

01179

5

24



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

LA CONTINUACION ASCENDENTE A UN PLANO HORIZONTAL
DE DATOS POTENCIALES OBTENIDOS EN TOPOGRAFIA ABRUPTA

ALEJANDRO SANDOVAL SOLIS

T E S I S

PRESENTA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA
(EXPLORACION)

CIUDAD UNIVERSITARIA

JUNIO DE 1990

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PAG.
I. RESUMEN	1
II. INTRODUCCION	3
III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
A. Justificación.	5
B. Objetivos.	9
IV. TEORIA	
A. La continuación de campos potenciales.	11
B. La transformada de Fourier.	18
C. La transformada de Fourier de la ecuación para continuación ascendente.	23
D. La transformada discreta de Fourier.	28
V. EL METODO PROPUESTO	
A. Planteamiento.	36
B. Implantación en modelos teóricos.	38
C. Aplicación a datos reales.	43
D. Evaluación.	46
VI. CONCLUSIONES	49
VII. BIBLIOGRAFIA	51

I. RESUMEN .

LA GRAVIMETRÍA Y LA MAGNETOMETRÍA SON DISCIPLINAS GEOFÍSICAS DE RECONOCIDA UTILIDAD PARA LA INTEGRACIÓN E INTERPRETACIÓN GEOFÍSICA Y GEOLÓGICA CON DIVERSOS OBJETIVOS EXPLORATORIOS. SIN EMBARGO, CUANDO ESTOS ESTUDIOS SE REALIZAN SOBRE SUPERFICIES CON IRREGULARIDADES TOPOGRÁFICAS SIGNIFICATIVAS, LOS VALORES DE GRAVEDAD Y MAGNETISMO OBTENIDOS PRESENTAN DISTORSIONES PROVOCADAS POR ESTAS IRREGULARIDADES, DIFICULTÁNDOSE ASÍ SU INTERPRETACIÓN.

EN ESTA TESIS SE PROPONE UN MÉTODO PARA LA ELIMINACIÓN DE LAS DISTORSIONES MENCIONADAS, EL CUAL SE FUNDAMENTA EN LA APLICACIÓN, EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA, DE LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA LA CONTINUACIÓN DE CAMPOS POTENCIALES, CON LA INNOVACIÓN DE QUE LA ELEVACIÓN DE CONTINUACIÓN ES VARIABLE PARA CADA PUNTO DE OBSERVACIÓN, DE TAL FORMA QUE LA INFORMACIÓN OBTENIDA SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR SE COLOCA EN UN NIVEL HORIZONTAL QUE ES COMÚN PARA TODOS LOS DATOS.

EN PRIMER TÉRMINO SE APLICA LA TRANSFORMADA DE FOURIER A LOS DATOS. POSTERIORMENTE EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA SE MULTIPLICA A LOS VALORES TRANSFORMADOS POR LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA ECUACIÓN PARA CONTINUACIÓN ASCENDENTE EN LA QUE LA ELEVACIÓN DE CONTINUACIÓN SERÁ VARIABLE, DEPENDIENDO DE LA DIFERENCIA DE ALTURAS ENTRE EL PLANO HORIZONTAL Y LA ELEVACIÓN DEL

TERRENO EN CADA ESTACIÓN PARTICULAR Y FINALMENTE SE APLICA AL RESULTADO DE ESTE PRODUCTO LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER, OBTENIENDO ASÍ EL CAMPO CONTINUADO A UN NIVEL HORIZONTAL COMÚN.

PARA DEMOSTRAR LA FACTIBILIDAD DE APLICACIÓN Y CONFIABILIDAD DEL MÉTODO SE PRESENTA SU IMPLANTACIÓN TEÓRICA, TANTO PARA MODELOS GRAVIMÉTRICOS COMO MAGNETOMÉTRICOS, ASÍ COMO SU UTILIZACIÓN CON DATOS GRAVIMÉTRICOS REALES OBTENIDOS EN UNA REGIÓN DE LA SIERRA MADRE ORIENTAL.

II . INTRODUCCION.

LOS MÉTODOS GEOFÍSICOS DE EXPLORACIÓN HAN CONTRIBUIDO NOTABLEMENTE AL DESARROLLO DE LAS CIENCIAS DE LA TIERRA Y COMO CONSECUENCIA AL BIENESTAR DE LA HUMANIDAD. SIN ELLOS LOS YACIMIENTOS MINERALES MÁS IMPORTANTES DEL MUNDO ESTARÍAN SIN DESCUBRIR Y POR TANTO DE SER EXPLOTADOS. DE ESTOS MÉTODOS LOS PIONEROS SON EL MAGNÉTICO Y EL GRAVIMÉTRICO. EL PRIMERO SE HA UTILIZADO PRINCIPALMENTE PARA LA LOCALIZACIÓN DE YACIMIENTOS MINEROS Y PARA CONFIGURAR EL BASAMENTO MAGNÉTICO. CON LO CUAL NORMALMENTE SE PUEDE DEDUCIR EL ESPESOR Y EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL REGIONAL DE LA COLUMNA SEDIMENTARIA DE UN ÁREA EN PARTICULAR; MIENTRAS QUE EL SEGUNDO INICIALMENTE SE UTILIZÓ PARA LA LOCALIZACIÓN DE DOMOS SALINOS, A LOS QUE COMÚNMENTE SE ENCUENTRAN ASOCIADAS TRAMPAS SUSCEPTIBLES DE CONTENER HIDROCARBUROS. POSTERIORMENTE SE HA UTILIZADO PARA DETERMINAR EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE LAS ROCAS DEL SUBSUELO EN ALGUNA REGIÓN EN EXPLORACIÓN. ASÍ COMO PARA DEDUCIR LA EXISTENCIA DE VOLÚMENES DE MASA ANOMALOS QUE GENERALMENTE SE RELACIONAN CON YACIMIENTOS MINERALES.

LA INTERPRETACIÓN CUALITATIVA Y CUANTITATIVA DE LA INFORMACIÓN QUE PROPORCIONAN AMBOS MÉTODOS, DESDE LUEGO UNA VEZ QUE SE HAN APLICADO LAS CORRECCIONES NECESARIAS, DEPENDERÁ SIGNIFICATIVAMENTE DE LAS DIMENSIONES, DE LA FORMA, DEL GRADIENTE Y DE LOS PUNTOS DE INFLEXIÓN DE CADA UNA DE LAS *anomalías* QUE INTEGRAN AL MAPA

GRAVIMÉTRICO O MAGNETOMÉTRICO.

LAS ANOMALÍAS QUE SE OBTIENEN CUANDO LOS ESTUDIOS DE ESTE TIPO SE EFECTÚAN EN REGIONES DE BAJO RELIEVE TOPOGRÁFICO, PUEDEN INTERPRETARSE EN FORMA RELATIVAMENTE FÁCIL, PERO CUANDO SE REALIZAN EN ÁREAS ABRUPTAS LA INFORMACIÓN OBTENIDA PRESENTA ANOMALÍAS FALSAS QUE DIFICULTAN LA INTERPRETACIÓN Y PUEDEN CONDUCIR A CONCLUSIONES ERRÓNEAS, POR LO QUE ES DESEABLE ELIMINAR O ATENUAR ESTOS EFECTOS PARA FACILITAR Y MEJORAR EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS. LA MANERA DE RESOLVER ESTE PROBLEMA ES UBICAR A LA INFORMACIÓN OBTENIDA EN UN MISMO PLANO HORIZONTAL, ESTA TESIS PROPONE UNA SOLUCIÓN MEDIANTE LA CONTINUACIÓN ANALÍTICA VARIABLE, REALIZADA EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE FOURIER.

III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

AJUSTIFICACION

DESDE LOS INICIOS DE LA EXPLORACIÓN GEOFÍSICA SE HA DEMOSTRADO QUE INTERPRETANDO APROPIADAMENTE LA INFORMACIÓN QUE PROPORCIONAN LOS MÉTODOS GRAVIMÉTRICO Y MAGNETOMÉTRICO, ES POSIBLE DESCUBRIR YACIMIENTOS, TANTO DE HIDROCARBUROS COMO DE MINERALES.

LA INTERPRETACIÓN DE ESTE TIPO DE DATOS SE EFECTÚA ANALIZANDO CUALITATIVA Y CUANTITATIVAMENTE A LAS *anomalías* CONFIGURADAS EN LOS MAPAS, PARA DEDUCIR LAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y FÍSICAS (DENSIDAD VOLUMÉTRICA Y SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA) DEL O DE LOS CUERPOS O ESTRUCTURAS EN EL SUBSUELO QUE GENERAN TALES ANOMALÍAS. ES ASÍ QUE EN TÉRMINOS GENERALES, NORMALMENTE UN VALOR MÁXIMO GRAVITACIONAL SE ASOCIA CON UN CUERPO DE ALTA DENSIDAD O EN SU DEFECTO A UNA ESTRUCTURA POSITIVA O LEVANTAMIENTO, MIENTRAS QUE UN VALOR MÍNIMO DE GRAVEDAD ESTARÁ RELACIONADO CON UN CUERPO DE BAJA DENSIDAD O CON UNA ESTRUCTURA NEGATIVA O DEPRESIÓN. LA INTERPRETACIÓN MAGNÉTICA ES AÚN MÁS COMPLICADA, DEBIDO A QUE EN LAS MEDICIONES DEL CAMPO MAGNÉTICO TOTAL ESTÁN IMPLICITOS OTROS FACTORES, TALES COMO INCLINACIÓN Y DECLINACIÓN DEL VECTOR DEL CAMPO TOTAL Y LA MAGNETIZACIÓN REMANENTE, ENTRE OTROS. SIN EMBARGO, BAJO CIERTAS CONDICIONES, ES POSIBLE EFECTUAR LAS MISMAS ASOCIACIONES QUE PARA EL CASO GRAVIMÉTRICO.

PARA ESTABLECER LAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DEL O DE LAS ESTRUCTURAS EN EL SUBSUELO, TALES COMO DIMENSIONES, PROFUNDIDAD A LA CIMA Y A LA BASE Y EXISTENCIA DE FALLAS GEOLÓGICAS, EL INTÉRPRETE ANALIZA LAS CARACTERÍSTICAS PARTICULARES DE CADA ANOMALÍA Y TRATA DE RELACIONARLAS CON LA RESPUESTA GRAVITACIONAL O MAGNÉTICA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS SIMPLES COMO LA ESFERA, EL CILINDRO VERTICAL Y HORIZONTAL, LA LOZA AFALLADA Y OTROS . UNA VEZ IDENTIFICADAS SE ESTÁ EN POSIBILIDADES DE DETERMINAR LA FORMA Y DIMENSIONES DEL CUERPO.

PARA EFECTUAR EL CÁLCULO DE PROFUNDIDADES, LA MAYORÍA DE LOS MÉTODOS EXISTENTES, TANTO PARA GRAVIMETRÍA COMO PARA MAGNETOMETRÍA, UTILIZAN DE UNA U OTRA MANERA LA PENDIENTE O GRADIENTE DE CADA ANOMALÍA PARTICULAR, A EXCEPCIÓN DE LOS MÉTODOS BASADOS EN TRANSFORMACIONES COMO LA DE HILBERT, LA DE FOURIER, DECONVOLUCIÓN WERNER, ETC.

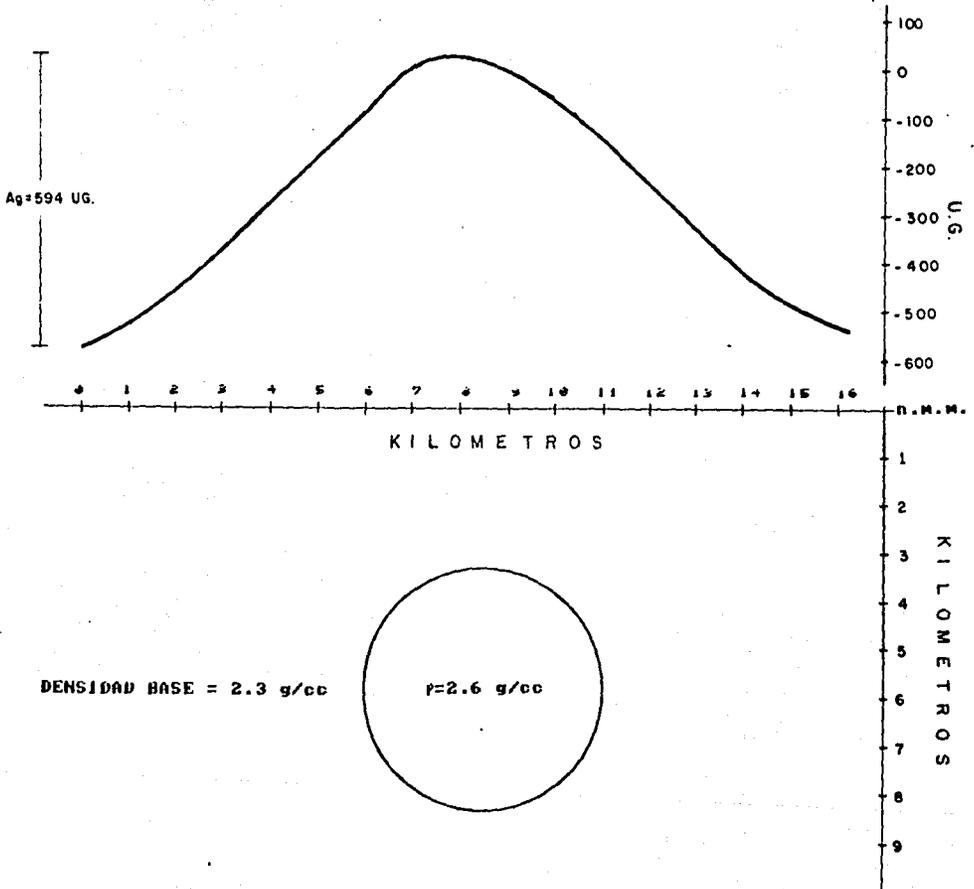
LAS TÉCNICAS DE INTERPRETACIÓN MÁS RECIENTES INCLUYEN EL MODELADO GRAVIMÉTRICO O MAGNETOMÉTRICO, YA SEA DIRECTO O INVERSO, EN EL QUE EL INTÉRPRETE TRATA DE ENCONTRAR AL CUERPO O CUERPOS GEOLÓGICOS QUE PUEDAN PRODUCIR ANOMALÍAS SEMEJANTES A LAS CONTENIDAS EN LOS MAPAS O PERFILES QUE PRETENDE INTERPRETAR.

COMO PUEDE APRECIARSE EN ESTE BREVE REPASO DEL PROCESO DE INTERPRETACIÓN DE DATOS GRAVIMÉTRICOS Y MAGNÉTICOS, SUS RESULTADOS DEPENDEN ESENCIALMENTE DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LAS ANOMALÍAS QUE

INTEGRAN A LOS MAPAS RESULTANTES DE AMBOS ESTUDIOS. CUANDO LA EXPLORACIÓN CON ESTOS MÉTODOS SE REALIZA EN ÁREAS DE BAJO RELIEVE TOPOGRÁFICO, LA INTERPRETACIÓN NO PRESENTA COMPLICACIONES, PERO CUANDO ESTAS EXPLORACIONES SE EFECTÚAN EN ZONAS ABRUPTAS, LA INFORMACIÓN OBTENIDA PRESENTA DISTORSIONES GENERADAS POR LAS DIFERENCIAS DE ELEVACIÓN QUE EXISTEN ENTRE LOS DIVERSOS PUNTOS DE OBSERVACIÓN O *estaciones*, GENERANDO ANOMALÍAS FALSAS QUE PUEDEN CONDUCIR A CONCLUSIONES ERRÓNEAS. ESTA SITUACIÓN ES POSIBLE OBSERVARLA EN LAS FIGURAS NO. 1 Y 2; LA PRIMERA MUESTRA EL PERFIL DE LA ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA DE UNA ESFERA CALCULADA EN UNA SUPERFICIE PLANA, MIENTRAS QUE LA SEGUNDA MUESTRA LA ANOMALÍA DE LA MISMA ESFERA PERO CALCULADA SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR, LA CUAL REPRESENTARÍA A LA TOPOGRAFÍA DEL TERRENO SOBRE EL QUE SE OBTUVO EL PERFIL, COMO PUEDE VERSE EN ESTA ÚLTIMA FIGURA LA ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA PRESENTA DISTORSIONES QUE LA ALEJAN DE LA RESPUESTA TÍPICA PARA UNA ESFERA. ESTA MISMA SITUACIÓN SE OBSERVA TAMBIÉN PARA EL CASO DE LA LOZA AFALLADA (FIGS. 3 Y 4).

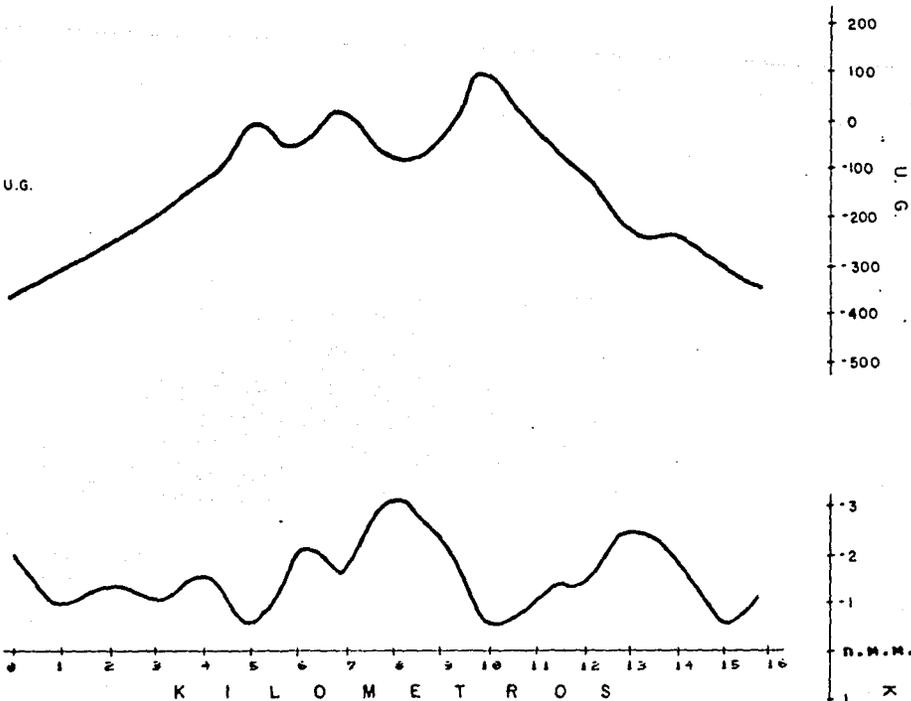
ES CONVENIENTE ENTONCES, ATENUAR ESTAS DISTORSIONES PARA FACILITAR Y MEJORAR EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS. LA FORMA DE HACERLO ES TRANSLADAR A LA INFORMACIÓN OBSERVADA SOBRE SUPERFICIES IRREGULARES A UN MISMO NIVEL HORIZONTAL.

DEBIDO A LA IMPORTANCIA DE ESTE PROBLEMA VARIOS GEOFÍSICOS LO HAN ABORDADO: DAMPNEY (1969) UTILIZÓ UNA FUENTE EQUIVALENTE DE MASAS PUNTALES DISCRETAS PARA REPRESENTAR A LA ANOMALÍA DE BOUGUER



F I G U R A N o . 1

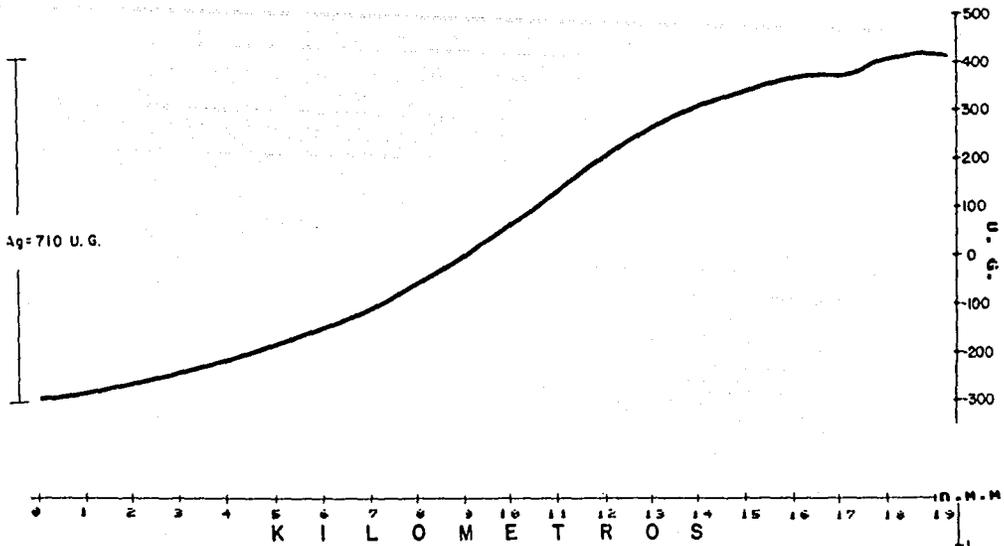
Ag = 443.5 U.G.



DENSIDAD BASE = 2.3 g/cc

$\rho = 2.6$ g/cc

FIGURA No. 2



DENSIDAD BASE = 2.8 g/cc

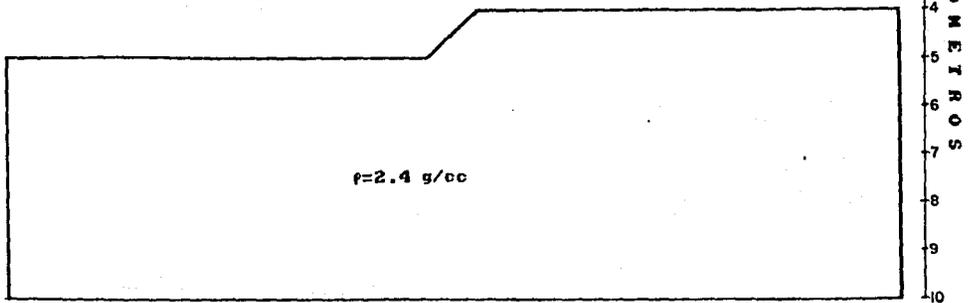
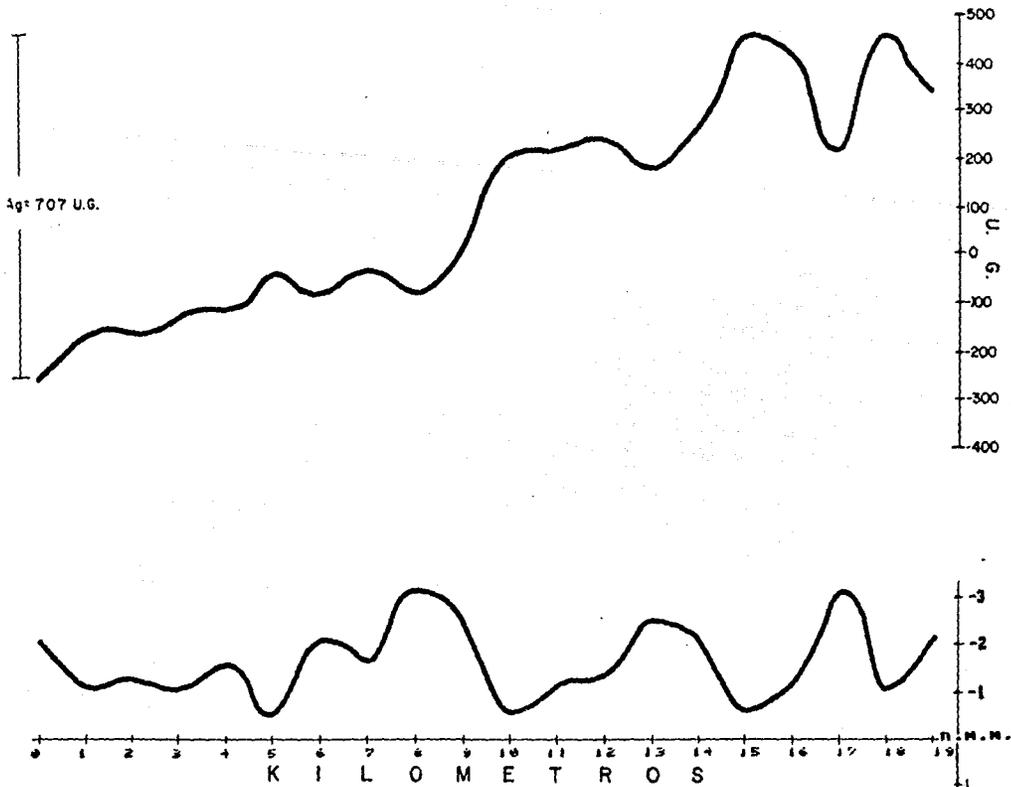


FIGURA No. 3



DENSIDAD BASE = 2.8 g/cc

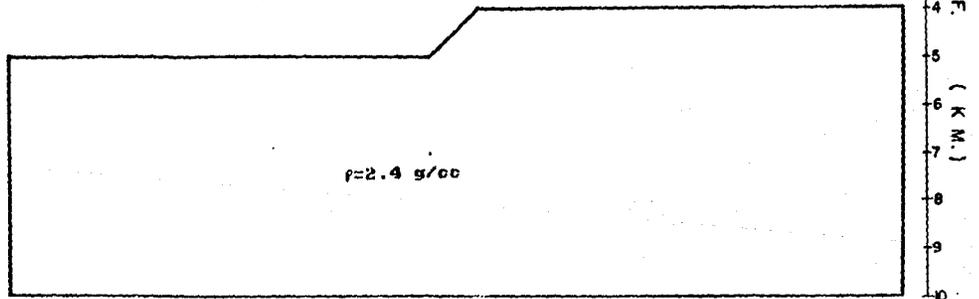


FIGURA No. 4

OBSERVADA SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR Y POSTERIORMENTE INTERPOLARLA Y PROYECTARLA A UN PLANO HORIZONTAL; EMILIA (1973) ADAPTÓ EL CONCEPTO DE FUENTES EQUIVALENTES PARA EL CASO MAGNÉTICO, MEDIANTE UNA DISTRIBUCIÓN DE LÍNEAS INFINITAS DE DIPOLOS MAGNÉTICOS PERPENDICULARES A PERFILES PARA REPRESENTAR CAMPOS MAGNÉTICOS Y POSTERIORMENTE EFECTUAR DIVERSOS PROCESOS, ENTRE LOS CUALES INCLUYE LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE Y DESCENDENTE; HENDERSON Y CORDELL (1971) REPRESENTAN A INFORMACIÓN ESPACIADA IRREGULARMENTE POR MEDIO DE APROXIMACIONES DE SERIES ARMÓNICAS FINITAS, EN LAS QUE LOS COEFICIENTES SE DETERMINAN POR MÉTODOS MATRICIALES Y MÍNIMOS CUADRADOS; UNA VEZ LOGRADA LA REPRESENTACIÓN, SE REALIZA LA CONTINUACIÓN HACIA UN PLANO HORIZONTAL.

DUCRUIX, ET AL (1974) PROPONEN UN MÉTODO EN EL QUE PRIMERO REPRESENTAN A LAS FUNCIONES POTENCIALES COMO UNA SUMA DE FUNCIONES INTERPOLANTES ELEMENTALES Y POSTERIORMENTE UTILIZAN LA TÉCNICA DE INVERSIÓN PARA OBTENER EL CAMPO CONTINUADO.

BODVARSSON (1971) DISCUTIÓ LOS PROBLEMAS DE APROXIMACIÓN EN LOS CASOS EN QUE SE APLICA LA REPRESENTACIÓN CON UNA FUENTE EQUIVALENTE.

BHATTACHARYYA Y CHAN (1977) ABORDAN ESTE PROBLEMA, PROPONIÉNDO LA REPRESENTACIÓN DE CAMPOS POTENCIALES CON UNA FUENTE EQUIVALENTE PROPORCIONADA POR UNA ECUACIÓN INTEGRAL DE FREDHOLM DE SEGUNDO

GÉNERO, CUYA SOLUCIÓN SE LOGRA MEDIANTE UN ESQUEMA ITERATIVO RÁPIDAMENTE CONVERGENTE, POSTERIORMENTE CONTINÚAN EL CAMPO A CUALQUIER OTRA SUPERFICIE, INCLUYENDO SU PROYECCIÓN A UN PLANO HORIZONTAL.

RECIENTEMENTE HENGREN XIA (1987), PRESENTÓ UN TRABAJO EN EL QUE COMPARA LOS MÉTODOS DE DAMPNEY, BHATTACHARYYA Y CHAN, HENDERSON Y CORDELL, Y EL DE CORDELL Y GRAUCH; CONCLUYENDO QUE EL DE DAMPNEY PROPORCIONA MEJORES RESULTADOS.

AÚN CUANDO TODOS LOS MÉTODOS ANTERIORMENTE MENCIONADOS TIENEN FUNDAMENTOS ANALÍTICOS SÓLIDOS, TODOS UTILIZAN APROXIMACIONES NECESARIAS PARA LA SOLUCIÓN REAL DEL PROBLEMA, ASÍ POR EJEMPLO: EN EL CASO DE LA REPRESENTACIÓN POR MEDIO DE SERIES DE FOURIER, EL NÚMERO DE ARMÓNICAS A CONSIDERAR NO DEBE SER MUY GRANDE PARA NO SATURAR LA CAPACIDAD DE CÓMPUTO; EN LA DETERMINACIÓN DE LA FUENTE EQUIVALENTE, EL NÚMERO TOTAL DE PUNTOS NO DEBE SER EXCESIVAMENTE GRANDE PARA PODER REALIZAR LA INVERSIÓN MATRICIAL NECESARIA.

B.OBJETIVOS.

LOS OBJETIVOS DE ESTE TRÁBAJO SON LOS SIGUIENTES: PROPONER UN MÉTODO PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE CAMPOS POTENCIALES OBTENIDOS SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR A UNA SUPERFICIE PLANA, TAL MÉTODO SE APLICA EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE

ONDA Y SE BASA EN LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA EL PLANO EN LA CUAL LA ELEVACIÓN DE CONTINUACIÓN ES VARIABLE PARA CADA PUNTO EN EL QUE SE OBTIENE UN DATO DEL CAMPO POTENCIAL.

EL MÉTODO SE IMPLANTARÁ EN PRIMER TERMINO A MÓDELOS TEÓRICOS, TANTO MAGNÉTICOS COMO GRAVITACIONALES; PARA DEMOSTRAR SU CONFIABILIDAD SE INCLUIRÁN TAMBIÉN LOS RESULTADOS EXACTOS PARA AMBOS CASOS. POSTERIORMENTE SE UTILIZARÁ EL MÉTODO EN UN CASO GRAVITACIONAL REAL, CON DATOS OBTENIDOS EN UNA REGIÓN DE LA SIERRA MADRE ORIENTAL.

IV. TEORIA

A. LA CONTINUACION DE CAMPOS POTENCIALES.

DE ACUERDO CON LA TEORÍA DE CAMPOS POTENCIALES, UN CAMPO POTENCIAL PUEDE CONTINUARSE A CUALQUIER PUNTO DEL ESPACIO SI NO EXISTE UNA FUENTE O CUERPO ANÓMALO (MASA O MATERIAL MAGNETIZADO EN ESTE CASO) EN EL INTERVALO DE CONTINUACIÓN, ES DECIR, SI LA FUNCIÓN POTENCIAL ES ARMÓNICA EN EL EXTERIOR DE LA FUENTE. PUESTO QUE EN GEOFÍSICA APLICADA LAS MEDICIONES GRAVITACIONALES Y MAGNÉTICAS SE EFECTÚAN SOBRE LA SUPERFICIE DE LA TIERRA, LA REGIÓN ARMÓNICA ES TODO EL INFINITO O MÁS BIEN EL ESPACIO QUE LA RODEA Y LOS POTENCIALES REGULARMENTE DECRECEN CON LA DISTANCIA AL ALEJARSE DE LA TIERRA, POR LO QUE ES POSIBLE RESOLVER PROBLEMAS DE CONTINUACIÓN EN REGIONES EXTERIORES A LA SUPERFICIE DE LA TIERRA.

LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE ESTE PROBLEMA DE CONTINUACIÓN PUEDE ENCONTRARSE EXPLICADO CON DETALLE EN LA MAYORÍA DE LOS TEXTOS DE TEORÍA DEL POTENCIAL, AQUÍ SÓLO SE CONSIDERARAN LOS PASOS NECESARIOS PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA SIN PROFUNDIZAR EN ALGUNAS DEMOSTRACIONES.

UNA FUNCIÓN POTENCIAL U SE DICE QUE ES ARMÓNICA EN LA REGIÓN D SI SE SATISFACEN LAS DOS CONDICIONES SIGUIENTES:

U ES UNA FUNCIÓN CUYA PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA EXISTEN EN TODO PUNTO M DE D.

SATISFACE LA ECUACIÓN $\nabla^2 U = 0$. SU LAPLACIANO POR TANTO ES CERO.

ASÍ, LA FUNCIÓN $1/r$, DONDE $r = \overline{MP}$ Y CUYO LAPLACIANO ES:

$$\nabla^2(1/r) = -4\pi \delta(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) \dots\dots\dots(4.1)$$

NO ES ARMÓNICA EN TODAS PARTES, PERO ES ARMÓNICA EN TODA REGIÓN QUE CONTENGA SÓLO UNO DE LOS DOS PUNTOS, M POR EJEMPLO, A LA EXCLUSIÓN DE P. CONSECUENTEMENTE ESTE POTENCIAL NO ES GENERALMENTE UNA FUNCIÓN ARMÓNICA, PERO ES ARMÓNICA EN CUALQUIER REGIÓN LIBRE DE UNA FUENTE (FIG. 5).

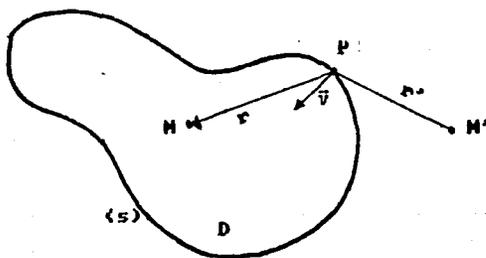


FIG. 5

SI SE APLICA EL TEOREMA DE GREEN:

$$\iiint (U \nabla^2 v - v \nabla^2 U) dv = \iint_S \left(U \frac{dv}{dn} - v \frac{dU}{dn} \right) ds \quad \dots\dots(4.2)$$

A UNA REGIÓN D, EN DONDE LA FUNCIÓN U ES ARMÓNICA (FIG. 5),
 ENTONCES $\nabla^2 U = 0$. HACIENDO $v = 1/r = 1/\overline{MP}$ Y TOMANDO EN CUENTA
 A (4.1), LA INTEGRAL DE LA IZQUIERDA EN (4.2) SE TRANSFORMA A:

$$\begin{aligned} \iiint (U \nabla^2 v - v \nabla^2 U) dv &= \iiint U \nabla^2 (1/r) dv \\ &= -4\pi \iiint U(\xi, \theta, \zeta) \delta(x-\xi, y-\theta, z-\zeta) d\xi d\theta d\zeta \quad \dots\dots(4.3) \end{aligned}$$

ES POSIBLE DEMOSTRAR TAMBIÉN QUE:

$$\iiint F(\xi, \theta, \zeta) \delta(x-\xi, y-\theta, z-\zeta) d\xi d\theta d\zeta = F(x, y, z)$$

POR LO QUE LA INTEGRAL DE LA DERECHA EN (4.3) ES $U(x, y, z)$. EL
 TEOREMA DE GREEN (4.2) SE TRANSFORMA ENTONCES A:

$$-4\pi U(x, y, z) = \iint_S \left[U \frac{d}{dn} (1/r) - \frac{1}{r} \frac{dU}{dn} \right] ds$$

EN ESTE CASO LAS DERIVADAS SE TOMAN HACIA AFUERA, EN LA DIRECCIÓN
 DE LA NORMAL AL PUNTO P QUE SE MUEVE SOBRE LA SUPERFICIE S QUE
 ENCIERRA A D. SUPONIENDO AHORA QUE LA NORMAL NO ESTÁ DIRIGIDA
 HACIA EL EXTERIOR SINO AL INTERIOR DE D, QUE ES LA REGIÓN EN LA

QUE U ES ARMÓNICA, Y DESIGNANDO A LA NORMAL CON LA LETRA ν , SE TIENE QUE

$$U(M) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U(P) \frac{d}{d\nu} (1/r) - \frac{1}{r} \frac{dU}{d\nu} \right\} ds \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

ESTA ECUACIÓN DEFINE A UNA FUNCIÓN $U(M)$ QUE ES ARMÓNICA EN CUALQUIER PUNTO M EN EL INTERIOR DE LA REGIÓN D , SI SE CONOCE SU VALOR, ASÍ COMO EL VALOR DE SU DERIVADA NORMAL, EN TODO PUNTO P DE LA SUPERFICIE S . SIN EMBARGO, ES IMPORTANTE MENCIONAR QUE NO ES NECESARIO CONOCER A AMBOS AL MISMO TIEMPO, ES POSIBLE DEFINIR A LA FUNCIÓN ARMÓNICA SI SÓLO SE CONOCE A UNA DE ESTAS CANTIDADES.

CONSIDERANDO AHORA UN PUNTO M' FUERA DE LA REGIÓN D , EN ESTE CASO LA DISTANCIA $r' = \overline{M'P}$ NO PUEDE SER CERO, POR LO TANTO LA FUNCIÓN $1/r'$ ES ARMÓNICA EN EL INTERIOR DE D . CONSECUENTEMENTE SI SE HACE $V = 1/r'$ EN EL TEOREMA DE GREEN (4.2), SE TENDRÁ QUE $\nabla^2 V = 0$ AL MISMO TIEMPO QUE $\nabla^2 U = 0$, POR LO QUE LA INTEGRAL DEL LADO IZQUIERDO DE LA ECUACIÓN (4.2) ES CERO, Y EN LUGAR DE LA ECUACIÓN (4.4) SE OBTIENE:

$$\frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U(P) \frac{d}{d\nu} (1/r') - \frac{1}{r'} \frac{dU}{d\nu} \right\} ds = 0 \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

RE-EXAMINANDO A LAS ECUACIONES (4.4) Y (4.5) Y SUPONIENDO QUE LA INTEGRACIÓN SE EFECTUARÁ SOBRE UN PLANO HORIZONTAL, EL CUAL SERÁ EL PLANO XY DE UN SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS EN EL QUE SE CONSIDERA AL EJE Z VERTICALMENTE HACIA ARRIBA. ENTONCES LA

DERIVADA NORMAL

$$\frac{d U}{d v}$$

ES LA DERIVADA PARCIAL

$$\frac{\partial U}{\partial z}$$

Y LAS ECUACIONES (4.4) Y (4.5) PUEDEN ESCRIBIRSE COMO:

$$U_{(D)} = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U_{(P)} \frac{\partial}{\partial z} (1/r) - \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial z} \right\} ds \quad \dots\dots(4.6)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \left\{ U_{(P)} \frac{\partial}{\partial z} (1/r') - \frac{1}{r'} \frac{\partial U}{\partial z} \right\} ds \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

HACIENDO A M' EL PUNTO IMAGEN DE M EN EL PLANO (FIG. 6).

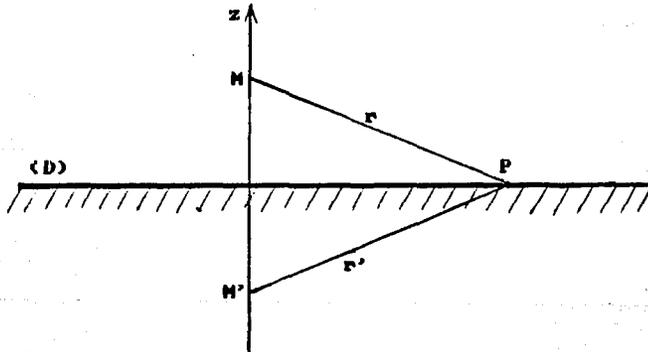


FIG. 6

SI SE COMPARAN LAS INTEGRALES EN (4.6) Y (4.7) SE OBSERVA QUE LA FUNCIÓN UCP) Y SU DERIVADA PARCIAL $\frac{\partial U}{\partial z}$ SON CLARAMENTE LAS MISMAS EN AMBAS ECUACIONES Y QUE ESTÁN DADAS EN EL PLANO HORIZONTAL. TAMBIÉN LAS DISTANCIAS r Y r' SON IGUALES DEBIDO A LA SIMETRÍA, PERO LAS DERIVADAS PARCIALES DE $1/r$ Y $1/r'$ TIENEN SIGNOS OPUESTOS, ES DECIR:

$$\frac{\partial}{\partial z} (1/r') = - \frac{\partial}{\partial z} (1/r)$$

SI SE REEMPLAZA A r' POR r EN (4.7), LA ECUACIÓN SE TRANSFORMA A:

$$0 = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \left\{ -UCP) \frac{\partial}{\partial z} (1/r) - \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial z} \right\} ds \quad \dots (4.8)$$

TOMANDO AHORA LA DIFERENCIA Y LA SUMA DE LAS ECUACIONES (4.6) Y (4.8) SE OBTIENEN DOS NUEVAS ECUACIONES:

$$UCM) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} UCP) \frac{\partial}{\partial z} (1/r) ds \quad \dots \dots \dots (4.9)$$

$$UCM) = - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} \left\{ \frac{\partial U}{\partial z} \right\} \frac{ds}{r} \quad \dots \dots \dots (4.10)$$

POR LO TANTO, UNA FUNCIÓN ARMÓNICA PUEDE DEFINIRSE EN TODO PUNTO LOCALIZADO ARRIBA DEL PLANO SI SE CONOCEN :

- 1-LOS VALORES QUE TIENE EN TODO PUNTO SOBRE EL PLANO.

2.-LOS VALORES DE SU DERIVADA VERTICAL SOBRE EL PLANO.

EL PRIMER CASO SE CONOCE COMO LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA EL PLANO, MIENTRAS QUE EL SEGUNDO ES LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE NEUMAN PARA EL PLANO.

SI SE DESIGNA A LAS COORDENADAS DEL PUNTO FIJO (M) COMO ξ, θ, ζ Y A LAS COORDENADAS DEL PUNTO MÓVIL (P) COMO x, y, z , TENEMOS QUE:

$$r = [(x-\xi)^2 + (y-\theta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2}$$

Y CALCULANDO A:

$$\frac{\partial}{\partial z} (1/r) = \frac{\zeta - z}{r^3} \dots\dots\dots(4.11)$$

LA ECUACIÓN 4.9 SE TRANSFORMA A:

$$U(M) = U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_a U(\xi, \theta) \frac{\zeta - z}{r^3} ds$$

$$U(M) = U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_a U(\xi, \theta) \frac{h}{r^3} ds \dots\dots\dots(4.12)$$

DONDE: $h = \zeta - z$

ESTA ECUACIÓN (4.12) CONSTITUYE LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA EL PLANO CON $h > 0$ Y SE CONOCE COMO LA ECUACIÓN

PARA LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE CAMPOS POTENCIALES.

B. LA TRANSFORMADA DE FOURIER.

NO SE PRETENDE ABARCAR AQUÍ LA TEORÍA COMPLETA DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER. EL OBJETIVO SE RESTRINGE A REVISAR BREVEMENTE LAS ECUACIONES PRINCIPALES Y TEOREMAS. CUYAS PRUEBAS PUEDEN ENCONTRARSE EN TEXTOS ESPECIALIZADOS EN EL TEMA. AUNQUE EL DESARROLLO SERÁ PARA EL CASO UNIDIMENSIONAL, SE ENTIENDE QUE EL NÚMERO DE VARIABLES ES ARBITRARIO, POR LO QUE AL FINAL SE HARÁ EXTENSIVO AL CASO BIDIMENSIONAL.

LA TRANSFORMADA DE FOURIER, TAMBIÉN CONOCIDA COMO LA FUNCIÓN ESPECTRAL, DE UNA FUNCIÓN $f(x)$ ES UNA FUNCIÓN QUE SE DESIGNARÁ COMO $f(\omega)$ Y SE EXPRESARÁ COMO:

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

DONDE:

$$\omega = 2\pi kx$$

kx = número de onda de la variable x

$$i = \sqrt{-1}$$

ESTA ECUACIÓN TIENE UN SIGNIFICADO PERFECTAMENTE CLARO SI $f(x)$ ES UNA FUNCIÓN INTEGRABLE, SIENDO x UNA VARIABLE DEL DOMINIO ESPACIAL

Y α UNA VARIABLE EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA.

COMO MUY BIEN SE SABE, EXISTE UNA TRANSFORMACIÓN INVERSA DE (4.13), LA CUAL SE CONOCE COMO LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER Y SE DEFINE COMO:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha) \exp(i\alpha x) dx \quad \dots\dots\dots(4.14)$$

ESTA TRANSFORMACIÓN INVERSA PERMITE LA DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN $f(x)$ A PARTIR DE SU TRANSFORMADA DE FOURIER.

LAS CONDICIONES PARA QUE EXISTA LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE UNA FUNCIÓN $f(x)$ SON LAS SIGUIENTES:

CONDICIÓN 1. SI $f(x)$ ES INTEGRABLE EN EL SENTIDO

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx < \infty \quad \dots\dots\dots(4.15)$$

ENTONCES SU TRANSFORMADA DE FOURIER $f(\omega)$ EXISTE Y SATISFACE A LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER (4.14).

ES IMPORTANTE NOTAR QUE LA CONDICIÓN 1 ES UNA CONDICIÓN SUFICIENTE, PERO NO NECESARIA PARA LA EXISTENCIA DE UNA TRANSFORMADA DE FOURIER. HAY FUNCIONES QUE NO SATISFACEN LA

CONDICIÓN 1 PERO TIENEN UNA TRANSFORMADA QUE SATISFACE A (4.14).
 ESTA CLASE DE FUNCIONES SE CUBRIRÁ CON LA CONDICIÓN 2.

CONDICIÓN 2. SI $f(x) = B(x) \operatorname{sen}(2\pi kx + \Delta)$ (k Y Δ SON CONSTANTES ARBITRARIAS), SI $B(x+C) < B(x)$, Y SI PARA $|x| > \lambda > 0$, LA FUNCIÓN $f(x)/x$ ES ABSOLUTAMENTE INTEGRABLE EN EL SENTIDO DE LA ECUACIÓN (4.15). ENTONCES $f(\omega)$ EXISTE Y SATISFACE A LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER (4.14).

UN EJEMPLO IMPORTANTE ES LA FUNCIÓN $[\operatorname{sen}(akx)/(akx)]$ QUE NO SATISFACE LOS REQUERIMIENTOS DE INTEGRABILIDAD DE LA CONDICIÓN 1.

CONDICIÓN 3. AUNQUE NO SE ESTABLECIÓ ESPECIFICAMENTE, PARA QUE SE CUMPLAN LAS CONDICIONES 1 Y 2 SE SUPONE QUE TODAS LAS FUNCIONES DEBEN SER DE VARIACIÓN LIMITADA; ESTO ES, PUEDEN REPRESENTARSE POR MEDIO DE UNA CURVA DE LONGITUD FINITA EN CUALQUIER INTERVALO FINITO DE ESPACIO. POR MEDIO DE ESTA CONDICIÓN SE EXTENDERÁ LA TEORÍA PARA INCLUIR FUNCIONES SINGULARES (IMPULSIVAS).

SI $f(x)$ ES UNA FUNCIÓN PERIÓDICA O IMPULSIVA, ENTONCES $f(\omega)$ EXISTE SÓLO SI SE INTRODUCE LA TEORÍA DE DISTRIBUCIÓN. LA FUNCIÓN IMPULSIVA $\delta(x)$ SE DEFINE COMO:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-x_0) \phi(x) dx = \phi(x_0) \dots\dots\dots(4.16)$$

DONDE $\phi(x)$ ES UNA FUNCIÓN ARBITRARIA CONTINUA EN x_0 . LA APLICACIÓN

DE ESTA DEFINICIÓN SIMPLIFICA EL CÁLCULO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE MUCHAS FUNCIONES IMPORTANTES.

POR MEDIO DE LOS CONCEPTOS DE LA TEORÍA DE DISTRIBUCIÓN, ES POSIBLE DERIVAR UNA PRUEBA FORMAL SIMPLE DE LA FÓRMULA DE INVERSIÓN (4.14).

SUSTITUYENDO A $f(\omega)$ (EC. 4.13) EN LA DEFINICIÓN DE TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER (4.14) SE TIENE:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega) \exp(i\omega x) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega x) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt \quad \dots(4.17)$$

DONDE $f(t)$ ES UNA FUNCIÓN DE PRUEBA.

CONSIDERANDO LA TEORÍA DE DISTRIBUCIÓN:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega x) dx = \delta(x)$$

ENTONCES, UN INTERCAMBIO DE INTEGRACIÓN EN (4.17) PRODUCE:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega) \exp(i\omega x) d\omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega x) \exp(-i\omega t) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i\omega(x-t)] d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(x-t) dt \quad \dots\dots\dots(4.18) \end{aligned}$$

PERO DE ACUERDO CON LA DEFINICIÓN DE FUNCIÓN IMPULSIVA (4.16), LA ECUACIÓN (4.18) ES SIMPLEMENTE IGUAL A $f(x)$. ÉSTA DECLARACIÓN ES VÁLIDA SÓLO SI $f(x)$ ES CONTÍNUA. SIN EMBARGO, SI SE SUPONE QUE

$$f(x) = \frac{f(x^+) + f(x^-)}{2} \dots\dots\dots(4.19)$$

ESTO ES, SI $f(x)$ ESTÁ DEFINIDO COMO EL VALOR MEDIO EN UNA DISCONTINUIDAD, ENTÓNCE LA FÓRMULA DE INVERSIÓN AÚN ES VÁLIDA.

SE HA MENCIONADO ASÍ BAJO QUE CONDICIONES EXISTE LA INTEGRAL DE FOURIER (ECS. 4.13 Y 4.14) PARA EL CASO UNIDIMENSIONAL, ES FÁCIL AHORA EXPANDERLA AL CASO BIDIMENSIONAL.

LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE UNA FUNCIÓN $f(x, y)$ DEFINIDA SOBRE EL PLANO xy , ES UNA FUNCIÓN QUE SE DESIGNARÁ COMO $f(\alpha, \beta)$ Y QUE SE EXPRESARÁ COMO:

$$f(\alpha, \beta) = \iint_{\sigma} \exp[-i(\alpha x + \beta y)] f(x, y) dx dy \dots\dots\dots(4.20)$$

COMO ANTES, x E y SON VARIABLES DEL DOMINIO ESPACIAL, MIENTRAS QUE α Y β SON VARIABLES EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA. TAMBIÉN LA FUNCIÓN $f(x, y)$ DEBE SER UNA FUNCIÓN INTEGRABLE Y CUMPLIR CON LAS CONDICIONES MENCIONADAS ANTERIORMENTE. LA FUNCIÓN $f(\alpha, \beta)$ ES UNA FUNCIÓN LIMITADA, CONTINUA Y QUE SE DESVANECE EN EL LÍMITE CUANDO

$$|\alpha|, |\beta| \rightarrow \infty$$

LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER VIENE EXPRESADA POR:

$$f(x, y) = \iint_{\sigma} \exp [i(\alpha x + \beta y)] f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

EN DONDE LA INTEGRACIÓN SE TOMA SOBRE EL PLANO ESPECTRAL TOTAL DEFINIDO POR α Y β .

LAS ECUACIONES (4.20) Y (4.21) SE CONOCEN COMO EL *par transformado de Fourier* PARA EL CASO BIDIMENSIONAL. ESTE *par* PERMITE TRANSFORMAR A UNA FUNCIÓN, QUE DESDE LUEGO CUMPLE CON LAS CONDICIONES YA MENCIONADAS, DEL DOMINIO ESPACIAL AL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA. EN ESTE ÚLTIMO DOMINIO ES POSIBLE CONOCER LAS CARACTERÍSTICAS ESPECTRALES DE LA FUNCIÓN (AMPLITUD Y FASE), ADEMÁS DE APLICAR CON MAYOR FACILIDAD ALGUNOS PROCESOS A LA FUNCIÓN TRANSFORMADA, TALES COMO CONVOLUCIÓN Y CORRELACIÓN CON OTRA FUNCIÓN TAMBIÉN TRANSFORMADA O CONSIGO MISMA. UNA VEZ AFECTADA LA FUNCIÓN, LA ECUACIÓN (4.21) PERMITE VOLVER AL DOMINIO ESPACIAL Y OBSERVAR EL RESULTADO DEL PROCESO REALIZADO.

C. LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA ECUACION PARA CONTINUACION ASCENDENTE.

EL OBJETIVO DE ESTE INCISO ES OBTENER LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA ECUACIÓN PARA CONTINUACIÓN ASCENDENTE Y DETERMINAR ASÍ LA FORMA DE EFECTUAR ESTE PROCESO EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA.

LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA EL PLANO ES:

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} U(\xi, \theta) \frac{h}{r^3} ds$$

EN DONDE:

$$r = [(x-\xi)^2 + (y-\theta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2}$$

CONSIDERANDO A h COMO UN PARÁMETRO PARA CADA PUNTO DE COORDENADAS (x, y) , ES POSIBLE ESCRIBIRLA COMO:

$$U(x, y, z) = \frac{h}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{U(\xi, \theta)}{r^3} ds$$

APLICANDO LA ECUACIÓN 4.20 A ESTA FUNCIÓN:

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\xi, \theta) d\xi d\theta$$

$$\left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(x-\xi)^2 + (y-\theta)^2 + (z-\zeta)^2]^{-3/2} \exp[-i(\alpha x + \beta y)] dx dy \right\}$$

UTILIZANDO COORDENADAS CILINDRICAS SE TIENE:

$$x-\xi = r \cos v, \quad y-\theta = r \sin v$$

$$\alpha = \gamma \cos \varphi, \quad \beta = \gamma \sin \varphi$$

SUSTITUYENDO EN LAS INTEGRALES DEL EXTREMO DERECHO LAS CUALES SE DENOMINARÁN I_1 QUEDA:

$$I_1 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (r^2 + h^2)^{-3/2} \exp \left\{ -i \left[(\gamma \cos \varphi)(r \cos u + \xi) + (\gamma \sin \varphi)(r \sin u + \vartheta) \right] \right\} r \, dr \, du$$

DESARROLLANDO EL TÉRMINO EN CORCHETES DE LA EXPONENCIAL SE TIENE:

$$I_1 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (r^2 + h^2)^{-3/2} \exp \left\{ -i \left[\gamma \cos \varphi r \cos u + \xi \gamma \cos \varphi + \gamma \sin \varphi r \sin u + \vartheta \gamma \sin \varphi \right] \right\} r \, dr \, du$$

$$I_1 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (r^2 + h^2)^{-3/2} \exp \left\{ -i \left[\gamma r (\cos \varphi \cos u + \sin \varphi \sin u) + \xi \gamma \cos \varphi + \vartheta \gamma \sin \varphi \right] \right\} r \, dr \, du$$

UTILIZANDO LA IDENTIDAD TRIGONOMÉTRICA:

$$\cos \varphi \cos u + \sin \varphi \sin u = \cos(u - \varphi)$$

Y SUSTITUYENDO A α Y β QUEDA COMO:

$$I_1 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (r^2 + h^2)^{-3/2} \exp \left\{ -i \left[\gamma r \cos(u - \varphi) + \alpha \xi + \beta \vartheta \right] \right\} r \, dr \, du$$

$$I_1 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (r^2 + h^2)^{-3/2} \exp \left[-i \gamma r \cos(u - \varphi) \right] \exp \left[-i(\alpha \xi + \beta \vartheta) \right] r \, dr \, du$$

$$I_1 = \exp[-i(\alpha\xi + \beta\theta)] \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} (r^2 + h^2)^{-3/2} \exp[-i\gamma r \cos(\nu - \phi)] r dr d\nu$$

HACIENDO REFERENCIA A ERDÉLYI [1953, VOL.II, P.14, EC.(1)] SE TIENE QUE:

$$2\pi i J_n(az) = a^n \int_C t^{-n-1} \exp\left\{\frac{1}{2} [z(t-a^2 t^{-1})]\right\} dt \quad n = 0, 1, \dots$$

CONSIDERANDO QUE: $a = 1$, $0 \leq C \leq 2\pi$, $t = -i \exp(i\phi)$

DESARROLLANDO SE TIENE:

$$2\pi i J_n(z) = (-i)^{-n-1} \int_0^{2\pi} \exp[-i(z \cos\phi + n\phi)] d\phi \quad \dots\dots\dots(4.22)$$

$$2\pi i J_0(z) = (-i)^{-1} \int_0^{2\pi} \exp[-i z \cos\phi] d\phi$$

EN DONDE: $J_0(z)$ = FUNCION BESSEL DE PRIMER ORDEN

ENTONCES:

$$2\pi J_0(z) = \int_0^{2\pi} \exp[-i z \cos\phi] d\phi \quad \dots\dots\dots(4.23)$$

$$I_1 = 2\pi \exp[-i(\alpha\xi + \beta\theta)] \int_0^{\infty} J_0(\gamma r) (r^2 + h^2)^{-3/2} r dr$$

REFIRIÉNDOSE NUEVAMENTE A ERDÉLYI [1954, VOL.II, P.7, EC.(7)]:

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} (x^2 + a^2)^{-3/2} J_0(\gamma x) (\gamma x)^{1/2} dx = \frac{1}{a} y^{1/2} \exp(-ay) \quad a > 0$$

CONSIDERANDO QUE: $x = r$, $a = h$, $y = \gamma$

SUSTITUYENDO SE TIENE:

$$\int_0^{\infty} r^{1/2} (r^2 + h^2)^{-3/2} J_0(\gamma r) (\gamma r)^{1/2} dr = \frac{1}{h} \gamma^{1/2} \exp(-h\gamma) \quad h > 0$$

$$\int_0^{\infty} (r^2 + h^2)^{-3/2} J_0(\gamma r) r dr = \frac{1}{h} \exp(-h\gamma) \quad h > 0 \quad \dots\dots(4.24)$$

POR LO QUE I_1 QUEDA:

$$I_1 = 2\pi \exp[-i(\alpha\xi + \beta\theta)] \left[\frac{1}{h} \exp(-h\gamma) \right] \quad h > 0$$

FINALMENTE LA TRANSFORMADA DE FOURIER ES:

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \theta) \frac{2\pi}{h} \exp[-i(\alpha\xi + \beta\theta)] \exp(-h\gamma) d\xi d\theta$$

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \theta) \exp[-i(\alpha\xi + \beta\theta)] \exp(-h\gamma) d\xi d\theta$$

PERO:

$$\gamma = (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$$

ENTONCES:

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \exp[-h(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \theta) \exp[-i(\alpha\xi + \beta\theta)] d\xi d\theta$$

CLARAMENTE LAS INTEGRALES DE LA DERECHA CORRESPONDEN A LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA FUNCIÓN POTENCIAL OBTENIDA EN LA

SUPERFICIE ORIGINAL, LA CUAL SE REPRESENTARÁ COMO $U(k, 1)$,
 ENTONCES:

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \exp \left[-h (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \right] U(k, 1) \dots\dots\dots(4.25)$$

ESTA ECUACIÓN (4.25) CONSTITUYE LA SOLUCIÓN FORMAL PARA EL
 PROBLEMA DE CONTINUACIÓN ASCENDENTE EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE
 ONDA Y MUESTRA QUE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA ECUACIÓN QUE
 PROPORCIONA LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA EL PLANO,
 PARA $h > 0$ ES:

$$\exp \left[-h (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \right] \dots\dots\dots(4.26)$$

ESTA EXPONENCIAL SE CONOCE COMO LA TRANSFORMADA DE FOURIER DEL
 OPERADOR PARA LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE CAMPOS POTENCIALES.

D. LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER.

EN ESTE INCISO SE PRESENTARÁN LAS MODIFICACIONES NECESARIAS A LA
 TEORÍA DE LA TRANSFORMADA CONTINUA DE FOURIER PARA DEFINIR UN *par*
transformado ORIENTADO A SU CÁLCULO UTILIZANDO UNA COMPUTADORA
 DIGITAL.

EL ANALISIS SE REALIZARÁ EN UN SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS
 EN DOS DIMENSIONES, YA QUE EL OBJETIVO ES APLICAR LA TEORÍA DE LA
 TRANSFORMACIÓN DE FOURIER A MAPAS DE DATOS POTENCIALES

BIDIMENSIONALES, POR LO TANTO SE TENDRÁN DATOS MEDIDOS EN PUNTOS DISCRETIZADOS SOBRE UN MAPA EN EL QUE LOS DOS EJES DE COORDENADAS TENDRÁN DIMENSIONES DE LONGITUD. ESTE MAPA DE DATOS ESTARÁ REFERIDO AL DOMINIO ESPACIAL CON EJES DE COORDENADAS DENOMINADOS EJE X Y EJE Y, MIENTRAS QUE EL DOMINIO DE LOS DATOS TRANSFORMADOS DE FOURIER SERÁ EL DOMINIO ESPECTRAL, CUYAS DIMENSIONES SON LOS CICLOS POR UNIDAD DE LONGITUD O NÚMERO DE ONDA Y SUS EJES COORDENADOS SE DENOMINARÁN EJE α Y EJE β .

SE MANEJARÁN DATOS MEDIDOS EN PUNTOS IGUALMENTE ESPACIADOS SOBRE EL MAPA, ES DECIR, SOBRE UNA MALLA RECTANGULAR, TALES DATOS ESTARÁN CONTENIDOS EN UN ARREGLO MATRICIAL EN DONDE A CADA ELEMENTO DE LA MATRIZ LE CORRESPONDE UN VALOR MUESTREADO. POR EJEMPLO, EL ARREGLO DE VALORES MUESTREADOS $f_{x,y}$ DE TAMAÑO $M \times N$, EN DONDE $x = 0, 1, \dots, M-1$ Y $y = 0, 1, \dots, N-1$, PUEDE ESCRIBIRSE EN FORMA MATRICIAL COMO:

$$f_{x,y} = \begin{bmatrix} f_{0,0} & f_{0,1} & \dots & f_{0,N-1} \\ f_{1,0} & f_{1,1} & \dots & f_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{M-1,0} & \dots & \dots & f_{M-1,N-1} \end{bmatrix}$$

LA LOCALIZACIÓN DE CADA VALOR MUESTREADO EN RELACIÓN AL ORIGEN DEL SISTEMA DE COORDENADAS ESTARÁ ESPECIFICADO POR SU SUBÍNDICE, ESTA

FORMA DE REPRESENTAR A LOS DATOS ES MUY ÚTIL, YA QUE PERMITE ALMACENAR Y MANIPULAR INFORMACIÓN BIDIMENSIONAL EN FORMA MATRICIAL EN UNA COMPUTADORA DIGITAL.

COMO YA SE MENCIONÓ EN EL INCISO C DE ESTE CAPÍTULO EL *par transformado* DE FOURIER PERMITE TRANSFORMAR A UNA FUNCIÓN DEL DOMINIO ESPACIAL AL DOMINIO ESPECTRAL, Y EN ESTE ÚLTIMO REALIZAR CON MAYOR FACILIDAD PROCESOS TALES COMO CONVOLUCIÓN CON FILTROS DIGITALES Y CORRELACIONES DE LA FUNCIÓN CONSIGO MISMA O CON OTRA FUNCIÓN TAMBIÉN TRANSFORMADA; ASIMISMO EFECTUAR, VÍA LA TRANSFORMACIÓN INVERSA, EL ANALISIS DE LOS EFECTOS DE LOS PROCESOS REALIZADOS. EN ESTA SECCIÓN SE DEFINIRÁ UN *par transformado discreto* DE FOURIER EN DOS DIMENSIONES.

REPRESENTANDO A UN ARREGLO BIDIMENSIONAL DISCRETO COMO $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ DONDE $m = 0, 1, \dots, M-1$ Y $n = 0, 1, \dots, N-1$, EL CUAL ESTÁ ESPECIFICADO EN UN SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS CON EJES x E y . SE SUPONDRÁ QUE $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ SE HA OBTENIDO MUESTREANDO UNA FUNCIÓN BIDIMENSIONAL CONTINUA EN INTERVALOS DE Δx UNIDADES EN LA DIRECCIÓN x Y Δy UNIDADES EN LA DIRECCIÓN y . NO ES NECESARIO, EN GENERAL, QUE Δx SEA IGUAL A Δy . LOS SUBÍNDICES $m\Delta x$ Y $n\Delta y$ ESPECIFICAN LA UBICACIÓN DEL VALOR MUESTREADO EN RELACIÓN AL ORIGEN DEL MAPA DE DATOS, COMO $m\Delta x$ UNIDADES EN LA DIRECCIÓN x Y $n\Delta y$ EN LA DIRECCIÓN y (FIG. NO. 7).

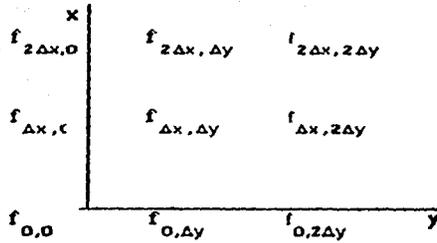


FIGURA 7

LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER EN DOS DIMENSIONES DE UN ARREGLO $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ DE TAMAÑO $M \times N$, SE DEFINE COMO:

$$f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_{m\Delta x, n\Delta y} \exp \left[-2\pi i (m\Delta x k\Delta\alpha + n\Delta y l\Delta\beta) \right] \Delta x \Delta y \dots (4.27)$$

$f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta}$ ES UNA REPRESENTACIÓN DISCRETA DE $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ EN EL DOMINIO ESPECTRAL BIDIMENSIONAL. TODA LA INFORMACIÓN CONCERNIENTE A LA AMPLITUD Y A LA FASE DE $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ ESTÁ CONTENIDA EN $f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta}$. ESTA TRANSFORMADA ESTÁ ESPECIFICADA POR $M \times N$ VALORES DISCRETOS EN UN SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS DE EJES α Y β . LOS VALORES ESTAN LOCALIZADOS A INTERVALOS DE $\Delta\alpha$ EN LA DIRECCIÓN α Y $\Delta\beta$ EN LA DIRECCIÓN β .

LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER INVERSA VIENE DADA POR:

$$f_{m\Delta x, n\Delta y} = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta} \exp \left[2\pi i (m\Delta x k\Delta\alpha + n\Delta y l\Delta\beta) \right] \Delta\alpha \Delta\beta \quad (4.28)$$

LA ECUACIÓN (4.28) PROPORCIONARÁ LOS VALORES ORIGINALES DE $f_{m\Delta x, n\Delta y}$, SÓLO SI LAS FRECUENCIAS FUNDAMENTALES $\Delta\alpha$ Y $\Delta\beta$ SE ESPECIFICAN COMO:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{M\Delta x} \qquad \Delta\beta = \frac{1}{N\Delta y} \qquad \dots\dots\dots(4.29)$$

Y SI LOS COEFICIENTES $f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta}$ SON FINITOS. $\Delta\alpha$ Y $\Delta\beta$ SE CONOCEN COMO LAS FRECUENCIAS FUNDAMENTALES YA QUE TODOS LOS VALORES DISCRETOS DE $f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta}$ OCURREN EN FRECUENCIAS QUE SON MULTIPLOS DE $\Delta\alpha$ Y $\Delta\beta$.

EN GENERAL, TANTO $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ COMO $f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta}$ PUEDEN SER FUNCIONES COMPLEJAS DISCRETIZADAS. PARA EL CASO DE DATOS GRAVITACIONALES Y MAGNÉTICOS, $f_{m\Delta x, n\Delta y}$ ES REAL Y $f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta}$ ES COMPLEJA, POR LO TANTO SERÁ UN ARREGLO BIDIMENSIONAL DE NÚMEROS COMPLEJOS, EL CUAL SE CONOCE COMO EL ESPECTRO COMPLEJO DE $f_{m\Delta x, n\Delta y}$, QUE POR SUPUESTO TIENE UN ESPECTRO DE AMPLITUD Y UNO DE FASE.

CONSIDERANDO A (4.29), LAS ECUACIONES (4.27) Y (4.28) PUEDEN ESCRIBIRSE COMO:

$$f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_{m\Delta x, n\Delta y} \exp\left\{-2\pi i \left[\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right]\right\} \Delta x \Delta y \qquad (4.30)$$

$$f_{m\Delta x, n\Delta y} = \frac{1}{M N} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} f_{k\Delta\alpha, l\Delta\beta} \exp\left\{2\pi i \left[\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right]\right\} \qquad (4.31)$$

ESTAS ECUACIONES (4.30) Y (4.31) CONSTITUYEN EL *par transformado discreto* DE FOURIER PARA EL CASO BIDIMENSIONAL.

PARA APLICAR CORRECTAMENTE ESTAS ECUACIONES ES NECESARIO TENER PRESENTES ALGUNAS REGLAS BÁSICAS TANTO PARA TRANSFORMACIONES DIRECTAS COMO INVERSAS, ENTRE ELLAS:

- A) ELEGIR CUIDADOSAMENTE LOS INTERVALOS DE MUESTREO Δx Y Δy , ASÍ COMO EL NÚMERO DE MUESTRAS M Y N .

- B) CUANDO EXISTAN DISCONTINUIDADES EN LA FUNCIÓN A TRANSFORMAR, EL VALOR EN ELLAS DEBE APROXIMARSE AL VALOR MEDIO DE LA FUNCIÓN.

- C) PARA OBTENER LOS VALORES ADECUADOS AL APLICAR LA TRANSFORMACIÓN INVERSA ES NECESARIO QUE:

LA PARTE REAL DE LA FUNCIÓN TRANSFORMADA TENGA SIMETRÍA PAR (VER FIG. 8), Y QUE LA PARTE IMAGINARIA DE LA FUNCIÓN TRANSFORMADA TENGA SIMETRÍA IMPAR (VER FIG. 9).

AÚN CUANDO LAS ECUACIONES 4.30 Y 4.31 PERMITEN REALIZAR EL CÁLCULO DE LAS TRANSFORMADAS BIDIMENSIONALES DIRECTA E INVERSA DE FOURIER DE FUNCIONES DISCRETIZADAS, SU UTILIZACIÓN PARA TRANSFORMAR A FUNCIONES QUE SE REPRESENTEN CON UN NÚMERO GRANDE DE MUESTRAS NO ES FUNCIONAL, YA QUE UNA INSPECCIÓN CUIDADOSA DE ELLAS REVELA QUE

PARTE REAL

SIMETRIA PAR

B	E	D	C	
Y	F	Z	F	<hr style="width: 50px; display: inline-block; margin-right: 10px;"/> EJES DE SIMETRIA
B	C	D	E	
W	A	X	A	

FIGURA 8

PARTE IMAGINARIA

SIMETRIA IMPAR

B	-E	D	-C	
0.0	F	0.0	-F	<hr style="width: 50px; display: inline-block; margin-right: 10px;"/> EJES DE SIMETRIA
-B	C	-D	E	
0.0	A	0.0	-A	

FIGURA 9

SI EXISTEN $M \times N$ PUNTOS DATO DE LA FUNCIÓN A TRANSFORMAR. ENTONCES EL TIEMPO DE CÁLCULO ES PROPORCIONAL A $M^2 \times N^2$. INCLUSO UTILIZANDO UNA COMPUTADORA DE ALTA VELOCIDAD, EL CÁLCULO DE LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER PARA VALORES GRANDES DE M Y N REQUIERE DE EXCESIVO TIEMPO DE MÁQUINA.

ANTE ESTA SITUACIÓN ERA NECESARIO QUE SE DESARROLLARAN TÉCNICAS QUE REDUJERAN EL TIEMPO DE CÁLCULO DE LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER, SIN EMBARGO, NO FUE SINO HASTA EL AÑO DE 1965 QUE LOS INVESTIGADORES TUVIERON ÉXITO, EN ESE AÑO COOLEY Y TUKEY PUBLICARON SU ALGORITMO MATEMÁTICO QUE MÁS TARDE LLEGO A CONOCERSE COMO *la transformada rápida de Fourier (FFT)*, EL CUAL INCREMENTO ENORMEMENTE LA VELOCIDAD DE CÁLCULO E HIZO FACTIBLE LA APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER A MUCHAS FACETAS DEL ANALISIS CIENTÍFICO.

EN ESTA TESIS SE EFECTUARÁ EL PROCESO DE CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE DATOS POTENCIALES EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA. PARA EFECTUAR LA TRANSFORMACIÓN DISCRETA DE FOURIER BIDIMENSIONAL SE UTILIZARÁ LA SUBROUTINA DE LENGUAJE FORTRAN PARA EL CÁLCULO DE LA FFT PUBLICADA POR BRIGHAM(1974), LA CUAL UTILIZA UN ALGORITMO EN BASE DOS QUE SE FUNDAMENTA EN LOS PRINCIPIOS DESARROLLADOS POR COOLEY Y TUKEY, POR ESTA RAZÓN LAS MATRICES QUE SE MANEJARÁN SERÁN MÚLTIPLOS DE ESTE NÚMERO , ESENCIALMENTE MATRICES DE 32 x 32 Y DE 64 x 64 ELEMENTOS.

V. EL METODO PROPUESTO

A. PLANTEAMIENTO.

DE ACUERDO CON LO QUE SE EXPUSO EN EL CAPÍTULO IV.A. LA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE CAMPOS POTENCIALES SE ENCUENTRA MEDIANTE LA ECUACIÓN 4.12

$$UCMD = U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} UC(\xi, \theta) \frac{h}{r^3} ds$$

DONDE:

$$h = \zeta - z$$

HASTA AHORA LA MAYORÍA DE LOS AUTORES DE MÉTODOS PARA LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE CAMPOS POTENCIALES QUE SE BASAN EN ESTA ECUACIÓN, LA HAN UTILIZADO CONSIDERANDO QUE EL ÁREA O EXTENSIÓN TOTAL DE LA REGIÓN EN LA QUE SE EFECTUA LA EXPLORACIÓN SE APROXIMA A UN PLANO. BAJO ESTA CONSIDERACIÓN NORMALMENTE ENCUENTRAN UNA SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN 4.12, LA CUAL APLICAN MEDIANTE CONVOLUCIÓN CON LOS DATOS GRAVIMÉTRICOS O MAGNETOMÉTRICOS, OBTENIENDO COMO RESULTADO DE ESTE PROCESO LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE.

EN ESTA TESIS SE PLANTEA UN MÉTODO PARA LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE CAMPOS POTENCIALES MEDIANTE LA MISMA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE DIRICHLET PARA EL PLANO (EC. 4.12), SIN EMBARGO, SE UTILIZARÁ CON UN NUEVO ENFOQUE.

PUESTO QUE SE TRATA DE ELIMINAR O ATENUAR ANOMALÍAS FALSAS QUE EXISTEN EN DATOS POTENCIALES OBTENIDOS EN ÁREAS CON TOPOGRAFÍA ABRUPTA, ES DECIR EN DIFERENTES ELEVACIONES, Y LA FORMA DE HACERLO ES CONTINUARLOS ASCENDENTEMENTE A UN MISMO PLANO HORIZONTAL, ENTONCES LAS ELEVACIONES DE CONTINUACIÓN h DEBEN SER VARIABLES, POR LO QUE EN ESTE CASO SE CONSIDERARÁ QUE CADA DIFERENCIAL DE SUPERFICIE EN LAS INTEGRALES DE 4.12 SERÁ INDEPENDIENTE, QUE SE COMPORTARÁ COMO UN PLANO Y QUE COMO TAL SE CONTINUARÁ ASCENDENTEMENTE AL PLANO HORIZONTAL COMÚN (VER FIG. 10).

ADÉMÁS DE ESTA CONSIDERACIÓN, QUE PERMITIRÁ EFECTUAR CONTINUACIONES ASCENDENTES VARIABLES, EL PROCESO SE REALIZARÁ SIN REPRESENTAR NUMÉRICAMENTE A LA ECUACIÓN 4.12, ES DECIR, SE APLICARÁ DIRECTAMENTE A LOS DATOS POTENCIALES EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA COMO SE EXPLICARÁ A CONTINUACIÓN.

COMO SE VIO EN EL CAPÍTULO IV.C, ES POSIBLE REALIZAR EL PROCESO DE CONTINUACIÓN ASCENDENTE EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA MEDIANTE LA ECUACIÓN 4.25:

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \exp \left[-h (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \right] U(k, l)$$

ESTA ECUACIÓN INDICA QUE PARA EFECTUAR EL PROCESO ES SUFICIENTE CON OBTENER LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LOS DATOS POTENCIALES OBTENIDOS SOBRE UNA SUPERFICIE IRREGULAR $[U(k, l)]$, MULTIPLICAR A ESTOS VALORES TRANSFORMADOS POR $\exp \left[-h (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} \right]$, QUE ES LA

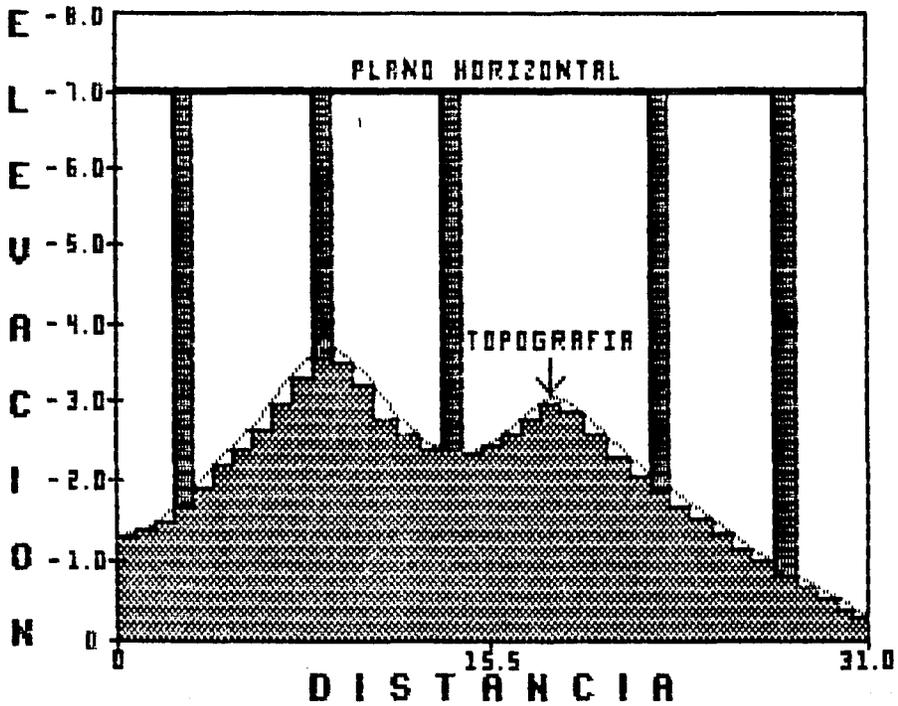


FIGURA No. 10

TRANSFORMADA DE FOURIER DEL OPERADOR QUE REALIZA LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE, EN LA QUE SE CONSIDERARÁ QUE LA ELEVACIÓN DE CONTINUACIÓN h SERÁ LA DIFERENCIA ENTRE LA ALTURA DEL PLANO HORIZONTAL AL QUE SE DESEAN TRANSLADAR LOS DATOS Y LA ELEVACIÓN DEL TERRENO PARA CADA PUNTO EN EL QUE SE OBTUVO UN DATO POTENCIAL.

ESTO ÚLTIMO EQUIVALE A REALIZAR LA CONVOLUCIÓN DE LOS DATOS POTENCIALES OBTENIDOS EN LA TOPOGRAFÍA ABRUPTA CON LA ECUACIÓN 4.12, EN LA QUE LA ELEVACIÓN DE CONTINUACIÓN h ES VARIABLE.

UNA VEZ REALIZADA LA MULTIPLICACIÓN SE APLICARÁ LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER AL RESULTADO DE ESTA PARA VOLVER A TENER POSICIONADA LA INFORMACIÓN EN EL DOMINIO ESPACIAL, OBTENIENDO ASÍ EL CAMPO POTENCIAL CONTINUADO A UN PLANO HORIZONTAL QUE ES COMÚN PARA TODOS LOS DATOS.

B. IMPLANTACION EN MODELOS TEORICOS.

EN ESTA SECCIÓN SE INCLUYEN EJEMPLOS TEÓRICOS, BASADOS EN MODELOS SELECCIONADOS PARA DEMOSTRAR LA FACTIBILIDAD DE APLICACIÓN Y CONFIABILIDAD DEL MÉTODO PROPUESTO PARA LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE A UN PLANO HORIZONTAL DE DATOS GRAVIMÉTRICOS Y MAGNÉTICOS OBSERVADOS EN ZONAS CON TOPOGRAFÍA ABRUPTA.

LA IMPLANTACIÓN DEL MÉTODO EN ESTOS MODELOS SE EFECTUARÁ

UTILIZANDO UNA COMPUTADORA PERSONAL DE 640 Kb. DE MEMORIA PRINCIPAL, CON VELOCIDAD DE PROCESO DE 8 MHz., Y COMPILADOR FORTRAN DE MICROSOFT VERSIÓN 3.2. . COMO YA SE MENCIONÓ ANTERIORMENTE, LAS TRANSFORMACIONES DE FOURIER SE REALIZARAN MEDIANTE EL ALGORITMO EN BASE DOS PARA EL CÁLCULO DE LA FFT PROGRAMADO EN LENGUAJE FORTRAN, PUBLICADO POR BRIGHAM (1974). LA CONFIGURACIÓN DE LOS MAPAS SE LOGRARÁ MEDIANTE EL PAQUETE DE PROGRAMAS CONOCIDO COMO GOLDEN VERSIÓN 3.0 . EN NINGUNO DE LOS EJEMPLOS QUE AQUÍ SE PRESENTARAN, TANTO TEÓRICOS COMO REALES, SE APLICÓ SUAVIZAMIENTO O FILTRADO ALGUNO AL RESULTADO DE LA CONFIGURACIÓN DE MAPAS.

LOS MODELOS MAGNÉTICOS Y GRAVIMÉTRICOS QUE SE UTILIZARAN SERAN LOS PROPUESTOS POR BHATTACHARYYA Y CHAN (1977). EL CÁLCULO DE LOS CAMPOS POTENCIALES SE REALIZARÁ EN LOS NODOS DE UNA RETÍCULA REGULAR SOBRE UN MODELO TOPOGRÁFICO QUE CONSISTE DE DOS MONTAÑAS SEPARADAS POR UN VALLE (FIGURA No.11). LOS CONTORNOS NEGATIVOS INDICAN ELEVACIONES SOBRE EL NIVEL MEDIO DEL MAR, MIENTRAS QUE LOS POSITIVOS REPRESENTAN DEPRESIONES. LOS EJES X E Y COINCIDEN CON LAS DIRECCIONES NORTE Y ESTE RESPECTIVAMENTE, EL EJE Z ES POSITIVO HACIA ABAJO DEL NIVEL MEDIO DEL MAR Y NEGATIVO HACIA ARRIBA.

PUESTO QUE SE UTILIZARÁ UN ALGORITMO EN BASE DOS PARA CALCULAR LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER, ENTONCES LA RETÍCULA QUE SE MANEJARÁ SERÁ DE 32 x 32 NODOS O ELEMENTOS, Y NO LOS 53 x 53 DEL ORIGINAL AL QUE SE HACE REFERENCIA.

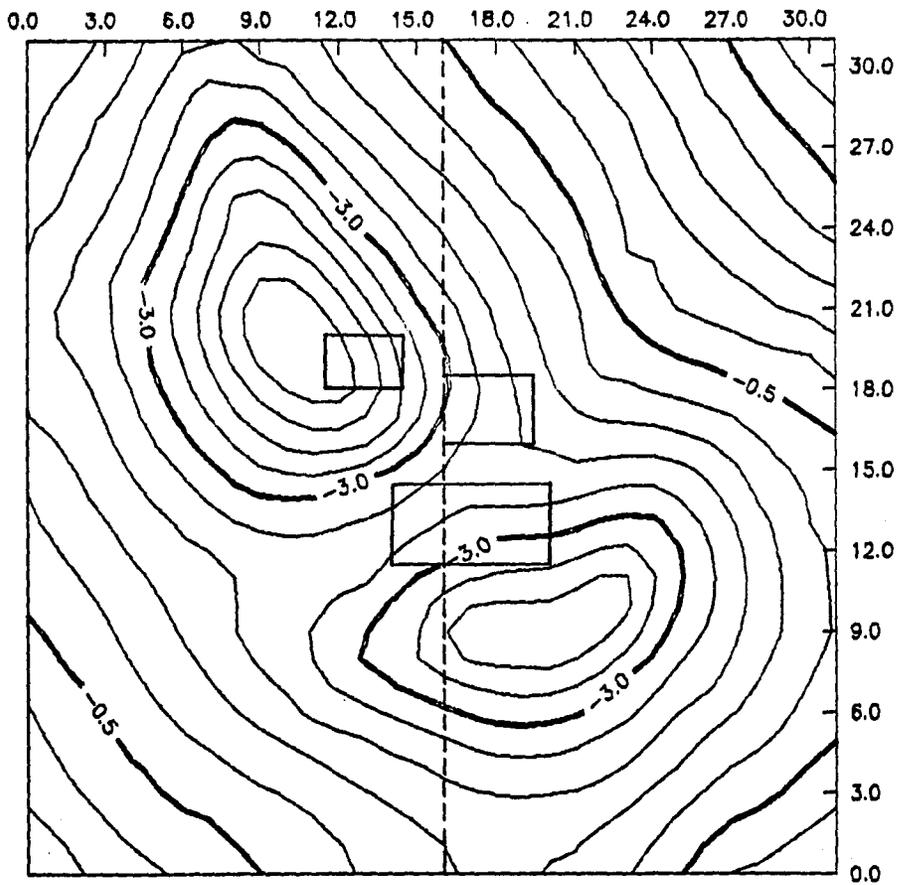


FIGURA No. 11

CONTINUANDO CON EL MODELO PROPUESTO POR BHATTACHARYYA Y CHAN, SE SUPONE QUE EL TERRENO NO ESTÁ MAGNETIZADO Y QUE TRES CUERPOS PRISMÁTICOS EN EL SUBSUELO SON LOS RESPONSABLES DEL CAMPO MAGNÉTICO. ESTOS SE MUESTRAN EN UNA VISTA EN PLANTA EN LA FIGURA 11. SE CONSIDERARÁ QUE EL CAMPO GEOMAGNÉTICO TIENE UNA INCLINACIÓN I DE 65°N Y UNA DECLINACIÓN D DE 20°E . LOS SIMBOLOS J , I_0 Y D_0 SE UTILIZAN PARA DENOTAR LA INTENSIDAD, INCLINACIÓN Y DECLINACIÓN DEL VECTOR DE MAGNETIZACIÓN; (A_1, B_1, C_1) Y (A_2, B_2, C_2) SON LAS COORDENADAS DE DOS VÉRTICES DIAGONALMENTE OPUESTOS DE UN CUERPO PRISMÁTICO. LAS DIMENSIONES EN KILÓMETROS Y MAGNETIZACIONES DE LOS TRES CUERPOS, AVANZANDO DE SUR A NORTE, SON LAS SIGUIENTES:

$$1) A_1=115, A_2=14.5, B_1=14.0, B_2=20.0, C_1=2.0, C_2=7.0$$

$$J=1.0, I_0=30^{\circ}\text{N}, \text{ y } D_0=45^{\circ}\text{W}.$$

$$2) A_1=16.0, A_2=18.5, B_1=16.0, B_2=19.5, C_1=3.0, C_2=7.0$$

$$J=2.0, I_0=72^{\circ}\text{N}, \text{ y } D_0=5^{\circ}\text{E}.$$

$$3) A_1=18.0, A_2=20.0, B_1=11.5, B_2=14.5, C_1=1.0, C_2=7.0$$

$$J=1.0, I_0=60^{\circ}\text{N}, \text{ y } D_0=10^{\circ}\text{E}.$$

PARA CALCULAR EL CAMPO MAGNÉTICO TOTAL DE LOS TRES PRISMAS SE UTILIZÓ LA FÓRMULA ANALÍTICA EXACTA DEL CAMPO MAGNÉTICO TOTAL PROVOCADO POR UN CUERPO PRISMÁTICO (BHATTACHARYYA, 1964). PARA TAL FÍN SE DESARROLLÓ UN ALGORITMO EN LENGUAJE FORTRAN. EL CÁLCULO SE EFECTUÓ EN LA RETÍCULA DE 32×32 NODOS, PARA LAS DIFERENTES

ELEVACIONES DEL MODELO TOPOGRÁFICO, ESTE RESULTADO PUEDE OBSERVARSE EN LA FIGURA No. 12.

ESTOS VALORES SE UTILIZARON PARA APLICAR EL MÉTODO PROPUESTO, ES DECIR, SE DESARROLLÓ UN ALGORITMO EN EL QUE LOS DATOS CALCULADOS EN LAS DIFERENTES ELEVACIONES DE LOS NODOS DE LA RETÍCULA PRIMERO SE TRANSFORMAN AL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA, POSTERIORMENTE SE MULTIPLICAN POR LA TRANSFORMADA DE FOURIER DEL OPERADOR DE CONTINUACIÓN ASCENDENTE (Ec. 4.26), PARA EL CUAL LA ELEVACIÓN h VARÍA DE ACUERDO CON LA DIFERENCIA ENTRE LA ELEVACIÓN DEL PLANO HORIZONTAL AL QUE SE DESEAN CONTINUAR LOS DATOS Y LA ELEVACIÓN DEL NODO PARTICULAR DE LA RETÍCULA. FINALMENTE SE CALCULA LA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER DEL PRODUCTO RESULTANTE, OBTENIENDO ASÍ EL CAMPO MAGNÉTICO CONTINUADO HACIA UN MISMO PLANO HORIZONTAL, QUE EN ESTE CASO SE SITUÓ A UNA ELEVACIÓN $Z=-7.0$ KM. CON RESPECTO AL NIVEL DEL MAR, EL RESULTADO DEL PROCESO PUEDE OBSERVARSE EN LA FIGURA No. 13.

PARA PODER ESTABLECER COMPARACIONES SE CALCULÓ CON LA EXPRESIÓN ANÁLITICA EXACTA EL CAMPO TEÓRICO DE LOS TRES PRISMAS SOBRE UNA SUPERFICIE PLANA LOCALIZADA A $Z=-7.0$ KM., EL RESULTADO DE ESTE PROCESO PUEDE OBSERVARSE EN LA FIGURA No. 14. COMO PUEDE OBSERVARSE LA SIMILITUD ENTRE AMBOS ES ACEPTABLE. PARA APRECIAR LA EXACTITUD DE LOS RESULTADOS QUE PRODUCE EL MÉTODO, EN LA FIGURA No. 15 SE MUESTRA UN PERFIL DE ELLOS Y DE LOS VALORES EXACTOS, EL CUAL CORRESPONDE A LA LÍNEA PUNTEADA MARCADA EN LA FIGURA No. 11

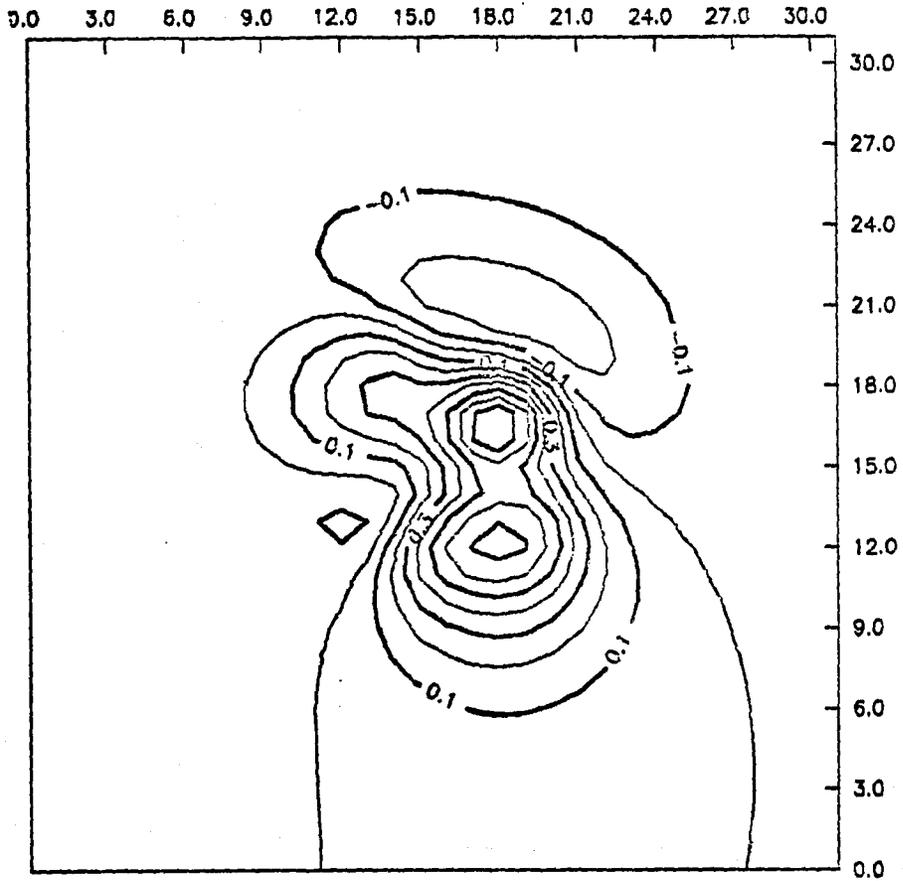


FIGURA No. 12

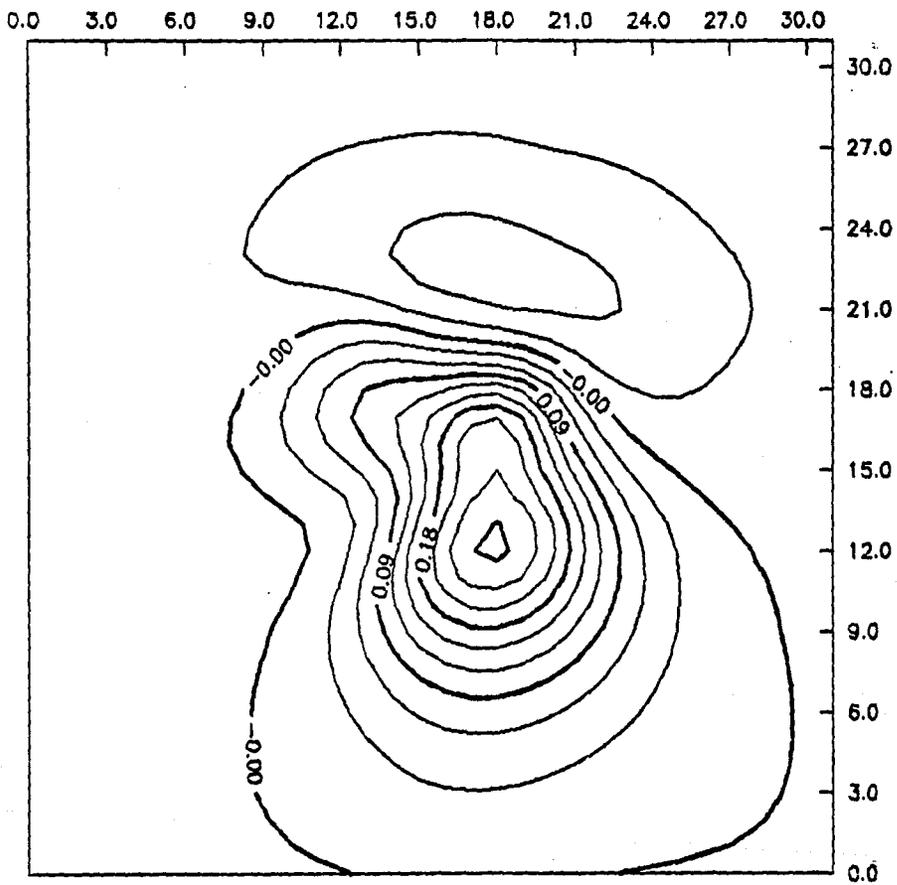


FIGURA No. 13

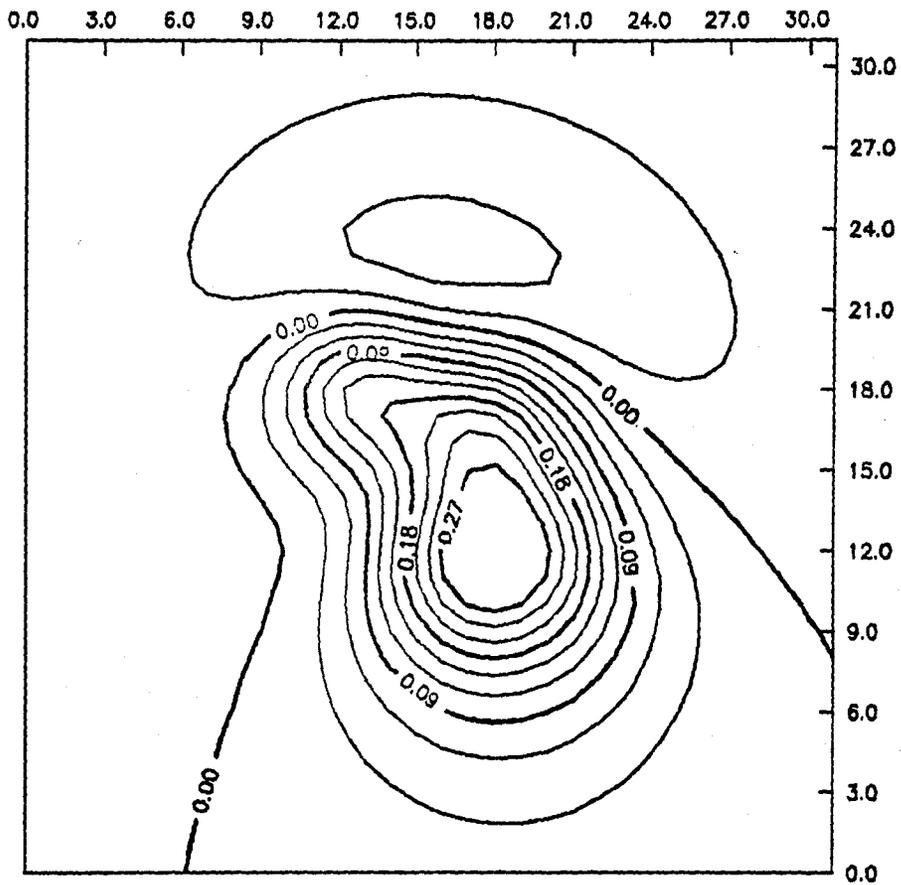


FIGURA No. 14

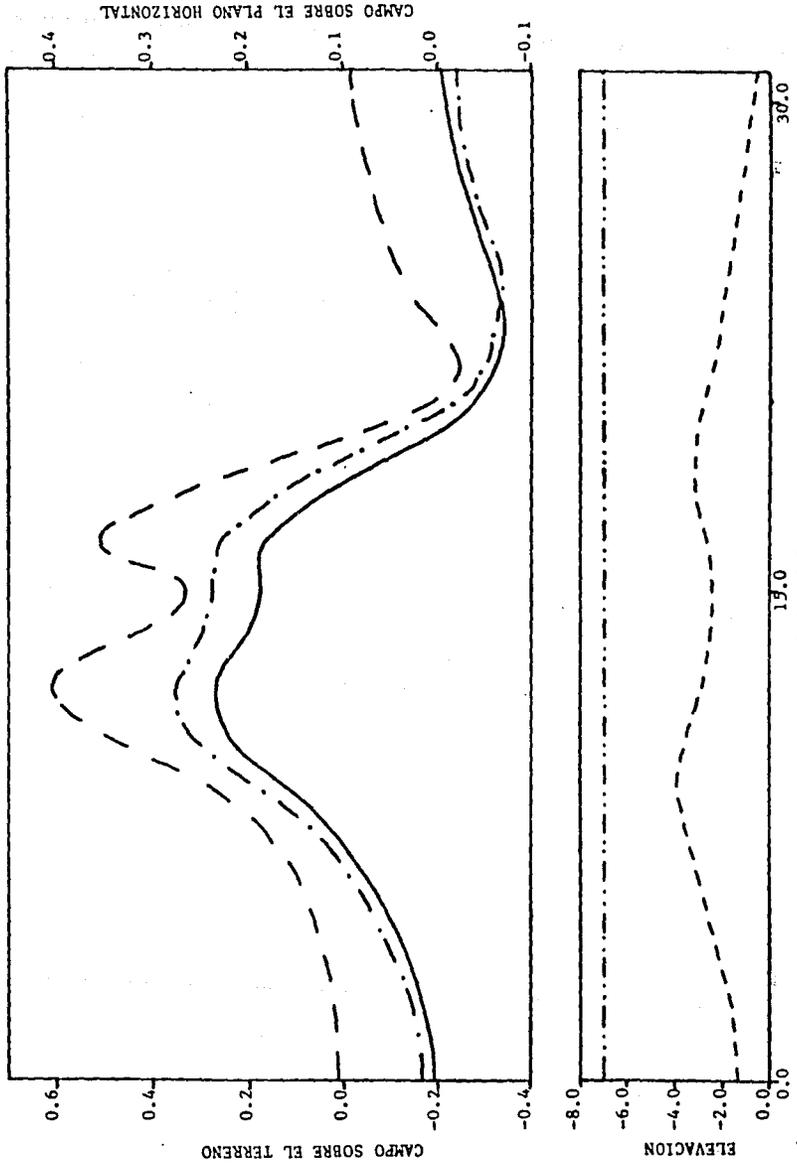


FIGURA No. 15

CON ORIENTACIÓN NORTE-SUR. EN LA PARTE INFERIOR SE TRAZÓ EL PERFIL TOPOGRÁFICO CON LÍNEA DISCONTINUA CORTA MIENTRAS QUE EL PLANO HORIZONTAL EN $Z=-7.0$ CON LÍNEA DISCONTINUA Y DOS PUNTOS; EN LA PARTE SUPERIOR SE MUESTRA, CON LÍNEA DISCONTINUA LARGA, EL CAMPO MAGNÉTICO CALCULADO SOBRE EL TERRENO; CON LÍNEA DISCONTINUA Y PUNTO, EL CAMPO TEÓRICO CALCULADO EN $Z=-7.0$ Y CON LÍNEA CONTINUA EL CAMPO CONTINUADO HACIA ARRIBA DESDE LA SUPERFICIE DEL TERRENO HASTA $Z=-7.0$ CON EL MÉTODO PROPUESTO. COMO PUEDE OBSERVARSE ÉSTA ÚLTIMA CURVA SE ASEMEJA BASTANTE AL CAMPO TEÓRICO CALCULADO EN $Z=-7.0$.

PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO AL CASO GRAVIMÉTRICO SE UTILIZARÁ EL MISMO MODELO TOPOGRÁFICO Y LOS MISMOS CUERPOS PRISMÁTICOS SÓLO QUE AHORA SE USARÁ EL MÉTODO DE CÁLCULO ANÁLITICO DESARROLLADO POR NAGY (1966). PARA EL CÁLCULO DEL EFECTO GRAVITACIONAL DE UN PRISMA RECTANGULAR. COMO EN EL CASO ANTERIOR, NUEVAMENTE SE SUPONE QUE EL TERRENO NO PRODUCE ALGUNA ANOMALÍA GRAVIMÉTRICA, Y QUE LOS TRES CUERPOS TIENEN LA MISMA DENSIDAD NORMALIZADA DE TAL FORMA QUE EL PRODUCTO DE ESTA Y LA CONSTANTE DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL SEA IGUAL A LA UNIDAD. EN LA FIGURA No. 16 SE MUESTRA EL CAMPO GRAVITACIONAL DE LOS TRES PRISMAS CALCULADO SOBRE LA SUPERFICIE DEL TERRENO. A ESTOS VALORES SE LES APLICÓ EL MÉTODO PROPUESTO Y LOS RESULTADOS QUE SE OBTIENEN PARA EL PLANO HORIZONTAL SITUADO EN $Z=-7.0$ KM. PUEDEN OBSERVARSE EN LA FIGURA No. 17 . COMO SE VE EL CAMPO GRAVITACIONAL ESTÁ AHORA LIBRE DE LOS EFECTOS FALSOS PROVOCADOS POR LA TOPOGRAFÍA ABRUPTA.

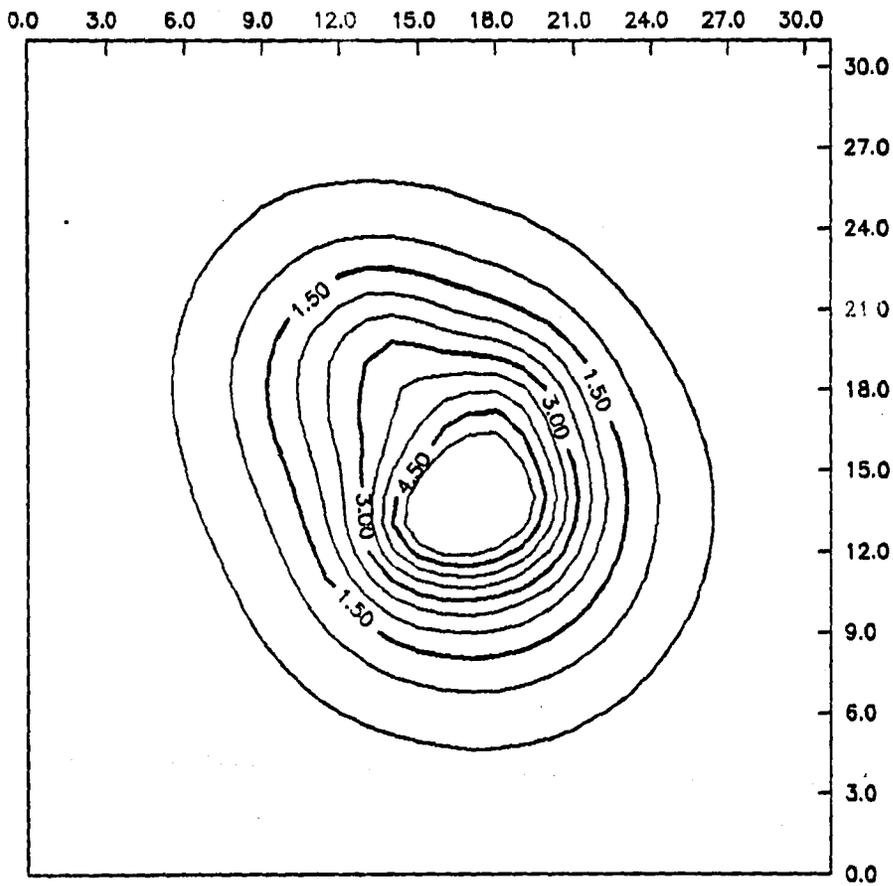


FIGURA No. 16

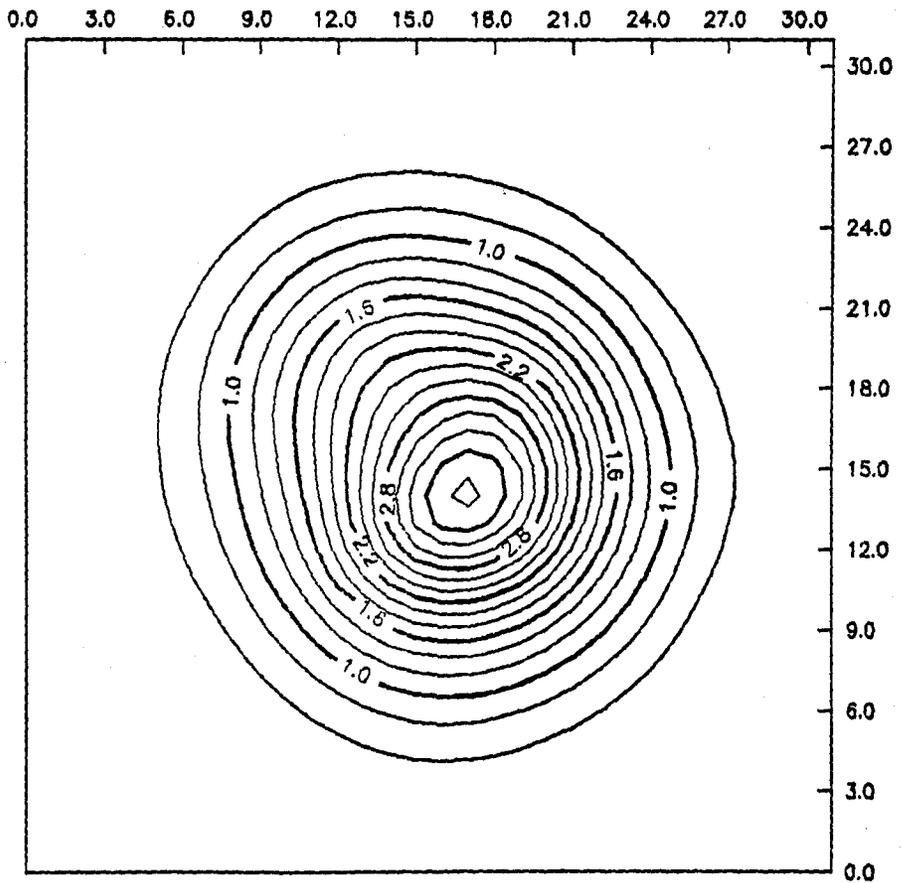


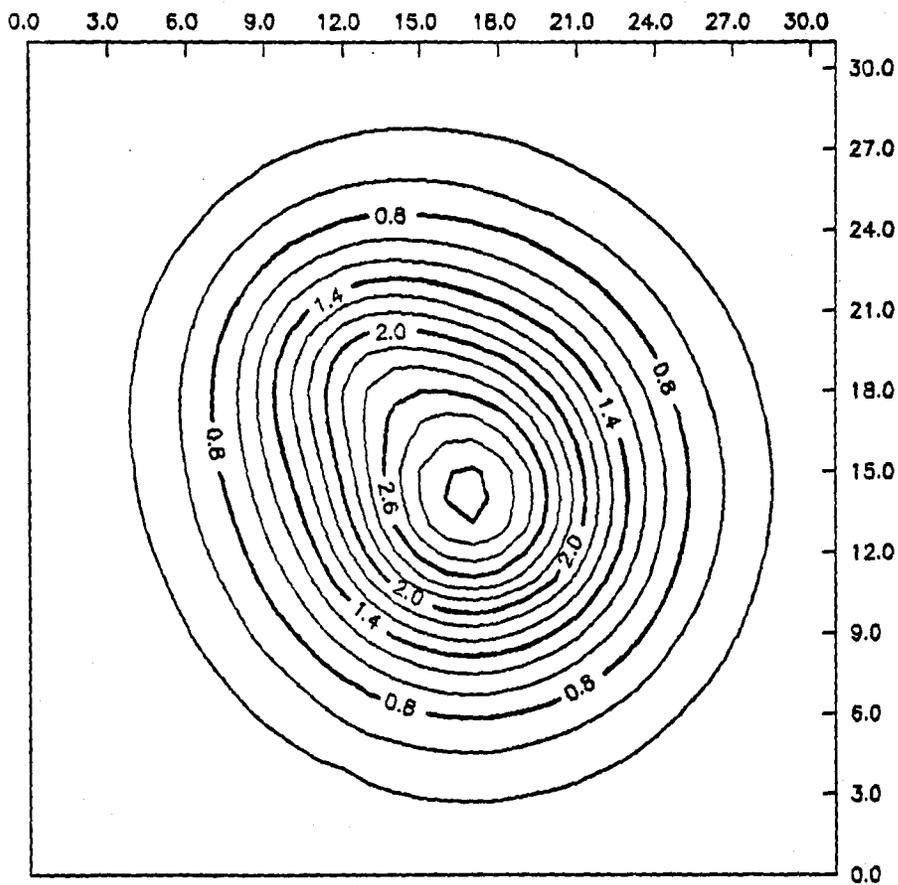
FIGURA No. 17

COMO ANTES, PARA COMPARAR SE PRESENTA EN LA FIGURA No. 18 EL CAMPO TEÓRICO CALCULADO SOBRE UNA SUPERFICIE HORIZONTAL LOCALIZADA EN $Z=-7.0$ KM. MEDIANTE LA ECUACIÓN ANALÍTICA EXACTA. NUEVAMENTE LOS RESULTADOS OBTENIDOS SON MUY SEMEJANTES.

C. APLICACION A DATOS REALES.

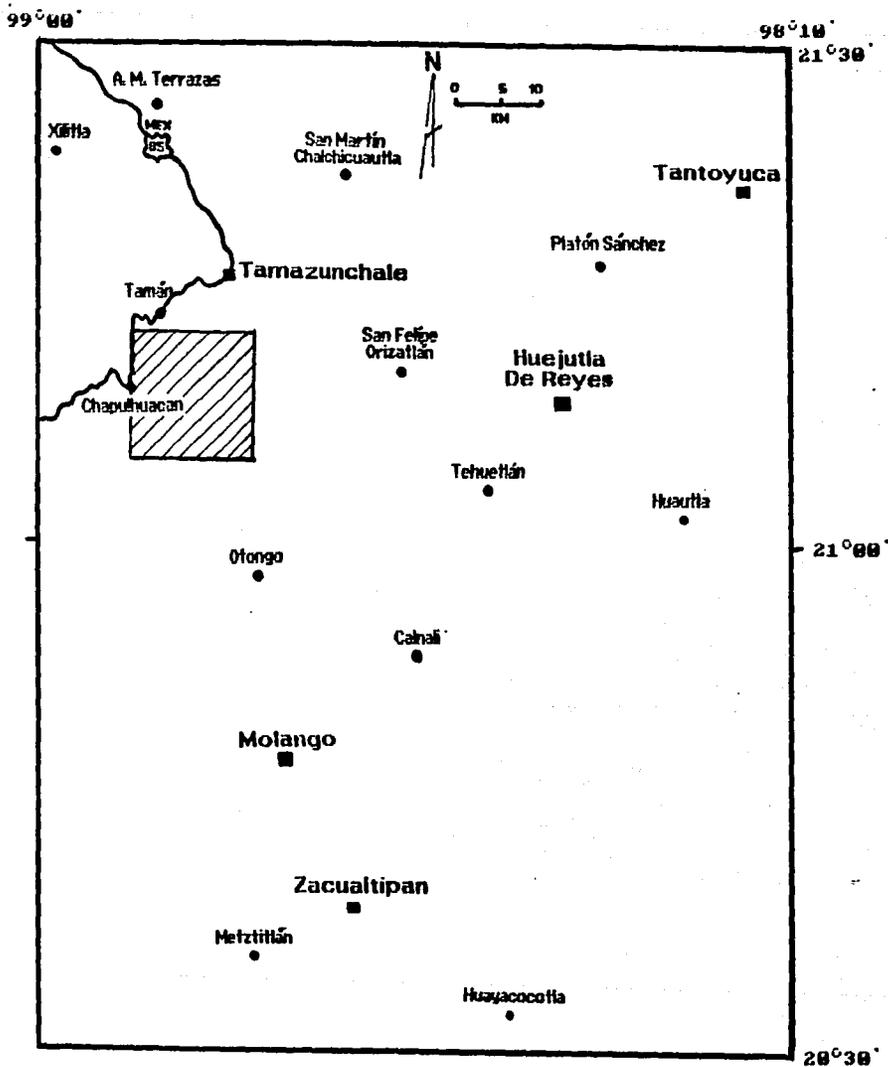
PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO PROPUESTO A DATOS REALES SE ELIGIÓ UN ÁREA UBICADA EN LA SIERRA MADRE ORIENTAL, AL ORIENTE DEL POBLADO CHAPULHUACAN, HGO. (FIGURA No. 19, AREA ACHURADA). LA ELECCIÓN SE HIZO TOMANDO EN CUENTA QUE EN ESTA ÁREA EXISTE TOPOGRAFÍA ABRUPTA CON UN RANGO DE ELEVACIONES QUE VARÍA DE 0.120 KM. A 1420 KM. Y QUE ADEMÁS SE DISPONE DE LA INFORMACIÓN GRAVIMÉTRICA OBTENIDA SOBRE LA SUPERFICIE DE ACUERDO CON LA METODOLOGÍA DE PETRÓLEOS MEXICANOS.

ES IMPORTANTE MENCIONAR QUE PARA EFECTOS DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO A DATOS REALES SE CONSIDERARÁ QUE TANTO LA INFORMACIÓN TOPOGRÁFICA COMO LA GRAVIMÉTRICA QUE SE UTILIZARÁ ES CONFIABLE, ES DECIR, QUE LA INFORMACIÓN TOPOGRÁFICA CONTENIDA EN LA CARTA TOPOGRÁFICA CHAPULHUACAN F14D41 PUBLICADA POR LA DIRECCIÓN GENERAL DE GEOGRAFÍA DE LA SECRETARÍA DE PROGRAMACIÓN Y PRESUPUESTO, ESTÁ LIBRE DE ERRORES, QUE TIENE SUFICIENTES PUNTOS DE CONTROL Y QUE LA CONFIGURACIÓN DE CURVAS DE NIVEL ES IMAGEN DE LA TOPOGRAFÍA EXISTENTE EN EL ÁREA; ASIMISMO QUE LA INFORMACIÓN GRAVIMÉTRICA



ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

FIGURA No. 18



F I G U R A No. 19

OBTENIDA POR LA COMPAÑIA MEXICANA DE EXPLORACIONES A TRAVÉS DE LA BRIGADA GRAVIMÉTRICA NGR-6 EN EL PROSPECTO XILITLA TAMBIÉN NO CONTIENE ERRORES, QUE SE HAN APLICADO ADECUADAMENTE LAS CORRECCIONES NECESARIAS PARA OBTENER A LA ANOMALÍA DE BOUGUER, A EXCEPCIÓN DE LA CORRECCIÓN POR RUGOSIDAD DEL TERRENO, Y QUE POR LO TANTO LA CONFIGURACIÓN OBTENIDA REPRESENTA AL CAMPO GRAVITACIONAL DEL ÁREA.

PUESTO QUE EL MÉTODO REQUIERE DE DATOS REGULARMENTE ESPACIADOS UBICADOS EN UNA MALLA REGULAR, SE PROCEDIÓ A DIGITIZAR LA INFORMACIÓN TOPOGRÁFICA Y GRAVIMÉTRICA MENCIONADA, INICIALMENTE SE ELIGIÓ UN INTERVALO DE MUESTREO DE 0.500 KM. YA QUE ESTA ES LA DISTANCIA ENTRE ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS. SIN EMBARGO AL CONFIGURAR ESTAS MALLAS SE OBSERVÓ QUE LA REPRESENTACIÓN ERA MUY POBRE, POR LO QUE SE DECIDIÓ DISMINUIR EL INTERVALO A 0.250 KM. CON ESTE INTERVALO DE DIGITIZACIÓN SE OBTUVO LA CONFIGURACIÓN DE AMBOS MAPAS, LOS CUALES PUEDEN OBSERVARSE EN LAS FIGURAS No. 20 Y 21, RESPECTIVAMENTE.

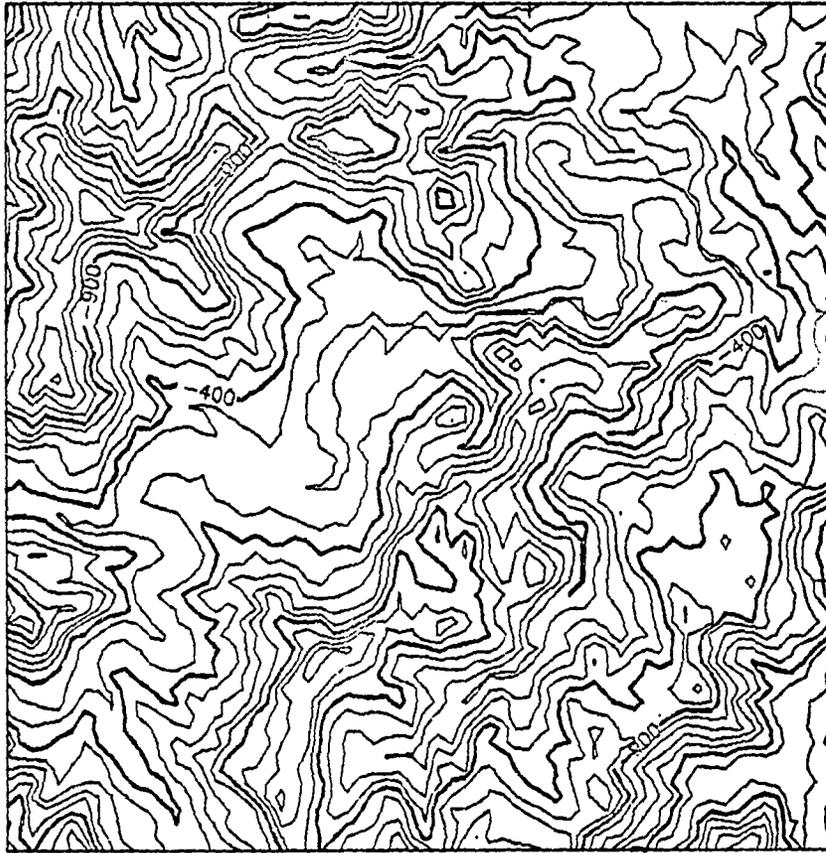
DEBIDO A QUE LOS MAPAS ORIGINALES, TANTO EL TOPOGRÁFICO COMO EL GRAVIMÉTRICO TIENEN GRAN CONTENIDO DE NÚMEROS DE ONDA ALTOS, ESPECIALMENTE EL PRIMERO, ES DIFÍCIL OBTENER UNA REPRESENTACIÓN EXACTA DE ELLOS, PARA HACERLO SERÍA NECESARIO UTILIZAR INTERVALOS DE MUESTREO MUY PEQUEÑOS. SIN EMBARGO, SE CONSIDERA QUE CON ESTE INTERVALO DE MUESTREO AL MENOS LA CONFIGURACIÓN GRAVIMÉTRICA OBTENIDA ES SEMEJANTE AL ORIGINAL, MÁXIME QUE, COMO SE MENCIONÓ

510.0

515.0

520.0

525.0



345.0

340.0

335.0

330.0

F I G U R A No. 20

510.0

515.0

520.0

525.0



FIGURA No. 21

ANTERIORMENTE, A LA REPRESENTACIÓN DISCRETIZADA NO SE LE APLICARON SUAVIZAMIENTOS NI FILTROS DE NINGÚN TIPO, EN TANTO QUE LA REPRESENTACIÓN TOPOGRÁFICA OBTENIDA SE CONSIDERA QUE SE APROXIMA LO SUFICIENTE AL ORIGINAL PARA ALCANZAR EL OBJETIVO DE ESTE ESTUDIO.

UNA VEZ QUE SE LOGRÓ LA REPRESENTACIÓN REQUERIDA DE LOS MAPAS TOPOGRÁFICO Y GRAVIMÉTRICO, SE APLICÓ EL MÉTODO PROPUESTO PARA CONTINUAR ASCENDENTEMENTE A LOS DATOS GRAVIMÉTRICOS A UN PLANO HORIZONTAL, LA ELEVACIÓN QUE SE ELIGIÓ PARA SITUAR A ESTE PLANO FUE 3.048 KM. EL RESULTADO OBTENIDO PUEDE OBSERVARSE EN LA FIGURA No. 22.

SI SE COMPARAN AMBOS MAPAS GRAVIMÉTRICOS, EL OBTENIDO SOBRE LA TOPOGRAFÍA Y EL CONTINUADO A UN PLANO HORIZONTAL, SE APRECIA INMEDIÁTAMENTE QUE EN EL PRIMERO NO EXISTE UN ALINEAMIENTO PREFERENCIAL DE EJES DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS GRAVIMÉTRICOS, ES DECIR, LA DISTRIBUCIÓN DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS ES ERRÁTICA, ESTO DEBIDO PRINCIPALMENTE A LA EXISTENCIA DE FALSAS ANOMALÍAS GENERADAS POR LA TOPOGRAFÍA ABRUPTA DEL ÁREA; MIENTRAS QUE EN EL SEGUNDO SÍ EXISTE UN ALINEAMIENTO PREFERENCIAL, YA QUE SE HAN ATENUADO O ELIMINADO LOS EFECTOS MENCIONADOS.

CON ESTE ÚLTIMO MAPA GRAVIMÉTRICO, EL INTÉRPRETE PODRÁ EFECTUAR SUS CÁLCULOS Y APRECIACIONES CON MAYOR FÁCILIDAD, YA QUE ESTARÁ SEGURO DE QUE TODAS LAS ANOMALÍAS PRESENTES EN ÉL SON ORIGINADAS

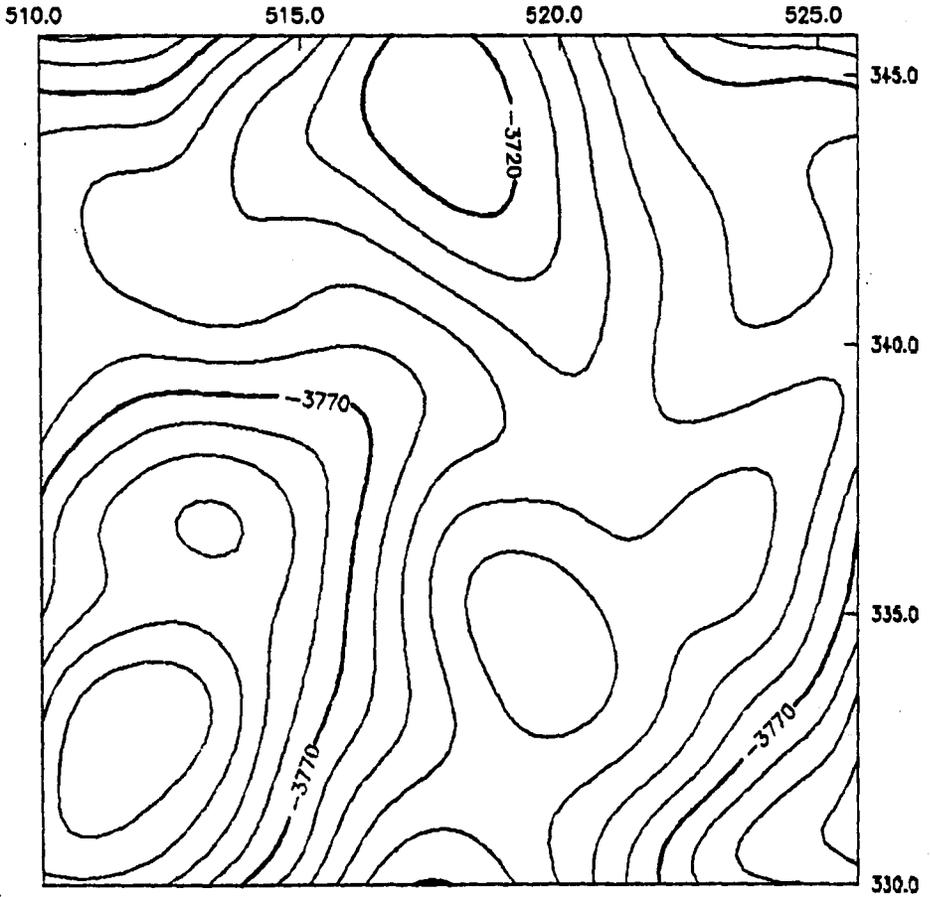


FIGURA No. 22

POR ALGUNA ESTRUCTURA O ANOMALÍA GEOLÓGICA EXISTENTE EN EL SUBSUELO Y NO POR LA TOPOGRAFÍA DEL ÁREA. POR LO TANTO LOS RESULTADOS QUE OBTENGA SERAN MÁS CONFIABLES.

D. EVALUACION.

TOMANDO EN CUENTA LOS RESULTADOS OBTENIDOS TANTO EN LA IMPLANTACIÓN DEL MÉTODO A MODELOS TEÓRICOS COMO EN LA APLICACIÓN A DATOS REALES, SE PUEDE DECIR QUE EL MÉTODO PROPUESTO ES FACTIBLE DE APLICARSE CON CONFIABILIDAD A MAPAS DE CAMPOS POTENCIALES OBTENIDOS EN TOPOGRAFÍA ABRUPTA CON EL OBJETO DE ATENUAR O ELIMINAR LAS DISTORSIONES O FALSAS ANOMALÍAS QUE GENERA TAL TOPOGRAFÍA. EN CUANTO A LA EXACTITUD, EL MÉTODO PROPORCIONA RESULTADOS BASTANTE APROXIMADOS A LOS QUE DEBEN OBTENERSE. LAS DIFERENCIAS TIENEN SU EXPLICACIÓN EN DOS RAZONES PRINCIPALES: LA PRIMERA RESIDE EN EL HECHO DE QUE EL MÉTODO UTILIZA A LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER, LA CUAL ES UN *primo lejano* DE LA TRANSFORMADA ANALÍTICA DE FOURIER (CORDELL Y GRAUCH, 1982), POR LO QUE GENERA RESULTADOS QUE ATENUAN A LAS COMPONENTES DE NÚMEROS DE ONDA BAJOS Y ACENTUAN A AQUELLAS CON NÚMEROS DE ONDA ALTOS; LA SEGUNDA TIENE QUE VER CON EL INTERVALO DE MUESTREO Y POR LO TANTO CON EL NÚMERO DE MUESTRAS UTILIZADO. LO IDEAL SERÍA DISMINUIR EL INTERVALO DE MUESTREO ATENDIENDO A LA TEORÍA DEL MUESTREO, ES DECIR, DEBERÍA CUMPLIRSE CON LA SIGUIENTE EXPRESIÓN:

$$\Delta x \leq 1 / 2 k_{\max}$$

EN DONDE:

Δx = INTERVALO DE MUESTREO.

k_{max} = NÚMERO DE ONDA MÁXIMO DE LA
INFORMACIÓN.

DE ACUERDO CON ESTO SI EN EL ÁREA EXISTEN NÚMEROS DE ONDA MÁXIMOS DEL ORDEN DE 20 CICLOS POR KM., ENTONCES EL INTERVALO DE MUESTREO DEBERÍA SER MENOR O CUANDO MUCHO IGUAL A 0.025 KM., EL CUMPLIR CON ESTO DARÍA COMO RESULTADO TENER QUE MANIPULAR MATRICES DE INFORMACIÓN MUY GRANDES, LO CUAL NO ES POSIBLE POR LAS LIMITACIONES DEL EQUIPO DE CÓMPUTO. AUNQUE CON EL AVANCE TECNOLÓGICO EN EL FUTURO ESTO NO SERÍA UNA LIMITANTE.

UN PROBLEMA QUE TENDRÍA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO PROPUESTO A DATOS REALES ES LA DISCRETIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN, SOBRE TODO LA TOPOGRÁFICA, YA QUE EL PROBLEMA QUE SE TRATA DE RESOLVER SE PRESENTA EN ÁREAS CON TOPOGRAFÍA ABRUPTA, LA CUAL NORMALMENTE TIENE BASTANTES COMPONENTES DE NÚMEROS DE ONDA ALTOS, POR LO QUE SU REPRESENTACIÓN REQUERIRÍA DE INTERVALOS DE MUESTREO PEQUEÑOS Y POR LO TANTO DE LARGAS Y TEDIOSAS SESIONES DE DIGITIZACIÓN.

COMO COMPLEMENTO A ESTE ESTUDIO SE APLICÓ EL MÉTODO PROPUESTO A LOS MODELOS TEÓRICOS DESCRITOS Y AL CASO REAL MEDIANTE LA DOBLE SERIE DE FOURIER, LOS MAPAS OBTENIDOS SE PRESENTAN EN LA SERIE DE FIGURAS NOS. 23,24, Y 25, LAS QUE CORRESPONDEN AL MODELO MAGNÉTICO, GRAVIMÉTRICO Y CASO REAL, EN ESE ORDEN. COMO PUEDE OBSERVARSE, LOS RESULTADOS PARA LOS MODELOS TEÓRICOS CON DOBLE

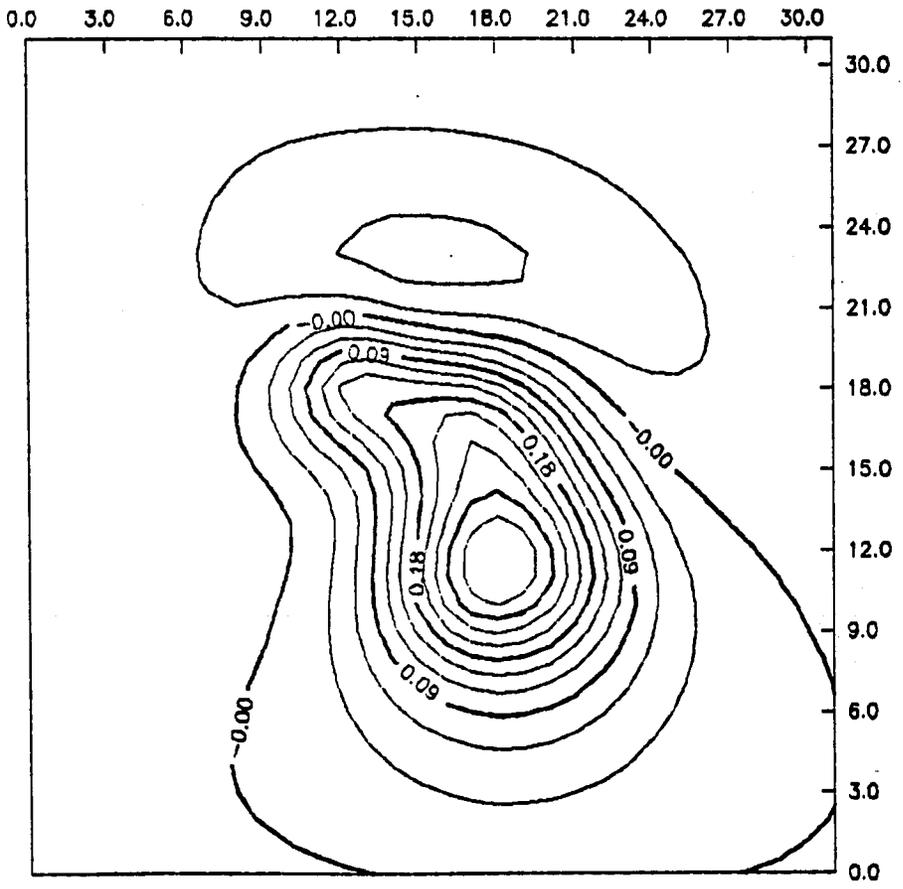


FIGURA No. 23

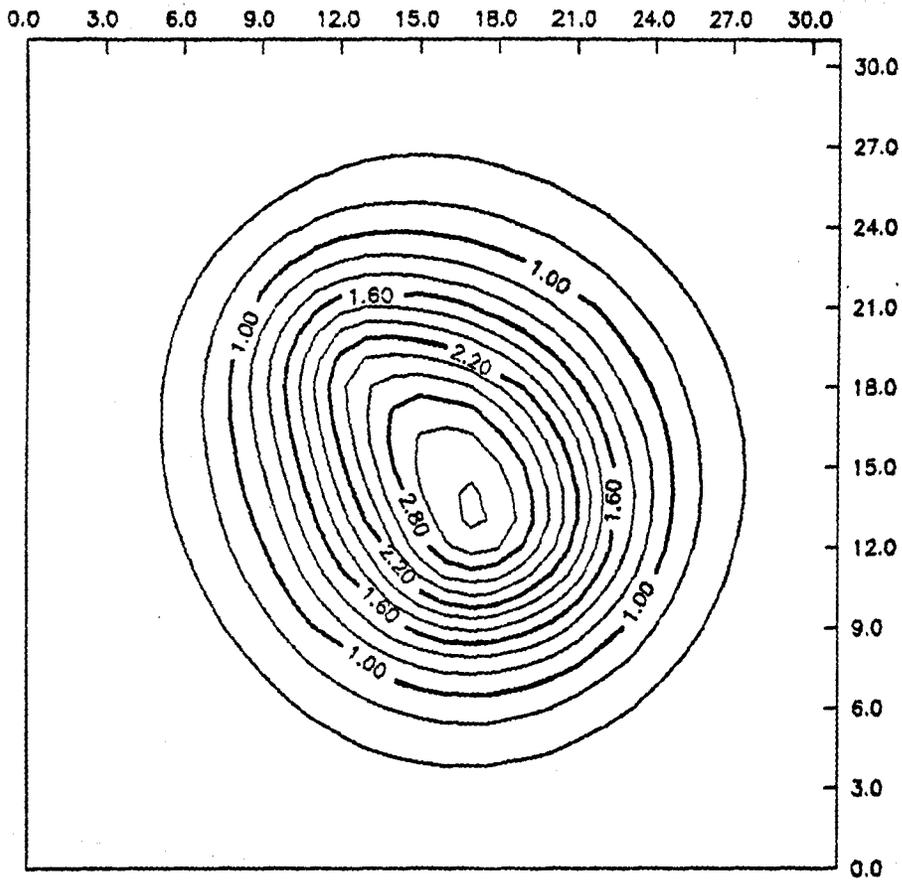
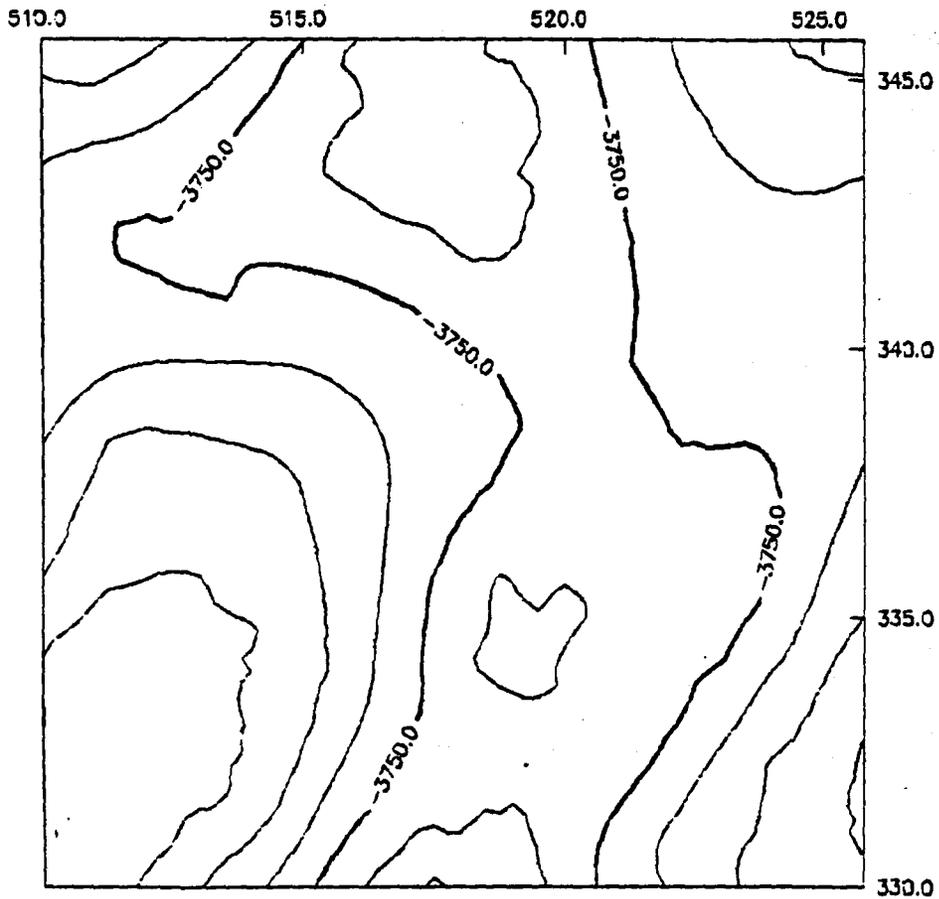


FIGURA No. 24



F I G U R A N o . 25

SERIE SON SUPERIORES A LOS QUE SE OBTUVIERON CON LA DOBLE TRANSFORMADA DE FOURIER, ES DECIR, LA SEMEJANZA DE LOS MAPAS OBTENIDOS MEDIANTE DOBLE SERIE CON LOS QUE DEBEN OBTENERSE (FIGURAS NOS. 14 Y 18) ES MAYOR. PARA EL CASO REAL SE OBSERVA QUE EL ALINEAMIENTO DE EJES DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS GRAVIMÉTRICOS TIENE MEJOR DEFINICIÓN EN EL MAPA OBTENIDO CON DOBLE SERIE QUE EN EL DE LA DOBLE TRANSFORMADA, ADEMÁS DE ELLO TAMBIÉN SE APRECIA QUE EN EL PRIMERO ESTAN PRESENTES PEQUEÑAS ANOMALÍAS QUE EN EL OTRO NO ESTÁN, ES DECIR, EL MAPA OBTENIDO CON DOBLE SERIE TIENE MAYOR DETALLE QUE EL DE DOBLE TRANSFORMADA.

EN VISTA DE ESTO SERÍA MÁS CONVENIENTE APLICAR EL MÉTODO PROPUESTO UTILIZANDO LA DOBLE SERIE DE FOURIER, SIN EMBARGO, EXISTE EL INCONVENIENTE DE QUE HACERLO UTILIZANDO ESTE MEDIO IMPLICARÍA CONSUMIR DEMASIADO TIEMPO DE COMPUTADORA, COMO EJEMPLO, EL CÁLCULO DE LA MATRIZ DE 64 X 64 ELEMENTOS DEL CASO REAL MEDIANTE LA DOBLE TRANSFORMADA DE FOURIER CON EL EQUIPO DE CÓMPUTO MENCIONADO, CONSUME APROXIMÁDAMENTE 24 MINUTOS, MIENTRAS QUE CON LA DOBLE SERIE DE FOURIER SE REQUIERE DE APROXIMÁDAMENTE 27 HORAS, POR LO QUE EL INTÉRPRETE DEBERÁ DECIDIR SOBRE LA CONVENIENCIA DE APLICAR UNO U OTRO MEDIO DE CÁLCULO.

VI. CONCLUSIONES

EN ESTA TESIS SE HA PROPUESTO UN NUEVO MÉTODO PARA ATENUAR O ELIMINAR LAS FALSAS ANOMALÍAS PRESENTES EN CAMPOS POTENCIALES OBTENIDOS EN ÁREAS CON TOPOGRAFÍA ABRUPTA. ESTE MÉTODO SE BASA EN LA CONTINUACIÓN ASCENDENTE DE LOS CAMPOS OBSERVADOS SOBRE LA SUPERFICIE DEL TERRENO Y DISCRETIZADOS EN UNA MALLA REGULAR HACIA UN PLANO HORIZONTAL. COMO SE EXPLICÓ ESTE PROCESO SE REALIZA EN EL DOMINIO DEL NÚMERO DE ONDA MEDIANTE LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER, Y LA INNOVACIÓN DE QUE LA ELEVACIÓN DE CONTINUACIÓN ES VARIABLE DEPENDIENDO DE LA DIFERENCIA ENTRE LA ELEVACIÓN DEL PLANO HORIZONTAL AL QUE SE CONTINUARÁN LOS DATOS Y LA ELEVACIÓN DE CADA NODO PARTICULAR DE LA RETÍCULA.

DE ACUERDO CON LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LA APLICACIÓN DEL MÉTODO PROPUESTO A MODELOS MAGNÉTICOS Y GRAVIMÉTRICOS TEÓRICOS Y A DATOS GRAVIMÉTRICOS REALES OBTENIDOS EN UN ÁREA DE LA SIERRA MADRE ORIENTAL SE PUEDEN DAR LAS SIGUIENTES CONCLUSIONES:

- EL MÉTODO ES FACTIBLE DE APLICARSE CON CONFIABILIDAD A CAMPOS POTENCIALES OBTENIDOS EN TOPOGRAFÍA ABRUPTA.
- PROPORCIONA RESULTADOS BASTANTE APROXIMADOS A LOS QUE DEBEN OBTENERSE.

- NO REQUIERE DEL CONOCIMIENTO PREVIO DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA O DE LA DENSIDAD DE LAS ROCAS DEL ÁREA.

- LA APLICACIÓN DEL MÉTODO MEDIANTE LA DOBLE SERIE DE FOURIER PROPORCIONA MEJORES RESULTADOS QUE APLICÁNDOLO CON DOBLE TRANSFORMADA DE FOURIER.

- EN AMBOS CASOS SE OBTENDRAN MEJORES RESULTADOS AL CUMPLIR CON LA TEORÍA DEL MUESTREO PARA DETERMINAR EL INTERVALO DE MUESTREO Y POR LO TANTO EL NÚMERO TOTAL DE ELEMENTOS DE LAS MATRICES.

- EL MÉTODO DEBERÁ APLICARSE EN AQUELLAS ÁREAS EN LAS QUE EL INTÉRPRETE CONSIDERE QUE LA TOPOGRAFÍA ABRUPTA CONTRIBUYA A LA GENERACIÓN DE ANOMALÍAS FALSAS QUE DIFICULTEN O HAGAN IMPRECISA LA INTERPRETACIÓN. ADEMÁS, DEBERÁ SER ÉL, EL QUE DECIDA CON CUÁL MEDIO DE CALCULO APLICARSE.

VII. BIBLIOGRAFIA

BARANOV V., 1975. GEOEXPLORATION MONOGRAPHS, SERIE 1. No. 6. R. G. VAN NOSTRAND, S. SAXOV, EDITORES. GEBRÜDER BORNTREAGER, BERLÍN, STUTTGART.

BHATTACHARYYA, B. K., 1964. MAGNETIC ANOMALIES DUE TO PRISM-SHAPED BODIES WITH ARBITRARY POLARIZATION. GEOPHYSICS, VOL. 29, No. 4, P. 517-531.

BHATTACHARYYA, B. K. y CHAN, K. C., 1977. REDUCTION OF MAGNETIC AND GRAVITY DATA ON AN ARBITRARY SURFACE ACQUIRED IN A REGION OF HIGH TOPOGRAPHIC RELIEF. GEOPHYSICS, VOL. 42, No. 7, P. 1411-1430.

BODVARSSON, G., 1971. APROXIMATION METHODS FOR EQUIVALENT STRATA. JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH, VOL. 76, No. 17, P. 3932-3939.

BRIGHAM, E. O., 1974. THE FAST FOURIER TRANSFORM. PRENTICE HALL, ENGLEWOOD CLIFFS, N. J.

CORDELL, L. y GRAUCH, V. J. S., 1982. RECONCILIATION OF THE DISCRETE AND INTEGRAL FOURIER TRANSFORMS. GEOPHYSICS, VOL. 47, No. 2, P. 237-243.

CLEMENT, W. G., 1973. BASIC PRINCIPLES OF TWO-DIMENSIONAL DIGITAL

FILTERING. GEOPHYSICAL PROSPECTING, VOL. 21, No. 1, P. 125-145.

DAMPNEY, C. N. G., 1969. THE EQUIVALENT SOURCE TECHNIQUE. GEOPHYSICS, VOL. 34, No. 1, P. 39-53.

DUCROIX, J., LE MOUËL, J.L. Y COURTILOT, V., 1974. CONTINUATION OF THREE DIMENSIONAL POTENTIAL FIELDS MEASURED ON AN UNEVEN SURFACE. GEOPHYSICAL J. R. ASTRON. SOC., 38, P.299-314.

EMILIA, D. A., 1973. EQUIVALENT SOURCES USED AS ANALYTIC BASE FOR PROCESSING TOTAL MAGNETIC PROFILES. GEOPHYSICS, VOL. 38, No. 2, P. 339-348.

ERDÉLYI A., EDITOR, 1953. HIGHER TRASCENDENTAL FUNCTIONS, VOL. II. CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY. MC-GRAW HILL BOOK COMPANY, INC.

-----, 1954. TABLES OF INTEGRAL TRANSFORMS, VOL. II. CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY. MC-GRAW HILL BOOK COMPANY, INC.

GUTIÉRREZ, J. A., 1979. MODELADO GRAVIMÉTRICO BIDIMENSIONAL PARA RELIEVES TOPOGRÁFICOS ABRUPTOS. TESIS PROFESIONAL, FACULTAD DE INGENIERÍA, U. N. A. M.

HENDERSON, R. G. Y CORDELL, L., 1971. REDUCTION OF UNEVENLY SPACED

POTENTIAL FIELD DATA TO A HORIZONTAL PLANE BY MEANS OF FINITE HARMONIC SERIES. GEOPHYSICS, VOL. 36, No. 5, P. 856-866.

HENGREN, XIA, 1987. COMPARISON OF CONTINUATION TECHNIQUES FOR POTENTIAL FIELDS. S. E. G. FIFTY-SEVENTH ANNUAL INTERNATIONAL MEETING AND EXPOSITION, OCTOBER 11-15, EXPANDED ABSTRACTS.

NAGY, D., 1966. THE GRAVITATIONAL ATTRACTION OF A RIGHT RECTANGULAR PRISM. GEOPHYSICS, VOL 31, No. 2, P. 362-371.