



VISION DE ESTUDIOS SUPERIORES UNA M

# DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES PRODUCIDOS EN UN SUBSUELO ARCILLOSO POR CARGAS SUPERFICIALES Y POR HINCA DE PILOTES

Gabriel Auvinet Guichard

Piga\_

México , D. F. 1968

F

OPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO, S.A

DIVISIONES DE

333

DES



# DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES PRODUCIDOS EN UN SUBSUELO ARCILLOSO POR CARGAS SUPERFICIALES Y POR HINCA DE PILOTES



Que para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERIA (Mec. de suelos) present GABRIEL AUVINET GUICHA RD

México, D. F. 1968

COPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO, S.A.



T. UNAM 1968 AUV 8,2

<u>l</u> .	INTRODUCCION			•	1
2.	OBSERVACIONES DL	RANTE LA CONSTRUCCIO	N DEL PALACIO DE	E LOS DEPORTES	2
з.	ANALISIS DE LOS	RESULTADOS OBTENIDOS	• • •		6
4.	CONCLUSIONES		•		13
5.	RECONOCIMIENTOS				13
	REFERENCIAS		•	:	
	TABLAS				
	FIGURAS				
	ANEXO				

BIBLIOTEGA DE	LAS	DIV	SION	IES	DE			
			53	UD	0			
SUPERIORINGE	UA ME		ULT/ 1 A	àD I	DE   1			

bj

1

OPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXIC



#### 1. INTRODUCCION

El estudio de las deformaciones verticales del suelo causa das por las construcciones es uno de los temas principales de la mecánica de suelos. Por el contrario, rara vez se estudian y observan las deformaciones horizontales que acompañan las anteriores. Generalmente, las defor maciones horizontales son despreciables y no comprometen la estabilidad de las construcciones.

Un estudio del fenómeno de deformación horizontal es, sin embargo, necesario. En efecto, en ciertas obras importantes la magnitud de dicho fenómeno deja de ser despreciable. Es importante entonces preveer las interacciones posibles entre obras vecinas. Por otra parte un m<u>e</u> jor conocimiento del proceso de deformación horizontal puede ser de interés para el estudio de la deformación vertical con la que está intimamente ligado.

Recientemente, el desarrollo de aparatos de observación, especialmente del "Inclinómetro" de Wilson, ha dado al estudio de las deformaciones horizontales una base experimental. Son pocos los resultados que se han reunido hasta la fecha. Se presentan y comentan a continuación algunos de estos resultados, los que se obtuvieron durante la cimentación del Palacio de los Deportes, en la ciudad de México. Se presentan asímismo, algunas conclusiones generales en cuanto a los desplazamientos horizontales producidos en un subsuelo arcilloso por cargas superficiales y por hinca de pilotes.

NELA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO, S.

#### 2. OBSERVACIONES DURANTE LA CONSTRUCCION DEL PALACIO DE LOS DEPORTES

2.1 <u>Objeto</u>. Los problemas planteados por el subsuelo de la ciudad de México para el diseño y la construcción del Palacio de los Depo<u>r</u> tes condujeron a la preparación de un amplio programa de observaciones durante y después de la construcción. Tal programa tuvo por objetivos evaluar la idoneidad de las soluciones adoptadas e identificar cualquier condición imprevista. La estratigrafía y las propiedades típicas del subsuelo de la zona se presentan en la fig l. La instrumentación utilizada y las pruebas de campo realizadas en el sitio de la obra se han descrito en la ref l, en la que también se presentó la información obtenida durante la mayor parte de la etapa de construcción.

Entre los instrumentos instalados se incluyeron nueve inclinómetros. Estos aparatos permitieron medir los desplazamientos horizontales sufridos por el subsuelo a diferentes profundidades a causa de la hinca de pilotes y de la remoción y adición de carga superficial.

#### 2.2 Programa y procedimientos de construcción

2.2.1 Hinca de pilotes. Para cimentar la estructura se hinca ron 1,414 pilotes en una corona circular de 80 m de diámetro interior y de 180 m de diámetro exterior. Los dos tipos de pilotes empleados aparecen en 1a fig 2. Son pilotes de concreto con punta tubular metálica, diseñados para limitar los efectos de la fricción negativa. Para los fines del presente estudio todos los pilotes hincados pueden considerarse iguales. El avance de la hinca de pilotes se presenta en la fig 3.

2.2.2 Excavaciones. Para la realización de excavaciones, la superficie a ser ocupada por el Palacio de los Deportes se dividió en dos:

a. Un área central circular subdividida en sectores numerados de 1 a 17

2

臣

b. Un área exterior, correspondiente a la zona piloteada, subdivid<u>i</u> da en 24 sectores designados por letras mayúsculas o minúsculas.

Para evitar expansiones diferenciales importantes se tomó la precaución de no excavar simultáneamente dos sectores vecinos entre sí.

Las profundidades de excavación fueron respectivamente, de 3.25 m y de 1.87 m para el área central y el área exterior. Una planta esquemática de la cimentación y el registro de avance de la excavación se presentan en la fig 4.

2.2.3 Lastres. El área central se encuentra libre de carga estructural. Para reducir las expansiones que se podían esperar se colocó en esta área un lastre de concreto pobre de 80 cm de espesor, inmediatamen te después de la excavación. El avance del lastrado se presenta en la misma fig 4.

Tomando en cuenta esas diversas operaciones pueden esperarse, a priori, tres causas de desplazamientos horizontales durante la construcción de la cimentación:

a. la hinca de pilotes

b. la realización de excavaciones y lastres

c. el proceso de consolidación alrededor de los pilotes, subsecuente a la hinca.

2.3 <u>Instrumentación y observaciones</u>. Las mediciones se hicieron por medio del Inclinómetro de Wilson (ref 3), cuyo uso y calibración se describen en la ref 4. De los nueve inclinómetros instalados, se colocaron ocho hasta una profundidad de 41 m y uno hasta 61 m. La tubería y el equipo de medición que constituyen el inclinómetro se describen en las figs 5 y 6. La localización de aparatos aparece en la fig 7.

3

Hasta la fecha el inclinómetro se ha usado esencialmente en presas. Aparentemente, esta es la primera vez que se realizan mediciones semejantes en una cimentación, lo que agrega interés a los datos obtenidos.

2.4 <u>Información disponible</u>. En la tabla l se presentan las fechas de observación. La información obtenida abarca los desplazamientos debidos al hincado de la mitad de los pilotes y la totalidad del proceso de excavación y lastre. Observaciones posteriores permitirán el análisis de la evolución de los desplazamientos horizontales a largo plazo.

La integración de datos por medio de una computadora electrónica, condujo a la presentación de los desplazamientos en la ref 2, en dos formas:

a. Variaciones del perfil vertical de los inclinómetros. Estas-variaciones respecto a la configuración inicial se proyectaron según dos pl<u>a</u> nos perpendiculares. Las direcciones N-S y E-O de esos planos son convencionales y corresponden a las ranuras verticales de los inclinómetros. Dos ejemplos de gráficas de este tipo se presentan en las figs 8 y 9.

b. Desplazamientos en un plano horizontal, a profundidades represen tativas. En estas gráficas aparece además, el avance del hincado de los pi lotes correspondientes a cada fecha de observación. En las figs 10 y 11 se presentan dos gráficas de este tipo.

En ambos tipos de gráficas aparece una respuesta clara de los aparatos, en el sentido esperado. Puede decirse que todos parecen haber tenido un comportamiento satisfactorio y que los resultados son confi<u>a</u> bles.

En cuanto a la precisión de las mediciones, se sabe que el aparato usado puede detectar una variación de ángulo de 3 minutos. Esto co rresponde a un desplazamiento horizontal aparente en la superficie de 3.2

4

y 4.8 cm para profundidades de 40 y 60 m, respectivamente. En la práctica, las compensaciones de errores mejoran mucho la precisión. En efecto, se ob servó que los desplazamientos de 0.5 cm son sistemáticamente en el sentido esperado y que los desplazamientos medidos pueden reproducirse con diferen cias menores de 0.5 cm (véanse figs 12 y 13). Ambos hechos indican que el error máximo puede estimarse menor de 0.5 cm. Este orden de magnitud queda confirmado por la experiencia descrita en el manual del aparato (ref 5).

Una fuente de errores apreciables fue la siguiente: al usar una tubería de 41 m de longitud, para ocho de los nueve inclinómetros, se tuvo que admitir que a esa profundidad se pueden despreciar los desplazamientos horizontales. Las observaciones en el inclinómetro I-O21, de 61 m de longitud muestran, a 40 m de profundidad, desplazamientos próximos a 2 cm, lo que hace suponer que la hipótesis de desplazamiento nulo en el ex tremo inferior de los inclinómetros de 41 m de longitud introduce un error relativo considerable. En efecto, un desplazamiento de 2 cm no es despreciable si se toma en cuenta que el desplazamiento máximo observado es del orden de 20 cm y que la estación O21 fue poca afectada por la hinca de pilotes, encontrándose a 40 m de los pilotes más próximos.

Aparte de esos errores, las limitaciones más importantes de los datos disponibles son las siguientes:

a. Las necesidades de avance de la obra y la precisión de los apar<u>a</u> tos no permitieron registrar los movimientos horizontales generados por el hincado de un solo pilote, a diferentes distancias como hubiera sido dese<u>a</u> ble hacerlo.

b. Sólo se tiene información en cuanto a los efectos del hincado de grupos de pilotes en áreas cuya forma es complicada. Esto se debe a la pre sencia de varias piloteadoras en la obra.

5

#### 3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

### 3.1 Desplazamientos horizontales debidos a la hinca de pi

lotes

3.1.1 Observaciones. No siempre fue posible definir un per fil de desplazamiento contenido en un plano vertical dado. Sin embargo, en la mayoría de los casos no aparecieron diferencias importantes entre las direcciones de desplazamiento horizontal a distintas profundidades. En las figs 14 a 16 aparecen dos formas típicas de variación con la profundidad del desplazamiento horizontal debido a la hinca de pilotes. Las figs 14a y 15a muestran una distribución de desplazamientos con máximo a 20 m de profundidad aproximadamente. Esta fue la respuesta típica al hincado de pilotes a distancia reducida de la línea vertical de observación. Una variación prácticamente lineal con desplazamiento máximo en la superficie (figs 14b y 15b) fue, en cambio, la respuesta más común al hincado de pilotes a distancias grandes de la línea de observación.

No existe una distancia precisa que pueda considerarse como frontera entre estas dos respuestas. Sin embargo, se puede notar que un perfil con máximo a 20 m de profundidad nunca aparece para grupos que no incluyen pilotes hincados a distancias menores de 15 m. La fig 16 mue<u>s</u> tra que la variación lineal del desplazamiento con máximo en la superficie del terreno es la que se sigue presentando para distancias muy grandes (véase Inclinómetro I-O61, a 130 m aproximadamente del grupo de pilotes que causa el desplazamiento). Aparece claramente que el desplazamiento horizontal producido por la hinca de pilotes dista mucho de ser un fenómeno local.

3.1.2 Interpretación y análisis. Aunque el fenómeno sea complejo parece posible analizarlo admitiendo ciertas hipótesis simplificadoras:

a. Se admite que, por lo menos a cierta profundidad, existe un estado plano de deformación

SUPELIAL

7

1

111

b. Se admite que la arcilla está completamente saturada y que es incomprésible en el instante. Por tanto, un pilote desplaza un volumen de suelo igual a su propio volumen

c. Se desprecia la consolidación a corto plazo alrededor de los pi lotes. Por "corto plazo" se debe entender el tiempo que pasa entre dos me diciones consecutivas de los desplazamientos (varios días)

d. Se admite que el medio es homogéneo.

BIBLIOTECA ET LA DIVISIONES DE

Con estas hipótesis puede analizarse primero el efecto del hincado de un sólo pilote.

Para este análisis, la sección cuadrada del pilote puede sustituirse por una sección circular equivalente, de igual área. El radio correspondiente para los pilotes usados en el Palacio de los Deportes es:

#### r = 22.6 cm

El desplazamiento de un punto A a una distancia R del centro del pilote (fig 17) se obtiene escribiendo la conservación del volumen desplazado

$$\pi R^2 = \pi \left( R + \Delta R \right)^2 - \pi r^2$$

de donde:

$$\Delta R = \sqrt{R^2 + r^2} - R$$

La curva representativa de la ec l aparece en la fig 18.

NACIONA

Si se quiere analizar el efecto de un grupo de pilotes, basta con admitir que existe una superposición de efectos, o sea, que el desplazamiento horizontal debido a varios pilotes puede obtenerse sumando vectorialmente los desplazamientos debidos a cada uno de estos.

En la fig 19 se dan ejemplos de las comparaciones que se hicieron entre desplazamientos calculados según este procedimiento y desplazamientos observados a 20 m de profundidad. Esas comparaciones permiten observar que:

a. La hinca de pilotes produce, a distancias menores de 40 m un es tado de deformación del subsuelo que, a la elevación de la parte media de los pilotes, es aproximadamente plano. En efecto, en este caso, la ec l permite obtener el desplazamiento horizontal a aproximadamente 20 m de profundidad (desplazamiento máximo) con un error inferior a 25 por ciento. A otras profundidades, los desplazamientos observados son menores que los calculados.

b. A mayor distancia (40 a 130 m) los desplazamientos observados son notablemente menores que los teóricos, cualquiera que sea la profund<u>i</u> dad. La interpretación es que al aumentar la distancia, es mayor el volumen de suelo desplazado verticalmente que viene a restarse del volumen t<u>o</u> tal para dar el volumen desplazado radialmente. Es posible derivar de las observaciones una corrección para el desplazamiento calculado en este caso. En efecto, la fig 20 muestra que, a 20 m de profundidad, es lineal la variación de la relación desplazamiento observado/desplazamiento teórico con la distancia al grupo de pilotes. Teniendo en cuenta la variación también lineal de  $\Delta R$  con la profundidad Z y admitiendo que el desplazamiento es nulo a 40 m de profundidad, resulta que el desplazamiento horizontal es, en general:

$$\Delta R = \Delta R_{T} (0.92 - 0.006 R) (2 - \frac{Z}{20})$$

2

¥:

donde:

R = distancia al centro de gravedad geométrico del grupo de pilotes
 (que se supone mayor que 40 m)

9

З

4

5

111

 $\Delta R_T = desplazamiento teórico a 20 m de profundidad, calculado mediante la ec l$ 

Z = profundidad a la que se desea estimar el desplazamiento  $\Delta R$ .

c. También es posible derivar de las observaciones mencionadas una expresión que permita estimar el volumen de suelo desplazado horizontalmente,  $V_h$ , en función del volumen total desplazado, considerado igual al volumen de los pilotes,  $V_t$ , y de la distancia R a la zona piloteada. Tal variación se muestra en la fig 21 y puede expresarse mediante la ecuación:

 $\frac{v_{h}}{v_{t}} = 1.21 - 0.47 \log_{10} R$ 

Si se admite que no existe ninguna variación de volumen del suelo desplazado, el suelo que no se desplaza radialmente debe hacerlo verticalmente. Si se le llama V al volumen desplazado verticalmente, la fórmula anterior puede escribirse:

(R > 20 m)

$$\frac{V_{h}}{V_{v} + V_{h}} = 1.21 - 0.47 \log_{10}^{R}$$
(R>20 m
$$\frac{V_{v}}{V_{t}} = -0.21 + 0.47 \log_{10}^{R}$$

3.2 Desplazamientos horizontales por excavaciones y las-

tres

3.2.1 Observaciones. Los desplazamientos debidos a las ex cavaciones y lastres son de dos tipos:

a. Desplazamientos superficiales que pueden atribuirse a efectos locales de la excavación, como deslizamientos de taludes o golpes producidos por el equipo que se usó para la excavación. Esto afecta sólamente a los primeros metros de la tubería de los inclinómetros.

b. Desplazamientos profundos ocasionados por la deformación elástica resultante de la remoción de carga superficial. Estos desplazamientos alcanzaron valores de importancia. En la fig 22 se ve que en el caso del inclinómetro I-121 esta deformación alcanzó 6.5 cm a 15 m de profundidad.

Una característica de esos desplazamientos es que tienen un máximo en profundidades entre 15 y 20 m. La reducción del desplazamiento horizontal al acercarse de una profundidad de 40 m denota la exi<u>s</u> tencia de capas menos deformables a esta profundidad. Este comportamiento es especialmente notable en el caso del inclinómetro I-151 que prese<u>n</u> ta un perfil de desplazamiento horizontal con discontinuidad a los 34 m (fig 23).

3.2.2 Interpretación y análisis. Los desplazamientos superficiales mencionados escapan a todo tipo de análisis, los desplazamientos profundos son, por lo contrario, susceptibles de una interpretación por la teoría de la elasticidad. El problema de los desplazamientos horizontales debidos a la aplicación o remoción de carga en la superficie de un medio seminfinito tiene una solución debida a Boussinesq (ref 6). Esta solución supone que existen un solo módulo de elasticidad y una sola relación de Poisson para toda la masa. El desplazamiento ra-

HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO. S.

dial de un punto M del medio, al aplicar una carga concentrada P en la su perficie (fig 24) se expresa como:

$$U_{r} = \frac{P(1 + \nu)}{2\pi RE} \left[ \frac{\rho Z}{R^{2}} - \frac{(1 - 2\nu)}{R + Z} \rho \right]$$

#### donde

P = carga concentrada aplicada en la superficie Z = profundidad a la que se encuentra el punto M R = distancia del punto M al punto de aplicación de la carga ho = proyección horizontal de la distancia R E = módulo de elasticidad ho = relación de Poisson

En la fig 25 se dan ejemplos de perfiles de desplazamientos horizontales que se pueden esperar para el tipo de suelo considerado para una carga dada P, al variar la distancia r al punto de aplicación de dicha carga.

Para aplicación de la ec 6 al cálculo de los desplazamientos se presenta en la práctica el problema de la variación del módulo de elasticidad con la profundidad. Según investigaciones realizadas en una zona próxima al Palacio de los Deportes y cuya estratigrafía es muy similar (ref 7), la relación de Poisson es  $\nu = 0.5$  y los módulos de elasticidad varían con la profundidad como sigue:

> de 0 a 30 m :  $E_1 = 488 \text{ ton/m}^2$  (promedio) de 30 a 38 m :  $E_2 = 1,405 \text{ ton/m}^2$  (promedio) de 38 a 58 m :  $E_3 = 2,959 \text{ ton/m}^2$  (promedio)

A fin de estimar el grado de idoneidad de la ec 6 se compa raron sus resultados con las observaciones en el caso de la excavación del sector exterior "L" (fig 2). Se eligió esta excavación por ser prácti camente la única en la que no se superponen efectos de hincado de pilotes

y de excavación, debido a que se realizó después de estar terminada la hin ca de pilotes.

La forma geométrica complicada del sector L condujo a desarrollar para la aplicación de la ec l un método gráfico que se presenta en anexo del presente estudio. Por medio de este método se calcularon los des plazamientos horizontales introduciendo en las fórmulas el valor de E a la profundidad correspondiente. En la fig l8 aparece la comparación de los desplazamientos calculados y observados en el inclinómetro I-151. Esta com paración resulta satisfactoria.

3.3 Desplazamientos horizontales por consolidación. La consolidación alrededor de los pilotes hincados en arcilla es un fenómeno al que se hace referencia muy a menudo para explicar el aumento de resistencia a la penetración, el que se aprecia al tratar de volver a hincar un pi lote después de cierto tiempo de reposo (ref 8). También existen ejemplos de reducciones muy importantes del contenido de agua de la arcilla cerca de los pilotes (ref 9). Esta disminución de la relación de vacíos de la ar cilla podría conducir a la conclusión de que una parte de los desplazamien tos horizontales por hincado de pilotes desaparece al producirse la consolidación. Sin embargo, lo expuesto en el inciso 3.1.2 muestra que, por lo menos a 20 m de profundidad, no parece influir este fenómeno. Por otra par te las observaciones no mostraron ningún movimiento diferido que pueda interpretarse como una recuperación con el tiempo de los desplazamientos debidos a la hinca. Una posible interpretación de lo anterior es que la consolidación es un fenómeno muy local que afecta solo a la cercanía del pilo te. La disminución de la relación de vacíos cerca del pilote puede acompañarse de un aumento correspondiente de la misma relación a una distancia un poco mayor, lo que elimina todo efecto de desplazamiento horizontal a largas distancias (ref 10). Para pilotes de concreto hincados en el subsue lo de la ciudad de México, se ha comprobado que ocurren dichas deformaciones volumétricas de signo contrario alrededor del pilote (ref 11).

DRIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO IS

12

111.

4. CONCLUSIONES

El análisis que se acaba de presentar muestra la importancia de los desplazamientos horizontales debidos a la hinca de pilotes y al proceso de excavación y lastrado. En cuanto al efecto de los pilotes, se llegó a una interpretación sencilla del fenómeno de acuerdo a la cual podrían hacerse predicciones para una obra en condiciones similares, con una precisión aceptable. El efecto del proceso de excavación y lastrado puede también preverse mediante la teoría de elasticidad, previa determinación de los módulos de elasticidad de las diferentes capas del subsuelo.

Entre los aspectos que merecen estudio más profundo, uno de gran importancia es la correlación entre desplazamientos horizontales y verticales a diversas distancias de una zona de hinca de pilotes.

#### 5. RECONOCIMIENTOS

Agradezco profundamente a la Universidad Nacional Autónoma de México la oportunidad que me brindó de completar mis estudios de Ingeniería Civil al ofrecerme una beca, y al recibirme en el Instituto de Ingeniería.

Mi mayor reconocimiento al Dr. Daniel Reséndiz por sus valiosas indicaciones y consejos, y a los Ingenieros Franklin Rendón y Miguel Romo, quienes participaron en la elaboración de esta tesis.

Las observaciones en el Palacio de los Deportes estuvieron a cargo del Ing. Carlos Silva.

#### 6. REFERENCIAS

- Reséndiz, D. y Silva, C., "Palacio de los Deportes, Estudio del Com portamiento de la Cimentación. <u>Primer Informe</u>: <u>Mediciones de Campo</u>", No. 147, Instituto de Ingeniería, sep. 1967
- Auvinet, G. y Reséndiz, D. "Palacio de los Deportes, Estudio del Comportamiento de la Cimentación. <u>Segundo Informe: Desplazamientos</u> <u>Horizontales del Subsuelo durante la Construcción"</u>, No. 147, Instituto de Ingeniería, ene. 1968
- 3. Wilson, S.D. y Hancock, Jr., C.W., "Horizontal Displacement of Clay Foundations", <u>Primera Conferencia Panamericana de Mecánica de Sue-</u> <u>los e Ingeniería de Cimentaciones</u>, México, sep. 1959
- 4. Rangel, A., "Estudio en un Terraplén de Prueba para Sobreelevar los Bordos de la Laguna de Zumpango", <u>Tesis Profesional</u>, p. 41, México, 1966
- 5. <u>Slope Indicator Co</u>., "Instruction Manual", p. I-1, Seattle, Washington, USA
- Westergaard, M.M., "Theory of Elasticity and Plasticity", p. 140, Dover Publications, 1952
- 7. Reséndiz, D., Nieto, J. y Figueroa, J., "The Elastic Properties of Saturated Clays from Field and Laboratory Measurements", <u>Tercera</u> <u>Conferencia Panamericana de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Ci-</u> <u>mentaciones</u>, Caracas, Venezuela, jul. 1967
- 8. Juárez Badillo, E. y Rico, A., "Mecánica de Suelos, Tomo II", <u>Pu-blicación de la revista "Ingeniería</u>", p. 342, México, D.F., dic. 1967

- 9. Marsal, R.J. y Mazari, M. "El subsuelo de la ciudad de México", <u>Contribución del Instituto de Ingeniería al Primer Congreso Paname-</u> <u>ricano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones</u>. Parte C, p. 561, México, D.F., Feb. 1960
- 10. Taylor, D.W., "Fundamentals of Soils Mechanics", p. 650 <u>J. Wiley and</u> Sons, Inc., N. York, 1948
- 11. Reséndiz, D. "On a Type of Point-Bearing Piles Through Sinking Subsoils". <u>Congreso sobre cimientos profundos</u>, Vol. Ι, ρ. 403, México, D.F., 1964.

### TABLA I, FECHAS DE OBSERVACION DE DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

Inclinómetros		I	I	I	I	I	I	I.	I	I
Mes	Día	021	041	051	061	111	101	121	141	151
XII-66	28 Mi	Х							Х	Х
	29 J		X	×	X					
	30 V	X				x		Χ.	. <u></u>	
	31 S	X								
I <b>-</b> 67	2 L	X								
	3 Ma	X			,				X	ͺΧ
	4 Mi						X	X		
	5 J		X	X	. X	X		- -		
	6 V	<sup>-</sup> X							X	х
1	9 L	X	X	x	X					
	12 J					X	х	X	X	X
	13 V	X	X	X	X					
	16 L						х			
	17 Ma					x		х	X	х
	18 Mi _	X	X	x	Х			-		
	.19 J					X		X	X	Х
	20 V	X	X				X			
	21 5	,		x	Х			:		
	27 V	X					х		X	х
	28 S				X					
III-67	3 V			Х	•					
	4 S				X	X	Х	ſ		
	6 L									Х
	8 Mi			X				X		
	9 J .						. X			
	13 L	Х	X							
	14 Ma				Х				Х	х
	15 Mi		-			Х	Х	X		



Fig 1 Estratigrafía y propiedades típicas del subsuelo de la zona del Palacio de los Deportes



Tipo, largo

Tipo corto

Fig 2 Geometría de los pilotes













AVANCE HINCADO DE PILOTES

Fig 3





1

Fig 4 Avance

EXCAVACION

# TABLAS

I.- EXCAVACION CENTRO (Prof. m 281266 inic. inic. 211266 inic. SECTOR SECTOR SECTOR termin. 231266 termin. 30 266 termin, 261266 lastre inic. 2 lastre inic. 020167 3 lastre inic. f 020167 060167 lastre ter. lastre ter. lastre ter. 270167 inic. 130167 inic. inic. SECTOR SECTOR SECTOR 290167 termin. 140167 termin. termin. 290167 lastre inic 210167 lastre inic. lastre inic. 5 4 6 250167 lastre ter. 300167 lastre ter, lastre ter. inic. 030267 inic. 060267 inic. SECTOR SECTOR SECTOR 060267 050267 termin. termin. termin. lastre inic. 050267 7 lastreinic. 060267 9 lastre inic. 8 070267 080267 lastre ter. lastre ter. lastre ter. 090267 inic. 110267 inic. inic. SECTOR SECTOR SECTOR 100267 110267 termin. termin. termin. 100267 lastreinic. 110267 lastre inic. lastre inic. 10 11 12 lastre ter. 120267 lastre ter. 130267 lastre ter. 150267 130267 inic. inic. inic. SECTOR SECTOR SECTOR termin. 140267 termin. 170267 termin. 140267 170267 lastre inic. lastreinic. lastre inic. 13 14 15 190267 lastre ter. lastre ter. 160267 lastre ter. 220267 220267 inic. inic. SECTOR SECTOR 250267 250267 termin. termin. lastre inic. 3 | 0367 lastreinic. 310367 16 17 310367 310367 lastre ter. lastre ter.

Nota: Después de terminada la excavación se procede a lastrar con una capa de mortero de 0.80m de espesor.

Fig 4 Avance de excavaciones y lastres

# BLAS DE

J	CEN	ITRO	( P	rof. m	)
	inic.	281266	SECTOR	inic.	00167
	termin.	301266	SECIUR	termin.	120167
	lastre inic.	020167	3	lastre inic.	140167
	lastre ter.	060167	Ū	lastre ter.	210167
1	inic.	270167	CECTOD	inic.	270167
	termin.	290167	SECTOR	termin.	290167
	lastre inic.	290167	6	lastre inic	290167
	lastre ter.	300167	V	lastreter,	300167
	inic.	060267		inic.	070267
	termin.	060267	SECTOR	termin.	080267
	lastre inic.	060267	9	lastre inic.	080267
	lastre ter.	080267		lastre ter.	100267
	inic.	110267	SECTOR	inic.	120267
	termin.	110267	SECTOR	termin.	120267
	lastreinic.	110267	12	lastre inic.	120267
ĺ	lastre ter.	130267	1 •	lastre ter.	40267
	inic.	150267	SECTOR	inic. 🕚	180267
	termin.	170267	SLOIDA	termin.	210267
	lastre inic.	170267	15	lastre inic.	210267
	lastre ter.	190267		lastre ter.	260267
	inic.	220267		/	
	termin.	250267		(	
	lastreinic.	310367			
	lastre ter.	310367			

excavación se procede a lastrar de 0.80 m de espesor.

EXCAVAC

## II.- EXCAVACION E

SECTOR	inic.	020167	SECT
OLUTUN	termin.	040167	JLOIC
a	inic.cim.	230167	b
	ter. cim.	280!67	
SECTOR	inic,	260167	SECTO
SECTOR	termin.	020267	JEUIC
d	inic.cim.	200267	е
_	ter. cim.	250267	
SECTOR	inic.	060467	SECTO
SECTOR	termin,	090467	JLUIC
a	inic, cim.	080567	h
2	ter. cim.	130567	
SECTOR	inic.	160467	SECTO
JECTOR	termin.	180467	JEUIC
j	inic. cim.	150567	k
	ter. cim.	200567	<b>5.44</b>
SECTOR	inic.	130267	SECTO
020101	termin.	150267	02010
А	inic. cim.	060367	В
X-1-1-1-2	ter. cim.	110367	
SECTOR	inic.	220267	SECTO
JECTOR	termin.	2602.67	JEUR
D	inic. cim.	030467	E
	ter, cim,	080467	
SECTOR	inic.	140267	SECT(
<b>U</b> LUT OIL	termin.	160267	02013
G	ínic. cim.	270367	Н
	ter. cim.	010467	
SECTOR	inic.	010467	SECT
JEUIUN	termin.	040467	JEUR
J	inic.cim.	150567	۰K
	ter. cim.	200567	-

## avaciones y lastres

# XCAVACIONES

## II .- EXCAVACION EN ZONA PILOTEADA (Prof. m)

SECTOR	inic.	020167	SECTOR	inic.	050167	SECTOR	inic.	250167
SECTOR	termin.	040167	SECTOR	termin.	090167	SECTOR	termin.	260167
n	inic.cim.	230167	h	inic.cim.	230167	C I	inic.cim.	060267
	ter. cim.	280167		ter. cim.	280167		ter. cim.	110267
CECTOR	inic.	260167	CECTOD	inic.	030267	CECTOD	inic.	070267
SECTOR	termin.	020267	SECTOR	termin.	050267	SECTOR	termin.	080267
d	inic. cim.	200267	ρ	inic. cim.	270267	. t	inic.cim.	240467
u	ter. cim.	250267	Sector of the	ter. cim.	040367		ter. cim.	290467
OF OT OD	inic.	060467	CECTOR	inic.	090467	CECTOD	inic.	130467
SECTOR	termin.	090467	SECTOR	termin.	120467	SECTOR	termin.	150467
a	inic. cim.	080567	h	inic. cim.	080567	1000	Inic.cim.	270467
Э	ter. cim,	130567		ter. clm.	130567		ter. cim.	010567
SECTOR	inic.	160467	SECTOR	inic.	250467	SECTOR	inic.	170467
SECTOR	termin.	180467	SECTOR	termin.	290467	I	termin.	200467
i	inic. cim.	150567	k	inic. cim.	220567		inic. cim.	220567
-1./256	ter. cim.	200567	ALAS .	ter. cim.	270567		ter. cim.	.270567
SECTOR	inic.	130267	SECTOR	inic.	150267	SECTOR	inic.	200267
SECTOR	termin.	150267	JEOTON	termin.	170267		termin.	220267
A	inic. cim.	060367	В	inic. cim.	060367	C ***	inic.cim.	270367
2.45 2.20	ter. cim.	110367		ter. cim.	110367		ter. cim.	010367
SECTOR	inic.	220267	SECTOR	inic.	290367	CECTOD	inic.	070267
SECTOR	termin.	260267	SECTOR	termin.	31 0367	SEGIUR	termin.	080267
D	inic. cim.	030467	E	inic. cim.	100467	Fields	inic. cim.	240467
	ter. cim.	080467	All And	ter. cím.	220467		ter. cim.	290467
SECTOR	inic.	140267	SECTOR	inic.	140267	SECTOR	inic.	120367
SECTOR	termin.	160267	SECTOR	termin.	180267	SECTOR	termin.	150367
G	inic. cim.	270367	Н	inic. cim.	010567	1	inic. cim.	030467
	ter. cim.	010467		ter. cim.	060567		ter. cim.	080467
SECTOR	inic.	010467	SECTOR	inic.	270367	SECTOR	inic	030367
SECTOR	termin.	040467	SECTOR	termin.	290367	SECTOR	termin.	060367
J	inic.cim.	150567	K	inic. cim.	100467		inic. cim.	080567
	ter. cim.	200567		ter. cim.	220467		ter. cim.	130567

ni e ni e ni

2.00



COPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL FABRICADO POR KIMBERLY-CLARK DE MEXICO, S.A.





## Localización de los inclinómetros


## PALACIO DE LOS DEPORTES INCLINOMETROS - DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

INCLINOMETRO No. I-111

Fig 9



DESPLAZAMIENTOS EN CENTIMETROS





PLANTA

## FRENTES DE AVANCE DEL HINCADO DE PILOTES

N≗	Fecha	N٩	Fecha
Inicial	28-12-66	7	13-01-67
1	30-12-66	8	18-01-67
2	31-12-66	9	20-01-67
3	02-01-67	10	27-01-67
4	03-01-67	11	07-03-67
5	06-06-67	12	13-03-67
6	09-01-67	an man an a	

INC ESC



PLANTA

ES DE AVANCE DEL HINCADO DE PILOTES

	Fecha	Nº	Fecha .
11	28-12-66	7	13-01-67
	30-12-66	8	18-01-67
	31-12-66	9	20-01-67
	02-01-67	10	27-01-67
1.000	03-01-67	11	07-03-67
	06-06-67	12	13-03-67
stationalism	09-01-67		

INCLINOMETRO 1-021 ESCALA DE DESPLAZAMIENTOS 1:1.25





: 10 25 50 m

escala gráfica

PLANTA

# FRENTES DE AVANCE DEL HINCADO DE PILOTES

N⁰	Fecha	Nº	Fecha
Inicial	04-01-67	7	15-03-67
1	12-01-67		
2	16-01-67		
3	20-01-67		
4	27-01-67		
5	04-03-67		
6	09-03-67		

INC ESC



16-01-67 20-01-67

27-01-67 04-03-67 09-03-67 INCLINOMETRO I-101 ESCALA DE DESPLAZAMIENTOS 1:2













Fig 14 Desplazamientos horizontales observados Hincado de 114 pilotes 4 a 12 de enero, 1967



Fig 15 Desplazamientos horizontales observados Hincado de 114 pilotes 2 a 19 de enero, 1967





Sección de los pilotes



Sección circular equivalente



Desplazamiento horizontal inducido por la hinca de un pilote



Fig 18

5.5





(20 a 27 de Enero, 1967)





G: centro de gravedad geométrico del grupo de pilotes

### Desplazamientos horizontales

Efecto de la hinca de pilotes Comparación teórico - observado a 20 m de profundidad





£13-



Desplazamientos horizontales observados



Desplazamientos horizontales observados

Comparación teórico-observado Excavación sector "L" 3 a 6 de Marzo, 1967



Desplazamiento horizontal debido a una carga concentrada localizada en la superficie de un medio semi-infinito

$$U_{r} = \frac{P(1+\nu)}{2\pi RE} \left[ \frac{\rho z}{R^{2}} - \frac{(1-2\nu)\rho}{R+z} \right]$$





### APENDICE

# NOMOGRAMAS PARA CALCULO DE DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

1

2

4

6

7

- 1. INTRODUCCION
- 2. USO DE LAS GRAFICAS
- 3. CONSTRUCCION DE LAS GRAFICAS
- 4. CONCLUSIONES
- 5. REFERENCIAS

TABLAS

FIGURAS

NOMOGRAMAS

#### 1. INTRODUCCION

1.1 <u>Objeto</u>. En este apéndice se describe un método gráfico sencillo para determinar la magnitud de los desplazamientos horizont<u>a</u> les inducidos a distintas profundidades en un cuerpo elástico, homogéneo e isótropo, limitado por una superficie horizontal plana, al aplicar ca<u>r</u> gas verticales repartidas en la superficie. El procedimiento que se presenta a continuación se basa en la teoría de la elasticidad y se inspira en los trabajos de N.M. Newmark (ref A-1), cuyos nomogramas son de gran utilidad en mecánica de suelos para determinación de deformaciones y esfuerzos verticales en medios semi-infinitos.

Tres gráficas se presentan a continuación. La gráfica l permite calcular el desplazamiento horizontal en la superficie debido a una carga superficial distribuida uniformemente, para cualquier valor de la relación de Poisson . La gráfica 2 permite calcular, para las mismas condiciones de carga, el desplazamiento horizontal a cualquier profundidad Z bajo la superficie, para una relación de Poisson  $\nu = 0.5$ . La gráf<u>i</u> ca 3 permite calcular las correcciones que se deben aplicar a los resultados obtenidos con la gráfica 2 cuando la relación de Poisson es distin

OPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO. S.

ta de 0.5.

Los desplazamientos se obtienen contando simplemente el número de áreas elementales cubiertas por una planta del área cargada di bujada a una escala apropiada superpuesta a la gráfica. Los desplazamien tos obtenidos en esta forma son en la dirección indicada como OX. Para obtener el desplazamiento total se deben componer vectorialmente los des plazamientos obtenidos en dos direcciones OX perpendiculares entre sí.

1.2 Notaciones. Se usan las notaciones siguientes:

2

1. 19

111

- q = carga por unidad de área en toneladas por metro cuadrado
  U = desplazamiento horizontal en un punto de la superficie en
  la dirección OX, en metros
- U = desplazamiento horizontal en un punto localizado a una prox fundidad Z en la dirección OX, en metros
- E = módulo de elasticidad del material
- v = relación de Poisson del material
- L = longitud de referencia para desplazamientos horizontales en la superficie
- Z = profundidad a la que se calcula el desplazamiento horizontal
- $n_{o}$  = número de áreas de influencia (gráfica l)
- n = número de áreas de influencia (gráfica 2)
- n = número de áreas de influencia (gráfica 3)

#### 2. USO DE LAS GRAFICAS

La planta del área cargada debe dibujarse en papel transparente a una escala tal que la longitud de referencia L (gráfica l) o la profundidad Z a la que se desea calcular el desplazamiento horizontal (gráficas 2 y 3) coincida con la longitud indicada como Z en la gráfica correspondiente. Dicha planta se superpone después a la gráfica en tal

OPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO.

forma que el origen O de la gráfica coincida con el punto en el que se desea conocer el desplazamiento. Se cuenta entonces el número de áreas elementales cubiertas por el área cargada. El desplazamiento horizontal en la dirección OX se obtiene sustituyendo el número obtenido  $(n_o, n o n_c)$  en las ec 1, 2 ó 3 que se dan a continuación. Después de una rotación de 90° de la planta, se obtiene el desplazamiento según una dirección perpendicular a la anterior. El componer vectorialmente los dos de<u>s</u> plazamientos permite obtener la dirección y magnitud del desplazamiento real.

Las ecuaciones que permiten el cálculo del desplazamiento

son:

Gráfica 1: U = - 0.02 q L n 
$$(1 + \nu) (1 - 2\nu)/E$$
 1  
Conviene notar que para un medio incom-  
presible ( $\nu = 0.5$ ) una carga superfi-  
cial no produce desplazamiento horizon-  
tal en la superficie

Para un coeficiente de Poisson  $\nu = 0.5$ Gráfica 2: U = 0.001qZ (1 +  $\nu$ ) n/E 2

> Para un coeficiente de Poisson distinto de 0.5:

Gráfica 3: U = 0.001 q Z 
$$(1 + \nu) \begin{bmatrix} n-4 & (1-2\nu) & n \\ c \end{bmatrix} / E = 3$$

Para un área cargada dada, se requieren varias plantas a diferentes escalas para calcular el desplazamiento a distintas profundidades. Para movimientos horizontales en la superficie una sola planta es suficiente. Al contar las áreas elementales pueden estimarse fracciones de áreas con una precisión suficiente para fines prácticos. Las tres gr<u>á</u> ficas son simétricas respecto al eje OX, esta simetría puede ser aprove-

OPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO. S

chada cuando la planta salga del primer cuadrante de las gráficas.

### 3. CONSTRUCCION DE LAS GRAFICAS

El desplazamiento radial U<sub>r</sub> de un punto M localizado a una profundidad Z, al aplicar una carga concentrada P en la superficie de un medio semi-infinito es dado por la fórmula de Boussinesq (ref A-2). 111

6

$$J_{r} = \frac{P(1+\nu)}{2\pi RE} \left[ \frac{\rho Z}{R^{2}} - \frac{(1-2\nu)}{R+Z} \rho \right]$$

en donde las literales tienen el significado indicado en la fig A-1.

Considerando un sector circular de radio r y de ángulo central =  $2\beta$ , cargado uniformemente por una carga q, el desplazamiento horizontal de un punto a una profundidad Z bajo el centro o del sector circular (fig A-2) se obtiene integrando la fórmula 4:

$$U_{X} = \frac{(1+\nu)q}{2\pi E} \int_{0}^{r} \int_{0}^{\beta} \left[ \frac{\rho Z}{(\rho^{2}+Z^{2})^{3/2}} - \frac{(1-2\nu)\rho}{(\sqrt{\rho^{2}+Z^{2}}+Z)\sqrt{\rho^{2}+Z^{2}}} \right] \cos\theta \rho d\rho d\theta 5$$

El cambio de variable  $\tan \alpha = \frac{a}{Z}$  permite llegar rápidamente al valor de la integral:

$$U_{X} = \frac{(1+\nu)qZ}{\pi E} \left[ \log \left| tan \left[ \frac{1}{2} angtan \left( \frac{r}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \right| - sen \left( angtan \frac{r}{Z} \right) \right]$$

$$-(1-2\nu)\left[\frac{r}{2}-\log\left|\tan\left(\frac{1}{2}\operatorname{ang}\tan\frac{r}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|\right]\right]\operatorname{sen}\beta$$

COPIA HECHA CON LA XEROX 914 SOBRE PAPEL BOND NACIONAL DE KIMBERLY CLARK DE MEXICO, S.

#### lo que puede escribirse:

$$U_{X} = \frac{(1+\nu)qZ}{E} \left[ K_{1} - (1-2\nu)K_{2} \right] \operatorname{sen} \beta$$

$$K_{1} = \frac{1}{\pi} \left[ \log \left| \tan\left(\frac{1}{2} \operatorname{ang} \tan \frac{r}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right| - \operatorname{sen}\left(\operatorname{ang} \tan \frac{r}{Z}\right) \right]$$

$$K_{2} = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{r}{2} - \log \left| \tan\left(\frac{1}{2} \operatorname{ang} \tan \frac{r}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right| \right]$$

5

Para Z = o (superficie) la ec 7 se reduce a

$$U_{X} = -(1+\nu)(1-2\nu)\frac{qLr}{\pi EL} \operatorname{sen} \beta$$

L se introduce en esta fórmula únicamente por la conveniencia de tener una longitud de referencia para la gráfica l.

Si se considera ahora un área semi-circular las ec 7 y 8 se escriben respectivamente:

$$U_{X} = \frac{(1+\nu) Zq}{E} [K_{1} - (1-2\nu) K_{2}]$$

$$U_{X} = \frac{(1+\nu) (1-2\nu) Lrq}{\pi EL}$$
10

En las figs A-5 a A-7 aparece la variación de K<sub>1</sub> y K<sub>2</sub> con r/<sub>z</sub> y de r/<sub> $\pi$ L</sub> con r/<sub>L</sub>. Esas gráficas permiten determinar los valores de r/<sub>z</sub> y r/<sub>L</sub> para los valores dados de las "influencias" K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub> y r/<sub> $\pi$ L</sub>. Fijan do el valor de Z y L (2 cm en los nomogramas que se presentan) pueden trazarse series de semi-círculos delimitando áreas cuya influencia es conoci-

da.

Para la división radial de esas áreas en áreas elementales de igual influencia se emplea el método gráfico que se presenta en las figs A-3 y A-4.

Se obtienen así las tablas A-I a A-III, y los nomogramas correspondientes.

4. CONCLUSIONES

Las tres gráficas presentadas no permiten calcular el de<u>s</u> plazamiento horizontal cualquiera que sean las condiciones geométricas del problema. Por lo tanto, solo deben considerarse como ejemplos. En la práctica, para un problema dado, puede ser conveniente construir una grá fica con las dimensiones y la precisión requerida, siguiendo el procedimiento expuesto en el inciso anterior.

### 5. REFERENCIAS

- A-1. Newmark, N.M., "Influence Charts for the Computation of Stresses in Elastic Foundations", Boletin No. 45, Vol. 44, Universidad de Illinois, 1942
- A-2. Westergaard, M.M., "Theory of Elasticity and Plasticity", p. 140, <u>Dover Publications</u>, 1952.

マル

TABLA A-I

<u> </u>	Nº de segmentos radiales por cuadrante	r/L	
0,200	5	0.628	
0.600	10	1.885	
1,000	10	3.142	
1.400	10	4.398	
1,800	10 .	5.655	
2,200	10	6.911	9 Y
2,600	10	8.168	
3,000	10	9.425	
3.400	10	10.681	
3.800	10	11.938	
4.200	10	13.195	
5.000	20	15.708	
5.800	20	18,221	
6.600	20	20,734	
7.400	20	23.248	
8,200	20	25.761	
9.000	20	28,274	

8

Ţ.

TABLA A-II

ĸı	Nº de segmentos radiales por cuadrante	r/ <sub>Z</sub>
0.002	l	0.265
0.010	5	0.476
0.020	5	0.620
D <b>.</b> 030	5	0.750
0.050	10	0.960
0.070	10	1.150
0.090	10	1.300
0.110	10	1.470
0.130	10	1.630
0.150	10	1.800
0.170	10	1.970
0.190	10	2.150
0.230	20	2.500
0.270	20	2.850
0.310	20	3.300
0.350	20	3.900
0.390	20	4.475
0.430	20	5,100
0.470	20	5.800
0.510	20	6,600
0.550	20	7.550
0.590	20	8.600
0.630	20	9.850
0.670	20	11.050
0.710	20	12.600
0.750	20	14.250
0.790	20	16.000
0.830	20	18.150
0.870	20	21.300
0.910	20	24.450
0.950	20	29.250

TABLA A-III

к <sub>2</sub>	Nº de segmentos radiales por cuadrante	r/ <sub>Z</sub>
0.008	1	0.555
0.048	5	1.120
0.128	10	1.700
0.208	10	2.200
0.288	10,	2.600
0.368	10	3.000
0.448	10	3.350
0.608	20	4.000
0.768	20	4.700
0.928	20	5.300
1.088	20	5.920
1.248	20	6,500
1.408	20	7.100
1.568	20	7.700
1.728	20	8.250
1.888	20	8.850
2.208	40	9.950
2.528	40	11.030
2.848	40	12.110
3.168	40	13.185
3.488	40	14.270
3.808	40	15.345
4.128	40	16.420
4.448	40	17.500
4.768	40	18,580
5.088	40	19.660
5.408	40	20.740
5.728	40	21.820
6.048	40	22,900
6.368	40	23.980
6.688	40	25.055
7.008	40	26,135
7.328	40	27.209
7.648	40	28,283



 $U_{\mathbf{x}} = \int dU_{\mathbf{x}} = \frac{(1+\nu)\mathbf{q}}{2\pi E} \int_{0}^{r_{1}} \int_{-\beta}^{\beta} \left[ \frac{\rho z}{R^{3}} - \frac{(1+2\nu)\rho}{R(R+z)} \right] \cos\theta \rho d\rho d\theta$ 

- Transler

Fig A-2





Fig A-3



Ejemplo de división de un área semi-circular en sectores de igual influencia, con base a (1)

Fig A-4




















=-0.02qLn<sub>o</sub>(1-2 $\nu$ )(1- $\nu$ )/E n<sub>o</sub>: número de áreas

Gráfica 1 ra cálculo de desplazamientos ntales en la superficie































