tesis que presenta

SANTIAGO RAMIREZ CASTAÑEDA

para obtener el grado de Doctor en Filosofía

Colegio de Filosofía

Facultad de Filosofía y Letras

Universidad Nacional Autónoma de México

1989

Indice[1]

[1] Este trabajo consta de tres partes fundamentales: el trabajo propiamente dicho (capítulos 1-8), la parte documental (anexos I-IV) y de tres trabajos: el que aparece en el anexo V que se presenta en francés y que ha sido sometido para publicación en los *Archives de Philosophie*; el trabajo del anexo VI que se presentó, en inglés en el *Boston Colloquium for the History and Philosophy of Sciences* (una versión abreviada se presentó en el Coloquio Internacional de Filosofía del Instituto de Investigaciones Filosóficas en 1980) y el que aparece en el anexo VII que se presentó en el Congreso Internacional de Filosofía de las Ciencias celebrado en Moscú en 1987. Como se trata de trabajos ya publicados o en proceso de publicación, no se les incorpora formalmente en el texto. Se les incorpora, sin embargo, por su importancia o por que amplían considerablemente los puntos de vista sustentados en el resto del texto.

Documentos

Debe ser probablemente el alba de un día de enero o de febrero de 1944.

El hombre sale del edificio gris. Su espíritu "ha resistido pacientemente una terrible y larga presión - sin abdicación y sin esperanza..."; una vez más se pregunta "para quien son esas serpientes que silban sobre nuestras cabezas".

Lo que le suceda carece de importancia: ha hecho buen uso de lo que le ha acaecido, los eventos no le perturban más, no conoce sino la grandeza del hombre. Ha alcanzado la perfección, la que sólo se logra cuando "se pone el sol de la vida".

Alcanzó esta *apatheia* a partir de una posición filosófica que nunca escribió y que fue la guía de la filosofía que sí escribió: nada es en vano, toda acción es racional, incluso cuando carece de intención. No hay nada tras las cosas, nada por lo que las cosas sean. Sin embargo, él mismo es otro.

En la inmensidad de su soledad, en esta mañana fría de enero o de febrero, es cuando menos sólo está: en el rincón más íntimo de su alma, es uno con todo el género humano.

No puede continuar el juego, "la rebelión contra el destino". En este momento crucial de su vida, en este momento único, debe abandonar la vida como único acto moralmente posible.

Porque abandonándola, preserva su yo inviolado y se salva. Su propia destrucción es su deber moral. En tanto que individuo, no puede hacer otra cosa, no puede actuar de otra manera. Su muerte confirma su verdad: su ser es su razón.

Una vez más, como Sócrates, en el eterno retorno del mismo crimen, habría pensado,

"es de tal manera interesante..."

Fue el mayor de los tres hijos de un oficial que enseñaba geografía en la Escuela Militar de Saint-Maixent. Nació en 1903 en el seno de una familia protestante. Su madre descendía de la familia Malan de Mérindol quienes, desde el siglo XII, habían abrazado la fe valdense. El padre, por su parte, provenía de los Camisards del Tarn.

Recibió de su madre las primeras lecciones y, en 1920, ingresó al liceo Louis-le-Grand, de París. En 1923, fue admitido en el primer lugar a la Escuela Normal Superior. Ahí, escuchó a Bréhier, el gran maestro del estoicismo (1923-24), leyó a Brunschvicg y a William James. En 1925, pidió a Brunschvicg que dirigiera sus investigaciones para obtener el diploma de estudios superiores, su trabajo trataba de la filosofía y el cálculo de probabilidades de los hermanos Bernouilli.

En octubre de 1927, pasó un mes en Berlín en donde leyó a Felix Klein; ese invierno leyó también a Husserl y a Borel y decidió hacer su tesis principal sobre la teoría de conjuntos.

En febrero de 1929, escuchó a Husserl a quien encontraría, nuevamente, en 1931. En torno de este reencuentro, escribió a su hermana (agosto 4, 1931):

> "Su orgullo tiene algo de conmovedor y de triste - se compara con Galileo y Descartes ..."

Tras escuchar las quejas de Husserl contra Heidegger, llega a la siguiente conclusión:

> "Es curiosa su imposibilidad de entender en filosofía, y principalmente para él que pretende remediarla fundándola como ciencia ..."[1]

Sin embargo, su relación teórica con Husserl siempre fue una determinación importante en su trabajo. En noviembre de 1942 escribía a Albert Lautman:

> "Tu oferta de libros me viene de maravilla ... si puedes conseguir en Toulouse la *Formale und Transzendentale Logik* de Husserl ... es en función de él, un poco en su contra, que intento definirme..."[2]

Por otra parte, en su curso en la Sorbona (1941), defendía "la necesidad de rechazar la lógica husserliana".

Durante el año de 1929, trabajo en la Normal. Se consagró a sus *aggrégatifs* entre los que se encontraban Merleau-Ponty y Albert Lautman[3].

---

[1] en Ferrières, p. 83.
[2] *op. cit.*, p. 164.
[3] Albert Lautman nació en 1908. Ingresó a la Escuela Normal Superior en 1926. Recibió la agregación en filosofía en 1930 y el doctorado en letras en 1937 con una tesis sobre la noción de estructura en matemáticas. Fue fusilado el primero de agosto de 1944.

En 1930, recibió la beca Rockefeller para llevar a cabo una investigación sobre los movimientos de juventud en Alemania. Viajó a Berlín en donde modificó el proyecto para darle una orientación teológica. En Hamburgo trabajó sobre Cantor: Fraenkel le informó que en Göttingen se encontraba una parte de la correspondencia entre Cantor y Dedekind. Ahí, conoció a Emmy Noether con quien publicó las cartas.

Tras un año en Alemania, regresó a la Normal (1931-1935). En 1934 asistió al Congreso Internacional de Filosofía en Praga y luego al Congreso de Sociología en Cracovia en donde conoció a Bachelard. En 1935, fue nombrado profesor en el liceo de Amiens. En 1937 presentó su tesis principal (*Méthode axiomatique et formalisme*) y su tesis complementaria (*Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*[4]) y participa en el Congreso Descartes. Asiste, también, a la comisión del Círculo de Viena. En 1938 fue nombrado encargado de cursos en la Universidad de Estrasburgo. Ahí lo sorprende la guerra.

[4] Esta obra, y la correspondencia de Cantor con Dedekind, así como *Transfini et continu*, fueron reeditadas en 1952 con el título *Philosophie mathématique*.

Desde su más tierna infancia, su vida se desarrolló en un medio manifiestamente protestante. Cuando niño, recuerda su hermana, impresionado por una pasaje de las escrituras (*"Velad y orad pues no sabéis ni el día ni la hora"*), permanecía despierto toda la noche golpeándose el pecho; pretendía - según la hermana - "matar al cuerpo para salvar el alma"[5]. Deseaba, por entonces, ser misionero. En 1931, publicó, en *Cahiers de Foi et Vie*, un artículo con el título "Ecumenismo y misiones". Cuando ingresó a la Normal, frecuentaba la *Maison Fraternelle*, centro de evangelización protestante. Más aún, fue miembro del grupo protestante de la calle Jean-De-Beauvais. Se le encargaron las reuniones del 11 de febrero, 7 de junio y la primera de septiembre de 1931.

Hasta 1935, incluso durante los períodos del servicio militar, nunca dejó de asistir al culto dominical que le parecía tener "una atmósfera de recogimiento - de religión interior e íntima - eso tiene su encanto."[6]

El cambio de orientación que diera a las investigaciones patrocinadas por la Fundación Rockefeller no fue, por lo tanto, accidental. Cuando comenzó su trabajo, en Berlín, constató rápidamente que el movimiento de juventud agonizaba. Fue entonces que se decidió consagrar a los movimientos religiosos alemanes:

---

5 en Ferrères, p. 13.
6 op. cit., p. 40.

> "Francamente, me voy a hundir en las cosas religiosas; el *Jugendbewegung* estricto me tiene harto y estoy convencido que, en la nueva piedad luterana hay algo que hacer - sin duda más teológico que sociológico, peor para Rockefeller."[7]

Su interés por las cuestiones religiosas no era superficial, escribió varios ensayos sobre el tema y discutía apasionadamente:

> "Había preparado, en particular, una bella refutación de su teoría sobre la *Volkskirche* (se refiere al teólogo Wendland), es decir, existencia irreductible de un pueblo en presencia de Dios ... Todo ello como consecuencia de una noción de la historia que me parece profunda pero que, creo, está acompañada de una crítica insuficiente del conocimiento imaginativo: un pueblo - diría Brunschvicg, siguiendo, por lo demás, a Spinoza - no es más que una imaginación - ciertamente hay un mundo en donde parecen insertos los espíritus finitos, pero todo desmembramiento de la continuidad de su historia no puede ser sino arbitrario."[8]

---

7 *op. cit.*, p. 61.
8 *op. cit.*, p. 63.

A su regreso de Alemania, en 1931, se detuvo en Berneuchner, en Rothenfelds y en Beuron en donde permaneció en el monasterio de Maria Laach durante la celebración del ritual de Tinieblas[9]. Su entusiasmo fue tal que se sintió obligado a escribir a su hermana: "No, no me voy a hacer católico"[10].

> "Las Lamentaciones de Jeremías, recitadas en maitines, en una pequeña capilla benedictina que me había indicado el padre Przywara - esas voces graves al unísono resuenan como una cuerda de fierro - y, en contraste, la invocación de Jerusalén - pronunciada a la latina - regresa con una gran dulzura en la oscuridad progresiva - pues el oficio termina con todas las luces apagadas."[11]

9 El ritual de Tinieblas (*Tenebrae*) se desarrollaba en los maitines y en las vísperas de los jueves, viernes y sábados santos hasta que fue reformado por Pío XII en 1955. El servicio se llamaba *Tenebrae* porque en la Edad Media se celebraba en la oscuridad total. Al final de cada salmo, uno de los quince cirios que inicialmente estaban encendidos se apagaba. Al concluir el salmo 146, solamente quedaba uno. Las velas del altar, a su vez, se apagaban cuando se cantaba el *Benedictus*, una después de cada segunda línea. Al final de cada cántico, se repetía el himno *Traditor Autem*. Tras la última repetición, el cirio que quedaba encendido se escondía tras el altar.

La extinción gradual de los cirios - a excepción del último - ilustraba el abandono sucesivo de cada uno de los apóstoles. El último representaba el entierro de Jesucristo. El ruido durante la oscuridad, carecía, originalmente, de significado: servía solamente para indicar que la lectura se detenía durante las horas que duraba el oficio. Más tarde vino a significar los movimientos telúricos desencadenados a la muerte de Cristo y su descenso a los infiernos.

10 en Ferrères, p. 80.

11 *op. cit.*, p. 70.

La esfera religiosa de su vida, en fin, como todas las demás, estuvo marcada por las contradicciones. Su hermana escribe:

> "Hombre de contradicciones difícil de situar. Héroe de la soledad y de la búsqueda intelectual, pleno de puritanismo pero dejando adivinar, por irradiación, al doble que le habita ..."[12]

Durante su estancia en la Escuela Normal Superior, recuerda su hermana, desafiaba al ejército, cantaba la Internacional y se preparaba para entrar al Partido Comunista. En 1926, asistía regularmente a las sesiones de filmes soviéticos. Sus trabajos en cuanto a la religión tratan frecuentemente de la relación que pudiera establecerse entre el cristianismo y el marxismo:

> "Hay, escribe, una mezcla demasiado íntima entre religión y marxismo ... Toda investigación de la verdad tiene un carácter religioso y, en este sentido, es cristiano ser marxista ..."[13]

Durante la ocupación, viajó a Inglaterra en donde arreglaba contactos con el exilio francés, afirmaba, por un lado, su desprecio a la "mentalidad de emigrados", "al espíritu de capilla" del clan gaullista, "de esas mujeres que llevan la cruz de Lorena hasta en el sombrero"[14]. Por el otro, decía de De Gaulle, con admiración, "no es humano"[15].

12 op. cit., p. 81.
13 op. cit., p. 74.
14 op. cit., p. 132.
15 op. cit., p. 133.

Incluso, su conocimiento de Alemania le permitía opinar sobre el nacional-socialismo, "es decir, sobre la pandilla de Hitler ... son todos unos demagogos, fascistas pero, como Mussolini, pretenden tener un programa social avanzado."[16]

En 1931, escuchó a Hitler:

> "Un cierto talento de mimo a propósito de las intrigas entre los partidos de derecha e izquierda ... y evidentemente fuerza cuando su puño martilla su deseo de salvar la patria alemana."[17]

---

[16] op. cit., p. [illegible].
[17] op. cit., p. 76.

Poco se sabe de su vida amorosa. En la biografía que escribiera su hermana[18] se puede leer que conoció "dos grandes amores ... sin futuro" y habla de una dama inglesa que fue su "gran amor". En 1935 rompió con ella (para lo que, incluso, viajó a Londres) y a partir de ese momento, dejó de asistir a los servicios religiosos dominicales. Años más tarde, Gabrielle buscó a la inglesa. Se había vuelto loca.

Su formación protestante -"cuando se está marcado con su sello"[19] -, su trabajo solitario, un extraño y misterioso sentido de la predestinación, le volvieron taciturno e hicieron aparecer el lado violento de su carácter: "cóleras bruscas que no dominaba todo el tiempo"[20] le asaltaban de pronto; crítico de la banalidad, exigía enormemente de sí mismo y no toleraba ninguna debilidad. Su único fin era la búsqueda de la verdad en el mar proceloso de las contradicciones a que su actividad intelectual, religiosa y política le condujeron. Este llamado imperioso fue comparado por él mismo al de los *daimones* socráticos. Su trabajo en la Resistencia fue un imperativo categórico: "No puedo actuar de otra manera". Durante su misión en

18 Hay que señalar aquí grandes diferencias entre la edición de PUF (1950) y la de Seuil (1982).
19 *op. cit.*, p. 101.
20 *op. cit.*, p. 58.

Inglaterra, habló sin cesar de su muerte: "la muerte estaba inscrita en filigrana en el corazón de su discurso, conciente de que le esperaba ..."[21]

Luego, la pasión de la Resistencia puso fin a sus dudas y a las contradicciones de su existencia y, por último, a su existencia misma.

21 *op. cit.*, p. 183.

Su elección de temas es sintomática: Las *Lamentaciones de Jeremías* y el *Oficio de Tinieblas*, la locura o la sombría clandestinidad de la Resistencia; Pascal y Port-Royal y las grandes imposibilidades matemáticas: los fundamentos y lo real de las matemáticas. Una vida de riesgos y apuestas y, al final, un final desconocido.

Si la muerte del héroe, como dice Marx, explica su vida, la muerte del desconocido número 5 explica una vida pletórica de enigmas. Este carácter fue grabado en su obra: una obra desconocida, enigmática. Una obra, dice Bachelard, en donde no encontramos explicaciones, "nada explicativo"[22].

---

22 *op. cit.*, p. 210.

Romano Guardini, por quien tenía una gran admiración, había escrito que hay espíritus con tal desprecio por sí mismos que toda su voluntad no es más que la voluntad de "volverse nada para que algo más grande pueda nacer"[23], espíritus que no están cómodos excepto en la soledad, que necesitan silencio, "el silencio es para ellos como una presencia, una atmósfera espiritual que les permite respirar, que los apacigua y los protege ..."[24], para ellos, la vida y la grandeza están ligadas con una gran tristeza, "lo que Dante llamaba la *grande tristezza*, que no nace de una circunstancia particular sino de la existencia misma."[25]

Esta voluntad, a su vez, no es sino la expresión de un deseo de hundirse en las profundidades, es una relación con los "fundamentos oscuros del ser"[26].

Con este espíritu se constata que las cosas son finitas, que toda finitud es una deficiencia y que esta deficiencia es una "decepción para el corazón que reclama lo absoluto"[27].

---

23 Guardini, *De la mélancolie*, p. 45.
24 *op. cit.*, p. 53.
25 *op. cit.*, p. 64.
26 *op. cit.*, p. 66.
27 *op. cit.*, p. 41.

Pues reclamaba lo absoluto:

> "(La vida moral) se define como una especie de contacto entre lo absoluto de donde emana y lo contingente que la condiciona ... Es un movimiento en que una intuición, especie de tangente a la trayectoria que describe, permite tener conciencia, pero una conciencia oscura o al menos fugaz que se disuelve en el análisis y que, posiblemente, puede evocarse después, al revivirla en una especie de juego; pero que no puede ser reconstruída o apuntada por medio de signos, como se hace con la conciencia de las relaciones inteligibles. La inspiración moral es una intuición vivida, no es una idea pensable ... la investigación seria, profunda, lejos de los ruidos externos, en el recogimiento íntimo, en la apreciación sincera y severa, fuera de toda complacencia y de toda ceguera acerca de la conducta y de los proyectos actuales, la verdadera buena voluntad, tal es la plegaria que exige la ley moral ... [28]

---

[28] *Cahiers de Foi et Vie*, pp. 18-21.

La vida misma es, así, el signo de la existencia de lo absoluto: "el infinito se manifiesta al corazón"[29]:

> "He ahí la aspiración de lo que Platón llama el fin verdadero del Eros, el Bien Supremo que es, al mismo tiempo, lo único real, la belleza misma, imperecedera e ilimitada. Exigir conocer esta realidad, que sólo puede recorrerse solo, acogerla, estar unido a ella es algo peculiar que puede seguirse a través de toda la historia de la búsqueda y del pensamiento humanos: la insatisfacción especialmente viva causada por lo finito ... El melancólico aspira a encontrarla en lo absoluto, pero en un absoluto que sea amor y belleza."[30]

No es, pues, por azar, que el único curso que diera en la Sorbona se iniciara planteando la cuestión de lo absoluto y de lo relativo; no es por azar que definiera a la ciencia como la actividad cuyo fin es alcanzar el absoluto.

Pero siempre hay un peligro: es necesario pagar con le conmoción del ser; es el peligro de "perder contacto con lo real, de no fijarse en sitio alguno". El había dicho, un día que uno "no sabe jamás exactamente en dónde se está"[31]. Es el riesgo del vuelo. Sin embargo, cuando se pierden las raíces, tendremos, como las aves, alas ...

---

29 Guardini, *De la mélancolie*, p. 79.
30 *op. cit.*, pp. 69-70.
31 en Ferrières, p. 101

EL CAZADOR DE AVES

"mais vous avez des ailes ...

ROMANO GUARDINI

Cavaillès propone, como único trabajo que "tiene esperanzas de concluir en resultados objetivos", aquel que consiste en "seguir la génesis de las nociones ... aislar la intuición central imposible de describir ..."[1]

En consecuencia, si este trabajo sobre Cavaillès tiene la intención de alcanzar algún resultado objetivo, será necesario que intentemos capturar el gesto interior de Cavaillès mismo. Para ello, recurrimos a los trabajos que, en apariencia, poco tienen que ver con la filosofía o con las matemáticas, pero que nos permiten, sin embargo, seguir la "génesis de las nociones" y, en ciertos casos, aproximar la intuición central.

Los trabajos que nos interesan fueron publicados en 1932 (antes de la ascensión de Hitler) y en 1933 (después de la toma del poder nazi).

[1] Cavaillès, J., *Philosophie mathématique*, p. 29.

Die Wandervogeln

El movimiento juvenil alemán se inicia en 1901 (si bien Cavaillès lo remite a 1897) en un suburbio de Berlín, Steglitz: "Una mañana de 1897, escribe Cavaillès, un estudiante de derecho de Berlín, Fischer, parte con algunos alumnos del gimnasio de Sterlitz (*sic*) a los bosques cercanos".[3]

En años subsecuentes, el movimiento se extiende rápidamente, "pronto, a toda Alemania, hacia el Main, a Bavaria, al Jura suavo, a la Selva Negra."[4]

El movimiento, *Wandervogel* (aves errantes), llegó a contar con 60,000 adherentes que provenían, en su mayoría, de comunidades protestantes urbanas. Según Holborn[5], se trataba de un movimiento de protesta en contra la familia victoriana y del intelectualismo de las escuelas secundarias que restringía las capacidades creativas e imaginativas de los adolescentes; contra de las falsas pretensiones aristócratas, pretendían aproximarse al pueblo y redescubrir la naturaleza. Durante una convención, en 1913, en la montaña Hobe Meissner, juraron solemnemente poner en orden su vida "siguiendo nuestra propia iniciativa, bajo nuestra

3 Cavaillès, J., "Un mouvement des jeunes en Allemagne", p. 149.
4 *op. cit.*, p. 149.
5 Holborn, Hajo, *A History of Modern Germany, 1840-1945*, Ed. Alfred A. Knopf, Nueva York, 1969.

propia responsabilidad y con sinceridad profunda". Uno de los efectos más notables de esta actitud fue el que se suprimiría, de la vida de un buen número de familias de clase media, buena parte de las convenciones sociales inútiles.

Según Holborn, cuya interpretación es dudosa, el movimiento fue una pobre escuela para el pensamiento y no produjo nada desde el punto de vista artístico.

Escapar de las ciudades y regresar a la naturaleza era, según Holborn, un escape de la modernidad. La Primera Guerra Mundial y la Revolución de 1918 exigieron, según Holborn, actitudes políticas que, en cuanto movimiento, los *Wandervogel* no pudieron adoptar.

El punto de vista de Cavaillès es más sofisticado. En primer lugar, establece períodos en el movimiento (dos épocas: una antes de la guerra y otra después) y le reconoce un valor, siguiendo a Thomas Mann, totalmente distinto:

> "El movimiento de juventud ... fue una verdadera revolución moral, una conmoción de nuestras costumbres tanto en lo interno como en lo externo, una de las fuerzas más importantes de entre las que cambiaron el rostro de Alemania."[6]

[6] Cavaillès, *op. cit.*, p. 148.

Cavaillès añade: "Su historia está hoy cerrada, sus objetivos alcanzados. Pero permanece ... fiel al impulso original en ciertas corrientes religiosas o políticas".[7]

La primera época fue la más fresca, carecía de programas y tuvo, sin embargo, la vida más larga pues se prolongó más allá de sus variantes ulteriores. La primera de éstas sustituyó la forma "fresca e inocente"[8] de los *Wandervogel* por una forma más teórica y elaborada, "en el país de las *Weltanschaungen*, el juego de las teorías nunca tarda"[9]. La tercera época de la *Jugendbewegung* separó a sus miembros en tres movimientos distintos, uno que enfocado hacia la cultura, otro que se ocupaba de la iglesia y el tercero apuntando hacia lo social.

Como descripción y testimonio de la primera época, la época de los *Wandervogel* propiamente dicha, Cavaillès recurre al libro de Walter Flex, *Le Voyageur entre les Deux Mondes*. Se trata de la historia de Ernst Wurche, muerto en la guerra, escrita por Flex que también habría de morir en ella, dos años más tarde. La primera parte es, según Cavaillès,

> "Un himno a la alegría de los *Wandervogel* ... Las ocas salvajes estrían el cielo con su triángulo gris, algunos soldados abandonan el frente ... felices de marchar libres bajo el claro sol otoñal."

---

[7] *loc. cit.*
[8] *loc. cit.*
[9] *loc. cit.*

Ahī se encuentran Flex y Wurche por primera vez y, a continuación,

> "se arrojan, en la mañana, en el agua helada, desnudos como jóvenes dioses; bajo el sol naciente, observan las moscas azules jugar entre los fustes rojos de los pinos, luego, en la tarde, mientras un milano gira sobre ellos, Wurche se levanta, fino y claro, con la luz del sol poniente entre sus dedos y recita el salmo de David: <<*Señor, Dios mío, eres maravillosamente grande, eres bello y suntuosamente engalanado, la luz es el hábito que revistes, despliegas el cielo como una tienda ... El señor tiene placer en su obra, contempla la tierra ... Quiero cantar lo eterno durante toda mi vida ... Me regocijo en el Señor*>>."[10]

La intención de Cavaillès, más adelante[11], es remontar al hombre ("*El hombre es algo que debe ser superado*"). La elección del pasaje, por lo que concierne a Cavaillès no es, por lo tanto, en modo alguno, accidental. Este hombre podría ser, como Cavaillès mismo, "según la hora, juego, combate o liturgia".[12]

A partir de 1910, las asociaciones que surgieron de los *Wandervogel* comenzaron a elaborar programas. La asociación más famosa fue la *Freideutschen* (dirigida por Gustav Wyneken) que elaboró una teoría centrada sobre Eros - la fuerza vital que mobiliza las partes del universo - y adoptan a Nietzsche como el gran maestro en todo lo que

---

10 *op. cit.*, p. 150.
11 *op. cit.*, p. 152.
12 *loc. cit.*

tiene que ver con lo humano; Wurche, por ejemplo, en su mochila, llevaba un ejemplar de Zaratustra, el Nuevo Testamento y a Goethe. Esta segunda fase se caracteriza por la introducción de elementos paganos que se oponían a la amargura de la civilización existente. La cultura es criticada severamente, los jóvenes abandonan la vida urbana. Es una rebelión contra el "*Wilhelmismo*", pacifista y patriota por accidente.

En 1919, "todo elemento sólido había desaparecido"[13]. Todo debía ser reconstruído desde el principio. Las soluciones que la *Jugendbewegung* proponía para resolver las cuestiones sociales, religiosas y políticas eran irreconciliables y, así, surgieron tres movimientos diferentes: el nacionalista, el social y el religioso.

El movimiento nacionalista

Kant y Lutero perdieron la guerra, decían, desde fuera del *Jugendbewegung*, quienes querían (como A. Bonus en su libro *Zur Germanismus des Christentums*) eliminar el paulinismo judío y germanizar a Cristo. En consecuencia, consideraban necesario reencontrar una fe renovada en el destino de la raza: retorno a Wotan e Irmin, a las fuentes escandinavas del Edda, al cosmos de Ygdrasil, a la época en que los hombres se dividían según el arco de Irmin en "héroes y

---

[13] *op. cit.*, p. 53.

cobardes"[14]. El hombre se inserta en la batalla cósmica entre dioses y gigantes. La esencia germánica es incompatible con la esencia del cristianismo. Hacia 1923, estos movimientos habían desaparecido casi completamente (excepto el *Jugenationalen* de Hitler) y sólo subsistían en el movimiento *Tannenberg* que repudiaba al marxismo y al cristianismo como "trampas judías al genio germánico"[15]

Los movimientos sociales

Los socialistas se opusieron siempre a los movimientos descritos y organizaron los suyos propios. Los esfuerzos sociales derivados de la *Jugendbewegung* fueron orientados, en su mayoría, hacia un utopismo disperso, hacia un comunismo anarquista, hacia una reforma de la vida y hacia una explotación intensiva de la tierra. Fundaron colonias agrícolas que habrían de desaparecer durante la crisis económica y comunidades de obreros y estudiantes cuya historia, según Cavaillès, "es la más banal y está, en general, cerrada."[16]

Los movimientos religiosos.

Era natural que los movimientos religiosos fueran, para Cavaillès, profundamente preocupado por estas cuestiones, los que más atrajeran su atención. Muchos de estos

---

[14] *op. cit.*, p. 154.
[15] citado por Cavaillès en *op. cit.*, p. 155.
[16] *op. cit.*, p. 152.

movimientos (sobre todo los que apoyaba Barth) eran de difícil acceso para las mayorías; otros, desembocaban en un pesimismo radical y otros más dirigían su atención hacia Oriente. Existían, además, de manera más organizada, dos movimientos que le resultaban particularmente interesantes: el católico *Quickborn* y el protestante *Neuwerk*.

Para comprender en qué consistía el problema religioso alemán, es necesario retroceder algunos decenios en la historia de Alemania.

Bismarck, en sus esfuerzos por unificar Alemania, había establecido una alianza con los liberales que provocó, desde 1872, una batalla contra la iglesia católica que, en la encíclica *Quanta Cura* había condenado al liberalismo. Los liberales alemanes reaccionaron furiosamente y se aliaron con Bismarck (que tenía otras querellas con los católicos) en una guerra contra los católicos alemanes quienes, por otra parte constituían un tercio de la población del Imperio.

Para Bismarck, la razón importante era que la ideología católica se oponía al principio de una comunidad nacional[17]. Concretamente, Bismarck proponía que la educación pasara a manos del Estado. Por otra parte, el papel de la Iglesia en Polonia le preocupaba. Naturalmente,

---

17 *cfr. Bismarck,* de E. Ludwig

la cuestión del control de la educación habría de afectar, también, a la Iglesia Protestante.

Cuando sólo se trató de forzar a la Iglesia Católica a aceptar la idea de la idea nacional, no hubo problemas. Sin embargo, en 1873 se desencadenó la *Kulturkampf* contra el catolicismo alemán. Se aprobaron las leyes "de mayo" que exigían que todo sacerdote tuviese estudios universitarios y que, para ocupar una parroquia, aprobara un examen de filosofía, literatura e historia ante a una comisión del gobierno. Se abolía, asimismo, la jurisdicción del Papa en Prusia.

La idea tras esta leyes era la de impregnar, incluso a las parroquias más humildes, de sentimiento nacional y de minimizar los efectos de la formación que ofrecían, al margen del Estado, los seminarios católicos.

La Iglesia católica se niega a reconocer la legitimidad de tales leyes. En respuesta, los obispos de Prusia fueron enviados al exilio o a prisión. En 1875, una nueva encíclica papal anula toda la legislación prusiana y exhorta a los católicos a no obedecerla bajo pena de excomunión. En abril-mayo de 1875, se cierran todos los conventos y monasterios del Imperio.

Sin embargo, en la *Kulturkampf*, Bismarck fue derrotado:

> "Los honestos y torpes policías prusianos - escribe Bismarck en sus *Memorias* - con sus espuelas y sables ruidosos, no podían atrapar a los curas que, con pasos suaves y ligeros, escapaban por las puertas traseras y se escondían en las habitaciones"[18].

Los católicos supieron organizar la resistencia e todas las esferas, incluida la política (el partido del centro, durante 60 años, fue el único que conservó una clientela estable. Fue disuelto en 1933). El resultado, lejos de consolidar el sentimiento nacional como quería Bismarck, fue el reforzamiento de las viejas divisiones alemanas. Por otra parte, los protestantes fueron también afectados y Bismarck se vio alejado del partido conservador por lo que hubo de reestablecer una alianza, siempre frágil, con los liberales.

En estas condiciones, el período que analiza Cavaillès marca el deslizamiento de las iglesias de posiciones opuestas a la intervención del Estado y fuertemente antinacionalistas, a posiciones nacionalistas y antisemitas.

[18] en Holborn, p. 265.

Cuando la monarquía fue abolida, los protestantes carecían de dirección legal. Temerosos del ateísmo de la social-democracia, se quejaron de la enorme influencia que ejercía la Iglesia Católica sobre los asuntos de la República. Así, cuando Hitler toma el poder, sus motivos de queja desaparecen.

La Iglesia Protestante alemana estaba constituída por tres denominaciones principales: la luterana, la reformada (calvinistas) y la evangélica. Hacia 1922, habían formado la Federación Evangélica Alemana de Iglesias que se hacía cargo de la representación internacional y de las relaciones con el gobierno federal. A fines de la guerra de 1918, la política de las iglesias protestantes consistía en construir una *Volkskirche*. El contacto con los grandes núcleos de la población fue posible a través del Partido Nacional-Socialista.

La Iglesia Católica, por su lado, se sentía cómoda durante el período republicano, pues la separación de la Iglesia y el Estado les había colocado en pié de igualdad con los protestantes, sus rebaños, además, permanecieron fieles y sumisos. Políticamente, los católicos alemanes fueron siempre nacionalistas y conservadores. La Iglesia Católica, a diferencia de la protestante, resistió los ataques de la ideología antisemita y pagana de los nazis. Hasta 1933, los católicos continuaron combatiendo y combatirían resueltamente a Hitler y a sus adeptos.

En el período en cuestión, Cavaillès se encuentra con una gran confusión y un gran voluntarismo.

Dos soluciones aparecen por entonces: el retorno al cristianismo estricto y la admisión de elementos extraños.

a) la variante del cristianismo estricto era sostenida por los trabajos de Barth, difícilmente asimilables por el movimiento juvenil o por los pastores formados en la *Jugendbewegung*. El pesimismo radical de Barth, por otra parte, no podía conciliarse con la creencia de la *Jugendbewegung* en una renovación a través del retorno a la naturaleza y al pasado. La dialéctica de Barth no ofrecía casi ninguna de las consolaciones clásicas de la variante hegeliana. Por el contrario, era una aniquilación del yo incompatible con el romanticismo de los jóvenes que adoptaron una variante más simple de este pesimismo y, que, cuando no miraban al oriente, preferían a Kierkegaard.

b) La idea general de una decadencia del Occidente y la huída de Alemania de sí misma encontraron un conjunto mal definido de teorías orientales que rápidamente fueron adoptadas: el respeto ante lo desconocido, la idea de una verdad que debe ser descubierta fuera del tiempo y la actitud de apertura frente a las órdenes y mandatos de Dios y el universo fueron otros tantos elementos con que se fundaron sectas fuera de las iglesias constituídas: la antroposofía de Steiner y la *Christen Gemeinschaft* son son dos ejemplos notables. Los casos más exagerados fueron los de Wilhelm Staehlin y su *Bereuchener Bund* que mezclaba los ritos tradicionales con consideraciones acerca del ritmo de los días, las fases del sol o de la luna, los equinoccios, etc. Se trataba de llegar a un estado místico en el que la realidad religiosa fuese perceptible para alcanzar un "estado de gracia" en que la verdad sería comunicada. Otra secta de este estilo, la *Koengener Bund*, fue fundada por Hauer y reunía, en un programa totalmente disparatado, elementos de los proyectos nazi y comunista. Resumían su actitud espiritual (citada por Cavaillès) como sigue:

> "Por todos lados esperaban los síntomas de una nueva religión pero observaban el Oriente: <<*En las características de los antiguos videntes de la India, reaparecía nuevamente la visión indo-germánica y la fe indo-germánica estrechamente emparentadas con el espíritu de los místicos alemanes y de Platón*>>."[19]

[19] Cavaillès, *op. cit.*, p. 162.

La conclusión de Cavaillès, como lo anunciara a su hermana, es la siguiente:

> "tales persistencias son, cada vez, una excepción: la verdadera *Jugendbewegung* está, hoy, bien muerta."[20]

[20] Cavaillès, *op. cit.*, p. 163.

Quickborn und Neuwerk

> "La realidad se ha mostrado dura con el método que se centra en la vida interior al que se subordinan las cosas. Hoy, son las cosas, su estructura y las leyes a las que la juventud se somete; el realismo naturalista se ha transmutado en realismo técnico."[21]

Cavaillès no se refiere al método axiomático sino a la juventud alemana. La afirmación podría provenir de cualquier trabajo de filosofía matemática pero, cuando Cavaillès lo utiliza para exponer una posición religiosa, vemos cómo se esboza, confusamente, algo de ese gesto interior inabordable.

> "Los únicos lugares en donde aún vive el espíritu primitivo son aquellos en donde la realidad se ha mostrado demasiado estable, sea por su propia constitución, sea como resultado de las circunstancias".[22]

Nuevamente, Cavaillès introduce un tema teológico. Los sitios en donde esta realidad se ha mostrado más estable son aquellos a través de los que intentará encontrar el espíritu del movimiento. Tanto para la religión como para la filosofía.

---

[21] *loc. cit.*
[22] *op. cit.*, p. 154.

quickborn

En 1913, la Iglesia Católica funda el movimiento *Quickborn*. A diferencia de la que adoptara frente a movimientos precedentes, la actitud de Cavaillès es distinta. Si frente a los otros movimientos era crítico, su admiración por *Quickborn* es tal que se siente obligado a escribir a su hermana que no está a punto de convertirse al catolicismo.

Quickborn o Fuente de Vida,

> "es verdaderamente *Jugendbewegung*, a diferencia, por ejemplo, de la gran organización de inspiración jesuita *Neudeutschland*."[23]

En el caso de *Quickborn* y de su vínculo con la *Jugendbewegung*, Cavaillès, como en otros sitios, descubre una paradoja: ¿Cómo es posible conciliar el espíritu del catolicismo con el entusiasmo nietzscheano? ¿Cómo conciliarlo con los delirios paganos? En un trabajo escrito y publicado tras el advenimiento del nacional-socialismo, "*Crise du protestantisme allemand*", Cavaillès muestra otra paradoja: la de los conflictos entre el nuevo régimen y una iglesia "acusada, en general, de chauvinismo y ciertamente favorable, en resumen, a la revolución nacional."[24]

---

23 *op. cit.*, p. 165.
24 "Crise ... ", p. 306.

La solución yace en una voluntad de acción, una acción que, como siempre, exige el sentido:

> "Hay ahí una pretensión de descubrir ... un estilo de vida original, estilo de la vida pecadora ..."[25]

El motor de este movimiento fue la orden benedictina, en particular, la congregación de Beuron y el monasterio de Maria Laach.

La descripción que Cavaillès hace de sus actividades, como la que hizo a su hermana del oficio de tinieblas, es entusiasta y muestra el tipo de vida ideal -"juego, combate o liturgia" - que regirá siempre la vida de Jean Cavaillès:

> "Desde la segunda sesión, tras la guerra, el padre Willibrod Ballmann (de Maria Laach) vino a dar al movimiento el elemento formal de que aún carecía. <<*La liturgia y el romanticismo* - escribía en un reporte - *no se oponen sino que se complementan, el romanticismo, alma de Alemania, la liturgia, regulación antigua ... Puesto que* Quickborn *quería, contra el intelectualismo, restaurar los derechos del corazón, era justo que el movimiento litúrgico se le acercase*>>. No sólo en el sentido concreto sino que ahí pudieron encontrar sentido las otras dos características de la *Jugendbewegung*: voluntad de acción, vida común."[26]

Aquí, como en otras partes, hace su aparición la dialéctica del sentido y de la acción. La cronología de los

---

25 "Un mouvement ... ", p. 165.
26 *op. cit.*, p. 166.

trabajos de Cavaillès nos permite sospechar que es a partir de esta experiencia que, en prisión, pensará los términos acción y sentido tal y como serán utilizados en *Sur la logique et la théorie de la science.*

Cavaillès continúa:

> "Tienen también su símbolo en estas plegarias dichas por todos en la mañana y la tarde y para las que se han resuscitado textos antiguos admirables, pero sobre todo, las misas dialogadas (*missae recitatae*) cuyo uso es difundido, un poco por todos lados, por los benedictinos y que se han vuelto de tal manera esenciales a los jóvenes que en ciertas regiones se les llama *Quickbornmesse.*"[21]

La descripción de las ceremonias benedictinas - cuyo relato envió su hermana - es, en estos textos, más prolija:

> "Una pequeña capilla, marginada, como en Friburgo, en medio de un cementerio en que los espinos y los rosales entran por las ventanas abiertas, a lo lejos, una caída de agua y aquí, el fluir regular de las frases latinas, ritmo de campanas cuyas ondas pulidas van del oficiante, colocado tras el altar, según el uso primitivo, a la masa grave de los jóvenes arrodillados.
>
> "Pero en donde hay que verles es en Rothenfelds ... la sala de los caballeros totalmente blanca con los sitiales cúbicos en madera negra y la capilla geométrica. En fin, como sacerdote, Romano Guardini.

[21] *loc. cit.*

> "... rostro del Greco, encanto secreto, no hay en su enseñanza firme y profunda, el menor estetismo. O más bien, no hay ni siquiera enseñanza, sino una acción directa de toda su persona, proveniente de la seriedad de un alma que se ofrece sin retorno a su verdad y que, por su ternura, toma y otorga a los otros sin dudar. <<*No juzga, es juicio con todo su ser*>>, dice de Alioscha (Karamazov). Juicio y regla. Este año, en Rothenfelds, habló del silencio, disciplina humana del silencio para descender los grados infinitos de las agitaciones secretas; disciplina religiosa para abrir al espíritu a las sumisiones tranquilas y sin desmayo".[28]

Una vez más, los temas se repiten: del juego ("Es de tal manera interesante"[29]) a la liturgia y al combate ("No puedo hacer otra cosa"[30]). El tema estóico de una sumisión tranquila reaparece, los temas lógicos y, porqué no, el tema wittgensteiniano[31] del silencio son alcanzados con justicia por Cavaillès quien no juzga pues, como Karamazov, él es también, con todo su ser, juicio.

La conclusión de Cavaillès es lacónica:

> "Una fuente de frescura y de vida para el catolicismo alemán laico."[32]

---

28 *op. cit.*, pp. 166-167.
29 "C'est tellement amusant".
30 "Je ne peux faire autrement". Raymond Aron relata que, intentando convencer a Cavaillès que abandonara la Resistencia, Cavaillès le respondió con la frase que aquí se cita. La frase pertenece, originalmente, a Lutero.
31 *cfr.* Ramírez, S., "Jean Cavaillès and the Vienna Circle" en *Grazer Philosophische Studien*, vol. 27, 1986.
32 *op. cit.*, p. 158.

La variante protestante del proyecto *Quickborn* es el proyecto *Neuwerk*, fundado por Hermann Schafft y Emil Blum. Hermann Schafft, pastor pacifista se reunió, en 1929, con Georg Flemming y Emil Blum que acababan de instalarse en Habertshof en donde intentaban sostener una *Volkhochschulheimen* en donde una treintena de desempleados leían a Platón.

Neuwerk no era, en verdad, una organización. Carecía de un programa explícito pero era, sin duda, la continuación del *Jugendbewegung* en el protestantismo. Al principio, contaba con la colaboración de Karl Barth y de los Berneuchener. Participaban también los socialistas religiosos y los marxistas cristianos. La adhesión más reciente, en tiempos de Cavaillès era la de los "jóvenes pastores de izquierda" de Otto Piper.

La característica que Cavaillès más aprecia en *Neuwerk*, característica que, por otra parte, atribuye también a las matemáticas, era la que distinguía, según él, a *Neuwerk* de todos los otros movimientos análogos. Esta característica distintiva permitía una enorme variedad de formas puesto que consideraba su futuro como un porvenir imprevisible.

Neuwerk, escribe Cavaillès, acercándonos nuevamente a su propio gesto interior, "dejando de lado las reconciliaciones fáciles ... se adhiere a las diferencias para utilizarlas como reveladoras de un contenido inmutable pero cuya posesión, siempre puesta en cuestión, no puede ser sino parcial."[33] Si esta afirmación no es la que más se aproxima al programa filosófico de Cavaillès, ninguna otra lo hará.

Pero la cuestión tiene un reverso. Reverso que Cavaillès no podría olvidar si examinamos su vida a partir del principio de la Segunda Guerra Mundial. ¿Hay ahí una verdadera voluntad de unión o bien se le exagera para no encontrar sino analogías superficiales?

La nueva generación, formada durante la inflación ha producido otro tipo de hombre,

> "que hoy ve leyes-decretos, bancarrotas y desempleo; a todo el edificio de la sociedad y del Estado puesto en cuestión. Ya en las encrucijadas se escuchan los tiros de revólver entre los partidos extremistas - y no hay nada que hacer ...
>
> "Cómo conciliar este escepticismo con el romanticismo de los partidos extremos: tanto entre los nazis como entre los comunistas encontramos un mesianismo, la espera de la Revolución, ... la prosperidad económica de un país en lugar de una cultura humana, raza en lugar de universo. Ahí anidan la desilusión y el empirismo ..."

33 *op. cit.*, p. 110.

Describe, a continuación, al "hombre del presente":

> "No más fe, sino voluntad; no más inquietud filosófica sino seguridad en la acción, firmeza. Es el hombre seguro de sí mismo: en la intimidad de su ser frío y sobrio, no puedo descubrir una imagen, el símbolo de un ser superior. En vano hablarle de la naturaleza humana quebrada, de la caída que se vive cotidianamente ... Conoce el mundo, sus amos se lo muestran: Nada, Angustia y Preocupación, la trilogía humana de Heidegger ... No es un héroe, carece de ideal y no se preocupa del estilo, ignora el miedo, está presente en el Ser. Ni sueño, ni huída, conoce su destino, toma el lugar asignado y lucha. No es un egoísta, pero carece de caridad por los otros y de la soberbia de un yo cuya inserción exacta ya conoce. Más bien hay una ruda camaradería, la solidaridad del trabajo hombro con hombro, la unidad con los otros, puede ser que por el vínculo más firme. En fin, calla ... ahí aparece el valor que se da, inicio de toda ciencia ante la que la verdad no se desnuda. Para explicarlo en su estado actual, hay que invocar el pasado, pero ello exige suponer ahí las cosas de que se duda oscuramente, la búsqueda de un valor más profundo que puede ser, algún día, liberador del yugo que se han dado a sí mismos."[34]

¿No es ésta descripción, elíptica, por *interposita persona*, de su propio gesto interior y de la génesis de la noción que Jean Cavaillès tenía de la vida? ¿No es este el otro Cavaillès, el desconocido, el "cazador de aves"?

[34] *op. cit.*, pp. 170-174.

La ruptura

El 30 de enero de 1933, Hitler tomaba el poder en Alemania. La Iglesia Protestante, paradójicamente, entra rápidamente en conflicto con el nuevo gobierno. Sin embargo, ya en 1932, una conferencia de pastores, reunida en Berlín, proyecta una estrategia electoral, a la sombra del Partido Nacional-Socialista, con la consigna "Iglesia de Imperio, Obispo de Imperio". La discusión, en la que interviene Barth de manera decisiva, es relatada minuciosamente por Cavaillès; al hacerlo, expone algunas de las tesis más importantes de los grupos protestantes pro-nazis: "Los cristianos alemanes son las SA de Jesucristo", "sólo puede acceder al pastorado quien sea de sangre aria pura", etc.[35]. El 23 de julio de 1933, el "pueblo protestante" vota a favor de la "Iglesia Imperial".

Disminuir la importancia de este voto es típico de los teólogos dialécticos (Barth y sus discípulos) "oponer tesis contra antítesis sin conciliación posible"[36]. Es la misma crítica que Cavaillès hacía cuando comparaba la dialéctica de Barth con la de Hegel. Otra salida fue la organización de un grupo que se proponía resistir esta jerarquía "herética y decorativa", como la llamaba Barth. Así, en 1933, se funda el movimiento de "jóvenes

---

35 *cfr.* "Crise..." pp. 309-310.
36 *op. cit.*, p. 311.

reformadores" a cuya cabeza estaba, manifiestamente, Gogarten, viejo colaborador de Barth. Las teorías de Barth, incorrectas o no, cayeron, ese 23 de julio, frente a las más burdas "teologías nacionalistas" cuya culminación fue el trabajo de Rosenberg, *Los mitos del siglo XX*.

Lagarde, Stapel, Hirsch y Althaus arruinaron, en toda la línea, la teología barthiana; y Cavaillès modifica su posición hacia Barth: no se trata ya, dice, de "negar la vida religiosa de las parroquias luteranas, ese perfume de intimidad y de silencioso fervor que les es propio, sino su gusto por lo inefable - que tanto sedujera a Cavaillès un año antes - que las vuelve incapaces de luchar"[37]. Cavaillès ha abandonado la liturgia, es el tiempo del combate. El silencio, otrora fascinante, de Guardini le parece insostenible y afirma, de Barth, que "si bien se compara a los benedictinos de Maria Laach absortos en el canto de las horas, sabe, por momentos, hablar al siglo como profeta deslumbrante."[38]

Para Cavaillès, el momento es crucial, es el mismo al que habrá de enfrentar cuando los alemanes ocupen Francia, cuando pase a la lucha clandestina a pesar de los esfuerzos de la mayor parte de sus colegas. En cierto modo, Cavaillès se enfrentó a una situación que ya conocía. En lugar de las "meditaciones mudas en la noche de un jardín pleno de

37 op. cit., p. 313.
38 op. cit., p. 314.

flores"[39], la iglesia debe responder al llamado de masas que "desde hace quince años no reclaman otra cosa que una doctrina que les muestre la ruta, una escatología de su porvenir".[40]

El protestantismo está en crisis y, añade Cavaillès, en una *crisis tan profunda como la del marxismo oficial*. Para Cavaillès, sólo una "profundización simultanea de ambas realidades (marxismo y protestantismo) permitirá reencontrar en el materialismo histórico una dialéctica divina y en la <<situación amenazada del hombre>> el sentido metafísico de las luchas de producción"[41]. La paradoja de su propia personalidad parece resuelta:

> "No es necesario, concluye, mirar hacia atrás ... No es en los hábitos queridos en donde habremos de consultar para luchar o para crear ... Un viento violento se desencadena, ¿cómo adivinar si tras él no vendrá la brisa suave y sutil ante la que se postraba Elías?"[42]

[39] *op. cit.*, p. 313.
[40] *loc. cit.*
[41] *op. cit.*, p. 314.
[42] *op. cit.*, p. 315.

Por última vez en su vida, Cavaillès el antiguo "cazador de aves", ahora dispersas por la violencia del viento, escribe sobre problemas de moral y religión: no habrá más liturgia. De ahora en adelante, es el juego que precede al combate. Una decisión ha sido tomada, ¿cómo adivinar si tras ella no vendrá una muerte desconocida?

LA ESPERANZA FALLIDA

Bernays escribía en 1935 que "a pesar de investigaciones intensivas y de una multitud de ideas de demostración, nadie ha llegado a la meta", es decir, a establecer sólida y seguramente, lo que debieran ser los fundamentos inamovibles de las matemáticas. Cavaillès añade:

> "Ninguna reflexión filosófica ha sospechado, de manera efectiva, antes de Gödel, la imposibilidad de extender los métodos (del formalismo radical) a la teoría general de los números."[1]

El proyecto formalista de Hilbert, es decir, el proyecto que propone la reforma simultánea de la lógica y de las matemáticas para alcanzar un formalismo completo, por lo menos en la aritmética y probar su consistencia por métodos finitos (combinatorios) a partir de la demostración de la imposibilidad de probar la no contradicción, "se derrumba"[2].

Del mismo modo, los otros dos esfuerzos importantes - logicismo e intuicionismo - no alcanzan soluciones satisfactorias.

El logicismo - tal y como es expuesto por el Círculo de Viena - parecía salvar el escollo de la no-contradicción considerando a las matemáticas como parte de la lógica. La operación consistía en dar sentido a los signos (del que, según Hilbert, carecen) a partir de su uso y en precisar la

---

[1] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 164.
[2] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 165.

noción de tautología. Wittgenstein, crítico de Carnap, concluye en consecuencia que "todas las proposiciones de la lógica dicen la misma cosa, es decir, nada"[3] y Cavaillès añade:

> "las proposiciones lógicas puesto que son sintácticas, carecen de contenido empírico, no nos enseñan nada acerca de los hechos."[4]

Por otra parte, la introducción del *principio de tolerancia*, hace que la evidencia lógica desaparezca o se le remita a un encadenamiento que permite, desde los fundamentos, construir la estructura sintáctica. Estos encadenamientos son matemáticos y, así, la lógica forma parte, ahora, de las matemáticas:

> "En este punto, el hilbertismo triunfa: por un lado, la formalización de las matemáticas no puede llevarse a cabo por medio de una traducción en la lógica sino por medio de la reconstrucción simultánea de ambas disciplinas. Por otra parte, esta reconstrucción debe ser rigurosamente formal ... "[5]

El logicismo, sin embargo, ante el formalismo, mantiene una objeción decisiva:

> "¿Qué tienen que ver los juegos no contradictorios de símbolos con los fenómenos del mundo?"[6]

---

[3] *Tractatus*, 5.43.
[4] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 166.
[5] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 167.
[6] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 168.

Establecer qué tienen que ver esos juegos con el mundo, es una tarea que, por esencia, desborda al formalismo; la tarea es hecha suya por el logicismo que hereda de Frege y Russell un realismo oculto y sostiene un "en-sí" del universo; de tal logicismo no se puede esperar ninguna solución al problema de los fundamentos.

Esquemáticamente podemos afirmar que la lógica matemática - o mejor aún, la lógica formal - se inicia cuando, en 1879, Gottlob Frege publica un libro - de escasas 88 páginas - *Begriffschrift*.

A partir de este texto, podemos asegurar que la lógica se libera de las ataduras que, en los trabajos de, por ejemplo, Boole y De Morgan, aún la sometían a las matemáticas. Casi al mismo tiempo, y en otra perspectiva, Guiseppe Peano publica, sin conocer el trabajo de Frege, sus *Arithmetices principia*.

Ambos culminarán con el trabajo monumental de Russell y Whitehead, *Principia Mathematica*; sin embargo, entre unos y otro, se desarrollan investigaciones de importancia. Entre las más notables, por supuesto, las de Dedekind y de Cantor, plenas de esperanza y optimismo. Este optimismo original pronto se encuentra en serias dificultades: las conjeturas de Burali-Forti, del propio Cantor, de Russell, de Richard y de Koenig, obligan a la creación de nuevas técnicas: Hilbert desde 1904, Russell en 1908 y Zermelo en 1908 proponen y desarrollan respectivamente, la teoría de la demostración, la teoría de tipos y la teoría axiomática de conjuntos.

De ahí en adelante, el horizonte vuelve a ser promisorio: Löwenheim introduce, rigurosamente, conceptos que habían permanecido en la trastienda (validez, decisión, método, etc.); Skolem inicia el trabajo sobre funciones recursivas, sobre procedimientos de demostración y sobre problemas de decisión. Amplía, además, la teoría de Zermelo. Padoa, desde 1900, introduce la cuestión de la semántica.

En los años 20, la polémica central es protagonizada por Hilbert y Brouwer. Al lado de Hilbert, surgen figuras como J. Herbrand, Ackerman y Bernays. Junto a Brouwer trabajan Heyting, H. Weyl y, a su manera, Kolmogorov.

frege

Formado originalmente como matemático, Frege se plantea el problema de definir adecuadamente una sucesión matemática. El problema lo conduce a proponer una teoría absolutamente novedosa cuyos puntos centrales son:

i) el cálculo proposicional-funcional.

ii) el análisis de las proposiciones en términos de argumento y función en lugar de la distinción clásica entre sujeto y predicado. Frege descubre una manera de sustituir palabras en una proposición cuyo sentido se conserva a pesar de las sustituciones. Este sentido, que está dado por una componente estable de la proposición, constituirá la función. Las palabras sustituibles unas por otras, constituirán los argumentos.

iii) la teoría de la cuantificación.

iv) una lógica en la que las derivaciones sólo se hacen en función de las formas de expresión.

A esta nueva teoría, que implicaba un nuevo modo de expresión, un lenguaje que tenía que ver con el contenido conceptual, le llamó, apropiadamente, *Begriffschrift*.

Dice el propio Frege:

> "Mi intención no era representar la lógica abstracta en fórmulas, sino expresar un contenido a través de signos escritos de una manera más precisa y clara de lo que era posible utilizando exclusivamente palabras. De hecho, lo que quería crear no era un simple *calculus ratiocinator* sino una *lingua characterica* en el sentido de Leibniz.[7]

Una de las grandes aspiraciones de la obra de Frege, a diferencia de lo que habían hecho sus predecesores, es que toda la lógica anterior se apoyaba en un llamado a la intuición. Para Frege, la lógica se construye como un lenguaje que no requiere de tal ayuda. Las reglas - exteriores al lenguaje que no pueden ser expresadas en ese lenguaje - no recurren a ninguna intuición, son simplemente "reglas para el uso de los signos".

---

[7] In Van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, p. 2.

El concepto mismo, para Frege, no es el resultado de ninguna actividad del espíritu:

> "el matemático, tan poco como el geógrafo, no puede crear arbitrariamente cualquier cosa; el matemático también, sólo debe descubrir lo que ahí está y darle un nombre"[8]

Hay aquí, como dice Cavaillès, una inevitable salida realista en contra de la que se habrá de rebelar Dedekind quien afirma en *Was sind und was sollen die Zahlen* que los números son creaciones divinas del espíritu humano.

Frege mismo expone su proyecto como prefacio a su *Begriffschrift*: Ante una verdad científica, afirma, dos son las preguntas que podemos formular: una acerca del modo en que se llegó a una proposición y otra acerca del modo en que se podría fundamentar sólidamente. La primera cuestión es insoluble, sería un asunto de génesis psicológica. La segunda, en cambio, tiene que ver con la naturaleza íntima de la proposición. En este punto, salta a la vista, inmediatamente, que dos son los tipos de proposiciones a que nos enfrentamos: aquellas cuya demostración sólo requiere de la lógica y aquellas que tienen que ser apoyadas por hechos provenientes de la experiencia. Las primeras, trascienden todo particular.

[8] Frege, *Grundlagen der Arithmetik*, p. 117.

El proyecto es indudablemente kantiano y tiene, además, una buena dosis de empirismo: se trata, a fin de cuentas, de clasificar, y esta clasificación no puede sustentarse en ningún género de investigación genética (en contra de lo que posteriormente sostendrán Brunschvicg o, más recientemente, Piaget); por el contrario, esta clasificación tiene que ver con el método de demostración. Más aún, para Frege, como para Bacon,

> "es mejor inventar un mecanismo por medio del cual todo pueda ser fácilmente descubierto para encontrar verdades particulares ... todo el progreso científico de los tiempos recientes ha tenido su origen en un mejoramiento del método.[9]

En ambos casos, sin embargo, se trata de impedir la penetración de todo aquello que pertenezca a la intuición (*Anschauliches*). La vía de esta penetración ha sido siempre el lenguaje ordinario (*Sprache des Lebens*). Para evitarlo, se construye esta "ideografía" (*Begriffschriften*) que permitirá, según Frege, antes que nada, mostrar la prueba más confiable de la validez de una inferencia e "indicar toda presuposición que intente colarse sin ser vista"[10]. Pero las ventajas no son solamente éstas: en un pasaje casi delirante, Frege recuerda el proyecto de Leibniz, su "idea de una característica universal, de un *calculus philosophicus* o *ratiocinator* ... meta que incluso si no

---

[9] Frege, *Begriffschrift*, prefacio.
[10] *loc. cit.*

puede alcanzarse de un salto, no debe desesperarnos una lenta aproximación, paso a paso."[11] Siguiendo a Lull, Leibniz tiene la intención de "hacer un alfabeto de pensamientos que deben ser representados por símbolos matemáticos. A continuación, habría un modo correcto de combinarlos y de construir una lógica deductiva del descubrimiento."[12]

La ideografía, así ideada, establecerá los fundamentos del cálculo diferencial e integral, de la geometría, de la mecánica y de la física y, por supuesto, de la aritmética. Además, la propuesta rebasa toda lógica tradicional y, por si fuera poco, cumplirá con uno de los viejos deseos de la filosofía, a saber,

> "romper la dominación de la palabra sobre el espíritu humano ... liberando al pensamiento de aquello a lo que sólo los medios de expresión del lenguaje lo atan ..."[13]

peano

El trabajo de Peano, *Arithmetices principia novo methodo exposita*, fue publicado, en latín, en 1899. Según el propio Peano, su trabajo se apoya en Grassmann. Dedekind *(Was sind und was sollen die Zahlen?)* y Boole. Se supone que Peano no

---
11 loc. cit.
12 ibid, p. 163.
13 loc. cit.

tuvo a la mano los trabajos de Frege (Peano cita a Frege por primera vez en 1891).

La intención fundamental de Peano es axiomatizar la aritmética en un lenguaje simbólico. Este tiene la ventaja de poder superar la dificultad esencial del lenguaje ordinario, es decir, su ambigüedad y, así, Peano se propone un examen atento de cada palabra usada. Para ello, sustituye todas las proposiciones de la aritmética por proposiciones que pueden establecerse solamente por medio de signos. Así,

> "toda proposición adquiere la forma y precisión que tienen las ecuaciones del álgebra ... las proposiciones de cualquier ciencia pueden ser expresadas usando solamente los signos de la lógica, siempre y cuando adjuntemos los signos que representen a los objetos de esa ciencia."[14]

La notación de Peano es de suyo un avance en el campo de la lógica, en donde esto es extremadamente importante; si embargo, Peano no establece reglas de inferencia y, por ello, su tránsito de los axiomas a los teoremas no es propiamente formal. Será en trabajos posteriores en donde Peano se proponga llevar a cabo, formalmente, este pasaje. La intención es, ciertamente, mucho más vasta que la de Frege y, sin embargo, la profundidad que se alcanza es más bien pobre; desde el punto de vista de la lógica, sus

14 Peano, G., *Arithmetice* ..., prefacio

aportaciones son secundarias. Desde el punto de vista de la aritmética, empero, sus axiomas ya son clásicos:

- $1 \in N$ (1 es la unidad, N son los enteros positivos, $\in$ se lee "está en").
- $a \in N . \Rightarrow . a+1 \in N$, $<=>$ se lee "*deducitur*" (*sic*), los puntos indican el orden de lectura).
- $a, b, \in N : a = b . \Rightarrow . a+1 = b+1 .$
- $a \in N \Rightarrow a+1 -= 1$ (- se lee "no").
- $K \in K \cdot . . 1 \in K \cdot . . x K \cdot \Rightarrow \xi . \xi + 1 \in K :: \Rightarrow . N \Rightarrow K .$

(Metalingüísticamente, los axiomas afirman: 1 es un entero positivo; si un número es un entero positivo, su sucesor también; si dos números son iguales, sus sucesores son iguales; 1 no es sucesor de ningún entero positivo y el axioma de inducción.)

dedekind

El propósito de toda la argumentación de Dedekind es encontrar una manera de definir el concepto de número sin tener que recurrir, como se hace con intenciones didácticas, al concepto de espacio o al de tiempo. En este sentido, el proyecto de Dedekind, contrapuesto al modo kantiano de examinar la cuestión, sigue filosóficamente inmerso en la línea y categorías inauguradas y propuestas por Bolzano.

> "Demando que la aritmética se desarrolle a partir de sí misma."[15]

15 Dedekind, R., *Stetigkeit u. irrationale Zahlen*, [illegible]

Los números naturales, a partir de los que es posible construir, ulteriormente, primero los números negativos, luego los racionales y por último los irracionales, son el resultado de las leyes del pensamiento, son "la libre creación de la mente humana."[16]

El trabajo *Was sind und was sollen die Zahlen?* fue concebido, según relata el propio Dedekind, antes de la redacción de *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, es decir, antes de 1872. Sin embargo, no lo publicó sino hasta 1887. Su propósito es establecer el fundamento de la noción de número, fundamento que Dedekind explica en los siguientes términos:

> "Nos vemos conducidos a considerar esa habilidad que la mente tiene para relacionar cosas con cosas, que permite que una cosa corresponda a una cosa o que represente cosas, habilidad sin la cual ningún pensamiento es posible."[17]

[16] Dedekind, R., *Was sind u. was sollen die Zahlen?*, prefacio a la primera edición
[17] Dedekind, *loc. cit.*

Las aportaciones de Dedekind en este trabajo son principalmente cuatro, a saber:

1. La distinción entre finito e infinito.[18]
2. La noción de número *(Anzahl)* de cosas.[19]
3. La demostración del principio de inducción.[20]
4. La demostración de que las definiciones por inducción están determinadas y son completas.[21]

La cuestión básica, la idea que subyace a todo el proyecto de Dedekind, idea que Dedekind atribuye a Dirichlet, es que debe resultar evidente que todo teorema del álgebra o del

---

[18] "Definición: Un sistema S es infinito cuando es análogo a una parte propia de sí mismo; en el caso contrario se dice que el sistema es finito." *(Was sind* ...,§64). Esta es la primera definición de conjunto finito de Dedekind. Una parte es "propia" cuando es, en primer lugar, una parte y cuando no es la totalidad o el vacío. Se dice que dos sistemas son análogos cuando hay una transformación de uno en otro que es una transformación de analogía. Es decir, si para $a \neq b$, $f(a) \neq f(b)$.

En el prefacio de la segunda edición, Dedekind modifica la definición (y propone la segunda definición de conjunto finito). La nueva definición dice: "Un sistema S es finito si puede ser transformado sobre sí mismo sin que ninguna parte propia de S se transforme en sí misma. En el caso contrario, se dice que S es infinito". *(op. cit.*, prefacio a la segunda edición). El único trabajo propiamente matemático de Cavaillès, publicado en *Fundamenta Mathematica* tiene que ver con esta definición. Ahí demuestra que:

1. Todo sub-conjunto de un conjunto finito es finito.
2. Si A es un conjunto finito, el conjunto $A+\{b\}$ es finito. b es exterior a A.
3. Si existe una clase B tal que:
    a) Hay un elemento s del conjunto finito S que posee la propiedad $(s) \in K$,
    b) Si $B+(s) \in K$ cuandO $B \in K$ y $s \in S$, se tiene $S \in K$.

y dos corolarios:

A. La clase de sub-conjuntos de un conjunto finito es finita.

B. Si el conjunto S es finito, es imposible encontrar una transformación biunívoca (de analogía según Dedekind) sobre un sub-conjunto verdadero (propio) de S.

[19] "Definición. Si Σ es un sistema finito, hay un número y uno sólo, n, para el que el sistema Z_n es análogo a Σ." n es el número *(Anzahl)* de elementos de Σ. Esta definición permite a Dedekind considerar a los números cardinales como números. Z_n es el conjunto de números que no son más grandes que n.

[20] El principio de inducción completa, según Dedekind, "es la base científica de la demostración" *(Was sind...*, §60). La democtración de Dedekind recurre a la primera definición de conjunto finito. Por ello, el teorema 3 de Cavaillès es de gran importancia.

[21] Este es el poderoso y bien conocido teorema 126 de Dedekind

análisis avanzado, "no importa cuán remoto, debe poder ser expresado como un teorema de números naturales."[22]

A partir de los números naturales, es perfectamente clara la manera en que se construyen los números negativos; de ahí a los números racionales (expresados como parejas de números enteros), la ruta fue establecida desde la antigüedad. El problema se complica - como podría testimoniar Pitágoras - en el momento en que aparecen los números irracionales (es decir, aquellos que no pueden ser expresados como *ratio* de dos números enteros). Desde el punto de vista geométrico, la existencia de los números irracionales puede establecerse como sigue:

Decimos que dos magnitudes son *conmensurables* si los segmentos que las representan pueden ser "reproducidos" un número finito de veces de manera tal que los segmentos resultantes tengan la misma longitud. (FIGURA I)

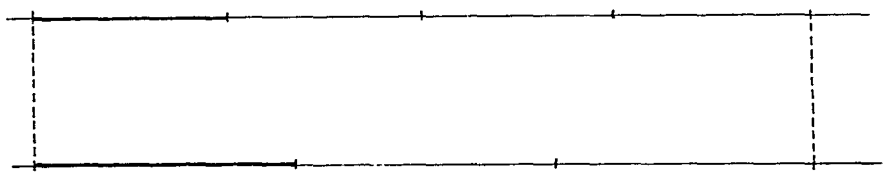


FIGURA I

22 Dedekind, *loc. cit.*

También se sabe, desde Pitágoras, que la diagonal ac del cuadrado de lado ab no es conmensurable con el lado del cuadrado (FIGURA II). Esta construcción produce el número irracional $\sqrt{2}$.

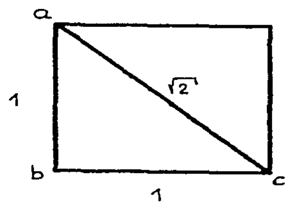


FIGURA II

Se sabe que en una línea recta hay una infinidad de puntos que no corresponden a números racionales. Es decir, hay más puntos en la recta que números racionales. Se trata, de construir un sistema de números que tenga la misma propiedad fundamental de la recta, a saber, se trata de construir un sistema de números continuo.

La manera tradicional de introducir los números irracionales, la manera que hemos expuesto, no está bien fundamentada pues recurre a una noción específica de espacio y a una noción vaga de magnitud. Dedekind trata, más bien, de establecer la propiedad de la recta que es responsable de tal continuidad para construir, a partir de ella, los números reales.

Dicha propiedad es la siguiente:

> "Si todos los puntos de la línea recta pertenecen a dos clases de manera que todo punto de la primera clase esté a la izquierda de todos los puntos de la segunda clase, existe un punto y sólo uno - que produce esta división de la línea recta en dos porciones."[23]

El dominio de los números racionales es tal que todo racional a produce una separación de todo el sistema en dos clases, de manera que los miembros de la primera clase (A1) son menores que todos los miembros de la segunda (A2). Tal separación se denomina *cortadura* y se designa como (A1,A2). Se puede demostrar fácilmente que hay una infinidad de cortaduras que no son producidas por números racionales. Estos son los números irracionales.[24] La unión de ambos tipos de números produce el conjunto de los números reales.

---

23 Dedekind, *Stetigkeit und...*, 11.

24 En la segunda edición de sus *Grundlagen der Geometrie*, Hilbert sustituye el axioma de completez (*Vollstaendigkeit*) por la propiedad que aquí se enuncia.

En 1897, Cesare Burali-Forti presentó al *Circolo Matematico di Palermo* un trabajo en donde proponía la primera paradoja moderna[25]. El trabajo despertó inmediatamente la ansiedad del mundo matemático y provocó decenas de trabajos que se encaminaban al reexamen del problema de los fundamentos. El optimismo de Frege, de Peano y de Dedekind enfrentaba su primera dificultad.

Cantor, en una carta a Dedekind en 1899 respondía, vagamente, a las cuestiones planteadas por Burali-Forti:

Inicialmente, aseguraba que toda multiplicidad podía pensarse como unidad. Por lo tanto, toda multiplicidad constituía un conjunto:

> "Por conjunto o sistema entiendo, en efecto, de manera general, toda multiplicidad (*Vielheit*) que pueda ser pensada como unidad ..."[26]

[25] Alejandro Garciadiego y Gregory H. Moore han demostrado (*Hist. Mat.*, vol. 8, mayo 1981, pp. 319-350) que la paradoja de Burali-Forti no es una paradoja. En su trabajo de 1897 (Burali-Forti, en Van Heijenoort, *op. cit.*, p. 111), Burali-Forti presenta su argumento para demostrar que la ley de la tricotomía no vale para conjuntos perfectamente ordenados (un conjunto perfectamente ordenado es más general que un conjunto bien ordenado). A partir de este hecho, la paradoja nace de una interpretación errónea del concepto de buen orden de Cantor. El argumento es transformado en paradoja hacia 1905, (es decir que dos dos resultados contradictorios pueden derivarse lógicamente desde las mismas premisas. Russell llamaba a este hecho "contradicción"). Según Garciadiego, Cantor intentaba llamar la atención de Dedekind sobre el hecho de que no toda multiplicidad es un conjunto (*ensemble*). Esto ha sido interpretado en la literatura como una anticipación de la paradoja de Burali (Cantor escribe a Jourdain que ya había escrito a Hilbert sobre el asunto en 1895. La carta a Hilbert está perdida). Russell presenta el argumento de Burali como un argumento equívoco e incluso intenta resolver la paradoja en 1903. En mi opinión, estamos frente al momento del nacimiento del concepto matemático de "paradoja" que nada tiene que ver con lo que la palabra quería decir previamente.

[26] Cantor, "Fondements d'une théorie générale des ensembles", en *Cahiers pour l'analyse*, no. 10.

De esta manera, la multiplicidad de números *ordinales*[21] podía ser pensada, también, como un conjunto. Como este conjunto está *bien ordenado*[28], dicho conjunto

---

[27] El número cardinal es el "número" de elementos en un conjunto. Los conjuntos con el mismo número de elementos tienen la misma cardinalidad. Por ejemplo:

$\{a,b,c\}$ y $\{1,2,3\}$

tienen la misma cardinalidad pues es posible establecer entre ellos una correspondencia:

$a \longleftrightarrow 1$
$b \longleftrightarrow 2$
$c \longleftrightarrow 3$

Un ejemplo más complicado es el siguiente:

$N=\{1,2,3,\ldots,n,\ldots\}$
$N_2=\{2,4,6,\ldots,2n,\ldots\}$

N y N_2 tienen la misma cardinalidad pues

$1 \longleftrightarrow 2$
$2 \longleftrightarrow 4$
$3 \longleftrightarrow 6$
$\ldots$
$n \longleftrightarrow 2n$
$n+1 \longleftrightarrow 2(n+1)$
$\ldots$

El número cardinal de un conjunto A es $c(A)$.

Los conjuntos

$A=\{1,2,\ldots\}$
$B=\{1,2,\ldots,1'\}$

tienen la misma cardinalidad, $c(A)=c(B)$. Sin embargo, B tiene un último elemento mientras que A no. A, por definición, tiene el ordinal ω. El ordinal de B es $\omega+1$.

Así, por inducción,

$ord\{1,2,3,\ldots\}=\omega$
$ord\{1,2,3,\ldots,1'\}=\omega+1$
$ord\{1,2,3,\ldots,1',2'\}=\omega+2$
$\ldots$
$ord\{1,2,3,\ldots,1',2',\ldots\}=\omega+\omega$

Hay que hacer notar todos estos conjuntos tienen el mismo cardinal. Ahora bien, $\omega+1\neq 1+\omega$ pues $1+\omega=ord\{0,1,2,\ldots\}$ que no tiene un último elemento y $\omega+1=ord\{1,2,\ldots,1'\}$ que si tiene un último elemento.

Los números ordinales de los conjuntos que tienen cardinalidad $=c(N)$ son la *clase II*

[28] Se dice que el conjunto X está bien ordenado si:

i) Existe un primer elemento,

ii) todo elemento de X que tiene un sucesor, tiene un sucesor inmediato,

iii) Si $X \subset X'$ de manera tal que en X hay elementos mayores que todos los elementos de X', habrá un elemento $a \in X$ tal que es mayor que todo elemento de X' y no hay ningún elemento de X más pequeño que a.

Cantor demuestra que el conjunto X esta ordenado si todo $X \subset X'$ tiene un primer elemento. Conjuntos tales se llaman secuencias y toda parte de una secuencia es una secuencia.

Burali-Forti enuncia su paradoja de manera más simple: Existen números transfinitos a & b tales que a no es igual a b, a no es menor que b y a no es mayor que b.

Cantor responde de manera oblicua, en su carta a Dedekind del 28 de julio de 1899. Ahí pretende resolver la paradoja de Burali pero aparece una nueva.[29]

La solución de la paradoja consiste en formular la cuestión de las multiplicidades de una manera distinta (Schroeder, en 1890, ya había introducido una distinción similar):

> "Una multiplicidad puede estar constituída de tal manera que la "existencia simultánea" *(Zusammensein)* de *todos* sus elementos conduzca a una contradicción, de manera que es imposible concebirla como unidad, como "objeto acabado". Nombro a tales multiplicidades *multiplicidades absolutamente infinitas* o *inconsistentes*."
>
> "por ejemplo, es fácil convencerse que la clase *(Menge)* de todo lo que es pensable es una multiplicidad tal ...
>
> "Si, por el contrario, la totalidad *(Gesamtheit)* de los elementos de una multiplicidad puede pensarse como "existiendo simultáneamente", de manera que se le pueda concebir como un "objeto único", la nombro *multiplicidad consistente* o *ensemble* (en francés en el original) ...
>
> "Dos multiplicidades equivalentes son, o ambas *ensembles* o ambas inconsistentes."[30]

[29] Esto es lo que se afirma en la tradición, sin embargo, la intención de Cantor era dar una demostración del teorema del buen orden.

[30] in Cavaillès, *Philosophie Mathématique*, p. 239.

A continuación, Cantor presenta algunos resultados sorprendentes:

1. El sistema Ω (el sistema de *todos los números*), cuando se ordena naturalmente de acuerdo con las magnitudes, forma una secuencia transfinita, es decir, está bien ordenado.
2. El sistema Ω' no puede ser una multiplicidad consistente (y, por lo tanto, tampoco Ω). Así, "*el sistema Ω de todos los números es una multiplicidad inconsistente, absolutamente infinita.*"[31]
3. El sistema Π de todos los alephs, cuando se le ordena de acuerdo a su magnitud

$$\aleph_0, \aleph_1, \ldots, \aleph_{\omega_0}, \aleph_{\omega_0+1}, \ldots, \aleph_{\omega_1}, \ldots$$

forma una secuencia que es similar a la del sistema Ω y por lo tanto es igualmente inconsistente o absolutamente infinito.

La paradoja consiste, entonces, en preguntar:

> "este sistema Π ¿contiene *todos los números cardinales transfinitos?*, ¿Hay, en otros términos, un *ensemble* cuya potencia *no sea un aleph*?"[32]

---

[31] in *op. cit.*, p. 241
[32] in *op. cit.*, p. 242

Cantor contesta negativamente pero su respuesta es errónea. En 1901, Russell plantea una nueva paradoja, y si la paradoja de Burali-Forti es un asunto de matemáticos, la de Russell conmovió los cimientos del mundo de la lógica. Russell mismo intentó resolverla mediante la introducción de la "teoría de tipos" (1908). La paradoja fue comunicada a Frege en 1902. En su carta, Russell indica su acuerdo total con el proyecto de Frege, excepto en una cuestión:

> "Sea **w** un predicado, ¿Se puede predicar **w** de sí mismo? De cada respuesta se sigue lo contrario. Por lo tanto, hemos de concluir que **w** no es un predicado."[33]

Frege comunica, en los siguientes términos, su reacción a la paradoja de Russell:

> "Su descubrimiento de la contradicción me ha causado una gran sorpresa y, diría, una consternación, pues ha hecho temblar la base sobre la que intentaba construir la aritmética ..."[34]

---

33 in Van Heijenoort, *op. cit.*, p. 125.
34 *op. cit.*, p. 127.

richard

Catalogamos todas las propiedades de los números de acuerdo con dos criterios sucesivos:

1. ordenamos las propiedades según el número de letras que aparezcan en la oración que enuncia la propiedad y,
2. ordenamos cada grupo de oraciones, que tengan el mismo número de letras, en orden alfabético.

Una vez que todas las oraciones que designen propiedades de números han sido ordenadas, se numeran.

Diremos que un número **k** es *richardiano* si **no** posee la k-ésima propiedad.

La propiedad "richardiano" enuncia también una propiedad, por lo tanto debe estar en la lista; le corresponderá - en el orden establecido - el n-ésimo lugar.

La pregunta es, entonces: ¿n es richardiano?

Hipótesis a): *n es richardiano.* Por lo tanto, **n** no posee la n-ésima propiedad, es decir, la propiedad de ser richardiano.

Conclusión a): si **n** no posee la n-ésima propiedad, ***n*** *no es richardiano*

Hipótesis b): *n no es richardiano.* Por lo tanto, n posee la n-ésima propiedad.

Conclusión b): si no posee la n-ésima propiedad, *n es richardiano.*

De manera más técnica, consideremos las expansiones decimales de los números reales entre 0 y 1 que pueden definirse con una oración en español:

$a_1=0.a_{11}a_{12}\ldots a_{1K}\ldots$

$a_2=0.a_{21}a_{22}\ldots a_{2K}\ldots$

...

$a_K=0.a_{K1}a_{K2}\ldots a_{KK}\ldots$

(donde $0\leq a_{ij}\leq 9$)

Construímos el número b:

<<$b=0.b_1b_2\ldots b_K\ldots$ donde $b_i=a_{ii}+1$ (con la convención $9+1=0$)>>.

b está en la lista pues se le ha definido en español con la oración entre comillas <<...>>. Por lo tanto, $b=a_m$ para alguna m es decir,

$0.b_1b_2\ldots b_m\ldots = 0.a_{m1}a_{m2}\ldots a_{mm}\ldots$

es decir,

$b_1=a_{m1}, \quad b_2=a_{m2},\ldots, \quad b_m=a_{mm},\ldots$

pero $b_m=a_{mm}+1$ es distinto de a_{mm},

por lo tanto, b_m es distinto de a_m para toda m, es decir, *b no está en la lista*.

Técnicamente, la paradoja de Richard es una paradoja semántica o epistemológica[35] mientras que la de Russell es estrictamente sintáctica o lógica. Esta se puede formular, matemáticamente, como sigue:

Sea $X=\{x/P(x)\}$, $P(x)$: "x no está en x".

a) si X no está en X => P(X), i.e., X está en X.

b) si X está en X => P(X), i.e., X no está en X.

La solución que propondrá Russell, consistente en prohibir la construcción de conjuntos como el conjunto X, requiere de la teoría de tipos: a estos remedios Cavaillès les llamará "remedios localizados" y son totalmente inoperantes, pues prohiben la utilización de un método que

[35] La diferencia entre paradojas semánticas y paradojas lógicas se debe a Ramsey. La paradoja semántica más conocida es la del mentiroso. El filósofo cretense Epiménides decía: "Todos los cretenses mienten". Grelling (1908) afirma que un adjetivo es autológico si la propiedad que describe es válida para el adjetivo mismo (p.e. "polisilábico"). En el caso contrario se dice que el adjetivo es heterológico (p.e. "monosilábico"). Si el adjetivo "heterológico" es heterológico, no lo es. Por otra parte, si "heterológico" no es heterológico, lo es.

ya está en acción. La solución a la dificultad que consiste en construir conjuntos "cotidianos", será propuesta por Zermelo (1908) y luego modificada por Fraenkel, von Neumann, Robinson, Bernays y, finalmente, Gödel.

Por otra parte, la paradoja de Richard posee la ventaja de que no hace jugar ningún papel al problema del buen orden; utiliza, además, el procedimiento de la diagonal que luego servirá a Gödel en su demostración de 1931. La paradoja de Koenig, producida al mismo tiempo que la de Richard, sí hace uso del principio del buen orden y, en lugar del procedimiento de la diagonal, utiliza un argumento acerca del complemento:

Consideremos los números que se pueden definir de manera finita (como en el caso de Richard, la de Koenig es también una paradoja semántica). Si el conjunto de los números reales estuviese bien ordenado, el conjunto de aquellos números que no se pueden definir de manera finita tendría un primer elemento al que *ya hemos definido*, aquí, de manera finita. Por lo tanto, el conjunto de los números reales no está bien ordenado. Si aceptamos el resultado de Zermelo que afirma que, en efecto, el conjunto de los números reales está bien ordenado (y sabiendo, por supuesto que *no* todos los números reales pueden definirse de manera finita), el primer elemento del conjunto de los números reales que no pueden ser definidos de manera finita, tiene un primer elemento. La paradoja yace, entonces (paradoja de Zermelo-Koenig) en la noción de definición.

Esta paradoja puede simplificarse enormemente (paradoja de Berry) remitiéndonos a los enteros y sustituyendo la finitud de la definición por una proposición como "el conjunto de los números enteros que pueden definirse con menos de 19 sílabas".[36]

En todos los casos, se trata de paradojas semánticas. El problema de la semántica hace, pues, una entrada conflictiva en el campo de la lógica.

[36] La formulación precisa de la paradoja de Berry es la siguiente:

"The number of syllables in the English names of finite integers tends to increase as the integers grow larger and must gradually increase indefinitely, since only a finite number of names of some integers must consist of at least nineteen syllables, and among these there must be a least. Hence "the least integer not nameable in fewer than nineteen syllables" must denote a definite integer; in fact, it denotes 111,777. But "the least integer not nameable in fewer than nineteen syllables" can be named in eighteen syllables, which is a contradiction." (in Van Heijenoort, p. 153)

He conservado el texto en inglés pues en la traducción la paradoja no se conserva; en este hecho yace su carácter semántico

La introducción de la semántica

El 3 de agosto, en Roma, Alessandro Padoa terminó de escribir el artículo que posteriormente (1-5 de agosto) presentó en el Congreso Internacional de Filosofía y luego (6-12 de agosto), en el Congreso Internacional de Matemáticas, ambos celebrados en París en 1900.

En su trabajo, Padoa presenta por primera vez un método para establecer los conceptos de definición y de demostración. Este método, ignorado, primero, durante treinta años, fue rescatado por Tarski y McKinsey (1934 y 1935 respectivamente) y luego, cincuenta años después, salió nuevamente a la luz con los trabajos de Beth, Robinson y Craig (1953-1956).

El ensayo de Padoa, que no es tomado en cuenta, ni por Cavaillès, ni por Lautman, resulta de un interés excepcional.

Si definir, afirma Padoa, quiere decir "expresar por medio de símbolos ya considerados y si probar quiere decir deducir de otra proposiciones ya establecidas", para toda teoría deductiva se tiene que:

a) Cuando afirmamos que un símbolo es o no definible, se debe añadir: por medio de otros símbolos particulares (y los mismo para demostrar; basta sustituir la palabra símbolo por la palabra proposición y el verbo definir por el verbo probar).

b) No es posible definir todos los símbolos particulares.

La inspiración de Padoa proviene de Pascal:

> "Así, empujando las investigaciones cada vez más, llegamos necesariamente a palabras primitivas que no se pueden definir y a principios tan claros que no se encontrarán otros que sean más útiles para servir a su demostración. De ahí que parezca que los hombre son naturalmente impotentes y que es imposible tratar ciencia alguna en un orden absolutamente establecido ... pues estos términos designan a las cosas que significan de manera tan natural para quienes entienden el lenguaje, que toda aclaración que se quiera hacer sólo aportará más oscuridad que instrucción."[37]

Para Pascal, un método "que produzca infalibles", un método "que consista en demostrar todo y en definir todo ... sería hermoso pero es absolutamente imposible ..."[38]

El trabajo de Padoa sigue casi sin interrupción, al de Pascal quien ya había mencionado los indefinibles y los indemostrables. Continua Padoa:

---

[37] Pascal, "De la démonstration géométrique", en *Oeuvres Complètes*, I, Ed. Ostrovski, Librairie [illegible], Paris, 1925, p. 405.
[38] *loc. cit.*

i) Una definición simbólica es una convención para sustituir una secuencia de símbolos ya definidos por un nuevo símbolo. Las nuevas proposiciones son más concisas pero no por ello necesarias.

ii) Todo sistema deductivo parte, entonces, de un sistema de símbolos no definidos y de un sistema de proposiciones no demostradas. Para que una teoría tenga algún significado, es necesario que los símbolos no definidos y las proposiciones no probadas representen, respectivamente, ideas y hechos. Toda teoría tiene, así, como punto de partida, un empirismo y una lógica: una psicología y una convención: los símbolos carecen de todo significado y las proposiciones no son sino condiciones. El sistema de ideas que se eligió no es sino una *interpretación* del sistema de símbolos no definidos. Esta interpretación puede ser modificada libre y arbitrariamente, siempre y cuando se satisfagan las condiciones establecidas en las proposiciones no demostradas. Como estas no expresan hechos sino precisamente condiciones, las cuestiones de lógica se muestran como absolutamente independientes de las cuestiones empíricas y psicológicas. En particular, la lógica – y más concretamente la lógica matemática – es, por lo tanto, autónoma respecto a toda teoría del conocimiento, de toda epistemología y de toda ontología: estas, cualesquiera que sean, nada tienen que hacer en matemáticas.

iii) En contra de lo que afirmaban Frege y Peano, Padoa considera conveniente leer los símbolos y las proposiciones en el lenguaje ordinario, siempre y cuando estas lecturas se tomen como explicaciones o comentarios, totalmente inútiles desde el punto de vista deductivo.

Padoa concluye así:

> "Lo que es necesario para el desarrollo lógico de una teoría deductiva *no es el conocimiento deductivo de las propiedades de las cosas*, sino *el conocimiento formal de las relaciones entre símbolos*."[39]

La cantidad de comentarios e interpretaciones del sistema de símbolos no definidos puede ser enorme, incluso arbitrariamente grande siempre y cuando verifique el sistema de proposiciones no probadas y, por lo tanto, todas las proposiciones de la teoría. El sistema de símbolos se puede considerar, entonces, como una *abstracción* que se obtiene a partir de todas estas interpretaciones; abstracciones que surgen de las teorías especializadas que resulten de sustituir, en la teoría genérica, cada una de la interpretaciones de los símbolos no definidos. El ejemplo más claro es el que surge del principio de dualidad en geometría proyectiva.

---

[39] En Van Heijenoort, *op. cit.*, p. 121

Nuevas teorías para conceptos antiguos

La acumulación impresionante de paradojas y, en particular, la paradoja de Russell, conduce al planteamiento de la cuestión de la consistencia de un sistema de axiomas (tal como lo había propuesto inicialmente Peano y, en 1899, Hilbert para la geometría).

Para ello, Hilbert propone un ambicioso plan cuyo efecto más importante consistió en inaugurar la teoría de la demostración y el espacio metamatemático. Temáticamente, en su primer trabajo sobre la cuestión - siempre tentativo - propone, en 1904, la reducción de las matemáticas a una colección de fórmulas extralógicas y a la existencia, también extralógica, de objetos básicos y sus combinaciones así como a la reconstrucción paralela de la lógica y de las matemáticas.

Para mostrar la necesidad de este trabajo, Hilbert hace una revisión sumaria del trabajo de sus predecesores y de sus fracasos.

1. El dogmatismo: Kronecker afirmaba que el fundamento de las matemáticas era el número entero. Nunca pudo ir más allá de ellos.

2. El empirismo: Helmoltz sostenía que el mundo de la experiencia era el único fundamento de las matemáticas. La existencia de magnitudes arbitrariamente grandes demostró que su proposición no era viable.

3. El oportunismo: Christoffel pretendía refutar a Kronecker proponiendo como fundamento a los números irracionales. La crítica falló.

4. El logicismo: Frege se expone a las conjeturas y a las paradojas por no poder formalizar la noción de "todo".

5. El metodo trascendental: Dedekind tiene mucho más que ver con la filosofía que con las matemáticas, su método conduce a contradicciones insalvables.

6. El subjetivismo: Cantor propone una distinción con la que salva las paradojas; los criterios de tal distinción son demasiado vagos.

7. El axiomatismo: Hilbert propone un nuevo mecanismo de reconstrucción simultanea de la lógica y de las matemáticas por medio de un procedimiento que se describe más abajo.

Por su parte, Zermelo, en 1908, propone terminar con la confusión cantoriana en torno del concepto de conjunto.

Los axiomas que propone, axiomas cuya consistencia no ha sido demostrada y cuya independencia solamente es aparente, sirven para que desaparezcan las antinomias existentes. Los axiomas son los siguientes:

i) Axioma de extensionalidad *(Bestimmtheit)*.

ii) Axioma de conjuntos elementales *(Elementarsmengen)*.

iii) Axioma de separación *(Aussonderung)*.

iv) Axioma de potencia *(Potenzmenge)*.

v) Axioma de unión *(Verneigung)*

vi) Axioma de selección *(Auswahl)*.

vii) Axioma de infinitud *(Unendlichen)*.[40]

Bertrand Russell, en fin, en su trabajo *Principles of Mathematics* (1903) propone la teoría de tipos:

> "La distinción de tipos lógicos es la clave de todo el misterio."

---

[40] El contenido preciso de los axiomas es el siguiente:

I. Si $M \subset N$ y $N \subset M$, $N = M$ (Todo conjunto está determinado por sus elementos).

II. Existe el conjunto vacío (0) que no tiene elementos. Si A es un objeto del dominio existe {A} que contiene a A y solamente a A. Si A y B son dos elementos del dominio, existe {A,B} que contiene a A y a B y a ninguna x distinta de ellos.

III. Si la función proposicional A(x) está definida (es decir, si se puede entender si es verdadera o falsa de manera no arbitraria) para todos los elementos de M, existe un subconjunto M_A que contiene precisamente a los elementos de M para los que A(x) es verdadera.

IV. Para cada conjunto T, existe P^T – el conjunto potencia de T – cuyos elementos son, precisamente, los subconjuntos de T.

V. Para cada conjunto T, existe UT – la unión de T – que contiene como elementos a todos los elementos de elementos de T.

VI. Si T es un conjunto cuyos elementos son conjuntos ajenos ([illegible] para todo [illegible]) su unión UT contiene, al menos, un subconjunto S que tiene un elemento y sólo uno en común con cada elemento de T.

VII. Existe al menos un conjunto Z que contiene al conjunto vacío y para cada elemento a de Z, Z contiene a {a} como elemento.

En el parágrafo 104, la solución se presenta en 30 líneas. El apéndice presenta una solución "tentativa" de seis páginas .

Sin embargo, en 1905, Russell abandona la teoría de tipos. En su lugar propone otras tres: a) la teoría del zig-zag, b) la teoría de la limitación y c) la teoría de la inexistencia de clases.

En 1906, se decide por ésta pero, en 1908, regresa a la de tipos.

La idea fundamental, esquemáticamente, afirma que un tipo es "el rango de significación de una función proposicional". La regla consiste en observar que:

> "Puesto que hay varios tipos de proposiciones y funciones y puesto que la generalización sólo puede aplicarse dentro de un tipo, todas las frases conteniendo las palabras "todas las proposiciones" o "todas las funciones" carecen, *prima facie*, de sentido..."[41]

Entre los trabajos de Russell, Hilbert y Zermelo y el inicio de la polémica entre logicismo, formalismo e intuicionismo, el progreso consiste, en su mayor parte, en resolver cuestiones técnicas para poder aclarar los conceptos que, en el período precedente, habían sido utilizados con poco cuidado. Los problemas derivados del

[41] en Van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, p. 155.

concepto de decisión, del concepto de dominio (en los axiomas de Zermelo) y los problemas alrededor de los conceptos de proposición y de formas de la proposición fueron el tema de trabajos previos al que provocara la polémica.[42]

Quienes trabajaron en esta dirección fueron, sobre todo, Löwenheim y Skolem cuyos trabajos culminaron en el famoso teorema de Löwenheim-Skolem.

Löwenheim propone su resultado más importante en 1915 (*Uber möglichkeiten in relativ Kalkul*). Se trata del célebre teorema que asegura que si una fórmula bien formada tiene un modelo, tiene un modelo numerable (esta es una reformulación del teorema original). Por modelo se entiende la interpretación de la fórmula bajo la que la fórmula es verdadera. Una interpretación es un conjunto D y una asignación específica de cada uno de los símbolos no lógicos de la fórmula. El número cardinal de D es el número cardinal de la interpretación.

La demostración de Löwenheim procede por medios extrañamente complicados; en particular, Löwenheim proponía la llamada "forma normal" de una fórmula que solamente contiene, y en ese orden, cuantificadores existenciales,

---

[42] Pro[illegible], [illegible]

cuantificadores universales y expresiones en donde no aparece ningún cuantificador.

En estas condiciones, Skolem, en 1920, simplifica la fórmula normal de Löwenheim (por medio de un procedimiento llamado "skolemización") y es capaz de reducir toda proposición a la "forma normal de Skolem".

Skolem demuestra, por lo tanto, que toda fórmula bien formada puede satisfacerse en un dominio dado si y solo si la forma correspondiente se satisface en ese dominio. Con ello, el problema de la decidibilidad se reduce a decidir acerca de las formas normales[43]. En 1922, Skolem invade el espacio de la teoría de Zermelo para establecer que la axiomatización de Zermelo no es categórica (una forma normal

---

[43] La forma normal de Skolem garantiza que toda fórmula Φ puede escribirse como:

$\Phi = \Theta \Psi$

donde

i) Θ es una secuencia de cuantificadores $(\forall, \exists)$

ii) Ψ no tiene cuantificadores y es una disyunción de conjunciones.

Así, la fórmula Φ estructuralmente, se presenta como:

$$\text{(cuantificadores)} \quad \left(\begin{array}{ccccccc} \psi_{11} & \vee & \psi_{12} & \vee & \cdots & \vee & \psi_{1k} \\ \wedge & \cdots & \wedge & & \cdots & & \wedge \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots \\ \wedge & & \wedge & & \cdots & & \wedge \\ \psi_{1n_1} & \vee & \psi_{2n_2} & \vee & \cdots & \vee & \psi_{kn_k} \end{array} \right)$$

(matriz de Skolem)

El teorema de Löwenheim-Skolem afirma: si $\alpha \geq \beta$ y P es válido para un dominio de cardinalidad $\aleph_\alpha$, P es válida para un dominio de cardinalidad $\aleph_\beta$.

En una comunicación que presenta al Quinto Congreso de Matemáticos Escandinavos, propone ocho cuestiones en torno de la axiomatización de Zermelo:

1. La cuestión del "dominio" en donde se eligen los elementos que deben formar un conjunto.

2. La cuestión de las proposiciones definidas.

3. El hecho de que toda axiomatización de la teoría de conjuntos es relativa.

4. El hecho de que los axiomas de Zermelo no son suficientes para fundar la teoría ordinaria de conjuntos.

...

6. La no categoricidad de los axiomas de Zermelo.

7. La necesidad del axioma de inducción para la investigación lógica de un sistema de axiomas.

8. Una cuestión acerca del axioma de elección.

La conclusión, en términos de Skolem, es la siguiente:

> "Es claro que la axiomatización en términos de conjuntos no puede ser satisfactoria para la fundación de las matemáticas".[42]

---

[42] En Van Heijenoort p. 301

En 1923, discutiendo las teorías de Russell y Whitehead, Skolem ofrece, al margen de Brouwer, un esbozo de lo que serán las ideas del intuicionismo que Brouwer sostenía desde 1907 pero que no alcanzaron su carácter polémico sino hasta los años veinte.

Lógica, intuición y forma.

La tesis central del logicismo, engendrada en los trabajos de Frege y luego en los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead, consiste en sostener la posibilidad de una reducción de las matemáticas a la lógica. Es decir, en primer lugar, que todos los conceptos matemáticos pueden ser derivados desde conceptos lógicos.

Estos conceptos lógicos fundamentales[45] son de dos tipos:

a) proposicionales:

- La negación de una afirmación P, "no P", (~P).
- La disjunción de dos afirmaciones, "P o Q" (PvQ).
- La conjunción de dos afirmaciones, "P y Q" (P·Q).
- La implicación "si P, entonces Q" (P->Q).

---

45 Hilbert y Ackerman, en *Grundzüge der Theoretischen Logik* reducen los conceptos lógicos fundamentales a:

a) la implicación y la disjunción pueden ser expresadas en términos de la conjunción y de la negación.

a.1) p->q es equivalente a ~(p.~q).
a.2) pvq es equivalente a ~(~p.~q).

b) la disjunción y la negación son suficientes pues:

b.1) p->q es equivalente a ~pvq.
b.2) p.q es equivalente a ~(~pv~q).

c) la conjunción y la disjunción pueden ser sustituidas por la negación y la implicación:

c.1) pvq es equivalente a ~p->q.
c.2) p.q es equivalente a ~(~pv~q) y
c.3) ~(~pv~q) es equivalente a ~(p->~q)

b) funcionales:

- Universalidad: "para todo x, f de x" $((x)f(x))$.

- Existencia: "existe x tal que f de x" $((\exists x)f(x))$.

c) Identidad:

- "a y b son el mismo objeto", $(a=b)$.

Frege, por su parte, había demostrado que todos los conceptos de la aritmética pueden reducirse a conceptos sobre números naturales. En consecuencia, la tesis logicista afirma que los números naturales pueden ser derivados de conceptos lógicos, que, incluso, el concepto de número natural puede ser obtenido de la lógica.

Sin embargo, cuando el logicismo, siguiendo a Dedekind, se enfrenta a los números reales, se inician las dificultades.

Para los lógicos, el problema no consiste en no postular nada sino en construirlo. Así, el logicismo considera inútil establecer cierto tipo de estructura axiomática que sea satisfecha por los números reales. El problema de las definiciones logísticas es que deben evitar siempre ser creacionistas.

> "Este método "constructivista", escribe Carnap, forma parte de la textura misma del logicismo."[46]

En segundo lugar, el logicismo afirma que todos los teoremas de las matemáticas pueden ser derivados de axiomas lógicos. Estos son, para el cálculo proposicional, cuatro; para el cálculo funcional, es necesario añadir dos más: la reglas de sustitución y la regla de implicación[47].

La derivación de los teoremas, a diferencia de la de los conceptos, presenta una dificultad mayor: los axiomas no son suficientes, se requieren, además, el axioma de infinitud y el axioma de elección de Zermelo[48]; Russell que, al principio dudaba de la legitimidad de su inserción, termina por proponer un artificio que, según él, elimina el problema.

Esta no fue, sin embargo, la dificultad insuperable. El problema más importante surgió cuando Russell propuso el famoso "axioma de reductibilidad" estrechamente ligado a la teoría de tipos.

---

[46] Carnap, en *Erkenntniss*, 1931, p. 94.

[47] Los axiomas son:

1) proposicionales:

1.1) $X \vee Y \to X$

1.2) $X \to X \vee Y$

1.3) $X \vee Y \to Y \vee X$

1.4) $(X \to Y) \to [(Z \vee X) \to (Z \vee Y)]$

2) funcionales:

2.1) Cada variable puede ser sustituída a condición de hacerlo cada vez que la variable aparece.

2.2) $U \cdot (U \to B) \to B$ (*modus ponens*)

[48] El axioma de infinitud afirma que "dado un número natural, existe otro mayor".

La teoría de tipos permitía, como hemos visto, evitar las paradojas lógicas; para eliminarlas, el axioma de reductibilidad no es necesario. El verdadero problema es el llamado "principio del círculo vicioso".

Para resolverlo, Russell introduce la teoría de tipos ramificada en la que cada tipo se divide, a su vez, en órdenes. El axioma de reductibilidad garantizaba que los diferentes órdenes de un tipo podían reducirse al orden menor del tipo.

La antinomias o paradojas provenían del problema de la impredicabilidad. Ramsey dividía las paradojas en semánticas y lógicas y pudo demostrar que 1) las paradojas lógicas se pueden resolver en la teoría de tipos no ramificada y 2) las paradojas semánticas no tienen nada que ver con la lógica. Con ello, aseguraba, el problema de la impredicabilidad quedaba superado. Quedaba por atacar el problema de las definiciones impredicativas.

El principio del círculo vicioso establecía la prohibición de las definiciones impredicativas y fue propuesto por Poincaré y H. Weyl para impedir que una totalidad contuviera partes que solo pudiesen ser definidas en términos de aquella totalidad. Para resolver la cuestión, Russell introdujo la teoría ramificada y, al hacerlo, buena parte de los teoremas y conceptos de la teoría de números reales eran inabordables; por ello, se introduce el axioma de reductibilidad.

En 1928, Ramsey declaró que para eliminar el axioma, que los círculos prohibidos eran inofensivos. Su solución, según Carnap,

> "No está lejos de una creencia en el reino platónico de las ideas ... debemos, creo, restringirnos al *dictum* de Frege y considerar que en matemáticas solo existe aquello cuya existencia está demostrada."[49]

Si la matemática intuicionista puede ser llamada "matemática antropológica", continúa Carnap, la matemática de Ramsey debe ser llamada "matemática teológica".[50]

Ramsey se remonta más allá de lo que es cognoscible o definible en oposición directa al realismo proclamado por Frege y retomado, aquí, por Carnap.

> "Podemos reformular la cuestión crucial de esta manera: ¿es posible obtener el resultado de Ramsey sin retener sus concepciones absolutistas?"[51]

La solución de Carnap recurre a las tautologías: una propiedad arbitraria no debe ser demostrada para sus casos

---

[49] Carnap, *op. cit.*, p. 102.
[50] *loc. cit.*
[51] *op. cit.*, p. 103.

individuales, basta que sea lógicamente reductible a una tautología. Así, las definiciones impredicativas serán perfectamente válidas: basta demostrar su carácter tautológico.

Con este método tautológico - que Wittgenstein ya había criticado en el *Tractatus* - Carnap supone que podrá

> "navegar en una ruta entre la Escila del axioma de reductibilidad y la Caribdis de la distribución de los números reales en ordenes diferentes."[52]

brouwer

En un trabajo conciliador en 1927, Brouwer propone las bases para un acuerdo posible entre sus puntos de vista y los de Hilbert. La proposición de Hilbert de una "zona neutra", la zona metamatemática ayudó, sin duda, a la "suavización" de las posiciones intuicionistas.

Brouwer establece cuatro condiciones que, de ser aceptadas, pondrían fin a las polémicas, las disputas y las hostilidades.

> "El desacuerdo desaparecerá y la elección entre las dos actividades será una cuestión de gusto..."[53]

52 *op. cit.*, p. 104.
53 in Van Heijenoort, p. 409.

Los cuatro puntos propuestos son:

1. Que se acepte la diferencia entre la construcción de un inventario de fórmulas matemáticas y una teoría acerca de esta construcción.
2. Que se acepte que el principio del tercero excluído ha sido utilizado indiscriminadamente, que la investigación acerca de su validez está justificada y que solamente ha de ser válido para sistemas finitos.
3. Que se identifique al principio del tercero excluído con el principio de resolubilidad de todo problema matemático.
4. Que se reconozca que la justificación (en términos de contenido) de la matemática formalista por medio de la demostración de su consistencia, es un círculo vicioso.

Según Brouwer, las condiciones pueden ser aceptadas inmediatamente por los formalistas. Los trabajos de Hilbert de 1922 a 1925 reconocen, en particular, los tres primeros puntos.

El cuarto permanece en litigio, sin embargo, el formalismo debía mostrar más agradecimiento por los beneficios recibidos del intuicionismo.

Brouwer, años antes, con otra actitud, había propuesto un programa distinto:

Mostraba que, en general, las leyes de la lógica (y, en particular, el principio del tercero excluído), perfectamente aplicables a sistemas finitos, habían rebasado su campo de aplicación y habían invadido los mundos físico y transfinito.

Lo primero no era particularmente molesto. Empero, las matemáticas que se aplicaban al mundo físico, las matemáticas finitistas estaban siendo fundamentadas sobre una matemática infinitista en la que se hacía jugar un papel importante al debatido principio del tercero excluído[54].

Para Brouwer, el problema tenía su origen en el hecho de que

> "un carácter apriorístico ha sido dado a las leyes de la lógica, incluído el principio del tercero excluído, con consistencia tal que se les aplica si ninguna reserva, incluso, dentro de las matemáticas de los sistemas infinitos (y como ejemplo mostrará los problemas que surgen de los teoremas de Bolzano-Weierstrass y de Heine-Borel) sin que nos moleste la consideración de saber si los resultados así obtenidos están abiertos, práctica o teóricamente, a alguna corroboración empírica."[55]

[54] El principio del tercero excluído se formula como sigue:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow [(\sim A \rightarrow B) \rightarrow B]$$

o, en forma equivalente:

$$\sim A \vee A$$

[55] in *op. cit.*, p. 336.

Esta posición, más beligerante, sería sostenida por Heyting mucho tiempo después de que Brouwer la abandonara al buscar una reconciliación con el formalismo.

Heyting iba más lejos: la matemática, dice, es una creación del espíritu humano; el lenguaje del que se acompaña no forma parte de las matemáticas, es solamente una representación (natural o simbólica).

En esta construcción intelectual, el concepto fundamental es el concepto de unidad, a partir de éste, se construyen los números enteros. Ni el concepto de unidad, ni el de número, en consecuencia, poseen una existencia fuera del pensamiento. Por estas mismas razones, se debe poner en duda la ley del tercero excluído.

Toda proposición expresa una cierta esperanza, apoya una intención, en el sentido husserliano. Heyting introduce, en consecuencia, un nuevo problema.

Si bien Brouwer insiste en la corroboración empírica y en el contenido de una proposición, es claro que el problema del mundo real no le preocupa especialmente (su consentimiento al trabajo de 1925 de Hilbert lo demuestra ampliamente). Heyting insiste y lo reintroduce a la manera de Husserl pues, a fin de cuentas - como veremos más adelante -, el problema de la intencionalidad resuelve - o parece resolver - el problema del mundo físico.

Kolmogorov

La cuestión queda expuesta de manera extremadamente clara en el trabajo de Kolmogorov publicado en 1925.

Este trabajo, al margen del valor que puede tener desde el punto de vista estrictamente matemático, hace que aparezca un elemento político.

De paso, es necesario decir que Kolmogorov intenta llevar a cabo la formalización de la matemática intuicionista, es decir, adopta, sin ningún cambio, los cuatro axiomas de implicación de Hilbert[56] y, en lugar del "axioma de negación", adopta el "principio de contradicción":

$$(A \to B) \to [(A \to \neg B) \to \neg A] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 57$$

---

[56] Los axiomas de implicación de Hilbert son:

1) $A \to (B \to A)$
2) $[A \to (A \to B)] \to (A \to B)$
3) $[A \to (B \to C)] \to [B \to (A \to C)]$
4) $(B \to C) \to [(A \to B) \to (A \to C)]$

[57] El principio de contradicción afirma: si la verdad y la falsedad de un juicio B se siguen de A, A es falso

Kolmogorov establece que el sistema de Hilbert se deriva del suyo al adoptar el axioma de la doble negación:

~(~A)->A 58

Para Kolmogorov, la cuestión se inicia con el problema de las aplicaciones: sólo los resultados de la matemática finita pueden aplicarse y todos los resultados de la matemática finita pueden obtenerse sin recurrir, en ningún momento, al principio del tercero excluído.

Para utilizar el principio del tercero excluído, añade, es necesario establecer el axioma de la doble negación; Kolmogorov llama a la doble negación, ~(~A), de una proposición A, una "seudo verdad":

> "En las matemáticas de la seudo verdad (que llamará más tarde la "seudo-matemática"), es perfectamente legítimo aplicar el principio del tercero excluído."[59]

Pero la diferencia lógica que se ha establecido no es solamente lógica: "El intuicionismo, dice Kolmogorov, parte del reconocimiento de una significación real de las proposiciones matemáticas."[60] Obviamente, Kolmogorov a

---

58 A->~~A es aceptable para el intuicionismo.
~~A->A y el principio de contradicción son equivalentes a los axiomas de negación de Hilbert:

A->(~A->B)

(A->B)->((~A->B)->B)

59 *ibid*, p. 416.

60 *ibid*, p. 417.

diferencia de Heyting, no recurre, para nada, al concepto de intencionalidad de Husserl.

> "Los axiomas, insiste, se adoptan para expresar los hechos dados. Esta concepción (el intuicionismo) tolera al método formalista ... pero se opone a la concepción formalista de la matemática en su totalidad."[61]

La batalla, aquí como en otras partes, es contra el formalismo:

> "Negar todo contenido real a las matemáticas ... constituye la base del punto de vista del formalismo en lógica matemática. De hecho, nadie propondría aplicar a la realidad ninguna fórmula que careciera de significación real ... en esta lógica (la del intuicionismo), solamente surgen dudas en cuanto a la aplicabilidad incondicional del principio del tercero excluído."[62]

No se trata de una batalla que Kolmogorov emprenda solo. En aquél momento, en la Unión Soviética, la batalla contra el formalismo está en su apogeo. En aquel momento se desarrolla el primer acto de la tragedia de Maiakovski: el suicidio de Esenin. En contraposición, nos encontramos con una versión matemática del "realismo socialista", nos encontramos con una matemática cuyas proposiciones son "reales", que hacen referencia a la "realidad", que tienen un contenido, etc. ... Poco después, y no en vano, Cavaillès, en su trabajo sobre el protestantismo alemán,

[61] *loc. cit.*
[62] *ibid*, p. 411.

dirá que el marxismo oficial está en crisis. Más tarde, en su trabajo sobre la teoría de la ciencia, propondrá la búsqueda de una nueva dialéctica. Cavaillès, como Lautman y Herbrand, tuvieron problemas para no ceder a la tentación de la seducción de este realismo socialista matemático pero, a fin de cuentas, lograron, los tres, siguiendo la metáfora homérica de Carnap, desoir el canto de sirenas cuya única dialéctica consiste en afirmar que el tercero excluído impide la síntesis que hace posible el juicio.

hilbert

A las proposiciones de Brouwer, Hilbert responde, en una conferencia, en los términos siguientes:

> "Abandonar el principio del tercero excluído sería como prohibir al astrónomo el uso del telescopio o al boxeador el de sus puños. Prohibir las proposiciones de existencia y el principio del tercero excluído equivale a abandonar, sin más, la ciencia matemática.
>
> "Me sorprendo ante el hecho de que un matemático pueda dudar de que el principio del tercero excluído sea estrictamente válido como modo de inferencia ... Estoy aún más sorprendido por el hecho de que en los medios matemáticos tenga tal poder de sugestión un solo hombre, con más temperamento e imaginación, y sea capaz de producir los efectos más improbables y más excéntricos ..."[63]

Las matemáticas, prosigue Hilbert, son una ciencia que carece de bases: ni el Dios de Kronecker, ni el

[63] *ibid*, p. 476.

principio de inducción de Poincaré, ni la intuición de Brouwer, ni el axioma de reductibilidad de Russell.

Todos ellos parecen estar en la prehistoria, en el tiempo en que "el mundo majestuosos de las ideas de Cantor no había sido descubierto."[64]

Adoptando una posición aristotélica - no podemos, afirma, abandonar ninguna de las leyes de la lógica de Aristóteles - propone un programa cuyos puntos fundamentales son los siguientes:

1. Las matemáticas, más que ninguna otra ciencia sólo pueden fundamentarse en la lógica.

2. La condición para llevar a cabo las operaciones lógicas es que algo haya sido dado a nuestra facultad de representar; una experiencia inmediata anterior a todo pensamiento. Es decir,

3. En matemáticas, tomamos como tal experiencia a los signos concretos mismos, aquellos cuya forma podemos reconocer de manera inmediata y clara.

---

64 *ibid*, p. 473.

4. A partir de ahí, construímos ciertas fórmulas que sirven de "bloques para la construcción del edificio formal". Estas serán los axiomas.

5. Una vez que se han escogido, se establecen las reglas de inferencia y, a partir de los axiomas, sin violar las reglas, deducimos los teoremas.

6. El primer paso de esta reconstrucción es la teoría elemental de los números.

El problema fundamental de este proyecto es el problema de la consistencia íntimamente ligado al problema de la comprensión del concepto de infinito. Se trataría, para Hilbert, dice Kreisel, de comprender el infinito una vez que se haya comprendido como funciona la "maquinaria" transfinita."[65]

Esta maquinaria transfinita es lo que constituye el paraíso cantoriano.

El elemento central en la proposición de Hilbert es el punto no. 5, es decir, la teoría de la demostración; tal teoría debe ser capaz de efectuar las siguientes operaciones:

---

[65] Kreisel, "Hilbert's programme", en *Philosophy of Mathematics*, ed. Benacerraf & Putnam, p. 157.

1. Enumerar todos los símbolos.

2. Caracterizar, sin ambigüedades, las combinaciones para las que las fórmulas (combinaciones de símbolos) tienen sentido (lo que no implica que la fórmula sea verdadera).

3. Proveer un procedimiento que permita construir todas las fórmulas demostrables.

4. Mostrar que estas fórmulas, que corresponden a proposiciones de las matemáticas clásicas y que pueden verificarse por medios aritméticos finitistas, pueden ser demostradas si y sólo si las proposiciones correspondientes son verdaderas.

El trabajo de Cavaillès tiene relación, precisamente, con este período de inmoderado optimismo; por ejemplo, el de Von Neumann que escribe:

> "El sistema de Hilbert ha pasado su primera prueba de fuerza: la validez de los sistemas matemáticos no finitarios, no puramente constructivos se ha establecido por medio de mecanismos finitarios y constructivos. Que alguien sea capaz de extender esta validación a otros sistemas, más difíciles e importantes de la matemática clásica, solo podrá decidirse en el futuro".[66]

66 in *Erkenntnis*, 1931.

La caída

El 30 de julio de 1931, *Le Temps* anunciaba:

> "Señalabamos ayer que un joven, que formaba parte de una caravana de alpinistas que excursionaba en la región de la Bérarde sufrió una caída mortal. Se trata de Jacques Herbrand, que vivía en París, en la calle Violete-Le-Duc no. 10 ... Al descender, un pitón de roca al que estaba atada la cuerda cedió llevando consigo una pequeña plataforma sobre la que se encontraba Herbrand quien se precipitó al vacío".[67]

Jacques Herbrand nació el 12 de febrero de 1908 en París, en el mismo año que Albert Lautman. Tenía cinco años menos que Cavaillès.

A los diecisiete años obtuvo el primer lugar en el concurso general de ingreso a la Escuela Normal Superior; a los veinte, obtuvo el primer lugar en el concurso de agregación (1928); a los veintidós obtuvo su doctorado (1930). Trabajó sobre cuestiones de lógica (entre 1928 y 1930 publicó diez trabajos importantes sobre lógica). Además, escribió artículos sobre la teoría de campos, la teoría de Galois, el teorema de Fermat y las ecuaciones funcionales.

---

67 in Herbrand, J., *Ecrits logiques*, p. 16.

En una nota dirigida a J. Hadamard, Herbrand describe su propio trabajo:

> "(En 1929) indiqué una solución al siguiente problema: resolver la ecuación funcional

$$1/(b-a)\int_a^b f(x)dx=\alpha_1 f(a)+\alpha_2 f((a+b)/2)+\alpha_3 f(b).$$

> donde α_1, α_2, α_3 son constantes ...
>
> "(En 1930) indiqué una solución al siguiente problema: dado un campo base K, y conociendo los grupos de ramificación de un ideal primo P de un campo de Galois K en relación con K, encontrar los grupos de ramificación en un sub-campo K' de K, de Galois con respecto a K, del ideal primo de K' divisible por P ...
>
> "(En 1931) demostré por medio de teoría de grupos una generalización del teorema de Minkowski que afirma la existencia, en todo campo de Galois de un sistema de unidades independientes conjugadas ..."[68]

Menciona, además, trabajos sobre grupos topológicos y campos ciclotómicos.

Herbrand, decían Lautman y Chevalley, empujaba a su conciencia hacia un mundo tan estéril como el vacío que, con frecuencia sentía cuando llevaba a cabo un autoanálisis profundo. Era, como Cavaillès, profundamente escéptico; sin embargo, sus amigos,

---

68 *op. cit.*, pp. 217-218.

> "en su cercanía, habían comprendido tanto de la belleza sublime que no podrán, jamás, alejarse de las vías que les mostrara este ser adorado."[69]

Bernays y Fraenkel establecieron, en 1934, la diferencia entre una matemática aristotélica y una matemática platónica. Según la interpretación que hace Chevalley de Platón, la matemática de Herbrand no era platónica pues el platonismo implica un mundo gobernado por la razón. Herbrand no creía en tal mundo - como no creía en él Cavaillès - y la matemática es, necesariamente, una creación humana y no el signo de una existencia racional. Con ello, el realismo inherente al logicismo de Carnap permanece fuera de la visión matemática de Herbrand. La objetividad matemática se alcanza solamente en el simbolismo y cuando los signos carecen de todo significado. Objetividad y concreción se excluyen.

El pensamiento de Herbrand no podía, tampoco, ser intuicionista. La intuición del tiempo es la condición de posibilidad de las intuiciones matemáticas del intuicionismo. Para Herbrand, ningún razonamiento sobre lo dado (en violento contraste con el pensamiento quasi-stalinista de Kolmogorov) y lo concreto carecen por completo de todo valor matemático. De ahí que su intención fuera la

[69] *op. cit.*, p. 15.

de delimitar, con claridad cartesiana, la zona matemática de la metamatemática. Su teoría de la demostración, su tesis de doctorado, es un esfuerzo definitivo en esta dirección.

Como es el caso para Cavaillès, la sensación y la percepción pueden ser dominadas desde el momento en que se les abandona (visión posiblemente mística o pascaliana del mundo) y desde el momento en que se transita – como por acto de magia – al mundo puro de las matemáticas. Herbrand dijo un día a Chevalley que le encantaría construir un sistema que contuviese todo el pensamiento de su época. La afirmación conduce al núcleo mismo del drama de Herbrand, drama que, en cierta forma, compartieron Cavaillès y Lautman: un ir y venir entre una investigación cada vez más concreta y un formalismo cada vez más abstracto. Chevalley concluye:

> "¿Es una fatalidad que, ahí en donde el espíritu alcanza tal grado de violenta pureza, la muerte esté más próxima?"[70]

La tentación es inevitable: ¿qué matemática habrían desarrollado Cavaillès, Lautman y Herbrand? Las corrientes de su época eran el logicismo del Círculo de Viena, el formalismo de Hilbert - que había ya fracasado a la muerte de Herbrand – y un intuicionismo adherido a una política dudosa. Críticos, los tres de las tres corrientes dominantes, su destino, como el de Galois cien años antes,

70 *op. cit.*, p. 20.

marca el de la matemática francesa. Como Wittgenstein, crítico a su vez de la corrientes dominantes, se trata de figuras heróicas del pensamiento. De un pensamiento que sólo puede conducir al silencio y a la resistencia más violentos frente al silencio aterrador de las esferas de Pascal.

Desde el punto de vista de la lógica, el trabajo de Herbrand es extremadamente importante. Bernays aseguraba que el teorema fundamental de Herbrand es el teorema central de la lógica de predicados; en él, Herbrand establece sobre bases sólidas, buena parte de los elementos estructurales de la teoría de la demostración, establece un método para obtener consistencia y decidibilidad y, en fin, llega a una visión constructivista de conceptos no constructivistas (como el concepto de satisfacibilidad). El trabajo de Herbrand está estrictamente contenido en el cuadro del hilbertismo. Herbrand evita, incluso, una serie de puntos de vista epistemológicos que en Hilbert son oscuros. Técnicamente, se inserta en la línea Löwenheim-Skolem. A partir de este hecho, el trabajo de Herbrand puede ser considerado como la interpretación hilbertiana de los trabajos de Löwenheim y Skolem. Esta línea será seguida, más tarde, por Gentzen[71].

[71] Gentzen asegura que el teorema fundamental de Herbrand es un caso particular de su propia *verschärfter Haupsatz*. Se ha demostrado, en una lectura más atenta, que lo contrario es verdadero.

El trabajo de Herbrand, escribe Bernays, y el de Hilbert, "han alterado la teoría de la demostración"[72], sin embargo, como es el caso para toda la escuela francesa, los argumentos de Herbrand "son difíciles de seguir."[73].

Van Heijenoort, por su lado, en el prefacio a *From Frege to Gödel*, afirma que el trabajo de Herbrand - con el de Gödel sobre la completez del cálculo de predicados de primer orden, marcan "el fin de un período en la historia de la teoría de la cuantificación."[74]

Visto en otra perspectiva, Kreisel dice que el teorema de Herbrand es un paradigma del método constructivo.

El teorema de Herbrand consiste, en primer lugar, en reducir cada fórmula P a una equivalente, P', que no tiene cuantificadores. A partir de ello, demuestra que P es demostrable si y sólo si P' es demostrable en el subsistema sin cuantificadores.

Entrando en detalles inevitables, el esquema de la demostración es el siguiente:

---

72 citado en Jaques Herbrand, *Logical writings*, prefacio de Warren D. Goldfarb a la edición en inglés.
73 *loc. cit.*
74 Van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, p. vii.

Si una proposición P es verdadera, existen hipótesis H_1, H_2, ..., H_n tales que su conjunción implica P.

$H_1 X H_2 X \ldots X H_n \rightarrow P$

(X se lee "y")

Los cuantificadores, como se sabe, son las partes de la fórmula que aseguran la existencia de un objeto que satisface cierta propiedad o que aseguran que una propiedad es válida para todo objeto posible del dominio. Una proposición es "elemental" si en ella no aparecen cuantificadores.

Sea P una proposición y sean P_i proposiciones elementales. A cada P_i asociamos un valor lógico V o F (en el caso de proposiciones elementales, existe un criterio simple para asignar dicho valor).

Estos valores se asignan sin violar las reglas siguientes:

a. Si a P_K se le asocia el valor V (respectivamente F), a su negación se le asocia el valor F (respectivamente V).

b. A la conjunción "P y Q" le podemos asociar el valor F si y solamente si a P podemos asociar F y a Q podemos asociar el valor F.

Decimos que una proposición es una tautología si es posible asignarle incondicionalmente el valor V.

Si la proposición P está formada por n proposiciones P_i se requieren 2^n intentos para dar un valor a P (que son, después de todo, un número finito de intentos).

El teorema de Löwenheim-Skolem asegura que una proposición no es absolutamente válida si y sólo si existe un dominio infinito en donde P es falsa.

Herbrand demuestra el teorema siguiente: si es posible determinar un dominio infinito en el que todas las hipótesis sean verdaderas, la teoría es no-contradictoria.

En el caso de la aritmética, Herbrand propone:

- una proposición elemental, $x=y$.
- una constante 0.
- una función de una variable $f(x)=x+1$.
- cuatro grupos de axiomas:

grupo A:

1) $x=x$.

2) $x=y \wedge x=z \;->\; y=z$ ($\wedge$ es el signo para "y", -> es el signo de implicación).

3) $x=y \;->\; y=x$.

4) $x=y \;->\; x+1=y+1$.

5) $\sim(x+1=0)$ ($\sim$ es el signo de negación).

grupo B. (axioma de inducción)

$\Phi(0)\wedge((x)\Phi(x) \;->\; \Phi(x+1)) \;->(x)\Phi(x)$.

grupo C.

Se introducen las funciones $f_i(x_1,x_2,\ldots,x_{ni})$ e hipótesis tales que:

C1. En las hipótesis no aparecen cuantificadores.

C2. Las hipótesis hacen posible el cálculo de $f_i(x_1,x_2,\ldots,x_{ni})$, para todo conjunto de n_i números. El resultado está bien definido.

grupo D. Si A(x) no tiene cuantificadores y si A(x) es verdadera para toda x, introducimos la fórmula "*A(x) es válida para toda x*" (x)A(x).

El teorema fundamental de Herbrand afirma que los grupos A, B, C y D producen una teoría consistente si en $\bar{Q}$ no hay cuantificadores.

Este teorema permitirá a Herbrand establecer ciertos hechos acerca de lo que debe ser una teoría matemática.

Originalmente, dice en la *Revue de Métaphysique et de Morale*, una teoría matemática era un conjunto de objetos tomados de cierta categoría, que poseían ciertas propiedades y que establecían ciertas relaciones. Actualmente, una teoría está totalmente caracterizada por sus hipótesis o axiomas, "todas las teorías, escribe Herbrand sobre Hilbert, tienen a sus ojos los mismos derechos de ciudadanía."[75]

> "Esta posición agnóstica podrá provocar displacer a muchos, pero no es necesario ocultarse que el papel del matemático es, posiblemente, solo el de proveernos de razonamientos y de formas y no el de buscar cuáles son los que se aplican a tal objeto ... El resto es un asunto de físicos o de filósofos."[76]

Reproduzco íntegramente la nota necrológica de Jacques Herbrand, aparecida en la *Revue de Métaphysique et de Morale* en abril de 1932 y escrita, probablemente, por Cavaillès:

---

75 in *Ecrits logiques*, p. 164.
76 *op. cit.*, pp. 164-5.

"La muerte de Jacques Herbrand, acaecida en un accidente de montaña el 27 de julio de 1931 es, para la filosofía matemática, sobre todo en Francia, una pérdida irreparable. Discípulo de Hilbert, había concebido a la lógica matemática como un dominio puramente matemático que jugaba, con respecto al análisis clásico el papel de la geometría analítica *vis-à-vis* la geometría ordinaria y se había esforzado en inventar procedimientos nuevos de razonamiento, apropiados a los problemas que debían resolverse, el de la no-contradicción de las teorías axiomatizadas de las matemáticas clásicas y, sobre todo, el de la *Entscheidung* (atribución del predicado verdadero o falso a una proposición dada). Supo, desde sus primeros trabajos, disipar el equívoco del conflicto entre los intuicionistas y los formalistas. El intuicionismo afirma el único método de razonamiento matemático posible e insiste sobre el carácter finito y ordenado de las operaciones de los matemáticos; el formalismo somete a este método al conjunto de los signos que corresponden a las proposiciones. Herbrand había llegado, en su tesis *Recherches sur la théorie de la démonstration*, a encontrar una propiedad formal de las proposiciones verdaderas y esta propiedad equivale a la construcción efectiva de un campo de individuos, de un cierto órden, tal que sea imposible encontrar en este campo un sistema de valores que hagan falsa una proposición cuya demostración se conoce. Ponía, así, en el centro de las investigaciones relativas a la *Entscheidung*, una correspondencia biunívoca entre los elementos de un campo numerable, por un lado, variables y funciones, por el otro. Sus trabajos empezaban a ser conocidos y plenamente apreciados en Alemania y los más grandes matemáticos han reconocido el valor inmenso de su obra. Desapareció en el momento en que una nueva antinomia acababa de ser descubierta por Gödel en el seno mismo de la lógica matemática: Gödel establece que es imposible demostrar la no-contradicción de una teoría por medio de razonamientos formalizables en esta teoría. En su último trabajo, Herbrand ya podía indicar que el teorema de Gödel implicaba una consideración inadmisible desde el punto de vista intuicionista y dejaba, con ello, intacto el método que había preconizado. No será dado, pronto, en Francia, a otros seguirlo. La *Révue de Métaphysique et de Morale*, que había publicado un artículo de Herbrand y a la que reservaba nuevas reflexiones, resentirá de manera cruel, el duelo de este espíritu, tan lúcido en la creación científica como en la interpretación filosófica."

Antes de exponer en qué consisten los célebres resultados de Gödel, habremos de comentar dos de sus trabajos: en el primero, de 1930, Gödel demuestra que el cálculo de predicados de primer orden es completo, es decir, que en él, toda fórmula valida es demostrable o, lo que es equivalente, toda fórmula es refutable o satisfacibe.

En el segundo, de 1932 (de hecho,se trata de dos trabajos: *Eine interpretation des intuitionististischen Aussagenkalküle* y *Zur intuitionistischen Arithmetik und Zahlentheorie*. Ambos aparecieron en *Ergebnisse eines mathematischen Kolloqui*ums, num. 4, 1931-32), demuestra cómo las nociones y fórmulas del cálculo proposicional intuicionista pueden ser traducidas a expresiones de la lógica clásica extendida. Muestra que si una proposición es deducible en el cálculo intuicionista, también lo es en el cálculo clásico extendido (Schitte, en 1956, demostró el recíproco).

En el segundo artículo, Gödel demuestra que la totalidad de la aritmética clásica está contenida en la aritmética intuicionista y que, si una fórmula es válida en la lógica clásica, su traducción directa es válida en la lógica intuicionista. El mecanismo, como todos los que propone Gödel es de una simplicidad extraordinaria. Basta dar una tabla de tradución.

La descripción que se da a continuación del teorema de Gödel está tomada de la exposición de Carlos Torres. Se trata de la llamada exposición heurística.

Consideremos, para empezar, tres "ámbitos del discurso": la metamatemática, M; la aritmética, A; y la aritmética formalizada, N.

*:M<---------->A

#:A<---------->N

Supongamos que en el sistema N (una formalización de los axiomas de Peano) hay un enunciado G que afirma su propia indemostrabilidad: G afirma:

"El enunciado G es indemostrable en el sistema N".

Si G pertenece al lenguaje formal L_N; N formaliza a A de manera inacabada o N no formaliza a A.

En efecto,

a) si $\vdash_N G$ (G es teorema en N), lo que G afirma es falso.

b) si $\nvdash_N G$ (G no es teorema en N), lo que G afirma es verdadero.

Es decir, o de demuestra algo que es falso (caso a) o *no* se puede demostrar algo que es verdadero (caso *b*).

El argumento de Gödel es el siguiente:

1) La traducción * es reversible y los enunciados verdaderos se traducen en enunciados verdaderos en los dos sentidos.

2) Se supone que los enunciados metamatemáticos se traducen en enunciados aritméticos (por *) y estos, a su vez, en enunciados de L_N (por #).

3) Se supone que N es una formalización de la aritmética elemental ($\vdash_N \bar{\Phi} \Rightarrow A \models \bar{\Phi}$).

4) Se supone que hay una fórmula $G \in L_N$ que afirma su indemostrabilidad en N según la siguiente traducción:

metamatemática:	G_M	"el enunciado G es indemostrable en N"
	$\downarrow$	
aritmética elemental:	G_A	enunciado aritmético que traduce a G_M (por *)
	$\downarrow$	
sistema N:	G	traducción de G_A en N (por #).

Así,

a) $\vdash_N G$ => $A \models G$ (según (3)). $A \models G$ => G_A es verdadero y, por lo tanto G_M es verdadero. "*G es indemostrable en N*" es verdadero, => $\nvdash_N G$.

b) Si $\vdash_N \sim G \Rightarrow A \models \sim G$ (según (3)). No G_A es verdadero (G_A es falso) => G_M es falso y "*es falso que G sea indemostrable en N*" es verdadero y, por lo tanto $\vdash_N G$.

Pero nuestra suposición es que N es consistente. Es imposible, entonces que $\vdash_N \sim G$ y $\vdash_N G$.

Por lo tanto, $\nvdash_N G$, es decir, G *es indecidible*.

Herbrand *(Sur la non-contradiction de l'arithmétique)* da el esquema siguiente:

1. Se da un número a cada enunciado y a cada demostración de la teoría. Nada nos impide tomar estos números como los signos del lenguaje formal.

2. $P(x,y,z)$ es la proposición que afirma: *"la demostración número x es una demostración de la proposición que se obtiene al sustituir la primera variable libre, en la proposición número y, por el número z".*

3. Suponemos que la teoría es consistente. Sea β el número que corresponde a "$\forall x \sim P(x,y,y)$". La proposición $P(K,\beta,\beta)$ no puede ser aritméticamente verdadera para un número K. Si lo fuera, tendríamos, por un lado, que $\forall x \sim P(x,\beta,\beta)$ es un teorema; por el otro, que $\exists x P(x,y,z)$ es también un teorema. Sin embargo, ambos se contradicen y, por lo tanto, $\forall x \sim P(x,\beta,\beta)$ no puede ser teorema.

4. Si w traduce *"la teoría es consistente"* tenemos que w $\Rightarrow \forall x \sim P(x,\beta,\beta)$ es verdadera.

Si w *es demostrable* y $\forall x \sim P(x,\beta,\beta)$ también es demostrable. Pero entonces la teoría no es consistente. Por lo tanto, si la teoría es consistente, w *no es demostrable.*

LOS TRABAJOS MATEMATICOS

Para Cavaillès, el edificio entero debe ser reconstruído.

Si las matemáticas, hasta el siglo XIX, son teorías sobre nociones y conceptos intuitivos (por ejemplo, el concepto de número), durante el siglo XIX, estas intuiciones van a ser *desplazadas* a la teoría de conjuntos; es en esta nueva región en donde nacen las paradojas; frente a ellas, se propone, como dice Cavaillès,

> "aislar de las regiones inciertas una especie de zona central en la que los robustos métodos tradicionales conserven una evidencia concreta indiscutible",

por ejemplo, la solución axiomática de Hilbert.

Las nociones "confiables" - número entero, continuo geométrico - permitían el tránsito de una teoría a otra. Tal es el caso de la geometría analítica de Descartes que, sobre la base de la claridad del álgebra y de la geometría, construye un pasaje de la recta a los reales. Esta operación, ahora, está en un estado de crisis inédita pues ya no se trata de aquella crisis que surgía de la disputa acerca del tipo de evidencia que se exige (Platón vs. Pitágoras) o de la "crisis" generada por la diversidad de los métodos (antiguo vs. moderno, *esprit de finnesse vs. esprit de géométrie*, etc.)

El problema *matemático* de los fundamentos puede esquematizarse así: se parte de un tronco común del que surge - recurriendo solamente a procedimientos matemáticos "normales" - la teoría de conjuntos que conduce a paradojas tales que es posible poner en duda la operatividad de esos procedimientos "normales". Por otro lado, la teoría de conjuntos no puede ser simplemente abandonada pues los resultados de la teoría de conjuntos, en acción, son "preciosos" para el análisis y dominios cercanos (topología, probabilidad, etc.).

La paradoja de Richard nos conduce, inmediatamente a una cuestión fundamental, a saber, a la cuestión de establecer cuáles objetos son matemáticamente legítimos. Según Cavaillès, debemos iniciar el trabajo en la teoría del continuo pues ella es la materia común desde donde se engendran los objetos matemáticos.

lebesgue

Por un lado, encontramos la posición de Hadamard para quien los medios con los que se construye el objeto no son relevantes a la existencia del objeto. En contraposición, para Baire, Borel y Lebesgue, la cuestión de la existencia es especulativa. La clave consiste en dilucidar qué tipo de métodos son válidos; de otra manera se corre el riesgo de razonar en el vacío, es decir, sobre un individuo determinado pero no *definido*.

La cuestión desemboca, así, al problema de la definición. Borel y sus discípulos rechazan la "matematización verbal" o las "juglarías simbólicas" que no corresponden a ninguna intuición (a ésta corresponden, por ejemplo, el número entero y el continuo geométrico). Desde la intuición - sigue Borel - se engendran nuevos objetos matemáticos, pero esta construcción estará también, sometida al mismo control: cada paso debe resultar igualmente claro (tras cada entero hay otro). El caso de los números de la clase II no es claro y, por lo tanto, estos números no son legítimamente, objetos matemáticos.

Para el conjunto de los números reales se hace una operación semejante: sólo existen los números *calculables*[1]. Con ello queda cancelada la paradoja de Richard: el número "b" no es calculable, su existencia es dudosa y, en consecuencia, no cabe preguntarse si pertenece a la lista. Filosóficamente, se trata de un empirismo que supone, tras las palabras, "realidades observables", pensadas.

Para poder construir válidamente la paradoja de Richard, todos los problemas matemáticos que puedan ser planteados deben estar resueltos (una propiedad posible, llamémosla "Fermat", es la siguiente: n es de Fermat si la ecuación $a^n+b^n=c^n$ tiene solución con a,b,c enteros. No sabemos, a ciencia cierta, en general, si un número

[1] α es *calculable* si dado un entero arbitrario n, existe un racional q tal que $|\alpha-q|<1/n$.

arbitrario k es de Fermat). Así, la lista de Richard no es *realizable*; es, ciertamente numerable pero no es *efectivamente numerable*. Borel sustituye, entonces, la dicotomía numerable/no-numerable por la dicotomía numerable/efectivamente numerable. Las paradojas surgen al confundir estas dos.

A partir de este principio, es posible construir una teoría de conjuntos y de funciones indudables. Las funciones legítimas sólo serán las *funciones calculables*. Un conjunto queda *bien definido* por una función caracteristica calculable ξ: X es el conjunto de elementos x tales que ξ calculada en x es 1. z no es un elemento de X si ξ calculada en z es 0 ($=\{x:\xi(x)=1\}$).

A partir de estos, se considerarán los conjuntos que pueden obtenerse por adición (unión) o sustracción (intersección).

Los conjuntos bien definidos coinciden con los conjuntos *medibles*[2]: el campo del análisis clásico no rebasa, asi, para Borel, el de los conjuntos medibles.

Con esto, el análisis *hecho*, el análisis clásico, est[a garantizado. Pero el futuro es frágil: el principio del tercero excluído no puede ser utilizado. Así, dados dos números calculables, a & b, el tercero excluído indica: a=b ó a es distinto de b. Ahora hay una opción: *la imposibilidad de decidir*. Por otra parte, la propuesta exige limitarse al estudio de los "seres reales y normales", excluyendo los "monstruos artificialmente creados o incluso concebidos de manera abstracta".

Sin embargo, el programa de Borel fracasa inmediatamente pues, según Borel, las propiedades admisibles de los conjuntos medibles deben ser inductivas. Este no es el caso[3]. Así, para el programa de Borel, deben abandonarse

---

[2] Sea X un conjunto, $X \subset \mathbb{R}^n$ (espacio eucldeano de dimensión n).

Sea $\{I_{m,i}\}$ $(i=1,\dots,k_n)$ una colección de n-cubos cuya unión contenga a X. $I_{m,i} \cap I_{m,j} = \emptyset$.

Sea $V_{i,m}$ el volumen del i-ésimo n-cubo, $I_{m,i}$. El volumen de la unión es $\mu_m = \Sigma V_{i,m}$ $(i=1,\dots,k_m)$. Para cada colección $\{I_{m,i}\}$ $(m=1,2,\dots)$ obtenemos una μ_m. La sucesión $\{\mu_m\}$ está acotada inferiormente. Sea $\mu_x = \inf_m\{\mu_m\}$.

μ_x se llama *medida exterior* de X.

Sea $\{J^{m,i}\}$ $(i=1,\dots,k_m)$ una colección de n-cubos cuya unión está contenida en X y $J^{m,i} \cap J^{m,j} = \emptyset$.

Sea $v^{i,m}$ el volumen del i-ésimo n-cubo, $J^{m,i}$. El volumen de la unión es $\mu^m = \Sigma v^{i,m}$ $(i=1,\dots,k_m)$. Para cada colección $\{J^{m,i}\}$ $(m=1,2,\dots)$ obtenemos una μ^m. La sucesión $\{\mu^m\}$ está acotada superiormente. Sea $\mu^x = \sup_m\{\mu^m\}$.

μ^x se llama *medida interior* de X.

X es *medible* si $\mu_x = \mu^x$.

[3] La propiedad de que un conjunto medible no numerable contenga un subconjunto perfecto no es inductiva (Hausdorff-Alexandroff).

las propiedades no-inductivas o debe admitirse, ilegalmente, la totalidad de los conjuntos medibles.

Cavaillès concluye, entonces, brillantemente:

> "es imposible detener la marcha progresiva del análisis clásico sea cual fuere la restricción que se haya puesto en el punto de partida, si no tenemos cuidado en definir los métodos nuevos ... los procedimientos **naifs** del análisis clásico se oponen directamente a las exigencias empiristas."[4]

Lebesgue quiere que la limitación boreliana sea menos rigurosa y propone el concepto de *nombrable* o *efectivo*:

> "Un objeto está definido o dado cuando pronunciamos un número finito de palabras que se aplican a este objeto y solamente a éste; es decir, cuando se nombra una propiedad característica del objeto."[5]

La distancia es enorme frente a las definiciones existenciales de Zermelo o de Cantor. En particular, el empirismo francés ha atacado violentamente al axioma de selección de Zermelo pues el conjunto cuya existencia se asegura no está determinado unívocamente. De Borel a Lebesgue ha desaparecido la exigencia constructiva, ahora sólo importa que en la definición aparezca lo que es relevante al razonamiento presente. El ejemplo con que

---

4 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 13.

5 Para Hilbert, esta definición de objeto no tiene sentido, ¿cuándo, pregunta, se ha definido algo con un número infinito de palabras?

Lebesgue destruye la pretensión boreliana es el de la función de Riemann:

$$\xi(x)=\lim_{m\to\infty}[\lim_{n\to\infty}(\cos m!\pi x)2n]$$

$$\xi(x)=\begin{cases} 0 \text{ si } x \text{ es irracional} \\ 1 \text{ si } x \text{ es racional} \end{cases}$$

Si x=c (la constante de Euler), el valor de ξ es desconocido. Sin embargo, esta función inaceptable para Borel, es aceptable para Lebesgue. La definición es ahora descriptiva. En el caso de la definición de un conjunto medible, Borel asigna medida 1 al segmento [0,1] y luego traduce las operaciones generatrices a operaciones aritméticas ($\mu(A\cup B)=\mu(A)+\mu(B)$, $A\cap B=\emptyset$, etc.). Lebesgue, por el contrario, establece (axiomáticamente) que es posible asignar a cada conjunto un número (positivo o cero) m(E) tal que:

1. Si A=B, m(A)=m(B)
2. $m(\cup_i A_i)=\Sigma_i m(A_i)$ $(A_i\cap A_j=\emptyset)$
3. $m([0,1])=1$

Para conjuntos medibles, las definiciones de Borel y de Lebesgue no difieren. Incluso, un conjunto arbitrario E es tal que existen E_1 & E_2 tales que $E_1 \subset E \subset E_2$ y $m(E_1)=m(E_2)$. La ventaja de Lebesgue, en sus propias palabras, es esta:

> "no es que se contemple, así, una clase más vasta de conjuntos sino que se parte de la propiedad capital de los conjuntos a los que se puede asignar una medida y no de un procedimiento de construcción en perpetuo devenir."

Otra vez Cavaillès concluye que lo que se afirma, en este caso, es la homogeneidad de los materiales de una empresa y la simultaneidad de la matemática y de su trabajo presente; se trata de un empirismo, afirma, pero de un *empirismo del pensamiento en acto*, sólo referido al devenir imprevisible de las matemáticas:

> "los modos de definición se abandonan a las variaciones y a las exigencias de su movimiento ... el enriquecimiento de lo nombrable coincide con el enriquecimiento mismo de la ciencia"[6]

La posición de Lebesgue es tan fructífera que es posible preguntarse si las paradojas han sido eliminadas. Sierpinski, sin embargo, ha dado un ejemlo de un conjunto nombrable tal que dado un objeto, es imposible decidir si el objeto pertenece o no al conjunto. El ejemplo se apoya en el trabajo de Lusin con que se responde afirmativamente a la pregunta de Borel:

---

[6] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. [illegible]

> "¿Es o no posible definir un conjunto E tal que no sea posible nombrar ninguno de sus elementos individuales ...?

De hecho, Lebesgue tiene que recurrir a la totalidad de la clase II que, así, se supone nombrada. La seguridad que se alcanza con este procedimiento no es mayor de la que se obtenía con el axioma de elección pues conduce al problema de las definiciones impredicativas.

La cuestión parece mostrar la imposibilidad de sostener una posición empirista, una posición idealista o una posición intermedia. Lo imprevisto, en matemáticas siempre muestra la obsolesecncia de un método o de una regla de seguridad. La cuestión parece mostrar la necesidad de una reflexión previa acerca de la esencia del trabajo matemático y de la noción de objeto y de realidad y nos *obliga* a un examen más allá de las matemáticas, a un examen sobre la racionalidad misma.

El discurso filosófico acerca de las matemáticas no surge, entonces, de la filosofía misma sino de las matemáticas, es con ello, *filosofía matemática*.

bolzano

En 1810, Bolzano, en su trabajo *Contribución a una representación bien fundada de las matematicas*, y en oposicion a quienes, en su tiempo (Clairaut, Lagrange), recurrían a la intuición, asegura que la ciencia tenía el propósito de establecer cómo ciertos juicios son fundamento de otros. La ciencia busca, así, hacer manifiestas relaciones objetivas (demostrar) para lo cual es necesario censar las nociones simples irreductibles y los primeros principios. *"Fundar las matématicas es, por lo tanto, a la vez, aislar los principios y describir los modos de encadenamiento lógicos"*[7].

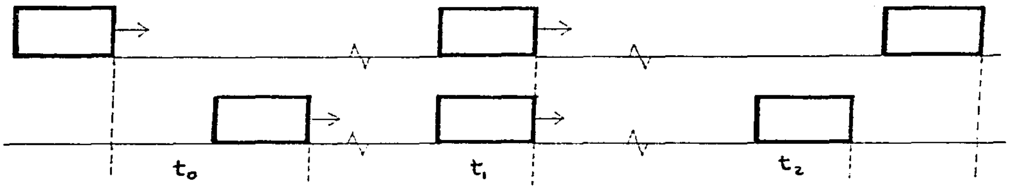
Cuando Bolzano examina las demostraciones que se habían dado a la proposición que lleva su nombre, asegura que muchas de ellas habían recurrido a una verdad que se tomó prestada a la geometría. Ello es una "ofensa intolerable en contra del método correcto"[8], pues se hace derivar un resultado puro de consideraciones que pertenecen a las matemáticas aplicadas. Las pruebas de la ciencia "no deben ser simples confirmaciones, deben ser, más bien, justificaciones"[9], es decir, presentaciones que valgan para toda cantidad y no sólo para cantidades en el espacio.

Un segundo conjunto de demostraciones se sustentan en el concepto de continuidad cuyo apoyo, a su vez, son los conceptos de tiempo y movimiento. El ejemplo a que se recurre es el de dos cuerpos en movimiento, uno de los

---

7 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 47.
8 *in Historia Mathematicae*, 159. Vol.7, No.2, May 1980, p.160
9 *loc. cit.*

cuales está inicialmente detrás del otro y, al final, está delante. Se afirma entonces, que hay necesariamente, un momento en que están uno al lado del otro:



"Los conceptos de tiempo y movimiento son tan ajenos a las matemáticas generales (o puras) como el concepto de espacio"[10]. En todo caso, son ejemplos metafóricos que no podrían ocupar el lugar de la prueba.

Otras demostraciones usan el siguiente argumento: "Toda cantidad variable puede pasar de un estado positivo a uno negativo sólo a través del estado de ser cero (*Den Zustand des Nullseyns*) o infinito". Como el valor de una ecuación no puede ser infinitamente grande, concluyen que toda transición debe ocurrir a través del cero[11].

Nuevamente, la idea de la transición es metafórica y la expresión "estado de no existencia" carece de sentido. El argumento, a su vez, requiere de una prueba; no es una verdad básica.

---

10 *op. cit.*, p. 161.
11 op. cit., p. 163.

Bolzano pretende, en fin, una "reorganización completa en todas las ciencias puras a priori"[12] que fuera gradual y permitir, así, correcciones en el transcurso del trabajo – comentario que está dirigido, evidentemente, contra Kant cuyo sistema sólo puede ser aceptado o rechazado íntegramente.

El propósito de Bolzano va a llevarse a cabo en dos direcciones: una que actúa sobre el análisis y otra sobre la geometría. La primera quiere abandonar los hábitos del pensamiento y sustituir la evidencia intuitiva por una evidencia simbólica. Las operaciones intelectuales efectivas son sustituídas por una manipulación rigurosa y regular de símbolos. La matemática, encadenamiento de razones (y no de intuiciones) es incorporada a la lógica formal (Frege, Dedekind, Russell).

La segunda dirección no desplaza los modos tradicionales del razonamiento, simplemente formaliza los existentes. Se trata de la dirección que desemboca al método axiomático (Gauss, Riemann, Hilbert).

grassmann y hankel

Los algebristas ingleses permitieron a Grassmann intentar una abstracción completa y una extensa aplicación de un cálculo general, una teoría formal de operaciones en cuyo

12 *op. cit.*, p. 167.

seno estuviese contemplada, como caso concreto, la aritmética de los números enteros. Así, se alcanza la ley de Hankel (principio de permanencia de las leyes formales): "si dos formas expresadas en signos generales de la *arithmetica universalis* son iguales entre sí, deben serlo también cuando los signos dejan de designar magnitudes simples y cuando, en consecuencia, las operaciones reciben otro contenido real"[13]. Grassmann, sin embargo, se dejó guiar por una "imaginación geométrica latente" que destruía el carácter abstracto de su intención: "No hay aquí un desarrollo lógico de un formalismo sino formalización de operaciones cuya razón se encuentra en otro sitio"[14]. Hankel distingue, entonces, entre "matemática pura" y teoría de las magnitudes. Será necesario pasar de la primera a la segunda que "expresa relaciones actuales entre objetos ... inmediatamente dados en la intuición"; los números complejos y los números irracionales (objetos de la matemática pura) no se pueden fundamentar en una combinatoria simbólica. requieren, unos, de una representación en el plano y la esfera y los irracionales basan su existencia y propiedades sobre las del continuo geométrico.

En este punto, la división de Hankel, se enfrenta a la pregunta por la base y el criterio de verdad de la "teoría de las magnitudes". Hankel pretende encontrar este fundamento en la teoría de las proporciones de Euclides.

13 Hankel, *Theorie der complexen Zahlensysteme*, p.11.
14 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 51.

Pero, anota el propio Hankel, la teoría de la similitud pierde su verdad en el caso de la "geometría trascendental" de Gauss[15].

Así, el esfuerzo de Hankel también fracasa: "es evidentemente una renuncia al formalismo: origen admitido por pura constatación, descripción, a continuación de un proceso de generalización que se debe reconocer, igualmente, de entrada, como válido."[16]

dedekind

En 1854, Dedekind inicia un nuevo esfurzo en la dirección propuesta por Bolzano; un esfuerzo que no recurre a la geometría o al espacio - como sucedió a Grassmann - y que no puede aceptar la "teoría de las magnitudes" como fundamento.

Establece, entonces, que la ampliación de las definiciones no es arbitraria. Hay una intervención de la necesidad en dos direcciones: la exigencia - a partir de la operación misma - de una ampliación del campo en que se aplica y, en segundo lugar, en este campo, surge la necesidad de sustituir la definición inicial.

Los ejemplos abundan; basta examinar la génesis histórica de los números algebráicos, los reales o los

---

15 *op. cit.*, p. 66.
16 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 53.

complejos. Así, y a diferencia de la propuesta de Dirichlet, según la cual todo teorema de álgebra o análisis debe poderse enunciar como un teorema sobre números enteros, para Dedekind, el progreso matemático no permite un retorno de la explicación.

Este progreso hace surgir nuevos enunciados que no se deben a la intuición o a la experiencia y que están condicionados por la actividad anterior. Así, en particular, el número debe verse como una "emanación inmediata de las leyes del entendimiento."[17] La solución ya tiene resonancias hegelianas: en lugar de un sistema de objetos reunidos en el espíritu bajo un mismo punto de vista, se habla de concepto; en lugar de aplicación (*Aabildung*), se habla de relación (*Beziehung*):

> "no se debe entender, por número cardinal, a la clase, sino algo nuevo ... que el espíritu engendra. Somos de estirpe divina y poseemos el poder de crear."[18]

[17] *op. cit.*, p. 56.
[18] en *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 57.

Geometria proyectiva

Si se abandonan en geometría, las propiedades métricas, es decir, aquellas que tienen que ver con la medición o comparación de distancias o ángulos, la geometría sigue siendo de gran interés pues ciertas propiedades permanecen intactas.

Los objetos de esta geometría seguirán siendo los que definió Euclides: punto, línea y plano. Las relaciones que se establecen son de dos tipos: incidencia y orden.

La relación de incidencia puede expresarse axiomáticamente:

En dos dimensiones:

1) Dos puntos determinan una recta única.

2) Dos rectas determinan un punto único.

En tres dimensiones:

1) Dos planos determinan una recta única; tres planos que no se intersectan en una recta determinan un punto.

2) Dos rectas determinan un punto único, dos rectas determinan un plano único.

3) Dos puntos determinan una recta única; tres puntos, no colineales, determinan un plano único.

En el caso de dos dimensiones, "punto" puede ser sustituído por "recta" y viceversa (principio de dualidad) de manera que los axiomas - por este principio - son equivalentes.

Así, en dos dimensiones, los axiomas serían:

1) Dos puntos determinan una recta única.
2) Principio de dualidad.

En el caso de tres dimensiones, "punto" y "plano" se pueden intercambiar (principio de dualidad) y los axiomas son:

1) Dos planos determinan una y sólo una recta; tres planos que no se intersectan en una recta, determinan un punto.
2) Dos rectas determinan un punto único.
3) Principio de dualidad.

En ambos casos se requiere un *axioma de continuidad* que puede reemplazarse por un *principio arquimedeano* y por un *axioma de orden*.

En geometría proyectiva, el principio arquimedeano garantiza la posibilidad de la siguiente construcción (FIGURA 1):

Sean a y b dos rectas. O es el punto determinado por a y b. Sean p_1 & p_2 dos puntos en a.

Sea q_1 un punto arbitrario en b y r_1 un punto en a entre p_1 y p_2.

1) Se traza el segmento p_1q_1 y se determina un punto M arbitrario.

2) Se traza el segmento q_1r_1 y se determina N en la recta OM.

3) Se traza la recta Mr_1 y se determina q_2.

4) Se traza la recta Nq_2 y se determina r_2...

El principio arquimedeano afirma que tras un número finito de pasos, r_n no está entre p_1 y p_2.

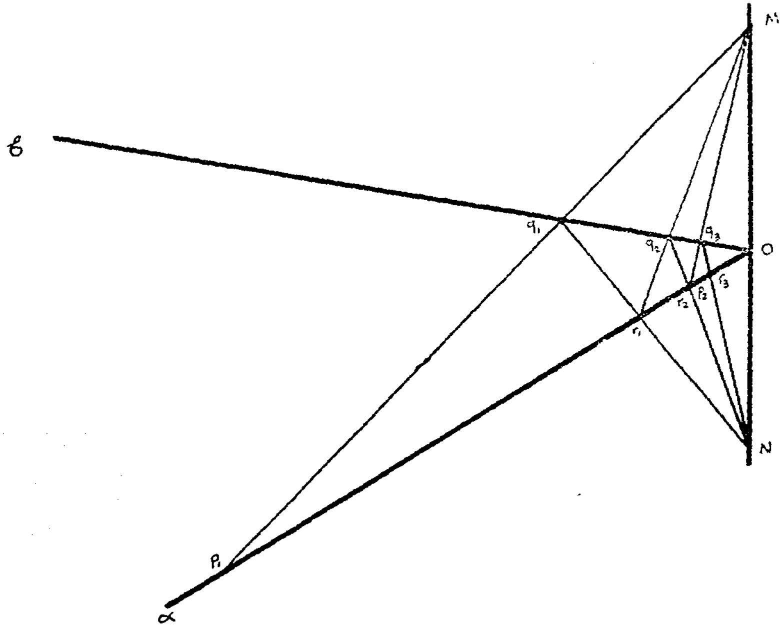


FIGURA 1

Sea π un plano y R un punto fuera de él. Si queremos proyectar las figuras del plano π sobre el plano π', unimos los puntos P del plano π con el punto R e intersectamos la recta p (=PR) con el plano π' para obtener el punto correspondiente P' (FIGURA 2).

Así, la recta p esta formada por todas las proyecciones posibles de P desde R. Una *proyectividad* asocia a P la recta p. Inversamente, a cada recta q por R, asociamos un punto Q en π: el punto en que q corta a π.

A cada recta l paralela al plano π asociamos un punto ideal L que anexamos a π. Al plano π, así extendido, le llamamos *plano proyectivo*.

La proyección de la recta g en π, sobre cualquier plano π' es una recta g'. Esta propiedad es fundamental. Como las proyectividades preservan las relaciones de incidencia, si tomamos dos puntos p_1 y p_2, en g, todo punto p_3 en g es colineal con ellos. Así, si p_1' y p_2' son las proyecciones de p_1' y p_2' y si p_3' es la proyección de p_3, p_3 debe ser colineal con p_1' y p_2'.

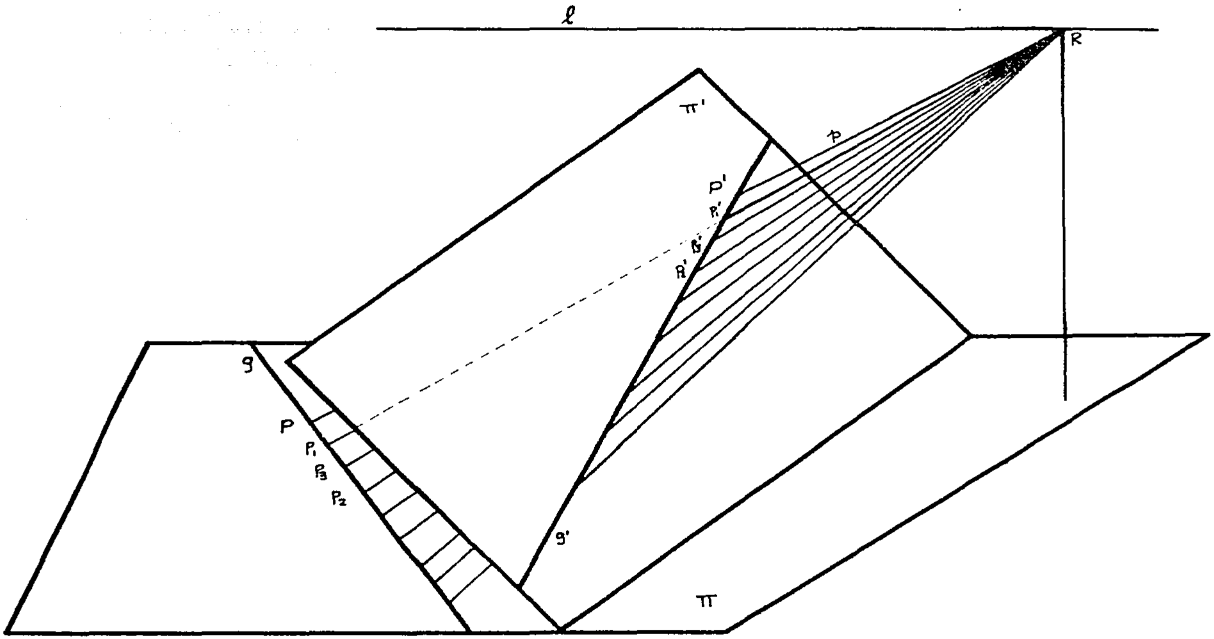


FIGURA 2

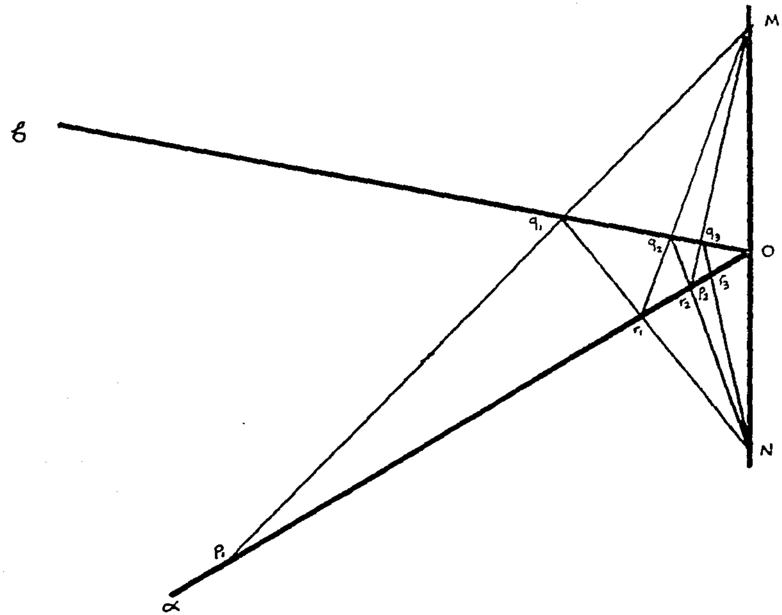


FIGURA 1

Cavaillès, en consecuencia, cita a Pasch:

> "el proceso de demostración debe ser siempre independiente del *sentido* de los conceptos ... sólo las relaciones establecidas en los principios o en las definiciones deben ser tomados en consideración."[19]

y concluye:

> "Las matemáticas, en tanto que ciencia, no son sino encadenamiento lógico."[20]

Estas proyectividades, además, caracterizan todas las conguencias sin tomar en cuenta el desplazamiento particular e introducen elementos imaginarios que sirven "para que la liberación culmine"[21]. La unicidad de la proyectividad está garantizada por el axioma de continuidad.

hexagramma mystico

Pascal en su *Essai pour les coniques* propone una figura que consta de nueve puntos:

- Seis de los puntos (1,2,3,4,5,6) yacen sobre dos rectas ((1),(2));

- Las seis rectas que los unen ((3),(4),(5),(6),(7),(8)) forman un hexágono, la *Pascale*.

---

19 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 64.
20 *loc. cit.*
21 *op. cit.*, p. 63.

- Los otros tres puntos (7,8,9) son las intersecciones de los lados opuestos del hexágono.

La novena recta o *recta de Pascal*, está garantizada por el *Teorema de Pascal*. Es la recta que determinan los puntos 7,8 & 9. (FIGURA 3)

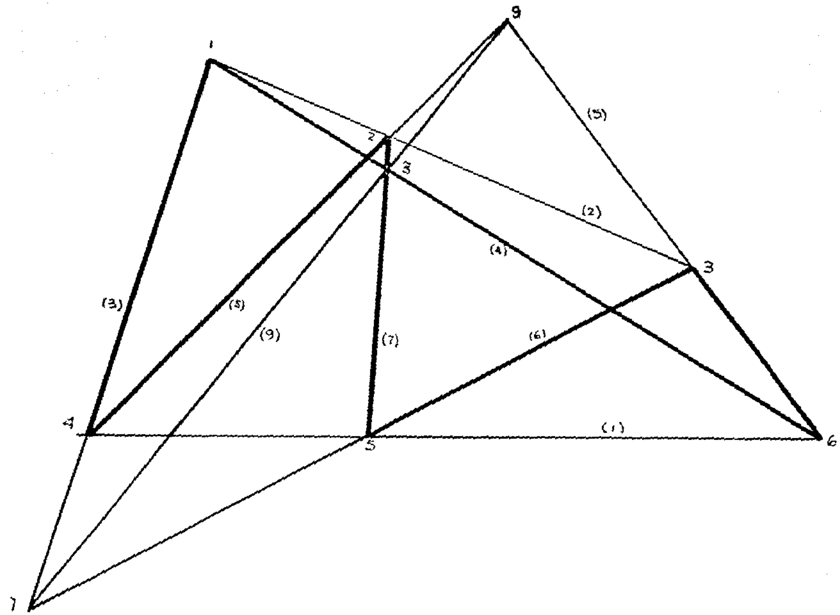


FIGURA 3

Si construímos el teorema dual, tendremos, nuevamente, nueve puntos y nueve rectas: seis de las rectas ((1),(2),(3),(4),(5),(6)) se intersectan de tres en tres en dos de los puntos (1,2). Otros seis puntos (3,4,5,6,7,8) son las intersecciones de las rectas ((1)-(4), (1)-(5), (5)-(2), (2)-(6), (3)-(4), (3)-(6)). Las rectas (7),(8), (9) se obtienen a partir de pares de puntos convenientemente escogidos. El noveno punto 9, o *punto de Brianchon* está garantizado por el *Teorema de Brianchon* (dual del de Pascal). 9 es el punto en donde inciden las rectas (7),(8) y (9). (FIGURA 4)

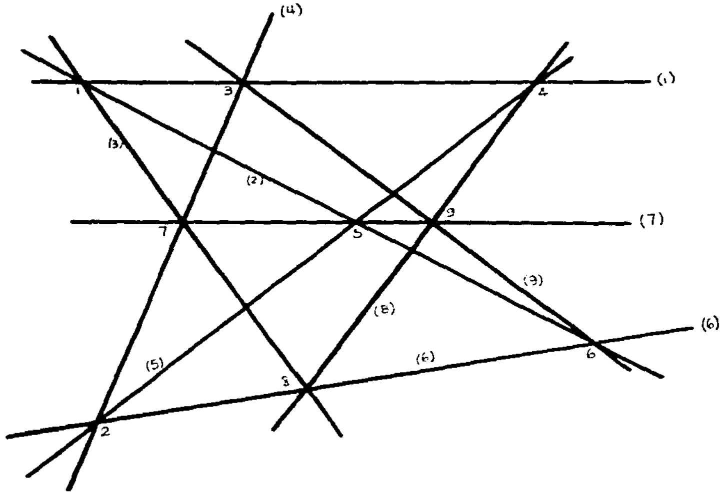


FIGURA 4

En ambas figuras, se debe notar que cada punto está sobre tres rectas y que en cada recta hay tres puntos. La *configuración*[22] se denomina, entonces, (9_3) y es, "con mucho, ... la configuración más importante de toda la geometría."[23]

Otra configuración importante, ésta en dimensión 3, es la configuración (10_3) o *configuración arguesiana* (FIGURA 5).

[22] Una configuración es una colección de puntos [p] y de líneas [l] de manera tal que cada punto yazga sobre μ líneas y sobre cada línea haya π puntos. La configuración se denota $[p_\mu, l_\pi]$ y es tal que $p_\mu = l_\pi$. Cuando $\mu = \pi$, la configuración es $[p_\mu, p_\mu] = [p_\mu]$. (FIGURA A).

[23] Hilbert y Cohn-Vossen, *Geometry and the imagination*, p. 102.

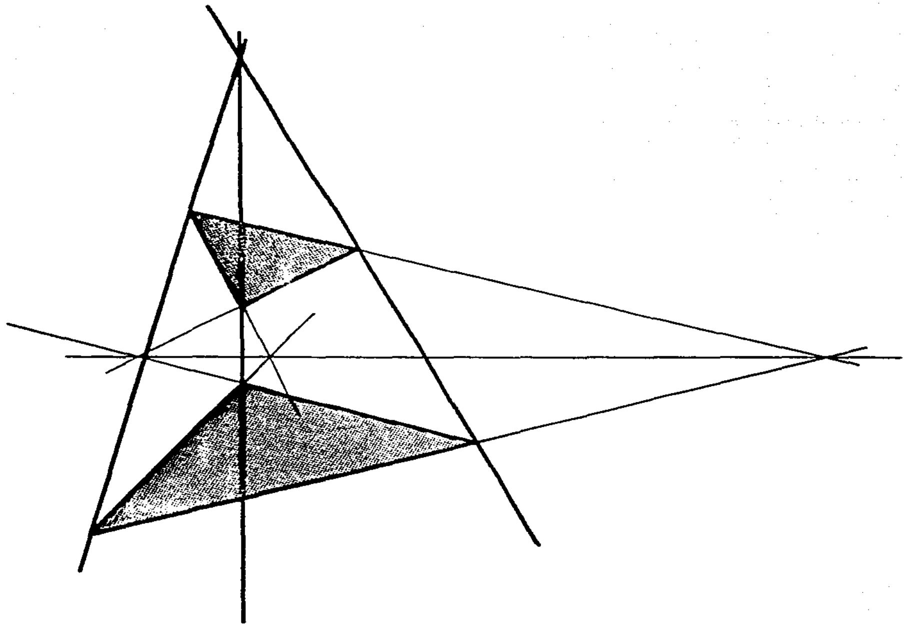


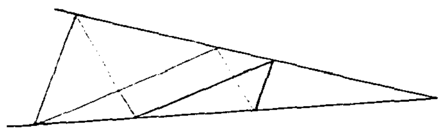
FIGURA 5

Se trata, de hecho, de la configuración del *Teorema de Desargues* que afirma la existencia de 8, 9, & 10 y de la recta (10).

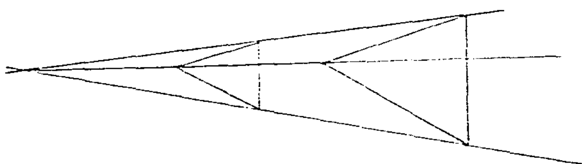
Ambos teoremas son teoremas de "cerradura", escribe Cavaillès: "puntos y rectas ya no tienen significado intuitivo"[24]. Wiener (1891) demostró que ambos son suficientes para desarrollar toda la geometría proyectiva del plano sin recurrir a procesos infinitos o a consideraciones sobre el continuo. Las cuestiones que se

---

[24] En el teorema de Pascal, puede presentarse el caso en que los lados del hexágono sean paralelos.
En este caso, la línea que se busca es la línea al infinito. Se trata del teorema de Pappus que es, así, un caso particular del teorema de Pascal



En la configuración de la FIGURA B, la línea de Desargues es la línea al infinito.
En ambos casos, las líneas previstas por Desargues y Pascal carecen de significado intuitivo.



B

plantean son: 1, la de determinar los requisitos lógicos de ambos teoremas y 2, la de precisar las razones y la extensión de su eficacia.

hilbert

Hilbert, en *Grundlagen der Geometrie*, propone cinco grupos de axiomas: I. de *incidencia*, II. de *orden*, III. de *congruencia*, IV. de *paralelas* V. de *Arquímedes*.

I. Axiomas de incidencia:

planos:

1. A dos puntos corresponde una recta.
2. Sólo hay una recta que corresponda a dos puntos.
3. Sobre una recta hay, al menos, dos puntos. Hay al menos tres puntos no colineales.

espaciales:

4. A tres puntos no colineales corresponde un plano. Un plano contiene, al menos, un punto.

5. A tres puntos no colineales no corresponde más de un plano.

6. Si una recta tiene dos puntos en un plano, está contenida en el plano.

7. Si dos planos tienen un punto común, tienen al menos, otro punto en común.

8. Hay al menos cuatro puntos que no están en el mismo plano.

II. Axiomas de orden.

lineal:

1. Si un punto B está entre los puntos A & C; A, B & C están en una línea recta y B está entre C & A.

2. A dos puntos A & C corresponde al menos un punto B sobre la recta AC tal que C está entre A & B.

3. Dados tres puntos sobre una misma recta, sólo uno está entre los otros dos.

plano:

4. Si A, B, C forman un triángulo y la recta a corta al lado AB entre A & B, a corta uno de los lados AC o BC entre los dos vértices.

III. Axiomas de congruencia

1. Si A & B están sobre una recta y A' sobre otra, se puede determinar B' tal que AB=A'B' (B' estará del mismo lado de A' que B de A. Se dice que AB & A'B' son *congruentes*).

2. Si dos segmentos son congruentes a un tercero, son congruentes entre sí.

3. (Adición) Si AB y BC son dos segmentos sin puntos comunes y sobre la misma recta; si A'B' y B'C' están en el mismo caso sobre otra recta y si AB=A'B' y BC=B'C', entonces AC=A'C'.

4. Dado cualquier ángulo (a,b), es posible construir un ángulo (a',b') sobre la recta a' y del mismo lado respecto a a' que (a,b) respecto a a, que le es congruente.

5. Si en dos triángulos ABC y A'B'C' los lados AB y A'B', AC y A'C' y los ángulos BAC y B'A'C' son congruentes, ABC=A'B'C'.

IV. Axioma de paralelas: Por un punto sólo es pósible trazar una paralela a una recta.

V. Arquímedes: Dados los segmentos AB y CD, los segmentos AA_1, A_1A_2, ... , $A_{n-1}A_n$, congruentes a CD, se pueden yuxtaponer sobre la recta AB de manera que B esté entre A_{n-1} y A_n.

Con estos axiomas, Hilbert aborda las dos cuestiones que se han planteado y llega a las siguientes conclusiones:

1. El teorema de Desargues en dimensión 3 puede demostrarse utilizando solamente los axiomas de incidencia.

2. Para el teorema de Desargues en el plano:

2.1. No bastan los axiomas de incidencia, orden y Arquímedes.

2.2. Si añadimos los axiomas de congruencia, el teorema puede demostrarse sin usar el de Arquímedes.

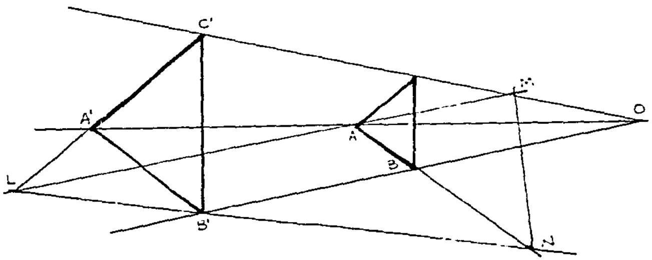
3. Para el teorema de Pascal, son necesarios los axiomas de incidencia, de orden y de congruencia.

4. Los axiomas de incidencia y el teorema de Desargues no permiten demostrar el teorema de Pascal.

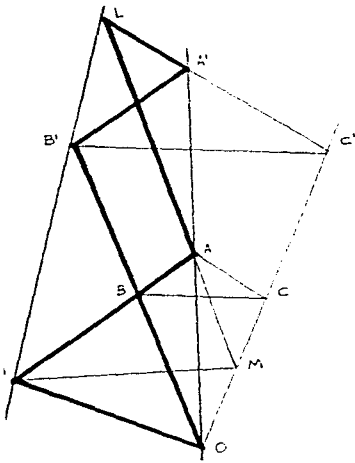
5. Los axiomas de incidencia y el teorema de Pascal bastan para demostrar el teorema de Desargues.[25]

[25] Siguiendo a Hilbert, demostraremos el teorema de Desargues para el caso de la nota 24:

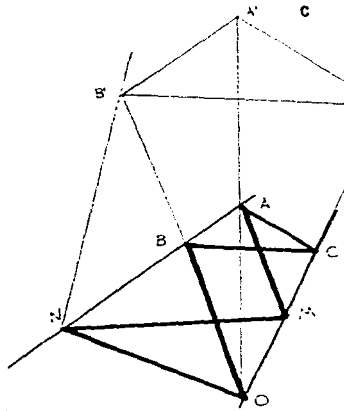
- las líneas AA',BB', CC' pasan por O.
- AB es paralela a A'B' y CA a C'A'.
- La demostración se reduce a probar (usando el teorema de Pascal) que BC es paralela a B'C'.
- Tracemos una línea paralela a OB por A que corte a A'C' en L y a OC en M (FIGURA C).
- Sea N la intersección de LB' y AB.
- Aplicaremos el teorema de Pascal tres veces.
- ONALA'B' es un hexagrama (FIGURA D), NA es paralelo a A'B' (pues AB es paralela a A'B'),AL es paralela a B'O (por construcción), luego ON es paralela a AC (pues AC es paralela a A'C').
- Consideremos ahora el hexagrama ONMACB (FIGURA E), ON es paralela a AC (como se acaba de probar), MA es paralela a OB (por construcción), luego NM es paralela a CB.
- Por último, en el hexagrama ONMLC'B' (FIGURA F) ON es paralela a LC' (ON es paralela a AC, que es paralela a A'C', que es paralela a LC'), ML es paralela a B'O (por construcción), luego NM es paralela a C'B'
- C'B' es paralela a NM que es paralela a CB, luego C'B' es paralela a CB. QED



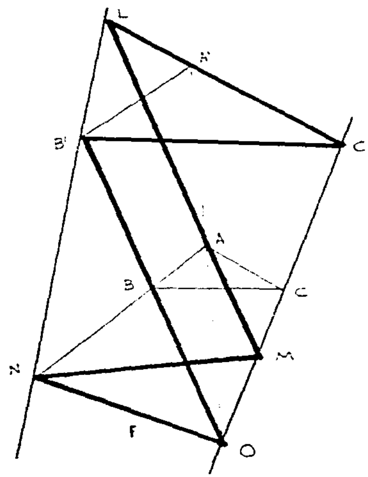
C



D



E



F

Para Cavaillès, la cuestión tiene una relevancia particular: para evitar la introducción de los axiomas de congruencia, es decir, los números, debe añadirse otra dimension (conclusión 1). Así, el teorema de Desargues en el plano es condición necesaria y suficiente para insertar la geometría plana en una geometrías de tres dimensiones.

La organización hilbertiana de los axiomas es de singular importancia. Los dos últimos grupos son una toma de posición frente a la infinitud del espacio; ahí se le afirma y se le domina por medio de operaciones finitas: en el primero, asegurando que el conocimiento finito fija el punto de intersección y en el segundo garantizando que, dado un punto en una recta, cualquier otro puede ser alcanzado tras un número finito de yuxtaposiciones.

El orden de los grupos de axiomas es también importante: se han presentado estableciendo la congruencia antes de la continuidad.

Si el orden se invierte y se da primacía a la continuidad sobre la congruencia, el desplazamiento será la noción fundamental.

La segunda conclusión de Hilbert afirma la creencia en al posibilidad de axiomatizar todo cálculo. De ahí surge el programa hilbertiano, anunciado en 1899 que afirma que sólo el método axiomático puede fundamentar y extender el trabajo matemático.

riemann

Una de las afirmaciones más polémicas (posiblemente la afirmación más polémica) de las matemáticas es el famoso V postulado de Euclides. Ricardi da veinte páginas de títulos publicados sobre el asunto entre 1607 y 1887. Los grandes momentos de la polémica[26] son los que marcan Saccheri[27] quien, por primera vez, se pregunta acerca de la verdad del V postulado (y ya no acerca de su independencia) y, posteriormente, Bolyai, Lobachevsky y Riemann.

Bolyai y Lobachevsky construyen geometrías no euclideanas en las que (esquemáticamente) la suma de los ángulos internos de un triángulo es menor que dos rectos. Riemann construye otra para la cual esa misma suma es mayor que dos rectos.

Bolyai y Lobachevsky habían determinado toda la trigonometría pseudoesférica en un espacio no acotado de

[26] Una breve historia de esta polémica se presenta en Ramírez, S., *Pour une épistémologie des mathématiques*, Tesis, Universidad de París XIII, 1978, pp. 104-109.
[27] Saccheri construye una geometría sin el V postulado con el propósito de encontrar una contradicción: "Hasta entonces se había cuestionado la demostración del V postulado pero jamás se había planteado la cuestión de su verdad" en Ramírez, *op. cit.*, p. 106.

curvatura negativa sin recurrir a la hipótesis que supone válida a la geometría euclideana en lo infinitamente pequeño.

Riemann, en fin, había desarrollado – en 1854 – otra geometría. Esta, válida en un espacio acotado cuyos puntos constituyen una multiplicidad tridimensional continua y localmente euclideana[28]. Con esta última hipótesis, la liberación de la intuición no es completa.

Felix Klein, en 1872, logra unificar los puntos de vista proyectivo y de la geometría elemental pero deja de lado todo el trabajo de Riemann.

Hilbert resuelve los dos problemas: abandono completo de la intuición y unificación de las geometrías, en 1902, de la siguiente manera:

Siguiendo a Lie, el proceso se inicia con el concepto de grupo y utiliza los métodos de la teoría de conjuntos desarrollados por Cantor y Jordan.

Hilbert define el plano numérico como el plano ordinario provisto de un sistema ortogonal de coordenadas, curva de Jordan[29] como una curva continua sin puntos dobles.

---

28 Se dice que un espacio X es *localmente euclideano* si todo punto tiene una vecindad homeomorfa a un subconjunto abierto del espacio euclideano. El espacio X no es necesariamente euclideano. La esfera es un ejemplo de un espacio localmente euclideano que no es euclideano.

29 Una curva de Jordan es una curva cerrada que no se corta a sí misma.

El plano es un conjunto de objetos que puede ser mapeado sobre los puntos que yacen en la parte finita del plano numérico de manera tal que el inverso sea único. Un desplazamiento es una transformación continua con inversos únicos del plano numérico sobre sí mismo que preserva la orientación de las curvas cerradas de Jordan. Un desplazamiento con un punto fijo es una rotación.

Los axiomas propuestos son:

I. Los desplazamientos forman grupo.
II. Todo círculo verdadero (una figura isomorfa al círculo del plano numérico) consiste de una infinidad de puntos.
III. Los desplazamientos forman un conjunto cerrado.

Hilbert demuestra entonces que una geometría plana que satisface los axiomas I-III o es euclideana o es de Bolyai-Lobachevsky.

La propuesta y el éxito de un método axiomático en la geometría, animan a Hilbert a emprender un proyecto similar en teoría de números en abierta oposición al "método genético" de Weierstrass.

El método axiomático en teoría de números, como lo propone Hilbert, vendría a dar fin a todas las referencias que el método genético hace a conjuntos infinitos de racionales (un número real estaría definido por un conjunto infinito de racionales; el conjunto de los números reales sería el conjunto de todos estos conjuntos). Hilbert propone, en cambio, que el conjunto de números reales sea un "sistema de cosas cuyas relaciones mutuas sean dadas, de manera completa, por un sistema finito de axiomas..."[30] En oposición, además, al realismo originado en Frege[31], pide, según Cavaillès, que "no nos preocupemos de objetos cuando lo único que importa, en la sucesión de nuestras afirmaciones, lo que rige la suceción es, a saber, el trabajo intelectual efectivo"[32]. Para Hilbert, en fin, una teoría es el establecimiento de un armazón de conceptos que

[30] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 77.
[31] "El matemático no puede crear arbitrariamente una cosa, como el geógrafo - escribe Frege - solamente puede descubrir lo que está ahí y darle un nombre." Citado por Cavaillès en *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 57.
[32] *loc. cit.*

permite ordenar los hechos: "ciertos teoremas fundamentales son suficientes; a partir de ellos, todo el resto se deduce lógicamente."[33]

Según Hilbert, el método axiomático además de que permite la fundamentación de las matemáticas, justifica su aplicación universal en las ciencias naturales. Ello tiene por consecuencia afirmar que "todo lo que puede ser objeto del pensamiento científico pertenece a las matemáticas."[34]

Este método axiomático, como lo propone Hilbert, sería análogo al método logicista de Aristóteles y de Port-Royale[35] para quienes un axioma es una proposición que puede reducirse a una proposición idéntica. La autoridad de la axiomática hilbertiana requerirá, en cambio, de los principios de no contradicción, de independencia y de saturación: el segundo establece que un axioma es independiente de otros si el sistema que forman su negación y los otros, es no-contradictorio; un sistema es saturado si la adjunción de todo nuevo enunciado, o no produce ningún cambio o hace que el sistema sea contradictorio. Así, el

---

[33] *in Méthode axiomatique et formalisme*, p. 77.

[34] *in Méthode axiomatique et formalisme*, p. 78.

[35] El logicismo de Aristóteles establece así el origen de los axiomas: "por lo tanto, todas las demostraciones desembocan en el principio de identidad... (que) es, por naturaleza, el origen de todos los otros axiomas" (*Metafísica*, Γ, 1005b33). Para la lógica de Port-Royale, "Desde que la idea del atributo está verdaderamente encerrada en la idea del sujeto, se tiene el derecho de tomas la proposición como axioma ..." (*Logique*, IV, 6, p. 483).
Así, el logicismo despliega todas las propiedades de un sistema en base a derivaciones tautológicas o analíticas desde un conjunto de axiomas fijados anteriormente.

principio central es el de no-contradicción; siguiendo a Poincaré, un objeto matemático existe cuando es no-contradictorio.

La independencia de los axiomas es importante para la eficiencia misma de la teoría, no sólo para su elegancia. Sin embargo, debe distinguirse entre independencia de sentido e independencia de afirmación:

La dependencia (o independencia) de sentido tiene que ver con la hipótesis del axioma[36]; la dependencia(o independencia) de afirmación tiene que ver con la conclusión. La primera ordena necesariamente los axiomas. Además, la noción de dependencia de sentido, permite introducir la noción de saturación[37]. Desde el punto de vista del sentido, cada axioma introduce una limitación a los anteriores. La zona de variabilidad va desapareciendo hasta alcanzar la saturación: una teoría está saturada si "toda proposición enunciada en sus nociones fundamentales es demostrable o refutable (su negación es demostrable) en la teoría (definición fuerte); o si es imposibe que una afirmación y su negación sean simultaneamente compatibles con los axiomas (definición débil)."[38]

36 Todo axioma puede ser llevado a la forma "si A entonces B". A es la hipótesis, B la conclusión.

37 La idea de *saturación* es la siguiente: Si consideramos al conjunto de enunciados admisibles, este conjunto está dividido en dos subconjuntos ajenos: uno verdadero y otro falso.

Los axiomas {A} forman un subconjunto del subconjunto de enunciados verdaderos. Si el corte es tal que podemos asegurar que A es verdadero <=> ¬A es falso, los axiomas {A} son un sistema saturado.

En un sistema no saturado, hay proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas (proposiciones indecidibles).

38 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 83.

La propiedad, al pasar al modelo, se transforma. Se desearía que todos los modelos que satisfagan los axiomas de un sistema fueran isomorfos[39]. A esta propiedad se le llama, siguiendo a Veblen, categoricidad, en oposición a la disyuntividad. La categoricidad implica la saturación del sistema de axiomas. La recíproca no vale, a pesar de la opinión de Hilbert que lo afirma en los *Grundlagen* sin demostrarlo. Esta no reciprocidad crea una laguna en el edificio hilbertiano que Hilbert quiere salvar por medio de la introducción de un llamado "axioma especial de saturación" que afirma: "no es posible adjuntar, al sistema de números, otro sistema de objetos de manera tal que el conjunto total, manteniendo las relaciones primitivas entre los números satisfaga los axiomas I (*liaison*), II (cálculo), III (orden) y IV (Arquímedes; en una palabra, los números forman un sistema de objetos que, por conservación de todas las relaciones y de todos los axiomas, no es extensible."[40]

La crítica a este axioma se ha dado en dos direcciones: en la primera, se afirma que es un axioma de segundo grado, pues no habla de objetos sino de axiomas; en segundo lugar, introduce una relación negativa que necesita del concepto de conjunto de números reales. Por ello, se le

---

[39] Dos modelos son *isomorfos* si es posible establecer entre sus elementos una correspondencia biunívoca que deje invariantes las propiedades definidas por los axiomas.
[40] *in Méthode axiomatique et formalisme*, pp. 84-85.

ha querido sustituir por el axioma de Cantor que hace uso de aquello de lo que Hilbert se quiere librar, a saber, de las sucesiones infinitas.

Es necesario, entonces, hacer retroceder la cuestión: ¿Cómo es posible definir una axiomática? Cavaillès anota dos obstáculos: 1. que todo axioma recurre a nociones previamente introducidas, 2. que los axiomas caracterizan la unidad de un proceso intelectual cuando la axiomatización es posterior a la teoría o, por el contrario, crean una nueva teoría al describir una operación. La primera dificultad tiene que ver con los datos externos - los datos del sistema del que se toman los conceptos -, la segunda con datos internos - los datos de la operación.

Si la axiomatización fundamenta, debe justificar ambos datos o ser capaz de prescindir de ellos. La cuestión desemboca, a fin de cuentas, en el problema de la demostración y esta teoría no puede reducirse a la lógica - como concibe Russell: se deben reedificar, simultaneamente, lógica y matemáticas. La noción de demostración requiere, así, de un formalismo, una teoría del signo, elemento común a la lógica y a las matemáticas: "la axiomatización termina necesariamente e un formalismo"[41], es decir, en un conjunto de reglas deductivas que sólo operan con símbolos.

[41] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 90.

1) En 1904, Hilbert establece, siguiendo a Kant, que la cosa (*Gedankending*) es fijada por un signo y es el signo. En 1904 la posición ha sido forzada por las necesidades del problema; en 1920, Hilbert constituye una verdadera "teoría de la demostración" en la que esa misma identidad surge de la esencia del trabajo matemático.

Esta teoría de la demostración no es lógica pura: la matemática dispone de su material al margen de toda lógica, una condición necesaria para aplicar razonamientos lógicos es la existencia de datos, de objetos extralógicos previos a todo pensamiento: posición kantiana de Hilbert que explica el fracaso de Frege y Dedekind pero que, a diferencia de Kant, no admite la existencia de un pensamiento lógico puro: la lógica no podría aislarse de un pensamiento que en verdad funcione, la lógica desaparece como pensamiento autónomo y, con ello, el problema de la convergencia entre pensamiento abstracto e intuición. La intuición de la que nos habíamos liberado, reaparece pero, ahora, en el trabajo matemático efectivo.

Para Hilbert, la cuestión se plantea así:

1. Hay, inicialmente, una aritmética vulgar finita: sus objetos son colecciones de barras verticales,

```
      |
     | |
    | | |
   | | | |
      .
      .
      .
```

sus operaciones son adjunción iterada de unidades y sus propiedades (a+b=b+a, n(m+K)=nm+nk, etc.) se constatan experimentalmente.

2. Sobre ésta, se erige una aritmética simbólica cuyo criterio de verdad experimental se ve inmediatamente rebasado: aparecen en ella una lógica, es decir, un cálculo simbólico y enunciados que rompen con el criterio empírico, sobre todo en cuanto surge la infinitud de los números naturales; por ejemplo, cuando se afirma algo tan simple como:

$$(p)(\mathrm{Prim}\ p \rightarrow (\exists q)(q>p) \wedge \mathrm{Prim}\ q)$$ [42]

Esto no desliga, del todo, a esta matemática simbólica, del conjunto de datos "externos" a los que se debe su origen. Incluso la fórmula transcrita enuncia algo acerca de los conjuntos de barras verticales.

[42] Con el propósito de hacer evidente el carácter simbólico de la cuestión, la afirmación se ha escrito formalmente. En ella se afirma que el número de primos es infinito (Euclides).

3. Sobre esta matemática simbólica se contruye, por medio de una ruptura, una matemática formal. Los objetos, aquí, son los signos carentes de referencia o referidos sólo a sí mismos. Un formalismo se construye así:

3.1. Se especifican los signos primitivos así como las reglas de formación de fórmulas.
3.2. Se seleccionan ciertas fórmulas como axiomas.
3.3. Se define el concepto de deducción mediante reglas.
3.4. Una prueba es un caso de deducción con las reglas 3.3 y no se han utilizado otra hipótesis que las admitidas en 3.2.
3.5. Un teorema es la última fórmula de una prueba.

La intuición a que Hilbert se refiere es aquella que, en la matemática simbólica, guía los pasos de la demostración y prevee su fin, es decir, el teorema. En la matemática formal, los pasos de la prueba están previstos por las reglas de 3.3.

Esta matemática simbólica no subsiste sin la imaginación:

> "Los signos aritméticos son figuras escritas, las figuras geométricas, fórmulas dibujadas y es igualmente imposible, para un matemático, evitarlos como le es imposible ignorar los paréntesis cuando escribe...

> "La esencia misma de la matemática es la de un juego regulado de símbolos que no son otra cosa que ayudas a la memoria pero que definen una especie de espacio abstracto..."[43]

Toda nueva creación matemática se situa en la percepción sensible de este espacio. El signo cancela, así, las solidaridades excluyentes intelectual-activo/sensible-pasivo. Los efectos filosóficos son innumerables: "*am Anfang*, cita Cavaillès, *so heißt es hier, ist das Zeichen.*"[44]

El modo como se emplea el signo, por lo demás, está prescrito en su configuración: la conexión con Wittgenstein no se hace esperar[45], en el signo se reúnen y mezclan los antagonistas originales, intelectual y sensible.

Sin embargo, no hay un sistema de todos los signos, éste no se constituye como "lo común" o la intersección de todas las regiones intuitivas: los signos han surgido desde la arbitrariedad de los problemas, tienen efectos de una región a otra, se combinan en un sinnúmero de relaciones "de las que el espíritu ya no es el amo."[46]

---

43 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 93.
44 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 94.
45 El signo *perceptible* es una proyección de una situación posible. El método de proyección consiste en *pensar* en el sentido de una proposición. (*Tractatus*, 3.11)
46 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 94.

Ante ello, una vez establecida la materia prima del trabajo de la matemática simbólica, Hilbert se niega a abandonar el principio del tercero excluído (*tertium non datur*) y a abandonar la teoría abstracta de conjuntos como piden los intuicionistas[47]. Con ello, la gran dificultad aparece con el infinito ante el que Hilbert propone, como en otras ocasiones han hecho los matemáticos, la introducción de elementos ideales, entre otros, elementos lógicos[48] y el infinito.

Esta introducción debe satisfacer dos condiciones: en primer lugar la posibilidad de "retraducción"[49] y, en segundo, la posibilidad de restituir el sistema inicial. La primera condición garantiza el pasaje de la zona original a la extendida y la segunda garantiza el retorno, es decir,

---

47 Brouwer y los intuicionistas exigen la eliminación de tres procedimientos, según ellos, ilegales:

1) las demostraciones infinitas,
2) el abandono del principio del tercero excluído excepto en el caso de conjuntos finitos.
3) el abandono del axioma de elección.

48 La ley del tercero excluído no es un elemento ideal pero las fórmulas que se deducen de ella describen objetos ideales. Por ejemplo:
$(\forall x)(\exists y)(x<y \wedge Prim\,y \wedge Prim\,y+2) \vee \sim(\forall x)(\exists y)(x<y \wedge Prim\,y \wedge Prim\,y+2)$ es un enunciado ideal que no se puede comprobar del mismo modo que $7+5=12$.

49 El ejemplo más simple es el de la construcción de los racionales:
$Q=\{(a,b):a,b,\in Z, b>0\}$
Las operaciones se definen recurriendo a sus respectivas definiciones entre enteros:

i) $(a,b)+_Q(c,d)=(a\cdot_Z d+_Z c\cdot_Z b, b\cdot_Z d)$

ii) $(a,b)\cdot_Q(c,d)=(a\cdot_Z c, b\cdot_Z d)$

(el subíndice indica en dónde se efectúa la operación)
La retraducción es extremadamente simple:
$Z=\{(a,b)\in Q: b=1\}$.

"en su progreso formal, las matemáticas deben conservar, cada vez, como caso particular, la etapa inferior más concreta que se acaba de abandonar."[50]

Sólo entonces es posible un sistema general de símbolos: la metamatemática o teoría de la demostración, cuyos objetos son signos cuya referencia es ya irrelevante. La metamatemática es, así, el estudio matemático de los sistemas formales; su única restricción es que no procederá haciendo uso de los procedimientos dudosos de la matemática simbólica. En la metamatemática, pues, Hilbert cede a las exigencias de Brouwer: aquí, "el pensamiento está seguro de sí mismo."[51]

La metamatemática se propone, formalmente, tres tareas: 1) la demostración formal de la no-contradicción; 2) el problema de la decisión y 3) el problema del continuo.

Según Russell, el primer nivel de un sistema formal que represente a las matemáticas, coincide con el cálculo proposicional de la lógica que está formado por proposiciones elementales a,b,c,..., por constantes lógicas ~ (negación), -> (implicación), ∧ (y), ∨ (o); por fórmulas cuya formación está regida por reglas 3.1.; una regla de

---

50 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 97.
51 *op. cit.*, p. 99.

sustitución y la regla de separación (si a y a->b son verdaderas, b es verdadera; también llamada *modus ponens*) y tres axiomas:

A1: (~a->a)->a

A2: a->(~a->b)

A3: (a->b)->[(b->c)->(a->c)]

Cuando este cálculo se pone en relación con objetos, se inicia la matemática. Aquí se introducen, en un segundo nivel, las *variables* que se clasifican en *tipos* y se introducen los conceptos de *función proposicional* y de *individuo*.

Una proposición es la pareja formada por una variable de cierto tipo y un argumento que agrupa variables cuyo tipo más alto debe ser inmediatamente inferior al tipo del predicado. Los individuos son signos de un tipo determinado que pueden sustituir en una proposición a variables del mismo tipo. Se introducen aquí los cuantificadores: si una proposición a(x,y,...) es demostrable para toda individualización $x_i, y_i, \ldots$, escribimos:

$$\forall x_i \forall y_i \ldots a(x_i, y_i, \ldots)$$

Si sólo es demostrable para alguna individualización, escribimos:

$$\exists x_n \exists y_n \ldots a(x_n, y_n, \ldots)$$

La introducción formal de los cuantificadores se realiza por medio de una regla (generalización) y un axioma:

Regla: de $A(x)$ se infiere $\forall x A(x)$

Axioma: $(\forall x)a(x) \rightarrow a(t)$

La definición de los individuos se efectúa de dos maneras distintas:

i) por abreviación. En este caso, la adjunción del individuo no requiere de una demostración de no-contradicción.

ii) Mediante relaciones entre partes distintas del formalismo: cierta expresión puede ser representada por un signo de un tipo ya conocido. Todos los modos de razonamiento válidos para este tipo se extienden al sistema extendido de expresiones. Aquí, la no-contradicción ya no es evidente.

El ejemplo más conocido es el de la axiomatización de los números naturales de Peano:

Se parte de los individuos de tipo I, los números naturales.

Se toman dos signos fundamentales, 0 y s y los axiomas son:

P1: $\sim sj=0$ (0 no es sucesor de j).

P2: $sj=_1 sk \to j=_1 k$

P3: $(a(1) \wedge \forall((\xi)(a(\xi) \to a(s\xi)) \to \forall(\xi)\, a(\xi)$.

(P3 es el axioma de inducción completa, j & K son individuos de tipo I, ξ es una variable de tipo I, a es una variable proposicional de tipo II).

Los tipos superiores al tipo I son las funciones proposicionales que resultan de una disociación de los predicados que incluyen al signo "=": se distinguen así la función propiamente dicha, el signo = y el valor (otra función o una variable de tipo I). Si en el argumento se sustituyen individuos, el valor es otro individuo: una función es un medio para poner individuos en correspondencia.

Si pedimos que:

$$\exists(\xi_n)\forall(\xi_{n-1})(\xi_n(\xi_{n-1})=a)$$ [52]

(donde ξ es de tipo n y ξ_{n-1} de tipo n-1) y nos limitamos al caso en que n=2, se obtiene el análisis clásico.

El formalismo de Russell, sin embargo, no satisface las exigencias de Hilbert. El problema es el siguiente: el axioma de reductibilidad garantiza, en efecto, la existencia de un conjunto (tipo n) de objetos de tipo n-1. En un caso simple la cuestión se complica. Si tomamos la construcción de Dedekind de los números reales, cada número real es un objeto de tipo II, pues en su definición se hace uso de objetos de tipo I. Así, el real $\sqrt{2}$ se define como:

$$\sqrt{2} = \{r : r^2 \leq 2\} \cup \{r : r \leq 0\}$$

Esquemáticamente, un número real es un objeto de tipo II que se define como:

$$x = \{r : P(r)\}$$

donde r es un racional. P(r), empero, es de tipo no especificado, puede incluso ser de tipo muy elevado y, en ese caso ¿cómo hablar del conjunto de los números reales? Este conjunto requeriría que todos los elementos (números reales) fueran del mismo tipo. El axioma de Russell lo

---

[52] La fórmula asegura que: "Los objetos de tipo n-1 (\3x\1n-1) que satisfacen la propiedad A, forman un conjunto (\3x\1n) que es del tipo n".

garantiza pero no establece cuáles son o cómo se engendran las P(r) posibles. No establece, tampoco, la necesidad de demostrar consistencia pues, para Russell, la lógica, por esencia, no es contradictoria. Las dificultades que plantea este axioma han sido atacadas en dos direcciones: una que establece formalismos parciales (eligiendo P(r)'s específicas) y otra que da medios más potentes de demostración e introduce reglas más precisas para la introducción de "entes nuevos".

La vía de los formalismos parciales carece de interés. La otra se inicia al introducir una función (*l'Aristide*[53]) que:

1. Establece el vínculo entre variables e individuos y hace desaparecer los cuantificadores,

2. Transforma las definiciones de individuos en definiciones explícitas,

3. Determina la elección de un individuo cuando se predica de una colectividad.

---

[53] La función en cuestión es la función
$A(j_n) \to A(\varepsilon x_n A(x_n))$
donde [illegible] es un individuo de tipo n, x_n es una variable de tipo n y A una proposición arbitraria.
$\varepsilon x_n A(x_n)$ es, así, un elemento distinguido de la clase de individuos que poseen el predicado A.

Se trata de un mecanismo de tránsito entre proposiciones de variables y proposiciones individualizadas. Los procedimientos válidos para los individuos valen, ahora, universalmente, incluso cuando se carece de una definición unívoca.

Simultáneamente, se establece la idea de recurrencia. Como ya se vió, en el momento en que se pasa al tipo II (en teoría de conjuntos), el número de funciones posibles con enteros es $2^{\aleph_0}$. Una buena parte de ellas puede ser tratada por medio de la recursión[54].

Este instrumental hace que Hilbert abrigue la esperanza de demostrar el teorema del continuo en 1925,

> "fruto por medio del cual se reconocerá el valor de su teoría".

La demostración de Hilbert no sirve. Sirve, sin embargo, para que Cavaillès concluya, acerca del formalismo

---

[54] Una función φ es recursiva si se obtiene por medio de la definición
$\varphi(0, a_1, \ldots a_r) = \psi(a_1, \ldots a_r)$
$\varphi(sn, a_1, \ldots a_r) = \chi(n, a_1, \ldots, a_r, \varphi(n, a_1, \ldots, a_r))$.
(donde ψ y χ son funciones recursivas dadas, $a_1, \ldots a_r$ parámetros, n un número)
El ejemplo más claro son las definiciones de suma y producto de números enteros:

$x+0=x$ $\qquad$ $x \cdot 0 = 0$

$x+sn=s(x+n)$ $\qquad$ $x \cdot sn = (x \cdot n)+x$

que éste es un gran acto de fe "en el poder sin límites de las instituciones formalistas"[55] que implica que toda función de enteros, precisa, es, por esencia, calculable."[56]

El intento de Hilbert, empero,

> "amén de su propia belleza, tiene el interés de ser una primera confrontación precisa entre la teoría cantoriana de conjuntos y el poder de un formalismo riguroso. Aqui, se produce un fenómeno inesperado: la frontera entre matemáticas y metamatemáticas se desvanece ... se podría, sin duda, separar el momento en que se propone el problema y el momento propiamente matemático..."[57]

3) El primer tipo de demostraciónes de consistencia consiste en establecer una condición necesaria de demostrabilidad, a saber, para una proposición a, si la negación de a no es demostrable, el sistema de axiomas es consistente. Esta demostración ha recurrido sucesivamente a los procesos de "valuación", "desintegración" y "efectuación".

El método de valuación pretende clasificar todas las proposiciones de una teoría en dos clases. A la primera pertenecen:

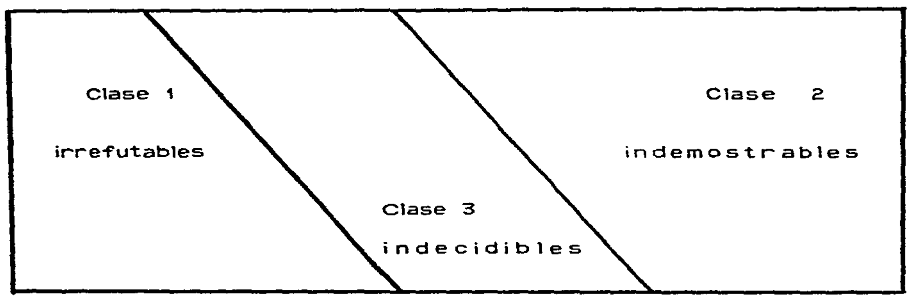
---

55 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 123.
56 *loc. cit.*
57 *Méthode axiomatique et formalisme*, pp. 123-24.

i) los axiomas,

ii) todas las proposiciones que se deduzcan, por medio de reglas, de una proposición que pertenezca a la clase y,

iii) las proposiciones de la forma ~a tales que a pertenece a la segunda clase.



Todas las proposiciones demostrables pertenecen a la primera clase y si a pertenece, ~a no puede pertenecer. La exigencia de tal valuación es "exhorbitante" pues establece que toda proposición a es irrefutable (~a es *indemostrable*, i.e., a pertenece a la segunda clase). En su lugar, se propone solamente, el criterio de *decidibilidad* que *no* establece que una proposición irrefutable sea demostrable.

El primer paso importante será el que marca el teorema de Löwenheim. En este caso, lo que se busca es encontrar el campo de validez de una proposición dada en una lógica de primer orden. Por ejemplo, la proposición

$$(x)(\exists y)(\exists z)(Axy \wedge Ayz \wedge Azx) \sim (\exists x)(Axx)$$

(para toda x existen y & z de manera tal que x está relacionado con y, y con z, z con x y x no está relacionada consigo misma), para tener sentido, requiere de un campo en el que existan, al menos, tres elementos.

En cambio, la proposición

$$(x)(\exists y)Axy \wedge (x)(y)(z)[Axy \wedge Ayz -> Axz] \sim (\exists x)Axx$$

exige, al menos, una infinidad numerable de individuos.

Löwenheim demuestra que, para formalismos del tipo I, el campo no necesita tener una cardinalidad mayor que la de los enteros para satisfacer una proposición no-contradictoria (o, por el contrario, toda proposición no-contradictoria en un formalismo de tipo I se satisface en un campo numerable: la lógica de primer orden, en palabras de de Carlos Torres, es insensible a cardinalidad infinita). Lo que interesa aquí es que *la demostración consiste, precisamente, en la construcción del dominio de validez.*

El proyecto de Löwenheim - válido para lógicas de primer orden - no llega muy lejos. Si Löwenheim intenta demostrar que, cuando una teoría es consistente, tiene modelo; Herbrand va a intentar el esquema recíproco: si una teoría tiene un modelo, la teoría es consistente. Nuevamente, las restricciones son demasiadas y el proyecto de Herbrand se debe detener ante la introducción del producto de números enteros: "el método de campos es igualmente impotente para demostrar su no-contradicción".[58]

Hilbert (1930) identifica claramente el problema: el axioma de inducción completa:

$$(A)(A(O) \wedge (A(y) \to A(sy)) \to (y)A(y).$$

En él nos encontramos, según Cavaillès con "la irreductible intervención del infinito"[59]; para Cavaillès, la cuestión exige una comparación

> "que desplace la distinción demasiado tajante entre ciencia y metaciencia, entre la potencia de los medios puestos en acción en la teoría fundamentada y por la teoría que fundamenta."[60]

58 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 143.
59 *loc. cit.*
60 *loc. cit.*

Los medios y los razonamientos están determinados por la materia a la que se aplican; esta relación debe ser precisada (Gödel) y el razonamiento finito debe enriquecerse (Gentzen). A ello se ha visto llevado el programa de Hilbert.

gentzen

Cuando en matemáticas se demuestra la consistencia, de un sistema de axiomas, la demostración carece de sentido si no se relativiza en términos de los medios que se utilizan. Es decir, se trata de la relación que se establece entre una "zona de seguridad" y un dominio nuevo que busca fundarse sobre ella. Hilbert habría delimitado esa zona como la del pensamiento concreto y finito en oposición a la del desarrollo totalmente formalizado. Gödel, posteriormente, demostró que las demostraciones de consistencia de un formalismo que contiene la aritmética no puede ser formalizable ahí.

Apoyándose en la noción de Gödel, Gentzen[61] utiliza la inducción transfinita[62] para demostrar la consistencia de la aritmética ordinaria. La paradoja es extraordinaria: el mismo infinito cuyos desarrollos exhorbitantes derruyeron el edificio matemático, se muestra como un instrumento

[61] *Math. Ann.*, 112, 1936.

[62] El *principio de inducción completa* afirma "Si P es una propiedad tal que i) si $u \in X$ y ii) si toda $z \in X$ tal que zRu tiene la propiedad P, entonces u tiene la propiedad P" (R indica una relación transitiva tal que xRx es falsa). Si X es infinito, una demostración que utilice este principio se llama "*inducción transfinita*".

indispensable para fundamentar las zonas más estables y pacíficas de las matemáticas[63]. En la proposición original de Hilbert, lo regular[64] ha sustituído a lo concreto intuitivo y lo calculable[65] a lo finito.

Gentzen lleva a cabo su operación en los ordinales de la clase II. Utiliza el segmento ε_0 que denota el primer ordinal tal que $\varepsilon^x=\varepsilon$. ε_0 es el primer ordinal que escapa a una representación que utiliza sumas, productos y elevación a potencias. Es decir, ε_0 no puede ser expresado por medio de la fórmula

$$\alpha = K_0 w^{x_1} + K_1 w^{x_2} + \dots + K_{n-1} w^{x_n} + K_n$$

[63] Piaget ha expresado esta paradoja diciendo que durante mucho tiempo se creyó que la matemática formaba una pirámide creciente en donde lo real sostenía a la aritmética vulgar que sostendría a la aritmética formal y ésta a la teoría de conjuntos, etc. Tal es, por lo menos, la idea genética o histórica. Actualmente, la pirámide se ha invertido: lógicamente, la teoría de conjuntos es el fundamento de la aritmética formal, ésta de la vulgar que, a su vez, sostiene lo "real". La lógica ha invertido la genética y el fundamento último carece de sentido.

[64] Se dice que un cálculo es *regular* si se lleva a cabo en un sistema formal de signos, grupos de signos (fórmulas) y sucesiones de fórmulas que son rigurosamente numerables de manera recurrente. En otras palabras, se trata de un sistema de funciones o de relaciones recurrentes que permiten asignar a toda ecuación cuyo segundo miembro es un número natural, un número en el formalismo.

[65] *Términos* son:

a) todas las variables.

b) 0.

c) si t es un término, $(t)'$ es un término ($(t)'$ es el sucesor de t).

d) si $t_1,\dots,t_n$ son términos y f_{jn} es una función, $f_{jn}(t_1,\dots,t_n)$ es un término.

Una *ecuación* es una fórmula $r=s$ donde r y s son términos.

Un *sistema* E de ecuaciones es una secuencia finita $r_1=s_1,\dots,r_k=s_k$ donde r_k es de la forma $f_{jn}(t_1,\dots,t_n)$; f_{jn} es la *letra principal* de E.

Una función es *calculable* por E si y sólo si

f_{jn}, la letra principal de E tiene n argumentos y para cualquier colección $k_1,\dots,k_n$ de números naturales,

$E \vdash f_{jn}(k_1^{*},\dots,k_n^{*}) = p^{*}$ si y sólo si $\varphi(k_1,\dots,k_n)=p$

(si n es un entero, n^{*} se define inductivamente: $0^{*}=0$ y $(n^{*})'$ es $(n+1)^{*}$. $A \vdash B$ indica "B es consecuencia de A").

La idea de esta definición consiste en garantizar que, por simples sustituciones iteradas, es posible determinar unívocamente el valor de φ. La idea es original de Herbrand y fue desarrollada por Gödel (*On undecidable propositions of formal mathematical systems*, Princeton, 1934) y Kleene (*Introduction to Metamathematics*, Van Nostrand, 1952).

(donde $x_1<x_2<\ldots<x_n<\alpha$ son ordinales y $k_0,\ldots,k_n$ son enteros finitos).

El problema técnico, que consiste en extender el principio de inducción completa al segmento ϵ_0, es resuelto por Barnays[66].

El trabajo de Gentzen y Barnays se limita a la aritmética ordinaria. Las dificultades técnicas para asegurar la consistencia del análisis clásico - como esperaba Gentzen - son extremos: ya desde principios de siglo (1905), Borel y Lebesgue protagonizaron una disputa en torno de lsa nociones de "nombrable" y "efectivo". Los problemas que implicaban sólo pueden ser superados a partir de los métodos de Gödel.

Church y Kleene[67] llevan la noción de constructibilidad al ámbito de los números ordinales.

Para Church, el concepto de constructibilidad debe ser independiente del sistema formal dado, es decir, que mantenga un carácter intuitivo.

El problema se reduce a las siguientes exigencias: definir, para todo número α, un sistema de notación tal que:

[66] Hilbert y Barnays, *Grundlagen der Mathematik.*
[67] Church en Amer. *Jour. of Math.*, 58, 1936; Kleene, *ibid.*, 57, 1935.

i) dé una notación única para todo β que preceda a α.

ii) procure tres procesos:

a) dada la notación de un ordinal α, es posible determinar si es de la primera o de la segunda especie[68],

b) para un ordinal de la primera especie, se tiene la notación de su antecesor,

c) para todo ordinal γ de la segunda especie se tiene un método para calcular la notación de cada término de la sucesión que define a γ.

Sin embargo, los ordinales construíbles no son sino una minoría de la clase II. Hasta este punto – en vida de Cavaillès – se llegó en la aproximación finitista de la clase II. Es decir, hasta los números ϵ_α, con α construíble. Filosóficamente, la pregunta debe ser por las razones que detienen aquí al pensamiento que ya ha sido lanzado más allá del infinito.

De lo anterior, continua Cavaillès, es posible obtener otro tipo de consecuencias; consecuencias que tienen que ver con el carácter y la realidad de los objetos matemáticos. Es Cavaillès en toda su fuerza: las afirmaciones filosóficas nacen de la matemática misma.

---

68 Los ordinales se dividen en:

clase I) aquellos que son finitos.

clase II) aquellos cuya cardinalidad es $\aleph_0$.

Los de la *primera especie* son los que tienen predecesor y, así, cada uno de ellos representa un sistema con último elemento. Los de la *segunda especie* representan un sistema que es una sucesión similar a ω de ordinales menores. Esta sucesión se llama *sucesión fundamental* (Se dice que un conjunto es *similar* a otro si existe entre ellos una correspondencia biunívoca que preserva el orden).

imposible: no hay lo real que sustente lo matemático, de ahí, una búsqueda de fundamentos privativa y característica de lo matemático. Aparece así, la falsa interpretación que busca dar una representación a la construcción:

> "Es la confusión (entre proceso efectivo y proceso efectuado) pues el tiempo de la construcción es el tiempo trascendental y debe escapar a toda representación y, en consecuencia, a toda condición en el cumplimiento de su síntesis. ¿Esto sería, todavía, un tiempo?"[72]

El tiempo matemático - si es un tiempo - ha visto frecuentemente la ilegitimación de nuevas concepciones (negativos, imaginarios, infinitamente pequeños, etc.) porque no podía ser representadas. En cada caso, no fue una "traducción" novedosa a una intuición espacial inmutable sino la transformación radical de la "zona intuitiva" - como en el caso de Church o el de Gödel para quien la zona intuitiva está constituída por "los sistemas de esquemas del formalismo lógico-matemático de la teoría de conjuntos"[73], o, más aún, el paraíso de Cantor quien se representa un conjunto como un "abismo"[74].

El vínculo entre esta superposición intuitiva y la dialéctica del concepto que muestra cómo un resultado hace saltar método y sistemas y cómo los procedimientos que un problema exige provocan una nueva manera de ver que obliga

---

72 *op. cit.*, p. 272.
73 *op. cit.*, p. 273.
74 *loc. cit.*

al abandono de las nociones y las estructuras de donde el problema surgió, es el problema central de la filosofía matemática: toda tentativa de regularización incondicional lleva la marca de su propia caducidad.

La divisa de Dedekind señala "la solidaridad efectiva de un desarrollo regulado cuya justificación inteligible esta fuera de la condición humana. Sin embargo, puede ser una de sus características esenciales"[75]

"'Αεὶ ὁ ἄνθρωπος ἀριθμητίζει"

[75] op. cit., p. 274.

LOS TRABAJOS FILOSOFICOS

Antes de iniciar el examen del trabajo de Cavaillès, conviene hacer un resumen de sus intenciones a partir de lo que hemos visto.

1. Desde Kant, prólogo indispensable, dos vías de razonamiento son posibles: una que introduce el método y culmina en las filosofías epistemológicas de la inmanencia (Brunschvicg y Brouwer); la otra dirección enfatiza el sistema demostrativo como la llave de la demostración de la ciencia (Bolzano, el logicismo y el formalismo).

2. La primera vía confunde la física con las matemáticas y requiere, en consecuencia, de una ontología, "ésta falla"[1] y la ciencia se explica por un inconfesado y subsistente "ser del mundo". El segundo proyecto termina con Gödel.

3. La síntesis de Husserl parece ofrecer salidas a la cuestión. Cavaillès consagra a éste una buena parte de su esfuerzo. Sin embargo, el ciclo kantiano está agotado.

4. El examen de la obra de Bolzano nos hace regresar hasta la unidad cartesiana entre intuición y deducción:

---

[1] Dubarle, p. 230.

> *"Regula III: Circa objeta proposita, non quid alij senserint, vel quid ipsi suspicemur, sed quid clare & evidenter possimus intueri, vel certó deducere, quoerendum est, non aliter enim scientia acquiritur"*[2]

que Kant interpreta afirmando que el progreso en matemáticas es la extensión constructiva de constataciones naturales. Bolzano invierte a Kant y afirma que la deducción no prolonga la intuición. La ciencia (conocimiento demostrativo, *a more antiguo*) no es ya más un intermediario entre el mundo y el hombre (entre la sustancia extensa y el pensamiento) sino que se trata de un objeto "original en su esencia, autónomo en su desarrollo"[3]. Con ello, el material de las matemáticas no puede seguir siendo el de los geómetras griegos.

5. El pensamiento matemático, para Cavaillès, se estructura en dos zonas: una *paradigmática* en donde la acción es una progresión directa e inmediata (por ejemplo, en Euclides) y otra *temática* en donde la acción consiste en un descubrimiento reflexivo que supone la primera zona y que propone un nuevo orden (por ejemplo, los grupos de transformaciones en geometría y las operaciones del álgebra abstracta). En la segunda zona, el sentido esta puesto por el acto (*sens posé*), en la primera, el sentido demanda una acción (*sens posant*).

---

[2] Adam-Tannery, X, 366, 10-14.

[3] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 21

El paradigma es muy próximo a lo que Husserl describe en *El origen de la geometría*: Se trata de "una actualización exigida por el sentido"[4] se trata de un rasgo ejemplar, único ("no se afirma sino en la singularidad de la realización"[5]) pero que revela un principio interno: es el caso del Tales de Husserl.

La tematización, por su lado, parte del "modo de creación", es el caso, si se quiere, del formalismo aritmético de Hilbert.

Así, aparece la dualidad entre *sens posant* (por el lado paradigmático) y *sens posé* (por el lado temático) y, en consecuencia, entre el *acto operado* y el *acto operante.*

En el eje temático, la operación se purifica, por ejemplo, se transita, para la adición de enteros, de números y letras a leyes generales de la suma. En el segundo eje, el paradigmático, aparece una forma nueva. El primer proceso es un proceso de abstracción; el segundo es la profundización. Es posible, por supuesto, que se presenten desarrollos paralelos en planos diferentes.

6. En esta perspectiva, la formalización es, en primer lugar, "separar de lo adquirido en bruto lo que es

---

4 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 27.
5 *loc. cit.*

paradigma, por lo tanto simbolizar lo universal..."[6] En segundo lugar, la formalización no es posible sino a partir de lo que "en el diseño de las estructuras se les superpone sistematizadamente, las reglas que las rigen"[7] es decir, se requieren mecanismos de construcción y de interpretación así como de las reglas que los rigen. No hay formalismo, en fin, sin una evidencia temática. La teoría del silogismo provee ejemplos rudimentarios. La lógica pretende absorberlo todo, como forma virtual de todo formalismo posible, las matemáticas sólo serían una parte de la lógica y, así, se llega a una "apariencia de unificación grandiosa llevada a cabo por la logística y que ciertos creen que es una solución suficiente, la que esperaba Dedekind, la que prepararon pacientemente Peano en su *Formulario* y Frege a lo largo de toda su obra, la que culmina en el monumento decisivo de los *Principia mathematica* de Russell. Pero esto es solamente una apariencia."[8]

El desmoronamiento del proyecto - a partir de Gödel - es sorprendente: todo formalismo requiere de un sistema que sea la base de todas las sintáxis, como Carnap creyó posible. Pero esta sintáxis general no es más que "un conjunto de reglas abstractas para las que, por lo demás, toda precisión es tomada de las matemáticas que se realizan efectivamente y de su sintáxis"[9]. Así, "la imaginación

[6] Dubarle, p. 235.
[7] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 30.
[8] Dubarle, p. 23.
[9] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 35.

sintáctica parece perderse en el vacío de una abstracción radical."[10]

Por otro lado, dejando de lado la sintáxis, se requiere también una semántica (relacionada con la temática) y una semántica incondicional es imposible: el absoluto pretendido resulta arbitrario incluso cuando se busca transformar al signo en objeto y cuando la lógica se torna simbólica. Sin embargo, "el signo no es un objeto del mundo ... el símbolo es interior al acto ... evocación subrepticia de actos y encadenamientos anteriores."[11]

7. El problema del objeto subsiste, empero. Con él, el del vínculo entre la física y la matemática, "la teoría de la demostración continua reclamando una ontología"[12] y exige aclarar el origen de la razón, no solamente de sus procedimientos.

8. La teoría husserliana no margina la idea de una ontología y en ella se expone una concepción que no sacrifica la autonomía de la razón ni la originalidad del objeto.

La técnica lógico-matemática hace desaparecer la distinción entre juicio y razonamiento. La apofántica de

---

[10] *loc. cit.*
[11] *Sur la logique et la théorie de la science*, pp. 38-39.
[12] Ibidem, p. 140.

Husserl cubre el hecho clásico del juicio y todo el dominio del formalismo. Se trata de una teoría de la enunciación que permite definir las características estructurales de la lógica y que organiza la expresión del pensamiento que juzga. Pero el juicio es la expresión del conocimiento del objeto y, en consecuencia, el acto de pensar (el juicio) es inseparable del *Sachverhalt* del que es expresión.

Definir este objeto es la tarea de la ontología formal, esta ontología se sitúa, por lo tanto, en el plano de los objetos hacia los que se dirigen el pensamiento y la expresión. La relación entre los dos está dada por el principio de intencionalidad, es decir, por una relación entre la conciencia y su objeto. La *mathesis universalis* funciona, aquí, como una actualización de la ontología primaria que preserva, siempre, el lazo que la adhiere enteramente al objeto efectivo que integra la conciencia. La matemática es, por lo tanto, una mediación entre la conciencia y lo experimentado. La cuestión de la unidad entre la física y las matemáticas se resuelve.

9. Pero la solución presenta dos problemas: ¿qué ser se alcanza en el juicio? "La conciencia, dice Husserl, es la totalidad del ser", la conciencia es enteramente responsable del ser y, con ello, la racionalidad se relaciona a una subjetividad trascendental y la lógica es trascendental.

10. Con ello Husserl se ve obligado a proponer una ontología absoluta "otra ontología formal que se relaciona con todo ser en todo sentido"[13] y que absorbe y da cuenta de todas las investigaciones previas. Pero tal ontología absoluta y la lógica que en ella se apoya, no pueden ser trascendentales: "En una filosofía de la conciencia, la lógica es trascendental o no es"[14] (en "*Transfini et continu*", Cavaillès afirma que "no existe lo trascendental absoluto"). Husserl exige, sin embargo, que sea ambas cosas.

11. Lo anterior cierra el ciclo kantiano. Cavaillès pasa a Hegel y ahí se inicia el esbozo de una nueva etapa de la filosofía científica. El trabajo que se resume aquí, es el último trabajo de Cavaillès; ahí "se contenta con indicaciones, de una concisión casi elíptica ... en donde lo mejor está oculto, (es necesario) adentrarse en la intención del pensamiento.[15]

12. En 1932, Cavaillès publica una crítica a la edición de Zermelo de la obras completas de Cantor. Si, como afirma Cavaillès mismo, se trata de llevar a cabo un trabajo en que se puedan "aislar los procedimientos generales cuyo gesto interior acerca más a la intuición central imposible

---

[13] Husserl, *Ideen zu einer reinen Phanomenologie und phanomenologischen Philosophie*, 102.
[14] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 1
[15] Dubarle, p. 225. Véase también Benis-Sinaceur, H., "Jean Cavaillès...", en *Mathesis*, vol. IV, no. 1

de describir"[16], tendríamos que aislar la fascinación que Cantor ejerció siempre sobre Cavaillès.

cantor

De la vida de Cantor, Cavaillès desprende ciertos elementos que pueden tener interés en la descripción de esta "intuición central" del propio Cavaillès.

Ante todo, menciona la carta de Cantor a su padre – "felizmente reencontrada" – en que habla de "una voz desconocida y misteriosa que me llama"[17]. A continuación insiste, en diversas ocasiones, en el aislamiento, la soledad e, incluso, la hostilidad en que se gesta y desarrolla el trabajo de Cantor; "drama de aislamiento"[18]. Recuerda que Cantor nunca formó discípulos y que a su seminario asistían no más de tres estudiantes. Menciona, en fin, las crisis de depresión, "agravadas por crisis mentales"[19] que obligaron a Cantor a abandonar las matemáticas para dedicarse a la literatura[20] y a la filosofía.

Todo ello para esbozar los rasgos de una nueva etapa de la filosofía científica,

16 Cavaillès, *Philosophie mathématique*, p. 29.
17 Cavaillès, en *Les oeuvres complètes de Georg Cantor*, p. 441.
18 *loc. cit.*
19 *op. cit.*, p. 442.
20 durante años, Cantor intentó demostrar que Bacon había escrito las obras de Shakespeare.

"Un mundo de realidades ideales, absolutamente independiente de nuestros esfuerzos, cuya existencia posee una solidez objetiva tal que podemos fundamentar nuestros razonamientos sobre relaciones que, incluso, permaneciendo ocultas sabemos que existen. Tal le parecía el mundo del matemático ... Afirmaba en su carta a Mittag-Leffler ... el carácter absoluto, independiente de todo factor humano, de una realidad matemática que reposa sobre sí misma, con su estructura interna necesaria y tal que el desarrollo de la historia puede mostrar, a nuestros ojos, ciertas líneas preferidas. Es en relación con ella - con la *Mathesis perennis* - que la obra de Cantor adquiere su plena significación, se despoja de su carácter pintoresco y un poco monstruoso, ya no es curiosidad histórica sino que, bajo sus imperfecciones, se trata de una realidad objetiva con un núcleo impenetrable: del paraíso que Cantor ha creado, decía Hilbert, nadie podrá expulsarnos."[21]

[21] *op. cit.*, pp. 445-446.

El punto de partida es Kant. El doble rechazo de Kant que elimina, primero la materia para consagrarse a la forma y, en segundo lugar, abandono de lo contingente, es decir, del mundo físico.

De cada lado de este rechazo, se erige un sistema autónomo: del lado de la forma, el *canon*; del lado del *a priori* necesario, el *organon*.

Cavaillès asocia cada uno de estos sistemas a posiciones filosóficas en las matemáticas; del lado canónico, Bolzano; del lado orgánico, Brunschvicg.

Bolzano enfatiza un retorno a la objetividad y a la lógica objetiva mientras que Brunschvicg propone una aproximación socio-histórica como explicación de las matemáticas. En ambos casos, Cavaillès mostrará la necesidad de una ontología subyacente previa a toda matemática y, por ello, inaceptable.

La necesidad de dicha ontología, del lado de la lógica se indica por la vía de la crítica al neopositivismo. Esta crítica se apoya, sobre todo, en Wittgenstein.

En este contexto, Cavaillès trata la obra de Husserl que parece unificar (bajo la noción de *Gestalt*) el punto de vista lógico con el punto de vista de la historia (*Geschichlichkeit*).

Cavaillès muestra que la posición de Husserl es equivalente a una ontología y propone, por lo tanto, su propia noción de estructura. Nuevamente, muestra la necesidad de una ontología que unifique, otra vez, a las matemáticas con la física. Esta necesidad se resuelve por la vía de la teoría de la probabilidad.

En fin, debe hacerse notar que el orden en que se produce la obra de Cavaillès es de gran importancia. Escribe, en primer lugar, una filosofía matemática cuyas referencias a la filosofía – en términos tradicionales – no son explícitas. En seguida escribe una teoría de las ciencias. Esta no es una posición filosófica que anticipe a las matemáticas sino, más bien, una posición filosófica surgida de las matemáticas mismas. Esta manera de tratar a la filosofía le permitirá colocarla en una dimensión totalmente novedosa – una perspectiva similar a la que, más tarde, será la de la "escuela epistemológica francesa".

En efecto, como en el caso de Bachelard, Canguilhem y luego Foucault, la epistemología de Cavaillès es una epistemología "no positivista". Sin embargo, la manera en que se opone al positivismo difiere de la manera bachelardiana en la medida en que Cavaillès admite la posibilidad de una "teoría de la ciencia" cuyo rechazo es característico en los demás.

En este contexto antipositivista, Cavaillès concibe a la teoría de la ciencia como una doctrina que posee, sobre todo, la voluntad de validez y de inteligibilidad que no son externas a las ciencias de que se trata. Los enunciados y las afirmaciones de una teoría de la ciencia aparecen como "autoiluminaciones" del movimiento científico. Propone, así, la noción de estructura que es una automanifestación de lo que la ciencia es. Por medio de la estructura, se puede justificar el hecho de que la ciencia exista siempre y de manera incompleta, independientemente del tiempo, como un procedimiento simultáneamente cerrado sobre sí mismo y en expansión permanente. La estructura no es una explicación que sostenga un lugar propio. Es, por el contrario, una relación que no difiere en modo alguno de lo que revela. Es el principio de necesidad en la ciencia: La estructura habla por sí misma.

Esta estructura de la ciencia se confunde, frecuentemente, con la demostración. La ciencia no puede ser una alianza heterogénea entre un mundo racional de encadenamientos y el simple registro de los hechos. En este sentido, Cavaillès recuerda la advertencia platónica que le previene ante el encuentro de las hipótesis que surgen del mundo visible.

La ciencia, sin embargo, no puede aceptar en su seno nada que no esté probado; no abandona, nunca, lo demostrado. La ciencia y la demostración tienen, además, los mismos lazos de unidad, necesidad, etc. Cavaillès, en este sentido, concluye: "Si la ciencia es, es lógica".

El principio (si la ciencia es, es lógica), plantea, inmediatamente, dos problemas:

1) La estructura debe ser encontrada apodícticamente mientras que se mueve por sí misma y se demuestra a sí misma. En consecuencia, la doctrina de la ciencia solamente puede partir de la ciencia, es el alma de la ciencia.

2) Se debe evitar recurrir a subordinaciones históricas o sociológicas en la misma medida en que se deben evitar referencias a una conciencia absoluta. Las ciencias – no la historia, ni la sociología – deben exponer, por si mismas, la totalidad de lo que han elaborado. La ciencia debe destacar – sin recurrir a una ontología – el elemento permanente de su movimiento. Una teoría de la ciencia debe, por ello, construir un sistema de vínculos racionales mientras sostiene relaciones con otras ciencias. Sin resolver estos dos problemas, ninguna epistemología

científica es posible o, si se quiere, toda epistemología estará sometida a una teoría de la historia o a una ontología. En esta sumisión, la ciencia habría de buscar su contenido fuera de sí misma y, con ello, perdería toda pretensión apriorística; con ello, su ser estaría en otra parte.

Cavaillès se alía a Wittgenstein. Para este, la ciencia no está cerca de nada y su vínculo con el mundo físico es o hipotético, o arbitrario. En esta dirección, Cavaillès se adhiere a la consigna de Reichenbach: "Conocer es apostar".

Kant

El punto de partida era Kant, sin embargo, siempre es necesario regresar a Descartes; después de todo, es Descartes quien estableció, por primera vez, la autonomía e independencia del pensamiento.

La piedra de toque del sistema cartesiano es la separación radical entre el cuerpo y el alma. Este abismo podría salvarse estableciendo la unidad cuerpo/alma por la vía del método; los atributos de extensión y de pensamiento pertenecen a esferas distintas: uno al cuerpo, otro al alma. La idea clara y distinta yace en la esfera del alma y la imaginación es una aplicación al cuerpo de la facultad de conocer. El peligro que se presenta es doble: por un lado nos encontramos ante problemas técnicos y, por el otro ante el de "justificar una ciencia que, teniendo su valor intrínseco en su conformidad estricta con el orden del pensamiento, puede aplicarse de manera directa a un universo completamente desprovisto de él."[22]

Para Descartes, siguiendo a Galileo, la ciencia verdadera es aquella en donde reina el número, en particular, las únicas curvas del espacio de que podemos hacernos una idea son las que están representadas por una ecuación: "La ecuación es la idea"[23]. Con ello, se excluyen las curvas mecánicas y, más tarde, en el siglo XVIII, las cuerdas vibrantes. Se engendra así, la discusión sobre la continuidad y sobre las funciones arbitrarias.

Cavaillès resume la posición de Descartes:

> "La dualidad entre el espíritu y lo dado, exterior a aquel pero al cual puede aplicarse para conocerlo es el hecho primordial de la racionalidad cartesiana. La ciencia no es reconstrucción sino ordenamiento..."[24]

Una transformación cartesiana igualmente importante es la nueva dimensión en que se encuentra el infinito. Si para Aristóteles el infinito era subjetiva y objetivamente imposible y es impensable cuantitativa o cualitativamente,

---

22 Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique*, p. [illegible]
23 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 23.
24 *loc. cit.*

para Santo Tomás es un atributo de Dios y es posible establecer una adecuación de la voluntad humana a la infinitud de la voluntad divina. En la obra de Nicolás de Cusa, tal adecuación es imposible y, con ello, Cusa puede identificar lo que es propio del conocimiento. Esta "docta ignorancia" aprende, de todas maneras, que entre el mundo y Dios, hay una relación determinada: el mundo es *explicatio* o escansión divina; Dios es *complicatio* o condensación del mundo. Finalmente, la revolución bruniana humaniza al infinito. El conocimiento deviene posible en la medida en que "en cada hombre se contempla un universo"; el pensamiento de Bruno consolida, por fin, una imagen humana del mundo, una imagen humana del infinito.

En Leibniz, según Cavaillès, reencontramos la imagen teológica del infinito: Leibniz hace una distinción entre la pluralidad discreta, única realidad en la voluntad divina[25] y la continuidad de las relaciones espacio-temporales. De esta manera, para Leibniz, la infinitud continúa siendo un atributo del pensamiento y la infinitud discreta es la única realidad divina: lo real es discreto, la matemática introduce la continuidad por la vía del pensamiento. La matemática se reduce a una lógica de relaciones ideales que explicita axiomas, definiciones y combinaciones indefinidamente variadas de elementos y de nociones simples.

25 *in Méthode axiomatique et formalisme*, p. 24.

Por otra parte, las relaciones fenoménicas espacio-temporales no son reales, aparecen sólo en el entendimiento divino y el número es un atributo "con una pierna en cada sujeto"[25].

Leibniz, continúa Cavaillès, sigue sin resolver problemas fundamentales: ¿cuál es el modo de intuición de una noción simple?, ¿cómo se les reconoce como tales? A partir del hecho de que la idea de una combinación entre nociones radicalmente simples es impensable, suprime la cantidad continua en beneficio de la cantidad discreta.

Un ejemplo es ilustrativo: un espíritu fino puede comprender la definición de curva, puede imaginar una línea continua a través de los puntos de un conjunto discreto, pero ésta no será sino una aproximación. La convergencia es el resultado de una concepción metafísica. Para Leibniz no hay ciencia del infinito porque el infinito es único.

Según Cavaillès, la posición de Leibniz conduce a las de Kant, a saber, a la posición que establece dos formas de intuición: una que surge de la imaginación y otra de la síntesis entre la conciencia y la percepción. La primera produce la recta del ejemplo de Leibniz, la segunda establece, para Kant, el carácter sintético del concepto de número.

[25] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 25.

Para Kant, las matemáticas parten de conceptos simples y no de la percepción, para pasar inmediatamente al concepto *in concreto* en una intuición representada a priori. Es decir, construir y en la que "lo que resulta de las condiciones generales de la construcción debe aplicarse también de una manera general al objeto del concepto construído."[27]

Se trata, hace notar Cavaillès, de la aprehensión en la experiencia, de las condiciones mismas que hacen que la experiencia sea posible. Escapamos, así, al irracionalismo de la constatación. Sin embargo, la construcción requiere de un medio lógicamente anterior: la estructura de la intuición, la realidad propia de la intuición.

En este punto la cuestión se complica y se vuelve insoluble. Hay dos formas de intuición, dice Kant, la intuición empírica o sensible y la intuición pura o intelectual. El problema se plantea de la manera siguiente: Conocer no es lo mismo que pensar. El conocimiento comprende dos cuestiones: en primer lugar, un concepto por medio del cual se piensa al objeto; en segundo lugar, la intuición que nos proporciona al objeto.

[27] *Crítica de la razón pura*, A716, B744.

> "Si no pudiese haber una intuición dada que correspondiera al concepto, este concepto sería un pensamiento en cuanto a la forma pero sin objeto y ningún conocimiento de ninguna cosa sería posible por su mediación"[28]

Sin embargo, por medio de la intuición pura, podemos alcanzar un conocimiento a priori del objeto:

> "Los conceptos matemáticos no son conocimientos por sí mismos; no pueden llegar a serlo sino suponiendo que hay cosas que pueden ser representadas según la forma de esta intuición sensible pura."[29]

En matemáticas, dice Kant, el pensamiento a priori puede progresar sin recurrir a la experiencia puesto que solamente se ocupa de objetos y conocimientos que no pueden distinguirse del concepto. Al reconocerlo, la razón parece carecer de límites:

> "La paloma ligera, que en su vuelo libre, siente la resistencia del aire, podría imaginarse que volaría mejor en el vacío..."[30]

En matemáticas sólo la ayuda de la intuición permite la síntesis (por ejemplo, afirmando que la línea recta es la distancia más corta entre dos puntos). Así, los principios matemáticos, derivados solamente de la intuición pura, no

---

28 Crítica de la razón pura, B146.
29 Crítica de la razón pura, B147.
30 Crítica de la razón pura, A5, B8.

pueden formar parte del sistema de principios del entendimiento.

En la *Crítica de la razón pura* (Segunda parte, "Doctrina trascendental del método"), Kant dedica la segunda sección del primer capítulo a las matemáticas. El tratamiento es puramente comparativo y su propósito es el de distinguir entre el conocimiento filosófico y el matemático. Para ello, requiere de una exposición de lo que es fundamental en el pensamiento matemático.

1) A diferencia del conocimiento filosófico que se obtiene a partir de conceptos, el conocimiento matemático se obtiene por medio de la construcción de conceptos.

2) En tanto que intuición, el concepto matemático es un objeto singular pero, al mismo tiempo, en tanto que representación, expresa la validez universal de toda intuición posible que esté contenida en el mismo concepto:

> "La figura particular, aquí descrita es empírica y, sin embargo, sirve para expresar el concepto sin afectar su universalidad."[31]

Así, el conocimiento matemático conoce lo universal en lo particular mientras que el conocimiento filosófico funciona a la inversa.

---

[31] *Crítica de la razón pura*, A714, B742.

3) La distinción que afirma que la filosofía se ocupa de lo cualitativo y la matemática de lo cuantitativo, afirma Kant, confunde causa con efecto: "La forma del conocimiento matemático es la causa que provoca que este conocimiento se relacione únicamente con las magnitudes"[32]; las cualidades, por su parte, no pueden presentarse en ninguna intuición que no sea empírica.

4) Desde el punto de vista del manejo del objeto, la filosofía se confina a los conceptos universales, "las matemáticas no pueden hacer nada con un concepto simple sino que se apresuran a recurrir a la intuición en la que consideran al concepto *in concreto*, no de manera empírica, sin embargo, sino en una intuición que se representan a priori, es decir, que han construído y en la que lo que resulta de las condiciones generales de la construcción debe aplicarse de manera general, también, al objeto del concepto construído."[33]

La construcción puede ser, además, simbólica, como en el álgebra o manifiesta como en la geometría.

5) A diferencia de la filosofía - y por ello, a diferencia de cualquier otra ciencia -, sólo hay definiciones en las matemáticas. Si definir quiere decir "exponer originariamente (es decir, que esta determinación

---

32 *loc. cit.*

33 *Crítica de la razón pura*, A715, B744.

de límites no se derive de otra parte y que, en consecuencia, no requiera de ninguna prueba) el concepto explícito (es decir, la claridad y suficiencia de sus caracteres) de una cosa encerrándola en límites (es decir, la precisión de manera tal que no haya otros caracteres que contengan el concepto explícito)".[34]

En efecto, los conceptos empíricos y los conceptos a priori no admiten definiciones puesto que, en este caso, la completez de estos es solamente probable y no apodícticamente cierta. Los únicos conceptos que admitirán una definición son aquellos que son invenciones arbitrarias, es decir, conceptos matemáticos.

Así, la ciencia matemática comienza en las definiciones mientras que la filosofía culmina en ellas. Las primeras se producen sintéticamente y las segundas analíticamente. Con ello, en fin, las definiciones matemáticas jamás podrán ser erróneas.

6) Los axiomas son principios sintéticos a priori. Sólo en matemáticas es posible - desde la construcción misma - establecer tales principios pues solamente la construcción permitirá la combinación sintética e inmediata de dos conceptos. En filosofía, se requiere siempre de un tercer concepto para establecer el vínculo; es decir, una

[34] *Crítica de la razón pura*, A727, B756.

deducción. Los axiomas no tienen necesidad de tal deducción, decimos que son evidentes. Si la filosofía no admite principios evidentes, la posibilidad de los axiomas no es, por sí misma, evidente para la filosofía. Por ello, para la filosofía es imposible demostrar la posibilidad misma de las matemáticas.

7) Las demostraciones - pruebas apodícticas - lo son solamente en tanto que son intuitivas y sólo existen en matemáticas. En otros ámbitos, lo que habrá serán pruebas acroamáticas que se guían por palabras (es decir, por el objeto pensado). La experiencia nos muestra - y en ello se aparta absolutamente de las matemáticas - nos muestra lo que es pero jamás muestra que lo que es podría ser de otra manera. En matemáticas, lo que es, no puede ser de otra manera. Filosóficamente, la matemática es, pero podría ser de otro modo.

Queda planteado, pues, a la manera kantiana, el problema de los fundamentos de las matemáticas. Radicalmente opuestas a la experiencia, las matemáticas no pueden fundamentarse sobre lo real puesto que de lo real no podemos tener una intuición. "Nadie puede tener una intuición que corresponda al concepto de lo real por otra vía que no sea la de la experiencia". Así, si el fundamento de las matemáticas no es lo real, si el uso matemático de la razón es autónomo de lo real, ¿cómo son posibles las matemáticas?,

¿cuál es su estructura?, ¿cuáles sus límites?, ¿cuál, en fin, su fundamento?

Si bien el problema es, ciertamente, un problema filosófico, el matemático no puede no sentirse obligado a no tener en cuenta las advertencias de la filosofía.[35]

Para Kant, el punto de partida inevitable es la experiencia inmediata. Ahí, lo absoluto se reencuentra por medio de un doble proceso de eliminación.

Primero, lo accidental y lo contingente deben ser rechazados: es el camino de lo empírico a lo trascendental. En un primer tiempo, el a priori se revela como condición de toda experiencia; en otro tiempo, lo empírico manifiesta su fragilidad esencial en su impredictibilidad; en cierto sentido, lo empírico resulta ilegal. Sin embargo "una purificación no tiene lugar sino en un decorado en el que todos los planos son situables y provistos de sentido"[36], es decir, es necesario que lo empírico y lo a priori se inserten en un sistema y, con ello, que la relación que lo encadena esté dada o que se trate de una relación singular que se realice cada vez.

En segundo lugar, se debe aislar lo formal de lo material. Ahí, lo formal coincide con el acto mismo de

[35] *Crítica de la razón pura*, A727, B755.
[36] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 4.

pensar en general, es decir, con el acto de unificación de múltiples representaciones en una sola. La dificultad consiste en garantizar que la lógica subsiste en tanto que armadura inaccesible a la conciencia y como esencia original del objeto. En este caso, la ciencia carece de las nociones de pluralidad, de representación y de unidad. Es una ciencia universal en la que el pensamiento cae en la repetición eterna del acuerdo consigo misma a menos que aparezca una diferenciación interior.

La conclusión, para Cavaillès, es que la lógica "o es trascendental o no es"[37]. El tema es wittgensteiniano, "la lógica es trascendental"[38] y, en consecuencia, no contribuye en nada al conocimiento. Todo lo que la lógica afirma no lo afirma acerca del mundo sino acerca del modo de representarlo.

Siguiendo a Kant, una lógica tal sólo podría ser una de dos cosas: *canon* u *organon*.

Es un canon, dice Kant, en la medida en que contuviese los elementos y las condiciones para alcanzar un conocimiento, en la medida en que es una "lógica de la verdad"[39].

---

37 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 10.
38 *Tractatus*, 6.
39 *Crítica de la razón pura*, A62, B87.

Un organon es la disciplina que indica como se debe erigir cierto conocimiento, es "el conjunto de todos los principios según los cuales todos los conocimientos puros a priori pueden adquirirse y pueden constituírse realmente"[40].

Toda elección conduce a una indecisión. Su confusión nos lleva a una "lógica de la ilusión".

Al canon kantiano se puede asociar la concepción lógica de Bolzano. Si el acento se pone sobre el organon, nos vemos conducidos a la filosofía de la inmanencia de Brunschvicg.

brunschvicg

El punto de vista de Brunschvicg, hace notar Cavaillès, acentúa las cuestiones del lenguaje y, por ello, pone en un primer plano las cuestiones de la socialidad del pensamiento y de la ciencia.

Ahora bien, Brunschvicg está preocupado por el problema de la verdad. Para Brunschvicg, las matemáticas, que han sostenido un reclamo permanente sobre la verdad, están sumergidas, ahora, en una crisis que se manifiesta por el hecho de que las nociones claras y distintas ya no son suficientes para dar cuenta de la complejidad de las teorías matemáticas. La esperanza que surgiera con la aparición de

[40] *Crítica de la razón pura*, A11, B24.

la lógica simbólica se derrumba a causa de sus propias contradicciones: la lógica ya no puede continuar sosteniendo sus pretensiones de control de la verdad. Como reacción frente a este fracaso, las matemáticas retornan al realismo o al escepticismo: la existencia de una razón capaz de dar y de imponer una solución final a la crisis era imposible.

El proyecto de Brunschvicg se propone en los siguientes términos:

> "En lugar de hundirnos en el torbellino de las corrientes contradictorias, hemos de tomar en cuenta el torbellino mismo."[41]

Brunschvicg recurre a la historia de las matemáticas que habría de proveerle dos cosas:

1) Cada vez que una disciplina matemática alcanza la autoconciencia, se ve transformada en ontología (pitagorismo leibnizianismo, cartesianismo, etc.). Sin embargo, ninguna de ellas es capaz de fijar el equilibrio inestable del pensamiento.

2) La historia mostrará al pensamiento matemático como una forma de pensamiento consistente, seguro de sí mismo. Mostrará también cómo la razón se emancipa del horizonte de la representación sensible para penetrar en las profundidades inesperadas en donde reposan las relaciones

41 Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique*, prefacio.

constituyentes de la realidad. Ello muestra que las matemáticas romperán con las fórmulas abstractas del dogmatismo de Kant y del positivismo de Comte. Al mismo tiempo, esta historia permitirá una reevaluación de la función de las matemáticas en las ciencias sociales o humanas.

Brunschvicg concluye afirmando:

> "Es propio de las matemáticas revelar la libertad de una inventiva en donde los hechos intuitivos no son sino la excusa para constituir la diversidad y la infinidad que el espíritu acumula en su tarea de organización del universo. Sólo de esta manera podrán liberarse de los vínculos con que la física amenaza..."[42]

Esto quiere decir que la racionalidad no podrá ser capturada fuera de la racionalidad misma. Brunschvicg debe, por lo tanto, buscar referencias internas, un absoluto de intelegibilidad o una conciencia generadora. En todo caso, la necesidad de una ontología es inevitable.

Para Cavaillès, por el contrario,

> "el ser del mundo – de un mundo puesto afuera y es la vocación de la conciencia reducirlo en términos de interioridad – subsiste como condición determinante de la ciencia."[43]

---

42 *loc. cit.*

43 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 19.

Es decir, la posición de Brunschvicg solicita el abandono del mundo externo. Esto está ya impregnado de una ontología particular que debiera sostenerse sobre una filosofía de la conciencia y, finalmente, en una psicología.

Según Cavaillès, esta pretensión es imposible, la psicología es inútil en la tarea de arrojar luz sobre la historia de las matemáticas y de la objetividad matemática.

Por otro lado, el análisis de Brunschvicg es incapaz de distinguir entre las matemáticas y las ciencias naturales. Así, una referencia a la objetividad es obligatoria y necesaria. Esta posición es la que encontramos en Bolzano.

bolzano

Bolzano nació en Praga en 1781, estudió filosofía, matemáticas y teología en la Universidad de Praga por los aspectos filosóficos de las matemáticas. De 1804 a 1819, fue profesor de religión, pero su concepción de la fe lo condujo rápidamente al conflicto entre el Estado y los elementos nacionalistas, progresistas y libre pensadores. El 24 de diciembre de 1819 fue despedido. De 1823 a 1841, vivió con Anna y Joseph Hoffmann. Ahí escribió (1820-1830) *Wissenschaftslehre* y *Paradoxen des Unendlichen* (publicado en 1851). Murió el 18 de diciembre de 1848.

El propósito general del trabajo de Bolzano era sustituir la deducción geométrica basada en la evidencia visual por un nuevo tipo de deducción que se apoyara solamente sobre conceptos del entendimiento. Se trata de un retorno a Aristóteles y a una noción de esencia objetiva e intemporal. El punto de partida de esta reconstrucción es el estudio de las matemáticas.

La teoría de la ciencia en Bolzano se sostiene sobre tres ideas fundamentales: la de proposición en sí (*Satz an sich*), la de representación en sí (*Vorstellung an sich*) y la de verdad en si (*Wahrheit an sich*). Todas ellas se descubren objetivamente, no son producto de ningún sujeto. Existen antes de todo sujeto, por sí mismas.

Una proposición en sí es aquella que establece que algo es (o no) caso al margen de que alguien lo enuncie. Es el contenido de una proposición independientemente de todo sujeto individual o trascendental. Las proposiciones en sí tienen un sentido y ofrecen material al pensamiento. No tiene ninguna importancia el que se les piense o no.[44]

La representación en sí o idea objetiva es todo aquello que puede formar parte de una proposición sin constituir una. Las representaciones en sí no pertenecen a ningún sujeto y no necesitan de ninguno. No se les encuentra

[44] *Wissenschaftslehre*, 8.

en la realidad sino, más bien, como el contenido (*Stoff*) de las ideas subjetivas. Este contenido, además, debe distinguirse, como lo pensable, del pensamiento. Las representaciones no son ni verdaderas ni falsas.[45]

La verdad en sí es, también, independiente del pensamiento. Es una proposición que establece que algo es como es independientemente del hecho de que sea pensada o dicha por alguien. Su objetividad no presupone a Dios, por el contrario, Dios mismo piensa verdades en sí porque son verdaderas. Son, dice Bolzano, "*Satze vor Gott*".[46]

Según Cavaillès, la preocupación central de Bolzano es la necesidad y la universalidad de la ciencia. El razonamiento de Bolzano corre a lo largo de lineas matemáticas porque, según él, es en el desarrollo de las matemáticas que se requiere un nuevo tipo de evidencia. El continuo geométrico debe ser reexaminado en términos de las paradojas que surgen a partir de la existencia del infinito actual, es a partir de ellas que se debe rechazar su simplicidad aparente. En este punto que las naturalezas simples de las matemáticas deben ser sustituídas y, así, el concepto de número se ve desplazado por el concepto de infinito. La evidencia, para Bolzano, será la demostración

---

45 *Wissenschaftslehre*, 48.
46 *Wissenschaftslehre*, 25.

matemática y, así, "lo que es necesario es lo que se demuestra"[47].

En esta dirección, Bolzano introduce la primera definición apropiada de la noción de límite por medio del concepto de conjunto. Sin embargo, Bolzano recae en la subjetividad que quiere evitar al recurrir a una idea intuitiva de número real.

Según Cavaillès, el punto de vista de Bolzano es de una importancia enorme pues es Bolzano quien, por primera vez, somete a la ciencia a la crítica, como un objeto *sui generis* cuya esencia es completamente original y su movimiento totalmente autónomo. La ciencia cesa de ser una mediación entre el ser en sí y el espíritu humano.

Bolzano, continúa Cavaillès, perfecciona ciertas proposiciones epistemológicas estrictamente indispensables:

1) La unidad de la ciencia yace en su movimiento. Un movimiento que se debe al carácter esencialmente inconcluso de las ciencias que les obliga a moverse en una dirección acumulativa de elementos inteligibles.

47 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 21.

2) Lo subsecuente, en este movimiento, absorbe a lo precedente y en este movimiento, el camino, la vía misma, no es abolida sino cuando el movimiento cesa.

> "El sentido verdadero de una teoría no es uno de sus aspectos, comprendido por el sabio,... sino que es un devenir conceptual que no es posible detener.[48]

La tarea que se impone desde Bolzano ya no es la que busca la subordinación de la ciencia a lo históricamente existente o a una conciencia absoluta; se trata, más bien, de discernir cuál es el elemento permanente en su movilidad.

El crecimiento de las ciencias - incluídas las ciencias naturales - no se debe a préstamos externos; hay una ruptura entre sensación y opinión recta y ciencia. La experiencia, lejos de ser una inserción es, por el contrario, la incorporación del mundo al universo científico.

wittgenstein

Cavaillès conocía bien el *Tractatus* de Wittgenstein y los trabajos de Carnap y Neurath. En su reporte *"L'école de Vienne au congrès de Prague"* escribía:

Para hablar de Wittgenstein se deben distinguir, ante todo, maneras de leerlo.

---

[48] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 23.

Wittgenstein mismo inicia el desmembramiento de su trabajo. Es Wittgenstein quien afirma que su trabajo tiene dos partes: la escrita y la no escrita.

Sus lectores van más lejos. Carnap rechaza lo que llama las partes místicas del *Tractatus* (el inicio y el final) para conservar solamente la parte central. Así, el Wittgenstein escrito queda dividido entre un Wittgenstein "central" y un Wittgenstein "periférico". La lectura del Wittgenstein periférico puede, a su vez, ser susceptible de tres modalidades: una, que llamaremos husserliana, que tiene que ver con el "aspecto del mundo", una modalidad "popperiana" que enfatiza la necesidad de una ontología y una tercera, que llamaremos "althusseriana" que encuentra en el Wittgenstein periférico una crítica de la filosofía y de su función. La lectura de Cavaillès, creo, es la del Wittgenstein periférico en su modalidad husserlo-althusseriana.

Cuando Cavaillès habla de Wittgenstein, subraya tres cuestiones:

1) el lenguaje es la imagen del mundo,

2) las proposiciones lógicas carecen de contenido,

3) no hay proposiciones acerca de las proposiciones.

Se ha mostrado (Janik, Lecourt) que la preocupación central de Wittgenstein consistía en elaborar una crítica del lenguaje que fuera capaz de superar la obra de Mauthner. Wittgenstein mismo declara, explícitamente, que este su propósito.

Para realizar esta crítica, Wittgenstein continúa el trabajo de Hertz en física con el instrumental técnico puesto a su disposición por Russell y Frege.

La falla más importante del trabajo de Mauthner era que intentaba establecer los límites del lenguaje mientras que, según Wittgenstein, la crítica del lenguaje debe surgir del lenguaje mismo, de la misma manera que la crítica hertziana de la mecánica surgía de la mecánica misma.

En mi opinión, el propósito de Cavaillès acerca de las matemáticas es similar, está cerca del deseo que hace que toda crítica exterior de las matemáticas sea una crítica inútil. Este es, por lo menos, su propósito en referencia a la teoría de las ciencias: toda crítica externa, desde fuera de las ciencias mismas, carece de interés para la ciencia.

Esto descalifica a ciertos críticos de Cavaillès. En particular a Pierre Raymond según quien Cavaillès fracasa pues fue incapaz de percibir los "acentos idealistas" del problema de los fundamentos; Cavaillès fracasa - continúa

Raymond - porque fue incapaz de desarrollar un "materialismo" sobre la cuestión. Más aún, el proyecto de Cavaillès se mantiene como tal, incapaz de avanzar pues utiliza un lenguaje hegeliano y porque la dialéctica en el trabajo de Cavaillès no es "materialista". En todo caso, la opinión de Raymond pertenece a la filosofía tradicional: se trata de un discurso sobre las matemáticas que hace de las matemáticas algo inteligible "de un sólo golpe". Este propósito, diría Cavaillès, no tiene nada que ver con la historia.

El proyecto de Cavaillès está más cerca del proyecto crítico de Kant: la crítica desde el interior. En consecuencia es fundamental sostener la imposibilidad de unificar, bajo un mismo concepto, la experiencia física y la experiencia matemática:

> "Hay un saber matemático autónomo que se satisface a sí mismo, que exige, en consecuencia, una idea de verdad sin relación a la idea de verdad física ... describir de la misma manera la experiencia matemática sería abusar de una analogía superficial."[49]

Raymond, empero, descalifica el proyecto en los siguientes términos: lo que encontramos en Wittgenstein, Carnap, Popper y Husserl son:

[49] Canguilhem, *Jean Cavaillès*, p. 155.

> "las trampas de la filosofía idealista que flotan un poco por todos lados en estos autores ... pobreza, frecuentemente estupefaciente ... ignorancia prodigiosa ... falta de cuidado en general en relación con la realidad de la filosofía y de sus funciones sociales ... ello no ha impedido, sin embargo, que se difunda este terrorismo del silencio."[50]

Si examinamos la manera en que Cavaillès cita a Wittgenstein, el fracaso no es tan evidente:

> "Con esta conclusión, contra la obra misma, termina el *Tractatus* que empuja la coherencia hasta declarar lógicamente que él mismo no tiene sentido: <<*quien me comprenda, debe desechar la escalera después de haber subido los escalones*>> (6.54)."[51]

Cavaillès se las entiende con el Círculo de Viena a través de Wittgenstein. Es necesario hacer notar, en primer lugar, que el Círculo se apoya en el trabajo de Wittgenstein pero sin aceptar la imposibilidad de formular una sintáxis en términos de proposiciones válidas y sin admitir que todo sistema filosófico se reduce a un sistema de aclaraciones sin sentido. El objetivo de Cavaillès, y luego el de Lecourt, Toulmin y Janik, es de volver a Wittgenstein contra el Círculo.

En consecuencia, Cavaillès discute con Carnap. Se opone, por ejemplo, a la pretensión de que hay tantos

---

50 Raymond, P., *Matérialisme dialectique et logique*, pp. 147-48.
51 Cavaillès, "L'école de Vienne...", p. 141.

lenguajes como sistemas de reglas; usa, para ello, la afirmación de Wittgenstein según la cual, sólo hay un lenguaje. En este caso, Cavaillès dirige su ataque en contra del principio de tolerancia en la sintáxis que permite suponer la existencia de un lenguaje universal al que todo lenguaje puede traducirse.

Usa a Wittgenstein, de nuevo, contra Neurath para quien la tarea filosófica es alcanzar la perfección lógica de la "ciencia unificada" y desarrollar su "lenguaje común". Si, como afirma Cavaillès, la filosofía es un monitor de la ciencia que le ordenaría y dirigiría; si la filosofía, cuando habla, sólo tiene el propósito de dar un nuevo sentido y a las relaciones ya establecidas; si, en fin, la filosofía no cree en la intelegibilidad, el interés original de Wittgenstein ha sido abandonado. Por lo menos, esta concepción de la filosofía es inadmisible desde el punto de vista de Wittgenstein. Basta recordar el prefacio del *Tractatus* que Wittgenstein consideraba (con la conclusión) "la expresión más directa del punto de vista del libro" y que Carnap descalificara como "mística".

Para Cavaillès, Carnap y Neurath han abandonado el aspecto más importante de Wittgenstein: la metafísica de lo inefable.

La proposición de sistematización, de homogeneización y de verificación del conocimiento científico autónomo con los instrumentos que el neopositivismo tiene a su disposición, sin referencia a nada externo, es, por lo menos, dudosa. Parece, reiterativamente, que Wittgenstein anuncia, contra el Círculo, una trascendentalidad, una ontología o un silencio.

El primero ensayo, o por lo menos el primer ensayo serio, para resolver la dicotomía entre ontología trascendental y ontología inmanente es el de Husserl.

husserl

La relación entre Cavaillès y Husserl es extremadamente importante. Cavaillès escribe:

> "es en función de él, un poco en contra de él que intento definirme"[52]

Es sorprendente no encontrar una sola línea acerca de esta relación en el libro de Raymond. Sólo se hace notar que Cavaillès denuncia errores considerables (en cuanto a la noción de nomología) en la *Formale und trazendentale Logik* de Husserl. La posición de Lecourt es, por el contrario, del todo distinta. Lecourt escribe: "Husserl, sobre quien, con precauciones infinitas y reticencias muy serias se apoya el

52 en Ferrières, p. 164.

trabajo de Cavaillès..." y expone el problema con cierta longitud.

Cavaillès recuerda que, para Husserl - como para los estoicos -, las matemáticas son un acto, no una doctrina; las matemáticas son una actividad, no un ente

Más aún, se sabe que Husserl, como Bolzano, está preocupado por la adquisición del a priori y que, en consecuencia, le resulta necesario definir una nueva modalidad de certeza. Con esta intención, propone la noción de evidencia primaria concebida como "la experiencia vivida de la verdad (*Lebenswelt*)" cercana a la noción de Wittgenstein quien reclama el abandono de las actitudes "naturales o *naives*".

Recordemos, sumariamente, algunos de los conceptos centrales de la propuesta de Husserl: la ciencia es una copia de la realidad, es un sistema simbólico que puede tener o no contacto con lo real; así, dos sistemas científicos no pueden ser contradictorios: la ciencia es la construcción de un mundo y no el retorno a un paraíso perdido.

Todas las ciencias se apoyan sobre la evidencia primaria. La búsqueda de tales evidencias (reducción trascendental) es responsable de la intencionalidad de la conciencia. La conciencia es, por tanto, un proyecto.

Ambas, conciencia e intencionalidad, se organizan como una estructura, como una voluntad por construir la vida sobre la base sólida del conocimiento verdadero y no sobre la fragilidad del mito o de la tradición. Esta voluntad debe combatir la *doxa* para avanzar hacia la *episteme*. La conciencia se desplaza de la sustancia a la forma.

Esta estructura es, además, anterior a toda experiencia y es a partir de ella que se establecen las condiciones de posibilidad de la ciencia: la ciencia no se erige sobre su objeto de la misma manera en que no reposa sobre los mecanismos psicológicos de su sujeto. Husserl introduce un nuevo nivel, el de la "idealidad". Aquí es la lógica. Esta idealidad sigue una doble orientación: por un lado, se consagra al análisis formal que culmina en una *mathesis universalis* y, por el otro, revela que todo conocimiento es el trabajo de una conciencia constituyente.

La mayoría de las referencias de Cavaillès a Husserl provienen de *Formale und trazendentale Logik* (1929). Sin embargo, cuando Cavaillès propone el dilema entre lógica absoluta y lógica trascendental, añade:

> "Puede ser que investigaciones fenomenológicas ulteriores permitan discutir un dilema planteado de manera tan brutal."[53]

Derrida, por su parte, muestra que es a ello a lo que Husserl dedica su *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*[54]. Este texto fue escrito en 1936 y fue publicado en la *Revue Internationale de Philosophie* en 1939[55] y parece haber sido pensado como un apéndice a *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die tranzendentale Phänomenologie*.

Para Husserl, la geometría era, ante todo, un proyecto posteriormente realizado. Como en otros ámbitos, la geometría no está presente, por primera vez, sino en la evidencia de su presencia en acto. Por otra parte, es claro que el sentido total de la geometría no puede estar presente, jamás, como proyecto: era necesario una formación más primitiva del sentido que apareciera en la evidencia de su realización.

Ahora bien, esta evidencia de la cosa o del hecho sólo es "contemplada de manera lejana e inadecuada" en el proyecto. En la evidencia, la cosa o el hecho "nos es presente en sí mismo"[56]; en la evidencia se tiene "la

[53] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 65.
[54] Derrida, *Introduction à l'Origine de la géométrie d'Edmund Husserl*, PUF, 1962.
[55] vol. I, no. 2.
[56] Husserl, *Meditaciones cartesianas*, 4.

experiencia de un ser y de su manera de ser"[57]. Más aún, en la evidencia, se toma lo que es con la conciencia de su *Selbst da* originario ("en carne y hueso"[58]). Lo originario (*originaliter*) no es sino esta realización del proyecto, esta evidencia.

En este punto, Husserl se plantea un primer problema: este proceso tiene lugar solamente en el sujeto y todo sentido yace exclusivamente en su espacio mental. Pero la existencia geométrica no es una existencia psíquica sino objetiva: es una objetividad ideal: el teorema de Pitágoras, por ejemplo, no existe más que una sola vez, al margen del lenguaje en que se le exprese; es el mismo siempre, en todo lenguaje; es un objeto ideal (*ideale Gegenständlichkeit*).

En segundo lugar, las idealidades matemáticas no son idealidades del lenguaje. Estas no son la expresión de la verdad geométrica. En cuanto se afirma algo, se puede distinguir entre lo que es temático (ahí en donde algo se expresa) y la afirmación misma que no puede serlo jamás. En geometría lo temático son los objetos ideales que pueden distinguirse de los objetos que surgen en el lenguaje.

El problema tiene que ver, por lo tanto, con los objetos ideales, temáticos en geometría: ¿cómo llegan, a partir de su origen intrasubjetivo a su objetividad ideal?.

57 *Meditaciones cartesianas*, 5.
58 *Meditaciones cartesianas*, 4.

De manera inmediata podemos ver que esto se alcanza en el lenguaje; pero ¿cómo puede estar presente un objeto geométrico en tanto que concepto comprensible y válido en su expresión lingüística?, ¿cómo puede ser discurso geométrico, proposición geométrica, válida para siempre en su sentido geométrico?

La solución husserliana consiste en afirmar que la "estructura interior" del "primer geómetra" puede expresarse, que es algo psíquico que puede comunicarse, que es *eo ipso* objetiva si se considera el papel de la empatía y si se considera que la humanidad no es sino una comunidad de empatía y lenguaje: es en el intercambio lingüístico que las producciones originales de un sujeto pueden ser comprendidas por los otros de manera activa. En la unidad de la comunidad comunicativa, la producción repetida de una estructura la transforma en objeto de la conciencia como estructura común a todos. Esto es la que marca como una existencia persistente.

Lo anterior se explica por la expresión lingüística escrita que hace de la comunicación activa una comunicación virtual y que forma un "sedimento" con la estructura geométrica: la evidencia original puede ser reactivada, incluso en forma pasiva.

Esta génesis pasiva - en oposición a la génesis activa en donde "los actos del yo ... se anudan en síntesis múltiples de la actividad específica y, sobre la base de objetos dados, constituyen de manera original objetos nuevos"[59] - está guiada por el principio universal de la asociación[60] a partir del que el sujeto es víctima de la seducción del lenguaje. Es por ello que es necesario detener el libre juego de las construcciones asociativas por medio del establecimiento de la univocidad de la expresión lingüística.

Esta reactivación, sin embargo, no es necesaria para la geometría: de hecho, si lo fuera, la geometría no sería posible. ¿Cómo es, entonces, posible la geometría?

La esencia de la ciencia, para Husserl implica "la unidad de los fundamentos..."[61] El hecho de que tales fundamentos sean necesarios es la condición de posibilidad de las ciencias y, en consecuencia, de una teoría de las ciencias.

Todas las fundamentaciones tienen una "forma" común que hace posibles las ciencias y la teoría de las ciencias, es decir, de una lógica.

---

59 *Meditaciones cartesianas*, 38.
60 *Meditaciones cartesianas*, 39.
61 *Logische untersuchungen, prolegómenos*, 6.

Esta lógica es una ciencia normativa y "renuncia al método comparativo de la ciencia histórica para intentar comprender a las ciencias como productos concretos de culturas de épocas diferentes..."[62]

Acerca de la cuestión de la posibilidad de la geometría, es necesario introducir una consideración lógica como ley fundamental: si los principios pueden ser reactivados, sus consecuencias también:

> "Sólo en la medida en que esta condición se satisfaga, o solamente cuando la posibilidad de esta satisfacción esté perfecta y eternamente garantizada, la geometría puede conservar su sentido original como ciencia deductiva a través de la progresión de construcciones lógicas. En otros términos, solamente en este caso sería posible para todo geómetra llevar a la evidencia mediata el sentido de cada frase, no solamente como sentido proposicional sedimentado sino también como sentido actual, su sentido verdadero."[63]

Ello conlleva, sin embargo, el peligro de abandonar la vida de una ciencia a la actividad lógica: las estructuras lógicas se elevan a tal altura que un retorno al sentido original no es posible y, entonces, se sustituye ésta última por la utilidad práctica. Otra opción es la historia.

---

62 *op. cit.*, 11.

63 *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*, 376. Se usa la numeración del original en la *Rev. Int. Phil.*, enero 15, 1936.

> "¿Qué tipo de extraña obsesión es esta que trata de llevar la cuestión del origen de la geometría hasta un Tales indescubrible de la geometría, a alguien desconocido, incluso para la leyenda? La geometría está a nuestra disposición en sus proposiciones y sus teorías. Nadie pensaría en llevar el problema epistemológico hasta este supuesto Tales. Los conceptos y las proposiciones disponibles en el presente tienen, en si mismos, su propio sentido..."[64]

La solución de Husserl propone: 1) que la distinción entre la aclaración epistemológica y la histórica es fundamentalmente errónea, 2) que la comprensión de la geometría es la conciencia de su historicidad, 3) que hacer evidente la geometría es la revelación de su tradición histórica. Así, la historia es el "movimiento vital de coexistencia y entrelazamiento de las formaciones originarias y la sedimentación del sentido"[65]: todo lo que es un hecho histórico tiene una estructura interior cargada de sentido; es por esto que el estudio histórico debe ser el de una historia interior que haga abstracción de las circunstancias mágicas o míticas para hundirse en la estructura significativa: la geometría.

Según Derrida, el texto de Husserl, *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem* reúne de manera orgánica dos críticas que habían sido expuestas separadamente: la del objetivismo y la del

---

64 *op. cit.*, 378-379.
65 *op. cit.*, 380.

historicismo (incluso en *Philosophie als strenge Wissenschaft* se presentan separadas; la primera había sido presentada en las *Meditaciones cartesianas*, la segunda en las *Investigaciones lógicas*). En *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*, su reunión crea un nuevo esquema para la historicidad de las objetividades ideales; éstas ya no estarán reguladas por los vínculos de la historia empírica ni por aderezos ideales y ahistóricos: doble rechazo que reencontraremos en Cavaillès: de las teorías empírico-históricas y de los sistemas filosóficos que buscan regir el devenir matemático.

Sin embargo, el objeto matemático de Husserl siempre se ve reducido a un ser-objeto para una conciencia pura.

Esta reducción no es una reducción a la psicología, esto sería absurdo. En segundo lugar, Husserl introduce la apofántica.

La apofántica se divide en tres ramas:

1) La que estudia las formas, es decir la descripción de toda arquitectura y estructura del juicio.

2) La analítica de la no-contradicción ligada a la inclusión, la exclusión y la indiferencia entre juicios.

3) La teoría de sistemas o teoría de las teorías.

En la apofántica formal, según Cavaillès, "lo que se persigue no es el objeto sino el juicio sobre el objeto y como no se trata de cuestionar nada más que su estructura, nada demuestra que se alcance otra cosa que las condiciones extrínsecas de expresión o, por lo menos, pensamientos que no determinan nada excepto lo accidental en su actualización en una conciencia..."[66] En otras palabras, la apofántica pertenece propiamente al campo de la noética.

Para el examen del objeto mismo, se introduce una ontología espontánea: la *mathesis universalis*.

Ahora bien, no debe confundirse, según Husserl, el contenido juzgado de un juicio con la materia que se juzga[67]. El punto de partida es el juicio definido tal como lo tenemos en la experiencia: se le toma exactamente del modo en que se tiene su experiencia. Sin embargo, desde el punto de vista de la lógica formal, la identidad de juicio tiene un horizonte más vasto: dos juicios pueden ser noemáticamente diferentes pero comparten el mismo núcleo de

---

66 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 48.
67 *Ideen*, 94.

sentido lo que, en el tratamiento lógico-formal, es determinante.

La separación entre apofántica y *mathesis* no oculta, empero, su solidaridad. Esta se establece en la *Sachverhalt:* la *Satz* encuentra su justificación en una relación anterior y exterior que expresa y que busca en otro sitio. El primado *del Sachverhalt*, es el primado del objeto pues "la fenomenología no nos ha hecho perder al mundo como objeto fenomenológico"[68]. Las determinaciones de este objeto en general, como "guía trascendental" son objeto de la ontología formal[69] que, así, posee un contenido equivalente al de la apofántica pues todo objeto y todas sus determinaciones se expresan en los juicios. Así, Husserl resuelve "el problema planteado por la doctrina de la ciencia sin sacrificar la visión de los objetos cuyo ser se supone independientemente de que se le alcance o la autonomía de los encadenamientos racionales"[70]. De paso, se mantiene y reestablece la autoridad de la lógica sobre la física: "Conocer no tiene más que un significado: alcanzar el mundo real"[71].

La matemática se escinde: como matemática aplicada es física; como matemática formal es lógica. Pero su aplicación al mundo predomina.

68 *Meditaciones cartesianas*, 15.
69 *Meditaciones cartesianas*, 21.
70 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 52.
71 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 53.

La matemática, por supuesto, como lógica formal o como *mathesis universalis* puede siempre olvidar sus relaciones con el mundo; "pero es necesario que éste sea alcanzado efectivamente para que exista saber"[72]. Sin embargo, entre la evidencia racional de la lógica y la evidencia sensible de la percepción histórica, no puede haber heterogeneidad: "son una y otra luz plena de la misma conciencia ... el papel, aquí, del análisis trascendental es reconocer la diversidades auténticas y establecer sus relaciones."[73]

> "Solamente ahora puede examinarse ... el problema de la naturaleza alcanzada y definida por la ciencia..."[74]

En este punto, el proyecto husserliano anuda dos grandes temas: el del empirismo lógico y el de una filosofía de la conciencia.

En efecto, de un lado, los objetos están adheridos a la subjetividad trascendental:

> "La existencia de un mundo, fundado sobre la evidencia de la experiencia natural no puede ser, para nosotros, un hecho que va de sí..."[75]

72 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 55.
73 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 57.
74 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 59.
75 *Meditaciones cartesianas*, 7.

Carecemos de ciencia y carecemos de un mundo que exista. El mundo es para mi solamente "fenómeno de existencia" (*Seinsphänomen*) y en esta medida, no es nada. De hecho, es el fenómeno mismo el que permite tomar esta decisión. Me abstengo, en consecuencia, de toda creencia empírica y el mundo empírico no vale nada para mi. Esta abstención es, *ya*, acto:

> "el mundo que se percibe en esta vida reflexiva está, en cierto sentido, siempre ahí, para mi; ... pero en la actitud reflexiva que me es propia en tanto que filósofo, no efectúo más el acto de creencia existencial de la experiencia natural; no admita más esta creencia como válida ..."[76]

Pero esta εποχη no me coloca delante de la pura nada.

> "La conciencia, como decía Cavaillès, es la totalidad del ser."[77]

> "Todo lo que es <mundo>, escribía Husserl, todo ser, existe para si..."[78]

Pero, por otra parte, "todo estado de conciencia en general, es, en sí mismo, conciencia de algo ... todo estado de conciencia <apunta> hacia alguna cosa"[79]. De hecho, la génesis activa, "los actos del yo ... se anudan en síntesis múltiples de la actividad específica y, sobre la base de

76 *Meditaciones cartesianas*, 8.
77 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 56.
78 *Meditaciones cartesianas*, 8.
79 *Meditaciones cartesianas*, 14.

objetos dados, constituyen, de manera original, objetos nuevos."[80]

La cuestión, por lo tanto, se transforma en una cuestión histórica ("la evidencia sensible de la percepción histórica"): "Estamos, por lo tanto, en el horizonte histórico, en el cual todo es histórico, ... aquí, nos vemos llevados a la materia prima de la primera formación del sentido, a las primeras premisas, por asi llamarlas, que yacen en un mundo cultural precientífico."[81]

De aquí se desprenden dos problemas mayores:

1. En la medida en que la experiencia es el terreno universal de toda acción de juzgar. Reaparece la necesidad de una estética trascendental y, con ella, el problema de la diferencia entre la construcción a partir de la intuición y la construcción para la intuición:

> "Los conceptos geométricos son conceptos <ideales>, expresan algo que no se puede <ver>; su origen e incluso su contenido es esencialmente distinto del de los conceptos descriptivos como aquellos que expresan la naturaleza esencial de las cosas a partir de la simple intuición."[82]

---

[80] *Meditaciones cartesianas*, 38.
[81] *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*, p. 378.
[82] *Ideen*, 74.

> "La fenomenología trascendental, como ciencia descriptiva del Ser Esencial pertenece, de hecho, a una clase de ciencia eidética totalmente distinta de aquella a la que pertenecen las ciencias matemáticas."[83]

2. En la misma medida, y por la misma razón, la analítica universal es irremediablemente insuficiente. Estamos ante la "superioridad de las doctrinas <materiales> de la ciencia sobre la doctrina formal." Retorno a Kant, esta vez a la necesidad de una dialéctica trascendental.

Para superar ambos problemas, Husserl introduce la nomología que caracteriza las teorías axiomatizadas de la matemática y de la física matemática:

> "Si los sistemas son nomológicos, el cálculo con los conceptos imaginarios no puede conducir a contradicciones."[84]

La condición es satisfecha siempre en las teorías saturadas: aquí, una proposición siempre es o demostrable o refutable:

> "Toda proposición construída a partir de conceptos axiomáticos y siguiendo una forma lógica arbitraria es una implicación formal de los axiomas o es formalmente derivable de los axiomas como contradictoria con lo que los axiomas implican, es decir, es formalmente contradictoria con los axiomas."[85]

---

[83] *op. cit.*, 75.
[84] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 70.
[85] *Ideen*, 72.

Sin embargo, las matemáticas mismas, Gödel ante todo, mostrarán que este ideal nomológico no puede ser sostenido. Sólo teorías "pequeñas" (Herbrand, Gödel), "es decir teorías que podríamos llamar quasi-finitas", pueden ser nomológicas, "pero con el infinito empieza la verdadera matemática".[86]

El análisis nomológico se encuentra, entonces, con dos problemas sin salida:

1) "la noción misma de teoría dominable y aislable no puede mantenerse".[87]

2) "ni la lógica objetiva ..., ni la lógica subjetiva, pueden dar cuenta ni del progreso efectivo ni de las estructuras o entidades que lo constituyen."[88]

> "El análisis fenomenológico no podrá, jamás, moverse fuera del mundo de los actos, de ahí, concluye Cavaillès, la importancia de las investigaciones históricas."[89]

Siempre en términos de Husserl - un poco en su contra -, Cavaillès había elaborado en *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*, algunas ideas relativas a la historia.

[86] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 73.
[87] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 72.
[88] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 74.
[89] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 76.

En 1938, escribe:

> "La historia matemática parece ser, de todas las historias, la menos vinculada con aquello que vehicula. Si hay vínculo es *a parte post* y sirve solamente para la curiosidad, no para la inteligencia del resultado: lo posterior explica lo anterior. El matemático no tiene necesidad de conocer el pasado..."[90]

Husserl, por su parte, desde 1911, decía:

> "Ciertamente, los matemáticos no se vuelven hacia la ciencia histórica para aprender la verdad de las teorías matemáticas. No se les ocurre relacionar el desarrollo histórico de las representaciones matemáticas con la cuestión de la verdad."[91]

Y alcanzaba conclusiones radicales:

> "las causas históricas producen efectos históricos. El deseo, de probar, de refutar las ideas sobre la base de los hechos es absurdo..."[92]

Y concluye:

> "la norma de las matemáticas yace en las matemáticas, la de la lógica en la lógica..."[93]

La actitud de Husserl frente a la historia es, por aquel entonces, negativa. Había un desarrollo teleológico

---

90 *Philosophie mathématique*, pp. 27-28.
91 *Philosophie als strenge Wissenschaft*, 126.
92 *loc. cit.*
93 *op. cit.*, 129.

hacia la filosofía científica; para llegar a esta, el pensamiento atraviesa por etapas inferiores, pero el progreso es un hecho. Incluso, en la cuarta meditación, la historia se concibe como en lugar en donde se constituye en *ego*[94], es decir, la historia es una génesis del sujeto, no del objeto. En todo caso, Dilthay acusa a Husserl de ser absolutista, o, más bien, de ser platónico y de buscar esencias primeras.

Desde 1911, Husserl se aboca a una crítica doble: por un lado, contra el naturalismo y el psicologismo; del otro, contra el historicismo. Los puntos de vista de Husserl son retomados por Cavaillès, por ejemplo, contra el psicologismo: "Recurrir a la psicología ... sería ... absurdo"[95]; luego contra la idea de un "espíritu" responsable de toda creación: "lo arbitrario individual o el estilo de un medio no son suficientes para explicar"[96]. Para Cavaillès, como para Husserl, "hay una objetividad, fundamentada matemáticamente, del devenir matemático".[97]

Ambos, empero, creen que la historia es necesaria. Y llegan al mismo punto: Cavaillès en *Sur la logique et la théorie de la science* y Husserl en *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*:

---

94 *Meditaciones cartesianas*, 37.
95 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 1.
96 *Philosophie mathématique*, p. 28.
97 *loc. cit.*

"De ahí la importancia de las investigaciones históricas" concluye el primero[98]; "por todas partes, los problemas, las investigaciones iluminantes y las miradas interiores sobre los principios, son históricas" dice Husserl[99].

Para Cavaillès, "la historia es reveladora del sentido auténtico"[100]; nos permite reencontrar los vínculos perdidos, "identificar, como tales, en primer lugar, los automatismos y sedimentaciones, reviviéndolos en seguida para sumergirlos en la actualidad conciente". Esta posición, ya se ha visto, no difiere en punto alguno de la de Husserl:

> "El progreso de una deducción se sigue de la evidencia lógico-formal, pero sin el desarrollo actual de la capacidad de reactivar los actos originales contenidos en los conceptos fundamentales ... la geometría no sería más que una tradición sin sentido..."[101]

Hasta aquí, el proyecto de Cavaillès se confunde con el de Husserl. Pero la fenomenología, por un lado no puede ir más allá del acto y, por el otro, toma a la presencia como autoridad suprema. Es una "abdicación del pensamiento."[102]

---

98 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 76.
99 *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*, p. 378.
100 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 76.
101 *Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem*, p. 169.
102 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 77.

La historia fenomenológica es el retorno mítico al pasado. Aquí, otra vez, lo que era la crítica de Husserl contra Kant, es la crítica contra Husserl.

> "Podemos estar de acuerdo con los puntos más relevantes (en Kant) pero solamente con precaución. Por ejemplo, no aceptaremos los conceptos confusos y míticos en que Kant encuentra tanto placer..."[103]

La historia de las ciencias, para Cavaillès, no es el efecto de una sedimentación reactivable ni tampoco progreso por

> "aumento de volumen, por yuxtaposición en donde lo anterior subsista con lo nuevo sino revisión perpetua de los contenidos por profundización y tachadura."[104]

En Husserl, la esencia de las matemáticas es un misterio, se encuentra en otro sitio, en el origen de la ciencia de la naturaleza[105].

Por otra parte, la constitución del mundo objetivo se alcanza en la intersubjetividad; el mundo estaría constituído por todo el mundo. La solución a la existencia del otro, para mi, es el problema de la *Einfühlung* que nos conduce al acto de εποχη que provee la experiencia de lo real y de los otros. No se trata de la necesidad generadora:

---

103 *Logische untersuchungen*, prolegómenos, 58.
104 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 78.
105 prefacio a la edición inglesa de *Ideen*.

> "No hay conciencia generadora de sus productos ... es, cada vez, en lo inmediato de la idea, perdido en ella y perdiéndose con ella, ligándose a otras conciencias por los lazos internos de las ideas a las que pertenece."[106]

La necesidad generadora, concluye, es la necesidad de una dialéctica.

[106] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 78.

El concepto de estructura

Hasta este punto, Cavaillès nos ha colocado ante una multitud de opciones: lógica o historia; en lógica, canon u organon; en historia, contingencia o necesidad. Por otra parte, siempre en contra de la alternativa entre lógica objetiva y lógica subjetiva, nos ha llevado a cuestionar el mundo: ¿es una imagen lógica - como para Wittgenstein - o una construcción matemática al estilo de Husserl?

En una primera aproximación, lo que encontramos es una tentativa por cumplir una "voluntad de sentido". Parecería que, tras el fracaso en la búsqueda de un concepto que fuera la síntesis de la experiencia matemática y la experiencia física, tras el fracaso por alcanzar un concepto de lógica formal, etc. Cavaillès intentará llenar esta laguna conceptual con la noción de sentido.

Si este fuera el caso, la filosofía, para Cavaillès, apuntaría hacia la comprensión, "de un sólo golpe". Mi intención, y por ello las referencias a Wittgenstein, es que Cavaillès, por el contrario, apunta hacia una filosofía de la disolución.

A primera vista, el concepto de estructura ofrece, de nuevo, un criterio para la unidad de las disciplinas matemáticas; esta unidad no es, empero, homogeneidad o uniformidad. Por el contrario, revelará zonas de singularidad. Simultáneamente, no presentará encadenamientos uniformes sino que los mostrará en grupos dentro de los cuales se establecen diferentes tipos de unidades. Así, tenemos que tratar con un proceso doble: longitudinal o coextensivo (paradigmático) y vertical o temático.

El paradigma, dice Cavaillès, es la característica de la actualización; es el caso en el que cierta relación se afirma en una situación singular para suprimirla después (la teoría de Galois es un claro ejemplo: Galois trabaja con las permutaciones de las raíces de una ecuación algebráica. El número de permutaciones posibles está estrechamente ligado al número de raíces. Es una relación que aparece en una situación singular. Rápidamente, Galois descubre, de manera "accidental", la noción de grupo que dan fin a lo singular y actualiza su capacidad para introducirse en dominios inesperados, tal como Klein lo muestra en el programa de Erlangen).

La tematización (eje vertical) toma al vínculo como punto de partida para encontrar el sentido. De esta manera, en particular, se engendran los sistemas formales.

Para llegar a estas conclusiones, es necesario examinar la noción de sentido propuesta por Cavaillès.

En el eje paradigmático, el sentido requiere de un acto. En el eje temático, el acto necesita un sentido.

Podemos distinguir, por ello, entre sentido demandante y sentido demandado. Al mismo tiempo, esto distingue dos modalidades de acción: una que conduce a un sentido (acto operante) y una que es requerida por un sentido (acto operado)

El ejemplo que da Cavaillès es ilustrativo: el acto puede ser la adición. Sobre un eje, es indiferente que la adición sea entre números, letras o vectores. Implica multiplicación, sustracción, números negativos, etc.

Sobre el otro eje, la adición implica asociatividad, conmutatividad y, en general, la estructura de grupo. Más aún, encontramos que el segundo movimiento fundamenta al primero.

El sentido demandado se transforma, además, en sentido demandante de un acto nuevo.

En *Sur la logique et la théorie de la science*, Cavaillès va más allá. Aparentemente, lo que parece excluir es lo arbitrario en el eje paradigmático que debiera dar paso a la formalización. El propósito es construir el sistema de todos los formalismos posibles en donde estén incluídas todas las demostraciones formalizables y una lógica que sea la totalidad de las sintáxis en que todo sistema formal pudiese ser enunciado. A partir de este punto de vista, Cavaillès tiene razón cuando cita a Carnap: "En lógica no hay canon sino la posibilidad ilimitada de elección entre los cánones"[107]. Como hemos visto, Cavaillès no está de acuerdo, en modo alguno, con esto. Los problemas que muestra son los siguientes:

1) El problema de la formalización sintáctica que conduce al problema de la construcción de un sistema que sirva de base para toda sintáxis. Carnap, dice Cavaillès, "parece perderse en el vacío de una abstracción radical ... los caminos previstos de antemano, por donde debiera comprometerse la ciencia posterior permanecen desiertos ... Abstraer de esta manera no es fijar la esencia sino detenerse."[108]

[107] in *Sur la logique et la théorie de la science*, pp. 33-34.
[108] *Sur la logique et la théorie de la science*, pp. 35-36.

2) El segundo problema es el de la semántica que reclama una definición de los objetos mismos. De nuevo Carnap enfrenta el problema haciendo la distinción entre sintáxis lógica y sintáxis descriptiva. Sobre esta cuestión, la de la descripción, lo que está en juego es la noción misma de sistema formal completo.

Si el problema fuera el de los sistemas formales incompletos, la solución daría un sistema definido desde el exterior. Es decir, el sentido demandante se encontraría en otro sitio. Este sitio sería un universo *ex-nihilo* que sería, al mismo tiempo, inteligible y simbólico.

Esto, por supuesto, es imposible porque los símbolos requieren de una referencia (un sentido) y, así, una regresión infinita es esencial. Esta regresión nos conduciría más allá de las matemáticas para llevarnos al terreno de toda actividad racional posible. El problema de la descripción queda sin resolverse porque el símbolo es ya un acto; la actividad era, ya, matemática.

Incluso si fuera cierto que la teoría de la ciencia es más clara a través del formalismo, la ciencia no se constituye a partir del formalismo. Surge así el problema del mundo físico y su accidentalidad.

EL CICLO KANTIANO

La obra de Cavaillès es cíclica. *Sur la logique et la théorie de la science* se inicia con una referencia a Kant[1] y termina con la frase:

> "la necesidad generadora no es la de una actividad sino la de una dialéctica."[2]

Los comentaristas de Cavaillès - pocos, por otra parte - han querido encontrar aquí, de manera positiva, un retorno a Spinoza (Granger) o a Husserl (Derrida); de manera negativa, Raymond y los comentaristas de *La Pensée*, sostienen que se trata de una dialéctica no-materialista. El carácter de esta dialéctica que Cavaillès no hace sino indicar ha sido siempre problemático. Vamos a intentar dar una respuesta al problema.

En otros textos, Cavaillès habla de un ciclo kantiano que terminaría con los trabajos de Gödel o, de manera más dramática, con los de Herbrand.

¿En qué consiste el ciclo kantiana de Cavaillès?

Ante todo, enfatizamos el adjetivo "kantiano". Que el ciclo sea concebido como *Zeitgeist* o como "paradigma", como "ideología científica" o como "*episteme*", no tiene

[1] El texto de Cavaillès *Sur la logique et la théorie de la science*, se inicia con la frase siguiente: "Recurrir a la psicología, dice el *Curso de lógica* de Kant,...", p.1
[2] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 78.

importancia; en todo caso hay que preguntarse, cada vez, cuál es la relación con Kant.

En general, se puede mostrar que hay una toma de partido en torno a Kant: para aceptarlo o para rechazarlo explícitamente. Lo que no encontramos es una posición de indiferencia. Me parece que la toma de posición frente a Kant es, de un modo u otro, obligatoria (lo que no es el caso, por ejemplo, para Hegel).

El eje o punto central de esta toma de posición es la proposición de Kant sobre la objetividad.

a) en la primera edición de la *Crítica de la razón pura*, Kant había tomado partido por el idealismo trascendental. En esta óptica, los objetos exteriores son apariencias y, por ello, no son sino una especie de *mi* representación y en ella los objetos son parte de la realidad sólo por y en esta representación. Fuera de ella no son nada.[3]

b) La interrogación sobre la constitución de un objeto inmanente carece de sentido pues no hay un objeto dado que le corresponda. La interrogación sobre la constitución de algo que pueda ser pensado por algún

---

[3] *Crítica de la razón pura*, A370.

pensamiento y a lo que no pueda atribuírse ningún predicado es una pregunta vacía.[4]

c) Dos mecanismos nos permitirían alcanzar el conocimiento del objeto: en primer lugar, la *intuición* en donde estaría dado; en segundo lugar, el *concepto* en donde se piensa al objeto como lo que corresponde a la intuición. La primera condición se encuentra *a priori* en el pensamiento como el espacio formal de los objetos.

Los conceptos a priori, por su parte, son condición previa, única, a partir de la cual algo puede ser pensado como objeto. El conocimiento empírico debe conformarse, necesariamente, con conceptos pues es la única manera en que el objeto de la experiencia es posible. Es aquí que encontramos la validez de las categorías a priori.[5]

Por último debemos hacer abstracción de todo objeto o, si los admitimos, es necesario que el objeto sea pensado en las condiciones de la intuición.

[4] *Crítica de la razón pura,* A497, B507.
[5] *Crítica de la razón pura,* A93, B125-126.

El ciclo del infinito

Es a partir de esta idea que podrá describirse el primer eslabón del ciclo kantiano y de la obra de Cavaillès: el ciclo del infinito tratado en *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles.*

El problema es ubicado por Kant y, a partir de esta "situación", el eslabón se recorre para cerrarse sobre sí mismo en la obra de Hilbert: el infinito no puede ser pensado "en las condiciones de la intuición sensible", es necesario hacer abstracción de todo objeto: debe pensarse *matemáticamente.*

El ciclo tiene como punto de partida las antinomias sobre la infinitud del cosmos y sobre la divisibilidad infinita. Kant resuelve la cuestión distinguiendo *infinitum* de *indefinitum*, este último sin papel alguno en el problema matemático.

Cavaillès inicia la descripción del ciclo con los trabajos de Bolzano y continua con Dedekind, Weierstrass y Cantor. Luego plantea el problema de las series trigonométricas para llegar a lo que llama "la creación cantoriana". A partir de ahí, habla de la axiomatización.

Según Cavaillès, es en Bolzano en quien encontramos las nociones fundamentales de conjunto y de correspondencia biunívoca así como los elementos de una aritmética de conjuntos y el intento por definir, en abstracto, al continuo.

Cavaillès nos recuerda la definición de Bolzano:

> "un cierto sistema (*Inbegriff*) de cosas es una totalidad consistente en ciertas partes ... un sistema en el que el orden de las partes es indiferente se llama conjunto."[6]

Por otra parte, Bolzano afirma que un conjunto es *infinito* si puede ser puesto en correspondencia biunívoca con alguna de sus partes propias. Esta propiedad es una de las *Paradoxen des Unendlichen* y es la que Dedekind toma como definición.

Bolzano nos ofrece[7] los siguientes ejemplos de conjuntos infinitos: la sucesión de estados futuros y el conjunto de los estados pasados. *Construye*, además, un conjunto infinito: el de las proposiciones verdaderas.

---

[6] En *Philosophie mathématique*, p. 67. En *Wissenschaftlehre* (82), Bolzano define *Inbegriff* como "algo que tiene una composición"; *Mengel* es un *Inbegriff* en el que la conexión no se especifica (84). La nomenclatura, por otro lado, es confusa hasta el siglo XX.

[7] *Wissenschaftlehre*, 87.

> "Todas las proposiciones son falsas" no puede ser una proposición falsa. Si lo fuera, habría, al menos, una proposición que *no* es falsa. Si no lo es, tenemos una "verdad en sí" (digamos "A es B"), hay, además, una infinidad: "Solamente <<A es B>> es verdadera". O bien esta proposición es verdadera (y ya tenemos una segunda verdad) o es falsa. Es decir, la proposición "Hay al menos una proposición verdadera que no es <<A es B>>" es verdadera. Se sigue que hay una infinidad de verdades.[8]

1) Este conjunto es ajeno a las matemáticas.

2) La referencia a estos ejemplos nos hace perder la ruta.

3) Por lo que se refiere al continuo, la introducción de una métrica, en lugar de hablar de un orden, engendra el mismo tipo de problemas que el llamado kantiano a la intuición geométrica.

Los esfuerzos de Bolzano para escapar a los argumentos espaciales de Kant le obligan a dar ejemplos como el anterior.

Lo que es determinante, sin embargo, es el esfuerzo por abandonar la intuición kantiana.

---

[8] *Wissenschaftlehre,* 31, 32.

En esta dirección, se pueden establecer tres puntos de discrepancia entre Bolzano y Kant:

1) la lógica. Según Bolzano, la definición kantiana de lógica hace de esta la ciencia del pensamiento. Cita la *Logik* de Kant:

> "La ciencia de las leyes necesarias del entendimiento y de la razón en general o del pensamiento mismo es la lógica."

Para Bolzano es una definición demasiado extensa[9]. Para Bolzano, lo consecuente sería añadir que se trata de leyes absolutas del pensamiento; pero, entonces, la lógica es capítulo de la ética pues se trataría de leyes con validez absoluta. Si, por el contrario, se admiten leyes que surgen desde un propósito definido y, si este propósito es alcanzar la verdad, la definición se acerca más a Bolzano pero ya se alejó demasiado de Kant.

En otras palabras, la lógica trata de las leyes de exposición científica. En este caso, la lógica no diría cómo encontrar la verdad. Esta es una limitación necesaria.

Por otro lado, esta manera de definir la lógica no toma en cuanta el aspecto subjetivo, por tanto empírico, de

[9] La definición de Bolzano afirma que la lógica es la ciencia que trata de la división en dominios de todas las verdades en partes apropiadas, esto de las reglas para la composición de los tratados respectivos, *cf.* *Wissenschaftlehre*, 13.

la ciencia del pensamiento. Esto nos remite siempre a una génesis que no es necesaria.

Bolzano se opone, también, a la pretensión kantiana según la cual la lógica está formada exclusivamente de juicios analíticos. Hay, según Bolzano, juicios sintéticos en la lógica (si "A es B" y "B es C" son juicios, incluso analíticos, "A es C" es sintético[10]). Más aún, la doctrina de los juicios analíticos de Kant no puede ser aceptable: Para afirmar que "A que es B, es A" es necesario que la idea "A que es B" tenga una referencia (Para Bolzano no existen ideas sin referencia; como siempre, da un ejemplo simple: la idea "nada" no representa ninguna cosa).

2) La **definición y la construcción**. Para Kant, ciertas intuiciones a priori eran juicios sintéticos a priori. Para Bolzano, no hay diferencias entre los esquemas puros y las definiciones genéticas.

Si el esquema del círculo no es más que la idea del método para dar un objeto al concepto de círculo, el esquema no es más que la idea en la que el círculo es generado, i.e. la definición de círculo es una definición genética.[11]

Estos esquemas o construcciones, de donde Kant extraía la diferencia esencial entre matemáticas y

---

[10] *Wissenschaftlehre*, 148 y 315.

[11] *Wissenschaftlehre*, 305.

metafísica "no son, en modo alguno, indispensables".[12] Bolzano sostendría, además, que lo que, según Kant es solamente el efecto de la intuición pura, no es sino el testimonio de los sentidos. Los matemáticos no han tenido éxito en la empresa por definir sus conceptos más generales y fundamentales. Empero, el geómetra debe ser capaz de llegar a resultados partiendo, solamente de conceptos.

3) **El infinito.** Ante todo, Bolzano ataca la demostración lógica de Kant cuya conclusión es que el mundo tiene un origen (tesis de la primera antinomia). Kant habría procedido por contradicción: si se supone que el mundo no tiene un principio, en cada momento dado, habría habido una serie infinita de estados anteriores; la síntesis no es posible y, por lo tanto, el mundo tiene un comienzo. Bolzano dice que el argumento es falso[13]: la infinitud no tiene nada que ver con el hecho de que la síntesis no sea temporalmente posible.

"El concepto de tiempo, dice, no pertenece, en modo alguno, al concepto de sucesión infinita".[14] Por lo mismo, Kant no se niega a admitir la posibilidad de una sucesión infinita en el futuro. La prueba kantiana de la limitación del mundo en el espacio (segunda parte de la tesis de la primera antinomia) está equivocada en el mismo sentido; por

12 *Wissenschaftlehre,* 305.
13 *Wissenschaftlehre,* 315-17.
14 *loc. cit.*

otra parte, la afirmación kantiana de un mundo constituído por una infinidad de partes, mundo que no puede ser pensado sino a partir de síntesis sucesivas de las partes, no se sostiene pues "pensamos ya en tal mundo desde el momento en que hablamos de él".[15]

En lo que se refiere a la segunda antinomia (tesis), Bolzano distingue entre partes homogéneas y partes heterogéneas. Si se quiere hablar de partes en general, se admite que todo espacio extenso esta formado de *puntos*.

> "Desde que se piensa en una clase (*Inbegriff*) de puntos de naturaleza tal que para cada uno de ellos y para cada distancia, por pequeña que sea, hay en la clase uno o varios puntos que poseen esta distancia, tenemos un verdadero *continuo*."[16]

Dedekind se apoya sobre la idea de que la matemática es la demostración de la potencia creadora del espíritu humano. Recurre, pues, a un artificio análogo: "para alcanzar el carácter categoremático del infinito, hay que mostrar, en el ejemplo de Bolzano, un objeto que no sea una proposición: "mi propio yo". Así, Dedekind regresa al punto de partida de Bolzano, aquel que se apoya sobre la psicología, punto que debe ser abandonado desde la primera línea de Cavaillès.

---

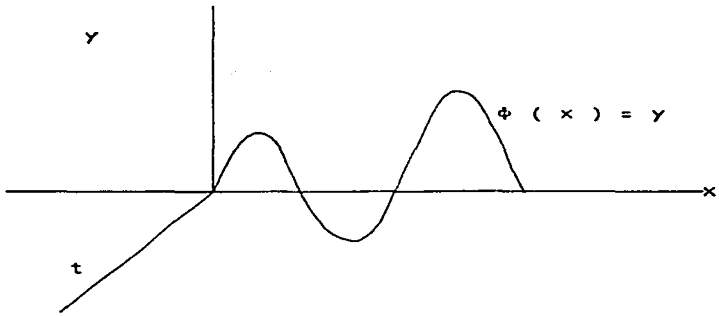
15 *loc. cit.*
16 *loc. cit.*

La matemática misma provee una solución.

Se trata de encontrar una solución al problema de la cuerda vibrante, es decir, a la ecuación

$$\partial^2 y/\partial t^2 = K^2 \partial^2 y/\partial x^2$$

con la condición inicial: si $y=f(x,t)$, $f(x,0)=\Phi(x)$



Si escribimos:

$f(x) = \Sigma^{\infty}_{k=0}(a_K \operatorname{sen} kx + b_K \cos kx)$

tendremos:

$$b_0 = 1/2\pi \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha)\, d\alpha,$$

$$b_k = 1/\pi \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \cos K\alpha\, d\alpha$$

$$a_k = 1/\pi \int_{-\pi}^{\pi} f(\alpha) \operatorname{sen} K\alpha\, d\alpha$$

Dirichlet puede afirmar que la serie es convergente si:

D1) $\Phi(x)$ es finita en el intervalo $(\pi,-\pi)$.

D2) $\Phi(x)$ no tiene más que un número finito de discontinuidades de la primera especie, es decir:

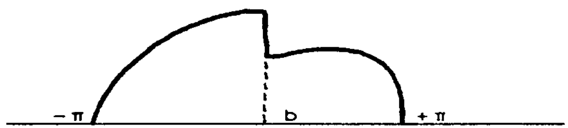
si

$$\lim_{x \to b+} f(x) \text{ es diferente de } \lim_{x \to b-} f(x)$$

D3) $\Phi(x)$ no tiene más que un número finito de máximos y mínimos.

Hacemos notar que:

a) D1, D2 y D3 son condiciones surgidas de la cuerda misma. D2 nos permite una configuración inicial como la que sigue:



b) la noción de infinito interviene de dos maneras: en D2 y D3, se trata de una condición sobre el números de puntos, en D1 se trata de *valores* de la función.

Riemann añade:

D4) $\Phi(b)$ es igual al valor medio de

$\lim_{x \to b+} f(x)$ y de $\lim_{x \to b-} f(x)$

En 1837, Dirichlet sustituye la condición D1 por la condición de Lipschitz:

L1) $\Phi(x)$ puede ser infinita en un conjunto finito.

DuBois Raymond cambia L1) por

DBR1) $\Phi(x)$ puede ser infinita en un conjunto infinito que no sea denso.

Hacemos notar que la "cuerda" ya no tiene restricciones. Lo "real" ha sido abandonado.

Al mismo tiempo, se hace una sustitución similar en D2.

La condición D3 puede suprimirse si la oscilación

$$\omega = | f(x+\delta) - f(x) |$$

es tal que:

$$\lim \omega \lim_{\delta \to 0} \delta = 0$$

Por el lado de Riemann, la cuestión desemboca en el concepto de integral: aquí, "la teoría de conjuntos ... no encuentra, todavía, obligación de aparecer."[17]

Por el lado de Cantor, la cuestión es la de los modos de repartición de los puntos. La diferencia entre dos modos de razonamiento es la clave para la comprensión del edificio futuro. La vía seleccionada por DuBois Raymond fracasa;

> "otros instrumentos propios para la teoría de conjuntos eran necesarios, instrumentos que, justamente en esa época, en un dominio totalmente distinto, Cantor y Dedekind luchan por poner a punto."[18]

Lo que interesa es abandonar lo que se desprende de la intuición de las "cuerdas".

La vía cantoriana reproduce, en cierto sentido, la de Bolzano y Dedekind. Buscando una garantía contra la

---

17 *Philosophie mathématique*, p. 54.
18 *Philosophie mathématique*, p. 65.

arbitrariedad del "poder creador" de Dedekind, Cantor se limita al análisis existente:

> "hasta entonces (verano de 1882) nada fuera de lo normal en el edificio construído; si los resultados son sorprendentes, los métodos empleados son los del análisis ordinario, ningún matemático, por más empirista que fuera, podría encontrar algo que volver a decir."[19]

Al introducir el concepto de conjunto, Bolzano distingue (siguiendo a Kant) entre el infinito impropio (el del análisis: como posibilidad de variación, es decir, el infinito implicado por una proposición como: "para toda K, $f(x)>K$". Decimos que $f(x)=I$) y el infinito propio. El problema de Bolzano era el de saber si, dado un conjunto A, *a* es o no elemento de A:

> "Hemos determinado de la manera más completa el conjunto ... infinito de puntos m y n, tan pronto como determinemos los puntos m y n."[20]

De ahí la posibilidad del infinito actual (se puede mostrar sin conocer, incluso, su modo de generación).

---

19 *Philosophie mathématique*, p. 84.
20 *Philosophie mathématique*, p. 68.

El cálculo del infinito es posible a partir de la idea de correspondencia 1-1 (generalización de la numeración).

Ahora bien, a) en el primer ejemplo de conjunto infinito, la imagen de N es dominante, b) un conjunto es infinito si una parte puede representar al todo, ¿cómo definir la igualdad si el modo de gestación es el mismo?

En relación al continuo, se trata de mostrar un conjunto infinito provisto de un "cierto orden".

> "los objetos puestos de manera tal que cada uno de ellos tenga, dad una distancia arbitrariamente pequeña, una vecindad que pertenezca al sistema (*Inbegriff*)."

Son necesarios los espacios métricos.

Dedekind había definido, para fundar el principio de Dirichlet sin recurrir a la intuición, la noción de "cuerpo" (conjunto abierto), de punto exterior, de punto interior y de punto frontera (todo de manera métrica). Había mostrado que si existe un punto exterior al "cuerpo", hay una infinidad y que también forman un "cuerpo". Por el contrario, el conjunto de puntos frontera no forma un "cuerpo".

La creación cantoriana de 1873 a 1884 estuvo siempre subordinada al análisis. Se pueden distinguir dos etapas: de 1873 a 1887 cuando Cantor descubre las dos potencias y de 1878 a 1884 cuando trabajo sobre el continuo. El primero fue un período de preparación; el resultado consistió en obtener un conjunto más grande que N y que dos especies de "más grande" pueden ser iguales.

> "las matemáticas salen, esta vez, (como quería Kant, S.R.) de lo indefinido, se funda una teoría del infinito."[21]

En 1873, Cantor se pregunta: ¿es posible describir a los números reales como una serie? Inicialmente "se dice no". La pregunta lo lleva a preguntarse si se puede establecer una correspondencia 1-1 entre N y los números racionales. Dedekind muestra que N<->Q y que Z se puede coordinar con los números algebráicos. De ahí la existencia de números trascendentes.

En 1879, Cantor introduce la noción de potencia:

> "Si dos conjuntos bien definidos M y N se dejan coordinar uno con otro, elemento

[21] *Philosophie mathématique*, p. 73.

> por elemento, de manera biunívoca y completa, uso la expresión ... tienen la misma potencia ..."[22]

y una aritmética:

1) Si M, M', M", tienen la misma potencia que N, MUM'UM" tiene la misma potencia.

2) La adición de la potencia de N a la potencia del continuo produce la potencia del continuo.

3) La multiplicación de la potencia del continuo por ella misma produce la potencia del continuo.

El problema es, entonces, pasar de lo numerable al continuo.

A partir de las ideas surgidas de su trabajo sobre series trigonométricas, la operación central es la de derivación. Es a partir de esta idea que surgen los números transfinitos y los conjuntos cerrados y perfectos (P=P'). Así, se distingue entre conjuntos que, tras un número finito de derivaciones son vacíos y aquellos que no lo son.

Entre 1879 y 1882 aparecen los conceptos de *densidad* (Dedekind) y de *cubierta por intervalos* (DuBois Raymond).

22 en *Philosophie mathématique*, p. 77.

Según esta noción, una función discontinua puede ser integrada sobre un conjunto $X \subset R$ si el conjunto de puntos de discontinuidad es un grupo integrable, es decir, X *puede ser cubierto por una sucesión finita de intervalos* cuya longitud es igual a 0.

Cantor muestra que todo P tal que P' es numerable es integrable.

Si todas las derivadas finitas no son vacías, la ∞-ésima derivación, P^{∞}, es el conjunto de puntos comunes a $\{P^K\}$. Si se introducen los signos $\infty+1$, ..., $\infty+n$, ... las nuevas partes comunes son:

$$P^{2\infty},\ P^{\infty\infty},\ P^{\infty^{\infty}},\ \ldots\ P^{\infty^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\infty}}}}}$$

"Vemos aquí la generación dialéctica de conceptos que conduce siempre más lejos y libre de toda arbitrariedad es necesaria en sí y consecuente."[23]

23 en *Philosophie mathématique*, p. 82.

De donde,

1) Si P' es numerable, P es numerable.

2) Todo conjunto P donde $P^{\alpha}=\Phi$ es numerable. Incluso si α es transfinito, se utiliza la inducción completa. Pero esta último comentario plantea un problema.

Hasta 1882, los métodos seguían siendo tradicionales. Era necesario rehacer la noción de número. El 5 de noviembre de 1882,

> "Plugo a Dios todopoderoso que tuviera revelaciones sorprendentes e inesperadas en la teoría de conjuntos y en la teoría de números, o, más bien, que encontrara lo que, tras muchos años, había fermentado en mi, lo que había buscado durante tanto tiempo."[24]

A partir de esta "revelación", Cantor pudo hacer una disociación entre número cardinal y número ordinal, éste en relación con el modo de generación.

Pero, la teoría de los ordinales

> "exige que no se recurra más que a intuiciones evocadas por las definición de relación entre conjuntos ... De ahí el recurso de la axiomatización ... antes de las paradojas ..."[25]

---

[24] Correspondencia de Cantor a Dedekind, 5. XI. 1882.

[25] *Philosophie mathématique*, p. 101.

Es Dedekind quien, una vez más, esboza "un fragmento de la teoría de conjuntos que deba lo menos posible a la intuición"[26] y Hilbert aporta una explicación satisfactoria al problema del infinito.

Con el trabajo de Hilbert sobre el infinito (1925) se cierra el ciclo Kantiano del infinito. El esclarecimiento de la naturaleza del infinito es un punto de honor para el entendimiento humano.

La explicación tiene que ver con los problemas que Kant había planteado cien años antes: el de la infinitud del universo y el de la divisibilidad infinita.

Por el lado de lo infinitamente pequeño, Hilbert concluye:

> "No encontramos, en ningún sitio, en lo real, un continuo homogéneo que nos permita una división continua y que pudiera realizar lo infinitamente pequeño."[27]

Del lado cósmico, el infinito - dice Hilbert - no es dominante desde Kant. Para Hilbert, como para Kant, no se puede asegurar que el universo no es infinito o que sea finito. Para sostener la aseveración, muestra que el mundo

---

[26] *Philosophie mathématique*, p. [illegible]

[27] en Van Heijenoort, p. 371

no es euclideano sino elíptico. En todo caso, "lo real es finito".[28]

> "¿Cómo es posible que el pensamiento sea tan disímbolo de los hechos ... y que proceda de manera tan distinta, tan alejado de toda realidad?"[29]

La respuesta es kantiana en la medida en que Kant tenía razón al afirmar que las matemáticas pueden garantizar su contenido independientemente de toda lógica y que la lógica no puede ser, por sí misma, fundamento de las matemáticas. La condición para la inferencia y para las operaciones lógicas es que algo esté dado a nuestra facultad de representar:

> "objetos extralógicos, presentes de manera intuitiva, como experiencias inmediatas previas a todo pensamiento ... Esta es la posición filosófica de base que requiere todo pensamiento científico ... En las matemáticas, en particular, se consideran los signos concretos mismos, cuya forma, de acuerdo con esta concepción, es inmediatamente clara y reconocible."[30]

Se trata de la construcción ostensible de Kant.

Así, el infinito es un elemento ideal cuya función es hacer que el sistema de leyes sea más claro. La introducción del infinito es obra, ante todo, del análisis matemático -

---

28 *op. cit.*, p. 372.
29 *op. cit.*, p. 376.
30 *loc. cit.*

"sinfonía del infinito" - y sobre todo de la teoría de conjuntos de Cantor.

> "La flor más admirable del intelecto matemático y, en general, uno de los éxitos más impresionantes de la actividad humana racional pura."

Regresamos, pues, al punto de partida: el infinito es una idea, es decir, *un concepto de la razón más allá de toda experiencia*. Depositamos en él nuestra confianza gracias al contexto dado por la teoría formal que inaugura el del formalismo.

El ciclo del *formalismo*

La teoría de conjuntos plantea, así, por primera vez, el verdadero problema de la axiomatización. Ocupa un lugar privilegiado que es responsable de sus ambiciones filosóficas; se erige como "un desarrollo anterior al resto del de las matemáticas".[31]

De ahí, la necesidad de una teoría de la demostración pero, sobre todo, de un esfuerzo de unificación de los procedimientos matemáticos. Reencontramos a Kant: la unidad no puede agotarse en la simple investigación lógica; aquí, "las consideraciones pragmáticas del matemático militante tienen la última palabra".[32]

El objeto es abstracto y "el problema del fundamento de las matemáticas ... adquiere toda su importancia con la crisis de la teoría de conjuntos".[33] El ciclo kantiano del formalismo se inaugura.

Cavaillès examina, por lo tanto, en *Méthode axiomatique et formalisme* la polémica Borel-Baire-Lebesgue. Es interesante mostrar que la cuestión, para Cavaillès, no

---

[31] *Philosophie mathématique*, p. 136.
[32] *Philosophie mathématique*, p. 164.
[33] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 5.

se inicia con las paradojas sino, más bien, con el axioma de elección. Su relato termina así:

> "parece, aquí, que la reflexión crítica sobre la esencia misma del trabajo matemático,y la noción de objeto, son condición previa necesaria ... una regresión que conduzca a cruzar más allá de las matemáticas propiamente dichas para ingresar al suelo común a todas las actividades racionales."[34]

Aparentemente, debemos recurrir a Descartes o a Leibniz. En Descartes, siguiendo a Brunschvicg, nos encontramos ante la imposibilidad filosófica

> "de justificar una ciencia que, teniendo su valor intrínseco en su conformidad estricta con el orden del pensamiento, puede aplicarse de manera directa a un universo totalmente desprovisto de pensamiento."[35]

Para Cavaillès, la posibilidad de esta aplicación es "el hecho primordial del racionalismo cartesiano"[36] y

> "la relación entre los elementos, el número y la magnitud lineal se abandonan al optimismo de una suposición, la limitación del conocimiento, incluso matemático, se acepta gracias a la imagen teológica del infinito."[37]

Somos enviados a Descartes: sin embargo, el ciclo no es cartesiano.

---

34 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 21.
35 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 22.
36 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 23.
37 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 24.

Ahora bien, esta idea teológica del infinito está siempre presente en el proyecto de Leibniz de reducción de la matemática a la lógica: todo se reduce, como fundamento, a las combinaciones de un sistema de nociones simples. El problema es triple: el modo de intuición de tales nociones simples no se indica; el criterio para reconocerlas como "simples" siempre falta y la idea de su combinación es impensable. En fin, concluye Cavaillès,

> "no hay ciencia del infinito porque solamente hay uno."[38]

Por lo tanto, el ciclo no es, tampoco, leibniziano.

La originalidad del intuicionismo retoma los temas esenciales de Kant:

> "carácter intuitivo inmediato del conocimiento matemático en donde la verdad se constata en una experiencia *sui generis*; *definición de su desarrollo como construcción imprevisible independiente de la lógica; en fin, primado del tipo de construcción aritmética sobre la geométrica* ..."[39]

A partir de aquí, la matemática - según el inuticionismo - se libera del lenguaje y de la lógica. La matemática, dice Heyting, no tiene nada que ver con el

---

38 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 26.
39 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 32.

lenguaje, "un lenguaje matemático, fundamentalmente unívoco es imposible."[40]

Más adelante Brouwer, en los fragmentos rechazados de su disertación doctoral, escribe:

> "nos queda una confusión desastrosa debida al uso conciente de un lenguaje que se pone por encima de la matemática a la que acompaña mientras que la matemática demanda ser colocado por encima de a vida que acompaña como una simple arma. Sin embargo, la acción, el lado místico de la vida humana ne podrá jamás ser dirigido por el conocimiento, es decir, por las matemáticas."[41]

En verdad, continua, las antinomias de Kant no son sino el resultado de una creencia errónea en las palabras: circunstancia psicológica que resulta del examen desde el "punto de vista matemático" que vuelve su atención hacia la intuición interior y no hacia el mundo considerado como algo externo; de ahí que "lo que Kant describe como <<Analítica trascendental>> no pueda ser sino un juego sin sentido."[42] Estamos muy cerca de Husserl (lo que explica, por cierto, en Cavaillès una cierta indefinición acerca del intuicionismo):

> "Atribuir a este mundo objetivo una existencia independiente del hombre mismo es un hábito que se ha generalizado y que ha sido vivido en el entendimiento mutuo entre los hombres como aquello que "es común a todos" ..."[43]

---

40 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 34.
41 Brouwer, in *Historia Mathematica*, vol. 6, no. 4, nov. 1979, p. 402.
42 *op. cit.*, p. 397.
43 *op. cit.*, p. 400.

Sin embargo, a pesar de las afirmaciones como "El ensayo sobre los fundamentos de la geometría de Russell ... no son otra cosa que la perfección de la estética trascendental de Kant, una κτημα ει αει"[44], Brouwer se mueve siempre en una episteme kantiana; por ejemplo:

> "no hay existencia real de los fenómenos naturales objetivos que pueda ser atribuída a la naturaleza misma."[45]

> "el fenómeno primario es simplemente la intuición del tiempo ..."[46]

> "el proceso de objetivación del mundo ... gana en generalidad por medio de la construcción matemática ... sin referencia a las aplicaciones ..."[47]

> "se puede decir que creamos el mundo objetivo ..."[48]

Regresamos al problema del estatuto de los objetos matemáticos y al de sus condiciones de posibilidad tal y como los planteó Husserl: el lenguaje, la intersubjetividad y el mundo.

Es bien conocido el proyecto husserliano: liberar a la ciencia de una *Lebenswelt* y del acto subjetivo de fundación para encontrar un sentido, para ponerla a la luz. Para hacerlo, Husserl propone un nuevo sentido de la

---

44 *op. cit.*, p. 401.
45 *op. cit.*, p. 394.
46 *loc. cit.*
47 *op. cit.*, p. 396
48 *op. cit.*, p. 400.

historia que no sea el de los geómetras mismos o el de los epistemólogos. Se trata de un sentido de la historia (al que Cavaillès se opone) que no puede encontrarse en los hechos o en las actos pues, lo que se busca es un sentido conocido antes del acto; se trata, por lo tanto, para la historia, de un retorno al sentido fundador del primer acto como condición misma de su posibilidad.

Sin embargo el punto de partida, a riesgo de retornar a Platón, es el hecho mismo:

> "Incluso si las ciencias y la lógica no son auténticas, no se tiene la experiencia de ellas como de formaciones culturales dadas de antemano y portadoras de un sentido ..."[49]

En la introducción a la segunda edición de la *Crítica*, Kant habla del nacimiento de la geometría cuyo sentido pueda ser aprehendido incluso sin saber cuál fue la primera experiencia exitosa o el nombre del primer geómetra. La indiferencia del hecho frente al sentido es radical en Kant. Este sentido era una "revelación" para el primer geómetra. Era un concepto a partir del cual se hizo la construcción para obtener el objeto. La indiferencia es tal que, en el ejemplo del triángulo, no importa qué matemático tuvo la "revelación".

---

[49] FTL, pp. 8-9

A partir de esto, Kant mostrará la posibilidad de la geometría misma. La liberación de lo contingente se ha llevado a cabo.

Husserl, por su parte, no encuentra esta liberación satisfactoria: queda una historia oculta o un recurso platónico. Incluso si para Husserl es irrelevante saber quién fue el primer geómetra, se puede decir, a priori, que lo fue a partir de un sentido: este sentido es el sentido que conocemos; es, desde siempre, el mismo sentido heredado por la vía de la sedimentación y de la tradición. Un sentido, en fin, único, unitario y unificante. Es por este sentido que el desarrollo de la geometría es una historia: porque es una historia; el fundamento de esta unidad, para Husserl, es el mundo mismo, concebido como la totalidad infinita de experiencias posibles en el espacio en general y es en esta unidad en donde yace el problema. Esta unidad, por otra parte es, ante todo, la de una deducibilidad completa.

A pesar del axioma especial de saturación de Hilbert y de su ulterior sustitución por el axioma de Dedekind, los resultados de Gödel (1931) muestran que la unidad, si hay una, no es el resultado de la deducibilidad completa; a pesar de la afirmación husserliana, es un "geómetra" quien ha mostrado que no hay una historia, por lo tanto, que no hay historia.

Empero, según Husserl, la historia es posible. O, en términos de Derrida, "puedo preguntarme claramente ¿por qué hay una historia y no, más bien, nada?"[50] Hay una historia porque hay un lenguaje: la evidencia del sentido geométrico adquiere una objetividad ideal de la misma manera que el lenguaje; la palabra misma posee una objetividad ideal que es el primer nivel de objetividad ideal; el segundo nivel aparece en el sentido intencional, libre, de la subjetividad lingüística; el tercero, es el de la objetividad ideal absoluta, es el del objeto mismo. Aquí no se trata de una cuestión sobre el lenguaje de hecho sino sobre el lenguaje en general. La traducción es, por lo tanto, una traducción abierta. En la medida en que, en las matemáticas, no se distingue entre el objeto y el sentido, nos encontramos necesariamente en el tercer nivel. Esto es claro tanto para Hilbert como para Russell y acerca de ello, Cavaillès dice:

> "la experiencia ratifica siempre el resultado porque sus operaciones no son más que el correlato lingüístico de operaciones intuitivas efectuadas sobre un sistema de objetos finito."[51]

Ello implica una noción pre-gödeliana de un sistema de axiomas, una noción como la de Husserl.

Por un lado, la cuestión nos lleva a problemas del lenguaje; por el otro, al problema de la historia en Husserl

---

50 *Origine* ..., p. 168

51 *Méthode axiomatique et formalisme,* p. 35.

que nos remite siempre al problema de los orígenes. Derrida, sobre esto, propone la identidad entre el sentido teleológico y el sentido del origen. La identidad nos coloca en un círculo cuya historicidad sólo es posible a través de una "búsqueda del retorno" (*Rückfrage*) y de una reactivación que no son, a su vez, posibles sino a partir de la existencia de un origen y de una tradición de objetos ideales, es decir, de la existencia de una historicidad. La solución de Husserl es la de una investigación en zig-zag en donde se consideran, simultáneamente, una historia relativa y una historia absoluta que son, así, salvadas. La unidad del movimiento es el resultado del trabajo de la idea kantiana.

Pero esta "reactivación" es la capacidad humana de despertar el sentido original que duerme bajo el sentido sedimentado por la tradición. Ahora bien, la historicidad, es el sentido.

Empero, desde que Cavaillès trabaja sobre la formación de la teoría de conjuntos, muestra que el sentido de la teoría ni siquiera se sospechaba. Se trata, más bien, de actos que exigen un sentido. Cavaillès intentará encontrar este sentido en el formalismo que no es el que Husserl propone como marca original. Salvo si se acepta la identidad de Derrida. Pero, entonces, el carácter imprevisto del devenir matemático se pierde y el sentido total que, debemos plantearnos el problema propuesto por Brouwer: ante todo, el problema de la objetividad, en seguida el de la praxis subjetiva de objetivación. Los términos quedan invertidos una vez más y el objeto es la categoría final de todo lo que puede aparecer. Nos encontramos ante la inauguración del ciclo semántico.

Así, el trabajo sobre el ciclo formalista en Cavaillès se cumple en *Méthode axiomatique et formalisme*, segundo eslabón del ciclo kantiano. La estructura misma de este trabajo traza la historia del formalismo a partir de los problemas del infinito en Gauss y Bolzano hasta la inducción transfinita de Gentzen. En la conclusión, Cavaillès regresa a Husserl para plantear los problemas de la existencia del objeto matemático, a saber, el problema de la historia:

> "no hay nada tan poco histórico - en el sentido de un devenir opaco, aprehendible solamente en la intuición artística - que la historia matemática."[56]

Plantea, también, el problema de las relaciones entre lo que llama el "campo temático" y el mundo y entre la experiencia matemática y la experiencia física así como el problema del motor del proceso y, en fin, la necesidad de una dialéctica. Regresamos, así, al problema de Kant: ¿Cómo

[56] *Méthode axiomatique et formalisme,* p. 176.

es posible un acuerdo entre la física y la matemática?, ¿cómo es posible lo real?

Ya se ha mostrado cómo el problema de la interpretación de un sistema formal fue introducido por Padoa en 1900. Se ha mostrado también la referencia a Pascal. De ahí que sea posible conjeturar que fuera Padoa quien introdujera el problema de la semántica en las matemáticas.

Sin embargo, en Bolzano ya teníamos el siguiente concepto de deducibilidad:

"Las proposiciones M, N, O, ... son deducibles de las proposiciones A, B, C, D, ... si toda clase de ideas cuya sustitución por i, j, ... que hace verdaderas las proposiciones A, B, C, D,.. hace igualmente verdaderas a M, N, O, ..."[57]. Cien años más tarde, Tarski escribe:

> "El enunciado X se sigue lógicamente del enunciado de clase K si y solamente si todo modelo de la clase K es también un modelo del enunciado X."[58]

Por otra parte, Bolzano hablaba de la idea y de la referencia: "El objeto de una idea, decía, es algo que la idea representa o de lo que la idea es una representación.[59]

57 *Vissenschaftlehre*, 155.
58 Tarski, *Logic, semantics and metaphysics*, p. 417.
59 *Vissenschatflehre*, 49.

"Es de suyo que la idea y su objeto no son la misma cosa. En el caso en que el objeto que pertenece a una idea sea un objeto real (existente), el objeto de una idea es reconocido inmediatamente. Pero este no es siempre el caso. La idea, incluso la idea objetiva, carece de existencia (lo mismo que la proposición en sí):

> "no se debe atribuir el ser (*Sein*, *Dasein*, *Existenz* o *Wirklichkeit*) a las proposiciones en sí ... la proposición en sí, que es el contenido de un pensamiento o de un juicio carecen de existencia."[60]

La proposición en sí no es, por otra parte, un pensamiento o un juicio. (Bolzano, de paso, plantea el problema de saber si la proposición "Esto es falso" es una proposición o no). Más aun, hay ideas que no tienen objeto alguno (ya se dio un ejemplo) como es el caso de $\sqrt{-1}$: es absurdo pensar que hay un objeto que le corresponda. Es necesario hacer la distinción entre la idea y la palabra pues hay ideas para las que no hay palabras. El problema de la interpretación aún no se plantea y no es accidental que a Bolzano se la haya llamado el Platón lógico

La filiación bolzaniana de Husserl no se pone en duda; Husserl decía de Bolzano:

60 *Wissenschaftlehre*, B.

> "debe ser considerado como uno de los más grandes lógicos de todos los tiempos ... la lógica, como ciencia, debe fundarse sobre los trabajos de Bolzano."[61]

Es en torno de los problemas de la semántica que Cavaillès propone una "estructura matemática":

1) "la definición formal de un sistema no está completa sin el enunciado de la sintáxis. Es, nuevamente, el mérito de Tarski el haber constituído en su originalidad la semántica al lado de la sintáxis..."[62] 2) "Se trata ... de definir a los objetos mismos ..."[63] Para un sistema formal, "la separación entre sentido demandado y sentido demandante es manifiesta de manera inmediata"[64]: El sentido demandante de un acto es el sentido demandado de otro. La legitimación de los dos actos es su realización, nada le llega de fuera.

Sin embargo, actos con el mismo sentido demandante son actos paralelos, el único vínculo es temático, es decir, la unidad del sentido demandante es el resultado de un vínculo en el sentido demandado; las diferencias no serán, entonces, sino las que organizan al sistema.

61 *Logische Untersuchungen*, prolegomena, apéndice al capítulo 10.
62 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 36.
63 *loc. cit.*
64 *loc. cit.*

Lo anterior requiere un universo ex-nihilo y Cavaillès se pregunta "¿esto, es posible, posee, siquiera, significado?"[65]

Dos soluciones, entre otras variaciones: el modo de construcción puede describirse exhaustivamente (logicismo), el punto de partida es el signo cuya interpretación es el signo mismo (formalismo). Incluso contra Bolzano, la lógica simbólica encuentra aquí su acto de nacimiento.

Se pueden hacer variaciones, esto no tiene importancia. Pero la que nos interesa es la de Husserl quien encuentra la unidad en términos de aquello a lo que se apunta:

> "Si, actuando de esta manera, aprehendemos progresivamente la "intención (meta final) de la tendencia científica, terminaremos por descubrir los elementos constitutivos de la idea teleológica general que es propia a toda ciencia verdadera."[66]

Sin embargo, continua Cavaillès, "el signo no es un objeto del mundo"[67] símbolo, cifra o raya vertical, ya es un acto matemático.

Por lo tanto, de nuevo, el problema de la física:

[65] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 38.
[66] *Méditations cartésiens*, 4.
[67] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 38.

> "No hay coordinación de lo físico a lo matemático sino tras una matematización de la física..."[68]

De hecho, y esto es cercano al proyecto de Bachelard,

> "el proceso experimental verdadero está en otro sitio, en aquello hacia lo que se apunta, los usos y las construcciones efectivas de instrumentos, todo sistema cósmico-técnico en donde el sentido se revela y en donde la unidad y la relación - con el desarrollo matemático autónomo - plantean el problema fundamental de la epistemología física."[69]

Lo que falta es una teoría de los objetos y de los "seres independientes - o no - con los que se relacionan o que pretenden fundamentar."[70]

---

68 *op. cit.*, p. 40.
69 *op. cit.*, p. 41.
70 *op. cit.*, p. 43.

Lo hemos encontrado ya dos veces: al final de *Méthode axiomatique et fomalisme* y en la última línea de su vida. Se puede afirmar que se trata de una manera de llegar a Spinoza o que no es la dialéctica materialista. Se puede decir, incluso, nombres al margen, que es una dialéctica husserliana. Al gusto.

Más aún, se puede creer que es la dialéctica de Platón que el platonismo oculta desde hace dos mil años.

Vale más dar la palabra a Cavaillès mismo.

En primer lugar, decía:

> "Las matemáticas constituyen un devenir singular ... es imposible reducirlas a otra cosa que a ellas mismas ... este devenir parece autónomo ..."[71]

Lautman quisiera precisar los puntos de divergencia: la génesis de las matemáticas, decía, debe ser interpretada a partir de la Dialéctica. De una dialéctica

> "relativa a parejas de nociones que parecen, a primera vista, oponerse y a propósito de las que se plantea, sin embargo, el problema de una síntesis o de una conciliación posible."[72]

71 Cavaillès, 1949, p. 2.
72 *op. cit.*, p. 15.

Se trata de la ingrata "tercera ley de la dialéctica" y de la sumisión de la matemática a un discurso filosófico. A un discurso filosófico que es,

> "ante todo, un universo a contemplar cuyo espectáculo admirable justifica y recompensa los largos esfuerzos del espíritu."[73]

Pero Cavaillès no acepta las "leyes de la dialéctica" ni la sumisión al discurso filosófico:

> "personalmente, me repugna plantear otra cosa que dominara el pensamiento efectivo del matemático..."[74]

Los ejemplos son asaz numerosos, sobre todo los que pretenden reducir las matemáticas a la lógica: "esperanza frustrada..."[75] cuyo resultado es la transformación de los problemas filosóficos en problemas técnicos matemáticos: en todo caso, para las matemáticas no hay problemas filosóficos.

Pero si la filosofía siempre ha sido la filosofía que afirma "así es y de ningún otro modo", ha sido siempre una fe, una garantía del futuro, de un porvenir radiante. Y nos hace caer, como toda fe, en las trampas de la fe. Así, Cavaillès se niega a darnos ninguna garantía y caracteriza al devenir de las matemáticas – un poco contra Husserl –

---

73 *op. cit.*, p. 39.
74 *op. cit.*, p. 36.
75 *op. cit.*, p. 5.

como imprevisible. Si hay una dialéctica, por lo tanto, es una dialéctica de lo imprevisto - esto no es una dialéctica. Es la dialéctica de las nociones introducidas y exigidas para la solución de un problema, nociones que plantean, a su vez, problemas nuevos. Si hay paradigma, es más bien Cantor que Tales.

Se trata, en consecuencia, de la dialéctica descrita por Platón como "parto del alma" en el *Teeteto*, pero, como dice Cavaillès, Platón, en el momento de las matemáticas de la época, es Kant.

Lautman, por supuesto, no está de acuerdo. Se trata de "rehacer el *Timeo*", es decir, la física o "las razones de las aplicaciones al universo sensible."[76]

Lautman y Cavaillès (según Lautman) se oponen al platonismo matemático. Excepto que para Cavaillès, "la expresión no corresponde muy bien a la cosa"[77]. Por oposición a lo que dirá en *Sur la logique et la théorie de la science*, en 1939, "una concepción de los sistemas de objetos matemáticos existentes en sí, no es necesaria, en modo alguno, para garantizar el razonamiento matemático."[78]

---

[76] *op. cit.*, p. 17.
[77] *op. cit.*, p. 11.
[78] *loc. cit.*

Da como ejemplo la paradoja de Skolem que nos obliga a suponer la existencia de un campo de objetos que no puede ser caracterizado axiomáticamente. Este es el problema semántico, a propósito del que Cavaillès cambiará de opinión en *Sur la logique et la théorie de la science*. Es el problema de saber qué quiere decir conocer.

> "es, en el fondo, modestamente retomado, el problema que se planteaba Kant."[79]

[79] *op. cit.*, p. 34.

PARA TERMINAR

Una historia de las matemáticas

"La historia de las matemáticas no es una historia."[1]

Este es el problema. Sin embargo, los métodos que se inventan en ella, "la plasticidad de la materia que permite la traducción de unas teorías en otras"[2] y el desarrollo entero, en fin, de las matemáticas "se lleva a cabo según un ritmo necesario."[3]

Las paradojas se multiplican y, así, la teoría matemática más dudosa, la teoría de conjuntos, sirve, cada vez más, de fundamento a las matemáticas indudables[4]. Los matemáticos mismos, Cantor en particular – "el matemático cuya obra aparece más íntimamente ligada a la persona, criada en la soledad ..."[5], se niegan – y esto es peculiarmente impactante – a tomar en cuenta al elemento histórico. La cuestión parece estar resuelta para Cavaillès cuando, en 1938, afirma que "el matemático no tiene necesidad de conocer el pasado, pues su vocación es rechazarlo."[6]

---

[1] Cavaillès, 1949, p. 164.
[2] *loc. cit.*
[3] *loc. cit.*
[4] *Philosophie mathématique*, p. 26.
[5] Cavaillès, *Rev. Phil.*, 1932, p. 443.
[6] *Philosophie mathématique*, p. 28.

La historia de las matemáticas no parece, así, ser asunto de matemáticos. Pero "la obra negadora de la historia se cumple en la historia"[7]; es, en consecuencia, a esta historia, a la que Cavaillès se consagra. La historia de la vida de Cantor es, nuevamente, el ejemplo más claro: Cantor inicia sus trabajos sobre series trigonométricas; este estudio, "en virtud de una necesidad interna"[8] le conduce a un período de creación que, es sometido a "una especie de revisión crítica"[9] desde el punto de vista de sus posibles consecuencias filosóficas. La historia podría servir a esta revisión que, desvinculada de motivaciones psicológicas y sociales, muestra "la necesidad interna que, en una situación matemática dada, recurre a nuevos conceptos y a nuevos métodos"[10].

El método histórico de Cavaillès consiste en analizar la génesis de las nociones y de las teorías y en aislar sus métodos:

---

7 *loc. cit.*
8 *Rev. Phil.*, 1932, p. 435.
9 *loc. cit.*
10 Ehresmann, *Rev. Phil.*, p. 81.

"Doble vínculo: con los problemas planteados y estudiados en un tiempo y elección de la rebelión: en contra de los métodos existentes, material para forjar el nuevo instrumento. En ambos casos, lo arbitrario individual o el estilo de un medio no bastan para explicar ... Seguir la génesis de las nociones, precisar, sobre todo, sus vínculos efectivos con los problemas y aislar los procedimientos generales cuyo gesto interior nos acerca a la intuición imposible de describir. Tal es el trabajo - sometido a la vez a la historia y crítico de ella en nombre de sus resultados - que tiene alguna esperanza de alcanzar un resultado objetivo."[11]

Cantor conduce a Cavaillès al problema de los fundamentos. A partir de un "punto de vista ontológico inocente"[12], Cantor cree que un conjunto es una reunión cualquiera de objetos; la reunión de los números ordinales da lugar a la paradoja llamada de Burali-Forti. Los epígonos de Cantor intentan eliminarla eliminando la intuición y reconstruyendo la teoría de conjuntos sobre una sólida base axiomática:

En primer lugar, encontramos el proyecto empirista de Poincaré (en la vieja tradición de cientificidad positivista) y de sus discípulos Baire, Borel y Lebesgue. Para Borel, la verdadera matemática, en oposición a la "matemática verbal", se engendra a partir de nociones intuitivamente claras, por medio de procedimientos constructivos claros. Lebesgue introduce, además, las

11 *Philosophie mathématique*, p. 29.
12 Ehresmann, *Rev. Phil.*, p. 82.

definiciones descriptivas pero, con ello, no hay ninguna garantía de que no se generen contradicciones.

En segundo lugar, Brouwer exige una experiencia *sui generis* que evite el uso del principio del tercero excluído en los conjuntos infinitos así como el uso de la categoría de totalidad. Exige, además, procedimientos estrictamente constructivos. Cavaillès concluye:

> "¿Es necesario rechazar todos los razonamientos que toman como punto de partida el conjunto de todos los números reales? Esto sería una amputación con la que sueñan algunos matemáticos en sus momentos de depresión filosófica."[13]

Finalmente, dos corrientes se manifiestan: una que prolonga los trabajos de Grassmann, Haenckel y Dedekind y que desemboca, primero en los trabajos de Frege, Peano Russell y Carnap y otra que, tras Riemann y Pasch, converge al programa de Hilbert. La primera es el logicismo, la segunda el formalismo. Esta termina proponiendo un formalismo injustificable. La otra, por el teorema de Gödel, carece de programa.

Para ambas se trata, en todo caso, de "unificar generalizando, en lugar de asimilar, de precisar en lo sensible en lugar de imaginar: sistematización y simbolismo,

13 Cavaillès, 1949, p. 162.

los dos remedios habituales para el matemático en cuanto se enfrenta a una dificultad."[14]

Se trata del viejo sueño del panlogismo que reduce todo el trabajo matemático al funcionamiento previsto de una máquina. Lo inesperado solamente podrá surgir - contra Brouwer - de axiomas nuevos. Es el mecanismo con que soñara Leibniz cuando quería terminar toda polémica con su propuesta "*Calculemus*". Se trata del mecanismo que Grassmann describía como "extraño y mortal para el espíritu"[15]: la matemática no es una combinatoria.

La cuestión es, por lo tanto, saber si

> "es posible engendrar de esta manera todos los objetos - o sistemas de objetos - a que se refieren, de hecho, los razonamientos de la matemática histórica"[16]

El programa del logicismo no parece estar lejos del de Cavaillès: "afirmar la comprensión del gesto demostrativo"[17]. Sin embargo, "los formalismos han ayudado de manera magnífica a dejar en claro el problema planteado: precisando su impotencia para resolverlo."[18]

---

14 Cavaillès, 1949, p. 159.
15 citado por Cavaillès en *Logique mathématique et syllogisme*, p. 153.
16 Cavaillès, 1949, p. 160.
17 Dubarle, p. 233.
18 *op. cit.*, p. 239.

El formalismo se propone una sustitución. Una sustitución "que quiere desplazar lo que reemplaza"[19], una sustitución en la que, además, demostrar tiene un sentido, es decir, en la que no todo sea demostrable y en la que, además, una hipótesis pueda ser negada pues "si todo pudiera demostrarse, sería absurdo recurrir a los hechos"[20]. El primer problema es el de la perfección del formalismo, el segundo, el de su consistencia. Un tercero tiene relación con los vínculos entre el formalismo y lo real.

Queda por describir la zona con que la matemática establece su correlato: la metamatemática. Aquí es imperativo utilizar métodos intuitivamente seguros. Si no fuere así, el problema de los fundamentos reaparecería para la metamatemática.

Este formalismo consiste en afirmar o negar. Todos los juicios deben estar divididos en dos clases (representadas por los valores V y F), de manera tal que las clases sean ajenas (que carezcan de elementos en común): principio de no contradicción, y de manera tal que su unión contenga a todos los juicios posibles: principio de tercero excluído (para los intuicionistas, esta formulación del proyecto es errónea: para el intuicionismo, juzgar es construir).

19 Cavaillès, 1949, p. 160.
20 *Logique mathématique et syllogisme*, p. 175.

Todos los esfuerzos del formalismo fracasan ante el principio de inducción completa.

Los problemas sólo encuentran soluciones negativas: Skolem mostrará que las matemáticas nos obligan a rebasar el campo de lo numerable; en 1933, demuestra la no-categoricidad de toda teoría aritmética de primer orden; en 1931, Gödel demuestra que todos los sistemas formales son incompletos y que es imposible demostrar su consistencia; Gentzen, en fin, en 1934, pudo probar la consistencia de la aritmética pero sacrificando el punto de vista finitista.

El simbolismo del siglo XIX se desvía en dos direcciones: más allá del juego mecánico de los signos, Hilbert creía en una "región irreductible del pensamiento concreto". Hilbert, empero, no creyó jamás que esta región fuera tan vasta.

¿Cuál es, entonces, el sentido de todo este trabajo?

En rigor, dice Cavaillès, las matemáticas nos han forzado a la "pureza de los pensamientos por medio de la eliminación de lo adventicio; han hecho aparecer parentescos imprevistos entre disciplinas distintas."[21]

---

[21] Cavaillès, 1949, p. 153.

Los trabajos fallidos del formalismo han mostrado, con toda claridad, que existe una unidad que rige las diferentes ramas de las matemáticas y que "la cerrazón del tejido obliga a reestablecimientos indispensables y procura una armonía superior a todas las voluntades de los sabios."[22]

El procedimiento por medio del que se engendran seres matemáticos no se reduce al de las reglas del formalismo. Se trata de mecanismos más complejos: generalización, adjunción de elementos ideales o tematización ("transformación de una operación definida en un dominio matemático en elemento de un dominio operatorio superior"[23]). En cuanto al motor de dicha actividad, escapa a toda investigación posible y Cavaillès concluye:

> "La historia matemática parece, de todas las historias, la menos ligada a aquello que vehicula; si hay vínculo es *a parte post*, y sirve sólo para la curiosidad no para la inteligencia del resultado: lo posterior explica lo anterior."[24]

Se trata, de una toma de posición frente a la historia que se aleja de manera definitiva de las posiciones histórico-filosóficas que han marcado al siglo XIX y cuyo producto más refinado fue el trabajo de Marx.

---

22 *Rev. Phil.*, 1932, p. 444.
23 Ehresmann, *Rev. Phil.*, p. 85.
24 *Philosophie mathématique*, p. 28.

Si se quiere, se puede decir, sin demasiado riesgo, que hay una nueva modalidad de la historia: es necesario no olvidar que la historia de las matemáticas es una disciplina nueva, sobre todo desde que se le concibe como una historia *matemática*.

La fundación de tal disciplina puede remitirse a 1913, cuando Philipe Jourdain proponía, como Cavaillès, un modo negativo de hacer una historia que no es una historia.

A lo largo del siglo XIX, la historia y la historia de las ciencias - en Hegel o en Comte - eran promesas de un futuro, concebido, en general, como un porvenir luminoso. La historia tenía la tarea de garantizar y de prever este futuro: proponía (sobre todo para las matemáticas) un origen único, suponía que el presente tiene la función de juzgar al pasado. La historia, según Cavaillès no tiene ni puede tener el poder de la previsión; muestra, por el contrario, la contingencia de lo que se juzga, a *parte post*, como necesaria.

Una filosofía de las matemáticas

La filosofía de las matemáticas de Jean Cavaillès toma como punto de partida las matemáticas mismas. Cavaillès sostendrá que es imposible erigir una filosofía de las matemáticas que sea exterior a las matemáticas. Por ello, su intervención filosófica se inicia siempre en las matemáticas mismas.

Albert Lautman, colega de Cavaillès, escribía, en un trabajo presentado ante el IX Congreso Internacional de Filosofía:

> "El problema de los vínculos de que son susceptibles de sostener estas ideas entre sí, se puede plantear fuera de toda matemática, pero la efectuación de estos vínculos es inmediatamente teoría matemática."[25]

Ehresman, por su parte, comentando el trabajo de Cavaillès que conocía bien, afirma:

> "No hay definición y justificación de los objetos matemáticos que no sean las matemáticas mismas ..."[26]

La intervención de Cavaillès en este Congreso se inicia con el examen de la situación reinante: el teorema de

---
25 Lautman, 1937, p. VI, 141.
26 Ehresmann, *Rev. Phil.*, p. 85.

Gödel ha mostrado, ante todo, la ilegitimidad del "cúmulo hilbertiano"[27]; en segundo lugar, el teorema de Gödel ha restituído las relaciones entre el lenguaje y el trabajo matemático, relaciones que el formalismo había confundido en un juego mecánico de símbolos carentes de sentido: "Un símbolo, dice Cavaillès no es tal sino por la intención ..."[28]

Por otro lado, el intuicionismo está plagado de incoherencias. Para sostenerlo, Brouwer debe rechazar hechos indudables: la existencia de una matemática no-intuicionista y la fecundidad del método axiomático.

De estas críticas Cavaillès concluye: 1) la imposibilidad de reducir las matemáticas a otro tipo de discurso. Es decir, la inutilidad de un discurso filosófico anterior a las matemáticas; 2) la legitimación de dos procedimientos esenciales: la idealización (Dedekind y Hilbert) que afirma que "una operación es puesta como efectuable de manera incondicionada ... ex., las adjunciones de ideales que son objetos matemáticos concretos con el mismo estatuto que todos los otros en tanto que resultados posibles de una operación dada"[29] y la tematización, por medio de la que una operación se transforma en una operación superior (por ejemplo, en el caso de la topología de las

27 Cavaillès, *Réflexions*, 1937, p. VI, 136.
28 *loc. cit.*
29 *op. cit.*, p. VI, 138.

transformaciones topológicas). En este caso, las operaciones son complicaciones de las operaciones primitivas.

> "Así, la existencia de la aritmetización posible (Kronecker y Brouwer) es desconocimiento de lo específicamente matemático."[30]

Así, el formalismo que pretendía fijar la totalidad de las matemáticas, es víctima de su propia ambición y fracasa al creer en los instrumentos que él mismo refuta; el intuicionismo pretende evitar este destino y evita un discurso pletórico de paradojas, sin embargo, la matemática misma que quiere describir lo rebasan por todos lados.

Para Cavaillès las consecuencias son enormes:

Primero, el concepto unitario de la teoría desaparece, en el sentido griego del término, tal como lo expone Heidegger. Desaparece también, en la definición de Heidegger el concepto unitario de la ciencia y, con él el concepto del mundo.

En segundo lugar, el infinito se introduce por medio de una noción arbitraria, con ello, la necesidad hegeliana del infinito desaparece totalmente.

---

[30] *loc. cit.*

Para Cavaillès, la matemática adquiere todas las características de una experiencia particular: no se trata de repetir la concepción empirista de Poincaré o la más sofisticada de Carnap. Cavaillès es un crítico despiadado del realismo, siguiendo a Bachelard: la experiencia matemática tiene lugar en una realidad *sui generis*.

Este formalismo, en su variante carnapiana - que Lautman caracteriza éxitosamente en 1936 - supone un en sí de las proposiciones - del mismo modo que la lógica tradicional supone un en sí de la arquitectura silogística al suponer que es posible evaluar toda proposición, clara y completamente, como verdadera o falsa. La lógica formal pretende, así, liberarse de las imposiciones que, sobre la lógica clásica, impone la estructura accidental del lenguaje, quiere asegurar la verdad de sus deducciones. Para ello, invoca el testimonio de la intuición y, al hacerlo, lo arbitrario retorna necesariamente al derrumbar las barreras finitistas.

Estas consideraciones sobre el lenguaje nos hacen regresar otra vez a Wittgenstein.

> "Aquí, como en otras partes, la necesidad dialéctica se esconde tras un fracaso. La nueva experiencia no está dada por un esfuerzo positivo de auténtica apercepción."[31]

[31] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 183.

Se trata de una afirmación que surge de una crisis casi mística - de las que Cavaillès no estaba lejos -, se trata de la afirmación según la cual toda creación surge en lo inefable.

Para Cavaillès, como para Wittgenstein, la teoría es imposible; el gesto interior no puede ser aproximado: ua teoría de la ciencia es, después de todo, igualmente imposible.

¿Qué son, a fin de cuentas, las matemáticas?

> "No pocas escaleras faltan en este edificio en devenir: con un poco de agilidad, sin duda, podemos ir de un punto a otro. Es, también satisfactorio para algunos decirse que existe un plan total en el que todo está ligado: pero esto es un en sí que puede ser, quizá, requisito del pensamiento coherente; en todo caso es inaccesible ... La actividad matemática es un objeto de análisis y posee una esencia: pero como un olor o como un sonido, es en si misma."[32]

La metáfora recuerda a Nietzsche: una teoría de la ciencia no es una ciencia, lo que decimos sobre la música no es musical, lo que se afirma sobre la poesía no es poético: se abandona, de suyo, lo que se quiere reproducir.

32 Cavaillès, 1949, p. 164.

Así, para Cavaillès, la cuestión de la esencia de las matemáticas es otro, entre muchos, de los problemas "que la reflexión filosófica no sabe resolver."[33]

El ciclo kantiano se vuelve a cerrar:

> "La doctrina kantiana de las matemáticas ... sigue siendo inadecuada en la medida en que confunde el momento dialéctico de la posición del concepto con el momento trascendental de su esquematización."[34]

que tiene "una afinidad con algo que no es él mismo y que, por lo tanto, escapa a su definición y justifica su progreso fuera de sí mismo..."[35] Kant resulta inoperante "¿cómo se puede plantear, en la teoría kantiana del concepto, en términos intelectuales, un vínculo que parece implicar un elemento irreductible de exterioridad?"[36]

La solución consiste en transformar la zona de intuiciones, zona que progresa paralelamente al encadenamiento dialéctico de los conceptos. El vínculo entre estas mutaciones de la zona intuitiva y la dialéctica del concepto es el problema fundamental de la filosofía matemática. La dialéctica del concepto exige cambios de tal importancia en el campo iluminado por la intuición que es

---

33 *loc. cit.*
34 *Philosophie mathématique*, p. 271.
35 *op. cit.*, p.
36 *op. cit.*, p. 272.

necesario abandonar las nociones que formaban la estructura del concepto:

> "Los vínculos intelectuales rebasan a la historia empírica: es su desarrollo dialéctico quien asegura, a la vez, el movimiento de éstos y, por sí mismos, la permanencia de su validez."[37]

Estamos, aparentemente, en el terreno de Hegel.

Esta dialéctica, que solamente se anuncia en la última línea del trabajo de Cavaillès, había sido propuesta, y Cavaillès seguramente estuvo de acuerdo, por Lautman en el trabajo que presentó al IX Congreso Internacional de Filosofía.

El problema, para Lautman, consiste en precisar las relaciones entre esencia y existencia. Para la metafísica tradicional, el problema consistía en pasar, en el mismo ser, de su esencia a su existencia. El problema está íntimamente ligado a las polémicas sobre el infinito actual y el infinito en potencia (acerca de la que Cantor consagra buena parte de sus trabajos filosóficos). Para algunos, la definición no-contradictoria del infinito apoya su existencia; para los nominalistas, la esencia del infinito debe construírse. De cualquier manera, los problemas de la esencia y la existencia se plantean a propósito de un mismo ser. En matemáticas, los dos puntos de vista han sido

---

37 op. cit., p. 274.

descritos y nombrados: uno es el *Beweistheoretisch*, el otro es el *Mengentheoretisch*. Para ellos, el problema es el problema de las interpretaciones de un sistema de axiomas, es el problema de la existencia de campos en los que las proposiciones se verifican (teoría de modelos).

Los ejemplos matemáticas que Lautman propone muestran cómo el pasaje de la esencia a la existencia de precisa en el movimiento propio de las teorías matemáticas. Todo ello remite, al final, al concepto de realidad matemática.

Esta dialéctica de la historia matemática cumple un propósito fundamental: "Liberación de los contingente por medio de lo efectivo, pero lo efectivo, en su efectuacion, es contingente."[38]

Esta accidentalidad de lo efectivo que se efectúa es, sin embargo, ininteligible.

Así, "la matemática es imposible y el eleatismo tiene razón."[39]

Sin embargo, esta dialéctica debe ser racional, hay una racionalidad virtual en el concepto matemático, una unidad racional en su multiplicidad; un *logos* del objeto. El problema es el de la coincidencia entre este *logos* y el

38 Cavaillès, *IX Congrés*, p. VI, 137.
39 *Philosophie mathématique*, p. 272.

objeto mismo. La apofántica de Husserl no resuelve nada pues la coincidencia siempre es fortuita y accidental (y Hegel ya había establecido la imposibilidad de separar lo accidental de lo esencial). En la opción hegeliana en que la accidentalidad es esencial y se podría pensar que, para Cavaillès, todo lo real es racional. Sin embargo, el acto mismo es imposible; el acto mismo y su intencionalidad son ininteligibles: son el gesto imposible, el conocimiento que, siguiendo a Reichenbach, es siempre una apuesta. Así, el hegelianismo de Cavaillès, como todo hegelianismo consecuente, culmina en Platón.

El 4 de febrero, la Sociedad Francesa de Filosofía celebra una sesión en la que Cavaillès y Lautman presentan sendos trabajos. Las actas de la sesión fueron publicadas en 1946. En la introducción leemos:

> "Dos tesis de la más alta importancia fueron sostenidas recientemente ante la Facultad de Letras de la Universidad de París sobre la filosofía de las matemáticas consideradas en el punto que han alcanzado actualmente ..."[40]

Durante la sesión, Cavaillès y Lautman confrontaron a un público formado, sobre todo, por matemáticos entre los que, algunos, como afirma Cartan, ya tenían conocimiento de los trabajos. La confrontación con los filósofos serían posteriores. Además, durante la sesión se expresaron, por primera y única vez, las diferencias entre Cavaillès y Lautman. Según el *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, participaron en la discusión Cartan, Chebauty, Dubreuil, Ehresmann, Fréchet, Hyppolite, Levy y Schrecker.

A partir de 1931 – con los teoremas de Gödel – la concepción lógica parece carecer de sentido. Quien hace el

---

[40] *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, T. XL, 1946, p. 1

resumen de la sesión describe la posición de Cavaillès en los siguientes términos:

> "Así, se encuentran, hoy día, eliminadas dos concepciones matemáticas: 1. El logicismo ... 2. La concepción hipotético-deductiva ..."[41]

Cavaillès, durante su intervención, afirma:

> "este es el resultado dado por un teorema que aparece en la memoria publicada por Gödel en 1931."[42]

Con ello, en lo referente a las matemáticas, los problemas epistemológicos se transforman en problemas matemáticos. Si epistemología quiere decir "teoría de las ciencias", en matemáticas, la epistemología se ha transformado en *epistemología matemática*; es decir, en "teoría matemática de las matemáticas.

Sin embargo, el conjunto de las ciencias matemáticas, según Hilbert, no es sometido a un tratamiento matemático.[43] Esta epistemología se inicia, entonces, constatando (como, por otra parte, se inicia toda epistemología) su propia imposibilidad. Filosóficamente, el tema es hegeliano y contrario a las proposiciones de Kant. Parece, por lo tanto, como afirma Cavaillès, que el ciclo épico de la matemática

---

41 *op. cit.*, pp. 1-2.
42 *op. cit.*, p. 6.
43 La expresión es de Bernays, cf. Kreisel, G., "Hilbert's programme" en *Philosophy of mathematics*, ed. Benacerraf, pp. 157-180.

kantiana termina con Gödel (si bien sus orígenes son anteriores a Kant. La herencia cartesiano-leibniziana se puede descubrir fácilmente. Empero, como veremos más adelante, esta imposibilidad estaba ya prefigurada en Descartes).

En otras palabras, las matemáticas no son reductibles a nada que no sean ellas mismas. "Hablar de matemáticas, dice el resumen, no puede ser otra cosa que rehacerlas."[44]

Como en Hegel, la cuestión desemboca en un problema de ontología. ¿Qué significa, pregunta Cavaillès, para un objeto, la existencia?

Cavaillès no llega a esta pregunta, sin embargo, por la vía hegeliana. Su razonamiento se apoya, más bien, sobre la paradoja llamada de Skolem que asegura que, una caracterización exhaustiva de un modelo que satisface un sistema de axiomas, es imposible. En otros términos, los axiomas no engendran al objeto matemático.[45]

La interpretación filosófica es bien simple, a partir de la conjetura de Skolem, se puede afirmar que la lógica (el sistema de axiomas) no genera los objetos, "esto tiene

---

[44] *op. cit.*, p. 2.

[45] *cf.* Falcón, J.O., Alvarez, C. y Ramírez, S., "Recurrent Puzzles" en *Die Aufgaben der Philosophie in der Gegenwart*, pp. 53-66, Wien, 1986.

el interés de eliminar, afirma Cavaillès, la concepción idealista."[46]

Si, en efecto, las ideas y las estructuras formales de la lógica no generan los objetos (como es el caso en el monismo neutral de Russell), la salida podría ser el realismo. Como hemos visto, esta opción ha sido eliminada por Hilbert en su crítica a Frege, Russell y Brunschvicg. La cuestión (si el aparato conceptual no es ni una abstracción de lo real ni su generador) es la de la existencia misma del pensamiento:

> "Diría, en consecuencia, que la noción misma de existencia de los objetos matemáticos nos interesa, a nosotros los filósofos porque plantea el problema de la noción misma de existencia de objetos del pensamiento."[47]

La alternativa kantiana no está, sin embargo, del todo cerrada. Se podría, a pesar de todo, pensar en la posibilidad de una lógica trascendental que, según Kant, solo tuviese relación con los principios del pensamiento puro[48], es decir, una lógica pura que nada tenga que ver con los principios empiristas o psicológicos[49]. Esta lógica es solamente disciplina y el problema se plantea, como para Descartes, en los siguientes términos: entre la substancia extensa - el mundo - y el *cogito*, la matemática no puede ser

---

46 *op. cit.*, p. 12.
47 *op. cit.*, p. 12.
48 Kant, *Crítica de la razón pura*, A21, B35-6
49 *Crítica de la razón pura*, A54, B78.

legítimamente, atributo de nada o es, más bien, un atributo a horcajadas entre dos sujetos[50]

Suponer que se trata de un puente conduce a otra posición, Esta requiere de un desarrollo previo.

Para llevarlo a cabo, Cavaillès examina - siempre dentro de las matemáticas - el modo en que las matemáticas generan, matemáticamente, su objeto.

Primero, por la vía paradigmática. Es decir, por medio de la constitución horizontal de estructuras en las que "cada vez, se manifiesta el deseo de no conservar sino lo que es esencial."[51] La singularidad actual se ve sustituída por el "cualquiera", o si se quiere, se trata de la expresión cavaillesiana del cuantificador universal.

En segundo lugar, temáticamente, es decir, por medio de un movimiento vertical que hace de la operación el término de otra operación. Los ejemplos son abundantes: la teoría de grupos, la topología de grupos topológicos, en fin, la teoría de la demostración.

Según Granger[52]

---

50 "*ayant une jambe entre deux sujets*", en *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 25.

51 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 30.

52 "Jean Cavaillès ou la montée vers Spinoza", en *Les études philosophiques*, nos. 3-4, juillet-dec. 1947, pp. 271-279.

> "aquí parecería bello rendir homenaje a Pascal, pues por primera vez, posiblemente, él ha utilizado los dos métodos complementarios de la formalización como instrumento del matemático (véase la teoría de las definiciones en los opúsculos y los diversos ejemplos de razonamiento por recurrencia en el *Traité du Triangle Arithmétique* y la *Roulette*.)[53]

La primera vía, (paradigmática), en Cavaillès, no ha sido desarrollada del todo. En 1939, sostenía, sin embargo, que el primer procedimiento es el de la idealización (que será incluído en *Sur la logique et la théorie de la science* como parte del movimiento horizontal) por medio de la que una operación se libera de sus limitaciones extrínsecas y abandona, en consecuencia, la intuición (y a continuación, cuando el movimiento de idealización se transforma en movimiento paradigmático, se abandonan el tiempo y la contingencia introducida por la historia). Pero, en 1939, Cavaillès decía "es una aproximación"[54].

El intuicionismo de Brouwer muestra a Cavaillès[55] que las matemáticas son una actividad, no solamente una acto de intuición sino una actividad que es un devenir histórico original,

---

53 op. cit., p. 275.

54 *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, t. XL, p. 10.

55 cf. Hilbert, D., "Die Grundlagen der Mathematik", en *Abhandlugen aus dem matematischen, Seminar der Hamburgischen Universität* 6, 1928, pp. 65-85.

> "los objetos iniciales no son ni números enteros ni elementos de una intuición especial sino resultados de un devenir concreto para organizar la acción de la conciencia sobre el mundo ..."[56]

Por así decirlo, el objeto matemático es un instante de historia.

Esta organización de la acción de la conciencia en el mundo es el método. La actualización del método es la existencia de los objetos. Con ello, los objetos no son, en sí mismos, el mundo vivido; son la realidad misma del acto de conocimiento. Hay, así, actualización, acción, mundo, método, realidad y conocimiento como objetos que se revelan a través de la historia necesaria como experiencias, es decir, como frágiles construcciones cuyo único sostén es la conformidad con las reglas.

Definir los términos es definir las matemáticas y "¿qué puede significar la empresa: definir las matemáticas?"[57]

a) algo que no es matemático, y, por lo tanto, absurdo[58].

---

56 *Réflexions sur le fondement des mathématiques*, Communication au IX Congrès International de Philosophie, VI, 137.
57 *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 7.
58 *op. cit.*, pp. 7-8.

b) hacer un censo de los procedimientos empleados por los matemáticos, "pero es absurdo decir: esto solamente es matemáticas y fuera de la utilización de estos procedimientos no haremos matemáticas."[59] Esto sería un procedimiento de la filosofía tradicional, de la filosofía del "esto y así". En *Méthode axiomatique et fomalisme*, Cavaillès sostiene que:

> "Una limitación cualquiera del campo matemático, extraída de consideraciones puramente matemáticas ... parece imposible: lo imprevisto del problema, el desvío de una aplicación lo que hacen que una regla de seguridad sea sana u obligan a su abandono."[60]

y, en 1939,

> "El matemático está embarcado en una aventura que no puede detener."[61]

Una vez más, las opciones están canceladas, de lo absurdo a lo imposible son los términos sobre los que culmina la opción entre lo absoluto y lo trascendental.

Cavaillès, "hombre de contradicciones, difícil de situar", nos revela. "alusivo, elíptico, amoroso del meandro"[62] una salida difícil, pletórica de dificultades en las que "el lector apresurado puede dejar escapar la

[59] *op. cit.*, p. 8
[60] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 21
[61] *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 2.
[62] Granger, *op. cit.*, p. 272

sustancia misma de la obra. A lo que el autor, estoy seguro, respondería: ni modo ..."[63]

Las matemáticas son el devenir, "movimiento inocente de las creaciones matemáticas"[64], que se opone inmediatamente a los sistemas axiomatizados, la yuxtaposición es imposible, pero el divorcio es significativo.[65]

El tema es bachelardiano: los sistemas son microcosmos que ante el poder de lo finito y de lo numerable – únicos con sentido real – son ficciones formalistas.

Devenir autónomo, objetivo que no nos permite escapar a las matemáticas mismas: la historia no sustituye, tampoco, a una epistemología matemática – a pesar de Kolmogorov.

No es posible situarnos fuera de este devenir: descubrir los encadenamientos necesarios en la historia contingente es imposible pues

> "de entre todas las historias, la historia matemática parece ser la menos ligada a aquello de lo que es vehículo ...."[66]

---

[63] *op. cit.*, p. 273.
[64] *Philosophie mathématique*, p. 58.
[65] *loc. cit.*
[66] *Philosophie mathématique*, p. 27.

más aún,

> "esta historia ... no es una historia."[67]

Pero, tras esta historia - "revelación de sí misma" se deja adivinar "por iluminación, el doble que la habita"[68] y, así,

> "tras la necesidad pintoresca ... me parece percibir una necesidad interna ... Autonomía, por lo tanto, necesidad."[69]

Desde 1932, esta posición se anunciaba cuando Cavaillès escribía sobre Cantor:

> "Esta obra, desprovista de su carácter pintoresco y un poco monstruoso, ya no es curiosidad histórica, sino que, bajo sus imperfecciones, es realidad objetiva...[70]

Esta matemática se anunciaba como una "armonía superior a todas las voluntades de los sabios"[71], como una matemática "por un lado fogosa, a veces peligrosa, por el otro rigor y crítica"[72], "a la vez sometida a la historia pero crítica de ésta"[73] Se anunciaba, en fin, como

---

67 "Mathématiques et formalisme" en *Rev. Int. de Phil.*, avril 1949, p. 164.
68 Ferrières, p. 81.
69 *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 9.
70 *Rev. Phil. de la France et de l'Etranger*, nos. 11-12, nov-dec. 1932, p 444.
71 *Philosophie mathématique*, p. 183.
72 *op. cit.*, p. 25.
73 *Rev. Phil.*, p. 444.

"*mathesis perennis*"[74] como la aurora del eterno retorno a la gran vía platónica.[75]

Sin embargo, antes de tomar esta vía, es necesario establecer una segunda característica del devenir *matemático* de las matemáticas (puesto que no se trata de un devenir histórico).

El devenir matemático es *verdadero*.

En la misma medida, es *imprevisible*.

En este punto, Cavaillès se separa del intuicionismo de Brouwer pues Brouwer no conoce la dialéctica interna de la actividad intuitiva (última anotación platónica necesaria).

> "Dialéctica de la historia matemática: liberación de lo contingente por lo efectivo, pero lo efectivo en su efectuación es contingente."[76]

Hemos visto cómo esta dialéctica estorba a P. Raymond; más aún, en la nota bibliográfica de *La Pensée*[77], André Lentin cita el pasaje final de *Sur la logique et la théorie de la science* en donde, como se sabe, se menciona la

---

74 *Rev. Phil.*, p. 444.
75 "No puedo, en verdad, como todos quienes le conocieron, representarme a Cavaillès sino preparándose para una nueva etapa ... ", Granger, *op. cit.*, p. 272.
76 *Réflexions sur le fondement des mathématiques*, Communication au IX Congrès International de Philosophie, VI, 137.
77 No. 16, jan-fev. 1948.

palabra "dialéctica". Su comentario sintomático es el siguiente:

> "Tenemos, de su filosofía, una imagen, pero ésta se desprende como una negación. *No se define* sino en relación al sistema que combate ... A falta de indicaciones positivas sobre las soluciones que habrían de adoptarse, por lo menos esta crítica del idealismo (sic) es clara y constituye una adquisición preciosa."[78]

Del mismo modo, en *La Pensée* (no.4, 1945), Henri Mougin describía a Cavaillès (aún no se publicaba *Sur la logique et la théorie de la science*) del siguiente modo:

> "La vaguedad y el equívoco de ciertas fórmulas finales pueden hacer creer que Cavaillès, dialéctico sutil, pretendía adherir su dialéctica a las nubes."[79]

Morot-Sir, en la *Revue des Sciences Humaines*[80] dice:

> "¿Cuáles son las modalidades de esta dialéctica? Cavaillès no ha dejado sino muy pocas indicaciones sobre esta cuestión."[81]

Sigue una hipótesis de lo que sería esta dialéctica: "no se le puede interpretar como un retorno al platonismo, tiene, más bien, un acento spinozista". El argumento de Morot-Sir es que Cavaillès no puede ser platónico pues sus simpatías por Brouwer se lo impedirían. Pero Cavaillès

---

78 *op. cit.*, p. 64, subrayado mío, S.R.
79 Lentin, *La Pensée*, no. 15, 1948, p. 64.
80 fasc. 50, 1948.
81 p. 158.

escribe: "Brouwer desconoce, en efecto, la dialéctica interna de la actividad intuitiva."[82]

Los filósofos franceses conocen poco y mal a Cavaillès. Continua siendo el heróico desconocido número 5 (el trabajo más reciente sobre Cavaillès, además del de Canguilhem - 1947 - y del de Bachelard - 1950 - es de 1948. Hay algunas indicaciones en el libro de Bréhier - *Transformation de la philosphie française contemporaine* - 1950. En total, Jacumin cita ocho trabajos sobre Cavaillès. Nosotros hemos encontrado nueve en Francia y dos italianos, el del propio Jacumin y el de Monti-Mondela.[83]

La dialéctica de Cavaillès, solamente en un sentido remoto (el que parece ser el de Granger), puede ser una dialéctica spinozista. Cavaillès parece adherirse, más bien, ante todo, a Platón (por ello, en 1939, se opone a la caracterización de Barnays del platonismo matemático), luego a Pascal y, por último a Wittgenstein.

Una posición clara no tiene por que ser extrema. La definición de Cavaillès es suscinta:

---

[82] *Réflexions sur le fondement des mathématiques*, Communication au IX Congrès International de Philosophie, VI, 137.

[83] Jacumin escribe: "*Nessuno di questi scrittori, pero, si e impegnato in una analisa progressiva e completa del pensiero di Cavaillès.*" La interpretación espinozista, añade, "*sembra in verita improponible*", en Jean Cavaillès: *Alla ricerca di una fondazione delle'operare matematico*, sin duda el trabajo más completo sobre Cavaillès.

a) "La necesidad generadora no es la de una actividad sino la de una dialéctica."[84]

b) "Los lazos intelectuales rebasan a la historia empírica: es su desarrollo dialéctico quien asegura, al mismo tiempo, el movimiento ... y la permanencia de su validez."[85]

c) De ahí que se recurra a Platón, la referencia a un sistema inteligible, garantía objetiva de la conciencia empírica: hay más bien un *reconocimiento de la imposibilidad* (subrayado mío, S.R.) de mantenerse dentro de un sistema de objetos efectivamente construídos."[86]

En ello, Cavaillès está cerca de Lautman[87]. Para éste, la dialéctica está formada por nociones tales como esencia y existencia, forma y materia, totalidad y elementos, continente y contenido, etc., que no son nociones matemáticas sino, propiamente, nociones filosóficas (se podrían añadir, a estas, las nociones de sentido - demandado y demandante - de Cavaillès o las de acto demandado y demandante). Las relaciones que se establecen entre las nociones dialécticas constituyen las ideas dialécticas. Para Lautman, permite, además, la síntesis entre parejas de nociones y con ello, se engendran las matemáticas. La

84 *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 78.
85 *Philosophie mathématique*, p. 274.
86 *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 176.
87 *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 36.

dialéctica de Lautman, que responde a una objeción de Ehresmann[88], no es una dialéctica afirmativa, es problemática pura y necesariamente se prolonga en teorías matemáticas. Hyppolite objeta a Lautman el uso ambigüo del término. Según Hyppolite, Lautman utiliza la dialéctica en tres sentidos: en primer lugar, en el de Cavaillès: la dialéctica concebida como la experiencia misma de la vida de las matemáticas en donde habrían de conciliarse (según Hyppolite) la necesidad del desarrollo y su contingencia. Un segundo sentido piensa esta dialéctica como problemática. El tercero es el sentido tradicional de la filosofía: se trataría de la dialéctica forma-contenido, local-global, etc. A esta objeción, Lautman responde que el tercero no es aceptable. Los otros dos son, en el fondo, la misma cosa pues se puede conservar una dialéctica anterior a las matemáticas como problemática:

> "Hyppolite me dice que plantear un problema no es concebir; le respondo, siguiendo a Heidegger, que ya es delimitar el campo de lo existente."[89]

Siguiendo a Platón, Lautman coloca a las matemáticas como parte del proyecto sofista: los contrarios se oponen tanto más cuanto posible es su conciliación y, en ella, constituyen "esos mixtos que son las matemáticas."[90]

---

88 Ehresmann considera que la existencia de ideas dialécticas se concibe de una manera demasiado vaga. Para Ehresmann, la dialéctica consiste, más bien, en plantearse el problema de las relaciones entre las nociones dialécticas de Lautman.

89 Lautman en *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 39.

90 *op. cit.*, p. [illegible].

Lautman emprende su trabajo, pues, en esta vía platónica:

> "La realidad inherente a las teorías matemáticas proviene de que participen en una realidad ideal que las domina pero es puede ser conocida a través de las matemáticas."[91]

En 1939, en su reporte sobre el VIII Congreso Internacional de Filosofía (1935), aparecido en la *Revue de Métaphysique et de Morale*[92], Lautman hace referencia al uso de Platón que hace Gustave Juvet y cita *in extenso*:

> "La referencia a Platón es particularmente significativa y bienhechora. Si sólo se estudian los signos, se puede, en efecto, llegar a creer que la ciencia trata solamente de estos signos y excluye toda consideración acerca de una realidad ... el simbolismo tendría que preguntar si la filosofía no ha fallado en la misión esencial de toda filosofía pues ha dejado de buscar los métodos que dan al hombre acceso a lo real ..."[93]

La clave del programa de Lautman se revela: el acceso a lo real, mejor aún, lo real es accesible. La vía es una vía filosófica, *dominante*, es la vía de la filosofía de Platón. Con ello, el problema que Lautman ataca tiene sentido:

[91] Lautman, *De la réalité inhérente aux théories mathématiques*, communication au IX Congrès International de Philosophie, VI, 143.
[92] t. XLIII, no. 1, 1936.
[93] Lautman, in *op. cit.*

> "Encontrar, en las matemáticas, una realidad que satisfaga plenamente lo que se espera de ellas."[94]

Una realidad "más alta y oculta, que constituye, según yo, un verdadero mundo de ideas."[95]

Una realidad que "no está hecha del acto de la inteligencia que crea y comprende sino que es en este acto que se aparece y no sabría ser plenamente caracterizada al margen de estas matemáticas que son su soporte indispensable."[96]

Una realidad, en fin, que permite una caracterización intrínseca, "entre la psicología del matemático y la deducción lógica."[97]

Frente a tal realidad, la tarea de la filosofía matemática consiste en edificar la teoría de las ideas: descripción de estructuras, establecimiento de jerarquías y, por último, rehacer el *Timeo*, es decir, mostrar, en el seno de las ideas mismas, las razones de su aplicación al universo sensible.[98]

---

94 Lautman, IX Congrès, VI, 140.
95 Lautman, *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 13.
96 Lautman, IX Congrès, VI, 140.
97 Lautman, *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, I, p. 10.
98 Lautman, *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p.17.

En una palabra, se trata de dar al pensamiento matemático

> "el papel eminente de ofrecer a la filosofía el espectáculo constantemente reiniciado de la génesis de lo Real a partir de la Idea."[99]

Pero lo verdadero no se muestra.

Se trata, en efecto, de un acceso a lo real pero concebido, como lo hace notar Lautman, como una "elevación hacia lo absoluto", absoluto cuyas determinaciones se establecen a partir de las carencias del ser imperfecto: la carencia de fundamentos de las matemáticas es este ascenso a lo absoluto, *el acceso a lo real no podría proponerse sino ante su ausencia.*

La exposición del platonismo de Cavaillès requiere de un breve esbozo del trabajo del propio Platón. Para tomar un ejemplo, todos los diálogos - llamados aporéticos - funcionan del mismo modo, en el *Teeteto*, se proponen varias concepciones de *episteme*. Ninguna tiene necesidad de una dialéctica (o, más bien, de una "mayéutica") socrática. ¿Por qué proponer un problema para el que no hay solución sólida? A mi manera de ver, se trata de demostrar que la solución es

[99] Lautman, *op. cit.*, p. 4.

imposible. Así, la dialéctica se enmascara bajo un fracaso. ("Aquí, como en otras partes, escribe Cavaillès, la necesidad dialéctica se oculta tras un fracaso"[100].)

La verdadera experiencia matemática reposa sobre su impredictibilidad. La experiencia de Cavaillès incluye:

> "Un sistema de gestos, regido por una regla y sometido a condiciones independientes de estos gestos."[101]
>
> "¿Dónde situar estas experiencias?"[102]

Ante todo, fuera del sentido corriente o del sentido de la experiencia física. La experiencia imprevisible y, por lo tanto, la verdadera, constituye el conocimiento; la *episteme* de la pregunta platónica. Cuando esta experiencia es la experiencia de un fracaso inesperado, esta experiencia verdadera es contradictoria. ¿Dónde, por lo tanto, reconocer la existencia?

Si conservamos las viejas dualidades sujeto/objeto, espíritu/cuerpo, etc., el problema es insoluble. La historia de las matemáticas, tan poco histórica, "opaca, asible solamente en la intuición artística"[103], nos ofrece, como lo hemos visto, soluciones necesarias. Todo apunta hacia la conciencia, cuya ampliación parece que debe coincidir con el

[100] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 153.
[101] *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 9.
[102] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 176.
[103] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 176.

devenir de la experiencia (sujeto y objeto abandonados, el tema es estrictamente hegeliano). A partir de esta conciencia, se engendra lo real como campo temático del pensamiento.

Los problemas aparecen inmediatamente:

1) La necesidad de engendrar un objeto "no es, jamás, aprehendible sino a través de la constatación de un éxito."[104] Esta constatación es imposible.[105]

2) El motor de esta gestación escapa, simplemente, a toda investigación.

3) La síntesis es imprevisible. Ello define, sin embargo, su existencia.

El campo temático se constituye, así, como el mundo:

> "No sé que es conocer el mundo real si no hacer matemáticas sobre el mundo real."[106]

Abandonado, así, el campo temático, el mundo sin ser verdaderamente fuera de sí. Es más bien una transformación del mundo:

---

104 *loc. cit.*
105 En todo caso no es a priori: depende del campo temático.
106 *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 34.

> "El pensamiento efectivo de las cosas es pensamiento de sus objetos."[107]

Es en esta dirección que apunta la crítica de Cavaillès contra el intuicionismo: el intuicionismo es, así, un retorno a los temas esenciales de Kant: carácter intuitivo inmediata del conocimiento matemático, desarrollo independiente de la lógica, primacía de la aritmética. Brouwer definiría la actividad matemática como:

> "Acto de voluntad al servicio del instinto de conservación del hombre."[108]

Acto que siempre posee

> "Un elemento insoslayable de incertidumbre, su acción no tiene que ver con lo de atrás sino con lo de delante."[109]

Y, de esta manera, el retorno, por la vía de Kolmogorov, al mundo real - es decir, el problema de las aplicaciones - carece de interés para el problema de los fundamentos:

> "Lo posterior explica lo anterior."[110]

---

[107] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 179.
[108] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 179. Brouwer, "Mathematik Wissenschaft und Sprache" en *Monatshefte fur Math. u. Physik*, t. 36 (1927), citado por Cavaillès en *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 33.
[109] *op. cit.*, p. 179.
[110] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 28.

Intentar encontrar otra realidad es imposible, la no categoricidad lo prueba completamente. Las matemáticas no son una traducción de otra realidad. Para ello, y aquí Cavaillès sigue a Brouwer, las matemáticas son independientes del lenguaje (en contradicción con Leon Brunschvicg, "cuya palabra y presencia eran una seducción extraordinaria"[111]) y, por el contrario, "un lenguaje matemático fundamentalmente unívoco es imposible."[112]

Esta creencia en un poder mágico de la lengua es un viejo error, "profundamente enraizado en la confianza ciega en la lógica clásica[113] y, siguiendo a Wittgenstein, Heyting hace una crítica del lenguaje matemático: toda otra crítica carece de sentido así como las reglas de este lenguaje carecen de sentido fuera de él. Se trata del sueño aristotélico que buscaba regir la existencia por medio de la lógica (o por lo menos, de la interpretación russelliana del sueño aristotélico).

> "De manera tal, añade Cavaillès, que no podemos jamás decir con exactitud: este es el mundo."[114]

---

111 Granger, *op. cit.*, p. 278.

112 Heyting, *Mathematische Grundlagenforschung Intuitionismus Beweistheorie*, citado por Cavaillès en *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 34.

113 Heyting, *op. cit.*, citado en *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 35.

114 *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, p. 12.

> "de ahí que se recurra a Platón, la referencia a un sistema inteligible, garantía objetiva de la conciencia empírica: hay ahí, más bien, reconocimiento de la imposibilidad de mantenerse dentro del sistema de objetos construídos efectivamente, afirmación de la complejidad de la noción de existencia matemática más que indicación de una solución ... "[15]

La contingencia de lo real no ofrece ninguna certeza; el lenguaje, metafórico por naturaleza, impide toda univocidad y hace imposible el conocimiento científico. La filosofía, según Platón, sólo puede asistir al parto del alma. Cuando tenemos algo que decir, dice paradójicamente Mauthner, nos vemos forzados a guardar silencio. Así, lo real es imposible y en este fracaso y en la conciencia de este fracaso, llevamos a cabo la síntesis en la que el alma hace nacer a la ciencia.

---

[15] *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 176.

CREPUSCULO

"Saluez pour moi les jacinthes"

Habría terminado en este punto. Pero hay más.

Queda la última parte del trabajo de Granger y la parte más notoria de la vida de Cavaillès: su posición, hasta ahora inexplicable durante la ocupación, posición que culminaría con su muerte. La decisión, tomada en contra de los consejos y opiniones de sus amigos y colegas, es una decisión ética.

Las preguntas de Raymond Aron[1]: "Si la resistencia desembocaba finalmente en una forma de guerra, ¿tenía necesidad de un Cavaillès?, ¿fue la expresión de un rechazo moral al margen de todo cálculo de rendimientos?" carecen de sentido. La verdad de las acciones de Cavaillès se sostiene en su imprevisibilidad. Calcular rendimientos no es asunto de la ética. "Ni las matemáticas, ni la lógica son discursos que se escuchen", dice Desanti en su *Souvenir de Jean Cavaillès*[2]. Se podría afirmar lo mismo, siguiendo a Wittgenstein, de la ética *"Es ist klar daß sich die Ethik nich aussprechen läßt"*[3]; y este silencio constituye el enigma del enigmático Jean Cavaillès.

---

1 Prefacio a *Philosophie mathématique.*
2 In *Méthode axiomatique et formalisme.*
3 *Tractatus*, 6.421: "Es claro que la ética no puede expresarse".

Jean Cavaillès decía: "Soy spinozista"[4] y sobre esta afirmación, Granger preveía:

> "Quedó pendiente la escritura de una ética para acabar completamente."[5]

Pero Cavaillès no escribió la ética. *"Was gezeit werden kann, kann nicht geßagt Werden"*[6]. Cavaillès mostró lo que nunca pudo decir. Y nunca lo pudo decir porque ya no tenía dudas - ya no existía ese "elemento ineliminable de incertidumbre". Sin dudas, no más preguntas; sin preguntas, no más respuestas: sin respuestas imposible decir nada - "nunca podremos decir este es el mundo".

Ahí en donde no hay preguntas, no hay problemas. Todo está resuelto y, sin embargo, *"selbst wenn alte moglichen wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebens-probleme noch gar nicht beruhrt sind"*[7] y *"Die Welt und das Leben sind eins."*[8]

Jean Cavaillès escribió:

> "¿A qué llamáis mundo real? Yo no soy idealista, creo en lo vivido."[9]

---

[4] citado por Aron en op. cit., p. 14.
[5] en referencia a *Sur la logique et la théorie de la science*, en *op. cit.*, p. 279.
[6] *Tractatus*, 4.1212: "Lo que puede mostrarse no puede ser dicho."
[7] *Tractatus*, 6.52: "Incluso si todas las preguntas posibles de la ciencia han encontrado su respuesta, los problemas de la vida no habrán siquiera aparecido".
[8] *Tractatus*, 5.621: "El mundo y la vida son uno."
[9] *Bulletin de la Société Française de Philosphie*, p. 34.

Aquello de lo que no se puede hablar, por lo tanto, existe. Existe como lo que se manifiesta. Es la mística. "*Es gibt allerdings Unaussprechliches. Dies zeigt sich. Es ist das mystiche.*"[10]

Jean Cavaillès escribía:

> "Disciplina humana de la ciencia ... para abrir el espíritu a las sumisiones tranquilas y sin desfallecimientos".

Y de esto, "*Wovon mann nicht sprechen kann, daruber muß man schweigen.*"[11]

El silencio de Cavaillès es eterno. Jean Cavaillès escribió:

> "Es el mundo lo que está en cuestión"

y en consecuencia, la vida.

[10] *Tractatus*, 6.522: "Existe, seguramente, lo inefable. Se muestra, es el elemento místico."
[11] *Tractatus*, 7.

Momento solemne de un reencuentro. Pol Le Coeur, cuyo hermano fuera amigo íntimo de Jean Cavaillès y con quien rebasara "el problema del conocimiento para alcanzar el de la creación de lo inteligible", escribe:

> "Un pueblo cuyos filósofos se hacen matar
> es un pueblo valiente, un pueblo fuerte."

En 1943, en Londres, se publicaban los *Cahiers du Silence* que luego serían las *Editions de Minuit*. En 1943, "Francia vivía bajo el régimen del silencio"[12]. Hoy, tras el peso del silencio, las espigas son altas.

Jean Cavaillès había escrito:

> "Oh trigos, la sangre de tantos héroes a fecundado el suelo, al licor dorado del sol se une el púrpura de los hombres ... Y cuando los días de paz regresen, notad las nuevas bellezas con el fin de ser dignos para rodear piadosamente las humildes cruces negras de los que cayeron ..."[13]

[12] H.D. Prólogo a *Le silence de la mer.*

[13] *Jean Cavaillès*, citado en Ferrières, p. 12-13.

En 1944, en enero o en febrero, hacía mucho frío.

El hombre va al encuentro de un destino.

El sol desciende en el horizonte, es el crepúsculo, la época en que el hombre alcanza, a veces, como decía Zenón el estoico, la sabiduría.

Jean Cavaillès había escrito:

"Estoy en paz con el universo..."

El hombre ha quedado solo y lo buscan para quitarle la vida:

> "He quedado solo y buscan quitarme la vida. Se le dijo: <<Sal y ponte de pie en la montaña, ante Jehová>>. Y he aquí que Jehová pasa.[14]

Estudió el vuelo de los pájaros, como los estoicos, se pregunto por las serpientes de Racine.

Lo que le acaezca carece de importancia. El mismo ya no es el mismo.

La inmensidad de su soledad espera a los mismos asesinos.

---

[14] *Reyes*, I, 19:10-12.

Ya no puede jugar el juego. Ahora debe abandonar la vida como único acto moralmente posible. Su muerte confirma su verdad.

Los hombres se alinean tras el fuego, en un instante singular, habría escuchado la voz silenciosa que escuchara Elías.

El hombre, el desconocido número 5, es **Jean Cavailhès**

Universidad de Harvard

Cambridge, Mass., abril de 1983

ANEXOS

I. El curso de Jean Cavaillès

Jean Cavaillès sólo dictó un curso en la Sorbona. Fue durante el mes de marzo de 1941 cuando reemplazó a Poirier quien fue enviado a Brasil. En esa misma época, Jean Cavaillès escribía en Clermont-Ferrand, con Emmanuel D'Astier de la Vigérie y Georges Canguilhem, el primer volante de *Libération.*

Según el testimonio de Gabrielle Ferrières, hermana de Cavaillès, había aceptado el puesto en la Sorbona para ser más eficaz en sus actividades clandestinas.[1]

En septiembre de 1941, fue arrestado. El 29 de diciembre se evadió del campo de Saint-Paul d'Eyjaux. En ese momento, escribe su hermana, llevaba "el manuscrito de su tratado de lógica". El manuscrito desapareció. Sin embargo, "había, afortunadamente, dado una copia mecanografiada a la Srita. Foulquier ... Esta copia - fielmente conservada pero incompleta - permitió la publicación del libro *Sur la logique et la théorie de la science...* "[2]

En 1941, Marie Louise Gouhier y Geneviève Rodis-Lewis asistían al curso de Jean Cavaillès. Conservaron, durante 43 años sus notas.

[1] Ferrières, G., Jean Cavaillès, p. 170.
[2] loc. cit.

El texto de Mme Gouhier comprende 36 páginas; la última es un sumario de los temas sobre los que debían hablar los estudiantes. El resto está dividido en tres partes (*Relatif/absolu*, *Causalité* y *La notion de probabilité*)

Las notas de Mme Rodis-Lewis consisten de dos grandes cuadernos. Uno de ellos ha sido desencuadernado y consta de trece hojas de una escritura pequeñita llena de abreviaciones. El segundo cuaderno se conservó apropiadamente. Consta de 66 páginas tituladas "*Cours de mardi*".

En este anexo se presentan, lo más fielmente posible, las notas de Mme Gouhier en el francés original.

NOTAS DE MARIE LOUISE GOUHIER

pagina 1 recto

Cavaillès

1940-1941

Notes prises par Marie Louise Dufour[3]

I. Relatif-absolu. Objet de la science: atteindre l'absolu. Objet va-t-il être indépendant de l'atteinte? Si non: relativité (position entraîne relativité à l'acte de connaitre l'objet).

II. Y aurait-il une histoire de la connaissance indépendante du contenu?

Trouver relation à une *garantie* de contenu: mais alors relativité.

III. Mais alors problème de la *validité* de ce qui est obtenu.

Il s'agit de savoir si ce contenu lui-même est connaissance ou bien si c'est l'acte qui ...

[3] añadido en 1984.

Trouver un <u>absolu de validité</u>: trouver un lien nécessaire entre un contenu et tel objet. Sinon relativisme perpetuel: relativisme à des conditions de connaissance.

-*A propos des mathématiques* - que deviennent ces trois problèmes?

- Préface de Hegel à la *Phénoménologie de l'esprit*:

Il reproche à la connaissance mathématique:

1) qu'elle est lié à la position de l'objet mathématique et

2) qu'elle est lié au développement de la connaissance mathématique.

Solution d'Hegel: en faveur de l'absolu:

c'est parce que la connaissance mathématique suppose un absolu, et que son développement est un absolu, que cette connaissance est inférieur à celle de la philosophie.

hegel pose l'absolu de la démonstration comme opération logique. Il y a une- indépendance de la position de l'objet par rapport *à l'atteinte* de l'objet mathématique - il y aura tout de même, une nécessité à l'intérieur de développement de la connaissance = il s'agit d'un mouvement régi par une *finalité extérieure* - notion essentielle pour que la connaissance mathématique soit absolument nécessaire = il faut une extériorité des parties entre elles

il faut une référence à un absolu, c'est-à-dire a une finalité extérieur.

Objection: D'où sorte cette *nécessité*? l'absolu suppose un dégagement de toute relation (donc le développement est impossible à suivre) = il n'y a pas de vrai mouvement; il n'y a pas de mouvement véritable. Ce qu'il y a c'est un mouvement (*) formel. Seulement mathématique pour poser validité absolue de sa connaissance, est obligé de tuer mouvement interne des concepts- (ex. ne compare pas ligne (*) la circonférence à diamètre parce qu'elle arrive à l'incommensurabilité et y échoue).

- Donc: aboutissement de l'absolutisme:

mathématique qui, parce que pose l'absolu exige expulsion de l'infini (alors que l'infini constitue l'essence même de la relation mathématique moderne). Donc la solution hégélienne est insuffisante - faut-il retourner vers un relativisme?

-*Historiquement*: la philosohie oscille entre position d'un absolu et nécessité d'un développement authentique.

Deux étapes: Cartésienne- Kantienne.

I. *Cartésienne*: position d'un absolu: l'infini: unité interne du système de toutes les notions mathématiques- Difficulté: relation du fini à l'infini: impossible à préciser. Si conservons absolutisme de position d'objet nous serons gênés dans position d'un développement absolu de la connaissane

-> difficulté de la géométrie cartésienne. Difficulté de relier enchaînement des relations à l'absolue simplicité de l'absolu spatiale.

page 1 verso

relations géométriques sont bien contenues de l'espace, mais seulement sous le regard d'*intuition divine* (nécessaire pour comprendre l'espace)-

2. Difficulté: caractère absolu du développement de la connaissance: résolue pour Descartes par l'*ordre*: passage nécessaire d'intuitions simples à systèmes des pensées compliqués *validité* du resultat *garantie* par la *nécessité du développement* = regarder *uns intuitus* donc possède une affinité interne entre ses éléments pour qu'on puisse les embrasser simultanement.

Faille du cartésiannisme: présence d'un arbitraire et d'une limitation:

-la décomposition n'est pas possible que dans des cas privilegiés - donc l'arbitraire du découpage demeure un facteur de relativisme dans le développement de la connaissance.

-relativité dans l'extension du développement de la conaissance: l'atteinte dans la simplicité de l'objet ne s'effectue que partiellement pour l'homme: distinction entre courbe géométrique et mécanique = donc (*) de la physique cartésienne (q.q. chose d'espatial échapperait aux mathématiques.)

: caractère absolu ruiné: pas de validité inconditionée dans le cartesiannisme. Repose-t-il pour les mathématiques sur la lumière intrinsèque ou sur son caractère de condition du monde? problème irrésolu dans Descartes.

II. *Kantienne*: absolutisme hyppocrite. absolutisme de l'espace qui est l'objet des mathématiques, n'est pas posé en lui-même, mais l'absolutisme de l'espace est posé comme condition de la connaissance.

Il n'ya qu'un espace- il n'est posé relativement à rien. Ne pas se demander s'il y aurait une expérience non-spatiale et que serait elle.

Donc, il n'ya pas qu'une géométrie.

Deuxième problème: développement absolu ou relatif: avons nous le choix ou non dans construction de nos concepts? * donc on retrouve Descartes. Mais chez Kant, la notion l'auxiliaire cartésien d'*ordre* manque. Nous allons de la démonstration à l'objet de la démonstration. le concept n'est pas indépendante de sa construction.

Passage du *concept* au *schèma* du concept = nécessaire. Mais alors y a-t-il vraiment concept s'il est toujours liée à son schèma?

(ex. triangle n'est que la règle pour construire le triangle.)

- le Developpement est donc arbitraire - Hasards d'une histoire - l'enchaînement des figures est aussi arbitraire. Tandis que chez Descates: *ordre*.

Ceci -> le relativisme de la validité de cette connaissance.

Si la connaisance mathèmatique a une valeur, elle n'est pas absolue, cette valeur

page 2 recto

cause de l'arbitraire du développement. Parce que mathématique depend en physique n'est que le moyen de la conaissance physique.

Espace n'est que condition...

Modalité des jugements mathématiques c'est le possible ce n'est que s'il y a des objets du monde extérieur que ... Règle du triangle n'existe que comme moyen de mesurer les triangles du monde extérieur.

Donc destruction de la valeur de la connaissance mathématique: elle n'est plus que condition d'une connaissance expérimentale des objets.

Finalement justification d'un espace = condition de l'expérience de la connaissance des objets physiques. Donc science de l'espace ne pourra être qu'en correlation avec une certaine expérience. Donc limitation, contrainte extérieur à la connaissance mathématique de l'espace.

Mais pourquoi = espace est-il condition de l'expérience?

- Abandon de cette position = problèmes posés par l'infini. la mathématique se caractérise comme la science de l'infini ou de rapport entre l'infini et le fini. D'où rejet du kantisme.

-Problèmes techniques posés au début du XIX siècle: l'introduction des nombres complexes grâce au problème de l'expérience obligeant à introduire des nouveaux êtres mathématiques. * Mathématiciens ne voient que *réussites* permettant enchaînements mais ne justifient pas intrinsiquement enchaînements d'où ils abouttissent à un relativisme total qui se décrivit lui-même.

- Ou rechercher un absolu?

D'abord, définir le développement des mathématiques, avant de définir leur objet qui se trouvera défini par là-même. Mais est-il possible de définir ce développement?

Tentatives faites - On a défini mathématique par rationalité, c'est-à-dire, subordination aux règles de la *logique*.

math

Deux solutions historiques: théorie des ensembles et

log

des classes: fusionnent = réduction des mathématiques à la logique contrairement à Kant.

Ce qui fait l'unité de la chose: la compréhension du concept.

Ce qui fait l'unité de l'ensemble: telle propriété qui définit l'ensemble (théorie des ensembles: memoires de Cantor).

- Mais si l'on introduit l'infini: -> paradoxes le sens de cette propriété - Alors mathématique non réductible à la logique. Si on dépasse considérations d'ensemble finis: paradoxe; ensembles de tous les ensembles défini par la simple appartenance - définition par la de l'ensemble de tous ceux qui ne se contiennent pas comme éléments).

Notion *ordre* entre éléments de l'ensemble (ex. relation non symétrique et transitive - dérivant de la notion d'appartenance) Donc notion d'ensemble ordonné.

page 2 verso

- solution: subordination plus étroite à la logique - description des notions et des procédés d'obtention de ces notions.

Est-ce un absolu?. l'objet sera l'atteinte elle-même. On revient a Descartes.

Prise de conscience qui est l'axiomatisation complète des mathématiques.

Ne peut être accompagné de *formalisation*, c'est-à-dire une description exhaustive des tous les procédés employés - chaque signe n'a d'autre sens que le mode d'emploi fixé dans l'axiome.

Mathématiques deviennent un gigantesque formalisme - plus de contradictions possibles = à chaque étape consciente intégrale de ce que nous faisons.*fidelité a ce qui est posé*.

Métamathématique de Hilbert.

Complications infinies s'introduisent dès que j'ai: "*tout* nombre qui..." ou "quelque soit le nombre des ..."

1 2 n w w+2 w+n 2w différent d'avec la numération: au lieu d'ajouter 1, on pose à la limite.

Avec ce procédé on peut démontrer la non-contradiction de tel système d'axiomes.

– Etat donnné tel système d'axiomes = on peut définir un objet qui y est compris. C'est la categoricité du système. Traduction d'une théorie dans l'autre quand obeissant au même système d'axiomes. (ex. théorie de l'intégration et des probabilités).

– Paradoxe de Skolem: étant donné un système[4] d'objets il sera forcement dénombrable, c'est-à-dire parallèle à la suite des entiers. Alors qu'ensemble mathématiques ne sont pas dénombrarbles (les points d'une droite). Faut-il l'enlever des mathématiques? les amputer?

L'infini en mathématiques.

Axiome caractérisant des ensembles infinis:

[4] al margen: Revue de Meta 1935-36 Chevalley -variations du style math.

Le tout = la partie. Ex. dans la suite des nombres entiers et de la suite des nombres pairs - se correspondent et pourtant l'un est partie de l'autre.

-infini de différentes puissances. Ex. des nombres compris entre 0 et 1 = infini supérieure à celui des nombres entiers.

Paradoxe de Skolem: d'un part axiomes exigent qu'il y ait infinité non-dénombrable d'objets et d'autre part nous pouvons les satisfaire avec une infinité dénombrable (avec les entiers)

page 3 recto

pas de correspondance entre l'ensemble des entiers et l'ensemble des points. Il existe un troisième ensemble qui permet de mettre en corrélation ces deux premières ensembles – (couple à travers le deuxième ensemble).

On peut par systèmes de couples, mettre en corrélation ces ensembles relativité des objets mathématiques les unes par rapport aux autres.

1 2 3 ... n

p1 p2 p3 ... pn

facteur de relativité: "il existe" relativité de tout système d'objets satisfaisants aux conditions posées.

Construction des ces infinis superposés, est-elle purement fictice? Au moins: le système des entiers.

-Peut-on caractériser la suite des entiers? – oui par relation d'ordre non symétrique et transitive. Il peut y avoir d'autres systèmes d'objets qui satisfait à ce conditions et qui ne sont pas des entiers. Mais en tous cas = d'abord les entiers, ensuite les polynômes obtenus avec ces entiers et avec lesquels on refait l'arithmétique nouvelle.

Dans les axiomes il y a implicitement l'utilisation du système des entiers = rien que le fait d'affirmer que l'on peut recommencer une fois, deux fois telle opération.

– Solution: seul l'infini des entiers est absolu: tous les autres deviennent relatifs (mais rien que pose le premier infini comme absolu le rend relatif à cette position d'absolu)– donc ne peut pas cloturer (douter?) est infini: ne pas le poser seul comme absolu, il sera ce dont procède le relatif, et cela seul = deviendra donc relatif.

Donc ne pas s'en tenir la qu'est-ce que caractérise infinité des entiers?

[5] – non la possibilité de les construire, mais un caractère arbitraire : on s'arrêt quand on veut– l'endroit ou l'on s'arrêt est arbitraire.

Aussi notion d'infini par une scission entre deux modes de pensée qui paraissent confondus. Indifférence pour le résultat du raisonnement du point où l'on s'arret – idem pour l'infini des fractions = pas de procédé d'arrêt.

---

5 al margen:

$0, \alpha 1, \alpha 2, \alpha 3 \ldots \alpha n$

infini des fractions

Ce qui apparait inutile dans la solution d'un problème, engendre 1 2 problème (ce n'importe où ...) - Absolu ne se distinguiait que dans l'actualisation d'une solution et l'... apparaissant comme relatif en dehors de cela.

- Chaque fois que système d'objets fixés par ensemble d'axiomes, apparaissent comme relatifs à cet ensemble ainsi que leur propriétés - Il faudrait posseder d'avance un absolu, ensemble au sein duquel on choisirait.

-Nécessité de prendre conscience du processus par lequel l'objet mathématiques s'engendre. Nécessité des mathématiques oblige negativement le mathématicien à distinguer au sein de la solution posée comme absolue, arbitraire.

D'où nécessité de dépasser toujours à la première position.

-Difficulté de parcourir les problèmes chaque problème ne contient pas

page 3 verso

analytiquement le suivant (contient moyen de production suivant) Enchaînement des systèmes est-il nécessaire? problème posé par apparition de la solution du précédent? Relativement à un problème il n'ya qu'une façon de poser les instruments servant à la résoudre- solution apparait dans position même nécessaire de ces instruments- Donc relativité interne absolument nécessaire.

Mouvement de pensée mathématique? Alors validité du résultat?

Mouvement ce qui vient après, contient ce qui vient avant. mais avec un sens nouveau. Ce qui avait été obtenu, va se conserver en changeant de sens (donc ensemble général contenant tout ce qui devient distinct ensuite).

Y a-t-il limite à cette rélativisation? - construction du concept dans l'intuition: Descartes - Kant = ce qui caractérise les mathématiques c'est spatial une théorie pensée rigoureuse du sens externe va se trouver math.

Nouveau relativisme = cette notion d'externe, du monde extérieur.

Donc pas de pensée mathématique autonome. Pensée mathématique n'est autre chose que la *pensée du monde.*

Pensée du monde = est-ce que cela a un sens? - De plus: confussion entre pensée physique et pensée mathématique.

- Leibniz: pensée mathématique est possibilité parmi d'autres <-= champ du mathématique qui englobe pensée du physique.

(Pour Kant pensée mathématiques n'est vraie que à pensée mathématique possible du monde physique.

Pensée mathématique qui n'est pas physique: nous rêvons à possibilité d'expérience mais quand pensons vraiement un expérience nous pensons mathématique (puisque nous pensons les conditions d'expérience) La pensée physique *est* la pensée mathématique.

En mathématique j'abandonne l'actuel: donc je ne pense pas ce monde/ ex:

-Abandon de l'absolu de l'objet physique en tant que se posant comme indépendant de la pensée de sa réalité- Absolu mathématique n'est concevable que grâce à absolu de l'objet physique.

Objet physique? relativité des(dans?) positions d'existence - dans pensée existence - dans être même.

1/ Reconnaitre un objet physique: la situation d'existence par rapport à autre chose que lui = donc relativité à d'autres objets que l'on est obligé de penser comme existant en eux mêmes.

2) Pensée des relations peut être absolu = ce n'est pas la physique qui fixe le dévelopement mathématique. Le physicien pense grâce à système mathématique. Problème : qu'est-ce que cette pensée en dehors de ces systèmes. ex. $f=kmm'/d^2$ = formule abstrait? pourquoi? mm' est produit. Ce pourrait être une fonction croissante quelconque? d^2=? pourquoi?: C'est l'expérience qui a imposé ce carré - donc relativité à

page 4 recto

l'electricité? non n'a de sens que relativement à d'autres expériences physiques à d'autres notions plus ou moins vagues, etc... pas de solutions. Mais mouvement de pensée passant des 1-termes aux suivants?/ non nécessaire comme en mathématiques.) Penser sur un -système physique: c'est penser sur des relations mathématiques qui le caractérisent: c'est-à-dire sens c'est une pensée non physique. Ce qui est physique - par opposition aux mathématiques c'est l'action effective du physicien.

Exp. se situe dans l'*histoire* (alors que mathématiques non) alors validité objective de l'expérience quelle sens a-t-elle? Sujet qui fait expérience n'est pas entrainée: *absolutisation* grâce a lien avec la mathématique. Si non avec historicité propre du sujet) devient un enchaînement mathématique.

- La physique choisit (?) du mathématique est mathématique et non les mathématiques.

-Liaison entre devenir singulier et devenir mathématique mais liaison extrinsèque par rapport au développement mathématique (mais non arbitraire par rapport à la physique.

-Arbitraire du développement des moments de la physique à cause de certain *autonomie* ne se confond pas avec la nécessité mathématique- la formule $kmm'/d^2 = f$ ne pose pas de problème mathématique) Pensée du mathématique et du physique s'excluent mutuellement/ enchaînement nécessaire d'un part et enchaînement historique d'autre part. Lien entre les deux, c'est-à-dire detérminisme? Quel est lien entre expériences du physicien? Est-il caractérisable de façon interne ou bien nait-il accidentellement, ou se développe-t-il avec une certaine culture?).

Que veut dire: accord de la pensée avec elle-même?

[=:]

C'est-à-dire quelle structure peut englober des contenus identiques?

-Mais problème de la possibilité de structure de pensée (c'est-à-dire de la logique).

Logique classiquement: forme de la pensée des contenus, des structures. Etude de l'enchaînement de ces formes: étude formelle au deuxième degré (étude des systèmes d'enchaînement), qui est au fond celle de la logique comme organon au sens aristotelicien.

1) Définition possible de logique: analyse réflexive.

3) Ou bien logique comme fondée sur logique transcendentale.

page 4 verso

Pour Leibniz: rationalité exhaustive du réel. Toute analyse finis par résoudre toute composé en simples. Tout jugement en identités: donc nous sommes sûrs que connaissance peut aboutir et sur la façon de connaitre: nous avons le type de la connaissance (logique supposé typologie) - logique prescrira avant tout l'analyse (et inversement, la synthèse sera une combinatoire)

-Structure à développer issue justement de ce type de connaissance.

-Mouvement leibnizien continue par Bolzano (*Wissenschaftlehre*).

-En opposition à cette conception: science comme *découverte* de la vérité.

2) Logique comme analyse réflexive: prise de conscience du développement penser de la science en tant qu'il s'effectue authentiquement - Méthode.

- Trouble apporté par Descartes: place de la logique à côté de la Méthode cartésienne de découverte - introduction de l'opération d'ordonner - Mais cette méthode admet un point fixe: la Forme permanente des problèmes - sont formulables vis à vis les objets dont nous avons la garantie grâce à l'*absolu divin* (qui est tout de même immanent à la pensée - donc il s'agit bien de l'analyse reflexive quand même).

Donc méthode n'est pas ici un organon - elle suppose d'abord le développement de la connaissance = d'oû possibilité ensuite d'un description des procédés.

3) Logique comme sur une logique transcendentale = déterminant a priori des conditions de toute connaissance- Logique non plus organon de la connaissance mais *canon* (car nous n'avons pas d'objet à connaitre).

Logique fondé en définitivve sur une définition des conditions de l'acte de connaitre. Comment le définir?

Logique transcendentale n'est qu'un développement hypothétique tandis que logique: voici ce qu'il faut faire pour connaitre. Comment réintégrer la logique comme à priori, relativement aux différentes connaissance. Autorité de la logique c'est postérieure à celle des sciences de la nature (ce qui avoue Kant).

Obligation de nous baser sur un certain définition de la connaissance.

- Ou bien connaissance peut être prescrite à priori = alors logique = organon.

- Ou bien connaissance est développement qui se fait à tout instant.

= alors logique est contemporaine (nous ne savons ce que sera la forme exigé par contenu scientifique).

page 5 recto

Husserl (logique transcendentale) = il nous est possible de saisir système de Formes (non pas, Formes de ces formes) mais par la appréhension de l'intention même de la science (et non son résultat d'exposition).

Logique est chez Kant *Selbst erkentnnis des Verstandes*

Selbst auslegung des Reinen Vernunft.

C'est-à-dire analyse reflexive grâce à visée intentionnelle (= appréhension d'essences l'objet, ici, sera l'acte de la science dans son développement. Donc nous saisissons du dedans - Ontologie formelle qui découvre les modes d'atteinte de l'objet.

Apophantique: Théorie des jugements.

Théorie des différents (*Mannigfaltigkeit*) objets.

Cordonnait à logique de la démonstration: logique de la vérité nous est donné des efforts pour appréhender connaissance en tant que se constituant.

Doctrine de la relevance des Noyeaux = necessité d'affinité foncier entre ces noyeaux 1 saisie dans l'acte intuitif de la connaissance.

Supposition d'invariant dans l'acte de la connaissance qui le caractérise.

Necessité du rejet de la logique husserlienne: inadéquation entre essence de la logique et sa définition-

apparait dans la théorie de la relevance des noyeaux.

- Ou bien nous pouvons définir à priori la relation de ces noyeaux indépendamment de ces noyeaux (logique: développement pour soi).

- Ou bien nous voulons mettre en relation l'enchaînement des jugements avec les contenus: alors pas de logique possible.

- Définir logique par analyse reflexive: il est à séparation entre logique véritable et science - plus de logique comme discipline autonome. Conclussion inacceptable.

Rapport de la logique aux autres disciplines: anteriorité.

page 5 verso

-Apprehension de la réalité - c'est au fond la recherche de la cause

- Antinomie entre position singulière absolue et connaissance de cette position c'est-à-dire justification de cette position.

Thème de la meta(physique) Aristotelienne = recherche des causes premières = affirmations tautologiques puisque cause = ce qui est premier: c'est qu'Aristote a introduit une relativité (des degrés) dans la causalité. Cause première = cause authentique.

- Cette cause première est negation de sa propre réalité - est hors de la réalité puisque la fonde. Pour saisir ce qu'est essence - nécessité de nier ce dont elle est essence.

Pour échapper à l'antinomie morcellement, pluralité de causes - Mais est-ce que cela supprime ou solutionne le problème?. Est-ce problème ne se repose pas pour chaque cause?.

Ce qui sera naturel = ce qui change de façon autonome - ce qui a en soi cette puisssance de changement inhérente au changement même = l'essence même de ce qui change - Ce qui sera l'appréhension du réel: ce sera ce changement le principe de changement = dérive de ce qui ne change pas - du permanent = donc plus de changement - Solution sera dans le morcellement.

Nous garderons comme permanent: la matière qui sera le sujet indifférencié (par suite réel) et ce qui le fait changer = cause efficiente ou plutôt = renvoi d'une cause efficiente à une autre cause efficiente * Causalilté de la cause commence a agir = regression dans le Temps - Solution en fait que reculer.

- Aristote n'accepte pas ce recul indéfini d'où exigence des deux autres causes: cause formelle qui sera l'essence, l'explication du changemnet donne une réalité intelligible du changement, de la chose changeante

Relation matière forme: se posent comme contraires - changement sera caracterisé comme passage d'un contraire à un autre.

- quatrième espèce de cause (pour justifier ce passage*) = la finalité c'est parce que le forme est la fin du changement, qu'il y aura changement fin = extremité et but; fin = terme postérieur

Changement non reduit à un permanent qui en serait raison immobile non plus à un antécesseur mais en renvoye à dualité des états dans le changement. D'autre part orienté vers un fin supérieure aux principes

Principe vers quoi (justification intérieure du devenir) précède ce qui est. Ne peut être radicalement différente du devenir, puisque le justifie comme tel. Notion de fin reintroduit irréductibilité de réel dans le changement (en tant que changement).

- (Livre H de la méta(phyisique) = pour l'homme: cause finale non différente de cause formelle.

página 6 recto

appréhension d'une essence immuable; ce qui rend compte de notre devenir = la fin = notre quiddité - pour eclipse de lune = pas de patient(?) entre changement de présence de la lune à son absence - rien de permanent; il n'y a pas de matière - il y a seulement patient qui est la Lune.

Pas de passage d'un contraire à l'autre - ni imposition d'une forme.

Mais cause motrice (efficiente) interposition de la terre : élément vraiement etranger à la Lune

Cause formelle - La notion d'eclipse obscure si on n'y joint pas cause motrice. Absence de la lune? notion obscure comporte autre chose que la notion de Lune. Donc essence même de l'eclipse de Lune, c'est son explication. c'est-à-dire la cause motrice ici cause formelle s'identifie avec cause motrice - donc difficulté.

Doit on poser une réalité hors du devenir - alors séparation dont nous n'aurons pas le principe. Ou si nous en saisissons le principe: séparation disparait .

Dans l'eclipse: cause materiel et finale qui déterminent changement disparaissent

Identification de la cause matérielle (motrice) et formelle = plus de relation d'anteriorité: l'eclipse de Lune et principe d'eclipse sont simultanés

Impossible de distinguer entre l'eclipse et sa cause. Donc: négation de la causalité? Situation supérieure à celle de la nature = mais alors destruction du réel de la Nature il ne devient plus.

Impossible de poser la loi du mouvement et le mouvement; ex. le mouvement circulaire qui est en quelque sorte un mouvement immobile. c.à.d. négation du mouvement

Donc on pourrait dire: seule réalité: celle des choses qui deviennet, qui sont limites dans le temps.

Cause finale ou motrice: ne font que justifier par devant ou par derrière le devenir une fois réalisé

Seulement dans la mesure oû justification atteinte: plus de devenir

- Aristote emploie cause dans toutes les sens: dans celui de principe

- Est-ce que devenir du raisonnement peut être assimilé à un devenir naturel?

Causalité = unité de la marche en avant. Non pas jalonemment de la marche - mais la marche elle même (cf. le raisonnement; les affirmations initiales ont déjà marque du raisonnement total) Mouvement autonome stylise le lien unique de l'hypothèse à la conclussion - lien irréductible. Impossible de reduire raissonnement à une simple juxtaposition. Chaque unité engendre la suivante - Dans devenir rationnel: cause motrice ne peut être que cause formelle.

Dans devenir des êtres naturels mais éternels: cause finale est formelle.

Objections à Descartes:

i) Comment Dieu peut être cause de soi?

ii) Comment peut-on passer de réalité objective à formelle (Cause formelle de l'idée est simplement son essence)?

- causalité divine: mouvement de régression s'arrêt à Dieu, mais il faut nécessairement qu'il y ait différentiation entre cause efficiente et effet.

hétérogéneité nécessaire - telle que l'intelligibilité de la relation cause/effet disparait - irrationnel pur - échec.

Effort pour penser relation de causalité chez Descartes (1er, 4eme et 6eme réponses aux objections)

Arnauld: on ne peut parler de cause efficient à propos de Dieu. Mais Arnauld admet existence = essennce pour Dieu - alors cause de l'existence divine qui est essence elle-même) se fond avec cause de l'existence divine: Conséquence: causalité divine ne se distinguera mais sera le type de la causalité véritable dans le monde.

1) D'une part coincide avec notion de causalité intelligible

2) absolue elle (*) les relations de causalité

Causalité efficiente divine - idéntique à cause formelle - cause formelle (cause rationnelle (*causa sive ratio*) - Pourquoi cette identification? rapport entre idée de cause d'une idée = apparait à propos de théorie des vérités éternelles (ex. 2+2 = 4, axiome de contradiction = créatures divines) Dieu est cause efficiente des vérités éternelles = nécessité humaine de donner un nom humain à cette causalité divine - rien à comprendre.

página 7 recto

1937

rech. phil./

"de seule sorte qu'il les a de toute éternité voulus et comprises c'est-à-dire crées".

Vérités éternelles = mettre la science au niveau humain - la science est à la mesure humaine: rattachement de la vérité à la piussance qui la pose (ex. idée: est dans l'esprit en tant que je suis chose pensante, idem: puissance totale de Dieu est vérité éternelle crée par Dieu) idée a besoin d'une cause pour être connue (cause psychologique n'est pas en question) mais cause de la réalité, du contenu objectif de l'idée. ex. de la machine le fondement de l'idée que j'ai de la machine vient de la machine elle même ou bien ingeniosité très grande: sans science aucun je pourrait trouver une machine - ou bien science. Donc ou machine ou science ou ingeniosité = comme cause mais science doit avoir une cause aussi) reste même solution (*): puissance d'invention de l'esprit.

Causalité de l'esprit par rapport à ses idées est confondu avec causalité de la puissance divine par rapport aux vérités, ses créatures = nouveau type de relation causale à analyser.

Causalité physique bien analysée montre qu'il ne subsiste pas de causalité temporelle (même en pleine mécanique), c'est-à-dire ce qui reste d'extra-rationnel dans la notion de causalité. Descartes refuse d'être ramené à St. Thomas si régression (*) cause peut fonder quelque chose elle ne peut pas s'arreter tandis qu'argumentation vers causalité divine ne fait qu'un pas et non deux ou plusieurs (il est que régression dans le temps n'est pas une régression causale) car le temps lui même peut être divisé en parties distinctes indépendantes = il n'y a qu'une relation de causalité = elle est instantanée, c'est celle de créateur à créature de cette façon elle peut s'appeller cause efficiente - mais puis qu'elle est hors du temps se rapproche aussi de la causalité intelligible. Le mouvement disparait de l'ordre des événements - à cause de la difficultés mécanique (chute des graves - mouvement acceleré - Le mouvement ne sera plus rattaché à une cause de lui il cessera d'être événement et deviendra état. Pour Descartes quoiqu'etant état requerra une cause tout de même. Ce sera la puissance divine intemporelle. Figure mouvement seront propriétés des corps (et non de substances) "si elle a une fois commence a se mouvoir elle continuera toujours de la même façon ... ": Idem pour la grosseur, la figure ... mouvement de même sera une caractéristique de la matière = réclamant causalité divine. Causalité physique se rapproche de causalité des idées. Idée de mouvement a le même créateur que le mouvement lui même = d'où intellegibilité du mouvement.

pàgina 7 verso

Difficultès: causalitè instantannè exige que dans un instant nous ayons les raisons qui caractèrisent univers à cet instant.

Relations entre les corps sont aussi justifièes à l'intèrieur de chaque instant.

Loi d'inertie - Seul le mouvement rectiligne est permanent. c'est-à-dire d'intelligible: Dieu est cause seulement du mouvement rectiligne.

Impossibilitè de donner raison du mouvement circulaire; impossible de dèfinir la variation de la vitesse l'accroissement infinitesimal: incomprèhensible encore pour Descartes - Penser le passage d'un ètat de l'univers à un autre est impossible pour Descartes. Il saisit seulement les raisons quie dèterminent l'ètat suivant le premier.

Reste un irrationnel: passage d'un instant de l'univers à un autre: impensable. Nous arrivons à limitation de la causalitè: *elle* n'est pas intelligible *et* ne relie pas vraiement les diffèrents moments du temps.

Pas de progression chez Descartes: engendrant de nouvelles rèalitès. Il n'y a qu'un dialectique regressive - Système engendré plus complexes n'est pas notre oeuvre, mais celle de Dieu. Natures simples dans les *Regulae* ne sont que des étapes dans la régression vers l'intelligibilité parfaite c'est-à-dire l'intelligence divine (et non des matériaux intelligibles faits pour progresser) Nous sommes certains en ce sens d'atteindre la réalité car nous arrivons dans régression à l'unité parfaite de la pensée divine.

Difficulté: cette régression ne comprend pas de retour: le point de départ disparait dans la régression. Relation de causalité ne doit pas être rapproché d'un monde où il y a des relations temporelles.

(Tandis que Spinoza: identification de causalité rationnelle et physique. Descartes s'est toujours défendu de confondre causa sui et cause formelle. Tenait à garder quelque chose de cause efficiente (ex. idée d'une machine compliqué; n'ayant pas sa cause dans *un* arbitraire psychologique, soit dans le modèle, soit dans la science ou dans l'ingeniosité de l'esprit qui la cree – il ne s'agit pas d'une dépendance irrationnelle –

Puisque seule *la* causalité de nature est causalité divine: c'est *une* causalité qui ne peut se confondre avec causalité formelle. Dieu *est* créateur des existences et des essences: de la même façon; instant qu'entendement et volonté ne font qu'un en Dieu au sein de la puissance nouvelle. Donc notion de la causalité realisée en Dieu. est saisissable au terme du passage à la limite (cf. polygône, cercle).

página 8 recto

En tous on part de la cause efficiente.

Mais y a-t-il cause efficiente non-divine dans univers cartésien? (à traiter plus tard) (*) par l'attraction divine. Ce que nous voyons être la cause de quelque chose: c'est-à-dire à la fois son essence et son existence: relation intemporele qui ne peut exister qu'entre Dieu et ses créatures et non entre deux créateurs.

Alors quelle sorte de relation *peu exister* entre les parties de l'univers?

Autre difficulté = relation entre Dieu et l'homme comme créature libre: un effet peut, quoique dépendant totalement être à son tour cause libre - Reponse: Spinoza: supprime possibilité d'une efficience radicale d'effets causés par puissance divine.

Spinoza: rend plus clair mais limite cette notion de causalité.

Note de *Court Traité* *et cogitata* = causalité = un mystère volonté comme pouvoir serait une cause - Mais Dieu seulement est fondamentalement cause - Spinoza tranche difficulté par distinction dans la relation de causalité.

Relation de causalité est une relation de fondement = réduction à la liaison entre conséquences et principe: non chez Descartes. Liaison entre un objet et essence de cet objet. Plus de notion de puissance créatice qui serait numériquement différente de ce qu'elle crée (Descartes)

Relation de réduction intelligible = et non relation logique.

Court Traité I, chap. 3 = cause "émanation" de ses effets.

(Commentateurs: *collegium logicum*) "émanation" est-ce de laquelle la chose émane immédiatement sans causalité mediate.

1/ est aussi cause active ou efficiente en ce sens qu'elle ne se produit effet qu'un moyen d'action (activité de Dieu même = qui est activité rationnelle ou action coincide avec essence de l'idée)

2/ est immanente et non transitive: produit - effet en elle même.

3/ est essence libre et non cause nécessaaire - Dieu est cause libre il n'y a pas exigence découlant d'une nécessité extérieur.

4/ Dieu est cause par soi et non par accident.

5/ Dieu est cause principale de ses effes une cause principale = cause instrumentale.

6/ est cause première, universelle; prochaine (opposition aux causes particulières et éloignés).

La plus importante: cause emanative est immanente; de Dieu découle tout comme étant ses modes particulières.

Difficultés: puisque Dieu est cause immanente quelle sera existence des effets? pourra être hors de Dieu – problème de la cause libre autre que Dieu ne se pose même plus - plus d'autres causes au sein de l'univers – Toute existence particulière n'est-elle

página 8 verso

pas supprimé? - non grâce à position de la cause transitive même particulier = en tant qu'il est affiché d'autre mode particulière (corollaire propos.16).

Scolie prop. 17 - relation de causalité n'est plus réciproque = le causée est différent de la cause - Aussi univers, est semblable, mais différente de Dieu, est nature naturée - tandis que Lui est nature naturante dans son mode d'existence: est distincte de Dieu de ce quoi il resulte de Dieu - Substituer entre les effets de relation de causalité = modes causant et causé différont entre eux par le lien qui les unit. Se pose problème du mode fini et de leur rapport.

Mode fini sera-t-il cause en tant que represente une essence positive? Non. C'est en tant que posé dans un ordre c'est-à-dire en tant qu'essence de la chose est réellement particulier qu'alors pourra être conservé cette relation de causalité. Ce qui conserva un mouvement de l'univers ce sera un autre mouvement - différence ne sera que dans la transmission. Idem: figure géométrique a pour cause un centre fig. géométrique.

Donc processus d'enchaînements finis se remplaçant lien de causalité? que vaut-il? Problème de l'enchaînement des modes dans le spinozisme.

– Difficultés est moindre pour les modes infinis (Dieu est cause prochain et non en son genre).

(Ex. le mouvement est effet de l'attribut d'etendue = toute ce qu'il y a d'essence est le mouvement est dans l'etendue. En quoi mouvement en diffère-t-il?

Le mouvement ne sera pas la pure et simple position des relations métriques.

Un mode est cause d'un autre dans mesure ou son essence est exclusive de ce mode – ici notion de causalité non indépendante de celle posée pour Dieu: l'est parce que Dieu est cause de toutes choses. Qu'un mode fini peut être cause d'un autre mode fini – ex. cercle à la fois processus d'exclusion et de causalité. Au fond passage d'une essence finie à une autre est bien mis en question et sinon expliqué du moins figuré (régression).

Tandis que Descartes excluait toute causalité transitive à cause de régression infinie ici = se scinde en deux.

1) Causalité divine (du mode à l'attribut).

2) Causalité transitive = dépendance.

De réalité fini à réalité fini progressant à l'infini.

Deuxième terme renvoie au 1ere, 3eme, ... c'est-à-dire cause dépendant de l'effet, mais non-epuisé par cette dépendance.

pàgina 9 recto

Malebranche: jugement sur la théorie de la causalité aritotelicienne: doit pouvoir être remplacée par théorie du changement doit pouvoir se ramener à changement mécanique (alteration, corruption, changement,...)

Une seule réalité changeante: est derrière les apparances dans le mouvement local. (fondement de la réalité de la cause: réalité divine chez Descartes, à la fois génératrice des essences et des existences. Supprimer de la causalité tout ce qui ne se reduit pas a fondement

(Descartes, à la fois génératrice des essences et des existences

Supprimer de la causalité tout ce qui ne se réduit pas à fondement

(Descartes *causa sive ratio*. Dieu = fondement)

1/ Le mouvement chez Descates sera un état et non plus un changement. C'est la persistance d'un changement (tandis qu'Aristote ...) Pourquoi pierre continue-t-elle son mouvement une fois lancée? Solution déjà adoptée par Galilée.

Principe no. 36; que Dieu est la 1ère cause du mouvement - Dieu crée matière aussi bien en mouvement qu'en repos - Une particule A materiel se définie en mouvement uniquement par rapport à la particle B parce que le rapport distance entre A et B changent. Reciprocité entre A et B en mouvement.

2/ Principe d'inértie = fondement de la cause est permanent en Dieu: d'oû permanence de l'effet est nécessaire - (à cause justement de la reciprocité en causalité) conséquence de la permanence de la cause permanence de l'effet - Alors univers immobile? Non, c'est le mouvement qui reste permanent.

3/ Fondement du changement sera dans principe de diversification qui est double 1/ dislocation de la réalité étendue en une pluralité d'objets materiels et 2/ réduction de ces objets materiels à l'étendue (l'étendue n'est pas uniquement le principe d'extension - mais ce qui est moteur dans la diversification des figures géométriques) id: comme vérités éternelles sont en rapport avec puissance divine = rapport de production.

Et principe de relation de ces figures: impénétrabilité. Si objet est défini uniquement par extension, il ne peut abandonner aucune partie de l'étendue sans se détruire lui-même.

Dieu n'est pas effective de l'actualité de la diversité donné.

(Dieu n'est pas cause d'un position d'une des vérités éternelles par rapport a une autre) De cela, où est la cause? (Difficile expliquer ----- Descartes)

Pour expliquer diversité il faudra déjà faire intervenir le mouvement 2 corps sont distincts parce qu'il y a un mouvement distinct entre leurs parties)

Phénomène de choc = est le changement radical à cause de l'image que nous avons de l'univers (et non de l'intelligence)

página 9 verso

que veut dire: ce corps en rencontre un autre?

Descartes: le fait dépende de la intelligibilité divine = donne une loi à cette transformation. Règle posé exactérieurement à la réalité qu'il s'agit de fonder. Notion unique de cause dans le cartesiannisme = s'efface. Une nouvelle notion de cause:

D'une part: position de relation et position des termes dans la relation.

= choc et paremètres fixent position des corps.

Indétermination de la loi par rapport au fait singulier qui se soumet à la loi - d'où limitation de la possibilité de fondement.

- Est-il bien toujours question de cause?

/Difficulté 1/ notion de conservation du mouvement / nécessité de la constance de la somme des vecteurs géométriques qui représentent le mouvement.

2/ le repos a autant de force que le mouvement; deux corps qui se choquent peuvent annuler leurs mouvements. Sort de rétour à la cause matérielle aristotelicienne = contrariété du mouvement at du repos - Mais mouvement et repos sont termes relatifs - D'où contrariété destruit sous relation. Mais force mouvante et force du repos ont même nature.

Là se sépare de ses successeurs.

Malebranche. Réalité de mouvement est liée à l'efficacité divine qui se partage en deux: 1o. Cause des essences. 2o. Cause des existences pour sauvegarder cette notion d'événement dans la réalité, qui ne pouvait subsistir chez Descartes.

Mais cette cause ocassionnelle du devenir cause fondamentale des phénomènes.

Mais problème n'est pas abordé par cette intervention nouvelle de la causalité: Le choc est inintelligible aussi bien chez Descartes que chez Malebranche.

Hypothèse du tourbillon annihile le choc de corps: qui suppose passage d'un instant à un autre après lequel il y a changement choc ne s'explique que s'il y a discontinuité - sinon il n'y a pas choc. mais composition de vitesses.

Pas d'événement dans le monde (pas de diversité temporelle).

Spinoza: le problème ne se pose pas chez lui - ne se souci pas d'expliquer choc. Pas de pluralité devant être nécessairement fondé (*De intellectus emmendatione*).

Passer d'une chose singulière à une autre chose singulière = passage de la détermination d'un pensée à détermination d'una autre pensée = d'où régression à l'infini et pas de fondement possible.

- Chercher les principes qui dominent chose singulier.

página 10 recto

2: Principe de causalité: toute cause a un effet et toute effet a une cause. Singularité d'une essence saisie en relation avec cause divine (relation entre un mode singulière et l'essence de l'attribut divin.

Conclussion: toujours difficulté de poser causalité qui soit différente de son intellegibilité. ex. à propos du choc des corps. Si corps se défini par le géométrique impossible de saisir la notion du changement du géométrique. Corps se définit par repartition mais qui ne peut pas changer du géométrique; pas de nouveauté. Ce sont événement persistance des vitesses.

Dans cartésianisme mouvement est à la fois principe d'individuation et non puisqu'il ne peut pas changer. D'où principe cartésien: repos s'oppose au mouvement comme une force (critiqué par Malebranche) n'est pas moins "fort" que mouvement. Du moment qu'il y a deux objets c'est qu'il y a mouvement de l'un par rapport à l'autre. Mais choc: est le changement de cette relation de mouvement; et cela est inatteignable.

Solution de Malebranche: cause occasionnelle; un élément indépendant de l'intelligibilité du réel.

Mais système des occasions sera un pur système mathématique. Donne des lois de communication des mouvements et repartition des mouvements par les formes des corps, par ex. difficulté du système des causes occasionnelles: éclatement de la notion de causalité ou bien transformation de la notion de réalité.

Leibniz dans définitions mêmes de l'essence des corps à propos du problème de la transmission des mouvements. Elle ne peut avoir lieu que s'il y a un hiatus qui permet justement transmission. Il faut donc double principe différenciateur des corps et différentiation des mouvements. Solution peut être: toute réduire au mouvement: essence de la matière mouvement si solution envisagée par Leibniz. Mais qu'est-il le mouvement posé ainsi?. Si est seulement un changement de situation il est impossible de différencier les corps entre eux.

Leibniz. notion de conatus (élément instantanée de mouvement) = ne différencie pas les corps entre eux rien ne resiste a conatus - Il peu au 1ère s'opposer un autre conatus = les deux conatus se combinerent et on a un seul corps animé , par ex. de la vitesse V1 - V2 *Theoria motus abstracti* = rien ne fait obstacle à conatus. Donc impossible de atteindre le réel d'un corps d'une part. D'autre part = pas de changement possible = chaque fois il y a un définition on à un instant donné - D'où Leibniz fonde réalité sur l'intellegibilité mathématique. Ajoute à définitions du mouvement par géométrique et ...

página 10 verso

Une autre définition du réel: consistance ce qui s'oppose à pénétration des conatus. Mais difficulté: ne s'exprime ni en termes de vitesse, ni en termes d'espace.

D'où considération de l'élément même de variation (symmétrie avec le cartésiannisme = réel pose-t-il variation de position - vitesse = dx/dt, chez Descartes - si instantaneité = vitesse ne bouge pas)

dx/dt définition même de mouvement, différentiation dans le mouvement, et définition de ce changement dans le mouvement (changement de vitesse = accéleration).

Du même que un mouvement restait constante chez Descartes, ici quantité de variation de vitesse reste constante (1)
pour l'univers.

Les vitesses changent, mais systèmes de variation des vitesses reste constant pour tout l'univers.

De cette façon principe de différentiation entre les corps est possible. (1) est égal à 0 pour l'Univers totale mais pour un corps, il y a au contraire variation des vitesses: (1) K 0.

C'est puissance de variation de leur vitesse qui définit les corps ici c'est un principe de différentiation de changement de place. Ce qui fait changer son changement de place c'est la Force pour le corps.

Aussi liaison de la position d'une réalité avec le géometrique est modifié (Descartes *partes extra partes* solidifie par mouvement). Leibniz c'est la Force qui solidifie le géométrique. C'est élément instantané est ce qui pose le réel. Pluralité d'instantanées qui situe les corps.

Difficulté de définir l'élément de variation de la vitesse lié à difficulté du principe de causalité chez Leibniz = la raison sufissante de la réalité posera bien la réalité grâce au principe de repartition.

Passage de la mécanique à la métaphysique (erreur de la *Theoria* ...) intervention d'un principe supérieur qui fonde singularité de chaque élément - de plus: principe de repartition - Les deux se confondant dans l'harmonie préétablie.

Ce qui définit l'élément - monade = vecteur d'acceleration. De plus: position d'un pluralité est nécessaire - Le système ne pose un réel que dans la mesure où il y a une pluralité (une variation de mouvement est quelque chose qui exige d'autres mouvements).

Il s'agit d'une pluralité, mais d'un unité dans l'espace. Toute déplacement du point de vue de l'espace: des vecteurs ... Leibniz: pas d'action à distance. Mais force va poser l'action à distance ou plutôt l'indépendance de l'action de contact.

Ce qui définit un corps: son accéleration qui se définit relativement aux autres corps - choc des corps? = pourquoi sont-ils en contact? / 2ème pourquoi ont-ils changé de vitesse? c'est-à-dire que va-t-il

página 11 recto

produire comme l'événement radicalement nouveau - Choc des corps devrait être en quelque sort étendu dans la durée c'est-à-dire produire un résultat.

Nécessité d'une pluralité, changement lié à la notion de loi d'un univers: c'est parce que l'univers est multiple qu'il est réel. (Multiplicité se traduisant par vecteurs précédents).

Définir un être, c'est le poser par rapport à tout le système des autres êtres.

Que veut dire définir pluralité?: rien ne sert de reculer la différentiation. Leibniz s'evade grâce au principe de perfection, supérieur au rationnel des mathématiques.

Il est perfection qui permet de définir une réalité indivisible et aussi la pluralité des êtres. Est K du principe du meilleur.

Passage au réel fonde l'infini métaphysiquement - et l'abstrait (# l'imaginé).

Passage ne nous est pas donné = Hiatus.

Cf. le mathématique lui-même n'atteint pas la réalité.

D'où pensée effective de la causalité métaphysique exige et effort d'effectuation (--- detérminisme) saut

---

Newton: notion de masse et d'acceleration: pensées

1. loi de la composition des accélerations (précise le facteur de l'accéleration, du changement)

2. loi de la relativité des masses

3. loi donnant définition des accélerations d'après point d'application de ces accélerations.

1) élément porteur du changement. Changement: variation de la vitesse. Elément porteur du changement: le point géométrique. Ça ne peut être un morceau d'espace seul est réel situation du point par rapport à trois axes de cordonnés.

2) Proportionalité des masses (déjà introduite par Descartes et Malebranche: mais confondu quantité de matière avec extension quantité d'espace). Notion de coefficient seulement évaluable en géométrie = la masse; évaluable pas de relation entre accélerations -équation du mouvement donne

la masse - Principe de Newton: proportionalité entre accélerations et masses

$f_1/f_2 = m_1/m_2$, $f_1m_1 = f_2m_2$

Conséquences: géométrisation de plus en plus grande.

página 11 verso

Mach: *on n'a* pas besoin d'un espace absolue pour qu'il y ait relativité des mouvements; supposition seulement d'un point fixe.

- relativité: du partiel par rapport au total. Notion même de détermination n'a de sens que s'il *y a un* frange d'indétermination autour (si devenait totale: plus aucune sens).

- Imagination de l'espace = milieu qui permet placer le mouvement.

Référence posée est une référence supposée et non imposée mais le supposée entre à l'intérieur des lois.

Position d'un mouvement qui serait entierement expliqué aboutisait à sa négation même, à nier sa réalité.

un Système rationaliste qui ne définit mouvement que par un changement de place, ne définit rien.

Newton: d'une part fondement rationnel.

d'autre part relativité à l'exprérience - triple relativité (Mach).

1) du côté du conditionné.

2) du conditionnant.

3) du conditionnement lui-même (rapport condition-conditionné).

1) mouvement n'a de sens que dans mesure où il est référé- Pas de mouvement absolue - n'est réel qu'étant relatif.

2) Les paramètres mêmes qui conditionnent le mouvement sont relatifs à l'expérience - il n'y a mouvement que dans la mesure où il y a indétermination.

3) Relativité de la relation conditionnante elle-même: principes fondamentaux de mécanique classique, sont posés comme des principes expérimentaux (ex. problème d'inertie = un corps tout seul n'a pas d'accéleration. Détermination de la masse grâce au système de trois rapports d'accéleration. Composition des accélerations). D'où sortent les principes?, ils sont expérimentaux, dit Mach.

Rapport de la notion d'expérience avec relation de causalité/ le réel se manifeste par le changement. Si réel: étendue (Descartes); chercher le changement dans l'étendue = le mouvement. Cherche cause, c'est-à-dire loi du mouvement qui doit être rationnelle: alors nous perdons la réalité.

Nécessité d'ajouter une cause accesoire extérieure: l'occasion. Mais est cause rationnalisable au moins en Dieu.

Nous n'avons pas de systèmes entierement rationnelles parce que nous laisons mêmes sont, en dernière analyse, suspendues à des faits, aux expériences. Il faut donner son lieu à cette expérience. Este-elle une simple constatation (alors ne peut servir de fondement) ou bien autre chose, un phénomène sui-generis?

página 12 recto

que signifiera un principe expérimental? Danger qu'il n'y ait plus de mécanique de tout, qu'il n'y ait plus qu'un fragment rationnel. Recours à la pensée kantienne.

EXPERIENCE CHEZ KANT (en mécanique: c'est-à-dire causalité appliqué au movement).

Irrationalité de réalité sans qu'il y ait destruction de réalite [6]. Kant garantit possibilité d'un soumission de la nature à la rationalité en considerant: condition de la rationalité.

Comment coordonner: réalité et pensée d'une réalité? Solution:

1) Position du système réel en tant que subsumé dans condition de la pensée en général et condition d'un objet sensible.

2) fondement de cet objet pensé dans une expérience sensible (fondement de la métaphysique de la nature dans une ontologie).

---

[6] al margen "?"

*/ Joint entre le rationnel et l'empirique - introduction des principes des mathématiques dans toute expérience obligation pour l'objet de se conformer aux conditions esthétiques. Mathématique de toute expérience - Passage de la pensée abstraite de l'objet à la pensée effective de l'objet sensible. Difficulté de ce passage.

Catégorie de la qualité: phoronomie (mouvement) XXXXX problème du mouvement dans l'espace - Matière: ce qui est mobile dans l'espace. Problématique de cette catégorie: relativité de l'espace qui était déjà évoquée dans mécanique classique. Fiction de l'espace absolu est rejeté - Espace est * absolu relativement à une expérience possible - Situation de l'espace = relativité à l'accomplissement d'une expérience.

Relativité du mouvement, cependant, ne supprime pas réalité du mouvement. Ce qui sera posé comme mouvement = changement de position de quelque chose par rapport à quelque chose d'autre - Réalité du mouvement en tant qu'événement appréhendé comme événement dans une expérience.

Qualité du mouvement: affirmait dans position de mobile = qu'est-ce que changement de situation s'il n'y a pas un porteur du changement de position.

Ne pas réduire le mobile à un morceau d'espace. Mais matière en tant qu'elle remplit l'espace. Dynamique. Leibniz: donne une réalité de ce qui est dans l'espace, l'espace étant postérieur à la réalité posée. Mais chez Leibniz, ce réel posé ne peut être physique, mais métaphysique. Dynamique: science des événements rendue possible par la matière qui remplit l'espace. Mais pas d'hyatus entre système des enchaînements chez Kant et fondement des enchaînements. Ici problématique: comment faire uniquement avec requisits de la possibilité de l'objet qui traitent uniquement d'espace, quelque chose qui depasse l'espace?

página 12 verso

Difficulté: ce qui remplit l'espace c'est cause du mouvement: La force une cause de mouvement n'est pas qualité oculte seulement possibilité de précisions de rapports mathématiques entre une cause et son effet. La cause: accéleration.

1) deux corps: deux points joints par une droite - l'action de l'un de ces objets sur l'autre se situe sur droite reliant les deux objets.

2) Cette action representée par un vecteur ne peut aller que dans un sens ou dans l'autre: est attraction ou repulsion.

Impénétrabilité de l'espace se définira par une force repulsion excercée par un point mathématique dans l'espace environnant.

S'il n'y aurait qu'un sens force de ce genre = matière se dissiparait

Donc deux forces: Impénétrabilité relative

Impénétrabilité absolue.

Dialectique de l'applatissement d'un corps en tant que réalité remplissant l'espace.

Kant se défend de confondre le volume avec ce qui remplie le volume.

Difficulté: apparition de la force d'attraction (sinon dialectique indéfinie de la matière dans l'espace et pas de pluralité d'objets).

- Divisibilité de l'espace.

Catégorie de relation = mécanique: matière défini comme ce qui se meut, le sujet de mouvement. Grandeur du mouvement s'estime par quantité de matière mue et par sa vitesse.

Echappe solution cartésienne définissant matière par le géométrique.

leibnizienne plaçant dans le réel quelque chose qui ne l'est pas

: la force qui est le fondement du réel

Kant: ce qui est réel: l'objet de l'expérience - appréhension empirique d'une unité unifiée par le mathématique - Kant: evite Descartes et Leibniz en définissant la matière comme substance (et non come partie de l'espace) et non comme une force, quelque chose d'intensif, en dehors de la réalité expérimentale; la matière sera l'ensemble de ce qui est mû - ici cercle quantité matière définie par quantité de mouvement et mouvement définie par quantité de matière X vitesse. Donc cercle? Non: quantité de matière: ce qui est mû Kant fonde la notion de matière en homogèneissant les différentes notions de matière - La substraction de toutes les événements expérimentaux quantité de matière - quantité de mouvement = constante dans le monde. Catégorie de causalité: changement de la matière a une cause extérieure en vertue de la définition même de la matière (*partes extra partes*) ici s'affirme *Leblosigkeit* de la nature: pas de principe interne de changement (autrement pas de science possible de la nature).

página 13 recto

Cavailles/

Loi d'action et réaction (Communauté): réalité posée comme unité grâce à nouvelle application de la relativité de mouvement.

Si action = réaction * de mouvement reste égale. Que sera de la communication de mouvement? (problème du choc des corps).

A rejeter chez Kant: passage du mouvement d'une substance au mouvement d'une autre substance - Communication du mouvement devient absurdité. Si nous pensons ce passage nous perdons la substance posé réellement. Mais si nous posons le passage = incompréhensible.

Mouvement: un dialogue entre deux termes. * ne se meut pas toute seul mais toujours par rapport a un terme. Aussi ne jamais considérer une substance du mouvement mais l'ensemble, la totalité des deux substances. Doit être pensée.

Relativité du mouvement. Son fondement devient transcendental: que toute expérience posée soit expérience possible, c'est-à-dire effective.

dilemme: est-ce le mouvement qui est changement

ou le changement qui est le fondement du réel.

Il faut pouvoir poser le mouvement comme celui d'un objet. Nécessité de l'idée d'un *espace absolu* pour comprendre le mouvement *et poser une nature.*

Kant: changement: * changement *réciproque*: n'est plus changement (mais une composition). On perd le changement. Pas de changement de la nature pour Kant. Pas de choc.

~~Difficultés~~

Concept de causalité chez Kant: principe régulateur de la constitution de l'expérience. *Fonde* la réalité (Analogies de l'expérience). Vise le réel dans la mesure où elle lie entre eux des moments du temps. Qui sont 1°/ *des Dasein* 2°/ Sont appréhendable. Il y a position d'une réalité, d'une part et d'intellegibilité de cette réalité en vertue d'une règle qui régit cette réalité.

Notion de génération de l'objet suivant une loi nécessaire dans le temps.

Est-il possible de construire un objet d'expérience? (trouve le 4ème terme de la situation on le trouve).

Analogie c'est égalité des rapports (égalité qualitative).

Parce qu'on a la règle (=l'analogie) pour le trouver - Cette analogie n'est pas univoque *a/b = c/x* cette égalité est plurivoque: *trois règles* possibles pour trouver le 4ème terme.

1°/ Rapport immédiat (de l'analogie de l'expérience) entre ce qui précède et ce qui suit

pàgina 13 verso

dans le temps. Ce qui suit sera effet de ce qui précède. Il y a une règle en vertu de quoi ce qui suit est *conditionné* par ce qui précède.

Ce qui garantira qu'une succession dans le temps est bien une succession dans l'objet c'est précisement qu'elle s'effectuera selon règle nécessaire.

-relation d'ordre irreversible entre ce qui précede qui est condition de ce qui suit.

-Contenu de cette relation?

-qu'est-ce que peut être une cause extérieur dans le changement? Newton dit:

C'est une force, c'est-à-dire que cause de changement de la vitesse sera une force. Mais la force? C'est la modification de la vitesse, ou plutôt le produit de la masse par cette modification: $f = m\ dvo/dt$.

Différence entre ordre dans le Temps et le cours du Temps.

Si *dvo/dt* donne la loi de la modification et non ce qui précède cette *. Distinction entre une loi de cette modification supra temporalité

- La cause = *die Handlung* relation ne sera plus simplement une relation d'ordre mais une relation de dépendance de plans, de niveaux

2°/ Différence entre ce qui *agit* au long d'un intervalle de temps et *ce qui est agi* dans le même intervalle. Causalité n'est plus un ordre nécessaire, mais une action continue étendue dans le temps. Donc relation entre le mouvement et le changement. Le mouvement est la cause du changement. La cause du changement lui est *constamment contemporaine*.

Donc relation qui s'accomplit dans le temps mais n'est pas déterminé par le temps.

Ce sera le mouvement de la *force* qui produira le changement dans le mouvement.

- Il y a bien relation d'intelligibilité puisque

$Fa = ma\ dVa/dt$

Totalité de l'Univers? Mais c'est pure *idée*.

Dans quelle mesure notion d'expérience progressive est elle possible?

Acccroissement de l'expérience fait surgir difficultés telles que la nouvelle èxpérience ne contient plus aucune *sens*.

ex. séparation des forces dans totalité oblige à supprimer cette notion une attraction universelle: à cause de la disjonction des forces impliquée. Retour sur soi qui sera impossible * l'expérience.

- Ou bien il y a un expérimentale irréductible de la notion même.

- Ou bien solution de Newton.

3/ ce qui rendrait raison du changement- La cause réagit sur le changement lui même.

Il n'est possible de penser le changement que relativement à quelque chose qui ne change pas. Kant dit: la *substance* (cf. 1 analogie).

Pouvons nous saisir le * d'un changement de la substance à la substance ou bien le rapport à deux états de la substance? en tout cas, le devenir ...

página 14 recto

Exposé/

FINALITE ET DETERMINISME EN BIOLOGIE

Impossibilité à saisir directement. Nous sommes renvoyés à ce qui était le fondement du changement et qui ne doit changer: la *substance*.

= Permanence de la quantité de matière.

Permanence de la quantité de mouvement -> à chercher (ce qui nous faut c'est la permanence de la loi).

Difficulte = définition

Carnot pose comme fondement pour le développement de la mécanique la notion d'expérience

*

Difficulte de <u>production</u> d'un mouvement. Il n'a pas à être produit *il est*. Quelle est la définition expérimentale de la notion d'enchaînement de mouvements?

II. Distinguer entre condition générale du problème et condition actuelle.

Qu'est ce que signifie *obtenir de l'expérience ce qui doit nous servir a la fonder.*

(pensée expérimental et expérience effective): sorte de *contradiction interne.* ~~Difficulte~~

1) Indifférence au temps et à l'espace par suppresion de réalité de l'événement, par suppression de son individualité (paradoxal quand il s'agit d'enchaînement de phénomènes). Le même phénomène se * : caractère abstraite de l'enchaînement.

2) Principe de symmetrie - domination géométrique. S'il y a symmétrie ou indifférence d'une partie par rapport a l'espace, il y aura lieu également pour autres. C'est principe à priori.

3) Principe de l'indifférence relative de l'espace et du temps. Le temps est une coordonnée particulière toujours distinguable des trois autres.

III. Troisième série d'hypothèses: Les problèmes sont resolubles. La mécanique peut réussir. Nous pouvons dissocier les événements les uns des autres. Ce n'est pas question de degré mais une question de principes (ex.attraction * avec la vitesse). D'où possibilité même d'étude des phénomènes. D'un part: les problèmes étudies ne sont pas mathématiquement trop compliqués. ex. variation de vitesse, événement etudie de l'univers (on le choisit, lui, comme événement) ce pourrait être la variation de la vitesse.

Postulat de la résolubilité des problèmes (alors qu'en fait ils ne sont pas résolues)

Donc on arrive à affirmations ne possedant ni évidence rationnelle immédiate ni justification expérimentale. Essais de substitution à la notion d'enchaînement confus d'événements d'une notion de causalité.

pãgina 14 verso

Substitution permise si on arrive penser effectuer. Or on n'y arrive pas. Alors? Exigence de *réalisation* * = a sa raison dans les accomplissements effectifs d'enchaînement que nous pouvons réaliser En mécanique?

- Difficultés: Si nous supossons accomplissement total il faut qu'il soit un terme de progrés - progrés qui n'a lui plus aucun sens une fois accompli totalement.

Difficulté de suppler à pensée causale par loi mécanique. cf. Kant 1 analogie de l'expérience. Pour Kant: ce qui caractérise liaison causale = nécessité d'un ordre dans temps. Mais ici nature de mouvement non ordonatrice. Enchaînement de mouvement seul est ordonable. *Il n'y a plus qu'un seul mouvement, mais qui est complexe*: alors plus d'ordre temporel. Temps même disparait, s'idéntifie a ce qu'il enchaîne. Est-ce que pensée du mouvement comporte un ordre? (Encore obscur (absent) chez Kant) C'est en même temps la *notion de deplacement géométrique* (avec notion de cause en plus - mais qu'il s'agit justement de laiser).

<u>Kant</u>

- Relation de cause effet est déplacée en *Handlung und Wirkung* la causalité * c'est le *Handlung* n'est définie que par sa supériorité par rapport a la cause. Obscurité de cette notion de *Handlung* c'est action n'est pas autre chose que la définition de ce * elle est action. N'est pas numériquement distincte de l'effet *"die Handlung ist die Handelt"*

(cf 2 analogie de l'expérience). Nous retrouvons la substance seule changement est le *permanent*. c'est-à-dire la *substance*. Nous sommes envoyés à la substance comme sujet de la causalité à cause de l'exigence de régression à l'inifni (cf Antinomies).

Causalité n'est pas opposition véritable, mais modification. Affirmation ne concernant d'aillerus pas la substance mais son état.

Evénement = apparition de la substance? alors? Action et succession, les deux manifestations de la substance. *Chaque fois qu'on interroge la substance on atteint ses prédicats: aussi on peut bien poser un fondement (la substance) mais jamais le laiser.*

Causalité ne se comprend que grâce à notion *d'individualité singulière*, au milieu de la masse *. Mais notion de masse homogène alors différent. Tandis que mathématisation que supporte (suppose que) tous les cas sont également possibles (très difficile) Est-ce la Σ des possibilités? il y a une difficulté de la définition qui touche de l'égalité des possibilités.

2/ Façon dont probabilité augmente ou diminue par leur (la) combinaisson des événements a une indépendance relative a ces des événements (ex. les deux dés).

Principe de la probabilité des causes - Si un événement peut être attribué a plusieurs causes, probabilité d'existence d'un de ces causes.

ex. éléments A, B, C produisent l'évément -> E, PA PB PC: probabilité pour que E produise (et) la probabilité que ce soit l'élément A qui l'ait causé c'est PA /(PA+ PB+ PC).

la théorie classique suppose deux principes 1) celui de l'indépendance relative des événements et 2/ que les événements passés influencent les événements futurs - en contradiction avec théorie de la causalité.

3/ Principe: de régularité qui établit un lien de ces resultats avec une expérience la regularité c'est ce qui dans le développement des probabilités (respectives) des événements simples qui se présentent le plus souvent quand ils sont plus probables.

(plus de régulartité de tirage de boule blanches et noires de début sont dues à des causes secondaires qui alternent et finissent par se neutraliser.)

Théorème mathématique de Bernouillis = on trouve une constante qui est conséquence de la probabilité. Fixation du rapport de probabilité par l'expérience elle même: petition de principe du théorème de Bernouillis.

- Notion de probabilité: relation à notre ignorance: * par dessus l'enchaînement causal qu'elle presuposse.

página 15 verso

1. Solution: detérminer la probabilité par l'expérience. En confondant *probabilité* et *fréquence*. D'ici: coefficient de probabilité ne peut se detérminer que par constatation - Ceci suppose:

1. indépendance relative des événements.

2. cohésion, "collectivité" d'événements possedent ce caractére.

Contradiction à l'intérieure de calcul des probabilités.

- Frequence d'un événement? - peu clair = si non la saissisons, le calcul n'est plus à faire.

Position d'un tel calcul des probabilités est basée sur notion de possibilité. En liaison avec notion de totalité qui exclue, détruit, notion d'enchaînement causal, parce que détruit individualité de la cause) Ici conflit aussi nait de l'introduction de notion de totalité: conflit entre catégorie de possibilité et de nécessité.

(cf. Kant) = si champ de possibilité est plus grand que réalité, et celui ci plus grand que celui de nécessite ... gros proble]mes.

Chez Leibniz: dissociation entre possibilité et réalité (N'existe pas chez Kant pluralité des mondes possibles – nécessité étant la loi commun à tous les mondes possibles

– Comment étudia catégorie de possibilité en rapport avec constitution de l'expérience?

Possible/réel // Conditions d'un expérience et pensée effective d'un expérience singulière – condition même de cette expérience effective se decoupe étages qui seront conditions de possibilité de telle réalité.

Fusion d'un enchaînement nécessaire et appréhension de cet enchaînement tel quel. Fusion entre sa détermination et son contenu = justement réalisé dans le calcul des probabilités.

Notion de probabilité = mission de remplacer la vieille notion de causalité en guidant l'arrière plan du detérminisme. Contradiction à l'instant même de la définition de la probabilité = contradiction interne – et contradiction avec notion de déterminisme.

Difficultés: –évaluer tous les cas – totalité

- notion d'indépendance des évènements (probabilité d'un évènement est tout à fait indépendante des évènements antérieurs) (il n'a pas de martingale) - parce que pas d'ordre d'apparition.

Difficulté lié à notion même d'enchaînement d'évènements naturels.

página 16 recto

2 postulats (cas favorable)

-------------- = B renvoie à notion de

(cas possible)

possibilité d'un événement.

subjectif/objectif

posible/réel ---> essence/ existence

noumène phénomène

Subjectif/objectif - Probabilité relative à la fois à connaissance et à ignorance. Donc compromis entre ignorance et savoir. Si (le) savoir total, on à nécessité d'ailleurs confondue avec réalité. Mais connaissance de l'objet = * des cas possibles d'apparition de l'événement.

Possibilité/probabilité = notion d'un degré, d'égalité, de possibilité n'apparait plus comme un absolu.

Kant: *ce qui est possible est formel. Ce qui est réel est matériel.*Ceci exclut le degré de possibilité. c'est-à-dire la probabilité. Il n'y a pas des degrés de possibles dans la conformité aux conditions de l'expérience. Ou bien événement est situable dans Espace/temps. Ou bien il ne l'est pas: il est impossible.

Ainsi Kant empêche la représentation d'un champ de possibles, contrairement à Leibniz, que lui fait du possible autre chose que le non-contradictoire.

Ce qui rend possible l'expérience: ce sont les conditions subjectives. Le possible sera, non un concept, mais soumission aux conditions subjectives de l'expérience. Est possible ce qui par la subjectivité presente un décalage avec la réalité Ne pas confondre subjectivité accidentelle * avec subjectivité esentielle à toute expérience) -> rapport de cette subjectivité à l'objectivité = sens particuliers alors de la notion de possibilité (ex. nous ne pouvons pas percevoir l'aimantation - mais elle peut être perçu: d'où champ de probabilité.

Le calcul des probabilités: est vraiement un connaissance pose un probable comme objectif (nécessité ou réalité de la possibilité détruit la notion de possibilité elle même). D'où impossible de maintenir distinction probabilité objective et probabilité subjective.

Subjectivité: traduction de l'ignorance: d'où symmetrie il n'y a pas de raison pour que plus d'un un côté que d'un autre.

Objectivité: constatation qu'il y a plus de cas de ce côté-ci que de l'autre.

homogéneité du temp et de l'espace (ex. probabilité de la mort d'un individu.

Possibilité ne coincide pas avec notion de connaissance subjective = non indétermination totale. Donc c'est dans la mesure où

página 16 verso

possibilité a un fondement objectif qu'elle peut servir à la probabilité.

Détermination d'un coefficient de probabilité suppose précision dans l'événement (ex de Joseph Bertrand)

Ce n'est donc pas ignorance mais connaissance qui détermine probabilité.

- Possible/réel: non indétermination du possible par rapport au réel mais certain mode de position de l'objet.

Kant: -possibilité des objets mathématiques dans la mesure où ils sont objet de l'expérience.

-possibilité de l'objet physique qui peut se réaliser dans l'expérience.

-possibilité de l'expérience elle même.

Ce qui fonde les deux premiers c'est qu'il puissent fonder une expérience possible.

- Difficulté: chez Kant: activité synthétique d'appréhension de l'objet: s'opposent.

Possibilité de l'expérience: est-ce la non contradiction des conditions de l'expérience.

Evaluation du coeficient objectif de probabilité est impossible par expérience-confirmation expérimentale anneantir notion du probable.

Essence/existence.

Possible? Consideration de l'essence du réel (cf. Leibniz).

Leibniz: possibilité logique, insuffisante à fonder existence réel (il faut quantité de perfection -> être - coefficient de probabilité. Pour monde possible = son degré de perfection).

Degré quantitatif de possibilité? - non évaluable. Possibilité logique elle ne comporte pas de degrés.

Probabilité = groupement d'éléments également probables qui provoquent un résultat notion de probabilité = se réduit à liaison d'éléments élémentaires - reposant sur notion de compatibilité (non à l'intérieur d'un monde) mais entre des mondes possibles - Probabilité (ex. des dès): fonction d'éléments qui s'excluent - d'où entre mondes possible = intersection de l'eventualité de différents mondes possibles qui s'excluent = ce qu'ils ont de commun bien qu'ils s'excluent - Ex. ce qui est commun aux mondes de Leibniz: les liaisons nécessaires.

-Donc nous ne pouvons saisir l'évènement probable que du biais de l'existence.

página 17 recto

Mais comment ? Opposition esence/existence = analyse d'un système d'existants et constatation d'un existant singulier.

Probabilité = c'est étude d'événements, points dans representation de l'univers - notion d'un multiplicité de singularités s'organisant dans un système, donc possedant essence. L'essence non antérieur à l'existence mais résultat de l'analyse de l'existence en tant qu'elle est pensée.

Notion de collectif (* Annales Poincaré, Borel, Valeur philosophique et pratique de Calcul des Probabilités. 1938.)

= caractérisés les objets soumis à probabilité comme les objets mathématique par un système d'axiomes. Notion de probabilité recouvrira une partie de celle d'existence.

Collectif - homogêneisation des existences d'un certain point de vue.

repartition des éventualités.

Il peut n'y avoir aucun pensée de probable (ex: urne remplie de boules noires) sinon pensée d'une suite de tirages = un collectif - deux conditions.

i/ Si j'apelle A eventualité, B un autre, C autre. Le nombre événements qui donne A et le nombre n de tous les événements. Le rapport nA/n ou bien nA/n – N < H (différent d'une convergence mathématique).

2) la fréquence NA, fréquence limite est indépendante des choix de points (on peut supprimer certains éléments du collectif sans changer de fréquence) c'est-à-dire pas de règle de jeu (martingale).

– évenements incompatibles = les eventualités qu'appartiennent a un même collectif.

– Règle de probabilité totale resulte de la notion de collectif.

– Probabilité d'un événement isolé = aucun sens.

Etudes des probabilités – étude des resultats des combinaissons de collectifs entre eux.

– on aura, p. ex. un collectif dont les éléments sont des collectifs.

Objection 1) Condition de la regularité est irréalisable – trop vague.

Dans la mesure où suite est donné = notion de choix de position la détruit - impossible de caractériser mathématiquement suite aléatoire - on ne la produit qu'en produisant l'événement. Sinon on trouve toujours une periodicité. Autrement dit notion d'indétermination mathématique n'a pas de sens.

2) Notion de convergence en calcul des probabilités. Il s'agit de savoir si on a affaire à des collectifs finis ou infinis dans ce cas impossibles de déceler vers quoi tend la convergence.

3) Reconnaissance de la notion de suite aléatoire. Quel sens a notion de probabilités relativement à une suite donné. Dans une suite en cours de dénombrement: il faut reévaluer à chaque fois la fréquence.

página 17 verso

mais calcul des probabilités s'applique à suite données a une fréquence donné = alors plus de probabilité.

Suite se déroulant = probabilité d'événements isolés.

Ce qu'importe: non une évaluation de probabilité.

En réalité on évalue non la probabilité d'un événement d'eventualité mais celle d'un rapport d'événements (P(B,A)) - Pensée d'enchaînement d'existence.

Pensée d'enchaînement d'existences? non enchaînement certain mais un certain enchaînement.

Pensée de probabilité est une pensée du monde phénomenal et non du monde nouménal. Ce n'est pas prévision. C'est certain mode de pensée. Ainsi probabilité prétend se sustituer à causalité.

Probabilité, c'est synthèse: à la fois existence et passage d'existence à une autre. A la fois condition d'existence et existence.

Synthèse de ce qui existe et ce qui sera - de condition à conditionné = ce sera la relation probable.

Leibniz * Bernouillis.

Leibniz: opposition du fini à l'infini.

Fini et Infini.

Ce qui justifie la trajectoire d'un comète = une infinité de raisons.

Ce qui semble fonder probabilité: appréhension d'un ordre grossier qui donne l'infini.

lettre 28 nov. 1804. Probabilité sera un choix abstraite par rapport * ex. succession des décimales de π - sans loi).

Indétermination esentielle du réel chez Leibniz est liée à une serie infinie de requisits.

De plus, détermination effective de l'avenir.

-Utilisation 1/ Dans la physique.

2/ dans jeux de hasard "géométrie du hasard" de Pascal.

La pensée physique - par rapport à la pensée mathématique.

C'est orienté vers autre chose qu'elle même- perpetuel renvoi à autre chose qu'elle même. D'où progrès indéfini. D'où décalage entre pensée mathématique autonome et physique tourné vers autre chose qu'elle.

pãgina 18 recto

Développement mathématique = a sa source dans prise de conscience des donnés de la représentation (non symétrie entre ce qui est posé et ce qui est exigé par un développement.

Y-a-t-il un enchaînement autonome de la physique? Apparition de la notion d'existence c'est-à-dire de *singularité* (plus qu'un nombre - mais renvoi du nombre à autre chose que lui - ex. des (20 hommes).

Cette notion de singulatité = celle qui caractérise la pensée physique.

cf. Pari de Pascal: Dieu = existence radicale est effort pour le saisir = un pari - ce qui est atteint n'est pas homogène ici la pensée de ce qui est atteint.

C'est le type même de la pensée physique - pensée d'existence c'est-à-dire d'une singularité.

página 18 verso

Cavailles/

1/ qu'est ce que démontrer.

2/ Connaitre c'est mesurer.

3/ La deduction fait-elle avancer la connaissance?

4/ L'induction mathématique.

5/ L'analogie.

6/ Imagination et abstraction dans théories physiques.

7/ Finalité et déterminisme en biologie.

8/ Notion d'evolution.

9/ Connaissance de singuliers.

II. La ficha en la Fundación Rockefeller.

30019 FRANCE
SS37 DECEASED *1944*
PLEASE RETURN TO FELLOWSHIP DEPARTMENT
Research S S
NAME: CAVAILLES, Mr. Jean AGE: 27
(Agrege of Philosophy, 1927, Sorbonne)

MARITAL STATUS: single
NO. OF CHILDREN:

PRESENT POSITION: Secretaire Archiviste du Centre de Documentation sociale.

DATE APPROVED 6/10/30
DURATION:1 yr. Nov. 1930
RENEWED:

PROSPECTIVE ":

DATE OF ARRIVAL:
FIRST STIPEND:10/18/30
AMOUNT: $150 a mo.
TUITION: yes TRAVEL: yes
TERMINATION:10/17/31

STUDIES: Sociology in Germany

MEETING:

Suject of study: Jugendbewegun movement in Germany, partic. at Univ. of Berlin and Gottingen. C is very interested in a similar movement among French students.
Jan. 1934 TBK report: asst. and Tutor, Ec. Normale Superieure, Paris. *(Univ of Paris)*
Corespondence discarded
11/24/50: C. was shot by the Germans during the occuption of France, as a member of the Resistance Movement.*(1944- as per Dir)*
1957
TBK Note on Cavailles sent to Camille Lherisson through JM: C. passed brilliantly the Concours d'Aggregation in Philosophy and was lecturing in French universities in 1939. After the German occupation in 1940, C became the leader of a resistance movement among univ. profs and students. In '42-3, intelligence agents in France from England brought back glowing accounts of the success of Cavailles movement in occupied France. In 1943, the Germans made a concentrated effort to break up resistance and a number of leaders were betrayed. C was one of those seized.

III. Cronología

1903: Nacimiento.
1909: Toulousse (dos años).
1911: Muerte de su hermano Paul (n. 1907).
Mont-de-Marsan.
1917: Texto *"O bles..."*
1918: Burdeos.
1919:
Primavera: Preparación del bachillerato.
Invierno: Preparación de los bachilleratos en matemáticas y en filosofía.
1920:
Otoño: Primero superior, Louis-le-Grand.
Invierno: Obtención de los bachilleratos, mención "bien".
1921:
Junio: Licencia en filosofía.
Octubre: Curso en Louis-le-Grand.
12.IX. Viaje a Alemania (Renania), vive en casa de Lippman.
28.IX. Visita a Heidelberg.
1922:
Octubre: abandona el liceo.
1923:
Primer lugar en el concurso de ingreso a la Escuela Normal Superior. Curso con Bréhier.
13.XI. Certificado de física general (1923-1924).
1924:
3.II. Visita a Bréhier.
1925: A finales del año, pide a Brunschvicg le dirija su tesis. Lee a Valéry.
1927:
Julio: Agregación.
Octubre: Lee a Klein en Berlín (27.X)[1]
Nuremberg.
Ginebra.
25.XI. Ingreso a Saint Cyr (1.XII.27; 31.III.28).
1928:
1.V. Cambia de tema de tesis.
18.VI. Subteniente del 14 Regimiento de Tiradores Senegaleses.
Pasa el verano con sus padres.
Septiembre: Nombramiento como Secretario del Centro de Documentación de la ENS.
Durante el año de 1928, su hermano recuerda que nunca faltaba al culto.
1929:
23.II. Escucha a Husserl.
23.III. Reunión en Davos (27.III, 2 y 3.IV).
30.IX. Tubinga (7.X).
13.XI. Exposición sobre la reunión de iglesias en Estocolmo y Lausana.

[1] Las fechas entre paréntesis son referencias a las cartas publicadas por Gabrielle Ferrières.

1930:
11.II. Dirige el culto, habla de los Evangelios y de San Juan de la Cruz.
7.IV. Dirige el culto, habla de la misa.
22.VI. Sourges.
31.X. Estancia en Berlín, becario Rockefeller.
17.XI. Hamburgo, conoce a Herbrand.
22.XII. Gotinga.
1931:
9.1. Regreso a Hamburgo.
13.III. Munich.
25.III. Escucha a Hitler.
10.IV. Ettal.
15.IV. Habla con Przywara en Munich.
24.IV. Ausburgo y Friburgo.
26.V. Beuron.
2.VI. Tubinga.
9.VI. Friburgo. Seminario con Husserl.
4.VIII. Visita a Husserl.
10-15.VIII. Rothenfelds. Escucha a Guardini.
17-22.VIII. Salzburgo.
24-30.VIII. Berneuchener.
Noviembre: Regresa a la ENS.
4.XII. Sermón sobre Juan XV.
1932:
Pascua en Túnez.
1933:
Invierno: Curso de matemáticas para filósofos (Teoría de conjuntos).
1934:
Pascua en Italia.
Agosto: Praga, Congreso Internacional de Filosofía.
Septiembre: Cracovia, conoce a Bachelard.
Visita Dantzig, Köningsberg y Berlín.
Octubre: Gotinga.
1935:
Enero: Trabaja en la ENS. Cuatro sesiones sobre logicismo en la Sorbona. Lee a Proust.
4.IV. Ruptura con una dama inglesa en Londres, "se aleja de toda práctica religiosa".
Septiembre: Congreso del Círculo de Viena.
Diciembre: Gotinga.
1936:
21.II. Discute con Chevalley sobre Herbrand.
Mayo: Oslo, ponencia en la sesión del 14 de julio. Su intervención no aparece en la publicación.
21.V. Mención a una joven noruega.
23.V. Escucha a Valéry.
13.VI. Prácticas militares.
16.VI. Rotterdam. Encuentro con Brouwer y Heyting.
3.VIII. Oslo-Hamburgo-Gotinga, conoce a Gentzen.
Septiembre: Ocupa su plaza en Amiens.
1937:
Agosto: Congreso Descartes.

1938:
22.I. Examen de doctorado.
28.IV. Regresa a Amiens.
21.V. Recibe nombramiento en la Universidad de Estrasburgo.
Septiembre: Encuentro de Armesfoort: conoce a Tarski. Asisten Bachelard y Gonseth.
30.IX. Estrasburgo.
1939:
30.V. Muerte de su madre. Visita a Canguilhem.
23.IX. Movilización.
1940:
29.I. Homenaje a Bouglé.
Enero: en el servicio de claves. Muerte del padre.
8.VI. Desaparición.
25.VII. Primera evasión.
6.VIII. Llega a París.
Noviembre: Clermont-Ferrand.
Diciembre: Encuentro con D'Astier y Spanien.
1941:
Enero: conoce a Lucie Aubrac.
Marzo: Fundación de *Liberación*.
Ocupa el puesto de Poirier en la Sorbona.
Canguilhem lo sustituye en Clermont-Ferrand.
Noviembre: Enseña en París. Se hace llamar Jacques Carpentier o Marty en la Resistencia.
Invierno: Arrestado cuando intenta viajar a Londres. Segunda evasión.
1943:
Enero: Fundación de "Acción Inmediata".
Febrero: Viaje a Londres.
28.VII. Tercera y última detención.
1944:
19.I. Prisionero en Compiègne con su cuñado.
21.I. Es separado de los demás prisioneros por los alemanes que buscaban a "Daniel".
22.I. No aparece a la hora que se toma la lista.

IV. Los archivos de la Escuela Normal Superior

En la Escuela Normal Superior, hay tres archivos "Cavaillès". El primero consiste en una colección de libros que pertenecieron a Cavaillès, todos ellos sobre matemáticas. En su mayoría son textos bien conocidos y sin interés especial.

El segundo *"dossier"* consiste de trabajos de Cavaillès y sobre Cavaillès. Hay un artículo de Friedmann, publicado en la revista *Europe* en octubre de 1949 con el título *"Au dela de l'engagement"*; están también las dos partes del trabajo de R. Campbell aparecidos en *Critique* (diciembre 1952 y enero 1953) con el título *"Essai sur la philosophie des mathématiques selon Jean Cavaillès"* En fin, hay un artículo de Paul Ricoeur aparecido en *Sciences*, no. 60, mayo-junio de 1969.

Por otra parte, hay una colección de artículos de Cavaillès mismo. Se trata del informe sobre la reunión de Davos y del discurso de Cavaillès en el homenaje a Bouglé.

El tercer paquete es una colección de artículos y notas manuscritas de Cavaillès y una colección de periódicos de 1933.[1]

Entre los artículos los hay de Gogarten y Przywara[2], un pequeño cuaderno llamado *"Le sacerdoce catholique"* y un pequeño periódico llamado *"Katolische Kirchenzeitung"* publicado en Salzburgo el 10 de septiembre de 1931.

Volksparole, 20 julio, 1933: *"Worum geht es bei den Kirchenwahlen"*.
Kölnische Zeitung, 22 julio, 1933. Los artículos subrayados son *"Hitler dankt den Deutschen Christen"* y *"Kirchenwahlen"*.
Kölnische Zeitung, 23 julio, 1933. *"Hitler zu den Kirchenwahlen"*.
Kölnische Zeitung, 24 julio, 1933. El artículo subrayado es *"Kardinal Bertram an Hitler"*.
Kölnische Zeitung, 25 julio, 1933. *"Zweidrittelmehrheit der <<Deutschen Christen>>"*.
Berliner Taggeblatt, 6 septiembre, 1933: *"General-Synode arbeitet"*.
Deutsche Allgemeine Zeitung, 7 septiembre, 1933.
[2] Los trabajos de Przywara son: *Bolschevismus als religiös-phänomen*, en *Schweizerische Rundschau*, Heft 10, 1. Januar 1931; in *Monatschrift für das Geistesleben der Gegenwart*, Dez. 19340, Heft 3, band 120; in *idem*, apr. 1931, Heft 7, Band 121; *"Le mouvement théologique et religieux en Allemagne"*, en *Nouvelle Revue Théologique*, sept-oct. 1928.

V. Les sources théologiques[1]

I.

Jean Cavaillès est bien connu comme héros de la Résistance. Il est aussi connu comme philosophe et comme mathematicien. Cependant, son oeuvre théologique et l'influence que celle-ci eut sur ses travaux mathématiques et philosophiques, et même sur son action politique reste, depuis toujours, inconnue.

Il avait hérité une longue et ancien tradition de résistance religieuse qui lui marquait – comme lui même le disait[2] – avec un sceau permanente.

Du côté de sa mère, il appartennait à la tradition Vaudois; du côté de son père, aux Camisards. Lui-même, il avait suivi, jusqu'à 1933[3], l'enseignement de Romano Guardini et l'on peut temoigner son interêt pour l'oeuvre de Karl Barth et de Saint Jean de la Croix de même que celle des maintes théologiens allemands – catholiques et protestantes – engagés dans l'opposition au hitlérisme.

En fin, une partie considérable de son oeuvre est consacrée aux mouvements réligieux des jeunes en Allemagne.

---

[1] Ce travail fut elaboré avec l'aide des universités de Harvard et de Boston.

[2] "Quand on a reçu une éducation comme celle que nous ont donné nos parents, quand on est marqué de leur sceau, on ne sait jamais où l'on est", in Ferrières, *Jean Cavaillès*, p. 101.

[3] C'est à 1933 que l'activité théologique de Cavaillès c'est soudainement arrêté.

Cet travail veut montrer, donc, à quoi consiste son référence à la théologie et comment elle eut d'influence sur son travail et son action.

II

"IN TENEBRIS LUX..."

Jean Cavaillès fut le fils d'un officier dont la mère était Emma Malan. Or la famille Malan avait embrassé la foi des Vaudois dès le XII siècle[4]. Ils étaient descendantes de la comtesse Malan de Mérindol qui avait été tué au XIIème siècle, parmi des milliers d'autres, avant d'abjurer de sa foi.

Même si l'on ne trouve pas le récit de la morte de la comtesse Malan dans les histoires des Vaudois, il y a des références à la famille Malan. Mérindol, d'ailleurs, fut un des centres les plus importantes de la tradition Vaudois.

1. Le soin de la vinge sacrée.

L'année 1848 marque un point de rêprêre dans une histoire dont le début se remonte à 1173. C'est au synode de 1848 que Beckwith s'addresse pour dire:

> Dorénavant ou vous êtes des missionnaires
> ou vous n'êtes rien...

Ce fut alors que le ghetto des Vallées[5] explosait et deux pastors furent envoyés pour prende charge des premiers groupes évangéliques en Italie: Paul Geymonant et Barthélémy *Malan*. Celui-ci fut expulsé des que le "printemps italien" cessa sous la répression. Cependant, à 1853 ils ont inauguré, à Rome, le temple protestante du boulevard du Roi.

---

4 Selon le temoignage de Gabrielle Ferrières, in op. cit., p. 18.
5 Le ghetto était le résultat de Traité de Cavour de 1561.

Il avait été possible par les soins du banquier Joseph *Malan*.

D'ailleurs, le fondateur des missions vaudois fut Eugène Casalis dont la soeur était la mère d'Emma Malan. C'est ainsi que la tradition missionnaire formait partie de la vie de Jean Cavailès. Lui-même voulait être missionnaire[6] et plus tard il écrivit un article sous le titre "*Oecumenisme et missions*"[7].

J'y reproduit, d'abord la lettre de Beckwith et puis la fin de l'article de Cavaillès dont la coincidence est évidente:

> "Cependant nous ne sommes qu'au commencement de la fin et tout reste à faire. Quoique votre sort soit loin d'être décidé, vous êtes virtuellement émancipés, et vous avez une large part à tout ce qui se passe. Avec de l'énergie, la conscience de votre devoir et une volonté bien prononcée, vous pourries arriver à des grandes choses; mais cela dépend tout à fait de vous-mêmes. Si chaque Vaudois avait la nation anglaise à ses côtés, il n'en serait plus avancé. Il s'agit maintenant de lutter corps à corps avec vos compatriotes du Piémont, de les dominer, ou de vous placer sur le même niveau.

---

6 cf. Ferrières, *op. cit.*, p. 15.

7 Paru dans *Cahiers de Foi et Vie*, 1931, pp. 45-58.

"Si vous avez la force intrinsèque, vous réussirez; sinon vous resterez confondus dans la masse, et on n'entendra plus parler de vous. Votre carrière, si l'on peut appeler de ce nom votre existence engourdie depuis la réformation, est fermée; les vieilles choses sont passés; les nouvelles commencent à éclore. DORENAVANT, OU VOUS ETES DES MISSIONAIRES, OU VOUS N'ETES RIEN. Votre premier devoir est de revendiquer vos droites civils, car c'est de l'existence et de la réalisation de ces droits que votre avenir dépend; et toute votre utilité future repose sur la place que vous prendrez dans la société piémontaise et sur l'attitude morale et religieuse que vous saurez maintenir au milieu d'elle. Ne vous trompez pas: l'étranger ne vous aidera plus. Il ne le peut pas. Ou il vous faut rester cachés dans votre obscurité, ou ils vous faut attirer les yeux des hommes sur vous. Si vous voulex que cela soit, il faut vous redresser, ou vous ne pourrez supporter la clarté de votre propre chandelle ... Il n'y a pas de milieu, ou agir efficacement, lutter, persister, arriver au terme, ou être entièrement mis de côté. Votre position passée a créé au sein de votre population de mauvaises habitudes d'agir, de parler et de penser. Il faut couper court à tout cela. Il faut vous mettre en contact avec les hommes et être en état de supporter ce contact et celui des choses ... Il faut avoir la conviction de votre cause et la hardiesse de marcher droit en avant sur le chemin des libertés civiles et religieuses, sans arrière-pensée, avec probité et persévérance; sinon vous serez devancés, éclipsés et rayés du catalogue. Ou vous devenez une réalité ou vous ne serez rien de tout ... J'avoue que je suis très inquiet. Il y a bien ça et là quelques personnes intelligentes, mais elles sont sans influence sur la masse ... Le gros de la population n'est pas à l'hauteur des circonstances; il n'y a pas de possibilité apparente de rassembler ni les trois cents de Gédéon, ni la compagnie volante de Janavel ... Voilà, Lantaret, la triste vérité; et ce n'est qu'en rayant le passé que vous pourrez vous inscrire sur les fastes de l'avenir.[8]

8 [illegible]

Cavaillès:

> "Si nous n'avons pas le courage de renoncer à nous mêmes, de brisser des systèmes traditionneles qui nous sont peut-être chers, mais qui n'on rien à voir avec la vraie pensée et la vraie vie, le soin de la vigne sacrée nous sera ôté et il sera donné à d'autres vignerons.[9]

D'autre part, Mérindol, d'où provenait la famille Malan, selon le temoignage de C.H. Malan[10] fut un des lieux historiques des Vaudois: c'était là qu'ils ont célèbré les "chapitres" de Mérindol[11] où ils ont discuté à 1527, la position de Luther. Pourtant ce ne fut qu'à Chanforan (1532) qu'ils ont accordé de faire part avec le mouvement suisse et allemand. Mérindol, en plus, fut une des villes les plus touchées par la repression qui suivit la révocation de l'Edit de Nantes.

S'il serait inutile de refaire l'histoire de l'héroisme et des persecutions dont ils furent l'objet, il n'est pas inutile de rappeler quelques faits d'interêt.

2. La legende de Sylvèstre et de la donation de Constantin.

---

9 *Cahiers de Foi et Vie*, p. 58.

10 in Ferrières, *op. cit.*, p. 17.

11 Il y a eut des synodes à Mérindol à 1561, 1539, 1540 et 1663.

Selon la thēologie vaudois, qui fut reprise chez les protestants[12] pour trouver les racines historique des revolts contre l'eglis romaine, l'empereur Constantin, malade de la lăpre, fut guēri par Sylvestre. En reconnaissance, il lui confie le gouvernement d'Italie. Ce fut à partir de cette "donation" que le Pape n'ētait seulement le reprēsentant se Dieu sur la terre mais aussi celui du pouvoir impērial. Selon les Vaudois le document qui consecrait cette situation ētait faux. La figure de Pierre Valdo fut ainsi liēe aux contestataires de Sylvăstre. Voici un texte vaudois sur la question:

12 *cf.* Turn, G., *op. cit.*, p. 14.

> Au temps de Constantin, le pape Sylvèstre ayant accepté un trésor, ses collègues protestèrent, disant: N'avons-nous pas reçu du Seigneur le precepte de ne posséder aucun bien temporel? Il a dit: "Ne prenez ni or, ni argent, ni monnaie dans vos ceintures, ni sac pour le voyage, ni deux tuniques, ni souliers, ni bâton; car l'ouvrier mérite sa nourriture". Et encore: "Si tu veux être parfait, va, vends ce que tu possèdes, donne-le aux pauvres, et tu auras un trésor dans le ciel; puis viens et suis-moi". Ainsi fut, et nous savons que Pierre, prenant la parole, lui dit: "voici, nous avons toute quitté et nous t'avons suivi". Mais ce Sylvèstre tint un autre langage: "Si vous ne demeurez avec moi, dit-il à ses frères, je vous enverrai en exil". Ses frères se réjouirent de l'entendre, disant: Nous rendons grâce à Dieu, car si on nous refuse la terre pour avoir observé ses préceptes, Lui nous offre le ciel. N'a-t-il pas dit: "Quiconque aura quitté, à cause de mon nom, ses frères, ou se soeurs, ou son père, ou sa mère, ou sa femme, ou ses enfants, ou ses terres, ou ses maisons, recevra le centuple et héritera la vie eternelle"? La nuit suivante, comme ils disputaient encore avec Sylvèstre, une voix retentit dans le ciel: "Aujourd'hui le venin a été répandu dans l'Eglise de Dieu". Ayant oui cette voix, les pauvres de Christ allèrent de l'avant avec plus de courage, et ils furent chassés de la synagogue. Ainsi s'accomplissait la parole qui dit: "Ils vous excluront des synagogues, et même l'heure vient où quiconque vous fera mourir croira rendre un culte à Dieu". Ils furent donc dispersés sur toute la terre. En s'en allant ils dirent à Sylvèstre et à ses successeurs: Nous vous laissons la terre pour conserver le ciel ...[13]

Or la question centrale fut l'unification des sphères du pouvoir spirituelle et du pouvoir temporelle, c'est-à-

---

[13] Turn, *op. cit.*, doc. 4, pp. 217-218.

dire, la non-séparation dans la théologie vaudois fut la séparation des pouvoirs. Cette prise de position rangeraît les Vaudois a côté des anabaptistes au moment de la Réforme. Jusqu'à la fin du XVIIIème siècle, c'était de la hérésie pure si l'on se rappel du principe: "*Cuius regis eius religio*" selon lequel la religion du sujet devait être celle du prince. C'est ainsi que le Traité de Cavour (1561), malgré tout, bien avant l'Edit de Nantes (1598) marque une rupture des rapports traditionels entre l'Etat et l'Eglise. Cependant la révocation de l'Edit (1685) mis les Vaudois dans la même situation où ils étaient au XVIème. Celle-ci se termine avec la Révolution qui fut reçue de façon enthusiaste chez les Vaudois.

C'est dans ce contexte que Jean Cavaillès a pu soutenir la possibilité d'un accord entre christianisme et marxisme. L'un n'a affaire qu'avec le monde tandis que l'autre est une question de salut. Il posait la question ainsi:

> "<<Par la lutte des classes à la croix, par la croix à la lutte des classes>> fut leur devise, entendant qu'un approfondissement simultané des deux réalités permettrait de retrouver dans le matérialisme historique une dialectique divine, dans la "situation menacée de l'homme" le sens métaphysique des luttes de production ... La transcendance du royaume à venir est ainsi insérée dans le présent..."[14]

[14] Jean Cavaillès, "Crise du protestantisme allemand, in *Esprit*, 10, 1933, pp. 313-314.

3.... en étonnat prophète.

A partir de l'apparition du fascisme en Italie, les catholiques ont été reconnus comme les interlocuteurs de l'Etat; les evangéliques furent expulsés: un Italien, soutenaient les fascistes, est un bon catholique; un Protestant est un étranger, un traître à la cause nationale[15]. L'eglise vaudois fut contrainte à chercher des nouvelles voies pour faire front à la situation.

Deux positions ont été propossées: la première pour consolider l'Eglise (Mouvement de Jeunesse dans la Fédération des Unions Vaudoises) et la deuxieme dans la "Gioventû Cristiana" s'efforçaient à formuler de nouveau la responsabilité chrétienne. La "Gioventû Cristiana" a organisé les rencontres du Ciabâs et c'est plongé dans la mouvement oecumenique. La première se reliait à la tradition et à la foi personelle. Elle prennait une attitude de réserve vis-à-vis du fascisme. La seconde, plus radicale et critique, se trouvera bientôt dans la Résistance italienne. Ce n'est pas, donc, par hasard que Jean Cavaillès était interesée à l'oecumenisme, aux mouvements de jeunesse et, surtout, à celui qui fut l'inspiration de la "Gioventû Cristiana", Karl Barth.

C'est de Karl Barth que Jean Cavaillès écrivit:

---

15 Turn, in *op. cit.*, doc. 28.

"Si Barth lui-même se compare aux <<Bénédictins de Maria Laach absorbés dans le chant des heures>>, il sait pour moments parler au siècle en étonnat prophète ... [16]

[16] Jean Cavaillès, "Crise du protestantisme allemand" in *Esprit*, 10, p. 314.

III

Au . . . c . . . el

Register

"*Register*" est le mot cévenol pour "résister". Pour certains, "*Au ... c .. el*" doit se traduire "Au ciel". Pour d'autres, le mot à demi effacé serait "*capel*" en langue d'oc. Quoi qu'il en soit, le mot "résister" est un symbôle de la foi protestant.

Marie Durand était née au Bouchet-de-Pranles dans le Vivarais. On lui attribue le mot "résister" gravé sur la pierre des cachots de la Tour de Constance où elle a passée, depuis 1730, trente-huit ans de sa vie. Ella avait refusé de dire les trois mots de l'abjuration: "*Je me reunis*".

On ne racontera, non plus, l'histoire de la première guerre populaire en France, celle des camisards: le 22 juillet 1702, l'abbé du Chaila fut tué dès qu'un groupe des protestant du Cévenol délivraient un autre groupe qui était prisonnier de l'abbé. C'était une expedition organisée à partir d'un rêve prophétique d'Abraham Mazel.

Car il y avait une épidémie de prophétisme[17] depuis 1689[18] menée par les laïques qui veulent pallier l'absence des pasteurs. On celebrait de réunions en plein air ("Assemblées du Désert") qui furent reprimées systematiquement dès la révocation de l'Edit de Nantes. Ainsi, le dernier soutien de la résistance spirituelle, Brousson, fut executé à Montpellier à 1698.

Ce furent les temps du désert, de la solitude de l'esprit et de la douleur qui ont suivi à une série de decrets[19] très semblables à ceux que, trois cents ans après, on a connu et subi dans l'Allemagne nazi. Puis, la revocation et l'exile. Mais les montagnards, "fous de Dieu" y demeurent:

> Nous sommes comme des petits lumignons fumants.

A partir de 1702, la guerre commence:

> "Qui vouss a pousé là?" - demandait l'inquisiteur ...

Et ils respondaient:

> "L'esprit de Dieu, la volonté de Dieu"

---

17 cf. Vidal, D., *L'ablatif absolu.*
18 cf. Bost, *Les prédicateurs.*
19 Il s'agit des decrets qui, de 1660 à 1685, ont annoncé la révocation de l'Edit de Nantes.

On ne pouvait faire autrement.[20]

De façon différente aux Vaudois qui soutennaient un biblisme ancestral, les Camisards étaient apocalyptiques, mais par là, ils ont donné au monde - et a Jean Cavaillès - une leçon de ferveur et de courage: leur combat prennait une dimension universelle et ils ont accompli une revendication d'éternité.

Marie Durand est une ancêtre de Jean Cavaillès[21] et selon le document "*Noms des plus mutins nouveaux convertis*"[22] dont le comportement de chaque suspet est signalé en marge de la liste, les Cavaillès de Carayon

> empechent tout le hameaux d'aller à la messe"

et peut-être, ils ont chanté, eux aussi, le Psaume 68, le Psaume des Batailles comme autre Cavaillès a pu chanter Le Chant des Partisans:

> Que Dieu se montre seulement
> Et on verra soudainement
> Abandonner la place
> Le camp des ennemis épars,
> Fuir devant sa face.
> Dieu les fera tous enfuir,
> Ainsi qu'on voit s'evanouir,
> Un amas de fumée,
> Comme le cire auprès du feu,

20 Jean Cavaillès, selon Raymond Aron, in préface à *Philosophie mathématique*.
21 Ferrières, *op. cit.*, p. 18.
22 in Robert-Labarthe, *Histoire du protestantisme*.

Ainsi des méchants devant Dieu
La force est consumée.

Mais avant la lutte, les Camisards entendaient les sermons de Brousson, comme Cavaillès entendut les sermons de Guardini:

> Ma Colombe, dit le Seigneur, qui te cache dans les fentes des rochers et les cavernes des montagnes ... ma Colombe, montre moi ta face et que j'entend ta voix, car ta voix est douce et ta face est belle. Lève-toi mon amie et viens; car l'hiver est passé, les fleurs naissent et voici le temps des chansons. N'entends-tu pas la tourterelle? Lève-toi, mon amie, et viens avec moi.

Avant la lutte il y avait, pour Jean Cavaillès, Jean de la Croix qui écrivait:

Tournez, Colombe
car le cerf blessé
apparait du côté du tertre
et fraîche, à l'air de ton vol, te prend

IV

LA NUIT

Saint Jean est né à 1542 et i s'est associé avec Ste. Thérèse dès 1567 dans l'oeuvre de transformation du Carmel. Comme elle, il écrivait sur l'expérience mystique. Cependant l'oeuvre de Saint Jean est, surtout, poétique. Son travail réformiste lui vaut un séjour de neuf mois en prisson; pendant ce temps il avait pensée – eet même écrit – la partie majeure de son oeuvre. Celle-ci ne consiste que d'un millier de lignes, ce qui fait de l'oeuvre de Saint Jean une des plus brèves de la poèsie universelle. D'ailleurs la critique ne considère comme centrale que les poèmes *"Cântico espiritual"*, *"La noche obscura"* et *"Llama de amor viva"*. Le premier consiste à quarante-et- une strophes. Le deuxième est fait de vingt-quatre lignes.

La poèsie de Saint Jean subit l'influence de celle de Garcilaso de la Vega qui fut l'introducteur des formes italiennes en Espagne et de Fray Luis de León. Celui-ci avait raduit le *Cantique des cantiques* et avait fait un commentaire dont la recherche de Dieu et l'unité avec lui était allégoriquement montrée comme le marriage parfait de l'âme avec le Christ.

Jean Cavaillès, selon le temoinage de Perret y était très interesé:

> J'ai gardé un souvenir assez précis de deux cultes dont s'était chargé Cavaillès; il avait, pour le premier (11 février 1930), réuni un certain nombre de textes évangéliques sur le *détachement*; c'était une époque où Jean de la Croix exerçait, dans notre petit groupe, une puissante séduction: nous y cherchions, ce me semble, le programme d'une vie *simplifiée*, ramenée à l'essentiel, loin des *faux-fluyants*, des mesonges déshonorants par où on se préfère, on se réserve, on se justifie; nous aimions les perspectives d'*effacement total* qu'il nous posait, afin qu'il n'y eût plus que Dieu, le seul qui mérite d'être.[23]

Or l'oeuvre de Saint Jean montre bel et bien cette idee de simplification et d'effacement.

Le *Cantique spirituelle* commence avec l'âme (l'epouse) qui cherche son "aimé" (le Christ) qui l'avait laisée blesée. Elle demande aux bergers de lui dire qu'elle souffre et meure. Alors, elle decide de lui suivre sans se laisser seduire par les fleurs et "sans aucun peur aux fauves". Elle demande aux fôrets et aux fleurs si l'aimé y avait traversé et les créatures repondent en montrant la beauté de la création qu'il avait laissé dans son passage. Cependant - citons Perret - il faut éviter les "faux-fluyants" et l'espoir de trouver Dieu dans son création;

[23] Ferrières, *op. cit.*, p. 35. Il y a, dans "*Oecumenisme et missions*" une autre référence à Saint Jean.

ainsi, l'âme dit: "Veuille ne plus m'envoyer de ce jour aucun messager, ils ne savent me dire ce que je veux".

Si l'on cherche dans les travaux de Cavaillès une idée semblable, dans "*Education morale et laïcité*" il nous donne une définition de ce qui est l'inspiration morale:

> Comme une sorte de contact entre l'absolu d'où elle émane et le contingnt qu'elle conditionne: justement parce qu'elle se situe au-dessus du plan phénomenal ... il est impossible de la representer spéculativement en concepts, de l'exprimer en mots.[24]

L'idée est une idée de Saint Jean qui écrivit que ceux qui parlent sur l'Aimé n'arrivent jamais à dire quelque chose d'intelligible:

> y déjame muriendo
> un no sé qué que quedan balbuciendo[25]

Donc il n'ya pas une méthode, il n'y a pas une guide "dans le chemin difficile qui s'allonge à travers la nuit obscure de sens et de l'esprit"[26]:

---

[24] Jean Cavaillès in *Cahiers de Foi et Vie*, no. 3, fev. 1928, pp. 18-19.

[25] "et je demeure mourant/ d'un je ne sais quoi qu'ils restent bégayant." Je conserve l'espagnol car la séquence "qué que quedan" ne peut pas être traduit pour montrer le balbutiement.

[26] Cavaillès, *Cahiers de Foi et Vie*, 1931, p. 49.

> l'âme qui s'en tient là n'en reste pas moins seule pour transférer dans son âme propre les préceptes reçus, pour inventer dans le problème concret d'un présent toujours inattendu, la seule solution qui soit vraie. Pour cette double technique de la vie spirituelle: technique psychologique, qui traitant l'âme comme une nature, y opère les retranchements, y organise les habitudes propres à laisser libre le champ aux effusions prévisibles de l'absolu; technique mystique, qui ose cette folie d'une collaboration, au mins négative par la mort à soi-même, de la liberté humaine avec la grâce divine, - la recherche solitaire, honnête, et pleinement courageuse, peut suffire sans doute, comme la recherche des mathématiciens qui voudraient retrouver Euclide.[27]

C'est ainsi que dans l'introduction de la montée du Carmel, Saint Jean avait écrit:

> Pas moins, la science humaine ne suffit pas pour le savoir comprendre ni l'expérience pour le savoir dire; car seul celui qui passe par là le saura entendre, mais jamais le dire.

Et ensuite, dans les *Coplas*:

> Je ne sus plus où j'entrai,
> mais lorsque là je me vis
> sans savoir où j'etais
> grandes choses je compris;
> ne dirai ce que je sentis,
> car je demeurai ne sachant,
> toute science depassant.[28]

---

[27] *op. cit.*, pp. 49-50.
[28] Cette poème suive la forme populaire des "*Coplas*" dont Saint Jean tirait une grande influence.

Dans cet esprit Cavaillès parle, encore, de l'inspiration morale:

> Un mouvement ... qu'on ne peut reconstruire et étaler au moyen de signes, comme on le fait pour la conscience des relations intelligibles.[29]

En revenant sur le *Cantique*, les strophes 8-13 sont les lamêntations de l'âme qui aime et souffre l'absence du Christ. Celui-ci parle, en fin, dans le strophe 14:

> Tournez, Coulombe,
> car le cerf blessé
> apparait du côté du tertre
> et fraîche, à l'air de ton vol, te prend.

La mention à la coulombe n'est pas seulement une métaphore poëtique: Saint Jean disait que l'âme en train de chercher n'est qu'un oiseaux solitaire muni de cinq conditions:

> la premiëre, qu'il s'en va plus haute; la deuxième qu'il ne subit de compagnie, même de son nature; la troisième c'est qu'il met son bec dans l'air; la quatrième, qu'il n'a pas de couleur; la cinquième qu'il chante doucement ...[30]

Cavaillès de son côté, chasserait des *Wandervogel* pendant ses sejours en Allemagne. Dans les travaux sur ceux-

---

29 Jean Cavaillès, "Education morale et laicité", p. 19.
30 Saint Jean de la Croix, *Dichos de luz y Amor*.

ci il montre ce qui pourrait être la vraie voie de cette recherche solitaire:

> ce que j'aime le mieux - écrit-il à sa soeur le 26 mai 1931 - c'est encore cet office de Complet, dans le demi-jour, le Psaume 90, récité par tous ces capuchons immobiles, et a la fin à genoux sans un mot, dans la nuit presque complète ...[31]

L'idée de la nuit est le sujet d'un des grandes poèmes de Saint Jean, *Dans une nuit obscure*: c'est la nuit qui est la guide pour reencontrer l'Aimé:

> ¡Oh noche, que guiaste,
> oh noche amable más que el alborada:
> oh noche que juntaste
> amado con amada,
> amado con el Amado transformada!

et qui culmine avec:

> Je demeurai et m'oubliai
> je posais sur l'Aimé mon visage
> tout cessa, je m'abandonnai
> abandonnat tout mon souci
> oublié parmi les lis.

Il s'agit vraiment de l'effacement total, d'une volonté d'anéantissement que Jean cherchait.

Il y a d'ailleurs, une influence peut connue dans l'oeuvre de Saint Jean; il s'agit des "illuminés" (dont le plus celebre est Miguel Servet) qui sont parues en Castille

31 in Ferrières, *op. cit.*, p. 80.

au début du XVI siècle sous l'influence d'Erasmus. Le noyau du mouvement était l'opposition aux cérémonies religieuses et le soutien d'une religion intérieure. Aux yeux de la hierarchie romaine, il s'agissait d'une forme d'heressie (celle du "molinisme") et l'inquisition espagnole commença la repression des illuministes à 1524. Derrière l'affaire gisait toujours le phantôme de Luther. Le point le plus haut de la persecution fut l'anné 1540. a 1559, dans le Concille du Trent, toutes les oeuvres des mystiques et des illuministes furent inscrits dans l'Index de même que certains traductions du Nouveau Testament. Saint Jean lui-même fut accussé devant les tribunaux de l'Inquisition à Seville, Toledo et Valladolid, cependant il n'avait d'evidence suffissante pour un jugement.

Or l'élément le plus important qui justifiait la persecution des illuministes fut le charactère spontané de leur doctrine, c'est-à-dire, le fait qu'ils n'étaient soumis à aucune organisation et, donc, à aucune control. Les disciples de Thérèse et de Saint Jean, par contre, ont été toujours une partie de l'estructure catholique et, ainsi, ils representent un danger mineur. C'est donc un illuminisme controlé celui qui avait été proposssé et, par la suite, il n'était pas consideré comme un mouvement hérétique ou dangereuse.

Il est donc paradoxale que Jean Cavaillès, d'une certaine façon illuminé lui-même, fut fasciné par le ceremonial religieuse catholique et, en même temps, par une religion liée au peuple. Dans *Oecumenisme et missions* il écrivait:

> dans l'enquête pour la vie spirituelle, c'est une nécessité de ne pas s'en tenir au seul instrument que l'une d'elles nous offre; il faut pouvoir entendre tout la symphonie ... La condition préalable est cependant plus que respect ou vague sympathie, mais le sentiment d'une solidarité supérieure, et même la pratique d'une adoration en commun. Il n'y a communication que là où une société est établie ... Non pas union organisée dans l'histoire ... mais cette union naturelle ... quelque soit l'avis des chefs ...[32]

Dans un autre sprit, il soutien que:

> dans le présent, qui seul importe, le problème se pose, et il ne se pose pas seulement aux âmes individuelles.[33]

[32] *Oecumenisme et missions*, pp. 50-51.
[33] *loc. cit.*

V

"Mais vous avez des ailes"

1. Le peuple de Dieu

Contre cette conception individuelle de la religion chez Saint Jean, Cavaillès pourrait bien, dans la tradition vaudois-camisard, proposser l'idée d'une eglise-peuple,. Pour cela il pourrait prendre appui sur le seul livre de Romano Guardini qu'il cite[34], *L'univers religieux de Dostoïevsky*.

Or, selon Guardini, l'etape première du cheminement vers Dieu c'est le peuple. Il s'agit donc d'un peuple "étroitement lié aux éléments primordiaux de l'existence. Il a grandi avec la Terre"[35]. C'est un peiple misérable et pêcheur et pourtant, représentant des grandes événements qu'l ne connait que *hic et nunc*. Le sens du monde lui sera dévoilé par le moyen d'une vision intuitive:

> le peuple ... vit l'intacte[36]

Même s'il est accablé et misérable, même si toutes les forces mauvaises s'agitent en lui, il reste toujours une

[34] Dans *Un mouvement des jeunes en Allemagne*, p. 167.
[35] Guardini, R., *L'univers religieux de Dostoïevsky*, p. 25.
[36] *ibid*, p. 26.

autre chose; le monde et l'homme ne sont pas detachées de Dieu comme si Dieu,

> après avoir ontologiquement libéré son oeuvre, s'en rapproche de nouveau pour la remplir et la pénétrer ...[37]

Le peuple devine en toute chose et en toute événement la main de Dieu même si la volonté de Dieu marque l'existence de souffrance. C'est en raison de ce fait que Dostoïevsky écrivait:

> Qu'on ouvre la Bible pour leur faire la lecture, sans paroles savantes, sans morgue ni ostentation, mais avec une douce simplicité, dans la joie d'être écouté et compris d'eux, en s'arrêtant parfois pour expliquer un terme ignoré des simples; n'ayez crainte, il vous comprenderont ...[38]

C'est ainsi que Cavaillès pouvait être d'accord avec l'idée dostoïevskienne selon laquelle, et dans la tradition des vaudois,

> Qui ne croit pas en Dieu ni croit pas non plus à un peuple de Dieu. Mais qui croit à un peuple de Dieu, percevra aussi la sainte obscurité de Dieu, même s'il n'a pas jusqu'ici cru en lui ...[39]

Mais Cavaillès ne croyait pas ni à un peuple de Dieu ni à une Eglise du peuple:

---

37 *ibid*, p. 27.
38 *Les Frères Karamazov*, p. 306, ed. du NRF.
39 Guardini, *op. cit.*, p. 30.

> J'avais, en particulier, préparé une belle réfutation de sa théorie de la *Volkskirche* (contre Wendland), c'est-à-dire existence irréductible d'un peuple en présence de Dieu ... tout cela en conséquence d'une notion de l'histoire qui me semble profonde, mais là, je crois accompagné d'une critique insufisante de la connaissance imaginative: un peuple - dirait Brunscvicg, après Spinoza, du reste - n'est qu'une imagination ...[40]

Un peuple, d'aillers, ne peut pas s'édifier et s'organiser sur les seuls principes de la science et de la raison, il lui manque une autre force qui devrait rester inexpliquée, un "esprit de vie", "les fleuves d'eaux vivees", un principe esthétique, un principe moral: c'est la recherche - même pour la science et la raison - de l'absolu ou, si l'on veut, de Dieu:

> Cette force est inextinguible désir de parvenir à une fin, c'est en même temps la constante négation de cette fin ...[41]

Or, il y a un danger que Guardini signale: si le peuple est le "corps de Dieu", il pourra vaincre aussi longtemps qu'il croit à son dieu, c'est ainsi pour tous les grandes peuples de la terre. Or, dès qu'un grand peuple

---

40 Lettre su 8 nov, 1930, in Ferrières, *op. cit.*, p. 63.
41 Guardini, *op. cit.*, p. 39.

> cesse de croire qu'il est l'unique détenteur de la vérité ... le seul appelé, ... il cesse immédiatement d'être un grand peuple et n'est plus qu'une matière etnographique ... comme il n'y a qu'une seule vérité, il ne peut y avoir qu'un seul peuple détenteur du vraie Dieu, quelque grands et puissants qui soient les dieux d'autres peuples.[42]

Ici la question se montre bien nette: c'est la négation de l'oecummenisme, du caractère transcendent de l'absolu, c'est le péril que Cavaillès a pu bien voir *dans* la propagande nazi d'une *Reichskirche*. C'est ici qui se dévoilent les pouissance demoniaques auxquels Cavaillès donnait tellement d'attention. C'est ici, dès que l'absolu est possé dans l'Etat, que Cavaillès a du abandonner une grand partie de la tradition vaudois et camisard. Néanmoins, il continuera à soutenir le principe de séparation entre les affaires de l'Etat et ceux de Dieu.

2. La *Reichskirche*

Dans le dossier de Jean Cavaillès à l'Ecole Normale Supérieur, on peut trouver une étrange collection des journaux allemands. Ce qui est frappante est la succesion des dates:

Volksparole, 20 juillet 1933.

Kölnische Zeitung, 22 juillet, 1933.

[42] *Les Possédés*, t. I, pp. 77-81

Kölnische Zeitung, 23 juillet, 1933.

Kölnische Zeitung, 24 juillet, 1933.

Kölnische Zeitung, 25 juillet, 1933.

Il y a aussi, deux autres,

Berliner Tagelblat du 6 septembre 1933,

Deutsche Allgemeine Zeitung du 7 septembre 1933.

Or il s'agit des journaux qui font référence aux événements qui ont eu, pour Cavaillès, d'une importance capitale.[43]

Déjà dans les annés de l'après-guerre, il avait en Allemagne un mouvement religieuse qui cherchait un Christ aryen et nordique et qui voulait épurer l'eglise des éléments juifs infiltrés. A partir de leur prise du pouvoir les nazis ont donné leur appui à un tel mouvement, celui des "chrétiens allemands". Il s'agissait d'une partie des pasteurs et des laïques qui ont organisée la "Nouvelle section divine des SA" et qui suivaient les tactiques de leurs homonymes. Au début d'avril 1933, un certain Kube parla dans une des assemblées des chrétiens allemands:

[43] Dans les journaux en question il s'agit ds elections dont nous en parlerons en suite et des rapports entre Hitler et les *Deutschen Christen*.

> L'union de l'Eglise et de l'Etat constitue une contribution à la puissance dont la nation a besoin pour atteindre ses buts. L'Etata a besoin de l'Eglise car celle-ci est le moyen le plus puissante d'une éducation des moeurs du peuple.[44]

Les nazis voulaient une nouvelle consitution pour l'Eglise évangelique allemande et pour la mettre sur pied ils propossaient comme chef de l'Eglise à Ludwig Müller. Contre cette politique se soulevent les groupes antinazzis avec un autre candidat, Friedrich von Bodelshwingh. L'election fut gagné par celui-ci. Cependant, les chrétiens allemands ont organisée des démontrations pour demander l'annulation des elections. Cette fois-ci, Müller, bien sûr, gagna. Peu après, à novembre, le pasteur Niemöller fonda la "Fédération d'emergence des pasteurs" qui groupait trois mille pasteurs. La Fédération trouva la réponse à leurs demandes dans la "deuxième réforme" de Reinhold Krause qui propossait:

-La supression de l'Ancien Testament car c'était un ensemble des "histoires sur la morale usuraire des juifs",

-L'élimination de la croix car "aucune peuple peut voir son idéale encloué sur la croix",

-L'application stricte de l'"article ayren".

[44] Klicker, "L'eglise entre le conflit et la coexistence", in *Das III Reich*.

Krause fut expulsé de l'Eglise dont Müller était le chef elu; à partir de cette action, il perd l'appui d'Hitler. Niemöller essaie d'en profiter mais il ne trouva aucune sympathie chez le Führer. Comme résultat, l'opposition celebra une réunion à Wupertal pour organiser la résistance. Niemöller lui-même fut envoyé dans un champ de concentration.

Tout cela arrivait dans l'anné de 1933.

Du côté des catholiques, les choses furent aussi sombres:

Le 2 mars 1933, les evêques sont réunis a Fulda. Ils ont proclamée dans une lettre pastorale leur opposition aux socialistes de même qu'aux national-socialistes. Dans les elections du 5 mars, le parti catholique obtenait 74 sièges dans le *Reichstag*. Donc, Hitler avait besoin des votes du centre pour obtenir les deux tiers nécessaires pour avoir les "pouvoirs pleins" qu'il voulait. Les catholiques ont donné leur accord.

Le 20 juillet von Papen conclut avec le cardinal Pacelli, le Concordat qui garantisait la liberté de conscience, l'education catholique et le respet des organisations catholiques allemandes. Ainsi, le 29 juillet, dites organisations furent admises dans la "jeunesse hitlérien" et en même temps, le serment des evêques fut imposé:

> Devant Dieu et les Evangiles, je jure et je m'engage a être fidèle au Reich allemand. Dans mon préoccupation pastorale je m'engage à eviter tout ce qui peut menacer l'Etat allemand...

Le 10 septembre, le Concordat fut ratifié: les organisations catholiques furent dissoudres.

L'idée d'un peuple-eglise échouait sur les mêmes lignes signalées par Guardini; en même temps, le retour à la religion de Saint Jean est impossible.

3. De la liturgie au combat

Le moment, pour Jean Cavaillès est crucial:

> Il ne s'agit plus de nier la vie religieuse des paroisses luthériennes, ce parfum d'intimité et de silencieuse ferveur qui leur est propre. Mais leur goût pour l'ineffable (qui séduisait tant Jean Cavaillès une anné auparavant) les rendaient impuissantes à lutter.[45]

Cavaillès abandonne la liturgie: c'est le temps du combat[46]. Le silence autrefois fascinant de Guardini lui paraît insoutenable et il affirme, même, de Barth que s'il se compare bien

---

45 Cavaillès, "*Crise du protestantisme allemand*", p. 313.
46 "L'homme pouvait être, suivant l'heure, jeu, combat ou liturgie", Cavaillès, *Un mouvement des jeunes en Allemagne*, p. 152.

> aux Bénédictins de Maria Laach absorbés dans le chant des heures, il sait par moments parler au siècle en étonnant rophète...[47]

Le moment est le même auquel Jean Cavaillès aura à faire face quand les allemands occupent la France, quand il passe à la lutte clandestine, malgré les efforts de la plupart de ses collègues pour l'eviter. D'une certaine manière, Cavaillès, en 1940, s'affrontait à une situation déjà connue. Au lieu de

> meditations muettes dans la nuit d'un jardin plein de fleurs[48]

l'eglise doit répondre à l'appel de la masse qui

> réclame autre chose depuis quinze ans, une doctrine qui lui montre la route, une escathologie de son avenir[49]

Le protestantisme est en crise et, ajoute Cavaillès, dans une crise aussi profonde que celle du marxisme officiel. Pour Cavaillès, seulement un

> approfondissement simultané des deux réalités (marxisme et protestantisme) permettrait de retrouver dans le matérialisme une dialectique divine et dans la "situation menacée de l'homme" le sens métaphysique des luttes de production.[50]

---

47 *Crise du protestantisme...*, p. 314.
48 *ibid*, p. 313.
49 *loc. cit.*
50 Cavaillès, *op. cit.*, p. 314.

Le paradoxe de sa propre personalité semble résolu:

> il ne faut pas regarder en arrière ... Ce n'est pas elles (les habitudes aimées) que l'on consulte pour la lutte ou pour créer ... un vent violent se déchaîne, comment déjà deviner si derrière lui viendra le souffle doux et subtil devant lequel se posternait Elie? [51]

Pour la dernière fois de sa vie, Jean Cavaillès, l'ancien chasseur d'oiseaux, maintenant dispersés par la violence du vent écrivit sur les problèmes de la morale et de la religion: il n'y aura plus de liturgie. Dorénavant c'est le jeu qui précède le combat. Une décision a été prise, comment deviner si derrière elle viendra une mort inconnue?

4. La théologie de Guardini.

La décision de Cavaillès, qui n'était jamais expliqué par Cavaillès lui-même fut la même qu'après la guerre justifia Guardini. Dans son petit reflexion sur Kierkegaard, Guardini nous montre une logique qui pouvait bien être celle de Cavaillès.

Selon la proposition de Kierkegaard, aucune consolation, aucune aide pourra être trouvée auprès les autres[52]; c'est la négation de l'idée camisard ou vaudois,

---

[51] Cavaillès, *op. cit.*, p. 316.

[52] Kierkegaard, *Point de vue explicatif de mon oeuvre*, in Guardini, *De la mélancolie*, p. 16

ou encore, d'un peuple-église dont la communauté est la garantie de salut. On se trouve, selon Kierkegaard,

> seul en compagnie des plus cruelles possibilités; seul presque avec le langage humain contre moi ... seul dans des tensions dialectiques qui conduiraient tout homme doué de mon imagination - sans Dieu - à la folie ...[53]

D'une certaine façon, c'est le retour à l'esprit de Saint Jean et à la solitude de Maria Laach, aux coins les plus paisibles de la nature; chez Kierkegaard:

> le plus beau, me semble-t-il, c'est lorsque le soleil d'automne s'y repose à la fin de l'après midi, lorsque le ciel y rayonne d'un bleu nostalgique, lorsque la création y rspire, après la chaleur du jour, lorsque le fraîcheur se dégage, lorsque la feuille de la prairie tremble voluptueusement tandis que la forêt s'agite doucement; lorsque le soleil pense au soir où il se rafraîchira dans la mer, lorsque la terre s'apprête au repos et pense à rendre grâces à Dieu, lorsque avant la séoaration, ils s'entendent dans cette douce fusion qui rend la forêt plus sombre et le pré plus vert.[54]

Il s'agit donc, comme avant, d'un désir intense de vivre dans la retraite et le silence, dans le recueillement de l'essence; il s'agit d'echapper à l'existence exterieure pour se réfugier dans le mystère des profondeurs originelles. C'est l'abandon du monde au nom du désir de ne faire agir que des tendances transcendentales (au sens

---

53 in Guardini ,*op. cit.*, p. 25.
54 in *ibid*, p. 56.

kantien): chercher dans les choses ce qu'elles ne possèdent pas, ressentir tout évènement comme une souffrance, comme angoisse ou comme emmerveillement. Il s'agit d'un désir de se plonger dans les profondeurs, de pénetrer au centre du phénomène.

Pour cela, on a besoin du silence, d'un silence qui est

> comme une présence, une atmosphère spirituelle qui lui permet de respirer, qui l'appaise et le met à l'abri...[55]

Ce que l'on vise est ce qui est intérieur, ce qui est impossible à nommer: c'est ici que le problème de l'expression - comme il est posé par Wittgenstein - se pose comme celui d'une coupure antre le monde intérieur et les choses du monde car ils n'ont pas de mesure commune.

Chez Cavaillès, il s'agit du geste intérieur, "l'intuition centrale impossible à décrire..."[56]

Cependant, cette intériorité a des signes: l'absolu existe et son existence est révélé dans la mélancolie:

[55] Guardini, *De la mélancolie*, p. 53.
[56] Cavaillès, *Philosophie mathématique*, p. 29.

> la mélancolie est l'inquietude que provoque chez l'homme la proximité de l'éternel. C'est là ce qui le rend heureux et, en même temps, constitue pour lui une menace.[57]

On ne gardera que le vide des formes, dans une insatisfaction qui est la preuve même de l'existence de l'absolu. Chez Platon, la question était déjà posée:

> C'est l'insatisfaction spécialement vive causée par le fini. La volonté de prendre possession de cet absolu d'une manière propre et avec une intensité particulière dans son mode ... Elle aspire à l'union, au contact de nature à nature ... C'est l'aspiration à une unité qui soit réalité.[58]

Mais en même temps, ce désir va de pair avec le sentiment de son impossibilité, avec la certitude que l'aspiration est vaine car cette impossibilité "réside déja[dans la manière dont l'absolu est désiré".[59]

Or il y a plusieurs façons d'en sortir: soit l'anéantissement de l'existence humaine, soit l'etablissement des faux rapports avec la réalité, soit, enfin, la vie sur les confins:

---

57 Guardini, *op. cit.*, p. 82.
58 *ibid*, p. 70.
59 Guardini, *op. cit.*, p. 76.

> Ils font l'expérience de l'inquiétude qu'une sphère fait éprouver à l'autre – de même, ce sont eux qui portent en eux les pôles, la totalité de l'humain, mais, par là même aussi, al possibilité de la scission intérieure.[60]

Pour Cavaillès la seul solution possible, comme ce fut pour Pascal, est la dernière: le sens de l'homme est celui d'être une frontière vivante.[61]

Mais tout cela rélève d'un désir de mort: il y a dans notre nature quelque chose qui nous porte au devant du danger, quelque chose qui menace notre existence mais la séduit aussi.

Or il s'agit de vouloir la propre perte. Ce désir est p[ourtant si haut que seul le divin peut avoir cette volonté, c'est la passion de l'heroïsme:

> Un homme doit avouer ses désirs devant Dieu, essayer humainement de les réaliser, prier Dieu de bien vouloir le faire, et ensuite s'en remettre à Dieu s'il est possible qu'il aille à sa perte précisément par ce chemin. Bref, un homme doit être un homme.[62]

C'est par là que la vie de Cavaillès a tournée.

---

60 *ibid*, p. 81
61 *ibid*, p. 90.
62 Kierkegaard, *Journal*, *1851*, in *op. cit.*, p. 27.

5. La décision de Jean Cavaillès

Cavaillès avait fait la description de Guardini a sa soeur:

> Guardini, qui, à Fribourg, me paraissait trop soucieux de finesse, de joli, est, au contraire, au moins à le juger par ces journées, un des prédicateurs les plus profondement sérieux et dégagé de toute recherche que j'aie rencontré ... On disait qu'il avait une tête du Greco ... [63]

D'abord, il y a la réference au Greco, le peintre du mysticisme; puis il y a Guardini lui-même. Le rencontre eut lieu à 1931 (août), à l'époque auquelle Guardini parlait des vertues dont l'édition paraitra, avec des modifications, à 1936[64].

L'idée centrale de Guardini est, d'abord, que "les valeurs absolus existent". Parmi eux, le courage et le silence. Le premier, très souvent, fait son apparition d'après une constitution forte, d'une joie de vivre véritable. Il est le résultat d'un appel mais il faut l'entendre pour ne pas dire a la fin, "J'avait entendu l'appel mais je ne l'ait pas suivi".

---

63 Ferrières, *op. cit.*, p. 84.

64 "En 1930, j'avait rédigé une collection des "Lettres". Ils etaient dirigées aux jeune gens et donc prennaient l'allure des *Jugendbewegung*. Les reflexions ci-bas sont dirigées aux gens plus mûrs et donc ils presupossent le années amères...", Preface, *Tugenden*.

Cavaillès et Saint Jean l'ont entendu et ils l'ont suivi jusqu'au silence. C'est du silence que Guardini avait écrit:

> Ce n'est que dans le silence que la véritable connaissance est acquis.[65]

L'image biblique auquel Guardini fait appel c'est la même: le prophète Elie, après le désert, à la montagne de Dieu, l'Horeb.

C'est là au Carmel, que l'on arrive à la transcendance absolue qui n'est qu'un autre nom de l'ineffable.

Or, il ne s'agit pas d'un retour à la Nature qui parle et chante - ce serait un des faux rapports avec le réel. Un tel solution n'est que la solution du romantisme[66] dans les jours où l'homme est "l'homme non-humain", la Nature est la "nature non-naturelle" et la culture est la "culture non-culturelle". Ceux-ci sont les jours d'une "economie du profit incontrollable" et dans lesquels on ne peut plus soutenir l'espoir de réunir les sphères de la réalité dans un tout.

Les idées d'homme et de culture chez Guardini sont exprimées comme suit:

65 Guardini, "Silence", dans *Tugende.*
66 Guardini, *La fin des Temps Modernes*, II, 3.

> Le monde de la modernité est deçu de lui-même ... Notre époque est conscient de la réalité de la destruction deliberée dans l'esprit humain et elle est troublée jusqu'au fond ... La culture contemporaine considère l'Homme sous une lumière fausse, fausse dans le jugement de la condition humaine ... A partir de la fortresse que l'homme a batie pour conquérir les perils d'antan, il a crée les nouveaux perils ...[67]

C'est la conscience que Guardini a developpée après les années amères. Cavaillès l'avait apris avant la guerre.

Cavaillès, avant son maître Guardini, avait bien compris que la religiosité du monde moderne s'avait transformée en "religiosité pure", en une réligion sans contacts avec la réalité de la vie, en une réligion qui a perdu tout sa signification dès que les événements mêmes ont perdu tout leur mystère et ils ont devenus des événements scientifiques ou techniques. Cependant, il y a un profonde intuition au coeur de l'homme: une intuition transcendentale qui lui montre que tout cela n'est plus sufissant.

Cavaillès avait devine ce geste. Il avait vue avec un clarté étonnante qu'il avait autre chose que la science: au fond, il ne croyait que à ce qui est vecu[68]. Il avait par la même, rejetée la solution romantique ainsi que le paganisme des *Wandervogel*; le même paganisme qui conduissait, chez Dostoïevsky, à poser l'Etat en absolu.

---

[67] *loc. cit.*
[68] *Bull. de la Soc. Fr. de Phil.* t. XL, 1946, p. 34.

Pour Cavaillès, comme d'ailleurs pour Saint Jean, le monde était la ténèbre du créé qui s'opposait à "la Nuit de la Transcendance", à la "grande nuit de la Foi" (Claudel). Le paganisme naïf des *Wandervogel* est devenu la lutte pour le pouvoir des Nazis, la grande nuit de la foi, le minuit de l'occuppation, *Nacht und Nebel*.

Cette transcendance c'est la libre union avec l'absolu, comme chez Wittgenstein[69], qui permetra que l'homme,même solitaire, traverse n'importe quel force que l'on l'oppose.

Cette solitude dans la Foi peut être terrible. L'amour disparaitra du monde (Mat. xxiii, 12) mais cette absence permetra que l'homme trouve la réponse aux "pourquoi?". Là, l'homme doit, selon Guardini, prendre une décision: celle que lui amenera aux périls les plus extrêmes.

6. La révolte

L'homme peut, d'abord, choisir le silence ou la "grande acceptation". C'est-à-dire, s'oublier de soi-même, accepter son destin sans le juger ni le condamner. Cette attitude lui confère "le génie de la sympathie au destin d'autrui ... c'est ici le don absolu"[70]. La sécurité de la conscience

---

69 Ramírez, S., *Jean Cavaillès and the Vienna Circle.*

70 Guardini, *L'univers...*, p. 55.

chrétienne repose précisément sur le fait que l'on ne peut comprendre et que l'on ne le veut pa:

> Mais je ne peux pas connaître les secrets de la Divine Providence. A quoi bon me demander ce qu'il estinterdit de se demander? A quoi bon ces vaines questions?[71]

Mais alors, dès que l'on comprendre que tout est un grand mystère, on se rend compte qu'il s'agit d'une unité qui ne confond rien et qui conserve, en première lieu, la distinction entre créature et Dieu. Cette perception, néanmoins, n'est que l'enlevement du naturel, elle a un caractère essentiellement spirituel.

Cependant, il s'agit toujours de l'homme lié aux conditions de sa propre vie:

> c'est le progrès continu de l'âme depuis son état initial de simple virtualité liée à un faisceau de conditions contingentes ...[72]

Et cet homme, comme Ivan Karamazov, se révolte:

> Je me révolte pas contre mon Dieu, seulement je n'accepte pas son univers[73].

L'homme révolte a choisie sa raison individuelle et sa volonté subjective comme base de son existance; il n'a

---

71 Dostoievsky, *Crime et châtiment*, p. 415.
72 Cavaillès, dans *Foi et Vie*, 1928, p. 29.
73 *Frères Karamazov*, p. 355.

plus de contact avec le peuple, plus de contact avec la terre. En fait il n'a plus besoin d'avoir aucune relation avec ce qui ce soit. Dans une certaine perspective, il s'agit de la position morale de Nietzsche.

Mais, pour Guardini, comme pour Dostoïevsky, il s'agit, plutôt, de

> s'engager dans une voie nouvelle et inconnue, toujours aussi solitaire, plein d'espoir sans objet, de confiance excessive dans la vie, mais incapable de préciser son attente et ses espérances.[74]

Pour Cavaillès il s'agissait, aussi, en 1932, de retrouver le peuple et la terre. Même quand il fait la chronique des elections du 31 juillet 1932 (dans lasquelles les nazis ont obtenu 230 sièges, le centre 75, les social-democrats 133 et le groupe communiste 89) et il lui faut étudier le phénomène nazi, il ne rejet d'un coup l'importance de celui-ci:

> On ne peut évidement omettre le trait d'union nationaliste[75]

et il conclut:

---

[74] *ibid*, p. 280.

[75] Cavaillès, "L'Allemagne et le Reichstag", in *La Paix par le Droit*, sept. 1932, p. 394.

> Dans les chemins obscurs oû la folie se repand en silence, quelques branches humides remuent toutes seules ... l'Allemagne des légends, l'Allemagne de Goettingen est là de tout son poids, sagesse et mystique. Sur ces sentiers aussi il vaut la peine d'essayer de la comprendre.[76]

Mais, à partir de 1933, pour Cavaillès, il n'y a plus d'espoir dans le peuple allemand: le peuple même n'est plus ce qu'il était pour la théologie dostoïevskienne. Cavaillès deviendra, au sens de Guardini, un athée.

Or on ne trouve aucune indication néanmoins, pour soutenir que Cavaillès avait donné d'attention aux oeuvres de Kierkegaard ou de Nietzsche: iln'y a pas aucune référence dans ses lettres ou dans ses travaux, même dans la liste des livres qu'il avait empruntée à la bibliothèque de l'Ecole Normale, il n'a jamais eut d'interêt pour l'un ou l'autre.

Cependant, il lisait Guardini et il n'a pu pas ne pas noter le parallelisme entre Dostoïevsky et Zarathoustra.

7. La fin de la modernité

Dans un texte qui annonce celui de *La fin des Temps Modernes*, Guardini propossait - avant les anées amères - un schéma de l'histoire duquel Cavaillès, comme on verra, prennait quelques idées centrales.

---

76 *ibid*, p. 395.

Pour Guardini, Nietzsche, Kierkegaard et Dostoïevsky tiraient les "dernières conséquences" de la position de l'homme moderne. En même temps, ils "liquident l'époque moderne".

Jusqu'au quinzième siècle, le monde était fini, le monde était une sphère envelopé par Dieu et pénétré par lui. Dans ce monde tout était fini mais tout avait l'accent de l'absolu, tout avait-il part à l'éternel et tout était ordonné absolument.

Dans la modernité, le monde grandissit, il devien illimité et, par la même, il n'est plus saisible. Les choses y perdent leur accent d'eternité. Les choses y sont purement finis.

Cette transformation permettra le détachement de dieu, ce que Heidegger décrit comme "le depouillement des dieux (*Entgötterung*)"[77].

Ce monde, en plus, est suffisant à lui-même, donc il est absolu, mais d'une façon fausse:

> la "fausse infinité" du progrès indéfini liée au "faux absolu" de ce qui est mathématiquement nécessaire an logique et en science.[78]

77 Heidegger, *Chemins qui ne mènent nulle part*, p. 100.
78 Guardini, *L'Univers religieux* ..., p. 176.

L'homme dans la finitude et das l'indéfini doit prendre position, et il se trouve pensé, comme chez Bruno, à la mesure du divin. Mais, comme chez Pascal, il en ait la conscience d'être fini. Celle-ci s'éprouve comme abandon, comme hasard, comme contingence. Pourtant il ne s'appuie que sur sa propre base:

> C'est sous le manteau de cet "absolutisme" logique, éthique, culturel, qu'il a grandi.[79]

Donc, il n'y a pas d'absolu, ce que l'homme nomme ainsi n'est qu'une qualité du fini. C'est-à-dire l'absolu n'est que le Néant heideggerien.

Si l'on pose la question d'une autre façon, c'est à partir de l'abandon des rapports chrétiens entre le fini et l'absolu - l'Incarnation et la grâce -, au nom de la science, que le fini passe à la révolte: Dieu doit disparaître et dans le fini, seulement, l'humanité véritable s'éveillera. Autour du fini il n'y a que le Néant.

On peut toujours poser la question comme Cavaillès l'a fait:

---

[79] *ibid*, p. 177.

> ce fut une véritable joie intellectuelle que les auditeurs purent entendre Heidegger, dont l'ardeur était stimulée par les objections, définir en formules impressionantes le sens du Dasein dans sa doctrine, situer la place et la fonction de la Vérité dans la réalité métaphysique, faire apparaître enfin le rôle de l'angoisse comme révélatrice de la finitude de l'homme et de la présence du Néant.[80]

Or, le monde moderne tombe sur l'athéisme, car c'est pour l'athée qui se posent tous les conflits qui touchent le destin de la modernité et pour qui se pose le problème de décider l'avenir.

Donc, l'athée est l'homme d'aujourd'hui, pour lui tout est souffrance et terreur mais cet homme aime la vie. Ainsi, pour l'athée, Dieu "n'existe pas mais il est là"[81]. Dieu, donc, est mort. Il faut guérir de cet état d'ou le socialisme et la doctrine de Freud. Mais, pour Guardini et pour Cavaillès - on est à 1932 - il y a toujours la solution chrétienne: celle de l'union avec l'absolu, de la perte de la finitude. Cela c'est l'oeuvre de l'histoire.

8. L'alogique

De nos jours, le rationalisme n'est plus. Même dans la mathématique, la raison a du ceder sa place, parfois, à l'intuition sinon à l'irrationalisme.

---

80 Jean Cavaillès, *Les deuxièmes Cours Universitaires de Davos.*
81 Dostoievsky, *Les Possédés.*

Toute connaissance scientifique, jusqu'ici doit être rationnel, mais comme Heidegger a bien montré dans son interprétation de Kant, et d'ailleurs, ce que Cavaillès lui-même a écrit dans *Sur la logique et la théorie de la science, ce qui détermine son caractère est antérieur à tous les efforts de la pensée.* Est-ce que le réel peut se résoudre dans la connaissance rationnel?

Si oui, la stabilité et la dignité de la vie se trouvent menacées. Par contre, il faut comprendre la connaissance, de nos jours et le réel qui gît là comme ayant, surtout, une tension intérieur qui ne s'achève jamais dans le rationnel: l'être contient un élément *alogique*. Face à lui, on veut faire valoir une volonté de rationnalité mais celle-ci est toujours relative à l'alogique.

> Ainsi l'alogique et le rationnel se contrebalencent partout dans l'être vivant. Il restera toujours dans celui-ci quelque chose d'insoluble, et il convient peut-être qu'il en soit ainsi pour que le rationnel puisse continuer son travail d'illumination.[82]

C'est ici que l'on trouve, encore, Pascal: la connaissance rationnelle doit s'incliner devant le caractère inépuisable du vivant:

---

[82] Guardini, *L'Univers religieux de Dostoïevsky*, p. 262.

> il y a un esprit qui n'est pas contradictoire de la vie, mais vie lui-même, et de l'ordre le plus haut, un esprit capable d'édifier une "logique de la finesse" qui ne détruit pas la tendre liberté de la vie et une "logique du coeur" qui ne retire rien de sa chaleur à l'organe par lequel l'homme et les valeurs humaines nous sont rendus compréhensibles.[83]

Romano Guardini donnait de sermons a Munich dans les années de l'après-guerre. Il parlait un jour sur les racines que l'homme doit avoir dans un pays, une famille, etc. Madame Mari-Romain Rolland lui entendait parler. Elle n'avait pas de pays ou de famille. Guardini lui dit, après la masse:

> Mais, vous avez des ailes ...

---

[83] Guardini, *op. cit.*, p. 263.

VI.

L'ORDRE HISTORIQUE

L'ordre historique est l'état de l'être obscur et fermé; c'est un resseau de causes et des effets qui reste toujours méconnu; dans l'ordre historique toute action est inserée dans un labyrinthe sans sortie.

Par la même, la vie, elle aussi, cache à son intérieur sa véritable nature: le phénomène exterieur ne correspond presque jamais à l'intention intérieur du sujet. C'est le geste intérieur impossible a saisir. Cette manque de correspondance est le résultat d'une volonté qui est, donc, esentiellement perverse. Il s'agit d'une volonté qui est le résultat de la liberté qui nous permet faire le choix sur les buts finals de la vie. Ainsi, dans une vision théleologique, la liberté et la volonté qui en sorte sont les conditions de possibilité de nier et même de prendre position contre Dieu lui-même. De toute façon le résultat est la méconnaissance, l'ambiguité et l'erreur. Le langage même n'est qu'un moyen en plus au service de cette méconnaissance; c'est du langage que l'illusion jaille. L'intérvention de la volonté, donc, ne nous amène jamais au véritable sens des choses, des actions ou des intentions.

Or l'histoire est determinée par cette liberté. Il faut qu'elle reste d'autant plus incompréhensible qu'impenetrable.

Par la suite, l'histoire ne peut point être conçue comme l'accomplissement de la nature humaine ou comme la réalisation des valeurs absolues; par contre, les valeurs les plus hautes sont ceux qui ont le moindre pouvoir à s'imposser: celle-ci est, depuis toujours, la leçon de Socrate.

Le sens de l'histoire est alors celui de la négation du passé. C'est en ces termes que Cavaillès avait écrit:

> L'oeuvre négatrice de l'histoire s'accomplit dans l'histoire[84].

Encore, dès qu'il parle du travail de la philosophie mathématique, il soutient qu'il s'agit d'un travail qui, étant "soumis à l'histoire", doit être surtout critique de l'histoire au nom de ses résultats.[85]

La réalitée n'est plus l'effet d'un sens absolu qui se réalise sur la Terre. Depuis la modernité, il n'y a plus d'absolu. Même dans la pensée grecque, Eutyphron fondait le sens absolu sur les faits: l'obscure réalité historique est plutôt le résultat de l'action d'un pouvoir que la

---

[84] Cavaillès, "Mathématiques et formalisme", dans *Rev. Int. de Phil.*, 15 avril, 1949, no. 8, p. 164.
[85] Cavaillès, *Philosophie mathématique*, p. 29.

conséquence d'une volonté rationnelle. Pour cette raison, Cavaillès affirme que la liaison avec les problèmes posés et étudiés dans un temps est le "choix de la rebellion"[86], c'est pour cette raison et pour ce choix qu'il ajoute:

> Le mathématicien n'a pas besoin de connaitre le passée, parce que c'est sa vocation de le refuser.[87]

L'on peut conclure donc, que l'histoire n'est pas immanente; elle ne s'accomplit en elle-même, elle ne suffit pas pour elle-même. L'histoire signale toujours à une autre chose, à quelque chose qui n'est pas en elle et qui la dépasse. On peut donner un exemple: la mort n'est plus, dans cette perspective un fait naturel. Elle est, plutôt, un fait historique dans la mesure où elle rélève d'autre chose qui gît au-delà d'elle même; la mort n'est plus la fin dernièrte mais une autre vie qui la dépasse.[88]

Cette exemple peut servir bien comme explication des actions de Jean Cavaillès. Pourtant son fondement n'est purement théologique. Il y a là, même dams cette éscathologie, la présence d'une tradition philosophique que, comme toute tradition philosophique, a ses racines dans la pensée de Socrate.

---

86 *loc. cit.*
87 *ibid*, p. 28.
88 Guardini, *Les fins dernières*.

C'est Guardini encore qui en donne l'intèrpretation la plus proche de celle de Jean Cavaillès:

> C'est une indépendance intérieure à l'égard de la mort qui lui permet, en ces heures qui devraient remplir toute sa conscience de leur torment, d'être disponible pour les hommes et libre pour les questions qui concernent l'esprit.[89]

[89] Guardini, *La mort de Socrate*, p. 49.

VII.

CONCLUSION

Jean Cavaillès fut philosophe et résistant. Il fut, en plus, l'héritier d'une tradition et critique de celle-ci.Pourtant, toute son activité fut marquée par un geste intérieur qui nous avons essayé d'approcher. On peut, alors, proposser l'ensemble suivant des thèses concernant, simultanement, l'homme, le philosophe et le résistant.

1. Dans son enfance, Jean Cavaillès entendait les histoires des vaudois et des camisards. Il en tire trois éléments:

a) une vocation pour la résistance. Il acquérait une intuition qui lui forcera à ne jamais accepter l'oppression et l'injustice. Il montrera son vocation de résistance à plusieurs reprises dont la plus connue est celle qui l'a amené à la mort. Il soutenait "je ne peut faire autrement".

b) une opposition contre l'unification ou l'identification de la sphère concernant l'Etat et la sphère concernant la salut. Cette oppossition s'est manifestée aussi dans un effort pour ne pas confondre les sphères de l'histoire, la philosphie et la science. En ce sens, il soutenait l'autonomie de la réalité mathématique devant les tendances tyraniques de l'histoire et de la philosophie. Du côté politique, il sera opposé aux intérventions du pouvoir dans les questions du savoir.

c) Néanmoins, s'il y a lien, c'est dans un autre niveau. Il aura coincidence entre Dieu et son peuple mais le lieu de cette identité ne peut pas être trouvée ni dans le monde ni dans l'histoire. Si un peuple (ou un homme) devient divine, il le sera dans un endroit qui ne peut pas être qu'au delà du vecu. Cependant la vie même vise à l'absolu, le peuple qui souffre indique le chemin de la salut. Or la connaissance comme la morale, signalent au-delà d'eux-mêmes, au-delà du monde, au-delà de "ce qui arrive": la connaissance est transcendentale au sens kantien et vise quelque chose qui est ailleurs. La logique et la mathématique sont transcendentales. Les analogies entre la mathématique et la morale furent notées maintes fois par Jean Cavaillès lui-même. Dans la même mesure, Cavaillès ne croyait qu'au vecu car l'on ne trouve pas le sens de la vie à ses origines mais dans son fin, c'est-à-dire, dans la mort.

2. L'expérience allemande de Jean Cavaillès lui montra que le peuple peut être l'incarnation du mal. A ce m,oment, il soutiendra une position individualiste comme la seul qui peut garantir la salut. Il s'adhère donc au mysticisme de Saint Jean de la Croix. Il s'eloigne du monde

et des hommes, il devient un solitaire et il tombe sur la mélancolie. C'est le grande silence de la liturgie bénédictine. En même temps, il abandonne la chasse du soleil des *Wandervogel* et il se plonge dans la Nuit mystique; dans celle qui annonce, comme chez Nietzsche, l'aurore ou, comme dans les *Tenebrae*, la resurrection et la vie.

3. Mais il y avait, aussi, Karl Barth. Cavaillès comme l'homme dostoïevskien fut un révolté contre Dieu, puis un athée. Cependant, comme pour les vaudois d'Italie, ce fut Karl Barth qui, "en etonnant prophète" parlait au siècle. Et dans ce siècle l'on ne pouvait pas se replier sur les traditions. Il fallait abandonner les habitudes chères au coeur, brisser les liens avec l'histoire, déracinner la vie et avoir des ailes. Ce fut donc, à ce moment, dès qu'il a pris conscience de la fin des temps modernes qu'il a reussi à s'accorder avec l'univers. Il écrivit: "Je suis accordé avec l'univers"[90]. A ce moment il n'eut plus de doutes sur sa propre action. Il connossait son destin et il l'a acceptée dans un grand silence. Ce fut son "choix de la rebellion".

4. C'est donc la fin des temps modernes qui fait apparaitre une fois encore, le problème de l'absolu. Les mathématiques furent d'abord, l'explication intelligible de la raison divine, du *logos* eternel. A partir du XVème

---

[90] Cavaillès, Manuscrit à l'ENS.

siècle, l'absolu disparut et la science - dont la mathématique - devient terrenale et immanente. Mais dans la seconde moitié du XIXème siècle, et surtout avec l'oeuvre de Cantor - dont les conséquences théologiques ont été signalés par M. Dauben[91] - l'absolu reapparaît.

Cette reapparition - l'infini en acte - oeuvre la possibilité de trouver l'absolu ci-bas. Comme la force qui attire la vie et la connaissance à chercher l'absolu dans ce mond. On ne le trouvera jamais. La conscience de cette impossibilité est l'angoisse ou l'émerveillement. Cependant, la quête même est le signe indubitable de l'existence. En ce sens, l'histoire vise à sa propre négation. C'est ainsi que l'on interprete, chez Cavaillès, l'arrêt des "fleuves de la vie".

5. L'au-delà, l'absolu visé par la science[92] est inexprimable eta logique. Donc, le langage et la logique ne sont que la recherche et l'effort pour atteindre l'ineffable et l'alogique. Le non-sens et l'irrationnelle ont, donc, un sens. Ceci, à mon avis, c'est le sens de la proposition d'une dialectique chez Cavaillès.

---

[91] Dauben, J., "Georg Cantor and Pope Leo XIII", in *Jour. of the Hist. of Ideas*, 38 (1977), pp. 85-108.

[92] cf. Notes du cours de Jean Cavaillès à la Sorbonne ci-dessus.

On presente ici un texte inédit de Jean Cavaillès trouvé dans le dossier de l'Ecole Normale Supérieur. Il concerne des questions dont on a traité ci-haut.

La solidarité affirmé en particulier par la diplomatie pontificale entre le traité et le Concordat de Latran ne doit pas donner à celui-ci le caractère d'un appendice et d'un prolongement de celui là, defini uniquement en fonction de la gestion primordiale de la souveraineté temporelle et de l'influence du Pape. Qu'un telle question ait son importance, qu'elle ait à juste titre |absorbé|[a] accaparé l'attention internationale |il n'en reste pas moins que dans le même document où Pie XI affirmait |simil| la solidarité des deux accords "simil stabunt, simul cadent"| ne doit pas faire méconnaitre la valeur et la signification originals du Concordat. La " simil stabunt, simul cadent" de la lettre au Cardinal Gasparri ne doit être compris que |xxxx[b] par le| completé par le discours à l'Université de Milan du 15 février: "C'est le Concordat qui ne seulement explique, non seulement justifie mais recommande le traité". Et il ne s'agit pas ici d'une querelle de prééminence entre les deux accords, mais de degager l'une d'eux du domaine restreint et purement politique de la question romaine pour le replacer dans son ensemble où seulement il prend sa vraie signification, le système des Concordats conclus depuis quelques années par la St. Siège.

Le pacificateur, tel est sans doute le titre auquel aspire le plus volontiers Pie XI et il aime se rappeller que sa première encyclique avait pris pour texte les paroles apaisantes de Jérémie.

De fait les années de son pontificat ont été marqués |par toute une série d'accords, dominés semble-t-il par un désir perséverant tenace de xxxxxxxx tous les conflits| non seulement par des exhortations pacifistes adressées aux peuples, par la condamnation des doctrine nationalistes de certains partis catholiques, mais par la prédication de l'exemple, par une volonté persévérante de résoudre tous les conflits |xxxxxxxx| vieux ou nouveaux selon les mèthodes d'une esprit de conciliation et de bienveillance. C'est la vieille querelle |entre| avec le Portugal apaisée dès 1922 par une concesion au gouvernement de la République, malgré l'indignation des intransigeants de la Curie (remise de la bonette cardinalice du nonce par le president d'Almeida) puis completement éteinte par le protocole de 1928. C'est le brusque conflit avec la Tchècoslovaquie provoquè par l'imprudente attitude du nonce Mannaggi devant les prèparatifs de la fête de de Jean Huss, èteint definitivement par le modus vivendi du 2 fèvrier 1928. C'est enfin la fameusse question romaine au reglement de laquel les représentants du pape apportent une bonne volonté, un désir de conciliation difficiles à depasser.

Mais là comme dans les autres occasions l'attitude du St. Siège -qu'il s'agisse du Cardinal Gasparri ou du pape lui-même est assez xxxxxxxxx - est assez xxxxxxxxx: plein de xxxxxxx d'esprit, prêt à touts les concesions, il ne laisse pas non plus echapper l'occasion de greffer sur le réglement strict du conflit un accord plus étendu qui xxxxxx au véritable Concordat. L'exemple de la Tchécoslovaquie est typique à cet egard: Mgr. Mannaggi avait interdit les fêtes de Jean Huss, puis comme le gouvernement xxxxxxxx xxxxx, avait quitté brusquement Prague, c'était là une affaire purement diplomatique. La conclusion, ce que M. Benès par exemple appela son réglement (discours à la Comission des affairs ètrangeres, Temps 3-2-28) fut una ccord où il n'était nullement limité d l'incident mais où se developpaient les termes d'un véritable Concordat. Et sans doute peut on considerer ainsi les Concordats comme des |vèritables| sorts de traités de paix destinées à mettre fin à des conflits ou à prévoir ceux qui ne manqueraient pas de se produire entre les pouvoirs temporels et spirituels. Au désir de paix mauntenant affirmé par St. XXXX devrait donc se rattacher toute la série des Concordats, véritable reseau locarnien établis depuis six ou sept ans avec la Lettonie, la Lithuanie, la xxxxxxxxx, le Portugal et l'Italie. Mieux que pape de la paix c'est le pape des Concordats qui meritait d'être renommé l'actuel succeseur de St. Pierre. Mais est-ce seulement le déeir d'une paix établie sur la base des traités qui a determiné |inspiré| la multiplicité de ces accords et xxxx xxxxxxx même |respectifs| et d'ailleurs |semblable| toujours à peu près la même? C8est là une question qui non seulement importe à l'intelligence des mobiles qui regissent la conduite pontificale mais qui nous interesse même directement puisque ce n'est plus un mystère pour personne que la série continuera bientôt par un Concordat avec la France.

|Le dernier, xxxx| Celui de Latran, comme le dernier venu est le plus révelateur des intentions du pape, compte tenu d'ailleurs des conditions spéciales à l'Italie et au régime fasciste qui xxx modifié son caractère. Comme dans les autres on peut y distinguer trois sorts d'articles: ceux qui se rapportent à la condition générale des pretres et à l'excercise de leur ministère, ceux qui fixent le statut des |associations| congrégations et la gestion de leurs xxxxx , ceux enfin qui determinent les rapports entre les actes de l'Eglise et ceux du pouvoir |civil, central| temporel (état civil, enseignement). Les derniers ont le plus frappé l'opinion publique et sont d'ailleurs de l'aveu même du pape de première importance: ON connait le |regl| statut du mariage: le mariage canonique celebré par le pretre a des effets civils. Il ne faut pas voir là

seulement une satisfaction de xxxxxxxxx accordée aux catholiques ou une simplification des opérations du mariage par l'influence d'une cérémonie, comme |voudrait| semblait vouloir le faire croire Mussolini dans son discours à la chambre. Pour de si xxxxxxxxxxx avantages le pape ne se serait pas déclaré prêt "à sacrifier volontiers jusqu'à sa vie"(lettre au Cardinal Gasparri). Ce n'est pas le fait que la simple bénédiction prononcé par le pretre se trouve xxxxxxx des effets civils qu'importe, c'est |celui autrement grave que tous les fidèles mariés religieuse| De semblables avantages sont d'ailleurs consentis aux minstres des autres religions. C'est le fait autrement grave que tous les fidèles mariés à l'Eglise se trouvent ipso facto soumis en plus au |droit| la législation italienne, mais au droit canonique. Et il y a là tellement |interferance| - et non xxxxxxx - de deux droits que les deux mariages ne peuvent se recouvrir: si le mariage civil a été celebré il est impossible d'y nullifier le mariage religieuse et réciproquement. Sans doute les causes de séparation seront elles justifiés suivant la legislation italienne, mais quand il s'agia d'annulation du mariage, seuls les tribunaux ecclésiastiques auront à décider. En vain Mussolini a-t-il essayé de dissimuler l'importance de la concesion par des plaisanteries |("Beaucoup ont considéré le problème au point de vue métaphysique xxx xxx xxx| et par la comparisson d'ailleurs xxxxxxxxxx avec les autres pays |mais ce qu'il oublie de dire c'est qu'au Tchècoslovaquie, qu'il prend par exemple si le mariage a des effets civils l'xxxx| En vain rapelle-t-il que les catholiques ne sont contraints par rien á se marier à l'Eglise - affirmation contre laquel d'ailleurs proteste Pie XI. L'essentiel est que sur ce point le droit canon ait triomphée du droit italien pour l'immense majorité des italiens. C'est desormais |xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx| le premier qui regira leurs xxxxxxxx, qui leur interdira en particulier le divorce sauf les cas d'annulation prononcés par les autorités ecclésiastiques.|Et| La contrainte morale qui seule soumettrait les catholiques à la loi canonique grâce à la coexistance des deux mariages se trouve donc remplacèe en fait par la contrainte materielle de l'Etat qui sans doute n'oblige pas les fidèles a choisir le mariage religieuse, mais qui une fois celui-ci celebrè leur interdit de cesser d'être catholique. |xxxxxxxx legislation plus xxxxxxxxx dans un mariage divorce| de une nouvelle valable devant la loi si l'annulation de la précédente n'a été prononcé par l'Eglise. Il y a donc ici une fois par toute mise de la force temporelle au service du spirituel.

Par la reprise de l'école la chose est moins nette: sans doute l'instruction religieuse est elle obligatoire, mais d'une part |toutes les exceptions seront accordés| la simple demande des parents et du tuteur suffit à exempter l'enfant, d'autre part le fait que les trois quarts des italiens sont catholiques pratiquants la de cette obligation. Ici d'ailleurs le pape n'a pas obtenu de cause et des divergences d'interprétation se sont produites. Alors qu'au Lithuanie par exemple l'instruction religieuse était affaire de l'Eglise exclusivement, que le personel enseignant est nommé et révoqué par elle et que même pour les autres matières les ont un droit de surveillance et de remontrance (Concordat 27 septembre 1924, art xx)|et de même en Baviere (art. 8 XXXX)| (dans clauses dans le Concordat Bavarois art 8) Le gouvernement italien a tenu à spécifier que c'est l'Etat |et lui seul qui donne l'instruction| lui-même qui donne l'instruction religieuse sous sa direction, sous sa responsabilité...aucune pouvoir de surveillance sur l'enseignement ne lui est attribué. Les écoles de l'Etat sont soumises à la seul surveillance de l'Etat (discours de Rocco ministre de la justice à la chambre 19 mai 1929). C'est la pure doctrine fasciste du monopole de l'Etat pour la formation du citoyen. S'il y a instruction religieuse est que l'Etat est catholique (discours de Rocco). On se trouve donc ici en présence d'un des caractères du Concordat dues aux dans lesquells il fut conclu. Les protestations du pape le prouvent ainsi: "La de l'éducation incombe en premier lieu et à l'Eglise et à la famille... Certes l'Etat ne peut ni ne doit se desinteresser de l'education des citoyens, il doit seulement apporter son aide en tout ce que l'individu et la famille ne sauraient realiser par eux mêmes...l'Etat peut fournir des , mais il ne pourra jamais des vocations consacrées à l'education pleinement et entierement" (Discours au Collège de Mandragore, 16 mai le lendemain du discours de Mussolini à la chambre). Le type du vrai Concordat sur le point reste dans le concordat bavarois et lithuanien: écoles confessionelles subventionées par l'Etat d'une part, d'autre part dans les écoles de l'Etat |xxxxxxxxxx| instruction religieuse obligatoire donnée en pleine independance par l'Eglise et controle exercé par l'Eglise sur le reste de l'enseignement.

Pour la question des congrégations,du statut des lois ecclésiastiques, dans tous les articles qui remplaçent une legislation anterieure incohérente et compliquée se manifeste le principe général par M. Rocco: "Les établissements ecclésiastiques sont ramenés à un regime substantiellement égal à celui de tous les autres établissements ayant des buts reconnus d'utilité publique". C8est la même idée qui a inspiré toutes les clauses relatives à la condition du clergé et au libre exercise de leur "La religion catholique est la religion de l'Etat" l'article sur la constitution de 1848qui du reste n'avait jamais été abrogé peut être considéré comme la premise d'où découle tout le reste: si la religion de l'Etat est catholique, les pretres seront considérés |comme| à l'egal de fonctionaires ou |et| au moins de personages rempliçant un office d'interêt publique. D'où exception de tout ce qui |xxxxxxxxx| serait incompatible avec leurs fonctions (service militaire, emploi de xxxxxxx, protection de l'Etat assuré à tous les autres profesionels, en cas de processus judiciaires et |et| en revanche serment de fidelité à l'Etat et à ses lois preté par l'evêque et et soumission de la nomination des cardinaux au <u>nihil obstat</u> préalable du gouvernement. Rien dans tout cela de xxxxx nouveau: ce sont à des variants insignifiants très exactement les mêmes articles que dans les Concordats précédents et la coincidence presque littérale de ces conditions dans des pays variés et sous des aussi differents que la democratie tchéque et la dictture stalinien ou polonaise, montrent bien la perseverance et la fermeté des intentions du St. SIège à cet égard: ce qu'il a obtenu là, sauf quelques details plus ou moins favorables selon la ou l'intransige-ance du gouvernement est ce qu'il caracterise comme le statut normal de l'Eglise. A quoique de son point de vue il y ait là un tout impossible à disjoindre, l' extèrieur ne peut s'empecher de mettre une sepa-ration entre les garantis |nécessaires| indispensables pour le libre exercise du culte et les privileges ou obligation qui font de celui-ci.

de M. Rocco au " publicum" que le St. Siège se refuse présentement à une semblable distinction significatif l'Eglise se considerait comme persécutée sous le regime liberal antérieure, qui pourtant n' jamais le culte. que son activité n'a pas une caractère officiel elle la considère comme . C'est du reste là toute la question du rpincipe d'un Concordat qui est en jeu.

---

* les mots entre des barres verticales | | sont rayés dans le texte.
les xxxxxxxxx representent des mots illisibles dans le manuscrit.

VI. Three Metaphysical Theses on Mathematical Philosophy

The main purpose of this paper is to offer some of the ideas contained in the course that Jean Cavaillès taught at the University of Paris in 1941.

1. The aim of science, according to Cavaillès is to attain the absolute.

We can look upon this proposition from two points of view: first from a Kantian perspective which would be related to Wittgenstein's *Tractatus*[1] and, secondly, to the theological works that Cavaillès had written several years before.

1.1. From the first point of view, I would like to enhance the fact that Cavaillès looked upon Kant's *Critique of Pure Reason* with the same outlook that Heidegger held[2]; that is, he read it as an ontological text against the epistemological interpretations held by Cassirer.

From this point of view, hence, and in relation to mathematics, Cavaillès claims that the necessary outlook must be the ontological perspective.

[1] "L'École de Vienne au Congrès de Prague" in *Rev. de Méta. et de Morale*, 1935.
[2] "Les deuxièmes courses universitaires de Davos", in Dossier Cavaillès, ENS.

If one were to add to the above Wittgenstein's influence which induced Cavaillès to claim that logic is necessarily transcendental[3], one must conclude that mathematics have nothing to do with the world as it is determined by empirical sciences: Mathematics aim at the supersede the limits of experience.

1.2. From the theological point of view, Cavaillès claimed, following Romano Guardini, his belief about the consummation of modernity. That is to say that if we recall that modernity commences with the construction of an infinite subject and with the acceptation of a geometrical representation of the world; contemporary mathematics are a restoration of the finitude of subjectivity and represent the end of a geometrical world. This claim is not a philosophical one but rather, as Cavaillès reiterates, a principle brought forth by mathematics themselves. Thus the historical pretense through which the essence of mathematics would be found in its relation with the empirical world is unsound. One must, rather, make the history of the efforts to restore to mathematics their own domain and one must write the history of the mirage that has imagined that the mathematical royaume belongs to this world.

2. The second contention which I would like to pose contends that the history of the philosophy of mathematics sways between the Cartesian demand for the absolute and Kant's "hypocrite"[4] absolutism.

[3] Cavaillès, *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 10.
[4] all unspecified quotes are taken from the notes of the course.

2.1. On one hand, Cavaillès states that Descartes illustrates the position of an absolute, infinity, which would be responsible of the internal unity of every mathematical notion and which would rationalize and authenticate them. Nevertheless, following Cavaillès, it is impossible to precise the relation between the infinite and the finite. How could one, he interrogates, link the immutability of the object with the "radical simplicity" of the infinitude of space such as it is grasped by the evidence?

The Cartesian solution consists in the introduction of an order that would explain the transit from simple intuitions to complicated systems as necessary and such a necessity is to function as the guarantee of an absolute development of Knowledge.

We face, here, the arbitrary: the arbitrariness of a separation is a factor of relativism; the separation, at any rate, is not possible but for certain very particular cases. Thus, when the distinction between mechanical and geometrical curves is made, something belonging to space is lost.

2.2. On the other hand, the Kantian solution advocates absolute space as a condition for all knowledge. This argument has as point of departure proof to arrive to objects. Hence, concepts are not independent of their construction.

Hence, mathematical thought is only one way among others of thinking the world. "Does it have a sense?" And, soon after, in his *Logique* he wrote: "even the euclidian model cannot be preserved".[5]

In fact, if one is to observe that mathematics is the science of infinity one is rejecting Kantism. The only solution to recuperate infinity in mathematics is to be searched in the development of mathematics before any definition of its object.

It is thus that on can understand, on one hand, the attempts of subduing mathematics to logic and, on the other, to set theory.

The introduction of the infinite will bring out the paradoxes which will make logicism impossible.

We are led towards Hilbertian metamathematics. This means that, inasmuch as mathematics are held to be an "gigantic formalism", there will be no contradictions: given an axiomatic system one can always define an object through them.

One concludes, with Cavaillès, that "only the infinity of natural numbers is absolute, all the rest are relative", and moreover, "every time that a system of objects is fixed by a set of axioms, the objects, as well as their properties, appear as

[5] *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 13.

relative to such a set. On must posses an absolute beforehand, a set from which one could choose".

If one were to give another interpretation to the third proposition, one would have to place the problem in a different perspective which would have to take into account the following points:

a) Mathematical infinity is but an abbreviation.

b) The examples which one could give of it point always beyond that which is given.

c) This indication is a finite suggestion, hence it belongs to this world. Still it points elsewhere. Mathematical thought is to be found in this world but it is always pointing beyond.

d) The above means that when mathematicians think on this world, they will always give finite examples which aim farther, beyond every possible experience. Mathematics are not interested with the objects of experience except in the measure in which they can be thought of otherwise.

e) In this sense, mathematical ideas belong to the world but will not yield to the limits of language or of experience. They suggest transcendentality, that is, they address to that about which one cannot have an experience and to that about which one cannot speak.

f) Regarding the history of mathematics, one cannot think it as the history of a kind of thought concerning that about which we can have an experience. It is rather, the history of a kind of thought which has no history. Thus, Cavaillès can say that "The history of mathematics is not a history".

If we assume the above, we could state what I consider to be the three main issues of mathematical philosophy; namely,

1. That of the relation between mathematics and philosophy,

2. That of the relation between mathematics and experience and,

3. That of the relation between mathematics and reality.

We shall follow three philosophical inklings that we adopt as suggestions:

a) Wittgenstein's *Tractatus* 6.54.

b) Heidegger's construing of Kant's *Critique* and

c) Lecourt's way of envisaging philosophy as he proposes in *Une philosophie sans feinte*, that is, philosophy can no longer be considered as an enterprise towards unification and it must be deprived of the power that it has vindicated over every other kind of discourse.

a) Adopting 6.54 we must then regard philosophy as something that must replace (*uberwinden*) its own propositions in order to arrive to a befitting vision of the world.

We can explicate Wittgenstein's proposition by stating that, regarding philosophy and mathematics, philosophy can only sketch a domain of being and that this task is over as soon as being is placed as a being which is susceptible of a further mathematical determination. Thus, the understanding of Wittgenstein's philosophical proposition coincides with the surging of mathematics which determine the being philosophically sketched as a strictly mathematical being.

These determinations (which were traditionally grouped under the category of quantity) are autonomous in their relation with other possible descriptions of being. I will use the term *weak autonomy* to describe this property.[6]

As an example of the consequences of weak autonomy, we can recall the Cartesian delusion according to which mathematical knowledge being autonomous in the sense I have just specified) could become the norm to which every possible knowledge had to adjust, we can also remember Comte's dream of transforming mathematics into the foundation of every positive science or, last but not least, Carnap's project of a perfect translation, of unified science or of a complete and consistent axiomatisation.[7]

Still, my claim must not only relate to the place that mathematical knowledge acquires but also, it must look at the

---

[6] Following Lorraine Daston's suggestion.

[7] cf. Ramirez, S., "Jean Cavaillès and the Vienna Circle", in *Grazer Philosophische Annalen*, vol. 27, 1986.

position in which philosophy is now placed. To further my claim I bring up the second suggestion:

b) In 1929, against Cassirer, Heidegger proposed an intriguing interpretation of Kant's *Critique of Pure Reason*.[8]

In one of the central points, Heidegger claimed that Kant's *Critique* is the explicit foundation of metaphysics. That is, Kant's *Critique* does not deal with a theory of knowledge and, in particular, it does not deal with a theory of mathematical knowledge. In the lectures that Heidegger delivered that same year he clarified the precise sense of this contention as follows:

Pre-Kantian metaphysics, he said, specially christian metaphysics, contemplated a partition of the totality of beings into God, Man and Nature and the corresponding division of metaphysics into theology, psychology and cosmogony. These three together would make up *metaphysica specialis*. "Being in general", on the other hand, would be the subject-matter of *metaphysica generalis*.

Within this conception, and inasmuch that the metaphysical object was something about which "everybody is interested",

[8] Young Cavaillès was among the listeners. He wrote about the occasion: "*Ce sont en effet des affirmations préliminaires pour celle-ci, que la nécessité de fonder la possibilité de toute connaissance ontique sur celle de la connaissance ontologique, que l'attribution à la pensée humaine d'un caractère essentiel de finitude - révélé par l'angoisse - dont la connaissance permet seule de poser correctement les problèmes de l'Etre et du Néant, enfin que la définition de la vraie métaphysique*". Dossier ENS, "Les deuxièmes Cours Universitaires de Davos", p. 71.

metaphysics became the "queen of sciences"; in the same measure, the mode of metaphysical knowledge was to adjust itself to the ideal of mathematical knowledge, to the perfection of "pure rational science" which was to be autonomous of any possible experience.

Between this pure rational knowledge and knowledge of the particular regions of being there is, according to Heidegger, a trespassing that can, in particular, go beyond the sensible. It is, says Heidegger, a "manner of behaviour" in front of being.

Kant, indeed, stated that nature philosophers "learned that reason has insight only into that which it produces after a plan of its own and that (they proceed by) constraining nature to give answer to questions of reason's own determining".[9] We deal, thus, with a preconceived plan which assumes a manner of behaviour in front of being to which every possible research is referred.

Kant's claim suggests, at a first glance, that natural philosophy by overstating mathematics' (weak) autonomy lead to the notion that natural philosophy had to make permanent references to a being that had been conceived elsewhere and according to a previous plan.

[9] Kant, *Critique of Pure Reason*, Bxiii.

If this plan, as pre-kantian metaphysics lead to believe, was a mathematical plan, if it is presented as a mathematical formalism whose object is being in general, whose forms are all inferred a priori and are continually new, mathematics is already an ontology.

Yet it is Kant himself who shows in the "Transcendental Doctrine of Method"[10], that mathematics can not be a *metaphysica generalis*. In this sense, mathematics owes to philosophy the shallow project of being and mathematics cannot take over the task of becoming that determination of being to which every other research will be referred. In this sense, every other research demands for itself the same autonomy that mathematics has. I call this peculiarity (weak autonomy for all other research) strong autonomy.

In order to clarify the notion, I shall forward an example which is central to the understanding of strong autonomy. In a well-known paper, Hilbert proves that the infinite as determined by mathematics, owes nothing to the marks that astronomy or physics stamp upon it. Mathematical infinity, even if suggested by philosophy, can only exist by virtue of strictly mathematical criteria, that is, it can only exist because of the fact that its introduction creates no inconsistencies. Thus, a being, determined in a mathematical manner owes nothing to other type of determinations and is rigorously autonomous (weak sense)[11]. On

[10] Kant, *Critique of Pure Reason*, B741-756.
[11] cf. Carlos Alvarez, "The rules of infinity", to appear.

the other hand, if we claim that this determination of the infinite determines the concept of infinity in other areas is equivalent to claim that mathematics can serve as the foundation of every other possible research. That is to assume that the regions of particular being are mathematical models, that is to say, that the particular regions of being are interpretations which make true a formal system. Mathematically one can prove that this is not the case.

c) We can, now, look at the third suggestion. The task is to contest every feign that would transform philosophical discourse into a discourse of legitimation and that would transform the discourse of philosophy into a discourse of unification.

In this sense, at least in its relation to mathematics, it is possible to show that philosophy can no longer have jurisdiction over mathematics and that mathematics work as a constrain against any such pretense, that is, mathematics functions as a critique of philosophy and that this critique is a positive one inasmuch mathematics exhibit that about which philosophy can no longer think. That is, mathematics trespass the enclosure that philosophy can utter and point towards transcendentality.

Secondly, as mathematics demand an exclusive role in the task of the mathematical determination of being, as they yield to other determinations of being and as they recognize in the latter the same autonomy they claim for themselves, being must be thought of in its multiplicity; philosophy would be, thus, the act of thinking being as a scatteredd being.

In reference to the relation between mathematics and experience I claim that this relation is strictly contingent.

In order to sustain my claim I return once more to Kant.

It was at Davos, again, that Heidegger stated the finitude of human reason, the finitude of the scope of sensibility and claimed that thought is finite "on its four sides"; furthermore, the need and the presence of thought confirm, according to Heidegger, such finitude.

We deal, consequently, with the finitude of subjectivity, with the finitude of intuition and with the finitude of thought which is characterized by the non-creative trait of intuition: "what intuition must present in its singularity must be evident from the start"[12]. Such finitude is the basis for experience that, as such, will not be capable of trespassing its own essence.

According to Heidegger, the understanding of being is brought forth among other beings: both the being which he is and

---

[12] Heidegger, *Kant and the problem of metaphysics*, 5.

the being which he is not are conspicuous to man. We call such a form of existence the being of man.

> "Man, in the manner in which he behaves in the presence of that being which he is not, discovers being as that which supports him and as that which he will never master..."[13]

Such an existence is finitude.

Yet mathematics the essence of mathematics shows itself as the infinitude and its content as something radically and permanently opened; there is no possibility for a mathematical experience or for a finite experience of the infinite being of the mathematical object. In any case, one can show finite examples. But what mathematics show is not meant to be applied to finite examples. Mathematics points beyond.

13 Heidegger, *op. cit.*, 4.

Kant himself was conscious of this fact when he wrote:

> "The latter (non-empirical intuition, s.r.) must, as intuition, be a single object, and yet nonetheless, as the construction of a concept (a universal representation), it must in its representation express universal validity for all possible intuitions which fall under the same concept ... mathematical knowledge (considers, s.r.) the universal in the particular..."[14]

In wittgensteinian terms, in mathematics we have the feeling by means of which we know that there is something more.[15]

By virtue of this heterogeneity between the subject of experience and mathematical being we can affirm, drawing support from the strong autonomy thesis, that there is no necessary relation between the mathematical and the empirical determinations of being. True enough, examples can be produced to show a coincidence but these examples do not show that their probability is not null. Furthermore, they always allow us to suspect that there is "something more".

The most frequent of these examples is mathematical physics, but this example is precarious since it does not show the necessity of coincidence but rather it shows that mathematical knowledge has gone beyond its own domain to function philosophically as the sketch of the object of classical physics.

---

14 Kant, *Critique of Pure Reason*, B741-742.
15 Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, 209.

The above serves to prove, if nothing else, that the essence of mathematics lies within the infinitude towards which it points. It is in this "pointing" that the transcendental character of mathematics is to be found.

There is no guarantee of coincidence, if any, it is, as Pascal pointed out, accidental: if an experience coincides with mathematics it is due to the fact that such an experience was already mathematical.

The last point has to do with the relation between mathematics and reality. To penetrate it, I must recall the difference between transcendent and transcendental:

1. The transcendent principles are defined in opposition to the immanent ones as those "which profess to pass beyond these limits (the limits of possible experience, s.r.)"[16]; moreover, "there can never be any adequate empirical employment of the principle."[17] The transcendent is concerned with "an object of experience, but only in that aspect in which it ceases to be an object of experience."[18] When something "is posited in that which lies entirely outside the sensible world, and therefore outside all possible experience, the ideas become transcendent...they detach themselves completely from experience, and make for

[16] Kant, *op. cit.*, B352.
[17] Kant, *op. cit.*, B365.
[18] Kant, *op. cit.*, B427.

themselves objects for which experience supplies no material..."[19]

2. Transcendental is referred to the "employment or misemployment of categories, which is merely an error of the faculty of judgement when it is not duly curbed by criticism, and therefore does not pay sufficient attention to the bounds of the territory within which alone free play is allowed to pure understanding. I mean actual principles which incite us to tear down all those boundary-fences and to seize possession of an entirely new domain which recognizes no limits of demarcation."[20]

Transcendental assertions consequently, demand for themselves an "insight into what is beyond the field of all possible experiences."[21] That is to say into the transcendent.

Nonetheless, transcendental ideas "have their own good, proper, and therefore immanent use..."[22] It is not the idea, then, but its use which can or cannot be transcendental or immanent: human reason has a natural tendency to transgress its limits.[23]

---

19 Kant, *op. cit.*, B593.
20 Kant, *op. cit.*, B352.
21 Kant, *op. cit.*, B453.
22 Kant, *op. cit.*, B671.
23 Kant, *op. cit.*, B670.

Transcendental logic is built up upon a hope[24] and has the intention of directing understanding to a certain aim to a *focus imaginarius* [25]:

> "who could be satisfied with the new experimental knowledge in which all cosmological problems concerning the duration and the magnitude of the world of liberty or of natural necessity, if, no matter how we proceed, every answer given gives birth to a new question demanding a new answer showing, thus, the insufficiency, for the tranquility of reason, of all the physical modes of explanation? ... who cannot see, in natural contingency and in the interdependence of everything that can be thought and accepted according to the principles of experience, the impossibility of staying within them and does not feel the urge, despite all prohibitions, to get lost in transcendental ideas?"[26]

We can propose now a topography that looks as follows:

On one side the actual, on the other the possible. Between them, pointing from the latter to the former, actualization. The possible in its turn is divided between situations (*sachverhalten*) and propositions which are representations of these situations. Beyond propositions representing situations, we would have those which cannot be actualized and that have no sense. They do not point to nothing actual, hence, they address themselves to something out of this world although, as propositions, they lie in it. Nonsense is the transcendental use of language and mathematics are a form of this use. This

24 Kant, *op. cit.*, B81.
25 Kant, *op. cit.*, B672.
26 Kant, *Prolegomena*, 57.

indication of the absolute could well be taken as the anguishing manifestation of heideggerean nothingness or of the earthliness of a hegelian absolute knowledge. It could lie on the side of wittgensteinian ethics or may be the indication of the depth of grammar. In any case they give birth to an *ex-nihilo* universe which can very well have no sense whatsoever.

In face of such a a universe the only question left is that of Ivan Karamazov:

> "Since I cannot penetrate the mystery of divine creation, why ask that which cannot be asked?"

VII. Towards a Criticism of Traditional Philosophy of Mathematics.

In 1935 and 1936, Jean Cavaillès and Albert Lautman published articles about the *petit congrèss* celebrated by the Vienna Circle immediately before the VIII International Congres of Philosophy.[1]

The relation between these two criticisms of the Vienna Circle and the relation between them and Wittgenstein and Tarski offers us the possibility of a reconstruction of a different position regarding the philosophical problems posed by the developpement of mathematics.

1. For Carnap, philosophy of mathematics is a logic for mathematics; a syntax for mathematical language which would rely upon two structures:

i) that which consists of descriptive signs which correspond to objects and to empirical propositions (*P-structure*) and

ii) that which consists of logical and mathematical signs (*L-structure*).

[1] Cavaillès, Jean, "L'ecole de Vienne au Congrès de Prague" in *Revue de Métaphysique et de Morale*, t. XLII, no 1, 1935; Lautman, Albert, "Le Congrès International de Philosophie des Sciences", in *Revue de Métaphysique et de Morale*, t. XLIII, no. 1, 1936.

The connection between these two structures is given by the *Toleranzprinzip* which states: "*wir wollen nicht Verbote aufstellen, sondern Festsetzungen treffen.*"[2]

For Lautman, L-structure corresponds to the Platonic theory of ideas while P-structure corresponds to the sensible-universe.

2. On the other hand, for Cavaillès and Wittgenstein, P-structure would be *transcendent* and mathematics *transcendental*. This allows us to approach mathematics as closely related to ethics. Secondly, L-structure would be related to *transcendental* reason and not to an objective logic.

3. Thus the main difference between Carnap and Wittgenstein is the same as the difference between Cavaillès and Lautman, namely, the difference between immanent and transcendental points of view.

4. In either case, we are lead to the problem of meaning: either to an empirical conception of significance or to a conception of mathematics that makes no appeal to a philosophical conception of reality. It is at this point that Tarski's contribution is essential.

2 Carnap, R., *Logische Syntax der Sprache*, 17.

Aristóteles, *Metafísica*,.

Bachelard, G., *L'oeuvre de Jean Cavaillès*, in Ferrières, 1950.

Benacerraf, P. et Putnam, H. (editores), *Philosophy of Mathematics*, Prentice Hall, 1964.

Benis-Sinaceur, H., "Jean Cavaillès" in *Mathesis*, en prensa.

Bernays, B., "Sur le platonisme dans les mathématiques", in *Enseignement math.*, t. 34, 1935.

Bolzano, B., *Wissenschaftslehre*

Bolzano, B., "Reine analytischer Beweis ... ", in *Historia Mathematica*, 159, vol. 7, may 1980.

Bost, Ch. *Les Prédicants protestantes des Cévennes et du bas Languedoc de 1684 à 1700*, 2 vols., Champion, 1912.

Bréhier, E., *Transformation de la philosophie française contemporaine*, 1950.

Brouwer, in *Historia Mathematica*, vol. 6, no. 4, nov. 1979

Brouwer, L., "Intuitionische Betrachtungen über den Formalismus", in *Koningklijke Akad. van wetenschapppen te Amsterdam, 31*, 1928, in Van Heijenoort, pp. 34 ss.

Brouwer, L. (1923), "Uber die Bedeutung des Satzes von ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik, inbesondere in der Funktiontheorie", *Jour. für die reine und angewandte Mathematik*, 154, in Van Heijenoort, pp. 490 ss.

Brunschvicg, L., *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Alcan, 1922.

Burali-Forti, C., "Una questione sui numeri transfiniti", *Rediconti del Circolo matematico di Palermo*, 11, in Van Heijenoort, pp. 104 ss.

Campbell, R., "Essai sur la Philosohie des Mathématiques selon Jean Cavaillès (I)", in *Critique*, t. VIII, no. 67, dec. 1952.

Campbell, R., "Essai sur la Philosohie des Mathématiques selon Jean Cavaillès (II)", in *Critique*, t. IX, no. 68, jan. 1953.

Canguilhem, G., *Jean Cavaillès, Mémorial des années 1939-1945*, Faculté de Lettres de Strasbourg, fasc. 50, 1947.

Cantor, G., Carta a Dedekind, 18.VII. 1899, in Noether, E., et Cavaillès J., *Briefweschel CantorDedekind.*

Cantor, G."Fondements d'une théorie générale des ensembles", en *Cahiers pour l'analyse*, no. 10.

Carnap, R., "Die logizistiche Grundlegung der Mathematik", in *Erkenntnis*, zweiter band, 1931.

Carnap, R., *Logische Syntax der Sprache*, Springer Verlag, Wien, 1934.

Chevalley, C., "Variations du style mathématique", in *Rev. Met. et Mor.*, 1935.

Church,A.,"An unsolvable problem of elementary number theory", *Amer. Jour. of Math.*, 58, 1936.

Dauben, J., "Georg Cantor and Pope Leo XIII", in *Journal of the History of Ideas*, 38, 1977.

Dedekind, R., *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Dover.

Dedekind, R., *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Dover.

Derrida, J., *Introduction à l'Origine de la géométrie d'Edmund Husserl*, PUF, 1962. 1

Descartes, R., *Oeuvres*, ed. Adam Tannery.

Dostoïevsky, F., *Crimen y Castigo*.

Dostoïevsky, F., *Los hermanos Karamazov*.

Dostoïevsky, F., *Los Poseídos*.

Dubarle, D., "Le dernier écrit philosophique de Jean Cavaillès", in *Rev. Met. et Mor.*, no.3, 1948.

Ehresmann, Ch., "Revue critique du *Méthode axiomatique et formalisme*", in *Rev. Phil.*, no. 1 et 2, 1941.

Falcón, J., Alvarez, C. y Ramírez, S., "Recurrent Puzzles", in *Die Aufgaben der Philosophie in der Gegenwart*, Wien, 1986.

Favre, A. "La philosophie de Przywara: Métaphysique de créature" in *Revue Néo-scolastique de Philosophie*, tome 37, mai 1934.

Ferrières, G., *Jean Cavaillès, philosophe et combattant*, Paris, 1950.

Ferrières, G., *Jean Cavaillès, un philosophe dans la guerre*, Seuil, 1982.

Frege, G., *Begriffsschrift*, in Van Heijenoort, *op. cit.*

Frege, G., *Grundlagen der Arithmetik*, (I), Breslau, Koebner, 1884.

Frege, G., *Grundlagen der Arithmetik*, (II), Iena, Pohle, 1893, 1903.

Friedmann, G., "Au delà de <l'engagement>: Marc Bloch, Jean Cavaillès", in *Europe*, 24e année, no. 10, oct 1946.

Garciadiego A., y Moore, G., *Hist. Mat.*, vol. 8, mai 1981, pp. 319-350.

Gentzen, H., *Die Widerspruchsfreiheit der* *reinen Zahlentheorie*, in *Math. Ann.*, 112, 1936.

Guardini, Romano, *L'univers religieux de Dostoïevsky*, Seuil, 1947.

Guardini, Romano, *Der Tod des Sokrates*, Helmut Küpper, Godesberg, 1947.

Guardini, Romano, *La fin des Temps Modernes*, Seuil 1952.

Guardini, Romano, *De la mélancolie*, Seuil, 1953.

Guardini, Romano, *Die Letzten Dinge*, Wurkbund-Verlag, Würzburg, 1954.

Guardini, Romano, *Tugenden: Meditationen über Gestalten Sittlichen Lebens*, Wurk-bundVerlag, Würzburg, 1963.

Gödel, K., *Obras Completas*, Alianza Editorial Universidad, Madrid.

Gödel, K., *On undecidable propositions of formal mathematical systems*, Princeton, 1934.

Granger, G., "Jean Cavaillès ou la montée vers Spinoza", in *Les études philosophiques*, 1947.

Hankel, *Theorie de complexen Zahlen systeme*, Lepizig, Voss, 1867.

Hausdorff, F., *Mengenlehre*, Berlin, 1927.

Hayen, A. "Analogia entis. La méthode et l'épistémologie du P. Przywara", in *Revue Néoscolastique de Philosophie*, tome 37, nov. 1934.

Heidegger, M., *Chemins qui ne mênent nulle part*, Gallimard.

Herbrand, J., *Ecrits logiques*, ed. Jean Van Heijenoort, Paris, PUF, 1968.

Herbrand, J., *Logical Writings*, Harvard University Press.

Heyting, A., "Die intuitionische Grundlegung der Mathematik", in *Erkenntnis*, zweiter band, 1931.

Hilbert, D. y Cohn-Vossen, S., *Geometry and the Imagination*, Chelsea, New York, 1952.

Hilbert, D. et Ackermann, W., *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlin, Springer, 1928.

Hilbert, D., *Der Grundlagen der Mathematik*, (1927) in Van Heijenoort, pp. 464 ss.

Hilbert, D., "Uber das unendliche", in *Math. Ann.*, t. 88, 1923.

Hilbert, D., *Uber die Grundlagen der logik und Arithmetik*, (1904) in Van Heijenoort, pp. 129 ss.

Holborn, *A History of Modern Germany, 1840-1945*, Ed. Alfred A. Knopf, New York, 1969.

Husserl, E., *Ideas. General introduction to pure phenomenology*, Collier Mac Millan, Londres, 1962.

Husserl, E., *Méditations cartesiennes*, J. Vrin, Paris, 1966.

Husserl, E., *Logische untersuchungen*, Halle, Niemeyer, 1921.

Husserl, E., "Origine...", en *Rev. Int. Phil.*, enero 15, 1936.

Husserl, E., *Philosophy as a Rigorous Science*, Harper, Nueva York, 1965.

Husserl, E., *Logique formelle et logique transcendentale*, PUF, 1965.

Jacumin, R., *Jean Cavaillès: Alla ricerca di una fondazione dell'operare matematico*, Trieste, 1967.

Janik, A. y Toulmin, S., *Wittgenstein's Vienna*, Touchstone books, 1974.

Kant, I., "Kritik der reinen Vernunft" in *Werke*, band III, Berlin, Druck und Verlag von Georg Reimer, 1904.

Kleene, S.C., *Introduction to metamathematics*, Van Nostrand, 1952

Kleene, S.C., "The inconsistency of certain formal logics", *in Ann. of Math.*,, vol 36, 57, 1935

Klein, F., *Le programme d'Erlangen*, Gauthier-Villars, Paris, 1974.

Kolmogorov, A., *On the principle of the excluded middle* , in Van Heijenoort, pp. 414 ss.

Lautman, A., "De la réalité inhérente aux théories mathématiques", *IX Congrès international de philosophie*, t. VI, Hermann, Paris.

Lautman, A., "Le congrès international de philosophie des sciences", in *Rev. Met. et de Mor.*, no. 1, 1936.

Lautman, A., *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, I, Les schèmas de structure, Hermann, Paris, 1937.

Lautman, A., *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, I, Les schèmas de génèse, Hermann, Paris, 1938.

Lecourt, D., *L'ordre et les jeux*, Grasset, Paris, 1981.

Lentin, A., "Un livre posthume de Jean Cavaillès", in *La Pensée*, no. 16, 1948.

López Quintas, A., *Pensadores Cristianos Contemporáneos*, Biblioteca de Autores Cristianos, Madrid, MCMLXVIII.

Löwenheim, L., "Uber Moglichkeit in

RelativKalkul", *Matematische Ann.*, 68.

Ludwig, E., *Bismarck*.

Monti-Mondella, A., *Filosofia e matematica nel pensiero de Jean Cavaillès*, Aut Aut, no. 72, 1962.

Morot-Sir, E., "La théorie de la science d'après Jean Cavaillès", in *Rev. des Sciences Humaines*, avril-juin 1948.

Mougin, H., "Jean Cavaillès" in *La Pensée*, no 4, 1947.

Noether, E. y Cavaillès, J., *Briefweschel Cantor-Dedekind*, in Cavaillès, *Philosophie Mathématique*.

Padoa, A., *Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algèbre*, in Van Heijenoort, pp. 118 ss.

Pascal, B., "De l'esprit géométrique", in *Oeuvres Complètes*, I, ed. Strokowski, Paris, 1925.

Peano, G., *Arimetices principia novo methodo exposita*, in Van Heijenoort, pp. 83 ss.

Pezet, M., *L'épopée des camisards*, Seghers, 1978.

Przywara, E., *Polarity*, Oxford University Press, 1935.

Ramírez, S., *Pour une épistémologie des mathématiques*, Université de Paris, XIII, 1978.

Ramírez, S., "Jean Cavaillès and the Vienna Circle", *Grazer Philosophische Studien*, vol. 27, 1986.

Raymond, P., *Le passage au matérialisme*, Maspero, Paris, 1973.

Raymond, P., *Matérialisme dialectique et logique*, Maspero, Paris, 1977.

Robert-Labarthe, *Histoire du protestantisme*, Grassard, 1892.

Russell, B., Carta a Frege, 16 junio, 1902, in Van Heijenoort, pp. 124 ss.

Russell, B., "Mathematical logic as based in the theory of types", *American journal of Math.*, 30, in Van Heijenoort, pp. 150 ss.

Russell, B. et Whitehead, A., *Principles of Mathematics*.

San Juan de la Cruz, *Obras Completas*.

Skolem, T., "Uber die mathematische logik", *Norsk mat. tidsskrift*, 10, 1928, in Van Heijenoort, pp. 508 ss.

Skolem, T., "LogischKombinatorische Untersuchungen über die Erfullbarkeit oder Beweisbarkeit mathematischer Satze nebst einem theoreme über dichte Mengen", *Videnskapssel skapets skrifter*, I, *Matematik-naturvidenskabelg klase*, no.3, 1920, in Van Heijenoort, pp. 252 ss.

Tarski, A., *Logic, semantics and metaphysics*, Oxford, 1956.

Turn, G., *les Vaudois.*

Van Heijenoort, *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, Cambridge, 1970.

Van Stigt, W., "The rejected parts of Brower's dissertation on the foundations of mathematics", in *Historia Mathematica*, vol. 6, no. 4, nov. 1979.

Vidal, D., *L'ablatif absolu.*

Von Neumann, J., "Die formalistische Grundlegung der mathematik", in *Erkenntnis*, zweiter band, 1931.

Von Neumann, J., "Eine Axiomatisierug der Mengenlehre", in *Jour. für die reine und angewandte Mathematik*, 154, 1925, in Van Heijenoort, pp. 393 ss.

Weyl, H., "David Hilbert and his mathematical works", in *Bull. Amer. Math. Soc.*, vol.50, 1944.

Wittgenstein, L., *Tractatus logico-philosophicus*, varias ediciones.

Wittgenstein, L., *Conférence sur l'éthique*, Gallimard.

Zermelo, E., "Untersuchungen über die Grundlagen der Mengelehre I", *Mathematische Ann.*, 59, in Van Heijenoort, pp. 199 ss.

"Education morale et laïcité", in *Cahiers de Foi et Vie*, 3, 1928.

"Oecumenisme et missions", in *Cahiers de Foi et Vie*, 1931.

"Un mouvement des jeunes en Allemagne" in *Annales de l'Université de Paris*, 1932.

"L'Allemagne et le Reichstag", in *La Paix par le Droit*, 9, 1932.

"Les oeuvres complets de Georg Cantor" in *Revue philosophique*, nos. 11-12, 1932.

"Sur la deuxième définition des ensembles finis donné par Dedekind", in *Fundamenta Mathematicae*, t. XIX, 1932.

Les deuxièmes Cours Universitaires de Davos (1929), en el dossier de la ENS, 1932.
"Protestantisme et Hitlerisme", in *Esprit*, novembre, 1933.
"Crise du protestantisem allemand" in *Politique*, 1934.

"L'école de Vienne au Congrès de Prague", in *Revue de Métaphysique et de Morale*, no. 1, 1935.

"Logique mathématique et syllogisme", in *Rev. Phil.*, 1937.

"Réflexions sur le fondement des mathématiques", *IX Congrès intérnationale de Philosophie*, t.VI, Hermann, Paris, 1937.

Correspondance Cantor-Dedekind, publicada también en *Philosophie mathématique*, 1937.

Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles, Hermann, 1938. Publicada también en *Philosophie Mathématique.*

Méthode axiomatique et formalisme, Hermann, Paris, 1938.

"Du collectif au pari", *Rev. Met. et Mor.*, no.2, 1940.

Alocution en hommage a M. C. Bouglé, en el dossier de la ENS.

"Discussion sur la pensée mathématique", in *Bulletin de la société française de philosophie*, no. 1, 1946, con Albert Lautman.

Sur la logique et la théorie de la science, PUF, 1947.

"Mathématiques et formalisme", in *Rev. Int. de Phil.*, no. 8, 1949.

Philosophie mathématique, Hermann, Paris, 1962.

"Transfini et continu", in *Philosophie Mathématique.*

DOCUMENTOS

Lettres

– Anglès d'Auriac –

– Aucouturier –

– Alliot –

– Bàhon –

– Bontoux –

– Bruhl –

– Cavaillès –

– Dufey –

– Donnery –

– Fourniol –

– Friedmann –

– Germain –

– Gérard –

– Guillemin –

– Heurgon –

– Honnert –

– Joly –

– Jullian –

– Lassus –

– Lecoy –

30079.

SS 37
Research

PLEASE RETURN TO FELLOWSHIP DEPARTMENT

DECEASED

NAME: CAVAILLES, Mr. Jean
(Agrege of Philosophy, 1927, Sorbonne)

PRESENT POSITION: Secretaire Archiviste du Centre de Documentation sociale

PROSPECTIVE " :

STUDIES: Sociology in Germany

AGE: 27
MARITAL STATUS: single
NO. OF CHILDREN:
DATE APPROVED 6/10/30
DURATION: 1 yr. Nov.1930
RENEWED:
DATE OF ARRIVAL:
FIRST STIPEND: 10/18/30
AMOUNT: $150 a mo.
TUITION: yes TRAVEL: yes
TERMINATION: 10/17/31
MEETING:

Subject of study: Jugendbewegun movement in Germany, partic. at Univ. of Berlin and Gottingen. C is very interested in a similar movement among French students.

Jan. 1934 TBK report: Asst. and Tutor, Ec. Normale Superieure, Paris.

11/24/50: C. was shot by the Germans during the occupaton of France, as a member of the Resistance Movement. (1944- as per Dir.)

1957
TBK Note on Cavailles sent to Camille Lherisson through JM:
C passed brilliantly the Concours d'Aggregation in Philosophy and was lecturing in French universities in 1939. After the German occupation in 1940, C became the leader of a resistance movement among univ. profs and students. In '42-3, intelligence agents in France from

England brought back glowing accounts of the success of Cavailles movement in occupied France. In 1943, the Germans made a concentrated effort to break up resistance and a number of leaders were betrayed. C was one of those thus seized.

J'y mis [dans le roman] comme
la pensée de l'Église à faire face »

Ce que j'appelle romain n'est peut-être
que le sentiment très vif des autres
nés sous le Romain, c'est-à-dire en face
du barbare le ~~[illegible]~~ [illegible] le plus beau
Comme vérité seule je ne connais
que la méthode de la Vie à une Heure
des plantes de Goethe
([illegible] de Jules [illegible])
Possible toutes objections contre la
Révolution, mais je ne puis faire que je ne
naisse d'elle par toute ma façon de sentir.
Il faut l'accepter. Il en va de même
du catholicisme, aussi je ne comprends
guère les hellénistes, les païens.
(Cahier 1896)

nº 6/1

CENTRE
DE DOCUMENTATION SOCIALE
DE
L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
45, RUE D'ULM, 45
- PARIS (Vᵉ) -

Religions aux E U

Méthodistes	8 435 000	E (Centre) et S
Baptistes	8 189 000	S et S W
Presbytériens	2 509 000	E, Middle W, E
Luthériens	2 466 000	N W
Disciples	1 385 000	Centre, Middle W
Anglicans (Episcopaliens)	1 129 000	E
Congrégationalistes	858 000	
	24 966 000	
E unis (Population)	28 366 000	..
Catholiques	18 261 000	.. (N E, Middle W, Louisiane)

1919

– Le Conseil du Federal Council en 1908 ... l'Église ...
... 1920 ... l'œuvre des ... ...
... Weltbund 2 oct 1919 – ... de la foi chrétienne
17 avr 1919 petit comité préparatoire à Paris ... la
1 – 12 août 1920 ... Genève – 90 délégués de 15 pays
... (... Brown etc..)
... 19 – 22 avril
... août 1922 Helsingborg

n° 6/2

Conférence d'Edimbourg pr la Mission protestante 1910
(Dt le Comité de continuation s'est transformé en 1921 à [illegible]
près Genève ds le Conseil international des Missions)

nov 1914 Appel du Conseil fédéral des églises du Christ en Amérique

Der Krieg verursacht unaussprechliches Elend. Der Leib Christi die Kirche leidet u trauert... Insbesondere liegen die wahren christlichen Brüder der verschiedenen Nationen uns Herz, dass [illegible] niemals das Band der übernationalen Einheit in Christo [illegible] kann. (Appel aussi par Primats de Suède, Norvège, Danemark, chefs d'égl Hollande, Suisse et Finlandais v. Alo et Karsanz (France)

1916 Appel du Conseil fédéral en Amérique à l'[illegible] de la communauté chrétienne

1917 envoi par primats des scandinaves (Upsala, Seeland, Christiania) et chefs de Hollde et Suède d'1 offre de [illegible] médiation pr rétablir les rapports religieux des pays belligérants. Invitat à 1 conférence des représ rel des pays - Refus du [illegible] jeglichen Versuch, Frieden u Gutes Einvernehmen wieder herzustellen sei nunmehr freudig zu gestatten et accepter.. - Délégat France [illegible] Hongrie, Allgne, [illegible] Gest de [illegible] - [illegible]

14-16 déc 1917 conférence d'ecclésiast à Upsala pr pays neutres
« Die Kirche soll arbeiten für internationale Verständigung »

été 1917 .. Conseil britannique pr Promoting an International [illegible] missio[illegible] avec représ anglicans et des autres communautés

1918 lettre [illegible] ecclesia [illegible]
Archev d'Upsala, [illegible] Kirchenbundes [illegible]

n°7/1

L'œcuménisme
~~Historique~~ et Missions

Essais préliminaires : Londres 1888 / New York 1900

Édimbourg 1908 Conférence préparatoire à Oxford
[illegible] par les conférences de Madras 1900 - Shanghai 1907
[illegible] de Hankow : dans l'esprit des chinois l'unité nationale a sa contrepartie chrétienne dans l'unité de l'Église ; en effet plus ils deviendront ardents nationalistes plus ils demanderont l'Église unique pour la Chine »
« Je parle clairement déclare 1 délégué chinois, nous espérons voir bientôt l'Église chrétienne unie sans restriction de dénomination »

Message sympathique de Mgr Bonomelli, ami personnel du Pape.

Création de l'unité internationale des Missions
Instituée en 1921 à Crans près Genève des Conseil international des Missions

1910 Efforts d'union aux E.U. église protestante épiscopale
frères de [illegible] avec [illegible] Conseil fédéral des églises confessionnalistes

1920 Genève Réunion préparatoire Faith and Order
1927 Lausanne Encycl du patriarcat oecuménique
1928 Jérusalem
Ps de l'Inde rapport d'Égl anglic. et des Égl

La solidarité affirmée en particulier par la diplomatie pontificale entre le traité et le Concordat de Latran ne doit pas donner à celui-ci le caractère d'un appendice et d'un prolongement de celui-là défini uniquement en fonction de la question ~~centrale~~ primordiale de la souveraineté temporelle et de l'indépendance du Pape. Qu'une telle question ait son importance, qu'elle ait à juste titre accaparé ~~absorbé~~ l'attention internationale, ~~il n'en reste pas moins que dans le même document où Pie XI affirmait simul la solidarité des deux accords "simul stabunt ou bien simul cadent"~~ ne doit pas faire méconnaître la valeur et la signification originales du Concordat. Le "simul stabunt aut simul cadent" de la lettre au Cardinal Gasparri ne doit être compris que ~~éclairée par le~~ complété par le discours à l'Université de Milan du 13 février : "C'est le Concordat qui non seulement explique non seulement justifie mais recommande le traité". Et il ne s'agit pas ici d'une querelle de prééminence entre les deux accords, mais de dégager l'un d'eux du domaine restreint et purement politique de la question romaine pour le replacer dans l'ensemble où seulement il prend sa vraie signification, le système des Concordats conclus depuis quelques années par le St Siège.

Le pacificateur, tel est sans doute le titre auquel aspire le plus volontiers Pie XI et il aime à rappeler que sa première encyclique avait pris pour texte les paroles apaisantes de Jérémie

De fait les années de son pontificat ont été marqués ~~par toute~~ une série d'accords, derniers peut-être ~~par un demi-[illegible]~~ tendre été ~~et~~ réformé des conflits non seulement par des exhortations pacifistes adressés aux peuples, par la condamnation de doctrines nationalistes de certains partis catholiques, mais par la prédication de l'exemple, par une volonté ~~[illegible]~~ tenace de résoudre tous les conflits ~~[illegible]~~ vieux ou nouveaux selon les méthodes d'un esprit de conciliation et de bienveillance. C'est la vieille querelle ~~[illegible]~~ avec le Portugal apaisée dès 1922 par une concession au gouvernement de la République, malgré l'indignation des intransigeants de la Croix (remise de la barrette cardinalice au nonce par le président d'Almeida) puis complètement éteinte par le protocole de 1928. C'est le brusque conflit avec la Tchécoslovaquie provoqué par l'imprudente attitude de du nonce Marmaggi devant les préparatifs de la fête de Jean Huss, éteint définitivement par le modus vivendi du 2 février 1928. C'est enfin la fameuse Question romaine au règlement de laquelle les représentants du pape apportèrent une bonne volonté, un désir de conciliation difficiles à défendre.

Mais là comme dans les autres occasions l'attitude du St Siège — qu'il s'agisse du cardinal Gasparri ou du pape lui-même est assez curieuse — est assez curieuse : plein de confian

~~celui autrement grave que tous les fidèles mais religieux~~ de
semblables avantages sont d'ailleurs consentis aux ministres des
cultes religieux, c'est le fait autrement grave que tous les fidèles
unis à l'Église se trouvent ipso facto soumis au plan du droit
la législation ~~italienne~~, mais au droit canonique. Et il y a là
tellement ~~interférence~~ [illegible] – et une pensée – des deux droits que les
mariages ne peuvent se reconnaître : si le mariage civil a été célébré,
il est impossible d'y superposer le mariage religieux et réciproquement. Sans
doute les causes de séparation seront elles jugées suivant la législation
italienne, mais quand il s'agira de l'annulation du mariage seuls
les tribunaux ecclésiastiques ~~ont~~ auront à décider. En vain M. Mussolini
a-t-il essayé de diminuer l'importance de la concession par des
plaisanteries. ~~En beaucoup ont considéré le problème au point de vue~~
~~métaphysique que je le crois~~ et par la comparaison d'ailleurs inexacte avec les autres pays ~~mais~~
~~ce qu'il oublie de dire c'est qu'en Tchécoslovaquie, qu'il faut par~~
~~exemple si le mariage religieux a des effets civils l'auteur~~ En vain rappelle-
-t-il que les catholiques ne sont contraints par rien à se marier à l'église
– affirmation contre laquelle d'ailleurs proteste Pie XI, l'essentiel
est que ~~sur un~~ point le droit canon ait triomphé du droit italien
pour l'immense majorité des Italiens est l'~~[illegible]~~ désormais le premier
qui régit leurs unions, que leur interdira en particulier le divorce
sauf les cas d'annulation prononcés par les autorités ecclésiastiques. ~~Et~~
La contrainte morale qui seule soumettait les catholiques à la loi canonique
grâce à la coexistence des 2 mariages se trouve donc remplacée en
fait par la contrainte matérielle de l'État qui sans doute n'oblige pas
les fidèles à contracter le mariage religieux, mais qui une fois celui-ci

célébré leur intérêt de conscience catholique. ~~...~~ ~~l'hôpital~~
~~plus étendu de l'enseignement~~ divorcé de contracter une nouvelle union valable
devant la loi si l'annulation de la précédente n'a été prononcée
par l'Église. Il y a donc ici encore pleine toute mise de la force
temporelle au service du spirituel.

En ce qui concerne l'école la chose est moins nette : sans
doute l'instruction religieuse est obligatoire, mais d'une part
~~toutes les exceptions sont accordées~~ sur la simple demande des parents et
du tuteur suffit à exempter l'enfant, d'autre part le fait que
les $\frac{5}{4}$ des Italiens sont catholiques pratiquants atteint la portée
de cette obligation. Ici d'ailleurs le pape n'a pas obtenu pleinement
gain de cause et des divergences d'interprétation se sont produites.
Alors que la lettre même porte que l'instruction religieuse était affaire
de l'Église exclusivement, que le personnel enseignant est
nommé et révoqué par elle et que même pour les ~~...~~ autres matières
les Ordinaires ont un droit de surveillance et de remontrance (Concordat
11 févr 1929 art 18) et ~~de même en Bavière (art 8 § ...)~~
, à l'aide des clauses analogues de le Concordat bavarois art. 8)
Le Gouvernement italien a tenu à spécifier que « C'est l'État ~~et lui~~
~~seul qui donne l'instruction~~ lui même qui donne l'instruction religieuse
sous sa direction, sous sa responsabilité... aucun pouvoir de surveillance
sur l'enseignement ne lui est attribué. Les écoles de l'État sont soumises
à la seule surveillance de l'État » (Discours de M. Rocco ministre de
la Justice à la Chambre 14 mai 1929) C'est la pure doctrine fasciste du
monopole de l'État pour la formation du citoyen - s'il y a instruction
religieuse c'est que l'État est catholique (disc. de Rocco). Ainsi

jan
fev
mar
avr
mai
j
..
sbre
octbre
nov

trouve donc ici sa présence d'un des ~~traits~~ caractères du concordat dans les circonstances dans lesquelles il fut conclu. Les protestations du pape le prouvent assez .. La mission de l'éducation incombe en premier lieu et surtout à l'Église et à la famille .. Certes l'État ne peut ni ne doit se désintéresser de l'éducation des citoyens, il doit seulement apporter son aide en tout ce que l'Église et la famille ne sauraient réaliser par eux-mêmes ... L'État peut former des fonctionnaires appliqués consciencieux, mais il ne formera jamais des élites de vocations désireux consacrés à l'éducation pleinement et entièrement .. (discours au collège de Mondragone le lendemain du discours de Mussolini à la chambre) Le type du vrai concordat sur ce point est dans le concordat bavarois ou lithuanien : écoles confessionnelles subventionnées par l'État d'une part, d'autre part dans les écoles de l'État enseignement de la religion obligatoire donné en pleine indépendance par l'Église et contrôle exercé par l'Église sur le reste de l'enseignement.

Pour la question des corporations du statut des biens ecclésiastiques dans tous les articles qui remplacent une législation antérieure incohérente et compliquée se manifeste le principe général formulé par M. Rocco .. les établissements ecclésiastiques sont ramenés à un régime substantiellement égal à celui de tous les autres établissements ayant des buts reconnus d'utilité publique. C'est la même idée qui a inspiré toutes les clauses relatives à la condition du clergé et au libre exercice de leur fonction .. La religion catholique et la religion de l'État. L'article 1er de la charte de 1848 qui ont été ou avait jamais été abrogé peut être considéré comme la première déclaration de tout le reste : si la religion de l'État est catholique, les prêtres seront considérés ~~comme~~ à l'égal des fonctionnaires ou tout au moins des personnages remplissant un office d'intérêt public. D'où exemption de tout ce qui ~~pourrait~~ serait incompatible avec leurs fonctions (service militaire, exemption des jurés etc.), protection de l'État accordée à tous leurs actes professionnels, égards spéciaux en cas de poursuite judiciaire, et et en revanche serment de fidélité à cet État et à ses lois prêté par l'évêque et soumission de la nomination des Ordinaires au nihil obstat préalable du gouvernement. Rien dans tout cela de bien nouveau : ce sont - à des variantes insignifiantes près - exactement les mêmes articles que dans les Concordats précédents et la concordance presque littérale de ces conditions dans des pays variés et sous des régimes aussi différents que la démocratie catholique et la dictature stalinienne en Pologne, montre bien la persistance et la fermeté des intentions du St Siège à cet égard : ce qu'il a obtenu là ~~est~~ sont quelques détails plus ou moins favorables selon la force ou l'intransigeance du gouvernement, et ce qu'il considère comme le statut normal de l'Église. Quoique de son point de vue il y ait là un tout impossible à dissocier, pour l'observateur extérieur ne peut l'empêcher de mettre une séparation entre les garanties ~~de contrôle~~ indispensables pour le libre exercice du culte et les privilèges et obligations qui font de celui-ci, suivant l'expression de M. Rocco un "service public" : tel le St Siège d'esprit, prêt à toutes les conciliations, il ne laisse pas une fois s'échapper l'occasion de greffer sur le règlement strict du conflit un accord plus étendu qui forme un véritable Concordat. L'exemple de la Tchécoslovaquie est typique à cet égard : Mgr Marmaggi avait interdit les fêtes de Jean Huss, puis comme le gouvernement passait outre, avait quitté brusquement Prague, c'était là une affaire purement diplomatique. Sa conclusion, ce que M. Benès par exemple appela le règlement (discours à la Commission des affaires étrangères Temps 3-2-28) fut un accord où il n'était nullement traité de l'incident mais où se développaient les termes d'un véritable Concordat. Et sans doute peut on considérer aussi les Concordats comme des ~~véritables~~ actes de nature de paix destinés à mettre fin ou à des conflits latents ou à prévenir ceux qui ne manqueraient pas de se produire entre les pouvoirs temporels et spirituels. Au désir de paix nettement affirmé par le St Père devrait donc se rattacher toute la série des concordats véritable réseau locarnien établi depuis 6 ans avec la Lettonie, la Lithuanie, la Pologne, la Bavière, le Portugal et l'Italie. Mais quel gage de la paix c'est que des concordats qui mériteraient d'être soulignés l'actuel accomm. de St Pierre. Vrai et le seulement le désir d'une paix établie sur la base des traités qui a déterminé ~~[illegible]~~ la multiplicité de ces accords et leur caractère même ~~exceptions~~ et d'ailleurs ~~inévitable~~ toujours à peu près le même — c'est là une politique

Ihmels, les représentants Wolf et Klingemann en particulier empêchent toute précision sur les moyens de lutter contre la guerre ~~amateur~~ ~~...~~ et l'optimisme de la piété anglo-saxonne aurait peut être plus vague qu'il n'est permis le salut aux travailleurs prolétaires de la part du charpentier de Nazareth. Influence des tempérament nationaux sans doute, mais au moins autant des manifestations religieuses, des constructions théologiques même. Il ne s'agissait pas au moins pour les meilleurs de défendre une forme de civilisation, encore moins des intérêts locaux, mais ce qu'ils apercevaient du christianisme, quelles que fussent les causes contingentes qui l'avaient ainsi déformé pour eux. Récemment encore à Eisenach la théologie luthérienne empêcha que le comité de continuation d'adopter une proposition sur le pacte Kellogg. Aussi les résultats tangibles sont-ils ~~nuls~~ maigres : pas de résolution précise, pas même de voeu nettement formulé, aucun engage-ment des diverses églises pour une action commune définie. Seulement peut être des contacts établis – comme l'écrivait M. Gounelle « ce qu'il y a de plus important, ce furent les contacts vivants » – et prolongés par les réunions annuelles du Comité de continuation. Mais pour obtenir davantage, ou seulement quelque chose, la condition préalable était l'unité spirituelle. C'est à Lausanne à commencer.

et de chrétienté aussi bien l'un que l'autre.

Défaite et banale, chez les catholiques spé-
-cialement : "Lausanne utopie - Stockholm oui mais pourquoi pas avec tous les pacifistes et socialistes de la terre". Or Stockholm qu'on relise les actes du congrès a eu un aspect religieux aussi net que Lausanne. C'est au ~~appel~~ royaume de Dieu qu'on a pensé, et au ~~appel~~ royaume de Dieu défini par le Christ. Des services religieux la Cène, la prière commune ont joué dans les réunions le rôle capital. "Nous avons prié, invoqué et adoré ensemble" écrivait l'archevêque Soederblom aux ~~[illegible]~~ Christianisme social et ce fut là l'essentiel. Si la conférence dans son message officiel à la chrétienté ne s'occupe que des questions pratiques lutte contre la guerre, lutte contre l'injustice sociale, contre l'immoralité, les remèdes sont spécifiquement religieux et seulement l'être puisque ~~l'enseignement de Jésus fut les~~ Jésus et Paul après lui ont imposé aux autres certaines lois à la cité terrestre et défini une morale. C'est en tant que disciples que les chrétiens de Stockholm eurent leur mot à dire sur la paix, l'éducation, les rapports entre ouvriers et patrons. Au reste la ~~nation~~ formule du front unique s'est adaptée aux tempérance partout ailleurs : elle ne vaut que pour détruire. Et dans leurs essais de construction les groupements chrétiens divisés ont vite senti l'insuffisance où les mettaient leurs divergences doctrinales. L'opposition des catholiques en [illegible], de l'[illegible]

se réfère présentement à une semblable distinction et aux significatifs l'Église se considérait comme persécutée sous le régime libéral antérieur, qui pourtant n'entrava jamais le culte. Si dans quelque activité n'a pas un caractère officiel elle la considère comme lésée. C'est en vertu de la lutte la gestion du principe d'un concordat qui est en jeu.

Nous sommes bien d'accord avec le fondateur ; nous sommes le fondateur d'Église. Mais nous croyons être unis par une volonté [illegible] [illegible]

Je suis accordé avec l'univers ce qui est logique pour un esprit et en même temps vrai dans l'univers. Notre esprit est créé de telle façon qu'il ne peut admettre que le réel et que tout soit un néant. Toute cette vérité est contenue dans Pascal et dans Goethe.

Au centre de l'Église Romaine l'adhésion au Pape, plus avant, plus intimement je crois qu'il faut croire et aimer l'adhésion au Christ.

Les fils de la terre doivent être accordés avec la vérité [illegible]

(oct. 41)
Cours Cavaillès

Le relatif et l'absolu (Introd.)

1) Il f[au]t adm. 1 relat. entre posit. de l'objet
et conn. de l'objet substitut " " " = connu

2) qu[an]d dialect. oblige = passer de la posit. abs. de l'objet } on s'[illegible] rel. " " " [illegible]

Si on abandonne l'objet, le savoir [illegible] de notre conn. sera-t-il abs? [illegible] t-il on [illegible] 1 [illegible] de la conn. [illegible] interne de son devenir ? [illegible] de [illegible] conn. la justification [illegible] relat. = garantie de son [illegible] [illegible] relativisme de contenu

3) [illegible] la relativ. " " [illegible] 1 [illegible] → probl. [illegible] contenu [illegible] de la validité de la conn. [illegible] contenu. [illegible] conn. = pour l'absolu de validité b.q. conn. soit bornée [illegible] garantie cette validité. Ce [illegible] se référer à 1 néc. de [illegible]? N'y a-t-il pas [illegible] avec le [illegible] probl.?

[illegible] probl. [illegible] en épistémologie

A) En math.

D[an]s Phénom. esprit (v. trad.) [illegible], Hegel oppose conn. math. [illegible] [illegible]. Il reproche aux math. 1) (probl. lié à posit. et devenir de la conn. math.) — de supposer 1 objet abs. et [illegible] 1 devenir [illegible] = conn. [illegible] = la [illegible] [illegible] elle est ext. à son objet : la vraie [illegible] est [illegible] par la dém. → [illegible] de l'objet (v. ex. dém. [illegible] Pythag. démontre la [illegible] [illegible] [illegible] = [illegible] de la posit. de l'objet [illegible] [illegible] [illegible] objet) L'abs. = de la dém., [illegible] de conn. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] dém. et de [illegible] [illegible] [illegible] : 1 [illegible] ext. [illegible] 1 [illegible]

2) Hegel [illegible] [illegible] [illegible] néc.? [illegible] la nécessité [illegible] 1 [illegible] [illegible] (cette [illegible] est liée à la [illegible] affirm. absoluité : validité à la conn. math.). La conn. math. est [illegible] de la [illegible] [illegible] [illegible] de la relat. [illegible] [illegible] [illegible] i.e. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] de la conn. math. [illegible] [illegible] [illegible] math. p. rapp. aux autres conn. : math. [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible], on l'isole [illegible] [illegible] (v. ex. [illegible] [illegible] p. relat. $\frac{[illegible]}{[illegible]} = \infty$ qui échappe à la [illegible] math.)

Ainsi : [illegible] absoluité [illegible] à 1 math. [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible] l'abs.) exige la [illegible] de [illegible] [illegible] math. [illegible]. [illegible] l'[illegible] [illegible] rel.

L'EVASION de Jean CAVAILLES au camp de St. PAUL D'EYJAUX

par Charles LAHOUSSE
qui a réalisé cette évasion. (Document Centre Jean Moulin)
Bordeaux

St.-PAUL-D'EYJAUX est une petite commune située environ à 17 km de Limoges, à cette époque desservie par un petit tramway électrique de la Compagnie des Charentes, partant de la Place des Charentes pour la direction de CHATEAUNEUF - toujours en Haute-Vienne - et passant devant la Gare des Bénédictins. C'était le moyen de transport utilisé par les policiers pour transférer les gens arrêtés avec la désignation : camp de séjour surveillé de St.-Paul-d'EYJAUX.

Tous les soirs, et quelquefois le matin, nous nous " postions " face à l' entrée, guettant les nouveaux arrivants. Notre tâche était précise : essayer de les identifier pour prévenir des arrestations, et, à l'occasion, des transferts.

Un soir de l'hiver 1942, je vis arriver un homme jeune qui avait bien l'air d'un professeur, vêtu d'une canadienne, coiffé d'un béret, les deux mains dans les poches, et pas bavard. Il fût affecté à une baraque D.5.

Tout de suite, nous avons surveillé ce nouvel arrivant, essayant de lier conversation... mais le bonhomme sortit, fit le tour du camp malgré la nuit noire, et revint se coucher à l'heure de l'appel et de l'extinction des feux.

Le lendemain, après avoir répondu à l'appel du matin, il y avait la toilette, mais ce garçon rentré sans valise avait ce qu'il fallait...

Bien qu'étant à l'infirmerie à cette époque, je vins m'intéresser à lui; il accepta l'aide d'un peu de savon, et me donna quelques nouvelles prudentes sur ce qui se passait à l'extérieur. La conversation ne fût pas longue, mais j'appris qu'il avait été arrêté parce qu'il se promenait du côté de la méditerranée, sur un quai.

Assez taciturne, ce garçon se mît à écrire, seul, et s'imposait, entre temps, des marches presque forcées tout le tour du camp. Enfin, j'appris qu'il avait été profes-

-seur de Logique dans une Faculté de l'Est, et ensuite à la Sorbonne. Je fis parvenir ces renseignements, par une liaison réalisée par un garde, à Armand DUTREIX, électricien à Limoges, qui me confirma que j'étais en liaison avec Jean CAVAILLES, responsable du Mouvement Libération. Je n'en parlais pas, pour le moment, à CAVAILLES dont les rondes autour du camp avaient éveillé l'attention des gardes qui, à l'extérieur des barbelés, montaient la garde entre les miradors équipés de phares rotatifs, le chemin de ronde étant, lui aussi, éclairé. Le rapport des gardes dont l'attention avait été attirée par l'attitude de CAVAILLES, me fût communiqué par mon gardien Alsacien qui était, depuis son arrivée, en liaison avec moi. Il me dit de prévenir CAVAILLES qu'il était très étroitement surveillé.

L'infirmerie du camp était l'un des P.C. (il y en avait plusieurs) d'où partaient les directives avec Jacques SADOUL, le Docteur GALPERINE, le Docteur WOLF, FRONSAC (ancien rédacteur à l'Humanité) et moi-même. Nous discutâmes de ce cas et décidâmes de faire venir CAVAILLES pour parler avec lui. Mais je n'avais prévenu personne de ce que je savais sur lui.

Un soir, je pris CAVAILLES par la manche, et, à brûle-pourpoint, je lui dis : " Ecoute, Professeur, tu n'es pas bien; tu dois aller à l'infirmerie; ta maladie entraine la mort. " Il se mît à rire, et me dit : " Qu'est-ce que tu me trouves ? " — " Viens à l'infirmerie ". Il me suivit, et après avoir discuté avec nous, il regagna sa ~~ba~~ baraque.

Le lendemain, toujours entrain d'écrire, CAVAILLES, me dit : " Je fais un livre, mais je ne voudrais pas qu'il se perde. Que puis-je faire pour le mettre en sécurité ? " — " C'est à étudier, " lui ai-je répondu, en ajoutant : " de toute façon, tu peux toujours utiliser l'infirmerie. "

Le lendemain, CAVAILLES partit pour son tour de marche... mais je l'arrêtai et lui dis : " Non. Vous n'êtes pas guéri. " — " Comment ?, dit-il, et de quoi ? " — " Vous avez la bougeotte, mon ami, et çà, c'est une maladie que vous ne guérirez pas en longeant les fils de fer... Il y a un autre remède, " lui dis-je.

Quelques jours après, il revint me trouver et me dit : " Bon. Ca va. J'ai compris. Et j'ai eu des tuyaux. Il faut que je sorte d'ici. Avant longtemps les Allemands seront là avec des chiens, si besoin est. Dans ce cas, je suis foutu. Par où sort-on ? C'est urgent. " — " Attention, mon ami " ai-je répondu. Pour que j'aie confiance en toi, il me faudrait quelques garanties. " C'est alors qu'il m'expliqua comment il avait été arrêté, par suite de la perte du portefeuille contenant ses papiers d'identité, trouvé par des douaniers au moment où il s'embarquait pour l'Angleterre (il avait perdu ce portefeuille derrière une barrière où il s'était accroupi, le long d'un quai de la côte méditerranéenne. Il me dit que si je sortais avec lui, il y avait un moyen de gagner tous les deux l'Angleterre, mais il fallait aller à LIMOGES à pied ~~à Limoges~~.

plus tard qu'il avait eu l'audace ... de faire du stop à un camion allemand, et de rentrer ainsi à LIMOGES... (CAVAILLES parlait l'allemand couramment)

Quelques jours après, un ami de ST. PAUL D'EYJAUX, Monsieur GIRAUDOLE, marchand de vin, me fit savoir que CAVAILLES avait envoyé par la B.B.C. " le bonjour à tous les internés de ST. PAUL D'EYJAUX ".

Pour nous, l'affaire ne se termina qu'apeès un petit suspense ... et une grande rigolade ...

En effet, il ne fallait rien changer au programme prévu. J'avais commencé le dépannage d'un moteur chez un artisan-menuisier, Monsieur CHABRELY, à St.-Paul-d'Eyjaux. Dès neuf heures, muni de l'ordre de mission et accompagné de mon complice le gardien Jean MASSAING, nous sortons du camp et nous nous rendons à ce travail. La famille CHABRELY nous attendait ... avec une bonne omelette et une bonne bouteille. Hélàs, à peine le casse croûte fini et le moteur mis en pièces détachées, un Inspecteur de Police du camp vint nous chercher, le gardien et moi-même " pour subir un interrogatoire. " Tout de suite, nous eûmes l'impression que CAVAILLES avait été arrêté. Je remis tout l'argent à MASSAING en lui recommandant d'aller mettre sa famille à l'abri, et de se tenir prêt.

Conduit dans le bureau du Commissaire du camp pour être interrogé par une Commission rogatoire de VICHY, j'attendais toujours que l'on me dise " CAVAILLES est arrêté". Mais, après l'interrogatoire d'identité, le représentant de VICHY me dit :
- " Allez-vous nous dire ce que vous avez fait du paquebôt HABANA pris dans le port de BILBAO ? "

Je ne puis m'empêcher de rire ... on était loin de CAVAILLES ... et mon gardien reprit toutes ses couleurs :
- " Depuis le temps que l'on me fouille, si j'avais ce bateau, vos gardiens l'aurait trouvé! Je n'ai rien à voir dans le sort de ce bateau. Je reconnais m'être occupé des enfants réfugiés espagnols qui étaient à bord, et les avoir conduits dans le Gers ... mais je pense avoir laissé le bateau à PAUILLAC. "

- " Au fait, me dit-il, cette accusation est grosse. Mais qu'avez-vous fait de la voiture du Parti Communiste ? "

Je prétendis que j'avais une voiture que j'avais achetée à Monsieur CHASSAING.
- " Mais cette voiture appartenait au Parti Communiste. Vous êtes accusé de détournement de bien sous séquestre. "

Je fis remarquer que les biens personnels d'un prêtre n'étaient pas forcément les biens de l'Eglise, et que j'étais dans mon droit d'acheter à qui que ce soit une voiture - ou un vélo...

Après une discussion sur les scellés et sur mon droit, je fûs reconduit à ma baraque.

L'affaire en restât là, et c'est avec un grand sourire que nous quittâmes ce bureau ... pour repasser dans le camp par la porte que CAVAILLES avait franchie trois heures plus tôt en sens inverse.

La deuxième alerte fût pour l'appel lorsque CAVAILLES fût porté absent.

Alors commença l'enquête : arrêt des corvées, des corvées extérieures, des visites au parloir, des lettres, des journaux, des colis. Trois appels par jour. Et celà dura trois jours.

... Lorsque nous retournâmes pour remonter le moteur, le travail était fini, et c'est autour de la table garnie d'un nouveau bon casse-croûte que nous avons fêté cet interrogatoire avec CHABRELY et sa dame, quand l'ami GIRODOLLE vînt nous dire en s'adressant à moi :

– " Tu as le bonjour de CAVAILLES " ...

ADDITIF de Monsieur LAHOUSSE

Le gardien MASSAING Jean était Alsacien (ou Lorrain) - prisonnier de guerre évadé - Il avait été envoyé par VICHY à ST. PAUL D'EYJAUX pour garder des " prisonniers de droit commun et affecté à la garde de l'atelier.

Quelques jours après son arrivée, il me fit part de ses observations, me disant qu'il avait reconnu un de ses amis, Conseiller général communiste de son département, et lorsque je le mis au courant du genre de prisonniers qu'il gardait, il m'avoua que lui aussi avait été membre du Parti Communiste, et qu'il allait démissionner pour ne pas garder les Français pour le compte des nazis.

Je luis dis de patienter, qu'il serait toujours temps qu'il prenne cette décision. Après vérification de ses dires, et le témoignage du camarade qu'il m'avait désigné - sans faire connaitre MASSAING - j'ai établi avec lui la liaison avec l'extérieur et nous avons travaillé ensemble jusqu'au jour où, par suite des rapports médicaux sur mon état de santé, VICHY me désignait une résidence forcée à l'Hôpital St. André, à BORDEAUX.

Après intervention à la Préfecture de LIMOGES, j'obtins une résidence à Ste-FOY-LA-GRANDE et, de là, je rejoignis aussitôt le maquis.

A partir de ce jour, j'ai perdu de vue MASSAING. Toutes mes recherches pour le retrouver furent vaines. En 1946 cependant, je crois qu'il était gardien de la Paix à STRASBOURG.

N.B./ sur l'évasion de Christian PINEAU lors du transfert de celui-ci et de CAVAILLES vers St.-Paul-d'Eyjaux, voir l'ouvrage de Laure MOULIN " Jean MOULIN " p. 285 et 286. On trouve l'explication de l'évasion manquée à la Prison militaire de MONTPELLIER et la participation directe de Jean MOULIN à la préparation de l'évasion, du moins en ce qui concerne PINEAU.

Il semble absolument normal que Jean CAVAILLES ait rencontré Jean MOULIN, d'abord à Lyon ou Marseille, puisque CAVAILLES était le co-fondateur de LIBERATION - ensuite qu'il ait entendu parler de lui à Montpellier lorsqu'il y est venu spécialement pour aider Madame PINEAU dans la mise au point de l'évasion de son mari : mais Jean MOULIN s'est entretenu seul avec elle, et Laure MOULIN ignore ce qu'ils ont dit .- enfin, à Londres en Février 1943, époque où CAVAILLES et Jean MOULIN étaient ensemble à Londres. Ces deux hommes étaient absolument façonnés de la même matière, et il semble impensable qu'ils n'aient pas été réunis.

Jean LAHOUSSE a été interné à St. Paul-d'Eyjaux du 18 Avril 1940 au 3 Mai 1943. C'est bien en début d'hiver 1942 que CAVAILLES est arrivé au camp. LAHOUSSE précise : aux environs du débarquement en A.F.N., ce que confirme Laure MOULIN : son frère et elle ont rencontré Mme PINEAU, à MONTPELLIER, le 11 Novembre 1942 -

Jean LAHOUSSE précise que CAVAILLES s'est évadé (par ses soins) vers le sabordage de la Flotte à TOULON (27 Novembre) ce qui est confirmé par la quinzaine de jours que Jean CAVAILLES a passés au camp.

Je crois donc qu'il faudrait rectifier les pages 171 - 177 - et surtout 232 car, bien entendu, il n'a pas fait de conférences " une partie de l'hiver 1942 à la Sorbonne "

Lavelle

1/ Qu'est-ce que démontrer

2/ Comment on mesure

3/ La déduction fait-elle avancer la connaissance?

× 4/ L'induction math.

5/ L'analogie

6/ imagination et abstraction de Th. physique

7/ Finalité et déterminisme en biologie

× 8/ Notion d'évolution

+ 9/ Connaissance du singulier

Cavaillès. 1940-41 Notes prises par Mme Louise DUFOUR (Mlle [illegible])

- Relatif - Absolu - obj. de la science : atteindre l'absolu - obj. va-t-il être indépendant de l'atteinte ? si non : relativité - (position certaine relativité à l'acte de connaître l'objet)
- Y aura-t-il histoire de la connaissance (indépendamment du contenu) ?
  - trouver relation à un progrès de contenu : mais alors relativité
- Mais alors problème de la validité de ce qui est obtenu - Il s'agit de savoir si ce contenu lui-même est connaissance ou bien s'il est l'acte qui... - Trouver un absolu de la validité : trouver lien nécessaire entre contenu et tel objet. Sinon relativisme perpétuel : relativisme à des conditions de connaissance

- À propos des math. - que deviennent ces 3 problèmes ? - Profondeur de Hegel - Phénoménologie de l'esprit - rapports à connaissance math. : relie à position de l'objet math. et au développement de la conn. math. (ces 3 premiers probl. posés)
Solution d'Hegel : en forme de l'absolu : c'est parce que conn. math. suppose un absolu, et que son devenir est un absolu, que cette conn. est inf. à celle philosophique. [illegible] pose absolu de la démonstration opération logique.
- indépendance de la position de l'obj. par rapport à l'atteinte de l'obj. math. - il y aura lieu de une nécessité à l'intérieur du devenir de la connaissance = mouvement régi par une finalité extérieure - notion essentielle pour que connaissance math. soit absolument nécessaire = il faut une extériorité des parties entre elles, une référence à un absolu, c-à-d une finalité extérieure.
Obj. ? d'où sort cette nécessité ? absolu suppose dégagement de toute relation, donc développement impossible à suivre : pas de vrai mouvement véritable. Mouvement formel seulement. math. pour poser validité absolue de sa connaissance est obligé de tirer mouvement interne des concepts - (ex : ne compare par logique la circonf. à diamètre, parce que arrive à l'incommensurabilité, et y échoue)
- Donc aboutissement de l'absolutisme : math. qui, parce que pose l'absolu exige expulsion du math. de l'∞ (alors que ∞ constitue essence et [illegible] de la spéculation math. moderne). Donc solution Hegelienne insuffisante - faut-il y tourner vers un relativisme ?
- Histoire [illegible] : il oscille entre position d'un absolu et nécessité d'un développement authentique
Deux étapes : Cartésienne - Kantienne
Cartésienne : position d'un absolu : ∞ - ∞ : unité interne du système de toutes les relations math. - Difficulté : relation du fini à l'∞ : impossible à préciser. Si conservons absolutisme de position absolue, risque [illegible] de position d'un développement absolu de la connaissance - difficulté de la géométrie Cartésienne. Difficulté reliée intimement aux relations à l'absolu simplicité de l'absolu spatial

relations géométriques sont bien contenues ds l'espace, mais seulement sous regard d'intuition directe (nécessaire pour comprendre l'espace) -

2. difficulté : caractère absolu du développement de la conn. : résolue pour Des. par l'ordre - passage nécessaire des intuitions simples à systèmes de plus en plus complexes -
Validité du résultat garantie par nécessité du développement = regardé comme intuition
donc possède : difficulté énorme entre les éléments, jusqu'à ce qu'on puisse les articuler simultanément

Faille du Cartésianisme : forme d'1 arbitraire et d'1 limitation :
- découpage ou n'est possible que ds cas privilégiés, donc arbitraire du découpage devient facteur de relativisme ds développement de la connaissance
- relativité ds extension du d° de la connaissance : atteinte de la simplicité de l'obj. ne s'effectue que partiellement pour l'homme : distinction entre concret géométrique et mécaniques = donc mise de la physique cartésienne (q.q. chose dit spatial échapperait aux math.) -
Solution de Descartes : appel à Dieu - c'est trop facile -

II Caractère : caractère absolu reçu : par validité inconditionnée, ds Cartésianisme. repose-t-il pour les math. sur la limitation intuitive ou sur son caractère de création du monde ? probl. insoluble ds Descartes

III Kantisme : absolutisme hypocrite. absolutisme de l'espace, chez des math, non pas pour celui-ci mais absolutisme de condition. Espace posé c condition de connaissance
Il n'y a que l'espace - n'est pas relativement à rien. Ne pas se demander s'il y aurait expérience non-spatiale ce que serait-elle.
Donc il n'y a que la géométrie.
- Dernier problème : développement absolu ou relatif : avons nous le choix ou non ds construction de nos concepts ? ~~Donc~~ donc on retrouve Descartes. Mais notion d'ordre manque.
Pour Kant : de la démonstration à l'objet et de la démonstration. le concept n'est pas indépendant de sa construction.
Passage du concept au schéma du concept : nécessaire. Mais alors y a-t-il vraiment concept, s'il est toujours lié à son schéma ?
(ex triangle n'est que la règle pour construire le triangle)
- Développement : arbitraire = Hasards d'1 histoire - enchaînement des figures est arbitraire. Tandis que chez Descartes : Ordre
Ceci → relativisme de la validité de cette connaissance - la connaissance math. a 1 valeur, elle n'est pas absolue, elle valeur a

cause de l'arbitraire du développement. Parce que math. dépend [illegible]
en physique. n'est que le moyen de la connaissance physique.
[illegible] que condition. ?
Relation des objets math. c'est possible (ce n'est que s'il y a des objets
du monde extérieur que ...). Règle du triangle n'existe que
comme moyen de mesurer les triangles du monde ext.

III Donc destruction de la valeur de la conn. math.: n'est plus que condi-
tion de connaissance expérimentale des objets —
Finalement, justification de l'espace = condition de l'expérience. de la connais-
sance des objets physiques. Donc science de l'espace ne pourra être qu'en
corrélation avec, cette même expérience. Donc limitation, contrainte
extérieure à la connaissance math. (de l'espace) —
Mais pourquoi = espace est-il condition de l'exp?

— Abandon de cette position = problèmes posés par l'∞. Math. se caractérise = science
de l'∞, du rapport entre l'infini et le fini — D'où rejet du Kantisme
— Probl. techniques posé au début du 19[illegible] : introduction des nombres complexes
(grâce à problèmes de l'exp. obligeant à introduire nouveaux êtres mathéma-
tiques) Les Mathématiciens ne voient que résultats permettant indirec-
tement — mais qui ne justifient pas intuitivement et rationnellement.
— d'où aboutissant à l'arbitraire total — qui se détruit lui-même.

— On peut demander : résolu? d'abord définir le développement des math., avant de
définir leur objet (qui se trouvera défini par lui-même). Mais est-il
possible de définir ce développement? — tentatives faites. On a défini math.
par rationalité, c.à.d. subordination aux règles de la logique

— Deux solutions historiques : 1) théorie des ensembles, et des classes : fusionnement =
réduction des math. à la logique (contrairement à Kant
ce qui fait l'unité de la classe : c'est compréhension du concept
de l'ensemble : telle propriété qui définit l'ensemble
(Théorie des ensembles, nombres de Cantor)
— Mais si on introduit de l'∞ : → paradoxes — le lien de cette propriété ? — alors
math. non réduite à la logique. Si on dépasse considération d'ensembles
finis paradoxe : ensemble de tous les ensembles (défini par
la simple appartenance — définition ~~par lien~~ de l'ensemble de tous
ceux qui ne se contiennent pas comme éléments)
— Notion d'ordre entre éléments de l'ensemble (ex: relation asymétrique
et transitive — dérivant de la notion d'appartenance) — Définition
d'ensemble ordonné

– Solution: intéressante plus étroite à la logique – description des notions et des procédés d'obtention de ces notions – Est-ce réalisable? – l'objet sera l'attention de cet... On revient à Descartes.

Prise de conscience, quand l'axiomatisation complète des math. ne peut être accompagnée d'une formalisation, c.à.d. 1 description exhaustive de tous les procédés employés – chaque signe n'a d'autre sens que le mode d'emploi fixé dans l'axiome.

Math. deviennent 1 gigantesque formalisme – plus de contradictions possibles – à chaque étape conscience intégrale de ce que nous faisons fidélité à ce qui est posé –

Objection: infidélité fournit des exemples d'erreurs dans les preuves.
– critique d'Hilbert, au départ des notions concrètes: ex: quantité finie.
– Math. intuition (intuitionnistes ...) ↓ germes de contradictions)

(Métamathématique de Hilbert) – ... complications infinies s'introduisent dès qu'on : tout nombre qui, – ou quelque soit le nombre des ....

1 2 n ... ω ω+1 ... ω+n 2ω différent d'une la numération: au lieu d'ajouter 1, on passe à la limite – avec procédé on peut démontrer la non-contradiction de tel système d'axiomes

– Étant donné tel système d'axiomes: on peut définir 1 objet qui y est compris – c'est la catégoricité du système – Traduction d'1 théorie à l'autre, quand elles sont au même système d'axiomes – (ex: Théorie de l'intégration et des probabilités) –
– Paradoxe de Skolem: étant donné 1 syst. d'objets, il peut forcément dénombrable (c.à.d. // à la suite des entiers) – alors qu'ensembles math. ne sont pas dénombrables (les points d'1 droite) – Faut-il rallier des math. : les empêtrer?

L'infini en math. /
axiome construisant les ensembles infinis : le tout = la partie –
ex. de la suite des nombres entiers et de la suite des nombres pairs – se correspondant et pourtant l'1 est partie de l'autre –
– infini de différentes puissances: ex des nombres compris entre 0 et 1 : infini supérieur à celui des nombres entiers –
Paradoxe de Skolem: d'1 part axiomes exigent qu'il y ait 1 infinité non dénombrable d'objets – d'autre part nous pouvons les satisfaire avec 1 infinité dénombrable comme les entiers

par la correspondance bi-univoque entre l'ensemble des entiers & l'ensemble des points. – Il existe 1 3e ensemble qui permet de mettre en corrélation ces deux 1ers ensembles –. (couple d'ensemble & 2e ensemble).

On peut, par systèmes de couples, mettre en corrélation cet ensemble relativité des objets mathém. les 1 par rapport aux autres.

1 2 (3) – – – n
p_1 p_2 (p_3) – – – p_n

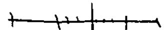
facteur de relativité : il existe ... relativement à tout système d'objets satisfaisant aux conditions posées.

Construction de ces infinis superposés et de permanence factice. Au moins : le système des entiers.

- Peut-on caractériser la suite des entiers ? – oui par relation d'ordre asymétrique et transitive. Il peut y avoir d'autres systèmes d'objets qui satisfont à ces conditions et qui ne sont pas des entiers – Mais en tous cas : d'abord les entiers ensuite les fabriquer obtenus avec ces entiers, et avec lesquels on refait l'arithmétique que nouvelle –

((Ds les axiomes, il y a implicitement l'utilisation du système des entiers : rien que le fait d'affirmer que l'on peut recommencer 1 fois. 2 fois telle opération

– Solution : seul l'infini des entiers est absolu : tous les autres deviennent relatif. (mais rien que poser cet infini = absolu, ce rend relatif à cette position d'absolu.) – donc un pas de plus est infini : un pas de plus seul = absolu, il sera ce dont procède le relatif, et cela peut = devenir donc relatif.

Donc infini s'entend là – qu'est-ce qui caractérise l'infinité des entiers ?
– vouloir possibilité de le continuer – mais caractère

arbitraire : on s'arrête quand on veut – l'endroit où l'on s'arrête est arbitraire. –

0, a, a_1 a_2 – – a_n
infini des fractions.

Aussi notion d'infini, lien 1 relation entre deux modes de pensée qui paraissaient confondus – indifférenciés : résultat du raisonnement du point où l'on s'arrête – idem pour l'infini des fractions = par de procédé d'arrêt.

– ce qui apparaît comme de la solution du 1er problème, engendre 1 2e problème (à n'importe où..) – Absolu ne se distinguait que ds l'actualisation d'1 solution, et l'engendrant apparaissant = relatif en dehors de cela

– chaque fois qu'1 système d'objets fixés par ensemble d'axiomes, apparaissent = relatifs, cet ensemble ainsi que leurs propriétés – Il faudrait partir d'avance 1 absolu, ensemble au sein duquel on choisirait ;

– Nécessité de prendre conscience du processus par lequel l'objet mathématique s'engendre. Nécessité des mathém. obligé perpétuellement à mettre en cause ((à déclencher un jeu de la solution posée = absolue, 1 arbitraire –
D'où nécessité de dépasser très 1re solution
– Difficulté de parcourir les problèmes : chaque problème ne contient pas

analytiquement le suivant. (contient moyen de production du [illegible])

Endurcissement des systèmes est-il nécessaire ? problème posé par apparition de la solution du problème ? - Relativement à problème il y a [illegible] force de poser les instruments devant à le résoudre - solution apparaît de solution nécessaire de ces instruments - Donc relativité interne absolument nécessaire -

H. est de pensée mathématique ? - alors validité du résultat ?
ce qui vient après, contient ce qui vient avant, mais avec plus nouveauté. Ce qui avait été obtenu. on se conserve en changeant de sens / donc ensemble général contenant tout, ce qui devient des [illegible] acquis)

- Qu'a-t-il trait à cette relativation ? - construction du concept de l'intuition : Descartes - Kant = ce qui caractérise l'math - c'est spatial
(la pensée rigoureuse du sens extérieur dans le travail math.)

- nouveau relativisme = cette notion d'extérieur, de monde extérieur
Donc pas de pensée math. autonome. Pensée math n'est autre chose que la pensée du monde.
Pensée du monde = est-ce que cela a un sens ? - De plus : confusion entre pensée physique et pensée mathématique

- Leibniz : pensée math. est possibilité parmi d'autres = champ des mathématiques qui englobe pensée de physique.
et pour Kant pensée math. n'est vraie que = pensée math. possible du monde physique
qui pensée, math. qui n'est pas physique : nous revenons à possibilité d'expérience mais quand pensons vraiment exp. nous pensons mathématiques / puisque nous posons les conditions d'exp.) - la pensée physique est la pensée math.

- E- math. s'abandonne l'abstrait dans [illegible] pense pas [illegible] ?

- Abandon de l'absolu de l'objet physique en tant que pouvant être indépendant de la pensée [illegible] - Absolu math. n'est concevable que grâce à absolu de l'obj. physique

Obj. physique [illegible] relativité de [illegible] d'existence - [illegible] être [illegible]
1) [illegible] par rapport à autre chose que lui = [illegible] d'autre [illegible] existant [illegible]
2) [illegible] peut-elle être absolue = [illegible] physique [illegible] math. [illegible] math. Problème : qu'est-ce que cette pensée en dehors de ces systèmes - [illegible] formules arbitraires ? pourquoi ? [illegible] toujours, tout en croissant quelconque ?
[illegible] ? pourquoi [illegible] l'expérience qui a imposé [illegible] - donc relativité =

exp. physique – Ex penser la chute des corps = penser des relations mathématiques – mais non pures (à cause du 1er [illegible] d'où il dérive) – Donc penser à la fois mathématique : penser de rapport, et non math. : position d'objets.
(ex : la pensée de l'électricité & [illegible], traité [illegible])
Pensée première – Peut-on caractériser la pensée première de l'électricité ? – non n'a de sens que relativement à d'autres expériences physiques – à d'autres notions sous-jacentes, etc. – pas de solution
Mais mvt de pensée passant des 1ers termes aux suivants ? (non nécessaire & mathématique.)
Pensée, système physique : [illegible] relations math. qui le caractérisent : c-à-d [illegible] non physique. Ce qui physique par opposition au mathématique – c'est l'action effective du physicien –
Exp. physique [illegible] des histoire (alors que math. non). plans validité objective de l'exp. quelle [illegible] sujet qui fait expérience [illegible] [illegible] absolutisation grâce à lien avec la mathématique. (Lien avec historicité ~~avec~~ propre du sujet) – devient enchaînement math.
– ~~[illegible]~~ La physique dérivée du math. est 1 math. – et non les math.
– Liaison entre [illegible] singulier, [illegible] math. – mais liaison extérieure que par rapport au d. v. math. (mais non arbitraire par rapport à physique)

– Arbitraire du d. v. des moments de la physique – à cause d'1 certaine autonomie – ne se confond pas avec la nécessité mathématique – (~ formule [illegible] = ne pose pas de probl. math.) – Pensée du [illegible] et du physique s'[illegible] mutuellement [illegible] [illegible] d'[illegible]. et [illegible] d'historique par d'autre part. lien entre les deux, c-à-d déterminisme ? quel critère entre expérience et physicien ? est-il caractérisable d'1 façon interne, ou bien naît-il occasionnellement, ou se donne(?) (apparaît-il avec 1 certaine ultérieur)

---

quant à dire : accord de la pensée avec elle-même ?
= : quelle structure peut englober des contenus identiques ?
– Mais problème de la possibilité de structure des pensées (c-à-d de la logique) –
– Logique ! Intrinsèquement : Forme de la pensée, des contenus, des structures – l'étude de l'enchaînement de ces formes : étude formelle alors dégagée (étude des systèmes d'enchaînement), qui est au fond celle de la logique & organon, au sens aristotélicien
1) définition précise de la logique : analyse effective –
2) ou bien logique & fondée sur logique transcendantale

. Leibniz : intensivité exhaustive du réel = 1) l'analyse finit par résoudre le composé en simple, il s'agit - en identités : donc ns sommes sûrs que connaissance peut aboutir - 2) [illegible] de la façon de connaître : nous avons le type de la conn. (logique suppose typologie) -
logique précède vraiment toute l'analyse (et inversement, car [illegible] sera 1 [illegible])
- Illustrée à deux lignes, idem justement de ce type de connaissance
- Non leibnizien élaboré par Bolzano (Wissenschaftslehre)

- En opposition à cette acception : science = découverte de la science

2) Logique = analyse réflexive : faits de conscience du développement de la science en tant qu'il s'effectue authentiquement - [illegible].
- Trouble apporté par Descartes : place la logique à côté de la méthode cartésienne de découverte, introduction de l'opération d'ordonner - dans cette méthode admet, pour fixe : la forme permanente des problèmes - sont formulables vis-à-vis d'objets dont nous avons la garantie grâce à l'absolu divin (qui est tout de même immanent à la pensée - donc il s'agit bien d'analyse réflexive quand même) -
Donc méthode active, et [illegible] organon - elle suppose d'abord l'achèvement de la connaissance = d'où possibilité même d'une description des [illegible]

3) Logique = [illegible] logique transcendantale = détermination a priori des conditions de toute connaissance. - logique non plus organon de la connaissance - mais canon. (ne nous donne pas l'objet à connaître)

- Logique formelle = définition ou définition des conditions de la connaissance. Comment les définir ?
Logique transcendantale dit qu'il y a une pensée hypothétique [illegible] [illegible] que logique = voici ce qu'il faut faire pour connaître. Comment intégrer la logique a priori, relativement aux [illegible] connaissances - autorité de la logique est postérieure à celle des sciences de la nature (ce qu'avoue Kant) - obligation de nous baser sur une certaine définition de la connaissance.
- ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] [illegible] nécessité à priori = alors logique : organon
- ~~[illegible]~~ " " [illegible] 1 développement qui se fait à tout instant
= alors logique est contemporaine (nous ne savons ce qui sera la forme exigée par toute [illegible])

Husserl (Logique formelle et transcendantale) — il y a une famille de sciences, système de théories ... formes et ces formes, mais par l'approfondissement de l'intention où à la suivre (c'est un résultat d'explicitation) — logique est un [illegible]
Selbstauslegung un [illegible]
c.-à-d. analyse réflexive — grâce à visée intentionnelle, explicitation d'[illegible] l'acte de la science dans son développement. Donc nous le saisissons du dedans — [illegible] famille qui [illegible] [illegible] apophantique Théorie des [illegible]
Théorie des [illegible] (Mannigfaltigkeit) objets

Coordonner la logique de la démonstration : logique de la vérité. Les [illegible] de toutes connaissances en tant que se constituant.

Doctrine de la relevance des noyaux = nécessité d'affinité foncière entre ces noyaux issue de l'acte intentionnel de la connaissance.

— Supposition d'invariant dans les actes de la connaissance — qui le caractérise)

Difficulté au sujet de la logique husserlienne : inadéquation entre essence de la logique et sa définition — s'appuie de théorie de la relevance des noyaux
— ou bien vous pouvez définir à priori la relation des ces noyaux — fondamentaux de ces noyaux (logique : d'où point ...)
— ou bien vous voulez entre la relation et l'enchaînement des sujets avec les contenus : alors pas de logique possible

Définir logique par analyse réflexive : c'est annoncer disjonction entre logique véritable et science — plus de logique ≠ discipline autonome. Conclusion inacceptable

Rapport de la logique aux autres disciplines aujourd'hui

Pauvelles [illegible] –

Causalité

– Affirmation de la réalité – c'est au fond la recherche de la cause
– Antinomie entre points ou singularité absolue – & connaissance de cette position. a.d. justification de cette position –
Thème de la nature. Aristotélicienne = recherche des causes 1 = affirmation fantastiques. puisque cause = ce qui est 1 : c'est qu'Aristote a introduit une [illegible] (ses [illegible]) dans la causalité. Cause 1 = [illegible] authentique.
– Cette cause [illegible] est négation de sa propre nature – est hors de la réalité puisque la fonde – pour saisir ce qu'est [illegible] – réalité de [illegible] ce dont elle est cause
[illegible] chapitre [illegible] l'antinomie : [illegible] pluralité des causes – mais est-ce qu'elle supprime absolutisme ce problème. [illegible] problème ne se pose pas pour chaque cause –

X Ce qui [illegible] nature = ce qui change de façon autonome – ce qui a en soi cette puissance de chgt. inhérente – ou étant est = l'essence de ce qui change – ce qui [illegible] l'opposition au réel : ce [illegible] chgt.
Le principe de chgt : dans de ce qui ne change pas – du permanent = donc plus de chgt ? – Solution [illegible] dans le morcellement
Nous gardions = permanent : la matière qui sera le sujet, indifférent (par [illegible]) – et ce qui le fait changer = cause efficiente. [illegible] – [illegible] d'[illegible] efficiente & [illegible] autre cause efficiente → causalité de la cause commence à agir – [illegible] du Temps – Solution en fait que [illegible]
– ~~Aristote~~ n'accepte pas ce [illegible], [illegible] d'où les genres des deux ~~[illegible] cause~~ : = formelle qui sera l'[illegible], l'explication du chgt, [illegible] [illegible] [illegible] du chgt, de la chose changeante –
– Relation [illegible] pour [illegible] = contraires – chgt. sera [illegible] = passage d'[illegible] contraire à [illegible] –

– [illegible] de cause (qui justifie ce passage) = la finalité – c'est parce que la forme est la fin du chgt qu'il y aura chgt
(fin = [illegible] – [illegible] – fin : [illegible] particulier

Chgt. non [illegible] [illegible] permanent qui ne serait [illegible] immobile.
Non plus [illegible] [illegible] [illegible] en [illegible] dualité des états de chgt. [illegible] orienté vers la fin [illegible] deux principes.
Principe vers quoi justification [illegible] [illegible] ce qui est [illegible] [illegible] ≠ [illegible] [illegible], puisque [illegible] = tel – notion de fin réintroduit [illegible] dans le chgt (en tant que chgt).
– [Livre [illegible] [illegible] – pour [illegible] : cause finale non ≠ [illegible] formelle.

s'explique par l'essence immuable, ce qui rend compte de notre division =
[illegible] = notre quiddité – pour éclipse de Lune = pas de [illegible] en lui,
état de la terre de la Lune et son absence – rien de permanent ; il
n'y a pas de matière – il y a seulement le fait que c'est la Lune.
Pas de passage d'un contraire à l'autre – ni disposition de l'[illegible].
Mais cause motrice (efficiente) interposition de la terre : devient vrai-
ment étrangère à la Lune [illegible]
Cause formelle = la notion d'Éclipse obscure si on n'y joint pas
cause motrice. Absence de la lumière ? – notion abstraite. Com-
porte autre chose que la notion de Lune. Donc essence ou déf
de l'éclipse de L, c'est son explication, c.à.d. la cause motrice
ici cause formelle s'identifie avec cause motrice – sans affinité –

– Mais en fait réalité hors des essences ? – alors séparation dont nous n'avions
pas le principe : [illegible] séparation disparaît
Dans ce cas : cause matérielle [illegible] qui [illegible] identifica-
tion des 2 causes matérielle (motrice) et formelle = plus de relation d'
antériorité : l'éclipse de Lune et [illegible] de l'éclipse sans [illegible]
impossibilité de distinguer entre l'éclipse et sa cause – Donc : négation
de la causalité ? – situation opposée à celle de la nature = [illegible]
alors déduction au lieu de nature. On devient plus
[illegible] ex. : [illegible] circulaire –
qui [illegible] immobilité – c.à.d. négation du mouvement.

Donc on pourrait dire : seule réalité – celle des êtres qui demeurent, qui sont
[illegible] pourrait se produire
Cause finale en nature : il faut qu'elle justifie le devenir, fois réalisée –
[illegible] de même sa justification atteinte : plus de devenir

– Aristote emploie terme, en tous les sens : de celui de principe =
– Est-ce que aucun raisonnement ne peut être assimilé au devenir
naturel ?
[illegible] de la [illegible] pas [illegible]
[illegible] (cf. l'Astronomie : [illegible] total).
[illegible] l'hypothèse à la
[illegible] raison-
[illegible] chaque unité englobe la
suivante – Du devenir naturel : cause motrice ne peut
être que cause formelle –
[illegible] devenir naturel [illegible] : cause finale et formelle.

~~[illegible] et causes~~
~~Dernier [illegible]~~

(Suite)

Causes : enfant demande quil y a des réponses à des questions (ex: pourquoi ? - avec quoi ? etc.)
- rendent [illegible] { ordre phénoménal : organisation, [illegible]
{ ordre intelligible : de l'enchaînement des raisons -
de la façon dont on rapproche ces ordres, dépend contenu de la notion de cause - (Différence entre cause finale et formelle [illegible] chez Aristote)

~~[illegible]~~ [illegible] et [illegible] cause et [illegible]
[illegible] effet [illegible] (Aristote et mécaniques cartésiennes [illegible]
Désignent les nouvelles notions de cause :
- cause de Dieu (causa sui)
- [illegible] des Idées (réalité formelle - réalité objective)
- Causalité physique
[illegible] (passages du [illegible] à [illegible])

Objection à Descartes = [illegible] Dieu peut-il être cause de soi [illegible]
- [illegible] parler de [illegible] objective à formelle. (Cause formelle de l'idée est simplement son essence)

II Causalité Divine : [illegible] à Dieu - [illegible]
~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] entre cause efficiente et efficace -
hétérogénéité [illegible] - [illegible] cause
[illegible] disparaît [illegible] idée.
[illegible] pour [illegible] relation de causalité des Idées [illegible]
[illegible])

Formelle : on ne peut parler de cause efficiente à propos de Dieu. Mais [illegible] admet existence = essence pour Dieu - alors cause de l'essence divine (qui est elle essence de soi) se fond avec cause de l'existence divine. Conséquences : causalité divine peut distinguer [illegible] le type de la causalité [illegible] de [illegible].
{ 1°) d'une part [illegible] avec notion de causalité intelligible
{ 2°) [illegible] les relations de causalité.
[illegible] divine [illegible] cause formelle cause formelle = cause [illegible] (causa sive ratio) - [illegible] identification)

X - rapport entre idée et cause d'idée = apparaît à propos de théorie des Vérités éternelles (ex. 2+2=4. Axiome de contradiction = [illegible])
[illegible] cause efficiente des vérités éternelles - [illegible] humaine de donner [illegible] à cette causalité divine - [illegible] à comprendre.

[illegible]

en de telle sorte qu'il les a de toute éternité voulues et conçues, 2
c-à-d conçues créées

II Vérités éternelles = valeur [illegible] humain — la science [illegible] la lumière [illegible] : rattachement de la vérité à la puissance qui la pose (ex idées : [illegible] dans l'esprit [illegible] [illegible] puissante — id. [illegible] de Dieu [illegible] [illegible] créées par Dieu) = idée a besoin d'1 cause pour être conçue (cause psychologique [illegible] question) : mais cause de la réalité du contenu objectif de l'idée. ex. de la machine [illegible] [illegible] de la machine [illegible] — [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] — [illegible] ou [illegible] = cause (mais [illegible] doit avoir 1 cause aussi) [illegible] : puissance d'[illegible] de l'esprit

III — [illegible] de l'esprit par rapport à ses idées est conjointe avec [illegible] de la puissance divine par rapport [illegible], ses créatures = [illegible] type de [illegible] [illegible] analyser

Causalité [illegible] [illegible] que [illegible] causalité [illegible] [illegible], c-à-d ce qui est [illegible] de la notion de causalité :

- Descartes [illegible] d'être [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] divine le fait qu'il [illegible] 2 ou [illegible] [illegible] (régression causale) = [illegible] [illegible] divisé en [illegible] indépendants = il n'y a qu'1 relation de causalité [illegible] instantanée [illegible] créateur à créature [illegible] [illegible] — mais puisqu'elle est hors du temps, se rapproche [illegible] causalité intelligible —

Le mvt. dispensé de l'ordre des [illegible] — à cause de difficultés [illegible] [illegible] des [illegible]. Mvt. [illegible], — le mvt [illegible] à cause de [illegible] cessera d'être [illegible] et deviendra état — [illegible] Descartes [illegible] une cause, [illegible] la puissance divine [illegible] —
Figure [illegible] [illegible] du corps ([illegible] substances) =
« [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] la [illegible] la grosseur, la fig[ure] [illegible] de [illegible] [illegible] caractéristique de la matière — [illegible] divin.
— Causalité [illegible] rapports de [illegible] des idées — [illegible] [illegible] [illegible] : d'où intelligibilité [illegible]

X Répétition : causalité instantanée : c'est que dès l'instant que nous avons les raisons qui caractérisent [illegible] un instant, relations entre les corps sont ainsi justifiées à l'int. de chaque instant.

- Loi d'inertie - mvt rectiligne et permanent, c-à-d [illegible] : dans ce cas [illegible] du mvt rectiligne ~~[illegible]~~ impossible [illegible] mvt circulaire, impossibilité de variation de la vitesse (accroissement infinitésimal : incompréhensible encore pour Descartes) - Pense le passage d'1 état de l'univers à 1 autre est impossible pour Descartes = car il saisit seulement les raisons qui déterminent l'état immuable.

- [illegible] instantanément : passage d'1 instant de l'univers à l'autre inexplicable. Nous arrivons à limitation de la causalité [illegible] intelligible, et relie par morceaux les différents moments du temps.

- Pas de progression chez Descartes : engendrant des nouvelles réalités - Il n'y a que 1 dialectique régressive - système engendré + complexe non pas notre œuvre, mais celle de Dieu -

X [illegible] natures simples dans les regulae. Ne sont que des étapes dans la réflexion vers l'intelligibilité parfaite c-à-d intelligence divine (et non des médiums intelligibles faits pour progresser) - Nous sommes orientés en ce sens, [illegible] la réalité [illegible] nous arrivons des régressions à l'unité parfaite de la pensée Divine.

X Difficulté : [illegible] régression ne comprend pas de retour : la pensée [illegible] dans l'acquisition : création et causalité ne doit pas être rapprochée d'1 monde où il y a des relations [illegible]
(Remarque Spinoza : identification de causalité rationnelle et physique.

Descartes [illegible] toujours [illegible] cause [illegible] formelle [illegible] affinité
(cf idée d'[illegible] par sa cause [illegible]
[illegible] de l'esprit qui la crée -
[illegible] -
[illegible] causalité [illegible] causalité formelle. Dieu créateur des existences et des essences [illegible] façon - [illegible] volontés ne font qu'1 en Dieu, [illegible] sa puissance
Dieu [illegible] passage à la limite cf. polygone -> cercle

(8

- ne forme pas, au fond, de la cause efficiente –
- Mais q[illegible] ([illegible]) cause efficiente non divine des univers cartésien
([illegible] traités [illegible]) – [illegible] la illustration divine. Ce que
nous voyons est la cause de q-q chose : [illegible] son essence et son existence.
[illegible] intelligible qu'il peut exister que entre Dieu et ses créatures
et non entre deux créatures –
Alors qu'en est-il de la relation entre les parties de l'univers ?
Autre difficulté = relation entre Dieu et l'homme = créature libre :
l'effet peut, quoique dépendant entièrement, être à son tour cause
libre – réponse : Spinoza : suppression possibilité d'efficience
radicale d'effets causés par puissance divine

Spinoza = [illegible] + clair – mais [illegible] relation de causalité –
Notes du Court Traité – [illegible] cogitatas = causalité = [illegible]
volonté = pouvoir [illegible] cause – Mais Dieu seulement est pendant, [illegible]
[illegible] cause – Spinoza rendu difficile production de
la relation de causalité =
Relation de causalité est relation de [illegible] = réduction à liaison entre
conséquence et principe – [illegible] Descartes [illegible]
[illegible] de cet objet. Plus de notion de puissance créatrice qui serait
[illegible] différente de ce qu'elle crée (Descartes)
relation de réduction intelligible à une relation logique
Court Traité – [illegible] 3 – cause "émanative" de ses effets
[illegible] : [illegible] – [illegible] logique [illegible] à laquelle [illegible]
[illegible] immédiatement, sans causalité [illegible] aussi cause
active ou efficiente [illegible] produit effet qu'elle [illegible],
action (activité de Dieu = qui est activité rationnelle ou action [illegible]
[illegible] idées)
1) est immanente et non transitive : produit effet [illegible]
2) est cause [illegible] cause [illegible] – Dieu est cause [illegible]
[illegible] : il n'y a pas [illegible] [illegible]
[illegible] : Dieu est cause par soi et non par accident [illegible]
[illegible] Dieu est cause principale de ses effets [illegible] principale – [illegible]
[illegible] –
"est cause 1e", [illegible], [illegible] opposition aux causes particu-
lières [illegible]
[illegible] : [illegible] = De Dieu [illegible]
[illegible] dans ses modes [illegible] –
[illegible] cause [illegible] – [illegible] existence [illegible]
[illegible] peut être [illegible] de Dieu – [illegible] de la cause li-
bre aussi que Dieu [illegible] – plus d'autres causes
[illegible] de l'univers – [illegible]

[illegible] ? non grâce à position de la cause transitive
mais [illegible] = en tant qu'il est affecté d'un autre mode
particulier (commence à prop. 10 - [illegible])
scolie prop. 17 — relation de causalité [illegible] plus [illegible] : la cause
est [illegible] de la cause — Aussi [illegible], est [illegible], mais
[illegible] de Dieu [illegible] nature naturée — [illegible] lui est [illegible]
nature naturante. [illegible] son mode d'existence : est distinct
de Dieu [illegible] en quoi il [illegible] — [illegible]
effets de [illegible] de causalité [illegible]
[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]
mode fini sera-t-il cause en tant que, représentant [illegible] —
[illegible] ? non. C'est en tant que fait de l'ordre, c-à-d
en tant qu'[illegible] de la chose est [illegible] particulier qu'[illegible]
[illegible] cette relation de causalité. [illegible]
[illegible] de l'[illegible]. ce sera [illegible] — différente ne sera pas
de la transmission — [illegible] figure géométrique à [illegible] cause [illegible]
fig. géométrique.
Deux fictions d'enchaînements finis se [illegible] lieu de causa-
lité ? — que vaut-il ? — Problème de l'enchaînement
des modes [illegible] Spinozisme.
— Difficultés [illegible] pour les modes infinis (Dieu est cause
prochaine et non en son genre.)
[illegible] = [illegible]
[illegible] en quoi [illegible] [illegible]
[illegible] ne sera pas le [illegible] simple position des rela-
tions métriques)
1 mode est cause d'un autre [illegible] son essence est exclusive
de ce mode — [illegible] causalité non indépendante [illegible]
[illegible] par Dieu : c'est parce que Dieu est cause de [illegible]
[illegible], qu'un mode fini peut-être cause d'un autre mode
fini — [illegible] d'extension à [illegible]
[illegible] d'un autre [illegible] en question —
[illegible] (régression)
[illegible] causalité [illegible], à cause de régression à
[illegible] se [illegible] en deux. 1) causalité divine (du mode à l'[illegible])
2) causalité transitive = dépendance
a [illegible] réalité finie à réalité finie [illegible] à l'[illegible] —
à Dieu. [illegible] 1, 3 : [illegible] cause dépendante
de l'effet, mais non épuisée par cette dépendance.

Malebranche : j.q. sur théorie de la causalité Aristotélicienne : doit pouvoir être remplacée par théorie où chgt doit pouvoir se ramener à chgt mécanique (altération, corruption etc. ...)
— une seule réalité changeante : est derrière les apparences de [illegible] local — fondement de la réalité de la cause : réalité divine. Chez Descartes, à la fois garantie des essences et des existences

— suppression de la causalité [illegible] ce qui ne se réduit pas au fondement (Descartes : causa sive ratio. Dieu : fondement)
1/ le mvt. chez Desc. pensé comme état = et non + 1 chgt. c'est la permanence d'1 chgt (fantaisie Aristote ...) — Pourquoi pierre continue-t-elle son mvt, 1 fois lancée ? — Solution déjà adoptée par Galilée —
Principes § 30 : que Dieu est la 1 cause du mvt — Dieu crée matière aussi bien en mvt qu'en repos — 1 partie matérielle se définit en mvt. uniquement par rapport à la particule B, lorsque [illegible] distance entre A et B changeant = rapport entre A et B en mvt
— 2/ principe d'inertie = fondement de la cause est premièrement en Dieu : d'où permanence de l'effet est nécessaire — (à cause [illegible] de la réciprocité en causalité) — conséquence de la permanence de la cause permanence de l'effet. Alors univers immobile ? — non c'est le mvt qui reste permanent.
3/ Fondement du chgt réel dans 1 principe de diversification — qui ne double 1/ dislocation de la réalité étendue en 1 pluralité d'objets matériels et 2/ la réduction de ces objets matériels à l'étendue (l'étendue n'est pas uniquement principe d'extension — mais ce qui est moteur de la diversification des fig. géométriques)
idée unités éternelles sont en rapport avec puissance divine = rapport de production
— et principe de création [illegible] : impénétrabilité — si obj. est défini uniquement par extension, il ne peut abandonner aucune partie d'étendue, sans se détruire lui-même
Dieu n'est pas cause effective de l'actualité de la diversité donnée (Dieu n'est pas cause de l'actuation d'1 des unités éternelles, par rapport à l'autre) — De cela, où est la cause ? (Difficulté critique chez Descartes) —
— Pour expliquer diversité il faudrait déjà faire intervenir le mvt (il a [illegible] toute distance, parce qu'il y a, un [illegible] distinct entre leurs [illegible])
— Malebranche au Roc = est le chgt radical, à cause de l'image que ns avons de l'univers (si non de la réalité divine)

que veut dire : ce corps en rencontre 1 autre ?
Descartes : le fait dépend de l'inintelligibilité divine – donne 1 loi à cette transformation – Règle posée arbitrairement à la réalité qu'il s'agit de fonder – Notion unique de cause ds le cartésianisme = s'efface – multiplication de cause.
d'1 part : position d'1 relation – opposition des termes de la relation
= obscur
? l'indétermination de la loi par rapport au fait = régularité = propriétés fixant potentiel des corps qui se soumettent à la loi – d'où limitation de la possibilité de fondement
– Est-il bien toujours question de cause ?
Difficulté 1°/ notion de conservation du mvt / nécessité de la constance de la quantité des conditions géométriques qui déterminent le mvt –
2°/ le repos a autant de force que le mvt = 2 corps qui se choquent perdent autant leur mvt [illegible] de relation
la cause matérielle aristotélicienne = contrariété du mvt et du repos) – mais mvt et repos sont termes relatifs – D'où contrariété disparaît sous relation – mais force mouvante, il y a du repos : ou ni nature –
[illegible] de ses successeurs =
Malebranche. ratio du mvt. et lié à l'efficacité divine – que le partage en 2 : 1° cause des essences 2° cause des existences
(pour sauvegarder cette notion d'immanence de la réalité, qui ne pouvait subsister chez Descartes) –
Mais elle cause occasionnelle ou devient cause fondamentale des phénomènes.
Mais Malebranche n'a pas abordé en cette introduction nouvelle de la causalité : le choc est inintelligible, aussi bien chez Desc. que chez Malebranche
(Hypothèse des Tourbillons : annihile le choc des corps : qui suppose passage d'1 instant à 1 autre après lequel il y a choc
choc ne s'explique que s'il y a discontinuité – Leibniz. il n'y a pas choc, mais composition de vitesses)
– Pas d'événement ds le monde (pas de discontinuité temporelle)
Spinoza : hypothèse ne se pose pas chez lui – ne se soucie pas d'expliquer le choc. – pas de pluralité devant être nécessairement [illegible] (Des intellectus emendatione
passer d'1 chose sing. à 1 autre chose sing. = passage de la détermination d'1 propos. à détermination d'1 autre propos. = d'où régression ou à [illegible] et pas de fondement possible
– chercher les principes qui donnent choses singulière

D) principe de causalité : 1) cause, effet. 2) Effet → cause... (10
singularité de l'âme seule en relation avec essence divine (relation entre l'âme-liège et l'âme est l'autre lui divin.

- Conclusion = Les difficultés de poser réalité qui soit fondée de son intelligibilité. ex : à propos de l'être des corps = si corps est défini par le géométrique : impossible de saisir la notion de corps du géométrique = corps se définit par répartition - mais qui ne fait pas changer du géométrique, par la nouveauté. Le seul changement = persistance de ses intérêts.

D) cartésianisme : mouvement est à la fois principe d'individuation - et non = puisqu'il ne peut pas changer - d'un principe cartésien : la force s'applique au mouvement
c̄ la force (critiquée par Malebranche) - n'est pas moins fondée que mouvement.

// Du moment qu'il y a 2 objets : plutôt qu'il y a mouvement de l'un par rapport à l'autre. Mais donc c'est le degré de cette relation de mouvement = réalité est inatteignable -

Solution de Malebranche = causes occasionnelles = élément indispensable de l'intelligibilité du réel.
Mais système des occasions - non pas système parfait. Donner les lois de communication des mouvements et répartitions des mouvements par les formes des corps, par ex.

Difficulté du système des causes occasionnelles : éclatement de la notion de causalité, ou bien transformation de la notion de réalité.

Transformation de la notion de réalité :

Leibniz ↓ = définition même de l'essence des corps - à propos du problème de la transmission du mouvement - Elle ne peut avoir lieu que s'il y a rapport qui fonde justement transmission. Il faut donc établir principe de différenciation des corps et différenciation des mouvements -
Solution ? - peut être réduite au mouvement : essence de la matière = mouvement. Solution envisagée par L. Mais qu'est-ce le mouvement posé ainsi. Si est seulement = changement de situation = impossible de différencier les corps entre eux.
Les notions de conatus (= élément instantané de mouvement) = la différence par corps entre eux ne résulte que conatus - Il faut que par rapport aux autres conatus = les 2 conatus se combinent et on a l'unité corps unique, par ex. de la vitesse $v' - v''$ - mais notion abstraite - il ne fait abstraction de conatus) -
~~Mais~~ Donc impossible d'atteindre le réel des corps de ce fait -
D'autre part - pas de degré possible = chaque fois il y a 1 définition qui n'est instant double - D'où Leibniz : tout fondé sur l'intelligibilité. Ajoute ~~de~~ définition du réel - la géométrie...

Autre définition du réel = consistance, ce qui s'oppose à pénétration des corps — Mais difficulté : ne s'exprime ni en termes de vitesse, ni en termes de force —

D'où considération de l'élément de variation (définition avec la contradiction — réel fait variation de position — vitesse = $\frac{de}{dt}$, chez Descartes — si instantanéité = vitesse ne change pas)

$\frac{dv}{dt}$ = définition du mvt, différenciation des mvt, il définit ce ~~[illegible]~~ chgt. de ce mvt (c'est-à-dire accélération)

De ce que mv restait constant chez Desc., ici : quantité de variation des vitesses reste constant (1) $\sum \frac{d}{dt} m \left(\frac{de}{dt}\right) = 0$ pour le Univers

|| Les vitesses changent, mais système de variation des vitesses reste constant pour tout l'univers

De cette façon principe de différenciation entre les corps est possible — (1) était égal à 0 que pour Univers total. Mais pour 1 corps, il y a une caractéristique variation des vitesses : (1) ≠ 0

- C'est puissance de variation de ses vitesses qui définit les corps

ici c'est principe de différenciation du chgt place : ce qui fait changer son chgt de place = c'est la Force, pour le corps.

Aussi variation de la position d'identité avec le géométrique est modifiée (Descartes : partes extra partes, était défini par mvt.)

Leibniz : c'est la Force qui solidifie le géométrique. Cet élément instantané est ce qui fait le réel. Pluralité d'instantanées qui situent les corps

- Difficulté de définir l'élément de variation de la vitesse

Lié à difficulté du principe de causalité chez L. — la raison suffisante de la réalité fonde bien la réalité grâce au principe de répartition

Passage de la mécanique à la métaphysique. (créance de la Théorie [illegible] : [illegible])

- Détermination d'1 principe suffisant, qui rend singularité de chaque élément — et 1 : principe de répartition — les 2 se croisent dans l'harmonie préétablie

Ce qui définit l'élément - monade = vecteur d'accélération.

D'où : position de pluralité est nécessaire — le système ne fait 1 réel que distribué où il y a 1 pluralité (1 variation de mvt. est pure [illegible] qui diffère qui exige d'autres mvt)

Il s'agit d'1 pluralité, mais non d'1 unité de l'espace. [illegible] dans [illegible] espace : des vecteurs — ~~[illegible]~~ : L. : pas d'action à distance. Mais Force : une force, l'action à distance ou plutôt l'indépendance de l'action de contact.

Ce qui définit 1 corps : son accélération, qui le définit relativement aux autres corps — Mais des corps ? = pourquoi sont-ils en contact ? ? pourquoi ont-ils changé de vitesse ? c-à-d que veut-il dire

Notion d'événement radicalement nouveau — chose des conditions : ce un préjudice chaud de la durée — c-à-d produite 1 réalité

Nécessité d'affirmation, déjà liée à notion de Dieu et l'univers : c'est parce qu'univers est multiple, qu'il est réel. Multiplicité se traduisant par des êtres. Définir 1 être, c'est le poser par rapport à tout le système des autres êtres

Que veut dire "définir, être pensé" ? : rien ne sert de calculer la différence. Pour Leibniz, grâce au principe de perfection, supérieur au rationnel des mathématiques.
Or c'est perfection qui permet de définir 1 réalité individuelle — et entre la pluralité des êtres — c'est ≠ du principe du meilleur

Passage du réel à l'existence — de l'abstrait (≠ l'imaginaire) — ne nous est pas donné — abstrait.
cf. Mathématique ne se mettent pas la causalité

D'où pure affection de la causalité $\frac{\text{suite}}{\downarrow \text{saut}}$ et effet d'effectuation (→ déterminisme)

Newton : notions de masse et d'accélération : posées
1) loi de la composition des accélérations (... de l'accélération, du dépl.)
2) loi de la relativité des masses
3) loi donnant définition des accélérations, et point d'application des accélérations

1) élément porteur du dépl. / dépl. : variation de la vitesse. Élément porteur du dépl. : le point géométrique — géométrie, morceau d'espace. Seule est une situation du point par rapport à 3 axes de coordonnées

2) Proportionnalité des masses (déjà introduite par Descartes et Malebranche). Mais toujours quantité de matière, avec extension, quantité d'espace). Notion de coefficient ... évaluable en grandeur = la masse ; évaluable par des relations entre accélérations ? — équation du mvt donne la masse. Principe de Newton : proportionnalité entre accélérations et masses. $\frac{J_1}{J_2} = \frac{m_2}{m_1}$ — $m_1 J_1 = m_2 J_2$

Conséquences : géométrisation de + en + grande.

3)

[illegible]. Pas besoin d'une explication pour qu'il y ait relativité du mvt – supposition seulement d'un point fixe.
– relativité : du partiel par rapport au total. Notion aussi de détermination n'a de sens que s'il y a autour d' frange d'indétermination autour (si [illegible] totale : plus aucun sens)
– Imagination de l'espace : milieu qui permet de placer le mvt.

Référence posée est une référence supposée et non imposée.

(mais le suppose autre à l'int. des lois).

Notion d'un mvt qui serait entièrement expliqué ; aboutirait à sa négation même, à une [illegible] réalité
Système rationaliste qui ne supporte mvt que par [illegible] de plan, [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible].
Newton : d'une part : fondement rationnel
– d'autre part : relativité à l'exp. – [illegible] relativité (Mach.)
1/ du côté du conditionné
2/ du conditionnant
3/ du conditionnement lui-même (rapport condition → conditionné,

1/ mvt n'a de sens que de mesure où il est repéré – Pas de mvt absolu – n'est rien que élément relatif
2/ les paramètres même qui conditionnent mvt sont relatifs à l'exp. – [illegible] ne [illegible] que de mesure où il y a indétermination
3/ relativité de la relation conditionnante elle-même : principes fondamentaux de la mécanique classique, sont posés des principes expérimentaux. (ex : pr. d'inertie = [illegible] pas d'accélération – Détermination de la [illegible] grâce au système de 3 rapports d'accélération – Composition des accélérations) – D'où sortent ces principes : sont expérimentaux.
[illegible] Mach.
Rapport de la notion d'expérience avec relation de causalité. (le réel se manifeste par le [illegible] – Si réel : [illegible], ([illegible]), [illegible] le [illegible] de l'[illegible] = le mvt. [illegible] cause, c-à-d loi de ce mvt qui soit ~~[illegible]~~ rationnelle : alors nous perdons la réalité – [illegible] d'ajouter 1 cause accessoire, extérieure : l'occasion – mais est aussi rationalisable, au moins en Dieu
Ns n'avons pas de systèmes entièrement rationnels, parce que nos raisons sont en dernière analyse suspendues à des faits, expériences.
Il faut donner son [illegible] à cette exp., est-elle 1 simple constatation (alors ne peut servir de fondement) ou bien autre chose, phénomène [illegible]?

Que signifiera 1 principe expérimental ? Danger qu'il n'y ait + de mécanismes que du tout, qu'il n'y ait + que 1 fragment retenu. —
Retour à la pensée kantienne

<u>Expérience chez Kant</u> ([illegible] appliquer [illegible])
Ce [illegible] rationalité de réalité, sans qu'il y ait destruction de réalité.
Kant garantit possibilité d'1 soumission de la réalité à la rationalité, en soumettant conditions à la rationalité ?
Comment coordonner : réalité à penser d'1 réalité ? — Solution :
1/ <u>position du système réel en tant que subsume</u> les conditions de la <u>pensée en général & conditions d'1 objet sensible</u>
2/ <u>fondements de cet objet</u> posé ds 1 exp. sensible — (fondement de l'unité de la nature, ds 1 ontologie)

4/ Point entre le rationnel & l'empirique — introduction des principes de [illegible] de l'exp. obligation pour l'objet de se conformer aux conditions [illegible] de l'exp. — <u>Passage de la pensée abstraite de l'objet à la pensée effective de l'objet sensible. Difficulté de ce passage.</u>
Catégorie de la quantité : phoronomie mvt ~~[illegible]~~ pur déplacement dans l'espace — Habité, [illegible] totalité de l'espace. Problématique de cette catégorie : <u>relativité de l'espace</u> qui était déjà évoquée ds mécanique classique. Fiction d'espace absolu est rejetée — Espace est dit absolu relativement à 1 exp. possible — <u>relativité de l'espace = relativité à l'accomplissement d'1 expérience</u>
Relativité du mvt, cependant ne suffit pas réalité du mvt. Ce qui fera 1 [illegible] mvt = chgt de position de qq chose par rapport à qq chose d'autre — Réalité du mvt en tant qu'elle <u>[illegible]</u> appartient [illegible] 1 expérience.

<u>Qualité du mvt</u> : affirmée ds position du mobile — question qui chgt de situation, s'il n'y a pas 1 [illegible] du chgt de position.
Ne pas penser le mobile = 1 morceau <u>d'espace</u> — Mais matière en tant qu'elle remplit l'espace. Dynamique. Leibniz : donne réalité de ce qui est ds l'espace. L'espace étant postérieur à la [illegible]. Kant [illegible] physique, mais métaphysique. Dynamique : science des enchaînements rendue possible par la matière qui remplit l'espace — Mais pas d'1 système entre système des enchaînements, des [illegible] & fondement des enchaînements — Problématique : comment faire uniquement avec requisits de la possibilité de l'objet qui [illegible] uniquement d'espace, quelque chose qui dépasse l'espace ?

Difficulté : ce qui remplit l'espace, c'est cause du mvt : la Force !
si cause de mvt n'est pas qualité occulte — seulement possibilité
précision des rapports math. entre cause et son effet — la cause : accélération
Kant 1/ 2 corps : 2 points — joints par droite — l'action de l'un
sur l'autre, se situe sur droite reliant les 2 objets
Kant 2/ cette action, représentée par vecteurs, ne peut aller que dans sens ou
dans l'autre : est attraction ou répulsion
impénétrabilité de l'espace se définira par force répulsive exercée
par point de matière sur l'espace environnant
S'il n'y avait que cette seule force de ce genre — matière se disperserait
- Donc 2 forces : / imperméabilité relative
/ impénétrabilité absolue
Identique ne le déplacement d'un corps en tant que réalité remplissant l'espace
Faute de pas de confondre le volume avec ce qui remplit le volume.

- Difficulté : apparition de la force d'attraction (sinon, dilatation indéfinie de la matière dans l'espace, et pas de pluralité d'objets)

- Divisibilité de l'espace

Catégorie de relation — Mécanique. matière définie comme ce qui se meut, le sujet du mvt. Grandeur du mvt mesurée par quantité de matière mue et par sa vitesse —
Echappe solution cartésienne : définissant matière par la géométrie
leibnizienne : plaçant derrière géométrie qui ne l'est pas,
: la force, qui est fondement du réel
Kant : ce qui est réel : l'objet d'expérience — appréhension empirique d'une unité unifiée par des catég. Kant : autre chose. il écrit.
en définissant la matière ≡ substance (ce mvt ≡ partie d'espace)
- l'union ≡ 1 force, qq chose d'interne, au-delà de la réalité expérimentale
La Matière sera l'ensemble de ce qui est mû — ici : cercle
: qu. matière définie par qu. de mvt. et mvt défini par quantité de matière x vitesse. Donc cercle ? non : qu. de matière : ce qui est mû
Kant : fonde la notion de matière, en homogénéisant les ≠ tes notions de matière — le substrat de tous les événements expérimentaux —
qu. de matière ≡ qu. de mvt = constante dans le monde

Catégorie de Causalité : il s'agit de la matière ou cause extérieure, en vertu de la définition et de la matière (partes extra partes)
ici s'affirme "l'homogénéité de la nature" : plus de principe interne de chgt (contrairement par dessus possible de la nature

Cursus

<u>Loi d'Action et Réaction</u> (communauté) : réalité pleine, unité 13
qui a connu l'affirmation de la relativité du mvt.
Si action = réaction, qu. de mvt reste égal. Quid de la communication du mvt (problème du choc des corps),
A rejeter l'hyp. : passage du mvt d'1 substance à une autre substance. — Communication du mvt devient absurdité. Si nous pensons le passage, nous perdons la substance posée réellement. Mais si nous posons le passage = incompréhensible.
Mvt : 1 dialogue entre 2 termes. On ne le pense pas seul, mais tjs par rapport à 1 terme. Aussi, ne peut être considéré 1 seul, le mvt, mais l'ensemble, la totalité des 2 subst. doit être pensée.

Relativité du mvt — son fondement transcendantal : quelle exp. possible sous 1 expérience possible, c-à-d effective.

Alors : soit-ce le mvt qui est sujet —
ou le sujet qui est le fondement du mvt.

Il faut pouvoir penser le mvt à celui d'1 objet. Nécessité de l'idée d'espace absolu, pour comprendre le mvt et penser nature.

Kant : sujet : état, sujet réciproque : m'est + 1 sujet (mais 1 complication). On perd le sujet — Pas de sujet de la nature pour Kant. Pas de choc.

~~Difficultés~~ : ...

Correspondance des Kant : principes régulateurs de la constitution de l'exp. — fonde la réalité (Analogies de l'exp.). Vise le réel de

rapport entre eux des moments du temps, qui sont a/ des données
s/ sont appréhendables. Il y a position d'1 réalité de part — et de l'intelligibilité de cette réalité en vertu d'1 règle qui régit cette réalité.
— Notion de génération de l'objet suivant 1 loi nécessaire dans le temps —
Est-il possible de construire l'objet d'exp ? — trouver les termes de la série
Analogie = égalité de rapports (égalité qualitative) ou logique
recours à la règle (= l'analogie) pour le trouver — cette analogie n'est pas univoque $\frac{a}{b} = \frac{c}{?}$ — cette égalité est plurivoque : <u>3 règles</u> possibles pour donner les 4 termes.
1/ Rapport immédiat (et la 2ᵉ analogie de l'exp.) entre ce qui précède et ce qui suit

dans le temps - ce qui suit est effet de ce qui précède - s'il y a règle en tout cas de quoi ce qui suit est conditionné par ce qui précède
ce qui garantira qu'une succession de temps soit bien succession dans l'objet, c'est justement qu'elle s'effectuera selon règle nécessaire
- relation d'ordre irréversible, entre ce qui précède qui est condition de ce qui suit
- contenu de cette relation ?
- qu'est-ce qui peut être cause ext. du changement ? Newton dit : c'est force. c.-à-d. que cause du changement de la vitesse c'est la force - dans la force ? c'est la modification de la vitesse, ou plutôt le produit de la masse par cette modification : $F = m \frac{dv}{dt}$

- Différence entre ordre du temps et cours du temps
en dv - donne la loi de la modification, et non ce qui précède cette modification - Distinction entre loi de modif. et cette modif. - Supo. temporalité.
- La cause = die Handlung - relation ne est plus simplement relation d'ordre, mais une relation de dépendance de plans et de niveaux.
2/ - Différence entre ce qui agit au long d'un intervalle de temps - et ce qui est agi dans cet intervalle - Causalité n'est pas ordre nécessaire, mais l'action continue étendue dans le temps - D'où relation entre le moment et le changement. Le moment est la cause du changement - la cause du changement. Ceux-ci sont constamment contemporains.
Donc relation qui s'accomplit dans le temps, mais n'est pas déterminée par le temps. Ce sera le moment de la Force qui produira le changement de mouvement.
- Il y a bien relation d'intelligibilité puisque $F = m \frac{dv}{dt}$

Totalité de l'Univers ? mais c'est une Idée

3/ Dans quelle mesure notion d'expérience progressive est-elle possible ?
Accroissement de l'exp. fait surgir difficultés telles que la nouvelle exp. ne contient plus aucun lieu.
ex : répartition des forces de la totalité oblige à supprimer cette notion d'attraction universelle : à cause de la disjonction des forces impliquée - Retour sur soi qui rend impossible la [illegible]
- ou bien il y a irréductibilité de la relation [illegible]
ou bien : [illegible]

4/ ce qui implique idée de changement - sa cause : agit sur le changement lui-même
Il n'est possible de changer pour le changement que relativement à quelque chose qui ne change pas, c.-à-d. : la substance (cf. 1 Analogie)
Pouvons-nous dire le sujet d'état du changement à la substance - en rapport à l'état du sujet ? - [illegible]

Exposé

Finalité et Déterminisme en Biologie

impossible à saisir directement – Nous sommes renvoyés à ce qui (le
dans le fondement du change ne doit pas changer : la substance
= Permanence de la qu. de matière
" " de mvt → à chercher (ce qui nous fait
voir la permanence des lois)

Difficulté = définition

Carnot – tenir fondamental p. droit de la mécanique la notion d'exp.
(qui fait d'approchement Ex. m.v.)
Difficulté de production d'1 mvt. Il n'a pas été produit. Il est – fait
est la définition expérimentale de la notion d'enchaînement de mvts
– Distinguer cette condition générale du problème – à condition actuelle,
II – qu'est-ce que signifie : obtenir de l'expérience ce qui doit nous servir à la condition
(preuve expérimentale – à expérience effective). – Sorte de contradiction
III. interne – ~~Difficulté~~ . ~~théorie~~ suppression de la réalité de l'univers, par suppression de son individualité
1/ Indifférence au temps et à l'espace / paradoxal quand il s'agit d'enchaînement de
phénomènes – le plus phénomène est produit : caractère abstrait de l'enchaînement
2/ Principe de symétrie = domination géométrique. S'il y a symétrie ou indifférence
d'1 partie par rapport à l'espace – aura lieu également pour l'autre
c'est principe à priori
3/ Principe de l'indifférence relative de l'espace et du temps – Temps est coordonnée
particulière, non distinguable des 3 autres

III Troisième série d'hypothèses. Ces problèmes sont résolubles – la mécanique peut
résoudre. Nous trouvons des solutions les événements les 3 des autres –
II Ce n'est pas question de degré – mais question de principes – (ex : accélération
donnée avec la vitesse) – D'où possibilité d'étude
des phénomènes. D. part : les ph. étudiés ne sont pas mathématiques –
II sont trop compliqués – ex : variation de vitesse, mouvement
espace de l'univers continu, lui à mouvement – répond
à la variation de la vitesse
– Postulat de la résolubilité des problèmes – (alors qu'en fait ils ne sont pas
résolus) –
Donc on donne à affirmation ne possédant ni évidence rationnelle immédiate,
ni justification expérimentale. Essai de substitution à la notion
d'enchaînement confus d'événements d'une notion de Causalité

Substitution [illegible] si on arrive ——— [illegible] effectuer. Or où [illegible] possible? Alors? Exigence de réalisation totale — à la raison de l'accomplissement effectif [illegible] qui nous pousse à réaliser — en mécanique?:
— difficultés: si nous supposons accomplissement total, il faut qu'il soit [illegible] terme au [illegible] — [illegible] qui n'a lui plus aucun sens, une fois accompli totalement

Difficulté de suppléer à [illegible] causal par loi mécanique. cf. Kant [illegible] de l'exp. — Kant: ce qui caractérise liaison causale = nécessité de l'ordre du temps — mais ici: notion de mot non ordonnable [illegible], le mot seul est ordonnable. Il n'y a plus qu'un seul mot, mais qui est complexe: alors plus d'ordre temporel. Temps est disparu, [illegible] identifie [illegible] ce qu'il [illegible] [illegible] — [illegible] ce qui [illegible] du [illegible] comporte l'ordre? [illegible] des [illegible] — c'est en [illegible] temps la notion de déplacement géométrique (avec notion de cause en plus — mais qu'il s'agit [illegible] de [illegible])

Kant
— Notion de cause/effet déplacée en Handlung und Wirkung — la causalité [illegible] le Handlung — cause et effet indissolublement liés de [illegible]. Handlung n'est défini que par sa supériorité par rapport à la cause — obscurité de cette notion de Handlung elle [illegible] pas autre chose que la définition de cet état de cette action — n'est pas [illegible] distinct de l'effet. die Handlung ist was handelt — [illegible]
(cf. 2. Analogie de l'exp. : nous retrouvons la substance, [illegible] source [illegible] des phénomènes: ce dernier [illegible] sujet du changement est le permanent, c-à-d la substance. Nous sommes renvoyés à la substance comme sujet de la causalité, à cause de l'exigence de regression à l'infini (cf. [illegible])
Causalité n'est pas apparition [illegible], mais modification — [illegible] [illegible] d'[illegible] par la substance, mais son état. [illegible] = apparition de la subst.? alors? — Action et [illegible] les manifestations de la substance. [illegible] pas qu'on interroge la substance [illegible] [illegible] les prédicats: ainsi on peut [illegible] [illegible] (la subst.) mais jamais [illegible].

Causalité [illegible] quelque chose à notion d'individualité singulière, au [illegible] de la [illegible] [illegible] — mais notion de [illegible] [illegible] alors différent — tandis que [illegible] que [illegible]

Serait à milieu biologique, suffisait notion d'individualité 15

<u>Notion de probabilité</u> — notion d'enchaînement de l'univers, ≠ de celle de causalité

Pascal & successeurs — nouvelle discipline n'exige pas révolution de notion d'enchaînements de l'univers — Déterminisme est maintenu.
Laplace : un connaissant [illegible] situation — univers [illegible] la détermination à l'instant suivant de la nature et situation des éléments d'univers — <u>Probabilité relative en partie à notre ignorance, en partie à nos connaissances</u>

Pas de moyen de connaître enchaînement d'événements, les connaître paramètres qui les détermineraient exactement.
— Résultats soumis au nouveau calcul :
1/ — <u>Probabilité : rapport du nombre des cas favorables à l'apparition de l'événement</u> ~~à tous les cas~~. Cela suppose tous les cas également possibles (pas difficile). Est-ce la ≠ des possibilités ? — Difficulté de la définition de l'égalité des possibilités
2/ — Façon dont prob. augmente ou diminue par combinaison, ~~probabilités~~. Indépendance relative des événements (ex. les 2 dés)
— Principe de la probabilité des causes — Si événement peut être attribué à plusieurs causes, probabilité de l'existence d'une de ces causes : ex. deux A, B, C. événement → E. pa pb pc. Probabilité pour que E se produise, et que ce soit l'événement A qui l'ait causé est $\frac{pA}{pA+pB+pC}$

Théorie Poisson. suppose 2 principes // <u>indépendance relative des événements</u> — et 2/ que événements passés / <u>influencent événements futures</u> — en contradiction avec théorie de la causalité.
3/ principe loi de ces résultats avec l'expérience — régularité = [illegible] des probabilités respectives des événements simples, qui se produisent + souvent quand ils sont plus probables
|| (irrégularité du tirage des boules blanches — noires au début sont dues à des causes secondaires qui alternent et finissent par se neutraliser)
Lorsque nb. de [illegible] — on tire 1 constance qui est conséquence de la probabilité — Fixation du rapport de probabilité par l'expérience de la vie — (et une relation de principe de la théorie de Bernoulli)

— Notion de probabilité : relative à notre ignorance : aussi par delà l'enchaînement causal, qu'elle présuppose . .

2 - solution : déterminer la probabilité par l'expérience. En confondant probabilité et ~~[illegible]~~ fréquence. Dire : coefficient de probabilité ne peut être déterminé que par constatation - ici suppose :
1) indépendance relative des événements
2) notion collective, d'événements possédant ce caractère.

Contradiction à l'int. du calcul des prob.

- Fréquence d'un événement ? - peu clair = sinon la suivions, le calcul n'est plus à faire

~~[illegible]~~

Position de la calcul des probabilités est basée sur notion de possibilité : ~~[illegible]~~ - En liaison avec notion de totalité (que système détruit notion d'enchaînement causal, parce que détruit individualité de la cause). Se rempli aussi vers l'introduction de notion de totalité : remplit cette catég. de possibilité et de réalité. (cf. Kant) - le champ de possibilité + grd que réalité, et celui-ci + grd que celui de réalité ... grd. problèmes.

Chez L. dissociation entre ~~[illegible]~~ possibilité et réalité (n'existe pas chez Kant) → pluralité des mondes possibles → réalité dans la loi commune à tous les mondes possibles.

- Comment étendre catégorie de possibilité en rapport avec constitution de l'exp. ?

|| Possible / réel : // conditions d'une exp. à penser effectuée, et exp. singulière - condition en de cette exp. effectuée le champ élargi qui seront conditions de possibilité de cette réalité

Fusion d'un enchaînement nécessaire - à appréhension de cet enchaînement tel quel. Fusion entre sa détermination et son contenu : seulement réalisé ds le calcul des probabilités.

Notion de probabilité = mission de remplacer la vieille notion de causalité - en gardant l'arrière plan du déterminisme. Contradiction à l'int. de la définition de la probabilité = contradiction interne et contradiction avec notion de déterminisme.

- Difficultés : - notion tiers exclus - Totalité
  - notion d'indépendance des événements (probabilité d'un événement est tout à fait indépendante des événements antérieurs) (il n'y a pas de martingale) → parce que pas d'ordre d'apparition

Difficulté liée à notion même d'enchaînement d'événements naturels.

— 1 postulat : rap. $\frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}} = P$. — renvoie à notion de possibilité d'un événement 16

possible / réel → subjectif / objectif
→ essence / existence
→ pouvoir / phénomène

Subjectif / objectif — Probabilité relative à la loi à connaissance et ignorance.

- Donc compromis entre ignorance et savoir. Le savoir, total, on a nécessité d'aucuns confondu avec réalité. Mais connaissance se distingue de l'objet : décalage entre apparition et connaissance de l'objet = puissance des cas possibles d'apparition de l'événement.

Possibilité / Probabilité = notion d'un degré, d'égalité, de possibilité. (possibilité n'apparaît + [illegible] absolue) -

Kant : ce qui est possible : est formel. ce qui est réel est matériel. ceci exclut le degré de possibilité, i.e. la probabilité. Il n'y a pas de degrés de possibilités de la conformité aux conditions de l'expérience - ou bien l'événement est situable ds espace / temps - ou bien il ne l'est pas : il est impossible.
- Aussi faut en finir à la représentation d'un champ de possibles, contrairement à Leibniz, qui lui fait du possible autre chose que le non-contradictoire -
- ce qui rend possible l'exp : ce sont les conditions subjectives - le possible alors - son rôle, concept, mais soumission aux conditions subjectives de l'expérience - Est possible : ce qui par la subjectivité permet un décalage avec la Réalité (i.e. subjectivité [illegible] (quelconque) avec subjectivité concrète de l'expérience) → rapport de cette dernière subjectivité à l'objectivité = lieu particulier d'une notion de possibilité n'a une grandeur perceptible / [illegible] - mais elle peut être perçue : d'où champ de probabilité.

Le calcul des Probabilités est-il toujours connaissance [illegible] probable = objectif (identité, ou réalité de la possibilité. détermine la certitude de la [illegible] elle-même) - D'où impossible de maintenir distinction prob. obj. et prob. subj. -

Subjectivité : traduction de l'ignorance = d'où symétrie ; il n'y a pas de raison pour que l'un plutôt que l'autre)

Objectivité : constatation qu'il y a + de ce côté-ci que de l'autre

→ homogénéité du temps et de l'espace (ex : probabilité de la mort d'un individu

- Possibilité ne coïncide pas avec notion de connaissance subjective = notion d'indétermination totale. Dans c'est ds [illegible] [illegible] possibilité a fondement objectif, qu'elle peut servir à probabilité

- Détermination d'un coefficient de probabilité, théorie : position du "commencement" (cf. de Joseph Bertrand.

Calcul dans les ignorance – mais connaissance qui détermine probabilité

- Possible / Réel : une indétermination du possible par rapport au réel, mais certain mode de position de l'objet

Kant : || - possibilité des objets math. (comme ce ne sont objets d'expérience
- possibilité de l'objet physique (qui puisse se réaliser dans l'expérience
- possibilité de l'exp. même

ce qui fonde les 3 : c'est qu'ils puissent dans une expérience possible

- Difficulté : chez Kant : activité synthétique – de appréhension de l'objet : l'effort.
|| Possibilité de l'expérience : est-ce la non-contradiction des conditions de l'expérience . . . .

|| évaluation du coefficient objectif de probabilité est impossible par expérience – confirmation expérimentale quantité notion de probable.

Essence / Existence

Possible : considération de l'essence du réel (cf. Leibniz)
L : possibilité logique, insuffisante à fonder existence réelle. (il faut quantité de perfection, → être. – coefficient de probabilité, f. monde possible = son degré de perfection)
Degré quantitatif de possibilité ? – non-évaluable possibilité logique, elle ne comporte pas de degré
Probabilité : groupement d'éléments également probables qui provoquent résultat
notion de possible : se réduit à : liaison d'éléments élémentaires – reposant sur notion de compatibilité (ex. : tout d'un monde) – mais ~~autre~~ entre des mondes possibles. – Probabilité (ex : des dés) : fonction d'éléments qui s'excluent – d'où : entre mondes possibles : intersection de l'inévitabilité de ces mondes possibles qui s'excluent = ce qu'ils ont de || commun – lorsqu'ils s'excluent – Ex : ce qui est commun aux mondes de L : les liaisons nécessaires
- Donc nous pouvons saisir l'événement probable que des liens de l'existence

Mais comment ? opposition essence / existence = analyse d'un système d'existants, et constatation d'existence singulière

Probabilité = étude d'événements, points de représentation de l'univers, — notion d'une multiplicité de singularités, s'organisant dans un système donc possédant essence. L'essence non antérieure à l'existence mais résultat de l'analyse de l'existence, en tant qu'elle est pensée.

Notion de Collectif (R. v. Mises — Annales Poincaré — Borel Volume 4 d Pratique du calcul des Pr. 1938)

= caractériser les objets soumis à probabilité, c'est les objets notés par un système d'axiomes. Notion de Probabilité recouvre une partie de celle d'existence.

Collectif — conséquence des existences d'un certain fait une
— répartition en des éventualités

Il peut n'y avoir aucun pensée de probable (ex : urne remplie de boules noires)
Sinon : penser d'une suite de tirages = 1 collectif — 2 conditions
1/ Si j'appelle A 1 éventualité, B 1 autre, C 1 autre... le nombre des événements qui donnent A et le nombre de tous les événements, le rapport $\frac{n_A}{n}$ a une limite $\frac{n_A}{n} - v < \eta$ (≠ d'une convergence math)

2/ La fréquence vers fréquence limite est indépendante du choix de positions. (On peut supprimer certains éléments du collectif sans changer la fréquence) (c-à-d : pas de règle de jeu martingale)

— événements incompatibles = les éventualités qui appartiennent à un collectif
— Règle de probabilité totale résulte de la notion de collectif
— Probabilité d'un événement isolé : aucun sens —
Étude des Prob. = étude des résultats des combinaisons de collectifs entre eux
— ou une suite collectif dont les éléments sont des collectifs

Objection 1/ Condition de convergence est invérifiable — trop vague.
2/ Une fois une suite est donnée : notion de choix de position à définir — impossible de caractériser mathématiquement une suite aléatoire — ou la produire : qui la produisent l'économiser. Sinon on trouve toujours une périodicité ! Autrement dit : notion d'indétermination math. n'a pas de sens
3/ Notion de convergence en Calcul des Prob. — il s'agit de savoir si on a affaire à des collectifs finis ou infinis (ou non : impossible de dire vers quoi tend la convergence
3/ Reconnaissance de la notion de suite aléatoire. ~~Est~~ Quel sens a notion de probabilité relativement à une suite donnée, d'une suite en cours de déroulement : il faut revenir à ce qui suivant la fréquence.

mais calcul des prob. s'applique à 1 suite longue, à 1 fréquence donnée
= alors plus de probabilité
suite se déroulant = probabilité d'événement isolé.

Ce qui importe : non 1 évaluation de probabilité.

: en réalité on évalue non la probabilité d'1 événement d'événement [illegible]
mais celle d'1 rapport d'événements (Cl. b, A) - Pensée d'enchaînement d'existence -
Pensée d'1 enchaînement d'existences ? pensée enchaînement certain - mais incertain enchaînement

// Principe de probabilité est 1 pensée du monde phénoménal - il [illegible] monde nouménal. Il n'est pas position - c'est certain mode de pensée.
Ainsi prob. pratique se substitue à causalité -
c'est synthèse : à la fois séquence : il passage d'1 existence à 1 autre. A la fois condition d'existence - et existence
synthèse : de ce qui existe et - ce qui sera - de condition à conditionné : ce sera la relation probable.

Leibniz marque plus Bernoulli -
opposition du fini à l'infini :

Fini et Infini
ce qui justifie la trajectoire d'1 comète = 1 infinité de raisons

Ce qui semble fausser prob. : appréhension d'1 ordre [illegible] qui [illegible] [illegible]. Probabilité sera 1 choix aléatoire par rapport au [illegible]
(ex. succession des décimales de π - sans loi)

Indétermination semblable au réel [illegible] [illegible] requis
De + : détermination effective de l'avenir

- Utilisation auj. la Physique
// des grands hasards - géométrie du Hasard, de Pascal.

La Pensée Physique — (par rapport à la pensée math.)
Doit énoncer ~~[illegible]~~ toute chose qu'elle est - [illegible] [illegible] à autre chose qu'elle est - D'où progrès indéfini - D'où décalage entre pensée math. et physique
[illegible] autonome [illegible] toujours autre chose qu'elle.

Droit moral = source des prises de conscience des données de la représentation
|| ([illegible] entre ce qui est réel & ce qui est exigé) → un développement)

Y a-t-il un mouvement autonome de la physique ? – apparition de la notion d'existence – c.à.d. de singularité (+ qu'un nombre – mais renvoi du nombre à autre chose que lui – ex : des [illegible]

Cette notion de singularité = celle qui caractérise la pensée physique

cf. Pari de Pascal : Dieu = existence radicale. & [illegible] par le saisir = à faire – Ce qui est ailleurs n'est pas homogène ici à la pensée de ce qui est ailleurs.

Alors le type même de la pensée physique = pensée d'existence c.à.d. de singularité