algunos inconvenientes surgen de la incertidumbre de la escala de salarios, tasas de interés y estimación de nuevos asegurados en tiempo y distribución por edades, cuya influencia puede afectar a la prima media general y consecuentemente las ventajas de este régimen. Adicionalmente, no es flexible para actualizar el valor de las prestaciones - frente al debilitamiento de la moneda.

2.- Sistema de Prima Media Por Generación.- Como su nombre lo indica, cada generación que ingresa a la institución en el mismo año se considera independiente desde el punto de vista financiero y desligada de las demás generaciones, estableciéndose entre los componentes del grupo una prima media nivelada.

Aquí, la diferencia principal se presenta entre la generación inicial y las generaciones futuras toda vez que, en general, las nuevas generaciones tienen una mejor composición por edades que la generación inicial. Esto en turno, implica una prima correspondiente a la generación inicial y otra relativa a cada una de las generaciones futuras. Unificar la tasa de las primas de acuerdo a la generación inicial implica sobreestimar dicha prima; considerar dicha tasa exclusivamente con respecto a las nuevas generaciones sería subestimar la prima media y, en este caso, tal déficit ser absorbido por el Estado.

3.- Sistema de Prima Media Individual.- Claramente es éste un régimen usado ampliamente en las Compañías Privadas de Seguros; las obligaciones recíprocas entre la compañía y el asegurado se establecen al principio del seguro y en forma particular para cada asegurado. También tiene uso con respecto a ciertos riesgos en algunos sistemas de seguridad social.

#### DE REPARTO:

1.- Régimen Financiero de Reparto Anual.- Aquí se toma el ejercicio financie-

ro de un año y con base en las experiencias de siniestros y costos, se estiman las erogaciones por concepto de prestaciones durante el año, repartiéndose anticipadamente entre los asegurados o entre sus salarios.

En este régimen se establece una equivalencia tal entre los ingresos por concepto de primas y los gastos del ejercicio, que las primas cobradas se gastan totalmente en las coberturas correspondientes no permitiendo la constitución de reserva técnica alguna.

2.- Sistema de Reparto Ordinario.- Su característica principal es la solidaridad financiera respecto a los recursos o cargas de todos los asegurados existentes en una cierta época.

3.- Sistema de Repartición Exacta.- En el que la distribución de las cargas financieras de una generación se realiza entre los elementos de la misma.

4.- Sistema de Reparto Según la Edad de Ingreso.- En el cual, las cargas financieras se reparten entre todos los asegurados agrupados de una misma edad a la fecha de ingreso en una cierta época.

5.- Sistema de Igual Duración del Seguro.- En este sistema, se agrupa a los asegurados con el mismo tiempo de cotización y se distribuyen las cargas entre los componentes de dicho grupo.

#### SISTEMAS MIXTOS:

1.- Sistema de Repartición de Capitales de Cobertura.- En este régimen se considera una misma contribución de los asegurados, patrones y Estado que, al unirse con los intereses del fondo acumulado, permite atender los gastos corrientes del ejercicio financiero y constituir las reservas matemáticas de las pensiones adquiridas durante el ejercicio.

Así, para cada ejercicio financiero se estiman los gastos que se originan en el mismo y el valor actuarial de los gastos que se tendrán en los años futuros, debidos ambos gastos, a los siniestros ocurridos en el ejerci-

cio considerado.

Considerando los Capitales Constitutivos como la cantidad de dinero necesaria, desde el punto de vista actuarial, para garantizar el pago de su renta a un pensionado, tenemos que al hacer la valuación de dichos capitales de las pensiones debidas a los siniestros realizados en el ejercicio y dividirlos -- por la suma de los salarios de los expuestos al riesgo en el mismo ejercicio, obtenemos la prima neta por asegurado en por ciento de su salario.

Una parte de la prima obtenida de esta forma, se destina al pago de la -- renta a los pensionados en el ejercicio considerado, y la parte restante constituye la reserva técnica, la cual, manejada adecuadamente, garantiza a los -- pensionados sobrevivientes el pago de su pensión para los próximos años.

Resulta claro, entonces, que se trata de un sistema mixto de reparto y -- capitalización, ya que establece la cobertura de las expectativas concedidas -- en el período, pero no se crea cobertura alguna para las expectativas en curso de adquisición.

2.- Método de Primas Medias Escalonadas.- Mediante este sistema se intenta -- evitar la variación frecuente de la prima media, como sucede en el régimen de reparto puro, al mismo tiempo que utiliza los intereses del fondo acumulado -- para hacer frente al costo de los beneficios, además de producir fondos acumulados de menor cuantía con respecto al régimen de capitalización.

## CAPITULO III

### EXPLICACION DEL SISTEMA

#### 1.- CONTEXTO

##### a) Cambios Económicos Estructurales.

Con la terminación de la Segunda Guerra Mundial se establecen en el mundo prácticamente dos poderes hegemónicos y antagónicos: Los Estados Unidos de Norteamérica, por un lado, y que muchos catalogan como un imperialismo, y la -- Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas, por el otro. Estos dos países dominan el contexto económico y financiero en el mundo, particularmente, durante la década 1945-1955.<sup>(1)</sup>

En términos económicos, Norteamérica controla alrededor del 60% del comercio internacional durante el período señalado; es también el principal productor de bienes y servicios con cifras que fluctúan entre el 60 y 70%, así como el mayor consumidor de petróleo, electricidad, etc.; con cifras más o menos si milares.

La Unión Soviética, por su parte, con una economía estatizada domina también el panorama mundial, particularmente en lo relativo a los países de Europa Oriental y algunos países de Asia como China, Vietnam y Camboya.

Con las conferencias de Bandung celebradas en 1955 y 1961 entre representantes de 53 países afroasiáticos y lideradas por Nasser<sup>(2)</sup> y Sukarno, de Egipto e Indonesia, respectivamente, sobre problemas y perspectivas comunes, y que pu so de manifiesto la creciente solidaridad de los mismos, se sentaron las bases

---

(1) Asimismo, desde 1945 a 1955 Los Estados Unidos distribuyeron en ayuda exterior unos 51 000 millones de dólares, de los cuales llegaron a suelo europeo-- unos 33 500 millones de dólares. La ayuda sirvió para resanar las heridas de la guerra, establecer sólidos lazos comerciales entre el viejo y nuevo continente y colocar al frente de los nuevos regímenes europeos a los aliados estratégicos del país americano.

para una tercera fuerza: el Neutralismo, en el ámbito de la política internacional. Actualmente este bloque de países es conocido como el Grupo de los Países no Alineados o Grupo de los 77.

Volviendo a Norteamérica, tenemos que el plan Marshall lanzado por este país en 1947 consagró, en lo económico, el orden político surgido después de la Guerra. Permitió una rápida reconstrucción y sentó las bases para dos décadas de una prosperidad inusitada hasta entonces. Además, al cubrir casi gratuitamente el "Vacío de dólares" sufrido por el viejo continente, Norteamérica extendió y afianzó la zona de influencias creada a su alrededor (América Latina y Canadá) por la política del "Buen Vecino" del presidente Roosevelt.

Lo de menos fue el precio, siempre rentable, de crear un imperio, pues la siembra de dólares continuó tras 1952 en otras formas y lugares. Su recepción dio contenido al multilateralismo, la integración y cooperación de Occidente. La otra cara de la moneda, es que se iniciaba así la política de bloques, se posibilitaba la guerra fría y nacía un esquema internacional altamente insatisfactorio para el tercer mundo.

Teorías como la del economista británico Keynes estaban destinadas a encajar en los intereses de los Estados Unidos, que antes de la guerra se aseguraron en América Latina y Canadá un área privada del dólar, donde invirtieron durante el conflicto, 12 000 millones de dólares. A cambio de productos como azúcar, café, frutas, cobre, estaño y petróleo, se aseguraron las ventas de manufacturas.

Siguiendo lo que luego fueron conocidas como Directrices Keynesianas, gobiernos de tres continentes, que elevaron el mantenimiento de altos niveles

---

(2) Otros Líderes destacados del movimiento de países y pueblos no alineados fueron Nehru y Tito, gobernantes de la India y Yugoslavia, respectivamente.

de empleo a la categoría de responsabilidad nacional, según Robert Leckachman, se preparaban para influir sobre la demanda global estimulando el consumo, la inversión privada, la inversión pública, o los tres a la vez.

En este contexto se encuentra la conferencia de Bretton Woods de 1944 que fue el intento aliado de prepararse con tiempo para aquellas necesidades. --- Allí, frente a las más ambiciosas aspiraciones del economista británico (un organismo que administrará la liquidez internacional mediante una unidad de cuenta que impidiera los desajustes con el oro), prosperó la propuesta atenuada del estadounidense Harry Dexter White: crear un Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento o Banco Mundial<sup>(1)</sup> y, paralelamente, el Fondo Monetario Internacional (FMI), para promover la estabilidad de cambios, mediante la rigidez de paridades en torno al dólar y eliminar barreras en los pagos.

En vez de un banco central que poseería su propia moneda, se acordó una sociedad por acciones (cada país depositaría oro y monedas) que limitaría la tendencia de los deudores a aumentar sus deudas y no incrementaría sus recursos en proporción al futuro comercio internacional. En la práctica, al dejar

---

(1) El Banco Internacional para la Reconstrucción y el Desarrollo (BIRD) o -- Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional (FMI), organismos de las Naciones Unidas, representan los mecanismos impulsores y de control de las políticas económicas de los países llamados occidentales o de "economía de mercado"; ambos organismos conceden créditos a los países que los solicitan sobre ciertas condiciones. Creados a partir de las reuniones de Bretton Woods (EE.-UU.) en 1944, donde se trazaron las grandes líneas de reconstrucción económica de Keynes que dieron origen a las sociedades "de consumo de masas"; ambos órganos se rigen por un Consejo de Gobernadores en el que cada Estado miembro tiene un voto y otros tantos por cada 100 000 dólares que aporte.

de relacionar la acumulación de oro con las ventas al exterior, los países -- tendrían que reunir dólares, lo que provocó fuertes aumentos de la circula--- ción de dicha divisa entre 1949 y 1968.

El nacimiento y vida del nuevo sistema monetario, que iba a ser estimula-- do rápidamente por la lluvia de dólares sobre Europa, fue eficaz y rentable -- en los aspectos económico y político, según Ramón Tamames. Los países euro-- peos salían de la guerra con sus industrias destruidas, sin stocks de mate-- rias primas, con grandes deudas frente a Estados Unidos (Derivadas de la Ley-- de préstamos y arriendos para el conflicto), o con importantes reparaciones -- para pagar (Alemania e Italia).

Como lo precario de la situación empujaba a los partidos socialistas y -- comunistas a reclamar la socialización, sólo había dos salidas: o la ayuda de los EE.UU., único país en condiciones de concederla, o la planificación socia-- lista, con la esperanza de que la fuerte reducción temporal en el consumo per-- mitiría la inversión y la rápida recuperación. La primera fue adoptada por -- Europa del Oeste; la segunda por los países del Este.

#### b) Los Sistemas Económicos en el Mundo.

Desde luego, los bloques de países señalados dieron lugar a sistemas eco-- nómicos diferentes. Por una parte y en el ámbito de los países occidentales,-- a partir de 1953, fecha fundacional de la CECA (Comunidad Económica del Car-- bón y del Acero), empieza en Europa todo un proceso muy interesante de crear-- un mercado común. Dicho proceso se inicia con la creación de un mercado común entre Bélgica y Luxemburgo y después de varios intentos desarrollados en ese-- sentido, los esfuerzos culminan mediante la celebración del tratado de Roma -- en marzo de 1957 con la creación de la Comunidad Económica Europea o Mercado-- Común Europeo, donde, los países firmantes son: República Federal Alemana, -- Bélgica, Francia, Holanda, Italia y Luxemburgo.

Los objetivos fundamentales de la CEE fueron: con el establecimiento de un mercado común y el acercamiento progresivo de los Estados miembros, promover el desarrollo armonioso de las actividades económicas en la comunidad, -- una expansión continua y equilibrada, una estabilidad creciente, un aumento del nivel de vida y unas relaciones más estrechas entre los Estados miembros.

Los medios para realizar dichos fines son: la libre circulación de mercancías entre los países miembros, merced a la gradual eliminación de las barreras aduaneras (aranceles, contingentes, etc.) y el establecimiento de una tarifa común frente a terceros países; política agrícola común; libre circulación de personas, servicios y capital; política común en materia de transportes; puesta en vigor, de forma gradual, de una política económica común en lo referente a sistemas fiscales, seguros sociales; en definitiva, de un acercamiento de las respectivas legislaciones económicas y sociales; facilitar los acuerdos entre empresas que contribuyan a mejorar la producción e distribución de los productos y a impulsar el progreso técnico prohibiendo, sin embargo, las políticas (estatales o empresariales) que tiendan a restringir la competencia en el mercado (cartels, trust, monopolios, dumpings, discriminaciones fiscales, etc.).

El tratado tiene vigor por tiempo indefinido, fijando etapas para su aplicación; de hecho actualmente se continúa trabajando en los aspectos técnicos y estratégicos para el establecimiento de todo este proceso. Se espera que -- tal proceso se consolidará mayormente en 1992.

Con la firma del tratado se establecieron dos categorías de países miembros; de pleno derecho que en principio fueron los seis países firmantes del tratado, y miembros asociados, Turquía, Grecia y las antiguas colonias francesas, Belgas e Italianas en Africa. El número de países con pleno derecho, se -- ha visto incrementado con la adhesión de Dinamarca, Gran Bretaña y la Repúbli-



ca de Irlanda en 1973<sup>(1)</sup> y con Grecia en 1981. Actualmente y debido al ingreso de España y Portugal, la CEE está formada por un total de 12 países miembros, - con lo cual se constituye en uno de los principales bloques comerciales en el mundo.<sup>(2)</sup>

Por otra parte, ya unos años antes de formarse la CEE y entre los intentos de unión de Europa Occidental que se manifiestan con la creación de la antigua OEEC en 1948, conocida a partir del 1961 más bien como la OCDE (Organización de Cooperación y Desarrollo Económico), así como con la creación en 1949 de la OTAN (Organización del Tratado del Atlántico del Norte). La Unión Soviética se vió en la necesidad de crear organismos similares para los países socialistas. En 1949 se formó el Consejo para la Asistencia Económica Mutua (COMECON o CAME), que comprende a la URSS, Checoslovaquia, República Democrática Alemana, Bulgaria, Hungría, Polonia y Rumanía, más Cuba, Vietnam y Mongolia.

El objetivo principal del COMECON es conseguir una mayor especialización entre los países (División internacional del trabajo productivo) y evitar la mala asignación de los recursos para el conjunto del área. Las dificultades principales en el logro de sus objetivos han sido derivadas del hecho mismo de ser un organismo coordinador sin poder ejecutivo.

---

(1) El tratado de adhesión de Gran Bretaña, Irlanda y Dinamarca a la CEE fue firmado el 22 de enero de 1972.

(2) Ya en 1982, la CEE era la segunda potencia económica del mundo. Su volumen de importaciones era de 529000 millones de ECUS (European Currency Unit), y el de exportaciones de 479000 millones. Practicamente el 50% de este movimiento comercial se desarrolla en el interior de la Comunidad, hecho que evidencia la influencia de la unión aduanera en el logro de estos elevados niveles de intercambios comerciales (en 1958 este porcentaje era del 30%).

Propósito del COMECON en su formación fue la de garantizar el crecimiento económico de los países marxistas con vistas a igualar o incluso superar a Occidente, pero 41 años más tarde, el CAME requiere de una reorganización radical, debido fundamentalmente a la ineficiencia de su planificación central y a la falta de visión de un sistema de empresas, cuyas actividades se basan en la obtención de utilidades.

Contrariamente a la Comunidad Económica Europea, el COMECON no tiene parlamento supranacional ni manera de influir en las decisiones de los países -- miembros. Además, las monedas europeas orientales no son convertibles entre ellas ni a monedas occidentales.

Actualmente, la mayoría del comercio dentro de las naciones miembros del CAME se realiza con el rublo transferible, una moneda especulativa con una ta sa fija que no puede realmente ser cambiada por alguna otra moneda. El resultado, es que cualquier país miembro que registre un excedente de rublos trans feribles con un socio comercial, no puede usarlos para compensar un déficit - con un segundo socio comercial.

Es en este contexto donde la URSS, en un esfuerzo tendiente a una profunda reestructuración del COMECON en orden a mantenerlo a la altura de los radi cales cambios que se suceden en Europa Oriental, ha propuesto en la reciente reunión cumbre anual de Sofía, Bulgaria, que una moneda dura, presumiblemente el dólar reemplace la actual unidad de negociación entre las naciones del CAME, el rublo transferible.

Se estima que dicha medida añadirá mucha de la flexibilidad requerida para negociar dentro del COMECON, haga que los precios se acerquen más a aquellos usados en Occidente y acelere el proceso de hacer que las monedas indivi duales en el bloque oriental sean convertibles en otras monedas.

Se consideran también dos problemas a enfrentar: el primero es las nada - competitivas y bajas tasas de interés, las cuales reducen el incentivo para -

que los miembros individuales registren excedentes de moneda dura. Y, segundo, la pobreza de algunos países miembros, los cuales ya registran enormes déficit en rublos transferibles y encontrarían imposible financiar déficit similares en una moneda dura.

c) Perspectivas de los Sistemas Económicos.

Los trabajos de la Comunidad Económica Europea serán consolidados en el transcurso de la década de los 90's, concretamente, a partir de 1992. Existirá plenamente la libre circulación de mercancías entre los países miembros, el libre tránsito, es decir, la libre circulación de personas, servicios y capital; una política común en materia de transportes, una política económica común en lo referente a sistemas fiscales y seguros sociales; un Banco Central que opere con una sola moneda: el ECU o ECUS (European Currency Unit) y desde luego, el Parlamento Europeo. La Comunidad será prácticamente como un sólo país, con una misma bandera y bajo normas internas de producción, calidad, etc., y una liberalización total de los servicios bancarios de seguros, etc.

Los recientes cambios en política suscitados dentro de los países del blo que oriental, influirán de alguna manera en el Mercado Común Europeo; es muy probable que con el cambio real de gobierno en Alemania Democrática, el libre tránsito de personas y mercancías entre las dos Alemanias y una libre contratación, entre otras modalidades, se permita de manera indirecta que Alemania-Oriental esté también dentro de la Comunidad Económica Europea.

Considerando también los cambios políticos en Polonia, su situación estratégica y sus continuos nexos con los países occidentales que le han permitido obtener diversos créditos, es de esperarse también una participación importante de este país dentro de la CEE. El caso de Checoslovaquia puede ser más o menos similar al de Polonia.

Por otra parte y con respecto a los países miembros de Europa Oriental o-

países miembros del COMECON, es de esperarse un cambio real interno y estratégico, según se desprende de la reciente reunión cumbre de Sofía, Bulgaria. --  
Reestructuración profunda que se iniciará muy probablemente con la Coordinación de los Planes Económicos 1991-1995.

Los países árabes, por su parte, en la medida en que minimicen sus diferencias y liderados tal vez por Arabia Saudita, representarían en un momento dado realmente otro bloque.

Otros países de Asia como Corea del Sur, China, Formosa, Camboya, Vietnam, Laos, etc., un poco liderados por Japón, pueden representar otro bloque aunque, probablemente, en dos o tres niveles diferentes.

En el caso de América, pues podríamos tener por una parte, el mercado común de América del Norte con los Estados Unidos, Canadá y México y, por la otra, mercados comunes muy de inicio entre países latinoamericanos como por ejemplo Argentina, Brasil y Uruguay.

Las implicaciones bajo estas circunstancias son que la hegemonía de los Estados Unidos y la Unión Soviética no desaparece plenamente pero sí, prácticamente, los EE.UU. dejarán de ser la primera potencia mundial, tanto en los aspectos económico como financiero. Militarmente tal vez no, pero sí en los aspectos mencionados. Actualmente, los Estados Unidos ya no representan cifras entre el 60 y 70% de la participación financiera económica mundial, como antaño, sino más bien cifras de alrededor del 25%.

Después de siete años de crecimiento, la economía de los Estados Unidos comenzó a desacelerarse a partir del segundo trimestre de 1989, cuando el ritmo de avance del PNB bajó de 4.4% a 2.5%. La producción industrial se incrementó 1.2% anualizado en noviembre frente a 5.7% un año antes, según el Departamento de Comercio, por debilidad en la demanda del sector manufacturero, baja inversión y altas tasas de interés.

El elevado crecimiento de principios de año generó presión inflacionaria, -

que motivó el alza de impuesto en la tasa de interés preferencial<sup>(1)</sup>, que pasó de 10.5% a 11.5%, altura en la que se mantuvo hasta comienzos de junio,-- cuando el descenso del ritmo de crecimiento del PNB y de los precios por contención de la demanda, empleo y menor uso de capacidad instalada, permitió la baja de un punto de la tasa preferencial, altura con que cerró el año.

Según cifras del Departamento de Comercio, el PNB se elevó 2.8% en 1989,-- un punto menos que un año antes y la inflación 4.9%, un punto más que en 1988.

Dicho crecimiento se acompañó de desequilibrio en las cuentas externas y las finanzas públicas. El déficit comercial alcanzó 91,190 millones de dólares a octubre, 6.2% inferior al de igual período del año anterior. El déficit presupuestal ascendió a 155,000 millones de dólares, según el FMI al cierre de -- 1989. La deuda pública, la más elevada del mundo, representó el 48% del PNB, -- lo que presionó ambos déficits.

En el caso de México y considerando los recientes cambios políticos suscitados en los países de Europa Oriental, es de esperarse una notoria restricción en términos de apoyo económico, financiero y comercial por parte de la -- CEE y en favor de México y de varios países latinoamericanos. Dichos apoyos -- serán canalizados muy probablemente a los países del bloque oriental, especialmente dirigidos por Alemania Federal y Francia.

Desde luego, la falta de apoyos externos puede ser atenuada en cierta medida por inversionistas nacionales con capacidad de inversión y dispuestos a -- correr riesgos en México.

Un resumen de los principales hechos económicos en nuestro país de la década -- por terminar son:

1) Profunda transformación del gobierno, que del protagonismo económico pasa a

---

(1) Tasa de interés preferencial o "Prime Rate", es la tasa de interés que operan los principales bancos estadounidenses con sus mejores clientes.

la determinación de rumbo y mando.

- 2) Cambios en la estructura de precios relativos: el tipo de cambio se vuelve clave en el descenso de la inflación; el precio del dinero se mantiene elevado, los salarios reducen su participación en el ingreso nacional, y los precios y tarifas del sector público se contraen;
- 3) Los créditos externos dejan de ser fuente esencial de financiamiento;
- 4) La protección nacional de la competencia externa se transforma en apertura decidida;
- 5) La agricultura cae en una crisis severa y no apoya a la expansión económica;
- 6) Los rezagos sociales se ensanchan llevando a un numeroso grupo social a la pobreza extrema;
- 7) El estancamiento económico retrasa la generación de empleo;
- 8) La franja fronteriza se añadió a las regiones tradicionalmente en crecimiento;
- 9) El mercado externo y la inversión privada comienzan a repuntar, aunque sin tomar un papel activo en la recuperación económica;
- 10) La globalización de la economía mundial hace más difícil la inversión competitiva del país en ese marco.

La evolución de la economía mexicana en la década de los noventas, dependerá mayormente de la combinación de dichos acontecimientos con las nuevas medidas de política económica que se implanten para los próximos años.

En la carta de intención enviada por México al FMI el 15 de enero del año en curso y en la cual se solicita se apruebe el segundo año del convenio de facultad ampliada suscrito en abril de 1989, México establece el acuerdo con sus acreedores comerciales, en materia de débito, suficiente para alcanzar los objetivos de estrategia económica en 1990, se compromete a continuar el crecimiento, combatir la pobreza, tener libre acceso a los mercados cambiarios , -

consolidar la confianza y el cambio estructural. Se prevé una inflación del 15%, un crecimiento del PIB de 3.5%, un crecimiento en la inversión interna, una disminución del déficit en cuenta corriente y continuación del fortalecimiento de las finanzas públicas.

En este contexto, resulta clara la necesidad de profundos cambios en el campo. El ejido, en cuanto a su posición formal, probablemente no se privatizará pero al menos, en cuanto a su operación sí se privatizará.

d) Cambios en los Sistemas Estratégicos.

Entonces, esto es un poco el gran contexto mundial; con bloques de - - países que comprenderán entre 300 y 500 millones de habitantes, con decisiones económicas, financieras y de producción de bienes y servicios de toda índole prácticamente a nivel mundial. Esto en turno, implica un cambio verdadero en los sistemas económicos; con un desarrollo realmente significativo en la automatización, una calidad casi total de los productos y un tremendo - - acceso a los mercados mundiales.

Con la apertura de los mercados mundiales, el crecimiento de la demanda real será verdaderamente impresionante, por tanto, serán necesarios cambios profundos en los sistemas de producción. De hecho, con la regionalización de la producción se buscarán formas de producir más sin importar a qué país - - corresponde, y, desde luego, de manera económica en términos de mano de obra, uso de tecnología, tipos de inversión etc.

Cambios verdaderos en los sistemas económicos, de producción, de mercadeo, de transportación y de desarrollo tecnológico, con una marcada tendencia a - concentrarse la tecnología en los países punta; estos cambios económicos y financieros implican también cambios en los sistemas estratégicos. Cambios en la estrategia mundial tanto relativos a aspectos geográficos como a los aspectos económico y financiero.

e) ¿Hacia dónde apuntan todos estos cambios?

No sólo por los cambios políticos que se están registrando en estos días en el mundo, principalmente en los países del Este, sino por ciertos indicios y premoniciones que han venido registrándose en las últimas décadas, uno puede aventurarse a vislumbrar las posibles consecuencias finales de todo esto, cuando los cambios se hayan definido y consolidado.

Los cambios tienen que ser, y son, en los órdenes políticos, social y económico, y en todo lo que de ello se deriva. Los países socialistas están abandonando sus sistemas, pero no del todo sus ideas. Y en los países capitalistas, para algunos de sus miembros más inteligentes esto no significa el abandono -- del socialismo y la ratificación y consagración para siempre del sistema liberal-capitalista. Sólo algunos podrían engañarse.

Ahora bien, ¿qué va a suceder, entonces? Nosotros pensamos que una de las posibilidades podría ser el nacimiento de una tercera posición socioeconómica, e incluso política; una tercera posición que fuera más o menos ecléctica; es decir, que tomara lo bueno que evidentemente generó el socialismo y lo bueno -- que sin duda tiene el capitalismo y, fusionado todo esto, naciera una nueva -- doctrina económica, social y, desde luego, política.

Desde el punto de vista de la geopolítica, es previsible que se vayan formando cada vez más grupos de naciones con intereses más o menos comunes, hasta llegar en un tiempo no lejano, a constituir la tan pronosticada gran federación mundial de naciones, con objetivos comunes, políticas comunes, y medios -- comunes. Claro, esto último podría tardar todavía algunas décadas; pero puede llegar a suceder. Y algunos no dudan de que efectivamente sucederá.

Como una consecuencia de todos estos cambios, vendría, según estos pronosticadores, una nueva concepción del mundo y de la vida y, por tanto, una nueva filosofía y tal vez hasta una religión más depurada.

Los cambios que están sucediendo ahora en el mundo eran inconcebibles hace apenas unos años. ¿Quién asegura, por tanto, que no van a continuar los cambios, hasta que todo sea relativamente nuevo en esta Tierra?



## 2.- SITUACION ACTUAL Y PERSPECTIVAS DE LA SEGURIDAD SOCIAL

Congruente con lo anterior y en concreto, los seguros sociales tendrán - que internacionalizarse; la gran movilidad regional o zonal de los trabajado res, sin importar el país de origen, hará posible que el trabajador conserve sus derechos laborales al viajar de un país a otro y dentro de una región de terminada; esto implica un cambio en las estructuras de las instituciones de seguridad social. Adicionalmente, las demandas en general de aseguramiento - van a cambiar radicalmente.

Actualmente las coberturas de los seguros sociales no responden a las -- demandas reales de la población; no responden a los intereses básicos de los asegurados. Por tanto, es de esperarse un cambio estructural: algunos ramos de seguro en vigor deben desaparecer; otros, en cambio, deben surgir; en el - orden administrativo, los seguros sociales probablemente se parcializaran por ramos de seguro y de operación entre uno y otro ramo, prácticamente serán in dependientes.

Cambios en la administración y operación de los seguros sociales, son necesarios para fortalecer y actualizar la seguridad social en México y evitar la privatización de los mismos. En este sentido, existe un propósito medio se creto de convertir los seguros sociales en grandes aseguradoras autofinancia bles, que presten y cobren los servicios a los niveles correspondientes, sin - desaparecer esa idea tan querida por nosotros que es la solidaridad entre in dividuos y generaciones.

Alrededor de un 20% de la masa salarial es destinado a la seguridad social en México; otros países que ofrecen la operatividad de los seguros sociales en términos impositivos, destinan entre el 15 y 18% de la masa salarial para - -- estos mismos fines; por tanto, nuestro país, tanto en el orden económico como en el de la producción de tales servicios, está fuera de la competencia a - --

nivel internacional, por cuanto sus condiciones en la materia son mejores.

### 3.- APORTACIONES HECHAS POR EL SISTEMA PROPUESTO

Los sistemas financieros y económicos de la seguridad social tendrán que aspirar a masas menores de recursos a un mejor ordenamiento de los servicios, al abatimiento de los costos operativos y de servicios. Ello obligará a buscar sistemas financieros altamente competitivos que repondan plenamente al -- contexto internacional y nacional de los seguros sociales; actualmente los -- sistemas financieros tradicionales ya no responden a los cambios de contexto que venimos señalando.

Tales cambios en los sistemas financieros y en el orden administrativo de los seguros sociales implica, básicamente, el desarrollo de nuevos sistemas - altamente operativos. El modelo de sistema financiero propuesto en el presente trabajo, contempla la dinámica de los cambios estructurales y estratégicos de los seguros sociales, de tal manera que, en términos presupuestales, opere ejercicio por ejercicio con cantidades de recursos financieros estrictamente-necesarias, más un margen de variación dentro de la normalidad de dichos recursos.

La institución de seguridad social puede operar ejercicio por ejercicio con la cantidad de recursos financieros esperados y relativos a las contingencias que está cubriendo la institución; esto es, una cantidad esperada en términos del gasto y que normalmente va a estar cubriendo la institución. Además, dentro de esa normalidad se establece un margen financiero para cubrir cierto tipo de variaciones caracterizadas como normales. Estas son las aportaciones-fundamentales del sistema financiero que se está presentando aquí.

La operatividad para un ejercicio presupuestal determinado de la institución, está plenamente garantizado y los cambios demográficos que con el tiem-

po pueden darse, pueden simularse como situaciones futuras dentro de este modelo. En su estructura, este modelo contempla un período fundamental de tiempo muy pequeño; una vez estructurado este modelo de sistema financiero - - -- propuesto, el período fundamental de tiempo matemáticamente puede ser cualquier y el más idóneo para efectos de la institución.

Ciertamente mediante este modelo la institución no cubre las contingencias extremas, como pueden ser los terremotos, epidemias devastadoras, etc; - pero también es cierto que las instituciones actuales y a través de los sistemas financieros tradicionales tampoco responden a variaciones accidentales de esta naturaleza. Por tanto, se trata entonces de establecer un riesgo razonable, un riesgo controlable, mediante los márgenes financieros propuestos con este sistema.

## CAPITULO IV

### INTRODUCCION A UN MODELO SOBRE LINEAS DE ESPERA

#### 1.- Postulados Básicos

Consideremos una población de  $N_i$  personas,  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , en un tiempo  $t$ . Supongamos, además, que deseamos analizar esta población después de transcurrida una pequeña fracción de tiempo, digamos  $\Delta_t$ .

Realizamos el análisis de esta población exactamente en el tiempo  $t + \Delta_t$ , bajo los siguientes postulados:

i)  $\Delta_t$  es lo suficientemente pequeño, de forma tal que, durante este lapso, el sistema solamente registra llegadas o salidas de personas de uno en uno y de manera excluyente. Esto es; no existen llegadas y salidas simultáneas, ni llegadas o salidas dobles, triples, etc., dentro del sistema.

ii) El sistema solamente registra uno y sólo uno de los tres eventos siguientes, después de transcurrido el tiempo  $t + \Delta_t$ :

. Llega una persona al sistema;

. Sale una persona del sistema;

. No llega ni sale persona alguna del sistema; éste permanece exactamente igual a como estaba en el tiempo  $t$ .

iii) Congruente con la incertidumbre presentada en estos eventos del sistema, observamos las probabilidades asociadas que se deben considerar para el análisis de la población en el tiempo  $t + \Delta_t$ . Para ello, supongamos que

$\lambda$  y  $\mu$  sean valores promedio de llegadas al sistema y salidas del sistema respectivamente, en la fracción de tiempo  $\Delta_t$ ; entonces tenemos:

. Probabilidad de que llegue una persona al sistema en el tiempo  $\Delta_t$  =  
=  $\lambda \Delta_t$ ;

. Probabilidad de que salga una persona del sistema en el tiempo  $\Delta_t$  =  
=  $\mu \Delta_t$ ;

. Probabilidad de que no llegue ni salga una persona en el tiempo  $\Delta t$  =  
=  $1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$ .

Y adicionalmente,

. Probabilidad de dos llegadas al sistema en el tiempo  $\Delta t$  = Probabili--  
dad de dos salidas del sistema en el tiempo  $\Delta t = (\lambda \Delta t) (\lambda \Delta t) =$   
 $(\lambda \Delta t)^2 = (\mu \Delta t)^2 = 0$

. Probabilidad de una llegada y un salida en el sistema en el tiempo  $\Delta t$  =  
=  $(\lambda \Delta t) (\mu \Delta t) = \lambda \mu (\Delta t)^2 = 0$

Y en general,

. Probabilidad de más de una llegada al sistema y/o más de una salida --  
del sistema en el tiempo  $\Delta t = 0$ .

## 2.- Analogía del modelo sobre líneas de espera que se esta definiendo con --- respecto a un caso real.

Consideremos una institución, como el seguro social, donde una persona se da de alta y hace cola en espera de un servicio que, eventualmente, será el si niestro ante el cual operará la cobertura correspondiente. Este hecho, que una persona ingrese al régimen del seguro y se mantenga en espera del servicio, re fleja el efecto de llegada de una persona al sistema. Asimismo, una vez que el asegurado ha sido dado de alta y llega, en efecto a siniestrarse, deja entonces de ser miembro activo del seguro y pasa a formar parte de los asegurados sines trados. Desde luego, también el asegurado sale si se suspenden el pago de sus cuotas. Caso en el cual simplemente, ya no estarán en vigencia los ramos del seguro correspondientes.

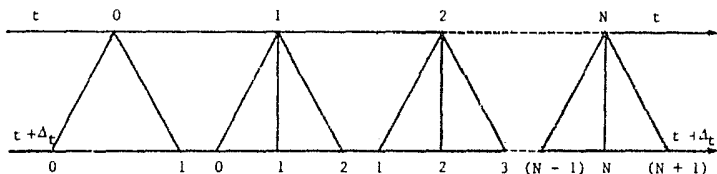
Ambas situaciones, que se siniestre el asegurado o que suspenda el pago de sus cuotas, representan el efecto de salida.

De hecho, bajo el régimen del seguro social, existe una normatividad que estipula que el asegurado deberá cotizar al menos 150 semanas para tener derecho a la indemnización correspondiente en caso de siniestro.

Estos eventos dicotómicos, observados a grandes rasgos en el caso del Seguro Social y que incluyen que el asegurado se siniestre o no se siniestre, -- son precisamente los que tratamos de representar con las llegadas al sistema y salidas del sistema en el caso de nuestro modelo incipiente de líneas de Espera.

### 3.- Revisión y desarrollo de los eventos del sistema.

Consideremos el siguiente esquema gráfico:



Entonces, lo que tratamos de decir con la gráfica anterior es lo siguiente:

El proceso se inicia en el tiempo  $t$  y termina en el tiempo  $t + \Delta t$ . Ahora bien, si el proceso se inicia con cero personas en el tiempo  $t$ , puede suceder que termine con las mismas cero personas; o bien, que termine con una persona, puesto que a lo más puede llegar una y no más que una en el tiempo  $t + \Delta t$ .

Análogamente, si en el sistema había una persona en el tiempo  $t$  puede suceder que ésta salga y el sistema registre cero personas en el tiempo  $t + \Delta t$ . De la misma forma, si había una persona y no llegó ni salió persona alguna, -- entonces el sistema permanece con una persona al final del tiempo  $t + \Delta t$ . -- Finalmente, si había una persona y llega otra más, el sistema termina con dos personas en el tiempo  $t + \Delta t$ .

En general, si el sistema contempla  $N$  personas en el tiempo  $t$ , puede suceder que al final del tiempo  $t + \Delta t$  el sistema termine con  $(N - 1)$  personas - si salió una, con las mismas  $N$  personas si no salió ni llegó persona alguna y con  $(N + 1)$  personas si llegó una.

De hecho, cuando el proceso se inicia con  $N$  personas correspondería entonces al planteamiento general para el caso de una institución como la del Seguro Social ya aludida.

4.- Idea sobre la Matriz de Probabilidades que se pretende construir.

Supongamos que en el tiempo  $t$  (eje vertical) tenemos las probabilidades - con que se presenta la población:  $P_T(0)$ ,  $P_T(1)$ ,  $P_T(2)$ , etc., esto es, la probabilidad de que existan cero personas, una persona, dos personas, etc., en el tiempo  $t$ , dentro del sistema.

Y análogamente, consideremos que en el tiempo  $t + \Delta t$  (eje horizontal), - también tenemos las probabilidades de población  $P_T(0)$ ,  $P_T(1)$ ,  $P_T(2)$ , etc., en este lapso fundamental en el presente análisis.

Entonces, la matriz de probabilidades es como sigue:

	$P_T(0)$	$P_T(1)$	$P_T(2)$	$P_T(3)$	$P_T(4)$	$P_T(5)$	$P_T(6)$
$P_T(0)$							
$P_T(1)$							
$P_T(2)$							
$P_T(3)$							
$P_T(4)$							
$P_T(5)$							
$P_T(6)$							

Como una primera aproximación y con objeto de simplificar el llenado de las casillas de la matriz correspondientes a los eventos del sistema, consideremos como cierta la existencia de 0, 1, 2, etc., personas en el tiempo  $t$ . Posteriormente, se considerará la existencia de esta población en el tiempo  $t$  con probabilidades  $P_T(0)$ ,  $P_T(1)$ ,  $P_T(2)$ , etc.

Congruente con lo anterior, se calculan las probabilidades de la población en el tiempo  $t + \Delta_t$  a partir de una población dada en el tiempo  $t$ . Esto es, las probabilidades por renglones.

Posteriormente, con objeto de obtener las ecuaciones de recurrencia, se procederá a calcular dichas probabilidades en el tiempo  $t + \Delta_t$  por columnas y en función de las probabilidades de población en el tiempo  $t$ .

#### 5.- Cálculo de las probabilidades de los eventos del sistema

Recordando el postulado iii)

$$\begin{aligned} & \cdot \text{Probabilidad de que llegue una persona al sistema en el tiempo } \Delta_t = \\ & = \lambda \Delta_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \text{Probabilidad de que salga una persona del sistema en el tiempo } \Delta_t = \\ & = \mu \Delta_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \text{Probabilidad de que no llegue ni salga una persona en el tiempo } \Delta_t = \\ & = 1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t \end{aligned}$$

Si el sistema comienza con cero personas en el tiempo  $t$ , la probabilidad de que termine en cero al final del tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a la probabilidad de que no llegue una persona en el tiempo  $t + \Delta_t = 1 - \text{Probabilidad de llegada} = 1 - \lambda \Delta_t$  o bien,

$$P_T(0) = 1 - \lambda \Delta_t$$

Ahora, si el sistema comienza con cero personas en el tiempo  $t$ , la probabilidad de que termine con una al final del tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a la probabilidad de que llegue una persona =  $\lambda \Delta_t$  entonces;

$$P_T(1) = \lambda \Delta_t$$



Uniendo los dos resultados obtenidos tenemos el primer renglón de la matriz de probabilidades que se pretende construir. Esto es:

	$P_r(0)$	$P_r(1)$	$P_r(2)$	...
$P_r(0)$	$1 - \lambda \Delta_t$	$\lambda \Delta_t$		...
$P_r(1)$				...
...	...	...	...	$t + \Delta_t$

Análogamente, si hay una persona en el sistema en el tiempo  $t$ , la probabilidad de que existan cero personas en el tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a la probabilidad de que esta persona salga del sistema =  $\mu \Delta_t$  o bien;

$$P_r(0) = \mu \Delta_t$$

Ahora, si hay una persona en el sistema en el tiempo  $t$ , la probabilidad de que el sistema se mantenga con esta persona al final del tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a la probabilidad de que no llegue otra persona al sistema, más la probabilidad de que no salga la persona del sistema =  $1 -$  la probabilidad de llegada - probabilidad de salida =  $1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$  o bien;

$$P_r(1) = 1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$$

Y finalmente, si el sistema tenía una persona en el tiempo  $t$ , la probabilidad de que existan dos personas en el tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a la probabilidad de que llegue una persona más al sistema =  $\lambda \Delta_t$  o bien;

$$P_r(2) = \lambda \Delta_t$$

Uniendo los tres resultados anteriores tenemos el segundo renglón de la matriz de probabilidades; esto es:

	$P_r(0)$	$P_r(1)$	$P_r(2)$	...
$P_r(0)$	$1 - \lambda \Delta_t$	$\lambda \Delta_t$		...
$P_r(1)$	$\mu \Delta_t$	$1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$	$\lambda \Delta_t$	...
$P_r(2)$				...

$t + \Delta_t$

Continuando con el llenado de las casillas de la matriz tenemos:

Si hay dos personas en el sistema en el tiempo  $t$ , las probabilidades de que existan una, dos, tres, personas en el sistema en el tiempo  $t + \Delta_t$  están dadas por:

$P_r(1)$  = Probabilidad de que salga una persona del sistema =  $\mu \Delta_t$ ;

$P_r(2)$  = Probabilidad de que no llegue ni salga una persona al ó del sistema =  $1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$

$P_r(3)$  = Probabilidad de que llegue una persona más al sistema =  $\lambda \Delta_t$

Y el tercer renglón de la matriz de probabilidades es como sigue:

	$P_r(0)$	$P_r(1)$	$P_r(2)$	$P_r(3)$	...
$P_r(0)$	$1 - \lambda \Delta_t$	$\lambda \Delta_t$			...
$P_r(1)$	$\mu \Delta_t$	$1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$	$\lambda \Delta_t$		...
$P_r(2)$		$\mu \Delta_t$	$1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$	$\lambda \Delta_t$	...
$P_r(3)$					...

$t + \Delta_t$

En general, si hay  $N_i$  personas,  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , en el sistema y en el tiempo  $t$  las probabilidades de que existan  $(N_i - 1)$ ,  $N_i$ ,  $(N_i + 1)$  personas en el tiempo  $t + \Delta t$  están dadas por:

$$P_r(N_i - 1) = \mu \Delta t$$

$$P_r(N_i) = 1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$$

$$P_r(N_i + 1) = \lambda \Delta t$$

Se aprecia entonces un comportamiento regular para todos y cada uno de los renglones y columnas de la matriz de probabilidades a partir de  $N_i = 1$ ; esto es, a partir de  $P_r(1)$ .

6.- Definición de una matriz para efecto del cálculo de probabilidades de los eventos correspondientes.

Definimos una matriz con valores  $N_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$  y con probabilidades  $P_r(0), P_r(1), P_r(2), P_r(3), P_r(4), P_r(5), P_r(6), \dots$  tanto para el tiempo  $t$  como para el tiempo  $t + \Delta t$  y anotamos en las casillas correspondientes las probabilidades de los eventos encontradas por renglones:

	$P_r(0)$	$P_r(1)$	$P_r(2)$	$P_r(3)$	$P_r(4)$	$P_r(5)$	$P_r(6)$
$P_r(0)$	$1 - \lambda \Delta t$	$\lambda \Delta t$					
$P_r(1)$	$\mu \Delta t$	$1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$	$\lambda \Delta t$				
$P_r(2)$		$\mu \Delta t$	$1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$	$\lambda \Delta t$			
$P_r(3)$			$\mu \Delta t$	$1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$	$\lambda \Delta t$		
$P_r(4)$				$\mu \Delta t$	$1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$	$\lambda \Delta t$	
$P_r(5)$					$\mu \Delta t$	$1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$	$\lambda \Delta t$
$P_r(6)$						$\mu \Delta t$	$1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t$

En esta matriz se aprecia claramente la regularidad mencionada entre los valores de probabilidades encontrados; así, la probabilidad de salida  $\mu \Delta_t$  se presenta en todas las columnas y en forma diagonal a partir de  $N_1 = 1$ ; lo mismo sucede con las probabilidades relativas a que el sistema permanezca igual  $1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t$  y la probabilidad de llegada  $\lambda \Delta_t$ .

7.- Determinación de las ecuaciones de recurrencia a partir de la matriz de probabilidades

Hasta ahora, a partir de una población dada en el tiempo  $t$ , se han calculado las probabilidades de población  $P_r(0)$ ,  $P_r(1)$ ,  $P_r(2)$ , ... correspondientes al tiempo  $t + \Delta_t$ . Sin embargo, la población en el tiempo  $t$  también está expresada en función de probabilidades; así,  $P_r(0)$  en el tiempo  $t$  denota la probabilidad de cero personas en el tiempo  $t$ ,  $P_r(1)$  la probabilidad de una persona en el tiempo  $t$ ,  $P_r(2)$  la probabilidad de dos personas en el tiempo  $t$ ; etc.

Con esta nueva consideración, se procede a calcular las probabilidades de población en el tiempo  $t + \Delta_t$  por columna y con objeto de obtener las ecuaciones de recurrencia de la matriz de probabilidades.

La probabilidad de que existan cero personas en el sistema en el tiempo  $t + \Delta_t$ , está dada por la suma de las probabilidades de los dos eventos siguientes:

i) Si había cero personas en el tiempo  $t$  con probabilidad  $P_r(0)$ , la probabilidad  $P_r(0)$  de que el sistema permanezca con cero personas al final del tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a la probabilidad  $P_r(0)$  del tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de que no llegue ninguna persona en el tiempo  $t + \Delta_t$ ; esto es:

$$P_r(0) = (1 - \lambda \Delta_t) P_r(0)$$

ii) Si había una persona en el tiempo  $t$  con probabilidad  $P_r(1)$ , la probabilidad  $P_r(0)$  de que el sistema termine con cero personas en el tiempo  $t + \Delta_t$  es igual a la probabilidad  $P_r(1)$  del tiempo  $t$  multiplicada por la probabi-

lidad de salida de la persona del sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ ; esto es:

$$P_r(0) = \mu \Delta t \cdot P_r(1)$$

Entonces, la probabilidad  $P_r(0)$  de que existan cero personas en el sistema en el tiempo  $t + \Delta t$  está dada por la suma de los dos eventos anteriores:

$$P_r(0) = (1 - \lambda \Delta t) P_r(0) + \mu \Delta t P_r(1) \quad \dots \quad (J)$$

Lo cual significa: la probabilidad de cero personas en el tiempo  $t + \Delta t$ , es igual a la probabilidad de que el sistema permanezca en cero personas en el tiempo  $t + \Delta t$ , más la probabilidad de que si había una persona en el tiempo  $t$ , ésta salga del sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ .

Análogamente, la probabilidad de que exista una persona en el sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ , está dada por la suma de las probabilidades de los tres - - eventos siguientes:

i) Si había cero personas en el sistema en el tiempo  $t$  con probabilidad  $P_r(0)$ , la probabilidad  $P_r(1)$  de que el sistema termine con una persona en el tiempo  $t + \Delta t$ , es igual a la probabilidad  $P_r(0)$  del tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de que llegue una persona al sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ ; esto es:

$$P_r(1) = \lambda \Delta t P_r(0)$$

ii) Si había una persona en el sistema en el tiempo  $t$  con probabilidad  $P_r(1)$ , la probabilidad  $P_r(1)$  de que el sistema permanezca con una persona al final del tiempo  $t + \Delta t$ , es igual a la probabilidad  $P_r(1)$  del tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de que no llegue ni salga una persona del sistema lo que es igual a:  $(1 - \text{probabilidad de llegada} - \text{probabilidad de salida})$  multiplicado por  $P_r(1)$ ; esto es:

$$P_r(1) = (1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t) P_r(1)$$

iii) Si había dos personas en el sistema en el tiempo  $t$  con probabilidad  $P_r(2)$ , la probabilidad  $P_r(1)$  de que el sistema termine con una persona al final del tiempo  $t + \Delta t$ , es igual a la probabilidad  $P_r(2)$  del tiempo  $t$  multipli

cada por la probabilidad de que salga una persona del sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ ; esto es:

$$P_r(1) = \mu \Delta t \cdot P_r(2)$$

Entonces la probabilidad  $P_r(1)$  de que exista una persona en el sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ , está dada por la suma de los tres eventos anteriores:

$$P_r(1) = \lambda \Delta t P_r(0) + (1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t) P_r(1) + \mu \Delta t P_r(2) \quad (K)$$

Lo cual significa: la probabilidad de existencia de una persona dentro -- del sistema y en el tiempo  $t + \Delta t$ , es igual a la probabilidad de cero personas en el tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de llegada de una persona en el tiempo  $t + \Delta t$ , más la probabilidad de existencia de una persona en el tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de no llegada y no salida dentro del sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ , más la probabilidad de existencia de dos personas en el tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de salida de una persona -- del sistema en el tiempo  $t + \Delta t$ .

Si deseamos encontrar la probabilidad  $P_r(2)$  de que existan dos personas -- en el tiempo  $t + \Delta t$ , el procedimiento abreviado es como sigue:

$P_r(2)$  es igual a: probabilidad  $P_r(1)$  del tiempo  $t$  por la probabilidad de que llegue una persona en el tiempo  $t + \Delta t = \lambda \Delta t \cdot P_r(1)$ , más la probabilidad  $P_r(2)$  del tiempo  $t$  por la probabilidad de que no llegue ni salga una persona en el tiempo  $t + \Delta t = (1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t) P_r(2)$ , más la probabilidad  $P_r(3)$  del tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de que salga una persona en el tiempo  $t + \Delta t = \mu \Delta t \cdot P_r(3)$

Así:

$$P_r(2) = \lambda \Delta t P_r(1) + (1 - \lambda \Delta t - \mu \Delta t) P_r(2) + \mu \Delta t P_r(3) \quad (L)$$

Resumiendo:

Las probabilidades  $P_r(0)$ ,  $P_r(1)$  y  $P_r(2)$  que significan las probabilidades correspondientes a la población de cero, una y dos personas en el tiempo  $t + \Delta t$ , son como sigue:

$$P_T(0) = (1 - \lambda \Delta_t) P_T(0) + \mu \Delta_t P_T(1) \dots (J)$$

$$P_T(1) = \lambda \Delta_t P_T(0) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_T(1) + \mu \Delta_t P_T(2) \dots (K)$$

$$P_T(2) = \lambda \Delta_t P_T(1) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_T(2) + \mu \Delta_t P_T(3) \dots (L)$$

Se infiere entonces que:

$$P_T(N_i) = \lambda \Delta_t P_T(N_i - 1) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_T(N_i) + \mu \Delta_t P_T(N_i + 1) \dots (M)$$

Lo cual significa que la probabilidad de que existan  $N_i$  personas en el tiempo  $t + \Delta_t$ , es igual a: la probabilidad de que existan  $(N_i - 1)$  personas en el tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de que llegue una persona más al sistema en el tiempo  $t + \Delta_t$ , más, la probabilidad de existencia de  $N_i$  personas en el sistema en el tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de que no llegue ni salga persona alguna del sistema en el tiempo  $t + \Delta_t$ , más, la probabilidad de existencia de  $(N_i + 1)$  personas en el sistema en el tiempo  $t$  multiplicada por la probabilidad de salida de una persona del sistema en el tiempo  $t + \Delta_t$ .

Las ecuaciones (J), (K), (L), y (M) correspondientes a las probabilidades de existencia de población de cero, una, dos, ...  $N_i$  personas en el tiempo  $t + \Delta_t$ , son las ecuaciones de recurrencia de la matriz de probabilidades definida.

## CAPITULO V

## DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DE RECURRENCIA

1.- Expresión de las ecuaciones de recurrencia en función de la probabilidad- $P_r(0)$ .

La ecuación (J), dice:

$$P_r(0) = (1 - \lambda \Delta_t) P_r(0) + \mu \Delta_t P_r(1) \quad \text{Entonces,}$$

$$\begin{aligned} \mu \Delta_t P_r(1) &= P_r(0) - (1 - \lambda \Delta_t) P_r(0) \\ &= P_r(0) - P_r(0) + \lambda \Delta_t P_r(0) = \\ &= \lambda \Delta_t P_r(0) \end{aligned}$$

$$\therefore P_r(1) = \frac{\lambda \Delta_t}{\mu \Delta_t} P_r(0) = \frac{\lambda}{\mu} P_r(0) \quad \text{Ahora, de la ecuación (K)}$$

$$P_r(1) = \lambda \Delta_t P_r(0) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(1) + \mu \Delta_t P_r(2) \quad (K)$$

Despejamos  $P_r(2)$ 

$$\begin{aligned} \mu \Delta_t P_r(2) &= P_r(1) - \lambda \Delta_t P_r(0) - (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(1) \\ &= P_r(1) - \lambda \Delta_t P_r(0) - P_r(1) + \lambda \Delta_t P_r(1) + \mu \Delta_t P_r(1) \\ &= (\lambda \Delta_t + \mu \Delta_t) P_r(1) - \lambda \Delta_t P_r(0) \end{aligned}$$

Sustituyendo  $P_r(1) = \frac{\lambda}{\mu} P_r(0)$  tenemos:

$$\begin{aligned} \mu \Delta_t P_r(2) &= (\lambda \Delta_t + \mu \Delta_t) \frac{\lambda}{\mu} P_r(0) - \lambda \Delta_t P_r(0) \\ &= \frac{\lambda^2 \Delta_t}{\mu} P_r(0) + \frac{\lambda \mu \Delta_t}{\mu} P_r(0) - \lambda \Delta_t P_r(0) \\ &= \frac{\lambda^2 \Delta_t}{\mu} P_r(0) \end{aligned}$$

$$\therefore P_r(2) = \frac{\lambda^2 \Delta_t}{\mu^2 \Delta_t} P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0) \quad \text{Análogamente, de la ecuación:}$$

$$P_r(2) = \lambda \Delta_t P_r(1) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(2) + \mu \Delta_t P_r(3) \quad (L)$$

Puede ser demostrado que:

$$P_r(3) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 P_r(0)$$

De hecho, de la ecuación general (M)

$$P_r(N_i) = \lambda \Delta_t P_r(N_i - 1) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(N_i) + \mu \Delta_t P_r(N_i + 1)$$



Despejamos  $P_r(N_i + 1)$

$$\begin{aligned}
 P_r(N_i + 1) &= \frac{P_r(N_i) - \lambda \Delta_t P_r(N_i - 1) - (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(N_i)}{\mu \Delta_t} \\
 &= \frac{P_r(N_i) - \lambda \Delta_t P_r(N_i - 1) - P_r(N_i) + \lambda \Delta_t P_r(N_i) + \mu \Delta_t P_r(N_i)}{\mu \Delta_t} \\
 &= \frac{(\lambda + \mu) \Delta_t P_r(N_i) - \lambda \Delta_t P_r(N_i - 1)}{\mu \Delta_t}
 \end{aligned}$$

$$P_r(N_i + 1) = \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) P_r(N_i) - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(N_i - 1); N_i \neq 0, i = 0, 1, 2 \dots N$$

Ahora, si en esta ecuación general  $N_i = 1$ ; entonces:

$$\begin{aligned}
 P_r(2) &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) P_r(1) - \frac{\lambda}{\mu} P_r(0) \\
 &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0) - \frac{\lambda}{\mu} P_r(0) \\
 &= \left(\left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) - 1\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0) \\
 &= \left(\frac{\lambda + \mu - \mu}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0) \\
 &= \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0)
 \end{aligned}$$

$$P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0) \text{ Como antes}$$

De la misma forma, si  $N_i = 2$  :

$$P_r(3) = \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) P_r(2) - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(1)$$

Y sustituyendo

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0) \text{ y } P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0) \text{ se encuentra fácilmente.}$$

$$P_r(3) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 P_r(0) \text{ También como antes se escribió.}$$

Se infiere entonces que:

$$P_r(N_i) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} P_r(0)$$

Es decir; sustituyendo  $N_i$  para cualquier entero positivo distinto de cero en la ecuación general, nos conduce a encontrar las ecuaciones recurrentes de probabilidad en función de la probabilidad  $P_r(0)$  relativas a la existencia de población de  $N_i$  personas en el tiempo  $t + \Delta_t$ .

Conviene aclarar aquí que el hecho de considerar a  $N_i = 1, 2, 3, \dots, N$  -- personas, no necesariamente se refiere exactamente a una persona, dos personas, tres personas, etc.; más bien esto ha sido así para efecto de simplificar el desarrollo del procedimiento.

En efecto  $N_i = 1, 2, 3, \dots, N$ , es la unidad de medida de uno en uno y puede variar a grupos de personas de cien en cien, de mil en mil, de diezmil en diezmil o bien, a grupos mayores o menores de personas de acuerdo con la situación que se pretende analizar.

## 2.- Resumen de fórmulas

Primeramente encontramos las probabilidades de existencia de población de 0, 1, 2, 3, etc., personas en el tiempo  $t + \Delta_t$  como ecuaciones de recurrencia y a partir de la matriz de probabilidades definida; ecuaciones tales como:

$$P_r(0) = (1 - \lambda \Delta_t) P_r(0) + \mu \Delta_t P_r(1)$$

$$P_r(1) = \lambda \Delta_t P_r(0) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(1) + \mu \Delta_t P_r(2)$$

$$P_r(2) = \lambda \Delta_t P_r(1) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(2) + \mu \Delta_t P_r(3)$$

.

.

.

$$P_r(N_i) = \lambda \Delta_t P_r(N_i - 1) + (1 - \lambda \Delta_t - \mu \Delta_t) P_r(N_i) + \mu \Delta_t P_r(N_i + 1)$$

De esta última ecuación se encontró que

$$P_r(N_i + 1) = \left( \frac{\lambda + \mu}{\mu} \right) P_r(N_i) - \frac{\lambda}{\mu} P_r(N_i - 1); N_i \neq 0; i = 0, 1, 2, \dots, N$$

Que es la Ecuación General de las ecuaciones de recurrencia:

Posteriormente y a partir de estas ecuaciones, en particular, de la ecuación general, encontramos las ecuaciones de recurrencia expresadas en función

de los valores promedio  $\lambda$  y  $\mu$ , así como de la probabilidad  $P_r(0)$ ; esto es:

$$P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^0 P_r(0)$$

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 P_r(0)$$

$$P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0)$$

.

.

.

$$P_r(N_1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_1} P_r(0)$$

La demostración formal de esta última ecuación es como sigue:

$$\text{Según (J)} \quad P_r(0) = (1 - \lambda \Delta_c) P_r(0) + \mu \Delta_c P_r(1)$$

Despejando  $P_r(1)$  se encuentra que:

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 P_r(0)$$

Por tanto, se aprecia que la ecuación vale para  $N_1 = 1$ .

Supongamos que la expresión vale para  $N_1 = K$  entonces,

$$P_r(K) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0)$$

Por demostrar que:

$$P_r(K+1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1} P_r(0)$$

Ahora, la ecuación general dice:

$$P_r(N_1 + 1) = \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) P_r(N_1) - \frac{\lambda}{\mu} P_r(N_1 - 1) \text{ esto implica}$$

$$\begin{aligned} P_r(K+1) &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) P_r(K) - \frac{\lambda}{\mu} P_r(K-1) \\ &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0) - \frac{\lambda}{\mu} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K-1} P_r(0) \\ &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0) - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0) \\ &= \left(\frac{\lambda + \mu}{\mu} - 1\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0) \\ &= \left(\frac{\lambda + \mu - \mu}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0) \\ &= \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^K P_r(0) \end{aligned}$$

$$\therefore P_r(K+1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{K+1} P_r(0)$$

Si  $N_1 = K+1$ ;  $P_r(N_1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_1} P_r(0)$  es válido para todos los enteros positivos.

3.- Expresión para la probabilidad  $P_r(0)$  y sustitución de esta en las ecuaciones de recurrencia.

Hemos visto cómo las probabilidades de existencia de población de cero,-- una, dos personas, etc. en el tiempo  $t + \Delta t$  pueden ser expresadas en términos de los valores promedio  $\lambda$  y  $\mu$  y de la Probabilidad  $P_r(0)$ . Resulta por tanto conveniente encontrar una expresión para  $P_r(0)$ .

Entonces, tenemos que:

$$P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^0 P_r(0)$$

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 P_r(0)$$

$$P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0)$$

·  
·  
·

$$P_r(N_1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_1} P_r(0)$$

Sumando estas ecuaciones tenemos:

$$P_r(0) + P_r(1) + P_r(2) + \dots + P_r(N_1) + \dots = \sum_0^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_1} P_r(0)$$

Pero,  $P_r(0) + P_r(1) + P_r(2) + \dots + P_r(N_1) + \dots = 1$  entonces

$$1 = \sum_0^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_1} P_r(0) = P_r(0) \sum_0^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_1}$$

$$P_r(0) = \frac{1}{\sum \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i}} \quad (A)$$

Ahora, 
$$\sum \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} = 1 + \frac{\lambda}{\mu} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 + \dots$$

Es una progresión geométrica infinita de razón  $V = \frac{\lambda}{\mu}$  y cuya suma puede ser encontrada.

Para esto, supongamos que:

$$S = 1 + V + V^2 + V^3 + \dots$$

$$SV = V + V^2 + V^3 + \dots$$

$$S - SV = 1 \quad \text{o bien,} \quad S(1 - V) = 1$$

$$S = \frac{1}{1 - V} \quad \text{Así que,}$$

$$\sum \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} = 1 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \dots = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\mu}{\mu - \lambda}$$

Sustituyendo este resultado en (A)

$$P_r(0) = \frac{1}{\sum \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i}} = \frac{1}{\frac{\mu}{\mu - \lambda}} = \frac{\mu - \lambda}{\mu} = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

Así que:

$$P_r(0) = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{\mu} - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2$$

$$P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3$$

$$P_r(3) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4$$

$$P_r(N_i) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i + 1}$$

4.- Aplicaciones sobre un ejemplo simple.

Supongamos que conocemos los valores promedio  $\lambda$  y  $\mu$  ; esto es:

$$\lambda = 0.5 \text{ (Tasa de llegadas en la unidad de tiempo considerada)}$$

$$\mu = 1.0 \text{ (Tasa de salidas en la unidad de tiempo considerada)}$$

Entonces, calculamos las probabilidades de siniestros en el tiempo  $t + \Delta t$ ,

$P_r(0)$ ,  $P_r(1)$ , ...,  $P_r(8)$  y observemos su comportamiento.

$$P_r(0) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{0.5}{1} = 0.5$$

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0) = \frac{\lambda}{\mu} - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 = 0.25$$

$$P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 = 0.125$$

$$P_r(3) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4 = 0.0625$$

$$P_r(4) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^5 = 0.03125$$

$$P_r(5) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^5 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^5 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^6 = 0.015625$$

$$P_r(6) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^6 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^6 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^7 = 0.0078125$$

$$P_r(7) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^7 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^7 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^8 = 0.00390625$$

$$P_r(8) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^8 P_r(0) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^8 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^9 = 0.001953125$$

Observaciones:

1) Se aprecia que la probabilidad decrece a medida que aumenta el número de --

siniestros esperado en el tiempo  $t + \Delta t$ , lo cual era de esperarse.

- ii) La probabilidad acumulada  $P_T(0) + P_T(1) + \dots$  correspondiente a los siniestros en el tiempo  $t + \Delta t$ , crece cada vez más lentamente a medida que aumenta el número de siniestros esperado. Esto también resulta lógico.
- iii) Presupuestar, por ejemplo, recursos suficientes para cubrir gastos por siniestros con una probabilidad del 0.968, correspondería a la probabilidad acumulada  $P_T(0) + P_T(1) + P_T(2) + P_T(3) + P_T(4) = 0.96875$ ; o sea que, en términos financieros con una probabilidad del 0.96875 podemos hacer frente hasta a cuatro siniestros.
- iv) Congruente con lo anterior, si la unidad de medida de la población fuera en grupos de diezmil en diezmil, tendríamos que con probabilidad del 0.968, presupuestaríamos recursos necesarios para cubrir erogaciones por concepto de siniestros por hasta cuarenta mil siniestrados.

##### 5.- Análisis para distintos valores de $\lambda$ y $\mu$ y gráficas correspondientes.

Resulta conveniente analizar ahora las probabilidades de población en el tiempo  $t + \Delta t$  para diferentes valores de  $\lambda$  y  $\mu$ . Desde luego, estas probabilidades de población en el tiempo  $t + \Delta t$  pueden referirse a una población de siniestrados.

El cálculo de dichas probabilidades, variando  $\lambda$  y  $\mu$  se aprecia en el cuadro a continuación. Las gráficas correspondientes a los valores de probabilidades en el cuadro, se presentan con posterioridad al mismo.

Diferentes valores de  $\lambda$  y  $\mu$  y probabilidades correspondientes

$\lambda$	$\mu$	$P_r(0)$	$P_r(1)$	$P_r(2)$	$P_r(3)$	$P_r(4)$	$P_r(5)$	$P_r(6)$	$P_r(7)$	$P_r(8)$	
0.50	2.00	0.750	0.187	0.047	0.0117	0.0029	0.0007	0.0002	0.00005	0.00001	(1)
0.50	1.50	0.666	0.222	0.074	0.0247	0.0082	0.0027	0.0009	0.00030	0.00010	(2)
0.50	1.25	0.600	0.240	0.096	0.0384	0.0154	0.0061	0.0024	0.00098	0.00039	(3)
0.50	1.00	0.500	0.250	0.125	0.0625	0.0312	0.0156	0.0078	0.00390	0.00195	(4)
0.40	1.00	0.600	0.240	0.096	0.0384	0.0154	0.0061	0.0024	0.00098	0.00039	(5)
0.60	1.00	0.400	0.240	0.144	0.0864	0.0518	0.0311	0.0186	0.01119	0.00672	(6)
0.80	1.00	0.200	0.160	0.128	0.1024	0.0819	0.0655	0.0524	0.04194	0.03355	(7)

1) En el cuadro anterior se observa que a medida que se aproximan los valores de  $\lambda$  y  $\mu$ , las probabilidades de existencia de población en el tiempo  $t + \Delta t$ ,  $P_r(0)$ ,  $P_r(1)$ ,  $P_r(2)$ , ...  $P_r(8)$  muestran valores numéricos bien distribuidos y regulares; es decir, en este caso cada uno de los valores de probabilidades no sobrepasa excesivamente del siguiente.

1i) Congruente con lo anterior cabe decir que si, contrariamente, los valores de  $\lambda$  y  $\mu$  tienden a alejarse, los valores de las probabilidades no se distribuyen uniformemente sino más bien, altos valores corresponden a las primeras probabilidades.

Las gráficas de las probabilidades en el cuadro se presentan en la hoja siguiente:





Observaciones:

- i) En las gráficas de probabilidades de la función  $P_T(X)$ ,  $X = 0, 1, 2, \dots, 8$ , se aprecia que si  $\lambda$  crece y  $\mu$  disminuye o permanece constante, la curva de la función

$$P_T(N_1) = P_T(X) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^X P_T(0)$$

tiende a ser menos pronunciada y muestra cierto paralelismo con respecto al eje X o eje de los siniestros.

- ii) Valores interesantes de  $\lambda$  y  $\mu$  se adquieren cuando estas variables toman los valores de 0.5 y 1, respectivamente. En este caso la función  $P_T(X)$  man tiene un comportamiento regular con respecto a las probabilidades  $P_T(0)$ ,  $P_T(1)$ ,  $P_T(2)$ , ...  $P_T(8)$ ; cada uno de estos puede ser obtenido también como la probabilidad anterior dividida por dos.

CAPITULO VI

AJUSTE DE LA FUNCION  $P_r(X)$  PARA LA CONTINUIDAD Y DETERMINACION DE UN MARGEN FINANCIERO PARA EVENTUALES FLUCTUACIONES EN LOS GASTOS.

1.- Ajuste de la función  $P_r(X)$  para la continuidad.

Hemos visto que si  $P_r(N_i)$  denota la probabilidad de existencia de  $N_i$  personas en el tiempo  $t + \Delta_t$  entonces;

$$P_r(N_i) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{N_i} P_r(0) \quad \text{o bien, si} \quad N_i = X$$

$$P_r(X) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^X P_r(0)$$

Ecuación que funciona muy bien para valores discretos de  $X = 0, 1, 2, \dots, N$ , correspondientes a las probabilidades de existencia de población de cero, una, dos, personas, etc., en el tiempo  $t + \Delta_t$ . Resulta ahora conveniente ajustar dicha función para datos discretos a una función exponencial para datos continuos.

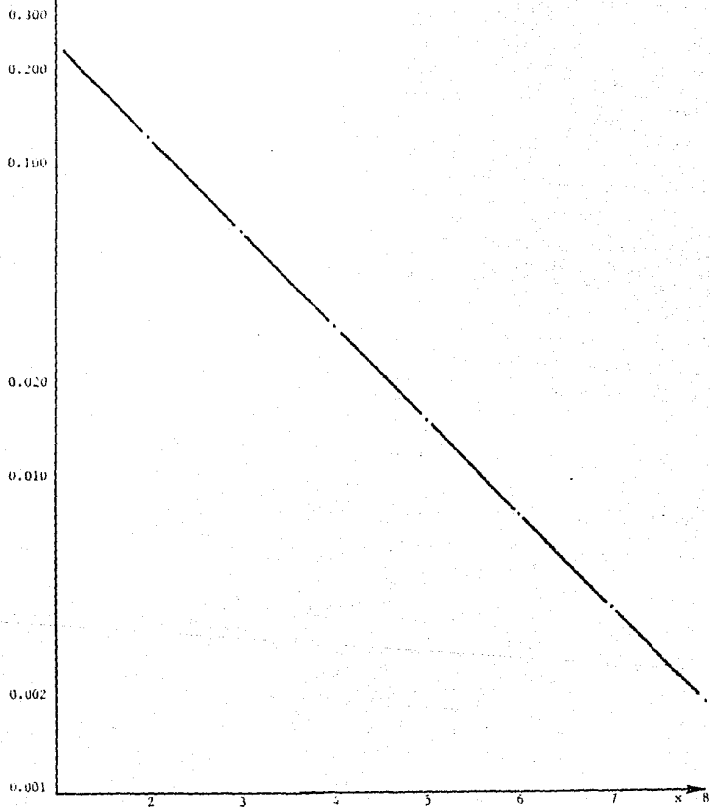
Congruente con lo anterior, supongamos que los valores promedio correspondientes a las llegadas y salidas en el sistema son  $\lambda = 0.5$  y  $\mu = 1$ . Con estos valores obtenemos la tabla a continuación que da los valores de probabilidades de la existencia de población de siniestrados en el tiempo  $t + \Delta_t$ , correspondientes a  $X = 0, 1, 2, \dots, 8$  personas siniestradas.

$\lambda$	$\mu$	$P_r(0)$	$P_r(1)$	$P_r(2)$	$P_r(3)$	$P_r(4)$	$P_r(5)$	$P_r(6)$	$P_r(7)$	$P_r(8)$
0.5	1	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625	0.007812	0.003906	0.001953

La gráfica simple de estos valores de probabilidades fue trazada conjuntamente con otros valores de probabilidades correspondientes a diferentes valores de  $\lambda$  y  $\mu$ . Conviene ahora graficar los valores de probabilidades de la tabla anterior en papel gráfico semi-logarítmico o, lo que es igual, obtener el diagrama de dispersión de las variables transformadas en ejes  $\log y$ ,  $x$  y observar su comportamiento. Esta gráfica se presenta a continuación:

Log y  $P_T(x)$

GRAFICA DE LA FUNCION DE PROBABILIDADES  $P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{u}\right)^x P_T(u)$   
CON EJES  $\log y = P_T(x)$ ,  $x$



El diagrama de dispersión de las variables transformadas en ejes  $\log y$ ,  $x$  muestra una relación lineal. Se puede entonces decir que la ecuación tiene la forma de una exponencial:

$$y = ab^x \quad \text{o bien,} \quad \log y = \log a + x \log b = \log a + (\log b) x$$

Sean  $Y = \log y$

$$A_0 = \log a$$

$$A_1 = \log b$$

$$X = x$$

Entonces

$$\log y = \log a + (\log b) x \quad \text{implica}$$

$$Y = A_0 + A_1 X$$

Y las ecuaciones normales correspondientes a la recta de mínimos cuadrados --- son:

$$\Sigma Y = A_0 N + A_1 \Sigma X$$

$$\Sigma XY = A_0 \Sigma X + A_1 \Sigma X^2$$

Se trata entonces de encontrar:

- i) Los valores de  $a$  y  $b$  de la ecuación  $y = ab^x$ ;
- ii) La ecuación que relaciona  $a$  y  $x$ ;
- iii) Los valores de  $y$  estimados con esta nueva ecuación para  $x = 0, 1, 2, \dots, 8$  y comparados con la función original.

$$P_T(x) = \left(\frac{1}{\mu}\right)^x P_T(0)$$

Los cálculos se ordenan como en el cuadro a continuación:

$y = P_r(x)$	$Y = \log y$	$X = x$	$X^2 = x^2$	$XY = (\log y)(x)$
0.5	-0.30102999	0	0	0.000000000
0.25	-0.60205999	1	1	-0.60205999
0.125	-0.90308998	2	4	-1.80617997
0.0625	-1.20411998	3	9	-3.61235994
0.03125	-1.50514997	4	16	-6.02059991
0.015625	-1.80617997	5	25	-9.03089987
0.0078125	-2.10723776	6	36	-12.6434265
0.00390625	-2.40826776	7	49	-16.8578743
0.001953125	-2.70929775	8	64	-21.6743820
	$\Sigma Y =$ - 13.546433	$\Sigma X = 36$	$\Sigma X^2 = 204$	$\Sigma XY =$ - 72.247782

Entonces

$$\Sigma Y = A_0 N + A_1 \Sigma X$$

$$\Sigma XY = A_0 \Sigma X + A_1 \Sigma X^2 \quad \text{implican}$$

$$- 13.54643315 = 9 A_0 + 36 A_1 \quad (1)$$

$$- 72.24778245 = 36 A_0 + 204 A_1 \quad (2)$$

Multiplicando la ecuación (1) por - 4 y sumando con (2):

$$\begin{array}{r} 54.18573260 = - 36 A_0 - 144 A_1 \\ - 72.24778245 = 36 A_0 + 204 A_1 \\ \hline - 18.06204985 = 0 + 60 A_1 \end{array}$$

$$\therefore A_1 = \frac{- 18.06204985}{60} = - 0.301034164$$

Sustituyendo  $A_1 = -0.301034164$  en la ecuación (1)

$$- 13.54643315 = 9A_0 + 36 (-0.301034164)$$

$$A_0 = \frac{- 13.54643315 + 10.8372299}{9} = - 0.301022583$$

Entonces;

$$A_0 = - 0.301022583$$

$$A_1 = - 0.301034164$$

Y la ecuación por mínimos cuadrados es:

$$Y = A_0 + A_1 X = - 0.301022583 - 0.301034164 X$$

Se aprecia que  $A_0$  y  $A_1$  son practicamente iguales; en efecto, los valores a y b correspondientes a la ecuación.

$$y = ab^x$$

Son como sigue:

$$1) A_0 = - 0.301022583 = \log a \quad \text{esto implica}$$

$$a = \text{Antilog } - 0.301022583 = 0.5000008537 \approx 0.5$$

$$A_1 = - 0.301034164 = \log b \quad \text{esto implica}$$

$$b = \text{Antilog } - 0.301034164 = 0.499995188 \approx 0.5$$

Así que:

ii) La ecuación en términos de  $y$  con  $x$  es:

$$y = ab^x = (0.5) (0.5)^x$$

iii) Estimamos ahora, los valores de  $y$  en esta ecuación ajustada para  $x = 0, 1, 2, \dots, 8$  y comparamos con valores de probabilidad originales.

X	Probabilidad Teórica $P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_T(0)$	Probabilidad Estimada $y = ab^x = (0.5) (0.5)^x$
0	0.5	0.5
1	0.25	0.25
2	0.125	0.125
3	0.0625	0.0625
4	0.03125	0.03125
5	0.015625	0.015625
6	0.0078125	0.0078125
7	0.00390625	0.00390625
8	0.001953125	0.001953125

Se aprecia claramente que los valores estimados de probabilidad con la ecuación de la curva ajustada, coinciden en forma exacta con los valores originales de probabilidad. Esto es así debido a que los valores de  $a$  y  $b$ , muy parecidos entre sí, se consideraron como iguales.

Se tiene entonces por tanto:

$$P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_T(0) = y = ab^x \quad (B)$$



Lo cual implica:

$$\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x = b^x \quad \delta, \quad \frac{\lambda}{\mu} = b$$

$$P_T(0) = a = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$a + b = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) + \frac{\lambda}{\mu} = 1$$

La expresión (B) desde luego, es importante puesto que nos permite la continuidad en el campo de los Números Reales Positivos.

Así, por ejemplo, si estamos hablando de probabilidades de existencia de población de grupos de diezmil en diezmil en el tiempo  $t + \Delta_t$ , mediante esta ecuación podemos calcular dichas probabilidades para cualquier número de población comprendido entre uno y otro grupo.

Con relación a lo anterior y solamente con objeto de aplicar la asociación de valores de  $\lambda$  y  $\mu$  a la función ajustada o función para la continuidad, consideremos otro ejemplo con  $\lambda = 0.6$  y  $\mu = 1$  Entonces;

$$P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_T(0) = y = ab^x \quad \text{Esto implica}$$

$$\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x = b^x \Rightarrow \frac{\lambda}{\mu} = b \quad \delta, \quad \frac{0.6}{1} = b = 0.6$$

$$P_T(0) = a \Rightarrow P_T(0) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = a = 1 - \frac{0.6}{1} = 0.4$$

$$\therefore y = ab^x = (0.4) (0.6)^x$$

Y los resultados de ambas funciones de probabilidad se presentan a continuación:

X	Probabilidad Teórica $P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_T(0)$	Probabilidad Estimada $y = ab^x = (0.4)(0.6)^x$
0	0.4	0.4
1	0.24	0.24
2	0.144	0.144
3	0.0864	0.0864
4	0.05184	0.05184
5	0.031104	0.031104
6	0.0186624	0.0186624
7	0.01119744	0.01119744
8	0.006718464	0.006718464

En resumen, la función de probabilidades  $P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_T(0)$  para datos discretos, ha sido ajustada a la función exponencial  $y = ab^x$  para datos continuos; es decir, la función de probabilidades

$$P_T(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_T(0) = y = ab^x$$

es válida en la continuidad del campo de los Números Reales Positivos.

2.- Determinación de un margen financiero para eventuales fluctuaciones en los gastos.

Hasta ahora, a partir de una serie de postulados y de una matriz de probabilidades consecuencia de los mismos, hemos construido un modelo matemático relativo a ecuaciones recurrentes de probabilidad que nos permiten pronosticar la existencia de población en un tiempo determinado llamado  $t + \Delta t$ .

Adicionalmente, se estableció que dicho modelo de ecuaciones probabilísticas fuera operable también en la continuidad del campo de los Números Reales Positivos.

Mediante estas ecuaciones, manejadas en sus diferentes acepciones, podemos presupuestar recursos financieros necesarios y suficientes para hacer frente al pago de siniestros en solamente un tiempo determinado llamado  $t + \Delta t$ .

Este tiempo,  $t + \Delta t$ , es el factor determinante en nuestro modelo de probabilidades de existencia de población toda vez que nos permite considerar recursos financieros adecuados para períodos específicos de tiempo evitando, determinar grandes cantidades de Reservas Financieras propias de ejercicios presupuestales establecidos en la practica contable - administrativa.

En un escenario como el de nuestro país, que atraviesa por una severa limitación de recursos financieros, que hace frente a un elevado servicio de deuda externa y se debate en un contexto de lucha antiinflacionaria, resulta contraproducente mantener recursos financieros relativamente ociosos y particularmente importante optimar el empleo de los mismos.

Con este trabajo se pretende adecuar los recursos financieros mínimos necesarios para hacer frente a las coberturas por siniestros esperados en un lapso específico  $t + \Delta t$ . Todo esto, con una determinada probabilidad de verosimilitud confiable que minimice también el riesgo de caer en déficit presupuestal por concepto de siniestros adicionales.

Congruente con lo anterior y con objeto de cubrir eventuales fluctuaciones en los pronósticos de población de siniestrados en el lapso fundamental  $t + \Delta t$ , resulta conveniente establecer una franja de tolerancia mínima de recursos financieros, por arriba y paralela a la función de probabilidades establecida y que mantenga una cierta regularidad estadística; esto es, un margen financiero de recursos presupuestales para eventuales fluctuaciones en los gastos debidos a siniestros adicionales dentro de una normalidad.

En orden a determinar dicha franja o margen financiero, consideremos la variable  $\chi^2$  de la función de distribución chi - cuadrado<sup>(1)</sup>. Esto es; usaremos la  $\chi^2$  en forma específica para determinar márgenes probabilísticos que usaremos - en orden a determinar un margen financiero de confianza.

Con relación a lo anterior, sea entonces:

$$\chi_p^2 = \sum \frac{(R - P)^2}{P} = \kappa, \quad \text{con } (N - 1) \text{ grados de libertad}$$

$$\begin{aligned} \text{Y en nuestro caso} \quad \chi_p^2 &= \sum_0^8 \frac{(R_i - P_r(i))^2}{P_r(i)} = \\ &= \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} + \frac{(R_1 - P_r(1))^2}{P_r(1)} + \frac{(R_2 - P_r(2))^2}{P_r(2)} + \dots + \frac{(R_8 - P_r(8))^2}{P_r(8)} \end{aligned}$$

Donde  $P_r(0)$ ,  $P_r(1)$ ,  $P_r(2)$ , ...  $P_r(8)$  son las probabilidades teóricas o esperadas (frecuencias esperadas) y se obtienen con la función

$$P_r(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_r(0) = y \cdot ab^x$$

(1) La función de distribución chi - cuadrado esta dada por

$$Y = Y_0 (\chi^2)^{\frac{1}{2}(\nu - 2)} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} = Y_0 \chi^{\nu - 2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$$

Donde  $\nu$  son los grados de libertad,  $Y_0$  es una constante que depende de  $\nu$ , - de modo que el área bajo la curva se hace corresponder por analogía con la escala de probabilidad.

Y  $R_0, R_1, R_2, \dots, R_8$  son las probabilidades de Referencia (frecuencias-- observadas).

En un ejercicio anterior, cuando  $\lambda = 0.5$  y  $\mu = 1.0$ , se vió que:

$$P_r(0) = 2 \cdot P_r(1) = 2^2 \cdot P_r(2) = 2^3 \cdot P_r(3) = \dots = 2^8 \cdot P_r(8)$$

Análogamente, supongamos que las probabilidades de Referencia  $R_i$  muestran una proporcionalidad similar:

$$R_0 = 2 \cdot R_1 = 2^2 \cdot R_2 = 2^3 \cdot R_3 = \dots = 2^8 \cdot R_8$$

De lo anterior se deduce que:

$$P_r(1) = \frac{P_r(0)}{2} ; P_r(2) = \frac{P_r(0)}{2^2} ; P_r(3) = \frac{P_r(0)}{2^3} ; \dots P_r(8) = \frac{P_r(0)}{2^8}$$

$$R_1 = \frac{R_0}{2} ; R_2 = \frac{R_0}{2^2} ; R_3 = \frac{R_0}{2^3} ; \dots R_8 = \frac{R_0}{2^8}$$

Sustituimos ahora estos valores de probabilidades en  $\chi^2$  - cuadrado:

$$\begin{aligned} \chi^2_P &= \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} + \frac{(R_1 - P_r(1))^2}{P_r(1)} + \frac{(R_2 - P_r(2))^2}{P_r(2)} + \dots + \frac{(R_8 - P_r(8))^2}{P_r(8)} = \\ &= \frac{\left(\frac{R_0}{2^0} - \frac{P_r(0)}{2^0}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^0}} + \frac{\left(\frac{R_0}{2^1} - \frac{P_r(0)}{2^1}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^1}} + \frac{\left(\frac{R_0}{2^2} - \frac{P_r(0)}{2^2}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^2}} + \dots + \\ &+ \frac{\left(\frac{R_0}{2^8} - \frac{P_r(0)}{2^8}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2}} = \frac{\left(\frac{R_0 - P_r(0)}{2^0}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^0}} + \frac{\left(\frac{R_0 - P_r(0)}{2^1}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^1}} + \\ &+ \frac{\left(\frac{R_0 - P_r(0)}{2^2}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^2}} + \dots + \frac{\left(\frac{R_0 - P_r(0)}{2^8}\right)^2}{\frac{P_r(0)}{2^8}} = \end{aligned}$$

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$\begin{aligned}
&= \frac{2^0 (R_0 - P_r(0))^2}{2^0 P_r(0)} + \frac{2^1 (R_0 - P_r(0))^2}{2^2 P_r(0)} + \frac{2^2 (R_0 - P_r(0))^2}{2^4 P_r(0)} + \dots + \\
&+ \frac{2^8 (R_0 - P_r(0))^2}{2^{16} P_r(0)} = \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{2^0 P_r(0)} + \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{2 P_r(0)} + \\
&+ \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{2^2 P_r(0)} + \dots + \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{2^8 P_r(0)} = \\
&= \sum_0^n \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{2^i P_r(0)} \quad \text{Entonces;}
\end{aligned}$$

$$X^2 = \sum_0^n \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{2^i P_r(0)} = K$$

$$X_p^2 = \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} \cdot \sum_0^n \frac{1}{2^i} = K \dots (B)$$

Aqui, tratando por separado la sumatoria:

$$\sum_0^n \frac{1}{2^i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^8}$$

Es una progresión geométrica de razón  $r = \frac{1}{2}$

En general, la suma de los primeros n términos de una progresión geométrica -- pueden ser escritos como:

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} \quad (n \text{ términos}), (1) \text{ mult. por } r$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \quad (n \text{ términos}) \quad (2)$$

Restando (1) de (2)

$$rS - S = ar^n - a \quad \text{o bien}$$

$$S(r - 1) = ar^n - a$$

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1} = \frac{a - ar^n}{1 - r}$$

$$S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{Entonces;}$$

$$\begin{aligned} \sum_0^8 \frac{1}{2^i} &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^8} = \frac{1(1 - (\frac{1}{2})^9)}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{1 - (\frac{1}{2})^9}{\frac{1}{2}} = 2(1 - 0.001953125) = 1.99609375 \end{aligned}$$

$$\sum_0^{\infty} \frac{1}{2^i} = 1.99609375 \approx 2$$

De hecho, para valores muy grandes de  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ) y cuando  $r < 1$  la expresión  $r^n$  tiende a cero, esto es:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - ar^n}{1 - r} = \frac{a}{1 - r} - \frac{0}{1 - r} = \frac{a}{1 - r}$$

$$\therefore \sum_0^{\infty} \frac{1}{2^i} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

Volviendo a la ecuación (B)

$$\chi_p^2 = \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} \sum_0^n \frac{1}{2^i} = K$$

$$\chi_p^2 = \frac{(R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} \quad (2) = K$$

$$\chi_p^2 = \frac{2 (R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} = K$$

$$2 (R_0 - P_r(0))^2 = k \cdot P_r(0)$$

$$(R_0 - P_r(0))^2 = \frac{k}{2} P_r(0)$$

$$R_0 - P_r(0) = \sqrt{\frac{k}{2} P_r(0)}$$

$$R_0 = P_r(0) \pm \sqrt{\frac{k}{2} P_r(0)}$$

Ahora bien, para encontrar los valores de  $R_0$  supongamos que efectivamente

$\lambda = 0.5$  y  $\mu = 1$  entonces;

$$P_r(0) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{0.5}{1} = 0.5$$

Asimismo,  $\chi_p^2$  con un nivel de significación del 0.005 y con  $(N - 1) = 8$  grados de libertad implica

$$\chi_{0.005}^2 = 1.34 = K \quad (\text{Localizado en tablas})$$

$$\therefore R_0 = P_r(0) \pm \sqrt{\frac{k}{2} P_r(0)} = 0.5 \pm \sqrt{\frac{1.34}{2}} \quad (0.5)$$



$$R_0 = 0.5 \pm 0.578791845 = \begin{cases} 1.078791845 \\ -0.078791845 \end{cases}$$

Ambos valores definidos para  $R_0$

$$R_0 = 1.078791845$$

$$R_0 = -0.078791845 \quad \text{satisfacen la ecuación:}$$

$$X^2_{0.005} = \frac{2 (R_0 - P_r(0))^2}{P_r(0)} = K = 1.34$$

Ahora bien, en orden a obtener la franja de tolerancia correspondiente al margen financiero de confianza bastará con tomar a  $R_0$  como:

$$R_0 = P_r(0) + \left| -0.078791845 \right| = 0.578791845$$

Y los valores de las funciones de probabilidades son como sigue:

$$P_r(0) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{0.5}{1} = 0.5 \quad R_0 = 0.578791845$$

$$P_r(1) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2} = 0.25 \quad R_1 = \frac{R_0}{2} = 0.289395922$$

$$P_r(2) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^2} = 0.125 \quad R_2 = \frac{R_0}{2^2} = 0.144697961$$

$$P_r(3) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^3} = 0.0625 \quad R_3 = \frac{R_0}{2^3} = 0.07234898$$

$$P_r(4) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^4} = 0.03125 \quad R_4 = \frac{R_0}{2^4} = 0.03617449$$

$$P_r(5) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^5 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^5} = 0.015625 \quad R_5 = \frac{R_0}{2^5} = 0.018087245$$

$$P_r(6) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^6 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^6} = 0.0078125 \quad R_6 = \frac{R_0}{2^6} = 0.009043622$$

$$P_r(7) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^7 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^7} = 0.00390625 \quad R_7 = \frac{R_0}{2^7} = 0.004521811$$

$$P_r(8) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^8 P_r(0) = \frac{P_r(0)}{2^8} = 0.001953125 \quad R_8 = \frac{R_0}{2^8} = 0.002260905$$

Se aprecia que los valores de las probabilidades de las dos funciones son muy parecidos. Las ecuaciones de tales funciones son como sigue:

Para las probabilidades teóricas:

$$P_r(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x P_r(0) = ab^x = y$$

$$P_r(x) = \left(\frac{0.5}{1}\right)^x (0.5) = (0.5)^x (0.5)$$

$$y = (0.5) (0.5)^x$$

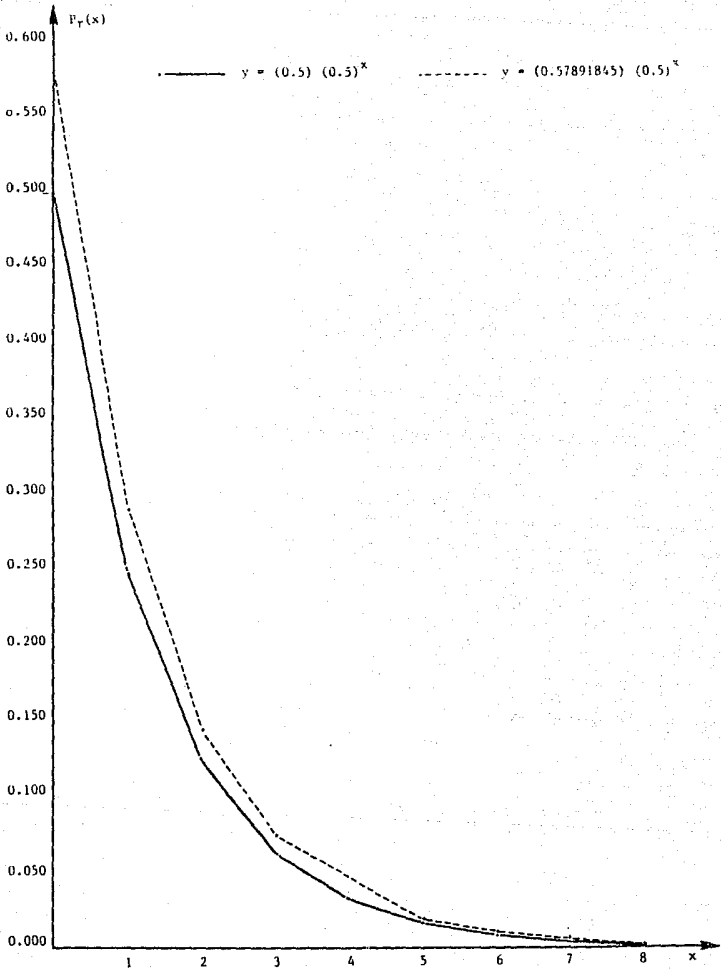
Para las probabilidades de Referencia:

$$P_r(x) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^x R_0 = ab^x = y$$

$$P_r(x) = \left(\frac{0.5}{1}\right)^x (0.578791845)$$

$$y = (0.57891845) (0.5)^x$$

Y las gráficas de ambas ecuaciones se presentan a continuación:



Se aprecia que la gráfica de la función de las probabilidades de Referencia -- que aparece en forma punteada, ya incluye el margen financiero buscado que se aprecia al comparar esta gráfica con la correspondiente a las probabilidades teóricas.

Se observa también que en la ecuación correspondiente:

$$y = (0.5789845) (0.5)^x = ab^x$$
$$a + b = 0.5789845 + 0.5 = 1.078791845$$

Es decir; no se cumple  $a + b = 1$ . Esto es así exactamente por la misma razón del margen financiero; la cantidad en exceso a la unidad equivalente a - - - - 0.078791845 y la cual se agrega a  $P_r(0)$ , es precisamente el margen financiero que nos permite constituir una cantidad adicional para hacer frente a eventuales fluctuaciones en los gastos por concepto de siniestros adicionales; fluctuaciones en los gastos y/o en los siniestros pero dentro de la normalidad o sea, dentro de una regularidad estadística.

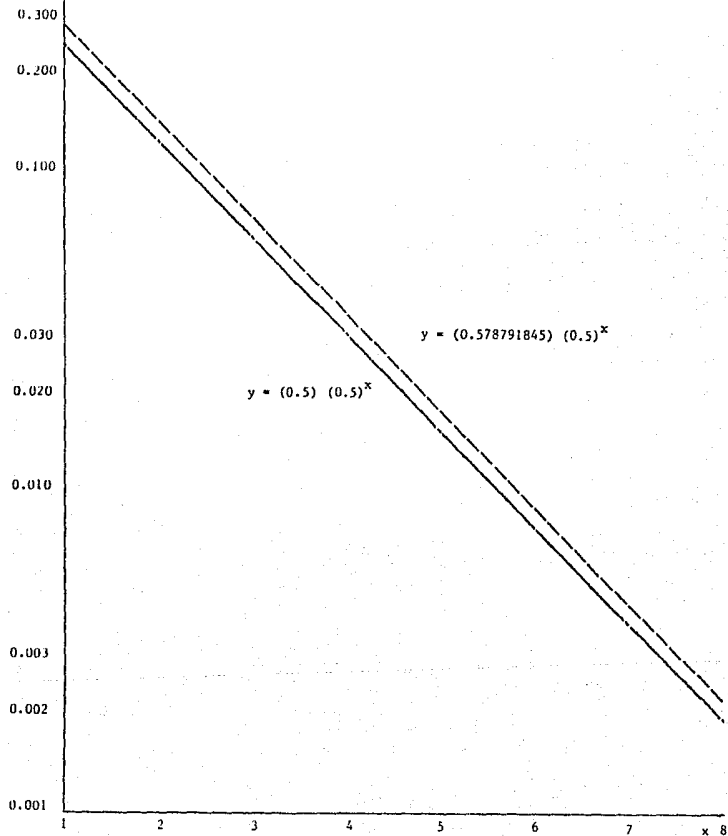
A continuación se presentan también las gráficas de las funciones:

$$y = (0.5) (0.5)^x$$
$$y = (0.57891845) (0.5)^x$$

en escala semi - logarítmica.

Log y  $P_T(x)$

GRAFICAS DE LAS FUNCIONES DE PROBABILIDAD TEORICA Y DE REFERENCIA EN ESCALA SEMI-LOGARITMICA.



Las gráficas de las funciones de probabilidades en escala semi-logarítmica, como era de esperarse, son paralelas. La cantidad en exceso de 0.07891845 en términos de porcentaje viene a representar:

$$\frac{0.07891845}{0.50} = 15.78\%$$

Porcentaje razonablemente adecuado y necesario para prever posibles desvíos en los gastos y dentro de un comportamiento normal de las contingencias a cubrir.

## CONCLUSIONES

1.- Los cambios financieros y económicos que se presentan ahora en el mundo - requieren también de cambios en las estrategias de planeación y organización en el intercambio internacional y en los servicios, y, particularmente, en la seguridad social. Adicionalmente, por lo que respecta a este -- trabajo sobre los seguros sociales, en México se requiere de una profunda transformación de estas instituciones, ya que en ellas se presentan situaciones tales como mayores masas de beneficiarios y la necesidad de reducir los costos de operación, lo que tendrá que redundar en cargas financieras menores con el correspondiente ajuste en las primas de los ramos - de seguro y, consecuentemente, una disminución relativa de la carga para-impositiva.

De cumplirse estos propósitos y reestructurando los ramos de seguro para - que estén de acuerdo con las necesidades de la sociedad actual, se garantizará su permanencia dentro del sistema institucional de la sociedad; de lo contrario, se corre el riesgo de que desaparezcan estas instituciones.

2.- Estos cambios financieros y administrativos en los seguros sociales implican el desarrollo de sistemas financieros cuya dinámica sea altamente operativa. Es en este contexto donde se presenta el modelo de sistema financiero que se propone. Operable ejercicio por ejercicio; esto es, la operatividad para un ejercicio presupuestal determinado dentro de la institución está plenamente garantizada. En su estructura inicial este modelo contempla un período fundamental de tiempo muy pequeño. Una vez estructurado el sistema, el período de tiempo puede ser cualquiera y la unidad de tiempo a considerar queda a criterio de quienes manejan el sistema.

- 3.- Con el modelo de sistema financiero propuesto, se minimiza el monto de los recursos presupuestables a montos adecuados a ejercicios determinados; es decir, con sólo conocer las tasas de llegadas y salidas en el sistema, el modelo nos permite estimar montos específicos de recursos financieros presupuestables de la institución para períodos determinados debidos a siniestros esperados y con muy buena confiabilidad.  
Así, con este modelo, se pueden estimar los gastos financieros por siniestros de la institución para períodos específicos, tales como una semana, un mes, un trimestre, etc., dando como resultado un óptimo empleo de los recursos y consecuentemente una reducción en los gastos de administración de los mismos o bien, utilizar tales recursos financieros no presupuestables para otros fines prioritarios de la institución.
  
- 4.- La operatividad de este sistema es realmente simple; básicamente se requiere conocer las tasas de llegada y salida ( $\lambda$  y  $\mu$ ) de personas a la institución y el sistema empieza a operar. Las ecuaciones recurrentes de probabilidad, su fórmula general y las expresiones equivalentes en función de la probabilidad  $P_r(0)$ , operables primeramente en el campo de los enteros positivos y seguidamente, mediante un ajuste, en la continuidad del campo de los números reales positivos, son de fácil manejo y versatilidad.
  
- 5.- El sistema financiero propuesto es dinámico y actual, toda vez que no sólo responde a la dinámica actual de los cambios nacionales sino que, además, evita la acumulación innecesaria de grandes cantidades de recursos presupuestables tal y como se hace en los sistemas financieros tradicionales y en un tiempo en que tales recursos son caros y escasos.  
Mediante este sistema se hace frente a riesgos razonables y controlables;-



es decir, a riesgos que ocurren dentro de la normalidad y de forma tal que la operatividad con el sistema financiero que se presenta está plenamente garantizada ejercicio por ejercicio. Adicionalmente se contempla un margen financiero de recursos presupuestables para cubrir eventuales fluctuaciones en los gastos, debido a variaciones en el número de siniestros pero -- también dentro de una normalidad.

