00362

14
2ej.

Universidad Nacional Autónoma de México
FACULTAD DE CIENCIAS

INFLUENCIA DE LA POLARIZACION EN EL PROCESO

$$e^+ e^- \longrightarrow H^+ W^-$$

T E S I S

Que para obtener el grado de

MAESTRA EN CIENCIAS
(FISICA)

Presenta

Patricia Salas Casales

MEXICO, D. F., OCTUBRE DE 1990

INDICE

LISTA DE FIGURAS

Fig. 10. Momentos de la reacción $W \to e^- \nu_e$ en el centro de masa de la colisión inicial e^+e^-. Se muestra el ángulo γ que el electrón del decaimiento del W hace con el eje principal Z.

Lista de Tablas

Lista de Gráficas

Gráf. 10. Igual que la Gráf. 9 pero con la polarización transversal η_{σ} del W.

Gráf. 11. Igual que la Gráf. 9. pero con la otra polarización transversal η_{σ} del W.

Gráf. 12. Sección diferencial con respecto al ángulo γ de la suma a polarizaciones del W del proceso $e^{+}e^{-} \rightarrow H^{+}W^{-} \rightarrow H^{+}e^{-}\nu_{e}$. Esta Gráfica se obtiene de la suma numérica de las tres anteriores.

INTRODUCCION

Con el avance de las teorias de norma y las prediccinnes sobre nuevas particulas elementales que las confirmen, las innovaciones tecnológicas en materia de aceleradores y detectores están orientadas a la búsqueda de dichas particulas. Asimismo, para los teóricos en el área se hace necesario encontrar señales o caracterizticas que indiquen a los experimentales los intervalos en los que se encontrará, con mayor probabilidad, evidencia sobre la existencia de las mismas.

El Capitulo I de esta tesis lo dedicamos a hacer una revision de la Mecánica Cuántica Relativista, haciendo énfasis en los conceptos que mas adelante necesitaremos. Presentamos un método alternativo para el cálculo de secciones eficaces para diagramas de Feynman de dispersiones a altas energías, que involucran una linea fermiónica e interacciones con distintos bosones, en el Capítulo II. A diferencia de la mayoria de los métodos convencionales, dicho método incluye las polarizaciones explicitamente, tanto para los leptones, como para los bosones que actúan en el proceso, y reducimos el número de trazas que es necesario evaluar.

Se desarrollan programas de manipulación simbólica que harán el álgebra más pesada utilizando el lenguaje REDUCE, el cual dispone de un paquete especial para el manejo de matrices gama de Dirac en altas energías. Se obtiene la expresión analitica para procesos que contengan dispersiones entre electrones y neutrinos, de tal manera que se pueden evaluar distintos procesos, cambiando únicamente la interacción correspondiente.

En el Capítulo III aplicamos este método a la aniquilación e^+e^- ---> $H^+ W^-$ con intercambio de un neutrino dentro del marco de una extensión del modelo estándar para las interacciones electrodébiles. Dicho modelo predijo la existencia de los bosones de norma Z° , W^+ y W^-, los cuales ya fueron detectados experimentalmente. El siguiente paso por confirmar es la existencia de los bosones escalares de Higgs neutros H°, cuya masa no queda determinada por la teoría. Los modelos extendidos más sencillos incluyen también la existencia de Higgses cargados (H^+ y H^-) .

Calculamos la expresión analítica para el diagrama $e^+e^- \rightarrow H^+ W^-$ que produce los bosones buscados, y posteriormente realizamos una simulación numérica Monte Carlo del proceso, para lo cual introducimos distintos valores para la energía en el centro de masa de la reacción y las masas de las partículas en la expresión anteriormente obtenida. En el Capítulo IV analizamos la información adicional que se obtiene de los histogramas para las distintas combinaciones de las dos posibilidades de espín de cada electrón y las tres polarizaciones del W. Con esto se da una señal experimentalmente detectable para la producción de Higgses cargados. La suma sobre las polarizaciones concuerda con los resultados reportados en la literatura para el mismo proceso.

CAPITULO I

I.1 GENERALIDADES

La conjunción de la relatividad especial (generalmente aceptada en nuestros días) y una teoría cuántica llevan a las leyes de movimiento que, siendo válidas para un sistema inercial, lo deben ser para todos los sistemas inerciales. La teoría que contempla los principios de la mecánica cuántica no relativista, y que los mantiene al extenderse para describir fenómenos a altas energías, es decir, velocidades cercanas a la de la luz, es la Teoría Cuántica Relativista de Campos.

En ella, el movimiento de un electrón libre (o cualquier fermión de espín 1/2) puede describirse por la ecuación de Dirac

$$(\gamma_\mu p^\mu - m) \psi = 0. \qquad (1)$$

donde $p^\mu = i\hbar \, \partial / \partial x_\mu$ es el cuadrimomento del electrón (siendo la primera componente la temporal en la notación de Bjorken y Drell [1]), m su masa, y ψ su función de onda de cuatro componentes dada por

$$\psi = u(p) \, e^{-ip\cdot x} \quad \text{(espinor de Dirac).}$$

Las matrices γ_μ de Dirac nacen de la necesidad antes mencionada, sobre la covariancia de la ecuación de Dirac. Dichas matrices resultan ser, en su representación mínima o estándar, de 4 X 4 componentes, y cumplen con las relaciones de anticonmutación

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2 g^{\mu\nu} 1 = \{\gamma^\mu , \gamma^\nu \}.$$

donde 1 es la matriz unidad de 4 X 4.

Las γ's tienen la forma

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

con σ^i las matrices de Pauli de SU(2), $(\gamma^i)^2 = -1$ antihermitianas y γ^0 hermitiana.

Si tomamos productos de las matrices γ es posible construir 16 matrices γ^n de 4 X 4 linealmente independientes, las cuales forman la base covariante

$$\begin{aligned} &1 \text{ la escalar} \\ &\gamma^5 = i\,\gamma^0\,\gamma^1\,\gamma^2\,\gamma^3 \text{ la pseudoescalar} \\ &\gamma^\mu \text{ las cuatro vectoriales} \\ &\gamma^5\,\gamma^\mu \text{ las cuatro axial-vector} \\ &\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu,\gamma^\nu] \text{ las 6 tensoriales de 2o rango} \end{aligned} \qquad (2)$$

Propiedades adicionales de estas γ's son:

i) la traza de toda γ^n es cero, excepto para 1

ii) la multiplicación de dos de ellas da otra γ^n

iii) $\gamma^\mu\,\gamma^5 + \gamma^5\,\gamma^\mu = 0$

iv) $[\gamma_5 , \sigma_{\mu\nu}] = 0$

v) $\gamma^5\,\gamma^5 = 1$

vi) $\gamma^\mu\,\gamma^\nu = 1/2\,\{\gamma^\mu ,\gamma^\nu\} + 1/2\,[\gamma^\mu ,\gamma^\nu]$,

y cualquier matriz de 4X4 se puede escribir en términos de las 16 γ^n de la Ec. (2).

Definimos la notación "daga" de Feynman como

$$\begin{aligned} \not{A} &= \gamma^\mu\,A_\mu \\ &= \gamma^0\,A^0 - \gamma \cdot A, \end{aligned}$$

con lo que la Ec. (1) se reduce a

$$(\not{p} - m)\,\psi = 0$$

que es su forma más conocida.

Introduciendo la interacción mínima (la presencia de un campo electromagnético A^μ) se obtiene

$$(\not{p} - e\not{A} - m)\,\psi = 0 ,$$

la cual se puede llevar a la forma de una Ecuación de Schrödinger, en el caso en que $e\,\gamma_{\mu} A^{\mu} = -\gamma^{0} V$,

$$(\not{p} - m) \psi = \gamma^{0} V \psi . \qquad (3)$$

Al igual que la Ec. de Scrödinger, la Ec. de Dirac también cumple con una ecuación de continuidad donde $j^{\mu} = -e \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$ es la densidad de corriente electrónica (con $\bar{\psi} \equiv \psi^{+} \gamma^{0}$ el espinor adjunto).

Regresemos ahora a las soluciones de la Ec. de Dirac para partícula libre. Las 4 soluciones de onda plana son:

$$\psi^{\sigma}(x) = w^{\sigma}(p)\, e^{-i\varepsilon_{\sigma} p\cdot x},$$

donde los w's son 4 vectores de 4 componentes determinadas por la representación específica de las matrices γ.

Las primeras dos soluciones (espinores de Dirac) se denotan por $u(p,s)$, con s la polarización de la partícula, y corresponden a las soluciones de energía positiva de la Ec. de Dirac:

$$(\not{p} - m)\, u(p,s) = 0,$$

que representan partículas moviéndose en la dirección positiva del tiempo.

Los otros dos espinores $v(p,s)$ son soluciones de energía negativa

$$(\not{p} + m)\, v(p,s) = 0,$$

y corresponden a una partícula moviéndose en dirección opuesta a la del tiempo (hacia atrás en el tiempo), o bien, según la teoría de hoyos de Dirac, a su antipartícula moviendose en la dirección positiva del tiempo.

Los espinores de Dirac son de la forma:

$$u_{p,\sigma} = \left[\frac{E+m}{2m} \right]^{1/2} \begin{bmatrix} \zeta \\ \left(\frac{\sigma \cdot p}{E+m} \right) \zeta \end{bmatrix}$$

$$v_{p,\sigma} = \left[\frac{E+m}{2m} \right]^{1/2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\sigma \cdot p}{E+m} \right) \zeta \\ \zeta \end{bmatrix}$$

Las funciones de onda son:

$$\frac{1}{\sqrt{V}}\sqrt{\frac{m}{E}}\,u_{p\sigma}\,e^{ip\cdot x-iEt}$$

$$\frac{1}{\sqrt{V}}\sqrt{\frac{m}{E}}\,v_{p\sigma}\,e^{-ip\cdot x+iEt}$$

con las normalizaciones

$$\bar{u}_{p\sigma}\,u_{p\sigma'} = \delta_{\sigma\sigma'}$$

$$\bar{v}_{p\sigma}\,v_{p\sigma'} = -\delta_{\sigma\sigma'}$$

donde $\bar{u} = u^{+}\gamma_0$

$$\bar{v} = v^{+}\gamma_0$$

$$\bar{u}_{p\sigma}\,\gamma_0\,u_{p\sigma} = \frac{E}{m}\,\bar{u}_{p\sigma}\,u_{p\sigma}$$

$$\bar{v}_{p\sigma}\,\gamma_0\,v_{p\sigma} = -\frac{E}{m}\,\bar{v}_{p\sigma}\,v_{p\sigma}$$

y cumplen con la relación de ortogonalidad

$$\bar{u}_{p\sigma}\,v_{p\sigma} = \bar{v}_{p\sigma'}\,u_{p\sigma'} = 0.$$

Definimos también los proyectores de energía y espin como operadores que "proyectan" eigenestados de energía positiva o negativa para una p dada.

$$\Lambda_{+}(p) = \sum_{\sigma} u_{p\sigma}\,\bar{u}_{p\sigma}$$

$$\Lambda_{-}(p) = -\sum_{\sigma} v_{p\sigma}\,\bar{v}_{p\sigma}$$

o sea,

$$\Lambda_{\pm}(p) = \frac{\pm\not{p} + m}{2m} \tag{4}$$

para el momento, y cumplen con las propiedades:

$$\Lambda_{\pm}^{2}(p) = \Lambda_{\pm}(p),$$

$$\Lambda(p)_{+}\,\Lambda(p)_{-} = 0,$$

$$\Lambda(p)_{+} + \Lambda(p)_{-} = 1.$$

Para un vector de espin s^{μ} en general, con $s^{\mu}\,p_{\mu}=0$

$$\Sigma(s) = \frac{1 + \gamma^{5}\not{s}}{2} \tag{5}$$

1.2 LÍMITE DE MASA CERO

Utilizando las Ecs. (4) y (5), definimos el proyector de energía y espín como :

$$P(E,s) = \frac{\pm \not{p} + m}{2m} \cdot \frac{1 + \gamma^5 \not{s}}{2} \qquad (6)$$

Para una energía E finita, si se tiene el caso en que la masa del fermión es muy pequeña (como por ejemplo el neutrino), o sea, el límite $m \to 0$, el proyector que acabamos de definir es singular, pero las secciones diferenciales son finitas debido a un factor m/E que se introduce por la definición de las funciones de onda y los factores de espacio fase.

Sin embargo, para estados de helicidad, la polarización,

$$s = \pm (|p|, E)/m = \pm s_E/m \qquad (7)$$

también es singular, y la manera de salvar estas singularidades es tomar los llamados proyectores de helicidad. Aunque su utilidad es grande y se encuentran definidos en casi todos los textos [2], en ninguno se muestra la manera de llegar "suavemente" a ellos. Aquí presentaremos una forma sencilla de llegar a ellos.

Tomando las Ecs. (6) y (7):

$$\begin{aligned} P(E,s) &= \frac{1}{4m^2} (\pm \not{p} + m)(m + \gamma^5 \not{s}_E) \\ &= \frac{1}{4m^2} (\pm \not{p}\not{s}_E \pm m\not{p} + m\gamma^5 \not{s}_E + m^2). \end{aligned}$$

Con ayuda de las propiedades de las matrices γ:

$$\not{p}\not{s}_E = \frac{1}{2} (\not{p}\not{s}_E - \not{s}_E\not{p})$$

y definiendo

$$\begin{aligned} r &= p - s_E \\ &= E(1,\hat{\beta}) - E(\beta,\hat{\beta}) \end{aligned}$$

$$= E\,(1-\beta)\,(1,-\hat{\beta})$$

$$= E\,(1-\beta)\,\jmath$$

donde $\hat{\beta}$ es el vector unitario en la dirección de movimiento del fermión, $\vec{\beta}$ su velocidad, y $\jmath$ un vector auxiliar.

Entonces, desarrollando en potencias de m^2/E^2

$$r = (1,\ -\hat{\beta})\ (E - |\vec{p}|)$$

$$= (1,\ -\hat{\beta})\ [E - \sqrt{E^2-m^2}\ ]$$

$$= (1,\ -\hat{\beta})\ \left[\frac{m^2}{2E^2} + \ldots\ldots\right]$$

O sea que

$$\not{p}\not{r}_E = \frac{1}{2}\ (\not{p}\not{r} - \not{r}\not{p}) \cong \theta\ (\frac{m^2}{E^2})$$

Esto significa que a orden más bajo en m:

$$P(E,s) = \frac{m}{4m^2}\ (\pm\not{p} + \gamma^5\not{p}) + \frac{1}{4}[\ 1\ \pm \frac{1}{2}\ \frac{E(1-\beta)}{m^2}\ (\not{p}\not{r} - \not{r}\not{p})\ ]$$

$$P(E,s) = \frac{1}{4m}\ (\pm\ 1\ + \gamma^5)\not{p} + \theta(m^2/E^2) \qquad (8)$$

donde la m en el denominador se cancela, como lo mencionamos anteriormente, con el factor m/E. La Ec.(8) se conoce como el proyector de energía y espín para casos de helicidad.

CAPITULO II

II.1 Cálculo de Secciones Eficaces

Como lo indicamos en el capítulo anterior, la ecuación de Dirac para una partícula en interacción con un potencial electromagnético es, Ec.(3),

$$(\not{p} - m) \psi = \gamma^{0} V \psi .$$

La amplitud de dispersión de un electrón de un estado inicial ψ_i a uno final ψ_f es, utilizando teoría de perturbaciones a primer orden,

$$\begin{aligned} T_{fi} &= - \int \psi^{+}_{f}(x) \; V(x) \; \psi_{i}(x) \; d^{4}x \\ &= i \; e \int \overline{\psi}_{f} \gamma_{\mu} A^{\mu} \psi_{i}(x) \; d^{4}x \\ &= - i \int j_{\mu}(x) A^{\mu} \; d^{4}x \end{aligned}$$

con $j_{\mu} = -e \; \overline{\psi}_{f} \; \gamma_{\mu} \; \psi_{i} = -e \; \overline{u}_{f} \; \gamma_{\mu} \; u_{i} \; e^{i(pf-pi)\cdot x}$ la corriente electromagnética de transición entre los estados i y f. A^{μ} es el campo electromagnético asociado a dicha corriente.

De esta manera podemos tratar la interacción electromagnética entre dos partículas como (Fig.1)

$$T_{fi} \sim - i \int j^{(1)}_{\mu}(y) \; D(y-x) \; j^{\mu(2)}(x) \; d^{4}x \; d^{4}y$$

ya que $A^{\mu}(x) = \int d^{4}y \; D(x-y) \; j^{\mu}(y)$.

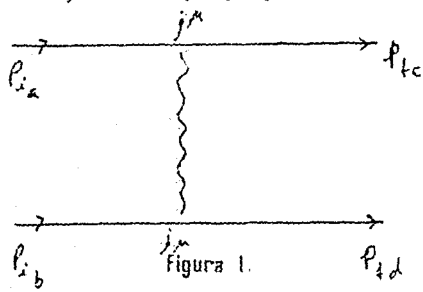


Figura 1.

Con $q = p_d - p_b$ el "propagador" del fotón intercambiado

$$T_{fi} = -i \int \left[\left(-e\bar{u}_{fc} \gamma_\mu u_{ia} \right] e^{-i(p_{fc}-p_{ia})\cdot x} \left[\frac{-1}{q^2} \right] \cdot \right.$$
$$\left. \cdot \left[-e\bar{u}_{fd} \gamma^\mu u_{ib} \right] e^{-i(p_{fd}-p_{ib})\cdot x} \right] d^4x$$
$$= -i \left[(-e\bar{u}_{fc} \gamma^\mu u_{ia}) \left(\frac{-1}{q^2} \right) (-e\bar{u}_{fd} \gamma_\mu u_{ib}) \cdot \right.$$
$$\left. \cdot \int e^{-i(p_{fc}-p_{ia})\cdot x} e^{-i(p_{fd}-p_{ib})\cdot x} d^4x \right.$$
$$= -i \left[(-e\bar{u}_{fc} \gamma^\mu u_{ia}) \left(\frac{-1}{q^2} \right) (-e\bar{u}_{fd} \gamma_\mu u_{ib}) \cdot \right.$$
$$\cdot \delta^4(p_a + p_b - p_c - p_d) (2\pi)^4$$
$$= -i (2\pi)^4 \delta^4(pa + pb - pc - pd) M_{fi}$$

A M_{fi} se le conoce como la Amplitud Invariante , y la delta de Dirac indica la conservación de la cantidad de movimiento ($pa + pb = pc + pd$).

En las expresiones anteriores podemos substituir las partículas a y b por electrones y/o protones, y así obtenemos dispersiones electromagnéticas del tipo $e^+e^- \to e^+e^-$, $e^- p \to e^- p$, ó combinaciones de ellos. Pero siguiendo el mismo formalismo, también es posible analizar otro tipo de dispersiones, tales como las débiles y las electrodébiles (cuyo modelo indicaremos en el siguiente capítulo), substituyendo la corriente electromagnética por la electrodébil en el vértice correspondiente. Asímismo es posible evaluar diagramas (de Feynman) con uno o más vértices, colocando las interacciones apropiadas en cada vértice y los propagadores de las partículas indicadas en cada línea interna (Reglas de Feynman (3)). De aquí en adelante seguiremos con el análisis en una forma general, y en el Capítulo IV nos ocuparemos del diagrama particular de esta tesis.

Cuando se está interesado en evaluar el elemento de matriz invariante de Lorentz, para una línea de un fermión con una cierta interacción Γ, se debe obtener la expresión (usando la notación de Dirac, por simplicidad)

$$M_{fi} = \langle f \mid \Gamma \mid i \rangle \qquad (9)$$

donde Γ es una cuerda o suma de cuerdas de n matrices gama e $|i\rangle$, $\langle f|$ son los espinores de Dirac de 4 componentes que representan los estados inicial y final del fermión en cuestión, sea éste partícula o antipartícula.

Al elevar la amplitud al cuadrado para obtener la probabilidad de transición, el método estándar nos dice que

$$
\begin{aligned}
|M_{if}|^2 &= \langle f \mid \Gamma \mid i \rangle \langle i \mid \bar{\Gamma} \mid f \rangle \\
&= \mathrm{Tr}\,[\, \Gamma\, P_i\, \bar{\Gamma}\, P_f \,] \qquad (10)
\end{aligned}
$$

$$
\text{donde} \quad P_{\pm} = \Lambda_{\pm}(p)\, \Sigma_{\pm}(s) = \frac{(\pm \not{p} + m)}{2m}\, \frac{(1 \pm \gamma^5 \not{s})}{2} \qquad (11)
$$

son los proyectores de energía y de espín respectivamente, y $\bar{\Gamma} = \gamma^0\, \Gamma^+\, \gamma^0$.

La complejidad algebraica del cálculo es bien conocida si el proceso involucra una Γ con $n \geq 5$. El elevar al cuadrado nos da $(2n + 2)$ matrices gama, y al desarrollar la traza obtenemos un total de $(2n + 1)!!$ términos en el caso de espines iniciales del fermión promediados y espines finales sumados.

Surgen dificultades adicionales cuando el pro-ceso involucra dos o más líneas fermiónicas interactuando entre sí. El elevar al cuadrado da tantas trazas sencillas como líneas fermiónicas tengamos, y una serie de trazas grandes (dobles) para cada término de interferencia.

En general, este tipo de problemas se ha resuelto cuando algebráicamente no se implica demasiado esfuerzo para el caso en que se promedia sobre polarizaciones iniciales y se suma sobre las finales. Algunos procesos se calculan empleando los proyectores de helicidad. Al no haber contraparte teórica, ésta es una de las razones principales por la que los experimentos actuales no disciernen entre las polarizaciones posibles ni para los fermiones ni para los bosones que participan en el proceso.

En la presente tesis nosotros hemos desarrollado un método que permite la evaluación de diagramas que contengan una línea fermiónica, manteniendo explícitamente las polarizaciones de los fermiones y de los bosones. Este método lo basamos en la combinación de dos anteriores: uno propuesto por Moreno [4], y el segundo por Caffo y Remiddi [5], los cuales revisamos en la siguiente sección, y mostramos cómo se realiza el cálculo en general para una Γ vector o axial-vector.

II.2 MÉTODOS ALTERNATIVOS

Los dos métodos alternativos que recordaremos en este trabajo fueron desarrollados recientemente en busca de una manera más sencilla de expresar amplitudes de transición entre estados fermiónicos, incluyendo sus vectores de polarización.

El primero [4] consiste en desarrollar el elemento de matriz Γ, que depende de los parámetros de las partículas interactuantes con el fermión (bosones y otros fermiones), en términos de los 16 elementos de la base covariante (2):

$$\Gamma = S + i P \gamma^5 + V_\mu \gamma^\mu + i A_\mu \gamma^5 \gamma^\mu - \frac{1}{2} T_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu}, \qquad (12)$$

donde los coeficientes de nuestra Γ son S, P, V_μ, A_μ y $T_{\mu\nu}$ respectivamente para cada término de la base.

Como se muestra en ese artículo, si multiplicamos dos elementos del álgebra, se obtiene la expresión

$$\Gamma_1 \Gamma_2 \equiv (S_1 + i P_1 \gamma^5 + V_{1\alpha} \gamma^\alpha + i A_{1\alpha} \gamma^5 \gamma^\alpha - (1/2) T_{1\alpha\beta} \sigma^{\alpha\beta})(S_2 + i P_2 \gamma^5$$

$$
\begin{aligned}
&+V_{2\mu}\gamma^{\mu} + i A_{2\mu}\gamma^{5}\gamma^{\mu} - (1/2)T_{2\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}) \\
&= (S_1 S_2 - P_1 P_2 + V_1 \cdot V_2 + A_1 \cdot A_2 - \frac{1}{2} T_{1\alpha\beta}T_2^{\alpha\beta}) + i(S_1 P_2 + P_1 S_2 \\
&+ A_1 \cdot V_2 - V_1 \cdot A_2 + \frac{1}{2} \widetilde{T_{1\alpha\beta}} T_2^{\alpha\beta})\gamma^{5} + (S_1 V_{2\alpha} + V_{1\alpha} S_2 + A_{1\alpha} P_2 \\
&- P_1 A_{2\alpha} + T_{1\alpha\mu} V_2^{\mu} + V_1^{\mu} T_{2\mu\alpha} + \widetilde{T_{1\alpha\mu}} A_2^{\mu} - A_1^{\mu} \widetilde{T_{2\mu\alpha}})\gamma^{\alpha} + i(P_1 V_{2\alpha} \\
&- V_{1\alpha} P_2 + S_1 A_{2\alpha} + A_{1\alpha} S_2 - \widetilde{T_{1\alpha\mu}} V_2^{\mu} + V_1^{\mu} \widetilde{T_{2\mu\alpha}} + T_{1\alpha\mu} A_2^{\mu} + \\
&A_1^{\mu} T_{2\mu\alpha})\gamma^{5}\gamma^{\alpha} - (1/2)(2V_{1\alpha}V_{2\beta} - 2\widetilde{V_{1\alpha} A_{2\beta}} + 2A_{1\alpha}V_{2\beta} + \\
&2A_{1\alpha}A_{2\beta} + T_{1\alpha\beta}S_2 + S_1 T_{2\alpha\beta} + \widetilde{T_{1\alpha}} P_2 + P_1 \widetilde{T_{2\alpha\beta}} + 2\widetilde{T_{1\alpha\mu} T_{2.\beta}^{\mu}})\sigma^{\alpha\beta}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Pero al tomar la traza de ésta, se obtiene que sólo el coeficiente escalar sobrevive, ya que es el único elemento de la base cuya traza es distinta de cero, o sea que

$$
\mathrm{Tr}\ \Gamma_1 \Gamma_2 = 4(S_1 S_2 - P_1 P_2 + V_1 \cdot V_2 + A_1 \cdot A_2 - \frac{1}{2} T_{1\alpha\beta} T_2^{\alpha\beta}) \ . \tag{14}
$$

A la expresión (10)

$$
|\ M_{fi}\ |^2 = \mathrm{Tr}\ \{\ \Gamma\ P_i\ \overline{\Gamma}\ P_f\ \}
$$

le asignamos

$$
\Gamma_1 = \Gamma\ \Lambda\ (p_i)\ \Sigma\ (s_i)
$$

$$
\Gamma_2 = \overline{\Gamma}\ \Lambda\ (p_f)\ \Sigma\ (s_f) \tag{15}
$$

y obtenemos los coeficientes de Γ_1 y Γ_2 . Si los substituimos en las ecuaciones (5.10) de la Ref [4] para el caso de espines sumados, y (5.11) para el caso general, obtenemos entonces los coeficientes para cada una de las Γ_1 y Γ_2 indicadas en (15).

Para obtener la probabilidad de transición (10), se introducen los coeficientes anteriores en (14).

Posteriormente se multiplica por los factores de espacio fase y se llevan a cabo las integraciones correspondientes para obtener, ya sea la sección diferencial, o la total del proceso en cuestión.

Este método reduce drásticamente el número de términos por evaluar de $(2n + 1)!!$ a $(n + 2)!!$ para el caso de espines promediados. Sin embargo aún existen dificultades algebraicas cuando n es considerablemente grande. Y por otra parte, hemos podido comprobar que en algunos casos la obtención de los coeficientes del desarrollo de Γ puede ser muy complicada [6], ya que se deben calcular el producto de la Γ (sin desarrollar) con cada elemento de la base covariante y tomar los términos sobrevivientes (cuya traza es distinta de cero) como el coeficiente correspondiente.

Es importante hacer notar que cuando se evalúan procesos con dos o más líneas fermiónicas todavía existe la dificultad de la que hablábamos en la sección anterior, que es el número y la complejidad de los términos cruzados que se deben calcular al elevar al cuadrado.

El segundo método [5] expresa la amplitud de transición entre dos estados de espinor como

$$M_{fi} = \frac{1}{\sqrt{Tr\ P_i\ P_f}}\ Tr\ (\Gamma\ P_i\ P_f)\ , \qquad (16)$$

la cual nos dá un número complejo después de que la traza se llevó a cabo. Elevar al cuadrado es entonces muy simple

$$|\ M_{fi}\ |^2 = \frac{1}{Tr\ P_i\ P_f}\ [Tr\ (\Gamma\ P_i\ P_f)]^2, \qquad (17)$$

obteniendo como resultados números reales.

De esta relación queremos hacer notar que la expresión analítica de $Tr\ P_i\ P_f$ (en términos de pi, si, pf, sf) se puede obtener para una línea de fermión en general, y al final del cálculo dar los valores correspondientes para cada proceso específico.

El procedimiento que lleva a la Ec. (16) es muy sencillo, y dado que los autores no lo especifican, y que su desarrollo hace evidentes las dificultades para algunos casos, nosotros lo presentaremos aquí.

Partiendo de la amplitud de transición, y usando la notación de Dirac:

$$M_{fi} = \langle f \mid \Gamma \mid i \rangle$$

$$= \langle f \mid \sum_{\xi} \mid \xi \rangle \langle \xi \mid \Gamma \mid i \rangle$$

donde $\sum_{\xi} \mid \xi \rangle \langle \xi \mid$ es una base completa cuya normalización $\langle \xi \mid \xi \rangle$ podemos tomar como la unidad.

$$M_{fi} = \sum_{\xi} \langle \xi \mid \Gamma \mid i \rangle \langle f \mid \xi \rangle$$

$$= \sum_{\xi} \langle \xi \mid \Gamma \mid i \rangle \frac{\langle i \mid f \rangle}{\langle i \mid f \rangle} \langle f \mid \xi \rangle$$

$$= \frac{1}{\langle i \mid f \rangle} \sum_{\xi} \langle \xi \mid \Gamma P_i P_f \mid \xi \rangle$$

$$= \frac{1}{\langle i \mid f \rangle} \mathrm{Tr} \left(\Gamma P_i P_f \right)$$

Para calcular el factor $1 / \langle i \mid f \rangle$ tomamos $\Gamma = 1$ en la primera linea de este desarrollo, y obtenemos que

$$\langle f \mid i \rangle = \mathrm{Tr}\ P_i P_f / \langle i \mid f \rangle$$

$$\mid \langle i \mid f \rangle \mid^2 = \mathrm{Tr}\ P_i P_f$$

entonces $\langle i \mid f \rangle = \sqrt{\mathrm{Tr}\ P_i P_f}$ hasta una cierta fase intrínseca no determinada.

Aquí hay que hacer notar que el factor $\langle i \mid f \rangle$ puede, en algunos casos particulares, ser igual a cero. Para salvar este punto hay dos caminos: el de dar a los vectores de polarización una pequeña componente transversal, para el caso particular en que se tomen polarizaciones longitudinales; o el de tomar el producto $\langle i|\cdot|f\rangle$ en vez de $\langle i|f\rangle$ en el desarrollo anterior, donde $\cdot$ es un cuadrivector cualquiera perpendicular al plano de la reacción. Se puede fácilmente rehacer todos los pasos para obtener (16).

Para una Γ simple el usar la Ec. (17) es equivalente a aplicar la Ec. (10), pero cuando se utilizan varias interacciones en una sola línea, o varias líneas fermiónicas, el uso de la Ec. (17) es mucho más conveniente.

Una vez obtenida la amplitud de transición de la forma (16), se pueden sumar procesos y elevar al cuadrado para obtener la probabilidad con la tranquilidad de que el cálculo no se complicará más allá de elevar al cuadrado una suma de números complejos. Sin embargo, los autores estudian procesos en los que se restringen sólo a polarizaciones longitudinales para calcular la Tr (Γ P_i P_f). Nótese que durante el desarrollo del cálculo no es posible sumar o promediar a polarizaciones; esto debe hacerse ya que se tenga una expresión para cada polarización explícita, y sumarlas todas si ese es el caso.

La unión de éstos dos métodos consiste en asignar, en la Ec.(14), a Γ_1 la serie de interacciones que el fermión sufre a lo largo de su trayectoria, y a Γ_2 el producto de los proyectores de energía y espin inicial y final.

$$\Gamma_1 = \Gamma$$

$$\Gamma_2 = P_i\ P_f = \Lambda_\pm(p_i)\ \Sigma\ (s_i)\ \Lambda_\pm(p_f)\ \Sigma\ (s_f) \qquad (18)$$

ambas desarrolladas en términos de la base covariante de la forma de (11).

De esta manera tenemos en (16)

$$M_{fi} = Tr\ (\Gamma_1\ \ \Gamma_2) \ / \ \sqrt{Tr\ \Gamma_2} \qquad (19)$$

donde Γ_2 y su traza se calculan, como ya dijimos, una sola vez para cualquier proceso fermiónico.

El cálculo importante por realizar, para cada proceso, es la traza del producto $\Gamma_1\Gamma_2$, para lo cual utilizamos un programa en REDUCE que utiliza las ecuaciones obtenidas por Moreno recursivamente.

REDUCE es el programa de manipulación simbólica creado en 1961 por Antony Hearn [7], y que realiza todo tipo de álgebras como desarrollo de polinomios de grado n, álgebra de matrices, diferenciación, etc. Cuenta con un paquete especializado para el cálculo de procesos a altas energías, implementado con toda el álgebra de Dirac de matrices gama, cuadrivectores unitarios, el tensor métrico de segundo rango, etc., siguiendo la notación de Bjorken and Drell [1]. Se cuenta con una versión de este lenguaje de 1965 en la BURROUGHS 80800 y una mas moderna de 1979 en la VAX 11-780 del Instituto de Física de la UNAM.

El paquete de REDUCE para altas energías calcula procesos sacando la traza por el método estándar, es por esto que aún para una n no muy grande la máquina tiende a saturarse rápidamente. El programa que nosotros utilizamos calcula procesos de la manera que acabamos de describir, pero de la forma analítica que se obtiene por ambos métodos no es fácil encontrar la concordancia entre los resultados. Más adelante presentaremos un proceso especifíco para el cual verificamos lo obtenido por los dos caminos.

II.3 ALGUNOS CÁLCULOS EN GENERAL

En forma general vamos a obtener las trazas de $P_i P_f$ y $\Gamma P_i P_f$ para el caso vector y axial-vector.

Para el proyector

$$P = (\not{p} + m) (1 + \gamma^5 \not{s}) / (4m) =$$

$$= (P^\mu \gamma^\mu + 1m) (1 + s_\mu \gamma^5 \gamma^\mu) / (4m)$$

tenemos la multiplicación de un término vectorial y uno escalar por otro escalar y uno axial-vector, lo que, usando la Ec. (13) nos da

$$P = \left\{ (m\,1 + P_{\mu}\,\gamma^{\mu})\;(1 + i(-i\;S_{\mu})\;\gamma^{5}\;\gamma^{\mu}) \right\} /4m =$$

$$= \left\{ m\,1 + i(-i\;P_{\mu} S_{\mu})\;\gamma^{5} + i(-im\;S_{\mu\alpha})\gamma^{5}\gamma^{\alpha} + \right.$$

$$\left. + P_{\mu\alpha}\;\gamma^{\alpha} + \frac{1}{2}\;(-i\;2\;\widetilde{P_{\mu\alpha}\;S_{\mu\beta}})\;\sigma^{\alpha\beta} \right\} /4m$$

O sea que, para cada proyector (inicial y final), tenemos los coeficientes

$1/4$	escalar
0	pseudoescalar
$P_{\alpha}/4m$	vectorial
$-i\;S_{\alpha}/4$	axial-vector
$i\;\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\;P^{\mu}\;S^{\nu}\;/4m$	tensorial.

El producto $P_i\;P_f$ desarrollado explicitamente en la base covariante es, usando (13):

$$P_i\;P_f = \{2\gamma^{5}\gamma_{\mu}\,[Pi^{\mu}\;Pf\cdot Si - im\;\;\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu}Pi^{\alpha}Si^{\beta}Sf^{\nu} - im\;\;\varepsilon_{\mu\alpha\beta\nu}$$
$$Pf^{\alpha}Si^{\beta}Sf^{\nu} + Pf^{\mu}\;Pi\cdot Sf - Si^{\mu}\;\;Pi\cdot Pf + mSi^{\mu} - Sf^{\mu}\;\;Pi\cdot Pf +$$
$$m^{2}Sf^{\mu}] + 2\gamma^{5}[\,mPi\cdot Sf + mPf\cdot Si - i\;\;\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}Pi^{\alpha}Pf^{\beta}Si^{\mu}Sf^{\nu}] +$$
$$2\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}[-Pi^{\mu}Pf^{\nu}Si\cdot Sf + Pi^{\mu}Pf^{\nu} + Pi^{\mu}Sf^{\nu}Pf\cdot Si] +$$
$$2m\gamma_{\mu}[\,Pi^{\mu}Si\cdot Sf + Pi^{\mu}] + im[-\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}\varepsilon_{\alpha\mu\nu\beta}Pi^{\alpha}Si^{\beta} - \varepsilon_{\alpha\mu\nu\beta}Pi^{\alpha}Sf^{\beta}$$
$$+ \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}Pf^{\alpha}Si^{\beta} + \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}Pf^{\alpha}Sf^{\beta}] + 2i\gamma_{\mu}[-\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu}Pi^{\alpha}Pf^{\beta}Si^{\nu} -$$
$$\varepsilon_{\alpha\mu\beta\nu}Pi^{\alpha}Pf^{\beta}Sf^{\nu}] + im\gamma_{\nu}\gamma_{\mu}[\varepsilon_{\alpha\mu\nu\beta}Pi^{\alpha}Si^{\beta} + \varepsilon_{\alpha\mu\nu\beta}Pi^{\alpha}Sf^{\beta} -$$
$$\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}Pf^{\alpha}Si^{\beta} - \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}Pf^{\alpha}Sf^{\beta}] + 2\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}Pf^{\mu}Pi^{\nu}(Si\cdot Sf - 1) -$$
$$2\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}Pf^{\mu}Si^{\nu}Pi\cdot Sf + 2m\gamma_{\mu}Pf^{\mu}[\,Si\cdot Sf - 1] + 2\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}Si^{\mu}Pf^{\nu}Pi\cdot Sf$$

$$+ \quad 2\gamma_\mu \gamma_\nu S_i^\mu S_f^\nu (-P_i\cdot P_f \quad + \quad m^2) \quad + \quad 2m\gamma_\mu S_i^\mu P_i\cdot S_f \quad -$$
$$2\gamma_\mu \gamma_\nu S_i^\mu P_i^\nu P_f\cdot S_i \quad + \quad 2\gamma_\mu \gamma_\nu S_f^\mu S_i^\nu (P_i\cdot P_f \quad - \quad m^2) \quad -$$
$$2m\gamma_\mu S_f^\mu P_f\cdot S_i \quad + \quad 2P_i\cdot P_f(S_i\cdot S_f \; - \; 1) \; - \; 2P_i\cdot S_f \quad P_f\cdot S_i \quad -$$
$$2mS_i\cdot S_f \; + \; 2m^2\}/32m^2$$

y sacando la traza otra vez con la ayuda de (13), tenemos:

$$\mathrm{Tr}\; P_i\; P_f = \frac{1}{4} + \frac{1}{4m^2}\; P_i\cdot P_f + \frac{1}{4}\; S_i\cdot S_f\; +$$
$$+ \frac{1}{4m^2}\; (P_f\cdot S_i\; P_i\cdot S_f \; - \; P_f\cdot P_i\; S_f\cdot S_i) \qquad (20)$$

La Ec.(20) es válida para cualquier proceso, y es la que utilizaremos repetidamente en (19)

De manera similar, pero un poco mas complicada algebráicamente obtenemos, para interacciones A y V

$$\Gamma = V_\mu \gamma^\mu \quad + \; i\; A_\mu \gamma^5 \gamma^\mu$$

los coeficientes de ΓP_i son:

$$\frac{1}{4}\left[\frac{V\cdot P_i}{m} - iA\cdot s_i\right] \qquad \text{escalar}$$

$$\frac{1}{4}\left[\frac{A\cdot P_i}{m} + iV\cdot s_i\right] \qquad \text{pseudoescalar}$$

$$\frac{1}{4}\left[V_\alpha + \frac{i}{m}\,\epsilon_{\alpha\mu\nu\rho} p_i^\mu\, V^\nu s_i^\rho \; - \frac{i}{m}\, (A\cdot s_i\, p_{i\alpha} - A\cdot p_i\, s_{i\alpha})\right] \text{vectorial}$$

$$\frac{1}{4}\left[A_\alpha + \frac{i}{m}\,\epsilon_{\alpha\mu\nu\rho} p_i^\mu\, A^\nu s_i^\rho \; + \frac{i}{m}\, (s_i\cdot V\; p_{i\alpha} - p_i\cdot V\; s_{i\alpha})\right] \text{axial-vector}$$

$$\frac{1}{4}\Big[i\,\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} V^\mu s_i^\nu \; + \frac{1}{m}(V_\alpha p_{i\beta} - p_{i\alpha} V_\beta) + i(s_{i\alpha} A_\beta - A_\alpha s_{i\beta})$$
$$+ \frac{1}{m}\,\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\, a^\mu p_i^\nu \qquad \text{tensorial}$$

entonces:

$$\mathrm{Tr}(\Gamma P_i P_f) = \frac{1}{4m}\; V\cdot P_i \; - \frac{i}{4} A\cdot S_i + \frac{1}{4m}\; V\cdot P_f + \frac{i}{4m^2}\; \epsilon_{\alpha\mu\nu\rho} P_f^\alpha\; P_i^\mu\; V^\nu S_i^\rho$$
$$- \frac{i}{4m^2}\; (A\cdot S_i\; P_i\cdot P_f \; - \; A\cdot P_i\; S_i\cdot P_f) \; - \frac{i}{4}\; A\cdot S_f \; +$$
$$+ \frac{1}{4m}\; \epsilon_{\alpha\mu\nu\rho}\; S^\alpha\; P_i^\mu\; A^\nu\; S_i^\rho \; + \; \frac{1}{4m}(S_i\cdot V\; P_i\cdot S_f - P_i\cdot V\; S_i\cdot S_f)$$
$$+ \frac{1}{4m}(V\cdot S_f S_i\cdot P_f - V\cdot P_f + S_i\cdot S_f) \; - \; \frac{i}{8m^2}(V_\alpha P_{i\beta} - P_{i\alpha} V_\beta)$$

$$\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} P_{f\mu} S_{f\nu} + \frac{1}{8m}(S_{i\alpha} A_{\beta} - A_{\alpha} S_{i\beta}) \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} P_{f\mu} S_{f\nu}$$
$$- \frac{i}{4m^2} (A\cdot S_f \, P_i\cdot P_f - A\cdot P_f \, P_i\cdot S_f) . \qquad (21)$$

Para el caso especial en que tenemos proyectores de helicidad $(1 + h\,\gamma^5)/2$, siendo $h = \pm 1$, tenemos que, si los coeficientes

$1/4$	escalar
$-i\,h/4$	pseudoescalar
$P_\mu/4m$	vectorial
$i\,h\,P_\mu$	axial-vector
0	tensorial

entonces:

$$P_i P_f = \Big\{[m^2(1+h_1h_2) + P_i\cdot P_f(1-h_1h_2)]\,1 + i[-i m^2(h_1+h_2) +$$
$$+ i P_i\cdot P_f(h_1 - h_2)]\gamma^5 + m[(P_i+P_f)_\mu + h_1h_2(P_i-P_f)_\mu]\gamma^\mu +$$
$$+ i(im)[(h_1P_i + h_2P_f)_\mu + (h_2P_i - h_1P_f)_\mu]\gamma^5\gamma^\mu + \frac{1}{2}(2)[P_{i\mu}P_{f\nu}$$
$$(1 + ih_1 - h_1h_2) - ih_2 \widetilde{P_{i\mu}P_{f\nu}}]\sigma^{\mu\nu}\Big\} / 16m^2 \qquad (22)$$

de donde

$$\mathrm{Tr}\,(P_i P_f) = \Big\{m^2(1 + h_1h_2) + P_i\cdot P_f(1 - h_1h_2)\Big\}/16m^2 \qquad (23)$$

De esta última relación se puede observar que cuando las helicidades del fermión entrante y del saliente son iguales ($h_1 = h_2$), sólo tenemos un factor $\mathrm{Tr}\,(P_iP_f) = 1/16$. Si por el contrario, el fermión cambia su helicidad ($h_1 = -h_2$), la $\mathrm{Tr}(P_iP_f) = p_i\cdot p_f/8m^2$.

CAPITULO III

MODELO ESTÁNDAR DE LAS INTERACCIONES ELECTRODÉBILES

Con el descubrimiento experimental de los bosones vectoriales Z^{o} y $W^{\pm}$ predichos por el modelo estándar, las teorías de norma de las interacciones electrodébiles están casi completas. La existencia de los bosones de Higgs se ha convertido en el siguiente paso por confirmar.

El modelo estándar convencional, basado en las corrientes débiles de la forma V - A, que ajusta los valores de las masas de las partículas Z^{0} y $W^{\pm}$, predice también la existencia de un boson de Higgs neutro, encargado de darle masa a los fermiones y a los bosones de norma, y cuya masa queda todavia sin determinar pero generalmente se asume que es inferior a 1 TeV [8]. Los modelos extendidos, incluyendo los supersimétricos y de tecnicolor, agregan al menos dos bosones de Higgs cargados $H^{\pm}$ adicionales.

En este capitulo presentaremos una breve revisión del modelo de Glashow-Weinberg-Salam con un H^{0} (conocido como el modelo estándar), y del modelo extendido más sencillo que introduce únicamente dos dobletes de Higgses y que es consistente con los resultados conocidos.

Escogemos el grupo de simetria $SU(2)_L X\ U(1)$, donde $SU(2)_L$ es el grupo de isoespin débil y U(1) el de hipercarga débil.

Los leptones y quarks se agrupan en tres familias (hasta ahora) de dobletes para la parte izquierda y singuletes para la parte derecha de la manera

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \; .$$

$$e_R \qquad \mu_R \qquad \tau_R$$

Para los leptones

$$e_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)e$$

$$e_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)e, \text{ etc.}$$

suponiendo que los neutrinos no tienen masa y vienen exclusivamente izquierdos.

Para los quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

$$u_R \qquad c_R \qquad t_R$$

$$d_R \qquad s_R \qquad b_R$$

donde d', s', b' son las combinaciones de los eigenestados de masa d, s, b rotados por la matriz unitaria de mezcla de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa:

$$u = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \tag{24}$$

con las abreviaciones $c_i = \cos\theta_i$ y $s_i = \operatorname{sen}\theta_i$. En esta parametrización θ_1 corresponde al ángulo de Cabibbo $\theta_c \cong 0.25$.

El grupo SU(2) está generado por las cargas débiles

$$T_+ = \int (\nu_{eL}^+ e_L + u_L^+ d_L)dx \quad +\text{términos análogos para los fermiones restantes}$$

$$T_- = (T_+)^+$$

$$T_3 = \frac{1}{2}\int (\nu_{eL}^+\nu_{eL} - e_L^+ e_L + u_L^+ u_L - d_L^+ d_L + \text{t.a.})d^3x \tag{25}$$

El grupo U(1) es escogido de tal manera que la carga eléctrica Q

$$Q = \int (-e^+ e + \frac{2}{3} u^+ u - \frac{1}{3} d^+ d)d^3x + \text{términos análogos}$$

es una combinación lineal del generador de U(1) y T_3 de SU(2)

$$Q - T_3 = \int [-\frac{1}{2}(\nu_{eL}^+\nu_{eL} + e_L^+ e_L) + \frac{1}{6}(u_L^+ u_L + d_L^+ d_L) - e_R^+ e_R +$$

$$+ \frac{2}{3} u_R^+ u_R - \frac{1}{3} d_R^+ d_R] d^3x + \text{t.a.}$$

que conmuta con los generadores T_i de SU(2).

La llamaremos entonces la hipercarga débil a $Y = 2(Q - T_3)$, que se puede recordar como el doble de las cargas promedio de cada multiplete.

El lagrangiano libre invariante bajo $SU(2)_L \times U(1)$ es

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\psi}_i \, i \, \gamma^{\mu} D_{\mu} \psi$$

donde ψ son las funciones de onda para cada uno de los multipletes de fermiones, por ejemplo:

$$\overline{(\nu_e \; e)}_L \, i \, \gamma^{\mu} D_{\mu} \binom{\nu_e}{e}_L ,$$

$$\bar{e}_R \, i \, \gamma^{\mu} D_{\mu} e_R \; .$$

y D_{μ} es la derivada covariante

$$D_{\mu}\psi = (\delta_{\mu} + i \, g \, T \cdot A_{\mu} + i \, g' \, \frac{Y}{2} B_{\mu}) \, \psi$$

Nótese que no aparecen términos simétricos en los términos de masa de los fermiones (por ejemplo $-m_e \bar{e}_R e_R$), ya que éstos rompen la simetría $SU(2)_L$.

El término de energía cinética debido a los campos de norma es de la forma

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{4} F^i_{\mu\nu} F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

con

$$F^i_{\mu\nu} = \delta^{\mu} A^i_{\nu} - \delta_{\nu} A^i_{\nu} - g \, \varepsilon^{ijk} A^j_{\mu} A^k_{\nu}$$

y

$$B_{\mu\nu} = \delta_{\mu} B_{\nu} - \delta_{\nu} B_{\mu}$$

que son los tensores del campo de norma de SU(2) y U(1) respectivamente.

Para introducir la masa necesaria a los leptones, quarks y bosones masivos (con excepción del fotón), es necesario romper la simetría del grupo $SU(2)_L \times U(1)$, de manera que se utiliza un conjunto de campos escalares ϕ que rompan hacia un $U(1)$ electromagnético con valor de expectación del vacío $\langle \phi \rangle_0$ distinto de cero, con el siguiente esquema

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \phi \rangle_0} U(1)_{em}$$

que sea renormalizable. De aquí, tres de los cuatro bosones de norma originales se convertirán en masivos, mientras uno de ellos, correspondiente al fotón, seguirá sin masa.

El mecanismo de Higgs convencional introduce un campo escalar con un solo doblete

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} , \quad Y (\phi) = 1$$

con uno de sus miembros neutro para tener la posibilidad de un valor $\langle \phi \rangle_0$ invariante bajo $U(1)_{em}$.

El valor de expectación en el vacío que adquiere es:

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

que es el encargado de generar las masas de los bosones vectoriales y de los fermiones.

El lagrangiano que incluye al campo escalar de Higgs es de la forma

$$\mathcal{L}_3 = (D_\mu \phi)^+ (D^\mu \phi) - V(\phi)$$

donde

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^+ \phi + \lambda (\phi^+ \phi)^2 .$$

y el acoplamiento de Yukawa más general entre escalares y fermiones está dado por

$$\mathcal{L}_4 = f^{(e)} l_L \phi e_R + f^{(u)} q_L \tilde{\phi} u_R + f^{(d)} q_L \phi d_R + \\ + h.c. + t.a.$$

con

$$\tilde{\phi} = i \tau_2 \phi^*$$

El lagrangiano completo invariante de norma es entonces la suma de los anteriores

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4 \qquad (26)$$

Los pasos siguientes se resumen en una parametrización de los campos complejos de Higgs $\phi^{+}(x)$ y $\phi^{\circ}(x)$ en términos de los cuatro reales $\xi_i(x)$ y $\eta_i(x)$, cuyos valores de expectación en el vacío son recorridos a cero. Se hace una transformación de norma definiendo nuevos campos (i.e., van a una norma unitaria), se reexpresa el lagrangiano (26) en términos de los nuevos campos y se obtienen los términos de masa que son los bilineales en los campos.

Con este modelo se asigna la masa a la partícula escalar de Higgs como $m_\eta = 2\sqrt{\mu}$ la cual no queda determinada por la teoría, como tampoco lo están muchos de sus acoplamientos con fermiones y escalares.

Se asignan las masas a los fermiones, y las masas de los mesones vectoriales (W^+, W^- y Z°) quedan dadas por las relaciones

$$m_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4}$$

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g}$$

$$m_Z^2 = \nu^2 (g^2 + g'^2)/4 \qquad (27)$$

donde θ_W es el ángulo de rotación con el que se diagonalizó la matriz de masa, y que se conoce como el ángulo de mezcla débil.

También se tiene la relación entre las masas de los mesones vectoriales

$$\rho = \frac{Mw^2}{M_Z^2 \cos^2\theta_W} \simeq 1 \quad . \qquad (28)$$

y las constantes de acoplamiento para las corrientes neutras son:

$$g_L^\nu = \frac{1}{2} \qquad g_R^\nu = 0$$

$$g_L^e = -\frac{1}{2} + \operatorname{sen}^2\theta_W \qquad g_R^e = \operatorname{sen}^2\theta_W$$

$$g_L^u = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\,\text{sen}^2\theta_v \qquad g_R^{\nu} = -\frac{2}{3}\,\text{sen}^2\theta_v$$

$$g_L^d = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,\text{sen}^2\theta_v \qquad g_R^d = \frac{1}{3}\,\text{sen}^2\theta_v \tag{29}$$

De los resultados experimentales (Baber et al. 1981) sobre las reacciones

$$\nu_\mu + e \longrightarrow \nu_\mu + e\ , \quad \nu_\mu + e \longrightarrow \nu_\mu + e\ , \quad \nu_e + e \longrightarrow \nu_e + e\ ,$$

$$\nu_e + e \longrightarrow \nu_e + e \quad \text{y} \quad e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu\ ,$$

se obtiene el valor de

$$\text{sen}^2\,\theta_v = 0.22$$

y de ahi surgen las predicciones para

$$m_v \simeq 80\ \text{GeV}$$

$$m_Z = 90\ \text{GeV}\ .$$

MODELOS CON DOS DOBLETES DE HIGGSES

Las diferentes extensiones al modelo estándar, que también predicen los resultados anteriores, varían desde el grupo que conforma la teoría hasta en el número y forma de los multipletes de Higgses que hay que escoger.

El que presentaremos en esta tesis [8] parte de un mínimo de dos dobletes de Higgses para generar las masas de los quarks y leptones y resulta en 5 bosones de Higgs físicos, 3 neutros y 2 cargados.

Consideremos un modelo [9] con dos dobletes escalares complejos con $Y = 1$, en una teoría de norma de SU(2) X U(1)

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \qquad\qquad \phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}$$

El potencial de Higgs más general tiene la forma

$$V(\phi_1, \phi_2) = \lambda_1 (\phi_1^+\phi_1 - V^2)^2 + \lambda_2(\phi_2^+\phi_2 - V^2)^2 + \lambda_3[(\phi_1^+\phi_1 - V^2)$$

$$+ (\phi_2^+\phi_2 - V^2)]^2 + \lambda_4 [(\phi_1^+\phi_1)(\phi_2^+\phi_1) - (\phi_1^+\phi_2)(\phi_2^+\phi_1)]$$

$$+ \lambda_6 [\mathrm{Im}(\phi_1^+\phi_2)]^2,$$

donde el término $\lambda_5(R_e(\phi_1^+\phi_2) - a_1 a_2]^2$ queda prohibido por la simetria discreta.

Los valores de expectación del vacío son:

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ V \end{pmatrix} , \qquad \phi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix} .$$

Los bosones de norma adquieren masa a través del mecanismo de Higgs. El término de energía cinética en el lagrangiano de Higgs es

$$(D_\mu \phi)^+ D_\mu \phi$$

donde $D_\mu = \delta_\mu + g_a L_a W_\mu^a$ (con W_μ^α los campos de los bosones vectoriales) y L_a son las matrices reales de N x N (doblando la representación) generadoras del grupo definidas por

$$L_a = - i T_a,$$

$$[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c$$

Para obtener la matriz de masa se reemplaza ϕ por su valor de expectación en el vacío ν, y comparando con $\frac{1}{2} M_{ab}^2 W^a W^b$, la matriz de masa es:

$$M_{ab}^2 = 2 (g_a L_a \nu)^T (g_b L_b \nu) \qquad (30)$$

donde T significa la matriz traspuesta.

En nuestro caso, utilizando (30)

$$m_W^2 = \frac{1}{2} g^2 (\nu^2 + V^2) \; ; \quad m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W} \qquad (31)$$

Como ϕ_1 y ϕ_2 consisten de 8 grados de libertad y sólo hay 3 bosones de Goldstone para darle masa a $W^{\pm}$ y Z^{o}, entonces quedan 5 partículas de Higgs.

En este caso particular las matrices L_a en la dimensión doblada (4 x 4) son de la forma

$$L_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \end{pmatrix}, \quad L_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & \end{pmatrix},$$

$$L_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_4 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ahora tenemos que encontrar la matriz U que diagonalice la matriz de masa de los mesones vectoriales M^2. El sector cargado (a = 1,2) ya es diagonal, entonces debemos concentrarnos en el neutro (a = 3,4), cuya matriz es:

$$U^{-1}\begin{pmatrix} m_z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} U = \frac{(\nu^2+V^2)}{2}\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}$$

Si denotamos $\tan\theta_w = g'/g$, reobtenemos (31)con

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta_v & \operatorname{sen}\theta_v \\ -\operatorname{sen}\theta_v & \cos\theta_v \end{pmatrix}$$

Esto nos regresa a las relaciones (27) y (28) ya obtenidas por el modelo estándar , y que son válidas para modelos que contengan un número arbitrario de dobletes (únicamente dobletes) de Higgs:

$$\tan\theta_v = \frac{g'}{g}, \quad \operatorname{sen}\theta_v = \frac{g'}{\sqrt{g'^2+g^2}}, \quad \cos\theta_v = \frac{g}{\sqrt{g'^2+g^2}}$$

$$m_z^2 = \frac{1}{2}(\nu^2+V^2)(g'^2+g^2) = \frac{m_v^2}{\cos^2\theta_v}$$

Ahora formemos una combinación lineal de L_a

$$L_b = \sum_a g_a U_{ab} L_a \quad .$$

que en este caso son:

$$L_3 = g\, L_3 \cos\theta_v - g' L_4 \operatorname{sen}\theta_v$$

$$L_4 = g L_3 \operatorname{sen}\theta_W + g' L_4 \cos\theta_W$$
$$= \frac{g g' (L_3 + L_4)}{(g^2 + g'^2)^{1/2}}$$

Transformaremos los campos de Higgs en un solo vector columna

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1^{1} \\ \phi_1^{2} \\ \vdots \\ \phi_2^{1} \\ \phi_2^{2} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_e\,\phi_1^{+} \\ I_m\,\phi_1^{+} \\ {}_e\,\phi_1^{0} \\ I_m\,\phi_1^{0} \\ {}_e\,\phi_2^{+} \\ I_m\,\phi_2^{+} \\ R_e\,\phi_2^{0} \\ I_m\,\phi_2^{0} \end{pmatrix}$$

y para los valores de expectación en el vacío se tiene

$$\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$$

Los bosones de Goldstone son las combinaciones lineales de los campos dadas por

$$\psi_a = (L_a V)^{+} [\phi - \nu]$$

con ϕ indicada en (32) y que en este modelo serán

$$G^{\pm} = \phi^{\pm} \cos\beta + \phi_2^{\pm} \operatorname{sen}\beta$$
$$G^{0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos\beta \, I_m \phi_1^{0} + \operatorname{sen}\beta \, I_m \phi_2^{0}),$$

donde $\tan\beta = \nu/V$.

Unicamente hay dos Higgses físicos cargados, y deben ser ortogonales a $G^{\pm}$

$$H^{\pm} = -\phi_1^{\pm} \operatorname{sen}\beta + \phi_2^{\pm} \cos\beta \qquad (33)$$

De la misma manera los tres Higgses físicos neutros deben ser ortogonales a G^{0}, o sea, combinaciones lineales

$$
\begin{aligned}
H^{\circ} &= \sqrt{2}\,(-\operatorname{sen}\beta\, I_m\, \phi_1^{\ \circ} + \cos\beta\, I_m\, \phi_2^{\ \circ}) \\
\phi^{\circ} &= \sqrt{2}\,(\cos\alpha(\mathrm{Re}\,\phi_1^{\ \circ} - V) + \operatorname{sen}\alpha(\mathrm{Re}\,\phi_2^{\ \circ} - \nu) \\
h^{\circ} &= \sqrt{2}\,(-\operatorname{sen}\alpha(\mathrm{Re}\,\phi_1^{\ \circ} - V) + \cos\alpha(\mathrm{Re}\,\phi_2^{\ \circ} - \nu)
\end{aligned}
\tag{34}
$$

Para obtener las masas de los Higgses y los bosones de Goldstone cargados, la matriz de masa para H^+ y G^+, es

$$
2\lambda_4 \begin{pmatrix} \nu^2 & -\nu V \\ -\nu V & V^2 \end{pmatrix}
$$

El eigenvalor distinto de cero es la masa de H^+

$$
m_{H^+}^2 = 2\,\lambda_4(\nu^2 + V^2) \tag{35}
$$

Para el sector neutro la matriz de masa es

$$
\begin{pmatrix}
8V\,(\lambda\ +\lambda\ ) & 0 & 8\lambda_3\nu V & 0 \\
0 & 2\lambda_\sigma\nu^2 & 0 & -2\lambda_\sigma\nu V \\
8\lambda\ \nu V & 0 & 8\nu^2(\lambda_2+\lambda_3) & 0 \\
0 & -2\lambda_\sigma\nu V & 0 & 2\lambda_\sigma V^2
\end{pmatrix}
$$

La masa de H° está dada por

$$
m^2_{H^{\circ}} = 2\lambda_\sigma\,(\nu^2 + V^2).(36)
$$

El ángulo α y las masas de ϕ° y h° son funciones complicadas de ν, V y de λ_i . Para simplificar las cosas tomaremos el caso en que $\nu \ll V$ y $\tan\beta \cong \beta$ para encontrar que

$$
\begin{aligned}
\alpha &\sim \frac{\nu\,\lambda_3}{V(\lambda_1+\lambda_3)} \sim \frac{\lambda_3\beta}{(\lambda_1+\lambda_3)} \leq \beta \\
m_\phi^{\ 2} &\sim 8V^2(\lambda_1 + \lambda_3)(1 + \alpha^2) \\
m_h^{\ 2} &\ \frac{8V^2}{\lambda_3^{\ 2}}\,(\lambda_1 + \lambda_3)(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)\ \alpha^2
\end{aligned}
\tag{37}
$$

Notese que las masas de los Higgses son parámetros libres al no haber restricciones sobre las λ_i .Si en particular escogemos $\lambda_i = g^2$ para toda i, y β pequeña, entonces:

$$
m\ 2 \simeq 2g^2V^2 \simeq 4m\ ^2 \simeq (160\ \mathrm{GeV}\ /\ 2)^2
$$

H v c

$$m_{\phi^2} \simeq 16g^2V^2 \simeq 32m_v^2 \simeq (450 \text{ GeV}/c^2)^2$$

$$m_{h^2} \simeq 12g^2\, V^2\, \beta^2 \simeq 24m_W^2\, \beta \simeq (400 \text{ GeV}/c^2)^2 \qquad (38)$$

Donde si se escoge $\lambda_4 = \lambda_6$, entonces $m_{H+} = m_{H^0} = m_H$.

Acoplamiento de los Higgses físicos con los fermiones (quarks y leptones) y con los bosones de norma.

Ahora analizaremos el acoplamiento de los Higgses físicos con los fermiones. Empezaremos por los leptones y supondremos que todos los neutrinos son sin masa para que no haya mezcla en el sector leptónico. Entonces, si

$$\ell = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$$

$$e_R = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\, e^- ,$$

el lagrangiano más general será:

$$-\mathcal{L} = g_1(\bar{e}_R\, \phi_1^+ \ell + \bar{\ell}\, \phi_1\, e_R) + g_2(\bar{e}_R\, \phi_2^+ \ell + \bar{\ell}\, \phi_2\, e_R)$$

Si reemplazamos los campos de Higgs por sus valores de expectación en el vacío, la masa del electrón será

$$m_e = g_1 V + g_2 \nu$$

En este modelo se pueden atribuir las masas de los fermiones al valor de expectación ν, si se toma $g_1 = 0$. Las masas de los bosones vectoriales estarán dadas por el otro valor de expectación $V \gg \nu$.

Para que no haya corrientes neutras que cambien el sabor fermiónico en el sector de Higgs, es necesario imponer la condición de que ningún fermión se acople a ϕ_1. Entonces debemos escribir ϕ_2 en términos de los Higgses físicos y los bosones de Goldstone antes descritos para obtener la siguiente interacción con los leptones

$$\frac{m_e g}{2\beta m_W}\left[\bar e e\phi^{\circ}\,\mathrm{sen}\,\alpha+\bar e e h^{\circ}\cos\alpha-i\bar e\gamma_5 eH^{\circ}\cos\beta\right]-$$

$$-\frac{m_e g}{2\sqrt{2}\,\beta m_W}\left[\bar\ell(1+\gamma_5)\nu_\ell H^{-}+\bar\nu_\ell(1-\gamma_5)\ell H^{+}\right]$$

con $\alpha \le \beta \ll 1$. De la ec. anterior se ve que ϕ° y h° son particulas 0^{+}, mientras que H° es una particula 0^{-}. El resto de los dobletes de leptones se acoplan análogamente al doblete del electron.

Para los quarks suponemos que también se acoplan exclusivamente a ϕ_2, el cual dará masa a los de carga -1/3. Para los quarks de carga 2/3 introducimos $\phi_2 = i\,\sigma_2\,\phi^{*}_2$ (doblete con Y = -1) para que adquieran su masa. Procediendo de manera similar a los leptones

$$-\mathcal{L}=\frac{m_d\cos\theta_c}{\nu}(\bar d_R\phi_1^{+}q_L+\bar q_L\phi_1 d_R)+\frac{m_s\cos\theta_c}{\nu}(\bar s_R\phi_2^{+}q_L+\bar q_L\phi_2 s_R)$$

$$+\frac{m_s\,\mathrm{sen}\,\theta_c}{\nu}(\bar s_R\phi_2^{+}q_{1L}+\bar q_{1L}\phi_2 s_R)-\frac{m_d\,\mathrm{sen}\,\theta_c}{\nu}(\bar d_R\phi_2^{+}q_{2L}+\bar q_{2L}\phi_2 d_R)$$

$$+\frac{m_u}{\nu}(\bar u_R\phi_2^{+}q_{1L}+\bar q_{1L}\phi_2 u_R)+\frac{m_c}{\nu}(\bar c_R\phi_2^{+}q_{2L}+\bar q_{2L}\phi_2 c_R)$$

para los dobletes

$$q_1=\begin{pmatrix}u\\ d\cos\theta_c+s\,\mathrm{sen}\,\theta_c\end{pmatrix},\quad q_2=\begin{pmatrix}c\\ s\,\mathrm{sen}\,\theta_c-d\,\mathrm{sen}\,\theta_c\end{pmatrix}$$

Si substituimos los Higgses fisicos y los bosones de Goldstone, obtenemos el acoplamiento con los quarks, el cual escribimos explicitamente solo para el primer doblete de quarks q_1

$$\frac{m_u g}{2\beta m_W}\left[\bar u u\phi^{\circ}\,\mathrm{sen}\,\alpha+\bar u u h^{\circ}\cos\alpha+i\bar u\gamma_5 uH^{\circ}\cos\beta\right]$$

$$+\frac{g\cos\theta_c}{2\sqrt{2}\,\beta m_W}\{\bar{u}[m_u(1+\gamma_5) - m_d(1-\gamma_5)]dH^+ + h.c.\}$$

$$+\frac{m_d g}{2\beta m_W}[\bar{d}d\phi^\circ \operatorname{sen}\alpha + \bar{d}dh^\circ \cos a - i\bar{d}\gamma\, dH^\circ \cos\beta]$$

$$+\frac{g\operatorname{sen}\theta_c}{2\sqrt{2}\,\beta m_W}\{\bar{u}[m_u(1+\gamma_5) - m_s(1-\gamma_5)]sH^+ + h.c.\}$$

Por último, para obtener los acoplamientos de los Higgses cargados a $W^{\pm}$ y Z° se parte del lagrangiano de energía cinética ( ), se expresan las derivadas covariantes en términos de $W^{\pm}$, Z° y γ, y se lleva a cabo el rompimiento espontáneo de simetría para obtener

$$\mathcal{L}_\phi = \delta_\mu \phi^-_\alpha \delta^\mu \phi^+_\alpha + \delta_\mu \phi^{\circ *}_\alpha \delta^\mu \phi^\circ_\alpha +$$

$$+ i[\frac{g}{\sqrt{2}}(W^+_\mu \phi^-_\alpha \delta^\mu \phi^\circ_\alpha + W^-_\mu (\phi^{\circ *}_\alpha - \eta_\alpha)\delta^\mu \phi^+_\alpha +$$

$$+(e A_\mu + g\sec\theta_W(\frac{1}{2} - \operatorname{sen}^2\theta_W)Z_\mu)\phi^-_\alpha \delta^\mu \theta^+_\alpha -$$

$$-\frac{g}{2}\sec\theta_W Z_\mu(\phi^{\circ *}_\alpha - \eta_\alpha)\delta^\mu \phi^\circ_\alpha] + h.c.$$

$$-\frac{1}{2} i\, g\sec\theta_W Z_\mu \phi^{\circ *}_\alpha \delta^\mu \phi^\circ_\alpha + h.c.$$

$$+\frac{g^2}{2}(W^+_\mu W^{-\mu}\phi^-_\alpha \phi^+_\alpha + W^-_\mu W^{+\mu}\phi^{\circ *}_\alpha \phi^\circ_\alpha)$$

$$-e^2 A_\mu A^\mu \phi^-_\alpha \phi^+_\alpha + g^2\sec^2\theta_W(\frac{1}{2} - \operatorname{sen}^2\theta_W)^2 \phi^-_\alpha \phi^+_\alpha Z_\mu Z^\mu$$

$$+\frac{g^2}{4}\sec^2\theta_W \phi^\circ_\alpha \phi^{\circ *}_\alpha Z_\mu Z^\mu + \frac{ge}{\sqrt{2}} A_\mu W^\mu \phi^+_\alpha \phi^{\circ *}_\alpha$$

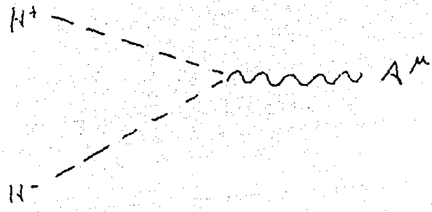
$$-\frac{ge}{\sqrt{2}} A_\mu W^{+\mu}\phi^-_\alpha \phi^\circ_\alpha + \frac{g^2}{2\sqrt{2}}\sec\theta_W(-W^+_\mu Z^\mu \phi^-_\alpha \phi^\circ_\alpha + W^-_\mu Z^\mu \phi^+_\alpha \phi^{\circ *}_\alpha)$$

$$+ h.c. - \frac{g^2}{\sqrt{2}}\operatorname{sen}\theta_W \operatorname{sen}^2\theta_W W^-_\mu Z^\mu \phi^+_\alpha \phi^{\circ *}_\alpha$$

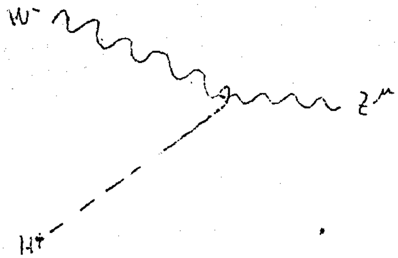
$$+ \frac{g^2}{\sqrt{2}}\sec\theta_W \operatorname{sen}^2\theta_W W^+_\mu Z^\mu \phi^-_\alpha \phi^{\circ *}_\alpha$$

Si reemplazamos los campos ϕ_i por los Higgses físicos y bosones de Goldstone se obtienen los acoplamientos:

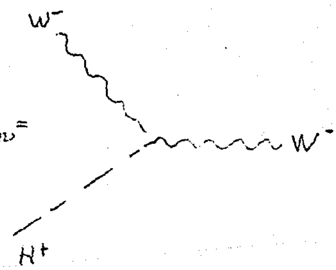
$$= ig \sec\theta_W \left(\frac{1}{2} - \mathrm{sen}^2\theta_W\right)(P_H - P_{H^+})_\mu \tag{39}$$



$$= ie\,(P_{H^-} - P_{H^+})_\mu \tag{40}$$



$$= i\lambda_4 g m_W g_{\mu\nu} = 0 \quad = i\lambda_5 e m_W g_{\mu\nu} =$$



(41)

donde los últimos dos son iguales a cero.

CAPITULO IV

PRODUCCION DE HIGGSES CARGADOS
$e^+ e^- \rightarrow H^\pm W^\mp$

Basados en el modelo anteriormente descrito, observamos que la $m_{H\pm} > m_{W\pm}$. Estos Higgs cargados decaerian rápidamente en pares de fermiones, ya sea $\tau\nu$, cs o cb. Lo mas fácil de observar experimentalmente parecen ser las producciones de pares de τ o eventos de τ-jets, aunque dicha señal no es única de estos escalares.

Actualmente se ha hecho algo de búsqueda experimental en este sentido [10,11], y se reporta un límite inferior experimental para la masa de los Higgs de 19 GeV.

Con los datos experimentales de eventos de W vs Z en colisiones $p\bar{p}$ que favorecen la cota $m_t < m_W$ [12] y otros sobre decaimientos leptónicos del quark t [13], la cota inferior para la masa del Higgs que nos ocupa se eleva a $m_{H+} > m_t - m_b$.

En este sentido, el diagrama que estudiamos en la presente tesis $e^+ e^- \rightarrow H^\pm W^\mp$ contribuye a la búsqueda de bosones de Higgs cargados, cuya existencia llevaria a la confirmación de las extensiones mínimas del modelo electrodébil estándar.

Existen otras reacciones que llevan a producciones de Higgses cargados, tanto en colisiones e^+e^- como en $p\ \bar{p}$, cuyas secciones ya han sido reportadas en la literatura [14 y referencias ahí citadas]. Sin embargo, la aquí presentada puede ser de las más viables experimentalmente si se cuenta con colisionadores e^+e^- de alta luminosidad, además de que en el modelo que utilizamos el vértice $H^\pm W^\mp Z^\circ$ no existe [15]. De cualquier forma, en la Ref. [14] se muestra claramente la manera de distinguir entre los modelos que no incluyen el vértice $H^{\pm}$ $W^{\mp}$ Z^{o} y aquellos para los que sí existe, necesitando estos últimos una energía superior a los $\sqrt{s}$ = 150 GeV en el c.m. para ser visibles.

Como lo mencionamos anteriormente, en los modelos con dos dobletes de Higgs solo encontramos el diagrama que intercambia un neutrino en el canal t, a orden más bajo en e

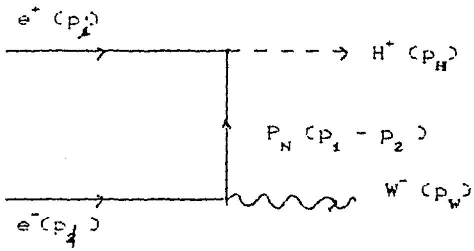


Figura 2

Los diagramas del canal s, prohibidos en este modelo son:

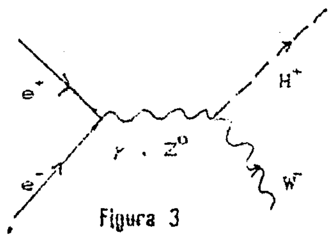
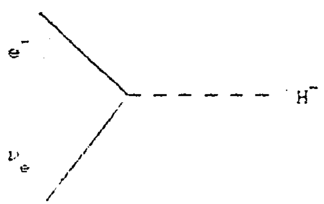


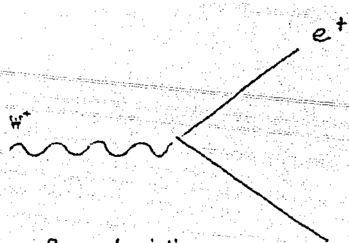
Figura 3

Las reglas de Feynman para los vértices, que se obtienen de manera análoga a los resultados anteriores, son [8,9]:



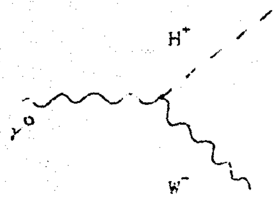
$$\frac{i\, g\, m \tan\beta}{2\sqrt{2}\, m_W}(1-\gamma_5) \qquad (42)$$

donde tan $\beta \approx v/V \sim 10$ (el cociente de los valores de expectación en el vacío para cada doblete de Higgs), y



$$-\frac{ig}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1-\gamma_5) \qquad (43)$$

Para el vértice



$$eM_W\left\{B_1\left[g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu P_\nu}{k\cdot P}\right]+\frac{i\,B_2}{m_{H^+}^2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}k^\alpha P^\beta\right\} \qquad (44)$$

con k^μ la polarización del fotón. Y por último

$$gM_W\left\{C_1 g_{\mu\nu}+\frac{iC_2}{m_{H^+}^2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}K^\alpha P^\beta\right\} \qquad (45)$$

Para estos cálculos se estima que las constantes B_i, $C_i \sim 10^{-5}, 10^{-6}$.

Posteriormente se puede calcular el caso en que el W decae en un leptón y su neutrino correspondiente, i.e., $e^+e^- \to H^+ l^-\nu_e$, lo cual daría una señal experimental más clara para distinguir este proceso. De hecho, si se observan las dos reacciones $e^+e^-\to H^+W^-\to H^+l^-\nu_l$ y $e^+e^-\to W^+W^-\to W^+l^-\nu_l$, y se recostruye la energía del W^- en su centro de masa, es posible determinar la masa del boson de Higgs cargado.

CÁLCULO DE LA SECCION DIFERENCIAL A LA MANERA ESTANDAR

La amplitud invariante para el diagrama de la Fig. 2 está dada por

$$M = \bar{v}(p_i)\; i\, A(1-\gamma^5)\frac{i\not{P}_N}{P_N^2}(-iB)\;\gamma_\mu(1-\gamma^5)\; u(p_f)\;\eta^\mu(W) \qquad (46)$$

donde p_i es el momento del positrón, p_f el del electrón, P_N el del neutrino, η la polarización del bosón W de espín 1, y las constantes

$$A = \frac{g\; m\; \tan\beta}{2\sqrt{2}\; m_W}\;, \qquad B = \frac{g}{2\sqrt{2}}\;. \qquad (47)$$

Para este cálculo se considera que el neutrino no está en la capa de masa (i.e., es virtual), o sea que $P_N^2 \neq m_N^2$ y $P_N = (P_H - P_i)$.

Por el método convencional de la Ec.(10), se eleva al cuadrado la amplitud anterior y se suma a polarizaciones iniciales y finales para obtener, con la ayuda de las propiedades de conmutación de las γ's:

$$\Sigma_{pol}\; |M|^2 = \frac{i2AB}{4m^2}\; Tr\left\{\not{P}_N\not{\eta}(1-\gamma^5)(\not{P}_f+m)(-1-\gamma^5)\not{\eta}\not{P}_N(-\not{P}_i+m)\right\} =$$

$$= -2C\,Tr\left\{\frac{(1-\gamma^5)}{2}\not{P}_N\not{\eta}\not{P}_f\not{\eta}\not{P}_N\not{P}_i\right\}, \qquad (48)$$

con $C = \frac{(i2AB)^2}{4m^2}$.

Utilizando relaciones para productos de gammas [4], tales como

$$\gamma^\mu\gamma^\alpha\gamma^\nu = g^{\mu\alpha}\;\gamma^\nu - g^{\mu\nu}\gamma^\alpha + g^{\alpha\nu}\gamma^\mu + i\;\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}\gamma^5\gamma_\beta$$

y algo de álgebra:

$$\Sigma_{pol}\;\frac{|M|^2}{2C} = 4(4\eta\cdot P_f\;\eta\cdot P_N\;P_N\cdot P_i + 2P_i\cdot P_N\;P_N\cdot P_i - 2\eta\cdot P_f\;\eta\cdot P_i\,P_N^2 - P_N^2\;P_f\cdot P_i)$$

(49)

Si sumamos a las polarizaciones η del W:

$$\sum_\eta \eta_\mu\eta^*_\nu = -g_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{m_W^2}\;.$$

$$\eta^2 = g^{\mu\nu}\,\eta_\mu\,\eta_\nu \quad .$$

$$\frac{1}{8C}\sum_{pol\ \eta}|M|^2 = \frac{1}{m_W^2}\,P_W\cdot P_f\,(4P_N\cdot P_i\;P_W\cdot P_N\;-2P_N^2\;P_W\cdot P_i\;+$$

$$+2P_f\cdot P_N\;P_i\cdot P_N\;-\;P_N^2\;P_i\cdot P_f\,) \qquad (50)$$

Las variables de Mandelstam para este caso son:

$$s = 2\,(m^2 + pip\,f) = m_W^{\,2} + m_H^{\,2} + 2\,P_H\cdot P_W$$

$$t = P_N^2 = m_W^2 + m^2 - 2P_W\cdot P_f = m_H^2 + m^2 - 2P_N\cdot P_i$$

$$u = m_W^2 + m^2 - 2P_W\cdot P_i \qquad (51)$$

Despreciando términos en m^2

$$\frac{1}{8C}\sum_{pol,\eta}|M|^2 = (2\,\frac{(t-m_H^2)}{m_W^2}\,(-t^2+m_W^4) - (s\,\frac{(2m_W^2-t)}{m_W^2}) \qquad (52)$$

Al introducir los factores de espacio fase [16] para obtener la sección diferencial

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\,\pi s}\,\frac{1}{|P|_{cm}^2}\,|M| \quad , \qquad (53)$$

$$\int \frac{d\sigma}{d\varphi\,d\cos\theta}\,d\varphi = \int \frac{|P_{icm}|\;|P_{Hcm}|}{\pi}\,\frac{d\sigma}{dt}\,d\varphi \quad . \qquad (54)$$

donde al no haber dependencia explícita en la variable $\varphi\varphi$, la integral correspondiente se puede realizar para obtener, en términos del ángulo de dispersión θ en el centro de masa

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = 2|P_{H\,cM}|^2\,\frac{1}{64\,\pi\,s}\,\frac{1}{\left(\frac{s-4m^2}{4}\right)^{1/2}}\,\frac{A^2B^2}{8m^2}\sum_\eta |M|^2 \qquad (55)$$

con

$$|P_H|_{cm}^2 = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{s-m_W^2-m_H^2}{2}\right) - m_W^2\,m_H^2\right] \qquad (56)$$

Si hacemos uso de que

$$(t - m_W^2) = 2\,E_i\,(E_W - P_H\cos\theta)$$

y

$$(t - m_H^2) = 2\,E_i\,(E_H - P_H\cos\theta) \qquad (57)$$

y utilizando (52), (55) y (56) se llega a que

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{A^2 B^2}{64 \pi s^2 m^2} \left[\left(\frac{S - m_W^2 - m_N^2}{2} \right)^2 - m_W^2 m_N^2 \right]$$

$$\Theta \left[\left(\frac{-2E_i (E_H - P_H \cos\theta)}{m_W^2} (-t^2 + m_W^2) \right) - ts \left(\frac{m_W^2 - 2E_i (E_W - P_H \cos\theta)}{2m_W^2} \right) \right] \tag{58}$$

Realizando los cambios de variables necesarios, se puede verificar que la relación (58) es la misma que la correspondiente obtenida por Pérez et.al.[14], y que lleva a la subsecuente sección transversal integrada reportada ahi mismo. Recordemos que el método utilizado es el estandar, y que involucra suma sobre espines iniciales de los fermiones y suma sobre las tres distintas polarizaciones η del W.

Otra forma de calcular lo mismo es tomar directamente la Ec.(46), y antes de hacer la suma sobre las η's es posible obtener una expresión del tipo

$$M = \eta^{\mu} M_{\mu}$$

que se puede calcular para cada una de las polarizaciones explícitas del η.

EL CÁLCULO CON NUESTRO MÉTODO

Realizaremos el cálculo para el diagrama de la Fig. 2 utilizando el método desarrollado en esta tesis.

Partiendo de la misma Ec.(46), podemos observar que para este proceso, la interacción (cuerda de matrices gama de Dirac) está dada por

$$\Gamma = i\, A\, B\, (1-\gamma^5)\, P_N\, \gamma_{\mu}\, (1-\gamma^5)\, \eta^{\mu} \tag{59}$$

con A, B definidas en la Ec. (47).

Simplificando (81) tenemos que

$$\Gamma = i\; 2\, A\, B\, P_N\, \eta\, (1-\gamma^5) \tag{60}$$

Esta es la interacción que introducimos en la Ec. (19), junto con (20), y posteriormente en los programas en REDUCE del apéndice A para que se realice el álgebra, de donde obtenemos la expresión

$$Tr\,(\Gamma Pi Pf) = \{\, 2Pi\cdot PN(\eta\cdot Pf\; Si\cdot Sf - \eta\cdot Pf + m\; \eta\cdot Si - \eta\cdot Sf$$

$$
\begin{gathered}
P_f\cdot S_i + m\ \eta\cdot S_f) + 2\ P_i\cdot\eta(-P_N\cdot P_f\ S_i\cdot S_f + 2P_N\cdot P_f \ - \ m \ \ P_N\cdot S_i \\
+ P_N\cdot S_f\ P_f\cdot S_i - m\ P_N\cdot S_f) + P_i\cdot P_f(P_N\cdot\eta\ (S_i\cdot S_f - 1) + \\
2P_N\cdot S_i\ \eta\cdot S_f - 2\ P_N\cdot S_f\ \eta\cdot S_i + 2\ i\ \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_N{}^{\alpha}\eta^{\beta}S_i{}^{\mu}S_f{}^{\nu}) - \\
P_i\cdot S_f\ P_N\cdot\eta(P_f\cdot S_i + m) + 2P_i\cdot S_f(P_N\cdot P_f\ \eta\cdot S_i - P_N\cdot S_i\ \eta\cdot P_f + \\
i\ \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_N{}^{\alpha}\eta^{\beta}P_f{}^{\mu}S_i{}^{\nu}) + P_N\cdot\eta(-m\ P_f\cdot S_i - m^2 S_i\cdot S_f + i \\
\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_i{}^{\alpha}P_f{}^{\beta}S_i{}^{\mu}S_f{}^{\nu} + m^2) - 2mP_N\cdot P_f(\eta\cdot S_i + \eta\cdot S_f) + \\
2mP_N\cdot S_i(\eta\cdot P_f - m\ \eta\cdot S_f) + 2m\ P_N\cdot S_f(\eta\cdot P_f + m\eta\cdot S_i) - 2i \\
P_f\cdot S_i\ \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_i{}^{\alpha}P_N{}^{\beta}\eta^{\mu}S_i{}^{\nu} + 2i\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_i{}^{\alpha}P_N{}^{\beta}\eta^{\mu}P_f{}^{\nu}(S_i\cdot S_f - 1) + \\
2im\ \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_i{}^{\alpha}P_N{}^{\beta}\eta^{\mu}S_i{}^{\nu} + 2im\ \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_i{}^{\alpha}P_N{}^{\beta}\eta^{\mu}S_f{}^{\nu} - 2im \\
\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_N{}^{\alpha}\eta^{\beta}P_f{}^{\mu}S_i{}^{\nu} - 2im\ \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_N{}^{\alpha}\eta^{\beta}P_f{}^{\mu}S_f{}^{\nu} - 2im^2 \\
\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}P_N{}^{\alpha}\eta^{\beta}S_i{}^{\mu}S_f{}^{\nu}\}/16m^2
\end{gathered}
\tag{61}
$$

El siguiente paso es evaluar numéricamente la expresión analítica (61). Para ello debemos establecer la cinemática del proceso y los valores que las variables van a tomar.

CINEMÁTICA

La energía que se obtiene del acelerador es la invariante de Lorentz $\sqrt{s}$ en el sistema del centro de masa. Si suponemos, una colisión frontal entre el electrón y el positrón, obtenemos que sus cuadrimomentos están dados por:

$$
\begin{gathered}
p_i = 1/2\ (\sqrt{s},\ 0\ ,\ 0\ ,\ \sqrt{s-4\ m^2}) \\
p_f = 1/2\ (\sqrt{s},\ 0\ ,\ 0\ ,\ -\sqrt{s-4\ m^2})
\end{gathered}
\tag{62}
$$

con el eje Z a lo largo de la dirección del movimiento.

O sea que en el sistema del centro de masa [Bickling y Kajantie] las variables de Mandelstam son

$$
\begin{gathered}
s = (p_{e-}+p_{e+})^2 = (E_{e-}+E_{e+})^2 \\
t = P_N{}^2 = (p_H-p_i)^2 = (p_f-p_W)^2 \\
u = (p_f-p_H)^2 = (p_W-p_i)^2
\end{gathered}
\tag{63}
$$

En la Fig.3 se muestra el diagrama en el centro de masa de la reacción, tomando el eje Z a lo largo de la dirección de movimiento del positrón.

En el mismo sistema, las energías para el H y el W son

$$E_H = \frac{s + m_H^2 - m_W^2}{2\sqrt{s}}$$

$$E_W = \frac{s + m_W^2 - m_H^2}{2\sqrt{s}} \qquad (64)$$

La magnitud del trimomento está dada por

$$|\vec{p}_H| = |\vec{p}_W| = \frac{1}{2\sqrt{s}}\left[(s-(m_H+m_W)^2)(s-(m_H-m_W)^2)\right]^{1/2}$$

(65)

En un proceso de dos partículas que van a dos partículas, sólo existen dos variables independientes: θ y φ. Estas variables pueden ser generadas al azar por un Monte Carlo [17], pero para el caso de $2 \to 2$ no es estrictamente necesario, ya que se pueden recorrer todos los valores de θ para una φ fija y después variar ésta segunda. Para procesos en que se tengan mas de dos partículas en el estado final, o para decaimientos tales como el mencionado anteriormente ($W^- \to l^- \nu_l$) si es necesario contar con una simulación Monte Carlo que provea al azar las variables necesarias en el espacio fase de la reacción.

Durante el desarrollo de esta tesis adaptamos un paquete de subrutinas en Fortran elaborada por Bruce Knapp [sin documentación] que simulan el espacio fase para procesos con estados finales de multipartículas (≥ 2). Las subrutinas calculaban únicamente los casos en que $|M|^2$ fuera aproximadamente igual a 1. Los resultados que presentamos fueron los mismos por ambos caminos : utilizando dicho paquete con 500 000 eventos, y para la graficación punto por punto. Es necesario hacer notar que para que los histogramas obtenidos por el Monte Carlo sean fidedignos, se deben utilizar corridas de por lo menos 100 000 iteraciones, lo cual lleva alrededor de una hora y media de CPU de la VAX .

Una vez determinadas θ y φ se hace una rotación sencilla y con ayuda de las Ecs. (63, 64 y 65) se tienen los cuadrimomentos P_H, P_W y P_N.

Ahora es necesario definir los espines y polarizaciones de los fermiones y del W respectivamente. Para las particulas de espin 1/2 analizamos dos posibilidades: a lo largo de la dirección del movimiento, y en dirección opuesta. Para el bosón de espin 1 hay tres posibilidades: una longitudinal y dos transversales.

Comenzaremos analizando el caso en que los espines estén en la dirección del movimiento de los electrones, como se muestra en la Fig. 4.

Entonces

$$s_i = \frac{1}{2m}(\sqrt{s-4m^2}\ ,\ 0,\ 0, \sqrt{s}\ )$$

$$s_f = \frac{1}{2m}(\sqrt{s-4m^2}\ ,\ 0,\ 0, -\sqrt{s}\ ). \qquad (66)$$

que cumplen con la condición de que

$$p_i \cdot s_i = p_f \cdot s_f = 0.$$

y su norma es

$$s_i^{\,2} = s_f^{\,2} = -1.$$

Las tres posibilidades para el bosón W son: η_l longitudinal a la direccion del movimiento del W, si

$$\begin{aligned} P_W &= (E\ ,\ P) \\ &= m\,(\gamma\ ,\ \gamma\,\beta) \\ &= m\,\gamma\,(1\ ,\ \beta), \qquad \text{con} \quad \beta = \frac{P_W}{E_W}\ . \\ \eta_l &= \frac{E}{m}\,(\beta\ ,\ \beta) \\ &= \gamma\,(\beta\ ,\ \beta) \qquad (67) \end{aligned}$$

con $|\eta_\ell|^2 = -1.$

Y las dos transversales η_θ y η_φ son dos vectores unitarios en el sistema de referencia del W

$$\eta_\theta = (0\ ,\ 1\ .\ 0\ .\ 0)$$

$$\eta_\varphi = (0\ .\ 0\ ,\ 1\ .\ 0) \qquad (68)$$

también con norma -1. Nótese que η_l ya está definido en el sistema XYZ, mientras que η_θ y η_φ necesitan la rotación por θ y φ

De estas definiciones y de la Fig. 4 se puede ver que todos los determinantes (por ejemplo $eps(\eta, sf, pf, pN)$) en la Ec. (61) son iguales a 0 por estar todos los vectores en el mismo plano, excepto para el caso en que se tiene η_φ saliente del plano. Bajo la misma argumentación $eps(sf, si, pf, pi)$ es siempre 0. Los productos punto que se presenten con η_φ son también 0 en todos los casos. Todas estas consideraciones sirven para simplificar el cálculo y reducir el tiempo de máquina (CPU).

Si procedemos de manera análoga para las demás combinaciones de espines de los electrones, y con ayuda de las Figs. 4, 5, 6 y 7, podemos resumir los espines en la Tabla I, con p_i p_f dadas por (62) y η_l, η_θ y η_φ dadas por (67 y 68).

Todo esto se utiliza para evaluar numéricamente, con la ayuda de varias subrutinas en FORTRAN la expresión (61). Posteriormente introducimos los factores de espacio fase, de flujo, de normalización de las funciones de onda, y las constantes de las reglas de Feynman, integramos sobre la variable φ_1 y la sección diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_W} = \frac{ABm^2}{E^2 p_N^{\,2}}\, p_i \cdot p_f\, \frac{Tr}{\gamma}\, \frac{(}{Tr}\, \frac{p_i\, p_f)}{p_i\, p_f} \qquad (69)$$

donde θ_W es el ángulo de dispersión del bosón W en el sistema del centro de masa (ver Fig 4).

Para poder comparar nuestros resultados con los de la literatura, y eliminar constantes no necesarias, integramos numéricamente la sección diferencial y normalizamos la expresión anterior con respecto a ella, de tal manera que lo que preentamos en las gráficas son las distribuciones $\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos}$ vs $\cos\theta_W$, en el caso en que $\sqrt{s} = 150$, $m_W = 80$ y $m_H = 30$.

Las gráficas 1, 2 y 3 son las secciones diferenciales para cada polarización del bosón W. La gráfica 4 es la suma de las tres anteriores (suma a polarizaciones), y es la que debemos comparar con la línea continua de la Fig. 2 de la Ref ([illegible]).

LA REACCIÓN $e^+ e^- \to H^+ W^- \to e^- \nu H^+$

Analizamos ahora el caso en el que el W decae en electrón y neutrino, como se muestra en la Fig. 8.

Las reglas de Feynman para los vértices son :

$$e^- H^+ \nu \qquad \frac{i\, g\, m}{2\sqrt{2}\; m_W} \tan\alpha\,(1 + \gamma_5) \tag{70}$$

$$W^- e^- \nu \qquad -\frac{i\, g}{2\sqrt{2}}\, \gamma_\mu\,(1 - \gamma_5)$$

Usando la norma unitaria, el propagador del W es de la forma

$$\Delta^W_{\mu\nu} = \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{m_W^2}}{P_W^2 - m_W^2 + i\Gamma_W m_W} \tag{71}$$

con Γ_W la anchura del W.

Observemos que la amplitud de transición está dada por

$$M(ee \to e\nu H) = \overline{v}(p_i)\, i A(1 - \gamma^5)\frac{P_\nu}{P_\nu^2}(-iB)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)u(p_f)\eta^\mu(W)\,\cdot$$

$$\cdot\,\Delta^W_{\mu\nu}\,\overline{\nu}(p_e)\,\frac{-ig}{2\sqrt{2}}\,\gamma_\nu\,(1 - \gamma^5)\,u\,(p_n) \tag{72}$$

con $\Delta^W_{\mu\nu}$ el propagador del bosón W. Si hacemos la consideración de que dicho bosón está en la capa de masa [anchura cero], entonces $P_W^2 = m_W^2$, y por otro lado $p^\mu p^\nu << m_W^2$, tenemos que el propagador [71] queda como

$$\Delta^W_{\mu\nu} = \frac{-g^{\mu\nu}}{\Gamma_W\, m_W} \tag{73}$$

con la anchura total dada por: $\Gamma_W = \dfrac{2\, m_W^2\, G_F}{\sqrt{2}\,\pi}$

Podemos identificar el primer miembro de [72] como $M\,(\,e^+\; e^- \to W^-\; H^+\,)$, lo que ya calculamos en la sección anterior para cada η del W. El segundo miembro será

$$M\,(W \to e\nu) = \overline{u}(p_e)\frac{-ig}{2\sqrt{2}}\;\gamma_\nu(1 - \gamma^5)u(p_n) \tag{74}$$

que es el decaimiento del bosón W en un electrón y un neutrino en el sistema del centro de masa del W, según la Fig.9.

Debemos ahora calcular éste segundo miembro para cada η e introducirlo en la Ec.(72) para contraerlo con M ($e^+ e^- \to W^- H^+$). De la Ec. (74), si elevamos al cuadrado y sumamos a polarizaciones iniciales y finales del electrón y el neutrino,

$$\sum_{\text{espines}} |M\,(W \to e\nu)|^2 = C\, \eta^\mu \eta^\nu \mathrm{Tr}\,[p_e(1-\gamma^5)\gamma_\mu p_n(1-\gamma^5)\gamma_\nu] \ , \qquad (75)$$

donde en C hemos incluido todas las constantes del cálculo, y hemos tomado $m_e = 0$.

$$\sum |M\,(W \to e\nu)|^2 = C\, \eta^\mu\, \eta^\nu\, \mathrm{Tr}\left\{ \frac{(1-\gamma^5)}{2} \not p_e\, \gamma_\mu \not p_\nu\, \gamma_\nu \right\}$$

$$= C\, \eta^\mu \eta^\nu\, \{p_{e\mu} p_{n\nu} - p_e \cdot p_W g_{\mu\nu} + p_{e\nu} p_{n\mu} + i\varepsilon^{2\mu\beta\nu} p_{e\alpha} p_{\mu\beta}\}$$

$$= C\, (2\, \eta \cdot p_e\ \eta \cdot p_n + p_e \cdot p_n) \qquad (76)$$

usando que

$$p_W = p_e + p_n$$

$$\eta \cdot p_W = 0 = \eta \cdot p_e + \eta \cdot p_n$$

y

$$p_W^{\ 2} = m_W^{\ 2} = 2p_e \cdot p_n + m_e^{\ 2} \qquad (77)$$

$$\sum |M\,(W \to e\nu)|^2 = C \left[-2\,(\eta \cdot p_e)^2 + \frac{m_W^{\ 2}}{2} \right] \qquad (78)$$

Siguiendo el procedimiento ya descrito, a la Ec.(78) le damos valores para cada polarización, otra vez con la ayuda del Monte Calo y las subrutinas, y presentamos $\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\alpha}$ vs $\cos\alpha$ en las gráficas 5, 6 y 7, con α el ángulo de dispersión del electrón en el sistema del W (Fig.10).

Juntando los resultados previos con los de la sección anterior, en la Ec. (72), obtenemos las gráficas 9, 10 y 11 que son $\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\gamma}$ vs $\cos\gamma$, donde γ es el ángulo de dispersión del electrón en el sistema del centrode masa de la reacción original (Fig.4).

La gráfica 12 es la suma de las tres anteriores, que corresponde a la suma a polarizaciones de todo el proceso.

CAPITULO V

ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

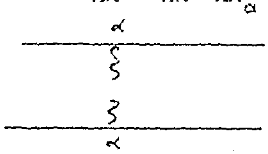
El primer resultado que presentamos en esta Tesis es la obtención de la amplitud de transición para procesos de una linea fermiónica, ec. (19), que es la base de todos los cálculos que posteriormente se realizan, y es también la base para realizar cálculos para otras dispersiones con una sola linea fermiónica.

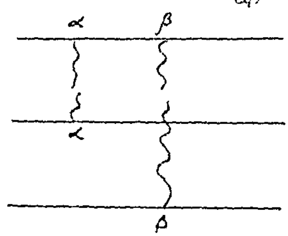
De forma particular obtuvimos la Tr Γ_2, ec. (20), cuyo resultado es válido para cualquier proceso, la Tr $(\Gamma_1\Gamma_2)$ para el caso general en que se tienen interacciones vector y axial vector, ec. (21), y la Tr Γ_2 para el caso en que tenemos partículas con masa cero (proyectores de helicidad), ec. (23).

Paralelamente dedujimos cuales son los pasos para pasar a los proyectores de helicidad de energía y espin de una manera contínua y didáctica, con la ayuda de dos cuadrivectores luminoides, ec. (8).

De la manera en la que ha sido presentado el método se antoja hacer una generalización directa para el caso de dos o más líneas de fermiones, obteniendo para cada línea amplitudes de transición que no necesariamente son escalares, sino vectores, axial-vectores o tensores (según sea el caso), y proceder a contraerlos, i.e.

$M_{fi} = M_{fi}^{\alpha} M_{fi\,\alpha}$ $\qquad\qquad$ $M_{fi} = M_{fi}^{\alpha} M_{fi}^{\beta} M_{fi\,\alpha\beta}$





Al obtener la probabilidad de transición esto resultaría en únicamente la elevación al cuadrado de un número complejo. E igualmente se pueden sumar procesos a nivel de amplitudes, antes de elevar al cuadrado. Lo que no resulta trivial es el tratamiento que se le debe dar a la fase involucrada para cada línea fermiónica, la cual no necesariamente es la misma para todas las líneas que analicemos, y por lo tanto no es factorizable.

En la literatura [18] se presentan métodos similares al aquí expuesto. Partiendo de las mismas bases y con la suposición desde el inicio de que las masas de los fermiones (y en algunos casos también las de los bosones) son cero, se desarrolla una expresión en términos de los espinores (no de los cuadrimomentos) del problema, la cual resulta ser sencilla de calcular. Pero es necesario obtener dicha expresión para cada proceso en especial, y ayudarse de cuadrivectores definidos específicamente para el mismo, lo que le resta generalidad al método. Por otro lado, los autores quitan del camino las fases antes mensionadas cuando calculasn dos líneas fermiónicas, argumentando que son factorizables en todos los casos debido a las masas nulas. El tratamiento desarrollado por ellos ha sido utilizado en varios cálculos de secciones transversales tales como colisiones electrón-positrón llevando a W^+W^- ó a un número arbitrario de fotones, protón-antiprotón a $W^{\pm}$, Z^0 + Jets, y similares [19].

Trabajos hechos por grupos como CALKUL [20], que se especializan en desarrollar rutinas computacionales en varios lenguajes para realizar un sin número de cálculos de combinaciones de diagramas übásicosü, están basados en las expresiones fundamentales de esta técnica.

Otros trabajos [21] han proseguido en el sentido de cambiar la representación de los espinores (y también de las matrices gama de Dirac) a la de Weyl y Van der Waerden, que es la base natural para partículas sin masa.

Regresemos ahora al cálculo específico del diagrama $e^+e^- \rightarrow H^+W^-$ con haces polarizados. De las cuatro combinaciones posibles de polarización para los electrones, los resultados numéricos muestran que la sección diferencial dominante por varios órdenes de magnitud es la correspondiente a los espines a lo largo de la dirección de movimiento de los electrones en el centro de masa (Fig 4). Esto implica que existe un giro en la helicidad a lo largo de la linea fermiónica (Fig 2bis.) Las gráficas 1 a 4 que presentamos son las obtenidas con dicho arreglo de espines.

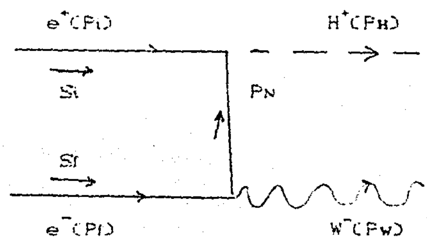


Figura 2.bis

Esta conclusión se confirma si partimos desde un principio de proyectores de helicidad $L = 1/2\ (1-\gamma^5)$ y $R = 1/2\ (1+\gamma^5)$, conjuntamente con la conservación de la helicidad de los vértices A,V y no conservación de los vértices S,P,T. Con esta misma elección de polarizaciones el diagrama con producción de pares W^+W^- y H^+H^- se suprime completamente si se pudieran tener haces 100% polarizados longitudinalmente, lo cual no suprime al par H^+W^-.

Los trabajos [22] que se han presentado sobre cálculos de $e^+e^- \to H^+W^-$ no mensionan las polarizaciones, y aunque toman varias posibilidades de diagramas que puedan interferir con él y con $e^+e^- \to e^+\nu\ H^-$, tampoco analizan la influencia de las polarizaciones sobre ésto.

Las gráficas 5 a 7 muestran las distribuciones de las tres polarizaciones posibles en el centro de masa del W obtenido de la reacción anterior. Sumándolas numéricamente (gráfica 8) obtenemos una constante (independiente del ángulo α), lo cual concuerda con los resultados analíticos de que la suma a polarizaciones del proceso $W^- \to e^-\nu$ es $m^2_w/2$. Finalmente, se muestra en las gráficas de 9 a 12 como modifica el segundo proceso al primero vía las polarizaciones.

Con esto mostramos cómo el método desarrollado proporciona un poco de información adicional al incluir las polarizaciones de los fermiones y del bosón, y que, al realizar la suma correspondiente a polarizaciones, mostramos su consistencia.

REFERENCIAS

1. J.D. Bjorken and S.D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics", Mc Graw-Hill, (1961).

2. D. Lurié, "Particles and Fields", Intersciense, New York, (1968).

3 Aitchinson and Hey, "Gauge Theories in Particle Physics". Bristol, Gr Bret., Hilger, (1982).

4 M. Moreno, Jou. Math. Phys. 26(4) (1985) 576.

5. M. Cafo and E. Remiddi, Helv. Phys. Acta 55 (1982) 339.

6. J L. Olivares, Decaimiento Radiativo del Z^0 Tesis, Facultad de Ciencias, UNAM, (19)

7. Anthony C. Hearn, Reduce, User's Manual, University of Utah, (1975).

8. T. Cheng and L. Li, "Gauge theory of elementary particle physics". Claredon Press, Oxford, (1984).

9. J.F Gunion and H.E. Haber, Nuc. Phys B 272 (1986) 1; ibid. B 299 (1988) 231.

10. B. Naroska, Phys. Report 148 (1987) 67.

11 H.J. Behrend, et al.. Cello Collaboration, DESY preprint 87-030 (1987).

12. F. Halzen, Phys. Lett. 182 B (1986) 388.

13. A.D. Martin, R. Roberts and W.J. Stirling, preprint RAL-87-022 (1987).

14. H. Castillo and M A. Pérez, Associated Production of Charged Higgs Bosons and Vector $W^{\pm}$ Bosons in e^+e^- Annihilation, Proc of the Storr Meeting of the DPF-APS (World Scientific, Singapore, 1989) 719.

15. J.A. Grifos and A. Méndez, Phys. Rev. D 22 (1980) 1725.

16. E. Byckling and K. Kajantie, "Particle Kinematics". Jonh Wiley and Sons (1973).

17. I.M. Sobol, "Método de Montecarlo". MIR, Moscú (1983).

18. R. Kleiss and W.J. Stirling, Nucl. Phys B 262 (1985) 235.

19. W.J. Stirling, R. Kleiss and S.D. Ellis, Phys. Lett. 163B (1985) 261, Phys. Lett B 179 (1986) 158.

20. CALKUL Collab, Nucl. Phys. B 271 (1986) 333.

21. A. Kersch and F. Scheck, Nucl. Phys. B 263 (1986) 475.

22. A.A. Ioganсen, N.G. Ural'tsev, and V.A. Khoze, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 35 (1982) 125, Yad. Fiz. 46 (1987) 1502.

Tabla I

p_i $\longrightarrow$ p_f $\longleftarrow$ s_i $\longrightarrow$ s_f $\longleftarrow$ $s_i = \frac{1}{2m}(\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, \sqrt{s})$ $s_f = \frac{1}{2m}(\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, -\sqrt{s})$ (ver Fig.4)	p_i $\longrightarrow$ p_f $\longleftarrow$ s_i $\longrightarrow$ s_f $\longrightarrow$ $s_i = \frac{1}{2m}(\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, \sqrt{s})$ $s_f = \frac{1}{2m}(-\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, \sqrt{s})$ (ver Fig.5)
p_i $\longrightarrow$ p_f $\longleftarrow$ s_i $\longleftarrow$ s_f $\longrightarrow$ $s_i = \frac{1}{2m}(-\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, -\sqrt{s})$ $s_f = \frac{1}{2m}(-\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, \sqrt{s})$ (ver Fig.6)	p_i $\longrightarrow$ p_f $\longleftarrow$ s_i $\longleftarrow$ s_f $\longleftarrow$ $s_i = \frac{1}{2m}(-\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, -\sqrt{s})$ $s_f = \frac{1}{2m}(\sqrt{s-4m^2},\ 0,\ 0, -\sqrt{s})$ (ver Fig.7)

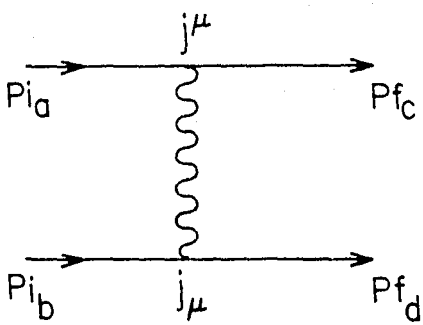


Figura 1

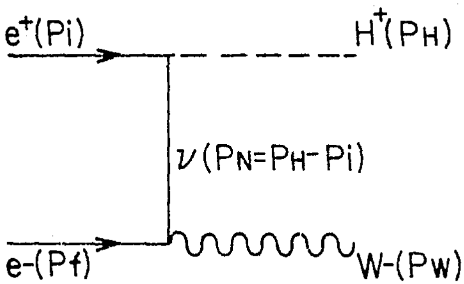


Figura 2

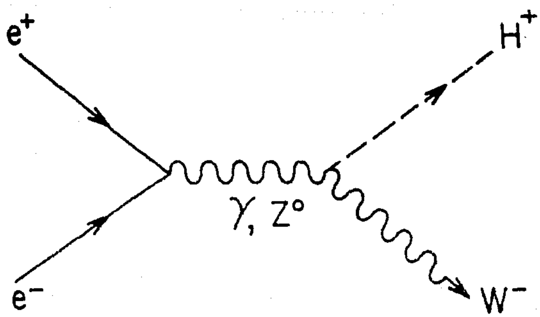


Figura 3

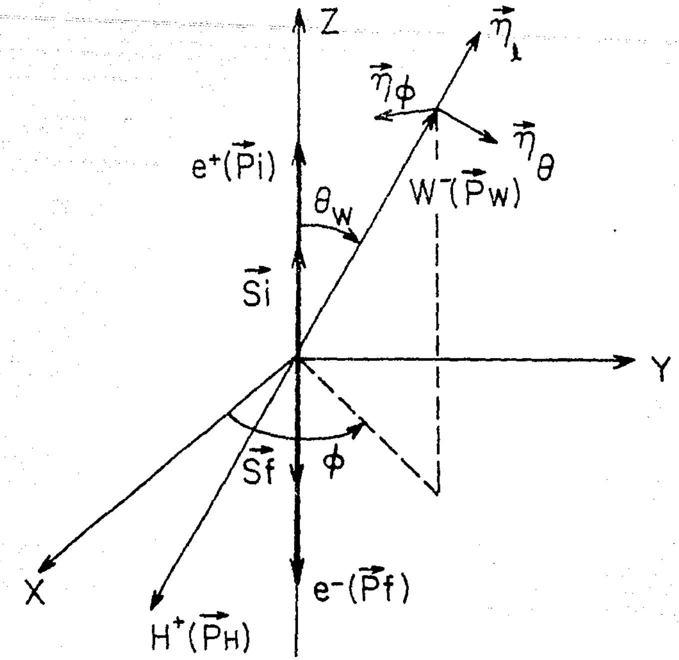


Figura 4

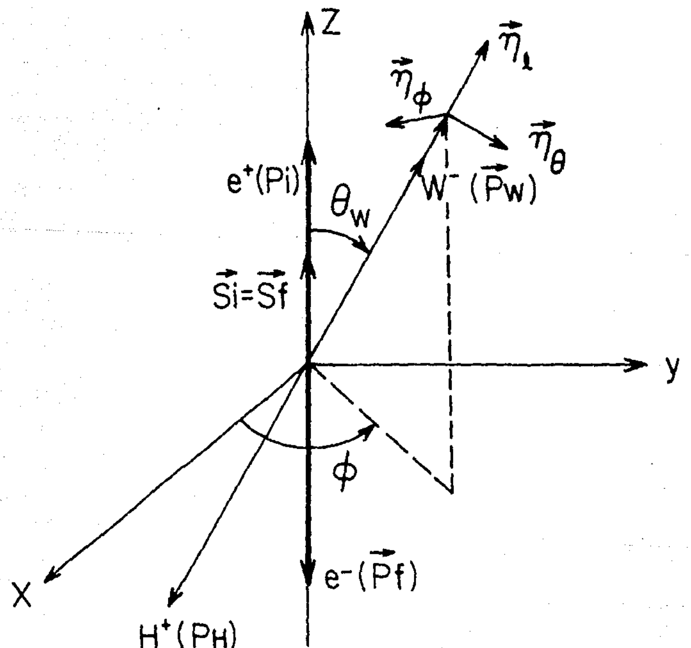


Figura 5

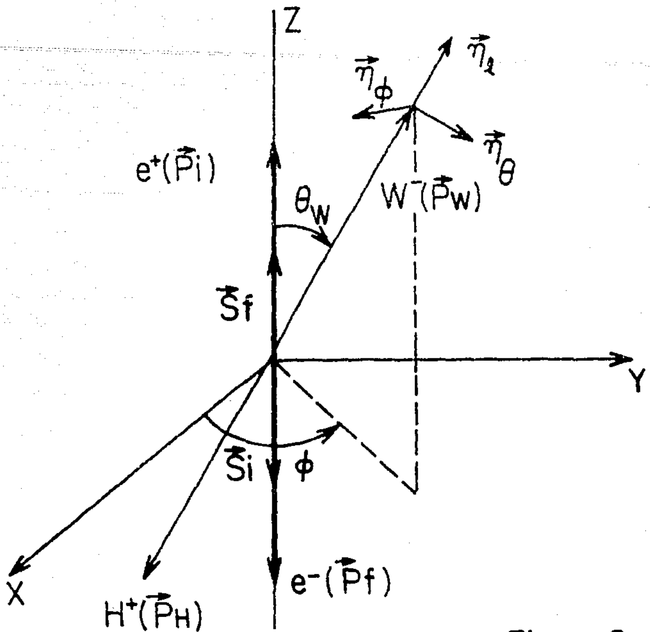


Figura 6

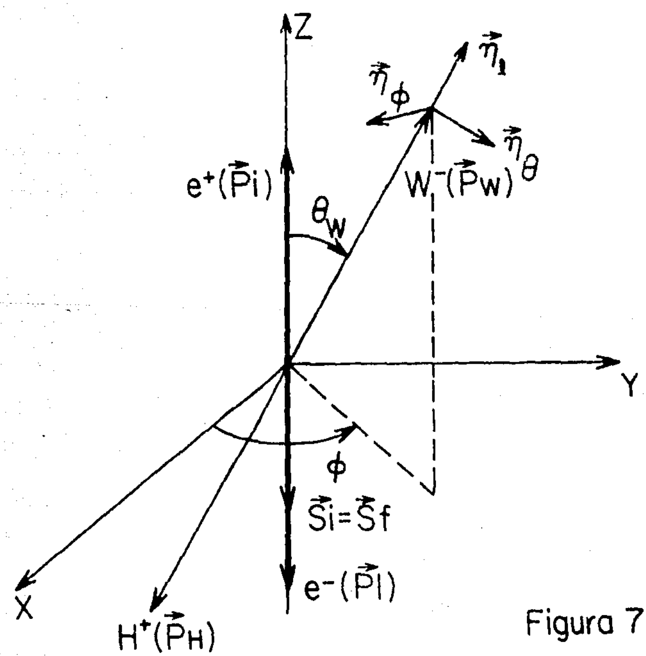


Figura 7

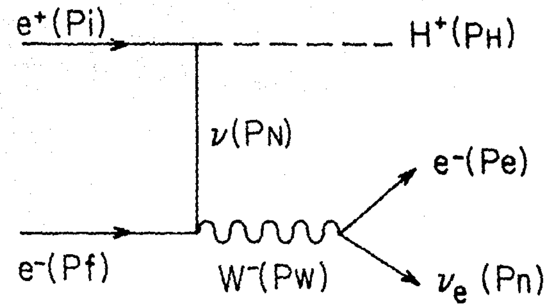


Figura 8

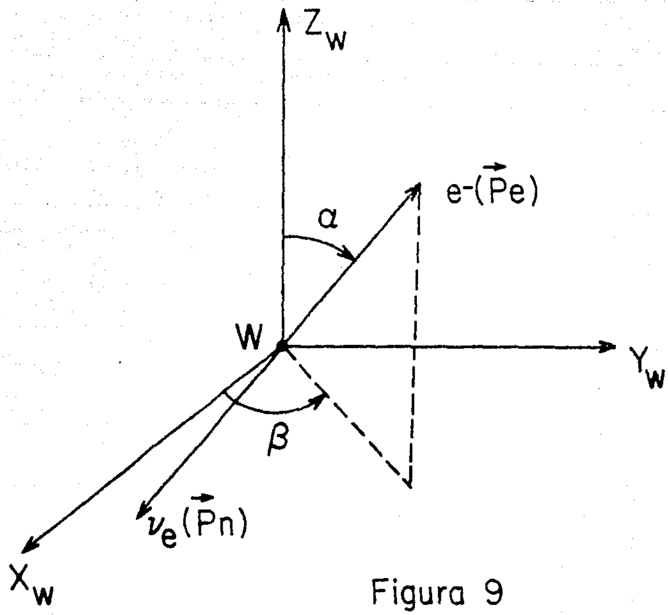


Figura 9

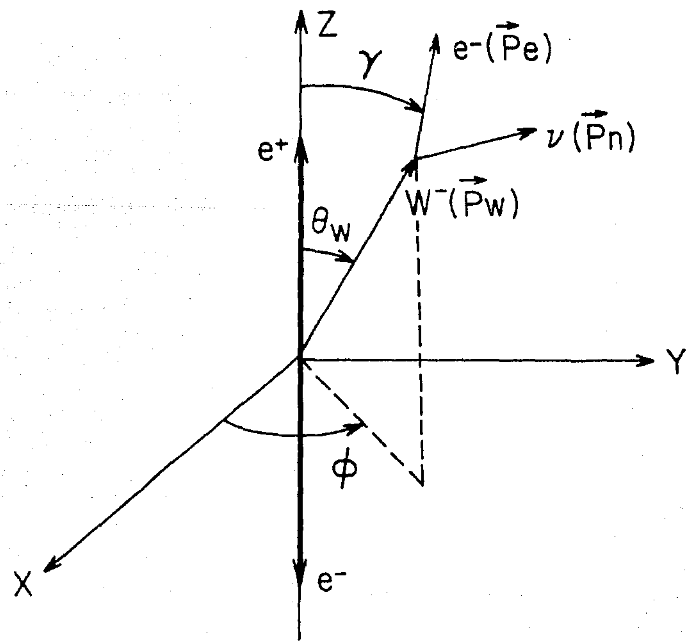
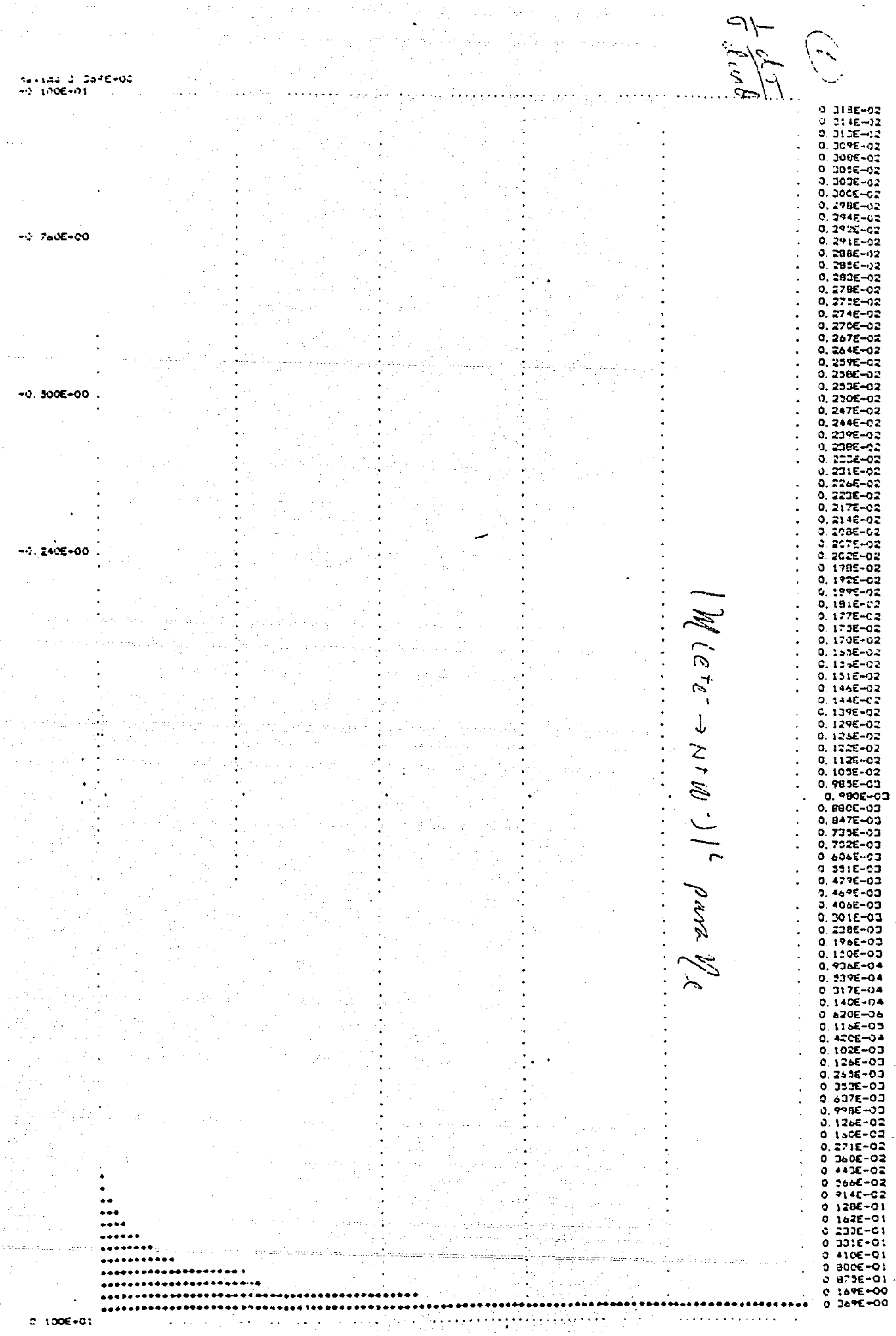
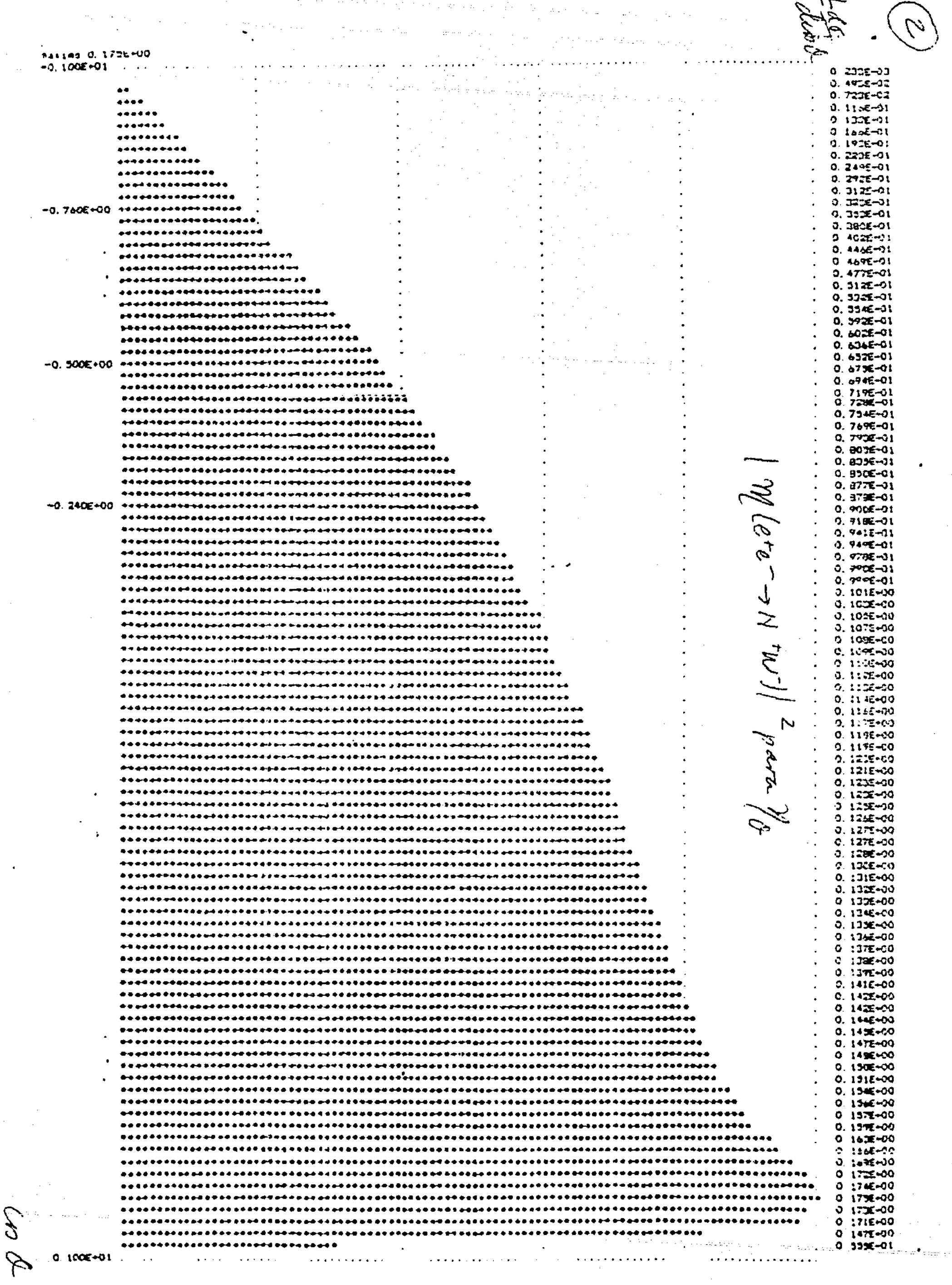


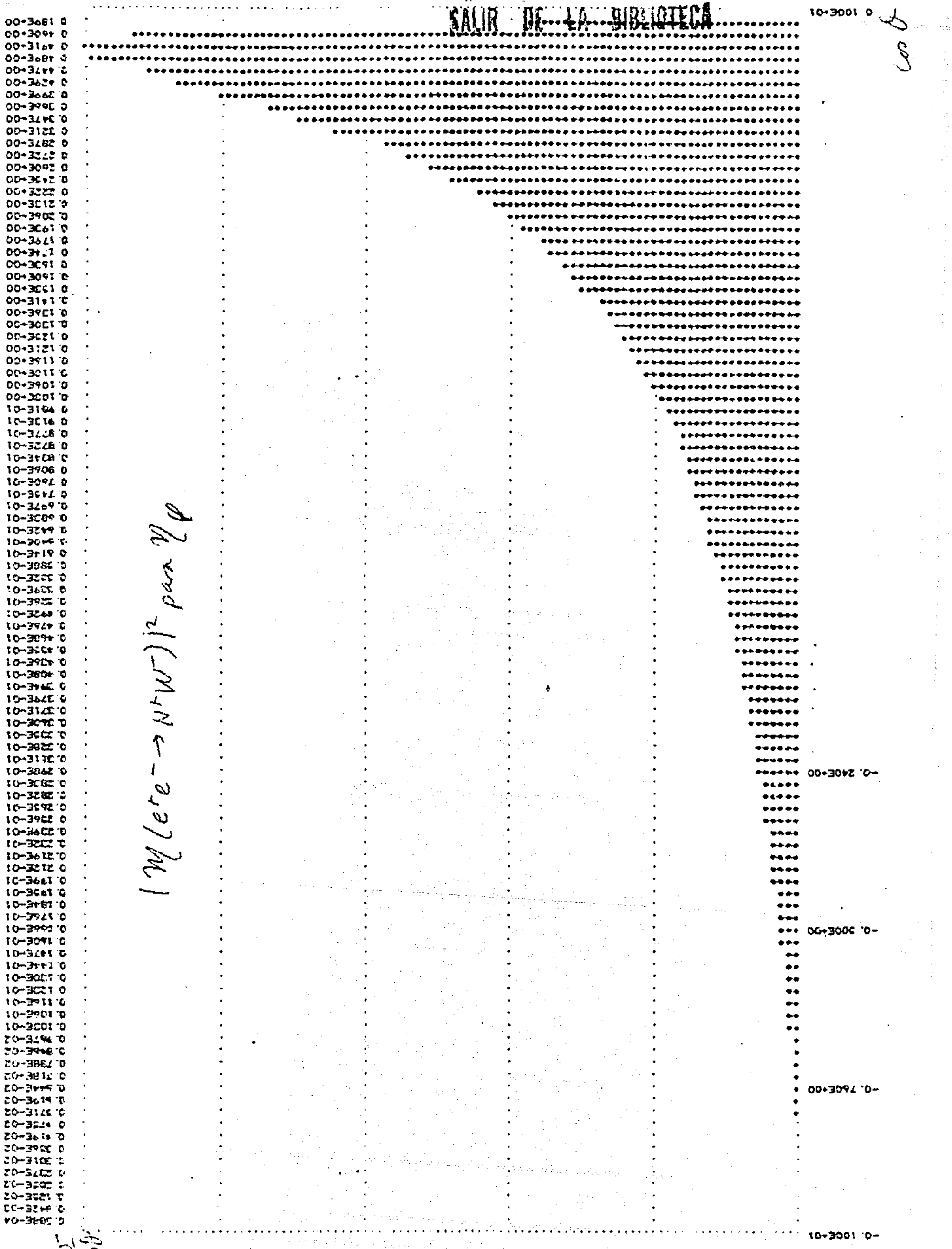
Figura 10



(1)
$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$
$|M(e^+e^- \to N + W^-)|^2$ para ν_e
-0.100E+01
-0.760E+00
-0.500E+00
-0.240E+00
0.100E+01
0.318E-02
0.314E-02
0.313E-02
0.309E-02
0.308E-02
0.305E-02
0.303E-02
0.300E-02
0.298E-02
0.294E-02
0.292E-02
0.291E-02
0.288E-02
0.285E-02
0.283E-02
0.278E-02
0.275E-02
0.274E-02
0.270E-02
0.267E-02
0.264E-02
0.259E-02
0.258E-02
0.253E-02
0.250E-02
0.247E-02
0.244E-02
0.239E-02
0.238E-02
0.233E-02
0.231E-02
0.226E-02
0.223E-02
0.217E-02
0.214E-02
0.208E-02
0.207E-02
0.202E-02
0.198E-02
0.192E-02
0.199E-02
0.181E-02
0.177E-02
0.173E-02
0.170E-02
0.155E-02
0.156E-02
0.151E-02
0.146E-02
0.144E-02
0.139E-02
0.129E-02
0.125E-02
0.122E-02
0.112E-02
0.103E-02
0.985E-03
0.980E-03
0.880E-03
0.847E-03
0.735E-03
0.702E-03
0.606E-03
0.551E-03
0.479E-03
0.469E-03
0.406E-03
0.301E-03
0.238E-03
0.196E-03
0.150E-03
0.936E-04
0.539E-04
0.317E-04
0.140E-04
0.620E-06
0.116E-05
0.420E-04
0.102E-03
0.126E-03
0.255E-03
0.353E-03
0.637E-03
0.998E-03
0.126E-02
0.160E-02
0.271E-02
0.360E-02
0.443E-02
0.566E-02
0.914E-02
0.128E-01
0.162E-01
0.233E-01
0.331E-01
0.410E-01
0.800E-01
0.875E-01
0.169E+00
0.369E+00

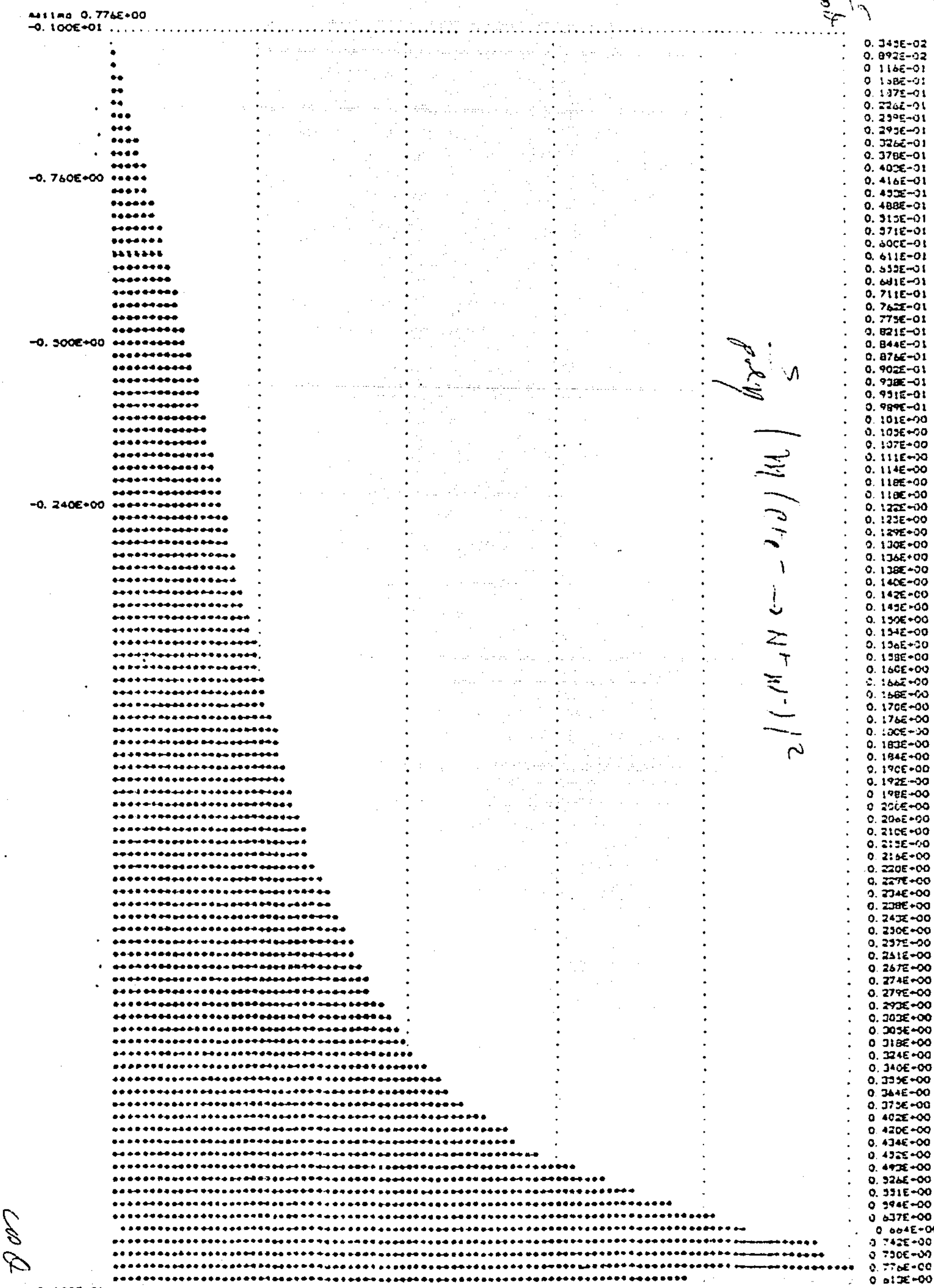


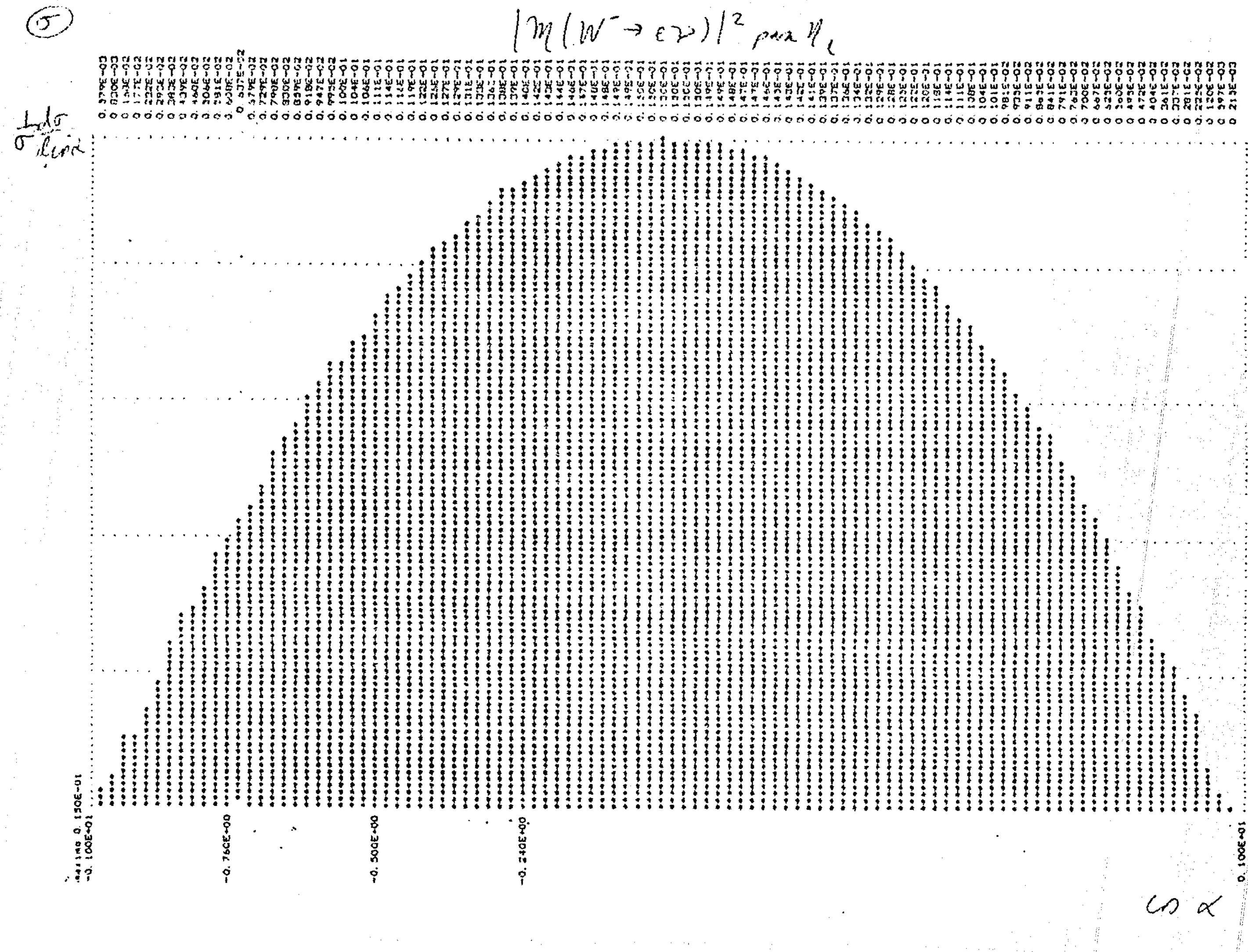
-0.100E+01
-0.760E+00
-0.500E+00
-0.240E+00
0.100E+01
$|\mathcal{M}(e^+e^- \to W^+W^-)|^2$ para γ/θ
cos θ
2



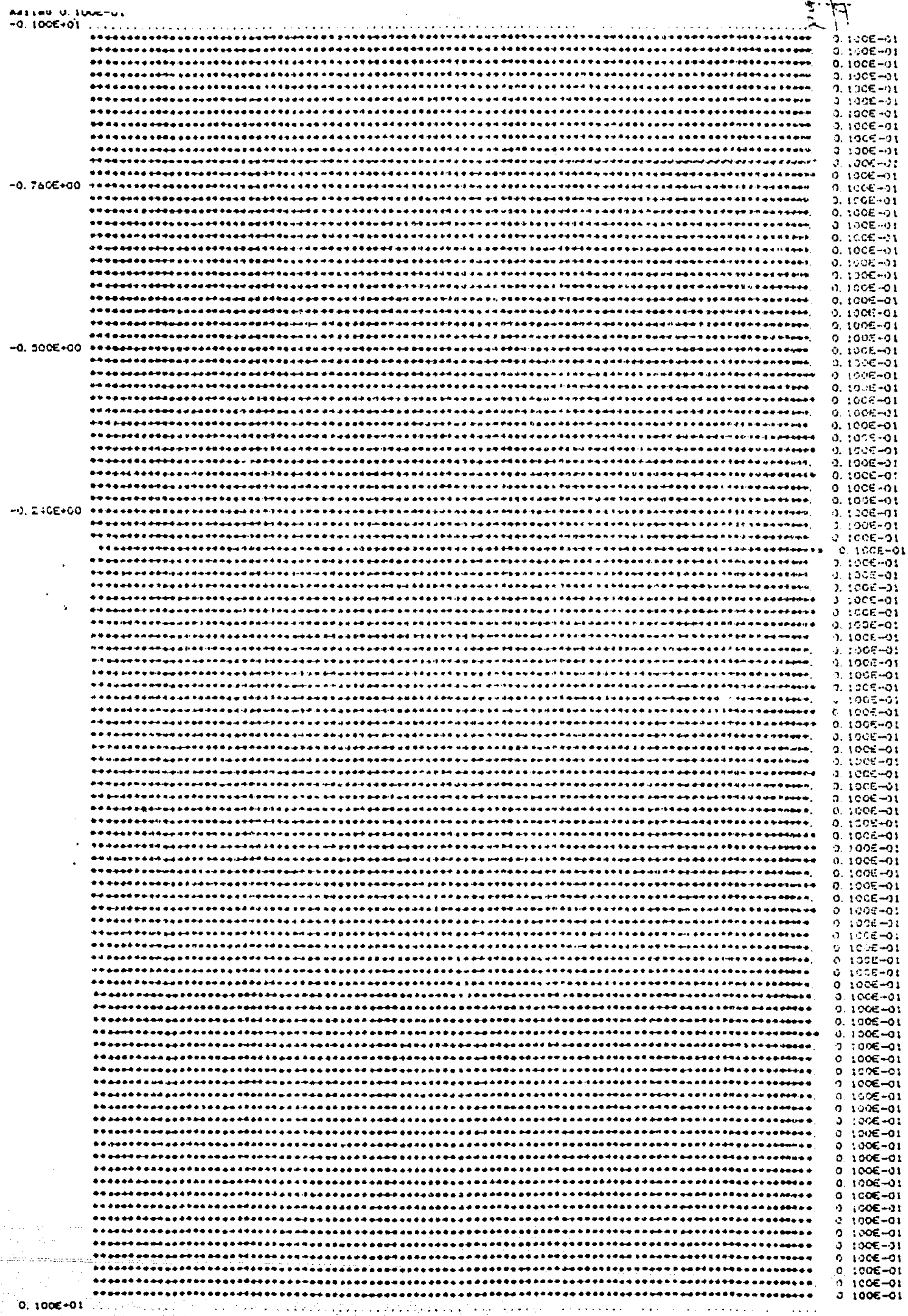
(3) $\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$

4




|M(W⁻ → eν)|² para M_L
-0.100E+01
-0.760E+00
-0.500E+00
-0.240E+00
0.100E+01
cos α

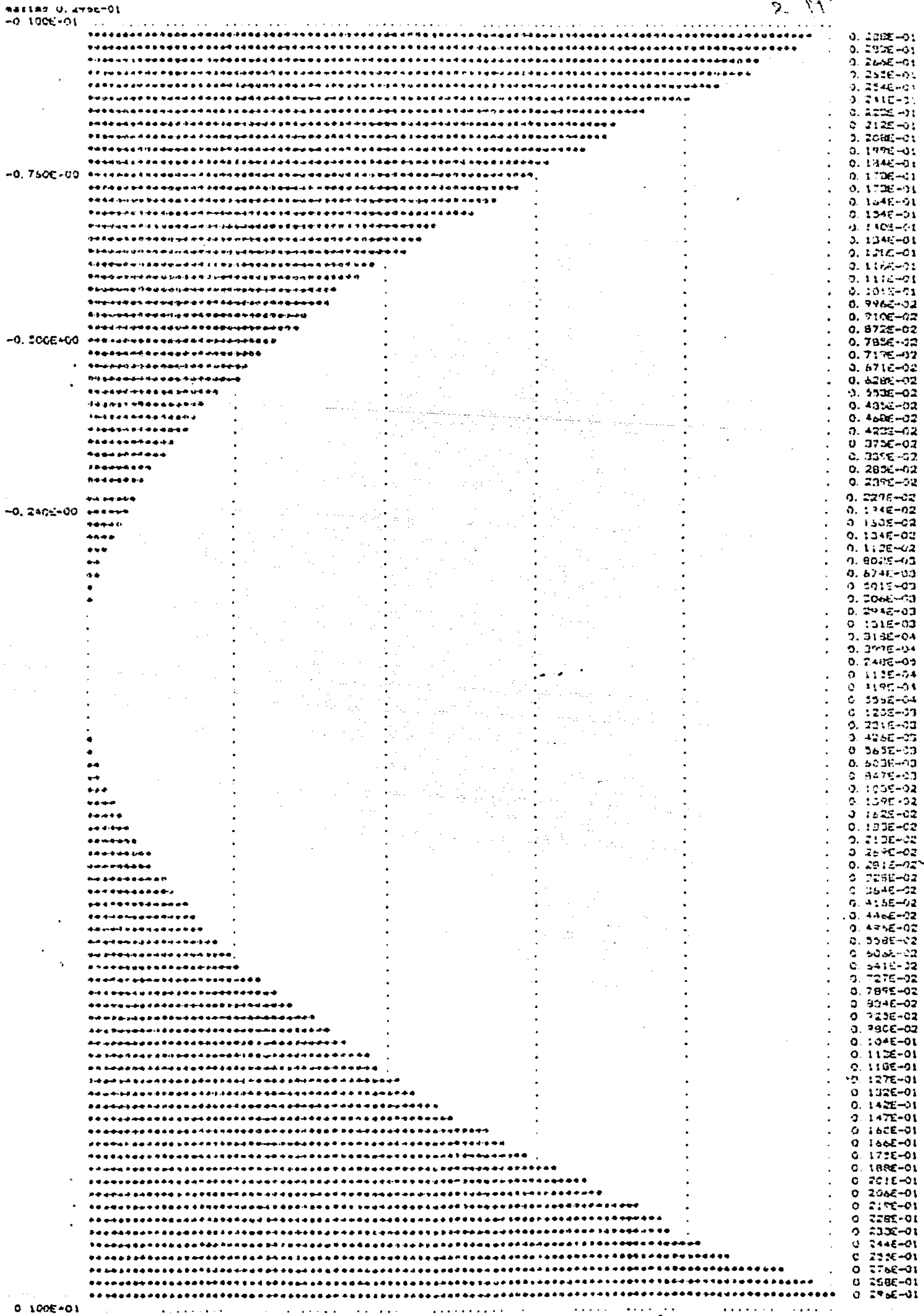
(6)



$\frac{1}{\sigma}\frac{d\Gamma}{d[\text{illegible}]}$

$|M(W \to e^- \nu)|^2$ [illegible]

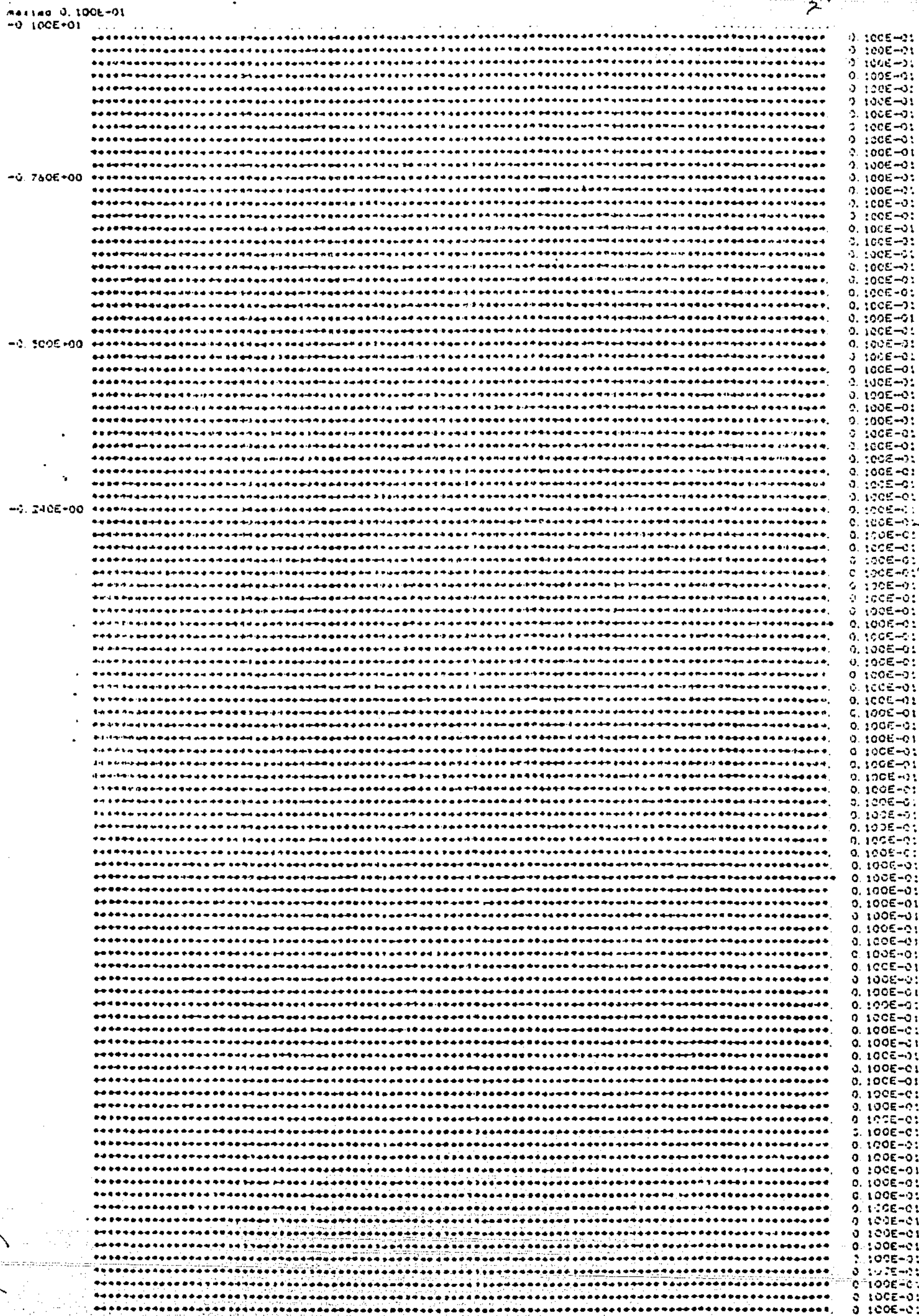
$\cos\theta$


-0.100E+01
-0.750E+00
-0.500E+00
-0.240E+00
0.100E+01

(8)

$\frac{1}{6}\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$

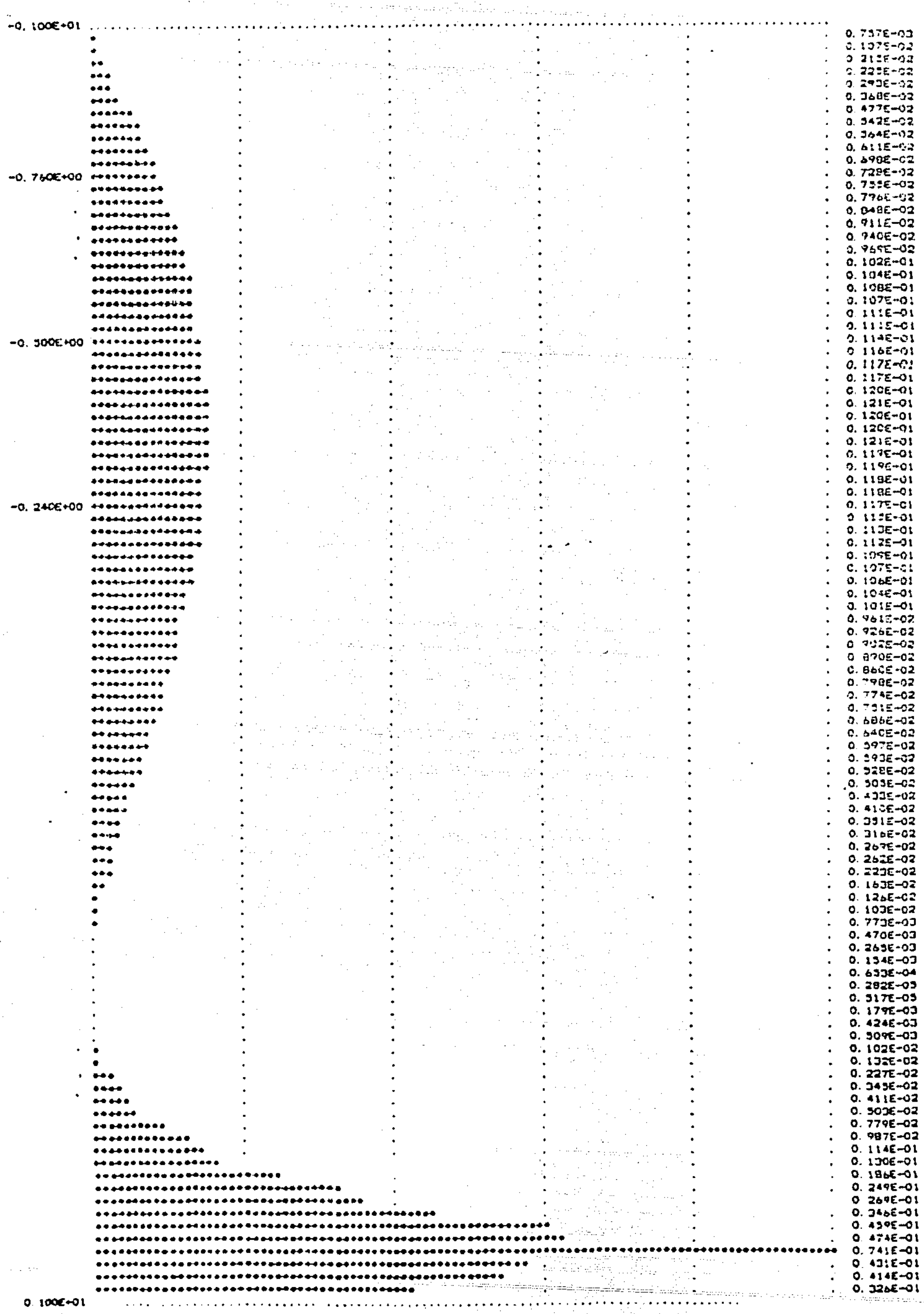
$\sum_{p\ell\eta} |m(W^- \to e^- \nu)|^2$



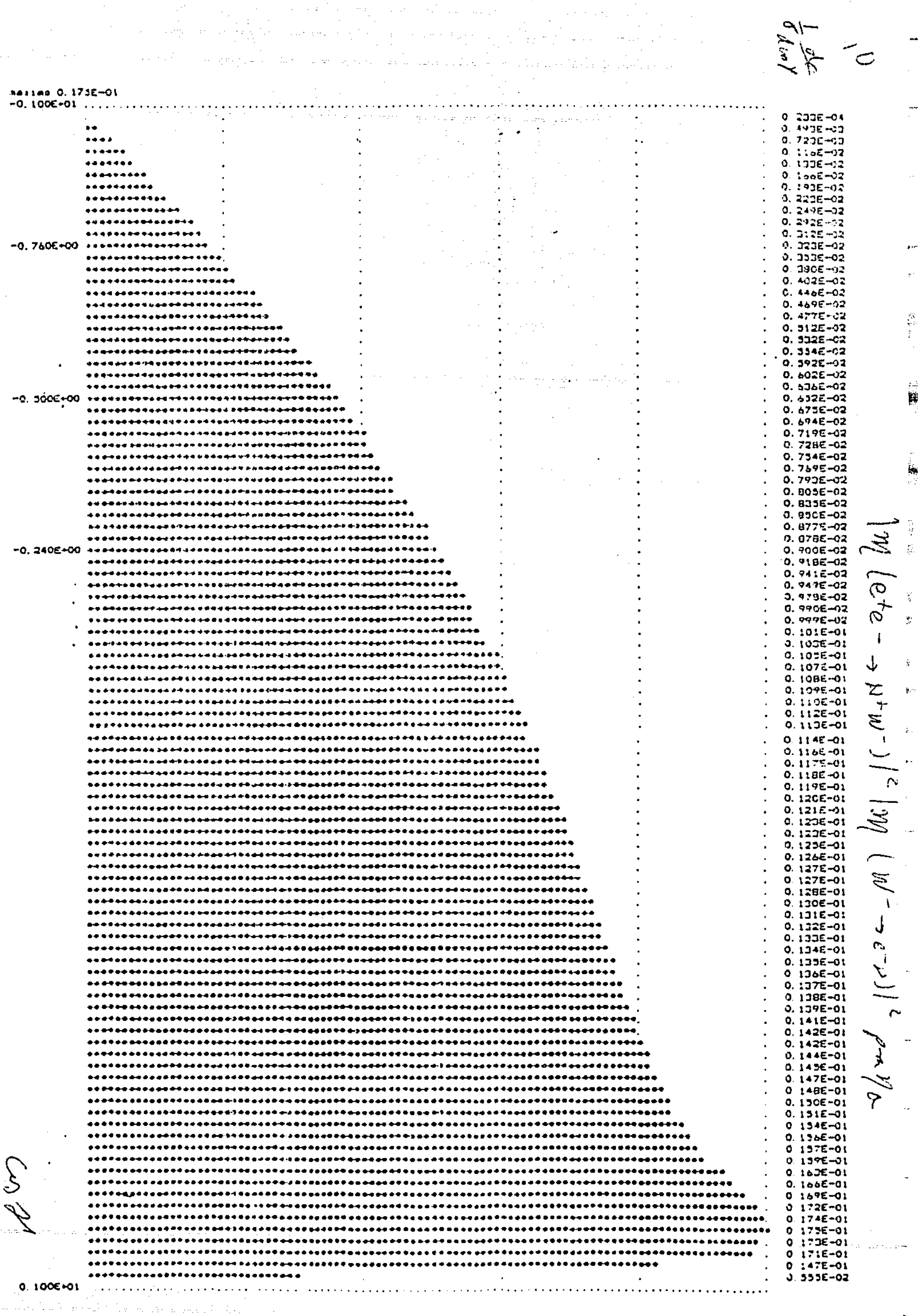
Cont

(9)

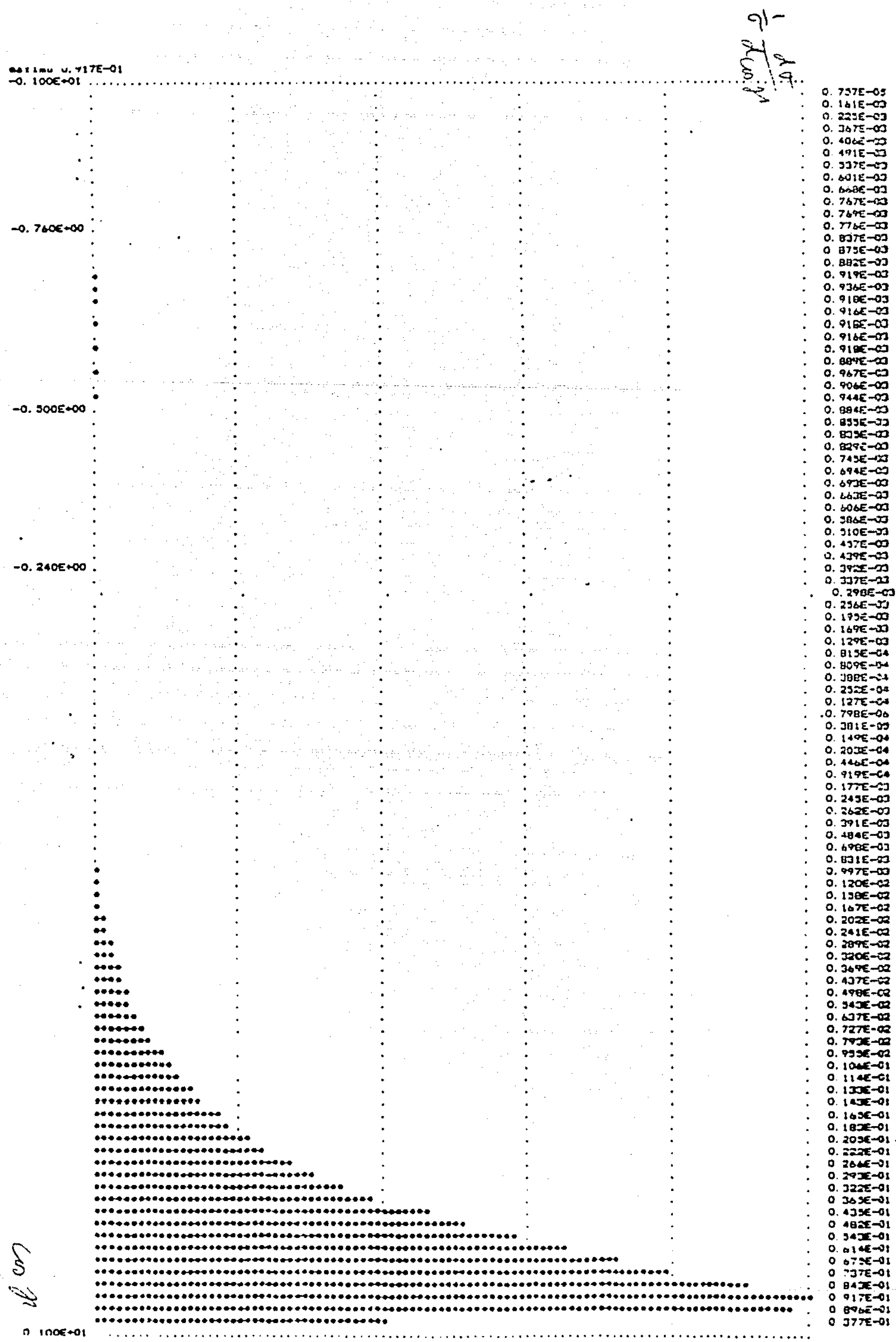
$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$



$|M(e^+e^- \to N+W^-)|^2 \, |M(W^- \to e^-\bar{\nu})|^2$ για η_c

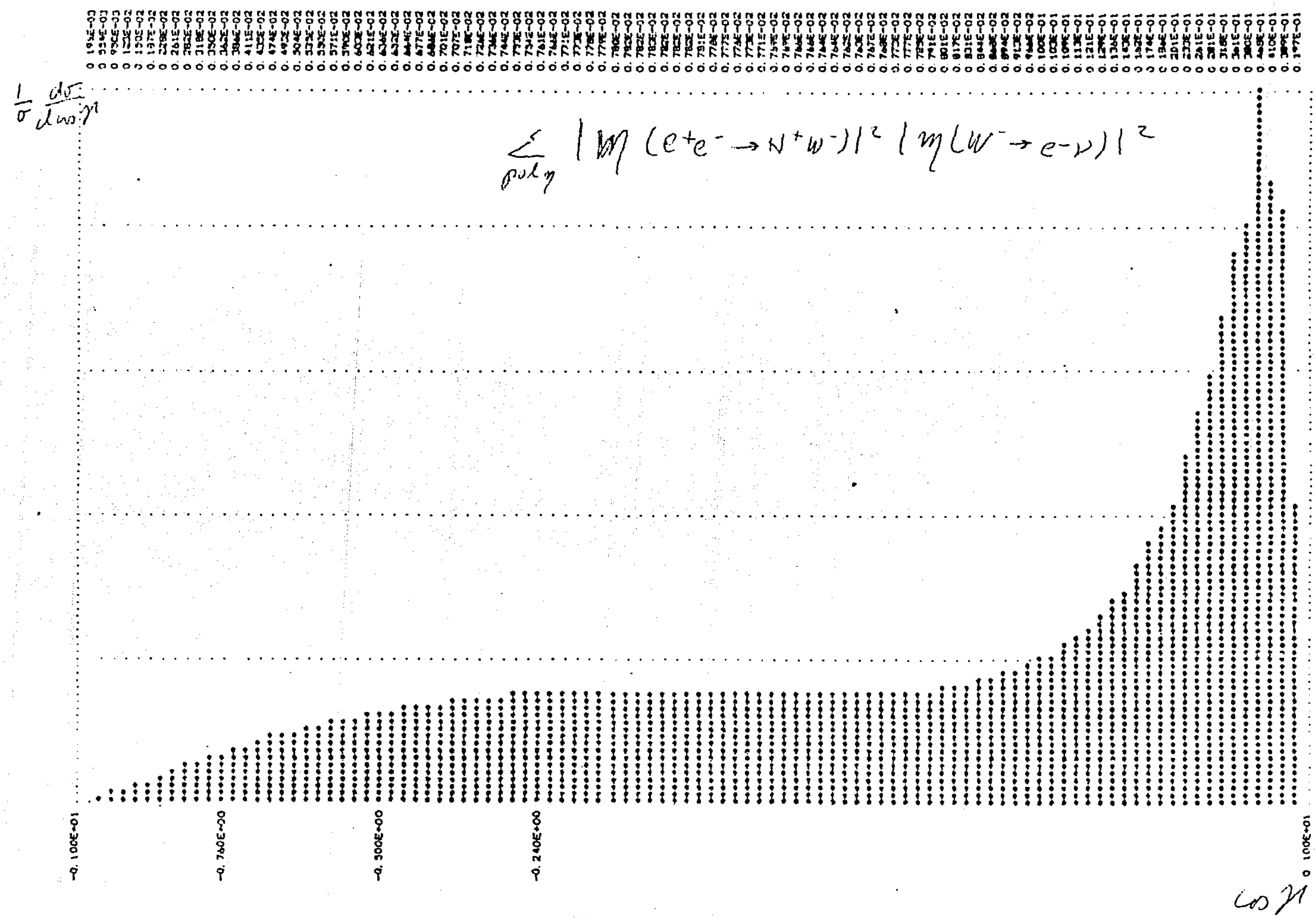

maximo 0.173E-01
-0.100E+01
-0.760E+00
-0.500E+00
-0.240E+00
0.100E+01

(11)



$|M(e^- e^- \to N^+ W^-)|^2 \, |M(W^- \to e^- \nu)|^2$ para Y_ℓ.

12



$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\eta}$
$\sum_{pol_\eta} |M(e^+e^- \to W^+W^-)|^2 \, |M(W^- \to e^-\nu)|^2$
-0.100E+01
-0.760E+00
-0.500E+00
-0.240E+00
0.100E+01
$\cos\eta$