

5944

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE INGENIERIA



---

DESCARTE

CALCULO DE PRESIONES EN  
DEFLECTORES

TESIS PROFESIONAL

VICTOR FRANCO

México, D. F.

1977



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A LA MEMORIA DE CATITA

A MI MAMA MAGDALENA

A MI TIA DOMI

A MIS HERMANAS  
ERNESTINA Y  
MA. DEL CONSUELO



FACULTAD DE INGENIERIA  
EXAMENES PROFESIONALES  
60-1-14

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

Al Pasante señor VICTOR FRANCO,  
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Dr. Gabriel Echávez Aldape, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"CALCULO DE PRESIONES EN DEFLECTORES"

1. Introducción
2. Método de J.H. Douma
3. Método de A. Balloffet
4. Método del cuerpo de ingenieros
5. Mediciones en modelo
6. Comparación de resultados
7. Conclusiones

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, D. F., a 20 de enero de 1977.  
EL DIRECTOR

ING. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

*E.S.*  
EVC/GSA/ser

## I N D I C E

	Pág
1. INTRODUCCION	1
2. METODO DE J.H. DOUMA	3
2.1 Introducci3n	
2.2 Desarrollo de la Teoría	
2.3 Método de Cálculo	
2.4 Conclusiones	
2.5 Ejemplo	
3. METODO DE A. BALLOFFET	12
3.1 Introducci3n	
3.2 Desarrollo de la Teoría	
3.3 Método de Cálculo	
3.4 Conclusiones	
3.5 Ejemplo	
4. METODO DEL CUERPO DE INGENIEROS	25
4.1 Introducci3n	
4.2 Desarrollo de la Teoría	
4.3 Método de Cálculo	
4.4 Conclusiones	
4.5 Ejemplo	

	Pág.
5. MEDICIONES EN MODELO	37
5.1 Descripción del Modelo	
5.2 Medición con el piezómetro	
5.3 Medición con la celda de presión	
5.4 Análisis de los Registros	
6. COMPARACION DE RESULTADOS	52
6.1 Comparación de los resultados obteni <u>dos</u> con los métodos teóricos de A. Balloffet, J.H. Douma, y el Cuerpo de Ingenieros	
6.2 Comparación de resultados teóricos y, con las mediciones realizadas con el piezómetro	
6.3 Interpretación de los resultados de los registros obtenidos con la celda de <u>pre</u> sión en el modelo	
7. CONCLUSIONES	56

REFERENCIAS

## 1. INTRODUCCION

El propósito de un deflector es el de lanzar lejos de la obra al agua, para evitar un posible daño al pie de la misma. Esta deflexión se utiliza cuando la descarga del vertedor puede hacerse directamente al río sin necesidad de construir una estructura para disipar la energía, aclarándose que la cubeta no disipa energía por sí misma, sino que solo aleja al agua de una posible zona de daño a la obra.

El objeto del presente trabajo es el de mostrar la aplicación de diferentes métodos al Vertedor de la Presa "La Angostura" construida sobre el Río Grijalva, en el estado de Chiapas. Estos métodos ayudan a valorar la distribución de presiones que se presenta en el deflector; y que, debido a la geometría

del mismo, ya no es hidrostática. Conociendo lo anterior el proyectista seleccionara el método que considere más conveniente, y podrá elaborar un mejor diseño estructural del deflector.

Además se comparan los resultados obtenidos con mediciones realizadas en el modelo hidráulico de la misma obra, ubicado en las instalaciones del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.

Los métodos que se utilizan son los siguientes:

Método de J. H. Douma

Método de A. Balloffet

Método del Cuerpo de Ingenieros

los cuales están explicados en los capítulos 2, 3, y 4, respectivamente.

## 2. METODO DE J. H. DOUMA

### 2.1 Introducción

J. H. Douma<sup>1</sup> estudió los conceptos básicos del diseño de los muros laterales para flujo de alta velocidad en vertedores cuya estructura terminal contengan deflectores (curva vertical cóncava). En el diseño de un deflector, debido a la geometría del mismo, la fuerza centrífuga incrementa la presión en el fondo y sobre las paredes laterales del canal. Es importante evaluar este incremento de presión, ya que a veces el vertedor está apoyado en la presa, y por lo tanto debe incluirse en el análisis de estabilidad de la misma.

## 2.2 Desarrollo de la Teoría

La presión centrífuga en forma general<sup>2</sup> es la siguiente

$$p_c = \frac{\gamma d v^2}{g r} \dots\dots\dots 2-a$$

donde:

- $p_c$  = presión centrífuga, en  $\text{kg/m}^2$ .
- $d$  = altura del tirante de agua, en m.
- $v$  = velocidad del flujo, en  $\text{m/seg}$ .
- $g$  = aceleración de la gravedad, en  $\text{m/seg}^2$ .
- $r$  = radio de curvatura, en m.
- $\gamma$  = peso específico del agua, en  $\text{kg/m}^3$ .

La presión centrífuga sobre un deflector se obtiene de la expresión 2-a y haciendo las consideraciones siguientes:

$$d = \frac{q}{v} \dots\dots A \qquad v = \sqrt{2 g h_j} \dots\dots B$$

Sustituyendo los valores dados en (A) y (B), en la ecuación 2-a

$$p_c = \frac{2 \gamma h_j q}{v r} \dots\dots\dots 2-b$$

donde:

- $q$  = gasto unitario, en  $\text{m}^3/\text{seg}(\text{m})$ .
- $h_j$  = carga desde el nivel máximo de agua en la presa hasta el punto considerado sobre el deflector (Ver figura 2-a), en m.

La ventaja de utilizar la ecuación 2-b, es que los valores de  $h_j$  pueden ser fácilmente determinados. Aunque  $h_j$  debe ser considerada como la distancia del gradiente de energía a la superficie del deflector, la pérdida de carga resultado del flujo descendente sobre la plantilla puede ser despreciada.

La ecuación 2-b produce una presión centrífuga variable, debido a la variación de  $h_j$  a lo largo del deflector. La mínima y máxima presión en un deflector ocurren en la parte más alta y más baja del mismo, respectivamente. Las ecuaciones 2-a y 2-b suponen que las líneas de corriente asumen la trayectoria dictada por el radio del deflector y al comienzo de la curvatura. La distribución de presiones en un deflector esta representada en la figura 2-b, y esta obtenida en forma experimental (datos de modelo hidráulico).

Una mejor aproximación puede ser hecha suponiendo que las líneas de corriente del flujo forman parte de círculos concéntricos al radio del deflector  $r$ , y que la distribución de velocidades a lo largo de las líneas de corriente del deflector siguen la teoría del vórtice irrotacional:

$$v = \frac{C}{r} \quad \dots\dots\dots 2-c$$

donde:

$v$  = velocidad del flujo, en m/seg..

$c$  = constante..

$r$  = radio de curvatura, en m..

Cuando el flujo ocurre entre dos fronteras circulares cuyos radios son  $r_1$  y  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ), y el gasto entre las dos fronteras es  $q$ , se tiene:

$$q = \int_{r_1}^{r_2} v \, dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{c}{r} \, dr = c(\ln r_2 - \ln r_1)$$

$$q = c \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad \dots\dots 2-d$$

despejando de la ecuación 2-d, el valor de  $C$ :

$$c = \frac{q}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} \quad \dots\dots\dots 2-e$$

el valor de  $C$  a la ecuación 2-c

$$v = \frac{q}{r \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} \quad \dots\dots\dots 2-f$$

En la figura 2-a, si  $r_2$  es el radio del deflector y  $r_1 = OB$ , la velocidad en el punto A para el flujo es:

$$v_A = \frac{q}{r_2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \dots\dots\dots 2-g$$

En el punto B sobre la parte superior de la línea de corriente la velocidad es:

$$v_B = \frac{q}{r_1 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \dots\dots\dots 2-h$$

Aplicando el teorema de Bernoulli, la carga de presión en el punto A es la siguiente:

$$\frac{p_A}{\gamma} = h_1 - \frac{1}{2g} \left[ \frac{q}{r_2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^2 \dots\dots\dots 2-i$$

y dado que la carga de presión en el punto B es cero, la ecuación anterior se convierte en:

$$h_1 - (r_2 - r_1) \cos \alpha - \frac{1}{2g} \left[ \frac{q}{r_1 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^2 = 0 \dots\dots\dots 2-j$$

donde:

- $\frac{p_A}{\gamma}$  = carga de presión en m.
- $p_A$  = presión, en kg/m<sup>2</sup>.
- $\gamma$  = peso específico del agua, en kg/m<sup>3</sup>.
- $\alpha$  = ángulo o deflexión que se va girando para calcular la presión, en grados.
- $r_2$  = radio del deflector, en m.

$r_1$  = radio de la línea de corriente superior, en m.  
 $h_1$  = carga desde el nivel máximo del agua en la presa hasta el punto considerado sobre el deflector, en m.

### 2.3 Método de Cálculo

Los valores de  $h_1$ ,  $\alpha$ ,  $q$ , y  $r_2$  son conocidos para cualquier punto, el valor de  $r_1$  puede calcularse con la ecuación 2-j, por lo tanto la carga de presión en el punto que se considere sobre el deflector se calcula por medio de la ecuación 2-i.

### 2.4 Conclusiones

Como puede observarse para valuar las presiones sobre el deflector se necesitan hacer simplificaciones, por lo cual J.H. Douma propone que se efectuen mediciones tanto en modelos hidráulicos como en prototipo, para tratar de comparar los resultados teóricos con los experimentales y de esta manera encontrar relaciones entre ambos y proponer modificaciones al método teórico.

### 2.5 Ejemplo

Datos generales del Vertedor de la Presa "La Angostura", Chia

pas.

$Q = 4250 \text{ m}^3/\text{seg}$        $B = 25.000 \text{ m}$        $R = 30.736 \text{ m}$   
 $Q = 170 \text{ m}^3/\text{seg/m}$       Elevación N. A. M. E. = 539.600

a). Coordenadas de los puntos utilizados en el ejemplo sobre el deflector.

	Cadenamiento	Elevación
Centro del deflector:	(884.632 ,	481.665)
Punto 1 (P. C. V.):	(871.643 ,	453.809)
" 2:	(874.752 ,	452.560)
" 3:	(877.980 ,	451.658)
" 4:	(881.286 ,	451.112)
" 5:	(884.632 ,	450.929)
" 6:	(888.644 ,	451.192)
" 7:	(892.587 ,	451.976)
" 8:	(896.394 ,	453.269)
" 9:(P. T. V.):	(900.000 ,	455.047)

b). Cálculo de  $r_j$  utilizando la ecuación 2-j

La ecuación 2-j se resolvió por tanteos, ya que conocemos  $h_j$ ,  $\alpha$ ,  $q$ ,  $r_2$ .

Punto 1 (P. C. V.):	$\alpha = 25.000^\circ$	$r_j = 26.1226 \text{ m}$	$h_j = 85.791 \text{ m}$
" 2:	$\alpha = 18.750^\circ$	$r_j = 26.1562 \text{ m}$	$h_j = 87.040 \text{ m}$
" 3:	$\alpha = 12.500^\circ$	$r_j = 26.1801 \text{ m}$	$h_j = 87.942 \text{ m}$

" 4:	$\alpha = 6.250^\circ$	$h_j = 26.1943$ m	$h_j = 87.942$ m
" 5:	$\alpha = 0.000^\circ$	$h_j = 26.19915$ m	$h_j = 88.671$ m
" 6:	$\alpha = 7.500^\circ$	$h_j = 26.1923$ m	$h_j = 88.408$ m
" 7:	$\alpha = 15.000^\circ$	$h_j = 26.1717$ m	$h_j = 87.624$ m
" 8:	$\alpha = 22.500^\circ$	$h_j = 26.1373$ m	$h_j = 86.331$ m
" 9 (P. T. V.):	$\alpha = 30.000^\circ$	$h_j = 26.0886$ m	$h_j = 84.553$ m

c). Cálculo de la presión utilizando la ecuación 2-i

Punto 1 (P. C. V.):	$p/\gamma = 26.841$ m	$p = 2.6841$ kg/cm <sup>2</sup>
" 2:	$p/\gamma = 27.147$ m	$p = 2.7147$ kg/cm <sup>2</sup>
" 3:	$p/\gamma = 27.365$ m	$p = 2.7365$ kg/cm <sup>2</sup>
" 4:	$p/\gamma = 27.499$ m	$p = 2.7499$ kg/cm <sup>2</sup>
" 5:	$p/\gamma = 27.541$ m	$p = 2.7541$ kg/cm <sup>2</sup>
" 6:	$p/\gamma = 27.478$ m	$p = 2.7478$ kg/cm <sup>2</sup>
" 7:	$p/\gamma = 27.289$ m	$p = 2.7289$ kg/cm <sup>2</sup>
" 8:	$p/\gamma = 26.971$ m	$p = 2.6971$ kg/cm <sup>2</sup>
" 9 (P. T. V.):	$p/\gamma = 26.536$ m	$p = 2.6536$ kg/cm <sup>2</sup>

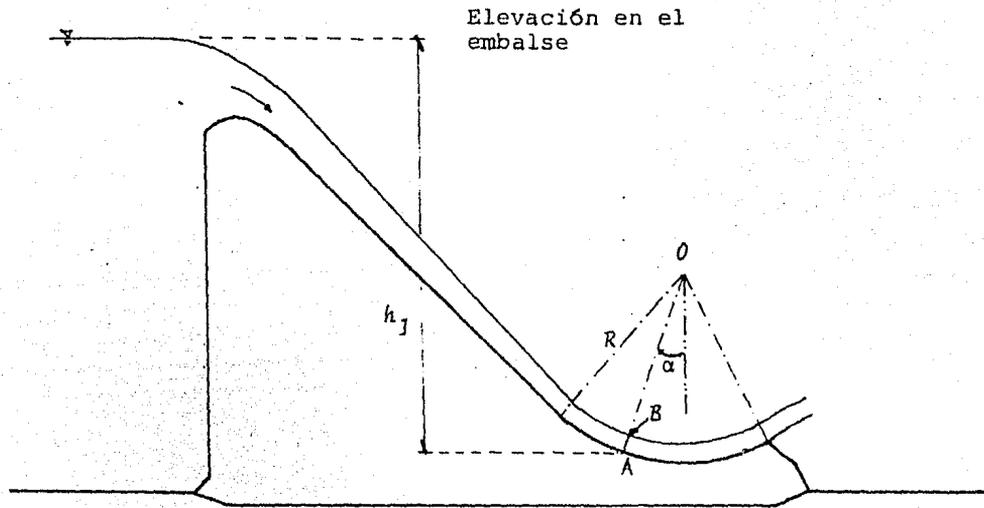


Figura 2-a Flujo sobre el deflector

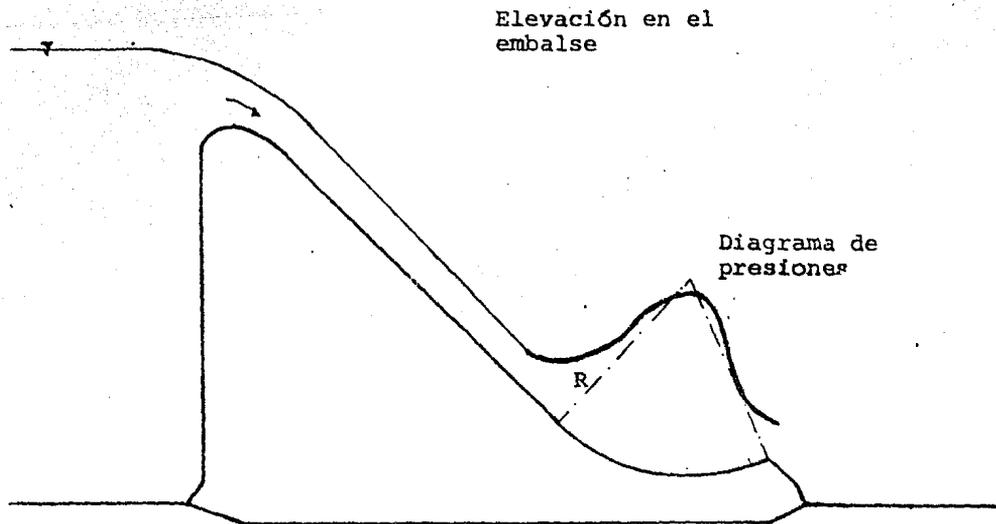


Figura 2-b Distribución de presiones sobre el deflector

### 3. METODO DE A. BALLOFFET

#### 3.1 Introducción

A. Balloffet<sup>3</sup> considera que para diseñar un deflector debe calcularse la fuerza a la que estara sujeta la estructura, como resultado del flujo curvilíneo sobre el deflector. Esta fuerza es de presión, por lo que se necesitara valuar la presión máxima así como la distribución de presiones.

#### 3.2 Desarrollo de la Teoría

Estudios previos sobre deflectores fueron realizados por D. B. Gumensky<sup>2</sup>, que suponen que la velocidad angular del agua sobre el deflector debe permanecer constante para el tirante

total. J. H. Douma<sup>1</sup>, supone que la distribución de velocidades en el deflector debe seguir el modelo del vórtice irrotacional:  $V = A/r$ , donde  $A$  es una constante y  $r$  es el radio de cualquier línea de corriente. De acuerdo con lo anterior todas las líneas de corriente son circulares y concéntricas con el deflector.

En la figura 3-a, arriba de la línea de corriente el flujo es tal que tiene un radio igual a  $R-d$ ;  $R$  es el radio del deflector, y  $d$  es el ancho del vórtice. La diferencia en cargas piezométricas entre dos puntos cualquiera (1 y 2), esta localizada sobre la parte superior de la línea de corriente y sobre la línea del deflector respectivamente, esto se puede expresar por medio de la ecuación de Bernoulli, de la siguiente manera:

$$\Delta h = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \quad \dots\dots\dots 3-a$$

donde:

$\Delta h$  = diferencia de cargas piezométricas entre dos puntos, en m.

$V_1$  = velocidad en el punto 1, en m/seg.

$V_2$  = velocidad en el punto 2, en m/seg.

$g$  = aceleración de la gravedad en m/seg<sup>2</sup>.

$$\Delta h = \frac{v_1^2}{2g} \left( 1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right) = \frac{v_1^2}{2g} \left[ 1 - \left[ \frac{R-d}{R} \right]^2 \right] \dots\dots 3-b$$

Dado que la presión en el punto 1 es la atmosférica

$$\frac{p_2}{\gamma} = \Delta z + \frac{v_1^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{R-d}{R} \right)^2 \right] \dots\dots\dots 3-c$$

donde:

$p_2$  = presión en el punto 2, en kg/m<sup>2</sup>.

$\gamma$  = peso específico en kg/m<sup>3</sup>.

$\Delta z$  = diferencia de elevación entre los puntos 1 y 2,  
en m.

La velocidad en el punto 1 es:  $v_1 = \sqrt{2gH_T}$ , en donde  $H_T$  puede suponerse igual a la diferencia de elevación de la superficie de agua sobre la cresta del vertedor y el punto 1, por lo cual se está despreciando la pérdida de carga en el conducto inclinado (Ver figura 3-a). Debe notarse que  $v_1$  debe variar para diferentes posiciones del punto 1, en la parte superior de la línea de corriente, ya que  $H_T$  es variable.

De cualquier manera, el modelo del vórtice irrotacional supone que  $v_1$  varía solo con el radio y debe ser constante a lo largo de toda la línea de corriente. En nuestro caso la variación de  $H_T$  es pequeña, por esto el punto 1 puede escogerse en la parte más baja de la elevación de la superficie del agua, con  $H_T = H_1$ . Por lo tanto:

$$\frac{p_2}{\gamma} = \Delta Z + H_j \left[ 1 - \left( \frac{R-d}{R} \right)^2 \right] \dots\dots\dots 3-d$$

En la ecuación 3-d,  $p_2$ , puede calcularse, siempre que el espesor del chorro se conozca. Esto puede hacerse por la integración de la velocidad y la ecuación del gasto por unidad de ancho,  $q$ :

$$q = \int_{R-d}^R v \, d r = \int_{R-d}^R \frac{R-d}{R} v_j \, d r \dots\dots\dots 3-e$$

$$q = (R-d) v_j \ln \frac{R}{R-d} \dots\dots\dots 3-f$$

donde:

$q$  = gasto por unidad de ancho, en  $m^3$ /seg por m de ancho.

De la ecuación 3-f,  $d$  puede calcularse mediante el desarrollo en serie del logaritmo.

$$q = (R-d) v_j \left[ \left( \frac{d}{R} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{d}{R} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{d}{R} \right)^3 + \dots\dots\dots \right] \quad 3-g$$

Para pequeños valores de  $\frac{d}{R}$ :

$$d \rightarrow \frac{q}{v_j} = \frac{q}{\sqrt{2gH_j}} \dots\dots\dots 3-h$$

El valor teórico de la presión calculado por la ecuación 3-d,

para un punto de la superficie del deflector no varía mucho por la altura del vertedor de la presa. Sin embargo, el máximo valor corresponde a el punto mas bajo del deflector, porque también  $\Delta Z$  es máxima e igual a  $d$ .

Por lo tanto, el valor de la máxima presión estará dado por:

$$h = \left(\frac{p_2}{\gamma}\right)_{\text{máxima}} = d + H_j \left[ 1 - \left(\frac{R-d}{R}\right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots 3-i$$

$$h = \left(\frac{p_2}{\gamma}\right)_{\text{máxima}} = d + \frac{v_j^2}{2g} \left[ 1 - \left(\frac{R-d}{R}\right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots 3-j$$

### 3.3 Método de Cálculo

Una vez que se calcula la presión máxima, la presión teórica del diagrama puede ser determinada como se muestra en la figura 3-b. El procedimiento de trazo es el siguiente: Se traza un círculo con centro en el centro del deflector y radio igual a  $R + h$ . Entonces la presión en el punto A puede ser representada por un segmento radial AB igual a  $h$  menos la elevación del punto A con respecto al punto más bajo de la superficie del deflector.

Dado que la curvatura del flujo se supone desde el comienzo de la misma o sea desde el punto de tangencia entre el conducto inclinado y el deflector, la teoría introduce una dis-

continuidad en el diagrama de presiones. De igual manera la discontinuidad resulta del cálculo de  $d$  de la ecuación 3-f. En realidad, la curvatura del flujo tiene comienzo aguas arriba del deflector. Para un chorro delgado, sin embargo, puede suponerse que la curvatura del flujo comienza al terminar el punto de tangencia.

La figura 3-b, muestra una comparación entre la forma del diagrama de presión teórica y el diagrama determinado en modelo.

### 3.4 Conclusiones

La presión máxima de un vertedor con deflector al final puede ser fácilmente calculada por la suposición de un flujo tipo vórtice irrotacional. Las fórmulas teóricas pueden ser corregidas mediante el uso adecuado de coeficientes de acuerdo con los resultados experimentales que se obtengan en las investigaciones en modelo. La distribución de presiones sobre el deflector puede ser aproximada por un simple procedimiento gráfico.

### 3.5 Ejemplo

Datos generales del vertedor de la Presa "La Angostura", Chiapas.

$$Q = 4250 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$R = 30.736 \text{ m}$$

$$q = 170 \text{ m}^3/\text{seg. por m. Elevación N. A. M. E.} = 539.600$$

a). Coordenadas de los puntos utilizados en el ejemplo sobre el deflector.

Centro del deflector:	(884.632 , 481.665)
Punto 1 (P. C. V.):	(871.643 , 453.809)
" 2:	(874.752 , 452.560)
" 3:	(877.980 , 451.658)
" 4:	(881.286 , 451.112)
" 5:	(884.632 , 450.929)
" 6:	(888.644 , 451.192)
" 7:	(892.587 , 451.976)
" 8:	(896.394 , 453.269)
" 9: (P. T. V.):	(900.000 , 455.047)

b). Cálculo del ancho del vórtice utilizando la ecuación 3-f o 3-g.

La ecuación 3-f, se puede resolver por tanteos; ya que conocemos el  $q$  y sólo se necesita suponer el valor de  $d$ . Para la velocidad  $V_j$  se hará lo mismo ya que  $H_j$  sería igual a la diferencia de elevación entre el N. A. M. E. y el punto considerado sobre el deflector y esto último menos el espesor del vórtice, será el valor de  $H_j$ .

Para el cálculo de este espesor  $d$ , utilizaremos el punto 5 que es el más bajo del deflector, pero como se explicó en la teoría el espesor  $d$  debe ser constante y paralelo a la curvatura del deflector y se escogió este punto debido a que es el más bajo y por lo tanto se presenta la máxima presión como ya se explicó anteriormente.

$$H = 539.600 - 450.929 = 88.671$$

$$H_j = 88.671 - d$$

De la serie de tanteos realizados se obtuvieron los siguientes resultados:

$$d = 4.540 \text{ m}$$

$$H_j = 84.131 \text{ m}$$

$$V_j = 40.628 \text{ m/seg}$$

Utilizando la ecuación 3-g y siguiendo el mismo procedimiento y el mismo punto se obtienen resultados semejantes.

c). Cálculo de la máxima presión.

Utilizando los resultados del inciso b) y aplicándolos a las ecuaciones 4-i o 4-j se obtiene la máxima presión. Utilizando la ecuación 4-i:

$$h = 4.540 + 84.137 \left[ j - \left( \frac{30.736 - 4.540}{30.736} \right)^2 \right] = 27.558 \text{ m}$$

El mismo resultado se obtiene utilizando la ecuación 4-j, por lo tanto:

$$p_2 = 2.756 \text{ kg/cm}^2$$

d). Cálculo del diagrama de presiones.

Como se explicó en la teoría este diagrama se puede trazar de la siguiente manera:

Radio del diagrama de presiones:  $R_d = R+h = 30.736 + 27.558$

$$R_d = 58.294 \text{ m}$$

Cálculo de los segmentos radiales AB igual a  $(h-a)$ :

$a$  = diferencia en elevación entre el punto considerado sobre el deflector y el punto más bajo sobre el deflector.

$$A1 = 453.809 - 450.929 = 2.880 \text{ m}$$

$$A2 = 452.560 - 450.929 = 1.631 \text{ m}$$

$$A3 = 451.658 - 450.929 = 0.729 \text{ m}$$

$$A4 = 451.112 - 450.929 = 0.183 \text{ m}$$

$$A5 = 450.929 - 450.929 = 0.000 \text{ m}$$

$$A6 = 451.192 - 450.929 = 0.263 \text{ m}$$

$$A7 = 451.976 - 450.929 = 1.047 \text{ m}$$

$$A_8 = 453.269 - 450.929 = 2.340 \text{ m}$$

$$A_9 = 455.047 - 450.929 = 4.118 \text{ m}$$

$$AB_1 = h - A_1 = 27.558 - 2.880 = 24.678 \text{ m}$$

$$AB_2 = h - A_2 = 27.558 - 1.631 = 25.927 \text{ m}$$

$$AB_3 = h - A_3 = 27.558 - 0.729 = 26.829 \text{ m}$$

$$AB_4 = h - A_4 = 27.558 - 0.183 = 27.375 \text{ m}$$

$$AB_5 = h - A_5 = 27.558 - 0.000 = 27.558 \text{ m}$$

$$AB_6 = h - A_6 = 27.558 - 0.263 = 27.295 \text{ m}$$

$$AB_7 = h - A_7 = 27.558 - 1.047 = 26.511 \text{ m}$$

$$AB_8 = h - A_8 = 27.558 - 2.340 = 25.218 \text{ m}$$

$$AB_9 = h - A_9 = 27.558 - 4.118 = 23.440 \text{ m}$$

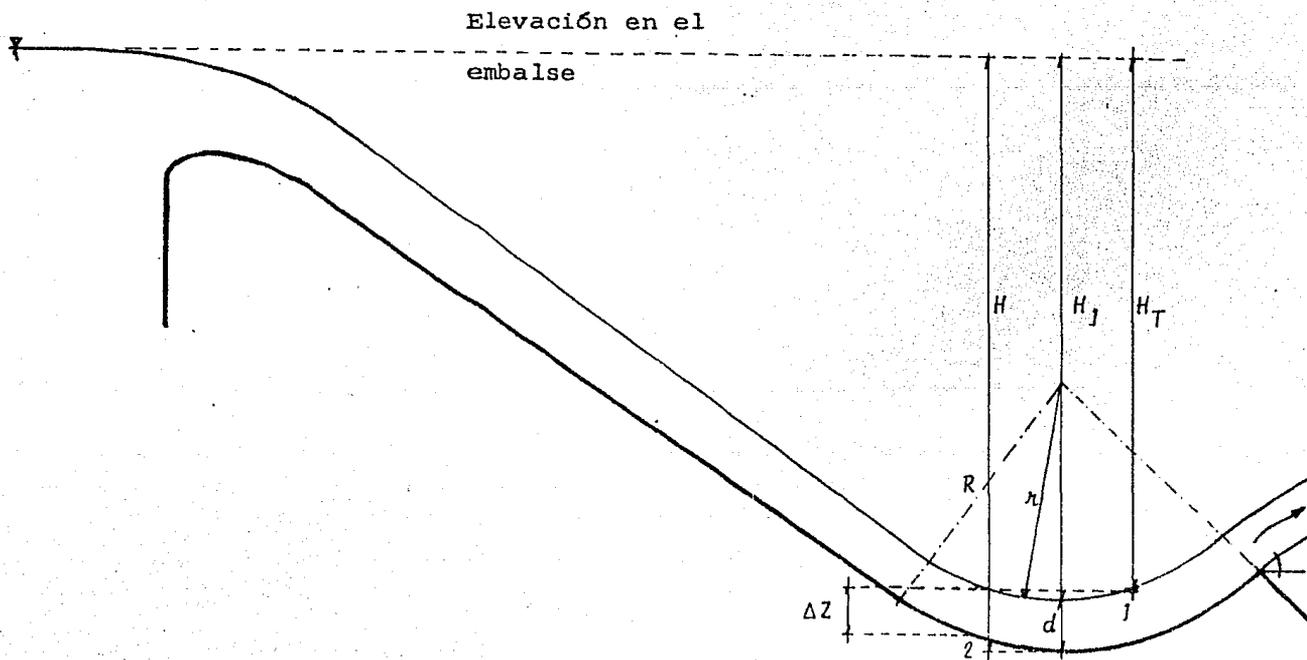


Figura 3-a Flujo sobre el deflector

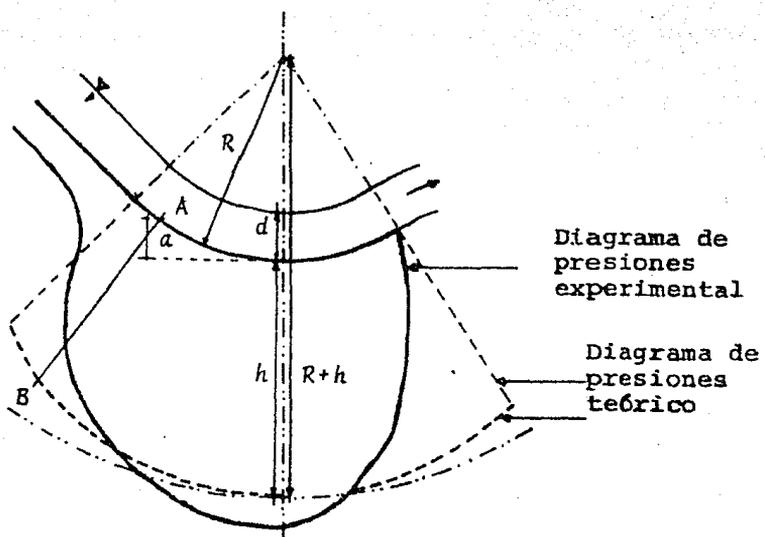


Figura 3-b Diagrama de presiones teórico y experimental

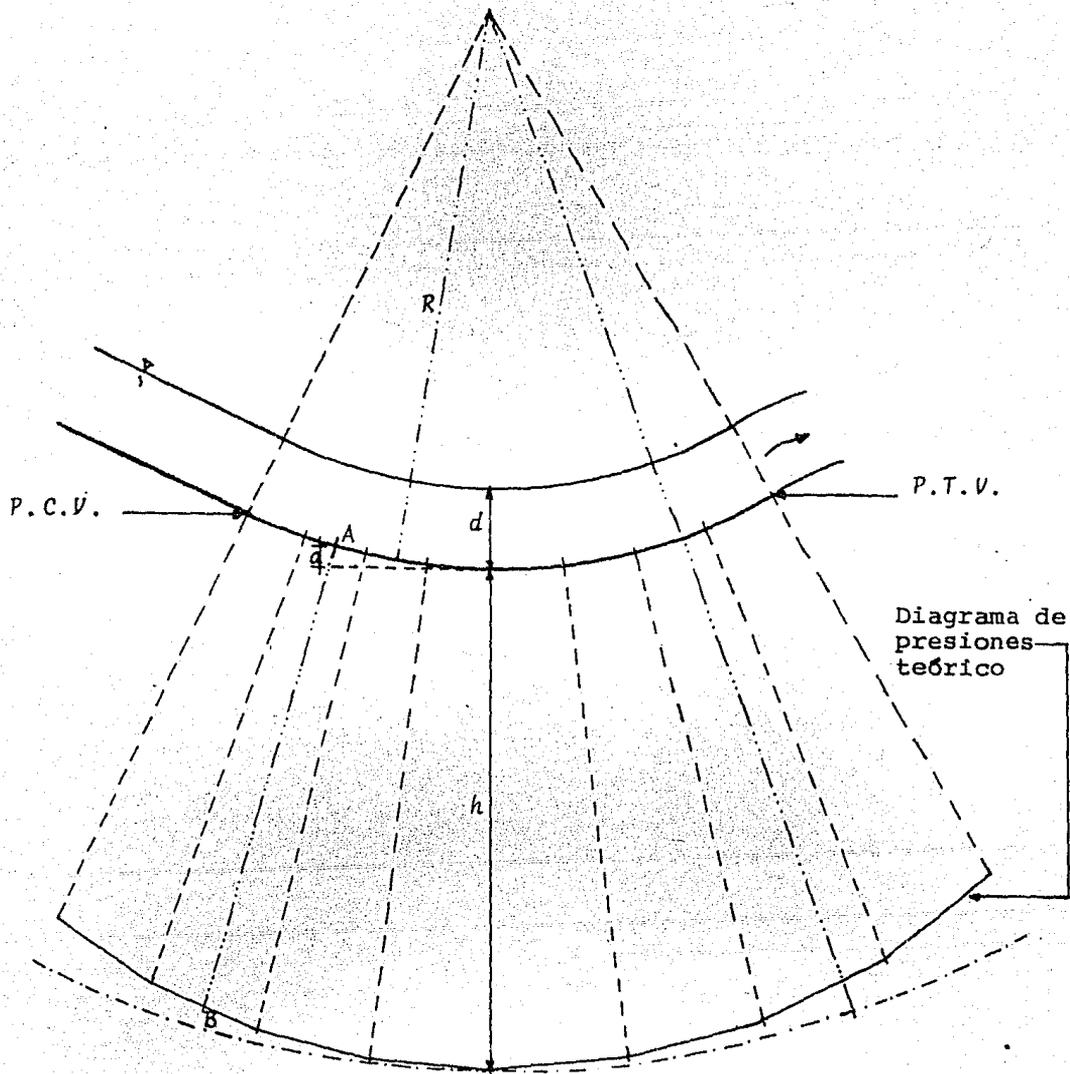


Figura 3-c Diagrama de presiones teórico (Ejemplo)

#### 4. METODO DEL CUERPO DE INGENIEROS (U.S. ARMY ENGINEER)

##### 4.1 Introducción

El presente método gráfico está basado en datos de pruebas realizados en modelo por el Cuerpo de Ingenieros.<sup>4</sup> Las fuerzas que se presentan al pasar el agua sobre el deflector son de interés para el diseño estructural del mismo. Esta fuerza es la de presión que cambia continuamente debido al radio de curvatura del deflector, y a la variación del gasto unitario y la carga total.

#### 4.2 Desarrollo de la Teoría

Primero se elaboro una gráfica basada en la ecuación de la fuerza centrífuga<sup>1</sup> que aplicada al cálculo de la presión se puede escribir de la siguiente manera:

$$p_c = \frac{\gamma V^2 d}{g R} \quad \dots\dots\dots 4-a$$

donde:

$p_c$  = presión centrífuga en la parte más baja del deflector, en ton/m<sup>2</sup>..

$d$  = tirante de agua, en m.

$V$  = velocidad del flujo, en m/seg.

$\gamma$  = peso específico del agua, en ton/m<sup>3</sup>.

$R$  = radio del deflector, en m.

$g$  = aceleración de la gravedad, en m/seg<sup>2</sup>.

La figura 4-a muestra la máxima presión teórica sobre el deflector en la parte más baja del mismo, para diferentes relaciones de  $R/d$ .

Posteriormente, analizando el material propuesto en las referencias (1, 3), se encuentra que el valor de la presión sobre cualquier punto del deflector puede ser expresado, en forma adimensional, como:

$$\frac{h_p}{H_T} = f \left[ \frac{q}{R \sqrt{2} g H_T}, \frac{\alpha}{\alpha_T} \right] \dots\dots 4-b$$

donde:

$h_p$  = carga de presión.

$H_T$  = carga total real.

$q$  = gasto unitario.

$R$  = radio del deflector.

$g$  = aceleración de la gravedad.

$\alpha$  = ángulo de giro desde el comienzo de la curva.

$\alpha_T$  = ángulo de giro total (deflexión total).

Es interesante notar que en este método se utiliza la carga total real  $H_T$ , es decir no se desprecia la pérdida de carga a lo largo del canal. (Ver figura 4-b).

En la figura 4-b se presentan 3 curvas en función de los parámetros adimensionales de la relación 4-b; para calcular la distribución de presiones sobre un deflector. Dichas curvas fueron obtenidas con base en datos de modelo de dos vertederos ensayados. A continuación haremos una breve descripción de cada una de las curvas.

- a) La primera curva es aplicable al principio del deflector para la relación  $\alpha/\alpha_T = 0$ .

- b) La segunda curva permite valuar la presión en el deflector para la relación  $\alpha/\alpha_T = 0.85$ .
- c) La tercera curva permite calcular la presión en los puntos del deflector en los que la relación  $\alpha/\alpha_T$  esta comprendida entre 0.25 y 0.75, ya que en este rango las presiones son semejantes y varían unicamente por el cambio en la carga total real  $H_T$ .

Para utilizar las curvas de la figura 4-b, es necesario que la descarga del deflector sea libre.

#### 4.3 Método de Cálculo

El procedimiento de cálculo es sencillo ya que solo se necesita valuar las relaciones  $q/R \sqrt{2g H_T}$  y  $\alpha/\alpha_T$ , y considerar lo dicho anteriormente sobre el valor de  $H_T$ .

#### 4.4 Conclusiones

La ecuación 4-a y la relación 4-b o bien las figuras 4-a y 4-b se utilizan para valuar la distribución de presiones que se presenta en el deflector.

#### 4.5 Ejemplo. Método del Cuerpo de Ingenieros

- a. Datos generales del Vertedor de la Presa "La Angostura", Chiapas.

$$Q = 4250 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$q = 170 \text{ m}^3/\text{seg por m de ancho}$$

$$R = 30.736 \text{ m}$$

$$\alpha = 55^\circ$$

Elevación del N. A. M. E. 539.600

- b. Cálculo del perfil teórico

Para utilizar cualquiera de las dos figuras, es necesario calcular la velocidad  $V$  y el tirante  $d$ , a lo largo del deflector.

Como puede observarse en la figura 4-c, en la cual se muestra una planta del Vertedor, éste está formado por dos canales de sección rectangular, cada uno de ellos con dos pilas en la entrada, a la terminación de las mismas hay una reducción en el ancho; luego presenta una curva horizontal, para finalmente terminar en un deflector.

En la figura 4-d se muestra un perfil del Vertedor.

El perfil teórico se calculó para el canal izquierdo, haciéndose las siguientes consideraciones:

- b.1 En la cresta del cimacio se presenta el tirante crítico.
- b.2 Se consideró una pérdida del 10% debido a las pilas<sup>5</sup>.
- b.3 Debido a la contracción que se tiene por el cambio de ancho, existe una pérdida que se calcula de acuerdo al criterio expresado en la referencia 6.
- b.4 En la curva horizontal se calculó la sobreelevación del agua en la pared izquierda del canal<sup>6</sup>.
- b.5 En el perfil del vertedor existen dos curvas verticales, una convexa antes del deflector, y la otra cóncava correspondiente al deflector; para ambas se consideró el factor de corrección debido a curvatura, recomendado en la referencia 5.
- b.6 La pérdida por fricción se valió de acuerdo a la fórmula de Manning, utilizando un coeficiente de rugosidad igual a 0.013 para concreto bien acabado y pulido.

El resultado del perfil teórico en el deflector se presenta en la tabla 4-a.

- c. Cálculo de la máxima presión teórica con la ecuación 4-a.

Como se explicó en la teoría esta ecuación sirve para calcular

la máxima presión en la parte más baja del deflector, ésta corresponde al punto 5 de la tabla 4-a, de donde se toman los valores que se utilizan dentro de la ecuación.

$$d = 5.579 \text{ m.} \quad V = 30.471 \text{ m/seg} \quad g = 9.81 \text{ m/seg}^2$$

$$R = 30.736 \text{ m} \quad \gamma = 1.0 \text{ ton/m}^3$$

$$p_c = \frac{1.0 (30.471)^2 5.579}{9.81 \cdot 30.736} = 17.180 \text{ ton/m}^2$$

$$p_c = 1.718 \text{ kg/cm}^2$$

d. Cálculo de la distribución de presiones con la figura 4-b.

En la tabla 4-b se muestran los resultados, utilizando los parámetros adimensionales de la relación 4-b, para lo cual se utilizaron los resultados de la tabla 4-a.

En la tabla 4-b puede observarse que no existe gran variación de la presión cuando se está en el rango de variación de 0.25 a 0.75 para  $\alpha/\alpha_T$ , con lo cual se comprueba lo que se mencionó en la teoría.

Punto	Cad.	Elev.	d (m)	V (m/seg)
1 (P. C. V.)	871.643	453.809	4.826	35.230
2	874.752	452.560	5.632	30.185
3	877.980	451.658	5.600	30.357
4	881.286	451.112	5.580	30.466
5	884.632	450.929	5.579	30.471
6	888.644	451.192	5.595	30.384
7	892.587	451.976	5.635	30.169
8	896.394	453.268	5.700	29.825
9	900.000	455.047	5.786	29.381

TABLA 4-a Resultados del perfil teórico

Punto	$\alpha$	$\alpha_T$	$\alpha / T$	$H_T$ (m)	$\frac{q}{R\sqrt{2g} H_T}$	$\frac{h_p}{H_T}$	$h_p$ (m)	$h_p$ (kg/cm <sup>2</sup> )
1	0.00°	55°	0.000	67.631	0.152	0.194	13.220	1.312
2	6.25°	55°	0.114	51.771	0.174	-----	-----	-----
3	12.50°	55°	0.227	52.437	0.172	0.383	20.083	2.008
4	18.75°	55°	0.341	52.855	0.172	0.383	20.243	2.024
5	25.00°	55°	0.454	52.904	0.172	0.383	20.262	2.026
6	32.50°	55°	0.591	52.601	0.172	0.383	20.146	2.015
7	40.00°	55°	0.727	51.832	0.173	0.383	19.852	1.985
8	47.50°	55°	0.864	50.603	0.176	0.315	15.940	1.594
9	55.00°	55°	1.000	49.010	0.178	-----	-----	-----

TABLA 4-b Distribución de presiones en el deflector.

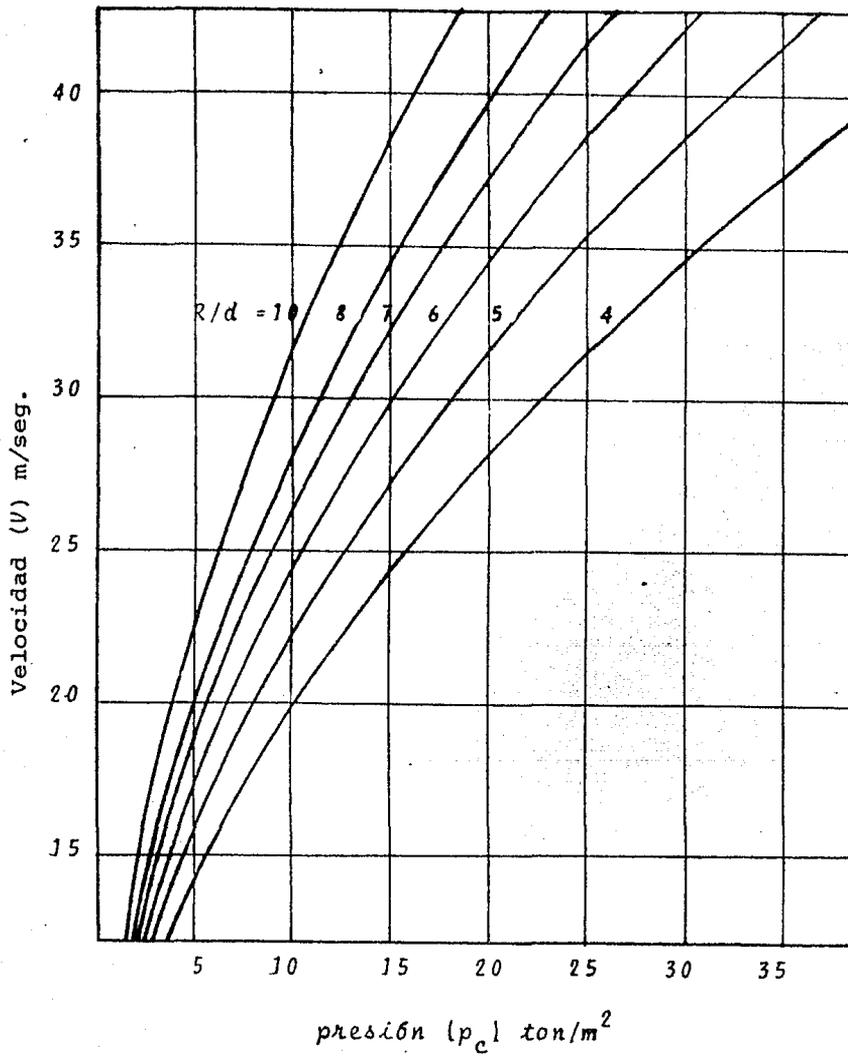


Figura 4-a Presión en el centro del deflector.

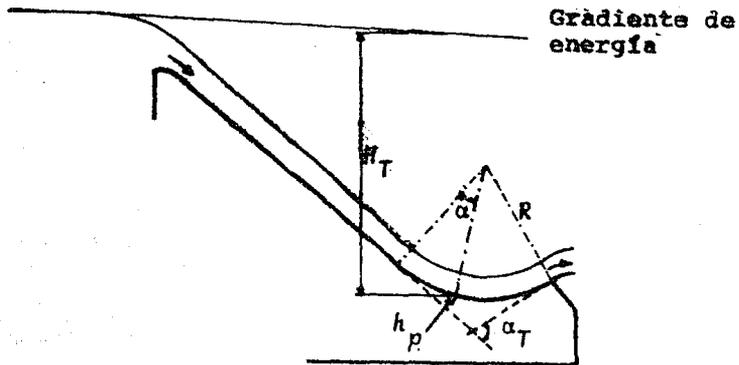
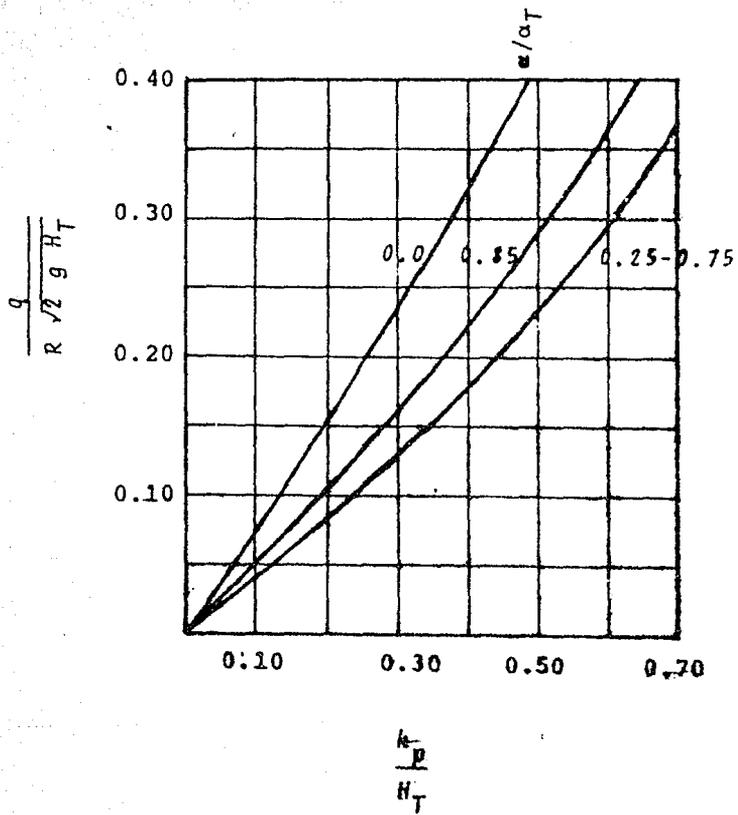


Figura 4-b Presión para diferentes relaciones de  $\alpha/\alpha_T$ .

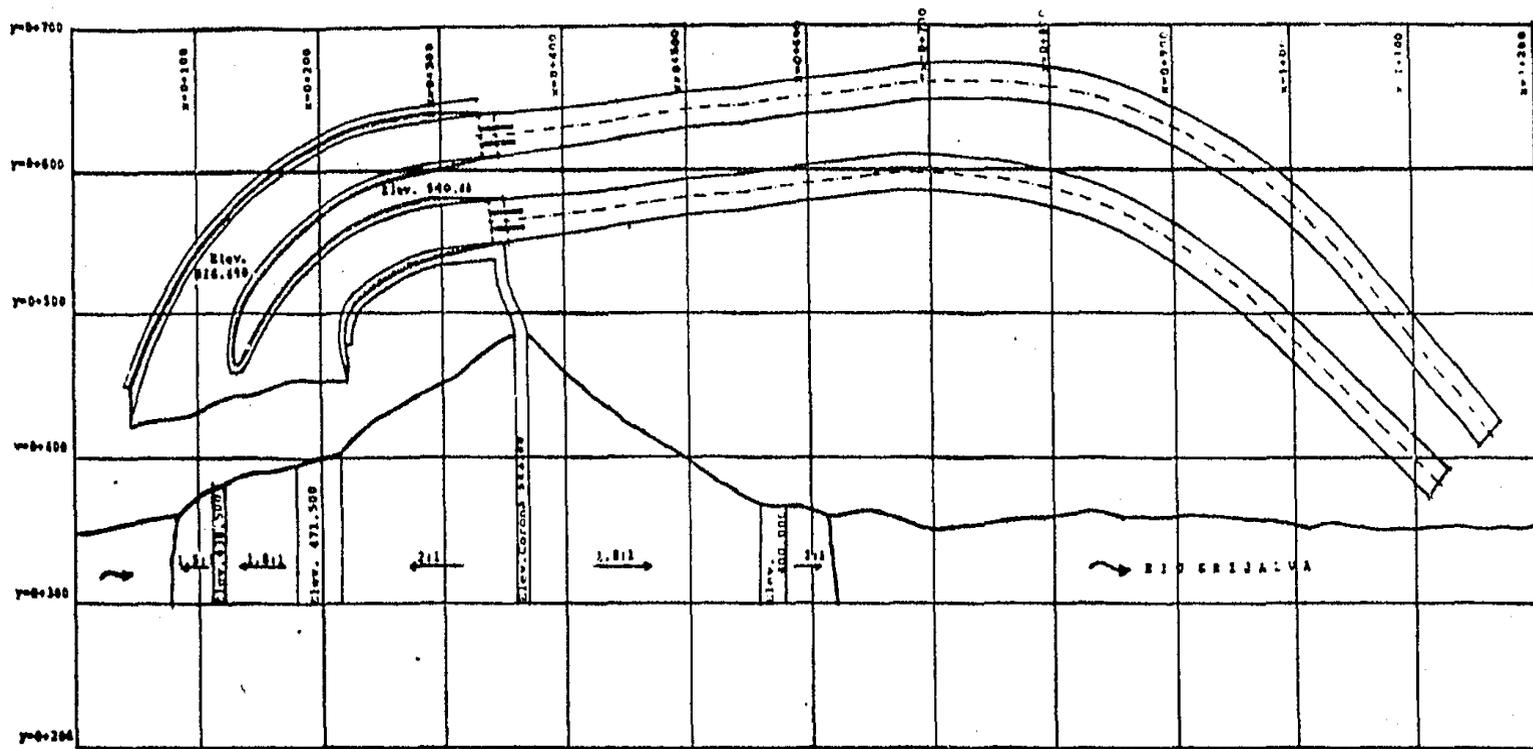
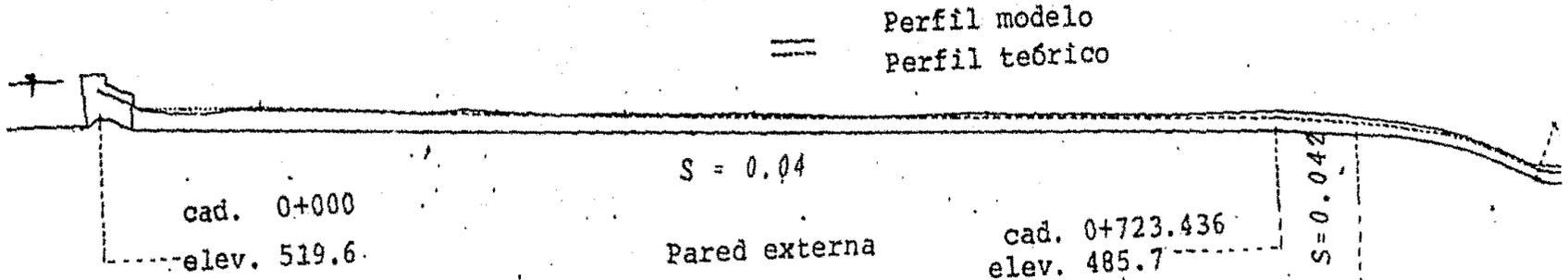


Figura 4-c Planta del Vertedor de la Presa "La Angostura".

N.A.M.E.



N.A.M.E.

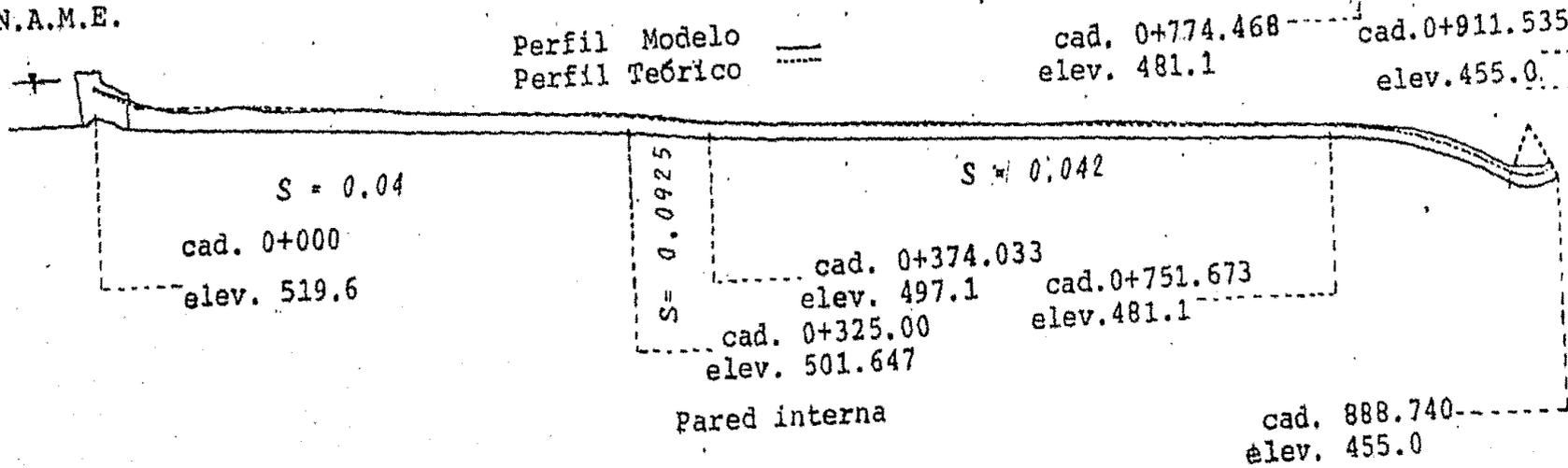


Figura 4-d Perfil del flujo sobre las paredes externa e interna del canal izquierdo del Vertedor de la Presa "La Angostura".

## 5. MEDICIONES EN MODELO

Con el objeto de verificar los resultados obtenidos teóricamente para la distribución de presiones, se realizaron mediciones en el modelo hidráulico del Vertedor del P.H. "La Angostura".

### 5.1 Descripción del Modelo

A continuación se describe brevemente el modelo. La escala de longitudes seleccionada fué de 1:50, y la condición para determinar las demás escalas es la de Froude; conocida la escala de longitudes se pueden deducir las escalas que se requieran para interpretar los resultados obtenidos en el modelo.

## 5.2 Medición con el piezómetro

En el deflector del canal izquierdo se instaló un piezómetro ubicado en la parte más baja del mismo alineado con la superficie del deflector y normal al flujo. La función del piezómetro es medir la carga de presión que se presenta para diferentes condiciones de escurrimiento; el piezómetro es un simple tubo de plástico. En la figura 5-a se muestra la instalación del mismo.

Con los datos obtenidos se elaboró una gráfica de cargas de presión  $h_p$  contra gastos  $Q$ ; a los datos obtenidos se les ajustó una parábola por mínimo cuadrado, dada la tendencia que seguían los mismos (Ver figura 5-b); la ecuación resultante fué la siguiente:

$$h_p = \frac{(Q + 6.9 \times 10^3)^2}{2.9 \times 10^6} - 16.420 \quad \dots\dots\dots 5-a$$

donde:

$h_p$  = carga de presión, en m de columna de agua.

$Q$  = gasto, en  $m^3$ /seg.

Para conocer el gasto que esta pasando, se utiliza la figura 5-c, la cual relaciona dicho gasto con la elevación en el embalse.

### 5.3 Medición con la celda de presión

En el sitio donde se instaló el piezómetro, se colocó, posteriormente, una celda sensible a la presión, alineada con el piso del deflector y normal al flujo. En la figura 5-d se muestra la instalación de la celda. El objeto de utilizar la celda es con el fin de registrar la frecuencia de las fluctuaciones de presión debidas al paso del agua a través del deflector.

La celda de presión tiene una membrana sensible, circular, con un diámetro de 2.1 cm, y su rango de medición es de 0 a 14  $\text{kg/cm}^2$ , con una precisión de  $\pm 0.14 \text{ kg/cm}$  (1% del rango).

Se realizaron dos mediciones, una para un gasto de  $1150 \text{ m}^3/\text{seg}$  y la otra con un gasto de  $3070 \text{ m}^3/\text{seg}$ ; para cada medición se obtuvo un registro, uno con una duración de 0.024 seg y el otro una duración de 0.052 seg; los registros se muestran en las figuras 5-e y 5-f.

### 5.4 Análisis de los registros

En los acabados de obras hidráulicas de alta caída como son las obras de excedencias (Vertedores), es importante conocer las fluctuaciones de presión que se presentan; dichas fluctuaciones pueden ocasionar daños en los recubrimientos de con

creto, provocando con esto incrementos en los costos de mantenimiento.

En este inciso se analizan los registros obtenidos en el inciso 5.3, para obtener de ellos, mediante el procedimiento que se describe posteriormente, las fluctuaciones de presión obtenidas en modelo.

Las fluctuaciones de presión pueden considerarse como variables aleatorias, y sus propiedades estadísticas se encuentran explicadas mediante su distribución de densidad espectral, en la cual se mide la variancia que le corresponde a cada una de las frecuencias en que se puede descomponer el fenómeno. Para valuar la función de densidad espectral es necesario valuar el correlograma de los datos del registro. A continuación se describe el procedimiento de cálculo.

Los pasos a seguir son:

- a) Cálculo del Correlograma.- El correlograma indica la correlación que existe entre los datos del registro, comparados entre sí al irlos defasando en el tiempo. En las figuras 5-g y 5-h se muestran los correlogramas para los registros; en las ordenadas el valor del coeficiente de correlación  $R(\zeta)$ , y en las abscisas el defasamiento  $\zeta$ .

- b) Cálculo de la Función de Densidad Espectral. Conocido el valor del correlograma, se valua la función de densidad espectral por medio de la siguiente ecuación (referencias 7, 8):

$$W(\delta) = 4 \int_0^{\infty} R(\zeta) \left[ \cos [2\pi \delta \zeta] \right] d\zeta \quad \dots\dots\dots 5-b$$

donde:

$W(\delta)$  = función de densidad espectral

$R(\zeta)$  = valor del coeficiente de correlación

$\delta$  = frecuencia, en ciclos/seg

$\zeta$  = valor del defasamiento en el tiempo

En la figura 5-i se muestran las funciones de densidad espectral obtenida para cada uno de los registros.

- c) Frecuencia Máxima. Hay que conocer en que frecuencia se tiene información útil del registro, esto puede calcularse con la siguiente expresión:

$$\delta_n = \frac{1}{2\Delta t} \quad \dots\dots\dots 5-c$$

donde:

$\delta_n$  = frecuencia máxima, en ciclos/s.

$\Delta t$  = intervalo de tiempo que fueron obtenidos los datos del registro, en s.

En este caso  $\Delta t = 0.0002 \text{ s.}$ , y el valor de la frecuencia máxima es por lo tanto igual a  $f_n = 2500 \text{ s}^{-1}$ .

d). Interpretación de la función de densidad espectral. El área bajo la curva definida por el espectro indica el valor de la variancia total del fenómeno registrado (en este caso las presiones en el deflector), de tal manera que el área comprendida entre dos frecuencias representa la variancia correspondiente a las fluctuaciones de presión comprendidas entre dichas frecuencias. Si se quiere tener una idea del rango medio de las fluctuaciones en unidades de presión, se puede hacer calculando la desviación estandar como la raíz cuadrada de la variancia.

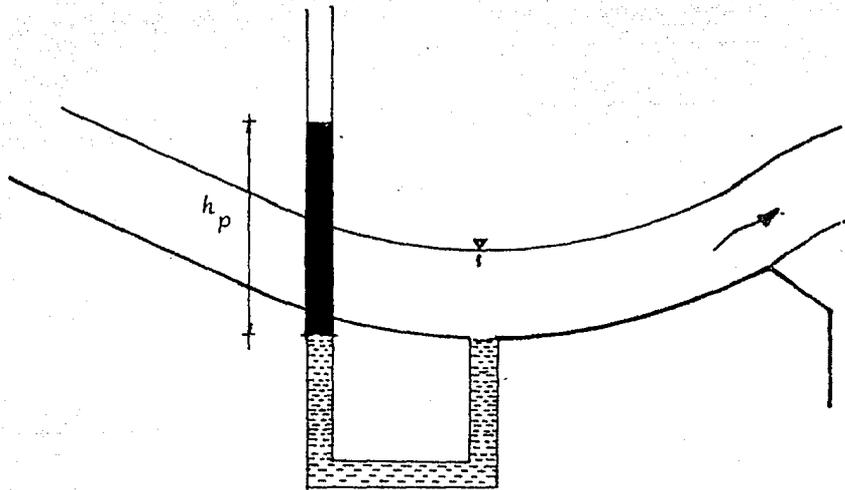


Figura 5-a Instalación del piezómetro

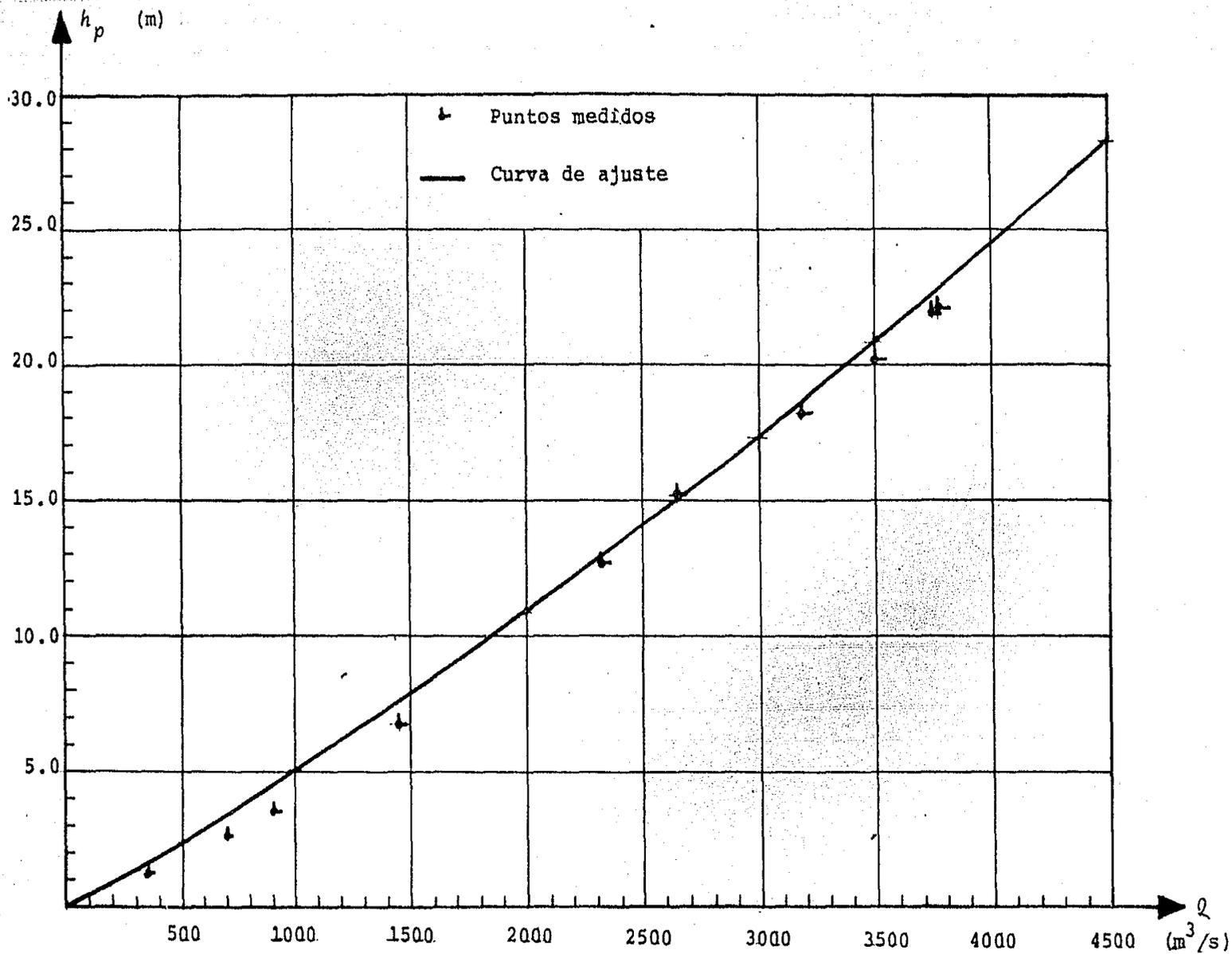


Figura 5-b Curva  $h_p - Q$

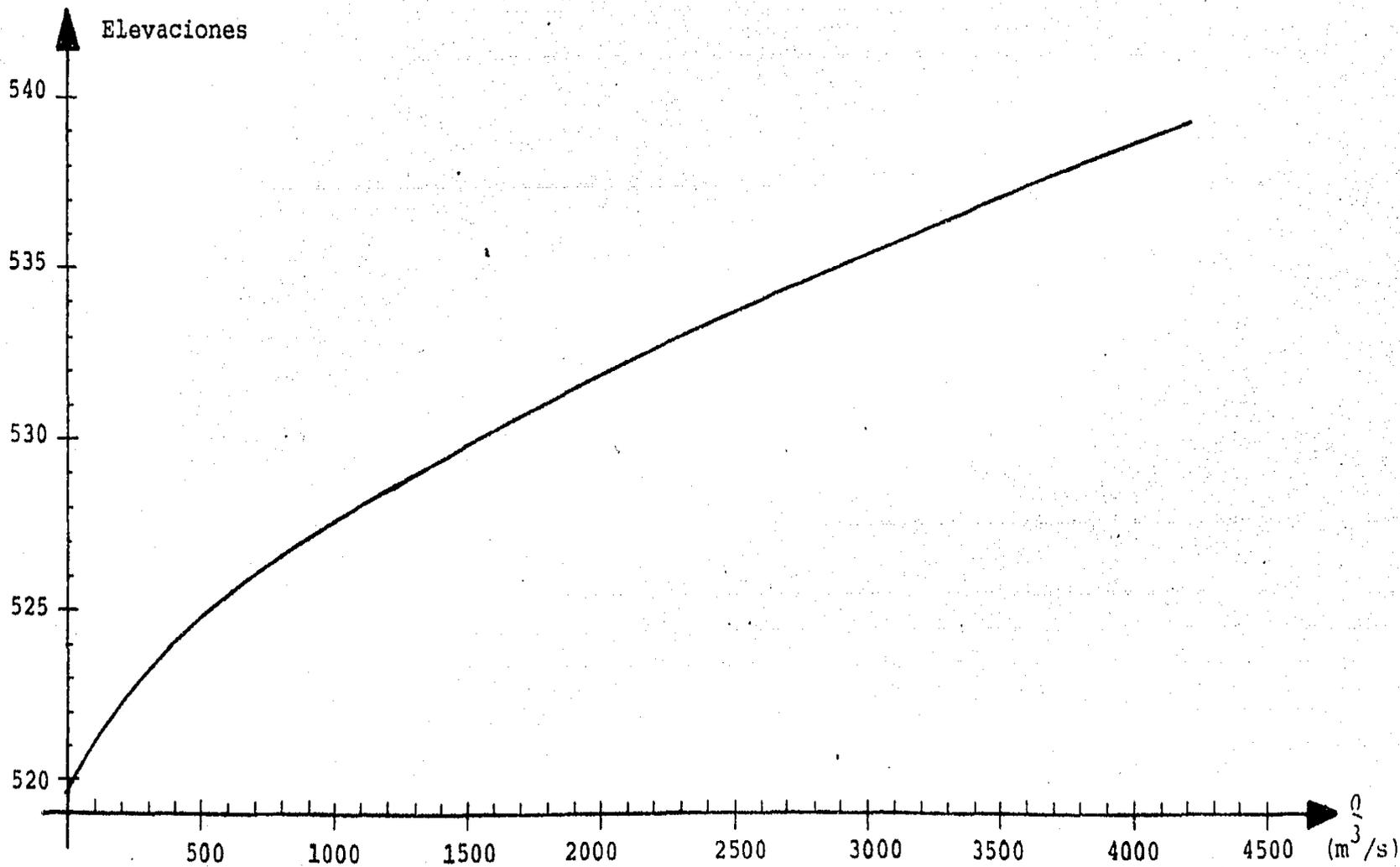


Figura 5-c Curva Elevaciones-Gastos  
(Canal izquierdo).

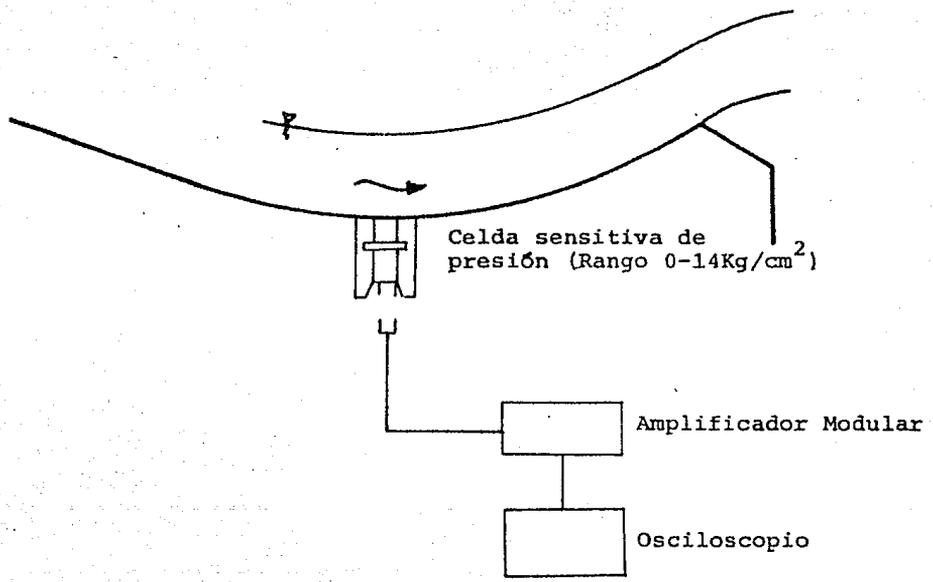


Figura 5-d Instalación celda de presión

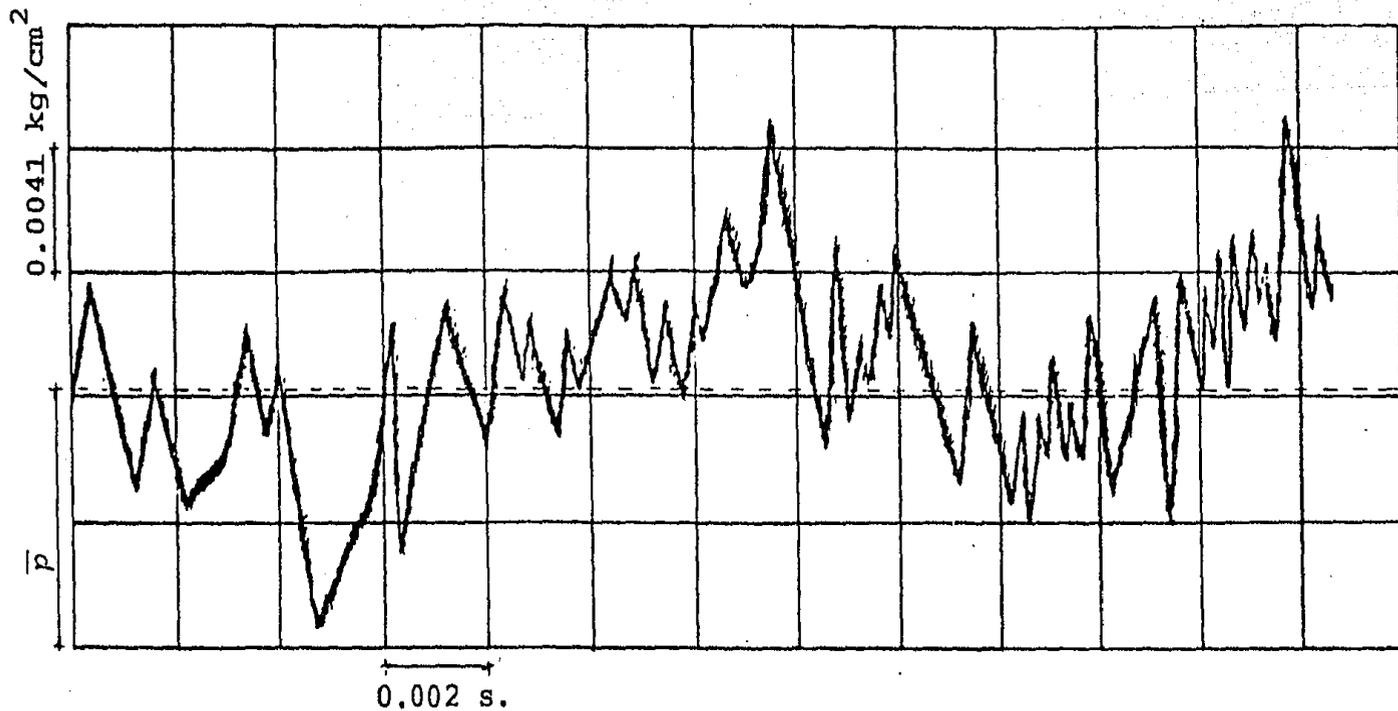


Figura 5-e Registro para el gasto de  $1150 \text{ m}^3/\text{seg}$ .

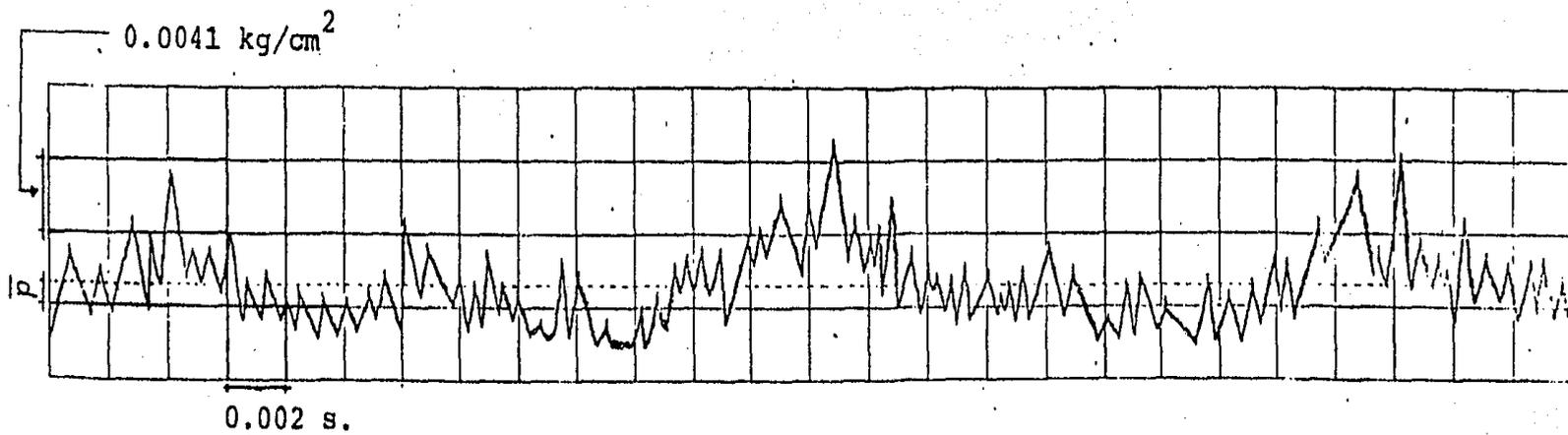


Figura 5-f Registro para el gasto de  $3070 \text{ m}^3/\text{seg}$ .

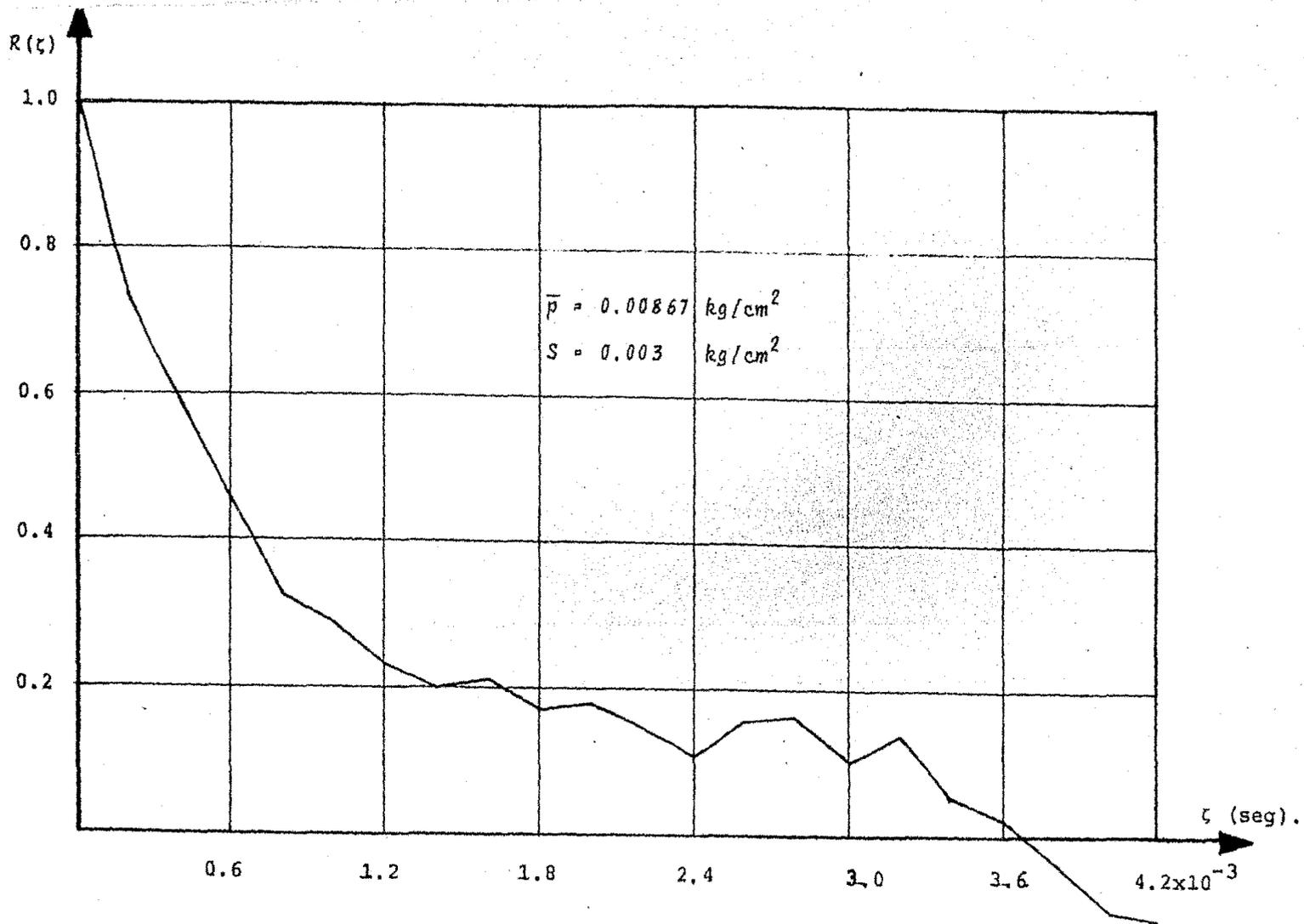


Figura 5-g Correlograma de las fluctuaciones de presión usando el registro para el gasto de  $1150 \text{ m}^3/\text{seg.}$

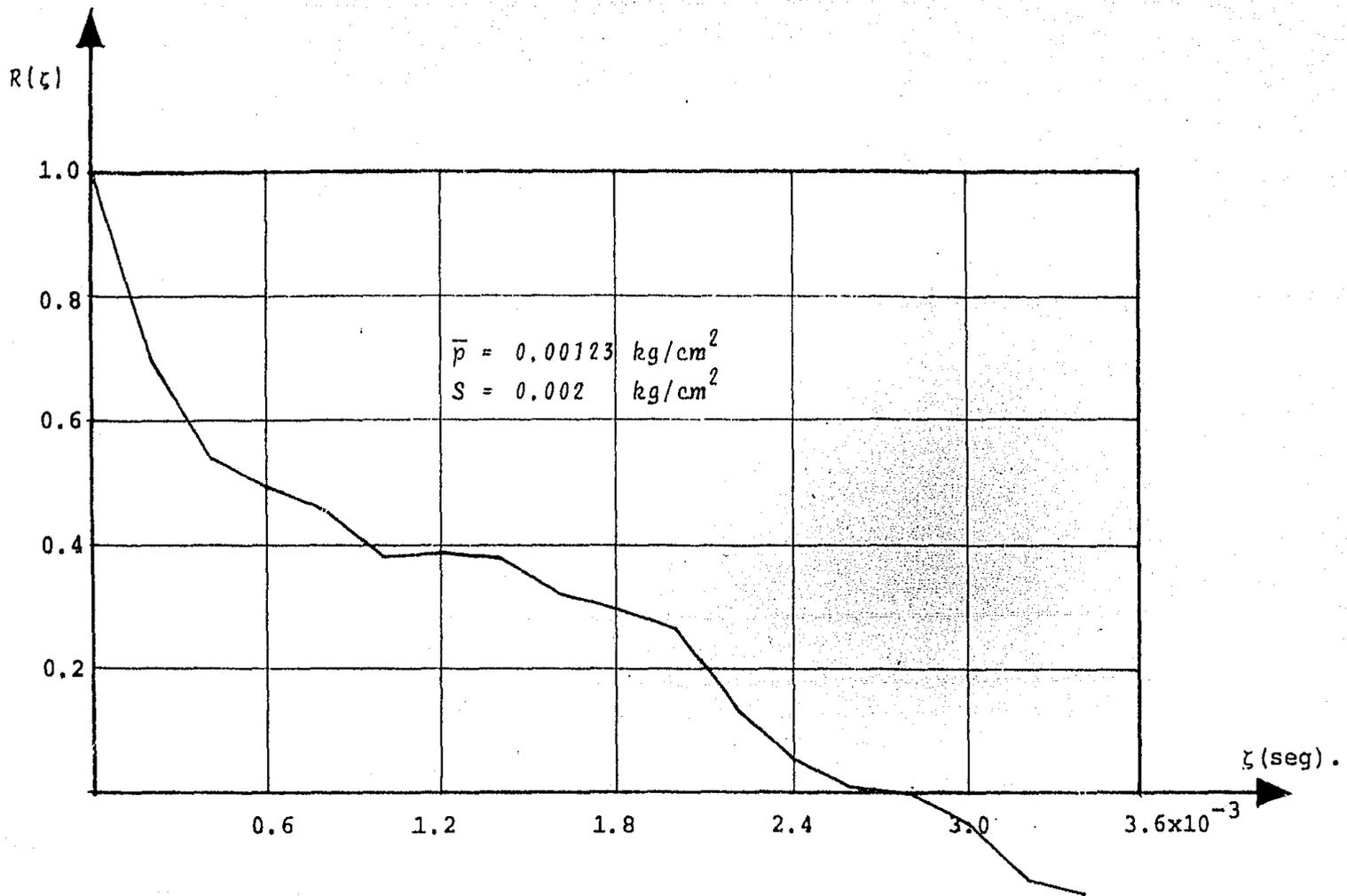


Figura 5-h Correlograma de las fluctuaciones de presión usando el registro para el gasto de  $3070 \text{ m}^3/\text{seg}$ .

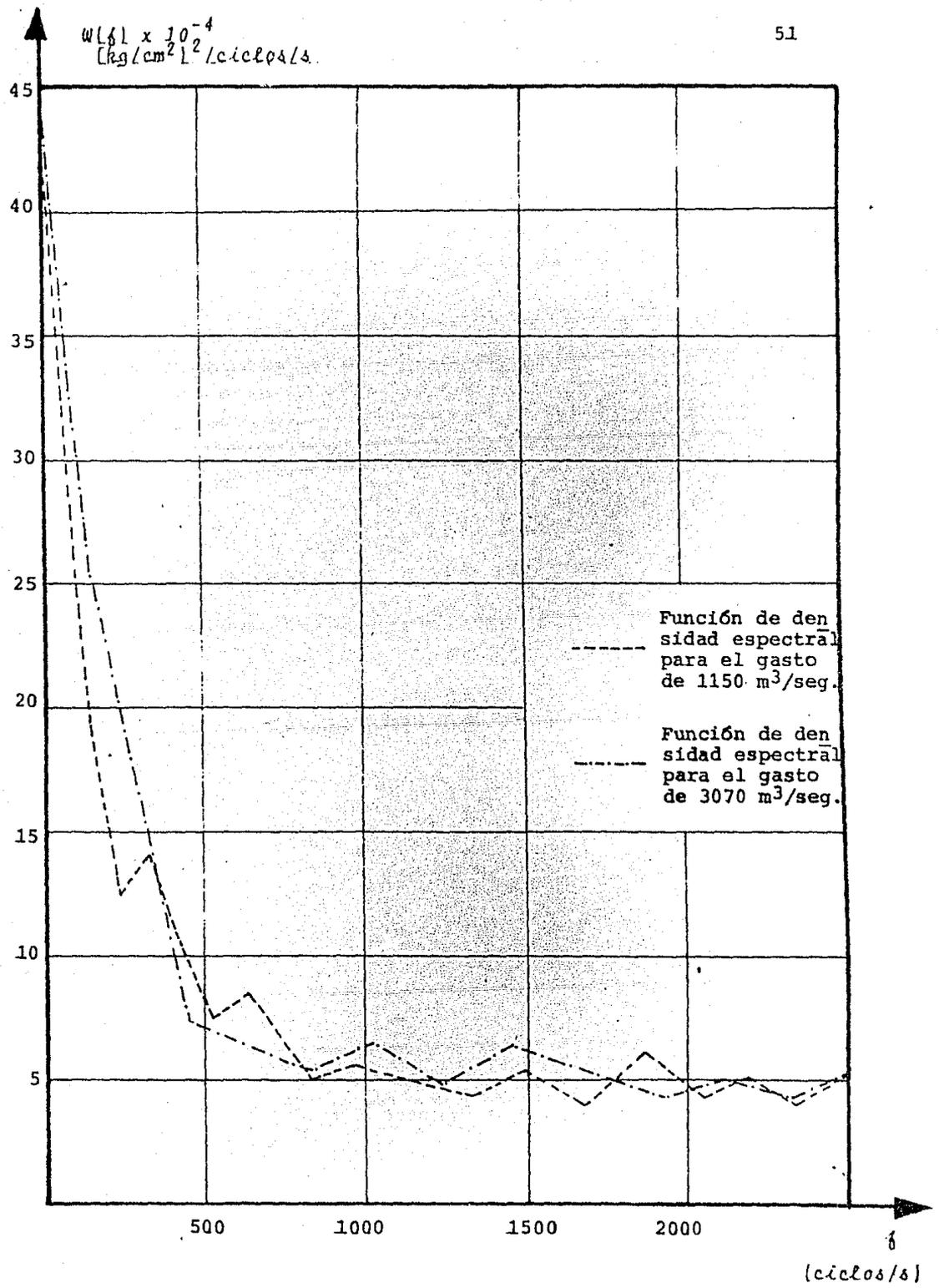


Figura 5-1 Función de densidad espectral .

## 6. COMPARACION DE RESULTADOS

### 6.1 Comparación de los resultados obtenidos con los métodos teóricos de A. Balloffet, J. H. Douma, y el Cuerpo de Ingenieros.

Al hacer el análisis de los valores obtenidos mediante los métodos de A. Balloffet, J.H. Douma, y el cuerpo de Ingenieros, se obtiene lo siguiente:

Los métodos de J. H. Douma y de A. Balloffet proporcionan valores de la distribución de presiones sobre el deflector parecidos dentro de un 98% . El método del Cuerpo de Ingenieros proporcionan valores menores en un 26%, de la distribución de presiones que los obtenidos con los dos métodos anteriores.

La diferencia de valores entre los métodos tiene la siguiente explicación: los métodos de J. H. Douma y el de A. Balloffet consideran despreciable la pérdida de carga, y el método del Cuerpo de Ingenieros si incluye dicha pérdida, lo anterior influye en el tamaño del tirante  $d$  y, como consecuencia, también en la velocidad del flujo, ya que ambos son factores importantes en el cálculo de la distribución de presiones.

#### 6.2 Comparación de resultados teóricos y, con las mediciones realizadas con el piezómetro.

Utilizando la figura 5-b o la ecuación 5-a para un gasto de  $4250 \text{ m}^3/\text{seg}$ , el valor de la presión es semejante al obtenido con los métodos de J.H. Douma y A. Balloffet; con el método del Cuerpo de Ingenieros el valor obtenido es 23.5% menor que el obtenido con la ecuación 5-a.

La diferencia anterior se debe a lo siguiente: en el modelo la rugosidad es mayor que la del prototipo, debido a esto, los tirantes en el modelo son mayores que los calculados teóricamente, ver figura 4-d, lo cual influye en la velocidad del flujo y en el cálculo de la presión.

### 6.3 Interpretación de los resultados de los registros obtenidos con la celda de presión en el modelo.

Para cada registro se obtuvo la media y desviación estandard con los datos del registro; la desviación estandard indica qué tan lejos estamos del valor medio; a continuación indicamos los valores de la media y la desviación estandard para los dos registros obtenidos.

$Q = 1150 \text{ m}^3/\text{seg}$	$\bar{p}$	(media) = $0.00867 \text{ kg/cm}^2$
	$S$	(desviación estandard) = $0.003 \text{ kg/cm}^2$
$Q = 3070 \text{ m}^3/\text{seg}$	$\bar{p}$	(media) = $0.00123 \text{ kg/cm}^2$
	$S$	(desviación estandard) = $0.002 \text{ kg/cm}^2$

El correlograma indica hasta qué defasamiento del tiempo,  $\zeta$ , se encuentran correlacionados los datos del registro (ver figuras 5-g y 5-h). A continuación se indican los valores de  $\zeta$  hasta el cual la correlación se mantiene positiva, para los dos correlogramas obtenidos:

$Q = 1150 \text{ m}^3/\text{seg}$	$\zeta = 0.00365 \text{ seg}$
$Q = 3070 \text{ m}^3/\text{seg}$	$\zeta = 0.00280 \text{ seg}$

El análisis de la función de densidad espectral indica la magnitud de las fluctuaciones de presión correspondientes a un intervalo de frecuencia, ver figura 5-i. La variancia de

las fluctuaciones de presión correspondientes a un intervalo de frecuencia  $\Delta f$  cualquiera, se calcula como el área bajo la curva en ese intervalo. Por facilidad en la interpretación es conveniente calcular la desviación estándar de las fluctuaciones de presión ya que las unidades de esta son directamente unidades de presión. Del análisis de la figura 5-i se obtiene lo siguiente:

- a) Para el  $Q = 1150 \text{ m}^3/\text{seg}$  se distinguen dos zonas, una para frecuencias comprendidas entre 0 y 830 cps el valor de la desviación estándar de las fluctuaciones es de  $0.0023 \text{ kg/cm}^2$ ; y en la otra zona las frecuencias varían entre 830 y 2500 cps, el valor de la desviación estándar de las fluctuaciones es de  $0.0019 \text{ kg/cm}^2$ .
- b) Para el  $Q = 3070 \text{ m}^3/\text{seg}$  los intervalos de las frecuencias son los mismos que en el caso anterior y la desviación estándar de las fluctuaciones es la siguiente: para el primer intervalo tiene un valor igual a  $0.00156 \text{ kg/cm}^2$  y para el segundo intervalo de  $0.00123 \text{ kg/cm}^2$ .

Debe indicarse que estos son valores obtenidos en modelo que deberán transformarse a valores en prototipo.

## 7. CONCLUSIONES

De todo lo expuesto en los capítulos anteriores puede concluirse lo siguiente:

Si se usan para diseñar los métodos de J. H. Douma y A. Balloffet, implícitamente se considera un factor de seguridad en el diseño, ya que si se calcula un valor de la presión mayor que el esperado, lo que se obtiene es un deflector sobrado en su diseño estructural.

Por el contrario, si se utiliza el método del Cuerpo de Ingenieros, el diseño estructural del deflector esta en las condiciones límite, lo cual no sería recomendable en la mayoría de los casos.

En base a lo anterior, el proyectista para un mejor diseño puede utilizar los métodos de J. H. Douma y A. Balloffet.

El realizar mediciones con equipo electrónico proporciona un mejor conocimiento del problema.

Resumiendo, dependiendo de la importancia de la obra el proyectista puede elegir el método que considere aplicable a su problema, y si cuenta con un modelo hidráulico hacer las pruebas necesarias para comprobar la teoría que está aplicando; y adicionalmente se debe obtener información en el prototipo cuando se presenta la ocasión, con lo que se podrá tener un mejor conocimiento del problema que se tiene.

## REFERENCIAS

- (1). Douma, J.H., Discusión del artículo 2675, "*Design of side walls in chutes and spillways*", by Gumensky, D.B., Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol. 119 (1954), pág. 364-367.
- (2). Gumensky, D.B., "*Design of side walls in chutes and spillways*" Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol. 119 (1954), pág. 355-361.
- (3). Balloffet- A., "*Pressures on spillway flip buckets*". Journal of the Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers, septiembre 1961, pág. 87-90.
- (4). Corps of Engineers (U.S. ARMY), "*Hydraulic Design Criteria*" Sheet 112-7 (1964)
- (5). Chow, Ven Te, "*Open - Channel Hydraulics*", Mc Graw Hill. Book Company, New York, 1959.
- (6). Henderson, F.M., "*Open - Channel Flow*". Mc Millan Company, New York, 1966.

- (7). Echávez A. G., "Análisis Espectral de las Fluctuaciones de Presión Medidas en uno de los Vertedores de la Presa "El Infiernillo" ". Publicación # 174, Instituto de Ingeniería, México, D.F. (1968)
- (8). Echávez A. G., "Erosión en concreto causada por flujo de alta Velocidad". Publicación # 226, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., México, D.F. (1969).

## RECONOCIMIENTOS

Al Dr. Gabriel Echávez Aldape, Director de esta Tesis por su ayuda y dedicación para la realización de la misma.

Al Ing. Ramón Domínguez Mora, por sus comentarios y sugerencias durante la ejecución de esta Tesis.

Al Instituto de Ingeniería.