



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

***ARRASTRE EN UN CILINDRO CUADRADO
PRECEDIDO POR UNA PLACA DE SECCIÓN
CUADRADA.***

TESIS

Que para obtener el Título de
INGENIERO MECÁNICO
PRESENTA

FRANCISCO JAVIER
VÁZQUEZ RODRÍGUEZ



Director de Tesis
Dr. Martín Salinas Vázquez

Ciudad Universitaria, México D.F.; 2011



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas

Tesis Digitales

Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©

PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice temático

Agradecimientos	(4)
Objetivos	(5)
Introducción	(6)
Capítulo I Antecedentes	(7)
1.1 Coeficiente de arrastre y sustentación.....	(8)
1.2 Algunos experimentos.....	(12)
Capítulo II Ecuaciones de Transporte	(17)
2.1 Simulaciones numéricas.....	(18)
2.2 Simulación de grandes escalas.....	(19)
2.3 Esquema numérico.....	(22)
Capítulo III Resultados de 3 simulaciones	(24)
3.1 Primera Simulación.....	(26)
3.1.1 Velocidad.....	(27)
3.1.2 Presión.....	(29)
3.1.3 Variable Q.....	(31)
3.2 Segunda simulación.....	(32)
3.2.1 Velocidad.....	(33)
3.2.2 Presión.....	(35)
3.2.3 Variable Q.....	(36)
3.3 Tercera Simulación.....	(37)
3.3.1 Velocidad.....	(37)
3.3.2 Presión.....	(39)
3.3.3 Variable Q.....	(41)
Capítulo IV Análisis de resultados	(44)
4.1 Velocidad.....	(44)
4.2 Presión.....	(47)
4.3 Variable Q.....	(50)
4.4 Coeficientes de arrastre y sustentación en los 3 casos.....	(51)
4.4.1 Arrastre.....	(51)

4.4.1.1 Primera simulación.....	(51)
4.4.1.2 Segunda simulación.....	(53)
4.4.1.3 Tercera simulación.....	(54)
4.4.2 Sustentación.....	(56)
4.4.2.1 Primera Simulación.....	(56)
4.4.2.2 Segunda Simulación.....	(57)
4.4.2.3 Tercera Simulación.....	(57)
Capítulo V Conclusiones.....	(62)
5.1 Conclusiones.....	(62)
5.2 Estudios posteriores.....	(63)
5.3 Referencias.....	(64)

AGRADECIMIENTOS:

A Dios, por su gran bendición de terminar este trabajo y convertirme en el primer integrante de la familia con estudios universitarios.

A mis padres y hermanos, por su entrega y dedicación en hacer de Javier Vázquez una persona responsable y dedicada.

A mi familia, pues gracias a ellos y sus impulsos, han logrado que un servidor haya terminado sus estudios de licenciatura.

A mis amigos, que desde el comienzo estuvieron ahí.

A mis maestros, los cuales por medio de su empeño y dedicarme su valioso tiempo, me motivaron para terminar este escrito.

Al Instituto de Ingeniería, que gracias a sus atenciones y facilidades, se logró el objetivo de terminar este trabajo.

“Lláname y yo te responderé, y te mostraré cosas grandes y maravillosas que tú no conocías”
Jer. 33, 3

Objetivos

Simular mediante métodos numéricos los efectos de la turbulencia presente en un cilindro de sección cuadrada (prisma cuadrado) que está precedido por una placa aguas arriba, así como comparar los coeficientes de arrastre y sustentación en 3 eventos principales que se muestran a continuación.

Analizar los resultados de la simulación y compararlos con los casos siguientes...

- Distancia crítica.
- $\frac{1}{2}$ de la distancia crítica.
- $\frac{3}{2}$ de la distancia crítica.

Introducción

La turbulencia existente aguas abajo de un cilindro de sección cuadrada (prisma cuadrado) tiene muchas singularidades que son de gran interés para ingenieros dedicados a los estudios de los fluidos, y más cuando se incorpora un cuerpo colocado aguas arriba del cilindro de investigación. Por fortuna, cada vez más investigadores de todo el mundo se han unido a la tarea de realizar experimentos para determinar las características más importantes que describan el comportamiento del fluido por la superficie de cuerpos geométricos (Fig. 1).

Sin embargo, cuando se realizaban experimentos en laboratorios con túneles de viento, los resultados obtenidos tenían muchas deficiencias, como la exactitud, el tiempo de realización de cada evento, las condiciones no eran las óptimas para los experimentos y el dinero involucrado en el uso de instrumentación.

Con estos problemas frecuentes, fue necesario implementar nuevas alternativas de cálculo y de experimentación que disminuyeran de forma significativa los aspectos anteriores; esa alternativa es la mecánica de fluidos computacional o CFD (Computational Fluid Dynamics).

Esta rama de la ingeniería se basa principalmente en la solución de las ecuaciones de transporte que describen el comportamiento de un fluido cuando esta en movimiento, y desde su aparición a mediados del siglo pasado, no ha dejado de contribuir al desarrollo científico en el campo mencionado.

La incorporación de la mecánica de fluidos computacional disminuyó el tiempo de procesamiento de datos, el tiempo de cálculo y el costo en los centros de investigación más importantes del mundo, lo que impulsó su desarrollo año con año; de forma tal que ahora es indispensable usar CFD para estudios en fluidos.

¿Qué se hará en el presente trabajo? En primer lugar, se revisarán los datos obtenidos de la literatura, es decir, determinar si los resultados expresados en textos científicos sobre experimentos parecidos a los que serán simulados son realmente verídicos; de ser así, cambiaremos el número de Reynolds y las distancias L_{ref} entre los cuerpos a analizar

(cilindro cuadrado de dimensiones establecidas y una placa de dimensiones proporcionales al primer cuerpo).

A partir de este análisis, se comprobará si son correctas las aportaciones experimentales.

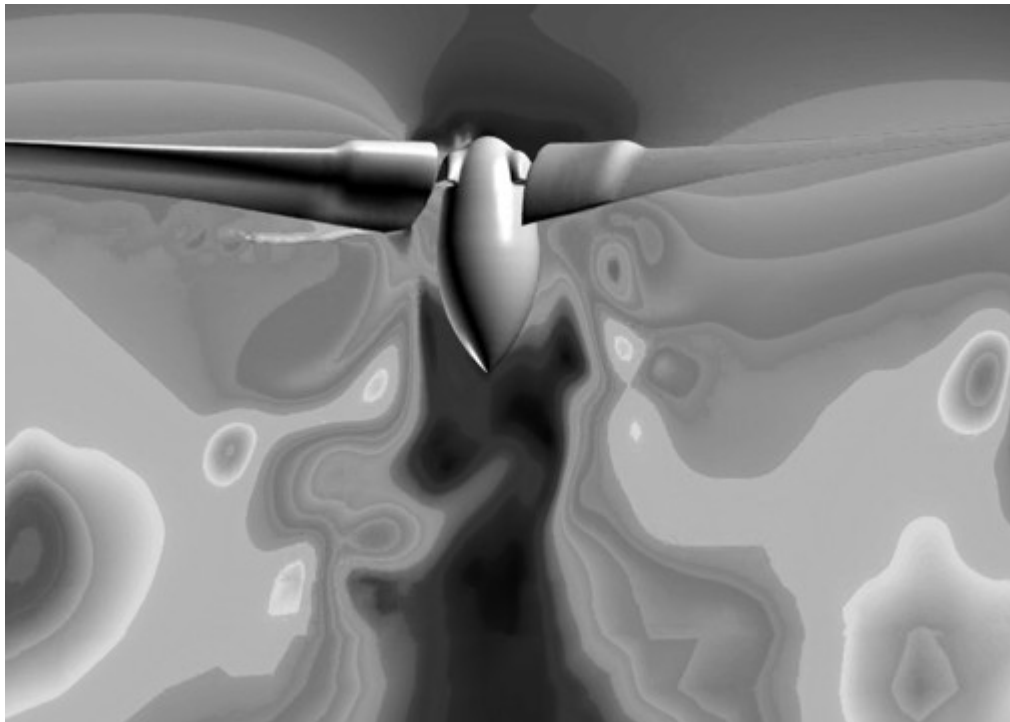
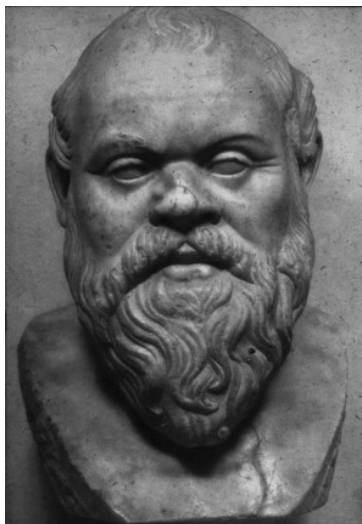


Fig. 1 Estela producida por un avión caza.



Capítulo I

Antecedentes

“Yo sólo sé que no sé nada”

Sócrates

Es bien sabido que los cuerpos, sin importar la geometría que posean, sufren perturbaciones cuando interactúan con un fluido (líquido o gas). Cuando esto sucede, es necesario determinar las fuerzas de fricción existentes entre ambos. A estas fuerzas se les conoce como fuerzas de arrastre y fuerzas de sustentación. Ambas son producto del desprendimiento de las líneas de corriente que circulan por la superficie del cuerpo en estudio.

Las líneas de corriente se encuentran en todo momento en el movimiento del fluido, y son siempre tangenciales a las líneas de velocidad. Cuando estas líneas chocan con un obstáculo, tratan de mantener su movimiento, su masa y su cantidad de energía (ecuaciones de transporte), por lo cual, al no tener la misma circulación que tenía aguas arriba, es necesario que por otro medio se transfiera la energía que tiene en su movimiento. La forma en que se transforma esa energía es mediante la fricción, la cual analizaremos a continuación.

En el siguiente esquema se aprecia cómo las líneas de corriente se contraen cuando hacen “contacto” con la geometría inmersa en el fluido, en este caso, una esfera:

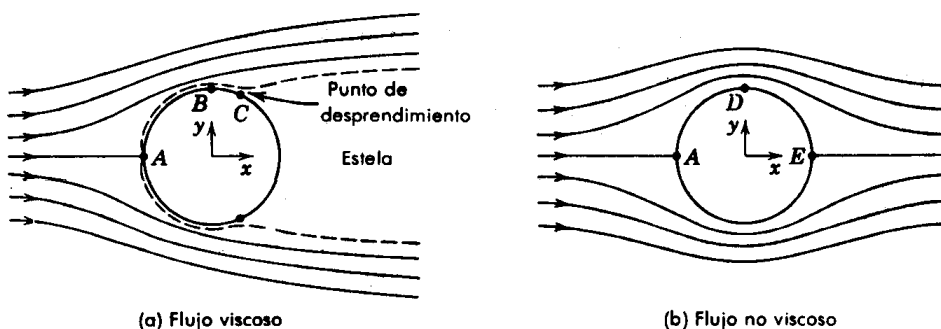


Fig. 2 Desprendimiento de la capa límite

Cuando el fluido es no viscoso o de viscosidad muy baja, como el aire, las líneas de corriente vuelven a su estado original antes de interactuar con el cuerpo. Sin embargo, cuando el flujo es viscoso, como los aceites, las líneas de corriente se desprenden de la superficie del cuerpo, generando vórtices de turbulencia aguas abajo (Fig. 2).

Nota: aguas arriba y aguas abajo se refiere a un objeto que se encuentra antes o después del cuerpo inmerso, respectivamente.

A todo cuerpo al que se le induzca flujo, tiene presente la capa límite (Fig. 3). Es un fenómeno físico sin opción a eliminar.

La capa límite (responsable de la generación de turbulencia) es originada por la acción de la viscosidad que hay en un fluido. En el caso de que sea un ducto o tubería el centro de análisis, esa capa límite se presenta desde la pared interior donde está circulando el fluido, hasta la región central del tubo, sea cual sea su geometría transversal, pues puede ser un ducto circular, cuadrado, etc.

Lo anterior se aprecia en el siguiente esquema:

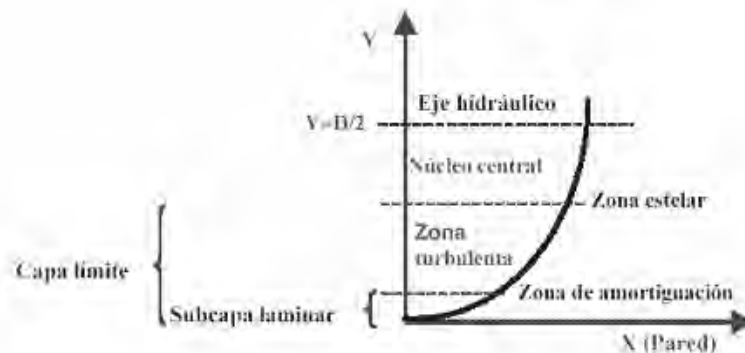


Fig. 3 Zonas de turbulencia en la mecánica de fluidos

Aquí se observan las zonas que influyen en la generación de turbulencia. La zona estelar corresponde al espesor de la capa límite, en donde el fluido no genera turbulencia y se comporta como un flujo laminar. Cuando el fluido supera al espesor mencionado, se presentan las estelas de turbulencia, pues ha sobrepasado el límite no viscoso, generando vórtices de Von Karman.

El cálculo de la capa límite se basa en explicar el perfil parabólico. El espesor de la capa límite se calcula cuando se ha llegado a un punto en donde se registra una velocidad de 99% la velocidad original del flujo antes de llegar al cuerpo. Para cálculos posteriores, se define la velocidad inicial, o velocidad de entrada, como:

1.1 Coeficiente de arrastre y sustentación

Los coeficientes de arrastre y de sustentación, que se obtienen de las expresiones de las fuerzas de fricción, tienen la siguiente forma:

$$U$$

Coeficiente de arrastre:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho A v^2}$$

Coeficiente de sustentación:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho A v^2}$$

F_D y F_L se refieren a la fuerza paralela al flujo (arrastre) y la fuerza normal al flujo (sustentación), respectivamente; A es el área que recibe el flujo y v es la velocidad del fluido, que en nuestro caso es igual a U .

En ambas expresiones, varía la fuerza, y por consiguiente los coeficientes, si:

- ✦ La densidad del flujo aumenta (viscosidad considerable), significando que conforme el fluido se desplaza por las paredes del cuerpo, se tiene el desprendimiento de la capa límite mucho más rápido, y eso genera las ondas de turbulencia, o vórtices de Von Karman.
- ✦ Si el área aumenta, en ambos casos aumenta la fuerza. En el caso de la fuerza de arrastre, se tiene una mayor retención del cuerpo, es decir, el flujo choca contra una “pared”, y las estelas son más pronunciadas (Fig. 4).

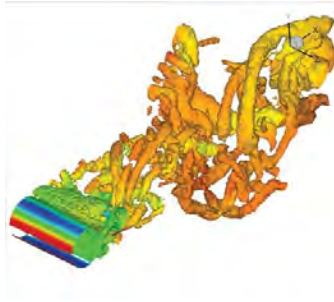


Fig. 4 Estela en área considerable

En el caso de la fuerza de sustentación, si el área aumenta, se tiene sustentación elevada, es decir, los gradientes de presión son considerables, y gracias a este fenómeno, los aviones vuelan, pues las alas (perfiles aerodinámicos) tienen un área amplia (Fig. 5).

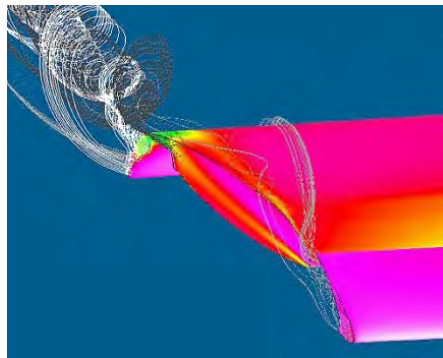


Fig. 5 Efecto de la sustentación

En la simulación a realizarse, las 2 fuerzas serán disminuidas, pues se conocen las distancias críticas a las cuales el cuerpo aguas arriba generará estelas que no afecten drásticamente al segundo cuerpo.

¿Qué pasa en el caso de un prisma cuadrado estando solo con el flujo? Sucede que la estela turbulenta generada es muy pronunciada, es decir, las fuerzas de arrastre son de altas magnitudes, lo cual se traduce en mucha inestabilidad. En una sección cuadrada, este efecto es más pronunciado (Fig. 6).

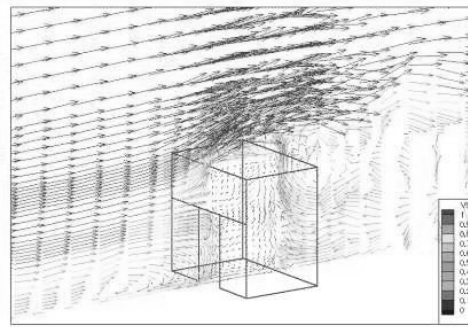


Fig. 6 Estela en geometría cuadrada

El cuerpo que está sometido a la acción de un flujo, forzosamente adquiere estas 2 fuerzas. La primera es la que se genera por el movimiento del fluido y es la análoga de la fuerza de fricción mecánica. En la segunda, es la fuerza provocada por los cambios de presión en las paredes inferior y superior, hacen que el cuerpo sufra vibraciones.

Además de estas 2 expresiones, es necesario conocer el número de Reynolds, el cual se define como:

$$Re = \frac{L_{ref} v_{ref} \rho_{ref}}{\mu_{ref}}$$

Donde ρ_{ref} es la densidad del fluido, v_{ref} es la velocidad del fluido (U), L_{ref} es la distancia característica que será el centro de atención en las simulaciones, y por último μ_{ref} , como la viscosidad cinemática. ¿Porque están descritas como variables de referencia? La razón es que al expresarlas así, se facilita la solución de las ecuaciones de transporte y no se tiene el problema típico, tener varias ecuaciones con varias incógnitas, lo que se traduce en menos tiempo de cálculo.

Una de las preguntas más frecuentes de la mecánica de fluidos es saber de donde salen las ecuaciones de Navier-Stokes. La respuesta esta en las ecuaciones que se explican a detalle en el siguiente capítulo.

Los ejemplos citados a continuación fueron desarrollados en diversas partes del mundo, y los resultados obtenidos son de gran trascendencia para seguir desarrollando temas de mecánica de fluidos en forma teórica y en forma numérica.

Los avances determinarán si en los tiempos futuros logremos construir artefactos mecánicos que tengan ventajas aerodinámicas. El ejemplo más claro son los aviones (Fig. 7-8).



Fig. 7 El avión más grande del mundo (Airbus 380)



Fig. 8 Avión prototipo desarrollado en la NASA

1.2 Algunos experimentos:

El avance obtenido para explicar el fenómeno de turbulencia en un prisma de sección cuadrada es muy significativo, pues cuando se propuso que la incorporación un objeto aguas arriba disminuía el efecto de la turbulencia, fue cuestión de tiempo para que muchos investigadores se dieran la tarea de encontrar la respuesta a esa propuesta.

Uno de los experimentos que tratan de explicar el fenómeno fue realizado por Igarashi (2002) en Japón, en donde estudió el coeficiente de arrastre en una placa plana de sección cuadrada con un pequeño cuerpo de control aguas arriba de la misma (Fig. 9). Según lo observado en este experimento, llegó a lo siguiente: a las condiciones de $d/D=0.4$ y de $L/D=2.0$, se obtiene una reducción del coeficiente de arrastre del 20% hasta el 30% respecto a cuando no tiene ese objeto de control. En este caso, el número de Reynolds está entre 1.9×10^4 hasta 7.7×10^4 , un valor alto de Reynolds que nos asegura la formación de estelas turbulentas.

Este experimento arrojó los siguientes resultados:

- ✦ la turbulencia aumenta si se incrementa la distancia entre los 2 cuerpos, pues están relacionados con la fuerza del fluido y de la velocidad del mismo;
- ✦ el coeficiente de arrastre en la placa plana está relacionado de manera directa con la diferencia de presión que está presente entre los puntos iniciales y finales de la geometría que estamos analizando;
- ✦ si aumentan las dimensiones del objeto de control que tenemos aguas arriba, el coeficiente de arrastre aumenta de forma proporcional, es decir, la fuerza de fricción se incrementa; y
- ✦ por último, decir que se obtiene del 20-30% de reducción de fuerza de arrastre con las condiciones ya mencionadas con anterioridad.

El diagrama de este experimento es el siguiente:

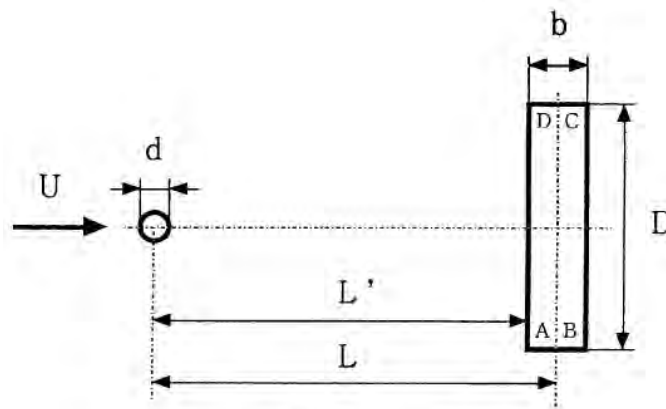


Fig. 9 Configuración Igarashi (2002)

Se comentó que este experimento es de los más completos que se han realizado en esta materia, pero existen otros que tienen una configuración muy parecida, como el caso del realizado por el mismo investigador, Igarashi (1997), en donde en lugar de usar una placa plana, usó un cilindro circular y el mismo objeto de control que el experimento anterior (Fig. 10). Como este se hizo antes, puede que su idea de hacerlo de esta manera es que si encontraba la forma de turbulencia con un prisma, podría deducir lo que pasaría con una placa plana.

En este experimento, se mantuvo constante un Reynolds de 32 000, pero varió el diámetro de la varilla de control de tal forma que existió una distancia crítica de valor $G_c=D+4.5d$, y donde se observó que la vorticidad del cuerpo había desaparecido. Además otro dato importante es que este experimento logró hacer que el coeficiente de arrastre haya bajado hasta un 50% de lo que normalmente es. Incluso revisando algunas consideraciones extras, bajaba hasta un 70%. Esto sin duda explica que Igarashi estaba llegando a una solución al problema de turbulencia.

Las conclusiones a las que llegó Igarashi fueron las siguientes:

- ✦ los 2 patrones de flujo en el cuerpo de control acurren cuando se tiene un espacio longitudinal L/D y el diámetro del mismo, es decir, d/D .
- ✦ se obtienen las siguientes relaciones de distancias importantes:

$$G_c/d=D/d+4.5, \quad L_c/d=1.5(D/d) + 50 \quad (5 < D/d < 15)$$
- ✦ introduce el número de Strouhal, que según en un prisma cuadrado, tiene el valor de 0.13 en $L > L_c$ y se incrementa de 0.18 a 0.23 cuando $L < L_c$.
- ✦ la reducción máxima de arrastre de 50% se da cuando $L > L_c$ y de 70% cuando $L < L_c$.
- ✦ la presencia de la varilla de control hace que se reduzca el arrastre del cuerpo en un 10%, con el solo hecho de tener este artefacto aguas arriba del prisma circular.

El esquema es el siguiente:

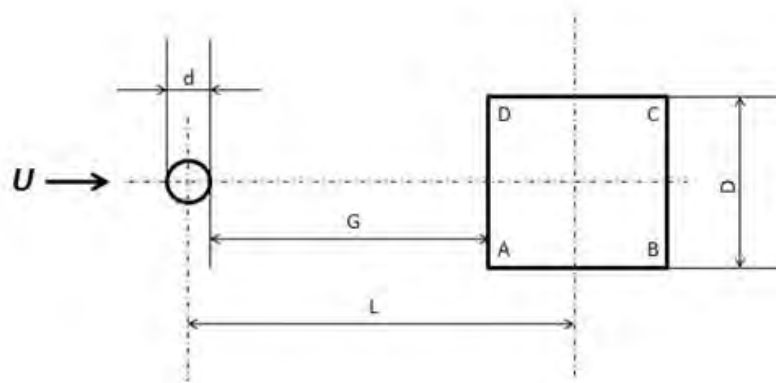


Fig. 10 Configuración Igarashi (1997)

Observando detenidamente, en este experimento se tiene una geometría cuadrada en su totalidad, mientras que en el anterior no fue así.

Estos 2 eventos dan las bases que se utilizarán para la simulación: se identificarán las medidas óptimas que describen los autores, y revisaremos que tan exactos estaban.

Otro experimento que se realizó fue con la ligera modificación de que el cuerpo de análisis no fue uno solo, sino que fuera dual (Fig. 11). En este evento, realizado por Alam, Moriya y Sakamoto (2002), se tuvieron los resultados siguientes:

- ✦ la reducción de coeficiente de arrastre se presenta en $S/W=1.50\sim1.90$. Este valor significa que en el prisma cuadrado se presenta una reducción de 84%, y en el prisma aguas abajo una reducción de 66% de las estelas turbulentas
- ✦ a esta misma condición, se tiene que la fluctuación de sustentación y de arrastre es de 94 y 71% para el prisma aguas arriba y de 80 y 65% para el de aguas abajo, respectivamente
- ✦ en un espacio de $L/W=3.0$, se tiene una discontinuidad considerable
- ✦ en los eventos realizados, si existía una distancia de $L/W < 6$, la existencia del prisma agua abajo influencia en el flujo del prisma aguas arriba. En caso contrario, con $L/W > 6$, el prisma aguas arriba es inmutable a la existencia del prisma aguas abajo.

Para entender mejor esta propuesta, se esquematiza el siguiente gráfico:

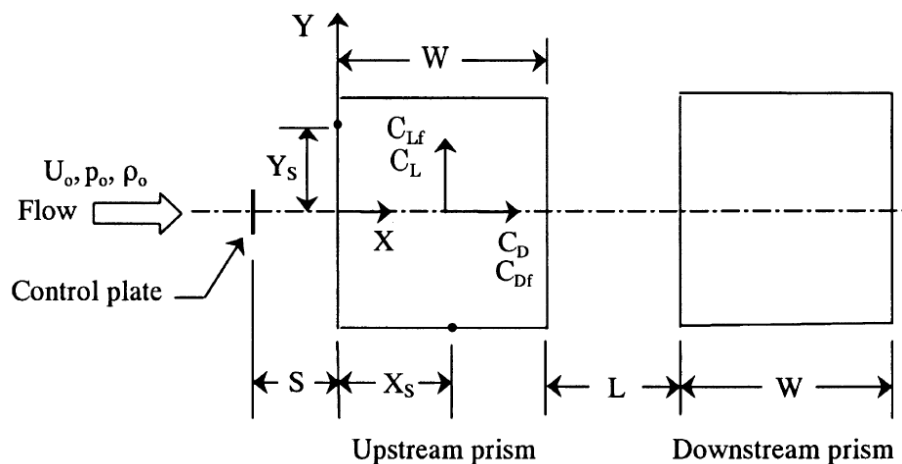


Fig. 11 Configuración Alam, Moriya, Sakamoto (2002)

Como se aprecia, los 2 cilindros están a una distancia L (no necesariamente es la de referencia). Las demás dimensiones están explícitas en el gráfico.

Este experimento es una de las variantes empleadas para nuestro posterior estudio, pero en este momento se referirá a él como una posible solución.

Otro de los estudios que nos ayudan a encontrar mejoras, es el realizado por Tsutsui e Igarashi nuevamente (2002), en donde el cuerpo de control no es el mismo, la diferencia radica que en lugar de tener un prisma cuadrado, se tiene un cilindro circular, y en éste se hacen los estudios con números de Reynolds altos (64000), y distancias $d/D=0.25$, $L/D=1.75-2.0$ (Fig. 12);

Los resultados a los cuales llegaron estos 2 investigadores fueron:

- ✦ a un Reynolds de 3000, la separación de la turbulencia es muy baja, por lo cual no se considera como importante, pero en este caso, es cuando el número de Strouhal aumenta a su valor más alto
- ✦ el coeficiente de arrastre baja cuando aumenta el Re y d/D , pero disminuye con L/D . la presión de arrastre depende totalmente del Re
- ✦ las condiciones de disminución del coeficiente de arrastre se da en $d/D=0.25$, $L/D=2.0$, $Re < 41000$
- ✦ las condiciones para bajar la presión total del coeficiente de arrastre es cuando $L/D=1.75$, y $Re > 41000$. Si tenemos esta configuración, obtenemos una disminución de 73% en coeficiente de arrastre y de 63% en presión total, en comparación con el cilindro solo.

Estas dimensiones las podemos ver mejor como sigue:

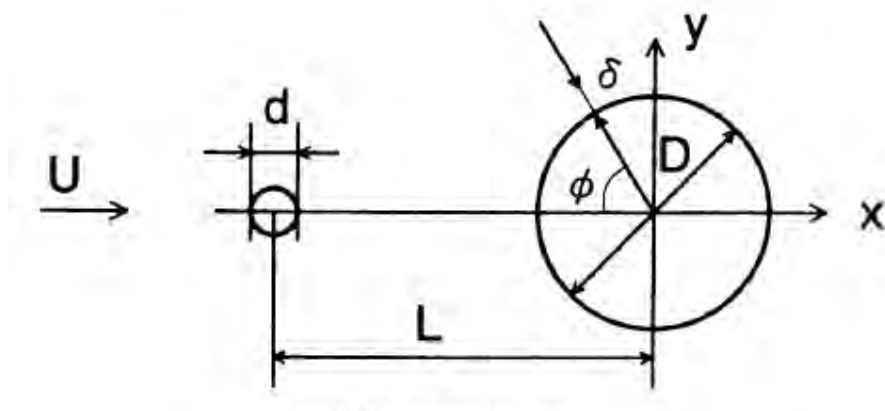


Fig. 12 Tsutsui, Igarashi (2002)

En cada uno de los experimentos vistos con anterioridad, hemos visto que algunos de los parámetros más importantes son el número de Reynolds, las distancias que se tienen entre los cuerpos y las dimensiones de los cuerpos en estudio, por lo que para corroborar los estudios de Igarashi principalmente, lo que se hará es cambiar estos parámetros importantes con la finalidad de hacer que:

- ✦ lleguemos a las mismas conclusiones que él, pero no con experimentos de laboratorio, sino en simulación numérica gracias a CFD
- ✦ observar que pasa cuando cambiamos un parámetro nada mas, dejando los demás constantes

- ✚ qué pasa cuando todos los parámetros son cambiados y cuando las condiciones establecidas también experimentan cambios importantes
- ✚ determinar, si se puede, encontrar una distancia que nos permita disminuir mucho más el coeficiente de arrastre que los aquí expuestos
- ✚ proponer una nueva configuración del experimento
- ✚ Análisis de los resultados de las simulaciones y revisar los aspectos importantes de los mismos

Con estos puntos en mente, se revisa la teoría de la mecánica de fluidos computacional (Fig. 13), además de las ecuaciones que son imposibles de resolver por los métodos analíticos conocidos en los cursos de licenciatura.



Fig. 13 Algunas aplicaciones de CFD (Computational Fluids Dynamic's)

En los experimentos, la variable más importante a estudiar es la presión, pues ella es la que determinara si las fuerzas existentes afectan los coeficientes de arrastre o los de sustentación.

En los experimentos aquí presentados, los vórtices presentados aguas abajo se forman por los gradientes de presión, debido a que inmediatamente después del cuerpo en estudio, se presenta una zona en la cual la presión disminuye de forma considerable. Este fenómeno se parece mucho a una succión aguas abajo del prisma.

Para ello, es necesario recordar las ecuaciones que gobiernan a la mecánica de fluidos, y eso es el capítulo que se presenta a continuación.



Capítulo II

Ecuaciones de transporte

*“Me dediqué a conocer la sabiduría,
la ciencia, la locura y la necedad,
y advertí que también eso es correr tras el viento.
Porque mucha sabiduría trae mucha aflicción,
y el que acumula ciencia, acumula dolor.”*

Ecl. 1, 17-18

En este capítulo recordaremos las ecuaciones de la mecánica de los fluidos, las cuales se basan en las ecuaciones de transporte, que son 5. 3 de ellas son las ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones vectoriales), una de conservación de masa (ecuación escalar) y otra de conservación de energía (escalar también).

El desarrollo de las ecuaciones mencionadas se basa en la teoría de los fluidos incompresibles (Newtonianos), los cuales se caracterizan por ser fluidos con viscosidad nula y con densidad constante. Sin embargo, en el fenómeno a analizar, el fluido es compresible, la densidad tendrá una variación dependiendo de las condiciones de temperatura y volumen presentes en el flujo. Por ello es necesario utilizar la expresión de los gases ideales.

La forma cartesiana de las ecuaciones de Navier-Stokes está dada por:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S$$

Esta ecuación representa la evolución de la densidad, momento y energía total para un gas ideal.

S es un vector fuente nulo $S = (0, 0, 0, 0, 0)$ y U es un vector de cinco componentes definido por:

$$U =^T (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e, \rho c)$$

En donde se considera que $U = (u_1, u_2, u_3)$ es el vector velocidad, ρ es la densidad del fluido, ρe es la energía total definida como:

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)$$

C_v es el calor específico a volumen constante y T la temperatura.

F_i son los flujos que representan un fluido newtoniano, el cual se define como:

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + \rho \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + \rho \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + \rho \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}$$

$k = \rho C_p \kappa$ es el coeficiente de conductividad térmica y κ es la difusividad térmica.

Si despreciamos la viscosidad, tenemos que:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot u) \delta_{ij} \right)$$

Estableciendo la viscosidad molecular, la cual surge de la ley empírica de Sutherland:

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}}$$

donde las variables son funciones del gas, suponiendo que el número de Prandtl es:

$$Pr = \frac{\nu}{k} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)}$$

Para nuestro análisis, se considera un valor de 0.7. La expresión faltante es la ecuación clásica de estado para gas ideal referente a la presión estática, la temperatura y la densidad:

$$p = R \rho T$$

y con esta ecuación, estamos listos para comenzar con el esquema numérico y el modelo de turbulencia. No sin antes recordar que la ecuación anterior se relaciona con:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

2.1 Simulaciones numéricas:

Para comenzar, es importante saber que la simulación numérica no es simple, pues están involucrados varios aspectos, como son el tipo de esquema numérico, el modelo de turbulencia que determinará las constantes importantes y será determinante en los resultados cuando sean explicados.

¿Qué importancia tiene el modelo de turbulencia? Determina como se van a discretizar y resolver las ecuaciones de transporte. Entre los modelos más conocidos se encuentran el modelo DNS (Direct Numerical Simulation), un método que por su tiempo de cálculo y los altos requerimientos computacionales, es utilizado en laboratorios avanzados de investigación en mecánica de fluidos.

Otro modelo utilizado es el Reynolds Averaged Navier-Stokes simulation, modelo que promedia las ondas turbulentas a un valor medio mediante el análisis de los llamados tensores de Reynolds, presentes en un fluido en movimiento.

El tercer modelo es el llamado LES (Large Eddy Simulation), en donde las estelas de turbulencia menores son acumuladas en una variable que recibe el nombre de viscosidad turbulenta. La viscosidad total es la suma de la viscosidad turbulenta y la viscosidad molecular (la propia del fluido). Precisamente este es el método que se va a utilizar para las simulaciones a realizar.

El cuarto modelo es el denominado DES (Detached Eddy Simulation), considerado como la unión entre el RANS y el LES. Los análisis que se hacen bajo este modelo son variados, y ciertamente aplicables para este fenómeno, sin embargo, el análisis de grandes escalas es más directo, pues no se tiene el análisis de los tensores de Reynolds, y hace más rápido los cálculos.

2.2 Simulación de Grandes Escalas (LES)

La técnica LES (Large-eddy simulation) consiste en hacer pruebas para simular únicamente las grandes escalas del flujo; las pequeñas son filtradas hacia afuera, pero de forma estadística influye en el movimiento la escala grande.

Las ecuaciones LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial de bajo transcurso de tamaño en las ecuaciones de Navier-Stokes. Esto elimina las escalas mas pequeñas que el filtro de tamaño llamado escala sub-malla. De forma matemática, esta operación corresponde a la integral de convolución de alguna cantidad del flujo por la función filtro, en la forma:

$$\bar{f}(x, t) = \int f(y, t) G_{\Delta}(x - y) dy$$

La parte submalla es la desviación del flujo actual con respecto al campo filtrado

$$f = \bar{f} + f'$$

La aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier-Stokes produce

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0$$

Con

$$\bar{\rho} \epsilon = \overline{\rho C_{\nu} T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)}$$

Y

$$\bar{\rho} = \overline{\rho R T}$$

Es común que en LES y en modelos de turbulencia estadística se introduce el promedio de Favre, el cual se define como:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}$$

Entonces se tiene que:

$$U =^T (\bar{\rho}, \overline{\rho \tilde{u}_1}, \overline{\rho \tilde{u}_2}, \overline{\rho \tilde{u}_3}, \overline{\rho \tilde{\epsilon}})$$

Y la energía total resultante se escribe como

$$\overline{\rho \epsilon} = \bar{\rho} \tilde{\epsilon} = \bar{\rho} C \nu \tilde{T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)}$$

Los flujos resueltos son

$$\overline{F_i} = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho u_i u_1} + \bar{p} \delta_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \bar{p} \delta_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \bar{p} \delta_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho \epsilon + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}$$

Con la ecuación filtrada de estado,

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T}$$

También puede introducirse el llamado tensor esfuerzo-submalla con componentes

$$\zeta_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j$$

Se puede dividir en isotrópica y desviador, por lo que la ecuación toma la siguiente forma

$$\zeta_{i,j} = \underbrace{\zeta_{i,j}}_{\tau_{i,j}} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \delta_{i,j} + \frac{1}{3} \zeta_{ll} \delta_{i,j}$$

Las ecuaciones de Fi pueden ser expresadas como:

$$\overline{F_i} = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \right) \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_2} + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \right) \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_3} + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \right) \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho \epsilon + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}$$

Una forma elegante que surgió después para completar este análisis, es impulsado por Lesieur & Comte (1997), donde sugirieron tener una temperatura definida como:

$$\varpi = \bar{\rho} - \frac{1}{3}\zeta_{ll}$$

Y la macro-temperatura como:

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v\bar{\rho}}\zeta_{ll}$$

La ecuación de estado queda como:

$$\varpi = \bar{\rho}R\vartheta + \frac{3\gamma-5}{6}\zeta_{ll}$$

Podemos demostrar que se puede llegar a:

$$\bar{\rho}\tilde{\epsilon} = \bar{\rho}C_e\vartheta + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2)$$

Según los investigadores comentados, se puede despreciar el segundo término de la ecuación de estado. Podemos escribir esto como:

Introduciendo el vector flujo de calor:

$$Q_i = -(\overline{\rho\epsilon + p})u_i + (\bar{\rho}\tilde{\epsilon} + \varpi)u_i$$

La expresión para los flujos filtrados se convierte en:

$$\overline{F_i} = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + \varpi \approx \bar{\rho}R\vartheta_{i1} - \frac{2\mu\tilde{S}_{i1}}{2} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + \varpi\delta_{i2} - \tau_{i2} - \frac{2\mu\tilde{S}_{i2}}{2} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + \varpi\delta_{i3} - \tau_{i3} - \frac{2\mu\tilde{S}_{i3}}{2} \\ (\bar{\rho}\tilde{\epsilon} + \varpi)u_j - Q - \frac{2\mu u_j \tilde{S}_{ij}}{2} - k\frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}$$

Haciendo uso de los modelos sub-malla anteriores, podemos llegar a:

$$Q_i = \bar{\rho}C_p \frac{\nu_i}{Pr_t} \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i}$$

Los términos restantes no calculables son los de viscosidad molecular y la difusiva. Llegando a que:

$$\overline{F_i} = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + \varpi\delta_{i1} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i1} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + \varpi\delta_{i2} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i2} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + \varpi\delta_{i3} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i3} \\ (\bar{\rho}\tilde{\epsilon} + \varpi)\tilde{u}_i - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{ij}\tilde{u}_j - \left[\bar{k} + \bar{\rho}C_p\frac{\nu_t}{Pr_t}\right]\frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \end{pmatrix}$$

Recordando que $Pr = 0.7$

Es necesario tener en cuenta que para la simulación numérica, se debe conocer el Jacobiano de la transformación, el cual define los cambios de espacios vectoriales a los cuales se lleva el experimento.

Con el jacobiano expresado como dice Métais & Lesieur (1996), llegamos a la ecuación inicial de la forma:

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S}$$

Con

$$\hat{U} = \frac{U}{J}$$

$$\begin{aligned}\hat{F} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} H \right) \right] \\ \hat{G} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} H \right) \right] \\ \hat{H} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} H \right) \right]\end{aligned}$$

$$\hat{S} = \frac{1}{J} S$$

A partir de estas ecuaciones, se construye el diagrama numérico para su posterior solución.

2.3 Esquema numérico

Las ecuaciones siguientes resuelven el sistema de coordenadas generalizadas mediante la extensión del completo esquema explícito de McCormack de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio. Esta técnica fue desarrollada por Gottlieb y Turkel (1976).

El esquema numérico es un esquema denominado corrector-predictor definido en una dimensión por la siguiente expresión:

Corrector:

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left(-f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}$$

y

Predictor:

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left(U_j^{(n)} + \left(U_j^{(1)} \right) \right) + \frac{1}{12} \lambda \left(7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(n)} \right) + \frac{1}{2} (\delta t) S_j^{(1)}$$

La formulación final en 3 dimensiones es la siguiente:

Corrector:

$$U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P \left[\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \end{aligned} \right]$$

Predictor:

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2} J_{i,j,k}^C \left[\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6} \left(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \end{aligned} \right]$$

A partir de esta fórmula, se derivan las consideraciones posteriores para la solución del problema.

Capítulo III

Resultados



“Pero luego dirigí mi atención a todas las obras que habían hecho mis manos y a todo el esfuerzo que me había empeñado en realizar, y vi que todo es vanidad y correr tras el viento: ¡no se obtiene ningún provecho bajo el sol!”

Ecl. 2, 11

Para comenzar con el análisis de resultados, se deben estudiar primero las condiciones a las cuales se realizó el experimento, es decir, las características del problema simulado. Este análisis comprende desde las medidas de la malla hasta las consideraciones posteriores a una simulación numérica.

La malla, dominio en donde se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes y donde se localizan los cuerpos, tiene las siguientes características:

- ✦ La dimensión en X, que es la dirección del flujo, tiene 180 planos.
- ✦ La dimensión en Y, que es la dirección perpendicular al flujo tiene 139 planos.
- ✦ La dimensión en Z, paralela a las 2 anteriores tiene 80 planos.

Con estas 3 dimensiones, se determina que la malla de dominio numérico tiene una cantidad de 2 001 600 nodos. En cada uno de ellos se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes, significando que el tiempo de cálculo sea considerable. Sin embargo, la resolución del fenómeno es aceptable.

Además de revisar la malla, otro aspecto importante es la localización de los cuerpos que son el centro del análisis en este experimento. Recordando que serán 3 eventos diferentes.

Una, de muchas características que posee este experimento, es que el cuerpo de dimensiones mayores (cilindro cuadrado) está localizado siempre en el mismo lugar, con las siguientes coordenadas o nodos:

- El centro del prisma cuadrado está localizado a una distancia L_c de 7, al cual le corresponde el nodo 70. Como es un prisma cuadrado, el nodo del punto más cercano al cuerpo aguas arriba está en el nodo 60, con una dimensión de 6.5; y el más alejado esta en el nodo 80, cuya dimensión es 7.5.
- En la dirección Y, perpendicular a la dirección del flujo, también el centro se localiza en el nodo 70 a una distancia L_c de 7; de igual forma, el nodo superior es el 80 a una distancia de 7.5, el inferior esta en el nodo 70, a una distancia de 6.5.

Esquemmatizando esto en el siguiente gráfico, queda como:

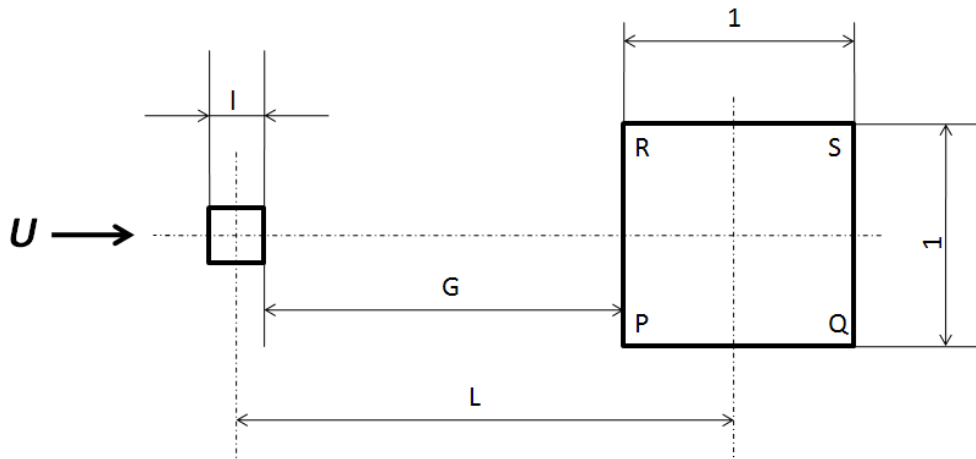


Fig. 14 Esquema básico del experimento

Donde G varía en 3 ocasiones, como se explicó en el capítulo 1; por consiguiente, L_c también varía en la misma proporción. La distancia entre los puntos P y Q es de 1, la distancia “l” es de 2 nodos, cuya distancia es de .11254738.

En el plano XY se analizan las variables velocidad, presión y Q (primer invariante del gradiente de velocidad). Esto se observará en el apartado “primera simulación”.

Para tener una perspectiva que ayude a la visualización del experimento, se dividen las simulaciones en 2 partes: una representación instantánea (3D) y una representación promedio (2D). En la primera de ellas se revisará el transcurso del flujo a lo largo de la malla; en la otra vista, se tomará una “foto” en un instante de la simulación. Por ello sólo se puede observarse en vista 2D.

En cada uno de las simulaciones se comenzará con la vista 3D (instantánea) para revisar las variables de velocidad y de Q. En el caso de la presión, una vista de la ISO superficie es muy complicada de visualizar de la mejor forma, por lo cual es mejor hacer un acercamiento en 2D y así obtener una imagen promedio de presión, para después, determinar los puntos importantes en cada una de las simulaciones.

Una vez obtenidos los resultados, procedemos a visualizarlos por medio de Tecplot. Esta herramienta funciona como visualizador gráfico y sus ventajas son variadas. Además de eso, se revisará en donde se tiene el coeficiente de arrastre y de sustentación mayor.

El lenguaje de programación con el cual se resuelven las ecuaciones de transporte es Fortran, se visualizan los resultados mediante diferencias en las tonalidades en Tecplot. Hay una opción en donde se pueden observar incluso animaciones, para tener mejor seguimiento del fenómeno, pero para fines prácticos, sólo se revisarán las gráficas y las figuras.

Resultados según las 3 simulaciones:

Se emplea un número de Reynolds de $Re= 10e3$, un número de Prandtl de $Pr= 0.7$ y una velocidad (U_{ref}) de $U_{ref}= 6$ m/s

3.1 Primera simulación:

La longitud crítica (L_c) es de 1.45 según los resultados experimentales de Igarashi. Por tanto, se toma esta distancia y se realizan las simulaciones.

Analizando los primeros resultados de las simulaciones que fueron lanzadas a la computadora Tonatiuh, se tiene lo siguiente:

- ✓ El tiempo de simulación es razonable, 250 hrs
- ✓ Se observan estelas de turbulencia mucho antes de que se haga contacto con los cuerpos, debido a la denominada “basura simulada”.

Este primer evento se puede apreciar en los siguientes gráficos:

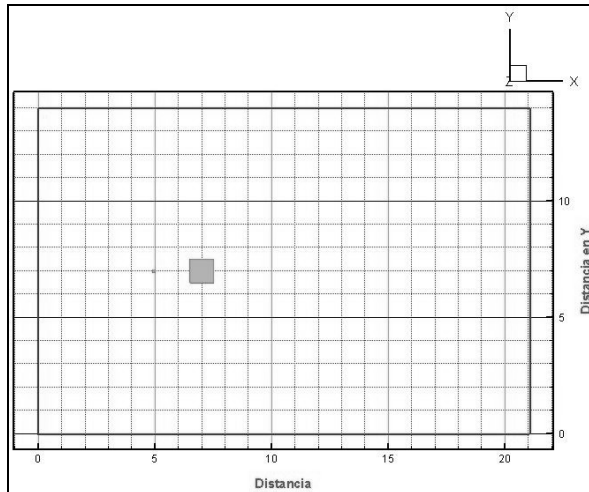


Fig. 15 Localización en la malla

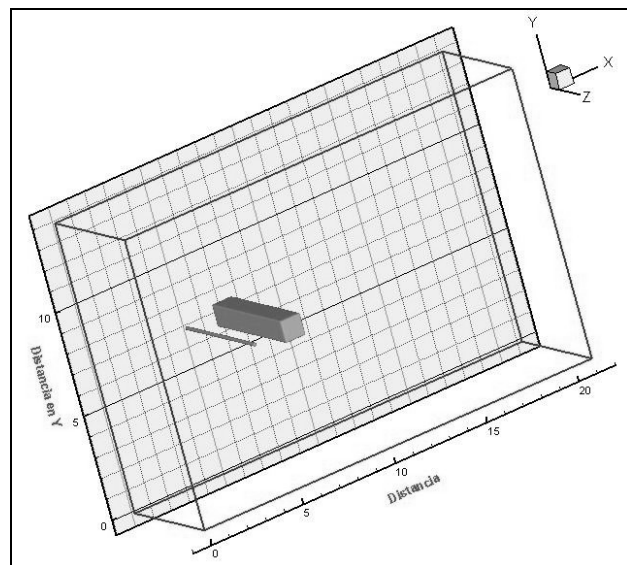


Fig. 16 Vista general

3.1.1 Velocidad

En este acercamiento a los resultados de la primera simulación, la velocidad en la dirección X, denominada U , tiene con una estructura definida antes, durante y después del contacto con los cuerpos.

Los vórtices generados en el primer cuerpo (Fig. 17) no son pronunciados, provocando que la presión no se altere en medida considerable (se comprobará en capítulos posteriores). Los gradientes de velocidad en el espacio entre ambos cuerpos se observan en la figura siguiente:

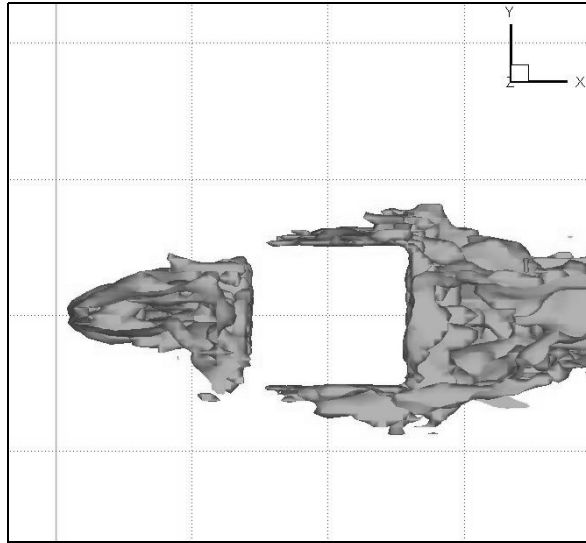


Fig. 17 ISO superficie de velocidad $U/U_{ref} = -0.118$

Estela generada por la velocidad, en donde el nivel mínimo de solución es de -0.79 y el máximo es de 1.8, con 26 niveles. Si se incrementan los niveles y el valor de la variable, se observa una ISO superficie más definida.

Antes de llegar a la placa (aguas arriba), el flujo no presenta perturbaciones importantes que interfieran en la solución. Al llegar a la placa, el flujo se mueve por la periferia, creando la estela de turbulencia. Sin embargo, al considerarse que se emplea la longitud crítica, la perturbación existente es menor que las otras 2 que se analizarán en siguientes páginas.

Conforme la velocidad va incrementándose en la dirección paralela al flujo, llega el momento en que hace contacto (el flujo) con el cilindro cuadrado. En ese momento, como se observa en la figura, se tiene una estela turbulenta por la periferia superior e inferior del mismo.

El término estela se refiere a un fenómeno solo asignado a los fluidos, en donde se hace referencia a lo que deja un fluido cuando pasa sobre un cuerpo, sea cual sea la forma de éste. Las estelas se presentan siempre en la parte posterior del cuerpo, y su análisis es de suma importancia para conocer las propiedades aerodinámicas de los cuerpos. En este trabajo, la estela será la que determine los objetivos propuestos en un principio, así como posibles trabajos futuros (Fig. 18).

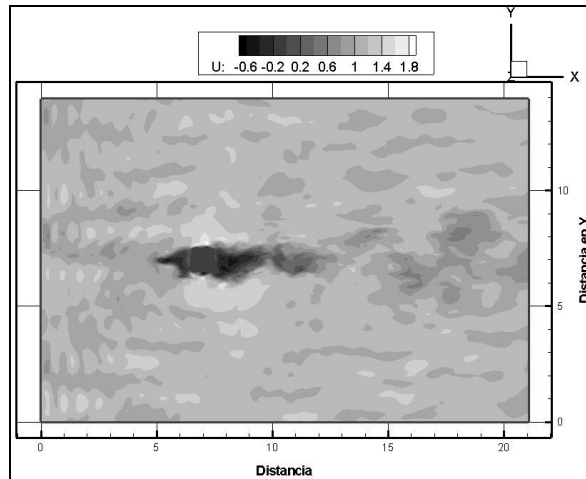


Fig. 18 Contorno de velocidad longitudinal

La zona de color oscuro es donde existe el valor máximo de la variable (1.8) y la zona clara representa el mínimo (-0.79). Las ondas que se observan derredor de los cuerpos es la generada por la turbulencia. Idealmente, no interactúa con los cuerpos analizados. La zona oscura después de $X/L=15$ es formada por los vórtices de Von Karman.

Detrás del cilindro cuadrado, se observa la estela que se extiende hasta la terminar la malla. En $X/L=10$ disminuyen los vórtices generados en el contacto con el cilindro, sin embargo, a partir de este punto los gradientes de velocidad experimentan perturbaciones considerables debido a los gradientes de presión que se explicarán posteriormente.

Desde $X/L=10$ hasta $X/L=12$, la turbulencia es considerable. Como se verá en el apartado que sigue, los gradientes de presión disminuyen debido a la presencia de los vórtices de Von Karman detrás del cilindro cuadrado. Después de $X/L=12$, hasta terminar la malla, se mantiene un estado de disminución de turbulencia, pero no significa que el flujo regrese a su estado natural, sino que la presencia de vórtices ha cesado considerablemente (Fig. 19).

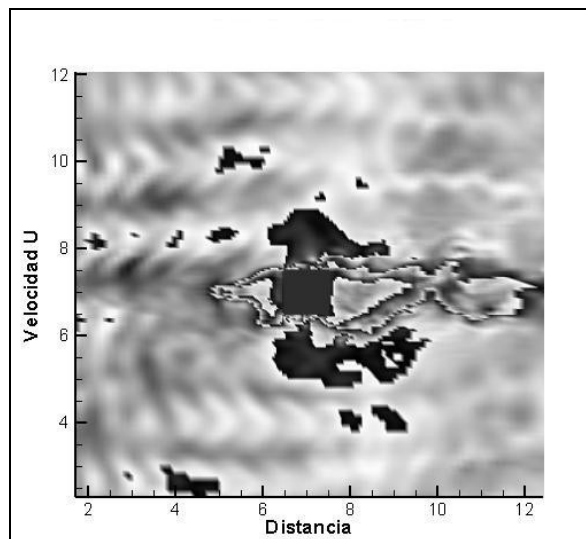


Fig. 19 Espectro de velocidad instantánea

Velocidad en 4 ciclos de ajuste. El máximo y mínimo se mantienen constantes. Las zonas de oscuras y claras son las mismas que en los casos anteriores.

Al interactuar con el primer cuerpo, la velocidad experimenta un cambio radical: en la parte posterior de la placa (aguas arriba), la velocidad disminuye en un 80% de la velocidad de entrada, es decir, una velocidad $U/U_{ref} = 4.8$, y conforme avanza experimenta un decremento. Esto se debe a que la estela de turbulencia saliente en la parte superior e inferior de la placa tiende a perturbar, con lo que retiene el avance de las ondas turbulentas hasta llegar a segundo cuerpo. Los vórtices que están apareciendo entre los 2 cuerpos hacen que la velocidad disminuya hasta un valor cercano a $U/U_{ref} = .6$.

Tecplot, entre varias ventajas que tiene, es que se pueden observar los vectores de flujo de la velocidad en todo el trayecto que comprende el fenómeno. Es por ello que se requiere de una vista en el plano XY donde se aprecie el comportamiento de los vectores sobre los cuerpos en estudio. Dependiendo de la dirección que presenten, se revisará si existe recirculación de fluido o no (Fig. 20)

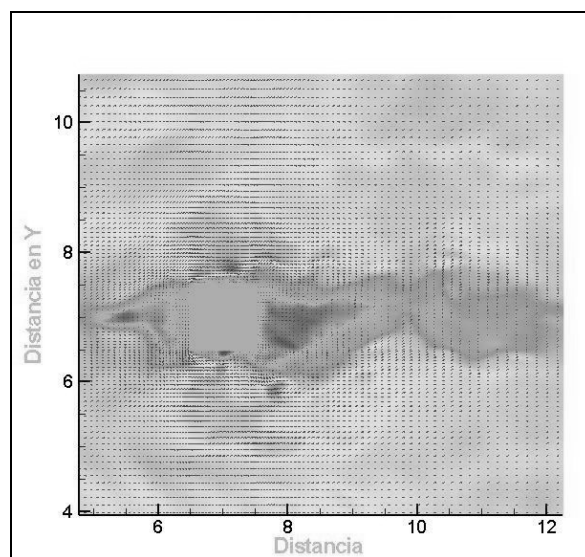


Fig. 20 Campo vectorial de velocidad en XY

Este campo vectorial tiene como valor máximo 1.9168 y como mínimo un valor de -0.7974. Los ciclos de ajuste son 4. La zona más importante se muestra al principio de la figura.

Esta será una de las vistas que se compararan con los otros 2 experimentos que se verán posteriormente.

3.1.2 Presión

Esta variable es la más importante a analizar, por medio de su estructura, se obtendrán los resultados de los coeficientes de arrastre y los de sustentación en cada simulación.

Dependiendo de la estructura presentada entre la placa y el cilindro, será posible determinar si existe un arrastre considerable. Análogamente, si la presión en la superficie superior del cilindro es mayor o menor a la superficie inferior, se sabrá si hay sustentación o no.

Esto resuelve uno de los objetivos escritos al principio de este trabajo (Fig. 21).

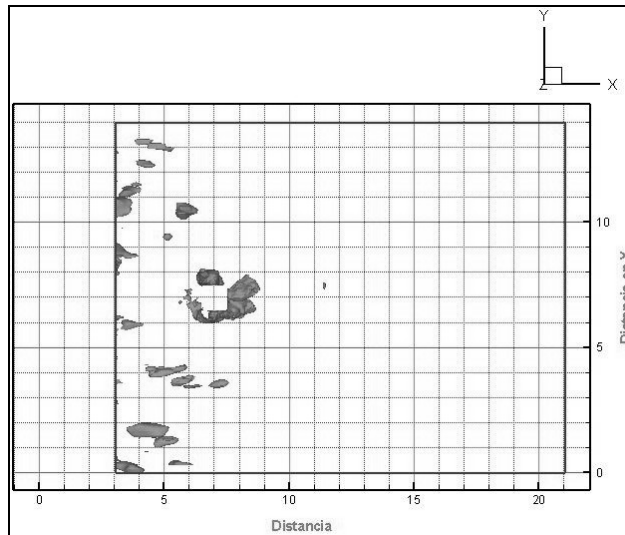


Fig. 21 Presión longitudinal

ISO superficie de la estructura turbulenta de la presión en su contacto con los cuerpos. La vista mostrada no aporta información valiosa, por ello es mejor revisar la vista de presión promedio.

La presión con la cual el fluido se va desplazando por la malla antes de llegar a los 2 cuerpos en estudio es caprichosa, pues se observan irregularidades en zonas lejanas de los cuerpos en estudio. Esto es muy extraño, pues no hay contacto con algo como para que haya este fenómeno.

Al llegar a la placa, la presión sufre cambios en dirección y magnitud, pues la presencia de vórtices de Von Karman provoca que la presión sufra cambios significativos, en específico, disminuye. Este fenómeno se presenta en mayor frecuencia entre la placa y el cilindro. Cuando llegan al segundo cuerpo, los gradientes de presión existentes provocan que el flujo “impacte” con las esquinas del cilindro (Fig. 22), y eso provocará aumento en coeficiente de arrastre. Para esto se explica mejor en el capítulo siguiente.

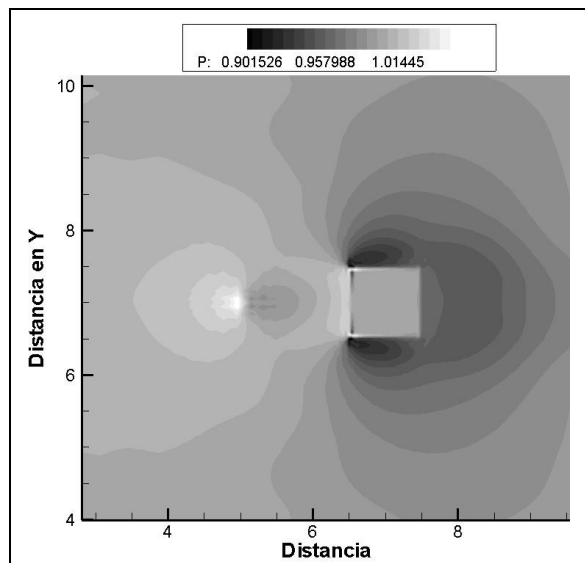


Fig.22 Presión promedio

La tonalidad clara es la presión de menor intensidad. Para este caso, la presión máxima tiene un máximo de 1.064 y la mínima de 0.8919; un ciclo de ajuste con distribución continúa.

La zona de color claro (placa y esquinas superior e inferior del cilindro) es donde se presenta el mayor gradiente de presión.

Las estelas que llegan a esa zona tienen un gradiente provocado por los vórtices de Karman, por tanto, estos chocan con el prisma en las esquinas principalmente, y eso provoca que el coeficiente de arrastre se incremente. Desde que sale de la placa, se aprecia que la presión se dispersa conforme se incrementa el valor de la distancia hacia en segundo cuerpo.

El coeficiente de arrastre que se supone debe hacer en este evento es menor que en los otros 2, y eso se revisará en el siguiente capítulo. Lo esperado es que se tenga el menor arrastre, pues es la distancia que se consideró como crítica.

3.1.3 Variable Q

Una forma de explicar la turbulencia es usar una variable que conocimos en el capítulo 1, la variable Q (primer invariante del gradiente de velocidad).

En la figura 23 se aprecia la estructura de este primer gradiente de velocidad, es decir, se observa cómo se comporta el flujo a través de la superficie del prisma de sección cuadrada.

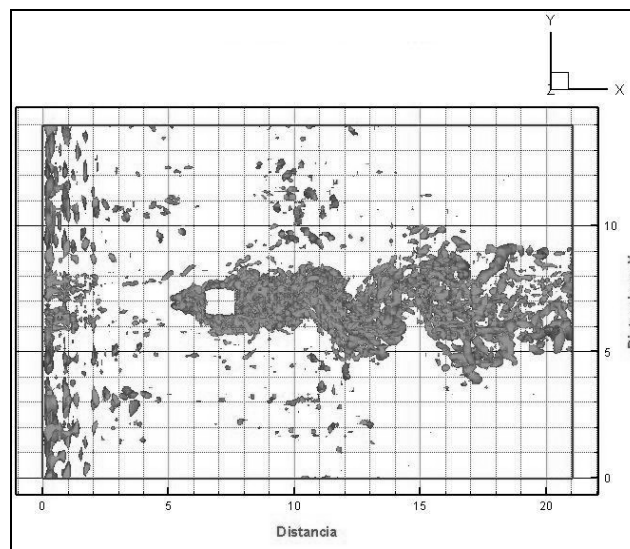


Fig. 23 ISO superficie Q instantánea

La representación del primer invariante del tensor gradiente de velocidad instantánea es necesaria para observar cómo es que se distribuye esta variable a lo largo de la simulación. La ISO superficie tiene un valor de 100 positivo, con un smooth (pasos) de 3.

La estela se desplaza por toda la cara superior e inferior del prisma. El cuerpo pequeño (placa) está en una zona donde no hay recirculación, debido a lo cual no se aprecia con claridad en la figura anterior. En la parte posterior del prisma se observa alta vorticidad debido a lo explicado en el punto anterior.

En $X/L = 4.5$ comienzan a generarse vórtices que al llegar a $X/L = 7$, se estabilizan un poco. Pasando $X/L = 8$ (detrás del cilindro cuadrado), se presenta la estela más considerable. De $X/L = 9$ hasta $X/L = 10.5$, no se muestra demasiado la variación de Q .

Sin embargo, pasando $X/L= 10.5$, los vórtices de Von Karman son muy pronunciados (alta vorticidad).

Pasando $X/L= 12$, se ha desequilibrado la estela de tal forma que después de esta posición ya no existe una estructura firme. Después de $X/L= 16$, los vórtices son muy extremos, tanto que se descomponen por completo llegando al final de la malla.

3.2 Segunda simulación:

Se considera la misma malla, por consiguiente, el mismo número de nodos. La diferencia está en que el cuerpo agua arriba (placa) se localiza a la mitad de la distancia que se había expresado en la simulación anterior, es decir, está a una distancia $X/L= 5.76$ del inicio de la malla, que corresponde al nodo número 46. Esto se esquematiza en los siguientes diagramas:

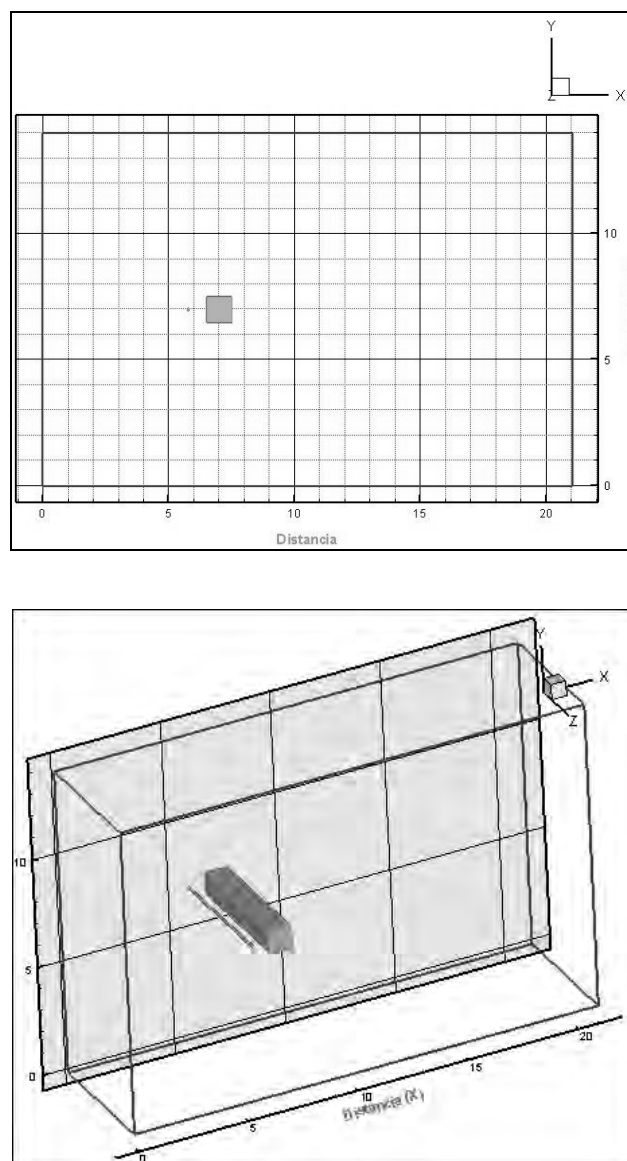


Fig. 24 Vistas de la simulación 2

Como la distancia es menor, se espera observar es que los vórtices de Von Karman estén más y más definidos, pues las velocidades (U), las presiones (P) y los gradientes de velocidad (Q) se modifican a una distancia reducida.

Al observar con detenimiento los vórtices salientes de la placa, se tiene que al ser la distancia más corta, las 3 variables se han modificado. Para ver cuánto se han modificado, es conveniente revisar de nuevo la velocidad, la presión y la variable Q .

3.2.1 Velocidad

Para comenzar con esta segunda simulación, recordar los puntos que se han marcado en el inciso apartado anterior.

A la entrada a la malla, se observa que la velocidad no sufre cambios en su estructura, y cuando llega al primer cuerpo, se descompone y baja de intensidad. (Fig. 25)

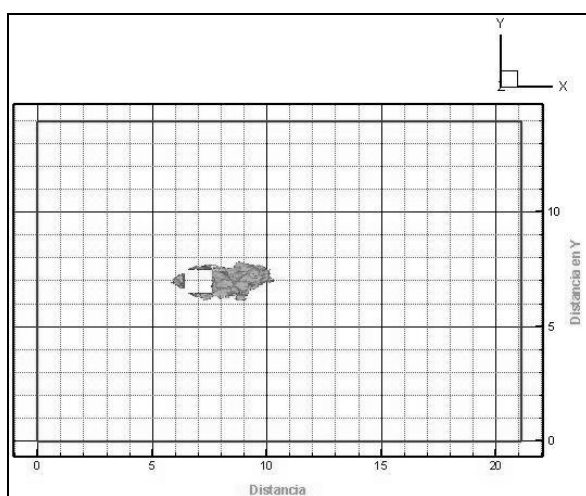


Fig. 25 ISO superficie de velocidad

Esta ISO superficie de velocidad tiene un valor de -0.206. El rango de valores va de un máximo de 1.8567 a un mínimo de -0.8943. Los niveles tomados fueron 14.

Si bien es cierto que la velocidad instantánea es la que determina la estructura turbulenta, no ofrece los fundamentos necesarios para estudiar otros efectos del movimiento del fluido. Es por ello que se requiere de la vista promedio, en la cual se resume su comportamiento a lo largo de la malla (Fig. 26).

A partir de la velocidad promedio, comparada con la velocidad promedio de la simulación anterior, es posible hacer la primera hipótesis: *“debido a la distancia menor, el choque de la estela saliente de la placa es mayor que en la simulación 1, lo que se traduce en la existencia de un arrastre mayor”*. Esta hipótesis será comprobada en páginas siguientes.

En el apartado “primeros experimentos”, se había comentado un poco este resultado, pues los estudios que Igarashi realizó en el laboratorio demostraron que cuando la distancia era modificada de una forma significativa, el arrastre sufría cambios importantes. Por tal motivo, en esta segunda simulación se esperaba un resultado similar.

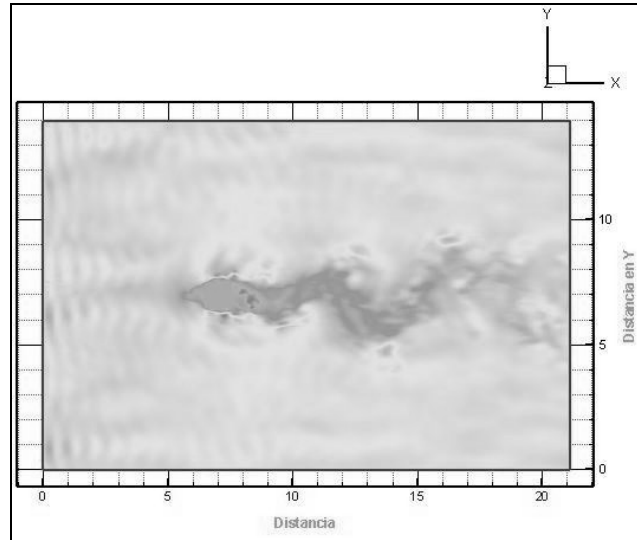


Fig. 26 Contorno de velocidad

El contorno de la velocidad de este caso tiene los mismos valores que en la simulación anterior. Tiene un ciclo de ajuste continuo. La estructura turbulenta en contornos es mas específica que en la de ISO superficies. Las zonas oscuras corresponden a las zonas donde la velocidad es de mayor intensidad.

El color claro en el área de la malla corresponde a la velocidad de intensidad baja, y conforme se oscurece, se incrementa la intensidad. Al principio de la malla, la velocidad es baja, pero conforme se acercan a la zona en donde están los 2 cuerpos, experimentan un cambio considerable. Justo cuando se hace interacción con el prisma, la velocidad se incrementa de forma notable en la zona perpendicular al flujo. El color oscuro representa 1.8 veces más arriba que la velocidad de entrada, es decir, la velocidad a la que sale el fluido después de estar en contacto con el cilindro es de $U/U_{ref} = 10.8$.

En el gráfico se observa que detrás del cilindro cuadrado, se tiene una zona en la cual la velocidad disminuye (se observa en la banda de color de la derecha del gráfico). Esto se debe a la presión, que se analizará más adelante. La figura de vectores en esa zona se muestra a continuación (Fig. 27)

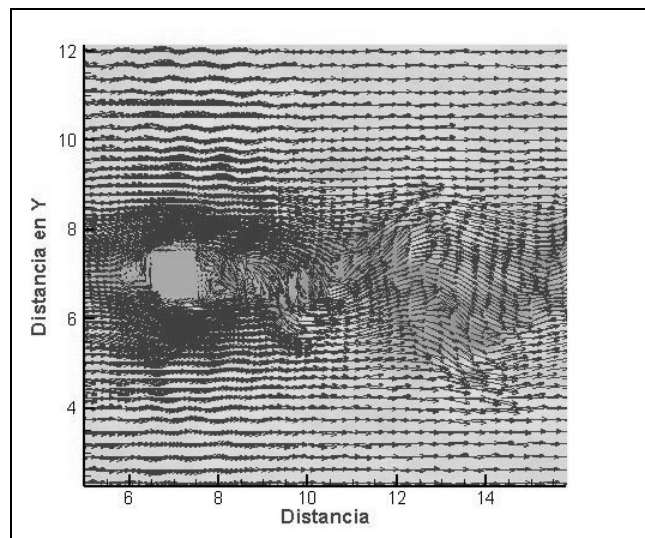


Fig. 27 Campo vectorial de la velocidad

Los vectores representados corresponden a la estructura turbulenta de la velocidad instantánea.

Los vectores que se observan detrás del cilindro son los que llevan la dirección del fluido, lo mismo que sucedía en simulación 1.

Aguas abajo, a partir de $X/L=8$ hasta $X/L=10$, se observa que el vórtice superior es mayor al inferior, eso hace que la estela saliente empuje al flujo hacia abajo, como reacción a esto, el inferior empuja al superior, de tal forma que los vórtices de Von Karman no se equilibran como en el caso anterior y la estela presenta irregularidades hasta terminar la malla.

3.2.2 Presión:

Conforme el flujo se acerca a los 2 cuerpos, la presión va adquiriendo valores cada vez más bajos, y eso se aprecia claramente en el grafico adjunto, mediante el color claro en el inicio de la malla. Como la distancia entre los cuerpos es menor, existe una diferencia respecto a la primera simulación, en donde la presión no influyó de manera determinante.

Revisando con detenimiento la periferia del prisma cuadrado se observan zonas en la cual se tiene una presión que oscila entre los valores de $P=0$ a $P=1.13$. (Fig. 28)

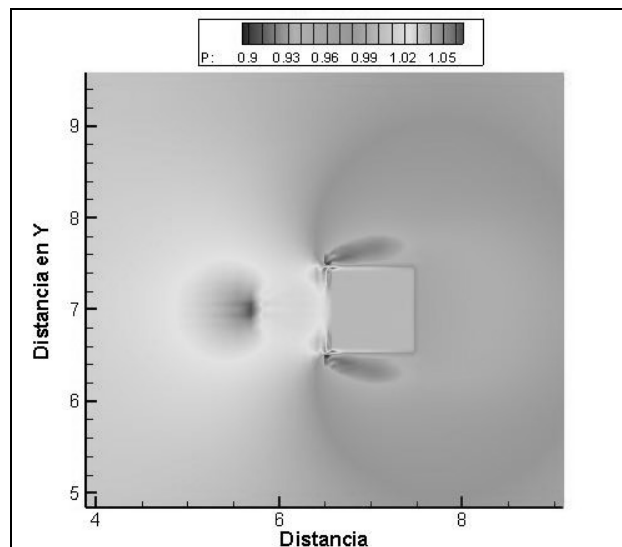


Fig. 28 Presión promedio

La vista de presión promedio tiene los siguientes datos importantes: 17 niveles de simulación, un máximo de 1.068 y una presión mínima de 0.892. Solo tiene un ciclo de ajuste con la distribución continua. La banda superior determina en donde se tienen los mínimos y máximos.

Revisando con detenimiento, se aprecia que solo en el contorno de ambos cuerpos (placa y cilindro) es donde se puede hacer un análisis de la presión, pues en zonas alejadas no hay cambios significativos. Dependiendo de la salida del flujo en la placa, es como posteriormente llegará al prisma cuadrado, y ahí se definen las condiciones de los coeficientes de arrastre y de sustentación. Los vórtices de Von Karman de esta zona son los que interesan.

Una zona interesante que se aprecia es la zona donde se nota un color claro, y que llega hasta el segundo cuerpo. Esta zona se parece un cono que se presentan en los aviones cuando $Ma > 1$, en este caso, el cono es de forma inversa.

Se observa que las ondas de presión entre ellos no son de consideración, pero si vemos la parte superior del prisma, en la esquina superior frente al flujo se nota claramente la presencia de una zona donde la presión es menor respecto al inicio del fluido. Un fenómeno debido al paso del flujo.

Lo que sí es necesario analizar es que aguas abajo del prisma, hay una región en la cual la presión baja mucho, como si se estuviera generando un vacío que atrae al cuerpo, en otras palabras, succiona al cilindro y lo retiene. Traducido esto último en un arrastre mayor.

Con este fenómeno, se demuestra el aumento del coeficiente de arrastre a una distancia menor a la crítica. Se comprobará en páginas siguientes.

3.2.3 Variable Q

En esta segunda simulación, la variable Q tiene la siguiente forma (Fig. 29)

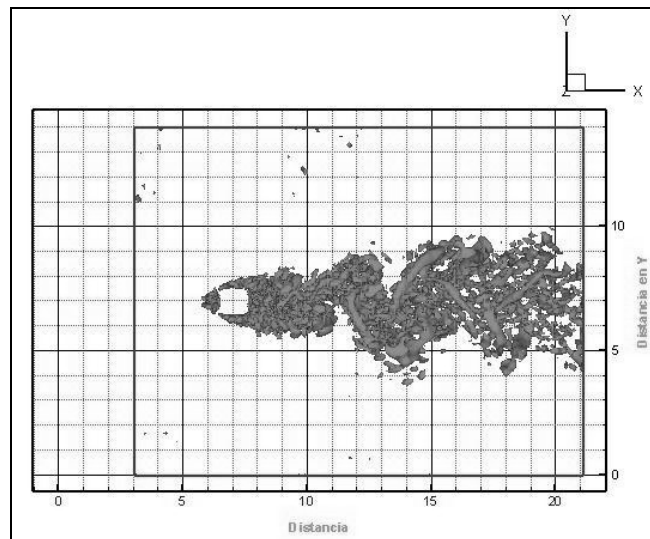


Fig. 29 ISO superficie Q

Se tuvo que eliminar una parte que no aparece en la parte izquierda, pues se tenía mucha “basura” que no aportaba información importante. Esta ISO superficie tiene un valor positivo de 100, con un máximo de 14000 y un mínimo de -16000 a 16 niveles. Para que además no se observaran perturbaciones, se corrigió la imagen con un smooth de 3 pasos.

En esta imagen, se observa que el gradiente de velocidades es muy distinto al del primer caso, pues los vórtices en este evento son mucho mayores a partir de $X/L = 11$, en donde los vórtices de Von Karman se desarrollan libremente. Ciertamente la estela se comporta de la misma manera que en la primera simulación, pero se distorsiona desde $X/L = 10$ hasta $X/L = 11.5$ causado por la velocidad incrementada explicada en el primer punto. Ello hace que existan intensos vórtices.

La distorsión que se observa en este caso también se compara en el siguiente capítulo, junto con las otras 2 variables a considerar.

3.3 Tercera simulación:

En esta última simulación, revisando la variable de velocidad y más a detalle la de presión, se identifica en cuál de las 3 simulaciones se presenta el mayor coeficiente de arrastre. Este es uno de los objetivos que se tuvieron desde un principio, y determinando la relación que hay entre la velocidad y la presión, se llegará a las conclusiones que aparecen en el último capítulo.

Ambos cuerpos, placa y cilindro, mantienen las mismas dimensiones que se especificaron en la simulación 1. En este apartado, la distancia a la cual están los 2 cuerpos es la mayor, con el fin de revisar si existe alteración entre las 3 simulaciones, pues en algunos casos puede ser que se presenten resultados no esperados (Fig. 30)

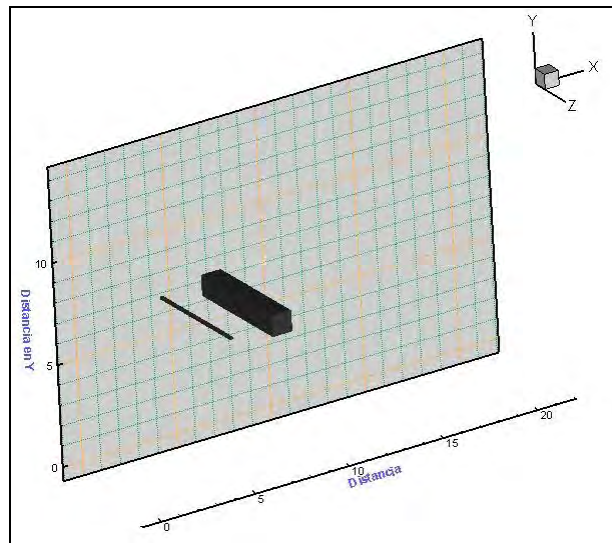


Fig. 30 Vista de simulación 3

La distancia entre los 2 cuerpos es considerable: $3/2 L_c$. la finalidad de este cambio es revisar si a una distancia mayor se modifica de alguna forma el arrastre. Dependiendo de la presión y de la variable Q , la duda será despejada.

3.3.1 Velocidad

La velocidad en esta tercera simulación tiene la estructura que se observa en la figura siguiente; sin embargo, esta estructura no se compara con las simulaciones anteriores, pues en la simulación 1 la estructura estaba más simétrica y de alguna forma, no estaba tan desordenada. En la segunda, se tuvo una estructura que a primera vista, es más desordenada que la primera, y ahora, en esta tercera simulación, revisando la ISO superficie de velocidad, se observa que en la simulación 2 existió el mayor desorden. (Fig. 31)

En esta simulación no hubo necesidad de retirar parte de la malla con en la simulación anterior, pues no se presentaron zonas que solo perturban la información proporcionada.

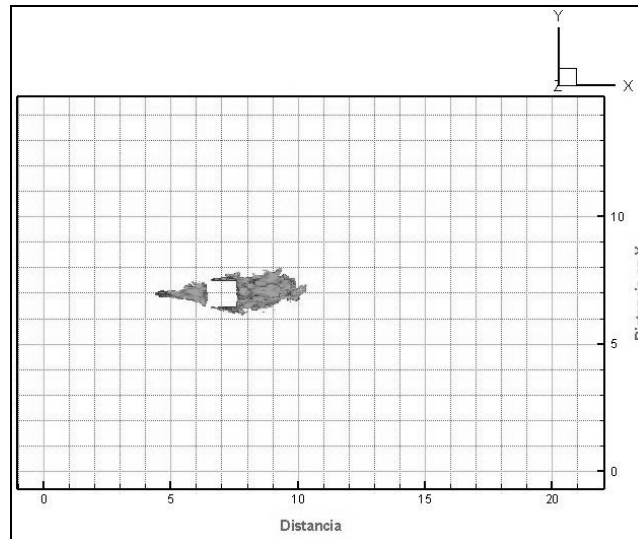


Fig. 31 ISO superficie de velocidad

Esta ISO superficie tiene un valor de -0.1053, con un máximo de 1.836 y un mínimo de -0.752. Se ha dividido en 12 niveles. Solo se ha tomado un ciclo de ajuste.

Desde que el flujo sale de la placa, se observa que la turbulencia formada entre los 2 cuerpos es de una magnitud alta con una zona de recirculación, la cual provoca que se presenten vórtices de Von Karman nuevamente.

Llegando a $X/L = 5.5$, se observa que el vórtice inferior cede a un gradiente de presiones existentes entre cara superior e inferior, lo que provoca la mencionada recirculación. Después de esta región, se observa que en la zona superior disminuye la presión, lo que provoca que la velocidad se desplace hacia arriba (Fig. 32)

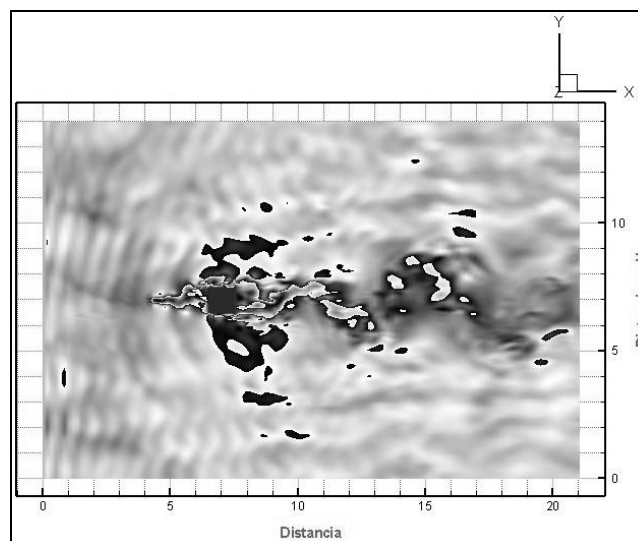


Fig. 32 Espectro de velocidad

Para este grafico, se tomó el mismo valor que la imagen anterior, la diferencia es que en este son 4 ciclos de ajuste, además de ser una visualización continua. Las zonas oscuras son la de mayor intensidad. Se aprecia más a detalle lo referente a la distribución de velocidades desde el contacto con la placa hasta que sale del cilindro.

Con el mismo comportamiento, llega al segundo cuerpo, en donde la estela se estrella con la pared del cilindro, lo que se ve representado en la vista de las presiones en el siguiente punto.

Observando con detenimiento la pared del prisma que recibe el flujo, se nota que las ondas de velocidad se estrellan en la parte superior, de modo que la presión fue mayor debajo del prisma, por eso empuja a la velocidad y por consiguiente existe sustentación.

Terminando de hacer contacto con el prisma, el primer vórtice saliente surge de la parte superior, pues la succión detrás del cilindro hace que esa zona sea vulnerable, y por eso el flujo trata de ocupar esa zona, provocada por la baja presión. En la zona inferior, la estela se comporta de una forma estable en cuanto a la dirección, pues no experimenta cambios importantes.

En $X/L=9$, se comienza a formar un vórtice de Karman, provocado por la saliente del prisma. Sin embargo, desde ahí hasta $X/L=10$, la estela regresa nuevamente a su estado original. A este estado de “regreso” se denomina como restauración.

3.3.2 Presión

Puede haber confusión entre las imágenes del evento anterior y de este. Sin embargo, al revisar los detalles, se determinará que son completamente diferentes.

Como en este evento la distancia existente es grande, se espera que se presente un fenómeno de mucha turbulencia entre los 2 cuerpos (Fig. 33)

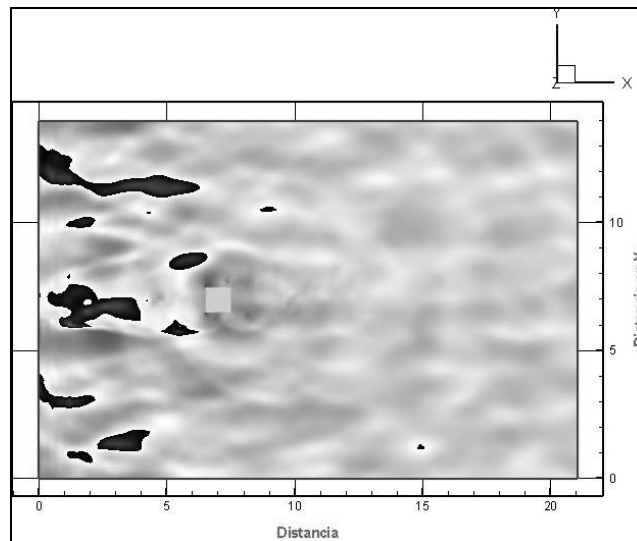


Fig. 33 Contorno de la presión

El contorno de la presión en este tercer caso se ha determinado mediante los valores siguientes: 4 ciclos de ajuste, valor máximo de 1.418 y mínimo de 0.721. Una distribución de niveles de 14 de forma continua. El valor instantáneo que se tomó fue de 0.895. No es un valor tan alto.

La presión se refleja en las esquinas del cilindro, donde se nota el choque de la estela saliente de la placa, lo cual se observa por la coloración oscura del gráfico anterior. Dado que esa imagen no ofrece grandes ventajas para la observación detallada, es

necesario hacer uso de la vista instantánea y del campo vectorial, que ofrecen la dirección y el sentido del flujo en estudio.

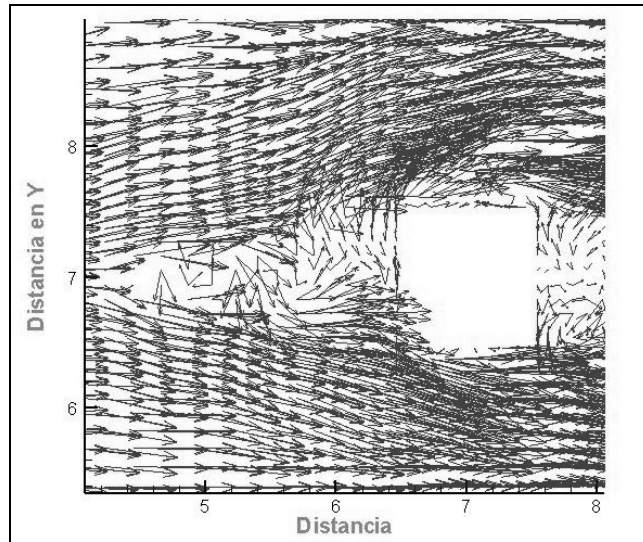


Fig. 34 Campo vectorial de presión

Este campo se ha determinado con las mismas condiciones que los anteriores, y se ha tomado la zona crítica, que es la localizada entre ambos elementos. Es aquí en donde se registra el comportamiento que posteriormente afectará al fenómeno. Los valores determinados son los que se enumeran en el pie de imagen de la figura anterior.

El último vórtice cerca de la pared del cuerpo tiene la dirección hacia arriba, es decir, se tiene un coeficiente de sustentación. Desde que sale del primer cuerpo, se tiene un estado de turbulencia que llega hasta el segundo cuerpo (cilindro). Al final, se crea un estado de sustentación. La vista de los vectores ofrece esta ventaja, pues la ISO superficie no da detalles de este fenómeno.

En el espacio entre los 2 cuerpos hay 5 movimientos importantes: 3 hacia arriba y 2 hacia abajo. A partir de este movimiento, se incrementan los vórtices de Karman.

Como la distancia es notable, las ondas que salen del primer cuerpo (placa) llegan al segundo de alguna forma como si no hubiera estado el primero. Claro que no con la misma intensidad, pero el choque resultante es parecido a que si no tuviera la placa. Por consiguiente, se tiene arrastre mayor (Fig. 35)

En un principio, es cierto, no es tan intenso el choque como en la segunda simulación, pero de algún modo existe un golpe de fluido en las esquinas del cilindro. Una pregunta es saber si la estela saliente de la placa toca las esquinas del cilindro cuando llega a su periferia. De ser así, con más razón existirá una zona de muy alta presión, y eso se traduce en un arrastre mayor.

Si bien el fenómeno de la turbulencia en la segunda simulación fue notorio, lo esperado por los estudios que realizó Igarashi demostró que a una distancia más amplia, la estela no era del todo dispersa, sino que estaba estructurada de forma tal que no generaba grandes oscilaciones. Fue un descubrimiento experimental que por medio del análisis numérico se ha comprobado.

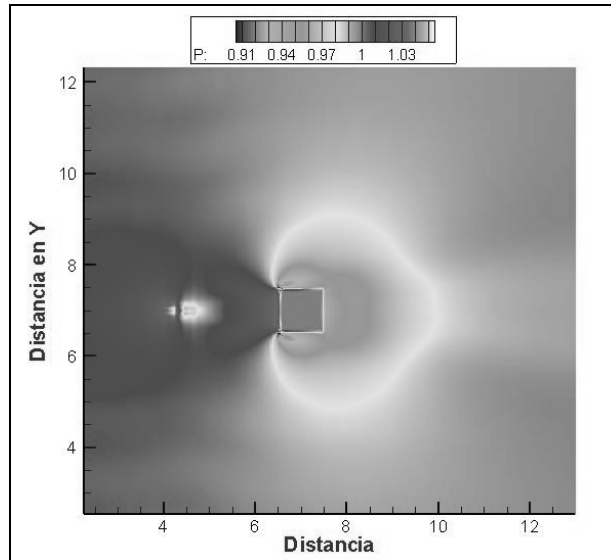


Fig. 35 Espectro de la presión

Para este grafico, se ha tomado, además de los valores mencionados anteriormente 2 ciclos de ajuste. Como valor máximo y mínimo a 1.061 y a 0.902, respectivamente.

En esta figura se observa que el coeficiente de arrastre es distinto a los 2 anteriores.

En resumen, el choque del fluido en el segundo cuerpo hace que aumente el coeficiente de arrastre. Sin embargo, ahora lo importante es descubrir si el arrastre aquí obtenido es mayor que el de la simulación anterior.

3.3.3 Variable Q

Esta variable, tal y como se ha visto en los eventos anteriores, es la que más explica el fenómeno de la turbulencia en la simulación (Fig. 36)

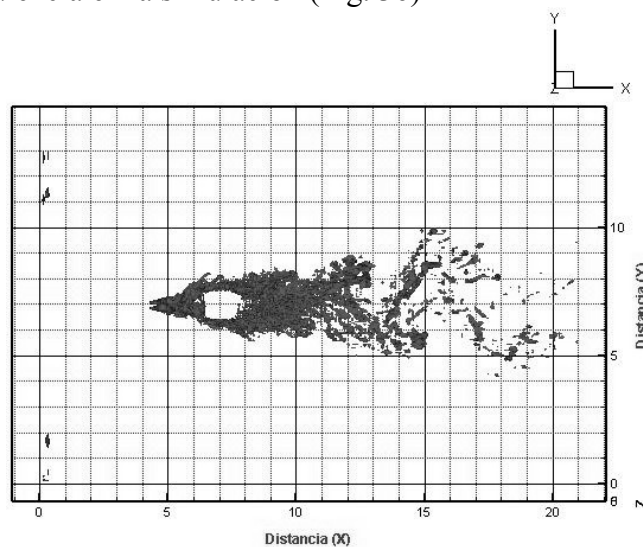


Fig. 36 ISO superficie Q

Para esta figura, se tomo un valor positivo de 100, que fue la misma a los casos anteriores. A esta ISO superficie también se le aplicó un smooth de 3 pasos para eliminar algunas regiones que no aportaban información detallada. El valor máximo de esta variable es de 20207.1 y el mínimo es de -11005.5 el valor tomado es cercano a la mitad de los valores expuestos.

Como se nota en la zona después de la placa, la estela se divide en 2 partes.

Cuando las 2 se unen pasando esa región, el choque de ambas genera que se tenga una reacción que hace que la onda inferior se mueva hacia abajo más rápido que la de arriba. Que hace esto, que en el espacio entre los 2 cuerpos, se tenga una turbulencia que al momento de chocar con el segundo cuerpo, salga una onda por la parte inferior más grande que en la parte superior, se ahí que se tenga una presión más alta abajo y por consiguiente, sustentación más alta.

Un efecto interesante es el que se observa en la pared del cilindro, en donde se tiene una zona donde la variable Q no tiene gran influencia (Fig. 37)

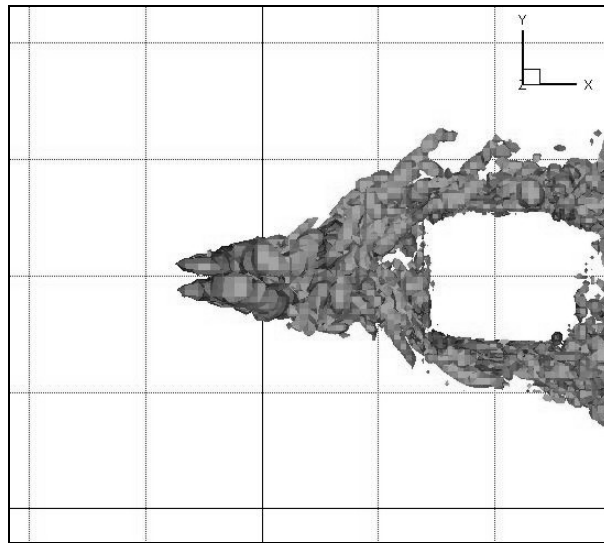


Fig. 37 ISO superficie Q (división de estela)

Vista en donde se observa la división de estela. Los valores en esta ISO superficie son los mismos que en el gráfico anterior.

La estela que sale de la placa, como se comentó anteriormente, se parte en 2 y un instante antes de llegar a la cilindro, la diferencia de presiones hace que las 2 ramas se deslicen por la periferia. Esta zona corresponde a un límite en donde el arrastre es menor. Esto se explicará en páginas siguientes.

Saliendo de los 2 cuerpos, lo que se observa es que el primer invariante del tensor velocidad tiene una estructura muy compleja. El primer vórtice que se aprecia es en la parte superior, es como si está intentando hacer que el cuadrado baje de su posición, como si la dirección cambiara y quisiera disminuir la sustentación. Desde $X/L=8$ hasta $X/L=10$, la estela se comporta de alguna forma estable, pues no tiene vórtices de Von Karman con magnitudes considerables.

Así como en los casos anteriores, la vista de ISO superficie no ofrece la información de la dirección y sentido del flujo por su transcurso en la malla, es por eso que se requiere de nuevo la vista de vectores (Fig. 38).

En este gráfico se observa la distribución del flujo que está en el fenómeno, así como la estructura de los vórtices que se ve de alguna forma muy definida.

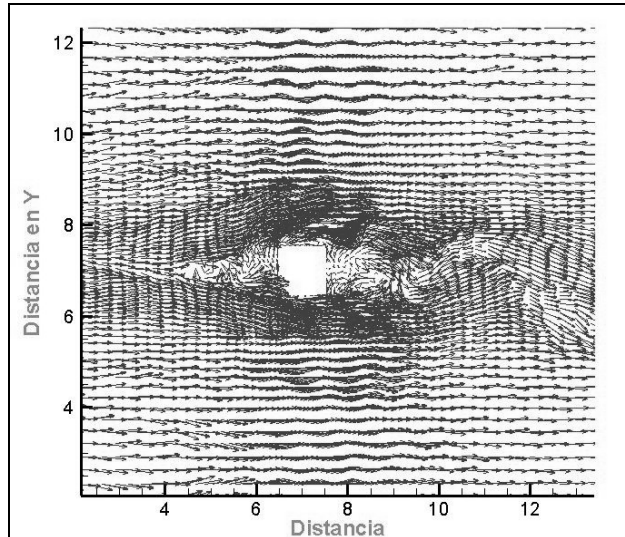


Fig. 38 Campo vectorial Q

Nótese que en este campo se mantiene la estructura de “contorno”, para mejor ubicación del fenómeno. El acercamiento es para observar la estructura de Q conforme avanza por la superficie de los cuerpos. La única diferencia es que en este caso, se tomó un ajuste de 1 ciclo.

Revisando lo que sucede después de la placa, se generan 4 vórtices de Von Karman antes de hacer contacto con el prisma.

El último de los vórtices es el que golpea al prisma en la parte inferior, y ese también es el causante de que haya una zona vacía.

Aguas abajo del cilindro se observa que la estela se distorsiona a partir de $X/L = 12$ hasta $X/L = 15$. Posteriormente, la estela es completamente desordenada, aunque caprichosa, pues está muy bien definida.

Comparando esta simulación con las anteriores, ésta muestra aspectos interesantes que se comparan en el capítulo que sigue, donde se explican a detalle cada una de las simulaciones. Además de revisar si las hipótesis que se plantearon fueron correctas o no.

El análisis será basado en las gráficas de las variables que fueron involucradas y en los cuadros comparativos que resumirán los datos más importantes a considerar. Cada uno de ellos determinará lo que se busca en los objetivos: en cuál de las 3 simulaciones se encuentra el mayor arrastre.



Capítulo IV

Análisis de Resultados

*“Porque el Señor da la sabiduría,
de su boca proceden la ciencia y la inteligencia”*

Prov. 2, 6

En este capítulo se comparan los resultados obtenidos en el capítulo anterior.

Cada una de las 3 simulaciones y sus variables (U , P , Q) serán analizadas para corroborar las hipótesis que se fueron desarrollando en las páginas anteriores. La finalidad: determinar si hubo cambios en los coeficientes de arrastre y de sustentación, que corresponden al segundo objetivo de este trabajo.

4.1 Velocidad

Para esta variable, en cada simulación se tomaron 100 puntos. Cada punto tiene su “pareja”, pues es un plano cartesiano en 2D, para no perder la relación entre la velocidad y la distancia (X/L).

Los puntos fueron seleccionados con ese espaciamiento para no tener problemas con la sobreposición de los mismos.

Las graficas siguientes describen el comportamiento de la velocidad en las 3 simulaciones.

Lo observado en la primera simulación es: (Fig. 39)

- La velocidad del flujo a partir de la distancia $X/L = 4$ comienza a experimentar una disminución que llega hasta el contacto con la placa aguas arriba del cilindro cuadrado.
- La velocidad sigue disminuyendo hasta la distancia de $X/L = 5.6$, que es donde se encuentra la placa. En ese momento, la velocidad experimenta un cambio debido al contacto. Inmediatamente después de eso, se nota que hay un aumento de la velocidad debido al gradiente de presiones generado detrás de la placa. En la grafica corresponde de $X/L = 5.6$ hasta $X/L = 6.5$.
- Después de esta distancia, es donde está el cilindro cuadrado, y se presenta algo curioso: la velocidad se mantiene constante en el contacto con el cilindro. Esto sucede porque no se generan vórtices de Von Karman sobre la superficie de contacto, sino que se generan detrás del cuerpo (aguas abajo).

- A la distancia $X/L = 8.2$, detrás del cilindro, hay de nuevo la disminución de la velocidad por los efectos de los vórtices de Karman, pues tratan de retener el flujo. Llega a una velocidad mínima de $U/U_{ref} = -0.445$, y después de eso, la velocidad, debido a las reacciones de los mismos vórtices y a las fluctuaciones turbulentas hacen que aumente la velocidad en forma importante.
- El valor máximo de velocidad registrado es de $U/U_{ref} = 0.93$ a una distancia de $X/L = 13.44$. En otras palabras, el flujo tiende a regresar a la velocidad inicial.

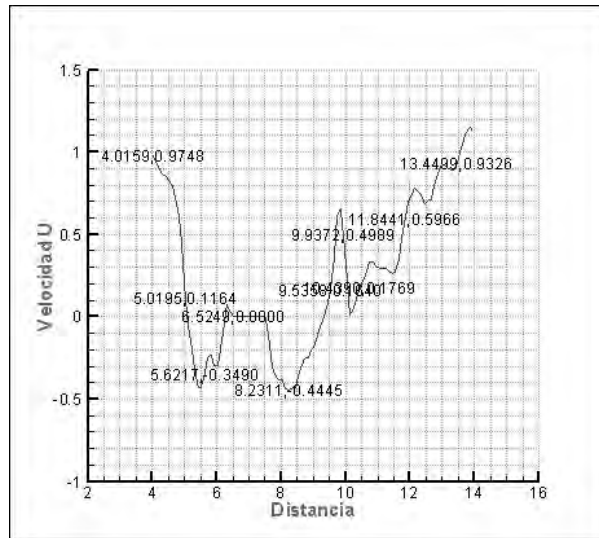


Fig. 39 Velocidad en Caso 1

Lo observado en la segunda simulación fue: (Fig. 40).

- La velocidad antes de la placa tiene un comportamiento muy parecido al que se revisó en el primer caso, llegando a una velocidad de $U/U_{ref} = -0.005$. Cuando el flujo hace contacto con la placa, se acelera un poco y después disminuye por los vórtices de Karman.
- Se observa algo interesante: como la placa está más cerca del cilindro, no da tiempo a que los vórtices se formen como en el ejemplo anterior, por eso la velocidad no disminuye significativamente.
- Durante el contacto con el cilindro, la velocidad de nuevo permanece constante, como en el caso anterior.
- Después de esto, la turbulencia genera un gradiente de presión muy alto, que hace disminuir la velocidad hasta un valor de $U/U_{ref} = -0.39$ a una distancia de $X/L = 8.2$. Una vez que los vórtices de Karman se desarrollaron, se van experimentando incrementos y disminuciones de velocidad hasta llegar a un valor máximo de $U/U_{ref} = 0.87$ a una distancia de $X/L = 16.55$.
- Para este caso, la distancia en la cual alcanza la velocidad inicial es mayor que en el caso anterior, pues la placa influyó para que se formaran más vórtices y se desarrollara más estela.

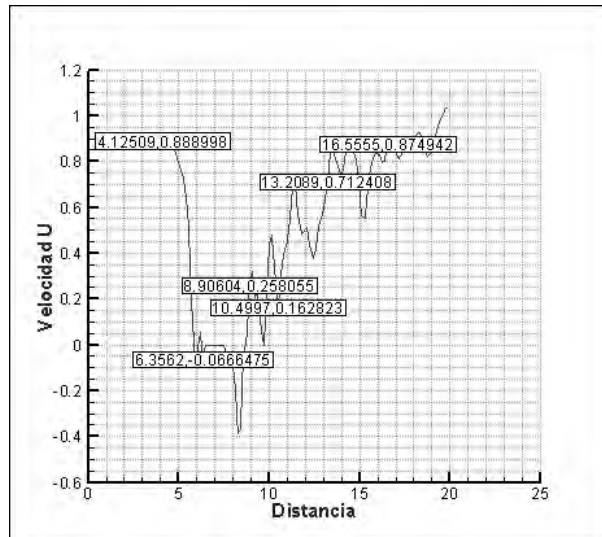


Fig. 40 Velocidad en Caso 2

En la tercera simulación (Fig. 41), se observa lo siguiente.

- La velocidad, al igual que en los 2 casos anteriores, experimenta una disminución que llega hasta $U/U_{ref} = -0.04$.
- Después de este punto, la curva de velocidad es muy diferente respecto a las otras 2, pues la estela que sale de la placa a una distancia de $X/L = 5$, genera inestabilidades hasta llegar al cilindro, en otras palabras, los vórtices de Karman crearon una estela irregular.
- En $X/L = 6.5$ es cuando el flujo toca al cilindro, sin embargo, la estela producida por la placa hace que no exista un contacto uniforme, es decir, la estela cubre completamente al cilindro y no hay una sección de velocidad uniforme.
- Aguas abajo del cilindro se observa una disminución de velocidad debida a los vórtices de magnitudes significativas. Los gradientes de presión son tan altos que provocan fluctuaciones importantes. De ahí que la curva tenga ese comportamiento tan extraño, y más en la región que va desde $X/L = 9.40$ hasta $X/L = 10.42$.
- El punto final de la curva tiene una velocidad de $U/U_{ref} = 0.7$ la inicial, con la particularidad de que va disminuyendo en esa región. .

La grafica siguiente explica visiblemente lo anterior.

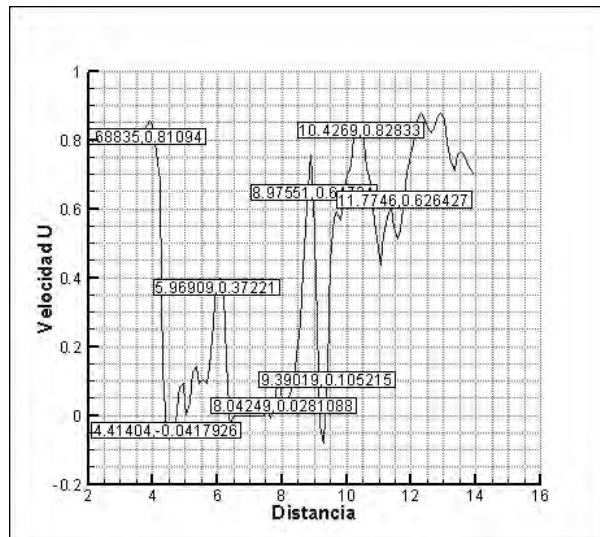


Fig. 41 Velocidad en Caso 3

4.2 Presión

Revisando estas gráficas sabremos en cuál de los 3 casos existe el mayor arrastre, así de simple.

En la primera simulación, se observa lo siguiente (Fig. 42)

- El comportamiento de la presión es parecido al de la velocidad hasta $X/L=5.05$, que es donde se encuentra la placa. En ese momento, la presión aumenta en la dirección longitudinal debido al choque con la placa.
- En el espacio que hay entre la placa y el cilindro, la presión disminuye debido al gradiente existente en la zona detrás de la placa, pero aumenta en $X/L=6.02$.
- A la distancia $X/L=.48$ antes de hacer contacto con el cilindro, la presión vuelve a aumentar por los vórtices de Karman generados.
- Al momento de hacer contacto con el cilindro, se incrementa la presión a un valor de $P=1$, y se mantiene constante en la superficie del cilindro, pero pasando esta zona (aguas abajo), experimenta la caída más pronunciada de todas las existentes, eso debido a que el gradiente de presión es muy alto.
- Pasando $X/L=8$, la presión vuelve a incrementarse de forma importante, pues la estela saliente crea ondas importantes y llega hasta un valor de $P=1.025$.
- Después de este punto, va disminuyendo, pues los vórtices ya no son tan pronunciados.
- Considerando la forma de la curva, que no tiene fluctuaciones considerables, se considera que el C_D (coeficiente de arrastre) es aceptable. El valor será expresado posteriormente.

Esta grafica representa lo antes expuesto:

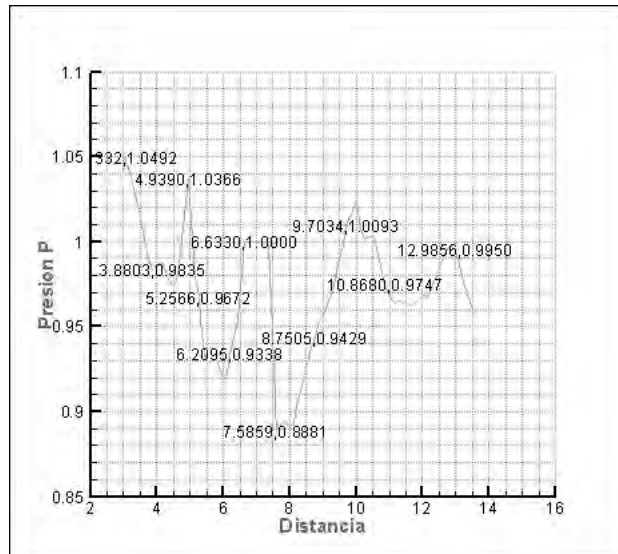


Fig. 42 Presión en Caso 1

Revisando la segunda simulación: (Fig. 43)

- El gradiente de presión detrás de la placa es alto, por lo cual la presión baja de un valor de $P= 1.11$ hasta un valor de $P= 1$. Después de esto, en el espacio de la placa y el cilindro, hay una recuperación de presión, pero al ser muy estrecho el espacio entre ambos, no es de consideración.
- Al hacer contacto con el prisma, la presión se mantiene constante, pero aguas abajo del mismo, la presión cae hasta un valor de $P= 0.928$, no es mucho, sin embargo, al hacerlo en una distancia muy corta, genera turbulencia y vórtices de Karman importantes.
- A la distancia $X/L= 8.5$, la presión vuelve a recuperarse y llega a estar 10% arriba de la presión inicial, pero ya con los vórtices de Karman, la presión irá cambiando tal y como se muestra en la figura anexa.
- Dada la forma de la gráfica con esos altibajos, se considera que el C_D es mayor comparado con el primer cuerpo, pues los gradientes de presión tan intensos en una distancia corta genera retención de flujo, en otras palabras, arrastre.

La grafica adjunta es la siguiente:

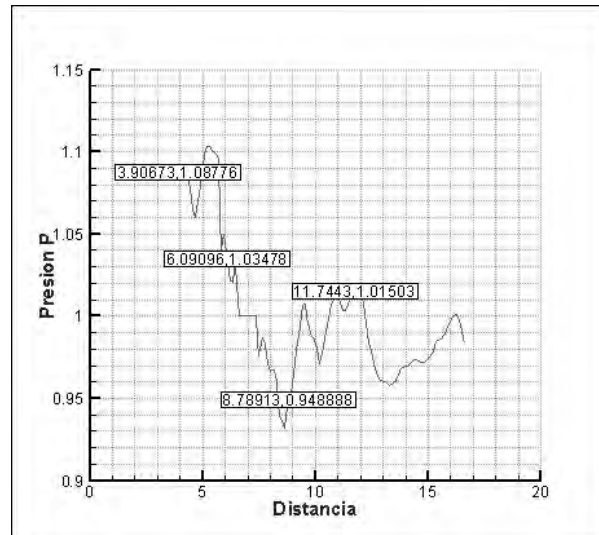


Fig. 43 Presión en Caso 2

Revisando la tercera simulación (Fig. 44)

- La presión se comporta como la velocidad hasta $X/L = 4.33$, que es donde hace contacto el flujo con la placa.
- Después de esto, la presión cae de forma importante, y en este caso, al ser una distancia mas amplia, la presión tiene espacio para una recuperación, lo que se ve en $X/L = 5.5$, pero de nuevo disminuye porque se acerca al cilindro en estudio.
- Llegando al cilindro, la presión se mantiene en el valor de $P = 1$, como en los casos anteriores.
- Aguas abajo del cilindro, debido a los vórtices de Karman, la presión baja hasta un valor mínimo de $P = 0.93$ la presión inicial.
- A comparación del caso anterior, no existen gradientes de presión tan grandes, por lo que puede considerarse que el arrastre es menor que el caso anterior, pero mayor al primero.
- La gráfica demuestra que la presión tiene variaciones importantes, pero no tan grandes como las de la simulación anterior.

Lo anterior se resume en lo que sigue.

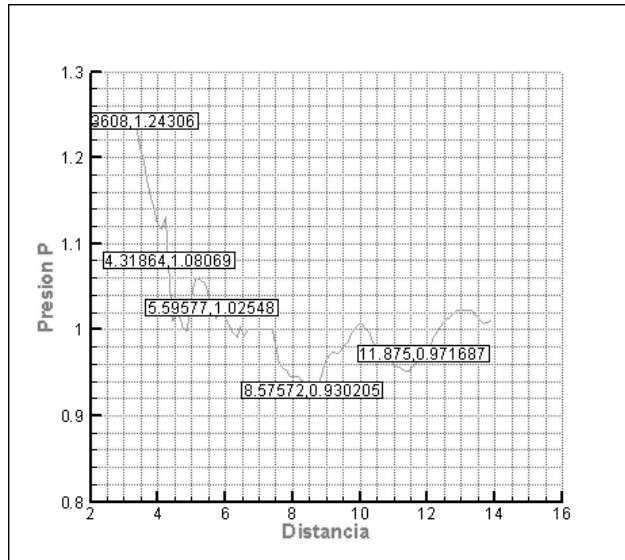


Fig. 44 Presión en Caso 3

4.3 Variable Q

Esta variable, el primer invariante del gradiente de velocidad, tiene características muy peculiares, pues no se observan cambios importantes en los 3 casos. Por tal motivo, el análisis de esta variable no se presenta en este trabajo.

Hasta ahora, se han revisado las variables que se establecieron en un principio, pero faltan las más importantes, que son las mencionadas en los objetivos de este trabajo: el coeficiente de arrastre y el coeficiente de sustentación.

Después del análisis de las variables U , P y Q , es necesario hacer énfasis en la segunda, pues como se explicó en un principio: analizando la presión se conocerá en cuál de las 3 simulaciones se obtiene el mayor arrastre.

Además se explica cómo influye el choque de la estela en el cilindro. Esta información ofrece que tanto influye en el arrastre el fenómeno de la estela que pega contra la pared comentada.

4.4 Coeficientes de Arrastre y de Sustentación en las 3 simulaciones.

Durante el desarrollo de este trabajo se ha comentado la importancia de saber cómo es que se comportan estos 2 valores unidimensionales. En este apartado se comprueban las hipótesis que se desarrollaron en el presente escrito, y así determinar si en la primera simulación el coeficiente de arrastre es menor que en los otros 2.

Cada uno de los casos se desarrolla por separado, para al final hacer una comparación (Tabla 1) como las descritas anteriormente. Las graficas son analizadas en SigmaPlot.

4.4.1 Arrastre

Se analiza este coeficiente, como parte del objetivo, determinar en cuál de las 3 simulaciones es mayor.

4.4.1.1 Primera simulación

Por medio del campo vectorial, es posible determinar lo que sucede en la pared aguas arriba del cilindro, pues a partir de ello el arrastre puede ser mayor.

La vista instantánea de la velocidad da la información necesaria del choque del flujo, si es que existe. Esto lo vemos en la figura anexa:

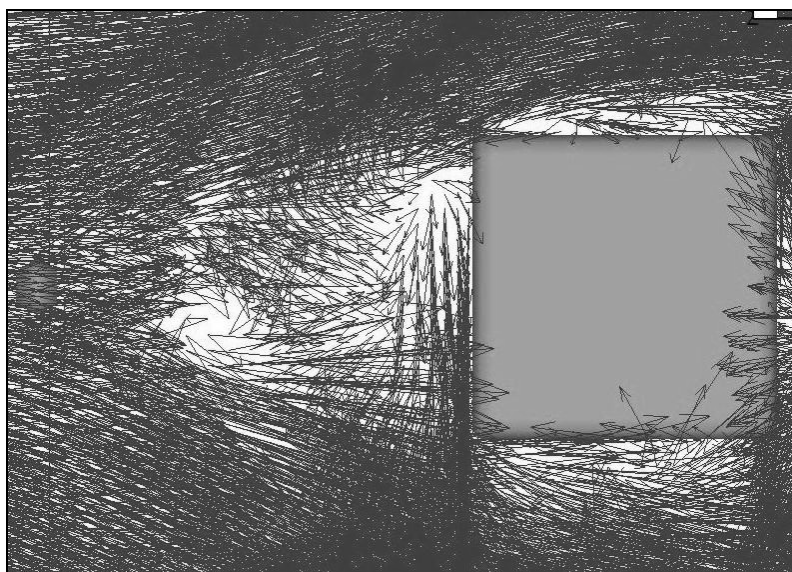


Fig. 45 Vectores en la simulación 1

El choque que se presenta en la parte inferior del cilindro significa un incremento en el arrastre, pues la distancia a la que está el cilindro no es la suficiente como para que no haya contacto de los vórtices con la pared aguas arriba.

Aun así, el arrastre que se expresa en la Tabla 1 es considerable, pero como se revisará en las 2 simulaciones que faltan, es el arrastre de menor intensidad.

A la distancia crítica de $L_c = 1.45$, el coeficiente de arrastre tiene el siguiente comportamiento:

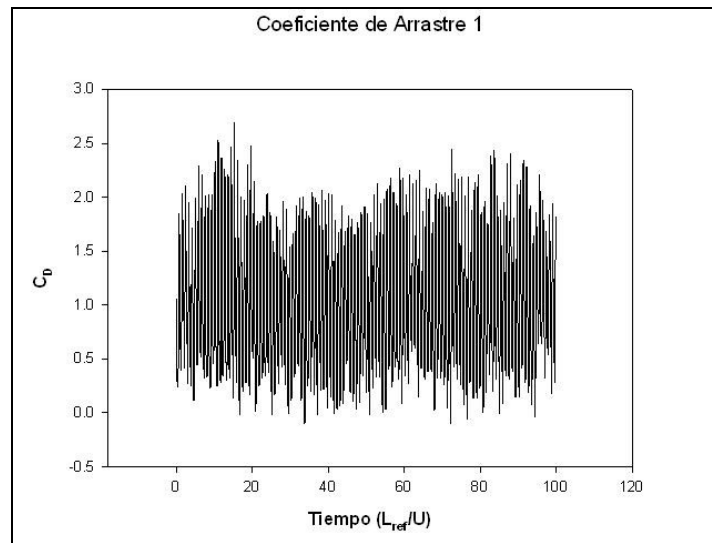


Fig. 46 Arrastre a la Distancia Crítica

Es muy distorsionado el comportamiento de la curva, pero una forma de revisar los datos contenidos en este gráfico es por medio de los valores máximos, mínimos, promedios, etc. Es decir, una relación de valores estadísticos para que, a partir de ellos, sea más fácil la comparación entre las 3 simulaciones y se concluya satisfactoriamente más adelante.

Según los datos observables en Tabla 1, se clasifican en:

- ✦ Valor promedio del coeficiente de arrastre (columna 3) de $C_{DP} = 1.023$
- ✦ Un valor medio de $C_{Dme} = 0.88$
- ✦ Máximo de $C_{DM} = 2.69$
- ✦ Mínimo de $C_{Dm} = -0.13$

Al hacer la comparación con las otras 2 simulaciones, se sabrá en cual es donde el coeficiente de arrastre es mayor.

La primera hipótesis que se planteó es que en este primer caso, el arrastre es menor.

4.4.1.2 Segunda simulación

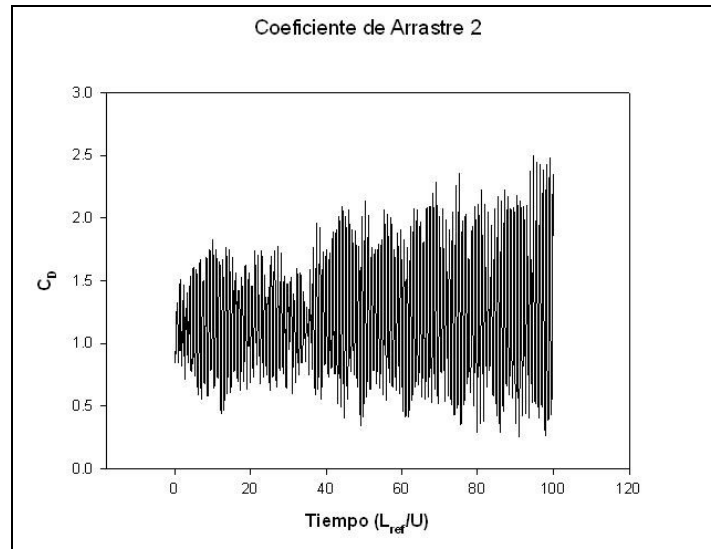


Fig. 47 Arrastre a $\frac{1}{2}$ Distancia Crítica

El gráfico muestra el coeficiente de arrastre en 3 estados conforme transcurre el tiempo. En un principio, hay un valor mínimo de arrastre cerca de $L_{ref}/U=38$, pero se modifica conforme pasa el tiempo.

La gráfica tiene un cambio interesante. A partir del tiempo $L_{ref}/U=45$, se da un fenómeno de desequilibrio que afecta en gran medida el valor promedio del coeficiente de arrastre, provocando que sea un valor alto.

- ✦ Valor promedio del arrastre es de $C_{DP}=1.1991$
- ✦ Valor medio de $C_{Dme}=1.459$
- ✦ Máximo de $C_{DM}=2.500$
- ✦ Mínimo de $C_{Dm}=0.25$

La relación que tiene la gráfica en la parte final del evento hace que se incremente el coeficiente de arrastre y por consiguiente, se comprueba que el arrastre en este evento es mucho mayor, con una magnitud de $C_D=2.50$

Una prueba del porque se tiene un arrastre mayor en esta segunda simulación es por medio de la imagen de velocidad en la forma instantánea, en donde se parecía la estructura de los vectores que llegan a la pared aguas arriba del cilindro y que muestran los vórtices de von Karman.

La estructura vectorial mostrada a continuación será de gran ayuda para determinar cómo es que se presenta el incremento del arrastre.

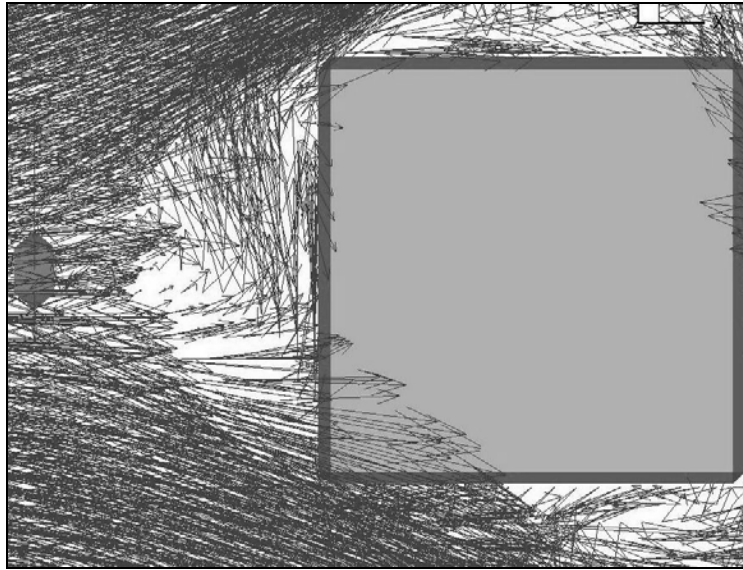


Fig. 48 Detalle de los vórtices de Von Karman

Se observa que en la zona entre los 2 cuerpos existe flujo que provoca la existencia de recirculación. Incluso se puede observar que el flujo sale de la malla de simulación, es por eso que se ve que los vectores se incrustan dentro del cilindro, pero la verdad es que están por fuera de la malla. La inestabilidad del flujo hace que exista la zona mencionada.

4.4.1.3 Tercera simulación

Hay en algunos puntos mucha distorsión respecto a esta tercera simulación, pero al revisar la Tabla 1, y comparando con los valores que se obtienen, es correcta la hipótesis que se plantea en un principio: en la tercera simulación el arrastre es mayor a la primera, pero menor que la segunda. Por tanto, el arrastre mayor se presenta en la segunda simulación.

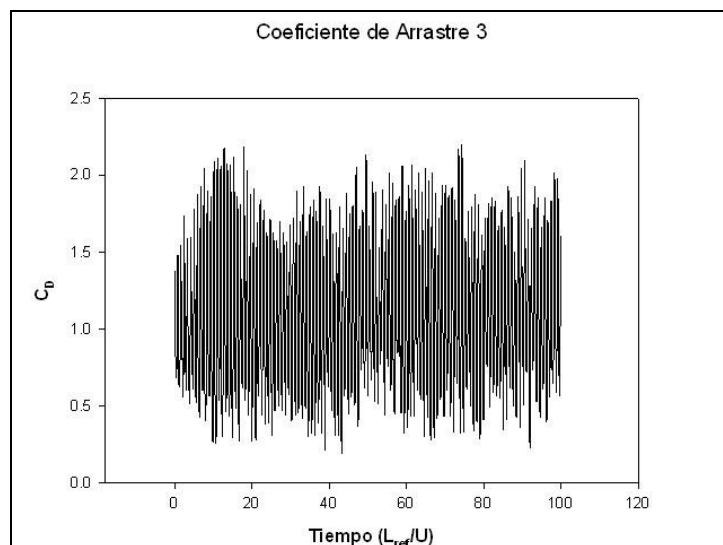


Fig. 49 Arrastre a 3/2 la Distancia Crítica

Resumiendo lo anterior:

- Valor promedio del arrastre es de $C_{DP}= 1.0776$
- $C_{DP}= 1.023 < C_{DP}= 1.0776 < C_{DP}= 1.1991$ (mayor al primero pero inferior al segundo)
- Valor medio de $C_{Dme}= 0.9988$
- Máximo de $C_{DM}= 2.1978$
- Mínimo de $C_{Dm}= 0.1898$

Estos 2 últimos son sólo una medida de cuanto se distorsiona el arrastre en este evento.

La presencia de un menor arrastre se plasma en la figura siguiente, en donde se aprecia que los vórtices de Von Karman son menos inestables.

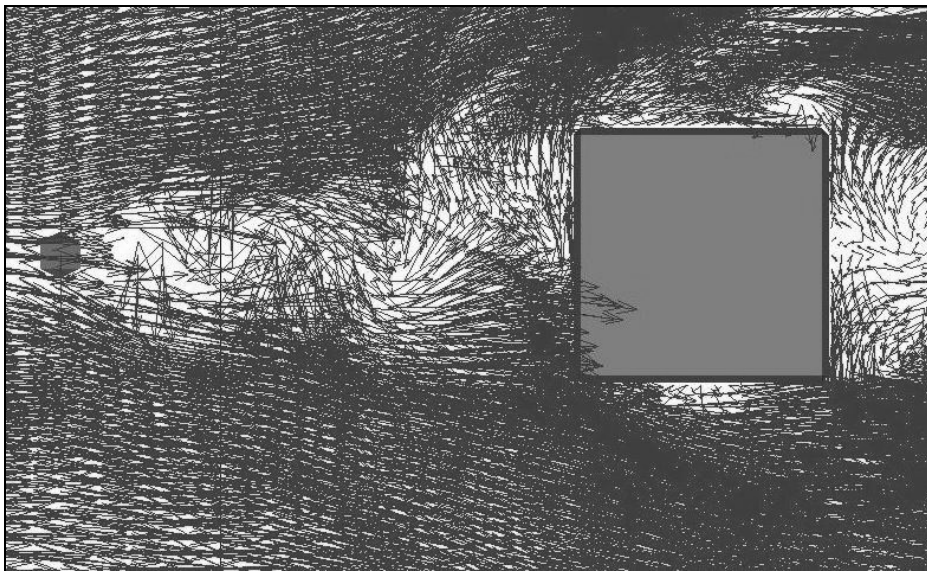


Fig. 50 Vórtices en la tercera simulación

En esta figura, se observa que los vórtices que chocan con la pared no llevan la misma intensidad que en la simulación anterior.

Desde que salen de la placa, los vórtices se van distribuyendo de una forma que no afecta a gran medida la pared al hacer contacto con ella.

A diferencia de las 2 simulaciones anteriores, la estructura presentada aquí es de menor intensidad.

Con esto último, se determina que en la tercera simulación, el arrastre es menor.

4.4.2 Sustentación

Falta un coeficiente, el de *sustentación*.

Para este valor unidimensional, se analizan tanto las gráficas como los cuadros estadísticos, con el fin de revisar el comportamiento de la sustentación en el cuerpo en estudio.

La importancia de este valor adimensional es la deducción de la turbulencia y de la forma en que se presenta en el cilindro de sección cuadrada.

4.4.2.1 Primera simulación

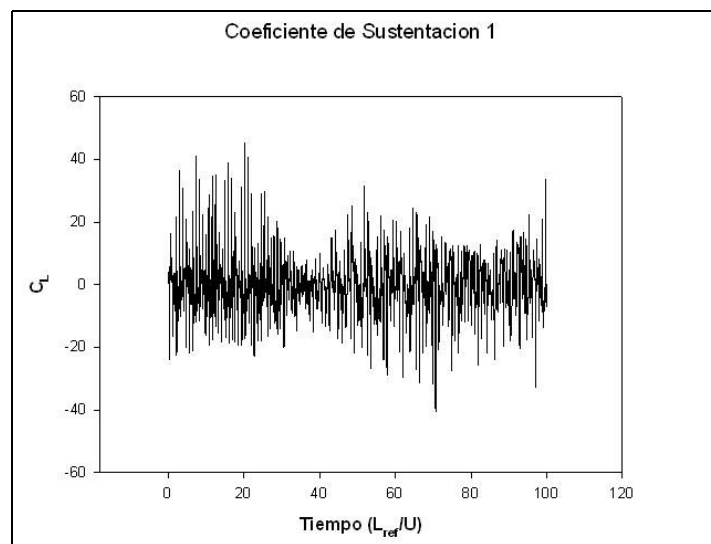


Fig. 51 Gráfica de la primera simulación

Se observa la variación del coeficiente de sustentación a lo largo de tiempo.

En la primera simulación:

- Valor promedio es de $C_{LP} = -0.1619$
- Valor medio de $C_{Lme} = -0.1268$
- Valor máximo de $C_{LM} = 45.1915$
- Valor mínimo de $C_{Lm} = -40.3273$

Estos valores serán comparados con los que se obtengan de los demás para revisar si de verdad hay algún cambio significativo y además determinar en qué caso la sustentación es mayor.

A diferencia del arrastre, en la sustentación no se realizó hipótesis alguna, por lo que lo obtenido es completamente nuevo en este problema.

4.4.2.2 Segunda simulación

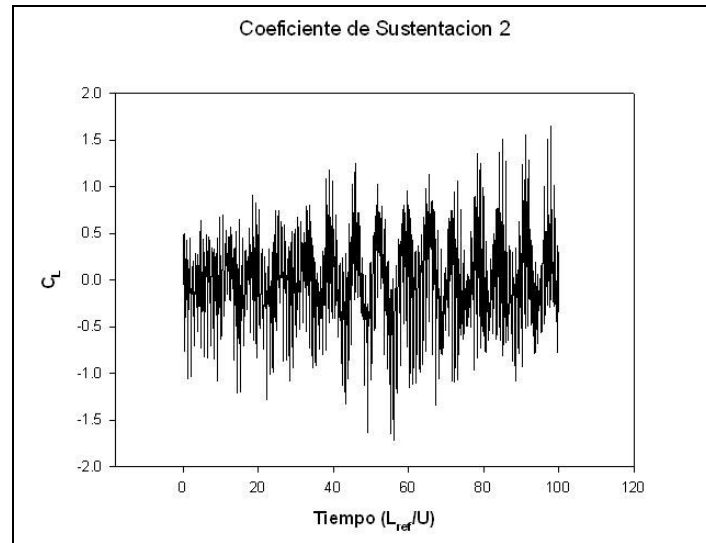


Fig. 52 Gráfico de la segunda simulación

En este segundo caso, la curva de la sustentación es un más definida que la anterior, pues conforme pasa el tiempo, se mantiene constante hasta el tiempo $L_{ref}/U = 35$, pero después de eso, existen 4 perturbaciones importantes, en una de ellas se presenta la mínima sustentación.

Después de esa zona, se observa un incremento en la sustentación, hasta llegar a un máximo.

Resumiendo lo anterior, se tiene que:

- Valor mínimo $C_{Lm} = -1.7163$
- Valor máximo $C_{LM} = 1.6464$

No es nada extraño, pero si revisamos la simulación anterior, la diferencia es bastante: en esta segunda simulación prácticamente no hay sustentación, y eso es debido a que toda la energía del fluido que se desplaza por la superficie del cuerpo se convierte en arrastre, por lo cual no hay condiciones necesarias para la existencia de sustentación.

4.4.2.3 Tercera simulación

Terminando estos estudios, se llega a la última simulación, en donde la sustentación se compara con las simulaciones anteriores.

Lo comentado en estos 3 apartados es información que no se había tenido registro anteriormente. Son resultados nuevos que como se expresa en “estudios posteriores”, se pueden usarse para trabajos más desarrollados, y así tomar nuevos caminos de investigación en esta rama de la ingeniería.

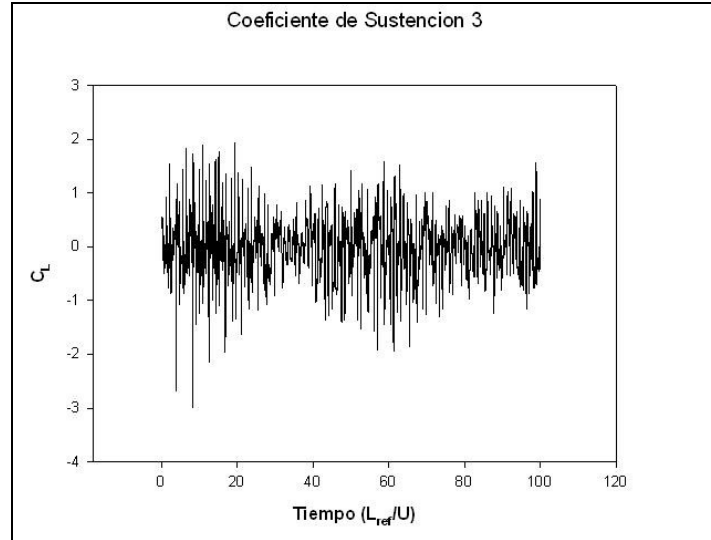


Fig. 53 Gráfica sustentación

En esta última simulación, se observa que antes del tiempo $L_{ref}/U= 20$ se presenta la zona en la cual se tiene la mínima sustentación, después de eso, se estabiliza y trata de estar constante en el valor de cero, pero inmediatamente después hay sustentación, tanto positiva como negativa; ese comportamiento se mantiene todo el tiempo restante.

Los valores importantes de este coeficiente son:

- El promedio $C_{LP} = -0.0104$
- Valor medio o mediana $C_{Lme} = 0.0113$
- El mínimo $C_{Lm} = -2.9794$
- El máximo $C_{LM} = 1.9354$

De nuevo, como en el caso anterior, los valores son muy bajos comparados con la primera simulación, sin embargo, comparando la segunda y esta última, se observa que:

- ***El promedio en simulación 3 es menor que en simulación 2***
- ***El valor medio o mediana en simulación 2 es menor que en simulación 3***
- ***El valor mínimo en simulación 2 es mayor que en simulación 3***
- ***El valor máximo en simulación 2 es menor que en simulación 3***

Todo lo anterior está plasmado en la siguiente tabla, donde están contenidos los resultados completos y más importantes de las 3 simulaciones, como son los valores promedio, la mediana, la desviación estándar y máximos y mínimos.

	VARIABLE		SUSTENTACIÓN			ARRASTRE	
VALORES		SIMULACIÓN 1	SIMULACIÓN 2	SIMULACIÓN 3	SIMULACIÓN 1	SIMULACIÓN 2	SIMULACIÓN 3
PROMEDIO		-0.1619	3.25E-03	-0.0104	1.0123	1.1991	1.0776
MEDIANA		-0.1268	7.93E-03	0.0113	0.8851	1.1459	0.9988
DESVIACION STD		8.6796	0.4188	5.07E-03	6.05E-03	0.4559	0.4776
MAXIMO		45.1915	1.6464	1.9354	2.695	2.5008	2.1978
MINIMO		-40.3273	-1.7163	-2.9794	-0.1001	0.2563	0.1898

Fig. 54 Tabla 1

Todos los resultados están condensados en esta tabla, desde el arrastre hasta la sustentación de cada uno de los eventos, para una forma más fácil de analizar los resultados.

Los datos arrojados en la simulación correspondiente al valor de arrastre fueron distintos a los que se observan en Tabla 1.

Cada uno de los valores correspondientes al coeficiente de arrastre (C_D) fue modificado mediante la relación:

$$C_D = \frac{2}{\gamma(Ma)^2}$$

Donde:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Y Ma es el número de Mach, descrito como:

$$Ma = \frac{U_{ref}}{U_{sonido}}$$

Revisando la lista anterior, es importante comentar que cuando la placa está más cerca del cilindro (simulación 2), hay menor sustentación, pero mayor arrastre.

Análogamente, cuando la distancia entre ambos es amplia, hay menos sustentación en la tercera simulación que en la segunda. Para más detalles, en conclusiones.

Para que no faltaran datos, se completó la Tabla 1 con los valores estadísticos más importantes, y de esta forma sea más fácil la consulta de estos valores en un futuro.

Un aspecto que falta por explicar antes de terminar esto, es lo que sucede con la velocidad denominada como U_{rms} . Esta velocidad es graficada para determinar la intensidad de la turbulencia a partir de la grafica de tiempo vs velocidad promedio.

La velocidad U_{rms} es la velocidad que se localiza por arriba y por debajo de la línea de velocidad promedio, es decir, el valor medio de la velocidad es la referencia. A partir de

ahí, se observa en que zonas de la malla se tiene una inestabilidad de la velocidad. Si la distancia es mucha entre la referencia y el valor máximo o mínimo de la velocidad, entonces se trata de una zona de alta turbulencia y de alta inestabilidad. Esta velocidad será analizada en las 3 simulaciones, y lo esperado es que cuando se vea la segunda, se explique el porqué un arrastre mayor que en las 2 restantes.

Las graficas que dan la estructura se denotan a continuación:

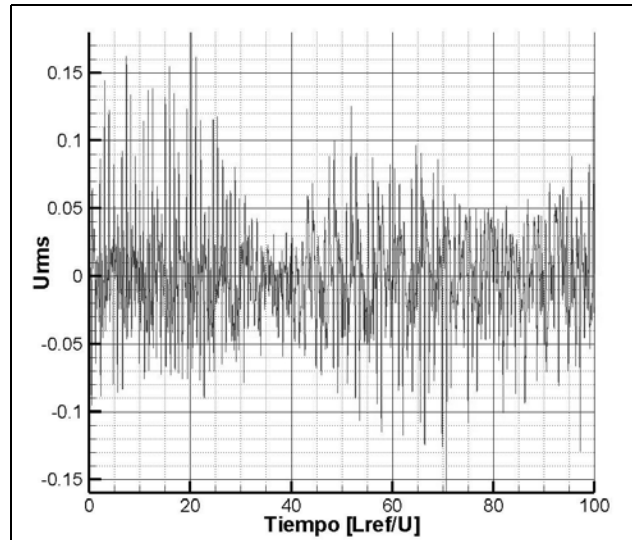


Fig. 55 U_{rms} en primera simulación

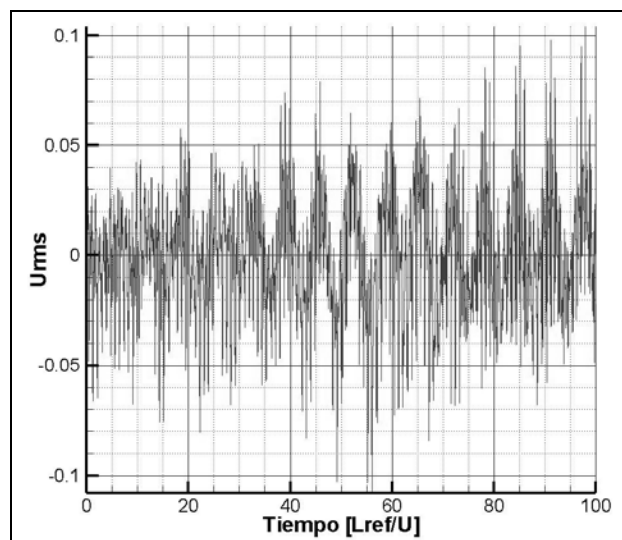


Fig. 56 U_{rms} en segunda simulación

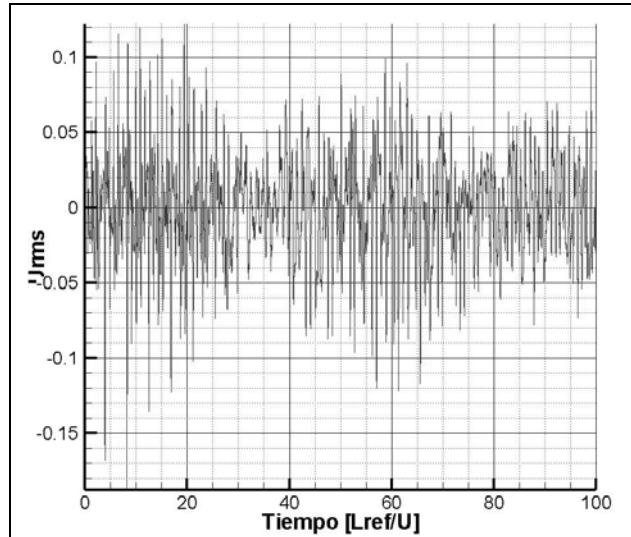


Fig. 57 Urms en tercera simulación

Es de notar que en la segunda gráfica se observa la existencia de una perturbación más intensa que en las otras 2.

El estudio de la Urms es importante porque es otro medio por el cual se determina el coeficiente de arrastre, es por ello que no extraña que la segunda simulación sea la de mayor perturbación y la de mayor arrastre. Dada esta característica de la Urms, se deduce que la hipótesis marcada en el escrito, la cual definía que en la segunda simulación existía el arrastre mayor, fue cierta.

Las Urms tienen la importancia a partir de las gráficas obtenidas, es posible tener una revisión exhaustiva de la turbulencia en la simulación del flujo.

Con este análisis de las Urms, terminamos el presente trabajo, con posibles estudios que son mencionados en páginas siguientes, los cuales pueden ser realizados a corto o mediano plazo.



Capítulo V

Conclusiones

‘La vejez honorable no consiste en vivir mucho tiempo
ni se mide por el número de años:
los cabellos blancos del hombre son la prudencia,
y la edad madura, una vida intachable.’

Sab. 4, 8-9

Después del análisis de los resultados y de las graficas que fueron explicadas en páginas anteriores, se enumeran a continuación las conclusiones de este trabajo.

- Se comprobaron las hipótesis formuladas en cada uno de los eventos conforme se fueron describiendo los resultados obtenidos.
- El coeficiente de arrastre disminuye a la distancia crítica, en donde los vórtices de Von Karman generados por los gradientes de presión no son intensos.
- No necesariamente a más distancia que haya entre la placa y el cilindro se presenta un mayor coeficiente de arrastre.
- La presencia de la placa aguas arriba del cilindro contribuye a disminuir el coeficiente de sustentación en gran medida mediante la acción de los vórtices de Von Karman.
- Existe una relación estrecha entre los vórtices de Von Karman y los gradientes de presión. Los bajos gradientes de presión crean bajos vórtices de Karman, esto a su vez menos arrastre pero más sustentación.
- Los resultados de la sustentación no fueron tan importantes como los de arrastre, es por eso que no se comenta mucho al respecto.
- Se han comprobado los estudios que se revisaron en el segundo capítulo, en donde por medio de datos experimentales se llegaron a conclusiones similares a las mencionadas en este apartado.
- La aportación personal de comprobar mediante simulaciones numéricas los eventos anteriores, da pauta para posteriores estudios similares en la materia.

5.2 Estudios posteriores

Cuando se presentó la oportunidad de describir este problema, no se revisaron los temas que se pueden revisar y así incrementar el campo de aplicación. Al término del mismo, se han quedado varias interrogantes como lo son el tema acústico, la transferencia de calor y en caso extremo, la transferencia de masa. Sin embargo, por la complejidad de estos temas, es preferible tratarlos en un trabajo más desarrollado y detallado y para un nivel mas avanzado.

Ante este panorama, sólo resta esperar a estar en esos niveles para determinar, si el tiempo lo permite, los fenómenos existentes en esos casos tan importantes para la mecánica de los fluidos computacional.

Una recomendación que hace su servidor es que para posibles estudios posteriores que tengan que ver con algunos resultados aquí expuestos

Resta agradecer las facilidades del *Instituto de Ingeniería de la UNAM*, en donde se realizaron las simulaciones y donde se trabajó durante 6 meses para tener este trabajo listo.

5.3 Referencias:

- [1] T. Igarashi, T. Tsutsui, Enhancement of heat transfer and reduction of drag of a square prism arranged diamond-shape in air stream, Proceedings the 11th International Heat Transfer Conference, Kyongju, Korea, 1998, pp. 261–266.
- [2] Comte, P. & Lesieur, M. 1997 Large-eddy simulation of compressible turbulent flows, Turbulence in compressible Flows. AGARD/VKI Course, AGARD Rep. 819
- [3] Igarashi, T. Terachi, N. Drag reduction of flat plate normal to airstream by flow control using a rod. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 90 (2002) 359-376
- [4] Igarashi, T. Drag reduction of a square prism by flow control using a small rod. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 69-71 (1997) 141-153
- [5] Alam, M. Moriya, M. Takai, K. Sakamoto, H. Suppression of fluid forces acting on two square prism in a tandem arrangement by passive control of flow. Journal of Fluids and Structures (2002) 16(8), 1073-1092
- [6] Moriya, M. & Sakamoto, H. 1986 Effect of a vibrating upstream cylinder on a stationary downstream cylinder. ASME Journal of Fluids Engineering 108, 180–184.
- [7] Sakamoto, H. & Haniu, H. 1988 Effect of free stream turbulence on characteristics of fluctuating forces acting on two square prism in tandem arrangement. ASME Journal of Fluids Engineering 110, 140–146.
- [8] T. Igarashi, Heat transfer from a square prism to an airstream, Int. J. Heat Mass Transfer 28 (1) (1985) 175 181.
- [9] T. Igarashi, T. Tsutsui, H. Kanbe, Drag reduction of a circular cylinder (1st Report, Flow Control Using a Small Rod), Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. 60 (573) (1994) 1554-1560 (in Japanese).
- [10] T. Igarashi, Enhancement of heat transfer and reduction of drag of a square prism in an airstream, Proc. 10th Int. Heat Transfer Conf., vol. 6, Brighton, UK, 1994, pp. 49 54.
- [11] T. Igarashi, Characteristics of the flow around a square prism, Bull. JSME 27 (231) (1984) 1858 1865.
- [12] T. Igarashi, Visualization of flow control around a circular cylinder by new method, Proceedings of the Sixth International Symposium on Flow Visualization, Springer, Berlin, 1992, pp. 312–316.
- [13] T. Tsutsui, T. Igarashi, Flow Control around a circular cylinder by a small cylinder (Properties of Reattachment Jet), Proceedings of the Third ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, California, FEDSM99-6943 (CD-ROM), 1999.

[14] <http://go2inbox.files.wordpress.com/2009/11/airbus.jpg> [Revisada el 24 de Junio del 2010]

[15] <http://images.asme.org/MEMagazine/Articles/2009/February/17416.jpg> [Revisada el 20 de Junio del 2010]

[16] <http://adg.stanford.edu/aa208/modeling/images/wingtipflow.jpg> [Revisada el 18 de Junio del 2010]

[17] <http://racionalistas.files.wordpress.com/2009/07/socrates.jpg> [Revisada el 16 de Abril del 2010]

[18] http://ocwus.us.es/ingenieria-agroforestal/hidraulica-y_riegos/temario/Tema%202.Conducciones%20forzadas/tutorial_08.htm/images/pic070.gif [Revisada el 15 de Mayo del 2010]

[19] <http://geopolicraticus.files.wordpress.com/2009/06/william-shakespeare.jpg> [Revisada el 27 de Mayo del 2010]

[20] <http://www.parroquiasanjose.cl/hist01.htm>

[21] http://www.kankajo.com/y_yo_que_hago.html

[22] <http://saladehistoria.com/wp/2008/12/20/el-cerebro-adolescente/>

[23] http://www.hec.nasa.gov/news/gallery_images/chaderjian.vorticity.html