

80 2ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

**"ESTUDIO ESTADISTICO DE DISEÑOS EXPERIMENTALES
PARA FORMAR COMPUESTOS POLIMERICOS".**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO QUIMICO
P R E S E N T A :
FERMIN PALACIOS MARTINEZ

FALLA EL ORIGEN

MEXICO, D. F.

1990



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

| | | |
|------|---|-----|
| I. | INTRODUCCION A LA PROBLEMÁTICA DEL TEMA | 1 |
| II. | PROBLEMAS ENCONTRADOS EN LA FORMULACION DE COMPUESTOS A PARTIR DE PVC | 4 |
| | 2.1 Características generales del PVC | 5 |
| | 2.2 Técnicas de polimerización del PVC | 8 |
| | 2.3 Estructuras del PVC | 11 |
| | 2.4 Finalidad de los aditivos | 15 |
| | 2.5 Formulación experimental utilizada | 18 |
| III. | HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS PARA EL DISEÑO E INTERPRETACION DE EXPERIMENTOS | 20 |
| | 3.1 Teoría estadística | 20 |
| | 3.2 Diseño de un experimento | 20 |
| | 3.3 Pasos recomendables para el diseño de un experimento | 21 |
| | 3.4 Objetivo de un diseño experimental | 23 |
| | 3.5 Diseños experimentales estadísticos | 23 |
| | 3.6 Definición de términos estadísticos | 24 |
| | 3.7 Criterios para la selección de un diseño experimental | 30 |
| | 3.8 Características y técnicas de análisis de los diseños experimentales | 31 |
| IV. | DESCRIPCION DEL PROBLEMA ESPECIFICO QUE SE ANALIZA | 102 |
| | 4.1 Selección del diseño experimental | 107 |

| | |
|--|------|
| V. DATOS EXPERIMENTALES DE FORMULACION-PROCESADO PARA VARIOS COMPUESTOS SIMPLES DE PVC | 110 |
| VI. ANALISIS DE DATOS EXPERIMENTALES CON BASE EN CRITERIOS ESTADISTICOS | 121 |
| 6.1 Influencia y relacion que existe entre las diferentes variables de proceso | 121 |
| VII. DISCUSION DE RESULTADOS | 174 |
| 7.1 Determinación de la variable independiente que más influye en el proceso, y de una ecuación que nos describa el comportamiento lineal de los resultados experimentales | 174 |
| 7.1.1 Descripción del programa | 175 |
| 7.1.2 Capacidad del programa | 176 |
| 7.1.3 Parámetros de control | 176 |
| 7.1.4 Lectura de datos | 179 |
| 7.1.5 Resultados que proporciona el programa | 179 |
| 7.1.6 Asignación de parámetros utilizados para esta metodología | 180 |
| 7.2 Determinación de una ecuación que describa el comportamiento de los resultados experimentales a concentración constante | |
| VIII CONCLUSIONES | 214 |
| BIBLIOGRAFIA | 216 |
| APENDICE A | A-1 |
| APENDICE B | A-12 |

CAPITULO I

INTRODUCCION A LA PROBLEMÁTICA DEL TEMA

Actualmente, no pueden ocultarse los alcances logrados por los materiales plásticos (polímeros) en cuestiones de consumo. Todo conocimiento acerca de ellos es importante y trasciende a lo tecnológico y a lo económico, puesto que su utilización ha seguido en aumento considerable aún en los últimos años.

Dentro de los materiales plásticos, el policloruro de vinilo (PVC), es uno de los más importantes y sólo es superado únicamente por el polietileno en cuanto a consumo nacional, aunque no en versatilidad de acabado².

El PVC combinado con otros ingredientes presenta diversos problemas cuando se formula y se procesa porque se degrada térmicamente^{1,2}.

Esta tesis está encaminada a analizar, con un diseño de experimentos, uno de los problemas más frecuentes que se presentan en el proceso de formulación de este producto, ya que la formulación determina en forma definitiva las propiedades físico-mecánicas de los productos terminados generados con PVC. El problema específico que trata de analizarse es el de la fusión de los compuestos de PVC bajo diferentes condiciones de procesamiento.

Los parámetros involucrados que se consideraron entre los más importantes para el estudio de la fusión de formulaciones de PVC fueron los siguientes:

- Influencia de la concentración de estabilizadores de plomo y estaño.
- Influencia de la temperatura de operación de la mezcladora.
- Influencia de la velocidad de giro (RPM) de la mezcladora.

No obstante lo amplio del fenómeno bajo estudio, con ayuda de diseños estadísticos experimentales y de ajuste de datos por mínimos cuadrados se fundamentó la tesis principal de este trabajo.

Los objetivos establecieron dos metas diferentes: 1). que el tratamiento estadístico realizado con los resultados experimentales tuvo la finalidad de determinar el parámetro de mayor peso o influencia sobre el proceso bajo estudio y, 2). que la expresión matemática que mejor describiera la dependencia de cada uno de los parámetros medidos con las variables de proceso permitiera modelar el proceso para futuras simulaciones y optimizaciones del mismo.

La problemática que analizó este trabajo estuvo basada en una situación generada a propósito para ser investigada que aparenta

resultar muy común en el ámbito experimental e industrial. Estos son los casos en que se generan largas series de experimentos y que muchas veces, debido a la complejidad de la información encontrada, esta misma resulta o confusa e insensible a los tratamientos ensayados o con una dependencia no muy obvia con las variables de proceso.

Al comienzo de este trabajo se le entregaron al autor los resultados experimentales de una serie de experimentos de la caracterización de la fusión dinámica de compuestos estabilizados de PVC, junto con ellos se le encomendó encontrar:

1. El análisis estadístico del paquete de datos
2. La justificación del mejor modelo de diseño de experimentos, y
3. El mejor modelo matemático que describiera los resultados de los experimentos.

En resumen, con la conjunción de los resultados de estos tres ejercicios se generó la aportación de esta tesis.

Por lo tanto, el caso analizado respondió al intento de explicar y determinar conclusiones unívocas y universales, con bases confiables desde el punto de vista estadístico, para el caso del acoplamiento de variables de proceso con parámetros de respuesta para la fusión dinámica de formulaciones de PVC.

CAPITULO II

PROBLEMAS ENCONTRADOS EN LA FORMULACION DE COMPUESTOS A PARTIR DE PVC

Resulta paradójico encontrar que uno de los polímeros comerciales menos estables de la familia de los termoplásticos que es altamente degradable con la temperatura, sea al mismo tiempo, uno de los dos materiales plásticos de mayor consumo en la actualidad. Esto se debe a que el PVC (rebasado únicamente por el polietileno en cuanto al número de toneladas de consumo), o policloruro de vinilo, es un material de gran éxito comercial debido a su gran versatilidad. Es decir, los usos del PVC y sus aplicaciones, son numerosas y variadas, y van de la gama de productos suaves, flexibles y elásticos, hasta productos duros y rígidos. Por lo anterior, el PVC es una de las resinas sintéticas más complejas y versátiles para formular y procesar, ya que requiere de un gran número de componentes tales como plastificantes, lubricantes, estabilizadores y otro tipo de aditivos³.

El buen balance de todos esos ingredientes permite obtener una gran variedad de diferentes productos con características finales adecuadas para sus diferentes aplicaciones definitivas⁴. Algunos de ellos son:

| | |
|------------------|----------------------------|
| Tuberías | Felícula rígida y flexible |
| Botellas | Zapatos |
| Discos | Cable y alambre |
| Perfiles rígidos | Productos textiles |
| Juquetes | Otros |

Las preparaciones de compuestos a base de PVC forman únicamente mezclas físicas (polvos secos), de donde el PVC puede ser removido por extracción. Como la resina virgen de PVC procesada a 150°C empieza a degradarse, los aditivos juegan un papel muy importante para que con ayuda de ellos, y adecuadamente balanceados, el PVC alcance temperaturas de procesamiento de 210°C o mayores ⁵.

2.1 CARACTERISTICAS GENERALES DEL PVC

Los parámetros más importantes para acondicionar el procesamiento de PVC son:

- Forma y tamaño de la partícula,
- porosidad de la partícula,
- peso molecular,
- gravedad específica,
- estabilidad térmica

que a continuación se describirán brevemente.

a) Forma y tamaño de la partícula.

Por lo general, la forma de las partículas de PVC es esférica. En cuanto al tamaño, éste varía según el método de polimerización (el cual se detallara en la sección 2.2).

El proceso de polimerización en masa forma partículas porosas y de tamaño uniforme. El proceso de polimerización en emulsión produce partículas finas y poco homogéneas. En cambio, del proceso de polimerización en solución se obtienen partículas finas y homogéneas. Por último, en el proceso de polimerización en suspensión, la porosidad y el tamaño de las partículas obtenidas son poco variables. En general, el tamaño de estas partículas varía de 0.8 a 120 micras, aunque las más comúnmente usadas son de 80 a 120 micras.

b) Porosidad de las partículas

La característica más distintiva de cada tipo de resina es el grado de porosidad. Para el caso en el que sea necesario incorporar un plastificante a la resina, entonces, a mayor porosidad, mayor es la facilidad de absorber el plastificante, acortando así el ciclo de mezclado y eliminando la posibilidad de que aparezcan "ojos de pescado" (fish eyes), en el procesado. Los llamados ojos de pescado, presentes en el producto terminado, son partículas de la resina poco porosas que no absorben en el mismo grado el plastificante.

c) Peso molecular

Otra de las características de mayor relevancia del PVC, es sin duda alguna, el peso molecular, ya que conforme disminuya el peso molecular del polímero: a) el brillo y la capacidad de aceptar una carga es mejor, b) la fragilidad será menor, c) las temperaturas de procesamiento serán más bajas por lo que serán más fácilmente procesadas. Sin embargo, la mayoría de las propiedades físicas del producto terminado disminuirán, como son los casos de la resistencia a la tensión y la resistencia al rasgado.

d) Gravedad específica o peso específico

El adicionar cargas o plastificantes a los compuestos de PVC les modifica su peso específico, por lo que este parámetro variará en función del tipo de carga de que se trate.

e) Estabilidad térmica

La estabilidad térmica es la resistencia que presenta un compuesto a no degradarse con la temperatura. Se tiene mayor estabilidad térmica cuanto mayor es el peso molecular del polímero. Como durante el procesamiento de los compuestos de PVC, estos reciben calor y trabajo, entonces, la resina se degrada durante su procesamiento. Esta degradación se presenta en sus orígenes en un amarillamiento y en un empobrecimiento de las propiedades mecánicas del producto. Para evitar este fenómeno se ha acostumbrado adicionar materiales a base de plomo o estaño que reciben el nombre de estabilizadores térmicos^d.

2.2 TECNICAS DE POLIMERIZACION DEL PVC

PROCESO EN SUSPENSION

En esta técnica de polimerización, el monómero es mecánicamente suspendido por medio de una fuerte agitación, con lo que se origina la formación de pequeñas gotas en el seno del agua y donde a su vez inician su polimerización debido a la acción del iniciador (peróxidos orgánicos).

La presencia de un agente estabilizador de la suspensión provoca una mejor polimerización. Los estabilizadores más comunes son el alcohol polivinílico, la gelatina y la metilcelulosa. La polimerización es llevada a un alto grado de conversión.

El tamaño de la partícula obtenida por esta técnica de polimerización varía entre 50 a 150 micras de tamaño. En esta polimerización se puede evitar el uso de agentes estabilizadores de la suspensión, usando una fuerte agitación lo que promueve la polimerización, y a su vez, no permite que los núcleos de resina ya formados, sedimenten. Una pequeña cantidad del monómero es recuperada y recirculada.

El producto final en forma granular es obtenido por centrifugación y secado. Este material es a menudo preferido para productos de colores claros y para aplicaciones eléctricas.

PROCESO EN HASA

El cloruro de vinilo, es polimerizado dentro del mismo cloruro de vinilo, sólo por la presencia de radicales libres (catalizador) a partir de un iniciador (peróxidos orgánicos, principalmente el peróxido de benzoilo). Debido a la ausencia de aditivos durante la polimerización, las partículas del polímero obtenido son muy porosas y claras, y la forma y el tamaño de éstas es uniforme.

Con esto se obtiene un polímero con alta resistencia al impacto, estabilidad a la luz y al calor así como excelentes propiedades eléctricas del producto final deseado.

Como ningún agente auxiliar es usado aparte del catalizador, el polímero que se obtiene es muy puro. Como la polimerización es detenida a una baja conversión, el polímero resultante precipita ya que es insoluble en el monómero. Después, por filtración, el monómero es removido y recirculado.

Este método es bastante utilizado cuando la producción es a pequeña escala, a nivel industrial tiene poca importancia.

PROCESO EN EMULSION

En este proceso, el cloruro de vinilo, es muy emulsionado en agua por medio de un agente surfactante (tensoactivo) y la polimerización se lleva a cabo por la presencia del iniciador.

Una de las principales ventajas de esta técnica es la posibilidad de obtener polímeros de alto peso molecular. Esta técnica da polímeros con partículas finas y poco homogéneas, ya que la emulsión puede ser espreada.

Los tensoactivos más utilizados son los sulfatos de alquilo, sulfonatos de alcanos (detergentes) y ácidos grasos (jabones). Los indicadores comúnmente utilizados son generalmente el peróxido de hidrógeno y los persulfatos, por ejemplo, el de potasio es el más común.

Debido al uso de agentes tensoactivos, por lo general, las resinas preparadas por emulsión reducen los valores de las propiedades generales de transparencia, compatibilidad con los aditivos, resistencia eléctrica, absorción de agua y la resistencia a la intemperie del producto final.

La polimerización es llevada a un alto grado de conversión con una pequeña cantidad de monómero que es recirculada al proceso.

El procedimiento usado puede ser tanto continuo como discontinuo.

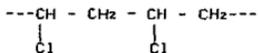
Aparte de las diferencias en las técnicas de polimerización usadas, varios tipos de PVC difieren también en sus pesos moleculares.

Mientras una gama de productos pueden ser hechos por el segundo y el tercer proceso, algunos productos, están generalmente limitados a emplear resinas que no pueden ser elaboradas por el método de suspensión. Debido a estas características, puede advertirse que cada proceso produce resinas de PVC útiles para propiedades muy específicas⁶⁻¹⁰.

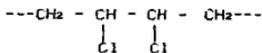
2.3 ESTRUCTURAS DEL PVC

La reacción de polimerización de PVC es la unión de monómeros al azar, por lo que las cadenas moleculares pueden presentar los siguientes arreglos^{11,12}:

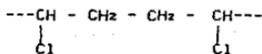
Cabeza-cola



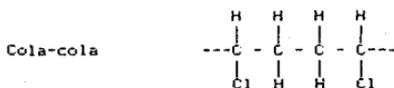
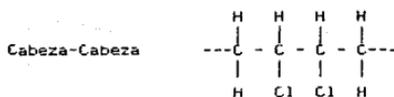
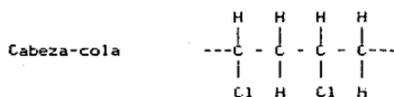
Cabeza-cabeza



Cola-cola



Siendo sus estructuras resultantes las siguientes:



Sin embargo, el arreglo que más predomina es el de cabeza-cola y las configuraciones se esquematizaron en la tabla 2.1

TABLA 2.1 CONFIGURACIONES DE SEGMENTOS DE MOLECULA DE PVC.

| CONFIGURACION | ARREGLO | CARACTERISTICA |
|---------------|---------------|---------------------------|
| | ATACTICO | DESORDENADA |
| | ISOTACTICO | HOMOGENEA O ISOTROPICA |
| | SINDIOTACTICA | ALTERNANTE |

Como cada una de estas configuraciones imprimen ciertas propiedades a las resinas de PVC, actualmente existen métodos mediante los cuales se puede obtener el tipo de configuración deseada. Así, para preparar una resina con una configuración desordenada, se utiliza exclusivamente el catalizador polimerizante indicado.

Ahora bien, para una configuración ordenada se utiliza además del catalizador, los llamados catalizadores orientantes que para este caso puede ser el óxido de hafnio.

Para una configuración alternante se requiere también, aparte del catalizador normal, un catalizador orientante, por ejemplo, el óxido de Zirconio para este arreglo.

Las resinas atácticas muestran cierta flexibilidad (semiflexibles) debido a que presentan los arreglos cabeza-cola, cabeza-cabeza y cola-cola.

Las isotácticas, se distinguen por su gran elasticidad y alta resistencia al impacto y a la tensión, solo por la presencia unívoca de arreglos cabeza-cola que producen deformaciones en cadena provocadas por los efectos estéricos del cloro.

Las resinas sindiotácticas, se caracterizan por ser rígidas, pero con poca elasticidad, por lo que su resistencia al impacto y a la tensión es baja, aunque el arreglo que presentan es también

unicamente el de cabeza-cola. Debido a la gran versatilidad que presentan las resinas atócticas se preparan convencionalmente en la industria.

2.4 FINALIDAD DE LOS ADITIVOS

Entre los aditivos más importantes que intervienen en la formulación de compuestos a base de PVC están los estabilizadores, los lubricantes y los plastificantes, donde cada uno de estos elementos juega un papel muy importante en las propiedades físico-mecánicas del compuesto, y en las características del producto final deseado.

Estabilizadores^{11,19}

Experimentalmente se encuentra que calentar una resina de PVC a temperaturas superiores a 70 °C trae como consecuencia la degradación de (hidrocloración, HCl) la misma.

Como las temperaturas de procesamiento de este material oscilan entre los 150°C y los 200°C, a estas condiciones, la resina presenta un porcentaje elevado de materia degradada. Para evitar este tipo de situaciones, se utilizan los llamados estabilizadores, los cuales actúan como antifriccionantes e inhibidores de la reacción hidrocloradora entre la cámara de procesado y la resina de PVC al momento del mezclado.

La mayoría de los estabilizadores son sólidos, aunque hay algunos que son líquidos.

Los más populares son los compuestos a base de plomo, entre los que destacan el carbonato de plomo básico, sales de estaño, sulfato tribásico de plomo, etc.

Otros de menor importancia son los del grupo de las aminas, entre las que se encuentra la difenil urea. También hay estabilizadores que son jabones metálicos o sales, tales como los estearatos metálicos y palmitatos.

Algunos estabilizadores son más efectivos si se combinan en ciertas proporciones.

Plastificantes

Los plastificantes son solventes de baja volatilidad. Se usan generalmente para impartir flexibilidad, aunque otra de sus funciones es actuar como un lubricante molecular externo.

Debido a su tamaño molecular, los plastificantes tienen una muy baja velocidad de difusión en el PVC a temperatura ambiente, pero a temperaturas superiores a los 150°C, la mezcla molecular puede ocurrir en periodos de tiempo cortos. Estos materiales son incorporados a una formulación de PVC para impartir características de flexibilidad, elongación y elasticidad semejantes a los elastómeros.

Generalmente son líquidos, aunque ocasionalmente los hay sólidos. Los más sobresalientes: ésteres dibásicos, poliésteres lineales, glicéridos epoxidados e hidrocarburos aromáticos de monoésteres, así como hidrocarburos alifáticos clorados. Algunos de ellos son el adipato de dibutilo y el di-N-hexilo entre otros.

Los plastificantes se clasifican en función de poder de solvatación, permanencia, flexibilidad a baja temperatura, eficiencia y compatibilidad.

Así, entre mayor sea el grado de ramificación del plastificante, mayor será el poder de solvatación y la compatibilidad de éste con la resina de PVC.

Las características relevantes de flexibilidad a baja temperatura se obtienen con plastificantes de baja solvatación y compatibilidad^{11,14}.

Lubrificantes

Los materiales que se catalogan como lubricantes para los compuestos a base de PVC, son líquidos de alto peso molecular y alta viscosidad. Su principal función es evitar que el compuesto se pegue o adhiera al equipo de manufactura y consecuentemente disminuir la fricción y el calentamiento producido por el trabajo mecánico.

Para los efectos que producen los lubricantes en los compuestos de PVC se han catalogado dos tipos de lubricación llamadas lubricación interna y lubricación externa.

La lubricación interna, contribuye a bajar la velocidad de fusión y reducir la fricción entre las moléculas. Para ello se utilizan compuestos que tengan poca compatibilidad con la resina, tales como el ácido estearico, estearatos metálicos y ésteres de ácidos grasos, sales de ácidos grasos y aceites minerales.

En la lubricación externa, el lubricante emigra hacia la parte exterior para formar una capa finísima sobre la superficie del equipo de proceso, logrando con esto una reducción de la fricción entre el polímero fundido y las paredes metálicas del equipo de manufactura. Esto se logra mediante el uso de aceites o ceras parafínicas^{11,14}.

2.5 FORMULACION EXPERIMENTAL UTILIZADA

La discusión a lo largo de este capítulo ha fundamentado que para obtener un producto a base de PVC, es indispensable la presencia de varios aditivos. Se ha discutido que los aditivos agregados a un cierto tipo de PVC se usan para retardar su degradación durante el proceso y para obtener un producto con características finales útiles.

No obstante la utilización tan amplia del PVC y de muchos de sus compuestos, en la actualidad, es necesario recurrir a la experimentación sofisticada y al análisis estadístico para describir matemáticamente la generación de propiedades físicas de estos materiales con sus aditivos y sus condiciones de procesamiento.

Sin embargo, un problema planteado estadísticamente, que involucre el efecto de todos y cada uno de los aditivos de una resina, representa una situación tremendamente complicada. Si además, a esto se le agrega el efecto de las variables de operación, entonces cualquier diseño experimental resultaría muy complicado y el análisis de los resultados experimentales muy complejo.

Con el fin de reducir la complejidad del problema estadístico mencionado y como punto de partida de un programa de análisis más amplio, este trabajo de tesis se limita sólo a estudiar el efecto de dos estabilizadores, Pb y Sn bajo condiciones experimentales. Ya que se hizo notar que una característica muy importante del PVC es que a temperaturas normales de operación éste se degrada, por lo que es necesario por lo menos estabilizarlo.

La fundamentación y análisis de esta problemática es el motivo de los siguientes capítulos.

CAPITULO III

HERRAMIENTAS ESTADISTICAS PARA EL DISEÑO E INTERPRETACION DE EXPERIMENTOS

3.1 TEORIA ESTADISTICA

La estadística es una rama de las matemáticas dedicada a desarrollar y aplicar métodos y técnicas para la colección, para el análisis y para la interpretación de resultados generados a través de experimentos. Los análisis e interpretaciones deberán ser inferidos de las leyes de la probabilidad para que las conclusiones basadas en datos experimentales puedan ser reconocidas universalmente y sin ambigüedades.

La estadística no se limita al ejercicio rutinario de analizar únicamente resultados, sino que también proporciona otras herramientas analíticas sumamente útiles que permiten determinar unívocamente las técnicas que mejor se adaptan a las circunstancias de cada situación experimental en particular, es decir, la estadística permite escoger de un conjunto de técnicas, la más adecuada para ser utilizada y para interpretar los resultados experimentales¹⁵.

3.2 DISEÑO DE UN EXPERIMENTO

Diseñar estadísticamente un experimento significa planear un experimento, de tal manera que pueda reunir la óptima información pertinente al problema que se investiga.

Para lograr esto, es necesario seguir una secuencia completa y ordenada de pasos que deben ser tomados en cuenta de antemano para poder asegurar que se obtendrán datos apropiados y susceptibles de ser analizados estadísticamente.

Es necesario reconocer que únicamente a partir de esos datos se podrán inferir deducciones válidas del problema establecido. Bajo este reconocimiento es indispensable tener presente que antes de llevar a cabo un experimento es altamente recomendable que deba ser diseñado de la mejor manera posible.

La definición del diseño de un experimento requiere que para que una persona formule un diseño ella misma entienda claramente los objetivos específicos de la investigación propuesta ya que muy a menudo se diseñan experimentos en los que se coleccionan datos que realmente tienen muy poco o ningún valor¹⁵.

3.3 PASOS RECOMENDABLES PARA EL DISEÑO DE UN EXPERIMENTO.

Antes de realizar ningún experimento, todo buen investigador formula la lista de pasos que sigue cuando diseña cualquier experimento. No obstante la posible diversidad de situaciones experimentales, con toda seguridad, la comparación de varias listas revelaría que todas ellas cubren esencialmente los mismos puntos basados en la lógica, la experiencia y la intuición.

De acuerdo con Kempthorne¹⁰ un experimento diseñado estadísticamente consta de los siguientes pasos:

- 1) Enunciado del problema.
- 2) Formulación de hipótesis.
- 3) Sugerencia de la técnica experimental y el diseño.
- 4) Examen de los sucesos posibles y referencias en que se basan las razones para la indagación que asegure que el experimento proporcionará la información requerida y en la extensión adecuada.
- 5) Consideración de los posibles resultados desde el punto de vista de los procedimientos estadísticos que se les aplicará. Esta consideración deberá garantizar que se satisfacen las condiciones necesarias para que sean válidos estos procedimientos.
- 6) Ejecución del experimento.
- 7) Aplicación de las técnicas estadísticas a los resultados experimentales.
- 8) Extracción de las conclusiones.
- 9) Evaluación de la investigación completa, particularmente con otras investigaciones del mismo problema o similares.
- 10) Utilización de los resultados.

De esta manera, en este trabajo se aceptará que estos pasos o actividades deberán formar parte de una planeación efectiva de todo experimento.

3.4 OBJETIVO DE UN DISEÑO EXPERIMENTAL

El objetivo de cualquier diseño experimental es proporcionar la mayor cantidad de información al mínimo costo de tiempo y esfuerzo. Esto es, el objetivo de esta actividad es que además de proporcionar una cantidad suficiente de información pertinente al problema investigado, se considere al máximo un ahorro de tiempo, dinero, personal y material experimental. Aunado a todo esto, también deberá requerirse que el diseño o plan o programa de prueba sea tan simple como sea posible y que la investigación experimental deba conducirse lo más eficientemente posible, para minimizar pérdidas de cualquier especie.

Afortunadamente, la mayoría de los diseños estadísticos simples, no sólo son fáciles de analizar, sino también son eficientes en ambos sentidos, en lo económico y en lo estadístico^{15,17}.

3.5 DISEÑOS EXPERIMENTALES ESTADÍSTICOS

Existen una gama muy amplia de diseños experimentales planteados estadísticamente, de los cuales, los más comunes son los siguientes:

- 1) Diseño de experimentos completamente aleatorio.
- 2) Diseño de experimentos con bloques aleatorizados.
- 3) Diseño de experimentos con clasificación de dos factores.
- 4) Diseño de experimentos con cuadrados latinos.

- 5) Diseño de experimentos con cuadrados grecolatinos.
- 6) Diseño de experimentos con bloques aleatorizados incompletos.
- 7) Diseño de experimentos con "Cuadrado de YUDEN".
- 8) Diseño factorial de experimentos.

Cada uno de estos diseños de experimentos pueden identificarse en forma clara y particular debido a las características tan específicas que presentan. Esas diferencias son las características que marcan el camino para poder elegir el diseño experimental que mejor se adapte a un experimento, según los objetivos perseguidos dentro de un proyecto determinado¹⁵⁻¹⁶.

3.6 DEFINICION DE TERMINOS ESTADISTICOS.

Definiciones de términos estadísticos: unidad experimental, error experimental, aleatorización, bloqueo, tratamiento, factores, niveles de factores, efectos, hipótesis nula, obtención de la media, medias poblacionales, hipótesis alternativa, nivel de significancia y función F.

Debido al amplio uso de estos conceptos en la estadística, resulta necesario tener un claro entendimiento del significado de cada uno de ellos, para todo lo que sigue de este trabajo. Para esto, se dará una explicación concisa de su significado.

Unidad Experimental

Una unidad experimental es la unidad estadística con condiciones especiales a la que se le aplica un solo tratamiento, o ejecución del experimento básico (donde tratamiento es la combinación de muchos factores y se definirá más adelante).

Error Experimental

El término error experimental, puede reflejar varias cosas, tales como errores de experimentación, errores de observación o errores de medición, entre otros. Este término, revela que su significado estadístico describe una variable de suma importancia.

La cuantificación de este término puede determinar el fracaso absoluto en la dirección y ejecución de un experimento, ya que indicaría si un proceso experimental fue llevado a cabo pésimamente y en consecuencia resulta inútil.

Otra posible cuantificación indicaría si las variables aleatorias (de proceso) con más peso o influencia sobre el experimento fueron elegidas adecuadamente.

El error experimental puede reducirse normalmente mediante el uso de una o varias de las técnicas siguientes:

- 1) Utilizar el material experimental lo más homogéneo posible.
- 2) Utilizar las variables aleatorias, que por información bibliográfica, se tengan evidencias claras que son las que tienen más peso sobre la variable dependiente que se investiga.
- 3) Tener máximo cuidado al dirigir y ejecutar un experimento.
- 4) Usar el diseño experimental más eficiente.

Aleatorización

La aleatorización es el procedimiento mediante el cual se garantiza que los tratamientos que se efectúan sobre las unidades experimentales sean asignados al azar. Si la aleatorización no se lleva a cabo adecuadamente, el experimento puede resultar un fracaso. Por tal motivo, la aleatorización hace válida una secuencia de pruebas experimentales.

Asignación de bloques o bloqueo

En lenguaje estadístico, la asignación de bloques o bloqueo, es la técnica que distribuye a las unidades experimentales en forma de bloques, de tal manera que las unidades dentro de cada bloque, sean relativamente homogéneas.

Tratamiento

Un tratamiento (o combinación de tratamientos) denota al conjunto particular de condiciones experimentales que deben imponerse a una unidad experimental dentro de los límites del diseño seleccionado para llevar a cabo el experimento.

Factores

En el lenguaje estadístico de diseño experimental, a las variables independientes se les conoce como factores.

La mayoría de las investigaciones experimentales involucran más de una sola variable independientemente cuando se estudia el efecto de una variable dependiente.

Niveles de factores (subfactores)

Se mencionó con anterioridad que generalmente los resultados

experimentales que interesan son aquellos en los cuales se permite que uno o varios factores sean variados. Por ejemplo: un experimento químico en el que se midió la eficiencia de una reacción, se consideraron tres temperaturas T_1 , T_2 , T_3 ; tres presiones P_1 , P_2 , P_3 ; y tres concentraciones C_1 , C_2 , C_3 , a estos diversos valores o clasificación de factores se les conoce como niveles de factores o subfactores. Es decir, en el proceso anterior, la reacción fué llevada a cabo a tres niveles de temperatura, a tres niveles de presión y a tres niveles de concentración. En la tabla 3.6.1 se esquematiza la clasificación de factores y subfactores.

TABLA 3.6.1

| FACTORES | NIVELES DE FACTORES | | |
|---------------|---------------------|-------|-------|
| Temperatura | T_1 | T_2 | T_3 |
| Presión | P_1 | P_2 | P_3 |
| Concentración | C_1 | C_2 | C_3 |

Efecto

En estadística, el efecto es la respuesta que se produce en la unidad experimental por la variación de una o más variables independientes en un experimento después de haber sido ejecutado.

Obtención de la media

La media, es una medida de la tendencia central o tamaño promedio de los valores de una muestra. La más común de estas medidas es la media aritmética, la cual se denota como \bar{X} (léase X

con barra). Dada la muestra $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, la media aritmética o media de la muestra esta dada por:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

si se usa el signo de sumatoria se puede escribir:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Media poblacional

Es un caso particular de la media aritmética debido a que es también una medida del valor promedio de una muestra poblacional. Esto es, cuando en los diseños de experimentos los paquetes de datos son divididos en renglones y columnas, las medias poblacionales están definidas por:

$$\bar{X}_{i.} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{ik} = \frac{\text{Suma de valores del } i\text{-ésimo renglón}}{\text{Número de valores por renglón}}$$

que corresponde a la media poblacional de cada uno de los i -renglones. Y,

$$\bar{X}_{.k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ik} = \frac{\text{Suma de valores de la } k\text{-ésima columna}}{\text{Número de valores por columna}}$$

que corresponde a la media poblacional de cada una de las k -columnas

Hipótesis

Hipótesis es una suposición acerca del estado de la naturaleza generalmente expresada como el comportamiento de una variable aleatoria y su distribución de probabilidad.

Hipótesis nula

Es una suposición mediante la cual se establece probar si todos los promedios de las medias poblacionales de ciertas variables representadas por un conjunto de datos obtenidos experimentalmente son iguales. Es decir, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_n$, donde μ_n es la media poblacional del factor n . Mediante la hipótesis nula se toman decisiones estadísticas acerca del comportamiento de las variables que entran en juego en el estudio de un proyecto. La hipótesis nula se representa como H_0 .

Hipótesis alternativa

La hipótesis alternativa es una suposición alterna a la hipótesis nula. Establece probar que el promedio de las medias poblacionales no son iguales, o que al menos una es diferente, es decir, $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_n$. La hipótesis alternativa se simboliza como H_a .

Al realizar una prueba de hipótesis se prueba siempre la verdad de la hipótesis nula, aún cuando de antemano se desee rechazarla.

Nivel de significancia

El nivel de significancia, α , es la máxima probabilidad con la que se está dispuesto a aceptar o rechazar una hipótesis nula.

Dentro de la práctica se acostumbra establecer de 5 por ciento (0.05) o 10 por ciento (0.1).

Función F

La función F es la relación de dos variables aleatorias independientes X_1^2 y X_2^2 , que tienen distribuciones Ji cuadrada, variancias iguales y con ν_1 , ν_2 grados de libertad respectivamente. La función F está definida por:

$$F = \frac{X_1^2 / \nu_1}{X_2^2 / \nu_2}$$

Cuando se hace referencia a una distribución F en particular, siempre se dan primero los grados de libertad para la variancia del numerador; es decir $F(\nu_1, \nu_2)$.

Distribución Ji cuadrada

La distribución Ji cuadrada es la suma del cuadrado de varias variables aleatorias independientes que se distribuyen normalmente con media cero, variancia unitaria y ν grados de libertad, de donde ν es el número de variables, que en casos particulares se define como el número de factores o subfactores.

3.7 Criterios para la selección de un diseño experimental

Dos de las características, catalogadas como las más sobresalientes de los diseños experimentales, son en el sentido de que difieren principalmente en: 1) la medida en que se aleatoriza una secuencia de pruebas y 2) en las restricciones que

se ponen a la aleatorización de esta secuencia. Por tal motivo, el experimentador, debe ser muy cauteloso para poder lograr la selección óptima del diseño experimental que mejor se adapte a las condiciones de un experimento. Además, es necesario tener también un gran conocimiento del proceso que se investiga.

Para hacer una buena elección de un diseño experimental, es indispensable, definir las características y restricciones que predominan en un experimento y su relación con los factores y niveles de los factores (variables de proceso) que intervendrán en el análisis del efecto que se medirá. Por ejemplo, habrá que indicar si el experimento que se investiga: a) presenta algún tipo de interacción entre los diferentes factores; b) si se comporta en forma homogénea; c) si requiere de algún tipo de bloqueo simple o, d) de doble bloqueo. Todo esto, ligado a las situaciones experimentales indeseables o que por razones prácticas se deben aceptar, serán los criterios importantes de selección para elegir el diseño experimental más adecuado¹⁵⁻¹⁶.

3.8 Características y técnicas de análisis de los diseños experimentales.

Anteriormente, se recalcó que para lograr una selección adecuada de un diseño experimental, es muy importante tener un conocimiento amplio y detallado de las características particulares de cada uno de ellos.

También, junto con las características de cada uno de los diseños, es necesario conocer la técnica de análisis de los datos experimentales que se obtienen a través de cada uno de los diseños. Estas dos necesidades se discutirán brevemente a continuación para varios modelos.

Diseño de experimentos completamente aleatorio

Características importantes:

- Aceptan un solo factor.
- Presentan posibilidades de subfactores
- Analizan una sola variable de respuesta
- Recomiendan una sola observación por unidad experimental
- Permite asignar a las unidades experimentales, los tratamientos al azar
- Limitan su utilización a unidades experimentales homogéneas
- Son métodos de análisis muy versátiles.

TECNICA DE ANALISIS

Si un diseño aleatorio está formado por n_i unidades experimentales, las cuales se sujetan solamente al i -ésimo tratamiento ($i = 1, 2, 3 \dots t$) y únicamente se tiene una observación por cada unidad experimental, los datos experimentales se agruparán como se muestra en la tabla 3.8.1

TABLA 3.8.1 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE TRATAMIENTOS Y OBSERVACIONES PARA UN DISEÑO DE EXPERIMENTOS TOTALMENTE ALEATORIO.

| TRATAMIENTOS | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | t |
|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|
| OBSERVACIONES | X ₁₁ | X ₁₂ | X ₁₃ | X ₁₄ | ... | X _{1t} |
| | X ₂₁ | X ₂₂ | X ₂₃ | X ₂₄ | ... | X _{2t} |
| | X ₃₁ | X ₃₂ | X ₃₃ | X ₃₄ | ... | X _{3t} |
| | X ₄₁ | X ₄₂ | X ₄₃ | X ₄₄ | ... | X _{4t} |
| | . | . | . | . | . | . |
| | . | . | . | . | . | . |
| | X _{n1} | X _{n2} | X _{n3} | X _{n4} | ... | X _{nt} |
| TOTALES T _{.t} | T _{.1} | T _{.2} | T _{.3} | T _{.4} | ... | T _{.t} |
| # OBSERV. | n ₁ | n ₂ | n ₃ | n ₄ | ... | n _t |
| MEDIAS | $\bar{T}_{.1}$ | $\bar{T}_{.2}$ | $\bar{T}_{.3}$ | $\bar{T}_{.4}$ | ... | $\bar{T}_{.t}$ |

de donde

$$T_{.1} = \sum_{n=1}^n X_{n1}, T_{.2} = \sum_{n=1}^n X_{n2}, T_{.3} = \sum_{n=1}^n X_{n3}, \dots, T_{.t} = \sum_{n=1}^n X_{nt}$$

y

$$\bar{T}_{.1} = \frac{T_{.1}}{n_1}, \bar{T}_{.2} = \frac{T_{.2}}{n_2}, \bar{T}_{.3} = \frac{T_{.3}}{n_3}, \dots, \bar{T}_{.t} = \frac{T_{.t}}{n_t}$$

además

$$N = \sum_{t=1}^t n_t$$

$$T_{..} = \sum_{t=1}^t T_{.t} \quad \text{por lo que} \quad \bar{T} = \frac{T_{..}}{N}$$

Si las medias poblacionales de los tratamientos son $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \dots, \mu_k$, nos interesa probar la hipótesis nula

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \dots = \mu_k = 0$$

En contra de la hipótesis alternativa

$$H_A: \text{Al menos una } \mu_i \neq 0$$

Esta prueba se realiza mediante la técnica estadística conocida como análisis de variancia, frecuentemente abreviada como ANOVA.

El análisis de variancia para este diseño experimental nos servirá para discriminar si la diferencia obtenida entre los resultados debido a los diversos tratamientos es igual a la que se tiene dentro de cada tratamiento y, por tanto, poder así afirmar que esta variación de resultados se debe al azar y no a diferencias reales entre los resultados de los distintos tratamientos.

El modelo estadístico lineal para este diseño experimental es:

$$X_{ni} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ni}$$

de donde:

- X_n Es cualquier valor observado de la variable de respuesta
- μ Es el efecto medio verdadero de todos los tratamientos
- α_i Es el efecto verdadero del i ésimo tratamiento
- r_n Es el efecto debido al error o residual o efecto verdadero de la n -ésima unidad experimental sujeto al i ésimo tratamiento.

El proceso de discriminación se obtiene mediante las siguientes ecuaciones:

$$SST = SSW + SSB$$

siendo:

SST = Suma total de cuadrados

SSW = Suma de cuadrados dentro de los tratamientos

SSB = Suma de cuadrados entre tratamientos

y para cada uno de estos:

$$SST = \sum_{n=1}^n \sum_{i=1}^l X_{ni}^2 - N\bar{T}^2$$

$$SSB = \sum_{i=1}^l \frac{T_i^2}{nt} - N\bar{T}^2 \quad y$$

$$SSW = SST - SSB$$

N = # total de observaciones en el experimento

$\sum Y_{ik}$ = Suma total de los valores de cada observación en cada tratamiento

n_k = # de observaciones en cada tratamiento

$\bar{Y}_{..}$ = media total de todas las observaciones

El análisis de variancia para este diseño se muestra en la tabla 3.8.2

TABLA 3.8.2

| FUENTE DE VARIACION | GRADOS DE LIBERTAD | SUMA DE CUADRADOS | CUADRADO MEDIO | F_{exp} | Tablas |
|---------------------|--------------------|-------------------|-------------------------|-----------------------|--------|
| Tratamientos | t-1 | SSB | $MSB = \frac{SSB}{t-1}$ | $F = \frac{MSB}{MSW}$ | ? |
| Error | N-t | SSW | $MSW = \frac{SSW}{N-t}$ | | |
| Totales | N-1 | SST | | | |

Tablas, se obtiene de la tabla de distribución F de la manera siguientes:

$$F_{(1-\alpha), v_1, v_2} = ? \text{ Valor de Tablas}$$

siendo

α = nivel de significancia elegido

$v_1 = t - 1$

$v_2 = N - t$

La prueba de hipótesis se realiza de la siguiente forma:

Si $F_{\text{tab}} \leq F_{\text{exp}}$ se rechaza la hipótesis nula

Si $F_{\text{tab}} > F_{\text{exp}}$ se acepta la hipótesis nula

Diseño de Experimentos con bloques aleatorizados

Características:

- Acepta hasta dos factores
- Presenta posibilidad de subfactores
- Analiza una sola variable de respuesta
- Permite disponer en bloques los efectos que son reales y significativos
- Permite distribuir en bloques a las unidades experimentales
- Obliga a que el número de unidades experimentales dentro de cada bloque, sea igual al número de tratamientos a investigar
- Permite que los tratamientos se asignen al azar a las unidades experimentales dentro de cada bloque
- No debe existir interacción entre los bloques y los tratamientos

TECNICA DE ANALISIS:

El caso general de un diseño de experimentos con bloques aleatorizados que presenta: a) una sola observación por unidad experimental, b) n bloques, y c) k tratamientos, se representa de manera resumida en la tabla 3.8.3.

TABLA 3.8.3 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE BLOQUES, TRATAMIENTOS
Y OBSERVACIONES DE UN DISERNO CON BLOQUES ALEATORIZADOS

| BLOQUE | TRATAMIENTO | | | | | | TOTALES | OBS. | MEDIAS |
|---------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|----------------|----------|-----------|----------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | k | $T_{..}$ | N' | $\bar{T}_{..}$ |
| 1 | X_{11} | X_{12} | X_{13} | X_{14} | ... | X_{1k} | $T_{1.}$ | $N'_{1.}$ | $\bar{T}_{1.}$ |
| 2 | X_{21} | X_{22} | X_{23} | X_{24} | ... | X_{2k} | $T_{2.}$ | $N'_{2.}$ | $\bar{T}_{2.}$ |
| 3 | X_{31} | X_{32} | X_{33} | X_{34} | ... | X_{3k} | $T_{3.}$ | $N'_{3.}$ | $\bar{T}_{3.}$ |
| 4 | X_{41} | X_{42} | X_{43} | X_{44} | ... | X_{4k} | $T_{4.}$ | $N'_{4.}$ | $\bar{T}_{4.}$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| n | X_{n1} | X_{n2} | X_{n3} | X_{n4} | ... | X_{nk} | $T_{n.}$ | $N'_{n.}$ | $\bar{T}_{n.}$ |
| TOTALES $T_{..}$ | $T_{.1}$ | $T_{.2}$ | $T_{.3}$ | $T_{.4}$ | ... | $T_{.k}$ | $T_{..}$ | | |
| OBS. N | N_1 | N_2 | N_3 | N_4 | ... | N_k | | | |
| MEDIAS $\bar{T}_{..}$ | $\bar{T}_{.1}$ | $\bar{T}_{.2}$ | $\bar{T}_{.3}$ | $\bar{T}_{.4}$ | ... | $\bar{T}_{.k}$ | | | $\bar{T}_{..}$ |

de donde:

$$\begin{aligned} T_{.1} &= \sum_{k=1}^k X_{k1}, & T_{.2} &= \sum_{k=1}^k X_{k2}, & T_{.3} &= \sum_{k=1}^k X_{k3}, & \dots, & T_{.k} &= \sum_{k=1}^k X_{kk} \\ T_{1.} &= \sum_{k=1}^k X_{1k}, & T_{2.} &= \sum_{k=1}^k X_{2k}, & T_{3.} &= \sum_{k=1}^k X_{3k}, & \dots, & T_{n.} &= \sum_{k=1}^k X_{nk} \end{aligned}$$

también:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{.1} &= \frac{T_{.1}}{N_1}, & \bar{T}_{.2} &= \frac{T_{.2}}{N_2}, & \bar{T}_{.3} &= \frac{T_{.3}}{N_3}, & \dots, & \bar{T}_{.k} &= \frac{T_{.k}}{N_k} \\ \bar{T}_{1.} &= \frac{T_{1.}}{N_1}, & \bar{T}_{2.} &= \frac{T_{2.}}{N_2}, & \bar{T}_{3.} &= \frac{T_{3.}}{N_3}, & \dots, & \bar{T}_{n.} &= \frac{T_{n.}}{N_n} \\ T_{..} &= \sum_{k=1}^k T_{.k} = \sum_{n=1}^n T_{n.} \\ \bar{T}_{..} &= \frac{T_{..}}{N_{..}} \quad \text{siendo} \quad N_{..} = \sum_{k=1}^k N_k = \sum_{n=1}^n N_n \end{aligned}$$

El modelo estadístico lineal para este diseño experimental es:

$$X_{ki} = \mu + \beta_k + \alpha_i + \epsilon_{ki}$$

de donde:

X_{ki} = es la observación correspondiente al tratamiento t y al bloque k .

μ = es la media global

α_i = es el efecto debido al tratamiento t

β_k = es el efecto debido al bloque k

ϵ_{ki} = es el error o residual

Si las medias poblacionales de los tratamientos y los bloques son respectivamente $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_t$ y $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$, nos interesan probar las hipótesis nulas:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_t = 0$$

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$$

en contra de las hipótesis alternativas:

$$H_A: \text{al menos una } \mu_i \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } \beta_k \neq 0$$

El análisis de variancia, en este caso, verificará como principales objetivos: a) si los distintos tratamientos dan resultados estadísticamente diferentes, y b) si los bloques influyen en los resultados de las observaciones.

Las formulas sintetizadas para realizar el análisis de variancia de este diseño experimental se dan a continuación:

$$SS = SS_{T..} + SS_B + SST + SSE$$

Siendo

$SS\bar{X}_{..}$ = suma de cuadrados de la media global

SSB = suma de cuadrados entre bloques

SST = suma de cuadrados entre tratamientos

SSE = suma de cuadrados del error o residual

matemáticamente:

$$SS\bar{X}_{..} = nk\bar{T}_{..}^2$$

$$SSB = k \sum_{n=1}^n (T_{n.} - \bar{T}_{..})^2$$

$$SST = n \sum_{k=1}^k (T_{.k} - \bar{T}_{..})^2$$

$$SS = \sum_{n=1}^n \sum_{t=1}^t X_{nt}^2$$

$$SSE = SS - SS\bar{X}_{..} - SSB - SST$$

de donde

n = número de bloques y

k = número de tratamientos

El análisis de variancia generalizado para este diseño, se presenta en la Tabla 3.8.4

TABLA 3.8.4

| F.V. | G. de L. | CS | CM | F _{exp} | F _{tab} |
|-----------------------|------------|-----|--------------------------------|------------------------------------|------------------|
| Entre Tratamientos | k-1 | SST | MST = $\frac{SST}{n-1}$ | F ₁ = $\frac{MST}{MSE}$ | F ₁ |
| Entre Bloques | n-1 | SSB | MSB = $\frac{SSB}{n-1}$ | F ₂ = $\frac{MSB}{MSE}$ | F ₂ |
| ERROR | (k-1)(n-1) | SSE | MSE = $\frac{SSE}{(k-1)(n-1)}$ | | |
| TOTAL | nk-1 | SS | | | |

F_{tab 1} y F_{tab 2} se obtiene de la Tabla de Distribucion F de la manera siguiente:

F_{1(1-0.01,0.9)} = Valor de tablas

F_{2(1-0.02,0.9)} = Valor de tablas

La prueba de hipotesis se realiza de la manera siguiente:

Si F_{tab} ≤ F_{exp} se rechaza la hipotesis nula

Si F_{exp} > F_{tab} se acepta la hipotesis nula¹⁵⁻¹⁹.

Diseño Experimental con clasificación de dos factores

Características importantes:

- Aceptan exclusivamente dos factores
- Admiten la presencia de subfactores
- Permiten un factor primario
- Permiten un factor secundario
- Analizan una sola variable de respuesta
- Recomiendan una sola observación por unidad experimental
- Disponen como factor primario, el factor con más peso en el experimento.
- Disponen como factor secundario, el factor con menos peso que primario
- Obligan a que el número de unidades experimentales dentro de cada subfactor del factor primario debe ser igual al número de unidades experimentales dentro de cada subfactor del factor secundario.
- No debe haber interacción entre estos dos factores.

Técnica de Análisis.

Un diseño experimental con las siguientes características: a) clasificación de dos factores sujeto al i -ésimo nivel del factor primario ($i=1, 2, 3, \dots, c$) y al t -ésimo nivel del factor secundario ($t = 1, 2, 3, \dots, r$), y b) una sola observación por unidad experimental se muestra en la Tabla 3.8.5

TABLA 3.8.5 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE LOS DOS FACTORES
 Y LAS OBSERVACIONES DE UN DISEÑO EXPERIMENTAL CON
 CLASIFICACION DE DOS FACTORES

| | | A | FACTOR PRIMARIO | | | | | | TOTALES OBS. MEDIAS | | |
|--|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|-----------------|---------------------|----------------|--|
| | | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | ... | A _c | T _{1.} | N' | $\bar{T}_{1.}$ | |
| F A C T O R S E C U N D A R I O | B ₁ | X ₁₁ | X ₁₂ | X ₁₃ | X ₁₄ | ... | X _{1c} | T _{1.} | N' ₁ | $\bar{T}_{1.}$ | |
| | B ₂ | X ₂₁ | X ₂₂ | X ₂₃ | X ₂₄ | ... | X _{2c} | T _{2.} | N' ₂ | $\bar{T}_{2.}$ | |
| | B ₃ | X ₃₁ | X ₃₂ | X ₃₃ | X ₃₄ | ... | X _{3c} | T _{3.} | N' ₃ | $\bar{T}_{3.}$ | |
| | B ₄ | X ₄₁ | X ₄₂ | X ₄₃ | X ₄₄ | ... | X _{4c} | T _{4.} | N' ₄ | $\bar{T}_{4.}$ | |
| | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | |
| | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | |
| | B _r | X _{r1} | X _{r2} | X _{r3} | X _{r4} | ... | X _{rc} | T _{r.} | N _r | $\bar{T}_{r.}$ | |
| TOTALES T _{..} | | T _{1.} | T _{2.} | T _{3.} | T _{4.} | ... | T _{c.} | | | | |
| OBS. N | | N ₁ | N ₂ | N ₃ | N ₄ | ... | N _c | | | | |
| MEDIAS $\bar{T}_{..}$ | | $\bar{T}_{1.}$ | $\bar{T}_{2.}$ | $\bar{T}_{3.}$ | $\bar{T}_{4.}$ | ... | $\bar{T}_{c.}$ | | | $\bar{T}_{..}$ | |

de donde:

$$T_{.1} = \sum_{r=1}^r X_{r1}, \quad T_{.2} = \sum_{r=1}^r X_{r2}, \quad T_{.3} = \sum_{r=1}^r X_{r3}, \quad \dots, \quad T_{.c} = \sum_{r=1}^r X_{rc}$$

$$T_{1.} = \sum_{c=1}^c X_{1c}, \quad T_{2.} = \sum_{c=1}^c X_{2c}, \quad T_{3.} = \sum_{c=1}^c X_{3c}, \quad \dots, \quad T_{r.} = \sum_{c=1}^c X_{rc}$$

luego entonces

$$\bar{T}_{.1} = \frac{T_{.1}}{N_1}, \quad \bar{T}_{.2} = \frac{T_{.2}}{N_2}, \quad \bar{T}_{.3} = \frac{T_{.3}}{N_3}, \quad \dots, \quad \bar{T}_{.c} = \frac{T_{.c}}{N_c}$$

$$\bar{T}_{1.} = \frac{T_{1.}}{N_1}, \quad \bar{T}_{2.} = \frac{T_{2.}}{N_2}, \quad \bar{T}_{3.} = \frac{T_{3.}}{N_3}, \quad \dots, \quad \bar{T}_{r.} = \frac{T_{r.}}{N_r}$$

$$T_{..} = \sum_{c=1}^c T_{.c} = \sum_{r=1}^r T_{r.}$$

Por lo que:

$$\bar{T}_{..} = \frac{T_{..}}{N_{..}} \quad \text{siendo} \quad N_{..} = \sum_{c=1}^c N_c = \sum_{r=1}^r N_r$$

El modelo estadístico lineal para este diseño experimental

es:

$$x_{it} = \mu + \rho_i + \alpha_t + \epsilon_{it}$$

de donde:

μ = media global

ρ_i = es el efecto del i -ésimo nivel del primer factor

α_t = es el efecto del t -ésimo nivel del segundo factor

ϵ_{it} = es el error o residual

Si las medias poblacionales son $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_c$ y $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_r$; del factor primario y del factor secundario respectivamente, se desean probar las hipótesis nulas:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_c = 0$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_r = 0$$

en contra de las hipótesis alternativas:

$$H_A: \text{al menos una } \mu_i \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } \mu_i \neq 0$$

El análisis de variancia en este caso determinara, si el efecto de cada uno de los factores tiene una variación apreciable en la obtención de los valores experimentales. Las fórmulas simplificadas para poder realizar el análisis de variancia son:

$$SST = SSR + SSAC + SSBR$$

de donde:

SST = Suma de cuadrados total

SSAC = Suma de cuadrados entre columnas

SSBR = Suma de cuadrados entre renglones

SSR = Suma de cuadrados del error o residual

siendo

$$SST = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L X_{il}^2 - rc \bar{T}_{..}^2$$

$$SSAC = r \sum_{i=1}^I \bar{T}_{i.}^2 - rc \bar{T}_{..}^2$$

$$SSBR = c \sum_{l=1}^L \bar{T}_{.l}^2 - rc \bar{T}_{..}^2$$

$$SSR = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L X_{il}^2 - \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \bar{T}_{il}^2 \quad 0$$

$$SSR = SST - SSAC - SSBR$$

de lo anterior,

r = número de niveles del factor secundario

c = número de niveles del factor primario

El análisis de variancia para este diseño experimental se presenta en la Tabla 3.8.6

TABLA 3.8.6

| F.V. | G. de L. | C.S. | C.N. | F _{exp} | F _{tab} |
|---------------------|------------|------|--------------------------------|-------------------------------------|------------------|
| Entre Renglones | r-1 | SSBR | MSBR = $\frac{SSBR}{r-1}$ | F ₁ = $\frac{MSBR}{MSR}$ | F ₁ |
| Entre Columnas | c-1 | SSAC | MSAC = $\frac{SSAC}{c-1}$ | F ₂ = $\frac{MSAC}{MSR}$ | F ₂ |
| Error o Residual | (r-1)(c-1) | SSR | MSR = $\frac{SSR}{(r-1)(c-1)}$ | | |
| TOTAL | rc-1 | SST | | | |

de la distribución F de tablas se tiene:

F_{11-αv1,u1} = Valor de tablas

F_{21-αv2,u2} = Valor de tablas

de lo anterior:

$$u_1 = r-1$$

$$u_2 = c-1$$

$$v_2 = (r-1)(c-1)$$

Culminando el análisis de variancia de este diseño, se tiene:

Si F_{tablas} ≤ F_{exp} se rechaza la hipótesis nula

F_{tablas} > F_{exp} se acepta la hipótesis nula¹⁵⁻¹⁹

Diseño experimental Cuadrado Latino

Características importantes:

- Acepta exclusivamente tres factores
- Acepta la presencia de subfactores
- Analiza una sola variable de respuesta
- Permite una sola observación por unidad experimental
- Tajantemente debe ser un cuadrado con igual número de renglones que de columnas
- Incondicionalmente el número de bloques es igual al número de tratamientos
- Obligan a que los tratamientos deben estar distribuidos de tal manera que cada uno de ellos aparezca una sola vez en cada renglón y una sola vez en cada columna
- Permiten que uno de los factores actúe como variable de respuesta
- Restringen su disposición a un doble bloque
- No debe haber interacción entre bloque-bloque y bloque-factor

Técnica de Análisis

Un diseño experimental con agrupamiento en base a un cuadrado latino que se sujeta al i -ésimo nivel del primer factor A, columnas, al j -ésimo nivel del segundo factor B, renglones, al k -ésimo nivel del tercer factor C, tratamiento, y además, una sola observación por unidad experimental se representa esquemáticamente en las tablas 3.8.7 y 3.8.8

TABLA 3.6.7 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE LOS TRES FACTORES
 PARA UN ARREGLO EXPERIMENTAL CUADRADO LATINO

| | | FACTOR A | | | | | |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | ... | A _C |
| FACTOR B | B ₁ | C ₁ | C ₂ | C ₃ | C ₄ | ... | C _t |
| | B ₂ | C ₂ | C ₃ | C ₄ | ... | C _t | C ₁ |
| | B ₃ | C ₃ | C ₄ | ... | C _t | C ₁ | C ₂ |
| | B ₄ | C ₄ | ... | C _t | C ₁ | C ₂ | C ₃ |
| | ⋮ | ... | C _t | C ₁ | C ₂ | C ₃ | C ₄ |
| | B _r | C _t | C ₁ | C ₂ | C ₃ | C ₄ | ... |

TABLA 3.3.8 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE LOS FACTORES
Y LAS OBSERVACIONES PARA UN DISEÑO EXPERIMENTAL CUADRADO LATINO

| B | | FACTOR A | | | | | | TOTALES | OBS. | MEDIAS |
|-------------------------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | ... | A _c | T _{j..} | N | $\bar{T}_{j..}$ |
| F A C T O R B | B ₁ | X ₁₁₁ | X ₁₂₂ | X ₁₃₃ | X ₁₄₄ | ... | X _{1c1} | T _{1..} | N ₁ | $\bar{T}_{1..}$ |
| | B ₂ | X ₂₁₂ | X ₂₂₃ | X ₂₃₄ | ... | X _{2c1} | X _{2c2} | T _{2..} | N ₂ | $\bar{T}_{2..}$ |
| | B ₃ | X ₃₁₃ | X ₃₂₄ | ... | X ₃₄₁ | X _{3c1} | X _{3c2} | T _{3..} | N ₃ | $\bar{T}_{3..}$ |
| | B ₄ | X ₄₁₄ | ... | X ₄₃₁ | X ₄₄₁ | X _{4c2} | X _{4c3} | T _{4..} | N ₄ | $\bar{T}_{4..}$ |
| | ⋮ | ⋮ | X _{r21} | X _{r31} | X _{r42} | X _{r..3} | X _{r.c4} | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| | B _r | X _{r11} | X _{r21} | X _{r32} | X _{r43} | X _{r.c4} | ... | T _{r..} | N _r | $\bar{T}_{r..}$ |
| | TOTALES | T _{..1} | T _{..2} | T _{..3} | T _{..4} | ... | T _{..c} | T _{...} | | |
| OBS. | N ₁ | N ₂ | N ₃ | N ₄ | ... | N _c | | | | |
| MEDIAS | $\bar{T}_{..1}$ | $\bar{T}_{..2}$ | $\bar{T}_{..3}$ | $\bar{T}_{..4}$ | ... | $\bar{T}_{..c}$ | | | $\bar{T}_{...}$ | |

de lo anterior,

$$i = 1 \dots c$$

$$j = 1 \dots r$$

$$k = 1 \dots t$$

$$T_{i1} = \sum_{r=1}^r X_{ri1}, T_{i2} = \sum_{r=1}^r X_{ri2}, T_{i3} = \sum_{r=1}^r X_{ri3}, \dots, T_{ic} = \sum_{r=1}^r X_{ric}$$

$$T_{1..} = \sum_{c=1}^c X_{1c}, T_{2..} = \sum_{c=1}^c X_{2c}, T_{3..} = \sum_{c=1}^c X_{3c}, \dots, T_{r..} = \sum_{c=1}^c X_{rc}$$

$$T_{..c1} = \sum_{r=1}^r X_{r.c1}, T_{..c2} = \sum_{r=1}^r X_{r.c2}, T_{..c3} = \sum_{r=1}^r X_{r.c3}, \dots, T_{..ct} = \sum_{r=1}^r X_{r.ct}$$

$$N_i = \sum_{c=1}^c N_{ic} = \sum_{r=1}^r N_r$$

Por lo que

$$\bar{T}_{i1} = \frac{T_{i1}}{N_i}, \bar{T}_{i2} = \frac{T_{i2}}{N_i}, \bar{T}_{i3} = \frac{T_{i3}}{N_i}, \dots, \bar{T}_{ic} = \frac{T_{ic}}{N_i}$$

$$\bar{T}_{1..} = \frac{T_{1..}}{N_1}, \bar{T}_{2..} = \frac{T_{2..}}{N_2}, \bar{T}_{3..} = \frac{T_{3..}}{N_3}, \dots, \bar{T}_{r..} = \frac{T_{r..}}{N_r}$$

$$\bar{T}_{..c1} = \frac{T_{..c1}}{N_c}, \bar{T}_{..c2} = \frac{T_{..c2}}{N_c}, \bar{T}_{..c3} = \frac{T_{..c3}}{N_c}, \dots, \bar{T}_{..ct} = \frac{T_{..ct}}{N_c}$$

Además:
$$T_{...} = \sum_{c=1}^c T_{i.c} = \sum_{r=1}^r T_{r..} = \sum_{t=1}^t T_{..ct}$$

$$\bar{T}_{...} = \frac{T_{...}}{N_t}$$

El modelo matemático lineal para este plan de experimento es:

$$X_{ijk} = \mu + A_i + B_j + C_k + \epsilon_{ijk}$$

de donde:

X_{ijk} es el valor de cualquier observación experimental

μ es la media global

A_i es el efecto asociado a la columna i

B_j es el efecto asociado al renglón j

C_k es el efecto asociado al tratamiento k

ϵ_{ijk} es el error o residual

Para cumplir con los argumentos de un cuadrado latino:

$$i = 1 \dots r$$

$$j = 1 \dots r$$

$$k = 1 \dots r$$

siendo r el número de niveles de cada factor.

Si las medias poblacionales del primer factor son $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_r$, del segundo factor $B_1, B_2, B_3, B_4, \dots, B_r$, y del tercer factor $C_1, C_2, C_3, C_4, \dots, C_r$; se desean probar las hipótesis nulas:

$$H_0: A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = \dots = A_r = 0$$

$$H_0: B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \dots = B_r = 0$$

$$H_0: C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = \dots = C_r = 0$$

en contra de las hipótesis alternativas:

HA: al menos una $A_i \neq 0$

HA: al menos una $B_j \neq 0$

HA: al menos una $C_k \neq 0$

El análisis de variancia, en este caso, determinará cuál de los tres factores tiene una influencia significativa en la obtención de valores experimentales de la variable de respuesta.

Las fórmulas simplificadas para el análisis de variancia de este diseño experimental se enlistan a continuación:

$$SST = SSA + SSB + SSC + SSE$$

de donde

$$SSA = r \sum_{c=1}^c \bar{T}_{..c}^2 - r^2 \bar{T}_{...}^2$$

$$SSB = r \sum_{r=1}^r \bar{T}_{r..}^2 - r^2 \bar{T}_{...}^2$$

$$SSC = r \sum_{l=1}^l \bar{T}_{...l}^2 - r^2 \bar{T}_{...}^2$$

$$SST = \sum_{l=1}^r \sum_{j=1}^r X_{ljk}^2 - r^2 \bar{T}_{...}^2$$

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSC$$

Siendo:

SSA = Suma de cuadrados del factor A, columnas

SSB = Suma de cuadrados del factor B, renglones

SSC = Suma de cuadrados del factor C, tratamientos

SST = Suma de cuadrados total

SSE = Suma de cuadrados del error o residual

El análisis de variancia para este arreglo experimental se muestra en la Tabla 3.8.9

TABLA 3.8.9

| F. de V. | G. de L. | S.C. | C.M. | F_{exp} | F_{tab} |
|------------------|--------------|------|--------------------------------|-------------------------|-----------|
| Columnas, A | $r-1$ | SSA | $MSA = \frac{SSA}{r-1}$ | $F_1 = \frac{MSA}{MSE}$ | F_1 |
| Renglones, B | $r-1$ | SSB | $MSB = \frac{SSB}{r-1}$ | $F_2 = \frac{MSB}{MSE}$ | F_2 |
| Tratamientos, C | $r-1$ | SSC | $MSC = \frac{SSC}{r-1}$ | $F_3 = \frac{MSC}{MSE}$ | F_3 |
| Error o Residual | $(r-1)(r-2)$ | SSE | $MSE = \frac{SSE}{(r-1)(r-2)}$ | | |
| TOTAL | r^2-1 | SST | | | |

de las tablas de distribución F.

$F_{1-\alpha;v_1;v_2}$ = Valor de tablas

$F_{\alpha;v_1;v_2}$ = Valor de tablas

$F_{\alpha;v_1;v_2}$ = Valor de tablas

Siendo $v_1 = r-1$

$v_2 = (r-1)(r-2)$

Concluyendo:

Si $F_{\text{tablas}} \leq F_{\text{exp}}$ se rechaza la hipótesis nula

Si $F_{\text{tablas}} > F_{\text{exp}}$ se acepta la hipótesis nula ¹⁵⁻¹⁹.

Diseño experimental cuadrado grecolatino

Características importantes:

- Acepta cuatro factores únicamente
- Admite la presencia de subfactores
- Analiza una sola observación por unidad experimental
- Recomienda una sola observación por unidad experimental
- Estrictamente el número de filas debe ser igual al número de columnas

- Tajantemente, cada letra latina (A, B, C, D ...) debe aparecer unívocamente una sola vez en cada renglón y una sola vez en cada columna.
- Exclusivamente cada letra griega $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$ debe aparecer una sola vez en cada columna y una sola vez en cada renglón.
- Inobjetablemente, cada letra latina debe aparecer una sola vez con cada letra griega
- Permite que dos de los factores actúen como variables de respuesta, uno de ellos representado por letras griegas y el otro representado por letras latinas
- Permite un arreglo experimental con doble bloqueo
- No debe existir interacción entre bloque-bloque, bloque-factor y factor-factor.

Un diseño experimental con cuadrados grecolatinos que se encuentra sujeto al i -ésimo nivel del primer factor A, columnas, al j -ésimo nivel del segundo factor B, renglones, al k -ésimo nivel del tercer factor C, letras latinas, al l -ésimo nivel del cuarto factor D, letras griegas y una sola observación por unidad experimental se presenta en las Tablas 3.8.10 y 3.8.11

TABLA 3.8.10 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE LOS CUATRO
 FACTORES PARA UN DISEÑO EXPERIMENTAL CUADRADO GREGOLATINO

| B | | FACTOR A | | | | | |
|-------------------------------------|----------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | ... | A _c |
| F A C T O R B | B ₁ | α C ₁ | β C ₂ | γ C ₃ | δ C ₄ | ... | ξ C _t |
| | B ₂ | δ C ₂ | ... | ξ C ₃ | α ... | β C _t | γ C ₁ |
| | B ₃ | β C ₃ | γ C ₄ | ... | ξ C _t | α C ₁ | δ C ₂ |
| | B ₄ | γ C ₄ | δ ... | ... | ξ C _t | α C ₂ | β C ₃ |
| | ⋮ | ξ ... | α C _t | β C ₁ | γ C ₂ | δ C ₃ | ... |
| | ⋮ | ... | ξ C _t | α C ₂ | β C ₃ | γ C ₄ | δ ... |
| | B _r | C _t | C ₁ | C ₂ | C ₃ | C ₄ | ... |

TABLA 3.8.11 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE LAS OBSERVACIONES
 Y LOS FACTORES PARA UN ARREGLO EXPERIMENTAL CUADRADO GRECOLATINO

| A | | FACTOR A | | | | | | TOTALES OBS. MEDIAS | | |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|---------------------|----------------|-----------------|
| | | A ₁ | A ₂ | A ₃ | A ₄ | ... | A _c | T _{1..} | N | $\bar{T}_{1..}$ |
| FACTOR B | B ₁ | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | n | T _{1..} | N ₁ | $\bar{T}_{1..}$ |
| | | X ₁₁₁ | X ₁₂₂ | X ₁₃₃ | X ₁₄₄ | ... | X _{1c1} | | | |
| | B ₂ | 4 | . | n | 1 | 2 | 3 | T _{2..} | N ₂ | $\bar{T}_{2..}$ |
| | | X ₂₁₂ | X ₂₂₃ | X ₂₃₄ | X _{24.} | X _{2.1} | X _{2c1} | | | |
| | B ₃ | 2 | 3 | 4 | . | n | 1 | T _{3..} | N ₃ | $\bar{T}_{3..}$ |
| | X ₃₁₃ | X ₃₂₄ | X _{33.} | X ₃₄₁ | X _{3.1} | X _{3c2} | | | | |
| | B ₄ | 3 | 4 | . | n | 1 | 2 | T _{4..} | N ₄ | $\bar{T}_{4..}$ |
| | | X ₄₁₄ | X _{42.} | X ₄₃₁ | X ₄₄₁ | X _{4.2} | X _{4c3} | | | |
| B | : | n | 1 | 2 | 3 | 4 | . | : | : | : |
| | | X _{.1.} | X _{.21} | X _{.31} | X _{.42} | X _{.1.3} | X _{.c4} | | | |
| | B _r | . | n | 1 | 2 | 3 | 4 | T _{r..} | N _r | $\bar{T}_{r..}$ |
| | | X _{r11} | X _{r21} | X _{r32} | X _{r43} | X _{r.4} | X _{rc.} | | | |
| TOTALES | | T _{.1.} | T _{.2.} | T _{.3.} | T _{.4.} | ... | T _{.c.} | T _{...} | | |
| OBS. | | | | | | | | | | |
| N | | N ₁ | N ₂ | N ₃ | N ₄ | ... | N _c | | | |
| MEDIAS | | | | | | | | | | |
| $\bar{T}_{.1.}$ | | $\bar{T}_{.1.}$ | $\bar{T}_{.2.}$ | $\bar{T}_{.3.}$ | $\bar{T}_{.4.}$ | ... | $\bar{T}_{.c.}$ | | | $\bar{T}_{...}$ |

de las tablas anteriores

$$i = 1, 2, 3, \dots, c$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, r$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, t$$

$$l = 1, 2, 3, \dots, n$$

Se hace hincapié en que los exponentes de la literal X corresponden a la letra griega asociada a cada numero, es decir:

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 2$$

$$\gamma = 3$$

$$\delta = 4$$

$$\zeta = n$$

Ademas:

$$T_{.i.} = \sum_{r=1}^r X_{r1.} \quad T_{.2.} = \sum_{r=1}^r X_{r2.} \quad T_{.3.} = \sum_{r=1}^r X_{r3.} \dots T_{.c.} = \sum_{r=1}^r X_{rc.}$$

$$T_{l..} = \sum_{c=1}^c X_{lc..} \quad T_{2..} = \sum_{c=1}^c X_{2c..} \quad T_{3..} = \sum_{c=1}^c X_{3c..} \dots T_{r..} = \sum_{c=1}^c X_{rc..}$$

$$T_{..cs} = \sum_{r=1}^r X_{r..s} \quad T_{..cz} = \sum_{r=1}^r X_{r..z} \quad T_{..cs} = \sum_{r=1}^r X_{r..s} \dots T_{..ct} = \sum_{r=1}^r X_{r..t}$$

$$T_{..c\alpha} = \sum_{r=1}^r X^1_{r..} \quad T_{..c\beta} = \sum_{r=1}^r X^2_{r..} \quad T_{..c\gamma} = \sum_{r=1}^r X^3_{r..} \dots T_{..c\zeta} = \sum_{r=1}^r X^n_{r..}$$

$$N_c = \sum_{r=1}^c N_c = \sum_{r=1}^r N_r$$

Por lo que

$$\bar{T}_{.1.} = \frac{T_{.1.}}{N_1}, \quad \bar{T}_{.2.} = \frac{T_{.2.}}{N_2}, \quad \bar{T}_{.3.} = \frac{T_{.3.}}{N_3}, \quad \dots, \quad \bar{T}_{.c.} = \frac{T_{.c.}}{N_c}$$

$$\bar{T}_{1..} = \frac{T_{1..}}{N_1}, \quad \bar{T}_{2..} = \frac{T_{2..}}{N_2}, \quad \bar{T}_{3..} = \frac{T_{3..}}{N_3}, \quad \dots, \quad \bar{T}_{r..} = \frac{T_{r..}}{N_r}$$

$$\bar{T}_{...c1} = \frac{T_{...c1}}{N_1}, \quad \bar{T}_{...c2} = \frac{T_{...c2}}{N_2}, \quad \bar{T}_{...c3} = \frac{T_{...c3}}{N_3}, \quad \dots, \quad \bar{T}_{...ct} = \frac{T_{...ct}}{N_t}$$

$$\bar{T}_{...a} = \frac{T_{...a}}{N_1}, \quad \bar{T}_{...b} = \frac{T_{...b}}{N_2}, \quad \bar{T}_{...y} = \frac{T_{...y}}{N_3}, \quad \dots, \quad \bar{T}_{...z} = \frac{T_{...z}}{N_c}$$

$$\bar{T}_{...} = \frac{T_{...}}{N_t}$$

$$\text{Siendo } T_{...} = \sum_{c=1}^c T_{.c.} = \sum_{r=1}^r T_{r..} = \sum_{c=1}^c T_{...ct}$$

El modelo matemático lineal para este diseño experimental es:

$$X_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + C_k + D_l + \zeta_{ijkl}$$

de donde

X_{ijkl} = es cualquier valor de la variable de respuesta

μ = es la media global

A_i = es el efecto asociado a la columna i del primer factor

B_j = es el efecto asociado al renglón j del segundo factor

C_k = es el efecto asociado al tratamiento k del tercer factor

D_l = es el efecto asociado al tratamiento l del cuarto factor

ζ_{ijkl} = es el error o residual

Como $r = c = t = n$, se tiene:

$$i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, m$$

de donde m es el número de subniveles de cada factor

Si las medias poblacionales de los cuatro factores son respectivamente $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m; B_1, B_2, B_3, \dots, B_m; C_1, C_2, C_3, \dots, C_m; D_1, D_2, D_3, \dots, D_m$; se desean probar las hipótesis nulas:

$$H_0: A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_m = 0$$

$$H_0: B_1 = B_2 = B_3 = \dots = B_m = 0$$

$$H_0: C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_m = 0$$

$$H_0: D_1 = D_2 = D_3 = \dots = D_m = 0$$

En contra de las hipótesis alternativas:

$$H_A: \text{al menos una } A_i \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } B_j \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } C_k \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } D_l \neq 0$$

El análisis de variancia para este diseño experimental discriminará cual de los factores presenta una influencia significativa sobre los valores experimentales de la variable de respuesta.

A continuación se muestran las fórmulas simplificadas para este arreglo experimental

$$SST = SSA + SSB + SSC + SSD + SSE$$

de donde

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l X_{ijk}^2 - m^2 \bar{T}^2 \dots$$

$$SSA = m \sum_{c=1}^2 \bar{T}_{.c.}^2 - m^2 \bar{T}^2 \dots$$

$$SSB = m \sum_{r=1}^2 \bar{T}_{r..}^2 - m^2 \bar{T}^2 \dots$$

$$SSC = m \sum_{t=1}^l \bar{T}_{...t}^2 - m^2 \bar{T}^2 \dots$$

$$SSD = m \sum_{\sigma=\alpha}^{\sigma=\xi} \bar{T}_{... \sigma}^2 - m^2 \bar{T}^2 \dots$$

Por lo que

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSC - SSD$$

siendo:

SSA = Suma de cuadrados del factor A, columnas

SSB = Suma de cuadrados del factor B, renglones

SSC = Suma de cuadrados del factor C, letras latinas

SSD = Suma de cuadrados del factor D, letras griegas

SSE = Suma de cuadrados del error o residual

SST = Suma de cuadrados total

El análisis de variancia de los datos experimentales para este diseño se presenta en la Tabla 3.8.12

TABLA 3.8.12

| F. de V. | G. de L. | S.C. | C.M | F_{exp} | F_{tab} |
|-------------------|--------------|------|--------------------------------|-------------------------|-----------|
| Columnas, A | m-1 | SSA | $MSA = \frac{SSA}{m-1}$ | $F_1 = \frac{MSA}{MSE}$ | F_1 |
| Reglones, B | m-1 | SSB | $MSB = \frac{SSB}{m-1}$ | $F_2 = \frac{MSB}{MSE}$ | F_2 |
| Letras Latinas, C | m-1 | SSC | $MSC = \frac{SSC}{m-1}$ | $F_3 = \frac{MSC}{MSE}$ | F_3 |
| Letras Griegas, D | m-1 | SSD | $MSD = \frac{SSD}{m-1}$ | $F_4 = \frac{MSD}{MSE}$ | F_4 |
| Error o Residual | $(m-1)(m-3)$ | SSE | $MSE = \frac{SSE}{(m-1)(m-3)}$ | | |
| TOTAL | m^2-1 | | | | |

De la tabla anterior, puesto que para el error o residual los grados de libertad están dados por $(m-1)(m-3)$, para $m=3$ se tiene que G. de L.=0, por lo cual no se puede realizar un análisis de variancia con 3 niveles de cada factor para este diseño experimental.

De la tabla de distribución F

$F_{1-\alpha;v_1,v_2} \equiv$ Valor de tablas

$F_{\alpha;v_1,v_2} \equiv$ Valor de tablas

$F_{1-\alpha;v_1,v_2} \equiv$ Valor de tablas

$F_{\alpha;v_1,v_2} \equiv$ Valor de tablas

siendo $v_1 = m-1$ y $v_2 = (m-1)(m-3)$

Resumiendo, se tiene

Si $F_{tablas} \leq F_{exp}$ se rechaza la hipótesis nula

Si $F_{tablas} > F_{exp}$ se acepta la hipótesis nula¹⁵⁻¹⁹.

Diseño Experimental Bloques Aleatorizados Incompletos, o Bloques Incompletos Balanceados

Características importantes:

- Acepta dos factores univocamente
- Admite la presencia de subfactores
- Analiza una sola variable de respuesta
- Permite una sola observación por unidad experimental
- Permite disponer en bloques los efectos que son reales y significativos
- Obliga a que el número de unidades experimentales dentro de cada bloque sea diferente al número de tratamientos por investigar¹.
- Cada tratamiento debe aparecer el mismo número de veces obligatoriamente.
- No todas las combinaciones de los tratamientos están presentes en cada bloque.
- Obliga a que cada pareja de tratamientos aparezca junta, en el mismo bloque, el mismo número de veces.
- No debe haber interacción entre los dos factores.

¹Un experimento estadístico según un cuadrado latino y sus modificaciones son restrictivos en el sentido de que el número de tratamientos debe ser igual al número de bloques. Existen situaciones experimentales en las cuales esta restricción es indeseable o, por razones prácticas, imposibles de aceptar. En su lugar, podemos utilizar un arreglo rectangular llamado bloques aleatorizados incompletos o también llamados bloques incompletos balanceados.

Técnica

Un experimento clasificado como bloques aleatorizados incompletos o bloques incompletos balanceados, sujeto al i -ésimo nivel del factor bloques, $i = 1, 2, 3, \dots, k$; con una sola observación por unidad experimental se muestra en las Tablas 3.8.13 y 3.8.14

TABLA 3.8.13 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE BLOQUES Y TRATAMIENTOS PARA UN DISEÑO EXPERIMENTAL BLOQUES ALEATORIZADOS INCOMPLETOS

| BLOQUES | P O S I C I O N E S | | | | | |
|---------|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | a | b | c | d | ... | A |
| I | A | B | C | D | ... | k-1 |
| II | B | E | ... | K | C | A |
| III | E | ... | K | D | A | B |
| IV | D | A | C | E | ... | K |
| ⋮ | C | D | E | ... | K | B |
| r_i | K | B | C | A | D | ... |

Se hace notar que la ordenación aquí mostrada es solamente una de las varias posibles.

TABLA 3.8.14 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE BLOQUES, TRATAMIENTOS
 Y OBSERVACIONES PARA UN DISEÑO EXPERIMENTAL BLOQUES ALEATORIZADOS
 INCOMPLETOS, SEGUN EL ORDENAMIENTO DE LA TABLA 3.8.13

| TRATA- MIENTOS | B L O Q U E S | | | | | | TOTAL | OBSERV. |
|---------------------|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| | I | II | III | IV | ... | n | $T_{j.}$ | N |
| A | X_{11} | X_{12} | X_{13} | X_{14} | | X_{1n} | $T_{1.}$ | N_1 |
| B | X_{21} | X_{22} | X_{23} | | $X_{2.}$ | X_{2n} | $T_{2.}$ | N_2 |
| C | X_{31} | X_{32} | | X_{34} | $X_{3.}$ | X_{3n} | $T_{3.}$ | N_3 |
| D | X_{41} | ... | X_{43} | X_{44} | $X_{4.}$ | X_{4n} | $T_{4.}$ | N_4 |
| E | X_{51} | X_{52} | X_{53} | X_{54} | $X_{5.}$ | | $T_{5.}$ | N_5 |
| ⋮ | | | | | | | ⋮ | ⋮ |
| k | | X_{k2} | X_{k3} | X_{k4} | $X_{k.}$ | X_{kn} | T | N_k |
| TOTALES $T_{.j}$ | $T_{.1}$ | $T_{.2}$ | $T_{.3}$ | $T_{.4}$ | ... | $T_{.n}$ | $T_{..}$ | |
| OBS. N | N_1 | N_2 | N_3 | N_4 | ... | N_n | | |

De donde:

$$T_{.1} = \sum_{k=1}^k Nk_1, T_{.2} = \sum_{k=1}^k Nk_2, T_{.3} = \sum_{k=1}^k Nk_3, \dots, T_{.n} = \sum_{k=1}^k Nk_n$$

$$T_{1.} = \sum_{n=1}^n M1_n, T_{2.} = \sum_{n=1}^n M2_n, T_{3.} = \sum_{n=1}^n M3_n, \dots, T_{k.} = \sum_{n=1}^n Tk_n$$

$$T_{..} = \sum_{n=1}^n T_{.n} = \sum_{k=1}^k T_{k.}$$

$$N_{i.} = \sum_{n=1}^n N_{in} = \sum_{k=1}^k N_{ik}$$

$$\bar{X}_{i.} = \frac{T_{i.}}{N_{i.}}$$

El modelo matemático lineal para representar este diseño es:

$$X_{ij} = \mu + \beta_i + \sigma_j + \epsilon_{ij}$$

de donde:

X_{ij} = es la observación correspondiente al bloque i y al tratamiento j .

μ = es la media global

β_i = es el efecto debido al bloque i

σ_j = es el efecto debido al tratamiento j

ϵ_{ij} = es el error o residual

Para describir un experimento BIB se utilizan los siguientes términos:

t = número de niveles del tratamiento

b = número de bloques

\bar{k} = número de niveles del tratamiento en cada bloque

r = número de replicas de cada nivel del tratamiento

λ = número de bloques en los cuales aparece cada pareja de niveles del tratamiento

Una forma de ejemplificar los términos anteriores se puede realizar con la ayuda de la Tabla 3.8.15, siendo este, un caso muy particular.

TABLA 3.8.15

| TRATAMIENTOS | BLOQUES | | | | |
|--------------|---------|----|-----|----|---|
| | I | II | III | IV | V |
| A | X | X | X | X | |
| B | X | X | X | | X |
| C | X | X | | X | X |
| D | X | | X | X | X |
| E | | X | X | X | X |

de donde: $t = 5$

$b = 5$

$\bar{k} = 4$

$r = 4$

$\lambda = 3$

Si las medias poblacionales de los bloques y los tratamientos son respectivamente $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$, etc., y $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots$, etc. nos interesa probar las Hipótesis Nulas

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_n = 0$$

$$H_0: \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \dots = \sigma_k = 0$$

En contra de las Hipótesis Alternativas:

$$H_A: \text{Al menos una } \beta_i \neq 0$$

$$H_A: \text{Al menos una } \sigma_j \neq 0$$

El análisis de variancia para este diseño se utiliza única y exclusivamente para discriminar si existen diferencias significativas entre cada uno de los tratamientos o subfactores involucrados.

La fórmula simplificada de la suma de cuadrados para este diseño experimental es:

$$TSS = SSE + SSB + SST$$

siendo:

SSE = Suma de cuadrados del error

SSB = Suma de cuadrados de los bloques

SST = Suma de cuadrados de los tratamientos

TSS = Suma de cuadrados total

de donde

$$SSB = \sum_{i=1}^k \frac{T_{.i}^2}{k} - b \bar{k} \bar{X}_{..}^2$$

$$SST = \frac{1}{k \lambda t} \sum_{j=1}^t \left\{ k T_{j.} - \sum_{i=1}^k T_{.i} \right\}^2$$

$$TSS = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k X_{ij}^2 - b \bar{k} \bar{X}_{..}^2$$

El análisis de variancia para este diseño experimental se muestra en la Tabla 3.8.16

TABLA 3.8.16

| F. V. | G. de L. | CS | CM | F _{exp} | F _{tab} |
|----------------------------|----------|-----|------------------------------|-----------------------|------------------|
| BLOQUES (SIN AJUSTAR) | b-1 | SSB | MGB = $\frac{SSB}{b-1}$ | | |
| TRATAMIENTOS (AJUSTADO) | t-1 | SST | MST = $\frac{SST}{t-1}$ | F = $\frac{MST}{MSE}$ | F _t |
| ERROR O RESIDUAL | bk-t-b+1 | SSE | MSE = $\frac{SSE}{bk-t-b+1}$ | | |
| TOTAL | bk-1 | TSS | | | |

De las tablas de la distribución F:

$F_{\alpha; u_1, v_2}$ = Valor de tablas

de donde

$$u_1 = t - 1$$

$$v_2 = b\bar{k} - t - b + 1$$

Concluyendo:

Si $F_{tab} \leq F_{exp}$ se rechazará la hipótesis nula

Si $F_{tab} > F_{exp}$ se acepta la hipótesis nula¹⁵⁻¹⁹.

Cabe mencionar que el SSB que se calcula con la ecuación ya definida anteriormente solo sirve, en este caso, como auxiliar para calcular SSE pero no para hacer la prueba de hipótesis de efectos de los bloques. La razón de esto es que en este caso, al hacer la descripción matemática estadística de esta fórmula se encontró que depende de β_i y de σ_j , cosa que no es permisible en este tipo de experimentos lineales. Para que se pueda hacer prueba de efectos de bloques, se requiere analizar el experimento llamado Bloques Incompletos Balanceado y Simétrico, al cual, puede consultarse en la Bibliografía¹⁹.

Diseño de Experimentos Cuadrados de "YUDEN"

Características:

- Acepta tres factores
- Admite la presencia de subfactores
- Define un factor primario como renglones, bloques.
- Define un factor secundario como columnas, factor II
- Define un factor terciario como letras latinas, tratamiento.
- Estrictamente, el primer factor y el tercer factor deben tener el mismo número de niveles
- Exclusivamente se utiliza cuando se trata de un cuadrado latino incompleto
- Analiza un sólo valor de la variable de respuesta
- Permite una sola observación por unidad experimental
- Obliga a que los tratamientos sean distribuidos de tal manera que aparezcan una sola vez en cada renglón, de acuerdo con el número de niveles del segundo factor. Es decir, si el factor dos cuenta con tres niveles, cada tratamiento deberá aparecer únicamente tres veces repartidos en los diferentes renglones.
- Su distribución se restringe a un doble bloqueo
- No debe haber interacción entre bloque-bloque y tratamiento-bloque.

Técnica de Análisis

Un diseño experimental que cumpla con la definición del cuadrado de "Yuden" sujeto al i -ésimo nivel del primer factor $i=1,2,3,\dots,n$; al l -ésimo nivel del segundo factor $l=1,2,3,\dots,m$ y al j -ésimo nivel del tercer factor $j=1,2,3,\dots,k$ con una sola observación por unidad experimental se representa en las Tablas 3.8.17 y 3.8.18

TABLA 3.8.17

ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE RENGLONES, FACTOR I; COLUMNAS,
 FACTOR II, Y TRATAMIENTOS, FACTOR III PARA UN DISEÑO
 EXPERIMENTAL CUADRADO DE "YUDEN"

| FACTOR I | FACTOR II | | | | |
|----------|-----------|-----|-----|-----|-----|
| | I | II | III | ... | m |
| 1 | E | ... | k | A | C |
| 2 | A | B | D | ... | k |
| 3 | C | A | ... | k | E |
| 4 | ... | k | B | C | D |
| 5 | D | C | A | E | B |
| ⋮ | k | D | E | B | A |
| n | B | E | C | D | ... |

Se hace hincapié que este arreglo es uno de los varios
 posibles que se pueden hacer.

TABLA 3.8.18 ESQUEMA DE LA DISTRIBUCION DE LOS FACTORES, LOS TRATAMIENTOS Y LAS OBSERVACIONES PARA UN ARREGLO EXPERIMENTAL CUADRADO DE "YUDEN", SEGUN EL ARREGLO DE LA TABLA 3.8.17

| TRATAMIENTOS FACTOR III | FACTOR I | | | | | | | TOTALES | OBS. |
|-----------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|----------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | n | T _{1..} | N |
| A | X ₁₁ | X ₁₂ | X ₁₃ | | X ₁₅ | X _{1m} | | T _{1..} | N ₁ |
| B | | X ₂₂ | | X ₂₄ | X ₂₅ | X _{2j} | X _{2n} | T _{2..} | N ₂ |
| C | X ₃₁ | | X ₃₃ | X ₃₄ | X ₃₅ | | X _{3n} | T _{3..} | N ₃ |
| D | | X ₄₂ | | X ₄₄ | X ₄₅ | X _{4j} | X _{4n} | T _{4..} | N ₄ |
| E | X ₅₁ | | X ₅₃ | | X ₅₅ | X _{5j} | X _{5n} | T _{5..} | N ₅ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| k | X _{k1} | X _{k2} | X _{k3} | X _{k4} | | X _{kj} | | T _{k..} | N _k |
| TOTALES T _{..i} | T _{..1} | T _{..2} | T _{..3} | T _{..4} | T _{..5} | ... | T _{..n} | T _{...} | |
| OBS. N | N ₁ | N ₂ | N ₃ | N ₄ | N ₅ | ... | N _n | | |

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

de donde

$$T_{1.} = \sum_{k=1}^k M_{k1.}, T_{2.} = \sum_{k=1}^k M_{k2.}, T_{3.} = \sum_{k=1}^k M_{k3.}, \dots, T_{m.} = \sum_{k=1}^k M_{km.}$$

$$T_{1..} = \sum_{n=1}^n X_{1n.}, T_{2..} = \sum_{n=1}^n X_{2n.}, T_{3..} = \sum_{n=1}^n X_{3n.}, \dots, T_{k..} = \sum_{n=1}^n X_{kn.}$$

$$T_{1..1} = \sum_{n=1}^n X_{n1.1}, T_{1..2} = \sum_{n=1}^n X_{n1.2}, T_{1..3} = \sum_{n=1}^n X_{n1.3}, \dots, T_{1..m} = \sum_{n=1}^n X_{n1.m}$$

$$T_{...} = \sum_{n=1}^n T_{n.} \quad \text{y} \quad N_t = \sum_{n=1}^n N_n$$

Por lo que $\bar{T}_{...} = \frac{T_{...}}{N_t}$

El modelo matemático lineal para este diseño de experimentos es:

$$X_{ijl} = \mu + \beta_i + \sigma_j + \gamma_l + \varepsilon_{ijl}$$

siendo

μ = media global

β_i = es el efecto debido al bloque i

σ_j = es el efecto debido al tratamiento j

γ_l = es el efecto debido al factor secundario

ε_{ijl} = es el error o residual

Para poder determinar claramente las variables involucradas en este diseño experimental, es necesario definir los siguientes parámetros, que son idénticos a los del experimento de bloques aleatorizados incompletos.

- t = número de niveles del tratamiento
- b = número de bloques
- \bar{k} = número de niveles del tratamiento en cada bloque
- r = número de réplicas de cada nivel del tratamiento
- λ = número de bloques en los cuales aparece cada pareja de niveles del tratamiento.

De igual manera, un ejemplo ilustrado donde se ejemplifique el valor de estas variables puede ser visto en el diseño de experimento anteriormente visto (BIB).

Debe quedar claro que para aplicar este diseño experimental estadístico $t=b$.

Si las medias poblacionales de los factores, β , σ y γ , son respectivamente $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n$; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_k$ y $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_l$, se desean probar las hipótesis nulas

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_n = 0$$

$$H_0: \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \dots = \sigma_k = 0$$

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \dots = \gamma_l = 0$$

En contra de las hipótesis alternativas

$$H_A: \text{al menos una } \beta_i \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } \sigma_j \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } \gamma_l \neq 0$$

El análisis de variancia para este diseño estadístico experimental nos determinara cuál de los tres factores tiene una influencia significativa en la obtención de valores experimentales de la variable de respuesta en cuestión.

Las fórmulas simplificadas para realizar el análisis de variancia de este diseño experimental se enlistan a continuación:

$$SSB = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n T_{i..}^2 - b\bar{k} \bar{T}^2$$

$$S\bar{S}T = \frac{1}{k\lambda t} \sum_{j=1}^k (\bar{k} T_{j..} - \sum_{i(j)} T_{i..})^2$$

$$SST = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k T_{j..}^2 - b\bar{k} \bar{T}^2$$

$$S\bar{S}B = \frac{1}{k\lambda t} \sum_{i=1}^n (r T_{i..} - \sum_{j(i)} T_{j..})^2$$

$$SS2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^m T_{i..}^2 - b\bar{k} \bar{T}^2$$

$$TSS = \sum \sum X_{ij}^2 - b\bar{k} \bar{T}^2$$

Por lo que

$$SSE = TSS - S\bar{S}B - S\bar{S}T - SS2$$

siendo

S \bar{S} B = suma de cuadrados del factor I, bloques, sin ajustar

S \bar{S} B = suma de cuadrados del factor I, bloques, ajustado

SST = suma de cuadrados del factor III, tratamientos, sin ajustar

S \bar{S} T = suma de cuadrados del factor III, tratamientos, ajustada

SS2 = suma de cuadrados del factor II

TSS = suma de cuadrados total

SSE = suma de cuadrados del error o residual

El análisis de variancia para este ensayo experimental se muestra en la Tabla 3.8.19.

TABLA 3.8.19

| FUENTE DE VARIACION | GRADOS DE LIBERTAD | SUMA DE CUADRADOS | CUADRADO MEDIO | F_{exp} | F_{tablas} |
|------------------------|--------------------|-------------------|-------------------------------|-------------------------|--------------|
| BLOQUES | | SSB | | | |
| TRATAMIENTOS AJUSTADOS | $t-1$ | SST | $MST = \frac{SST}{t-1}$ | $F_1 = \frac{MST}{MSE}$ | F_1 |
| TRATAMIENTOS | | SST | | | |
| BLOQUES AJUSTADOS | $b-1$ | SSB | $MSB = \frac{SSB}{b-1}$ | $F_2 = \frac{MSB}{MSE}$ | F_2 |
| FACTOR II | $k-1$ | SS2 | $MS2 = \frac{SS2}{k-1}$ | $F_3 = \frac{MS2}{MSE}$ | F_3 |
| ERROR | $bk-2b-k+2$ | SSE | $MSE = \frac{SSE}{bk-2b-k+2}$ | | |
| TOTAL | $bk-1$ | TSS | | | |

De las tablas de distribución F

$F_{1-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

$F_{2, 1-\alpha, v_2, v_4}$ = Valor de tablas

F_{α, v_3, v_4} = Valor de tablas

de donde:

$$v_1 = t-1$$

$$v_2 = b-1$$

$$v_3 = \bar{k}-1$$

$$v_4 = b\bar{k}-2b-\bar{k}+2$$

Resumiendo lo anterior

Si $F_{\text{lab}} > F_{\text{exp}}$ se acepta la hipótesis nula

Si $F_{\text{lab}} \leq F_{\text{exp}}$ se rechaza la hipótesis nula ^{15-1P}.

Diseño de Experimentos Factoriales

Características:

- Acepta n factores
- Permite la presencia de subfactores
- Analiza una sola variable de respuesta
- Analiza una sola observación por unidad experimental
- Investiga el efecto de varios factores a varios niveles simultáneamente.
- Analiza combinaciones paralelas de varios factores y subfactores
- Proporciona información acerca de todos los factores comprendidos en el experimento.
- Comprueba el efecto de cada factor en todos los niveles de los otros factores y descubre si este efecto cambia o no al cambiar aquellos.
- Compara todos los tratamientos que pueden formarse por combinación de los niveles de los diferentes factores
- Obliga a que toda posible combinación de niveles de los factores se use una sola vez.
- Determina variaciones simples entre los niveles de los factores presentes
- Determina interacciones de segundo orden entre los factores presentes
- Determina interacciones de primer orden entre los factores presentes.

- Se utiliza este experimento cuando se carece de información acerca del comportamiento de los factores presentes dentro de un ensayo experimental determinado.
- Se utiliza también cuando a ciencia cierta se sabe que existen interacciones entre los factores estudiados.
- El número de experimentos a desarrollar se obtiene multiplicando el número de niveles de cada factor.
- Es muy eficiente y de fácil comprensión.

Técnica de Análisis

Como es sabido, un experimento factorial no tiene definido un modelo matemático que indique, en un momento dado, la trayectoria de los datos experimentales. En la tabla 3.8.20 se ilustra un caso muy especial de un diseño factorial que únicamente involucra tres factores A, B y C; y k, n y m niveles de cada uno de ellos. Este modelo se diseñó como una necesidad derivada de este proyecto de tesis, en donde se tiene como máximo la presencia exclusiva de tres factores o variables independientes, aunque es factible realizar uno de cuatro o más.

TABLA 3.0-20 ESENERA DE LA DISTRIBUCION DE LAS OBSERVACIONES Y
 LOS FACTORES PARA UN DISEÑO DE EXPERIMENTOS FACTORIAL.

| | A1 | | | A2 | | | A3 | | | A4 | | | A5 | | | TOTALES | OBS. |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---------|------|
| | B1 | B2 | B3 | | |
| C1 | M... | T... | O1 |
| C2 | M... | T... | O2 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| C3 | M... | T... | O3 |
| TOTALES | T... | |
| OBS. | N1 | N2 | N3 | N... | |

De lo anterior, cuando $n=1$

$$T_{.11} = \sum_{k=1}^k X_{k11}, T_{.12} = \sum_{k=1}^k X_{k12}, \dots, T_{.1m} = \sum_{k=1}^k X_{k1m}$$

cuando $n=2$

$$T_{.21} = \sum_{k=1}^k X_{k21}, T_{.22} = \sum_{k=1}^k X_{k22}, \dots, T_{.2m} = \sum_{k=1}^k X_{k2m}$$

cuando $n=3$

$$T_{.31} = \sum_{k=1}^k X_{k31}, T_{.32} = \sum_{k=1}^k X_{k32}, \dots, T_{.3m} = \sum_{k=1}^k X_{k3m}$$

cuando $n=n$

$$T_{.n1} = \sum_{k=1}^k X_{kn1}, T_{.n2} = \sum_{k=1}^k X_{kn2}, \dots, T_{.nm} = \sum_{k=1}^k X_{knm}$$

Por otro lado,

$$T_{1..} = \sum_{m=1}^m X_{11m} + \sum_{m=1}^m X_{12m} + \sum_{m=1}^m X_{13m} + \dots + \sum_{m=1}^m X_{1nm}$$

$$T_{2..} = \sum_{m=1}^m X_{21m} + \sum_{m=1}^m X_{22m} + \sum_{m=1}^m X_{23m} + \dots + \sum_{m=1}^m X_{2nm}$$

$$T_{k..} = \sum_{m=1}^m X_{k1m} + \sum_{m=1}^m X_{k2m} + \sum_{m=1}^m X_{k3m} + \dots + \sum_{m=1}^m X_{knm}$$

Además:

$$T_{11} = \sum_{m=1}^m X_{11m}, T_{12} = \sum_{m=1}^m X_{12m}, T_{13} = \sum_{m=1}^m X_{13m}, \dots, T_{1n} = \sum_{m=1}^m X_{1nm}$$

$$T_{21} = \sum_{m=1}^m X_{21m}, T_{22} = \sum_{m=1}^m X_{22m}, T_{23} = \sum_{m=1}^m X_{23m}, \dots, T_{2n} = \sum_{m=1}^m X_{2nm}$$

$$T_{k1} = \sum_{m=1}^m X_{k1m}, T_{k2} = \sum_{m=1}^m X_{k2m}, T_{k3} = \sum_{m=1}^m X_{k3m}, \dots, T_{kn} = \sum_{m=1}^m X_{knm}$$

$$T_{1.1} = \sum_{n=1}^n X_{1n1}, T_{1.2} = \sum_{n=1}^n X_{1n2}, T_{1.3} = \sum_{n=1}^n X_{1n3}, \dots, T_{1.m} = \sum_{n=1}^n X_{1nm}$$

$$T_{2.1} = \sum_{n=1}^n X_{2n1}, T_{2.2} = \sum_{n=1}^n X_{2n2}, T_{2.3} = \sum_{n=1}^n X_{2n3}, \dots, T_{2.m} = \sum_{n=1}^n X_{2nm}$$

$$T_{k.1} = \sum_{n=1}^n X_{kn1}, T_{k.2} = \sum_{n=1}^n X_{kn2}, T_{k.3} = \sum_{n=1}^n X_{kn3}, \dots, T_{k.m} = \sum_{n=1}^n X_{knm}$$

Para tener un panorama global de interacciones simples y de dobles interacciones entre las variables presentes, es necesario definir tablas de doble entrada (también conocidas como tablas de interacciones) entre parejas de factores, tal como se muestra en la tabla 3.8.21

TABLA 3.8.21 TABLA DE DOBLE ENTRADA A x B a C CONSTANTE

| FACTOR B | FACTOR A | | | | | TOTALES OBS. | |
|--------------------------|------------------|------------------|------------------|-----|------------------|--------------|----------------|
| | A ₁ | A ₂ | A ₃ | ... | A _n | T...1' | δ |
| B ₁ | T. ₁₁ | T. ₂₁ | T. ₃₁ | ... | T. _{n1} | T...1' | δ ₁ |
| B ₂ | T. ₁₂ | T. ₂₂ | T. ₃₂ | ... | T. _{n2} | T...2' | δ ₂ |
| B ₃ | T. ₁₃ | T. ₂₃ | T. ₃₃ | ... | T. _{n3} | T...3' | δ ₃ |
| B ₄ | T. ₁₄ | T. ₂₄ | T. ₃₄ | ... | T. _{n4} | T...4' | δ ₄ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| B _m | T. _{1m} | T. _{2m} | T. _{3m} | ... | T. _{nm} | T...m' | δ _m |
| TOTALES T...1' | T...1' | T...2' | T...3' | ... | T...n' | T... | |
| OBS. a | a ₁ | a ₂ | a ₃ | ... | a _n | | |

De lo anterior,

$$T_{...1}' = \sum_{m=1}^m T_{.1m}, T_{...2}' = \sum_{m=1}^m T_{.2m}, \dots, T_{...m}' = \sum_{m=1}^m T_{.nm}$$

$$T_{...1} = \sum_{n=1}^n T_{.n1}, T_{...2} = \sum_{n=1}^n T_{.n2}, \dots, T_{...m} = \sum_{n=1}^n T_{.nm}$$

$$T_{...} = \sum_{n=1}^n T_{.n.} \quad \text{ó} \quad T_{...} = \sum_{m=1}^m T_{..m}$$

$$T_{...} = \frac{T_{...}^2}{a_t} \quad \text{siendo} \quad a_t = \sum_{n=1}^n a_n$$

Siendo $T_{...}'$ = factor de corrección

Si las medias poblacionales de los factores A y B son respectivamente $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n; B_1, B_2, B_3, \dots, B_m$ se desean probar las hipótesis nulas

$$H_0: A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_n = 0$$

$$H_0: B_1 = B_2 = B_3 = \dots = B_m = 0$$

en contra de las Hipótesis Alternativas

$$H_A: \text{al menos una } A_i \neq 0$$

$$H_A: \text{al menos una } B_i \neq 0$$

Las fórmulas simplificadas para realizar el análisis de variancia de esta tabla de doble entrada son:

$$SST_1 = \frac{1}{N_1} \sum_{n=1}^n \sum_{m=1}^m T_{.nm}^2 - T_{...}^2$$

$$SSA = \frac{1}{N_T} \sum_{n=1}^n T_{.n.}^2 - T_{...}^2 \quad N_T = \sum_{m=1}^m N_m$$

$$SSB = \frac{1}{N_B} \sum_{m=1}^m T_{..m}^2 - T_{...}^2$$

de donde

$$N_1 = \sum_{n=1}^n N_1^2 \quad y$$

$$SSA \times B = SST_1 - SSA - SSB$$

Siendo

SST_1 = Suma de cuadrados total de la tabla de interacción
A x B

SSA = Suma de cuadrados del factor A

SSB = Suma de cuadrados del factor B

$SSA \times B$ = Suma de cuadrados de la interacción AxB

Se puede observar de las fórmulas anteriores que el análisis de variancia se desarrolló como es usual, con la excepción de que la suma de los cuadrados de los números se divide por el número de medidas individuales hechas en cada número.

El análisis de variancia para este caso se presenta en la Tabla 3.8.22

Tabla 3.8.22

| F.V. | G. de L. | CS | CM |
|-----------------|------------|-------|------------------------------------|
| FACTOR A | n-1 | SSA | MSA = SSA/n-1 |
| FACTOR B | m-1 | SSB | MSB = SSB/m-1 |
| INTERACCION AxB | (n-1)(m-1) | SSAxB | MSAxB = $\frac{SSAxB}{(n-1)(m-1)}$ |
| TOTALES | nm-1 | SST | MST = SST/nm-1 |

Más adelante se definirá lo que es $F_{experimental}$ y F de tablas para cada una de las fuentes de variación anteriores.

La tabla 3.8.23 constituye la tabla de doble entrada AxC a B constante.

TABLA 3.8.23

| FACTOR C | FACTOR A | | | | | TOTALES OBS. |
|-----------------------------|------------------|------------------|------------------|-----|------------------|---------------------------------|
| | A ₁ | A ₂ | A ₃ | ... | A _n | T _{1..} |
| C ₁ | T ₁₁ | T ₁₂ | T ₁₃ | ... | T _{1n} | T _{1..} c ₁ |
| C ₂ | T ₂₁ | T ₂₂ | T ₂₃ | ... | T _{2n} | T _{2..} c ₂ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ⋮ |
| C _k | T _{k1} | T _{k2} | T _{k3} | ... | T _{kn} | T _{k..} c _k |
| TOTALES T _{..i} | T _{..1} | T _{..2} | T _{..3} | ... | T _{..n} | T _{..} |
| OBS. a | a ₁ | a ₂ | a ₃ | ... | a _n | |

Por lo que

$$T_{.1.}' = \sum_{k=1}^k T_{k1.}, \quad T_{.2.}' = \sum_{k=1}^k T_{k2.}, \quad T_{.3.}' = \sum_{k=1}^k T_{k3.}, \quad \dots, \quad T_{.n.}' = \sum_{k=1}^k T_{kn.}$$

$$T_{1..}' = \sum_{n=1}^n T_{1n.}, \quad T_{2..}' = \sum_{n=1}^n T_{2n.}, \quad \dots, \quad T_{k..}' = \sum_{n=1}^n T_{kn.}$$

Si las medias poblacionales del factor C son $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ se trata de probar la hipótesis nula:

$$H_0: C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_k = 0$$

en contra de las hipótesis alternativa

$$H_A: \text{al menos una } C_j \neq 0$$

Las fórmulas simplificadas para realizar el análisis de variancia de la tabla de doble entrada anterior, a continuación se enlistan:

$$SSA = \frac{1}{N r^*} \sum_{n=1}^n T'_{.n}{}^2 - T_{...}{}^2$$

$$SSC = \frac{1}{O_i} \sum_{k=1}^k I'_{k..}{}^2 - I_{...}{}^2$$

$$SST_2 = \frac{1}{N r^*} \sum_{k=1}^k \sum_{n=1}^n T_{k..}{}^2 - T_{...}{}^2$$

de donde:

$$N r^* = \sum_{m=1}^m N m^* - 1/2 \sum_{m=1}^m N m^* \quad y$$

$$SSA \times C = SST_2 - SSA - SSC$$

siendo

SSA = Suma de cuadrados del factor A

SSC = Suma de cuadrados del factor C

SST₂ = Suma de cuadrados total de la tabla de interacción
A x C

SSA x C = Suma de cuadrados de la interacción A x C

La tabla 3.8.24 representa el análisis de variancia para este caso.

TABLA 3.8.24

| FUENTE DE VARIACION | G. de L. | C.S. | CUADRADO MEDIO |
|---------------------|------------|------------------|--|
| FACTOR A | n-1 | SSA | MSA = SSA/n-1 |
| FACTOR C | k-1 | SSC | MSC = SSC/k-1 |
| INTERACCION A x C | (n-1)(k-1) | SSA x C | MSA x C = $\frac{SSA x C}{(n-1)(k-1)}$ |
| TOTALES | nk-1 | SST ₂ | MST = SST ₂ /nk-1 |

La tabla 3.8.25 representa la tabla de doble entrada B x C a A constante.

TABLA 3.8.25

| FACTOR C | FACTOR B | | | | | | TOTALES |
|-----------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----|------------------|------------------|
| | B ₁ | B ₂ | B ₃ | B ₄ | ... | B _m | T _{1..} |
| C ₁ | T _{1.1} | T _{1.2} | T _{1.3} | T _{1.4} | ... | T _{1.m} | T _{1..} |
| C ₂ | T _{2.1} | T _{2.2} | T _{2.3} | T _{2.4} | ... | T _{2.m} | T _{2..} |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ... | ⋮ | ⋮ |
| C _k | T _{k.1} | T _{k.2} | T _{k.3} | T _{k.4} | ... | T _{k.m} | T _{k..} |
| TOTALES T _{..l} | T _{..1} | T _{..2} | T _{..3} | T _{..4} | ... | T _{..m} | |

de donde

$$T_{..1} = \sum_{k=1}^k T_{k.1}, \quad T_{..2} = \sum_{k=1}^k T_{k.2}, \quad T_{..3} = \sum_{k=1}^k T_{k.3}, \quad \dots, \quad T_{..m} = \sum_{k=1}^k T_{k.m}$$

$$T_{1..} = \sum_{m=1}^m T_{1.m}, \quad T_{2..} = \sum_{m=1}^m T_{2.m}, \quad \dots, \quad T_{k..} = \sum_{m=1}^m T_{k.m}$$

Las formulas simplificadas para el analisis de variancia de la tabla anterior, se enlistan a continuacion

$$SST_a = \frac{1}{NL} \sum_{m=1}^m \sum_{m=1}^m T_{k..m}^2 - T_{...}^2$$

$$NL = \sum_{n=0}^n N_n^n - 1/2 \sum_{n=0}^n N_n^n$$

$$SSB = \frac{1}{Ns} \sum_{m=1}^m T_{...m}^2 - T_{...}^2$$

$$SSC = \frac{1}{U_t} \sum_{k=1}^k T_{k..}^2 - T_{...}^2$$

$$SSB \times C = SST - SSB - SSC$$

siendo

SST_a = Suma de cuadrados total de la tabla de doble entrada BxC

SSB = Suma de cuadrados del factor B

SSC = Suma de cuadrados del factor C

SSBxC = Suma de cuadrados de la interacción BxC

La tabla 3.8.26 muestra el análisis de variancia para la tabla de doble entrada BxC

TABLA 3.8.26

| F. V. | G. de L. | C.S. | CUADRADO MEDIO |
|-----------------|------------|-------|---|
| FACTOR B | m-1 | SSB | MSB = SSB/m-1 |
| FACTOR C | k-1 | SSC | MSC = SSC/k-1 |
| INTERACCION BxC | (m-1)(k-1) | SSBxC | MSBxC = $\frac{SSB \times C}{(m-1)(k-1)}$ |
| TOTALES | mk-1 | SST | MST=SST/mk-1 |

Cabe hacer hincapie en la necesidad de formular hipótesis nulas para cada una de las interacciones entre los tres factores anteriores, esto es:

Si las medias poblacionales de las interacciones entre los factores A, B y C son respectivamente $(A \times B)_1, (A \times B)_2, (A \times B)_3, \dots, (A \times B)_n; (A \times C)_1, (A \times C)_2, (A \times C)_3, \dots, (A \times C)_k$ y $(B \times C)_1, (B \times C)_2, (B \times C)_3, \dots, (B \times C)_m$ se desea probar las hipótesis nulas

$$H_0: (A \times B)_1 = (A \times B)_2 = (A \times B)_3 = \dots = (A \times B)_n = 0$$

$$H_0: (A \times C)_1 = (A \times C)_2 = (A \times C)_3 = \dots = (A \times C)_k = 0$$

$$H_0: (B \times C)_1 = (B \times C)_2 = (B \times C)_3 = \dots = (B \times C)_m = 0$$

en contra de las hipótesis alternativas

H_A : al menos una $(A \times B)_i \neq 0$

H_A : al menos una $(B \times C)_j \neq 0$

H_A : al menos una $(B \times C)_k \neq 0$

El análisis de variancia para este arreglo experimental discriminará si hay diferencias significativas entre los diferentes niveles de los factores; si existen interacciones entre las parejas de los factores presentes $(A \times B)$, $(B \times C)$, $(A \times C)$ y por último si existen interacciones de segundo orden del tipo $A \times B \times C$.

El análisis de variancia total para este diseño experimental se presenta en la Tabla 3.8.27

TABLA 3.8.27

| F. V. | G. de L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|-------------------|-----------------|---------|--|--|------------------|
| ENTRE FACTOR A | n-1 | SSA | MSA=SSA/n-1 | $F_1 = \frac{MSA}{MSA \times B \times C}$ | |
| ENTRE FACTOR B | m-1 | SSB | MSB=SSB/m-1 | $F_2 = \frac{MSB}{MSA \times B \times C}$ | |
| ENTRE FACTOR C | k-1 | SSC | MSC=SSC/k-1 | $F_3 = \frac{MSC}{MSA \times B \times C}$ | |
| INTERACCION AxB | (n-1)(m-1) | SSAxB | $MSA \times B = \frac{SSA \times B}{(n-1)(m-1)}$ | $F_4 = \frac{MSA \times B}{MSA \times B \times C}$ | |
| INTERACCION AxC | (n-1)(k-1) | SSAxC | $MSA \times C = \frac{SSA \times C}{(n-1)(k-1)}$ | $F_5 = \frac{MSA \times C}{MSA \times B \times C}$ | |
| INTERACCION BxC | (m-1)(k-1) | SSBxC | $MSB \times C = \frac{SSB \times C}{(m-1)(k-1)}$ | $F_6 = \frac{MSB \times C}{MSA \times B \times C}$ | |
| INTERACCION AxBxC | (n-1)(m-1)(k-1) | SSAxBxC | MSAxBxC | | |
| TOTALES | nmk-1 | SST' | $MST' = \frac{SST'}{nmk-1}$ | | |

donde: $MSA \times B \times C = \frac{SSA \times B \times C}{(n-1)(m-1)(k-1)}$

por lo que

$$SSA \times B \times C = SST' - SSA - SSB - SSC - SSA \times B - SSA \times C - SSB \times C$$

siendo

$$SST' = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^k X_{ijk}^2 - T \dots'$$

SST' = Variación total

De las tablas de distribución F

$F_{1-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

$F_{2-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

$F_{3-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

$F_{4-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

$F_{5-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

$F_{6-\alpha, v_1, v_2}$ = Valor de tablas

siendo

$v_1 = n-1$

$v_2 = m-1$

$v_3 = k-1$

$v_4 = (n-1)(m-1)$

$v_5 = (n-1)(k-1)$

$v_6 = (m-1)(k-1)$

$v_7 = (n-1)(m-1)(k-1)$

Concluyendo lo anterior, se tiene

Si $F_{\text{tab}} > F_{\text{exp}}$ se acepta la hipótesis nula

Si $F_{\text{tab}} \leq F_{\text{exp}}$ se rechaza la hipótesis nula¹⁵⁻²⁰.

CAPITULO IV

DESCRIPCION DEL PROBLEMA ESPECIFICO QUE SE ANALIZA

Muy a menudo en el procesamiento industrial de compuestos poliméricos a base de cloruro de polivinilo (PVC), los procesadores enfrentan problemas muy serios para la manufactura de productos útiles. Algunos problemas son debidos a los efectos causados por la temperatura de operación, la velocidad de giro del mezclador (rpm), el tiempo de mezclado, la concentración de los aditivos, y la interacción de mayor o menor grado entre todos estos parámetros.

Con la finalidad de obtener información mas específica acerca de la interacción de algunos de estos parámetros, con las propiedades resultantes de materiales a base de PVC, se elaboró el proyecto que se describe a continuación.

Se deseaba determinar la influencia que tiene y en qué medida afecta en el proceso de fundido de un material polimérico, formulado a base de PVC, la temperatura de operación, la velocidad de giro del mezclador y la concentración de un estabilizador. Estos parámetros fueron seleccionados con base en varios trabajos experimentales desarrollados anteriormente²¹.

Los niveles de los parámetros experimentales y las propiedades físicas elegidas para llevar a cabo esta investigación son los siguientes: a) una misma resina comercial; b) 2 estabilizadores térmicos; c) 3 temperaturas de operación; d) 4 velocidades de giro del mezclador.

Se eligieron 2 estabilizadores, plomo (Pb) y estaño (Sn). Para cada uno de ellos se planteó la combinación de parámetros que se esquematiza como los tratamientos seguidos de las Tablas 4.1 y 4.2.

TABLA 4.1 DISTRIBUCION DE TRATAMIENTOS PARA UNA RESINA COMERCIAL DE PVC ESTABILIZADA CON PLOMO

| | |
|---|------------------------|
| a) Resina comercial de PVC | |
| b) Concentración del estabilizador (dos niveles) | Cpb1, Cpb2 |
| c) Temperaturas de Operación (tres niveles) | Tpb1, Tpb2, Tpb3 |
| d) Velocidad de giro de mezclador (cuatro niveles) | γpb1, γpb2, γpb3, γpb4 |

TABLA 4.2 DISTRIBUCION DE TRATAMIENTOS PARA UNA RESINA COMERCIAL DE PVC ESTABILIZADA CON ESTANO

| | |
|---|------------------------|
| a) Resina comercial de PVC | |
| b) Concentración del estabilizador (dos niveles) | Csn1, Csn2 |
| c) Temperaturas de operación (tres niveles) | Tsn1, Tsn2, Tsn3 |
| d) Velocidad de giro de mezclador (cuatro niveles) | γsn1, γsn2, γsn3, γsn4 |

Como puede observarse de las Tablas 4.1 y 4.2, las muestras de PVC fueron estudiadas bajo la influencia de dos concentraciones diferentes del estabilizador, tres temperaturas diferentes de operación y cuatro velocidades diferentes de giro del mezclador. También debe hacerse notar que tanto las temperaturas de operación como las velocidades de giro del mezclador, cuando la muestra es tratada con estabilizador plomo, son totalmente idénticas a las de la muestra cuando es tratada con estabilizador estaño. Con esta combinación quedan únicamente diferentes las concentraciones

entre estabilizadores y sus consecuentes propiedades físicas. Estas propiedades o variables de respuesta que pudieron medirse fueron las propiedades que desarrollaron las diferentes formulaciones durante su compactación, su fusión y durante su degradación.

Las variables de respuesta que físicamente pudieron ser medidas durante el transcurso y desarrollo de los experimentos, con cada muestra, se enlistan en la Tabla 4.3 y son los siguientes: el tiempo, el torque, la temperatura y la variación en la temperatura entre la que se fija experimentalmente y la que alcanza el compuesto durante su compactación, la fusión y el inicio de su degradación.

TABLA 4.3 LISTA Y NOMENCLATURA DE VARIABLES DE RESPUESTA QUE FUERON MEDIDAS DURANTE LOS EXPERIMENTOS DE FUSION DINAMICA DE COMPUESTOS DE PVC Y ESTABILIZADORES TERMICOS

| | |
|---|--------------|
| PROPIEDADES DE COMPACTACION | |
| TIEMPO DE COMPACTACION | θ_c |
| TORQUE DE COMPACTACION | Ω_c |
| TEMPERATURA DE COMPACTACION | T_c |
| DIFERENCIA DE TEMPERATURA ENTRE COMPACTACION Y EXPERIMENTAL | ΔT_c |
| PROPIEDADES DE FUSION | |
| TIEMPO DE FUSION | θ_f |
| TORQUE DE FUSION | Ω_f |
| TEMPERATURA DE FUSION | T_f |
| DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION Y EXPERIMENTAL | ΔT_f |
| PROPIEDADES DE DEGRADACION INICIAL | |
| TIEMPO DE DEGRADACION | θ_d |
| TORQUE DE DEGRADACION | Ω_d |
| TEMPERATURA DE DEGRADACION | T_d |
| DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION Y EXPERIMENTAL | ΔT_d |

4.1 Selección del Diseño Experimental

Las características estadísticas que distinguen este experimento en cada unidad experimental son las siguientes:

- Presenta tres factores (γ , T y C)
- Acepta la presencia de subfactores ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ y γ_4), (T_1, T_2 y T_3), (C_1 , y C_2)
- No existen evidencias de diferencias significativas de los valores de la variable de respuesta cuando en el experimento se varía la temperatura.
- Tampoco se sabe, si al variar la velocidad de giro del mezclador cambia significativamente el valor de la variable de respuesta.
- De la misma manera, tampoco se sabe si al variar la concentración del estabilizador cambia significativamente el valor de la variable de respuesta
- También se desconoce si entre los diversos factores existe algún tipo de interacciones y la magnitud de dicha interacción.

Comparando las características de este experimento con cada uno de los diseños experimentales presentados en el Capítulo 3, se pudo determinar que el único diseño que permite cuantificar interacciones entre factores y estudiar los efectos de cada uno de los diversos factores, a diferentes niveles, del mismo conjunto de datos es el DISEÑO FACTORIAL.

El número de experimentos básicos que se realizarán en esta investigación, calculados según la regla de diseño factorial son:

3 niveles de la variable temperatura

4 niveles de la variable de velocidad de giro (rpm)

2 niveles de la variable concentración del estabilizador

Por lo tanto, $3 \times 4 \times 2 = 24$

Haciendo un total de 24 experimentos para cada uno de los estabilizadores, por lo que sumados hacen un total de 48 experimentos para los dos estabilizadores. La secuencia de experimentos, con sus distintos tratamientos, planeando bajo los diseños de este modelo factorial se ilustra en la Tabla 4.1.1

TABLA 4.1.1 DIAGRAMA ESQUEMATICO DEL ACOMODO ESPERADO PARA CADA UNO DE LOS VALORES DE RESPUESTA

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | γ ₁ | γ ₂ | γ ₃ | γ ₄ | γ ₁ | γ ₂ | γ ₃ | γ ₄ | γ ₁ | γ ₂ | γ ₃ | γ ₄ |
| C ₁ | X ₁₁₁ | X ₁₁₂ | X ₁₁₃ | X ₁₁₄ | X ₁₂₁ | X ₁₂₂ | X ₁₂₃ | X ₁₂₄ | X ₁₃₁ | X ₁₃₂ | X ₁₃₃ | X ₁₃₄ |
| C ₂ | X ₂₁₁ | X ₂₁₂ | X ₂₁₃ | X ₂₁₄ | X ₂₂₁ | X ₂₂₂ | X ₂₂₃ | X ₂₂₄ | X ₂₃₁ | X ₂₃₂ | X ₂₃₃ | X ₂₃₄ |

La Tabla 4.1.1 ejemplifica esquemáticamente cada uno de los posibles tratamientos, siendo el primer experimento con el

tratamiento T_1, γ_1 y C_1 , el segundo con el tratamiento T_1, γ_2 y C_1 , el tercero con el tratamiento T_1, γ_3 y C_1 , el cuarto con el tratamiento T_1, γ_4 y C_1 , y así sucesivamente, para cada uno de los estabilizadores.

El diseño factorial presenta básicamente las siguientes ventajas y desventajas:

Ventajas

1. Utilización de todos los resultados en las determinaciones utilizadas para evaluar cada factor
2. El error experimental tiende a ser menor que en otros diseños
3. Las conclusiones finales tienen mayor aplicabilidad debido al amplio panorama de pruebas experimentales

Desventajas

1. El experimento puede ser muy amplio y consumidor de tiempo cuando se evalúan todas las combinaciones de factores posibles
2. El tamaño del experimento requiere mayor cantidad de material homogéneo y de recursos que otros diseños.
3. El resultado del experimento y el análisis estadístico resultante son más complejos y también consumidores de tiempo¹⁵.

CAPITULO V

DATOS EXPERIMENTALES DE FORMULACION-PROCESADO PARA VARIOS COMPUESTOS SIMPLES DE PVC

Las determinaciones experimentales del comportamiento de la fusión, de la estabilidad y de la degradación del PVC con estabilizadores fueron realizadas en un equipo de mezclado Haake Record, Torque Rheometer modelo Eu 3V, con una mezcladora Rheomix 600. Con este equipo se obtuvieron gráficas de torque -vs- tiempo y temperatura -vs- tiempo, de los experimentos de fusión dinámica a partir de las cuales se obtuvieron y recopilamos todo el grupo de datos que a continuación serán presentados, bajo las condiciones experimentales indicadas.

TABLA 5.1 CONDICIONES EXPERIMENTALES

| | |
|---------------------------|------------------------------------|
| MATERIAL | RESINA COMERCIAL DE PVC |
| VELOCIDADES DE MEZCLADO | 10, 30, 60 y 90 rpm |
| TEMPERATURAS DE OPERACION | 170, 190 y 210°C |
| ESTABILIZADORES | SULFATO TRIBASICO DE PLOMO Y ESTAD |

Las concentraciones de los estabilizadores utilizados en los experimentos, se ilustran en la tabla 5.2.

TABLA 5.2 CONCENTRACION DE LOS ESTABILIZADORES

| MATERIAL | CANTIDAD EN PESO | CONCENTRACION RELATIVA |
|---|--------------------|--|
| RESINA COMERCIAL DE PVC SULFATO TRIBASICO DE PLOMO | 2000 grs 20 grs | 100 P 1 P $M_1 = \frac{1 \text{ PARTE DE PLOMO}}{100 \text{ PARTES DE RESINA}}$ |
| RESINA COMERCIAL DE PVC SULFATO TRIBASICO DE PLOMO | 2000 grs 10 grs | 100 P 0.5 P $M_2 = \frac{0.5 \text{ PARTES DE PLOMO}}{100 \text{ PARTES DE RESINA}}$ |
| RESINA COMERCIAL DE PVC ESTARO | 2000 grs 5 grs | 100 P 0.25P $M_3 = \frac{0.25 \text{ PARTES ESTARO}}{100 \text{ PARTES DE RESINA}}$ |
| RESINA COMERCIAL DE PVC ESTARO | 2000 grs 2 grs | 100 P 0.1 P $M_4 = \frac{0.1 \text{ PARTES DE ESTARO}}{100 \text{ PARTES DE RESINA}}$ |

Los intervalos de variación de los parámetros temperatura de operación, velocidad de giro de la mezcladora y concentración del estabilizador fueron escogidos para que guardaran una semejanza cercana a los valores reales manejados a nivel producción industrial con compuestos de PVC. Los datos experimentales fueron obtenidos de curvas como las que se muestran en la gráfica 5.1.1, siendo el punto uno el momento de la compactación de la mezcla, el punto dos, la fusión total y el punto tres su degradación inicial. Los datos recopilados para cada experimento se presentan a continuación en forma tabular.

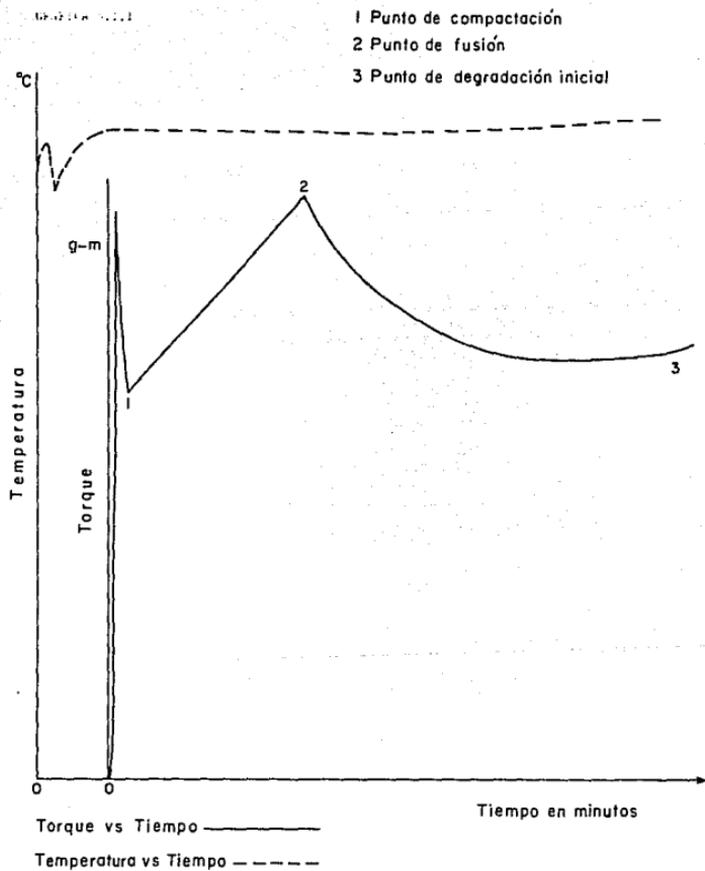


TABLA 5.3

DATOS EXPERIMENTALES DE LA COMPACTACION DE COMPUESTOS A BASE DE PVC PARA VARIAS VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA METALADORA DE 170 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE COMPACTACION | | | |
|----------------------------|---------------|----------------|-------------------------|-----------------------------|--------------|------------------|--------|
| ESTABILIZADOR | CONCENTRACION | TEMPERATURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-m) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | H-1 | 170 | 10 | 2 | 960 | 158 | -12 |
| Pb | H-1 | 170 | 30 | 1.2 | 1100 | 168 | - 2 |
| Pb | H-1 | 170 | 60 | 1 | 1630 | 140 | -30 |
| Pb | H-1 | 170 | 60 | 0.5 | 1800 | 160 | -10 |
| Pb | H-2 | 170 | 10 | 1 | 1924 | 142 | -28 |
| Pb | H-2 | 170 | 30 | 0.6 | 2050 | 150 | -20 |
| Pb | H-2 | 170 | 60 | 0.3 | 2200 | 146 | -24 |
| Pb | H-2 | 170 | 90 | 2 | 1300 | 140 | -30 |
| Sn | H-3 | 170 | 10 | 3 | 1400 | 142 | -28 |
| Sn | H-3 | 170 | 30 | 3 | 2540 | 156 | -11 |
| Sn | H-3 | 170 | 60 | 2 | 1700 | 150 | -28 |
| Sn | H-3 | 170 | 90 | 2 | 1350 | 140 | -29 |
| Sn | H-4 | 170 | 10 | 3 | 1830 | 156 | -14 |
| Sn | H-4 | 170 | 30 | 2 | 1400 | 160 | - 8 |
| Sn | H-4 | 170 | 60 | 1.5 | 1900 | 157 | -15 |
| Sn | H-4 | 170 | 90 | 1 | 1200 | 158 | -26 |

TABLA 5.4

DATOS EXPERIMENTALES DE LA FUSION DINAMICA DE VARIOS COMPUESTOS DE PVC A DIFERENTES
VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MECLADORA DE 170 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE FUSION | | | |
|----------------------------|--------------------|------------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONDEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-m) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | N-1 | 170 | 10 | 28 | 481 | 171 | 1 |
| Pb | N-1 | 170 | 30 | 14 | 1460 | 184 | 14 |
| Pb | N-1 | 170 | 60 | 8.5 | 1800 | 193 | 25 |
| Pb | N-1 | 170 | 90 | 4 | 1942 | 201 | 31 |
| Pb | N-2 | 170 | 10 | 14 | 490 | 172 | 2 |
| Pb | N-2 | 170 | 30 | 10 | 1410 | 182 | 12 |
| Pb | N-2 | 170 | 60 | 7 | 1800 | 186 | 16 |
| Pb | N-2 | 170 | 90 | 3 | 1840 | 188 | 18 |
| Sn | N-3 | 170 | 10 | 40 | 352 | 172 | 2 |
| Sn | N-3 | 170 | 30 | 18 | 1690 | 186 | 16 |
| Sn | N-3 | 170 | 60 | 5 | 1925 | 192 | 22 |
| Sn | N-3 | 170 | 90 | 3 | 1890 | 190 | 20 |
| Sn | N-4 | 170 | 10 | 36 | 850 | 172 | 2 |
| Sn | N-4 | 170 | 30 | 15 | 1770 | 187 | 17 |
| Sn | N-4 | 170 | 60 | 8 | 1780 | 197 | 27 |
| Sn | N-4 | 170 | 90 | 3 | 2036 | 198 | 28 |

TABLA 5.5

DATOS EXPERIMENTALES DE LA DEGRADACION INICIAL DE VARIOS COMPUESTOS A BASE DE PVC
 PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 170 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE DEGRADACION INICIAL | | | |
|----------------------------|---------------|----------------|-------------------------|------------------------------------|--------------|------------------|--------|
| ESTABILIZADOR | CONCENTRACION | TEMPERATURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-a) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | M-1 | 170 | 10 | 32 | 680 | 173 | 3 |
| Pb | M-1 | 170 | 30 | 40 | 1200 | 187 | 17 |
| Pb | M-1 | 170 | 60 | 24 | 1700 | 206 | 36 |
| Pb | M-1 | 170 | 90 | 24 | 1742 | 221 | 51 |
| Pb | M-2 | 170 | 10 | 49 | 1308 | 176 | 6 |
| Pb | M-2 | 170 | 30 | 28 | 1730 | 184 | 16 |
| Pb | M-2 | 170 | 60 | 10 | 1480 | 203 | 33 |
| Pb | M-2 | 170 | 90 | 6 | 1970 | 220 | 50 |
| Sn | M-3 | 170 | 10 | 12 | 710 | 171 | 1 |
| Sn | M-3 | 170 | 30 | 18 | 1550 | 182 | 12 |
| Sn | M-3 | 170 | 60 | 10 | 1757 | 202 | 32 |
| Sn | M-3 | 170 | 90 | 15 | 2004 | 220 | 50 |
| Sn | M-4 | 170 | 10 | 12 | 1250 | 192 | 22 |
| Sn | M-4 | 170 | 30 | 12 | 1550 | 205 | 35 |
| Sn | M-4 | 170 | 60 | 7 | 2084 | 219 | 49 |
| Sn | M-4 | 170 | 90 | 6 | 1845 | 223 | 53 |

TABLA 5.6

DATOS EXPERIMENTALES DE LA COMPACTACION DE WRIOS COMPUESTOS A BASE DE PVC
 PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 190 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE COMPACTACION | | | |
|----------------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONCEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-m) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | H-1 | 190 | 10 | 3 | 1400 | 162 | -30 |
| Pb | H-1 | 190 | 30 | 0.5 | 1600 | 157 | -35 |
| Pb | H-1 | 190 | 60 | 0.5 | 1500 | 157 | -35 |
| Pb | H-1 | 190 | 90 | 0.5 | 1200 | 163 | -29 |
| Pb | H-2 | 190 | 10 | 0.7 | 1300 | 162 | -30 |
| Pb | H-2 | 190 | 30 | 0.5 | 1292 | 160 | -32 |
| Pb | H-2 | 190 | 60 | 0.4 | 1400 | 160 | -32 |
| Pb | H-2 | 190 | 90 | 0.4 | 1900 | 153 | -39 |
| Sn | H-3 | 190 | 10 | 0.5 | 1500 | 152 | -40 |
| Sn | H-3 | 190 | 30 | 0.5 | 1900 | 154 | -38 |
| Sn | H-3 | 190 | 60 | 0.4 | 1170 | 160 | -32 |
| Sn | H-3 | 190 | 90 | 0.5 | 1615 | 155 | -37 |
| Sn | H-4 | 190 | 10 | 0.5 | 1860 | 156 | -36 |
| Sn | H-4 | 190 | 30 | 0.5 | 1400 | 160 | -32 |
| Sn | H-4 | 190 | 60 | 0.5 | 1900 | 157 | -35 |
| Sn | H-4 | 190 | 90 | 0.5 | 1200 | 158 | -34 |

TABLA 5.7

DATOS EXPERIMENTALES DE LA FUSION DINAMICA DE VARIOS COMPLEJOS A BASE DE PVC
 PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 190 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE FUSION | | | |
|----------------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONCEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-c) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | M-1 | 190 | 10 | 6 | 1127 | 189 | -1 |
| Pb | M-1 | 190 | 30 | 5 | 1660 | 198 | 8 |
| Pb | M-1 | 190 | 60 | 2 | 1800 | 196 | 6 |
| Pb | M-1 | 190 | 90 | 1.5 | 1980 | 200 | 10 |
| Pb | M-2 | 190 | 10 | 13 | 1390 | 195 | 5 |
| Pb | M-2 | 190 | 30 | 4 | 1700 | 198 | 8 |
| Pb | M-2 | 190 | 60 | 1.5 | 1950 | 203 | 13 |
| Pb | M-2 | 190 | 90 | 1.5 | 1750 | 200 | 10 |
| Sn | M-3 | 190 | 10 | 11 | 1250 | 192 | 2 |
| Sn | M-3 | 190 | 30 | 3 | 1650 | 199 | 9 |
| Sn | M-3 | 190 | 60 | 2.5 | 1950 | 200 | 10 |
| Sn | M-3 | 190 | 90 | 1.5 | 1900 | 197 | 7 |
| Sn | M-4 | 190 | 10 | 12 | 1350 | 194 | 4 |
| Sn | M-4 | 190 | 30 | 4 | 1680 | 196 | 6 |
| Sn | M-4 | 190 | 60 | 3 | 2020 | 199 | 9 |
| Sn | M-4 | 190 | 90 | 1 | 1980 | 200 | 10 |

TABLA 5.8

DATOS EXPERIMENTALES DE LA DEGRADACION INICIAL DE VARIOS COMPUESTOS A BASE DE PVC
 PARA DIVERSAS VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 190°C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE DEGRADACION INICIAL | | | |
|----------------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|------------------------------------|------------------|-----------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONCEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-cm) | TEMPERATURA M (°C) | T (°C) |
| Pb | M-1 | 190 | 10 | 24 | 1500 | 195 | 5 |
| Pb | M-1 | 190 | 30 | 13 | 1630 | 206 | 16 |
| Pb | M-1 | 190 | 60 | 6 | 1530 | 214 | 24 |
| Pb | M-1 | 190 | 90 | 5 | 1650 | 235 | 45 |
| Pb | M-2 | 190 | 10 | 32 | 1500 | 196 | 6 |
| Pb | M-2 | 190 | 30 | 12 | 1670 | 204 | 14 |
| Pb | M-2 | 190 | 60 | 8 | 1820 | 223 | 33 |
| Pb | M-2 | 190 | 90 | 6 | 1900 | 224 | 34 |
| Sn | M-3 | 190 | 10 | 24 | 1340 | 194 | 4 |
| Sn | M-3 | 190 | 30 | 14 | 1630 | 206 | 16 |
| Sn | M-3 | 190 | 60 | 11 | 1911 | 222 | 32 |
| Sn | M-3 | 190 | 90 | 6.5 | 1810 | 229 | 39 |
| Sn | M-4 | 190 | 10 | 20 | 1410 | 195 | 5 |
| Sn | M-4 | 190 | 30 | 12 | 1550 | 206 | 16 |
| Sn | M-4 | 190 | 60 | 7 | 2024 | 214 | 24 |
| Sn | M-4 | 190 | 90 | 5 | 1840 | 232 | 42 |

TABLA 5.9

DATOS EXPERIMENTALES DE LA COMPACTACION DE VARIOS COMPUESTOS A BASE DE PVC
 PARA DIVERSAS VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 210°C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE COMPACTACION | | | |
|----------------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONCEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-m) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | M-1 | 210 | 10 | 0,5 | 1410 | 163 | -47 |
| Pb | M-1 | 210 | 30 | 0,4 | 1480 | 170 | -40 |
| Pb | M-1 | 210 | 60 | 0,3 | 1500 | 172 | -38 |
| Pb | M-1 | 210 | 90 | 0,25 | 1300 | 174 | -36 |
| Pb | M-2 | 210 | 10 | 0,5 | 2100 | 168 | -42 |
| Pb | M-2 | 210 | 30 | 0,5 | 1700 | 175 | -35 |
| Pb | M-2 | 210 | 60 | 0,6 | 1920 | 172 | -38 |
| Pb | M-2 | 210 | 90 | 0,6 | 1400 | 165 | -45 |
| Sn | M-3 | 210 | 10 | 0,5 | 2100 | 165 | -45 |
| Sn | M-3 | 210 | 30 | 0,5 | 1570 | 168 | -42 |
| Sn | M-3 | 210 | 60 | 0,5 | 1350 | 170 | -40 |
| Sn | M-3 | 210 | 90 | 0,5 | 1300 | 168 | -42 |
| Sn | M-4 | 210 | 10 | 0,5 | 1500 | 168 | -42 |
| Sn | M-4 | 210 | 30 | 0,5 | 2200 | 162 | -48 |
| Sn | M-4 | 210 | 60 | 0,5 | 2050 | 160 | -50 |
| Sn | M-4 | 210 | 90 | 0,5 | 2250 | 164 | -46 |

TABLA 5.10

DATOS EXPERIMENTALES DE LA FUSION DINAMICA DE VARIOS COMPUESTOS A BASE DE PVC
 PARA DIFERENTES VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 210 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE FUSION | | | |
|----------------------------|--------------------|---------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONCEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-m) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | M-1 | 210 | 10 | 4.5 | 1150 | 204 | - 6 |
| Pb | M-1 | 210 | 30 | 1.5 | 1575 | 204 | - 6 |
| Pb | M-1 | 210 | 60 | 1.0 | 1200 | 202 | - 8 |
| Pb | M-1 | 210 | 90 | 0.75 | 1910 | 186 | -24 |
| Pb | M-2 | 210 | 10 | 2.5 | 1280 | 201 | - 9 |
| Pb | M-2 | 210 | 30 | 1 | 1750 | 199 | -11 |
| Pb | M-2 | 210 | 60 | 0.5 | 1860 | 206 | - 4 |
| Pb | M-2 | 210 | 90 | 0.5 | 2050 | 180 | -30 |
| Sn | M-3 | 210 | 10 | 2.5 | 1310 | 202 | - 8 |
| Sn | M-3 | 210 | 30 | 1 | 1700 | 199 | -11 |
| Sn | M-3 | 210 | 60 | 0.5 | 1950 | 210 | 0 |
| Sn | M-3 | 210 | 90 | 1.2 | 1938 | 200 | -10 |
| Sn | M-4 | 210 | 10 | 3.0 | 1090 | 201 | - 9 |
| Sn | M-4 | 210 | 30 | 1.2 | 1800 | 199 | -11 |
| Sn | M-4 | 210 | 60 | 1.1 | 1850 | 207 | - 3 |
| Sn | M-4 | 210 | 90 | 1.1 | 1960 | 208 | - 2 |

TABLA 5.11

DATOS EXPERIMENTALES DE LA DEGRADACION INICIAL DE VARIOS COMPUESTOS A BASE DE PVC PARA
DIVERSAS VELOCIDADES DE GIRO Y TEMPERATURA EXPERIMENTAL DE LA MEZCLADORA DE 210 °C

| CONDICIONES DE EXPERIMENTO | | | | PROPIEDADES DE DEGRADACION INICIAL | | | |
|----------------------------|--------------------|------------------------|----------------------------|------------------------------------|-----------------|---------------------|-----------|
| ESTABI- LIZADOR | CONCEN- TRACION | TEMPERA- TURA °C | VELOCIDAD DE GIRO (RPM) | TIEMPO (min) | TORQUE (g-m) | TEMPERATURA (°C) | T (°C) |
| Pb | H-1 | 210 | 10 | 7 | 975 | 211 | - 1 |
| Pb | H-1 | 210 | 30 | 5 | 1230 | 215 | - 5 |
| Pb | H-1 | 210 | 60 | 4 | 1125 | 223 | -13 |
| Pb | H-1 | 210 | 90 | 2 | 1496 | 220 | -10 |
| Pb | H-2 | 210 | 10 | 7.5 | 1050 | 211 | - 1 |
| Pb | H-2 | 210 | 30 | 3.5 | 1258 | 216 | - 6 |
| Pb | H-2 | 210 | 60 | 2.5 | 1447 | 223 | -13 |
| Pb | H-2 | 210 | 90 | 1.5 | 1590 | 194 | -16 |
| Sn | H-3 | 210 | 10 | 9 | 1010 | 212 | - 2 |
| Sn | H-3 | 210 | 30 | 3.5 | 1240 | 218 | - 8 |
| Sn | H-3 | 210 | 60 | 2.5 | 1410 | 226 | -16 |
| Sn | H-3 | 210 | 90 | 3.0 | 1514 | 239 | -19 |
| Sn | H-4 | 210 | 10 | 7.8 | 1200 | 212 | - 2 |
| Sn | H-4 | 210 | 30 | 4.5 | 1305 | 218 | - 8 |
| Sn | H-4 | 210 | 60 | 4 | 1492 | 228 | -18 |
| Sn | H-4 | 210 | 90 | 2 | 1650 | 220 | -10 |

CAPITULO VI

ANALISIS DE DATOS EXPERIMENTALES CON BASE EN CRITERIOS ESTADISTICOS

6.1 INFLUENCIA Y RELACION QUE EXISTE ENTRE LAS DIFERENTES VARIABLES DE PROCESO

Se mencionó con anterioridad, en otro capítulo, que una de las ventajas y cualidades de los diseños de experimentos es poder determinar, a través de sus técnicas de análisis, la influencia de las variables de proceso (o variables independientes) sobre las variables de respuesta (o variables dependientes).

Debido a las condiciones de realización del experimento y de la determinación de los efectos a partir de cada tratamiento en las unidades experimentales, entonces, el diseño experimental que mejor se adaptó para los fines perseguidos en el análisis de la problemática fue el diseño FACTORIAL. Este modelo permite, además de cubrir con el objetivo, discernir si existe interacción alguna entre las variables independientes presentes.

La técnica de análisis no volverá a revisarse puesto que ya fue explícitamente detallada en el Capítulo 3 y por lo tanto aquí solo se presentarán de manera expedita los resultados.

El nivel de confianza para las pruebas de hipótesis nulas en todos los casos se escogió del 95%, es decir, $(1-\alpha) = 95\%$ siendo $\alpha=0.05$ y el análisis de datos experimentales para las diferentes propiedades físico-mecánicas de PVC, se desarrollaron por separado para cada uno de los estabilizadores.

TABLA 6.1 DATOS UTILIZADOS PARA EL TRATAMIENTO ESTADISTICO DE LOS EXPERIMENTOS CON ESTABILIZADOR DE PLOMO

| | |
|---------------------|---|
| Concentración | $C_1=1.0$ ppm, $C_2=0.5$ ppm |
| Temperaturas | $T_1=170^\circ\text{C}$, $T_2=190^\circ\text{C}$ y $T_3=210^\circ\text{C}$ |
| Velocidades de giro | $\gamma_1=10$ rpm, $\gamma_2=30$ rpm, $\gamma_3=60$ rpm, $\gamma_4=90$ rpm |

TABLA 6.2 TABULACION DE DATOS DE ACUERDO CON EL DISEÑO FACTORIAL PARA LA VARIABLE DE RESPUESTA TIEMPOS DE COMPACTACION

| | T_1 | | | | T_2 | | | | T_3 | | | |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C_1 | 2.0 | 1.2 | 1.0 | 0.5 | 3.0 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.4 | 0.3 | 0.25 |
| C_2 | 1.0 | 0.6 | 0.3 | 2.0 | 0.7 | 0.5 | 0.4 | 0.4 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.6 |
| $T_{...}$ | 3.0 | 1.8 | 1.3 | 2.5 | 3.7 | 1.0 | 0.9 | 0.9 | 1.0 | 0.9 | 0.9 | 0.85 |

T_{1.1}'=8.6 T_{2.1}'=6.5 T_{3.1}'=3.65

T_{1.2}'=7.7 T_{2.2}'=3.7 T_{3.2}'=3.1 T_{4.2}'=4.25

T_{1.3}'=10.65 T_{2.3}'=8.1

T_{3.3}'=18.75

NOTA: Se hace notar que para cuestiones de cálculo y nomenclatura se designó al factor A como la variable temperatura; al factor B como la variable velocidad de giro y al factor C como la variable concentración, es decir: A=T, B=γ y C=C.

TABLA 6.3 TABLA DE DOBLE ENTRADA DE TEMPERATURA - VELOCIDAD DE GIRO, (T x γ) a CONCENTRACIONES CONSTANTES

| | | TEMPERATURAS | | | TOTALES |
|---|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
| | | T ₁ | T ₂ | T ₃ | T _{1.1} ' |
| V E L O C I D A D | γ ₁ | 3.0 | 3.7 | 1.0 | 7.7 |
| | γ ₂ | 1.8 | 1.0 | 0.9 | 3.7 |
| | γ ₃ | 1.3 | 0.9 | 0.9 | 3.1 |
| | γ ₄ | 2.5 | 0.9 | 0.85 | 4.25 |
| | TOTALES T _{1.1} ' | 8.6 | 6.5 | 3.65 | |

Cálculo de la corrección

$$T_{...} = \frac{T_{...}^2}{a_t} = \frac{(18.75)^2}{24} = 14.648 \quad a_t = \# \text{ de Observaciones}$$

Suma de cuadrados total de la tabla T x y

$$\begin{aligned} SST_t = \frac{1}{2} [& (3)^2 + (1.8)^2 + (1.3)^2 + (2.5)^2 + (3.7)^2 + (1)^2 + \\ & + (0.9)^2 + (0.9)^2 + (1)^2 + (0.9)^2 + (0.9)^2 + \\ & + (0.85)^2] = 14.648 \end{aligned}$$

$$SST_t = 39.825 - 14.648 = 5.268$$

Suma de cuadrados de temperatura

$$SSA = \frac{1}{8} [(8.6)^2 + (6.5)^2 + (3.65)^2] - 14.648$$

$$SSA = 16.191 - 14.648$$

$$SSA = \underline{1.543}$$

Suma de cuadrados de la velocidad de giro

$$SSB = \frac{1}{8} \left[(7.7)^2 + (3.7)^2 + (3.1)^2 + (4.25)^2 \right] - 14.648$$

$$SSB = 16.775 - 14.648 = \underline{2.127}$$

TABLA 6.4 ANOVA DE LA TABLA DE DOBLE ENTRADA $T \times \gamma$

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. |
|---------------------------------------|------|-------|--------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1.543 | 0.7715 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 2.127 | 0.7090 |
| ERROR O INTERACCION $T \times \gamma$ | 6 | 1.598 | 0.2663 |
| TOTALES | 11 | 5.268 | |

$$SSA \times B = SST - SSA - SSB$$

$$SSA \times B = 5.268 - 1.543 - 2.127 = 1.598$$

TABLA 6.5 TABLA DE DOBLE ENTRADA DE TEMPERATURA CONCENTRACION
(T x C) a VELOCIDAD DE GIRO (γ) CONSTANTE

| | | TEMPERATURAS | | | TOTALES |
|---|-----------------------------|----------------|----------------|----------------|------------------|
| | | T ₁ | T ₂ | T ₃ | T _{...} |
| C O N C E N T R A C I O N | C ₁ | 4.7 | 4.5 | 1.45 | 10.65 |
| | C ₂ | 3.9 | 2.0 | 2.2 | 8.1 |
| | TOTALES T _{...} | 8.6 | 6.5 | 3.65 | |

Suma de cuadrados total de la tabla T x C.

$$SST_2 = \frac{1}{4} \left[(4.7)^2 + (3.9)^2 + (4.5)^2 + (2.0)^2 + (1.45)^2 + (2.2)^2 \right] - 14.648$$

$$SST_2 = 17.123 - 14.648$$

$$SST_2 = \underline{2.475}$$

Suma de cuadrados de concentracion

$$SSC = \frac{1}{12} \left[(10.65)^2 + (8.1)^2 \right] - 14.648$$

$$SSC = 14.919 - 14.648$$

$$SSC = 0.27137$$

TABLA 6.6 ANOVA DE LA TABLA DE DOBLE ENTRADA T x C

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. |
|-------------------------|------|--------|--------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2.0 | 1.543 | 0.7715 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1.0 | 0.543 | 0.2713 |
| ERROR O INTERACCION TxC | 2.0 | 0.6607 | 0.3303 |
| TOTAL | 5.0 | 2.475 | |

$$\text{Interacción T x C ó error} = SST_2 - SSA - SSC$$

$$SSA \times C = 2.475 - 1.543 - 0.2713$$

$$SSA \times C = 0.6607$$

TABLA 6.7 TABLA DE DOBLE ENTRADA PARA LA VELOCIDAD DE GIRO-
CONCENTRACION ($\gamma \times C$) a TEMPERATURA CONSTANTE

| | VELOCIDAD DE GIRO | | | | TOTALES |
|----------------------|-------------------|------------|------------|------------|-----------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | $T_{j..}$ |
| C_1 | 5.5 | 2.1 | 1.8 | 1.25 | 10.65 |
| C_2 | 2.2 | 1.6 | 1.3 | 3.0 | 8.1 |
| TOTALES $T_{..i}$ | 7.7 | 3.7 | 3.1 | 4.25 | |

Suma de cuadrados total de la tabla ($\gamma \times C$)

$$SST_{\gamma} = \frac{1}{3} \left[(5.5)^2 + (2.2)^2 + (2.1)^2 + (1.6)^2 + (1.8)^2 + \right. \\ \left. + (1.3)^2 + (1.25)^2 + (3)^2 \right] - 14.648$$

$$SST_{\gamma} = 19.1841 - 14.648$$

$$SST_{\gamma} = \underline{4.536}$$

TABLA 6.8 ANOVA DE LA TABLA DE DOBLE ENTRADA ($\gamma \times C$)

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. |
|---------------------------------------|------|---------|--------|
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRG | 3 | 2.127 | 0.7090 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 0.12713 | 0.2713 |
| ERROR O INTERACCION $\gamma \times C$ | 3 | 2.1377 | 0.7125 |
| TOTALES | 7 | 4.536 | |

$$\text{Interaccion } \gamma \times C \text{ o error} = \text{SST}_9 - \text{SSB} - \text{SSC}$$

$$\text{SSB} \times C = 4.536 - 2.127 - 0.2713$$

$$\text{SSB} \times C = 2.1377$$

Por ultimo, la variación total es:

$$\begin{aligned} \text{SST} = & \left[(2)^2 + (1)^2 + (1.2)^2 + (0.6)^2 + (1)^2 + (0.3)^2 + \right. \\ & + (0.5)^2 + (2)^2 + (0.7)^2 + (0.5)^2 + (0.5)^2 + (3)^2 \\ & + (0.4)^2 + (0.5)^2 + (0.4)^2 + (0.5)^2 + (0.5)^2 + \\ & + (0.4)^2 + (0.5)^2 + (0.3)^2 + (0.6)^2 + (0.25)^2 + \\ & \left. + (0.6)^2 \right] - 14.648 \end{aligned}$$

$$SST' = 24.732 - 14.648$$

$$SST' = 10.0845$$

La tabla ANOVA total de todos los resultados de los cálculos anteriores se presenta en la Tabla 6.9

TABLA 6.9

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F_{tab} | F_{tab} |
|------------------------------------|------|---------|--------|-----------|-----------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1.543 | 0.7715 | 2.65 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 2.127 | 0.7090 | 2.435 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 0.2713 | 0.2713 | 0.9319 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 1.598 | 0.2663 | 0.9148 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 0.6607 | 0.3303 | 1.134 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 2.137 | 0.7125 | 2.4476 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T γ x C | 6 | 1.7468 | 0.2911 | | |
| TOTALES | 23 | 10.0845 | | | |

$$\text{Interacción } T\gamma \times C = SST' - SSA - SSB - SSC - SSA \times B - SSA \times C - SSB \times C$$

$$= 10.0845 - 1.343 - 2.127 - 0.2713 - 1.598 - 0.6607 - 2.37$$

$$= 1.7468$$

Las F_{tab} del ANOVA anterior se obtienen de la distribución F de la manera siguiente:

$$\text{Para Temperatura: } F, 0.95, 2, 6 = 5.14$$

de donde

0.95 = valor de confianza

2 = grados de libertad de temperatura

6 = grados de libertad de la interacción $T \times C \gamma$

$$\text{Para velocidad de giro: } F_{0.95}, 3, 6 = 4.76$$

$$\text{Para concentración: } F_{0.95}, 1, 6 = 5.99$$

$$\text{Para interacción } T\gamma: F_{0.95}, 6, 6 = 4.28$$

$$\text{Para interacción } T \times C: F_{0.95}, 2, 6 = 5.14$$

$$\text{Para interacción } \gamma \times C: F_{0.95}, 3, 6 = 4.76$$

RESULTADOS

Resumiendo de la tabla ANOVA anterior, se deduce que como $F_{tab} > F_{exp}$. en todos los casos, no existe ningún valor significativo.

Esto es, que cuando se miden tiempos de compactación para una muestra de PVC, bajo estas condiciones, obtenemos los mismos valores si varía la temperatura. Se obtienen los mismos valores si varía la velocidad de giro, y también los mismos valores si varía la concentración.

Luego entonces, como conclusión puede establecerse que estadísticamente, a ese nivel de significancia, no existe ningún tipo de interacción entre:

- 1) Velocidad de giro de la mezcladora y temperatura de operación,
- 2) Temperatura de operación y concentración, y
- 3) Concentración y velocidad de giro de la mezcladora

A continuación se presenta el análisis semejante al anterior para el caso del torque.

**TABLA 6.10 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA TORQUE
 DE COMPACTACION**

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 960 | 1100 | 1630 | 1800 | 1400 | 1600 | 1500 | 1200 | 1440 | 1480 | 1500 | 1300 |
| C ₂ | 924 | 2050 | 2200 | 1300 | 1300 | 1292 | 1400 | 1900 | 2100 | 1700 | 1920 | 1400 |

Siguiendo la misma mecánica de cálculo anterior de los datos de la Tabla 6.10 se obtuvo la Tabla 6.11 del ANOVA total.

TABLA 6.11 ANOVA TOTAL PARA EL CASO DEL TORQUE

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|---------|-----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 143969 | 71984.5 | 0.443 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 151659 | 50553 | 0.311 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 532824 | 532824 | 3.28 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 346631 | 57771.833 | 0.355 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 208816 | 104408 | 0.643 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 125129 | 41709.667 | 0.2568 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times C$ | 6 | 974211 | 162368.5 | | |
| TOTALES | 23 | 2483239 | | | |

CONCLUSION

Estadísticamente, a 95% de nivel de confianza no se detectan cambios significativos del torque de compactacion cuando:

- 1) Varía la temperatura de operacion,
- 2) Varía la velocidad de giro de la mezcladora, y
- 3) Varía la concentracion del estabilizador.

Además, se denota claramente que no existe interacción alguna entre:

- 1) Temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora,
- 2) Temperatura de operación y concentración, y
- 3) Velocidad de giro de la mezcladora y concentración.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE
TEMPERATURAS DE COMPACTACION

TABLA 6.12

DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA. TEMPERATURAS DE COMPACTACION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 158 | 168 | 140 | 160 | 162 | 157 | 157 | 163 | 160 | 170 | 172 | 174 |
| C ₂ | 142 | 150 | 146 | 140 | 162 | 160 | 160 | 153 | 168 | 175 | 172 | 165 |

TABLA 6.13

ANOVA TOTAL PARA TEMPERATURAS DE COMPACTACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|---------------------------------|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1506.25 | 753.1225 | 30.758 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 102.786 | 34.262 | 1.399 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 108.375 | 108.375 | 4.426 | 5.99 |
| INTERACCION T x r | 6 | 237.084 | 39.514 | 1.613 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 181.755 | 90.8775 | 3.711 | 5.14 |
| INTERACCION r x C | 3 | 195.464 | 65.154 | 2.697 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T x r x C | 6 | 146.911 | 24.845 | | |
| TOTALES | 23 | 2478.675 | | | |

CONCLUSIONES

De la tabla anterior verificamos que para los valores de temperatura $F_{exp} > F_{tab}$, por lo que existen diferencias muy significativas de temperaturas de compactación cuando se cambia la

temperatura de operacion. Es decir, la temperatura de operacion influye mucho sobre los valores de temperatura de compactacion. Sin embargo, para todas los demas variables e interacciones no existen valores significativos.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES PARA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE COMPACTACION

TABLA 6.14 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA.
DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE COMPACTACION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | -12 | -2 | -30 | -10 | -30 | -35 | -35 | -29 | -47 | -40 | -38 | -36 |
| C ₂ | -28 | -20 | -24 | -30 | -30 | -32 | -32 | -39 | -42 | -35 | -38 | -45 |

TABLA 6.15

ANOVA TOTAL PARA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE COMPACTACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--------------------------------------|------|----------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1747.583 | 873.791 | 35.685 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 102.791 | 34.264 | 1.399 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 108.375 | 108.375 | 4.425 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 237.084 | 39.514 | 1.613 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 181.75 | 90.875 | 3.71 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 195.459 | 65.153 | 2.66 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T x γ x C | 6 | 146.916 | 24.486 | | |
| TOTALES | 86 | | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente, se vislumbra que existen diferencias significativas en los valores de diferencia de temperaturas cuando se varía la temperatura de operación, y que permanece invariable cuando se varía la velocidad de giro de la mezcladora y la concentración del estabilizador. Además de que no existe ningún tipo de interacción entre las variables de proceso presentes.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE
TIEMPOS DE FUSION

TABLA 6.16 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA. TIEMPOS DE FUSION.

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 28 | 14 | 8.5 | 4 | 6 | 5 | 2.0 | 1.5 | 4.5 | 1.5 | 1.0 | 0.75 |
| C ₂ | 14 | 10 | 7.0 | 3 | 13 | 4 | 1.5 | 1.5 | 2.5 | 1.0 | 0.5 | 0.5 |

TABLA 6.17 ANOVA TOTAL PARA TIEMPOS DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--------------------------------------|------|---------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 384.380 | 192.190 | 16.143 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 309.653 | 103.217 | 8.67 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 13.877 | 13.877 | 1.167 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 119.558 | 19.926 | 1.165 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 43.756 | 21.878 | 1.673 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 5.967 | 1.989 | 1.837 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T x γ x C | 6 | 71.431 | 11.905 | 0.1670 | |
| TOTALES | 23 | 948.622 | | | |

CONCLUSIONES

A 95% de nivel de confianza se detecta que existen diferencias significativas entre los valores de tiempos de fusión cuando se varía la temperatura de operación y la velocidad de giro del mezclador. Sin embargo, es nula cuando se varía la concentración. Se verifica que tampoco existen interacciones entre:

- 1) Temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador;
- 2) Temperatura de operación y concentración, y
- 3) Velocidad de giro del mezclador y concentración.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TORQUES DE FUSION

TABLA 6.18 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
TORQUES DE FUSION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 481 | 1660 | 1800 | 1942 | 1127 | 1660 | 1800 | 1980 | 1150 | 1575 | 1200 | 1910 |
| C ₂ | 490 | 1460 | 1800 | 1840 | 1390 | 1700 | 1950 | 1750 | 1280 | 1750 | 1860 | 2050 |

TABLAS 6.19 ANOVA TOTAL PARA TORQUES DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|-------------|-----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 246124.333 | 123062.17 | 8.647 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 2927187.791 | 975729.27 | 68.566 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 40426.041 | 40426.041 | 2.84 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 679376.37 | 113229.4 | 7.956 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 133124.33 | 66562.165 | 4.677 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 102206.06 | 34068.687 | 2.394 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 85382.969 | 14230.495 | | |
| TOTALES | 23 | 4213827.958 | | | |

CONCLUSIONES

Según los resultados arrojados por la tabla anterior se observa que existen diferencias significativas entre los valores de temperatura y velocidad de giro de operación cuando se mide la variable Torque de Fusión. Además, en este caso, vislumbramos que existe una interacción entre las dos variables anteriores, es decir, entre temperatura y velocidad de giro. Siendo nula la interacción temperatura de operación y concentración y velocidad de giro del mezclador y concentración.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE TEMPERATURA DE FUSION

TABLA 6.20 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA.
TEMPERATURA DE FUSION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 171 | 184 | 195 | 201 | 189 | 198 | 196 | 200 | 204 | 204 | 202 | 186 |
| C ₂ | 172 | 182 | 186 | 188 | 195 | 198 | 203 | 200 | 201 | 199 | 206 | 180 |

TABLA 6.21 ANOVA TOTAL PARA TEMPERATURAS DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G. L. | C. S. | C. M. | F _{exp} | F _{tab} |
|---|-------|----------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 859.083 | 429.541 | 44.246 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 269.667 | 89.889 | 9.259 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 16.667 | 16.667 | 1.717 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 1011.584 | 168.541 | 17.366 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 83.083 | 41.541 | 4.279 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 54.999 | 18.333 | 1.888 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T _x γ x C | 6 | 58.25 | 9.708 | | |
| TOTALES | 23 | 2353.333 | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente se verifica que existen diferencias bastante significativas entre los valores de temperatura de fusión cuando se varía la temperatura de operación y la velocidad de giro del mezclador. Para el caso de la concentración y de las interacciones: a) temperatura de operación y concentración, y b) Velocidad de giro del mezclador y concentración no ocurre lo mismo. Por lo que la interacción temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador también resulto ser significativa.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION

TABLA 6.22 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 1 | 14 | 25 | 31 | -1 | 8 | 6 | 10 | -6 | -6 | -8 | -24 |
| C ₂ | 2 | 12 | 16 | 18 | 5 | 8 | 13 | 10 | -9 | -11 | -4 | -30 |

TABLA 6.23 ANOVA TOTAL PARA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 3139.083 | 1569.541 | 161.675 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 269.667 | 89.889 | 9.259 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 16.667 | 16.667 | 1.717 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 1011.583 | 168.597 | 17.367 | 4.23 |
| INTERACCION T x C | 2 | 83.083 | 41.341 | 4.279 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 54.999 | 18.333 | 1.888 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 58.25 | 9.708 | | |
| TOTALES | 23 | 4633.333 | | | |

CONCLUSION

A 95% de confianza la interacción temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador es bastante significativa, siendo nulas las interacciones, a) temperatura de operación y concentración, y b) Velocidad de giro de la mezcladora y concentración. Además, existen diferencias significativas en los valores de diferencia de temperaturas de fusión cuando se varía la

temperatura de operación y la velocidad de giro de la mezcladora.
 Para el caso de la concentración no existen diferencias
 significativas.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
 DE TIEMPOS DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.24 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA.
 TIEMPOS DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 32 | 40 | 24 | 24 | 24 | 13 | 6 | 5 | 7 | 5 | 4 | 2 |
| C ₂ | 49 | 28 | 10 | 6 | 32 | 12 | 8 | 6 | 7.5 | 3.5 | 2.5 | 1.5 |

TABLA 6.25 ANOVA TOTAL PARA TIEMPOS DE DEGRADACION INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 2049.083 | 1024.541 | 30.571 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 1204.833 | 401.611 | 11.984 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 16.667 | 16.667 | 0.497 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 411.417 | 68.569 | 2.046 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 88.033 | 44.041 | 1.314 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 203.167 | 69.389 | 2.07 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 201.033 | 33.513 | | |
| TOTALES | 23 | 4179.333 | | | |

CONCLUSIONES

Se verifica estadísticamente que existen diferencias bastante significativas en los tiempos de degradación cuando se varía la temperatura de operación y la velocidad de giro del mezclador. Sin embargo, no ocurre lo mismo cuando se varía la concentración. Además, no existe interacción alguna entre: a) temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador; b) temperatura de operación y concentración, y c) velocidad de giro del mezclador y concentración.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE TORQUES DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.26 DATOS PARA LA VARIABLE DE RESPUESTA
TORQUES DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 680 | 1200 | 1700 | 1742 | 1500 | 1630 | 1530 | 1650 | 975 | 1230 | 1125 | 1496 |
| C ₂ | 1308 | 1730 | 1680 | 1970 | 1500 | 1670 | 1820 | 1900 | 1050 | 1258 | 1447 | 1580 |

TABLA 6.27 ANOVA TOTAL TORQUES DE DEGRADACION INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|------------|------------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 586267.583 | 293133.79 | 9.408 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 968371.791 | 322790.6 | 10.36 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 251126.042 | 251126.642 | 8.06 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 227434.03 | 37905.672 | 1.216 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 56553.59 | 28276.795 | 0.907 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 1894.07 | 631.356 | 0.0202 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times C$ | 6 | 186934.80 | 31155.8 | | |
| TOTALES | 23 | 2278581.96 | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente existen diferencias significativas entre los valores experimentales de torques de degradación inicial cuando se varía la temperatura de operación, la velocidad de giro del mezclador y la concentración del estabilizador. Sin embargo, para las interacciones entre: a) temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador, b) temperatura de operación y concentración, y c) velocidad de giro de la mezclador y concentración del estabilizador, las diferencias resultaron ser nulas.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.28 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA.
TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 173 | 181 | 206 | 221 | 195 | 206 | 214 | 235 | 211 | 215 | 223 | 220 |
| C ₂ | 176 | 186 | 203 | 220 | 196 | 204 | 223 | 224 | 211 | 216 | 223 | 194 |

TABLA 6.29 ANOVA TOTAL PARA TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1490.083 | 745.041 | 27.983 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 2469.833 | 823.277 | 30.921 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 37.5 | 37.5 | 1.408 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 1599.917 | 366.653 | 10.015 | 4.26 |
| INTERACCION T x C | 2 | 42.25 | 21.125 | 0.793 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 212.5 | 70.833 | 2.66 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 159.75 | 26.625 | | |
| TOTALES | 23 | 6011.833 | | | |

CONCLUSIONES

Se detecta que existen diferencias bastante marcadas de los valores de temperatura de degradacion inicial cuando se varia la temperatura de operacion y la velocidad de giro de la mezcladora. Para el caso de la interaccion temperatura de operacion y velocidad de giro de la mezcladora, la diferencia tambien es significativa, pero las interacciones: a) temperatura de operacion y concentracion del estabilizador, y b) velocidad de giro del mezclador y concentracion del estabilizador, además de los cambios en la concentracion resultan ser nulas las diferencias.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

6.30 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA. DIFERENCIA DE
TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 3 | 17 | 36 | 51 | 5 | 16 | 24 | 45 | 1 | 5 | 13 | 10 |
| C ₂ | 6 | 16 | 33 | 50 | 6 | 14 | 33 | 34 | 1 | 6 | 13 | 16 |

TABLA 6.31

ANOVA TOTAL DE DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1474.083 | 737.041 | 40.541 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 3328.50 | 1109.50 | 61.028 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 0.167 | 0.167 | 0.00918 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 669.25 | 111.541 | 6.355 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 7.583 | 3.791 | 0.208 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 15.166 | 5.055 | 0.278 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times C$ | 6 | 109.084 | 18.180 | | |
| TOTALES | 23 | 5603.833 | | | |

CONCLUSIONES

A 95% de confianza, la interacción temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador es significativa, mientras que para las interacciones: a) temperatura de operación y concentración, y b) Velocidad de giro y concentración es nula. Además, existen diferencias significativas entre los valores de diferencia de temperaturas de degradación inicial cuando se varia la temperatura de operación y la velocidad de giro de la mezcladora.

Hasta aquí termina el estudio de las propiedades físico mecánicas de la muestra de PVC, con estabilizador Pb, y se da comienzo al estudio de las mismas propiedades con estabilizador Estaño.

TABLA 6.32 DATOS UTILIZADOS PARA EL TRATAMIENTO ESTADISTICO
DE LOS EXPERIMENTOS CON ESTABILIZADOR ESTARD

| ESTABILIZADOR ESTARD (Sn) | |
|-----------------------------------|---|
| Concentración | = $C_1 = 0.25$ ppm, $C_2 = 0.1$ ppm |
| Temperaturas | = $T_1 = 170^\circ\text{C}$ $T_2 = 190^\circ\text{C}$ $T_3 = 210^\circ\text{C}$ |
| Velocidad de Giro del extrusor | = $\gamma_1=10$ RPM $\gamma_2=30$ RPM $\gamma_3=60$ RPM $\gamma_4=90$ RPM |

NOTA: Se sigue la misma mecánica de cálculo.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE TIEMPOS DE COMPACTACION

TABLA 6.33 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
TIEMPOS DE COMPACTACION

| | T_1 | | | | T_2 | | | | T_3 | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C_1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0.5 | 0.5 | 0.4 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| C_2 | 3 | 2 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |

TABLA 6.34 ANOVA TOTAL PARA TIEMPOS DE COMPACTACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--------------------------------------|------|--------|-------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 15.301 | 7.65 | 201.315 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 0.978 | 0.326 | 8.578 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 0.24 | 0.24 | 6.315 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 1.869 | 0.312 | 8.21 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 0.542 | 0.271 | 7.13 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 0.12 | 0.04 | 1.05 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T x γ x C | 6 | 0.228 | 0.38 | | |
| TOTALES | 23 | 19.278 | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente, existen diferencias significativas de los tiempos de compactación cuando se varía la temperatura de operación, la velocidad de giro del mezclador, la concentración del estabilizador, además de que las interacciones: a) temperatura de operación y velocidad de giro del mezclador, y b) temperatura de operación y concentración del estabilizador son también significativas.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TORQUES
DE COMPACTACION

6.35 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA. TORQUES DE COMPACTACION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 1400 | 2540 | 1700 | 1350 | 1500 | 1900 | 1170 | 1615 | 2100 | 1570 | 1550 | 1300 |
| C ₂ | 1830 | 1400 | 1900 | 1200 | 1860 | 1400 | 1900 | 1200 | 1500 | 2200 | 2050 | 2250 |

TABLA 6.36 ANOVA TOTAL PARA TORQUES DE COMPACTACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|------------------------------------|------|------------|-----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 247552.083 | 123770.04 | 0.516 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 376211.46 | 126070.49 | 0.525 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 41251.042 | 41251.04 | 0.172 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 259622.92 | 43270.49 | 0.180 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 290827.09 | 145413.55 | 0.606 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 500303.12 | 166767.71 | 0.696 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T γ x C | 6 | 1438181.20 | 239696.87 | | |
| TOTALES | 23 | 3155948.96 | | | |

CONCLUSIONES

A 95% de confianza no existe información significativa para torques de compactación, debido a que todas las F experimentales son menores que las F de tablas.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TEMPERATURAS DE COMPACTACION

TABLA 6.37 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
TEMPERATURAS DE COMPACTACION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 142 | 156 | 150 | 146 | 152 | 154 | 160 | 155 | 165 | 168 | 170 | 168 |
| C ₂ | 156 | 160 | 137 | 158 | 156 | 160 | 157 | 158 | 168 | 162 | 160 | 164 |

TABLA 6.38 ANOVA TOTAL PARA TEMPERATURAS DE COMPACTACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|------------------------------------|------|----------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 669.083 | 334.541 | 60.528 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 39.5 | 13.167 | 2.38 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 37.5 | 37.5 | 6.785 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 69.25 | 11.541 | 2.088 | 4.26 |
| INTERACCION T x C | 2 | 182.5 | 91.25 | 16.509 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 64.833 | 21.611 | 3.91 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T γ x C | 6 | 33.167 | 5.527 | | |
| TOTALES | 23 | 1095.833 | | | |

CONCLUSIONES

Se verifica que la interacción temperatura de operación y concentración del estabilizador es significativa. Además, también los valores de temperatura de compactación cambian cuando se varía la temperatura de operación y la concentración del estabilizador. Sin embargo, esa significancia es nula cuando varía la velocidad de giro del mezclador. Las interacciones: a) temperatura de operación y Velocidad de giro del mezclador, y b) velocidad de giro del mezclador y concentración del estabilizador tampoco son significativas.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE COMPACTACION

TABLA 6.39 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
DIFERENCIA DE TEMPERATURA DE COMPACTACION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | -28 | -11 | -28 | -29 | -40 | -38 | -32 | -37 | -45 | -42 | -40 | -42 |
| C ₂ | -14 | -8 | -15 | -26 | -36 | -32 | -35 | -34 | -42 | -48 | -50 | -46 |

TABLA 6.40 ANOVA TOTAL PARA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS
DE COMPACTACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|---|------|---------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 2461,75 | 1230,875 | 98,798 | 5,14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 110,167 | 36,722 | 2,947 | 4,76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 28,167 | 28,167 | 2,26 | 5,99 |
| INTERACCION T \times γ | 6 | 253,583 | 42,264 | 3,392 | 4,28 |
| INTERACCION T \times C | 2 | 156,583 | 78,291 | 6,28 | 5,14 |
| INTERACCION $\gamma \times C$ | 3 | 47,499 | 15,833 | 1,27 | 4,76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma \times C$ | 6 | 74,751 | 12,458 | | |
| TOTALES | 23 | 3132,5 | | | |

CONCLUSIONES

Existen diferencias bastante significativas en los valores de diferencia de temperaturas de compactación cuando se varía la temperatura de operación, sin embargo, para cuando se varía la velocidad de giro de la mezcladora y la concentración del estabilizador es nula la significancia. Para el caso de las interacciones, la única que presenta influencia es la temperatura de operación y concentración del estabilizador.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TIEMPOS DE FUSIÓN

TABLA 6.41 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA TIEMPOS DE FUSIÓN

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ^1 | γ^2 | γ^3 | γ^4 | γ^1 | γ^2 | γ^3 | γ^4 | γ^1 | γ^2 | γ^3 | γ^4 |
| C ₁ | 40 | 18 | 5 | 3 | 11 | 3 | 2.5 | 1.5 | 2.5 | 1.0 | 0.5 | 1.2 |
| C ₂ | 36 | 15 | 8 | 3 | 12 | 4 | 3.0 | 1.0 | 3.0 | 1.2 | 1.1 | 1.1 |

TABLA 6.42 ANOVA TOTAL PARA TIEMPOS DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|------------------------------------|------|---------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 937.08 | 465.54 | 243.355 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 889.383 | 296.461 | 154.971 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 0.026 | 0.026 | 0.006 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 729.017 | 121.502 | 63.514 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 2.654 | 1.327 | 0.693 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 4.417 | 1.472 | 0.769 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T γ x C | 6 | 11.483 | 1.913 | | |
| TOTALES | 23 | 2568.06 | | | |

CONCLUSIONES

Claramente se denota que la temperatura de operacion y la velocidad de giro de la mezcladora presentan una influencia bastante significativa en el experimento cuando se miden tiempos de fusión, siendo también su interacción muy significativa. Para las interacciones: a) Temperatura de operación y concentración del estabilizador, y b) Velocidad de giro de la mezcladora y concentración del estabilizador es nula la significancia.

**ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE TORQUES DE FUSION**

TABLA 6.43 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA TORQUES DE FUSION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 352 | 1690 | 1925 | 1890 | 1250 | 1650 | 1950 | 1900 | 1310 | 1700 | 1950 | 1938 |
| C ₂ | 850 | 1770 | 1780 | 2036 | 1350 | 1680 | 2020 | 1980 | 1090 | 1800 | 1850 | 1960 |

TABLA 6.44 ANOVA TOTAL PARA TORQUES DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|------------------------------------|------|-----------|-----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 164471.58 | 82234.79 | 4.526 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 3260180.8 | 1086726.9 | 59.822 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 18205.042 | 18205.042 | 1.002 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 433592.22 | 72265.37 | 3.978 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 38400.588 | 19200.294 | 1.0569 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 28313.758 | 9437.919 | 0.519 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T γ x C | 6 | 108994.91 | 18165.818 | | |
| TOTALES | 23 | 4052158.0 | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente a 95% de confianza existen diferencias significativas en los valores de torques de fusión cuando varía exclusivamente la velocidad de giro de la mezcladora. Para todas las demás fuentes de variación es nula la significancia.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TEMPERATURAS DE FUSIÓN

TABLA 6.45 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
TEMPERATURAS DE FUSIÓN

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 172 | 186 | 192 | 190 | 192 | 199 | 200 | 197 | 202 | 199 | 210 | 200 |
| C ₂ | 172 | 187 | 197 | 198 | 194 | 196 | 199 | 200 | 201 | 199 | 207 | 208 |

TABLA 6.46 ANOVA TOTAL DE TEMPERATURAS DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1113.083 | 556.541 | 167.734 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 511.125 | 51.348 | 51.348 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 15.042 | 15.042 | 4.53 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 297.25 | 49.542 | 14.931 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 11.583 | 5.791 | 1.745 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 46.125 | 15.375 | 4.634 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times C$ | 6 | 19.911 | 3.318 | | |
| TOTALES | 23 | 2014.958 | | | |

CONCLUSIONES

De la tabla 6.46 se denota que existen diferencias bastante marcadas de los valores de temperaturas de fusión cuando se varía la temperatura de operación y la velocidad de giro del mezclador. Cosa semejante sucede con la interacción temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora. Para las interacciones: a) temperatura de operación y concentración del estabilizador, y b) Velocidad de giro de la mezcladora y concentración resultó ser nula la significancia.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION

TABLA 6.47 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 2 | 16 | 22 | 20 | 2 | 9 | 10 | 7 | -8 | -11 | 0 | -10 |
| C ₂ | 2 | 17 | 27 | 28 | 4 | 6 | 9 | 10 | -9 | -11 | -3 | -2 |

TABLA 6.48 ANOVA TOTAL PARA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE FUSION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 2233.083 | 1116.541 | 322.541 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 511.125 | 170.375 | 49.270 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 15.042 | 15.042 | 4.379 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 297.25 | 49.541 | 14.326 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 11.583 | 5.791 | 1.674 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 46.126 | 15.375 | 4.446 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 20.749 | 3.458 | | |
| TOTALES | 23 | 3134.958 | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente existen diferencias significativas de los valores de diferencia de temperaturas de fusión cuando se varía la temperatura de operación y la velocidad de giro de la mezcladora. Para el caso de la interacción temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora, también los valores son significativos. Las fuentes de variación restantes presentan significación nula.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TIEMPOS DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.49 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
TIEMPOS DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 12 | 18 | 10 | 15 | 24 | 14 | 11 | 6.5 | 9.0 | 3.5 | 2.5 | 3.0 |
| C ₂ | 12 | 12 | 7 | 6 | 20 | 12 | 7 | 5.0 | 7.8 | 4.5 | 4.0 | 2.0 |

TABLA 6.50 ANOVA TOTAL PARA TIEMPOS DE DEGRADACION INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--------------------------------------|------|---------|---------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 238.041 | 149.020 | 37.736 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 240.368 | 80.129 | 20.290 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 35.526 | 35.526 | 8.996 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 143.239 | 23.873 | 6.045 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 21.516 | 10.758 | 2.724 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 4.231 | 1.410 | 0.357 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T x γ x C | 6 | 23.697 | 3.949 | | |
| TOTALES | 23 | 766.638 | | | |

CONCLUSIONES

Se verifica que existen diferencias significativas de los tiempos de degradación inicial cuando se varía: a) la temperatura de operación, b) la velocidad de giro de la mezcladora y c) la concentración del estabilizador. Además, resulta significativa, la interacción temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
DE TORQUES DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.51 DATOS DE LA VARIABLE TORQUES DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ^1 | γ^2 | γ^3 | γ^4 | γ^1 | γ^2 | γ^3 | γ^4 | γ^1 | γ^2 | γ^3 | γ^4 |
| C ₁ | 710 | 1550 | 1757 | 2004 | 1340 | 1630 | 1911 | 1810 | 1010 | 1240 | 1410 | 1510 |
| C ₂ | 1250 | 1550 | 2084 | 1845 | 1410 | 1550 | 2024 | 1840 | 1200 | 1305 | 1492 | 1650 |

TABLA 6.52 ANOVA TOTAL PARA TORQUES DE DEGRADACION INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|---|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 2020.083 | 1010.041 | 37.504 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 2835.792 | 945.264 | 35.099 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 165.375 | 165.375 | 6.14 | 5.99 |
| INTERACCION $\bar{T} \times \gamma$ | 6 | 247.583 | 41.263 | 1.532 | 4.28 |
| INTERACCION T \times C | 2 | 754.75 | 377.375 | 14.012 | 5.14 |
| INTERACCION $\gamma \times C$ | 3 | 31.791 | 10.597 | 0.393 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T γ \times C | 6 | 161.584 | 26.931 | | |
| TOTALES | 23 | 6216.931 | | | |

CONCLUSIONES

Las interacciones: a) temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora, y b) Velocidad de giro de la mezcladora y concentración, la significancia resultó ser nula. Para la interacción temperatura de operación y concentración del estabilizador, la influencia es significativa. Además, existen diferencias bastante marcadas de los valores de torques de degradación inicial cuando se varía: a) la temperatura de operación; b) la velocidad de giro de la mezcladora, y c) la concentración del estabilizador.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.53 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 171 | 182 | 202 | 200 | 194 | 206 | 222 | 229 | 212 | 218 | 226 | 239 |
| C ₂ | 192 | 205 | 219 | 223 | 195 | 206 | 214 | 232 | 212 | 218 | 228 | 220 |

TABLA 6.54 ANOVA TOTAL PARA TEMPERATURAS DE DEGRADACIÓN INICIAL

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 2020.083 | 1010.041 | 37.504 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 2835.792 | 945.264 | 35.099 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 165.375 | 165.375 | 6.14 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 247.583 | 41.263 | 1.532 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 754.75 | 377.375 | 14.012 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 31.791 | 10.597 | 0.393 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 161.584 | 26.931 | | |
| TOTALES | 23 | 6216.958 | | | |

CONCLUSIONES

Estadísticamente existen diferencias significativas entre los valores de temperaturas de degradación inicial cuando se varía: 1) la temperatura de operación, 2) la velocidad de giro de la mezcladora, y 3) la concentración del estabilizador. Además la interacción temperatura de operación y concentración es significativa, siendo nulas las interacciones a) temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora, y b) velocidad de giro de la mezcladora y concentración del estabilizador.

ANALISIS ESTADISTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES
 DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

TABLA 6.55 DATOS DE LA VARIABLE DE RESPUESTA
 DIFERENCIA DE TEMPERATURAS DE DEGRADACION INICIAL

| | T ₁ | | | | T ₂ | | | | T ₃ | | | |
|----------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 | γ_1 | γ_2 | γ_3 | γ_4 |
| C ₁ | 1 | 12 | 32 | 50 | 4 | 16 | 32 | 39 | 2 | 8 | 16 | 29 |
| C ₂ | 22 | 35 | 49 | 53 | 5 | 16 | 24 | 42 | 2 | 8 | 18 | 10 |

TABLA 6.56 ANOVA TOTAL PARA DIFERENCIA DE TEMPERATURAS
 DE DEGRADACION

| FUENTE DE VARIACION | G.L. | C.S. | C.M. | F _{exp} | F _{tab} |
|--|------|----------|----------|------------------|------------------|
| ENTRE TEMPERATURAS | 2 | 1621.75 | 810.875 | 29.802 | 5.14 |
| ENTRE VELOCIDAD DE GIRO | 3 | 3397.458 | 1132.486 | 41.623 | 4.76 |
| ENTRE CONCENTRACION | 1 | 77.042 | 77.042 | 2.83 | 5.99 |
| INTERACCION T x γ | 6 | 325.917 | 54.319 | 1.99 | 4.28 |
| INTERACCION T x C | 2 | 473.083 | 236.541 | 8.693 | 5.14 |
| INTERACCION γ x C | 3 | 140.125 | 46.708 | 1.716 | 4.76 |
| ERROR O INTERACCION T $\times\gamma\times$ C | 6 | 163.250 | 27.208 | | |
| TOTALES | 23 | 6198.625 | | | |

CONCLUSIONES

A 95% de confianza, estadísticamente se vislumbra que para la interacción temperatura de operación y concentración del estabilizador, la significancia es representativa. Cosa contraria sucede con las interacciones: a) temperatura de operación y velocidad de giro de la mezcladora, y b) velocidad de giro de la mezcladora y concentración del estabilizador. Se verificó también que existe variación de los resultados de diferencia de temperaturas de degradación cuando varía la temperatura de operación y la velocidad de giro de la mezcladora.

Con los resultados experimentales anteriores, y el análisis que arrojó el diseño factorial, se pueden observar más fácilmente las conclusiones generales en el resumen de las Tablas 6.57 a 6.59.

TABLA 6.57 RESUMEN DE PROPIEDADES DE COMPACTACION

ESTABILIZADOR Pb (PLOMO)

| VARIABLE DE MEDIDA: | VARIABLE QUE INFLUYE: |
|--------------------------------|--------------------------|
| TIEMPO | - |
| TORQUE | - |
| TEMPERATURA DE COMPACTACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| (ΔT) DE COMPACTACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |

ESTABILIZADOR (Sn) ESTANO

| VARIABLE DE MEDIDA: | VARIABLE QUE INFLUYE: |
|--------------------------------|---|
| TIEMPO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, CONCENTRACION DEL ESTABILIZADOR INTERACCION T-C E INTERACCION T- γ |
| TORQUE | - |
| TEMPERATURA DE COMPACTACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, CONCENTRACION DEL ESTABILIZADOR E INTERACCION T - γ |
| (ΔT) DE COMPACTACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL E INTERACCION T-C |

TABLA 6.58 RESUMEN DE PROPIEDADES DE FUSION

ESTABILIZADOR Pb (FLOMO)

| VARIABLE DE MEDIDA: | VARIABLE QUE INFLUYE: |
|--------------------------|---|
| TIEMPO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL Y VELOCIDAD DE GIRO |
| TORQUE | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - γ |
| TEMPERATURAS DE FUSION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO E INTERACCION T - γ |
| (ΔT) DE FUSION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO E INTERACCION T - γ |

ESTABILIZADOR (Sn) ESTARO

| VARIABLE DE MEDIDA | VARIABLE QUE INFLUYE |
|--------------------------|---|
| TIEMPO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - γ |
| TORQUE | VELOCIDAD DE GIRO |
| TEMPERATURA DE FUSION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - γ |
| (ΔT) DE FUSION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - γ |

TABLA 6.59 RESUMEN DE PROPIEDADES DE DEGRADACION INICIAL

ESTABILIZADOR Pb (PLOMO)

| VARIABLE DE MEDIDA: | VARIABLE QUE INFLUYE: |
|------------------------------|--|
| TIEMPO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL Y VELOCIDAD DE GIRO |
| TORQUE | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, Y CONCENTRACION DEL ESTABILIZADOR |
| TEMPERATURA DE DEGRADACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - γ |
| (Δ T) DE DEGRADACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - γ |

ESTABILIZADOR (Sn) ESTARO

| VARIABLE DE MEDIDA: | VARIABLE QUE INFLUYE: |
|------------------------------|--|
| TIEMPO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, CONCENTRACION E INTERACCION T- γ |
| TORQUE | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, CONCENTRACION, E INTERACCION T - C |
| TEMPERATURA DE DEGRADACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, CONCENTRACION, E INTERACCION T - C |
| (Δ T) DE DEGRADACION | TEMPERATURA EXPERIMENTAL, VELOCIDAD DE GIRO, E INTERACCION T - C |

CAPITULO VII

DISCUSION DE RESULTADOS

7.1 DETERMINACION DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE QUE MAS INFLUYE EN EL PROCESO, Y DE UNA ECUACION QUE NOS DESCRIBE EL COMPORTAMIENTO LINEAL DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

Otro de los resultados de mayor relevancia de la estadística es la capacidad que se tiene para determinar cuál es la variable que influye con mayor peso en el desarrollo de un proceso, y en forma similar encontrar la relación existente entre las variables que intervienen en él mediante un modelo matemático que las interrelacione.

Este proceso se inicia con la clasificación de las variables en "independientes" y "dependientes". Luego, se establecen hipótesis basadas, naturalmente, en los conocimientos que se tienen sobre el fenómeno para establecer relaciones entre estas variables, y, finalmente, se utilizan métodos estadísticos que nos ayudan a ajustar o diseñar un modelo matemático que nos lleve a predecir, en determinadas condiciones, el fenómeno que se esté tratando.

De la misma forma, es sencillo determinar parámetros que indiquen hasta que grado dos o más variables están relacionadas.

Dentro de un paquete de estadística elaborado en el Instituto de Investigaciones en Materiales, se encuentra un programa de computación denominado regresión múltiple por etapa deseada²². Esta metodología es una técnica estadística que se utiliza para analizar la relación que existe entre una variable dependiente (Y) y un conjunto de variables independientes (X_1, X_2, X_n). Además, este programa también tiene la característica de seleccionar paso a paso, las variables independientes en el orden de importancia. Esta herramienta jerarquiza las variables de acuerdo con su peso relativo en el proceso.

El criterio que determina el orden de importancia en que se basa el algoritmo del programa es el de reducir la suma de cuadrados, y posteriormente seleccionar la variable independiente más importante de esta reducción, y así sucesivamente con las demás variables independientes.

7.1.1. Descripción del Programa

El programa de regresión múltiple por etapa deseada consiste de un programa principal denominado "ETAPA/DESEADA", una subrutina especial de lectura llamada "Data" y finalmente de cinco subrutinas que son: CORRE, MULTR, LOCV, STPRG y STOUT. La

especial de lectura llamada "Data" y finalmente de cinco subrutinas que son: CORRE, MULTR, LOCV, STPRG y STOUT. La descripción de estas subrutinas se presenta en el apéndice A.

7.1.2. Capacidad del Programa

La capacidad del programa "ETAPA/DESEADA", y los formatos utilizados en él son:

1. Hasta 35 variables incluyendo las variables independientes y la variable dependiente.
2. El # de observaciones que puede ser incluido es de 99,999
3. Los datos de entrada son leídos en formato libre.

7.1.3. Parámetros de Control

Para cada problema es necesario definir los parámetros de control que son leídos por el programa principal "ETAPA/DESEADA". La forma en la que son registrados estos parámetros de control, dentro del archivo de datos, se muestra en la siguiente tabla.

| NOMBRE DEL PARAMETRO | CONTENIDO |
|----------------------|---|
| PR | Nombre del problema * |
| N | Numero de observaciones |
| M | Número de variables |
| Ns | Número de selecciones |
| PCT | Esta constante es la proporción de la suma de cuadrados, la cual es usada para limitar la inclusión de variables en la regresión. Si todas las variables van a incluirse en la regresión, PCT=0 |
| NR | Código Optativo para la obtención de la tabla de residuos. NR = 0 si la tabla no es deseada NR = 1 si la tabla es deseada |

*Puede ser alfa numérico, con un máximo de 70 caracteres.

Otro de los parámetros de selección que debe ser necesariamente especificado, aunque no se encuentre en la tabla anterior, es el "IDX", el cual determina la función que desarrolla cada variable. Este parámetro se utiliza para indicar 4 aspectos que son:

- a) Una variable dependiente
- b) Variables independientes que van a forzarse para incluirlas prioritariamente en la regresión
- c) Variables que van a eliminarse
- d) Variables independientes elegidas por el programa para incluirlas en la regresión

Para este trabajo de tesis, los tres primeros aspectos son de nula importancia, debido a que en primer lugar, la variable dependiente ya se encuentra especificada, en segundo lugar, se desea que el programa por sí solo determine la variable independiente con mayor prioridad, sin que ésta sea forzada, y en tercero y último lugar, de todas las variables presentes, ninguna de ellas se desea eliminar.

La tabla siguiente muestra un listado de los valores que puede tomar el parámetro de selección IDX.

| CODIGO | ESPECIFICACION |
|---------------|--|
| CERO O BLANCO | Variable independiente elegida por el programa para incluirla en la regresión |
| 1 | Variable independiente forzada por el usuario para incluirla prioritariamente en la regresión. |
| 2 | Variable que va a eliminarse |
| 3 | Variable dependiente |

7.1.4 Lectura de Datos

La lectura de los datos por la computadora se realiza en una observación a la vez, cada renglón (observación) de datos es asignado en un solo registro del archivo de datos utilizando un "formato libre"

7.1.5 Resultados que proporciona el programa

Los resultados que se generan al utilizar "ETAPA/DESEADA", incluyen:

1. Para todas las variables
 - a) Promedios
 - b) Desviación estandar
 - c) Matriz de coeficientes de correlación

2. Para cada paso de la regresión múltiple
 - a) Suma de cuadrados reducidos
 - b) Proporción reducida
 - c) Proporción acumulativa de cuadrados reducidos
 - d) Proporción acumulativa reducida
 - e) Coeficiente de correlación múltiple
 - f) Valor F para análisis de variación
 - g) Error estandar del estimado
 - h) Coeficiente de regresión

- i) Errores estandar de los coeficientes de regresión
- j) Valores T computados

3. Tabla de Residuos.

7.1.6 Asignación de parámetros utilizados para esta metodología

Primeramente, se tienen los siguientes parámetros:

| <u>NOMBRE DEL PARAMETRO</u> | <u>CONTENIDO</u> | <u>PARA LA PRIMERA PROPIEDAD</u> |
|---------------------------------|---|--------------------------------------|
| PR | NOMBRE DEL PROBLEMA | TIEMPOS DE COMPACTACIÓN (Pb) |
| N | NUMERO DE OBSERVACIONES | 24 |
| M | NUMERO DE VARIABLES | 4 |
| NS | NUMERO DE SELECCIONES | 1 |
| PCT | CONSTANTE DE LA PROPORCION DE LA SUMA DE CUADRADOS | 0.0 |
| NR | CODIGO PARA LA OBTENCION DE TABLA DE RESIDUOS | 1 |

Debe quedar claro que el número de selecciones (NS) se refiere a lo siguiente:

Si en un primer caso se quisiera correr el programa, Etapa/Deseada, sin eliminar y sin forzar ninguna variable NS=1. Por el contrario, si además de lo anterior se quisiera eliminar alguna variable sin forzar ninguna de ellas, para determinar qué diferencia existe entre estos y los otros resultados, NS=2.

Por otro lado, si se desean correr los dos casos anteriores, y aunado a estas, otras más, en el cual alguna de las muchas opciones sería no eliminar ninguna variable, pero si se desea forzar alguna de ellas, NS=3. Y así, NS puede tomar el número apropiado que el operador quiera, según el número de selecciones deseadas.

El registro del archivo de datos para el parámetro de selecciones IDX se muestra en la siguiente tabla

| NOMBRE DEL PARAMETRO | CONTENIDO CODIGO | PARA EL PROBLEMA TIEMPOS DE COMPACTACION (Pb) |
|----------------------|--------------------------|---|
| IDX (1) | DE LA PRIMERA VARIABLE | 0 |
| IDX (2) | PARA LA SEGUNDA VARIABLE | 0 |
| IDX (3) | PARA LA TERCERA VARIABLE | 0 |
| IDX (4) | PARA LA CUARTA VARIABLE | 3 |

donde:

Primera variable = Temperatura experimental
Segunda variable = Velocidades de giro de la mezcladora
Tercera Variable = Concentración del estabilizador
Cuarta Variable = Tiempos de Compactación

Los datos de entrada para la aplicación del programa Regresión múltiple por etapa/deseada, para tiempos de compactación (Fb), fueron introducidos y leídos conforme a la siguiente tabla

TABLA 7.1 LISTADO DE DATOS UTILIZADOS PARA EJECUTAR EL PROGRAMA REGRESION MULTIPLE FOR ETAPA DESEADA

L
100 TIEMPOS DE COMPACTACION DEL FLOMO
200 24,4,1,0,0,1
300 170,10,1,1,2
400 170,30,1,1,2
500 170,60,1,1,1
600 170,90,1,1,5
700 170,10,1,1,3
800 170,30,1,1,5
900 170,60,1,1,5
1000 170,90,1,1,5
1100 210,10,1,1,5
1200 210,30,1,1,4
1300 210,60,1,1,3
1400 210,90,1,1,25
1500 170,10,1,5,1
1600 170,30,1,5,1
1700 170,60,1,5,3
1800 170,90,1,5,2
1900 170,10,1,5,7
2000 170,30,1,5,5
2100 170,60,1,5,4
2200 170,90,1,5,4
2300 210,10,1,5,5
2400 210,30,1,5,5
2500 210,60,1,5,6
2600 210,90,1,5,6
2700 0,0,0,3
↓

o k

Los resultados que proporciona la computadora al correr el programa etapa/deseada, del problema tiempos de compactación de plomo y los cálculos pormenorizados se muestran en el apéndice B.

De los resultados arrojados por la matriz de correlación se debe recalcar que el renglón UNO representa a los valores de correlación de la variable temperatura con cada una de las otras 3 variables, los de la velocidad de giro al renglón dos, el renglón 3 a los de la concentración del estabilizador y a los de tiempos de compactación (Pb) al renglón cuarto.

Comparando los valores, en números absolutos, de la última columna de estos renglones, se verifica que el mayor es 0.3897, lo que indica que la variable que más influye en el proceso, cuando se miden tiempos de compactación siendo el estabilizador plomo, es la temperatura, enseguida, (de menos influencia que la anterior), la velocidad de giro (0.2844), y por último, la variable que menos influye en este proceso es la concentración del estabilizador.

Por otro lado, de los valores de coeficientes de regresión, tomando en cuenta hasta el paso número tres se tiene:

$A_0 = \text{Intersección} = 3.69049$

$A_1 = -0.01547$

$A_2 = -0.00608, y$

$A_3 = 0.425$

De donde se deduce que la ecuación lineal que nos describe el comportamiento de los datos experimentales, para tiempos de compactación (Pb), tomando en cuenta las tres variables independientes es:

$$Y = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3$$

Que sustituyendo los valores de las constantes, resulta

$$Y = 3.69049 - 0.01547 X_1 - 0.00608 X_2 + 0.425 X_3$$

siendo

X_1 = Temperatura experimental

X_2 = Velocidad de giro de la mezcladora

X_3 = Concentración del estabilizador

Siguiendo la misma mecánica de cálculo computacional para cada una de las variables analizadas de las muestras de PVC, se obtuvieron los siguientes resultados, los cuales se muestran resumidos de la Tabla 7.2 a la Tabla 7.7

TABLA 7.2 DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIPLE
POR ETAPA DESEADA, MODELO LINEAL

| ESTABILIZADOR PLOMO | | | | | |
|---|---|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| PARAMETROS DEPENDIENTES | | | | | |
| | | TIEMPOS DE COMPACTACION | TORQUE DE COMPACTACION | TEMPERAT. DE COMPACTACION | ΔT COMPACTACION |
| COEFS. DE CORRELACION | | 0.517 | 0.464 | 0.809 | 0.819 |
| A ₀ | | 3.69049 | 2075.3665 | 62.62663 | 61.95996 |
| A ₁ | | -0.01547 | -0.3875 | 0.48438 | -0.51563 |
| A ₂ | | -0.00608 | 0.07211 | -0.02438 | -0.02438 |
| A ₃ | | 0.425 | -596.00 | 8.5 | 8.5 |
| I N V L A U R E I N A B I L E S * D E | 1 | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| | 2 | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. |
| | 3 | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO |

*En orden de importancia.

TABLA 7.3 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIPLE
 POR ETAPA DESEADA, MODELO LINEAL

| ESTABILIZADOR PLOMO | | | | | |
|---|---|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| PARAMETROS DEPENDIENTES | | | | | |
| | | TIEMPOS DE FUSION | TORQUES DE FUSION | TEMPERATURA DE FUSION | ΔT DE FUSION |
| COEFS. DE CORRELACION | | 0.826 | 0.763 | 0.559 | 0.807 |
| A ₀ | | 53.87711 | 400.37046 | 127.30747 | 127.30747 |
| A ₁ | | -0.23828 | 4.25 | 0.32187 | -0.67813 |
| A ₂ | | -0.11052 | 10.20624 | 0.04989 | 0.04989 |
| A ₃ | | 3.04167 | 164.16667 | 3.33333 | 3.33333 |
| I N F L U R E N C I A S * D E | 1 | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| | 2 | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO |
| | 3 | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. |

*En orden de importancia.

TABLA 7.4 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIPLE
POR ETAPA DESEADA, MODELO LINEAL

| ESTABILIZADOR PLOMO | | | | | |
|--|---|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| PARAMETROS DEPENDIENTES | | | | | |
| | | TIEMPOS DE DEGR. INICIAL | TORGUES DE DEGR. INICIAL | TEMPERAT. DE DEGR. INICIAL | ΔT DE DEGR. INICIAL |
| COEFS. DE CORRELACION | | 0.865 | 0.771 | 0.775 | 0.911 |
| A ₀ | | 129.56491 | 2576.73462 | 104.65823 | 88.06186 |
| A ₁ | | -0.5625 | -5.77812 | 0.44062 | -0.45938 |
| A ₂ | | -0.22154 | 6.35317 | 0.3254 | 0.38707 |
| A ₃ | | 3.33333 | -409.16667 | 5.0000 | -0.33333 |
| I N V L A R I A B L E S D E | 1 | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO |
| | 2 | VELOCIDAD DE GIRO | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| | 3 | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. |

*En orden de importancia.

TABLA 7.5 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIPLE
 POR ETAPA DESEADA, MODELO LINEAL

| ESTABILIZADOR ESTANº | | | | | |
|--|---|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| PARAMETROS DEPENDIENTES | | | | | |
| | | TIEMPOS DE COMPACTACION | TORGUES DE COMPACTACION | TEMPERAT. DE COMPACTACION | ΔT DE COMPACTACION |
| COEFS. DE CORRELACION | | 0.807 | 0.327 | 0.779 | 0.886 |
| A ₀ | | 9.1476 | 1212.43339 | 101.43056 | 87.32228 |
| A ₁ | | -0.04219 | -3.75 | 0.31250 | -0.6125 |
| A ₂ | | -0.00646 | -3.06293 | 0.01111 | -0.03515 |
| A ₃ | | 1.33333 | -552.77778 | -16.66667 | -14.44444 |
| I N F L U R I A N C I A L E S ⁺ D E | 1 | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| | 2 | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. |
| | 3 | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO |

⁺En orden de importancia.

TABLA 7.6 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIPLE
 POR ETAPA DESEADA, MODELO LINEAL.

| ESTABILIZADOR ESTAD ² O | | | | | |
|--|---|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| PARAMETROS DEPENDIENTES | | | | | |
| | | TIEMPOS DE FUSION | TORQUES DE FUSION | TEMPERAT. DE FUSION | ΔT DE FUSION |
| COEFS. DE CORRELACION | | 0.778 | 0.783 | 0.857 | 0.91 |
| A ₀ | | 84.93733 | 450.77501 | 112.99263 | 112.99263 |
| A ₁ | | -0.36475 | 4.07812 | 0.41250 | -0.5875 |
| A ₂ | | -0.179 | 10.34955 | 0.13027 | 0.13027 |
| A ₃ | | 0.44444 | -367.22222 | -10.55556 | -10.55556 |
| I N F L U R E N C I A B L E S ⁴ D E | 1 | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| | 2 | VELOCIDAD DE GIRO | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO |
| | 3 | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. |

⁴En orden de importancia.

**TABLA 7.7 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIPLE
 POR ETAPA DESEADA. MODELO LINEAL**

| ESTABILIZADOR ESTAD ^o | | | | | |
|---|---|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| PARAMETROS DEPENDIENTES | | | | | |
| | | TIEMPOS DE DEGR. INICIAL | TORQUES DE DEGR. INICIAL | TEMPERAT. DE DEGR. INICIAL | ΔT DE DEGR. INICIAL |
| COEFR. DE CORRELACION | | 0.765 | 0.799 | 0.887 | 0.903 |
| A ₀ | | 44.43695 | 2446.28196 | 94.18502 | 103.11784 |
| A ₁ | | -0.17406 | -6.02813 | 0.55937 | -0.50313 |
| A ₂ | | -0.09921 | 7.83286 | 0.35159 | 0.39014 |
| A ₃ | | 16.22222 | -7.00000 | -35.00000 | -23.88889 |
| I N F L U E N C I A S I E S E | 1 | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO | VELOCIDAD DE GIRO |
| | 2 | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL | TEMPERATURA EXPERIMENTAL |
| | 3 | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. | CONCENTRACION DEL ESTABIL. |

En orden de importancia.

Es obvio, con base en los datos numéricos obtenidos por el programa de regresión múltiple por etapa/deseada y presentados en las tablas anteriores, que una ecuación lineal para predecir el comportamiento de los resultados experimentales de la fusión dinámica de compuestos a base de PVC no es totalmente adecuada. Esta afirmación puede ser comprobada basándose en los valores de coeficientes de correlación de cada uno de los ensayos experimentales, los cuales, estadísticamente se consideran relativamente bajos. Otro de los argumentos que sostienen firmemente esta afirmación es la tabla de residuos para tiempos de compactación de plomo (Ver Apéndice A), la cual presenta una diferencia bastante grande entre los valores experimentales y los valores estimados obtenidos de una ecuación de la forma $Y = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3$.

Por otro lado, es evidente que para esta corrida de experimentos, en general, la temperatura de operación es la variable independiente que más influye en el proceso de fusión dinámica de PVC. En segundo término, con una influencia menor que la anterior, se encuentra la velocidad de giro de la mezcladora, y por último, con una influencia que estadísticamente se considera casi nula, la concentración del estabilizador.

7.2 DETERMINACION DE UNA ECUACION QUE DESCRIBA EL COMPORTAMIENTO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES A CONCENTRACION CONSTANTE.

Como consecuencia de los resultados presentados en el subcapítulo anterior, en los que se conoció a ciencia cierta que un modelo lineal para predecir el comportamiento real de los datos experimentales es bastante inadecuado, debido a la presencia de coeficientes de correlación bajos, este trabajo se encaminó a la determinación de un modelo matemático no lineal que prediga en forma precisa la dirección de los mismos.

Debido a la alta complejidad que representa el poder encontrar un modelo de estas características con la inclusión de las tres variables independientes (temperatura de operación, velocidad de giro de la mezcladora y concentración del estabilizador), y teniendo en cuenta que el parámetro concentración es una variable que prácticamente no influye en los experimentos se optó por eliminarle y considerar el modelo matemático buscado a una concentración constante.

El modelo propuesto es conocido con el nombre de Modelo No-lineal Multidimensional, en el que intervienen dos variables independientes (X_1 , X_2) y una variable dependiente (Y), es el siguiente.

$$\begin{aligned}
 Y(X_1, X_2) = & (D_0 X_1^0 + D_1 X_1^1 + D_2 X_1^2 + \dots + D_{M_1} X_1^{M_1}) X_2^0 + \\
 & + (D_{M_1+2} X_1^0 + \dots + D_{2M_1+2} X_1^{M_1}) X_2^1 + \\
 & + (D_{M_2(M_1+1)+1} X_1^0 + \dots + D_{(M_2+1)(M_1+1)} X_1^{M_1}) X_2^{M_2}
 \end{aligned}$$

de donde:

D_i = Coeficientes de regresión

M_1 = es el grado de la dimensión X_1

M_2 = es el grado de la dimensión X_2

El número de coeficientes (D) que intervienen para la representación de un polinomio depende de los valores que tomen las literales M_1 y M_2 y se obtienen de la expresión $N=(M_2+1)(M_1+1)$.

La metodología que se sigue, según las normas de este modelo es la siguiente:

Se proporciona el valor de las incógnitas M_1 y M_2 para definir el grado máximo y la ecuación del polinomio modelo, o sea:

$$M_1 = M_{1n_1} \text{ y } M_2 = M_{2n_2}$$

$$Y = D_{11} X_1^{M_{11}} X_2^{M_{21}} + D_{21} X_1^{M_{12}} X_2^{M_{21}} + \dots + D_{11} X_1^{M_{1n_1}} X_2^{M_{2n_2}}$$

de donde

n_1 = es el número de valores de M_1 comenzando desde cero

n_2 = es el número de valores de M_2 comenzando desde cero

D_i = es el número de coeficientes

En seguida se substituyen los valores de las variables independientes (X_1 y X_2) y el valor de la variable dependiente (Y).

El número de ecuaciones que se obtienen, réplicas del polinomio modelo, depende del número de puntos experimentales a substituir, es decir:

| PUNTOS | ECUACIONES |
|------------------------|---|
| $Y(1), X(1,1), X(1,2)$ | $Y_1 = D_1 X_1^{M_{11}} X_2^{M_{21}} + D_2 X_1^{M_{12}} X_2^{M_{21}} + \dots + D_n X_1^{M_{1n_1}} X_2^{M_{2n_2}}$ |
| $Y(2), X(2,1), X(2,2)$ | $Y_2 = D_1 X_1^{M_{11}} X_2^{M_{21}} + D_2 X_1^{M_{12}} X_2^{M_{21}} + \dots + D_n X_1^{M_{1n_1}} X_2^{M_{2n_2}}$ |
| $Y(3), X(3,1), X(3,2)$ | $Y_3 = D_1 X_1^{M_{11}} X_2^{M_{21}} + D_2 X_1^{M_{12}} X_2^{M_{21}} + \dots + D_n X_1^{M_{1n_1}} X_2^{M_{2n_2}}$ |
| \vdots | |
| $Y(n), X(n,1), X(n,2)$ | $Y_n = D_1 X_1^{M_{11}} X_2^{M_{21}} + D_2 X_1^{M_{12}} X_2^{M_{21}} + \dots + D_n X_1^{M_{1n_1}} X_2^{M_{2n_2}}$ |

Resolviendo este sistema de ecuaciones (con n ecuaciones y n incógnitas) se obtienen los valores de las constantes $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ de los polinomios.

De esto resulta una expresión matemática de la forma:

$$Y = D_1 X_1^{M11} X_2^{M21} + D_2 X_1^{M11} X_2^{M21} + \dots + D_n X_1^{M1n} X_2^{M2n}$$

que nos determina, en un momento dado, el valor de las Y estimadas para los puntos presentes.

Por último, comparando el valor de las Y estimadas con el valor de las Y reales y observando las diferencias entre ellas, se obtiene la expresión matemática no-lineal y el grado del polinomio al que los datos experimentales se ajustan. Como la resolución de estos sistemas de ecuaciones representa una tarea ardua y bastante complicada, cuando el número de puntos experimentales es elevado, se elaboró en el Instituto de Investigaciones en Materiales, un programa de computación denominado Regresión Polinomial No-Lineal Multidimensional de grado N el cual se encuentra grabado en un cassette de cinta magnética de una minicomputadora Hewlett Packard 85 (HP-85)²².

La regresión polinomial no-lineal multidimensional de grado N es una técnica estadística útil para analizar la relación no lineal entre una variable dependiente (Y) y 2 variables independientes (X₁ y X₂). Este programa trabaja con el modelo matemático anteriormente detallado.

La resolución de los sistemas de ecuaciones los lleva a cabo mediante arreglos matriciales N x N. El criterio en que se basa

el algoritmo de este programa para encontrar el grado del polinomio más adecuado es el siguiente: se suministran los grados de las dimensiones X_1 y X_2 seleccionadas (M_1 y M_2). En seguida, de manera automática el programa pide se le de el valor de todos los datos experimentales correspondientes a las variables Y , X_1 y X_2 uno tras otro. Después, también automáticamente, calcula la diferencia de suma de cuadrados (tabla de residuos) y la desviación estandar. Si la diferencia es mínima y si la desviación estandar se aproxima a cero se habrá encontrado la ecuación y el grado del polinomio buscado. Si esto no sucede, correrá el programa probando nuevos grados para M_1 y M_2 hasta que los resultados obtenidos cumplan con lo mencionado anteriormente.

La capacidad de este programa para los datos de entrada son los siguientes:

1. Un máximo de 20 observaciones
2. El número máximo de dimensiones es 2
3. Grado máximo de la dimensión 1:4
4. Grado máximo de la dimensión 2:4

Los resultados obtenidos al procesar este programa incluyen:

- 1) Coeficientes de regresión para polinomios de grados seleccionados
- 2) Tabla de residuos para el polinomio del grado seleccionado
- 3) Desviación estandar.

Los datos de entrada para la aplicación del programa regresión multidimensional no lineal de grado N y los resultados obtenidos para tiempos de compactación del plomo se muestran en forma detallada e impresos en la Tabla 7.2.1.

TABLA 7.2.1.

Listado de datos obtenidos y de entrada utilizados para ejecutar el programa regresión multidimensional no lineal de grado N para una muestra de PVC estabilizado con Plomo (M)

REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO-LINEAL DE GRADO N

NUMERO DE OBSERVACIONES = 12

NUMERO DE DIMENSIONES = 2

GRADO DE LA DIMENSION 1 = 2

GRADO DE LA DIMENSION 2 = 3

COEFICIENTES DE REGRESION :

1 -354.58784646
 2 3.6761705403
 3 -9.7155404348E-3
 4 -22.6027254021
 5 -1.245585441436
 6 6.4629557433E-4
 7 -4.4479072376
 8 4.46699711205E-3
 9 -1.186498872E-5
 10 2.26401404490E-3
 11 -2.441714732E-5
 12 6.494166E-8

TABLA DE RESIDUOS

| OBSERVACION NO. | VALOR X1 | VALOR X2 | VALOR Y | Y EST. | RESIDUO |
|-----------------|----------|----------|---------|--------|---------|
| 1 | 170.000 | 10.000 | 2.000 | 2.000 | -.0002 |
| 2 | 170.000 | 30.000 | 1.200 | 1.200 | -.0001 |
| 3 | 170.000 | 60.000 | 1.000 | 1.000 | -.0002 |
| 4 | 170.000 | 90.000 | .500 | .500 | .0000 |
| 5 | 190.000 | 10.000 | 3.000 | 3.000 | -.0003 |
| 6 | 190.000 | 30.000 | .500 | .500 | -.0005 |
| 7 | 190.000 | 60.000 | .500 | .500 | -.0001 |
| 8 | 190.000 | 90.000 | .500 | .500 | -.0000 |
| 9 | 210.000 | 10.000 | .500 | .500 | -.0002 |
| 10 | 210.000 | 30.000 | .400 | .400 | -.0001 |
| 11 | 210.000 | 60.000 | .300 | .300 | -.0002 |
| 12 | 210.000 | 90.000 | .250 | .250 | -.0001 |

DESVIACION STANDARD = 0.0000000000

Se hace notar que la dimensión uno corresponde y se refiere a la variable independiente temperatura de operación y que la dimensión dos corresponde y se refiere a la variable independiente velocidad de giro de la mezcladora.

De los resultados obtenidos, específicamente, se observa que los valores estimados presentan un acercamiento grande con respecto a los valores reales. Esto lo demuestran los valores residuales que son matemáticamente muy pequeños para este caso. Dicha afirmación también es fundamentada con la desviación estandar cuyo valor es de 0.0

Con base en lo anterior, se puede afirmar, sin temor alguno, que en la ecuación que describe la dirección de los datos experimentales, el grado de la dimensión uno es 2, $M_1=2$; y que el grado de la dimensión dos es 3, $M_2=3$; siendo la ecuación

$$Y = D_1 + D_2 X_1^4 + D_3 X_1^2 + D_4 X_2^4 + D_5 (X_1 X_2)^4 + D_6 X_1^2 X_2^4 + D_7 X_2^2 + D_8 X_1^4 X_2^2 + D_9 X_1^2 X_2^2 + D_{10} X_2^3 + D_{11} X_1^4 X_2^3 + D_{12} X_1^2 X_2^3$$

de donde

- $D_1 = -334.587846646$
- $D_2 = 3.63617305903$
- $D_3 = -9.7153424348 \times 10^{-8}$
- $D_4 = 22.602733041$
- $D_5 = -0.243385481436$
- $D_6 = 6.4629557433 \times 10^{-4}$

$$D_7 = -0.41478077376$$

$$D_8 = 4.46699321325 \times 10^{-8}$$

$$D_9 = -1.186498898 \times 10^{-5}$$

$$D_{10} = 2.26401404495 \times 10^{-8}$$

$$D_{11} = -2.441914782 \times 10^{-5}$$

$$D_{12} = 6.494166 \times 10^{-8}$$

La ecuación anterior fue obtenida aplicando la metodología detallada con anterioridad en este mismo capítulo siendo esta la siguiente:

$$Y = (D_1 X_1^0 + D_2 X_1^1 + D_3 X_1^2) X_2^0 + \\ (D_4 X_1^0 + D_5 X_1^1 + D_6 X_1^2) X_2^1 + \\ (D_7 X_1^0 + D_8 X_1^1 + D_9 X_1^2) X_2^2 + \\ (D_{10} X_1^0 + D_{11} X_1^1 + D_{12} X_1^2) X_2^3$$

realizando las operaciones respectivas,

$$Y = D_1 + D_2 X_1^1 + D_3 X_1^2 + D_4 X_2^1 + D_5 X_1^1 X_2^1 + D_6 X_1^2 X_2^1 + D_7 X_2^2 + D_8 X_1^1 X_2^2 + \\ + D_9 X_1^2 X_2^2 + D_{10} X_2^3 + D_{11} X_1^1 X_2^3 + D_{12} X_1^2 X_2^3$$

Analizando la misma técnica del programa computacional regresión multidimensional no lineal de grado N, para la fusión dinámica de varios compuestos a base de PVC, se obtuvieron los resultados que se presentan resumidos de la Tabla 7.2.2. a la Tabla 7.2.13 para cada una de las variables dependientes analizadas.

TABLA 7.2.2 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON FLOMO. CONCENTRACION N-1

VARIABLE DEPENDIENTE

| | TIEMPO DE COMPACTACION | TORQUE DE COMPACTACION | TEMPERATURA DE COMPACTACION | ΔT DE COMPACTACION |
|-----------------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| DESVIACION ESTANDAR | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | -334,587846646 | 4317,11401 | -1546,379404 | -1767,96459274 |
| D ₂ | 3,62617305903 | -42,6303483 | 21,625039546 | 18,7258977158 |
| D ₃ | -9,7153424348 E-3 | 0,1376122874 | -0,053291278571 | -0,050293489496 |
| D ₄ | 22,6027334021 | -3689,8482217 | 251,268680125 | 251,275899229 |
| D ₅ | -0,243385481436 | 32,414314619 | -2,58158438936 | -2,58166949218 |
| D ₆ | 6,4629557433 E-4 | -0,064292548605 | 6,6129767007 E-3 | 6,6131916743 E-3 |
| D ₇ | -0,41478077376 | 81,265884261 | -6,0219974208 | -6,02217537726 |
| D ₈ | 4,46699221325 E-3 | -0,84435119636 | 0,6133645748 | 0,0613364896 |
| D ₉ | -1,186498898 E-5 | 2,18005316612 E-3 | -1,5581425787 E-4 | -1,5581948279 E-4 |
| D ₁₀ | 2,28401404495 E-3 | -0,4791787754 | 0,039187652307 | 3,91886733503 E-2 |
| D ₁₁ | -2,441914782 E-5 | 4,9651271133 E-3 | -3,9719775311 E-4 | -3,9721081931 E-4 |
| D ₁₂ | 5,494166 E-8 | -1,280479905 E-5 | 1,00441174 E-6 | 1,00444765 E-6 |

TABLA 7.2.3 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON PLOMO. CONCENTRACION N-1

| | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------|----------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| | TIEMPO DE FUSION | TORQUE DE FUSION | TEMPERATURA DE FUSION | ΔT DE FUSION |
| DESVIACION ESTANDAR | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | 1801.33790592 | -71493,9448495 | 450.0585593 | 449.592596592 |
| D ₂ | -18.0750683116 | 750.98499346 | -3.932764256 | -4.93212022281 |
| D ₃ | 4.5494934652 E-2 | -1.84955196723 | 0.01317169157 | 0.013170043564 |
| D ₄ | -92.020134235 | 5281.05188645 | -76.20402537 | -76.198862893 * |
| D ₅ | 0.94183697915 | -55.767875759 | 0.8445520107 | 0.84448972834 |
| D ₆ | -2.40606142455 E-3 | 0.138357612037 | -2.2973894985 E-3 | -2.29723174307 E-3 |
| D ₇ | 1.714157e5145 | -122.774590286 | 2.25430444443 | 2.25417461439 |
| D ₈ | -1.76672596252 E-3 | 1.27735154629 | -0.02441815311 | -2.44166209946 E-2 |
| D ₉ | 4.539246259 E-5 | -5.35014283964 E-5 | 6.531079307 E-5 | 6.530690834 E-5 |
| D ₁₀ | -1.00250601866 E-2 | 0.80648891349 | -0.016689980617 | -1.66889684953 E-2 |
| D ₁₁ | 1.0257477086 E-4 | -8.4682177782 E-3 | 1.8029731315 E-4 | 1.8028750502 E-4 |
| D ₁₂ | -2.6660312 E-7 | 2.2494477505 E-5 | -4.8240644 E-7 | -4.8237916 E-7 |

TABLA 7.2.4 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON PLOMO. CONCENTRACION M-1

| | | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------------|-----------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| | | TIEMPO DE DEGRADACION INICIAL | TORQUE DE DEGRADACION INICIAL | TEMPERATURA DE DEGRADACION INICIAL | ΔT DE DEGRADACION INICIAL |
| DESVIACION ESTANDAR | | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | D ₁ | -1697.14454541 | -72548.0130192 | 288.5308594 | 288.46589671 |
| | D ₂ | 18.3865940674 | 771.438455857 | -2.222631093 | -3.2219870599 |
| C | D ₃ | -4.88709936278 E-2 | -2.01443604498 | 0.008827584489 | 8.8259364828 E-3 |
| O | D ₄ | 175.415487905 | 1153.65096317 | -76.22965857 | -76.224496099 |
| E | D ₅ | -1.79864692826 | -12.240625884 | 0.8358747431 | 0.83581146079 |
| F | D ₆ | 4.5823779651 E-3 | 0.03316387659 | -2.2541287364 E-3 | -2.25397107089 E-3 |
| I | D ₇ | -3.39669623738 | 5.208924693 | 2.3607877802 | 2.36065795025 |
| J | D ₈ | 3.44404659607 E-2 | -0.03710399357 | -0.025351223921 | -2.53497018067 E-2 |
| K | D ₉ | -8.689562601 E-5 | 3.449133139 E-5 | 6.742814037 E-5 | 6.742425565 E-5 |
| L | D ₁₀ | 1.95534223463 E-2 | -0.100757956993 | -0.018681897175 | -1.86809850532 E-2 |
| M | D ₁₁ | -1.9701739762 E-4 | 8.972049521 E-4 | 2.0039556439 E-4 | 2.0038575626 E-4 |
| N | D ₁₂ | 4.9425275 E-7 | -1.82059064 E-6 | -5.3274928 E-7 | -5.3272199 E-7 |

TABLA 7.2.5 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA RESPESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON FLOMO. CONCENTRACION M=2

| VARIABLE DEPENDIENTE | | | | | |
|-----------------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------------|--------------------------------|--|
| | TIEMPO DE CONFRACTACION | TOQUE DE CONFRACTACION | TEMPERATURA DE CONFRACTACION | ΔT DE CONFRACTACION | |
| DESVIACION ESTADICAR | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 | |
| C ₁ | -1.791949578 | 91068.509191 | -1631.492458 | -1453.07864635 | |
| D ₂ | 0.04057531946 | -962.48222166 | 18.21900156 | 15.3198597299 | |
| D ₃ | -1.4018576319 E-4 | 2.57895960135 | -0.046127354298 | -0.041129565223 | |
| D ₄ | 1.4541134732 | -3657.1186854 | 128.91660077 | 128.923819874 | |
| D ₅ | -0.015262655577 | 40.074835169 | -1.35572841796 | -1.35581352082 | |
| D ₆ | 3.975871519 E-5 | -0.109586435438 | 3.5528710818 E-3 | 3.55408605544 E-3 | |
| D ₇ | -0.058506425756 | 111.993648482 | -2.6662197699 | -2.66639372638 | |
| D ₈ | 5.8932260337 E-4 | -1.20666909856 | 0.028035193135 | 0.028037225255 | |
| D ₉ | -1.47464175 E-6 | 3.2460599373 E-3 | -7.343884859 E-5 | -7.344407352 E-5 | |
| D ₁₀ | 5.9286418168 E-4 | -0.9832662284 | 0.015731998661 | 1.59332197052 E-2 | |
| D ₁₁ | -5.92777605 E-6 | 1.05603434587 E-2 | -1.6761073049 E-4 | -1.6762381668 E-4 | |
| D ₁₂ | 1.475015 E-8 | -2.796189678 E-5 | 4.387954 E-7 | 4.3883131 E-7 | |

TABLA 7.2.6 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON FLOMO. CONCENTRACION M-2

| | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------|----------------------|-------------------|-----------------------|----------------------|
| | TIEMPO DE FUSION | TORQUE DE FUSION | TEMPERATURA DE FUSION | ΔT DE FUSION |
| DESVIACION ESTANDAR | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D1 | -867,109925125 | -88708,215759 | -761,464966 | -761,52915754 |
| D2 | 9,68326201135 | 919,0988121 | 8,909705487 | 7,906395265 |
| D3 | -2,65622103225 E-2 | -2,34621496414 | -0,00340794545 | -2,04054425311 E-2 |
| D4 | 59,8116018965 | 5007,0771075 | 3,75577378 | 3,360936258 |
| D5 | -0,64489321938 | -51,673602059 | 0,0197700944 | 0,01979631213 |
| D6 | 1,71126532925 E-3 | 0,13275574844 | -1,776584922 E-4 | -1,9750082666 E-4 |
| D7 | -0,96955026428 | -99,227021802 | 0,2146722912 | 0,21454246126 |
| D8 | 1,03919318859 E-2 | 1,93703248255 | -0,602519177148 | -0,5176559329 E-2 |
| D9 | -1,752908638 E-5 | -2,7097025324 E-2 | 1,274952785 E-5 | 1,274564211 E-5 |
| D10 | 4,58291644125 E-3 | 0,62122149722 | -0,603409340541 | -3,4084234188 E-3 |
| D11 | -4,95436956 E-5 | -0,06685078176 | 4,501621298 E-5 | 4,50065495 E-5 |
| D12 | 1,317489 E-7 | 1,748194666 E-5 | -1,4414125 E-7 | -1,4411407 E-7 |

TABLA 7.2.7 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON FLOMO, CONCENTRACION N=2

| | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| | TIEMPO DE DESFADACION INICIAL | TORQUE DE DEGRADACION INICIAL | TEMPERATURA DE DEGRADACION INICIAL | ΔT DE DEGRADACION INICIAL |
| DESVIACION ESTADISTICA | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | -867.56169125 | -86357.7020903 | -398.852043 | -560.136909728 |
| D ₂ | 11.9965803144 | 500.212044943 | 5.240871488 | 6.0385472004 |
| D ₃ | -0.074945286543 | -1.3101312328 | -0.011986235361 | -1.60800753672 E-2 |
| D ₄ | 109.526606568 | 2562.37208175 | 28.97896789 | 53.18184877 |
| D ₅ | -1.20164898994 | -25.706636029 | -0.2879432222 | -0.55771690463 |
| D ₆ | 3.22878077026 E-3 | 0.064629501207 | 0.000704986171 | 1.45438127656 E-3 |
| D ₇ | -2.5269373007 | -58.981472905 | -0.9234162278 | -1.82012661766 |
| D ₈ | 2.70707874958 E-2 | 0.59183113597 | 0.00942076158 | 1.94255252545 E-2 |
| D ₉ | -7.143811842 E-5 | -1.48409662122 E-3 | -2.341990231 E-5 | -5.118378064 E-5 |
| D ₁₀ | 0.015640964827 | 0.39226966494 | 0.005601647303 | 1.45706842255 E-2 |
| D ₁₁ | -1.6611553112 E-4 | -3.9396164653 E-3 | -5.516488465 E-5 | -1.5515120479 E-4 |
| D ₁₂ | 4.3540997 E-7 | 9.87946471 E-6 | 1.300924 E-7 | 4.0776306 E-7 |

TABLA 7.2.8 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON ESTANO, CONCENTRACION 0-3

| | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| | TIEMPO DE CONFACTACION | TORQUE DE CONFACTACION | TEMPERATURA DE CONFACTACION | ΔT DE CONFACTACION |
| DESVIACION ESTADISTICA | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | 166.856911894 | 40025.576867 | -856.6767431 | -1110.49868267 |
| D ₂ | -1.0695531728 | -483.79965922 | 9.688986331 | 11.120796691 |
| D ₃ | 2.68138981215 E-3 | 1.45662691127 | -0.023002629762 | -0.029877622623 |
| D ₄ | 2.6172246574 | -2812.7678545 | 133.531416165 | 192.078162799 |
| D ₅ | -0.025720077439 | 37.250608925 | -1.3615731732 | -1.94849591956 |
| D ₆ | 6.221618933 E-5 | -0.115164600574 | 3.4602602303 E-3 | 4.9275097106 E-3 |
| D ₇ | -0.08365375668 | 96.449747205 | -7.2095411236 | -4.6522058468 |
| D ₈ | 8.2266191725 E-4 | -1.18292226945 | 0.032889204657 | 4.92667142515 E-2 |
| D ₉ | -2.02652822 E-6 | 3.47162958919 E-3 | -8.785875397 E-5 | -1.2505127193 E-4 |
| D ₁₀ | 5.675748585 E-4 | -0.8126731435 | 0.020663157479 | 3.19540572647 E-2 |
| D ₁₁ | -5.5270241 E-6 | 0.009574684265 | -2.1247968462 E-4 | -3.256165345 E-4 |
| D ₁₂ | 1.2575767 E-8 | -2.734840836 E-5 | 5.4298266 E-7 | 8.2582414 E-7 |

TABLA 7.2.9 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON ESTANO. CONCENTRACION M-3

| | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------|----------------------|-------------------|-----------------------|----------------------|
| | TIEMPO DE FUSION | TORQUE DE FUSION | TEMPERATURA DE FUSION | ΔT DE FUSION |
| DESVIACION ESTANDAR | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| C_1 | 1270.35205317 | -91651.86187 | -13.0979431 | -13.162952676 |
| C_2 | -11.8487979826 | 926.81252671 | 0.822420422 | -0.17693554502 |
| C_3 | 2.76989030073 E-2 | -2.31174786629 | 1.177783995 E-3 | 1.176139986 E-3 |
| C_4 | -12.1967056295 | 6162.998367 | -54.70520912 | -54.700046538 |
| C_5 | 0.07466106181 | -61.628010133 | 0.6484948763 | 0.64843159392 |
| C_6 | -8.209927211 E-5 | 0.15442234659 | -1.8771702221 E-3 | -1.87701255658 E-3 |
| C_7 | -0.3834021158 | -117.577021642 | 1.7055163954 | 1.70538656548 |
| C_8 | 4.72465247183 E-3 | 1.18171594968 | -0.019443087548 | -19.441565432 E-3 |
| C_9 | -1.381285095 E-5 | -2.9683371364 E-3 | 5.476968456 E-5 | 5.476579983 E-5 |
| C_{10} | 4.11057836315 E-3 | 0.67530546768 | -12.221003871 E-3 | -12.220091749 E-3 |
| C_{11} | -4.641542043 E-5 | -6.809704633 E-3 | 1.3779290217 E-4 | 1.3778409903 E-4 |
| C_{12} | 1.2767384 E-7 | 1.7136099469 E-5 | -3.8527765 E-7 | -3.8525037 E-7 |

TABLA 7.2.10 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADA CON ESTANO, CONCENTRACION N=3

| VARIABLE DEPENDIENTE | | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| | TIEMPO DE DEGRADACION INICIAL | TORQUE DE DEGRADACION INICIAL | TEMPERATURA DE DEGRADACION INICIAL | ΔT DE DEGRADACION INICIAL |
| DESVIACION ESTADISTICA | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | -2328.2762697 | -76240.372129 | 24.5110746 | -90.03652811 |
| D ₂ | 24.6475194687 | 791.90341982 | 0.658457342 | 0.9049257756 |
| D ₃ | -6.40296621736 E-2 | -2.02266591927 | 80.8607662 E-5 | -2.2122397427 E-3 |
| D ₄ | 144.119126189 | 4141.62949795 | -21.09227217 | -12.464116699 |
| D ₅ | -1.47923096569 | -41.5494251792 | 0.2099326694 | 0.13258266703 |
| D ₆ | 3.7622591654 E-3 | 0.104263345757 | -8.131257732 E-4 | -3.447965677 E-4 |
| D ₇ | -3.02167114827 | -91.86595675 | 0.5326666692 | -0.15970626077 |
| D ₈ | 3.06964677551 E-2 | 0.93290876772 | -49.2529515 E-4 | 20.055764601 E-4 |
| D ₉ | -7.839328972 E-5 | -2.262740456 E-3 | 1.131009957 E-5 | -6.94174119 E-6 |
| D ₁₀ | 1.93859181593 E-2 | 0.61256167105 | -32.4328892 E-4 | 3.6816222292 E-3 |
| D ₁₁ | 1.9817458566 E-4 | -6.2715962058 E-3 | 2.803251726 E-5 | -4.128909088 E-5 |
| D ₁₂ | 5.0296317 E-7 | 1.597440662 E-5 | -5.896985 E-8 | 1.14528371 E-7 |

TABLA 7.2.11 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N

PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADO CON ESTANOL. CONCENTRACION M-4

VARIABLE DEPENDIENTE

| | TIEMPO DE COMPACTACION | TORQUE DE COMPACTACION | TEMPERATURA DE COMPACTACION | ΔT DE COMPACTACION |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| DESVIACION ESTANDAR | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | 167,553192894 | -79854,777961 | 1052,3571825 | 1108,63841482 |
| D ₂ | -1,67449049928 | 916,27254021 | -10,053497508 | -11,7282776565 |
| C D E F D ₃ | 4,18615950115 E-3 | -2,55686925196 | 0,027926923542 | 0,029863894893 |
| D ₄ | -4,9410470026 | 8333,9874945 | -49,6787463 | -35,006236935 |
| C D E F D ₅ | 0,049531531261 | -93,641670174 | 0,56172045324 | 0,41461799143 |
| E R D ₆ | 1,2382205787 E-4 | 0,260166733744 | -1,5603861279 E-3 | -1,1926371863 E-3 |
| E R D ₇ | 0,07469770862 | -192,194914263 | 0,8957444711 | 0,64910964686 |
| S E D ₈ | -7,4878373575 E-4 | 2,12970983381 | -0,010165563203 | -7,6928677678 E-3 |
| S D ₉ | 1,87180045 E-5 | -5,906729458 E-3 | 2,82389566 E-5 | 2,205728685 E-5 |
| D N E D ₁₀ | -4,148850495 E-4 | 1,2381699849 | -47,14052138 E-4 | -4,5752368658 E-3 |
| D ₁₁ | 4,15882341 E-6 | -1,39820313264 E-2 | 5,368925496 E-5 | 5,229734564 E-5 |
| D ₁₂ | -1,039604 E-8 | 3,879122296 E-5 | -1,4914686 E-7 | -1,4566525 E-7 |

TABLA 7.2.12 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADA CON ESTANO. CONCENTRACION N=4

| | | VARIABLE DEPENDIENTE | | | |
|-----------------------------|-----|----------------------|-----------------|-----------------------|----------------|
| | | TIEMPO DE FUSION | TOQUE DE FUSION | TEMPERATURA DE FUSION | ΔT DE FUSION |
| DESVIACION ESTANDAR | | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | | 1145.07829552 | -4665.169524 | -858.4344782 | -858.49944096 |
| D ₂ | | -10.5920629125 | 1011.29824676 | 9.933516763 | 8.9341607969 |
| D ₃ | E-2 | 2.45825703286 | -2.6289169188 | -0.02149122795 | -2.31597708614 |
| D ₄ | | -33.623796284 | 7854.3765467 | 22.86526298 | 22.676525461 |
| D ₅ | | 0.29360376241 | -81.712149466 | -0.1968216677 | -0.1988645455 |
| D ₆ | E-4 | -6.4151525088 | 0.21296254292 | 3.727034018 | 3.729310673 |
| D ₇ | | 0.38298979764 | -176.822859647 | 0.1156796199 | 0.11554979994 |
| D ₈ | E-3 | -3.0621532527 | 1.84507986967 | -20.4973242 | -2.0482602045 |
| D ₉ | E-6 | 5.98792195 | -4.81194440175 | 7.62172218 | 7.61752845 |
| D ₁₀ | E-3 | -1.5312856711 | 1.13224655834 | -23.50696714 | -2.3491945917 |
| D ₁₁ | E-5 | 1.684781979 | -1.18262419598 | 2.914670249 | 2.913089435 |
| D ₁₂ | E-8 | -1.740684 | 3.084207411 | -8.885738 | -8.88301 |

TABLA 7.2.13 RESUMEN DE DATOS OBTENIDOS DE LA REGRESION MULTIDIMENSIONAL NO LINEAL DE GRADO N
 PARA LA FUSION DINAMICA DE PVC ESTABILIZADA CON ESTEARO. CONCENTRACION N=4

| VARIABLE DEPENDIENTE | | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| | TIEMPO DE DEGRADACION INICIAL | TORQUE DE DEGRADACION INICIAL | TEMPERATURA DE DEGRADACION INICIAL | ΔT DE DEGRADACION INICIAL |
| DESVIACION ESTANDAR | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| VALOR DE LA DIMENSION 1, M1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VALOR DE LA DIMENSION 2, M2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| D ₁ | -1388,38860262 | -27126,132178 | 1225,0379148 | 1224,97295289 |
| D ₂ | 14,88229294007 | 303,095578375 | -11,614145831 | -12,6135017984 |
| D ₃ | -3,89916005297 E-2 | -0,80186905102 | 0,32324992218 | 3,23233442125 E-2 |
| D ₄ | 60,713655175 | 1384,0913154 | -69,99859301 | -69,993430541 |
| D ₅ | -0,628009423366 | -17,039264517 | 0,7694836232 | 0,76942034085 |
| D ₆ | 1,60445015516 E-3 | 0,045292839664 | -20,78867118 E-4 | -2,07870945246 E-3 |
| D ₇ | -0,95097893879 | -40,433829511 | 2,2563044222 | 2,25617459224 |
| D ₈ | 9,6489461469 E-3 | 0,4493540262 | -0,02434056363 | -2,43390435142 E-2 |
| D ₉ | -2,420813796 E-5 | -1,22240756897 E-3 | 6,506091831 E-5 | 6,505703359 E-5 |
| D ₁₀ | 4,8845287633 E-3 | 0,28325038595 | -0,019070765545 | -1,90698534233 E-2 |
| D ₁₁ | -4,888662422 E-5 | -3,1933410961 E-3 | 2,0494395822 E-4 | 2,0495415009 E-4 |
| D ₁₂ | 1,2092533 E-7 | 8,77331139 E-6 | -5,4659888 E-7 | -5,4657159 E-7 |

Es evidente que para todos los casos analizados en esta corrida de ensayos experimentales, según los valores estadísticos de la desviación estandar, universalmente el valor de la dimensión 1 es 2 y el valor de la dimensión 2 es 3, por lo que la ecuación que describe el comportamiento de los datos experimentales para cada una de las variables analizadas es la misma, siendo el valor de los coeficientes de regresión, para cada caso, los tabulados anteriormente.

Se hace especial énfasis que para obtener los valores experimentales con la ecuación descrita anteriormente, es necesario que los coeficientes de regresión tomen la mayor cantidad de dígitos, según lo descrito en las tablas 7.2.2 a 7.2.13, porque de lo contrario el valor de los residuos entre los datos experimentales y los obtenidos por la ecuación aumentan gradualmente.

CAPITULO VIII

CONCLUSIONES

1. Haciendo un análisis estadístico de cada uno de los diseños de experimentos más importantes, los cuales se detallaron y estudiaron en este trabajo, se determinó, con fundamento en sus características particulares, que el diseño experimental por el cual el paquete de datos, dados al autor, de la fusión dinámica de PVC para varios compuestos estabilizados con plomo y estaño bajo las condiciones particulares de estos ensayos, deben ser analizados unívocamente por el diseño FACTORIAL.

2. Una ecuación lineal para describir el comportamiento de los datos experimentales para las distintas variables dependientes analizadas no es aceptable ya que la variación, en función de residuos, es bastante grande entre los valores reales y los valores obtenidos.

3. Con bases firmes, se argumenta que la variable con más peso en el proceso de esta corrida de experimentos, bajo estas condiciones, es el parámetro independiente temperatura de operación, siguiéndole en orden de importancia el parámetro independiente velocidad de giro de la mezcladora.

Un caso especial resulta ser la concentración del estabilizador ya que se detectó, estadísticamente, que la concentración de los estabilizadores de plomo y estaño a estas concentraciones tienen una influencia nula sobre las variables dependientes analizadas.

4. Universalmente, la ecuación que describe el comportamiento de los datos experimentales para todas las variables dependientes analizadas es de la forma $Y = D_1 + D_2X_1 + D_3X_1^2 + D_4X_2 + D_5X_1X_2 + D_6X_1^2X_2 + D_7X_2^2 + D_8X_1X_2^2 + D_9X_1^2X_2^2 + D_{10}X_2^3 + D_{11}X_1X_2^3 + D_{12}X_1^2X_2^3$.

BIBLIOGRAFIA

1. Lermgruber, R.A. Sobre la toxicidad de los materiales plásticos. Plásticos Universales 3, p.117 (1980)
2. SFP. Dirección General de Estadística. Investigación directa.
3. Uribe, V.M. e Ives P.M., Los Polímeros, Síntesis y Caracterización. I.F.N. (1980)
4. Canseco Martínez Miguel Angel. Caracterización de resinas de policloruro de vinilo (PVC) por Cromatografía de Permeación en Gel (GPC) para fabricar películas plásticas. Tesis (Lic), Facultad de Química, UNAM (1983)
5. Delgadoillo García, B.A., Normalización de la resina de PVC y determinación de la influencia de algunas variantes de operación en un proceso de manufactura. Tesis (Lic.) Facultad de Química, UNAM (1979)
6. Nass, L.I. Encyclopedia of PVC. Tomo I, pp.75-91. M. Dekker, Inc. USA (1979)
7. Terán, Z.J. Curso de Plásticos y Silicones II. Facultad de Química, UNAM, pp.45-50 (1979)
8. Ibid. 7, p.51-62
9. Riegel's, Handbook of Industrial Chemistry
10. Materials and Technology. Vol. VI
11. Brydson, Plastics Materials.
12. Tager Physical Chemistry of Polymers
13. CONSIDINE, Chemical and Process Technology Enciclopedia
14. Ibid, 5

15. Bernard Ostle, Estadística Aplicada, p.275-445
16. Kempthorne, D., The Design and Analysis of Experiments, John Wiley and Sons, Inc., New York (1952) pp.10
17. Rickmers, Introducción a la Estadística. pp.324-342 y 345-355
18. Albert Romano, Applied Statistics, p. 25-30
19. Octavio A. Rascón Chávez. Diseño Estadístico de Experimentos. División de Educación Continua. Facultad de Ingeniería, UNAM
20. Bauer, E.L. Manual de Estadística para Químicos, p.46-58
21. C. Rangel-Nafaile, A. García-León, A. García-Rejón "Resident time effect during extrusion of a Rigid PVC Formulation" J. Vinyl of Tech., Vol. 6, pp.63-72
22. Arturo E. Villanueva y Luis F. Magaña. Correlaciones y Regresiones. Informes del Instituto de Investigaciones en Materiales.
23. F.R. Ruckdeschel, Basic Scientific Subroutines, Vol. II, Mc. Graw Hill, p. 44-56

APENDICE A

Subrutina CORRE

Esta subrutina calcula promedios, desviaciones estandar, sumas de productos cruzados de desviaciones de promedios y coeficientes de correlación producto-momento para datos de entrada X_{ij} , donde $i=1, 2, \dots, n$ significa número de observaciones y $j=1, 2, \dots, m$ significa número de variables.

Las siguientes ecuaciones se utilizan para calcular estos parámetros estadísticos.

Suma de Producto-Cruzados de Desviaciones:

$$S_{jk} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - T_j) (X_{ik} - T_k) - \sum_{i=1}^n (X_{ij} - T_j) \sum_{i=1}^n (X_{ik} - T_k)$$

donde $j=1, 2, \dots, m$

$k=1, 2, \dots, m$

$$T_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n}$$

Promedios Parciales

Promedios:

$$X_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n}$$

donde $j = 1, 2, \dots, m$

Coefficientes de Correlación:

$$r_{jk} = \frac{S_{jk}}{\sqrt{S_{jj}} \sqrt{S_{kk}}}$$

donde $j = 1, 2, \dots, m$

$k = 1, 2, \dots, m$

Desviaciones Estandar:

$$S_j = \frac{\sqrt{S_{jj}}}{\sqrt{n-1}}$$

donde $j = 1, 2, \dots, m$

Subrutina MULTR

Esta subrutina realiza un análisis de regresión múltiple para una variable dependiente y un conjunto de variables independientes.

Los pesos Beta se calculan utilizando la siguiente ecuación:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^k r_{ij} \cdot r_{ij}^{-1}$$

donde r_{ij} es la intercorrelación de la i -ésima variable independiente con respecto a la variable dependiente.

r_{ij}^{-1} es el inverso de la intercorrelación r_{ij} .

r_{ij} y r_{ij}^{-1} son datos de entrada para esta subrutina.

Los coeficientes de regresión se evalúan de la siguiente forma:

$$b_i = \beta_i \cdot \frac{s_y}{s_j}$$

donde s_y es la desviación estandar de la variable dependiente.

s_j es la desviación estandar de la j -ésima variable independiente.

$j = 1, 2, \dots, k$

s_y y s_j son datos de entrada para esta subrutina.

La ordenada en el origen se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$b_0 = \bar{Y} - \sum_{j=1}^k b_j \cdot \bar{X}_j$$

donde \bar{Y} es el promedio de la variable dependiente

\bar{X}_j es el promedio de la j -ésima variable independiente.

\bar{Y} y \bar{X}_j son datos de entrada para esta subrutina.

El coeficiente de determinación se evalúa por medio de la siguiente ecuación:

$$R^2 = \sum_{i=1}^k \beta_i r_{iy}$$

El coeficiente de correlación se obtiene, sacando la raíz cuadrada de R^2 .

$$R = \sqrt{R^2}$$

La suma de cuadrados atribuible a la regresión se calcula con:

$$SSAR = R^2 \cdot D_{yy}$$

donde D_{yy} es la suma de cuadrados de desviaciones promedios para la variable dependiente. D_{yy} es dato de entrada para esta subrutina.

La suma de cuadrados de desviaciones para la regresión se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$SSDR = D_{yy} - SSAR$$

El valor F para el análisis de variancia se calcula como se muestra a continuación:

$$F = \frac{SSAR/k}{SSDR/(n-k-1)} = \frac{SSAR(n-k-1)}{SSDR(k)}$$

La variancia y el error estandar estimado quedan dados por:

$$S^2_{y.12..k} = \frac{SSDR}{n-k-1}$$

donde n es el número de observaciones

$$S_{y.12..k} = \sqrt{S^2_{y.12..k}}$$

Las desviaciones estandar de los coeficientes de regresión son:

$$S_{b_j} = \sqrt{\frac{r_{jj}^{-1}}{D_{jj}} \cdot S_{y.12..k}}$$

donde D_{jj} es la suma de cuadrados de desviaciones de promedios para la j-ésima variable independiente. D_{jj} es dato de entrada para esta subrutina, también $j=1, 2, \dots, k$; y k es el número de variables independientes.

Finalmente, el valor t computado es:

$$t_j = \frac{b_j}{S_{b_j}}$$

donde $j = 1, 2, \dots, k$

k es el número de variables independientes.

Subrutina SIPRG

Esta subrutina realiza un análisis de regresión múltiple por etapa deseada para una variable dependiente y un conjunto de variables independientes. En cada paso de la regresión $i = 1, 2, \dots, q$, donde q es el número de variables independientes, se utiliza el método abreviado de Doolittle para calcular los parámetros estadísticos que se mencionan posteriormente.

El criterio que se utiliza en cada paso para seleccionar la inclusión de una variable independiente en la regresión es la siguiente:

Primero, en la reducción de la suma de cuadrados, C_j , para cada variable, dada por:

$$C_j = \frac{a_{jy}^2}{a_{jj}}$$

donde a_{jj} es un elemento en la matriz de sumas de productos cruzados de desviaciones (que es modificado en los diferentes pasos sucesivos) y $j=1, 2, \dots, q$ son los índices de las variables independientes (j no se refiere a las variables suprimidas ni a las variables incluidas antes del i -ésimo paso). y es la variable dependiente.

Segundo, encontrando el máximo, con respecto de J , de C . Si definimos $S_i = C_j$ para indicar la suma de cuadrados que es reducida en el i -ésimo paso, la fracción que S_i es del total se obtiene de la siguiente forma:

$$P = \frac{S_i}{D}$$

donde $D = \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2$.

y n = Número de observaciones

Si "p" es menor que la constante especificada por el usuario para limitar la magnitud de las variables independientes, el análisis termina sin incluir la última variable seleccionada. De otra forma, se realizan las operaciones siguientes:

Se halla la suma acumulativa de cuadrados reducidos:

$$S_{cum} = S_{cum} + S_i,$$

la proporción acumulativa reducida:

$$P_{cum} = P_{cum} + p,$$

el coeficiente de correlación múltiple:

$$R = \sqrt{P_{cum}},$$

y el coeficiente de correlación múltiple ajustado para los grados de libertad:

$$R_c = \sqrt{1 - (1 - R^2)(n-1)/(n-k)}$$

donde existen k variables independientes en la regresión.

El valor F para análisis de variancia:

$$F = \frac{S_{cum}/k}{(D - S_{cum})/(n-k-1)}$$

El error estandar estimado:

$$S_{y.12\dots i} = \sqrt{\frac{D - S_{cum}}{n-k-1}}$$

Y el error estandar ajustado estimado:

$$S_c = S \sqrt{(n-1)/(n-k)}$$

Por otra parte, tambien se calcula:

$$a_{jj} = a_{jj} + \frac{\hat{a}_{ij}^2}{\hat{a}_{ii}}$$

donde

i = indice de la variable incluida en el iésimo paso.

j = v₁, v₂, ..., v_{i-1} son los indices de las variables incluidas en la regresión antes del i-ésimo paso, y

$g_k = \frac{\Delta_{k1}}{\Delta_{11}}$ donde $k = 1, 2, \dots, m$ son variables que incluyen "y"
 (k no se refiere a las variables suprimidas ni a la
 variable incluida en el i-ésimo paso)

Los coeficientes de regresión se evalúan como se muestra a
 continuación:

$$b_1 = g_{1y}$$

$$b_{j-1} = g_{(j-1)y} - b_1 g_{(j-1)1}$$

$$b_{i-2} = g_{(i-2)y} - b_1 g_{(i-2)1} - b_{i-1} g_{(i-2)(i-1)}, \text{ etc...}$$

Y el valor de la ordenada en el origen queda dado por:

$$b_0 = y - \sum_{j=1}^k b_j \bar{X}_j$$

donde k = Numero de variables independientes en la regresión.

Los errores estandar de los coeficientes de regresión son:

$$s_{b_j} = \sqrt{\frac{1}{n-1}} s_{y.z \dots i}$$

donde $j = v_1, v_2, \dots, v_i$ son variables en la regresión.

Los valores-t quedan como:

$$t_j = \frac{b_j}{sb_j}$$

Luego, se realiza la reducción para eliminar la variable incluida en el i ésimo paso:

$$a_{jk} = a_{jk} - a_{ji} g_{ik}$$

donde

i = variable incluida en el i ésimo paso.

$j = 1, 2, \dots, m$ (j no se refiere a las variables suprimidas ni a las variables en la regresión)

$k = 1, 2, \dots, m$ (k no se refiere a las variables suprimidas ni a la variable incluida en el i ésimo paso)

$$a_{ji} = \frac{a_{ji}}{-a_{ii}}$$

$$a_{ii} = \frac{1}{a_{ii}}$$

APENDICE B

CALCULOS PORMENORIZADOS DE LA REGRESION MULTIPLE POR ETAPA DESEADA PARA TIEMPOS DE COMPACTACION CON ESTABILIZADOR PLOMO

NUMERO DE OBSERVACIONES 74

NUMERO DE VARIABLES 4

NUMERO DE SELECCIONES 4

CONSTANTE PARA LIMITAR VARIABLES 0.00000

| NO. VARIABLE | MEGTA | DESVIACION STANDARD |
|-----------------|----------|------------------------|
| 1 | 150.0155 | 16.67115 |
| 2 | 47.00000 | 36.00000 |
| 3 | 4.00000 | 0.00000 |
| 4 | 0.00000 | 0.00000 |

MATRIZ DE CORRELACION

| | | | |
|----------------------|----------|----------|----------|
| REGLON 1 1.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -0.73279 |
| REGLON 2 0.00000 | 1.00000 | -0.00000 | -0.00444 |
| REGLON 3 0.00000 | 0.00000 | 1.00000 | 0.14391 |
| REGLON 4 -0.73279 | -0.00444 | 0.14391 | 1.00000 |

SELECCION

VARIABLES DEPENDIENTES
NUMERO DE VARIABLES DEPENDIENTES

PASO 1

VARIABLES INCLUIDAS

SUMA DE CUADRADOS RESIDUALES DEL PASO..... 0.577

PROPORCION REDUCIDA DEL PASO..... 0.172

SUMA ACUMULATIVA DE CUADRADOS RESIDUALES..... 1.551

PROPORCION ACUMULATIVA REDUCIDA..... 0.172 DE 0.172

PARA 1 VARIABLES INCLUIDAS

COEFICIENTE DE CORRELACION MULTIPLE.. 0.100
(AJUSTADO PARA 1 PASO)..... 0.100

VALOR-F PARA ANALISIS DE VARIANZA..... 0.000

ERROR STANDARD DEL ESTIMADO..... 0.424

(AJUSTADO PARA G.L.)..... 0.424

| NUMERO | COEFICIENTE | ERRORES DE | VALOR-T |
|--------------|--------------|------------|-----------|
| VARIABLE | DE REGRESION | ESTIMACION | COMPUTADO |
| 1 | -0.0147 | 0.0349 | -0.424 |
| INTERSECCION | 0.424 | | |

PAGE 7

VARIABLE INCLUIDA..... 7

| | | |
|---|-------|--------|
| SUMA DE CUADRADOS 7 DUNCIONES DE ESTE PAGO..... | 0.214 | |
| PROPORCION REDUCIDA EN ESTE PAGO..... | 0.007 | |
| SUMA ACUMULATIVA DE CUADRADOS REDUCIDOS..... | 0.007 | 11.004 |
| PROPORCION ACUMULATIVA REDUCIDA..... | 0.007 | |

PARA 2 VARIABLES INCLUIDAS

| | |
|---|-------|
| COEFICIENTE DE DIFERENCIACION MULTIPLE.. | 1.077 |
| VALORES PARA LA DIFERENCIA ENTRE ESTADOS..... | 1.077 |
| ERRORES ESTANDARES DE ESTIMACION..... | 1.077 |
| VALORES PARA LA DIFERENCIA ENTRE ESTADOS..... | 1.077 |

| VARIABLE | COEFICIENTE | ERRORES ESTANDARES | VALORES PARA LA DIFERENCIA ENTRE ESTADOS |
|--------------|-------------|--------------------|--|
| INTERSECCION | 1.077 | 1.077 | 1.077 |

PAGE -

VARIABLE : CUENTA.....

| | | |
|---|-------|--------|
| SUMA DE CUADRADOS AJUSTADOS DE ESTE PASO..... | 1.000 | |
| PROPORCIÓN REDUCIDA EN ESTE PASO..... | 0.000 | |
| SUMA ACUMULATIVA DE LOS RESULTADOS..... | 1.000 | |
| PROPORCIÓN ACUMULATIVA DE ESTE PASO..... | 0.000 | 10.000 |

PAGE : VARIABLE LICUENAS

| | |
|----------------------------|-------|
| CONTADOR DE COMPLETOS..... | 1.000 |
| VALOR DE LA VARIABLE..... | 0.000 |
| ERRORES DE ESTE PASO..... | 0.000 |
| VALOR DE LA VARIABLE..... | 0.000 |

| VARIABLE | CORRELACION | VALOR DE LA VARIABLE | VALOR DE LA CORRELACION |
|----------|-------------|----------------------|-------------------------|
| 1 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 6 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 10 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

SELECCION..... 1

TABLA DE RESIDUOS

| CASO NO. | VALOR Y | Y ESTIMADA | RESIDUO |
|----------|---------|------------|---------|
| 1 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 4 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 5 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 6 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 7 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 8 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 9 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 10 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 11 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 12 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 13 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 14 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 15 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 16 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 17 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 18 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 19 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 20 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 21 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 22 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 23 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 24 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 25 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 26 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 27 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 28 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 29 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 30 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 31 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 32 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 33 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 34 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 35 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 36 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 37 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 38 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 39 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 40 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 41 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 42 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 43 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 44 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 45 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 46 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 47 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 48 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 49 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 50 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 51 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 52 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 53 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 54 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 55 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 56 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 57 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 58 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 59 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 60 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 61 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 62 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 63 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 64 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 65 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 66 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 67 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 68 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 69 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 70 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 71 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 72 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 73 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 74 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 75 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 76 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 77 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 78 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 79 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 80 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 81 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 82 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 83 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 84 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 85 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 86 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 87 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 88 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 89 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 90 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 91 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 92 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 93 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 94 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 95 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 96 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 97 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 98 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 99 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 100 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |