

01181
1
24/

MODELO MARKOVIANO DE SISMICIDAD

JUAN DIEGO JARAMILLO FERNÁNDEZ

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

CIUDAD UNIVERSITARIA

JULIO, 1990

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	pg
LISTA DE SIMBOLOS	1
1. INTRODUCCION	1
2. ANTECEDENTES	3
3. MODELO MARKOVIANO DE SISMICIDAD	7
4. TRATAMIENTO DE INFORMACION DE ZONAS SIMILARES	23
5. EVALUACION DEL MODELO	29
6. CONCLUSIONES	53
7. AGRADECIMIENTOS	55
8. REFERENCIAS	56

LISTA DE SIMBOLOS

- A^{\bullet} : magnitud asociada a E_{\max}
- a, b, σ_H : parámetros para definir la función de densidad de probabilidad de M^{\bullet}
- B : parámetro para definir la función de acumulación de energía
- c : coeficiente de diseño sísmico
- E : energía potencial del sistema
- E_{\max} : energía potencial máxima que puede almacenar el sistema
- E_{1nT}, σ_{1nT} : parámetros para definir la función de densidad de probabilidad de los tiempos de rompimiento trasladados
- E_R : energía de rompimiento de un episodio
- E_{R1} : energía de rompimiento del primer episodio del catálogo
- \underline{e} : vector de parámetros que definen la sismicidad de una zona
- g : aceleración de la gravedad
- $\gamma', \delta', q',$
 $EA', EBC',$
 EBK', r' : parámetros de la distribución a priori de a, b y σ_H
- k : número de zonas similares
- $k', \lambda', s',$
 E' : parámetros de la distribución a priori de E_{1nT} y σ_{1nT}
- $\mathcal{L}(H)$: verosimilitud del evento H
- M : magnitud de un temblor
- M^{\bullet} : magnitud asociada a un episodio

$\underline{m}'_j, [A'_j],$

$\alpha'_j, \lambda'_j, P'_j,$

$[H_j]$: parámetros de la distribución a priori de \underline{u} , h y $[H]$

N : número de episodios ocurridos en una zona

n : dimensión de \underline{e}

S_a : aceleración espectral

τ_R : tiempo de rompimiento de un episodio

τ_{R1} : tiempo de rompimiento del primer episodio del catálogo

$\bar{\tau}_R$: tiempo de rompimiento trasladado

U : energía liberada por un temblor

U^* : energía liberada por un episodio

1. INTRODUCCION

Para estimar el riesgo sísmico en un sitio, que se puede resentir por la densidad conjunta de probabilidades de A y t , donde A es una medida de la intensidad del próximo evento significativo y t el tiempo de espera para la ocurrencia del mismo, es necesario contar con modelos que permitan estimar el tiempo, magnitud, y localización de eventos futuros en zonas sísmicamente activas cercanas a la región de interés. La falta de comprensión del mecanismo de generación de temblores ha obligado a la aplicación de métodos estadísticos sin tener en cuenta patrones específicos de comportamiento. Las incertidumbres asociadas a estos modelos, desligados del proceso físico, son difíciles de estimar y reducir. Es necesario, entonces, contar con modelos de predicción que tengan en cuenta la descripción geofísica del proceso de generación de temblores, donde las incertidumbres son producto de la escasez de datos y se pueden reducir si en la estimación de los parámetros del modelo se tiene en cuenta tanto información estadística (datos), como no-estadística (información geológica e información de zonas sismotectónicamente similares).

Es de interés desarrollar un modelo con las características mencionadas para simular la ocurrencia de temblores de subducción en la costa mexicana del Pacífico, de manera que permita hacer estimaciones más confiables del riesgo sísmico en la República.

A continuación se presentan, en la primera parte, algunos modelos que reúnen parcialmente las características deseables mencionadas y que sirven de antecedente al modelo que se propone en la segunda parte.

2. ANTECEDENTES

La idea de considerar la corteza terrestre como un acumulador de energía de deformación tiene su origen en la teoría de la tectónica de placas, que explica satisfactoriamente la ocurrencia de temblores en los contactos entre ellas. Knopoff (1971), basado en esta idea, plantea una ecuación integro-diferencial que garantiza la estacionaridad del proceso de acumulación y liberación de energía en términos de tres funciones:

$P(E,t)dE$: probabilidad de que la energía potencial esté entre E y $E+dE$ en el tiempo t

$\lambda(E)dt$: probabilidad de que ocurra un evento entre t y $t+dt$ cuando la energía potencial es E

$T(X|E)dE$: probabilidad condicional de que, si la energía potencial es X y ocurre un evento, la energía potencial luego del evento esté entre E y $E+dE$

La probabilidad de que la energía sea E en el tiempo t se escribe como la suma de dos probabilidades: la probabilidad de que se llegue a E a través del proceso de acumulación de energía a una tasa α constante, y la probabilidad de caer a la energía E después de un temblor.

$$P(E,t)dE = (1-\lambda(E)dt)P(E-\alpha dt, t-dt)dE + \int_E^{E_{\max}} P(X,t)dX\lambda(X)dtT(X|E)dE \quad (2.1)$$

La probabilidad de que no ocurran temblores entre $t-dt$ y t es $1-\lambda dt$. Para el segundo proceso, la probabilidad es el producto de la probabilidad de estar en un estado X más alto, que un temblor ocurra si se está en el estado de energía X , y que, si el temblor ocurre, el estado final de energía sea E . La integral se toma con respecto a X sobre todos los estados posibles de energía más grandes que E ; se asume un límite superior para la energía almacenada en el sistema, que se denomina E_{\max} .

La ecuación de Knopoff no es de aplicación práctica; difícilmente se puede resolver para suposiciones sobresimplificadas de la función $T(X|E)$ dada la función $\eta(Y)$, que representa la tasa de ocurrencia de eventos que liberan energía Y y que se puede expresar en términos de las funciones ya definidas como:

$$\eta(Y) = \int_{E_0+Y}^{E_{\max}} P(X)\lambda(X)T(X|X-Y)dx \quad (2.2)$$

Se observa que Y es la diferencia entre la energía inicial y final del sistema. La integral se toma sobre todos los estados físicamente capaces de liberar una energía Y .

Lo que se aprovechará del artículo de Knopoff es el planteamiento del problema como un proceso markoviano, donde el estado del sistema está representado por la energía potencial de deformación acumulada, y el proceso es-

Aunque los modelos de deslizamiento predecible representan avances importantes sobre los modelos poissonianos (de aleatoriedad temporal y espacial), no parece razonable suponer que la ocurrencia del siguiente evento dependa únicamente del tiempo transcurrido desde el último; cuando la energía liberada es muy baja, se antoja pensar que la esperanza del tiempo al próximo evento sea menor que cuando la energía liberada es muy grande. El modelo propuesto por Knopoff, donde la probabilidad de ocurrencia depende del nivel de energía acumulada, parece más razonable.

3. MODELO MARKOVIANO DE SISMICIDAD

A continuación se plantea un modelo estrechamente ligado a la descripción geofísica del proceso de generación de temblores de subducción. Se considera que la corteza terrestre actúa como un acumulador de energía de deformación (fig 3.1) y que parte de ésta se libera cuando se supera la fuerza de fricción estática y ocurre un deslizamiento.

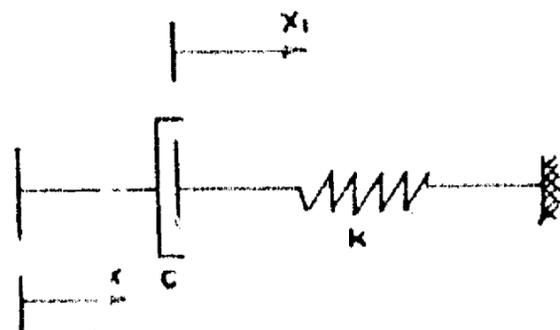


Figura 3.1 Modelo matemático para representar el sistema de alimentación y disipación de energía en una zona sísmica

En la fig 3.1 se introducen las siguientes variables:

X : movimiento de la corriente convectiva que arrastra
a las placas (velocidad constante)

X₁ : deformación de la zona generadora de temblores

C : constante de viscosidad

K : rigidez de la zona generadora de temblores

Tomaremos la resistencia al deslizamiento como incierta y variable en forma independiente de un evento a otro. Por ello, la supondremos definida por su densidad de probabilidad, o la de alguna cantidad relacionada con ella, como la energía de deformación. Por otra parte, como en un corto periodo de tiempo estos deslizamientos ocurren por centenares sobre una falla, muchos de ellos debidos a procesos muy complejos, y que identificamos como precursores, eventos característicos y réplicas, el proceso que se propone simula la ocurrencia de episodios sísmicos, que incluyen la energía liberada por todos los eventos que se disparan cuando la energía de deformación alcanza determinados niveles.

En el caso de eventos característicos es fácil la agrupación en episodios; el tiempo entre eventos de un mismo episodio va de unas cuantas horas a un par de años, muy diferente al tiempo entre eventos pertenecientes a dos episodios consecutivos, que para el caso de la República Mexicana está entre 30 y 60 años (Nishenko y Singh, 1987). Para algunos eventos con $M < 7.0$ no es tan fácil decidir si pertenecen o no a algún episodio. Afortunadamente, como se verá más adelante para el caso de México, la energía liberada por estos eventos es muy pequeña comparada con la liberada en un episodio, y el no considerarla no altera las estimaciones que se hagan con el modelo. En el capítulo cinco, donde se evalúa el modelo, se ejemplifican los criterios que se siguieron para agrupar los eventos en episodios.

La forma en que la energía liberada en un episodio se distribuye entre precursores, eventos característicos y réplicas, se puede tratar como otro proceso estocástico. Rosenblueth (1988) propone un proceso de autoestimulo-

lación para simular la ocurrencia de precursores y réplicas.

En la fig 3.1 la fuerza en el amortiguador vale $C(\dot{X}-\dot{X}_1)$ y la fuerza en el resorte vale KX_1 . De la condición de equilibrio tenemos :

$$C(\dot{X}-\dot{X}_1) = KX_1 \quad (3.1a)$$

$$KX_1 + C\dot{X}_1 = C\dot{X} \quad (3.1b)$$

La solución de la ec 3.1b es:

$$X_1 = \frac{C\dot{X}}{K} \left(1 - \exp\left(-\frac{K}{C}\tau\right) \right) \quad (3.2)$$

A partir de la ec 3.2 se obtiene que la energía acumulada en el resorte vale:

$$E = \frac{KX_1^2}{2} \quad (3.3a)$$

$$E = \frac{1}{2K} (C\dot{X})^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{K}{C}\tau\right) \right)^2 \quad (3.3b)$$

$$E = E_{\max} \left(1 - \exp(-B\tau) \right)^2 \quad (3.3c)$$

donde:

$$E_{\max} = \frac{1}{2K} (C\dot{X})^2 \quad (3.4a)$$

$$B = \frac{K}{C} \quad (3.4b)$$

y la tasa de acumulación \dot{E} vale:

$$\dot{E} = C\dot{X}^2 \exp\left(-\frac{K}{C}\tau\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{K}{C}\tau\right) \right) \quad (3.5)$$

Para ilustración, en la fig 3.2 se muestra la variación en el tiempo de la

función $E(\tau)$

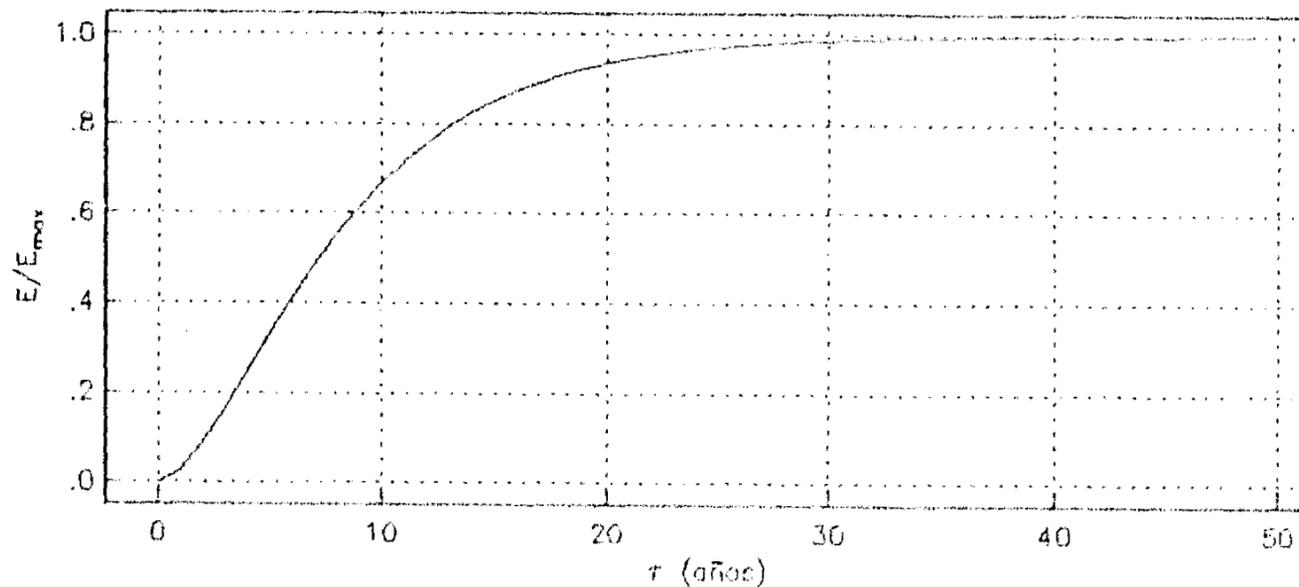


Figura 3.2 Energía de deformación acumulada (E)

Si E_{max} es menor que la energía de deformación asociada a la resistencia al deslizamiento en la falla (energía de rompimiento E_R), no habrá temblores. En este trabajo suponemos nula esta probabilidad.

En vez de postular una función de densidad de probabilidad sobre la energía de rompimiento E_R , la energía de deformación acumulada asociada a la fuerza de fricción estática, postularemos una función de densidad sobre el tiempo de rompimiento τ_R , que está relacionado con la energía según la ec 3.3c. Por facilidad de manejo, y por el antecedente (Jara y Rosenblueth, 1988) de que la distribución lognormal es la que conduce a la mínima desutilidad al existir error en la selección de la función de densidad de probabilidad del tiempo entre eventos en un modelo de renovación (que, como más adelante se muestra, es un caso particular del que se propone), se postula una función de densidad de probabilidad lognormal trasladada para τ_R , de parámetros $E_{ln\tau}$ y $\sigma_{ln\tau}$, esperanza y desviación estándar del logaritmo de τ_R trasladado ($\bar{\tau}_R$), respectivamente. Los tiempos de rompimiento se trasladan de manera que la media muestral sea siempre la misma: la media muestral de los tiempos entre episodios.

Por otro lado, se considera que la energía liberada por un sismo de magnitud M , U , se calcula como:

$$\log_{10}(U) = 1.5M + 11.4 \quad (3.6a)$$

$$U \propto \exp(3.45M) \quad (3.6b)$$

se propone que la magnitud asociada a la energía liberada en un episodio, M^* ,

$$M^* \propto \ln U^* / 3.45 \quad (3.7)$$

esté descrita por una distribución normal condicional al tiempo de rompimiento trasladado $\bar{\tau}_R$ con variancia σ_M^2 y esperanza dada por la relación:

$$E\{M^*\} = a + b \ln \bar{\tau}_R \quad (3.8)$$

donde $E\{\cdot\}$ denota al operador esperanza y a y b son parámetros. La dependencia de la energía liberada con el tiempo de rompimiento recoge las ideas expresadas en los modelos de deslizamiento predecible: la esperanza de la energía liberada es una función creciente del tiempo al próximo evento. Los resultados de un análisis de regresión lineal sobre algunos segmentos de la costa sur de México muestran correlación entre el logaritmo del tiempo entre dos eventos característicos y la magnitud liberada por el último de estos (Astiz y Kanamori, 1979, Jara y Rosenblueth, 1983). También, los resultados de un modelo teórico para la generación de temblores de subducción confirman la relación discutida (Hong y Rosenblueth, 1988).

Con lo anterior, el modelo queda completamente definido en términos de ocho parámetros: E_{max} y B que definen la función de acumulación de energía y, por lo tanto, la relación entre E_R y τ_R ; τ_{R1} , el primer tiempo de rompimiento; $E_{\ln \tau}$ y $\sigma_{\ln \tau}$ que definen la función de densidad de probabilidad sobre $\bar{\tau}_R$; y a , b y σ_M , que definen la función de densidad de probabilidad sobre M^* , la magnitud asociada a la energía que se libera en un episodio.

Al suponer una fuente sísmica, como un segmento de la zona de subducción de la costa sur de México limitado por dos secciones verticales transversales a la traza de la falla y considerar, para empezar, que dicho segmento se puede tratar en forma independiente de los vecinos, el proceso de acumulación de energía de deformación y de su liberación mediante eventos sísmicos se puede idealizar por la secuencia que se muestra en la fig 3.3. Esta figura corresponde a una realización del proceso markoviano con los parámetros que se encontraron para la República Mexicana (ver capítulo cinco).

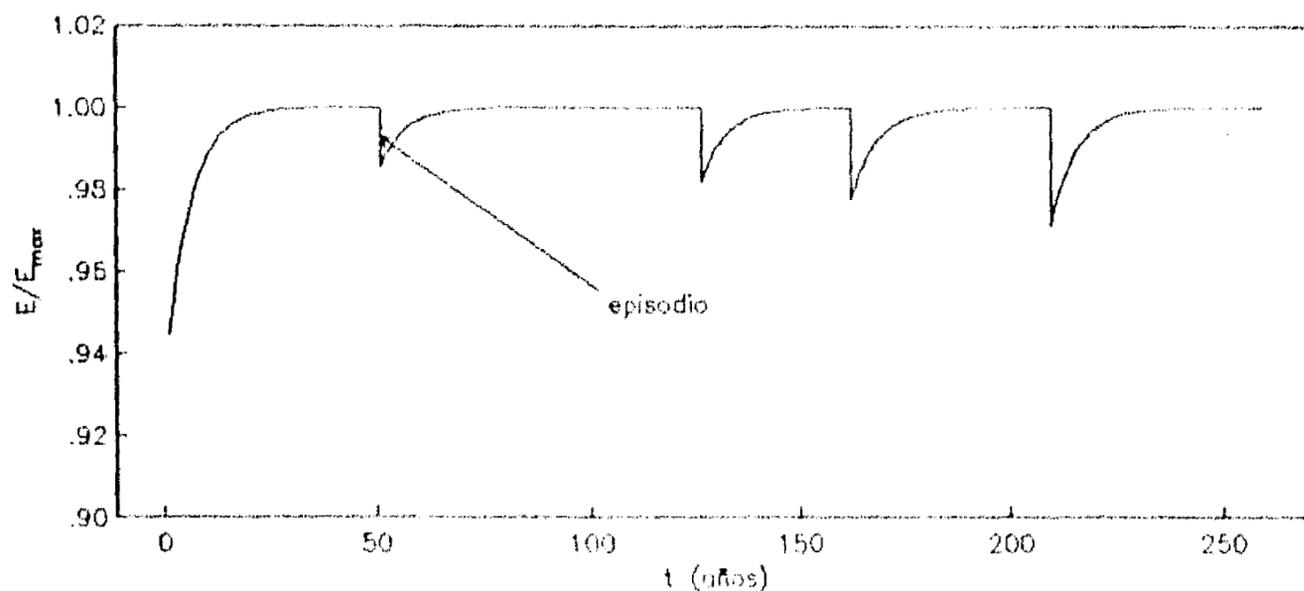


Figura 3.3 Modelo markoviano de sismicidad

Los parámetros que definen las funciones de densidad de probabilidad de $\bar{\tau}_R$ (E_{int} , σ_{int}) y M^* (a , b , σ_H), y el parámetro B que define la función de acumulación de energía, son inciertos, y en su estimación se hará uso del teorema de Bayes.

$$f''(\underline{e}) \propto f'(\underline{e}) \cdot \mathcal{L}(H|\underline{e}) \quad (3.9)$$

donde:

- $f'(\underline{e})$: función de densidad a priori de los parámetros \underline{e}
- $f''(\underline{e})$: función de densidad a posteriori de los parámetros \underline{e}
- $\mathcal{L}(H|\underline{e})$: verosimilitud de la historia sísmica de la región (H) dados los parámetros \underline{e}

El parámetro E_{max} no tiene mucha influencia en el modelo. La función de acumulación de energía y la energía disipada por un episodio, se pueden tratar en términos de la proporción respecto a la energía máxima: E/E_{max} y U/E_{max} , respectivamente. Si se considera que la energía máxima que puede liberar un episodio equivale a una magnitud de 8.5, entonces, suponer que ésta equivale al 100% o al 18% de la energía máxima acumulada, o lo que es lo mismo, suponer para la energía máxima acumulada las energías liberadas por eventos de magnitudes 8.5 y 9.0 respectivamente, no modifica significativamente la verosimilitud de la historia sísmica. Ver capítulo cinco (evaluación del modelo).

El parámetro τ_{R1} , primer tiempo de rompimiento, también influye poco en la verosimilitud de la historia sísmica. Si se considera que la primera energía de rompimiento, E_{R1} , es igual a la energía máxima acumulada, E_{max} , la verosimilitud de la historia sísmica es prácticamente la misma que si se toma el primer tiempo de rompimiento como aquel que maximiza la verosimilitud de la historia sísmica. En lo que sigue se considerará entonces que la primera energía de rompimiento es igual a la energía máxima acumulada.

La verosimilitud de la historia sísmica de una región se calcula, en función de los ocho parámetros, como el producto de: la probabilidad de los tiempos de rompimiento trasladados, $\bar{\tau}_{R1}$, la probabilidad condicional de las magnitudes liberadas, M^* , y la probabilidad de que el próximo tiempo de rompimiento sea mayor que el tiempo asociado a la energía acumulada hasta el final del intervalo de observación.

$$g(H) \propto \prod_{i=2}^N \left\{ h^{1/2} \exp\left(-\frac{h}{2}(\ln \bar{\tau}_{R1} - E_{\ln \tau})^2\right) p^{1/2} \exp\left(-\frac{p}{2}(M_i^* - (a + b \ln \bar{\tau}_{R1}))^2\right) \right\} \\ \int_{\ln \bar{\tau}_x}^{\infty} h^{1/2} \exp\left(-\frac{h}{2}(x - E_{\ln \tau})^2\right) dx \quad (3.10)$$

donde:

$$h = \frac{1}{\sigma_{\ln \tau}^2}$$

$$p = \frac{1}{\sigma_M^2}$$

N : número de episodios registrados

$\bar{\tau}_{Ri}$: tiempo trasladado asociado a la energía de rompimiento del evento i

$\bar{\tau}_x$: tiempo trasladado asociado a la energía acumulada hasta el final del intervalo de observación

Al Tomar $E_{Ri} = E_{max}$ y al considerar que la energía liberada por un episodio de magnitud M^* se calcula de acuerdo con la ec 3.7, los tiempos de rompimiento se calculan de acuerdo con la ec 3.3c como:

$$E_{Ri} = E_{max} \left(1 - \exp(-B\tau_{Ri}) \right)^2 \quad (3.11a)$$

$$E_i = E_{Ri} - U_i \quad (3.11b)$$

$$\tau_i = -\ln \left(1 - (E_i / E_{max})^{1/2} \right) / B \quad (3.11c)$$

$$\tau_{Ri+1} = \tau_i + \Delta T_{i+1} \quad (3.11d)$$

donde:

E_{Ri} : energía de rompimiento del episodio i

τ_{Ri} : tiempo asociado a la energía de rompimiento E_{Ri}

E_i : energía de deformación que queda en el sistema luego de ocurrido el episodio i

τ_i : tiempo asociado a la energía de deformación E_i

U_i : energía liberada en el episodio i

ΔT_{i+1} : intervalo de tiempo entre los episodios i e $i+1$

τ es un tiempo medido a partir del instante en que teóricamente $E=0$.

Los tiempos de rompimiento trasladados se calculan como:

$$\bar{\tau}_{R1} = \tau_{R1} + \frac{\sum_{i=2}^N \Delta T_i}{N-1} - \frac{\sum_{i=2}^N \tau_{R1}}{N-1} \quad (3.12)$$

De la ec 3.10 se tiene:

$$\begin{aligned} \xi(H) \propto h^{N/2} \exp\left(\frac{hN}{2}VT\right) \exp\left(-\frac{hN}{2}(E_{\ln\tau} - MT)^2\right) p^{N/2} \exp\left(-\frac{p}{2}HK\right) \\ \exp\left(-\frac{p}{2}HA(a-MA)^2\right) \exp\left(-\frac{p}{2}HB(b-MB)^2\right) \int_{\ln\bar{\tau}_x}^{\infty} h^{1/2} \exp\left(-\frac{h}{2}(x-E_{\ln\tau})^2\right) dx \quad (3.13) \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} HB &= N MT^2 \\ HA &= N^2 VT/HB \\ MA &= (MM MT^2 - MT MTM)/VT \\ MB &= (MTM - a MT)/MT^2 \\ HK &= VM N(1-\rho^2) \end{aligned}$$

$$MT = \frac{\sum_{i=2}^N \ln\bar{\tau}_{R1}}{N-1} : \begin{array}{l} \text{media del logaritmo de los tiempos} \\ \text{de rompimiento trasladados} \end{array}$$

$$MT^2 = \frac{\sum_{i=2}^N (\ln\bar{\tau}_{R1})^2}{N-1}$$

$$VT = MT^2 - MT^2 : \begin{array}{l} \text{varianza del logaritmo de los tiempos} \\ \text{de rompimiento trasladados} \end{array}$$

$$MM = \frac{\sum_{i=2}^N M_i}{N-1} : \text{media de las magnitudes asociadas a las energías liberadas en cada episodio}$$

$$MM2 = \frac{\sum_{i=2}^N M_i^2}{N-1}$$

$$VM = MM2 - MM^2 : \text{varianza de las magnitudes asociadas a las energías liberadas en cada episodio}$$

$$MTM = \frac{\sum_{i=2}^N \ln \bar{\tau}_{R1} M_i}{N-1} : \text{media del producto del logaritmo de los tiempos de rompimiento trasladados y las magnitudes liberadas en cada episodio}$$

$$\rho = \frac{(MTM - MT MM)}{(VT VM)^{1/2}} : \text{coeficiente de correlación entre el logaritmo de los tiempos de rompimiento trasladados y las magnitudes liberadas}$$

Si no se tiene en cuenta la información relativa a que desde el último evento hasta el final del intervalo de observación no ha ocurrido nada, la distribución conjugada natural conjunta de h y $E_{\ln \tau}$ es una normal gamma. Si se utiliza ésta como distribución a priori de estos parámetros, se tiene:

$$f'(h, E_{\ln \tau}) \propto h^{k'-1} \exp(-\lambda' h) h^{1/2} \exp\left(-\frac{hs'}{2}(E_{\ln \tau} - E')^2\right) \quad (3.14)$$

donde k' , λ' , s' y E' son los parámetros que definen esta distribución.

La función de densidad de probabilidad a posteriori de estos parámetros se supone de la misma forma que la distribución a priori:

$$f''(h, E_{\ln \tau}) \propto h^{k''-1} \exp(-\lambda'' h) h^{1/2} \exp\left(-\frac{hs''}{2}(E_{\ln \tau} - E'')^2\right) \quad (3.15)$$

y los parámetros que la definen, se calculan a partir de los momentos de la distribución exacta, calculada como el producto de la verosimilitud (ec 3.13) por la función de densidad de probabilidad a priori (ec. 3.14).

$$k'' = \frac{E(h)^2}{\text{VAR}(h)} \quad (3.16a)$$

$$E'' = E(E_{\ln \tau}) \quad (3.16b)$$

$$s'' = \frac{\lambda''}{(k''-1)\text{VAR}(E_{\ln \tau})} \quad (3.16c)$$

$$\lambda'' = \frac{E(h)}{\text{VAR}(h)} \quad (3.16d)$$

donde $E(\cdot)$ y $\text{VAR}(\cdot)$ denotan esperanza y varianza, respectivamente.

Los momentos de la distribución exacta se calculan como:

$$E(h^j) = \frac{1}{\text{FAC}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h^j g(h, E_{\ln \tau}) dh dE_{\ln \tau} \quad j=1,2,3,\dots \quad (3.17a)$$

$$E(E_{\ln \tau}^j) = \frac{1}{\text{FAC}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} E_{\ln \tau}^j g(h, E_{\ln \tau}) dh dE_{\ln \tau} \quad j=1,2,3,\dots \quad (3.17b)$$

donde:

$$FAC = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} g(h, E_{\ln \tau}) dh dE_{\ln \tau} \quad (3.18)$$

$$g(h, E_{\ln \tau}) = h^{k-1} \exp(-\lambda h) h^{1/2} \exp\left(-\frac{hs}{2}(E_{\ln \tau} - E)^2\right) \int_{\ln \tau_x}^{\infty} h^{1/2} \exp\left(-\frac{h}{2}(x - E_{\ln \tau})^2\right) dx \quad (3.19)$$

y

$$k = k' + \frac{N}{2} \quad (3.20a)$$

$$s = s' + N \quad (3.20b)$$

$$E = \frac{N MT + s' E'}{s} \quad (3.20c)$$

$$\lambda = \lambda' + \frac{N VT}{2} + \frac{N MT^2}{2} + \frac{s' E'^2}{2} + \frac{s E^2}{2} \quad (3.10d)$$

Estas integrales se pueden hacer numéricamente.

Cuando no se tiene en cuenta la información relativa a que desde el último temblor hasta el final del intervalo de información no ha ocurrido nada, y se utilizan como distribuciones de los parámetros las distribuciones conjugadas naturales, la distribución a posteriori es justamente la que indica la ec 3.15, y los parámetros que la definen resultan ser:

$$k = k' + \frac{N}{2} \quad (3.20a)$$

$$s = s' + N \quad (3.20b)$$

$$E = \frac{N MT + s' E'}{s} \quad (3.20c)$$

$$\lambda = \lambda' + \frac{N VT}{2} + \frac{N MT^2}{2} + \frac{s' E'^2}{2} + \frac{s E^2}{2} \quad (3.20d)$$

Por otro lado, si en la función de verosimilitud, $\xi(H)$, la información relativa a que no ha ocurrido nada desde el último temblor hasta el final del intervalo de observación, se tiene en cuenta modificando los eventos ocurridos de manera que se reproduzcan los momentos de la densidad de probabilidades a posteriori de los parámetros h y $E_{\ln \tau}$, la verosimilitud de la historia sísmica se escribe aproximadamente:

$$\xi(H) \propto h^{N^{\bullet}/2} \exp\left(-\frac{hN^{\bullet}}{2} VT^{\bullet}\right) \exp\left(-\frac{hN^{\bullet}}{2} (E_{\ln \tau} - MT^{\bullet})^2\right) p^{N/2} \exp\left(-\frac{p}{2} HK\right) \\ \exp\left(-\frac{p}{2} HA(a-MA)^2\right) \exp\left(-\frac{p}{2} HB(b-MB)^2\right) \quad (3.22)$$

donde:

$$N^{\bullet} = 2(k'' - k') \quad (3.23a)$$

$$N^{\bullet\bullet} = s'' - s' \quad (3.23b)$$

$$MT^{\bullet} = \frac{s''E'' - s'E'}{N^{\bullet\bullet}} \quad (3.23c)$$

$$VT^{\bullet} = \frac{2(\lambda'' - \lambda') + s''E''^2 - s'E'^2 - N^{\bullet\bullet}MT^{\bullet 2}}{N^{\bullet}} \quad (3.23d)$$

Los valores de k'' , s'' , E'' y λ'' se calculan con las ecs 3.16

La distribución conjugada natural conjunta de p , a y b es una binormal-gamma. Si se utiliza ésta como distribución a priori de estos parámetros, se tiene:

$$f'(p, a, b) \propto p^{\gamma-1} \exp(-\delta'p) p^{1/2} \exp\left(-\frac{pq'}{2}(a-EA')^2\right) \\ p^{1/2} \exp\left(-\frac{p\Gamma'}{2}(b-EB')^2\right) \quad (3.24)$$

donde:

$$EB' = EBC' + EBK'a$$

y γ' , δ' , q' , EA' , r' , EBC' , y EBK' son los parámetros que definen esta función.

La función de densidad de probabilidad a posteriori de estos parámetros, calculada como el producto de la verosimilitud (ec 3.13) por la función de densidad de probabilidad a priori (ec 3.24), resulta ser:

$$f''(p, a, b) \propto p^{\gamma''-1} \exp(-\delta''p) p^{1/2} \exp\left(-\frac{pq''}{2}(a-EA'')^2\right) p^{1/2} \exp\left(-\frac{pr''}{2}(b-EB'')^2\right) \quad (3.25)$$

donde:

$$\gamma'' = \gamma' + \frac{N}{2} \quad (3.26a)$$

$$q'' = q' + HA + \frac{HB \cdot MT^2}{MT2^2} + r'EBK'^2 - r''EBK''^2 \quad (3.26b)$$

$$r'' = r' + HB \quad (3.26c)$$

$$EA'' = (HA MA + q'EA' + \frac{HB MT MTM}{MT2^2} - r'EBK'EBC' + r''EBK''EBC'')/q'' \quad (3.26d)$$

$$EB'' = EBC'' + EBK''\alpha \quad (3.26e)$$

$$EBC'' = \frac{HB MTM/MT2 + r'EBC'}{r''} \quad (3.26f)$$

$$EBK'' = \frac{r'EBK' - HB MT/MT2}{r''} \quad (3.26g)$$

$$\delta'' = \delta' + \frac{HK}{2} + \frac{HA MA^2}{2} + \frac{HB MTM^2}{2 MT2^2} + \frac{r'EBC'^2}{2} - \frac{r''EBC''^2}{2} + \frac{q'EA'^2}{2} - \frac{q''EA''^2}{2} \quad (3.26h)$$

Si llamamos $f'(B)$ a la función de densidad de probabilidad a priori de este parámetro, la función de densidad de probabilidad a posteriori resulta ser:

$$f''(B) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \xi(H) f'(h, E_{1nT}, p, a, b) f'(B) dh dE_{1nT} dp da db \quad (3.27a)$$

$$f''(B) \propto f'(B) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \xi(H) f'(h, E_{1nT}, p, a, b) dh dE_{1nT} dp da db \quad (3.27b)$$

El segundo término del miembro derecho de la ecuación anterior puede interpretarse como la esperanza, con respecto a la distribución de probabilidad a priori de h, E_{1nT}, p, a y b , de la verosimilitud de la historia sísmica de la región.

Si la función de verosimilitud, $\xi(H)$, se escribe como en la ec 3.22, se tiene:

$$f''(B) \propto f'(B) \frac{\Gamma(k'')\Gamma(\gamma'')}{(s''r''q'')^{1/2} \lambda''^{k''} \delta''^{\gamma''}} \quad (3.28)$$

Por otro lado, si la distribución a priori se considera no informativa, es decir:

$$k' = \lambda' = s' = \gamma' = \delta' = q' = r' = 0$$

entonces:

$$k'' = N^*/2 \quad (3.29a)$$

$$s'' = N^{**} \quad (3.29b)$$

$$E'' = MT^* \quad (3.29c)$$

$$\lambda'' = N^* VT^*/2 \quad (3.29d)$$

$$\gamma'' = N/2 \quad (3.29e)$$

$$q'' = HA \quad (3.29f)$$

$$\tau'' = HB \quad (3.29g)$$

$$EA'' = MA \quad (3.29h)$$

$$EBC'' = MTM/MT2 \quad (3.29i)$$

$$EBK'' = -MT/MT2 \quad (3.29j)$$

$$\delta'' = HK/2 \quad (3.29k)$$

la función de densidad de probabilidad a posteriori de B, $f''(B)$, resulta:

$$f''(B) \propto f''(B) \frac{\Gamma(N^{\bullet}/2)}{\left(N^{\bullet\bullet} VT(N^{\bullet} VT^{\bullet})^{N^{\bullet}} (VM)^N (1-\rho^2)^N\right)^{1/2}} \quad (3.30)$$

y la esperanza de la verosimilitud de la historia sísmica de la región es:

$$E\{\mathcal{L}(H)\} \propto \frac{\Gamma(N^{\bullet}/2)}{\left(N^{\bullet\bullet} VT(N^{\bullet} VT^{\bullet})^{N^{\bullet}} (VM)^N (1-\rho^2)^N\right)^{1/2}} \quad (3.31)$$

Cuando $B \Rightarrow \infty$ el modelo que se acaba de presentar tiende a un modelo de renovación con distribución lognormal de los tiempos entre eventos, ya que según las ecs 3.11 los tiempos de rompimiento resultan ser:

$$\tau_{R|+1} = \Delta T_{|+1}$$

es decir, iguales a los tiempos entre episodios, independientemente de las energías acumuladas y liberadas antes. Este hecho será de suma utilidad cuando se comparen los dos modelos: de renovación y markoviano.

4. TRATAMIENTO DE INFORMACION DE ZONAS SIMILARES

En este capítulo se presenta un procedimiento que permite, con base en la historia sísmica de otras zonas que se consideran tienen procesos similares, estimar las distribuciones a priori de los parámetros que definen la sismicidad de la zona que nos interesa evaluar.

Si se considera que la naturaleza asigna los parámetros que definen la sismicidad de las diferentes zonas sísmicas de acuerdo a una distribución de probabilidades, esta sería la distribución que se debería utilizar como función de densidad a priori de los parámetros que definen la sismicidad de la zona que nos interesa evaluar. En lo que sigue, se propone una forma para esta distribución de probabilidades y se estiman sus parámetros con base en la información de zonas sismotectónicamente similares.

Si se supone que la naturaleza asigna los parámetros \underline{e} que definen la sismicidad de las diferentes zonas sísmicas de acuerdo a una distribución normal n -dimensional de la cual se desconocen sus parámetros (\underline{u} , h y $[H]$), se tiene:

$$f_{\underline{e}|\underline{u},h,[H]}(\underline{e}) \propto h^{n/2}|H|^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{e}-\underline{u})^T h[H](\underline{e}-\underline{u})\right\} \quad (4.1)$$

Por otro lado, si se conoce el vector de parámetros \underline{e}_1 de k zonas similares, entonces, la verosimilitud de este evento se puede escribir:

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}(H|\underline{u},h,[H]) &\propto h^{nk/2}|H|^{k/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{u}-\bar{\underline{e}})^T k h[H](\underline{u}-\bar{\underline{e}}) - \right. \\ &\quad \left. -\frac{h}{2} \left(\sum_{i=1}^k \underline{e}_i^T [H] \underline{e}_i - \bar{\underline{e}}^T k [H] \bar{\underline{e}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde:

$$\bar{\underline{e}} = \frac{\sum \underline{e}_i}{k}$$

Si se propone como distribución a priori de los parámetros \underline{u}, h y $[H]$ su distribución conjugada natural, se tiene:

$$\begin{aligned} f'(\underline{u},h,[H]) &\propto \sum_{j=1}^r \left\{ P_j^{\alpha'_j} h^{n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underline{u}-\underline{m}_j)^T h[A'_j](\underline{u}-\underline{m}_j)\right\} \right. \\ &\quad \left. h^{\alpha'_j-1} e^{-\lambda'_j h} \Delta([H]-[H_j]) \right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde:

$$P_j^{\alpha'_j} = \frac{P'_j |A'_j|^{1/2} \lambda_j^{\alpha'_j}}{\Gamma(\alpha'_j)} \quad \text{y} \quad \sum_{j=1}^r P'_j = 1$$

P_j : Probabilidad a priori de cada esquema de correlación $[H_j]$

la distribución a posteriori de los parámetros \underline{u}, h y $[H]$ resulta ser:

$$f''(\underline{u}, h, [H]) \propto \sum_{j=1}^r \left\{ P_j^* h^{n/2} \exp\left(-\frac{1}{2} (\underline{u}-\underline{m}_j'')^T h [A_j''] (\underline{u}-\underline{m}_j'')\right) \right. \\ \left. h^{\alpha_j''-1} e^{-\lambda_j'' h} \Delta([H]-[H_j]) \right\} \quad (4.4)$$

donde:

$$[A_j'']_j = [A_j'] + k[H_j]_j \quad (4.5a)$$

$$\underline{m}_j'' = [A_j'']^{-1} \left([A_j'] \underline{m}_j' + k[H_j] \underline{e} \right) \quad (4.5b)$$

$$\alpha_j'' = \frac{Nk}{2} + \alpha_j' \quad (4.5c)$$

$$\lambda_j'' = \frac{1}{2} \left(2\lambda_j' - \underline{m}_j''^T [A_j''] \underline{m}_j'' + \underline{m}_j'^T [A_j'] \underline{m}_j' + \sum_{i=1}^k \underline{e}_i^T [H_j] \underline{e}_i \right) \quad (4.5d)$$

$$\bar{P}_j'' = \frac{P_j^* \Gamma(\alpha_j'')}{\lambda_j''^{\alpha_j''} |A_j''|^{1/2}} \quad (4.5e)$$

$$P_j'' = \frac{\bar{P}_j''}{\sum \bar{P}_j''} \quad (4.5f)$$

P_j'' : probabilidad a posteriori de cada esquema de correlaci

La distribución de probabilidad bayesiana de los parámetros, dado un esquema de correlación $[H_j]$, es una multidimensional de Student con $2\alpha_j''$ grados de libertad y matriz de precisión

$$[T] = \frac{2\alpha_j'' [P_j]}{A_j} \quad (4.6)$$

y los momentos de esta distribución resultan ser:

$$E(\underline{e} | [H_j]) = \underline{x}_j \quad (4.7a)$$

$$\text{COV}(\underline{e} | [H_j]) = \frac{A_j}{2(\alpha_j''-1)} [P_j] \quad (4.7b)$$

donde:

$$[H^*] = [H_J] + [A_J'] \quad (4.8a)$$

$$[P_J] = [H_J] - [H_J][H^*]^{-1}[H_J] \quad (4.8b)$$

$$\underline{x}_J = [P_J]^{-1} \left([H_J][H^*]^{-1}[A_J']\underline{m}_J' \right) \quad (4.8c)$$

$$A_J = 2\lambda_J' + \underline{m}_J'^T [A_J'] \underline{m}_J' - \underline{m}_J'^T [A_J'] [H^*]^{-1} [A_J'] \underline{m}_J' - \underline{x}_J^T [P_J] \underline{x}_J \quad (4.8d)$$

Si se utiliza una distribución a priori de los parámetros \underline{u}, h y $[H]$ no informativa, es decir:

$$\alpha_J' = 0$$

$$\underline{m}_J' = \underline{0}$$

$$\lambda_J' = 0$$

$$[A_J'] = [0]$$

entonces, todo se reduce a lo siguiente:

$$E(\underline{e} | [H_J]) = \bar{\underline{e}} \quad (4.9a)$$

$$\text{COV}(\underline{e} | [H_J]) = \frac{2\lambda_J'(k+1)}{(nk-2)k} [H_J]^{-1} \quad (4.9b)$$

donde:

$$\frac{2\lambda_J'}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\underline{e}_i^T [H_J] \underline{e}_i \right) - \bar{\underline{e}}^T [H_J] \bar{\underline{e}} \quad (4.10a)$$

$$\bar{P}_J' = \frac{P_J'}{|H_J|^{1/2} \lambda_J'^{nk/2}} \quad (4.10b)$$

$$P_J' = \frac{\bar{P}_J'}{\sum \bar{P}_J'} \quad (4.10c)$$

Para tener en cuenta, de manera aproximada, la incertidumbre en los parámetros de las zonas similares, se modifica el término $2\lambda'_j/k$ suponiendo que cada zona está formada por múltiples subzonas con parámetros tales que se simule la incertidumbre en los parámetros de cada zona. Según lo anterior, se puede escribir:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum \underline{e}_i^T [H_J] \underline{e}_i}{k} = \int \left(\underline{e}^T [H_J] \underline{e} \right) f_{Et}(\underline{e}) d\underline{e} \quad (4.11a)$$

$$\bar{\underline{e}} = \int \underline{e} f_{Et}(\underline{e}) d\underline{e} \quad (4.11b)$$

donde:

$$f_{Et}(\underline{e}) = \frac{f_{E1}(\underline{e}) + f_{E2}(\underline{e}) + \dots + f_{Ek}(\underline{e})}{k} \quad (4.12)$$

es decir, $f_{Et}(\underline{e})$ es una función de densidad de los parámetros proporcional a la suma de las funciones de densidad de cada una de las zonas.

Por otra parte, es posible mostrar que:

$$\int \left(\underline{e}^T [H_J] \underline{e} \right) f_{Et}(\underline{e}) d\underline{e} - \bar{\underline{e}}^T [H_J] \bar{\underline{e}} = \text{tr} \left([H_J] \cdot \text{COV}_{Et}(\underline{e}) \right) \quad (4.13)$$

En este caso, se puede escribir la función de densidad a priori de los parámetros de la zona $k+1$, como una multidimensional de Student con nk grados de libertad y momentos definidos por:

$$E \left(\underline{e} | [H_J] \right) = \bar{\underline{e}} \quad (4.14a)$$

$$\text{COV} \left(\underline{e} | [H_J] \right) = \frac{\text{tr} \left([H_J] \cdot \text{COV}_{Et}(\underline{e}) \right) (k+1)}{(nk-2)} [H_J]^{-1} \quad (4.14b)$$

y las probabilidades de los esquemas de correlación quedan descritas por:

$$\bar{P}'_J = \frac{P'_J}{\text{tr} \left([H_J] \cdot \text{COV}_{E1}(\underline{e}) \right)^{nk/2} |H_J|^{1/2}} \quad (4.15a)$$

$$P''_J = \frac{\bar{P}'_J}{\sum \bar{P}'_J} \quad (4.15b)$$

Resumiendo, el procedimiento a seguir es el siguiente: se toma como función de densidad a priori de los parámetros de la zona 1 una distribución no informativa y con ésta se calculan (ecs. 4.14 y 4.15) los primeros momentos de la distribución a priori de los parámetros para la zona 2. La distribución a posteriori de esta zona entra como la función $f_{E2}(\underline{e})$ para calcular nuevamente los primeros momentos de la distribución a priori de los parámetros para la zona 3. Este procedimiento se seguirá con las k zonas similares hasta conseguir la distribución a priori para la zona k+1 que interesa.

5. EVALUACION DEL MODELO

Para evaluar el modelo se escogió la costa mexicana del Pacífico. De acuerdo al catálogo sísmico existente se estimaron los parámetros de tres modelos: Poisson, de renovación lognormal y markoviano, y se compararon las estimaciones que con los tres modelos se hicieron de algunos indicadores o medidas del riesgo sísmico: esperanza del tiempo al próximo episodio en cada uno de los segmentos de la zona de subducción, esperanza del valor presente de las pérdidas y tasas de excedencia equivalentes para algunos sitios de la República.

5.1 Evaluación de los parámetros de los modelos

De acuerdo con el catálogo de grandes temblores mexicanos (Anderson y Singh, 1989) y a la partición de la zona de subducción en segmentos perpendiculares a la traza de la falla sugerida por Nishenko y Singh (1987), se preparó el catálogo que aparece en la tabla 5.1, donde al graficar en ejes

tiempo vs distancia a lo largo de la traza de la falla, se obtiene lo que se muestra en la fig 5.1. En la tabla 5.2 aparece el catálogo por episodios, que obedece a las siguientes consideraciones: la fecha de ocurrencia de un episodio coincide con la fecha del primer evento característico del episodio, y la magnitud corresponde a la energía total liberada de acuerdo a la ec 3.7. En el cálculo de la energía total liberada sólo se incluyeron los eventos característicos, es decir, los que aparecen en el catálogo de grandes temblores mexicanos ($M > 6.8$). La energía liberada por eventos menores no se incluyó debido á que sólo se cuenta con un catálogo completo de estos eventos desde 1964, en contraste con el catálogo de grandes eventos, completo desde 1800. Aparte, se observa de las estadísticas de temblores mexicanos de subducción (Singh y coautores, 1983), y de los resultados de algunos modelos basados en consideraciones físicas (Hong y Rosenblueth, 1988, Ordaz y Rosenblueth, 1988), la ausencia casi total de temblores entre las magnitudes 6.5 y 7.2 aproximadamente, lo que significa que el porcentaje de energía liberada que no se incluye es muy pequeño, por lo que el error que se comete al considerar que la energía liberada por eventos pequeños es constante en cada episodio y entre estos, es despreciable; el error no influye de manera significativa en las estimaciones que se hagan de la ocurrencia y energía liberada por los episodios.

Tabla 5.1 Catálogo de grandes temblores de subducción
en la República Mexicana

fecha			coordenadas (°)		M	X
año	mes	día	lat N	long W		
OAXACA ORIENTAL						
1897	06	05	16.3	95.4	7.4	1.44
1928	03	22	16.2	95.5	7.5	1.08
1965	08	23	16.3	95.8	7.8	1.39
OAXACA CENTRAL 1						
1870	05	11	15.8	96.7	7.9	2.24
1872	03	27	15.7	96.6	7.4	2.14
1928	06	17	16.3	96.7	7.8	2.28
1978	11	29	15.8	96.8	7.8	2.34
OAXACA CENTRAL 2						
1845	03	09	16.6	97.0	7.5	2.86
1928	10	09	16.3	97.3	7.6	3.06
OAXACA OCCIDENTAL						
1854	05	05	16.3	97.6	7.7	3.35
1894	11	02	16.5	98.0	7.4	3.79
1928	08	04	16.8	97.6	7.4	3.49
1968	08	02	16.6	97.7	7.4	3.53
OMETEPEC						
1890	12	02	16.7	98.6	7.2	4.42
1937	12	23	17.1	98.1	7.5	4.06
1950	12	14	17.2	98.1	7.1	4.08
1980	06	07	16.3	98.4	6.9	4.11
1982	06	07	16.4	98.5	7.0	4.24
ACAPULCO						
1845	04	07	16.6	99.2	8.1	4.96
1907	04	15	16.7	99.2	7.7	4.99
1908	03	26	16.7	99.2	7.6	4.99
1957	07	28	17.1	99.1	7.5	5.01

Tabla 5.1 Catálogo de grandes temblores de subducción
en la República Mexicana (cont.)

SAN MARCOS						
1820	05	04	17.2	99.6	7.6	5.52
1887	05	29	17.2	99.8	7.2	5.75
1889	09	06	17.0	99.7	7.0	5.56
1909	07	30	16.8	99.9	7.3	5.72
1909	07	31	16.6	99.5	6.9	5.25
1962	05	11	17.2	99.6	7.2	5.52
1962	05	19	17.1	99.6	6.9	5.49
GUERRERO CENTRO						
1899	01	24	17.1	100.5	7.9	6.38
1911	12	16	16.9	100.7	7.6	6.50
PETATLAN						
1908	03	27	17.0	101.0	7.0	6.82
1943	02	22	17.6	101.1	7.5	7.11
1979	03	14	17.3	101.4	7.6	7.30
MICHOACAN						
1911	06	07	17.5	102.5	7.7	8.35
1981	10	25	17.8	102.3	7.3	8.30
1985	09	19	18.1	102.7	8.1	8.79
1985	09	21	17.6	101.8	7.6	7.77
1986	04	30	18.4	103.0	7.0	9.19
COLIMA						
1941	04	15	18.8	102.9	7.7	9.28
1973	01	30	18.4	103.2	7.5	9.37
BRECHA DE COLIMA						
1806	03	25	18.9	103.8	7.5	10.37
1818	05	31	19.1	103.6	7.7	10.33
1932	06	03	19.8	104.0	8.2	11.06
1932	06	18	19.5	103.5	7.8	10.48

Tabla 5.1 Catálogo de grandes temblores de subducción
en la República Mexicana (cont.)

JALISCO						
1837	11	22	20.0	105.0	7.7	11.99
1875	03	09	19.4	104.6	7.4	11.31
1900	01	20	20.0	105.0	7.4	11.99
1900	05	16	20.0	105.0	6.9	11.99
1934	11	30	19.0	105.3	7.0	11.64

Nota

X: Coordenada a lo largo de la traza de la falla

Tabla 5.2- Catálogo de episodios de subducción
en la República Mexicana.

año	fecha		M
	mes	día	
OAXACA ORIENTAL			
1897	06	05	7.4
1928	03	22	7.5
1965	08	23	7.8
OAXACA CENTRAL 1			
1870	05	11	7.95
1928	06	17	7.8
1978	11	29	7.8
OAXACA CENTRAL 2			
1845	03	09	7.5
1928	10	09	7.6

Tabla 5.2 Catálogo de episodios de subducción
en la República Mexicana (cont.)

OAXACA OCCIDENTAL			
1854	05	05	7.7
1894	11	02	7.4
1928	08	04	7.4
1968	08	02	7.4
OMETEPEC			
1890	12	02	7.2
1937	12	23	7.5
1950	12	14	7.1
1980	06	07	7.16
ACAPULCO			
1845	04	07	8.1
1907	04	15	7.86
1957	07	28	7.5
SAN MARCOS			
1820	05	04	7.6
1887	05	29	7.32
1909	07	30	7.37
1962	05	11	7.29
GUERRERO CENTRO			
1899	01	24	7.99
PETATLAN			
1908	03	27	7.0
1943	02	22	7.5
1979	03	14	7.6
MICHOACAN			
1911	06	07	7.7
1981	10	25	8.17

Tabla 5.2 Catálogo de episodios de subducción
en la República Mexicana (cont.)

COLIMA			
1941	04	15	7.7
1973	01	30	7.5
BRECHA DE COLIMA			
1806	03	25	7.5
1818	05	31	7.7
1932	06	03	8.27
JALISCO			
1937	11	22	7.7
1875	03	09	7.4
1900	01	20	7.45
1934	11	30	7.0

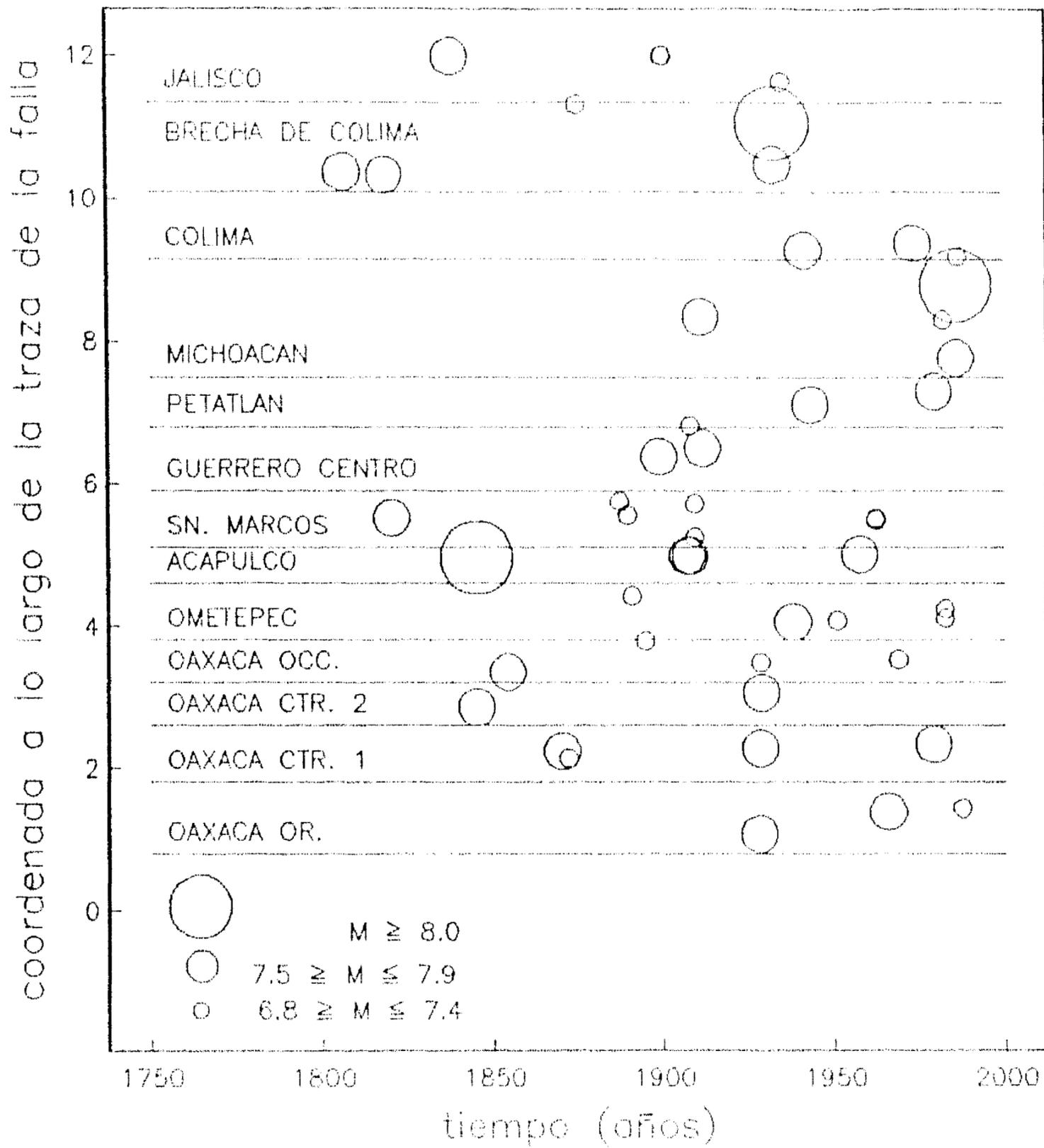


Figura 5.1 Grandes temblores mexicanos de subducción

Para el proceso de Poisson, el parámetro λ que lo define se considera incierto, y los parámetros de su distribución se calculan aplicando el teorema de Bayes (ec 3.9) utilizando una distribución a priori no informativa (Rosenblueth, 1986). Para el modelo de renovación lognormal, los dos parámetros que definen la distribución del tiempo entre eventos se consideran inciertos, y su distribución se calcula aplicando las ecs 3.15-3.20 para $B \Rightarrow \infty$ y utilizando, nuevamente, una distribución a priori no informativa. Para efectos de comparación entre los tres modelos es conveniente utilizar distribuciones a priori no informativas de los parámetros. En estos dos procesos la población la constituyen los tiempos entre eventos de todos los segmentos; suponemos que cada segmento tiene la misma distribución del tiempo entre eventos.

A continuación se presentan las distribuciones del tiempo entre eventos para los dos procesos:

Proceso de Poisson

$$f_T(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda t) \quad (5.1a)$$

$$f_\Lambda(\lambda) = \frac{(N\bar{T})^N \lambda^{N-1} \exp(-\lambda N\bar{T})}{\Gamma(N)} \quad (5.1b)$$

donde:

$$N = 25$$

$$\bar{T} = 44.67 \text{ años}$$

Proceso de renovación lognormal

$$f_T(t) = \frac{h^{1/2}}{t\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}h(\ln t - m_{\ln t})^2\right) \quad (5.2a)$$

$$f_{H, M_{Int}}(h, m_{Int}) = \frac{(N \cdot S/2)^{N/2} h^{N/2-1} \exp(-hNVT/2)}{\Gamma(N/2)} \frac{\sqrt{hN}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{hS}{2}(m_{Int} - MT)^2\right) \quad (5.2b)$$

donde:

$$MT = 3.82$$

$$VT = 0.285$$

$$N = 25$$

$$S = 27.80$$

En cuanto a la energía liberada en un episodio, se propone que la magnitud asociada con esta, de acuerdo a la ec 3.7, esté descrita por una distribución normal condicional al tiempo de espera t con varianza σ_M^2 y esperanza dada por la relación:

$$E\{M^*\} = a + b \ln(t) \quad (5.3)$$

donde $E\{\cdot\}$ denota el operador esperanza, a y b son parámetros, y t el tiempo transcurrido desde el último episodio. Con un desarrollo similar al que muestran las ecs 3.24-3.26, se infiere que, al utilizar una distribución a priori no informativa de los parámetros, la distribución a posteriori de los parámetros a , b y p , donde $p=1/\sigma_M^2$, resulta ser:

$$f''(p, a, b) \propto p^{\gamma''-1} \exp(-\delta'' p) p^{1/2} \exp\left(-\frac{pq''}{2}(a-EA'')^2\right) p^{1/2} \exp\left(-\frac{pr''}{2}(b-EB'')^2\right) \quad (5.4)$$

donde:

$$\gamma'' = \frac{N}{2} \quad (5.5a)$$

$$q'' = HA \quad (5.5b)$$

$$r'' = HB \quad (5.5c)$$

$$EA'' = MA \quad (5.5d)$$

$$EB'' = EBC'' + EBK''a \quad (5.5e)$$

$$EBC'' = \frac{MTM}{MT^2} \quad (5.5f)$$

$$EBK'' = -\frac{MT}{MT^2} \quad (5.5g)$$

$$\delta'' = \frac{HK}{2} \quad (5.5h)$$

La definición de estos términos es la misma que está dada a continuación de la ec 3.13, pero sustituyendo $\bar{\tau}_{R1}$ por t_1 ; tiempos de rompimiento trasladados por tiempos entre episodios.

Para los procesos de Poisson y de renovación lognormal los parámetros toman los siguientes valores:

$$\gamma'' = 12.5$$

$$q'' = 0.46$$

$$r'' = 345.01$$

$$EA'' = 6.42$$

$$EBC'' = 2.02$$

$$EBK'' = -0.27$$

$$\delta'' = 0.78$$

Para el modelo markoviano, en la fig 5.2 se muestran las gráficas que relacionan la verosimilitud y el parámetro B. Cada gráfica corresponde al valor de E_{max} que se calcula como la energía (ec 3.7) asociada a la magnitud que se indica en la figura como A^* . La ecuación que se utilizó para estas gráficas es la ec 3.31, que corresponde al valor de la esperanza de la verosimilitud para una distribución no informativa de los parámetros del modelo. De la gráfica se observa que la verosimilitud es prácticamente la misma para los dos valores de E_{max} .

Como ya se mencionó, el modelo de renovación lognormal es un caso particular del markoviano, y se consigue cuando $B \rightarrow \infty$. Para este modelo se calcu-

lan verosimilitudes más bajas que en el caso de máxima verosimilitud.

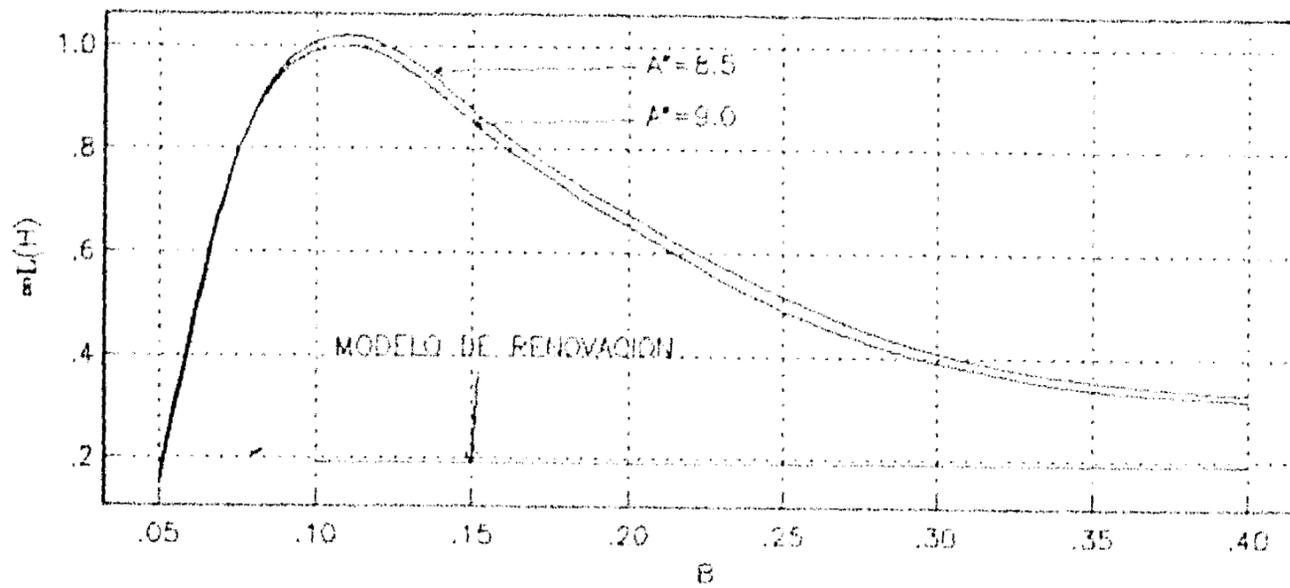


Figura 5.2 Verosimilitud de la historia sísmica de México

Para el parámetro B se utilizará una aproximación de primer orden. Este se toma como la esperanza de su distribución a posteriori (ec 3.30). Como distribución a priori se usa una distribución uniforme entre 0.04 y 0.23. Se considera que no es posible que el 90% de la energía liberada por un temblor de magnitud 7.5 se acumule en menos de 9 años ni en más de 60. La esperanza a posteriori de B resulta ser 0.14.

Para verificar el modelo en otras zonas sísmicas, se aplicó éste a dos segmentos de la zona de subducción de Japón. En la tabla 5.3 se presenta el catálogo sísmico (Utsu, 1984), y en la fig 5.3 se muestra la curva que relaciona la verosimilitud con el parámetro B .

Tabla 5.3 Catálogo de zonas sismotectónicamente similares

año	fecha		M
	mes	día	
MIYAGI-KEN-OKI			
1897	02	20	7.4
1936	11	03	7.5
1978	06	12	7.4
MIYAZAKI-KEN-OKI			
1899	11	25	7.1
1931	11	02	7.36
1968	04	01	7.5

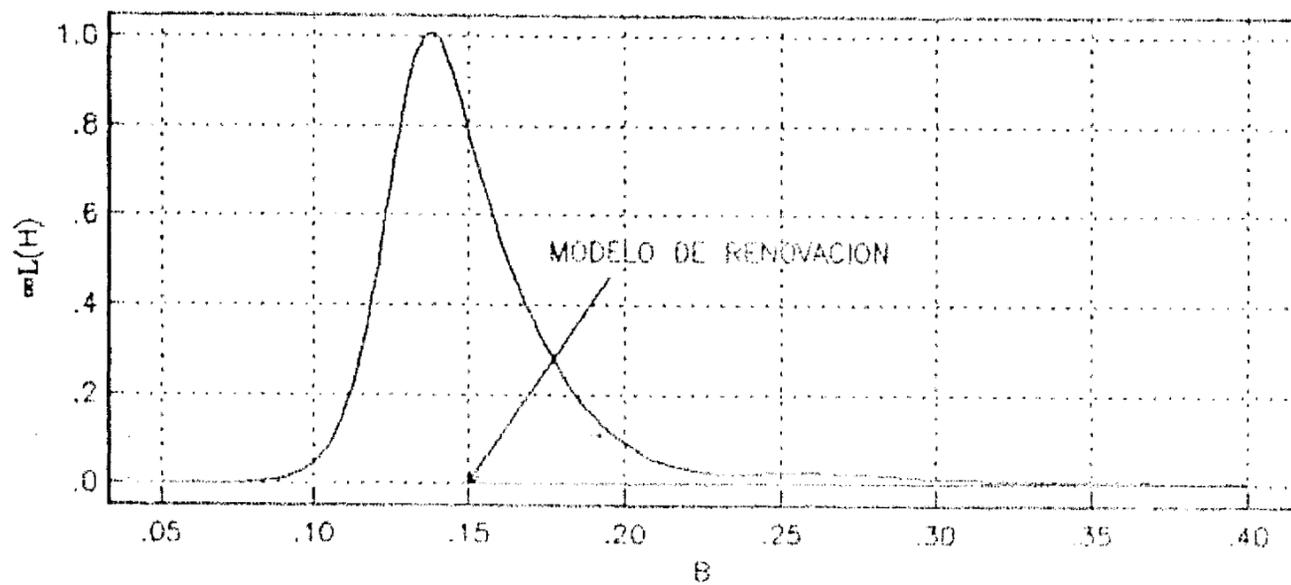


Fig 5.3 Verosimilitud de la historia sísmica de Miyagi-ken-oki y Miyazaki-ken-oki

Los valores de los parámetros que definen la distribución probabilística de los parámetros del modelo (ec 3.16 y 3.26) para un valor de A asociado a una magnitud de 9.0, un valor de B igual a 0.14 y una distribución a priori no informativa de los parámetros, son los que se presentan a continuación:

$k'' = 12.5$
 $s'' = 26.37$
 $E'' = 3.828$
 $\lambda'' = 2.875$
 $\gamma'' = 12.5$
 $q'' = 0.376$
 $r'' = 347.489$
 $EA'' = 6.486$
 $EBC'' = 2.010$
 $EBK'' = -0.266$
 $\delta'' = 0.850$

5.2 Esperanza y desviación del tiempo al próximo evento

Para cuantificar la influencia del modelo en la estimación del riesgo sísmico, se calcularon algunos indicadores o medidas de éste. Con un programa de simulación se estimaron la esperanza y la desviación estándar del tiempo al próximo episodio a partir del instante del cálculo, para cada segmento de la zona de subducción, y para los tres modelos: Poisson, de renovación lognormal y markoviano. Los resultados de estas simulaciones se presentan en la tabla 5.4.

Tabla 5.4 Esperanza ($E\{t\}$) y desviación estándar ($\sigma\{t\}$) del tiempo al próximo episodio en años

ZONA	PROCESO					
	MARKOV		RENOVACION LOG		POISSON	
	$E\{T\}$	$\sigma\{t\}$	$E\{t\}$	$\sigma\{t\}$	$E\{t\}$	$\sigma\{t\}$
OAXACA OR.	36.22	29.40	34.92	32.04	50.72	44.57
OAXACA CTR. 1	47.48	28.83	43.26	32.35	50.72	44.57
OAXACA CTR. 2	24.81	26.87	29.68	32.77	50.72	44.57
OAXACA OCC.	31.74	27.52	35.25	34.69	50.72	44.57
OMETEPEC	36.98	30.55	47.87	36.55	50.72	44.57
ACAPULCO	28.53	28.28	30.56	31.74	50.72	44.57
SN. MARCOS	27.91	28.77	33.92	32.60	50.72	44.57
GUERRERO	23.86	24.93	30.37	35.06	50.72	44.57
PETATLAN	42.36	27.81	43.26	35.33	50.72	44.57
MICHOACAN	60.47	38.06	47.80	38.74	50.72	44.57
COLIMA	34.82	29.67	38.62	34.67	50.72	44.57
BRECHA COLIMA	27.82	29.55	29.75	37.05	50.72	44.57
JALISCO	24.23	27.92	28.22	30.89	50.72	44.57

Como el proceso de Poisson carece de memoria, la distribución del tiempo al próximo episodio es independiente del tiempo transcurrido desde el último evento. Por ello, la esperanza y la desviación del tiempo al próximo episodio es la misma para todos los segmentos de la zona. Los modelos de renovación y markoviano sí son sensibles a los tiempos de quietud, y el markoviano, adicionalmente, a la energía liberada en los eventos anteriores. Esto se ve claramente en la tabla de resultados: la esperanza y la desviación del tiempo al próximo episodio son diferentes para cada segmento de la zona debido a que cada uno tiene diferentes tiempos de quietud y, en el caso del modelo markoviano, además, porque cada segmento tiene una cantidad de energía acumulada diferente. Para estos dos modelos hay segmentos en los que las estimaciones son más diferentes: en Michoacán, donde ocurrió el último gran episodio (1985), el modelo de renovación estima la esperanza del tiempo al próximo episodio en 47.80 años y el modelo markoviano en 60.47 años. La diferencia se debe a que el modelo markoviano tiene en cuenta la cantidad de energía liberada en el episodio, y como en el evento

de Michoacan la energía liberada fué tan grande, el tiempo necesario para que la zona vuelva a cargar energía suficiente para provocar otro rompimiento es muy grande. En el modelo de renovación la esperanza del tiempo al próximo evento es independiente de la energía liberada en eventos anteriores.

5.3 Esperanza del valor presente de las pérdidas debidas a sismo

Para considerar la influencia del modelo en la estimación del riesgo sísmico en un sitio sometido a eventos provenientes de varias fuentes sísmicas consideradas independientes, y para tener en cuenta la incertidumbre proveniente de la ley de atenuación, se calculó la esperanza del valor presente de las pérdidas provocadas por sismo en tres sitios de la República: México D.F., Acapulco y Caleta de Campos.

La ley de atenuación que se utilizó fué la de Bufaliza (1984). Esta se amplificó por un factor FS igual a 2.6 para simular una ley de atenuación sobre la meseta del espectro de diseño en terreno firme y para un porcentaje del amortiguamiento crítico del 5% (Esteva 1970).

$$\log(Sa) = 0.349 + 0.307Ms - 0.211\log R - 0.00276R + \log FS \quad (5.6)$$

donde:

Sa: aceleración espectral (cm/seg^2)

Ms: magnitud del temblor

R: distancia hipocentral en km

FS: factor de amplificación

La incertidumbre asociada a la ley de atenuación sobre la ordenada del espectro de respuesta que se consideró fue $\sigma_{\log Sa} = 0.30$.

El método elegido para modelar la relación entre el movimiento del terreno

y el diseño estructural fue el utilizado por Ordaz y coautores (1989), orientado a estimar el riesgo sísmico en el Estado de Guerrero (México).

Si se introduce la variable z , definida como el cociente de la aceleración espectral, S_a , a la resistencia nominal de la estructura, c_g , donde g es la aceleración de la gravedad, la relación de la esperanza del daño estructural $V(z)$ con la aceleración espectral S_a y el coeficiente de diseño c toma la forma:

$$V(z) = \Phi\left(\frac{1}{\sigma \ln z} \ln \frac{z}{m_z}\right) \quad (5.7)$$

donde $\Phi(\cdot)$ denota densidad normal acumulada y $\sigma \ln z$ y m_z son parámetros. Los valores asignados a estos parámetros fueron $m_z=17.1$ y $\sigma \ln z=1.10$ (Ordaz y coautores, 1989). Esta función se muestra en la fig 5.4.

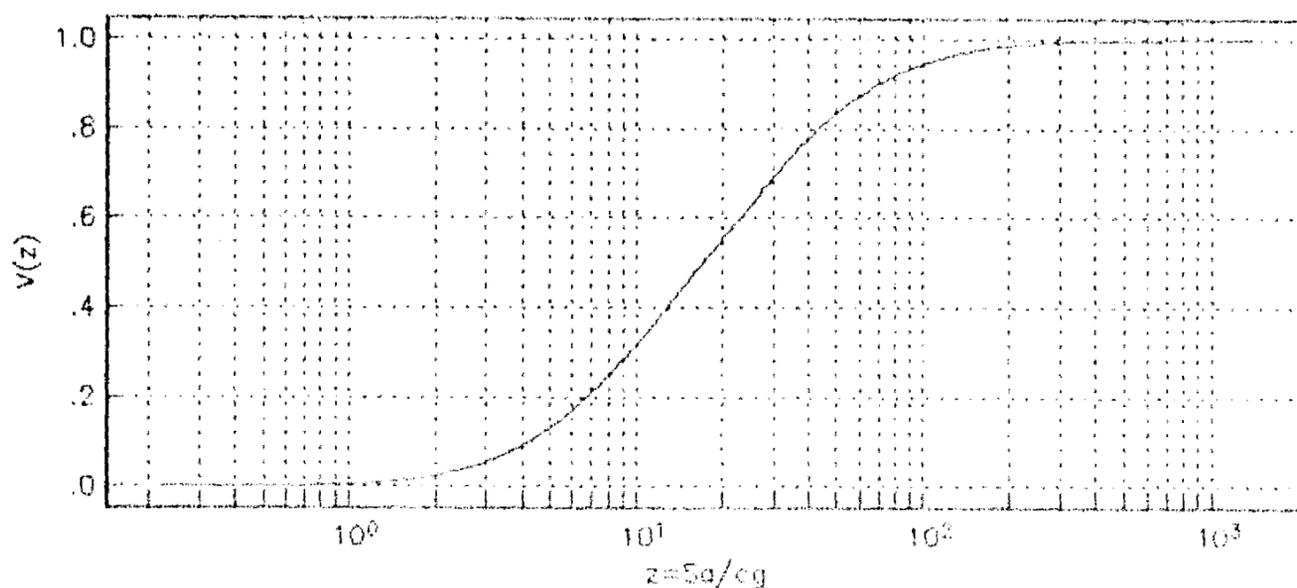


Figura 5.4 Fracción de las estructuras que se pierde como función del cociente de la aceleración espectral S_a y la resistencia nominal de las estructuras c_g

A partir de esta curva es posible calcular el porcentaje del valor de las estructuras que se perdería si ocurriese un temblor que indujera una acele-

ración espectral S_a tal que el cociente entre esta cantidad y la resistencia nominal de las estructuras fuera 2.

Suponiendo que ocurre un temblor en el instante t , el valor presente de la pérdida, $D(c)$, es

$$D(c) = L(c) \cdot F(S_a, c) \exp(-\gamma t) \quad (5.8)$$

donde $L(c)$ es el costo de construcción de todas las estructuras en el sitio, $F(S_a, c)$ es una función que cuantifica la proporción de daño que acontece si el coeficiente de diseño toma el valor c y en el instante t ocurre un temblor que impone una sollicitación representada por una ordenada del espectro de respuesta, S_a , y $\exp(-\gamma t)$ es un factor que actualiza el valor de la pérdida; γ es la tasa de descuento, supuesta igual a 0.05/año en este trabajo.

De acuerdo con Jara y Rosenblueth (1988),

$$L(c) = \begin{cases} K_0 & \text{si } c < c_0 \\ K_0 + K_1(c - c_0)^\alpha & \text{si } c > c_0 \end{cases} \quad (5.9)$$

donde K_0 es un costo fijo, independiente de la resistencia lateral de la estructura, c_0 representa la resistencia lateral que la estructura tiene aunque no se le haya diseñado por sismo y α y K_1 son constantes.

En este trabajo se emplearon los siguientes valores (Vargas y Jara, 1989).

$$\alpha = 1.1$$

$$\frac{K_1}{K_0} = 2.4$$

$$c_0 = 0.05$$

La función $F(S_a, c)$ es de la forma:

$$F(S_a, c) = \phi\left(\frac{1}{\sigma_{\ln z}} \ln \frac{S_a}{c g m z}\right) + Q \phi^2\left(\frac{1}{\sigma_{\ln z}} \ln \frac{S_a}{c g m z}\right) \quad (5.10)$$

donde $\phi(\cdot)$ denota a la densidad normal acumulada, y $m_z, \sigma_{\ln z}$ y Q son parámetros. El primer término del miembro derecho de la ec anterior es una función que mide la proporción del valor de las estructuras que se pierde por efecto del sismo. El término cuadrático cuantifica otros gastos causados a la sociedad por el sismo. En este trabajo se tomó Q igual a 12 (Rosenblueth, 1987).

La localización de los eventos dentro de cada segmento se consideró determinista y las coordenadas epicentrales son las que se muestran en la tabla 5.5. En todos los casos se tomó una profundidad focal de 30 km.

Tabla 5.5 Localización de epicentros

ZONA	LATITUD NORTE	LONGITUD OESTE
OAXACA CENTRAL 1	15.8	96.8
OAXACA CENTRAL 2	16.3	97.3
OAXACA OCCIDENTAL	16.6	97.7
OMETEPEC	16.4	98.5
ACAPULCO	17.1	99.1
SAN MARCOS	17.1	99.6
GUERRERO	17.1	100.5
PETATLAN	17.6	101.1
MICHOACAN	18.1	102.7
COLIMA	19.5	103.5
BRECHA DE COLIMA	19.5	103.5
JALISCO	19.0	105.3

Para calcular la esperanza de la pérdida debida a todas las fallas que pueden ocurrir en el futuro (EDT), se supone que después de cada temblor a to-

das las estructuras se les restituye su resistencia original y que el costo de la reconstrucción es igual al costo original.

Se considera también, para efectos de la comparación, que toda la energía de un episodio se libera en un solo evento. Para hacer estimaciones más precisas del riesgo en un sitio será necesario desarrollar un modelo adicional que indique la manera en que la energía liberada en un episodio se distribuye en diferentes eventos.

Las figs 5.7-5.9 muestran las curvas calculadas con los tres modelos (Poisson, renovación y markoviano), de la esperanza del valor presente de las pérdidas, $EDT(c)$, más el costo inicial de construcción, $L(c)$, relativos a K_0 , contra el coeficiente sísmico de diseño, c , para condiciones de terreno firme en Ciudad de México, Acapulco y Caleta de Campos, respectivamente.

Para poder referir el valor de las pérdidas a cantidades para las que se ha desarrollado sensibilidad, tales como tasas de excedencia o sus inversos, los periodos de retorno, se calcularon para los tres sitios las tasas de excedencia equivalentes:

$$\lambda^*(c) = \frac{\gamma \cdot EDT}{(1 + Q)L(c)} \quad (5.11)$$

que indica que un proceso cualquiera con tasa de excedencia equivalente $\lambda^*(c)$ producirá pérdidas iguales a las de un proceso de Poisson con $\lambda(c)$ igual a $\lambda^*(c)$ en que todo fuera determinista, excepto los instantes de ocurrencia de los temblores (Rosenblueth, 1976).

Las figs 5.10-5.12 muestran las tasas de excedencia equivalentes calculadas con los tres modelos: Poisson, renovación y markoviano, para Ciudad de México, Acapulco y Caleta de Campos, respectivamente.

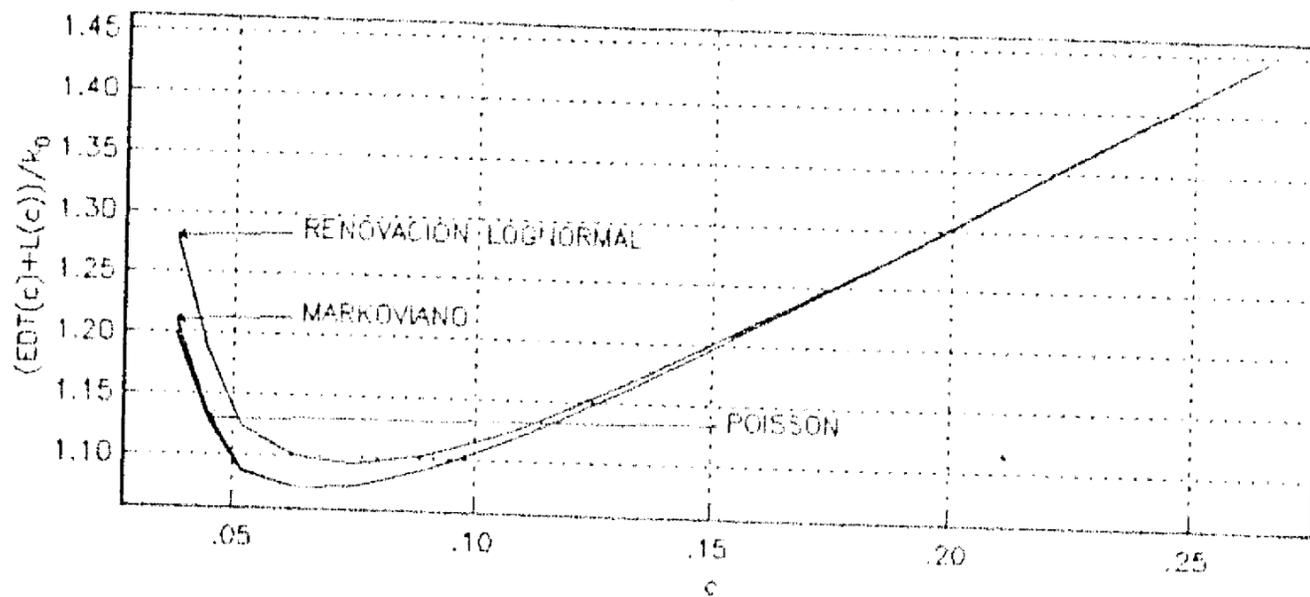


Figura 5.5 Esperanza del valor presente de las pérdidas ,EDT(c), más el costo inicial de construcción, L(c), relativos a K_0 , contra el coeficiente sísmico de diseño, c, en México D.F.

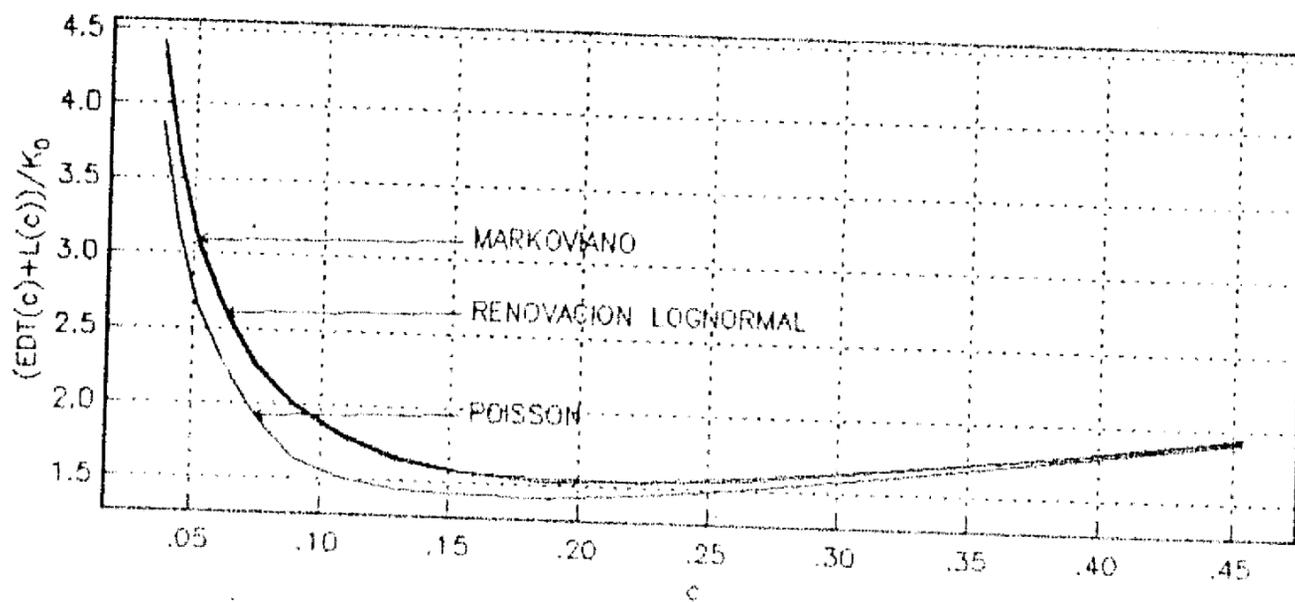


Figura 5.6 Esperanza del valor presente de las pérdidas ,EDT(c), más el costo inicial de construcción, L(c), relativos a K_0 , contra el coeficiente sísmico de diseño, c, en Acapulco

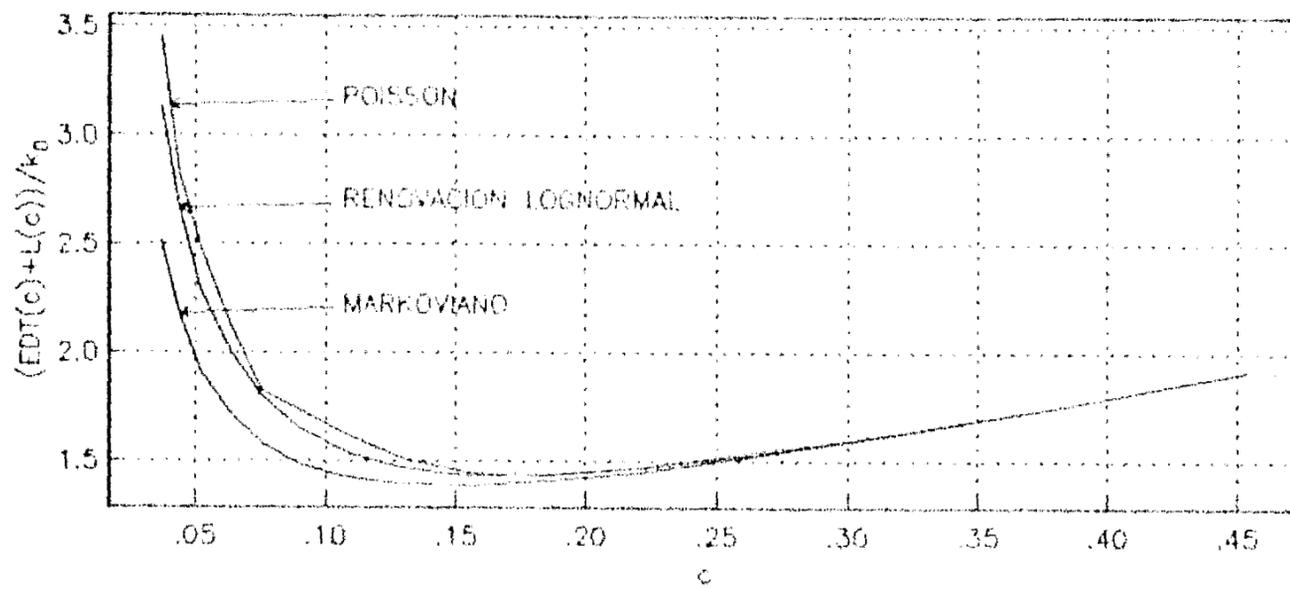


Figura 5.7 Esperanza del valor presente de las pérdidas, $EDT(c)$, más el costo inicial de construcción, $L(c)$, relativos a K_0 , contra el coeficiente sísmico de diseño, c , en Caleta de Campos

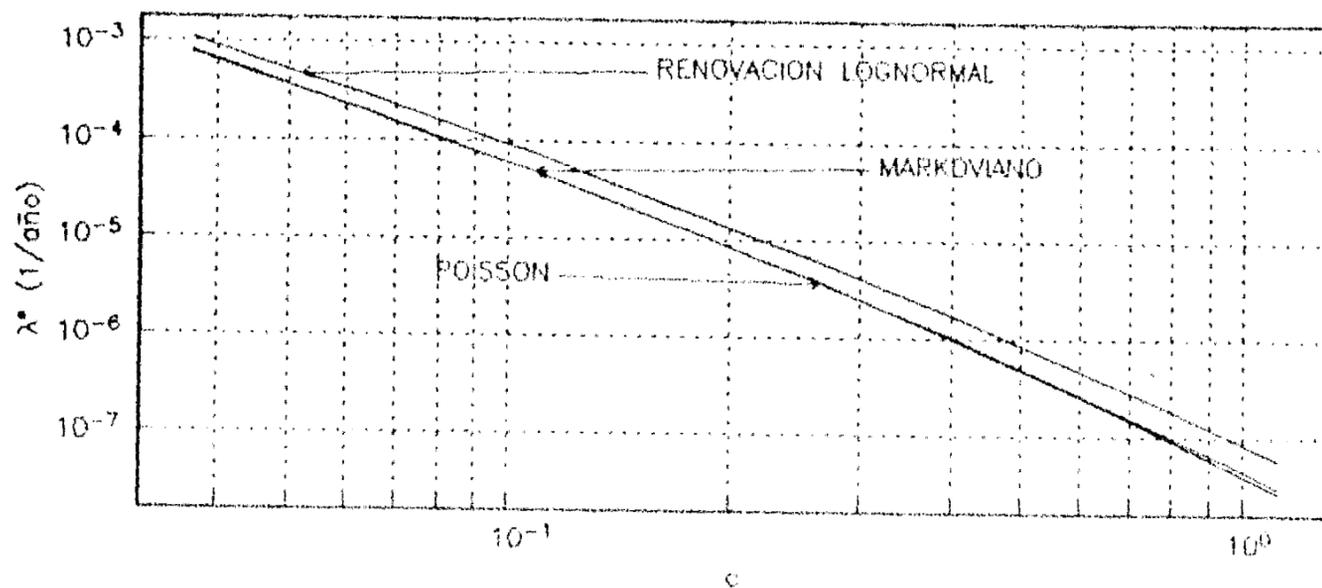


Figura 5.8 Tasa de excedencia equivalente, λ^* , contra el coeficiente sísmico de diseño, c , en México D.F.

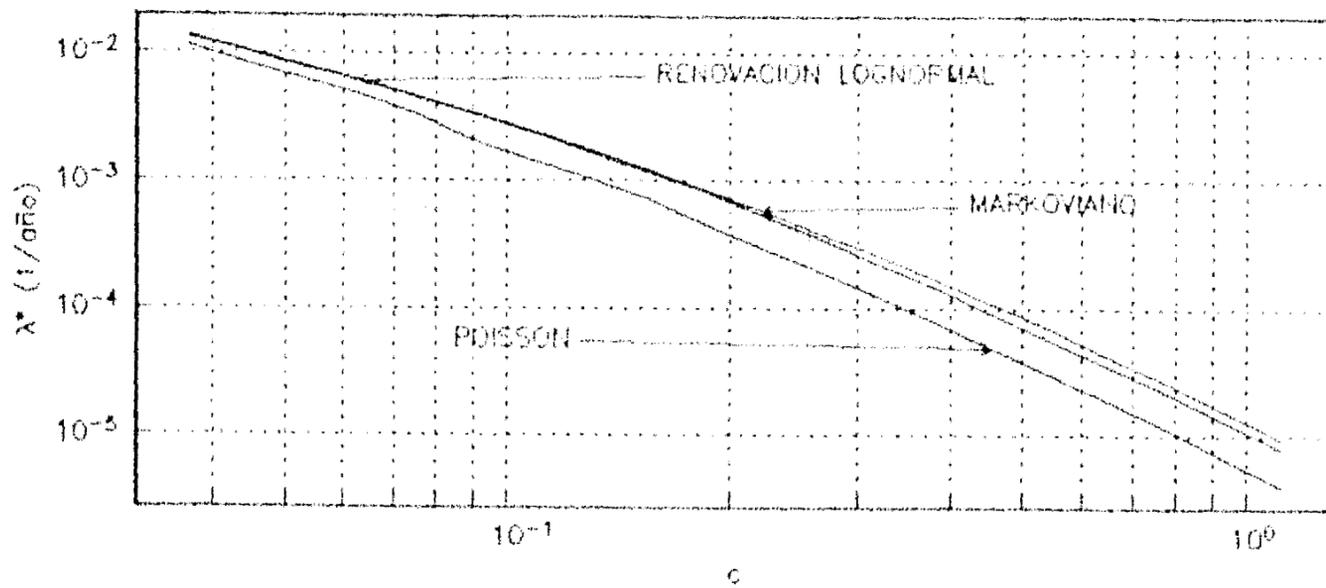


Figura 5.9 Tasa de excedencia equivalente, λ^* , contra el coeficiente sísmico de diseño, c , en Acapulco

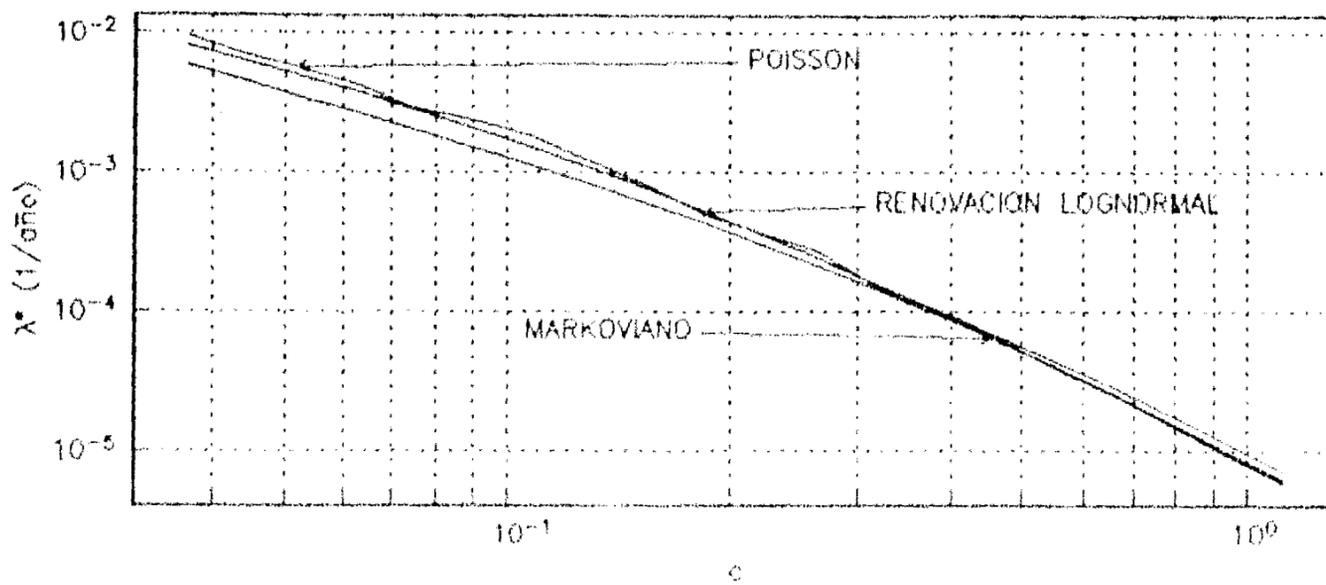


Figura 5.10 Tasa de excedencia equivalente, λ^* , contra el coeficiente sísmico de diseño, c , en Caleta de Campos

La comparación del modelo propuesto con otros dos modelos usuales (Poisson y de renovación lognormal) muestran algunas diferencias: como era de esperarse, en Ciudad de México, afectada por varias fuentes consideradas independientes, los tres modelos dan resultados semejantes. En Acapulco, cuyo riesgo se debe fundamentalmente a tres fuentes, los modelos markoviano y de renovación lognormal dan las mayores tasas de excedencia equivalente. Esto último debido a que el intervalo de quietud de una de las fuentes (Guerrero) es muy grande, y esto para el modelo de Poisson no interesa. En Caleta de Campos, situada cerca del epicentro del gran temblor del 19 de septiembre de 1985, el modelo markoviano arroja tasas de excedencia equivalente menores a los otros dos modelos: de renovación lognormal y Poisson, que por su parte dan resultados muy parecidos.

6. CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo estocástico para simular la ocurrencia de temblores de subducción con las siguientes características:

En vez de eventos individuales, cuya ocurrencia depende de procesos muy complejos, se maneja la idea de episodios sísmicos, que incluyen todos los eventos que ocurren en un periodo corto de tiempo. Estos episodios, como se desprende de los catálogos y del modelo que se desarrolló, obedecen a procesos más simples, que de manera burda se pueden modelar por medio de un acumulador de energía de deformación.

El planteamiento del problema como un proceso markoviano, donde el estado del sistema está representado por la energía de deformación acumulada, además de reflejar las ideas de la descripción geofísica del proceso de generación de temblores de subducción, permite manejar de manera natural, y definir con precisión, la idea de episodios sísmicos discutida en el párrafo anterior. El definir el estado del sistema por la energía de deformación acumulada hace dependiente la ocurrencia de eventos futuros, no sólo del

tiempo transcurrido desde el último episodio, sino de toda la historia sísmica anterior, incluyendo tiempos entre episodios y energías liberadas.

La verosimilitud de la historia sísmica de la zona estudiada es mucho mayor para el modelo que se propone que para modelos de renovación.

Por otro lado, independientemente de si las diferencias en la evaluación del riesgo sísmico en un sitio son despreciables o no comparadas con los otros modelos, el trabajo adicional que se requiere para hacer las estimaciones con el modelo markoviano propuesto es despreciable si se cuenta con un ordenador personal. Sólo es necesario contar con algoritmos de generación de números aleatorios con distribuciones usuales, que permitan simular la ocurrencia de eventos. Desde este punto de vista el modelo propuesto no aumenta la complejidad operativa debido a una más completa y precisa representación del problema; dentro de los límites de aplicación práctica, se desarrolló un modelo que representa más fielmente la idea que se tiene del proceso de generación de temblores de subducción.

Finalmente, aunque se han hecho avances, es necesario seguir avanzando y perfeccionar el modelo. Dentro de los aspectos que merecen atención, cabe hacer mención especial de uno: el tratamiento de zonas adyacentes como independientes es desde todo punto de vista inadecuado. Es necesario incluir dentro del modelo algún tipo de correlación entre zonas adyacentes, de manera que el estado del sistema se vea alterado por la ocurrencia de un evento en una zona vecina, y redunde finalmente en una modificación de las probabilidades de ocurrencia de eventos en la zona. Esta idea surge no sólo del modelo físico que se tiene para simular la ocurrencia de temblores de subducción (Hong y Rosenblueth, 1988), sino de la observación de catálogos sísmicos (fig 5.1).

7. AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento al doctor Luis Esteva, supervisor de este trabajo, por sus consejos, orientación y atención brindados durante el desarrollo de este estudio. Así mismo, quiero agradecer al doctor Emilio Rosenblueth sus valiosas sugerencias. Finalmente, quiero expresar mis agradecimientos y más profunda admiración a Mario Ordaz; amigo y maestro.

8. REFERENCIAS

Anderson, J. G. y Singh, S. K. (1989), "Seismic strain release in the Mexican subduction thrust", sometido a Physics of the Earth and Planetary Interiors

Astiz, L. y Kanamori, H. (1984), "An earthquake doublet in Ometepec, Guerrero, Mexico", Physics of the Earth and Planetary Interiors, 36, pp. 24-45

Bufaliza, M. (1984), "Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicanos", Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)

Esteva, L. (1970), "Regionalización sísmica de México para fines de ingeniería", Pub. 246, Instituto de Ingeniería, UNAM

Hong, H. P. y Rosenblueth, E. (1988), "Model for generation of subduction earthquakes", Earthquake Spectra, 4, pp. 481-497

Jara, J. M. y Rosenblueth, E. (1988), "Probability distribution of times between characteristic subduction earthquakes", Earthquake Spectra, 4, pp. 499-529

Kiremidjian, A. y Anagnos, T. (1984), "Stochastic slip-predictable model for earthquake occurrences", Bull. Seism. Soc. Amer., 74, pp. 739-755

Kiremidjian, A. y Suzuki S. (1987), "A stochastic model for site ground motion from temporally dependent earthquakes", Bull. Seism. Soc. Amer., 77, pp. 1110-1126

Knopoff, L. (1971), "A stochastic model for the occurrence of main sequence earthquakes", Reviews of Geophysics and Space Physics, 9, pp. 175-188

Nishenko, S. P. y Singh, S. K. (1987), "Conditional probabilities for the recurrence of large and great interplate earthquakes along the mexican subduction zone", Bull. Seis. Soc. Amer., 77, pp. 2095-2114

Ordaz, M. y Rosenblueth, E. (1989), "Earthquake magnitud exceedence rate and self-similarity", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 18, pp. 1017-1023.

Ordaz, M., Jara, J. M. y Singh, S. K. (1989), "Riesgo sísmico y espectros de diseño en el estado de Guerrero", Informe conjunto del Instituto de Ingeniería (UNAM) y el Centro de Investigación Sísmica AC de la Fundación Javier Barros Sierra.

Rosenblueth, E. (1976), "Optimum design for infrequent disturbances", Journal of Structural Division, ASCE, 102, pp. 1807-1825

Rosenblueth, E. (1986), "Use of statistical data in assessing local seismicity", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 14, pp. 325-337.

Rosenblueth, E. (1987), "What should we do with structural reliabilities?", Memorias 5^a Conferencia Mundial sobre Aplicaciones de Estadística y Probabilidad en Ingenierías Sísmica y de Suelos, Vancouver, Canadá, pp. 25-29

Rosenblueth, E. (1988), "Self-stimulated seismicity for noncharacteristic earthquakes", Earthquake Spectra, 4, pp. 531-550

Singh, S. K., Rodriguez, M. y Esteva, L. (1983), "Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone", Bull. Seis. Soc. Amer., 73, pp. 1779-1796

Utsu, T. (1984), "Estimation of parameters for recurrence models of earthquakes", Bull. Earth Res. Inst., 59, pp. 53-66

Vargas, E. y Jara, J. M. (1989), "Influencia del coeficiente sísmico de diseño en el costo de edificios con marcos de concreto", Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Acapulco, Guerrero, México, pp. D30-D39