



10
24
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**SIMULADOR NUMERICO EN COORDENADAS R-Z
PARA YACIMIENTOS DE ACEITE
BAJOSATURADO**

**ESIS CON
FALSA FE DRE**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE;
INGENIERO PETROLERO
P R E S E N T A :
LUIS CARLOS CARRASCO ORTIZ



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PAGINA
INTRODUCCION	1
CAPITULO I. DEFINICION DEL PROBLEMA.	3
CAPITULO II. CARACTERISTICAS Y DESARROLLO DEL MODELO MATEMATICO	
2.1 Ecuación de continuidad.....	4
2.2 Ecuación de movimiento.....	8
2.3 Ecuación de estado.....	10
2.4 Características y consideraciones del modelo.....	16
CAPITULO III. DISCRETIZACION EN DIFERENCIAS FINITAS	
3.1 Proceso de discretización en (diferen- cias finitas).....	18
3.2 Aproximación de la primera y segunda - derivada en diferencias finitas.....	19
3.3 Discretización del modelo en diferen- cias finitas.....	20
3.4 Esquemas de solución.....	25
3.5 Concepto de transmisibilidad en los - esquemas de solución.....	26
3.6 Cálculo de transmisibilidades.....	27
3.7 Transformación de unidades.....	30

CAPITULO IV METODOS DE SOLUCION

4.1 Solución de sistemas de ecuaciones....	32
4.2 Método de sobrerelajación sucesiva - (LSOR).....	33
4.3 Algoritmo de Thomas.....	35

CAPITULO V PROGRAMA DE COMPUTO

5.1 Function fvoFN.....	37
5.2 Function MV.....	37
5.3 Correlación para obtener la compresión - bilidad del aceite.....	38
5.4 Subrutina Kape.....	38
5.5 Subrutina X y Z.....	39
5.6 Subrutina del algoritmo de Thomas.....	39
5.7 Subrutina LSOR.....	39
5.8 Balance de materia.....	40

CAPITULO VI EJEMPLO DE APLICACION	41
-----------------------------------	----

CAPITULO VII RESULTADOS Y CONCLUSIONES	42
--	----

Nomenclatura.....	51
Referencias.....	53

INTRODUCCION

La explotación racional de los yacimientos petroleros ha sido y es una de los problemas fundamentales que se plantean en la Industria Petrolera.

La tecnología moderna ha propiciado con los simuladores numéricos una de las herramientas más valiosas con las que se cuenta para el estudio de los yacimientos petroleros, cuya objetivo principal es optimizar la recuperación de hidrocarburos. Así dependiendo de las características y condiciones de explotación del yacimiento, se han desarrollado diferentes tipos de modelos matemáticos que por el grado de detalle y calidad de la información que arroja al aplicarse para predecir el comportamiento futuro de los mismos, resulta ventajosa sobre los métodos tradicionalmente empleados.

En este trabajo, se presenta un modelo matemático en coordenadas (r,z) , que permite simular el comportamiento de un pozo en un yacimiento de aceite bajosaturado, en un medio heterogénea y anisótropa. Para resolverlo se utilizó la técnica de diferencias

finitas, solucionando el sistema de ecuaciones lineales que genera el modelo por el método LSOR (Line Successive overrelaxation).

El programa de cómputo fué desarrollado en un ambiente conversacional, lo cual permite una mayor facilidad de operación para el usuario.

Los principales resultados que arroja el modelo son la distribución de presión a diferentes tiempos, volumen remanente de aceite, producción acumulada, así como el error de balance de materia el cual es un indicativo de la precisión de los datos obtenidos. Por último el modelo se valió con información del pozo Bacal 81, del Distrito El Plan de la Zona Sur de Petróleos Mexicanos.

CAPITULO I

En ocasiones el comportamiento de la presión en pozos de aceite es difícil de analizar utilizando técnicas convencionales. La dificultad de interpretación, con frecuencia es encontrada en pozos con bajas permeabilidades, o con flujo cruzado. Por lo anterior es necesario contar con un modelo matemático con menores limitaciones que permita simular dicho comportamiento, considerando el área de drenaje del mismo, así como las características de la formación productora.

Para el desarrollo del modelo se representa al yacimiento en un espacio bidimensional de coordenadas (r,z) con espaciamiento logarítmico en la dirección radial, con la finalidad de que se tenga una mejor representatividad del comportamiento de la presión del yacimiento en las cercanías del pozo, ya que es en esa zona en donde ocurre su mayor caída.

El modelo matemático está representado por una ecuación diferencial parcial de segundo orden no lineal, con su respectiva

condición inicial y condiciones de frontera. La ecuación anterior cual no tiene solución analítica, por lo que se resolverá por métodos numéricos.

CAPITULO 2

Características y Desarrollo del Modelo Matemático

Para desarrollar matemáticamente el flujo de fluidos a través de un medio poroso, primeramente debemos de establecer la ecuación fundamental de flujo o ecuación de difusividad la cual se compone de la combinación de tres ecuaciones:

- a).- Principio de conservación de masa o ecuación de continuidad.
- b).- Una ecuación de movimiento.
- c).- Una ecuación de estado.

2.1 Ecuación de continuidad

La descripción matemática del flujo de fluidos en medios porosos está basada en las ley de conservación de masa, la cual establece que la masa dentro de un sistema permanece constante con el tiempo es decir $dm/dt=0$.

La ecuación de continuidad es una consecuencia de la aplicación de dicha ley, determina, que para un cierto elemento de medio poroso, que la rapidez de crecimiento de la masa dentro del elemento es

exactamente igual al flujo neto de masa hacia el mismo elemento, como se muestra en la Fig. 1

Esquemáticamente sería :

$$\left[\begin{array}{l} \text{Cantidad de} \\ \text{masa que en-} \\ \text{tra en } \Delta t \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Cantidad de} \\ \text{masa que sale} \\ \text{en } \Delta t \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Masa neta intro-} \\ \text{ducida por fuer-} \\ \text{tes y/o sumideros} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Cantidad} \\ \text{de masa} \\ \text{acumula-} \\ \text{da en } \Delta t \end{array} \right] \quad \text{---(1)}$$

Masa que entra en el volumen de control en Δt

$$(\rho v)_\theta \Delta r \Delta z \Delta t + (\rho v)_r \Delta \theta \Delta z r \Delta t + (\rho v)_z \Delta \theta \Delta r (r + \Delta r/z) \Delta t$$

Masa que sale en el volumen de control en Δt

$$(\rho v)_\theta + \theta \Delta r \Delta z \Delta t + (\rho v)_r + r \Delta \theta \Delta z \Delta t (r + \Delta r) \\ + (\rho v)_z + z \Delta \theta \Delta r \Delta t (r + r/z)$$

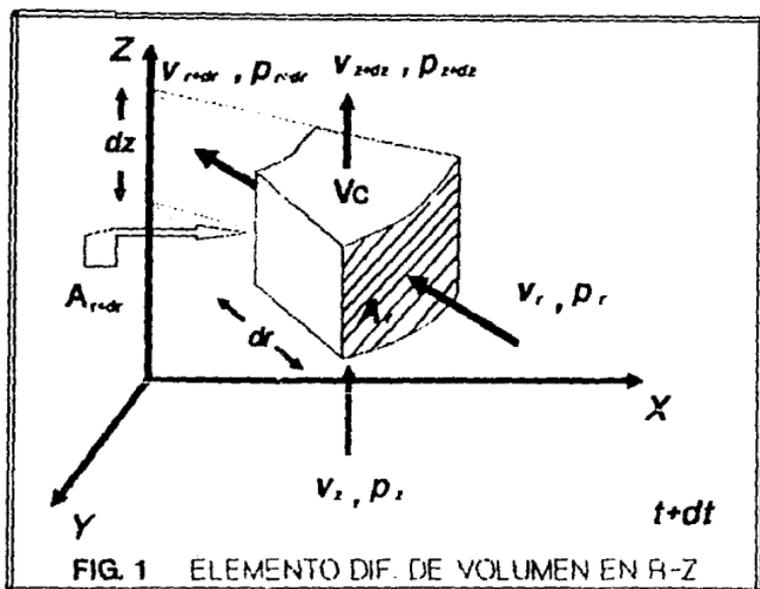
Masa acumulada en el volumen de control en Δt

$$M_{vc} t + \Delta t - M_{vc} t$$

$$\Delta r \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r/z) (\rho_{sp}) t + \Delta t - \Delta r \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r/z) (\rho_{sp}) t$$

Sustituyendo en la ec. (1)

$$[(\rho v)_\theta - (\rho v)_\theta + \Delta \theta] \Delta r \Delta z \Delta t + [(\rho v)_r - (\rho v)_r + \Delta r] \Delta \theta \Delta r r \Delta t - \\ [(\rho v)_r + r \theta z r t] + [(\rho v)_z - (\rho v)_z + z] \Delta \theta \Delta r \Delta t (r + \Delta r/z)$$



$$= [(\rho\phi)_t + t - (\rho\phi)_t] \Delta r \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r/2)$$

Desarrollando la ec. anterior:

$$\begin{aligned} & -[(\rho v)_\theta + \theta - (\rho v)_\theta] \Delta r \Delta z \Delta t - [(\rho v)_r + \Delta r - (\rho v)_r] \Delta \theta \Delta z \Delta t \Delta r - \\ & (\rho v)_r + \Delta r \Delta \theta \Delta z \Delta r \Delta t - [(\rho v)_z + z - (\rho v)_z] \Delta \theta \Delta r \Delta t (r + \Delta r/2) = \\ & = [(\rho\phi)_t + t - (\rho\phi)_t] \Delta r \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r/2) \end{aligned}$$

Dividiendo la ecuación entre $\Delta r \cdot \Delta z \cdot \Delta \theta (r + \Delta r/2) \cdot \Delta t$

$$\frac{[(\rho v)_{\theta+\Delta\theta} - (\rho v)_\theta]}{\Delta\theta (r+\Delta r/2)} - \frac{[(\rho v)_{r+\Delta r} - (\rho v)_r] r}{\Delta r (r+\Delta r/2)} - \frac{(\rho v)_r + \Delta r}{r + \Delta r/2} -$$

$$\frac{[(\rho v)_{z+\Delta z} - (\rho v)_z]}{\Delta z} = \frac{[(\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_t]}{\Delta t}$$

Aplicando la derivada y tomando los límites cuando $(\Delta r, \Delta z, \Delta \theta, \Delta t) \rightarrow 0$:

$$\lim_{\substack{\Delta\theta \rightarrow 0 \\ \Delta r \rightarrow 0}} \frac{[(\rho v)_{\theta+\Delta\theta} - (\rho v)_\theta]}{\Delta\theta (r+\Delta r/2)} + \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{[(\rho v)_{r+\Delta r} - (\rho v)_r] r}{\Delta r (r+\Delta r/2)} + \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{(\rho v)_{r+\Delta r}}{(r+\Delta r/2)}$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{[(\rho v)_{z+\Delta z} - (\rho v)_z]}{\Delta z} = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[(\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_t]}{\Delta t}$$

$$\frac{1}{r} \left[(\rho v) + \frac{r \partial(\rho v)}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} \pm \frac{q^2 \rho}{\Delta r \Delta z \Delta \theta (r + \Delta r/2)} = -\frac{\partial(\rho \psi)}{\partial t}$$

Haciendo un cambio de variable

$$\frac{d(u x)}{dx} = u \frac{dx}{dx} + x \frac{du}{dx} \quad \text{-----} \quad \begin{matrix} u = \rho v \\ x = r \end{matrix}$$

Sustituyendo:

$$\frac{d(u x)}{d x} = \rho v + r \frac{d(\rho v)}{d r}$$

Entonces queda

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r)(\rho v)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} \pm \frac{q^2 \rho}{\text{vol}} = -\frac{\partial(\rho \psi)}{\partial t}$$

que es la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas. Como el modelo a utilizar us en coordenadas (r,z) el término en la dirección θ se elimina quedando:

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r)(\rho v)}{\partial r} \right) + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} \pm \frac{q \rho}{\text{vol}} = - \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} \dots\dots(2)$$

que es la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas (r,z).

2.2.- Ecuación de movimiento

El movimiento de fluidos en un medio poroso está determinado por la ley de Darcy. La cual establece que el gasto es proporcional al gradiente de presiones.

La forma general de la ley de Darcy para flujos de fluidos a través de un medio poroso es:

$$v_s = - k/\mu \left[\frac{dp}{ds} - \rho \cdot g \frac{dz}{ds} \right]$$

Donde:

s = Distancia a lo largo de la dirección de flujo.

v_s = Ritmo de flujo a través de una área unitaria del medio poroso en la unidad de tiempo; $v_s = Q/A$.

z = Coordenada vertical dirigida hacia abajo.

ρ = Densidad del fluido.

g = Aceleración de la gravedad

dp/ds = Gradiente de presión a lo largo de (s) en el punto que se refiere v_s

dz/ds = Angulo de desviación con respecto a la horizontal.

μ = Viscosidad del fluido

k = Permeabilidad del medio poroso.

Ecuación de movimiento (Ley de Darcy) en coordenadas (r,z) despreciando los efectos gravitacionales:

$$v_r = - \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \dots\dots\dots (3)$$

$$v_z = - \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \dots\dots\dots (4)$$

2.3.- Ecuaciones de estado

Una ecuación de estado es una expresión que relaciona a la densidad como una función de la presión y la temperatura.

$$\rho = \rho(P, T)$$

Para este caso se trata de un fluido ligeramente compresible (Aceite bajosaturado).

$$C = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P}$$

$$C \, dP = \frac{d\rho}{\rho} \quad \longleftrightarrow \quad C \int_{P_0}^P dP = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$

$$C (P_0 - P) = \ln \frac{\rho}{\rho_0}$$

despejando ρ tenemos:

$$\rho = \rho_0 e^{C(P - P_0)}$$

donde:

$\rho_0 = \rho$ inicial a una presión inicial P

P = presión a cualquier tiempo

Al expresar $e^{c(P-P_0)}$ en la serie de Taylor nos queda:

$$\rho = \rho_0 (1 + cP) \text{---(5)}$$

que es la ecuación de estado en un fluido ligeramente compresible considerando dos términos en la serie de Taylor.

Sustituyendo las ecuaciones (3 Y 4) en la ecuación (2)

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial r \left(\rho \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right)}{\partial r} \right] + \frac{\partial \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right)}{\partial z} \pm \frac{q^* \rho}{Vol} = \frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} \text{.....(6)}$$

como la porosidad (ϕ) es constante y el fluido satura 100% el espacio poroso nos queda:

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial (r) \left(\rho \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right)}{\partial r} \right] + \frac{\partial \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right)}{\partial z} \pm \frac{q^* \rho}{Vol} = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \text{..... (7)}$$

ahora, de la ecuación de estado tenemos que:

$$C = 1/\rho \partial \rho / \partial P$$

Despejando ∂P

$$\partial p = \frac{1}{C_p} \frac{\partial p}{1}$$

Derivando con respecto a r y z

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{C_p} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{C_p} \frac{\partial p}{\partial z}$$

Sustituyendo en la ecuación (7)

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial(r) \left(\rho \frac{k_r}{\mu} \left(\frac{1}{C_p} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho \frac{k_z}{\mu} \left(\frac{1}{C_p} \frac{\partial p}{\partial z} \right))}{\partial z} \right\} \pm \frac{q^* \rho}{vol} = \phi \frac{\partial p}{\partial t}$$

.....(8)

Simplificando:

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial(r) \left(\frac{kr}{\mu} \frac{1}{C} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial \left(\frac{ks}{\mu} \left(\frac{1}{C} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right)}{\partial z} \pm \frac{q^3 \rho}{\text{vol}} = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Considerando que la compresibilidad es constante, se multiplica ambos miembros de la igualdad por (C) y nos queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{k_r \partial \rho}{\mu \partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z \partial \rho}{\mu \partial z} \right] \frac{q^3 \rho}{\text{vol}} \rightarrow C \frac{\partial \rho}{\partial t} \dots (9)$$

Debido a que esta ecuación no es muy práctica para su aplicación en la forma obtenida por la dificultad que presenta la evaluación de las densidades, conviene expresarla en función de la presión. La ecuación de estado para un fluido ligeramente compresible está dada por la expresión:

$$\rho = \rho_0 (1 + CP)$$

Y sustituyendo en la ecuación (9)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_r \frac{\partial (P_o (1 + CP))}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial (P_o (1 + CP))}{\partial z} \right]$$

$$\frac{q \mu c \pi}{\text{Vol}} = \phi C \frac{\partial (P_o (1 + CP))}{\partial t} \dots \dots \dots 10$$

Por lo que derivando en la dirección (r,z) y con respecto a (t) tenemos:

$$(0 + C P_o \frac{\partial P}{\partial r} \dots \dots \dots \text{dirección (r)}$$

$$(0 + C P_o \frac{\partial P}{\partial z} \dots \dots \dots \text{dirección (z)}$$

$$(0 + C P_o \frac{\partial P}{\partial t} \dots \dots \dots \text{respecto a (t)}$$

sustituyendo en la ecuación de difusividad y considerando la viscosidad constante

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_r (0 + C P_o \frac{\partial P}{\partial r}) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z (0 + C P_o \frac{\partial P}{\partial z}) \right] \pm$$

$$\frac{q \mu c \pi}{\text{Vol}} = \phi \mu C (P_o C) \frac{\partial P}{\partial t} \dots \dots \dots (11)$$

Factorizando y anulando ambos términos

$$C P_o \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_r \frac{\partial P}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial P}{\partial z} \right] \right] \pm \frac{q \mu c \pi}{\text{Vol}} =$$

$$= \phi \mu C (p_o C) \frac{\partial P}{\partial t} \dots\dots\dots(12)$$

Y finalmente nos queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r k_r \frac{\partial P}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial P}{\partial z} \right] \pm \frac{q_w \theta C s}{\text{val}} = \phi \mu C \frac{\partial P}{\partial t}$$

..... (13)

Ecuación de difusividad que nos representa el flujo de aceite en un medio poroso en coordenadas (r,z) considerando el término fuente o sumidero.

Para definir completamente el problema falta establecer las condiciones iniciales y de frontera, las cuales son:

Condiciones iniciales :

$$P(r,z,0) = P_i$$

Las condiciones de frontera se expresan matemáticamente de la siguiente manera :

En el intervalo disparado del pozo se especifica el gasto de aceites:

$$q_o(t) = 2\pi h \int_{z_b}^{z_t} (r_o r \frac{\partial P_o}{\partial r}) \Big|_{r=r_w} dz$$

Fuera del intervalo disparado :

$$\frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=r_v} = 0$$

En la frontera, $r = r_e$ se tiene que :

$$\frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0$$

Y en la cima y base de la formación

$$\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0$$

2.4.- Características y Consideraciones del Modelo.

Una vez que se ha establecido la ecuación de difusividad se hace necesario establecer las suposiciones inherentes que se tienen al desarrollar el modelo matemático, estas suposiciones, son las siguientes :

- El medio es heterogéneo
- El medio es anisótropo
- El modelo solo representa el comportamiento del yacimiento desde una presión inicial hasta una presión de burbujeo.
- Medio poroso incompresible.
- Se desprecian los efectos gravitacionales y capilares.

- Yacimiento cilíndrico con radio igual a r_w .
- Pozo en el centro del cilindro con radio igual a r_w .
- Flujo laminar e isobárico.
- Flujo monofásico de aceite en estado transitorio.
- No existen reacciones químicas entre el fluido y el medio poroso.
- Utiliza una malla con nodos centrados y espaciamiento logarítmico en la dirección r .
- En la dirección z la malla tiene una distancia uniforme con los nodos centrados.
- Se considera térmica fuente o sumidero.
- La viscosidad y la compresibilidad solo son función de la presión y se evalúan al inicio de cada paso de tiempo.

CAPITULO III

Discretización en Diferencias Finitas

3.1.-Proceso de discretización (diferencias finitas)

Para dar una solución numérica a una ecuación, hay que proporcionar resultados en puntos discretos dentro del sistema. Es decir que las ecuaciones que se emplean en la simulación serán resueltas en forma numérica, esto determinará los parámetros dependientes, presiones y saturaciones en puntos discretos en espacio y tiempo.

La discretización del espacio se hace al dividir el yacimiento en un número determinado de celdas. La discretización con respecto al tiempo se realiza al tomar los intervalos pequeños de éste para cada uno de los cuales el problema es resuelto.

La transformación de una ecuación diferencial continua a una forma discreta, y se hace generalmente utilizando el método de diferencias finitas. Que consiste en substituir las derivadas de

las ecuaciones diferenciales por fórmulas de derivación. Así entonces las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales son reemplazadas por su equivalente en diferencias finitas las cuales pueden obtenerse al expandir el polinomio de Taylor generado por una función en un punto, y después resolver para la derivada que se requiere.

3.2.- Aproximación de la primera y segunda derivada en diferencias finitas.

i).- Primera derivada.

Diferencia finita progresiva

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

Diferencia finita regresiva

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

Diferencia finita central

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2 \Delta x} + O(\Delta x^2)$$

ii).- Segunda derivada

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} + o(\Delta x^2)$$

iii).- Derivada con respecto al tiempo

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t}$$

3.3.- Discretización del modelo en diferencias finitas.

La ecuación (13), no tiene solución analítica por tal motivo se resolverá por el método de diferencias finitas.

Expandiendo en diferencias finitas tomando el término :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

y haciendo un cambio de variable

$$\left(k \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) = \mu$$

tomando diferencias centrales

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} \Big|_i = \frac{\mu_{i,j+1/2} - \mu_{i,j-1/2}}{\Delta z_i}$$

$$\mu_{i,j+1/2} = k \left|_{j+1/2} \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{j+1/2}$$

$$\mu_{i,j-1/2} = k \left|_{j-1/2} \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{j-1/2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{j+1/2} = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta z_{j+1/2}}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{j-1/2} = \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta z_{j-1/2}}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} \Big|_j = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{K_{j+1/2} (P_{i,j+1} - P_{i,j})}{\Delta z_{j+1/2}} - \frac{K_{j-1/2} (P_{i,j} - P_{i,j-1})}{\Delta z_{j-1/2}} \right]$$

finalmente se tiene:

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} \Big|_j = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{K_{j+1/2}}{\Delta z_{j+1/2}} \left[P_{i,j+1} - P_{i,j} \right] - \frac{K_{j-1/2}}{\Delta z_{j-1/2}} \left[P_{i,j} - P_{i,j-1} \right] \right]$$

para el segundo término

$$\frac{\partial P}{\partial r} \left(Kr \frac{\partial P}{\partial r} \right)$$

haciendo un cambio de variable

$$\mu = K + r \frac{\partial P}{\partial r}$$

tomando diferencias centrales

$$\mu_{i+1/2} = k r \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{i+1/2}$$

$$\mu_{i-1/2} = k r \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{i-1/2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{i+1/2} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{r_{i+1} - r_i}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{i-1/2} = \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{r_i - r_{i-1}}$$

$$\frac{\partial}{\partial r^2} \Big|_i = \frac{k r \Big|_{i+1/2} \left[\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{r_{i+1} - r_i} \right] - k r \Big|_{i-1/2} \left[\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{r_i - r_{i-1}} \right]}{(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2)}$$

$$2 \frac{\partial \mu}{\partial r^2} = \frac{2}{r^{i+1/2} - r^{i-1/2}} \left[kr_{i+1/2} \left[\frac{P_{i+1,j} P_{i,j}}{r_{i+1} - r_i} \right] - Kr_{i-1/2} \left[\frac{P_{i,j} P_{i-1,j}}{r_i - r_{i-1}} \right] \right]$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r kr \frac{\partial P}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[kz \frac{\partial P}{\partial z} \right] \pm \frac{q \mu \theta \text{ c.s.}}{V \alpha l} = \phi \mu C \frac{\partial P}{\partial t}$$

haciendo un cambio de variable

$$x = r^2 \quad \frac{dx}{dr} = 2r$$

$$\frac{d}{dr} = \frac{d}{dx} \frac{dx}{dr} = \frac{d}{dx} 2r = 2r \frac{d}{dx}$$

como $x = r^2$

$$\frac{d}{dr} = 2r \frac{\partial}{\partial r^2}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r} (2r \frac{\partial}{\partial r^2}) = 2 \frac{\partial}{\partial r^2}$$

$$2 \frac{\partial}{\partial r^2} (k r \frac{\partial P}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k z \frac{\partial P}{\partial z}) \pm \frac{q \mu \theta \text{ c.s.}}{V \alpha l} = \phi \mu C \frac{\partial P}{\partial t}$$

como

$$2 \frac{\partial}{\partial r^2} = \frac{2}{r^{i+1/2} - r^{i-1/2}}$$

entonces:

$$\frac{2}{r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2} \left[k r \Big|_{i+1/2} \left[\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{r_{i+1} - r_i} \right] - k r \Big|_{i-1/2} \left[\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{r_i - r_{i-1}} \right] \right]$$

$$+ \frac{1}{\Delta z_j} \left[\frac{K \Big|_{j+1/2}}{\Delta z_{j+1/2}} [P_{i,j+1} - P_{i,j}] - \frac{K \Big|_{j-1/2}}{\Delta z_{j-1/2}} [P_{i,j+1} - P_{i,j-1}] \right] \pm q_{A,j} \frac{C_{A,j}}{Vol}$$

$$= \frac{(\phi_{i,j} \mu_{i,j} C_{i,j})^{n+1/2}}{\Delta t} [P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n]$$

tenemos que el volumen de la celda es:

$$V_b = \pi (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \Delta z_j$$

donde:

$$r_{i+1/2} = \frac{r_{i+1} - r_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad \text{y} \quad r_{i-1/2} = \frac{r_i - r_{i-1}}{\ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}$$

multiplicamos ambos terminos en la ecuación (1) por el volumen de la celda tenemos:

$$\frac{2\pi (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \Delta z_j}{r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2} \left[k r \Big|_{i+1/2} \left[\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{r_{i+1} - r_i} \right] \right]$$

$$-k r \left|_{r_{i-1/2}} \left[\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{r_i - r_{i-1}} \right] + \pi (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2)$$

$$\left[\frac{K \left|_{z_{j+1/2}} \left[P_{i,j+1} - P_{i,j} \right] - K \left|_{z_{j-1/2}} \left[P_{i,j} - P_{i,j-1} \right] \right] \pm \frac{q_{i,j} \text{ c.s.}}{\text{Vol.}}$$

$$[\phi_{i,j} \mu_{i,j} c_{i,j}]^{n+1/2} \left[\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n}{\Delta t} \right] \pi (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \Delta z_j \dots \dots \dots 15$$

Ecuación que representa el flujo de fluidos en el medio poroso para yacimientos de aceite bajosaturado, discretizada por diferencias finitas en coordenadas (r,z), considerando las suposiciones previamente establecidas.

3.4.- Esquemas de solución

Una vez que la ecuación diferencial parcial ha sido discretizada, es necesario determinar el tiempo, en el cual los términos de flujo se evalúan y a eso se le llama esquema de solución.

En el presente trabajo se consideró un esquema de solución mixto, en el cual las presiones se evalúan al nivel de tiempo " n + 1 " , mientras las transmisibilidades se evalúan al nivel de tiempo anterior o conocida " n " . La expresión en diferencias finitas es

la siguiente:

$$Tx_{i+1/2}^n (P_i^{n+1} - P_i^{n+1}) - Tx_{i+1/2}^n (P_i^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}) = \frac{Vbi}{\Delta t} (P_i^{n+1} - P_i^n)$$

3.5.- Concepto de transmisibilidad en los esquemas de solución

La transmisibilidad (T) es la capacidad de transmitir el flujo y está dada por la siguiente expresión:

$$q = TP$$

donde:

T = transmisibilidad

q = gasto

p = presión

De la ecuación de Darcy

$$q = - \frac{K}{\mu} \frac{A}{ds} \frac{dP}{ds}$$

Y sustituyendo en la ecuación de la transmisibilidad y haciendo:

ds = L, Despejamos a T:

$$T = \frac{k A}{\mu L}$$

Ecuación en la cual se ve que la capacidad de transmitir no será igual para todos los bloques que constituyen la malla, si no que ésta dependerá tanto de la geometría del bloque (A, L) como de las propiedades físicas que se asignen a cada uno de ellos (k, μ). Así entonces para determinar el flujo (y con ello implícitamente la variación de presión) que cruza de un bloque (A) a un bloque (B), los cuales son adyacentes, es preciso considerar la transmisibilidad de ambos bloques.

3.6.- Cálculo de transmisibilidades

Transmisibilidad en la dirección (z) :

$$Tz_{i,j \pm 1/2} = \pi (r_{i \pm 1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \frac{k}{\Delta z} \Big|_{j \pm 1/2}$$

$$Tz_{i,j-1/2} = \pi (r_{i \pm 1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \frac{k}{\Delta z} \Big|_{j-1/2}$$

El término $\frac{k}{\Delta z} \Big|_{j \pm 1/2}$ se evalúa mediante un promedio armónico debido a que se considera flujo lineal en la dirección vertical (z).

$$\frac{K}{\Delta z} \Big|_{j+1/2} = \frac{Z(K_{i,j}) (K_{i,j+1})}{(\Delta z_j)(K_{i,j+1}) + (\Delta z_{j+1})(K_{i,j})}$$

$$\frac{K}{\Delta z} \Big|_{j-1/2} = \frac{Z(K_{i,j}) (K_{i,j-1})}{(\Delta z_{j-1})(K_{i,j}) + (\Delta z_j)(K_{i,j-1})}$$

Sustituyendo en las ecuaciones (10) y (17), las ecuaciones 18) y (19) se tiene

$$T_{z_{i,j+1/2}} = \frac{2\pi (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) (K_{i,j}) (K_{i,j+1})}{\Delta z_j (K_{i,j+1}) + (\Delta z_{j+1}) (K_{i,j})}$$

$$T_{z_{i,j-1/2}} = \frac{2\pi (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) (K_{i,j}) (K_{i,j-1})}{\Delta z_{j-1} (K_{i,j}) + \Delta z_j (K_{i,j-1})}$$

Transmisibilidad en la dirección (r)

$T_{r_{i+1/2,j}}$ puede ser expresada como dos transmisibilidades en serie

$$\frac{1}{T_{r_{i+1/2}}} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

donde:

$$T_1 = \frac{2\pi \Delta z}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_{i+1/2}}} K_{i+1} \quad \text{y} \quad T_2 = \frac{2\pi \Delta z}{\ln \frac{r_{i+1/2}}{r}} K_i$$

de la ecuación (A)

$$Tr_{i+1/2} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \quad \text{-----} (21)$$

sustituyendo T_1 y T_2 en (21)

$$Tr_{i+1/2} = \frac{\frac{\Delta l \Delta z K_{i+1}}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_{i+1/2}}} \quad \frac{\Delta l \Delta z K_i}{\ln \frac{r_{i+1/2}}{r_i}}}{\frac{\Delta l \Delta z K_{i+1}}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_{i+1/2}}} + \frac{\Delta l \Delta z K_i}{\ln \frac{r_{i+1/2}}{r_i}}} = \frac{(\Delta l \Delta z) K_{i+1} K_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_{i+1/2}} \ln \frac{r_{i+1/2}}{r_i}} \quad \text{-----}$$

$$Tr_{i+1/2} = \frac{\Delta l \Delta z K_{i+1} \cdot K_i}{K_{i+1} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + K_i \ln \frac{r_{i+1}}{r_{i+1/2}}} \quad \text{-----} (22)$$

$$Tr_{i-1/2} = \frac{\Delta l \Delta z K_i \cdot K_{i-1}}{K_i \ln \frac{r_i}{r_{i-1}} + K_{i-1} \ln \frac{r_i}{r_{i-1/2}}} \quad \text{-----} (23)$$

expresando la ecuación (15) en terminos de sus transmisibilidades.

$$Tr_{i+1/2,j}^n \left[P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1} \right] - Tr_{i-1/2,j}^n \left[P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1} \right] +$$

$$Tr_{i,j+1/2}^n \left[P_{i,j+1}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1} \right] - Tr_{i,j-1/2}^n \left[P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1} \right] = q_{i,j} c_{5B}$$

$$= \frac{\Delta u_{i,j}}{\Delta t} [P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n] \quad \text{----- (24)}$$

donde:

$$\Delta u_{i,j} = \pi \phi_{i,j} (r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2) \cdot \Delta z_j (\alpha_{i,j} \Omega_{i,j})^{n+1/2}$$

3.7.- Transformación de unidades.

Hasta ahora se han manejado en las ecuaciones desarrolladas anteriormente las unidades de Darcy. Sin embargo, se hace necesario encontrar una constante que permita utilizar las siguientes unidades.

q = en (bl/día)

k = en (m p)

μ = en (c.p.)

A = en (pie)²

dp = en (lb/pg²)

ds = en (pié)

t = en (días)

$$\begin{aligned}
& \frac{n}{Tr_{i+1/2,j}} \left[\begin{matrix} n+1 \\ P_{i+1,j} \end{matrix} - \begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j} \end{matrix} \right] - \frac{n}{Tr_{i-1/2,j}} \left[\begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j} \end{matrix} - \begin{matrix} n+1 \\ P_{i-1,j} \end{matrix} \right] + \\
& \frac{n}{Tz_{i,j+1/2}} \left[\begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j+1} \end{matrix} - \begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j} \end{matrix} \right] - \frac{n}{Tz_{i,j-1/2}} \left[\begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j} \end{matrix} - \begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j-1} \end{matrix} \right] \\
& \pm C_1 q_{\Delta t} \theta c \cdot e = C_2 \frac{\partial t_{i,j}}{\Delta t} \left[\begin{matrix} n+1 \\ P_{i,j} \end{matrix} - \begin{matrix} n \\ P_{i,j} \end{matrix} \right] \quad \text{----- (25)}
\end{aligned}$$

donde:

$$C_1 = 787.40$$

$$C_2 = 140.24$$

Aplicando la ecuación (25) a cada una de las celdas de la malla, se genera un sistema de ecuaciones lineales el cual tiene que resolverse.

CAPITULO IV

Metodo de Solución

4.1.- Solución de Sistemas de Ecuaciones

Muchos problemas relacionados con el campo de la Ingeniería se pueden expresar en términos de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales. tales sistemas se representan en forma matricial como $Ax=b$, donde A, indica una matriz cuadrada de orden n por n, b es el vector columna de n términos independientes y x un vector columna de n componentes desconocidos. De tal manera que un sistema de ecuaciones algebraicas lineales es un conjunto de ecuaciones de la forma:

$$a_{11} x_1 - a_{12} x_2 - a_{13} x_3 - \dots - a_{1n} x_n = b_1$$

$$a_{21} x_1 - a_{22} x_2 - a_{23} x_3 - \dots - a_{2n} x_n = b_2$$

$$a_{31} x_1 - a_{32} x_2 - a_{33} x_3 - \dots - a_{3n} x_n = b_3$$

$$a_{n1} x_1 - a_{n2} x_2 - a_{n3} x_3 - \dots - a_{nn} x_n = b_n$$

(26)

La solución del sistema de ecuaciones es un conjunto de n valores $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, que satisfacen simultáneamente a todas las ecuaciones.

En cursos de álgebra lineal, se han visto diferentes técnicas para la solución de tales sistemas. El presente trabajo utiliza el método iterativo Lsor. (Line Successive Overrelaxation) el cual ha sido utilizado en la solución en problemas de simulación de yacimientos.

4.2.- Método de Sobrrelajación lineal Sucesiva

La sobre-relajación sucesiva (SOR) es un método iterativo que tuvo su origen en una de las técnicas más antiguas de solución de sistemas de ecuaciones lineales. El método de Gauss-Seidel, el cual fue estudiado teóricamente, formalizado y publicado en 1954 por Daniel Young.

El método SOR ha gozado de una popularidad limitada en la solución de problemas en la Industria Petrolera. Ha tenido aplicación en el campo de la física nuclear, donde Varga-wachpress, ha tenido su campo de trabajo. Una posible razón para la carencia de popularidad en la Industria Petrolera es el factor de sobre-relajación crítico en los problemas de yacimientos y la dificultad del cómputo económico de este factor. Estimándose sin embargo, para el área de yacimientos como $1 < w < 2$.

Por motivos de brevedad las ecuaciones SOR, son ilustradas esquemáticamente sólo para el sistema de dos dimensiones. La formulación detallada de las ecuaciones SOR actualmente usadas en este trabajo pueden ser representadas de la siguiente manera :

$$A \Delta^2 \underline{U} \quad \underline{Q} = C \Delta t \underline{U} \quad \dots\dots(27)$$

la forma de estas ecuaciones en dos dimensiones es:

$$A \underline{U}_{i-2,j} + A \underline{U}_{i-1,j} + A \underline{U}_{i,j-2} + A \underline{U}_{i,j-1} - (4A+C) \underline{U}_{i,j} + b_{i,j} = 0 \quad \dots(28)$$

donde:

$$b_{i,j} = Q_{i,j} + C \underline{U}_{i,j}$$

La línea SOR usada aquí para la solución de la ecuación (27):

$$\underline{U}_{i,j}^{(l+1)} = (4A-C)^{-1} (A \underline{U}_{i+2,j}^{(l+1)} + A \underline{U}_{i-2,j}^{(l+1)} + A \underline{U}_{i,j+2}^{(l)} + A \underline{U}_{i,j-2}^{(l)} + b_{i,j})$$

y

$$\underline{U}_{i,j}^{(l+1)} = W \underline{U}_{i,j}^{(l+1)} + (1-W) \underline{U}_{i,j}^{(l)}$$

La serie de ecuaciones que representan una malla o hilera es simplemente un sistema de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas, cuya matriz de coeficientes toma la forma tridiagonal la cual se muestra en la ecuación (29), haciendo más veloz la resolución de una hilera.

Utilizando el método iterativo ó de barrido, (LSOR), de la misma manera en que se soluciona para una hilera, el tratamiento será aplicado sistemáticamente de igual manera para las demás hileras.

$$\begin{bmatrix} b_1 & & & \\ a_2 & c_1 & & \\ & b_2 & c_2 & \\ & & a_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (29)$$

4.3.- Algoritmo de Thomas

El algoritmo de Thomas resuelve matrices tridiagonales, cuya matriz de coeficientes puede ser factorizada como producto de dos matrices, $A = LU$. Si esto es cierto cada elemento de la matriz LU, será igual al elemento respectivo de la matriz A, obteniéndose:

$$\alpha_1 = b_1$$

$$\beta_i = c_i / \alpha_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$$

$$\alpha_n = b_n - a_n / \beta_{n-1} \quad i = 2, 3, 4, \dots, n$$

expresiones para las α 's y β 's elementos de las matrices LU.

Un sistema de ecuaciones $AX = b$, puede expresarse como $LUx = b$, haciendo $Ux = Y$, se obtendrá el sistema $LY = b$, el cual se resuelve en forma directa por sustitución progresiva:

$$Y_1 = b_1 / c_{11}$$

$$Y_i = (b_i - a_{i1}Y_1 - \dots - a_{i,i-1}Y_{i-1}) / c_{ii} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

Una vez calculado el vector Y se puede evaluar directamente x , en el sistema $Ux = Y$, por sustitución regresiva:

$$x_n = Y_n$$

$$x_i = (Y_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - \dots - a_{i,n}x_n) / c_{ii} \quad i = n-1, n-2, \dots, 1$$

$$a_{21}x_1 - a_{22}x_2 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n = b_2$$

CAPITULO V

Programa de Cómputo

El programa fue desarrollado en lenguaje Quick Basic, en un ambiente conversacional, lo cual permite una mayor facilidad de operación para el usuario. A continuación se presenta una breve descripción de las funciones y subrutinas utilizadas en el desarrollo del programa de cómputo.

5.1.- Function fvoFN

Correlación para obtener el factor de volumen del aceite bajosaturado.

$$B_o = B_{ob} / \exp (C_o (P_b))$$

donde:

C_o = Compresibilidad del aceite bajosaturado (pg^2 / lb)

B_{ob} = Factor de volumen del aceite a la P_b ($f_1^B @ c y$)

P = Presión del yacimiento (lb / pg^2) $(f_1^B @ c y)$

P_b = Presión de burbujeo (lb / pg^2)

5.2.- Function MU

Correlación para calcular la viscosidad del aceite bajosaturado

$$\mu_o = \mu_{ob} (p/p_b)^m$$

$$m = c_1 p^{c_2} \exp (c_3 + c_4 p)$$

donde:

$$\begin{aligned}c_1 &= 2.6 & c_2 &= 1.187 \\c_3 &= -11.513 & c_4 &= -8.98 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

μ_0 = Viscosidad a la presión de burbujeo (c.p) del aceite

P = Presión del yacimiento (lb/pg²)

5.3.- Correlación para obtener la compresibilidad del aceite bajosaturado.

$$C_0 = (a_1 + a_2 R_s + a_3 T + a_4 \gamma_{gs} + a_5 \gamma_0) a_6 p$$

Donde:

$$\begin{aligned}a_1 &= -1433 & R_s &= \text{Relación de solubilidad (pie}^3/\text{b)} \\a_2 &= 5 & \gamma_{gs} &= \text{Densidad relativa del gas a una} \\ & & & P_s = 100 \text{ (lb/pg}^2\text{) man.} \\a_3 &= 17.2 & \gamma_0 &= \text{Densidad del aceite} \\a_4 &= -1180 & P &= \text{Presión (lb/pg}^2\text{)} \\a_5 &= 12.61 \\a_6 &= 10^5\end{aligned}$$

5.4.- Subrutina Kape

Calcula la pendiente de los valores proporcionados en la tabla de propiedades de los fluidos generada al principio del programa.

5.5.- Subrutina XYZ

Con el valor de la pendiente de los valores proporcionados (subrutina Kape), interpola linealmente las propiedades de los fluidos a una presión determinada.

5.6.- Subrutina del algoritmo de Thomas

El algoritmo de Thomas resuelve directamente matrices tridiagonales de la forma:

$$\begin{bmatrix} b_1 & & & \\ a_2 & b_2 & & \\ & a_3 & b_3 & \\ & & & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

La cual se genera en el barrido por columna en la subrutina LSOR.

5.7.- Subrutina LSOR

Resuelve en forma iterativa el sistema de ecuaciones utilizando un parametro de relajacion (w). La tolerancia de presión en este trabajo fue de 0.1 (lb/pg²).

5.8.- Balance de materia

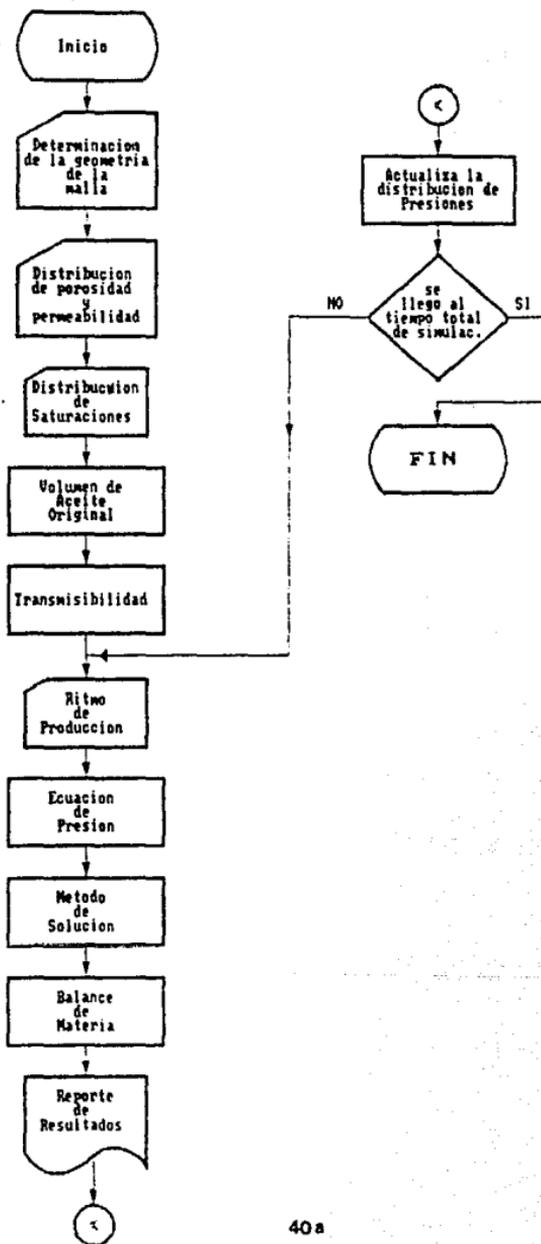
Un criterio para determinar la compatibilidad de los valores de presión que se obtienen del simulador, es el error de balance de materia. Este se calcula conociendo los volúmenes de aceite en el yacimiento al principio y al final del intervalo de tiempo.

La diferencia entre los valores deberá ser igual a la producción total durante el intervalo.

$$\text{MBEI} = \frac{\sum_1^m (V \left(\frac{S_o}{S_o} \right))^n - \sum_1^m (V \left(\frac{S_o}{S_o} \right))^n}{q_o \Delta t}$$

A continuación se presenta el diagrama de bloques del programa de cómputo, del modelo.

Diagrama de Bloques



CAPITULO VI

Ejemplo de Aplicación

El objetivo de esta aplicación es mostrar básicamente el funcionamiento del modelo. La información suministrada corresponde al pozo Bacal 81 situado en el distrito el Plan de la zona sur de Petróleos Mexicanos. Se presenta además una comparación de los resultados obtenidos con el modelo, con los obtenidos con un simulador de conificación de gas para flujo bifásico de gas aceite, considerando el comportamiento de este último hasta la presión de burbujeo.

Datos Suministrados al Modelo

Radio del pozo	0.49 pies
Radio de drenaje del pozo	902 pies
Espesor de la formación	393.60 pies
Presión inicial	4436.64 lb/pg ₂
Viscosidad del aceite a la Pb	0.505 C.P.
Factor de volumen del aceite a la Pb	1.53
Porosidad	0.20
Saturación del aceite	0.87
Permeabilidad en la dirección z	150 m.D.

Permeabilidad en la dirección r	150 m.D
Número de celdas en la dirección r	9
Número de celdas en la dirección z	1
Tiempo de simulación	120 Dias
Intervalo de tiempo	15 Dias
Presión de burbujeo	3569.22 lb/pg ²
Relación de solubilidad a la Pb	159.8

POLITICA DE GASTOS ENSAYADA EN EL MODELO

MES	Q [m ³ /dia]	Q BPD
1	394.47	2500
2	393.50	2475.12
3	389.56	2450.33
4	385.56	2425.80

En las figuras (3), (4), (5), (6) y (7) se muestran los resultados obtenidos al aplicar el simulador. En la figura (2), se presenta la comparación de resultados obtenidos con este modelo, con los obtenidos en la referencia (8).

CAPITULO VII

Resultados y Conclusiones

De los resultados obtenidos al aplicar el simulador a un caso real, se pueden hacer los siguientes comentarios. En la figura (2) se puede apreciar que la diferencia de presiones entre los resultados obtenidos con el modelo y los de la referencia (8), son muy aproximados.

En la figura (3) se muestra el declinamiento de la presión media del pozo con el tiempo. Nótese que aproximadamente a los cuatro meses se alcanza la presión de burbujeo. En las figuras (4), (5), (6) y (7), se muestra el comportamiento de la presión respecto al radio de drenaje observándose que la mayor caída de presión se tiene en las cercanías del pozo.

Por lo anterior el modelo desarrollado cumple con el objetivo propuesto, que es el reproducir o simular el comportamiento de un pozo, en un yacimiento bajosaturado con las condiciones previamente establecidas.

Conclusiones

Los resultados obtenidos al aplicar el modelo (r,z) , son bastante satisfactorios, por lo que constituye una herramienta matemática confiable para estudiar el comportamiento del yacimiento en las cercanías del pozo. Por lo anterior, una herramienta de tales características permitirá, entre otras cosas:

- Simular diferentes pruebas de presión
- Estudios relacionados con el radio de influencia del pozo
- Determinación de ritmos de explotación óptimos
- Servir como una herramienta de diagnóstico.

Fig.2
Comportamiento de la Pwf vs t

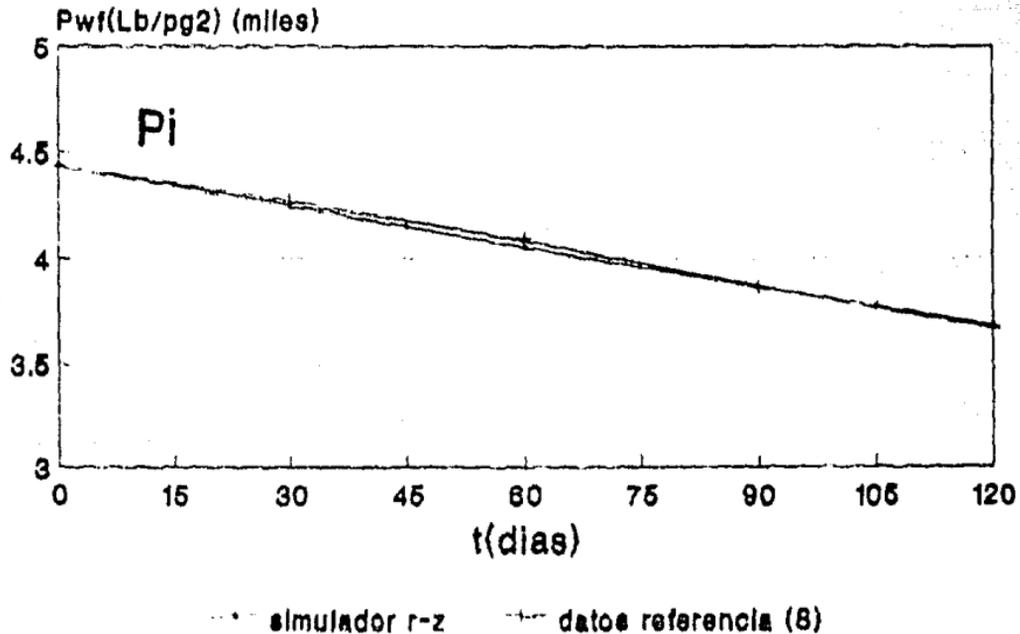
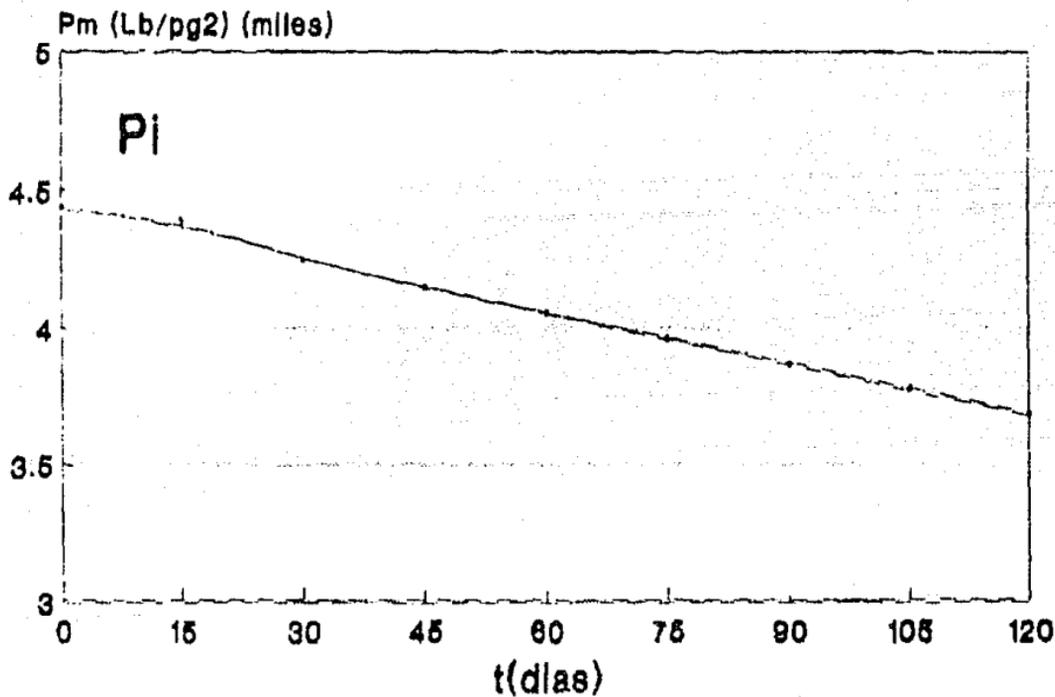


Fig.3
Comportamiento de la Pm vs t



46

Fig.4
Comportamiento de P vs re a 1 mes

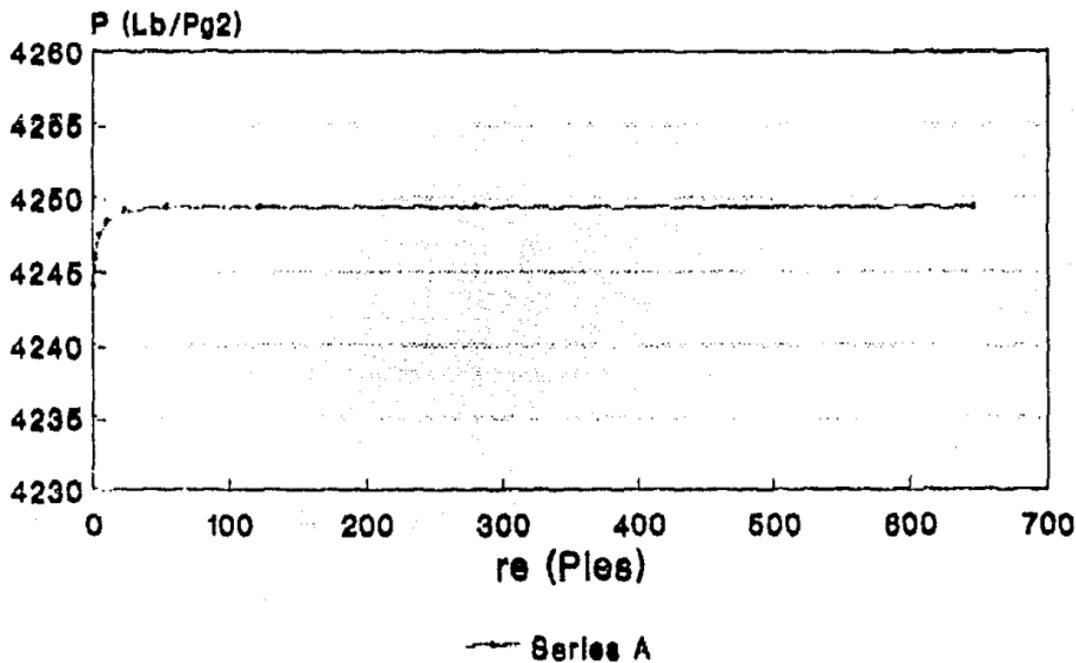


Fig.5
Comportamiento de P vs re a 2 meses

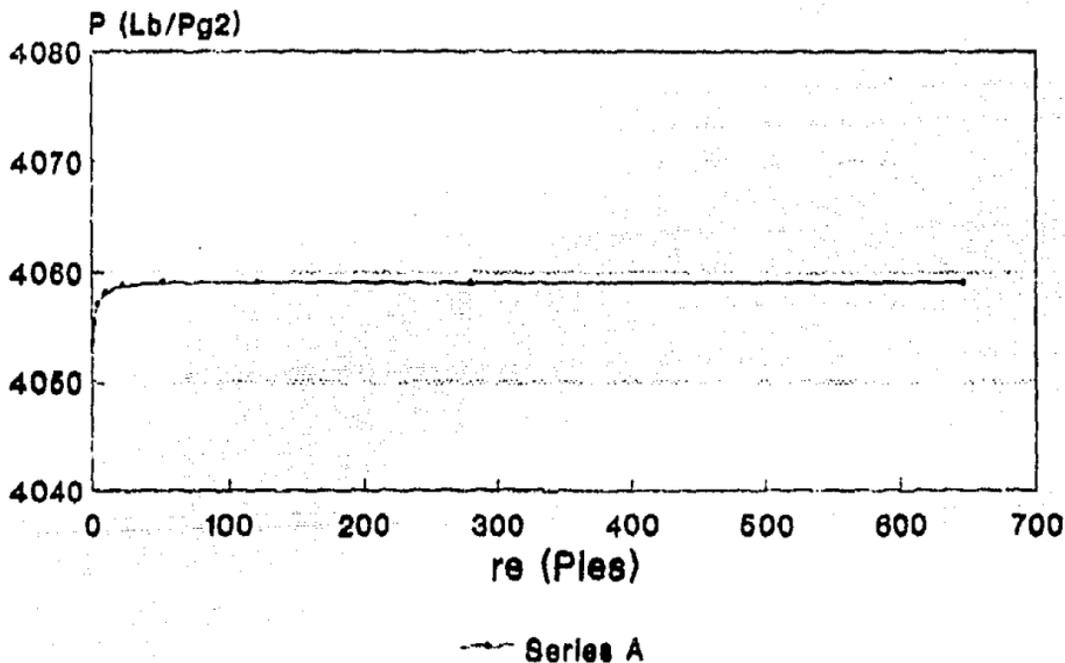
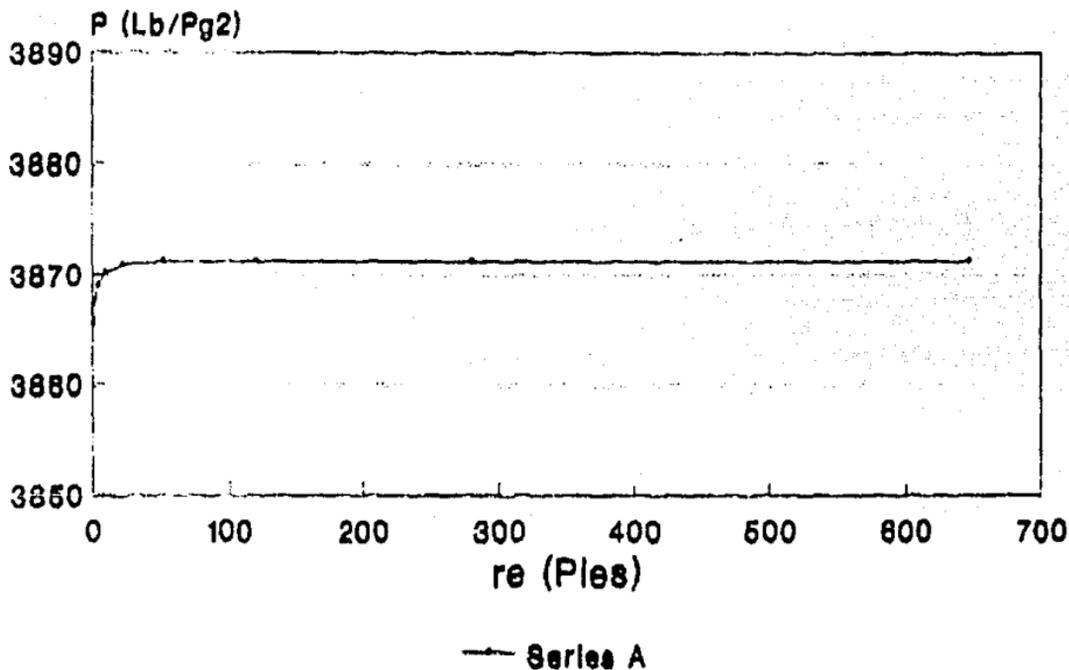


Fig.6

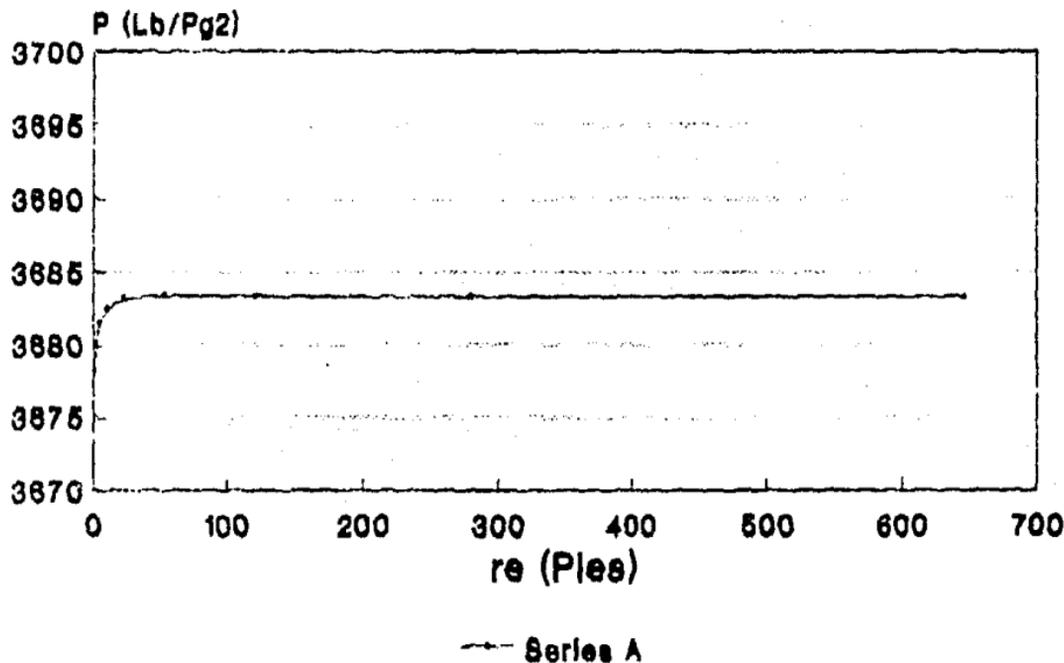
Comportamiento de P vs re a 3 meses



49

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Fig.7
Comportamiento de P vs re a 4 meses



NOMENCLATURA

A	Area
Bo	Factor del volumen del aceite
C	Compresibilidad
k	Permeabilidad
L	Longitud
m	Masa
P	Presión
q	Gasto
r	Radio
r _e	Radio de drenaje
r _w	Radio del pozo
S	Saturación
t	Tiempo
T	Temperatura
T	Transmisibilidad
v	Velocidad
Vol	Volumen
V _c	Volumen de la celda
z	Dimensión
Z	Profundidad
ϕ	Porosidad

μ_0	Viscosidad del aceite
ρ	Densidad
Δ	Incremento
∂	Parcial
w	Parámetro de relajación

SUBINDICES

r	Dirección r
θ	Dirección θ
z	Dirección z
∂ c. y.	Medido a condiciones de yacimiento
∂ c. s.	Medido a condiciones standard

SUPERINDICES

n	Nivel al tiempo conocido
n_1	Nuevo nivel de tiempo

REFERENCIAS

- 1.- ODEH, S.A. "Reservoir simulation;what is it ? ". J.P.T. November 1969.
- 2.- Domínguez Vargas G. "Simulación matemáticas de Yacimientos". Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
- 3.- Nieto Rodríguez R., "Principios de mecánica de yacimientos". Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
- 4.- Berlanga J.M. "Apuntes de Computación aplicada a la Ingeniería Petrolera". Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
- 5.- León Ventura Raul "Apuntes tomados de la clase de evaluación de la producción" Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
- 6.- Garicochea P. Francisco "Apuntes de transporte de Hidrocarburos". Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
- 7.- Osorno, J.A.; Moctezuma, A.E. "Modelo tridimensional R- θ -Z para predecir el comportamiento del yacimiento en las cercanías de un pozo de gas cuya formación se encuentra con o sin fractura", Octubre de 1984, IMP.

8.- Rodríguez De La Garza F. ; " Proyecto D-2002
simulador de conificación de gas. Manual de Aplicación".
Enero de 1982, IMP.

9.- Rodríguez De La Garza F.; " CONMIP: un simulador
numérico del fenómeno de conificación".

Vol. XVIII, No.3 Julio de 1985, IMP.

10.- Aziz K., Settari A. "Petroleum Reservoir Simulation"
Applied Science Publishers L.T.D. 1979.