

4796

FACULTAD DE INGENIERIA

U. N. A. M.

1110

**FLUJO CON FRONTERAS DE
ALTA RUGOSIDAD**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

I N G E N I E R O C I V I L

P R E S E N T A

CESAR AUGUSTO HERRERA TOLEDO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**FLUJO CON FRONTERAS
DE ALTA RUGOSIDAD**

TESIS PROFESIONAL

CESAR AUGUSTO HERRERA TOLEDO

MEXICO, D. F.

1971



Universidad Nacional
Autónoma de
México

FACULTAD DE INGENIERIA
Exámenes Profesionales
Núm.40-
Exp. Núm.40/214.2/

Al Pasante señor César Augusto HERRERA TOLEDO
P r e s e n t e

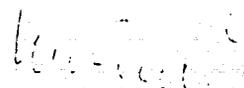
En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el profesor Ingeniero Carlos Cruickshank V para que lo desarrolle como tesis en su examen profesional de Ingeniero CIVIL.

FLUJO CON FRONTERAS DE ALTA
RUGOSIDAD

- "1. Introducción
2. Coeficientes de Fricción
3. Flujos con rugosidades grandes
4. Análisis y Recomendaciones
5. Conclusiones."

Ruego a usted tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar examen profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares, en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Muy atentamente,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
México, D.F. 18 de Diciembre de 1970
EL DIRECTOR


Ing. Manuel Faullín Ortiz

A MIS PADRES

CON CARINO Y AGRADECIMIENTO

A MIS HERMANAS

EDITH

TERE

YOLA

I N D I C E

INTRODUCCION	1
CAPITULO 1	
1. COEFICIENTES DE FRICCION	4
1.1 Pérdidas por fricción	4
1.2 Diferentes regímenes de flujo	7
1.3 Coeficientes de fricción empleados en la práctica	7
CAPITULO 2	
2. FLUJOS CON RUGOSIDADES GRANDES	19
2.1 Flujo entre dos paredes paralelas	19
2.1.1 <i>Escurrencimiento rectilíneo paralelo dentro de una fisura</i>	19
2.1.2 <i>Escurrencimiento dentro de una fisura no-plana</i>	20
2.1.3 <i>Descripción de estudios consultados</i>	24
2.2 Alta rugosidad en canales	32
2.3 Discusión cualitativa del fenómeno	42
CAPITULO 3	
3. ANÁLISIS Y RECOMENDACIONES	48
3.1 Flujos a través de fisuras	48
3.2 Flujos en canales	51
Ejemplo 1	60
Ejemplo 2	62
CAPITULO 4	
4. CONCLUSIONES	65
REFERENCIAS	68
RECONOCIMIENTO	69

INTRODUCCION

Uno de los problemas que se presenta con frecuencia en la práctica de la Ingeniería es la determinación del gasto y la velocidad del agua en cualquier sección de un conducto. Se han realizado trabajos tendientes a determinar esas características del flujo, pero en su mayoría han sido limitados a conductos de geometría sencilla y con paredes cuyas rugosidades no tienen dimensiones apreciables en comparación con las del propio conducto. Actualmente se dispone de ábacos que permiten, mediante cálculos sencillos, obtener esas características para tuberías de dimensiones y materiales comerciales; así como en canales de geometría simple.

La fuerza de fricción en las paredes del conducto al paso del líquido, se traduce en pérdidas de energía que son consideradas al estudiar las características del flujo mediante coeficientes de fricción, que resultan estimadores de esas pérdidas.

El estudio de coeficientes de fricción para rugosidades pequeñas, se ha llevado a cabo partiendo de estudios teóricos y se han obtenido sus leyes de variación apoyados en un gran número de experiencias realizadas por diversos autores.

Para grandes rugosidades (aquellas que son del orden de magnitud del diámetro del conducto o del tirante del canal), el flujo es más complejo y, por ende, el estudio del mismo. Se han determinado coeficientes de fricción empíricamente; así, por ejemplo, los coeficientes de Manning, muy empleados en la práctica, son resultado de la observación del comportamiento del flujo en un gran número de ríos. Para usarlos basta observar la apariencia externa del cauce en estudio y compararlo con los propuestos en manuales. Es evidente que esta forma de elección de coeficientes da lugar a dudas, ya que no intervienen, de manera especial, las características de rugosidad de las fronteras del conducto.

Estudios recientes han mostrado la importancia que tiene considerar las rugosidades, sus dimensiones y distribución a lo largo del conducto, y aunque han sido realizados con elementos rugosos de formas geométricas determinadas, proporcionan un criterio más racional en la determinación de los coeficientes de fricción.

El flujo de agua a través de fronteras con grandes rugosidades tiene aplicaciones prácticas interesantes, como son:

- a) Determinación del gasto de filtración a través de un macizo rocoso fisurado
- b) Estudio de la estabilidad de un macizo rocoso conteniendo un sistema de fisuras por las que pasa agua, ejerciendo efectos dinámicos sobre la roca que, como consecuencia, puede fallar
- c) Empleo de elementos rugosos como disipadores de energía. Colocando elementos rugosos adecuadamente a lo largo del canal, se puede hacer que el flujo pierda energía, evitando así la construcción costosa de tanques amortiguadores
- d) Uso de pendientes más pronunciadas en canales. Las altas velocidades que alcanza el agua que escurre sobre superficies de pendientes pronunciadas, origina limitaciones en las mismas y trae consigo, en consecuencia, la construcción de canales más largos y con menor pendiente. Esto se puede evitar mediante el empleo de elementos rugosos dispuestos a lo largo del canal
- e) Aumento del transporte de sedimentos. Al emplear elementos rugosos aumenta notablemente la turbulencia y pone en suspensión el material que yace en el fondo del canal. Se puede, auxiliado con elementos rugosos, medir el transporte total de sedimentos.

En el presente trabajo se establecen las leyes de fricción para conductos con pequeñas rugosidades, partiendo de las bases teóricas en que se sustentan. En lo que respecta a rugosidades grandes, se divide en dos partes: una es el flujo a través de fisuras y la otra el flujo en canales con grandes rugosidades. En todos los casos se recurre a una presentación gráfica de resultados, de tal manera que sea sencilla su aplicación.

CAPITULO 1

COEFICIENTES DE FRICCION

1. COEFICIENTES DE FRICCIÓN

Un líquido en movimiento experimenta pérdidas de energía a lo largo de su recorrido debidas a diversas causas, como son: cambios de dirección, variación brusca o gradual de la sección transversal del conducto, y fricción en las paredes del conducto; entre otras.

Para determinar las características del flujo en una sección, es necesario considerar las pérdidas de energía, y la forma usual de hacerlo es mediante coeficientes de pérdidas. Los originados por la fricción en las paredes se denominan coeficientes de fricción, motivo de este capítulo.

Se han realizado trabajos tendientes a determinar coeficientes de fricción, en su mayoría dirigidos a conductos de geometría sencilla; particularmente, a tuberías comerciales y canales.

La forma de las paredes, características de movimiento del líquido y propiedades del mismo son factores determinantes en este problema; en el primero de ellos están involucradas las rugosidades del conducto, las cuales en general carecen de uniformidad a lo largo del mismo y por ello resulta difícil determinarlo.

1.1 Pérdidas por fricción

Considérese un conducto circular trabajando a presión (fig 1). Analizando el tramo de longitud Δx indicado en la figura, puede determinarse el efecto que tiene, en el flujo, la fricción en las paredes del conducto.

Llamando τ_0 al esfuerzo cortante en la pared y considerando

$$Q = v A = \text{cte} \quad , \quad p = \text{perímetro}$$

La fuerza debida a la fricción en el tramo considerado es

$$F = \tau_o p \Delta x$$

Aplicando la ley de la cantidad de movimiento

$$PA - A (P - \Delta P) - \tau_o p \Delta x = 0$$

de donde

$$\tau_o = \frac{A \Delta P}{p \Delta x} = \gamma \frac{A}{p} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

llamando $\frac{A}{p} = R = \text{radio hidráulico}$

$$y \quad \frac{\Delta p}{\Delta x} = S = \text{pendiente hidráulica}$$

El esfuerzo cortante queda $\tau_o = \gamma R S$ (1.1)

Aceptando que τ_o es proporcional al cuadrado de la velocidad
(Hipótesis de Chezy)

$$\tau_o \sim v^2$$

$$\text{ó } \tau_o = CV^2 = \gamma R S \quad \text{siendo } R = \frac{D}{4}, \quad y \quad S = \frac{\Delta h}{\Delta x}$$

se obtiene

$$C V^2 = \gamma \frac{D}{4} \frac{\Delta h}{\Delta x}$$

despejando

$$\Delta h = \frac{8Cg}{\gamma} \frac{\Delta x}{D} \frac{V^2}{2g}; \quad \text{agrupando en una sola constante}$$

$$\lambda = 8Cg/\gamma$$

queda finalmente

$$\Delta h = \lambda \frac{\Delta x}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.2)$$

Esta fórmula, debida a Darcy-Weisbach, permite calcular las pérdidas por fricción de un conducto. En ella, λ es el coeficiente de fricción que, como

se verá más adelante depende de las características del flujo, las del fluido y de la forma de la pared.

La ecuación para calcular el esfuerzo cortante se puede escribir

$$\tau_o = \rho g \frac{D}{4} S \quad \text{o bien} \quad \frac{\tau_o}{\rho} = \frac{g}{4} D S$$

sustituyendo en esta última ecuación la de Darcy-Weisbach expresada en la siguiente forma

$$S = \frac{\lambda}{D} \frac{V^2}{2g}$$

se obtiene

$$\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} V \quad (1.3)$$

sustituyendo τ_o por su valor en (1.1)

$$\frac{\sqrt{\gamma R_h S/\rho}}{V} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \quad \text{de donde} \quad \lambda = \frac{8gS}{V^2} R$$

obsérvese que el coeficiente de fricción considera la geometría de la sección a través del radio hidráulico, gracias a lo cual la aplicación de las fórmulas de fricción se generalizan a conductos de distinta geometría

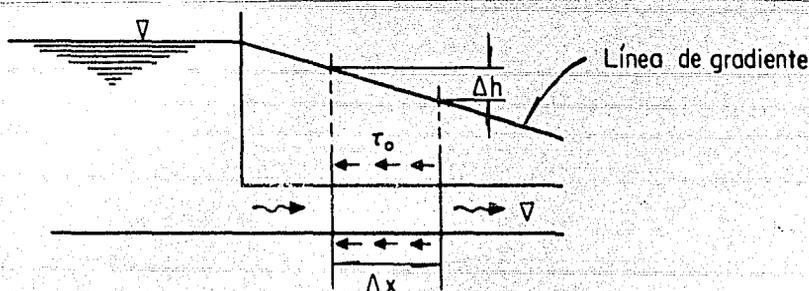


Fig 1. Flujo a través de un conducto de sección circular

1.2 Diferentes regímenes de flujo

El movimiento de un fluido presenta dos formas internamente distintas que obedecen a las magnitudes relativas de las fuerzas viscosas y de inercia. Si las fuerzas viscosas son dominantes, el flujo presenta las siguientes características: las partículas siguen trayectorias lineales sin cruzarse entre sí; se observa un movimiento ordenado. Si las fuerzas de inercia son mayores, las trayectorias de las partículas se entrecruzan y presentan fluctuaciones. En el primer caso se dice que el escurrimiento es laminar y turbulento en el segundo. Reynolds presentó un parámetro adimensional llamado Número de Reynolds que permite caracterizar la relación de fuerzas antes mencionada.

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

V = velocidad media

D = longitud característica

ν = viscosidad cinemática

1.3 Coeficientes de fricción empleados en la práctica

Escurrecimiento Laminar

Partiendo de las ecuaciones de Navier-Stokes e integrándolas se determina el coeficiente de fricción que para flujo en conductos circulares vale

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (1.4)$$

y para flujo entre placas paralelas

$$\lambda = \frac{48}{Re} \quad (1.5)$$

En el primer caso, la longitud característica que interviene en el Número de Reynolds es el diámetro del conducto y en el segundo, la separación entre las placas.

Escorrimento Turbulento

El carácter aleatorio que presenta el movimiento de las partículas hace muy complejo el problema de determinar las leyes de movimiento como en el caso laminar; no obstante, el flujo en tuberías ha sido estudiado ampliamente siguiendo criterios semiempíricos.

H. Blasius, después de hacer una revisión crítica y ordenar en forma adimensional numerosos resultados experimentales, estableció la siguiente ecuación

$$\lambda = 0.3164 \operatorname{Re}^{-1/4} \quad (1.6)$$

válida en flujo de paredes lisas, considerados así porque las rugosidades son menores que la subcapa laminar, y para números de Reynolds entre 3 000 y 10 000 (fig 2).

En el perfil de velocidades se pueden definir tres regiones: una llamada subcapa laminar, otra llamada de transición y una última llamada logarítmica. En base a dichas zonas se establecen criterios que tienden a ser universales. Uno se denomina Ley de la Pared, válido cerca de las fronteras y el otro Ley del Defecto de Velocidad, válido fuera de esa zona.

La velocidad cerca de las paredes depende del esfuerzo cortante en la pared, densidad del líquido y viscosidad para conductos lisos; de la resistencia de la pared y las características de las rugosidades de la misma, para conductos rugosos.

Esto queda expresado mediante las siguientes relaciones

$$\frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = \phi_1 \left(\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{y}{\nu} \right) \quad \text{flujo de paredes lisas (1.7)}$$

$$\frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = \phi_2 \left(\frac{y}{k} \right) \quad \text{flujo de paredes rugosas (1.8)}$$

donde

- v = velocidad en el punto considerado
 τ_0 = esfuerzo cortante en la pared del conducto
 ρ = densidad del líquido
 y = distancia de la pared
 k = altura de la rugosidad
 ν = viscosidad cinemática

En la zona alejada de las paredes, la distribución de velocidades es independiente de la rugosidad de las paredes y efectos viscosos. Así, para conductos circulares se establece la siguiente relación

$$\frac{V_{\text{máx}} - v}{\sqrt{\tau_0 / \rho}} = \phi_3 \left(\frac{r}{r_0} \right) \quad (1.9)$$

en que

- $v_{\text{máx}}$ = velocidad en el eje del conducto
 r = radio al que se calcula v
 r_0 = radio del conducto

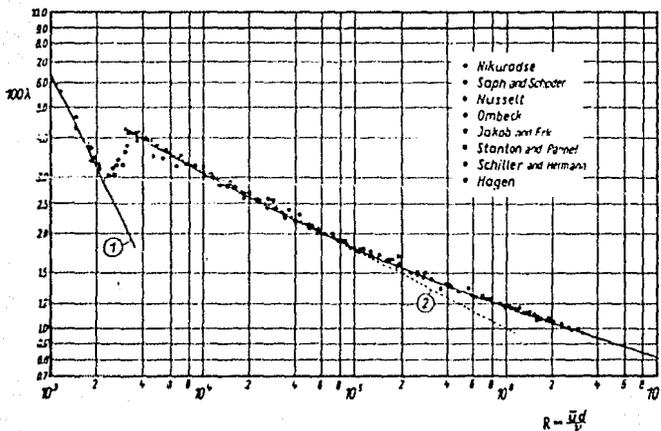


Fig 2. Resistencia a la fricción en flujos de paredes lisas. Curva (1).- ecuación 1.4. Curva (2).- fórmula de Blasius

Von Karman encontró que las relaciones 1.7 y 1.8 son de tipo logarítmico de la forma

$$\frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = C_1 + \frac{1}{\kappa} L\left(\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{y}{\nu}\right) \tag{1.10}$$

$$\frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = C_2 + \frac{1}{\kappa} L\left(\frac{y}{k}\right) \tag{1.11}$$

en que κ es una constante llamada de Von Karman y cuyo valor es 0.40.

Para determinar los valores de C_1 y C_2 recurrió a un gran número de experiencias, resultados de los cuales aparecen en las figs 3 y 4

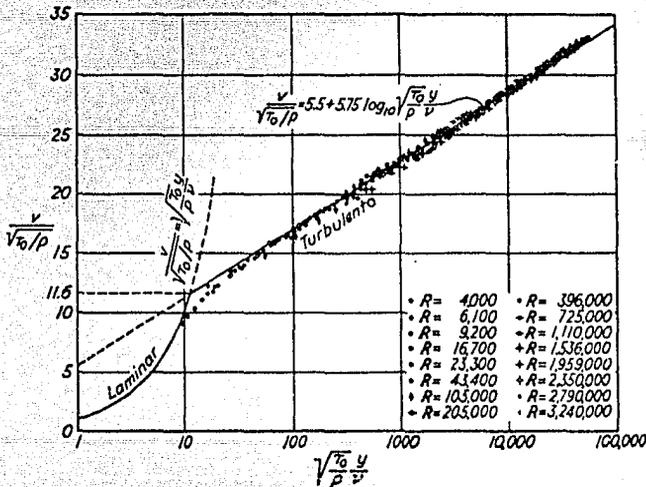


Fig 3. Distribución universal de velocidades para flujos de pared lisa

En la fig 3 se observa que el valor de C_1 es 5.5, pero también se observa que no se prolonga la recta hasta la frontera; la desviación ocurre en la subcapa laminar en la que la velocidad está dada aproximadamente por la relación

$$v = y \tau_0/\mu \quad \text{o bien} \quad \frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{y}{\nu} \tag{1.12}$$

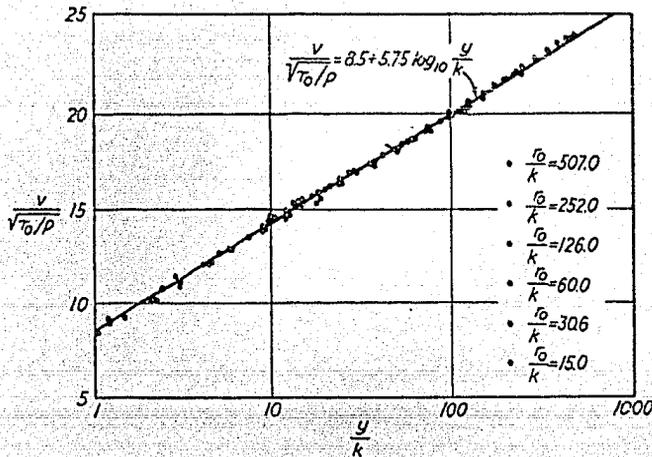


Fig 4. Distribución universal de velocidades para flujos rugosos

La intersección de las dos curvas constituye el límite entre los flujos laminar y turbulento. De la figura 3, el espesor de la subcapa es:

$$\delta = \frac{11.6 \nu}{\sqrt{\tau_0 / \rho}} \quad (1.13)$$

En la fig 4 se obtiene el valor de C_2 igual a 8.5

Por otra parte, la velocidad media en una sección transversal se calcula como:

$$V = \frac{1}{A} \int_A v \, dA \quad (1.14)$$

Integrando la ecuación (1.10) para obtener la velocidad media, en el caso de un conducto circular se obtiene:

$$\frac{V}{\sqrt{\tau_0 / \rho}} = 1.75 + 2.5 L \left(\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{r_0}{\nu} \right) \quad (1.15)$$

Al eliminar el término $\sqrt{\tau_0 / \rho}$ trabajando simultáneamente con las ecuaciones (1.3) y (1.15) se obtiene

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0.88 \text{ L Re} \sqrt{\lambda} - 0.91$$

o bien

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \text{Re} \sqrt{\lambda} - 0.8 \quad (1.16)$$

Mediante un procedimiento similar, partiendo de la ecuación (1.11), considerando el diámetro del conducto, se obtiene

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{D}{k} \right) + 1.14 \quad (1.17)$$

válido para flujo de paredes rugosas.

Para regímenes de transición entre flujos de pared lisa y de pared rugosa, el coeficiente de fricción está descrito por la fórmula de Colebrook y White ecuación (1.18)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} + 2 \log \frac{k}{D} = 1.14 - 2 \log \left(1 + 9.35 \frac{D/k}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right) \quad (1.18)$$

En las dos últimas ecuaciones (1.17 y 1.18) interviene la rugosidad relativa que es el cociente entre la rugosidad absoluta y la longitud característica, en este caso el diámetro. Pensando en la diversidad de rugosidades que presentan los conductos, Nikuradse realizó una serie de ensayos en tuberías con rugosidades a base de granos de arena uniformemente graduados, pegados a las paredes y comparó su comportamiento hidrodinámico con el de tuberías de distintos materiales comerciales; de esa manera pudo uniformizar las rugosidades y asignar valores equivalentes a las rugosidades de otros materiales.

Las ecuaciones de fricción antes obtenidas se pueden emplear en conductos de cualquier forma, sustituyendo el diámetro por $4R$, según se vió en (2.1).

La representación gráfica de esas fórmulas de fricción constituye el diagrama de Moody (fig 5). En dicho diagrama se observa en el eje horizontal el número de Reynolds y en el vertical el coeficiente de fricción. Conociendo el primero de ellos se determina el segundo, excepto en flujos rugosos, para los cuales se requiere conocer la rugosidad relativa. Acerca del diagrama es conveniente anotar lo siguiente:

- a) Representa ecuaciones semiempíricas que han probado su bondad dentro del rango ahí limitado
- b) Se utiliza para flujos uniformes
- c) Limita las rugosidades a un cierto rango de valores, fuera del cual, como se verá más adelante, es necesario profundizar más en el fenómeno.

Las fórmulas obtenidas para tuberías se pueden usar solamente en canales de pequeñas dimensiones (de pocos pies de sección transversal), con superficies sensiblemente lisas.²

Es común emplear en canales una fórmula debida a Chezy que es similar a la de Darcy-Weisbach, ya que está basada en la hipótesis llamada de Chezy (indicada arriba) de que el esfuerzo cortante es proporcional a la velocidad media al cuadrado.

$$V = C \sqrt{RS}$$

El coeficiente C de esta fórmula se encuentra ligado al de Darcy a través de la siguiente relación

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$$

Las ecuaciones (1.5, 1.15, 1.16 y 1.17), considerando el coeficiente C en vez de λ se convierten respectivamente en:

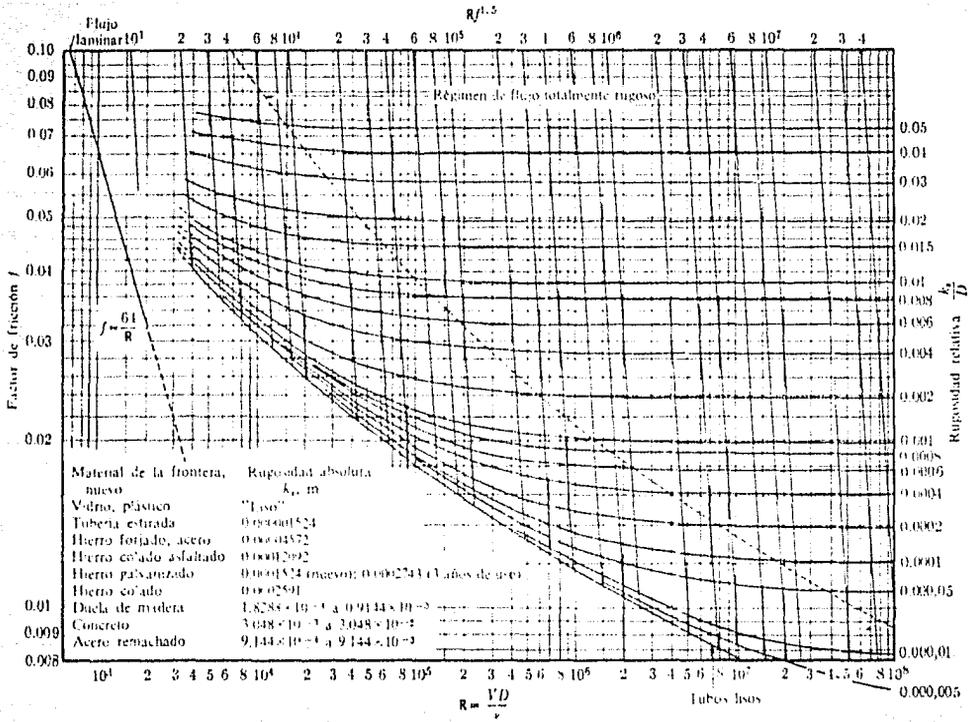


Fig 5. Factor de fricción en términos del número de Reynolds y de la rugosidad relativa

$$C = 28.6 \operatorname{Re}^{1/8}$$

$$C = 4 \sqrt{2g'} \log \left(\frac{\operatorname{Re} \sqrt{8g'}}{2.51 C} \right)$$

$$C = 2 \sqrt{8g'} \log \left(\frac{12 R}{k_s} \right)$$

$$C = -2 \sqrt{8g'} \log \left(\frac{k_s}{12 R} + \frac{2.5}{\operatorname{Re} \sqrt{\lambda'}} \right)$$

El número de Reynolds en este caso se calcula como $\operatorname{Re} = \frac{V 4 R}{\nu}$

También se representan en un diagrama de Moody modificado como se ve en la fig 6. Los valores de k_s equivalentes aparecen en la tabla 1.

La fórmula de Manning-Strickler es la más usada en la práctica; es en realidad otra forma de expresar la ecuación de Chezy.

La fórmula y su equivalencia de coeficiente con el de Chezy se muestran a continuación

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad \text{en que} \quad n = \frac{R^{1/6}}{C}$$

Debido a la gran aplicación que se ha dado a esta fórmula, se tiene un conocimiento bastante bueno de coeficientes n , aunque obtenidos empíricamente. Esta fórmula es útil solamente para flujos turbulentos y tiene la desventaja de ser dimensional. En la tabla 2 se presentan algunos valores de coeficientes.

Existen fórmulas empíricas para calcular el coeficiente C , tomando en cuenta el radio hidráulico, la pendiente y un coeficiente de rugosidad. Ejemplos

de ellos son:

Ganguillet y Kutter $C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{S}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{S} \frac{n}{\sqrt{R}}\right)}$ $n =$ coeficiente de rugosidad

Bazin $C = \frac{87}{1 + \frac{a}{R}}$ $a =$ coeficiente de rugosidad

Kozeny $C = 20 \log D + N$ $N =$ coeficiente de rugosidad

$$D = \text{tirante hidráulico} = \frac{A}{T}$$

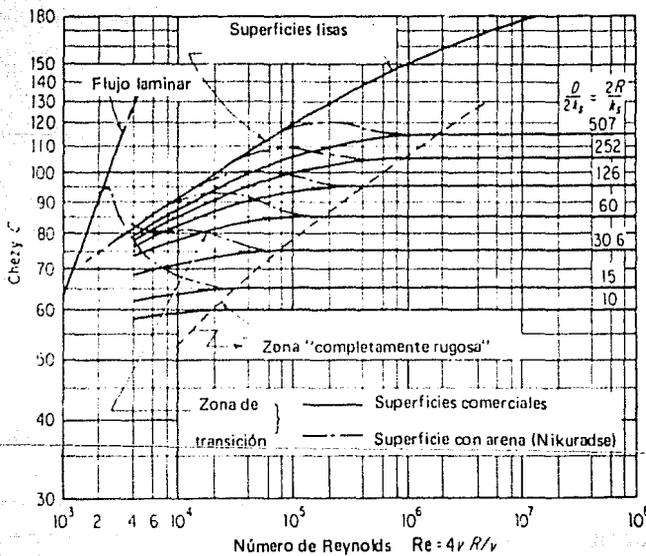


Fig. 6. Diagrama de Moody modificado, mostrando el comportamiento de C (Chezy)

TABLA 1. VALORES DE K_s EN METROS PARA SUPERFICIES DE CONCRETO Y MAMPOSTERIA²

0.00015	Concreto clase 4 (construcción monolítica, colado en moldes de acero sin irregularidades superficiales)
0.00030	Superficies con mortero de cemento. Juntas acabadas a mano
0.00048	Concreto colado en moldes de acero, con uniones alisadas cuidadosamente
0.00061	Tubería de madera (duelas). Superficies acabadas con llana
0.00152	Concreto clase 2 (construcciones monolíticas con moldes rugosos)
0.00241	Tuberías de concreto cortos de pequeño diámetro sin acabado especial
0.00305	Concreto clase 1 (colado con mortero inyectado a presión en las juntas). Canales de tierra rectos y uniformes
0.00427	Conductos de concreto rugoso
0.00610	Mampostería

TABLA 2. VALORES DEL COEFICIENTE DE MANNING "n"

Vidrio, plástico, metales rolados	0.010
Aplanado de cemento	0.011
Concreto emparejado con llana	0.012
Concreto colado en moldes de madera	0.014
Mampostería de tabique	0.014
Tierra desyerbada	0.020
Tierra con algunas piedras y yerbas	0.025
<u>Canales Naturales</u>	
Limpios y rectos	0.025 – 0.030
Con dunas	0.033 – 0.040
Canales aluviales rectos	0.031 $d^{1/6}$
	[d=D-75 (ft)]

CAPITULO 2

FLUJOS CON RUGOSIDADES GRANDES

2. COEFICIENTE DE FRICCIÓN

Los criterios mencionados anteriormente para determinar las leyes de movimiento, resultan inadecuados para los casos de paredes con grandes rugosidades porque en estos, la forma, tamaño y distribución de las mismas, afectan las características del flujo notablemente. Estudios recientes han demostrado que las leyes de tipo logarítmico no se cumplen absolutamente en la proximidad a las rugosidades.

En este capítulo se presentan algunos trabajos relacionados con grandes rugosidades, entendiéndose por tales las que son del orden de magnitud de la longitud característica del conducto. Primeramente se describe el flujo a través de fisuras en un macizo rocoso y posteriormente en canales con elementos rugosos.

2.1 Flujo entre dos paredes paralelas

Este tipo de flujo tiene aplicación en el cálculo del flujo a través de fisuras en un macizo rocoso por las características peculiares de las paredes rugosas de la fisura. Dichas paredes, dada su naturaleza y la heterogeneidad de sus materiales, adquieren formas que si bien muestran alguna tendencia a uniformizar sus características, se presentan con salientes, depresiones, aristas afiladas o curvas, cambios de dirección, etc., de tal manera que es difícil definir una rugosidad media representativa de toda la superficie. Se presentan a continuación los lineamientos generales seguidos en la obtención de las leyes de movimiento.

2.1.1 *Escurrencimiento rectilíneo paralelo dentro de una fisura*

Se denomina así cuando las líneas de corriente del flujo dentro de la fisura son paralelas y rectilíneas, además de considerar las paredes planas. Para flujo laminar es válida la ecuación 1.5, y para flujo turbulento las ecuaciones 1.16, 1.17 y 1.18, en las que el número de Reynolds es:

$$Re = \frac{v D_h}{\nu} \quad \text{siendo} \quad D_h = 4 R$$

en la fig 7 puede observarse

$$R = \frac{W}{2} \quad D_h = 2W$$

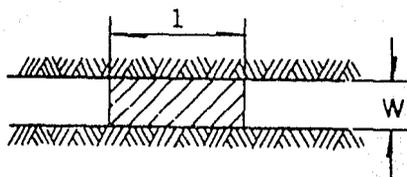


Fig 7. Sección transversal de una fisura plana

2.1.2 Esguerramiento dentro de una fisura no-plana

Debido a que las fisuras en la naturaleza no se presentan siempre planas, el agua que pasa por ellas sigue la forma irregular de las paredes, rodeando las asperezas. El escurrimiento deja de ser paralelo y rectilíneo, y las leyes de fricción vistas antes dejan de ser válidas.

Lomize³ basado en sus trabajos experimentales fijó como límite, para distinguir el flujo paralelo del no-paralelo, la relación $k/D_h = 0.033$. Así, para valores menores de 0.033, el flujo es paralelo y no paralelo para mayores valores.

Las fisuras no-planas, pueden ser a su vez de abertura constante o variable

Fisuras no-planas de abertura constante

En la fig 8 se presenta una fisura que se extiende en una dirección pero que tiene la apariencia de estar formada por tramos pequeños, unidos en sus extremos. Esas pequeños tramos pueden ser considerados como fisuras "elemen-

tales". Pensando de esa manera, se puede decir que en una fisura se presentan dos tipos de rugosidades.

microrrugosidad k propia de la pared
 macrorrugosidad K por el cambio de dirección θ

Las fisuras elementales se pueden escoger de manera que su rugosidad relativa sea menor que 0.033

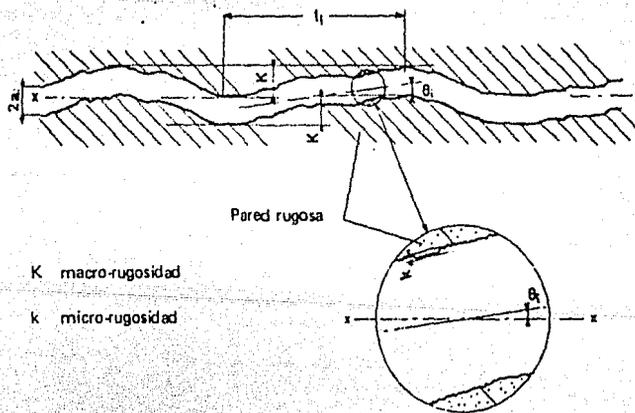


Fig 8. Representación de una fisura

La fig-9 revela, siguiendo la línea de gradiente, las pérdidas en los cambios de dirección y un abatimiento debido a la microrrugosidad. Tomando en cuenta la pérdida de carga en cada punto anguloso mediante un parámetro ξ (coeficiente de pérdida de carga), el ángulo θ_i del cambio de dirección y el coeficiente λ relativo a la microrrugosidad, Lomize obtuvo una expresión para el gradiente de la forma

$$J_i = \left(\frac{\lambda}{\cos \theta_i} + \xi \frac{Dh}{Li} \right) \frac{l}{Dh} \frac{V^2}{2g} \quad (2.1)$$

llamando

$$\lambda' = \frac{\lambda}{\cos \theta_i} + \xi \frac{Dh}{L_i} \quad (2.2)$$

se obtiene finalmente

$$J_i = \lambda' \frac{1}{Dh} \frac{V^2}{2g} \quad (2.3)$$

Una fisura no-plana, de abertura constante, es equivalente, desde el punto de vista hidráulico, a una plana y sus pérdidas se puede valuar en forma similar a esta considerando un coeficiente λ' como se definió anteriormente. Para fines prácticos, puede decirse que una fisura es plana cuando la macrorugosidad k sea inferior a la abertura de la fisura para $L_i/2a_i > 10$

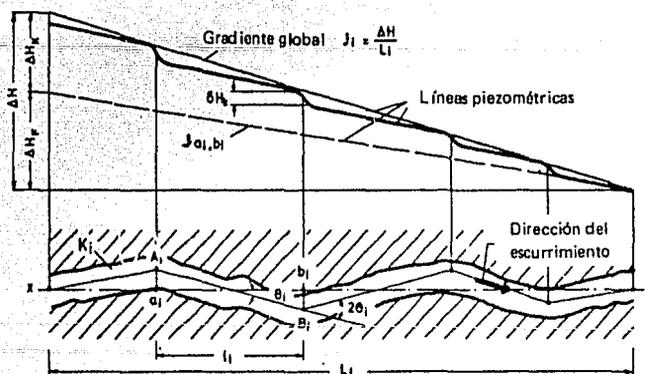


Fig 9. Líneas piezométricas en una fisura

En general, las fisuras no mantienen una separación constante, sino, por el contrario, la forma de sus paredes obliga a tener anchos variables. Si la longitud de la variación (estrangulamiento o ensanchamiento) es del orden de magnitud de la separación media, el gradiente global no se ve afectado, como se ve en la fig 10;

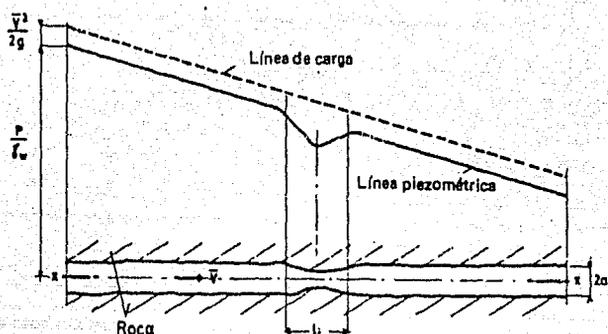


Fig 10. Estrechamiento localizado en una fisura

en cambio, si la variación tiene una longitud mucho mayor que el ancho medio, la línea de carga se torna quebrada y por tanto, el gradiente presenta discontinuidades. En la fig 11 puede notarse este efecto. Al aplicar el principio de continuidad entre dos secciones, se obtiene

$$Q_1 = cte \quad ; \quad Re_1 = Re_2 = cte$$

Si el régimen es hidráulicamente liso, esto es, si las rugosidades son menores que la subcapa laminar, el coeficiente de pérdida de carga, que depende de Re se mantiene constante también

$$J_1 = \lambda \frac{1}{D_h} \frac{V_1^2}{2g}$$

aplicando esta relación en las secciones 1 y 2 de la fig 11 y efectuando el cociente

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{D_{h1}}{D_{h2}} \frac{V_1^2}{V_2^2} \quad \frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{D_{h2}}{D_{h1}} \right)^3$$

Concluyendo, en un escurrimiento estacionario dentro de una fisura de abertura variable, son leyes en régimen hidráulicamente liso:

$$R_c = \text{cte} \quad (2.4)$$

$$\lambda = \text{cte} \quad (2.5)$$

$$J_i (D_H)^3 = \text{cte} \quad (2.6)$$

Por lo general, al resolver un problema práctico, se consideran tramos grandes a lo largo de una fisura y no es posible hacer un estudio tan minucioso como el aquí descrito. Se consideran las pérdidas por cambios de sección en un coeficiente de pérdidas global, como se verá posteriormente

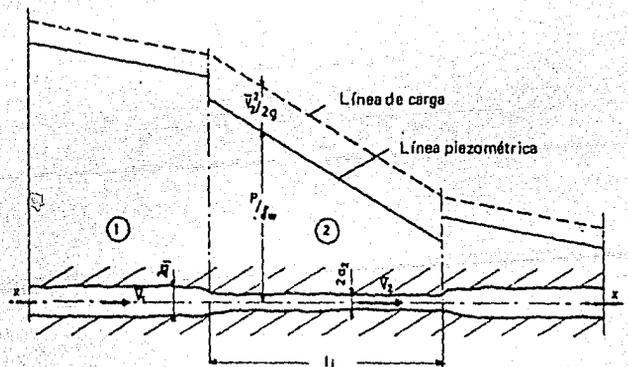


Fig. 11 Fisura de abertura variable

2.1.3 Descripción de estudios consultados

Lomize analizó el escurrimiento a través de fisuras, considerando de especial importancia la orientación de la superficie de fisuración, abertura de las fisuras, rugosidad y forma de la pared rugosa. Realizó un gran número de pruebas de laboratorio en su estudio. El dispositivo de las experiencias y los tipos de fisuras empleadas se muestran en la fig 12

Realizó sus estudios, partiendo de las bases presentadas en el inciso anterior. Los resultados que obtuvo se muestran en la fig 13. En esta se pue-

$$R_e = \text{cte} \quad (2.4)$$

$$\lambda = \text{cte} \quad (2.5)$$

$$J_i (D_h)^3 = \text{cte} \quad (2.6)$$

Por lo general, al resolver un problema práctico, se consideran tramos grandes a lo largo de una fisura y no es posible hacer un estudio tan minucioso como el aquí descrito. Se consideran las pérdidas por cambios de sección en un coeficiente de pérdidas global, como se verá posteriormente

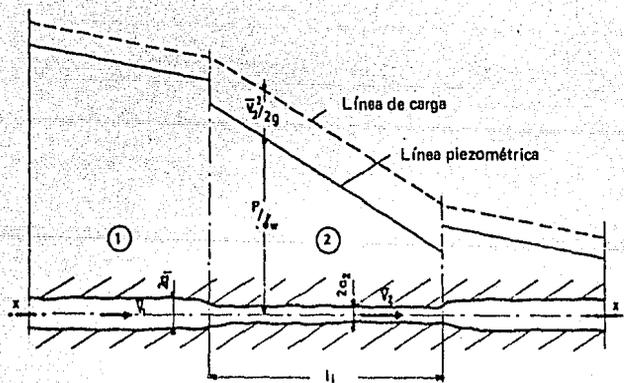


Fig. 11 Fisura de abertura variable

2.1.3 Descripción de estudios consultados

Lomize analizó el escurrimiento a través de fisuras, considerando de especial importancia la orientación de la superficie de fisuración, abertura de las fisuras, rugosidad y forma de la pared rugosa. Realizó un gran número de pruebas de laboratorio en su estudio. El dispositivo de las experiencias y los tipos de fisuras empleadas se muestran en la fig 12

Realizó sus estudios, partiendo de las bases presentadas en el inciso anterior. Los resultados que obtuvo se muestran en la fig 13. En esta se pue-

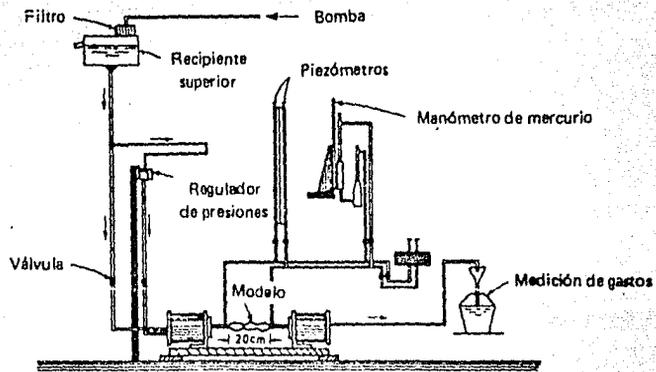
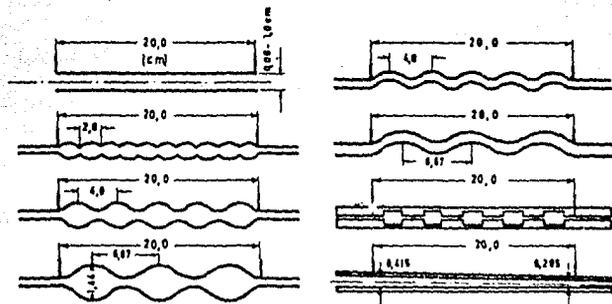


Fig 12. Dispositivo experimental de Lomize para el estudio de escurrimientos en fisuras



Fisuras experimentales utilizadas por Lomize

den ver las tendencias claramente definidas que siguen los puntos para las distintas rugosidades empleadas, con una gama que va desde la pared hidráulicamente lisa hasta el medio poroso que constituye el límite superior.

Tomando en cuenta que

$$\psi_{Lomize} = \frac{\lambda}{4} \quad \text{y} \quad Re_{Lomize} = \frac{R_e}{4} \quad (2.7)$$

las fórmulas que establece son:

$$\text{escurrimiento laminar} \quad \lambda = \frac{96}{\text{Re}} \left[1 + 17 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{1.5} \right] \quad (2.8)$$

$$\text{escurrimiento turbulento} \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.55 \log \left(\frac{k/D_h}{1.24} \right) \quad (2.9)$$

El factor $[1 + 17 (k/D_h)^{1.5}]$ de la primera y los coeficientes 2.55 y 1.24 de la segunda, toman en cuenta el efecto del cambio de dirección en la fisura, pérdida de carga en cada punto anguloso y pérdida de carga por fricción.

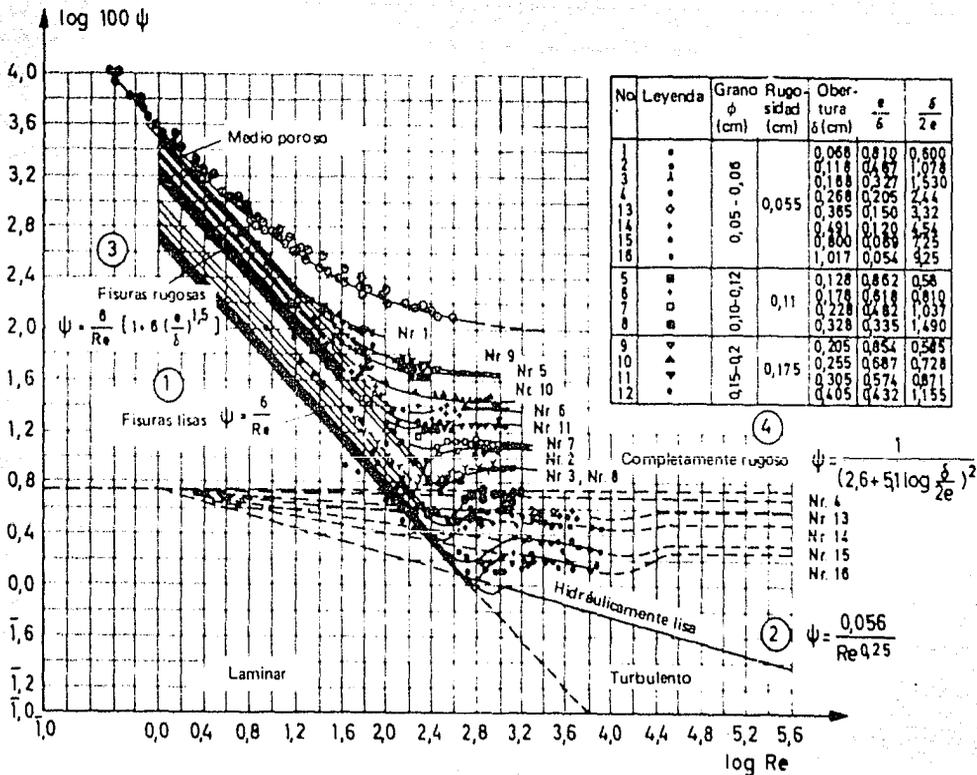


Fig 13. Resultados de los ensayos de Lomize

Claude Louis³ estudió la influencia que tenía el paso del agua a través de una fisura, en la estabilidad de un macizo rocoso. La parte referente al flujo a través de fisuras se trata a continuación.

Siguió el estudio de Lomize y encaminó su investigación hacia la determinación de fórmulas empíricas en escurrimientos con $k/D_{h1} > 0.033$ y para verificar las leyes de escurrimiento con rugosidades relativas menores que 0.033.

El dispositivo empleado por Louis en sus ensayos se muestra en la fig 14. Es conveniente mencionar que la fisura empleada por él, se colocó en posición horizontal pues en posición vertical presenta algunos problemas. Las paredes eran placas de concreto de dimensiones 2.60 por 0.60 en metros. Utilizó dos tipos de rugosidad, una con placas lisas y la otra con placas rugosas.

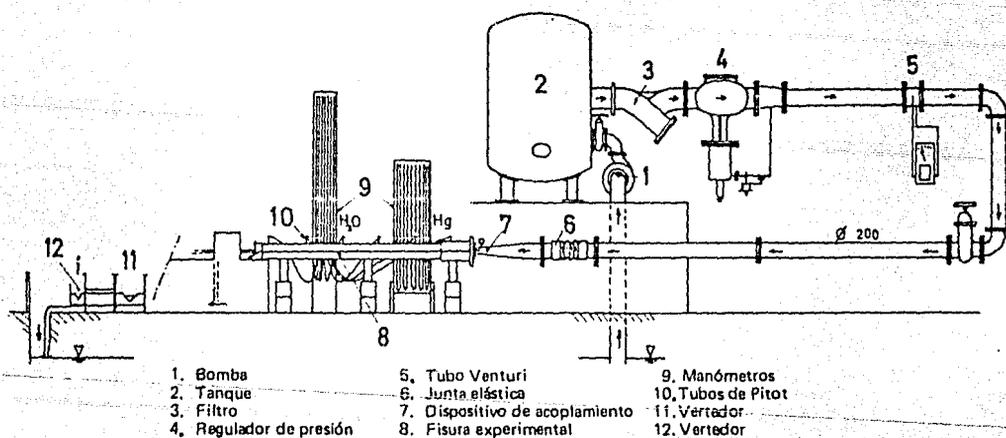


Fig 14. Circuito hidráulico para estudio experimental utilizado por Louis

Para determinar la rugosidad absoluta de la placa con apariencia lisa se valió de un aparato llamado Perth-O-Meter que registró las alturas medidas a lo largo de una dirección (ver fig 15); las de la placa resultaron del orden de 20 a 30 μ . En el modelo rugoso lo hizo con una aguja metálica acoplada directamente a un dispositivo graficador. En ese caso, las alturas eran de 3 a 4 mm.

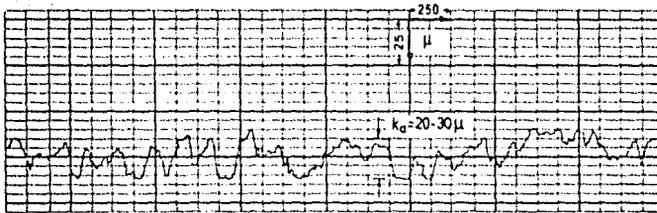
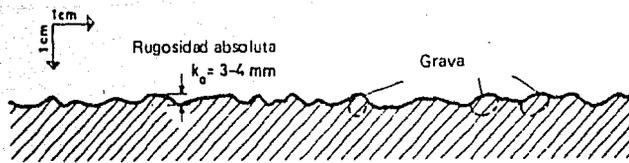


Fig 15. Medición de la rugosidad en el Perth-O-Meter



Rugosidad de las paredes del segundo modelo

Con base en los resultados obtenidos de los ensayos, pudo concluir que en general, las ecuaciones establecidas para $k/D_h < 0.033$ se cumplían bastante bien; en esas condiciones, el límite entre el flujo laminar y el turbulento resultó $Re = 2300$.

El regimen intermedio pudo estudiarlo dentro de un dominio reducido en el cual obtuvo buena concordancia con la fórmula de Colebrook y White.

Para el flujo rugoso ($k/D_h > 0.033$), pudo establecer las siguientes leyes de fricción que comprobó ampliamente.

$$\text{escurrimiento laminar} \quad \lambda = \frac{96}{Re} \left[1 + 8.8 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{1.5} \right] \quad (2.10)$$

escurrimiento turbulento $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k/D_h}{1.9} \right)$ (2.11)

Finalmente, se presentan dibujadas en una gráfica las leyes de escurrimiento acompañadas de sus ecuaciones respectivas. Esta gráfica (fig 16) es un diagrama de Moody modificado para flujo entre paredes paralelas:

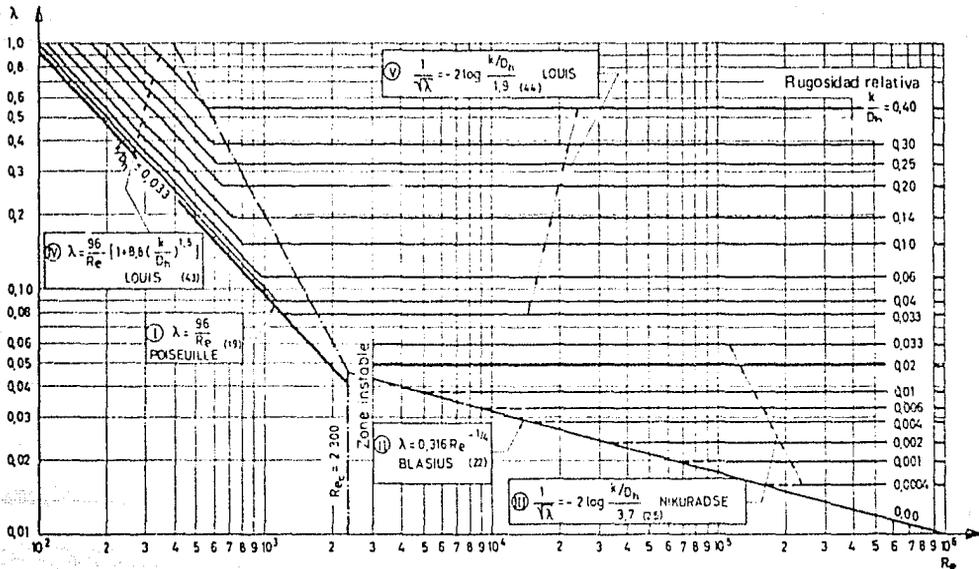


Fig 16. Leyes de escurrimiento propuestas para flujos en fisuras rocosas

Con el fin de mostrar algunos de los problemas que surgen al estudiar el flujo a través de fisuras, se describe en forma breve el trabajo realizado por C. Cruickshank.⁴

La presa de "La Angostura" se encuentra localizada en un terreno formado por calizas fisuradas. Dichas fisuras son aproximadamente verticales en su mayoría y forman una verdadera red que conecta el embalse con el cauce aguas abajo. El estudio consistió en determinar el gasto que pasará a través de esas fisuras una vez que esté lleno el embalse.

Al iniciarse el estudio no se disponía de suficientes datos, pues no se conocían las características de las fisuras ni se tenía un levantamiento detallado de las mismas. Fué necesario establecer las siguientes hipótesis:

1. Considerar las fracturas verticales y con anchos medios posibles desde

1 mm. hasta 2 cm., los mismos en toda la profundidad de la fisura.

2. Las fracturas se extienden desde la superficie del terreno hasta la cota del lecho del río y su frontera inferior es horizontal.

Las dos hipótesis son aceptables ya que en realidad las aberturas corresponden a ese orden de magnitud y las alturas también.

El sistema de fracturas se estudió como una red de canales y la solución se obtuvo estableciendo una ecuación de continuidad para cada nudo y una de fricción para cada canal. Se determinó el coeficiente de fricción de una manera similar a la descrita en los trabajos de Lomize y Louis.

La ecuación de fricción entre dos nudos de la red, si el flujo es unidimensional y paralelo al fondo del canal es:

$$Q^2 = \frac{4gw^3}{\lambda} \frac{dh}{dx} h^2 \quad (2.12)$$

Para determinar λ era necesario conocer las características de las fisuras, principalmente su rugosidad relativa y la abertura media ya que de ellos depende. Tratándose de una fisura real esto era difícil y se optó por considerar la correspondiente a una sección media como representativa de toda la fisura, para un primer cálculo

$$Q = \sqrt{\frac{4gw^3}{3\lambda mL} (h_1^3 - h_2^3)} \quad (2.13)$$

Como el valor de λ depende del tirante en cada sección y este varía a lo largo de cada canal, fue necesario considerar esto para tener idea del error que se cometería al considerarlo constante. La ecuación 2.12 se integró

por métodos numéricos, en ese caso con λ en función del tirante. Los resultados, vistos a través de los perfiles de la superficie libre obtenidos en cada caso, fueron muy parecidos.

Se construyó un modelo físico representativo una fisura vertical y en él se pudo observar que pequeñas variaciones en el ancho modificaban el gasto, lo cual resaltaba la importancia del ancho medio considerado. La fig 17 se refiere al dispositivo empleado. No fue posible mantener la separación deseada a todo lo largo de la fisura debido al material con que se construyó y a la posición vertical que tenía. En ese modelo se pudo medir el gasto que pasaba por la fisura, los tirantes a cada 10 cm y fue posible visualizar las líneas de flujo gracias a un dispositivo empleado que conducía tinta a distintos niveles de la fisura. Con la información obtenida en el modelo, se calculó el perfil de la superficie libre y se dibujó junto con los dos perfiles mencionados antes. De la comparación entre ellos se pudo dictaminar una concordancia bastante buena (fig 18)

Tomando en cuenta que el ancho no es constante en toda la altura de la fisura real, se obtuvo la esperanza matemática del gasto considerando una función de frecuencia de anchos log-normal.

$$E \{ Q \} = \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{4g}{3\lambda L} (h_1^3 - h_2^3)} w^3 f(w) dw \quad (2.14)$$

misma que se resolvió por integración numérica.

La ecuación de continuidad es de la forma

$$\pm \sqrt{\frac{4g W_1^3}{3 f_1 L_1}} |h_1^3 - h_0^3|^{\frac{1}{2}} \pm \sqrt{\frac{4g W_2^3}{3 f_2 L_2}} |h_2^3 - h_0^3|^{\frac{1}{2}} + \dots \pm \sqrt{\frac{4g W_n^3}{3 f_n L_n}} |h_n^3 - h_0^3|^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (2.15)$$

en caso de ancho constante.

o bien

$$E \{Q_1\} + E \{Q_2\} + E \{Q_3\} + \dots = 0 \quad (2.16)$$

Esta ecuación planteada en cada cruce de fracturas condujo a un sistema de ecuaciones no-lineales cuya solución se obtuvo mediante un proceso de aproximaciones sucesivas.

Finalmente se presenta una gráfica con los resultados del estudio (fig 19), estando concientes de las hipótesis establecidas y del alcance de ellas. Probablemente no se logren mejorar los resultados con mucho si se parte de un estudio más completo de las características de las fisuras, pues se debe recordar que se está trabajando con un problema cuya naturaleza es tan compleja, que cada vez que se trate de resolverlo, se encontrarán nuevos factores que antes pasaban inadvertidos, pero que cobran importancia a ese nivel de estudio.

2.2 Alta rugosidad en canales

Es muy frecuente que al calcular gastos a través de arroyos o canales que tienen grandes rugosidades, se empleen fórmulas empíricas. Se han realizado trabajos para conocer las características del flujo empleando modelos físicos con elementos rugosos artificiales de formas bien definidas (cubos, conos, etc). Partiendo de esos estudios, proponen algunos autores extrapolar los resultados a cauces naturales. Han observado buenas correlaciones en algunos casos y aun más, en ciertas condiciones se puede llegar al diagrama de Moody modificado. A continuación se describen en forma breve algunos trabajos relativos a flujos en canales con grandes rugosidades.

John B. Herbich y Sam Shulits⁵ Realizaron un estudio para determinar las características del flujo en un canal con grandes rugosidades. Dicho es-

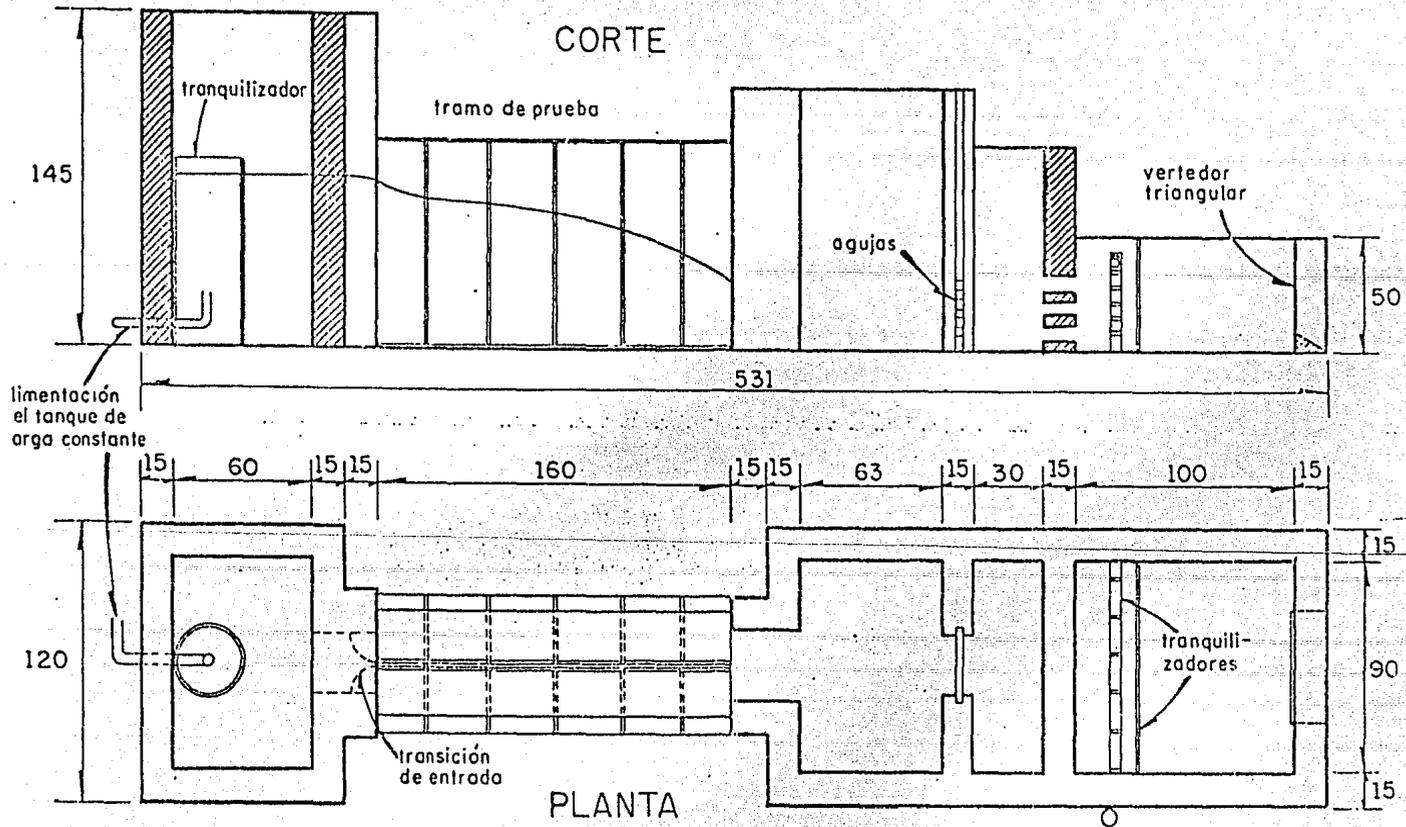


Fig 17. Instalación experimental

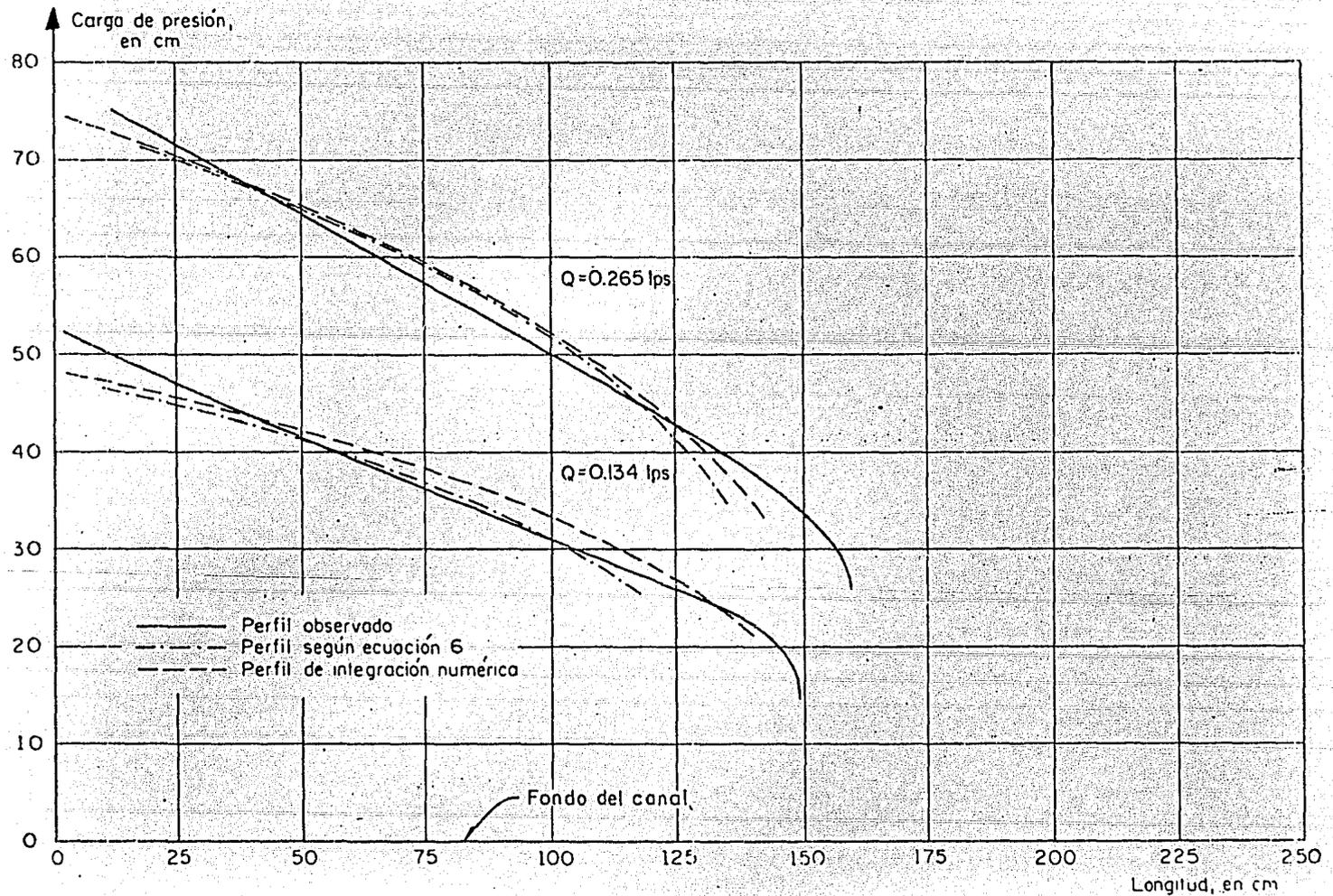


Fig 18. Perfiles con ancho de 2 mm y pared rugosa, $ks/w = 1$

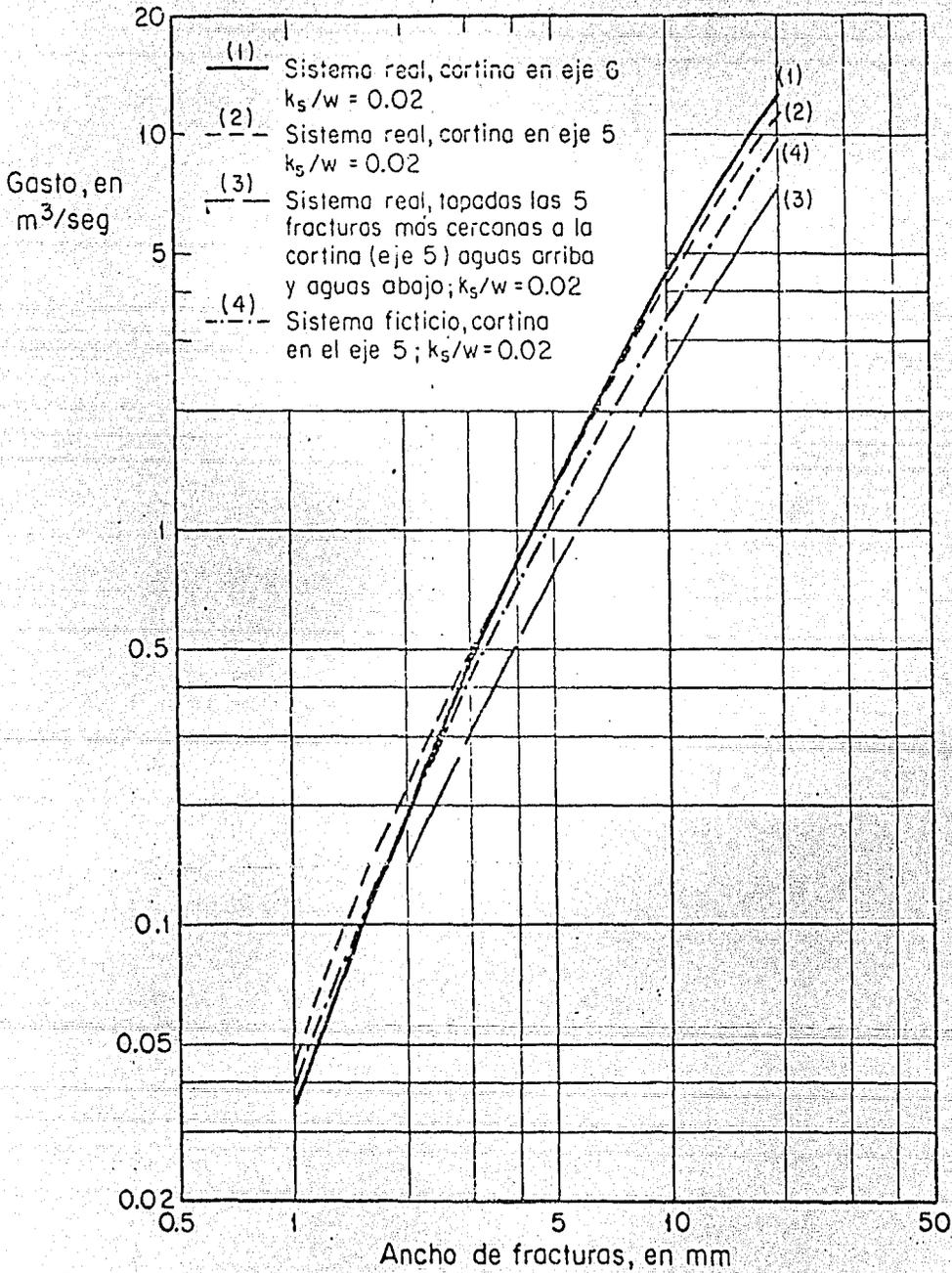


Fig 19. Gastos de filtración en función del ancho de la fractura.
Presa la Angostura

tudio toma en cuenta los casos en que el tirante del flujo es menor que la altura de la rugosidad y cuando es mayor.

Definieron un parámetro (θ) que relaciona el arrastre sobre las superficies verticales con el de las superficies horizontales, causa de la resistencia al flujo. La relación para casos de tirantes mayores que la altura de las rugosidades

$$\theta = \frac{\Sigma (kw)}{[\Sigma (t + w)] [\Sigma (r + 1)]} \quad (2.17)$$

y para tirantes menores que las rugosidades

$$\theta = \frac{\Sigma (dw)}{[\Sigma (t + w)] [\Sigma (r + 1)]} \quad (2.18)$$

- θ = parámetro de rugosidad
- k = altura del bloque
- w = ancho del bloque
- t = espacio transversal entre bloques
- r = espacio longitudinal entre bloques
- d = tirante del flujo

Un diagrama de Moody modificado, que toma en cuenta el parámetro θ , para una pendiente dada, se muestra en la fig 20.

Realizaron una serie de experiencias en un canal de 16.16 m de largo, 1.52 m de ancho y 0.30 m de profundidad, empleando como elementos rugosos cubos de 15.24 cm y de 9.5 cm, colocándolos en diversos arreglos y en algunos casos usando los dos tipos de cubos a la vez.

Propusieron una secuela para determinar la profundidad del flujo, empleando gráficas obtenidas en sus experiencias. Sus gráficas son de limitada aplicación por tener dimensiones.

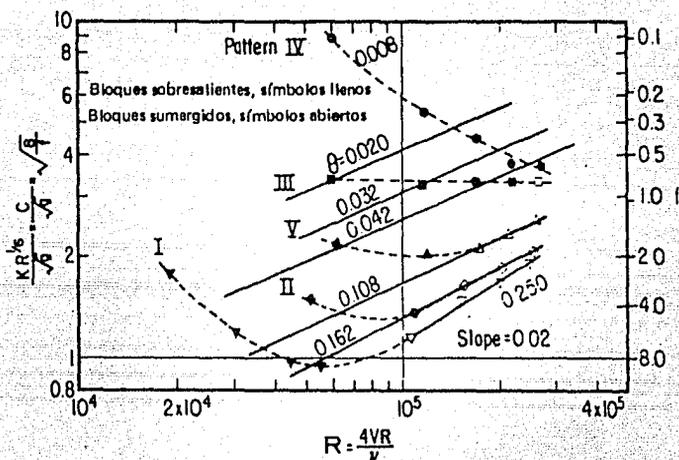


Fig 20. Coeficientes de resistencia adimensionales como una función del Número de Reynolds

Observaron a través del estudio que cuando la densidad de rugosidades es grande, los cubos originan vórtices que se interfieren y consecuentemente influyen en el bloque aguas abajo; en cambio, con densidades bajas, el efecto de un bloque aguas arriba se disipa tan ampliamente que no afecta mucho a los que se encuentran aguas abajo.

En distribuciones simétricas, la orientación de los cubos no tiene importancia y probablemente la forma de las rugosidades sea de importancia secundaria.

Para flujos con elementos de diferente tamaño se obtuvo buena concordancia en la predicción y resultados experimentales, excepto, para Re bajos, en que la predicción quedaba excedida.

Ricardo García Regal y Manuel Lescano Rivero⁶ Estudiaron la resistencia al flujo en canales con grandes rugosidades. Emplearon piedras naturales

(cantos rodados), distribuidas aleatoriamente.

Mediante análisis dimensional encontraron que el coeficiente de Chezy C/\sqrt{g} está en función de

$$C/\sqrt{g} = f\left(\frac{B}{R}, \frac{R}{x_H}, \frac{R}{x_V}, Re, F\right) \quad (2.19)$$

en que

B = ancho del canal

R = radio hidráulico medio

x_H = $\lambda_H y$

λ_H = relación entre las áreas de los elementos rugosos proyectados en el sentido del flujo y el área horizontal considerada

y = tirante medio

x_V = $\lambda_V y$

λ_V = relación entre las áreas de los elementos rugosos proyectados en forma normal al flujo y el área vertical del canal.

Realizaron una serie de experiencias en un canal rectangular de 0.6 m de ancho y 8 m de largo. Obtuvieron fórmulas basadas en esas experiencias de laboratorio; dichas fórmulas relacionan al coeficiente de Chezy con algunos de los parámetros que aparecen en la ecuación 2.19, para rugosidades sumergidas y no sumergidas. La fórmula que considera el número de Reynolds es de particular interés porque puede representarse en un diagrama de Moody modificado (fig 21).

Observaron los autores que la distribución de los elementos rugosos no influye en ninguna relación de coeficientes de resistencia, con los demás parámetros, teniendo en cuenta que la densidad de la rugosidad se mantuvo constante.

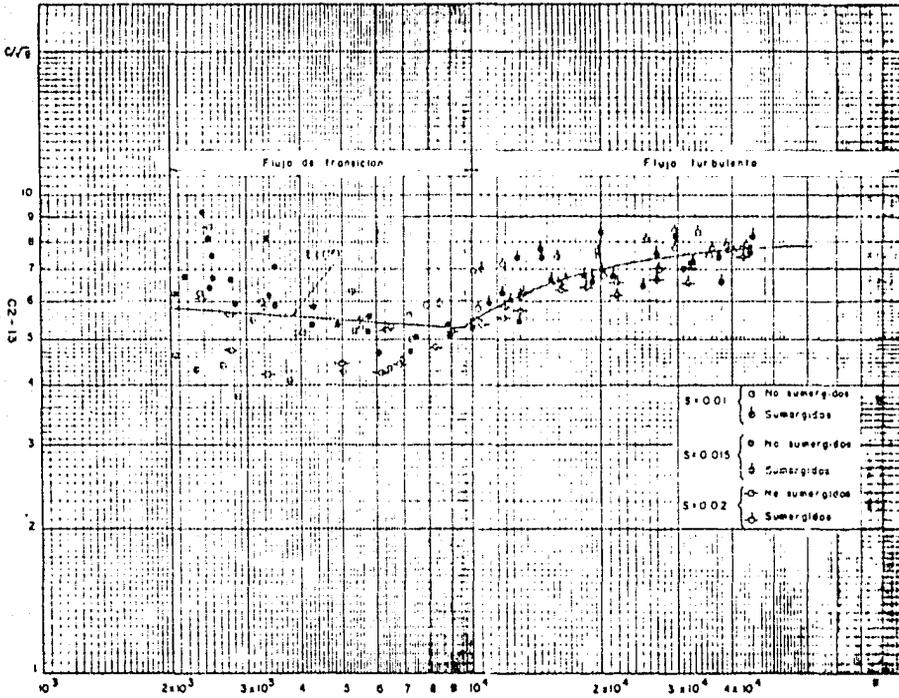


Fig 21. Resultados experimentales obtenidos por García Regal y Lescano Rivero

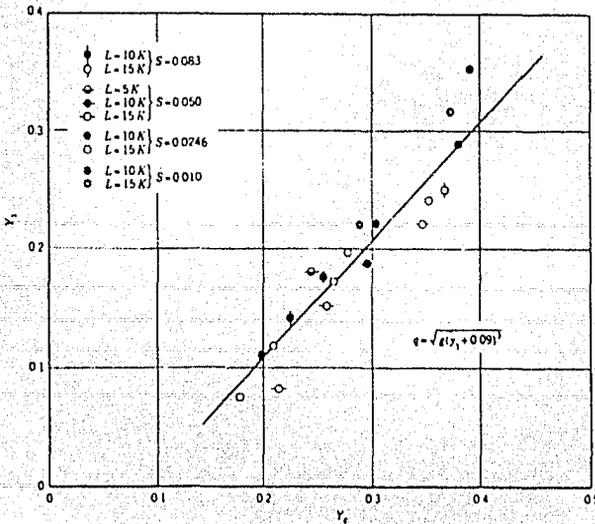


Fig 22. Y_f versus Y_c para flujo de tumbos

Dean B. Peterson y P. K. Mohanty⁷ estudiaron el flujo con elementos rugosos grandes y lo dividen en tres tipos:

Tranquilo. Correspondiente a un regimen subcrítico

De tumbos . Presenta regimen supercrítico sobre los elementos rugosos y subcrítico después de ellos

Rápido. Para regimen supercrítico.

Efectuaron una serie de experiencias en un canal de sección rectangular sobre cuyo fondo colocaron elementos rugosos en forma de barras transversales de sección cuadrada en unos casos y cubos en otros. Consideraron el arreglo y forma de las rugosidades mediante un factor de intensidad de rugosidad de la forma

$$\xi = a K (1 - pt) L$$

en que

- λ = factor de intensidad de rugosidad
- a = factor de forma
- K = altura de la rugosidad
- p = número de espacios transversales entre rugosidades por unidad de ancho del canal
- t = separación transversal entre rugosidades
- L = separación longitudinal entre rugosidades

En flujo de tumbos se presenta regimen supercrítico sobre el elemento rugoso, al final del mismo un salto hidráulico y regimen tranquilo hacia adelante, hasta encontrar otro elemento rugoso. Sobre la rugosidad, el tirante Y_1 es menor que el crítico Y_c . En tales condiciones puede escribirse

$$Y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = Y_1 + c$$

Por otra parte, la fórmula para calcular el gasto que pasa por

un vertedor es de la forma:

$$q = C \sqrt{g} Y_c^3$$

C y c son constantes que dependen de la geometría e intensidad de las rugosidades

se puede escribir
$$q = C \sqrt{g} (Y_1 + c)^3$$

En la fig 22 se encuentran representados puntos obtenidos en sus experiencias y de ahí se obtienen los valores de las constantes. La fórmula queda al sustituir los valores para rugosidades en forma de cubos

$$q = \sqrt{g} (Y_1 + 0.09)^3$$

Un tramo de flujo en estas condiciones (de tumbos), puede considerarse como un vertedor el cual, en lugar de estar localizado en una sección, se divide en muchos pequeños vertedores distribuidos en el tramo estudiado. Dicho tramo puede ser considerado con una profundidad tal que los coeficientes de descarga dependen de los tamaños relativos, distribución, forma e intensidad de la configuración. En canales naturales, la elevación de la cresta podría representarse con una función estadística que describiera la distribución de rugosidades.

Para flujos tranquilo y rápido, puede ser empleada una ecuación de la forma

$$V = C' \sqrt{g} Y_1^{3/2} S^n$$

en que C' y n dependen de la intensidad de las rugosidades y su configuración.

La distinción característica del flujo de tumbos es la ocurrencia de saltos hidráulicos inmediatamente después de las rugosidades. Proponen los autores el

siguiente criterio para determinar el tipo de flujo, cuando se trata de rugosidades en forma de cubos

$$(F_1 Y_1/Y_2)^2 \begin{cases} \gtrsim (Y_1 + Y_2) / (1.16j Y_1 + 2 Y_2) & \text{rápido} \\ \lesssim (Y_1 + Y_2) / (1.16j Y_1 + 2 Y_2) & \text{tumbos o} \\ & \text{tranquilo} \end{cases}$$

en que

Y_1 = tirante sobre el elemento rugoso

Y_2 = $Y_1 + k$

k = altura de la rugosidad

j = ancho transversal de las rugosidades por unidad de ancho del canal

F_1 = número de Froude $\frac{V_1}{\sqrt{g Y_1}}$

Un estudio más detallado, realizado por Emmet O'Loughlin y Annambhotla⁸ establece que el perfil logarítmico de velocidades se cumple, ciertamente, en toda la profundidad del flujo con excepción de una delgada franja cercana a los elementos rugosos. La desviación de dicha ley es originada por la estela turbulenta formada al pasar el agua por los elementos rugosos. Supone que la estela es uniforme.

Los límites de esa distorsión son: hacia abajo, el límite superior de la subcapa laminar y hacia arriba, observan, a partir de las experiencias, un límite de dos veces la altura de los elementos rugosos.

Establecen ecuaciones que definen el perfil en esas condiciones.

2.3 Discusión cualitativa del fenómeno

Para tratar de entender el fenómeno que ocurre cuando se pre-

sentan elementos rugosos grandes, supóngase inicialmente una placa completamente lisa: sobre ella se hace pasar agua con velocidad baja y se advierte una distribución de velocidades perfectamente definida, la cual está determinada por los efectos viscosos del líquido. Al aumentar la velocidad del agua, en la proximidad de la placa, debido a que la velocidad de las partículas en contacto con ella no tienen movimiento, hay una zona llamada subcapa laminar, en la que los efectos viscosos son notables pero fuera de ella, el flujo se convierte en turbulento y las leyes de movimiento son las ecuaciones 1.6 y 1.16.

Considérese ahora que la superficie ya no es lisa sino que presenta rugosidades pequeñas, comparadas con el tirante del flujo. Al desplazarse el líquido lentamente, recorre las superficies rugosas totalmente, a pesar de la forma que esta presenta. Conforme aumenta la velocidad, pueden suceder dos cosas: una que las rugosidades sean menores que la subcapa laminar y entonces caerá dentro de la clasificación del flujo hidráulicamente liso descrito antes; en la otra, si las rugosidades son mayores que la subcapa laminar, la distribución de velocidades es de tipo logarítmico (ec 1.17). En ambos casos, el agua ya no recorre totalmente las superficies de las rugosidades.

Sobre la superficie rugosa, considérese que se coloca un elemento rugoso grande, del orden de magnitud del tirante. Si la velocidad es baja y el elemento no presenta aristas afiladas, el líquido en movimiento sigue la forma de la rugosidad modificando sus características de velocidad y presión en la vecindad de dicho elemento. Si en cambio las aristas son afiladas, el líquido que fluye cerca de las paredes presenta diferencias de velocidades grandes ya que, mientras una parte fluye con una determinada velocidad, la otra, estancada detrás de la rugosidad, casi no presenta movimiento. Esta situación da lugar a la formación de turbulencias que se intensifican y crecen conforme aumenta la velocidad, formando una verdadera estela turbulenta.

En tales condiciones, si se colocan más elementos rugosos, distri-

buidos en cualquier orden, sucederá que, con velocidades bajas, el agua tratará de recorrer las superficies de ellos aunque no siempre lo consiga debido a la interferencia que causan los elementos vecinos.

Es obvio que la forma y distribución de los elementos rugosos se convierte en un factor importante. Partiendo de la definición de Schlichting, la concentración de las rugosidades queda expresada por la fórmula

$$\epsilon = \frac{n s}{A}$$

n = número de elementos rugosos en el área horizontal S

A = área proyectada de cada elemento aguas arriba

Se ha observado que con densidades bajas, los efectos viscosos se hacen patentes ya que se presentan zonas de baja velocidad entre los elementos rugosos y en los trabajos experimentales realizados por Emmet O'Loughlin y Annambhotla, se observan dispersiones en la vecindad de los elementos rugosos, de los puntos que definen el perfil de velocidades. fig 23. El trabajo realizado por estos investigadores menciona que la dispersión del perfil de velocidades, respecto a la ley logarítmica, es debida a la difusión en exceso en la zona turbulenta, que se forma en torno a los elementos rugosos y que constituye una estela del orden de magnitud de las rugosidades cuando la densidad de éstas es grande.

Si se colocara, paralela a la anterior y con una separación del orden de magnitud de las rugosidades, otra placa similar y se hiciera pasar agua entre ellas, el flujo entre dichas placas correspondería al flujo a través de fisuras. Se ha observado a través de los estudios de Lomize y de Louis, que la densidad de las rugosidades juegan un papel importante en estos casos. Así, se puede notar que en los modelos ensayados por Lomize, la densidad de las rugosidades es baja, por lo cual, el agua hace un mayor recorrido, siguiendo la forma de la pared y en consecuencia, pierde energía por efecto de la fricción con esa. Los ensayados por Louis, presentan

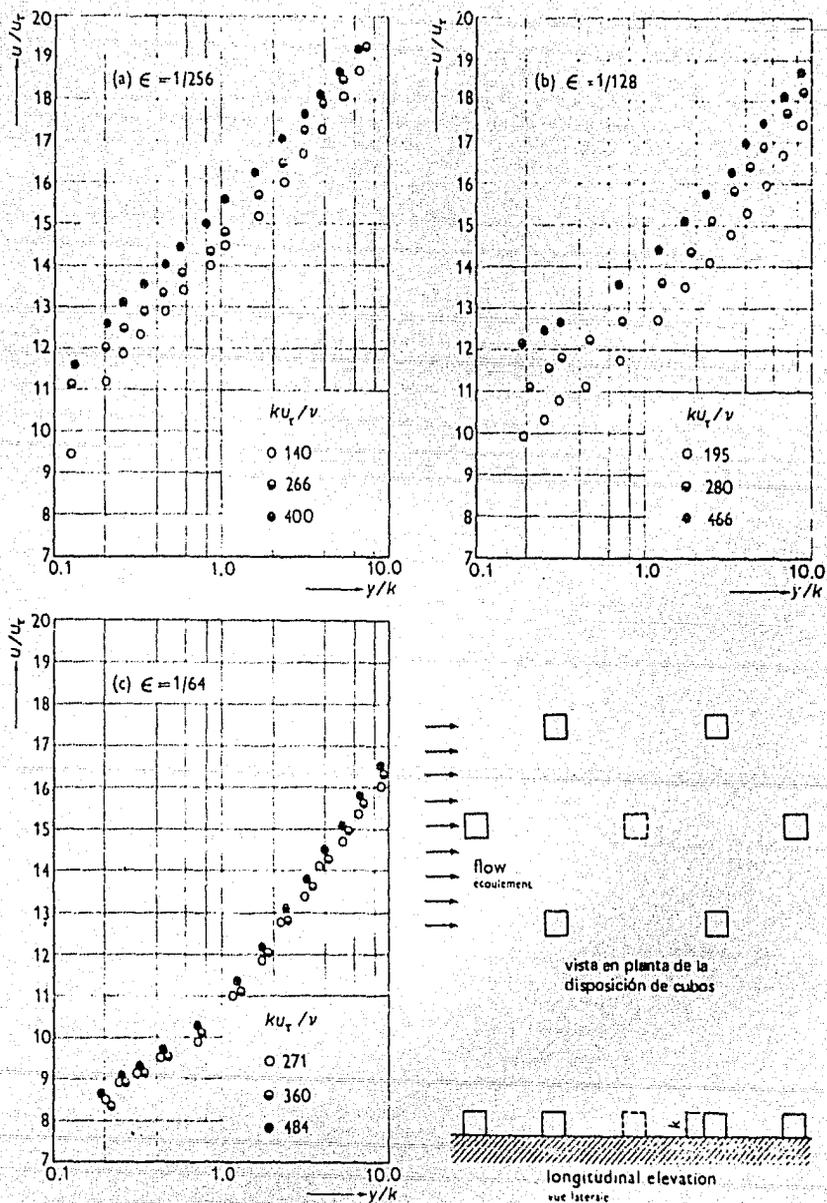


Fig 23. Distribuci3n de velocidad para tres concentraciones de rugosidad (ϵ)

una mayor densidad por lo cual, el agua escurriendo a baja velocidad no experimenta esa resistencia motivada por el recorrido a lo largo de una mayor superficie. En regimen turbulento, los modelos con densidad baja no manifiestan una estela turbulenta como los de alta densidad; esto se traduce en una mayor área de flujo y menores pérdidas en el recorrido. Los de gran densidad, al tener una estela turbulenta, ofrecen una menor área de flujo, aumentando sus pérdidas.

Al realizar el estudio del flujo a través de un sistema de fracturas verticales, se utilizó en el modelo de una fisura, una pared que puede calificarse como muy rugosa, con densidad grande. Conocido en laboratorio el gasto que pasaba por ella, y sus características geométricas, se emplearon las fórmulas para flujo no-paralelo antes descritas y pudo comprobarse que para cumplirlas era necesario utilizar una rugosidad relativa mayor que la convencional (la media de las alturas de los elementos rugosos). Esto lleva a pensar que la presencia de la estela turbulenta disminuye el área de flujo efectiva; debido a eso, fué necesario aumentar la rugosidad absoluta y disminuir el ancho del flujo en el cálculo hasta obtener con la fórmula de Louis el gasto que se había medido.

Las rugosidades en muchos casos son parecidas en forma y dimensiones a lo largo de zonas en estudio, aunque no deja de ser difícil definir una rugosidad media en el caso de canales o una abertura característica en fisuras por lo cual se recurre a su determinación mediante una inspección visual o en casos que lo requieran siguiendo una serie de mediciones y estableciendo sus características estadísticamente.

CAPITULO 3

ANALISIS Y RECOMENDACIONES

3. FLUJOS CON RUGOSIDADES GRANDES

3.1 Flujos a través de fisuras

Los estudios acerca del flujo a través de fisuras mencionadas anteriormente, establecen como límite la rugosidad relativa $k/D_h = 0.033$ para diferenciar los flujos paralelos de los no-paralelos.

Los flujos paralelos ($k/D_h < 0.033$) obedecen a las siguientes leyes de escurrimiento

$$\text{Laminar} \quad \lambda = \frac{96}{\text{Re}}$$

$$\text{Turbulento} \quad \lambda = 0.316 \text{ Re}^{-1/4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{3.7}{k/D_h}$$

Los flujos no-paralelos ($k/D_h > 0.033$), en regimen laminar tienen por leyes

$$\lambda = \frac{96}{\text{Re}} \left[1 + 17 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{1.5} \right] \quad \text{Lomize}$$

$$\lambda = \frac{96}{\text{Re}} \left[1 + 8.8 \left(\frac{k}{D_h} \right)^{1.5} \right] \quad \text{Louis}$$

En regimen turbulento

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.55 \log \frac{1.24}{k/D_h} \quad \text{Lomize}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{1.9}{k/D_h} \quad \text{Louis}$$

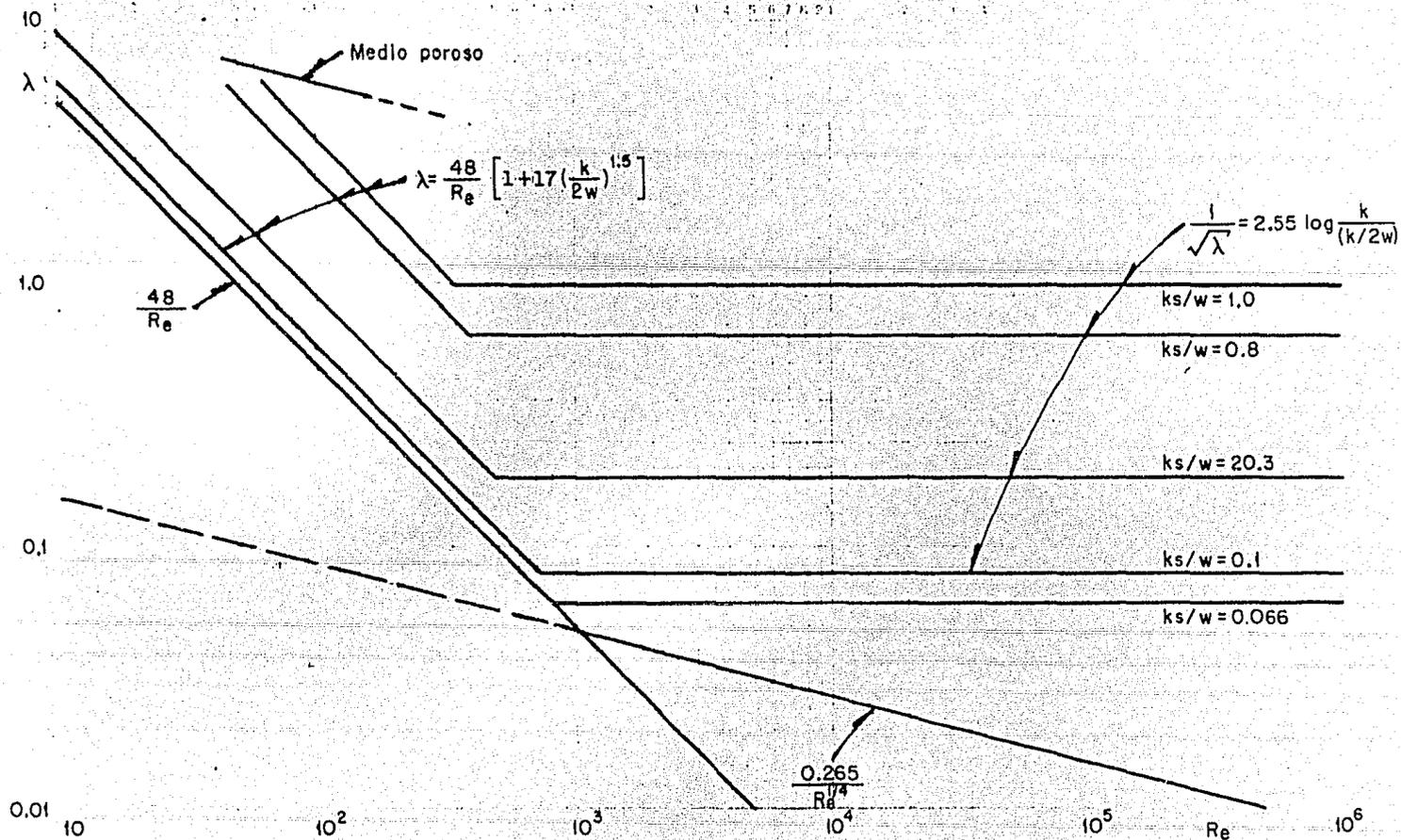


Fig 24. Coeficiente de fricción para flujo entre paredes paralelas, según Lomize

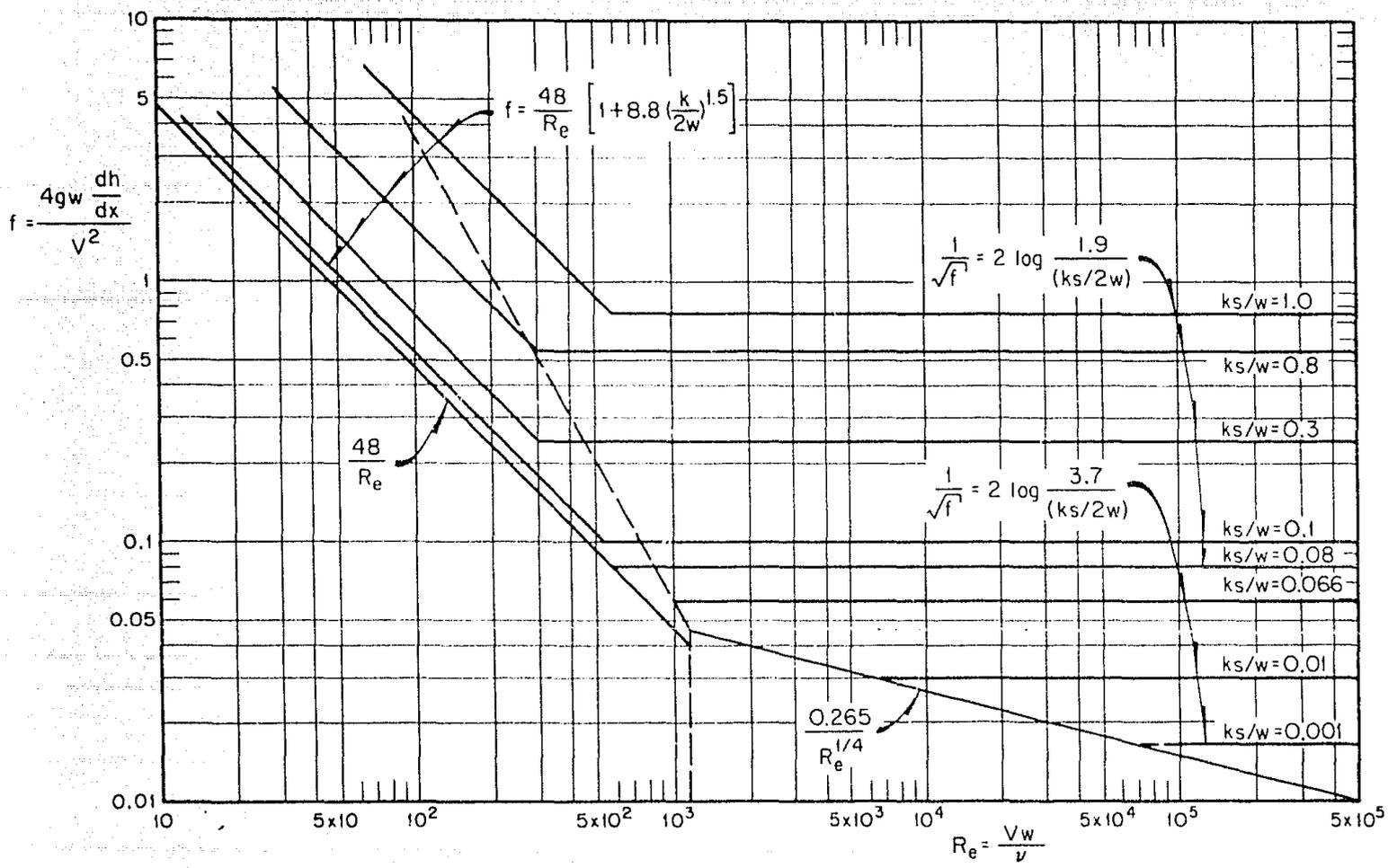


Fig 25. Coeficiente de fricción para flujo entre paredes paralelas, según C. Louis

Es recomendable, al afrontar un problema particular de flujo a través de fisuras, identificar el tipo de rugosidad con las estudiadas por Lomize o por Louis y emplear las fórmulas que corresponden al tipo de rugosidad más parecida, o bien, una vez elegida esa rugosidad, recurrir a los diagrama de Moody modificados para esos casos figs 24 y 25.

3.2 Flujos en canales

En los trabajos acerca de canales con elementos rugosos grandes, se advierte el interés de los autores en definir un coeficiente que tome en cuenta la distribución de los elementos o la densidad de las mismas.

Las figuras 28, 29, 30 y 31, son diagramas de Moody donde se muestran los resultados de los autores mencionados con anterioridad. En la región izquierda se observa una recta que corresponde a la ley de fricción para canales en regimen laminar. Hacia la región derecha, en la parte superior se encuentra la curva para flujos con paredes lisas, debajo de ella, líneas rectas para distintos valores de R/k , en flujos completamente rugosos. La parte media del diagrama presenta la curva de la fig 21. Esta curva, resultado de los trabajos experimentales de García Regal y Lescano Rivero, se trazó entre los puntos obtenidos por ellos, en la gráfica mencionada; en ella se advierte una zona descendente con números de Reynolds crecientes, lo cual puede ser, debido a la turbulencia, originada al paso del agua por las rugosidades. Un ligero ascenso, seguido de una parte con tendencia a continuar recta, lleva a pensar en que el rango de velocidades estudiado se encuentre en una zona de transición, similar a la de flujo liso a rugoso.

La serie de curvas que se muestra en la parte inferior fueron obtenidas al reanalizar los resultados de Herbich y Shulits. La tendencia de ellas es a descender con números de Reynolds crecientes. El descenso puede ser motivado

por el aumento en la tubulencia que da lugar, consecuentemente, a mayores pérdidas de energía las cuales, de acuerdo con la ecuación de Darcy-Weisbach, aumentan en proporción directa al coeficiente de fricción λ . Los diagramas a que se hace mención, llevan sobre el eje vertical el coeficiente de Chezy dividido entre la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad; como este coeficiente varía en razón inversa de la raíz cuadrada de λ , el descenso antes mencionado obedece al aumento en las pérdidas de energía.

Los arreglos que se mencionan en las figuras, corresponden a la distribución de las rugosidades en el modelo de Herbiich y Shulits (figs 32). Proporcionan una forma sencilla de calcular el coeficiente de fricción en el rango ahí señalado. Sería conveniente ampliar el rango de experiencias para obtener una idea más clara del comportamiento de los coeficientes de fricción y su efecto sobre el flujo.

Para determinar curvas gasto-elevación en canales con rugosidades grandes, se recomienda usar las gráficas mencionadas arriba, aunque el rango de secuela de cálculo.

1. Fijar un tirante y obtener el radio hidráulico de la sección, sin considerar los elementos rugosos

$$2. \text{ Calcular } \frac{Re}{C\sqrt{g}} = \frac{4R}{\nu} \sqrt{gRS}$$

3. Determinar los valores de $\frac{R}{k}$ y $\frac{L}{K}$, (L = separación).

Tratándose de piedras o cantos rodeados, usar valores medio obtenidos de la distribución de tamaños de las mismas.

4. Obtener $C\sqrt{g}$, en las gráficas, interpolando entre dos de ellas, si el valor de $\frac{L}{K}$ no corresponde a una exactamente

5. Calcular la velocidad con la fórmula de Chezy

6. Calcular el gasto $Q = AV$

7. Repetir el procedimiento para otro tirante.

Si el interés reside en conocer el perfil de velocidad, el trabajo de Emmet O'Loughlin y Annambhotla es útil. Proponen las siguientes ecuaciones para determinar el perfil de velocidad, dentro y fuera de la estela turbulenta, suponiendo que la difusión en exceso es constante

$$\frac{u}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = \frac{y_0}{pk} \frac{A}{1 - pk/y_0} \left[\frac{y}{y_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right] + M \sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_0}}; (y \leq pk)$$

$$\frac{u}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = A \log \frac{y}{pk} + A \frac{1 - \frac{1}{2} pk/y_0}{1 - pk/y_0} + M \sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_0}}; (y \geq pk)$$

en que

- u = velocidad a la altura y
- A = constante
- p = describe el espesor de la estela turbulenta, relacionada a la altura de la rugosidad. (en el estudio utilizaron $p = 1$)
- M = caracteriza el límite de estabilidad de la subcapa y su magnitud puede variar, dependiendo de la naturaleza de las condiciones impuestas
- τ_0 = cortante total en la frontera
- τ_s = esfuerzo cortante medio entre elementos rugosos (en el piso)

En realidad $M \sqrt{\tau_s/\tau_0}$ es un término aditivo que puede considerarse constante para un problema particular.

Se pueden obtener gráficas de predicción del perfil de velocidad, excluyendo el término $M \sqrt{\tau_s/\tau_0}$, si se le considera incluido en la abscisa fig 33.

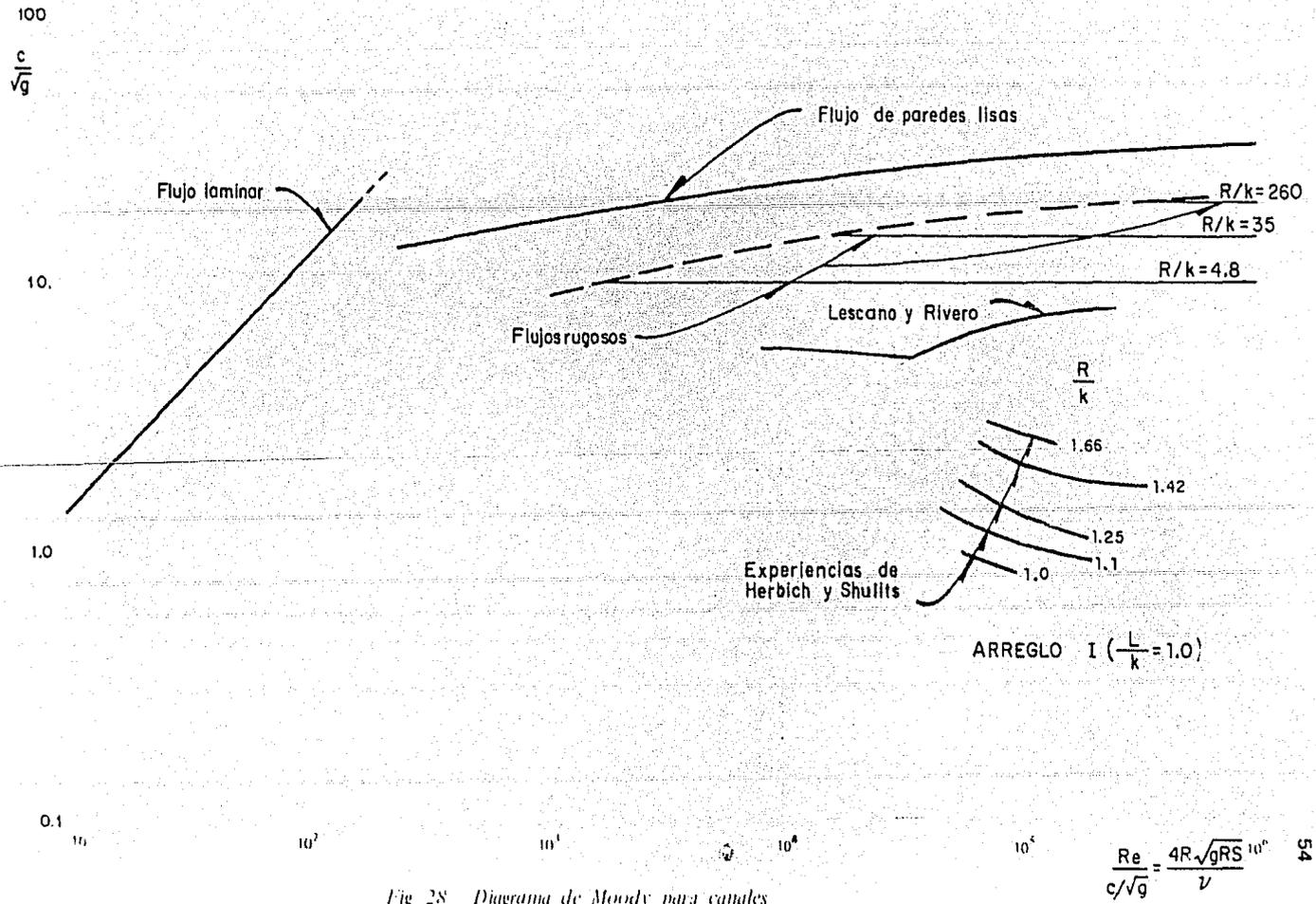


Fig 28 Diagrama de Moody para canales

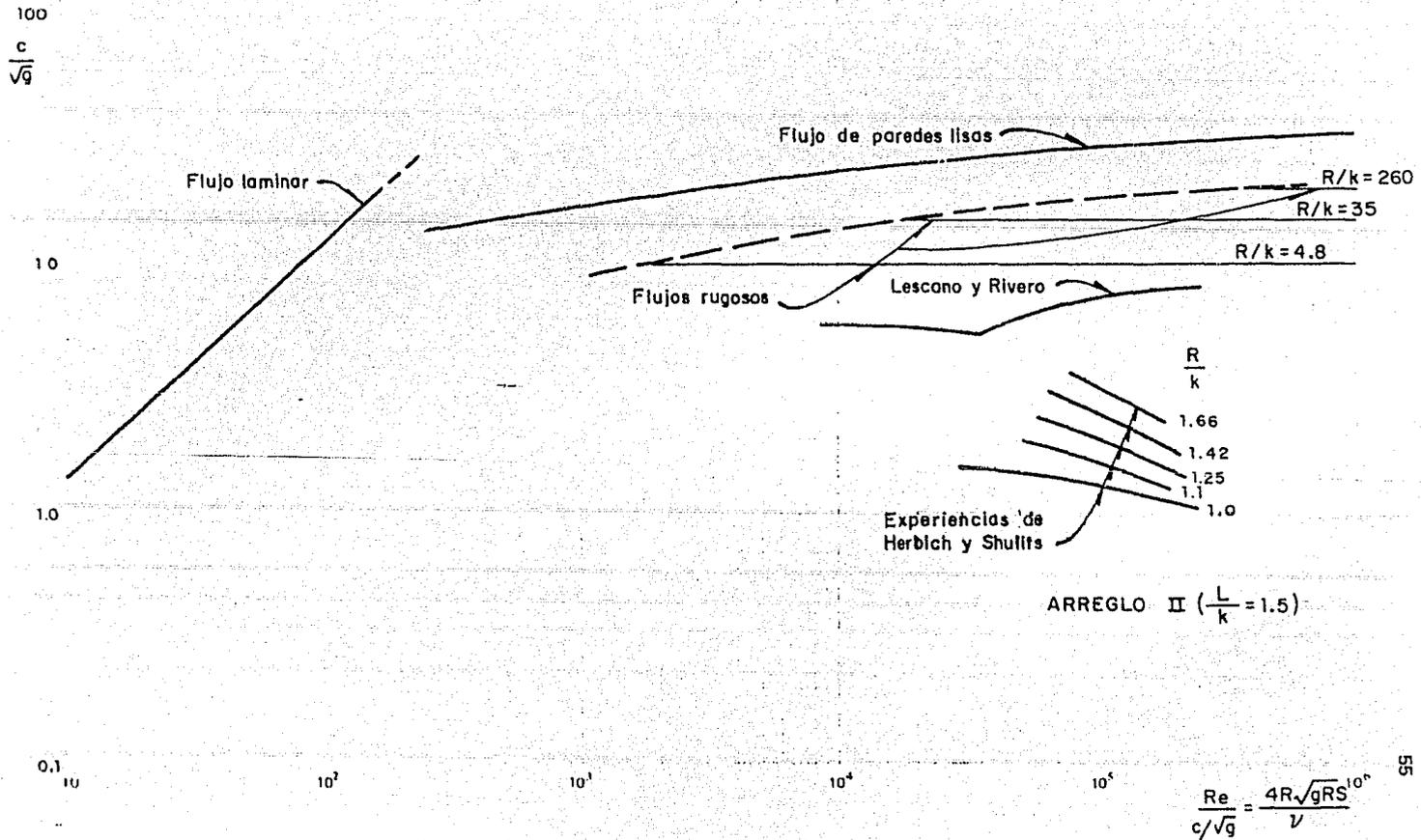


Fig. 29. Diagrama de Moody para canales

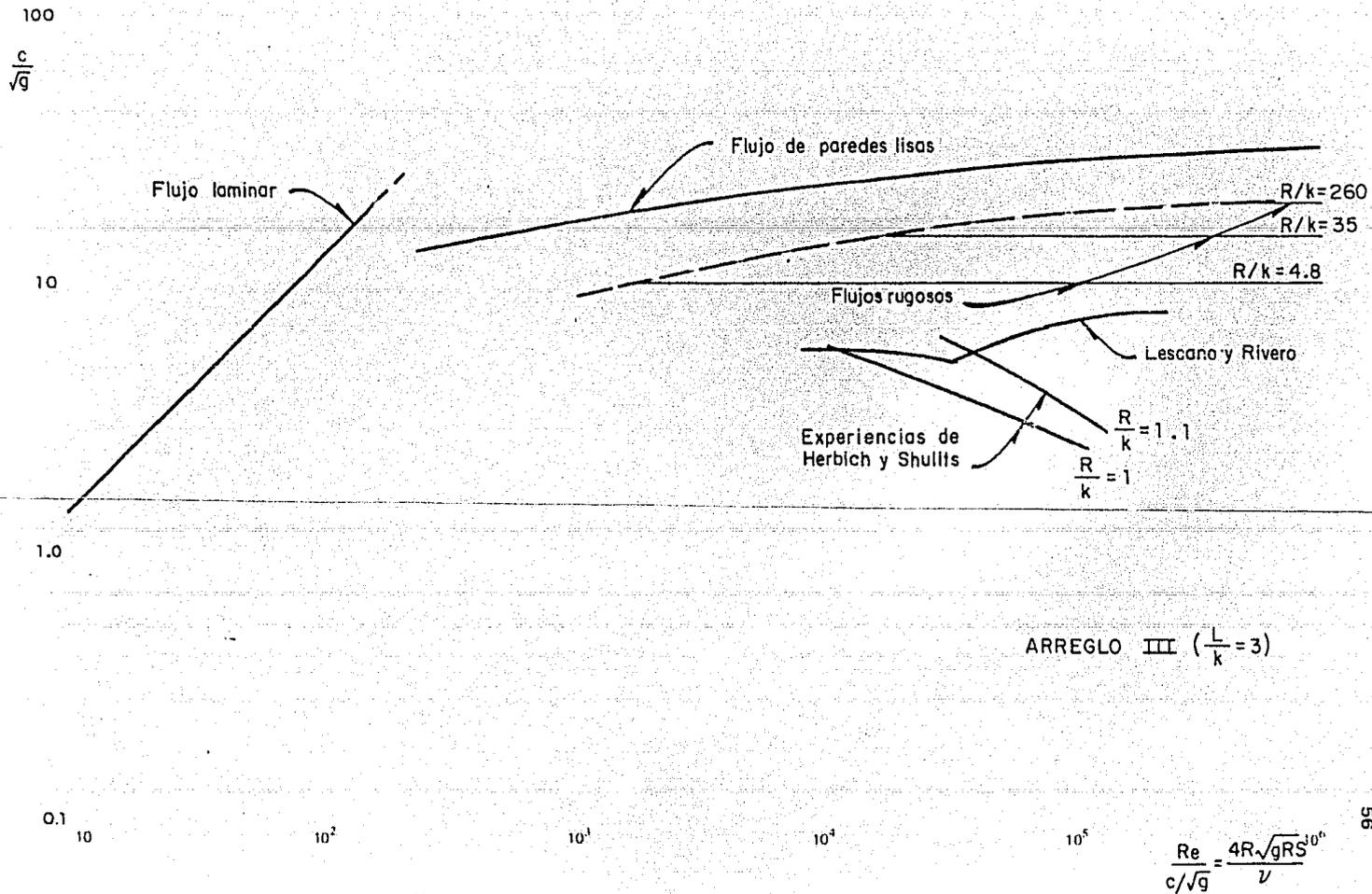


Fig. 30. Diagrama de Moody para canales

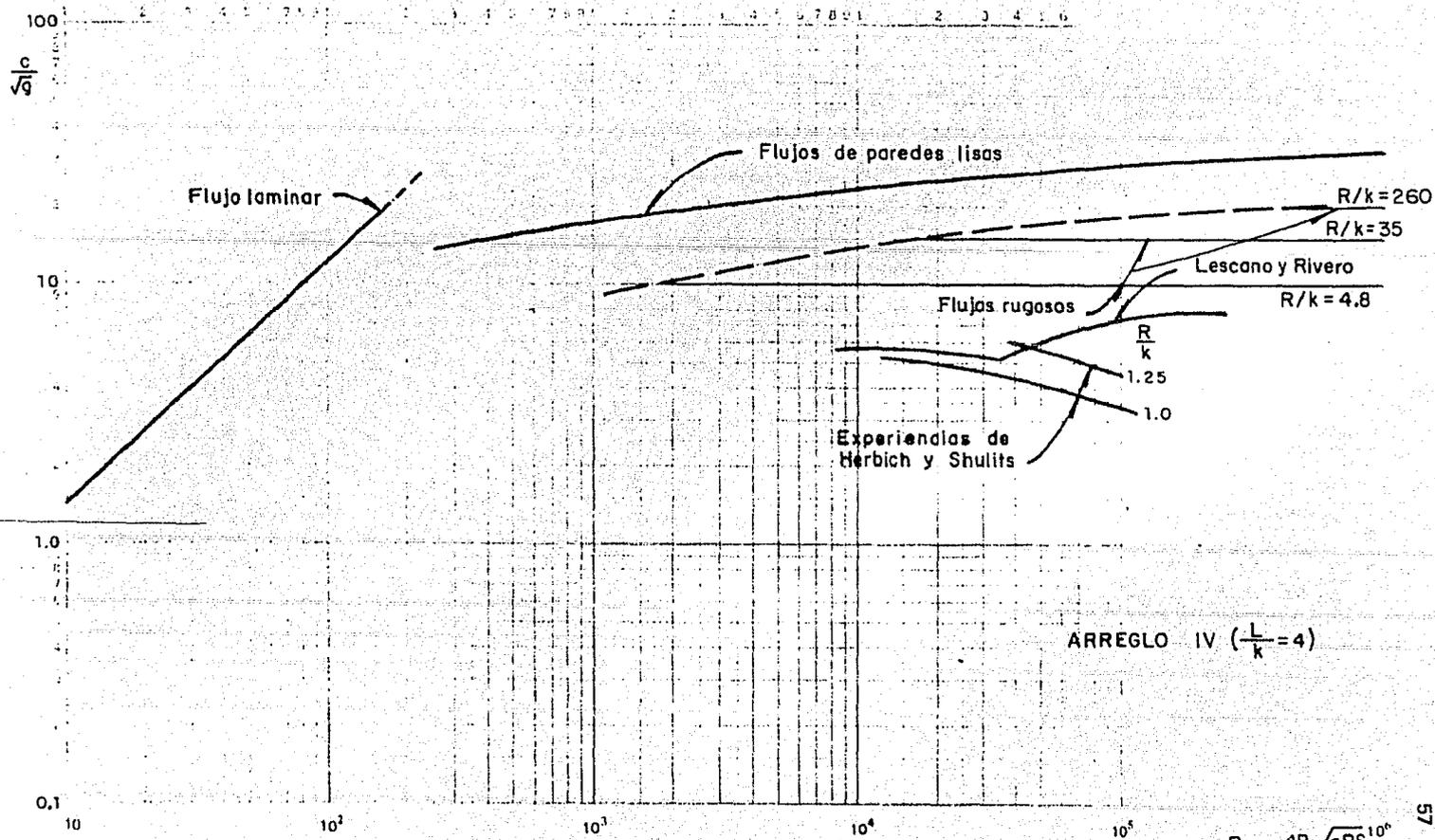


Fig 31. Diagrama de Moody para canales

$$\frac{Re}{c/\sqrt{g}} = \frac{4R\sqrt{gRS}^{10}}{\nu}$$

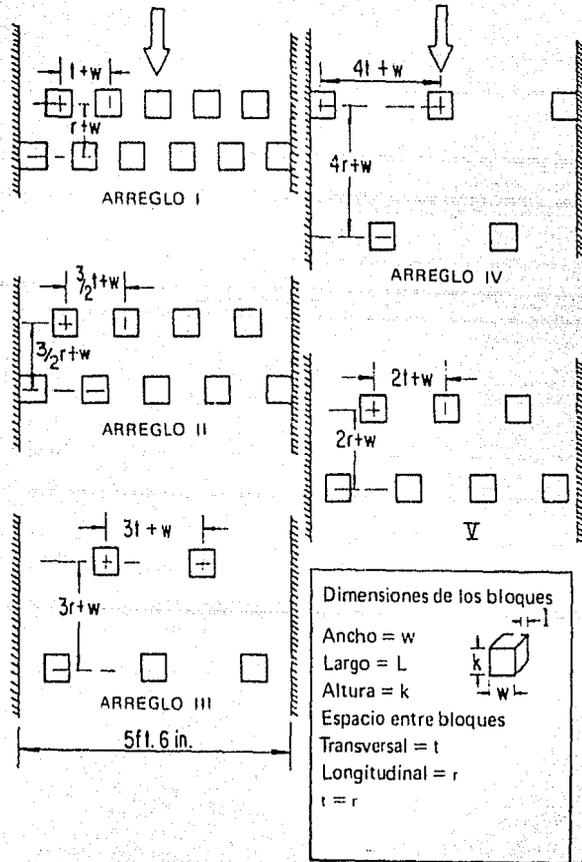


Fig 32. Arreglos de los cubos, según Herbich y Shulits

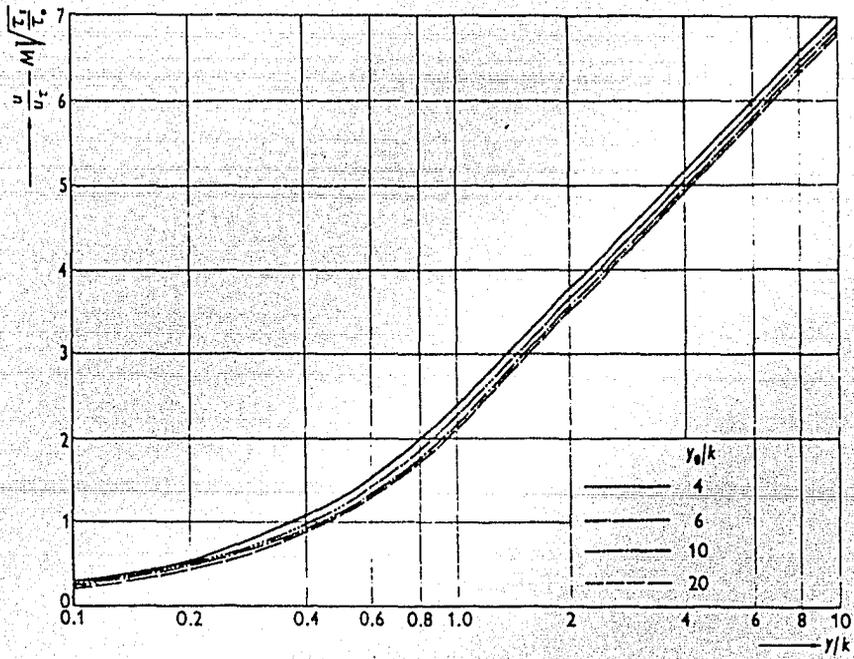


Fig 33. *Perfiles de velocidades correspondientes a una distribución supuesta del coeficiente de difusión**

EJEMPLO 1

Calcular el gasto que pasa a través del modelo de una fisura, empleada en laboratorio, si se conoce

Cargas en los piezómetros separados 1 m

$$h_1 = 0.485 \text{ m}; h_2 = 0.325 \text{ m}$$

Rugosidad absoluta $k_s = 0.0056 \text{ m}$

Ancho $W = 0.0144 \text{ m}$

Viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$

considérese que la densidad de rugosidad es alta.

Solución:

El gasto se determina con la ecuación (2.13)

$$Q = \sqrt{\frac{4gW^3}{3\lambda L} (h_1^3 - h_2^3)}$$

para determinar el coeficiente λ , que en ella interviene, se debe conocer la rugosidad relativa y el número de Reynolds; como este último no se conoce, la solución se lleva a cabo mediante un proceso iterativo.

$$\text{Suponiendo } v = 0.5 \text{ m/seg; siendo } Re = \frac{2Wv}{\nu} = \frac{2 \times 0.0144 \times 0.5}{10^{-6}}$$

$$Re = 14400$$

$$\text{de la fig 25 con } Re = 14400 \text{ y } \frac{k_s}{W} = 0.388$$

$$\lambda = 0.29$$

de donde

$$Q = \sqrt{\frac{4 \times 9.81 \times 0.0144^3}{3 \times 0.29 \times 1.0} (0.485^3 - 0.325^3)} = 0.00332 \text{ m}^3/\text{seg}$$

con este gasto calculado se verifica la velocidad, usando un área media.

$$A = 0.0144 \left(\frac{0.485 + 0.325}{2} \right) = 0.00583 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{Q}{A} ; V = \frac{0.00332}{0.00583} = 0.57 \text{ m/seg}$$

el número de Reynolds es

$$Re = \frac{0.0288 \times 0.57}{10^{-6}} = 16\,400$$

recurriendo nuevamente al diagrama mencionado $\lambda = 0.29$

el gasto calculado resulta igual por lo que

$$\underline{Q = 0.00332 \text{ m}^3/\text{seg}}$$

EJEMPLO 2

Determinar el gasto que pasa por un canal cuyas características son:

Tirante	d = 0.40 m
Pendiente	S = 0.002
Ancho	W = 1.5 m

Las rugosidades tienen una altura media $k = 0.20$ m y están separadas 0.20 m

Solución

$$R = \frac{bh}{2h + b} = \frac{1.5 \times 0.40}{2 \times 0.40 + 1.5}$$

$$R = 0.260 \text{ m}$$

$$\frac{Re}{C\sqrt{g}} = \frac{4R\sqrt{g}Rs}{\nu} = \frac{4 \times 0.260 \sqrt{9.81} \times 0.260 \times 0.002}{10^{-6}}$$

$$Re = 78500$$

$$\frac{R}{k} = \frac{0.260}{0.20} = 1.3 ; \quad \frac{R}{K} = \frac{0.30}{0.20} = 1.5$$

De la figura 29 llevando estos valores se obtiene

$$\frac{C}{\sqrt{B}} = 2.25 ; \quad C = 2.25 \sqrt{9.81} = 7.05$$

La velocidad resulta

$$V = C\sqrt{RS} = 7.05 \sqrt{0.260 \times 0.002}$$

$$V = 0.161 \text{ m/seg}$$

y el gasto

$$Q = AV = 1.5 \times 0.4 \times 0.161$$

$$Q = 0.097 \text{ m}^3/\text{seg}$$

CAPITULO 4

CONCLUSIONES

4. CONCLUSIONES

Las pérdidas de energía de un flujo en movimiento, son comúnmente consideradas mediante coeficientes, con los cuales se afectan las ecuaciones que definen las características de dicho flujo. Los coeficientes que estiman las pérdidas por fricción en zonas donde la influencia de la viscosidad es notable, se ha visto que tienen comportamiento diferente, atendiendo al tipo de rugosidad del conducto.

En conductos con pequeñas rugosidades, en régimen laminar, es suficiente conocer el número de Reynolds, para calcular coeficientes de fricción. En régimen turbulento se requiere conocer, además, la altura media de las rugosidades. La distribución de las rugosidades no influye en las características del flujo, de manera notable.

Los flujos con rugosidades grandes presentan características muy peculiares ya que además de los efectos de fricción, se originan zonas con distintas velocidades entre las rugosidades, que son propicias para la formación de vórtices de eje horizontal y vertical, los cuales al desprenderse forman estelas turbulentas motivando de esa manera pérdidas de energía en el flujo. Las características de estos flujos, dada su complejidad, se determinan en la práctica común mediante criterios empíricos.

El flujo a través de fisuras es un caso de grandes rugosidades. Louis y Lomize³ lo han estudiado y apoyados en un gran número de experiencias, por ellos realizadas, dividen el flujo en dos tipos: flujo entre paredes paralelas, para rugosidades relativas (k/D_1) menores de 0.033 y flujo entre paredes rugosas para valores mayores. Establecen en ambos casos ecuaciones que definen los coeficientes de fricción, similares a los de tuberías, pero afectados de coeficientes y términos aditivos que consideran la microrrugosidad en las paredes del conducto y la macrorrugosidad para cambios de dirección. De la observación de sus ecuaciones y modelos empleados por ellos se deduce que la densidad de las rugosidades, tratándose de gran-

des rugosidades, influye de manera determinante en el flujo. Así, en régimen laminar, las pérdidas de energía resultan mayores con bajas densidades porque el agua recorre toda la superficie rugosa; cosa que no sucede con densidades grandes. En régimen turbulento, en cambio, las mayores densidades de rugosidad dan lugar a la formación de estelas turbulentas, mismas que además de ser la causa de las pérdidas de energía, reducen el área efectiva de flujo. Las de baja densidad presentan zonas de baja velocidad que disipan parte de la energía turbulenta, dando una mayor área de flujo y como consecuencia menores pérdidas.

Otro caso de flujo con paredes de gran rugosidad son los canales con elementos rugosos (bloques o piedras), dispuestos a lo largo de su cauce.

Los trabajos consultados revelan la preocupación de los autores por establecer un parámetro que sea indicador de la distribución de las rugosidades. Por tanto, para determinar coeficientes de fricción con grandes rugosidades, es necesario, además de los parámetros establecidos para pequeñas rugosidades, considerar la densidad de las rugosidades. También en estos flujos se puede concluir que las pérdidas de energía son mayores con altas densidades de rugosidad. Herbich y Shulits⁵ refieren que la orientación de las rugosidades que ellos emplearon (cubos de distintos tamaños), no afecta al flujo notablemente por lo que la forma de las rugosidades no resulta determinante en las características del flujo.

Peterson y Mohanty⁷ distinguen tres tipos de flujo: tranquilo, de tumbos y rápido. De particular interés resulta el llamado de tumbos debido a que se acelera sobre los elementos rugosos, forma un salto hidráulico inmediatamente después de pasarlos y presenta régimen subcrítico posteriormente.

Otro criterio interesante, es el de O'Loughlin y Annambhotla,⁸ quienes después de hacer un estudio minucioso del perfil de velocidades, encontraron que el perfil logarítmico no se cumple totalmente en la vecindad de los elementos por un exceso de difusión de energía turbulenta.

Al llevar a un diagrama de Moody los resultados de esos investigadores, se han observado comportamientos de las leyes de fricción distintos a los de paredes con pequeñas rugosidades, lo que comprueba la influencia de otros factores que no toman importancia en pequeñas rugosidades.

Es conveniente extender el rango de experiencias para llegar a obtener diagramas sencillos en los cuales se puedan determinar coeficientes de fricción como en los casos comunes de tuberías.

REFERENCIAS

1. H. Rouse, *Engineering Hydraulics*, Ed Wiley, Cap VI (1950)
2. F. M. Henderson, *Open Channel Flow*, Ed Mc. Millan, Cap IV (1966)
3. *Etude des écoulements d'eau dans les roches fissurées et de leurs influences sur la stabilité des massifs rocheux*, Electricité de France, Bull. de la Dir. d'Etudes et Recherches. Serie A, No 3 (1968) pp 5-132
4. C. Cruickshank, *Flujo en el Sistema de Fracturas de la Presa La Angostura, Chiapas*, Instituto de Ingeniería, UNAM, Informe No 263, México, D. F. (1970)
5. John B. Herbich y S. Shulits, *Large Scale Roughness in Open Channel Flow*, Procs., ASCE (nov 1964)
6. R. García Regal y M. Lescano-Rivero, *Macrorrugosidad en canales con elementos naturales*, IV Congreso Latinoamericano de Hidráulica (1970)
7. D. B. Peterson y P. K. Mohanty, *Flume Studies of Flow in Steep, Rough Channels*, Procs., ASCE (nov 1960)
8. E. M. O'Loughlin y V. S. Shastri Annambhotla, *Flow Phenomena Near Rough Boundaries* Journal of Hydraulic Research I. A.H. R. Vol 7, No 2 (1969)

RECONOCIMIENTO

Deseo hacer patente mi agradecimiento al ingeniero Carlos Cruickshank Villanueva, director de este trabajo, por el interés que mostró en la elaboración del mismo.

Asimismo, a los ingenieros José Luis Sánchez Bribiesca, Gilberto Sotelo Avila, Roberto Rincón Gutiérrez, Rolando Springall Galindo y Fernando González Villarreal por sus atinados consejos y ayuda.