42
27

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

UTILIZACION DE PRISMAS DE TEJADO PARA INTERFEROMETROS DE BARRIDO DE FRANJAS POR POLARIZACION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

F I S I C O

P R E S E N T A

GABRIELA MARIA RUIZ SOTO

MEXICO, D. F. **MAYO 1990**

CONTENIDO

CONTENIDO

INTRODUCCION GENERAL

Cuando se utiliza cualquier sistema óptico para, por ejemplo, formar la imágen de un objeto, se desearía que cada uno de los elementos que conforman al sistema fueran perfectos, de modo que la imágen formada también fuera perfecta.

Para construir una pieza óptica de óptima calidad, como una superficie carente de imperfecciones, se necesita un instrumento que permita medir los defectos de la superficie con muy alta precisión. En la actualidad, los métodos ópticos son los que permiten obtener en metrología la mayor precisión, y particularmente la interferometría se ha utilizado en pruebas ópticas durante varias décadas

Cuando se desea probar la calidad de un objeto, se comparan el frente de onda del objeto con un frente de onda perfecto de referencia, y esta comparación se efectúa a través de la forma e intensidad de las franjas de interferencia. Un problema que presenta la interferometría, es que sólo se puede obtener información precisa de la calidad de la superficie en los máximos y mínimos de intensidad del interferograma, pero no se puede extraer información precisa del resto de la superficie por extrapolación (Dändliker, 1980).

Por lo anterior, desde hace un par de décadas se ha venido desarrollando otra rama de la interferometría, denominada interferometría de barrido de franjas o de corrimiento de fase. En este tipo de interferometría se varía controladamente la diferencia de fase entre los haces que interfieren y por lo tanto, se puede desplazar el patrón de interferencia sobre el objeto. De esta manera la precisión aumenta considerablemente.

Existen diferentes técnicas para efectuar el corrimiento o modulación de la fase en un interferómetro, y las características de cada una dependen de la aplicación particular que se le de a cada interferómetro.

En el presente trabajo se propone un método alternativo para correr la fase y se estudia su posible utilización en un interferómetro de corrimiento de fase. El método propuesto tiene como antecedente el artículo de Rodriguez-Zurita *et al.* (1990), en donde consiguen correr la fase utilizando un prisma de Amici y dos polarizadores lineales, pero la cantidad de corrimiento es muy limitada.

El modulador de fase que se describirá en la sección 1.4 consiste de dos parejas de polarizadores lineales y prismas de ángulo recto, dispuestos de modo que cada pareja conforma cada uno de los brazos de un interferómetro tipo Twymann-Green, además de otro polarizador lineal a la salida del interferómetro. Mediante la rotación de este último polarizador respecto al eje óptico, se consiguen corrimientos de fase entre los haces que interfieren, proporcionales a la rotación del polarizador.

Además de construir la teoría que describe al modulador de fase mencionado, se verificaron experimentalmente los resultados calculados teóricamente. Fundamentalmente se estudiaron dos aspectos que aportan información inmediata acerca del comportamiento del sistema: El corrimiento de fase conseguido y la variación de intensidad de los haces que interfieren.

El trabajo experimental se llevó a cabo en el laboratorio de Optica Aplicada del Centro de Instrumentos de la UNAM. El análisis de los interferogramas, que permitió cuantificar el corrimiento de fase que introduce el modulador, se hizo mediante un paquete de procesamiento de imágenes proporcionado por el laboratorio de Procesamiento de Imágenes del mismo centro. Además, algunas de las piezas mecánicas utilizadas en el arreglo experimental, fueron fabricadas en el taller mecánico local.

CAPITULO 1

CONCEPTOS PRELIMINARES

1.1 INTERFEROMETRIA TRADICIONAL Y DE CORRIMIENTO DE FASE.

El fenómeno de interferencia ocurre cuando la radiación proveniente de una misma fuente sigue caminos distintos, pero se superpone posteriormente, generando bandas claras y oscuras.

Existe una técnica denominada Interferometría, que se basa en dicho fenómeno. Dependiendo de la aplicación que tenga, se puede realizar interferometría con radiación electromagnética que va de los rayos X a las ondas de radio, e incluso se hacer con ondas acústicas y haces de elctrones.

Es usual clasificar a los interferómetros de acuerdo al número de haces que interfieren, dividiéndose en interferómetros de dos haces o de haces múltiples, o dependiendo del método usado para separar los haces, por lo cual se habla de interferómetros de separación de frente de onda o de división de amplitud (Steel, W.H.,1967).

La interferometría se emplea fundamentalmente en espectroscopía y metrología, destacando en esta última área la aplicación en pruebas ópticas.

La interferometría es una técnica precisa para medir, por ejemplo, defectos en la superficie de un elemento óptico, ya que la herramienta de medición es la luz que sirve de fuente en el interferómetro y la unidad de medición es su longitud de onda.

Cuando se miden estos defectos o deformaciones, lo que se hace ususalmene es comparar el frente de onda que emerge del objeto de prueba, con respecto al frente de onda que emergería de un objeto ideal, y que se utiliza como frente de onda de referencia.

Si el objeto de prueba fuera perfecto, las franjas de interferencia serían franjas rectas, sin embargo cuando hay deformaciones, las variaciones en altura de la superficie se ven reflejadas como desviaciones de las franjas respecto a una línea recta, entonces midiendo estas desviaciones se obtiene información sobre la forma de la superficie de prueba.

En un interferómetro, por ejemplo de división de amplitud tipo Twymann-Green (Wyant, J., 1982), la desviación de una franja respecto a una recta, corresponde a una diferencia de camino óptico de λ, donde λ es la longitud de onda empleada. Es decir, la diferencia de camino óptico aberrado con respecto a uno perfecto o de referencia es de múltiplos de λ. Esto se puede escribir:

$$D.C.O. = m\lambda \qquad (1.1)$$

donde D.C.O. es la diferencia de camino óptico y m el orden de interferencia.

Entonces para una superficie de prueba, una desviación de una franja corresponde a una desviación en altura de de $\lambda/2$. Así, comparando el patrón de interferencia contra un patrón de líneas cuyo espaciamiento corresponda al espaciamiento entre franjas, se puede obtener rápidamente información sobre la calidad de la superficie en términos de λ.

El método antes mencionado para analizar un interferograma es muy simple, sin embargo el grado de complejidad del análisis dependerá de la precisión y la cantidad de datos obtenidos. Una manera de obtener información cuantitativa precisa, más elaborada, consiste en barrer el interferograma usando algún detector como una cámara de TV o un arreglo CCD para medir la posición de las franjas con gran precisión y calcular una expresión polinomial para la aberración del frente de onda.

La desviación del frente de onda aberrado respecto a un frente de onda esférico perfecto, está dada por:

$$DCO = A\ (x^2+y^2)^2 + By(x^2+y^2) + C(x^2+3y^2) + D(x^2+y^2) + Ey + Fx \qquad (1.2)$$

donde A es proporcional a la aberración esférica longitudinal de tercer orden, B es el término de aberración comática, C de astigmatismo, D de defoco, E de inclinación sobre el eje x, y F de inclinación sobre el eje y (Malacara D., 1978). Los términos anteriores también dependen de la semiapertura de la lente, de la distancia focal, de la distancia lente imágen y de la altura de la imágen.

Puesto que DCO = $m\lambda$, para una m dada se determina la posición de la franja correspondiente, y estos datos se introducen en la expresión para la DCO. Entonces si W(x,y)=DCO es la ecuación del frente de onda, habría que resolver un sistema de al menos 6 ecuaciones del tipo:

$$W1(x,y) = m\lambda \qquad W2(x,y) = (m+1)\lambda, \qquad \text{etc.}$$

para determinar explicitamente los coeficientes A,B,C,D,E y F. Se puede obtener el plano de la superficie con una corrección hasta de $\lambda/30$.

La precisión de la información sobre la desviación del frente aberrado puede aumentar si se hace un número grande de mediciones sobre una misma franja y se trabaja luego estadisticamente con los datos.

Para obtener un precisión aun mayor se ha venido desarrollando a lo largo de las últimas dos décadas cierto tipo de interferometría, empleada fundamentalmente en metrología, denominada interferometría de corrimiento de fase o de corrimiento de franjas (Bruning, 1978).En tal caso se varía la diferencia de fase entre los haces que interfieren y consecuentemente las franjas de interferencia se desplazan; de este modo la densidad de los puntos de evaluación aumenta. Autores como Kadono *et al.* (1987) reportan una precisión de $\lambda/40$ usando una técnica de polarización y Dändliker y Thalmann (1985) reportan $\lambda/100$ usando interferometría de corrimiento de fase.

Una diferencia básica entre el análisis tradicional de un interferograma y el análisis utilizado en interferometría de corrimiento de fase, consiste en que en el segundo caso no se determina la posición de un orden de interferencia dado, sino que se determinan valores de intensidades del interferograma para distintos corrimientos de fase y a partir de una serie de algoritmos que dependen de estos valores de intensidad, se obtiene la fase que es proporcional al frente de onda. Las expresiones que se utilizan requieren que sean conocidos los valores correspondientes al corrimiento de fase en cada caso, y que la intensidad de cada uno de los haces que interfieren permanezca constante durante todo el proceso en el cual se corre la fase y se toman las mediciones de intensidad.

Un método usual para recobrar la fase es el denominado de los cuatro pasos, en el cual se efectúan cuatro corrimientos de fase de $\pi/4$ y para cada uno de ellos se toma una lectura de intensidad sobre el interferograma, de modo que la fase se obtiene de un cociente entre estos cuatro valores de intensidad (Kadono *et al.*,1987).

1.2 REQUISITOS QUE DEBE SATISFACER UN CORREDOR DE FASE PARA INTERFERENCIA.

Hablar de un mecanismo para correr la fase en un interferómetro, implica proponer un método que cumpla básicamente con las siguientes condiciones:

i) Que permita modificar la fase de 0 a 360°, *i.e.* de $m\lambda$ a $(m+1)\lambda$, para poder hacer aparecer franjas en puntos adicionales de la superficie o del frente de onda y aumentar así la resolución espacial.

ii) El barrido de las franjas debe ser preciso y controlado. En la mayoría de los métodos para recobrar la fase se requieren cantidades de corrimiento específicas, y la precisión involucrada en el control determina la precisión en las medidas que se obtienen.

iii) Se necesita que la intensidad de los haces sea constante durante el proceso completo en que se realiza el corrimiento, a fin de que el contraste entre las franjas no varíe, además de que los algoritmos usuales para recobrar el frente de onda así lo requieren

1.3 TECNICAS USUALES DE CORRIMIENTO DE FASE.

Existen distintos interferómetros en los cuales se pueden barrer las franjas de interferencia de manera conocida, y la diferencia entre ellos radica, entre otras cosas, en el mecanismo para correr la fase. La mayoría de los autores desplazan espejos montándolos en transductores piezoeléctricos (Wyant J.C., 1982) o prismas, como es el caso de Kubota *et al.* (1987), y algunos como Mendoza Santoyo *et al.*(1988) y Shagam y Wyant (1978) en diferentes arreglos ópticos, emplean placas retardadoras, donde alguna de ellas rota.

i) Desplazamiento del espejo de referencia utilizando un transductor piezoeléctrico:

Quizás el método más comunmente empleado para efectuar el corrimiento de franjas en un interferómetro de corrimiento de fase, consiste en emplear un arreglo óptico tipo Michelson y desplazar el espejo de referencia montándolo en un transductor piezoeléctrico (PZT).

Los piezoeléctricos son cristales formados por plomo, zirconio y titanio y carecen de centro de simetría; además tienen la propiedad de que al ser comprimidos por efecto de una presión externa, generan una diferencia de potencial. Del mismo modo, cuando a través de elctrodos que se añaden al cristal, se aplica un voltaje, cambia proporcionalmente la longitud del cristal; la mayoría de ellos cambian en pocos nanómetros por volt.

Si el voltaje que se inyecta al PZT está modulado por un generador de señales, puede conseguirse que el PZT oscile en un intervalo amplio de frecuencias. Usualmente cuando el transductor se utiliza para desplazar espejos muy pequeños, se trabaja a una frecuencia de 100 kHz y se emplean voltajes de 0.5 a 1.5 kV para obtener desplazamientos del orden de 1 a 3 μm.

Es bien conocido que en un interferómetro tipo Michelson, el desplazamiento Δd sufrido por uno de los espejos, está dado por:

$$\Delta d = N\ \lambda_0/2 \qquad (1.3)$$

donde N es el orden de interferencia y λ la longitud de onda de la fuente. Entonces si el espejo de referencia se mueve a una velocidad constante v, la frecuencia de la luz reflejada a incidencia normal es desplazada a una frecuencia proporcional a

$$f' = 2v/N\lambda.$$

Esta técnica para desplazar franjas de interferencia sólo se puede aplicar con espejos pequeños, ya que los PZT no pueden desplazar objetos pesados. Además el método presenta ciertas dificultades de mayor trascendencia, como lo es un comportamiento no lineal ante cambios de voltaje. También el PZT puede responder de distinta manera a lo largo de uno de sus diámetros cuando se aplica un voltaje dado, y puede presentar además histéresis y variaciones por temperatura. Todo esto se ve reflejado en el hecho de que el PZT pudiera desplazar al espejo a una posición tal que no introdujera un corrimiento de fase esperado.

ii) Apilamiento de placas retardadoras:

Se puede mencionar brevemente un ejemplo de un modulador de fase por apilamiento de placas retardadoras, utilizando la notación de Jones (Jones, R.C, 1941).

En general, la luz que entra en un interferómetro se separa en dos componentes, cuyos estados de polarización son mutuamente perpendiculares. Todos los elementos que atraviesa cada haz, como polarizadores y placas retardadoras, se pueden representar mediante una matriz de Jones, entonces el haz que emerge del sistema es un vector que resulta de la multiplicación de todas las matrices anteriores, por el vector que describe al haz incidente.

Para correr la fase, generalmente una o más de las placas rotan con frecuencia angular ω, y se obtiene que el haz emergente se encuentra corrido en frecuencia respecto al haz incidente, una cantidad proporcional a la razón de rotación de las placas.

Como esto se realiza para dos haces polarizados ortogonalmente, la distribución de irradiancia resultante tiene una frecuencia temporal igual a $4n\omega$, donde n es el número de elementos rotantes (si las placas se atraviesan una sola vez).

Se puede incrementar el corrimiento en frecuencia aumentando el número de placas, pero en la mayoría de los ejemplos citados en la literatura, se utilizan corrimientos en frecuencias limitados a dos o cuatro veces la razón de rotación del elemento rotante (Shagam y Wyant, 1978).

Entre las dificultades que presenta el uso de estas placas se puede mencionar que, para razones de rotación razonables, no es posible obtener desplazamientos a frecuencias mayores que 1 o 2 kHz, cuando se utiliza un par de placas para efectuar el corrimiento. Una forma de incrementar la cantidad de corrimiento es aumentando la cantidad de placas utilizadas, sin embargo, un problema grave es posicionar adecuadamente el ángulo de las placas con respecto a la horizontal, de modo que mientras mayor es el número de placas, mayor será la incertidumbre en el defasamiento. Otro factor a considerar es la monocromaticidad de la fuente, pues las placas están construidas para longitudes de onda específicas.

1.4 METODO DE BARRIDO DE FRANJAS POR POLARIZACION, UTILIZANDO PRISMAS DE TEJADO Y POLARIZADORES LINEALES.

El mecanismo que se propone para barrer franjas de interferencia por polarización, procurando satisfacer las condiciones mencionadas en 1.2, consiste de dos parejas de polarizadores lineales y prismas de ángulo recto, dispuestos de modo qué cada pareja conforma cada uno de los brazos de un interferómetro tipo Twymann-Green.

Cuando un haz linealmente polarizado incide en este sistema óptico y es dividido en dos por una placa de caras planas y paralelas, cada uno de los haces sufre dos reflexiones internas en el prisma respectivo, de modo que cada haz emerge polarizado elipticamente. Posteriormente, ambos haces inciden en un polarizador lineal, cuya orientación determina la amplitud de estos cuando emergen del sistema y la diferencia de fase entre ellos. De este modo, variando la orientación del último polarizador lineal, que se denominará Px, en el intervalo de 0 a 180°, se consigue un corrimiento continuo de fase Δ entre ambos haces en el intervalo de 0 a 360°, en condiciones tales que, variaciones iguales en la orientación del polarizador Px, corresponden muy cercanamente a corrimientos iguales de fase Δ. Es decir, se obtiene una relación practicamente lineal entre la rotación de x respecto al eje óptico y el corrimiento de fase relativo entre los haces.

Es interesante además, el hecho de que ya Roddier F. *et al.* en 1978, habían empleado arreglos interferométricos consistentes en prismas de tejado, polarizadores y placas retardadoras.

Sin embargo, ellos utilizan los prismas de tejado para rotar el frente de onda y buscan evitar los efectos de polarización en los prismas. El interferómetro de rotación de frente de onda que proponen está constituído por dos prismas de tejado, uno fijo y otro rotante sobre el eje óptico, además de un divisor de haz. Para evitar disminución en el visibilidad de las franjas de interferencia, debido a las variaciones del estado de polarización con el ángulo de rotación, cementan una placa de un cuarto de onda la entrada de cada uno de los prismas. Además colocan un polarizador a la entrada y otro a la salida del interferómetro. Haciendo incidir en el interferómetro luz linealmente polarizada, las placas generarán luz circularmente polarizada que es linealizada al pasar por los prismas, pero al atravesar por segunda vez el haz a la placa se restaura la dirección original de la polarización lineal, independientemente del ángulo de rotación del prisma.

Por otra parte, en el trabajo que aquí se propone, se busca aprovechar los efectos de polarización en los prismas y no los efectos de la desviación de los rayos.

CAPITULO 2

TEORIA DE POLARIZACION

Lo que se hará en este capítulo es desarrollar la teoría que describe a un corredor o modulador de fase, constituído por prismas de tejado y polarizadores lineales. La característica fundamental de este modulador es que las variaciones en fase que se pueden introducir, son proporcionales a la cantidad de rotación de un polarizador sobre el eje óptico.

Un antecedente al presente trabajo es el artículo de Rodriguez-Zurita *et al.* (1990). En dicho artículo emplean también un prisma de tejado y polarizadores, además usan los resultados de Korneev V.I. y Tareev A. M. (1985) para expresar el corrimiento de fase entre dos haces. Sin embargo, pueden correr la fase de manera muy limitada.

En este trabajo se retoman las ideas de dicho artículo y se generalizan. Para ello se deducen en detalle las expresiones que llevan a los resultados de Korneev y Tareev (ver Apéndice A) y se estudia un arreglo óptico que permite corer la fase más eficientemente. Finalmente, se propone un arreglo interferométrico (ver fig 2.3) en el que se puede variar la diferencia de fase entre los haces que interfieren, controlada y simplemente.

El fenómeno de polarización es de gran importancia en este interferómetro, por ello también se estudiará con detalle como se modifica el estado de polarización de los haces que interfieren, en cada una de las etapas del interferómetro. El arreglo se ha optimizado consiguiendo estados de polarización específicos para cada haz.

2.1.- CORRIMIENTO DE FASE EN UN PRISMA DE AMICI.

Un prisma de Amici es un caso particular de un prisma de tejado. En este prisma, las caras en donde inciden y emergen los rayos forman un ángulo de 90°. Además tiene la particularidad de que un rayo que incide normal, en la mitad inferior de la cara de entrada, emerge también normal por la mitad superior de la cara de salida del prisma (ver Fig. 2.1).

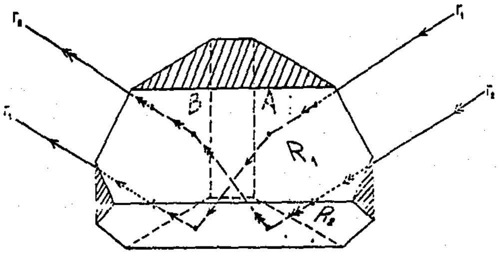


Figura 2.1. Prisma de Amici y los dos tipos de rayos que lo atraviesan.

Esto se puede entender cuando se resuelve el problema del trazo de rayos en el prisma (ver Apéndice A). Se encuentra que los dos tipos de rayos que inciden en cada una de las mitades de la cara de entrada, sufren una reflexión total interna en ambas caras del tejado.

Es bien sabido que en el caso de reflexión total interna, la forma que adoptan los coeficientes de Fresnel indica que las componentes de la onda reflejada sufren un cambio de fase respecto a las componentes de la onda incidente y en general, este cambio de fase es de diferente magnitud para las componentes paralela y perpendicular (Born y Wolf, 1980).

Como los dos tipos de rayos linealmente polarizados inciden en diferente orden en las caras del tejado, los rayos emergen del prisma con estados de polarización elípticos distintos.

Por lo anterior, supóngase un arreglo constituído por dos polarizadores lineales, colocados resprectivamente a la entrada y salida de un prisma de Amici (ver fig. 2.2). El primer polarizador que atravesaría un haz incidente está orientado a un ángulo θ respecto a la horizontal y el segundo a un ángulo $\eta=\theta\pm90°$.

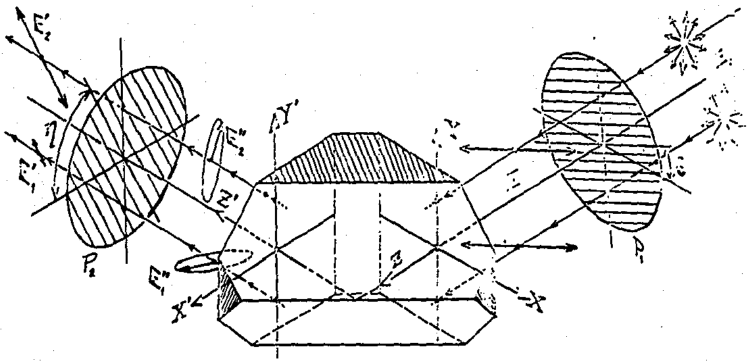


Figura 2.2. Arreglo de Rodriguez-Zurita et al. Prisma de Amici y dos polarizadores lineales.

Rodriguez- Zurita *et al.* estudiaron el estado de polarización de los dos tipos de rayos que atraviesan el arreglo anterior; encontraron que tienen igual intensidad, pero una diferencia de fase dada por:

$$\delta\phi = 180° + 2\tan^{-1}[A/B \text{ sen } (\alpha-\beta) \text{ sen } (2\theta)], \qquad (2.1)$$

donde $Ae^{i\alpha}$ y $Be^{i\beta}$ son coeficientes de la matriz de transferencia de polarización de un prisma de Amici (ver Apéndice A).

Korneev V.I. y Tareev A.M. (1985) encuentran que para un índice de refracción del prisma de n = 1.516.

$$A = 0.835,\ B = 0.551,\ \alpha = 250^\circ,\ \beta = 234.8^\circ,\ \gamma = 219.5^\circ$$

En la ecuación (1) se observa que basta variar el valor de θ para encontrar el defasamiento máximo, que corresponde a $\delta\phi=222.8^\circ$ para $\theta=45^\circ$, y el defasamiento mínimo $\delta\phi=180^\circ$ para $\theta=0^\circ$ y $\theta=90^\circ$, es decir, se puede correr la fase en un intervalo de 42.8° rotando los polarizadores, con la condición de que sus ejes de transmisión permanezcan cruzados.

Cuando se estudia el fenómeno de polarización en un prisma de tejado, para obtener los coeficientes de la matriz de transferencia del prisma (Apéndice A), se encuentra que estos coeficientes dependen explícitamente del ángulo ε que forman entre sí las caras de entrada y salida del prisma. Entonces la ec. (2.1) para la diferencia de fase se puede escribir de forma general como

$$\delta\phi = 2\tan^{-1}(A(\varepsilon)\ \mathrm{sen}\ (\ \alpha(\varepsilon)-\beta(\varepsilon)\ )\ \mathrm{sen}\ (2\theta)/\ B(\varepsilon))+180^\circ \quad (2.2)$$

Entonces, dada la ecuación (2.2), se calculó $\delta\phi$ para distintos valores de ε, variando θ de 0 a 180° (ver Listado L1). Se encontró que conforme ε decrece, el defasamiento $\delta\phi$ aumenta. Es por esta razón que tanto en el arreglo teórico como en el experimental, se trabajó con un arreglo óptico que se vale de prismas de ángulo recto.

Los valores de los coeficientes de la matriz correspondiente a un prisma de ángulo recto resultan:

$$A=-1,\ B=0,\ \alpha=80.15^\circ,\ \beta= 0\ ,\ \gamma=160.79^\circ. \qquad (2.3)$$

La diferencia de fase entre los haces está dada en función de los ángulos azimutales de los polarizadores y de los parámetros del prisma, entonces cuando se utiliza un prisma de ángulo recto la diferencia de fase es constante, $\delta\phi=270^\circ$.

2.2. DESCRIPCION MATRICIAL DEL INTERFEROMETRO TIPO TWYMANN-GREEN.

2.2.1 Descripción del interferómetro.

A continuación se propone un interferómetro de corrimiento de fase por polarización (Fig. 2.3). El elemento de interés en el presente interferómetro es el sistema óptico para correr la fase, que consiste de dos prismas porro, dos polarizadores lineales fijos y un tercer polarizador rotante a la salida del interferómetro. Cuando se rota el último polarizador respecto al eje óptico, se modifica la fase entre los haces que interfieren, en una cantidad practicamente proporcional al giro del polarizador.

Para entender la relación entre la orientación de los tres polarizadores y el defasamiento entre los rayos, es importante estudiar como se modifica el estado de polarización de estos en cada etapa del interferómetro, lo cual se puede hacer fácilmente si se describe cada uno de los elementos del sistema mediante la notación de Jones (R. Clark Jones, 1941).

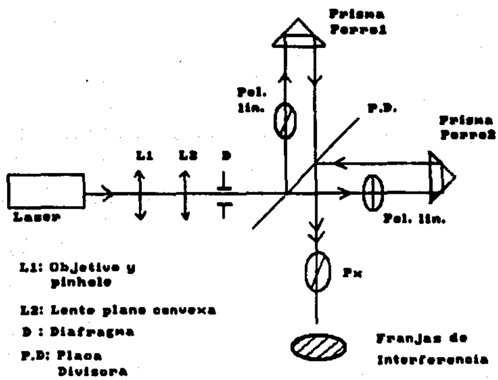


Figura 2.3. Interferómetro tipo Twymann-Green.

Un haz de luz colimada y monocromática incide en un divisor de haz, donde se refleja y transmite respectivamente el 50% de la amplitud incidente

El haz que se denotará por r_1, se refleja en el divisor en dirección ortogonal a la de incidencia. Posteriormente atraviesa un polarizador lineal $p\theta$ con ángulo θ respecto a la horizontal, para luego incidir en un prisma porro que, mediante dos reflexiones totales internas cambia en 180 grados la dirección del haz. A continuación, incide de nuevo en el divisor y se transmite.

Por su parte el otro haz, denotado r_2, se transmite por el divisor, atraviesa un polarizador con ángulo η, se refleja dos veces internamente en el prisma porro y se refleja en el divisor, recombinandose con el haz r_1. Posteriormente, ambos haces inciden en el polarizador lineal Px, con ángulo x.

2.2.2. Estado de polarización eliptico de los haces antes de atravesar el ultimo polarizador lineal.

Partiendo de la suposición de que el estado de polarización inicial de la luz es lineal vertical; cuando el rayo r_1 se refleja en el divisor dieléctrico, este introduce un factor de fase adicional y modifica la amplitud del vector de polarización, sin embargo, el estado de polarización sigue siendo vertical, y lo mismo ocurre cuando el haz atraviesa por el polarizador con ángulo θ. De este modo, en el prisma de tejado incide normal un haz polarizado linealmente, y el efecto del prisma es tal, que el haz emerge polarizado elipticamente debido a las dos reflexiones totales internas en las caras del tejado.

Cuando este haz se transmite por el divisor, no sufre ningún otro cambio de fase, únicamente de amplitud, de manera que el estado de polarización del haz, antes de incidir en el polarizador lineal Px, es en general eliptico.

En notación de Jones, cada uno de los elementos ópticos anteriores puede representarse como sigue:

$$M_1 = M_2 = \begin{bmatrix} -e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & -e^{i\gamma} \end{bmatrix} \qquad (2.4)$$

donde M_1 y M_2 son las matrices de transferencia de cada prisma,

$$P\zeta = \begin{bmatrix} \cos^2\zeta & \cos\zeta \ \mathrm{sen}\zeta \\ \cos\zeta \ \mathrm{sen}\zeta & \mathrm{sen}^2\zeta \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

$P\zeta$ es la matriz correspondiente a un polarizador con ángulo ζ,

$$T = \begin{bmatrix} t^{\parallel} & 0 \\ 0 & t^{\perp} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} -r^{\parallel} e^{i\delta^{\parallel}} & 0 \\ 0 & r^{\perp} e^{i\delta^{\perp}} \end{bmatrix}$$

T y R son respectivamente las matrices de reflexión y transmisión en el divisor.

Entonces, el estado de polarización de un rayo luminoso que emerja del sistema estará descrito por:

$$\begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} = M_T \begin{bmatrix} E_{oxi} \\ E_{oyi} \end{bmatrix},$$

donde $\begin{bmatrix} E_{oxi} \\ E_{oyi} \end{bmatrix}$ es el vector que describe al rayo incidente y M_T es la matriz que describe al sistema óptico total.

Así, el vector que describe el estado de polarización de r_1 antes de Px estará dado por:

$$\begin{bmatrix} E_{ox1} \\ E_{oy1} \end{bmatrix} = T \circ M \circ P1 \circ R \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= -r^{\perp} \ \mathrm{sen}\ \theta \ e^{i(\delta^{\perp}+\alpha)} \begin{bmatrix} t^{\parallel} \cos\theta \\ t^{\perp} \ \mathrm{sen}\ \theta \ e^{i(\gamma-\alpha)} \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

el ángulo del semieje en x de la elipse respecto a los ejes cartesianos, está dado por:

$$\mu = 1/2 \arctan \left(\left(2Eox_1 \, Eoy_1 \cos \delta \right) / \left(Eoy_1^2 - Eox_1^2 \right) \right) \tag{2.9}$$

(Hecht y Zajac 1977).

Entonces, usando que:

$$Eox_1 = -r^{\perp} t^{\parallel} \cos\theta \, \mathrm{sen}\theta, \qquad Eoy_1 = -r^{\perp} t^{\perp} \, \mathrm{sen}\, \theta^2, \qquad \delta_1 = \gamma - \alpha; \tag{2.10}$$

los parámetros de la elipse de polarización correspondiente a r_1 están dados por:

$$\mu 1 = 1/2 \, \mathrm{atn} \left(\left(-2 \, Eox_1 \, Eoy_1 \cos \delta_1 \right) / \left(Eoy_1^2 - Eox_1^2 \right), \right. \tag{2.11}$$

semi eje en x:

$$Sx_1 = \mathrm{sen} \, (\delta_1) \, (Eox_1 \, Eoy_1) \, / \, [k_1]^{1/2} \tag{2.12}$$

donde,

$$k_1 = Eoy_1^2 \cos^2(\mu_1) - 2Eox_1 \, Eoy_1 \cos(\delta_1) \, \mathrm{sen}(\mu_1) + Eox_1^2 \mathrm{sen}^2(\mu_1)$$

semi eje en y:

$$Sy_1 = \mathrm{sen} \, (\delta_1) \, (Eox_1 \, Eoy_1) \, / \, [k_2]^{1/2} \tag{2.13}$$

donde,

$$k_2 = Eoy_1^2 \mathrm{sen}^2(\mu_1) + 2Eox_1 Eoy_1 \cos(\delta_1) \mathrm{sen}(\mu_1) \cos(\mu_1) + Eox_1^2 \cos^2(\mu_1)$$

Para el rayo r_2, usando que:

$$Eox_2 = r^{\parallel} t^{\perp} t^{\parallel} t^{\parallel} \, \mathrm{sen}\eta \, \cos\eta, \qquad Eoy_2 = -r^{\perp} t^{\perp 3} \mathrm{sen}^2 \eta, \qquad \delta_2 = \delta^{\perp} + \gamma - \delta^{\parallel} - \alpha.$$

se aplican las mismas expresiones para determinar los parámetros de la elipse correspondiente.

Entonces, para poder graficar las elipses, se calcularon las cantidades anteriores através del programa ELIPSE (Apéndice C).

Como

$$\begin{bmatrix} E_{ox1} \\ E_{oy1} \end{bmatrix} \qquad y \qquad \begin{bmatrix} E_{ox2} \\ E_{oy2} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

representan las coordenadas de un punto sobre la elipse respectiva, para generar la elipse completa hay que barrer los puntos anteriores en coordenadas polares (ver fig.2.4).

Se muestra un caso particular en que ambas elipses de polarización presentan menor excentricidad, cuando $\theta=40^{\circ}$ y $\eta=19.7^{\circ}$.

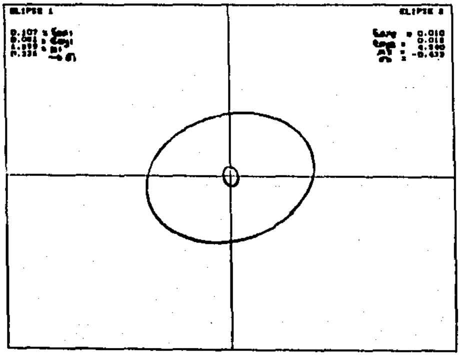


Figura 2.4. Elipses de polarización.

En la figura 2.4, la elipse de mayor tamano corresponde al haz 1, ya que su amplitud es mayor. El primer valor de cada columna de datos corresponde a la magnitud del semieje x de la elipse respectiva, el segundo a la magnitud del semieje y, el tercero a la diferencia de fase entre las dos componentes del vector de polarización y el cuarto al ángulo que se encuentra rotada la elipse respecto al eje x.

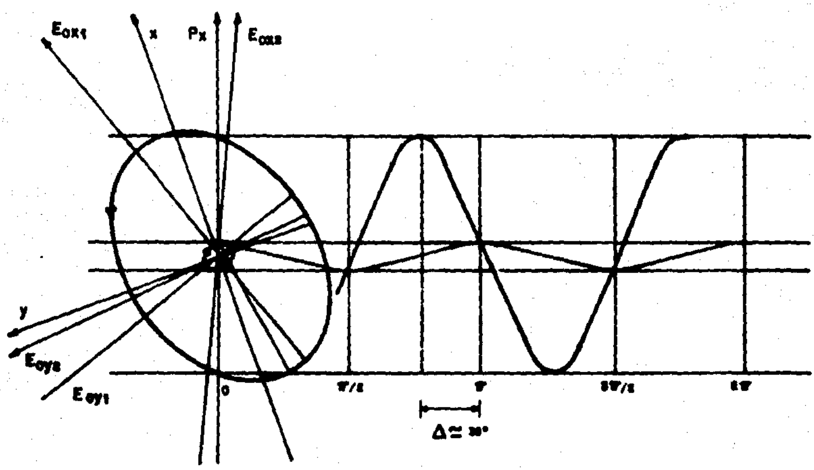


Figura 2.5. Elipses correspondientes a los estados de polarización de los haces 1 y 2 y amplitud de las ondas emergentes del polarizador lineal Px.

2.3 CORRIMIENTO DE FASE POR POLARIZACION

2.3.1. Diferencia de fase relativa en términos de las elipses de polarización.

La variación de la diferencia de fase entre los haces, en función de la variación en la orientación de Px, se puede entender de la siguiente manera. Suponiendo que la onda linealmente polarizada que emerge del polarizador lineal Px es una onda armónica, su amplitud está determinada por la intersección de la elipse con el eje del polarizador, orientado a un ángulo dado respecto a la horizontal. De igual modo, la amplitud de los haces polarizados elípticamente depende de la orientación de los polarizadores $P\theta$ y $P\eta$. Como en la mayoría de los casos no tienen igual amplitud, las elipses de polarización no son del mismo tamaño y tampoco tienen igual amplitud las ondas emergentes de Px

Cada uno de los puntos que describen a la elipse, corresponden a cada una de las orientaciones del vector eléctrico, conforme se desplaza en la dirección de propagación. Si el vector eléctrico apunta en un instante dado hacia un punto P sobre la elipse, la proyección de este vector sobre el eje del polarizador lineal determinará la amplitud y fase correspondiente a la onda senoidal en el mismo instante.

El sentido en que el vector eléctrico recorre una elipse dada, depende de la diferencia de fase entre las dos componentes del vector. Estableciendo entonces correspondencias entre los puntos sobre las elipses de polarización y las ondas emergentes, se puede determinar gráficamente la diferencia de fase entre las dos ondas.

Un ejemplo de ello es el caso analizado en la figura 2.5, para el cual $\theta=40^{\circ}$, $\eta=19.7^{\circ}$ y $x=160^{\circ}$. Se determinó la diferencia de fase entre los máximos de amplitud de las dos ondas y se obtuvo gráficamente (midiendo sobre la figura con regla y transportador) un valor para la diferencia de fase de $\Delta=38^{\circ}$ que corresponde al valor que se obtiene al realizar el cálculo teórico cuando $x=160^{\circ}$ (ver Tabla 1).

2.3.2 Expresión para la diferencia de fase Δ en términos de Px.

Para determinar el estado de polarización final del rayo 1, después de atravesar el último polarizador Px, basta multiplicar el vector dado por la ec. (2.6), por la matriz correspondiente a Px.

$$\begin{bmatrix} E_{ox1} \\ E_{oy1} \end{bmatrix} = p_x\, T\, M_1\, P_1\, R \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_{ox1} \\ E_{oy1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 x & \cos x \operatorname{sen} x \\ \cos x \operatorname{sen} x & \operatorname{sen}^2 x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{\parallel} & 0 \\ 0 & t^{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & -e^{i\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta \operatorname{sen}\theta \\ \cos\theta \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r^{\parallel} e^{i\delta^{\parallel}} & 0 \\ 0 & r^{\perp} e^{i\delta^{\perp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Ct1 \cos\alpha + Ct2 \cos\gamma + i(Ct1 \operatorname{sen}\alpha + Ct2 \operatorname{sen}\gamma) \\ Ct3 \cos\alpha + Ct4 \cos\gamma + i(Ct3 \operatorname{sen}\alpha + Ct4 \operatorname{sen}\gamma) \end{bmatrix} \qquad (2.15)$$

donde M=0 y N=1 para un estado de polarización inicial lineal vertical. Además:

$$Ct_1 = t^{\parallel} r^{\parallel} M \cos^2 x \cos^2\theta\, e^{i\delta^{\parallel}} - t^{\parallel} r^{\perp} N \cos^2 x \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, e^{i\delta^{\perp}},$$

$$Ct_2 = t^{\perp} r^{\parallel} M \cos x \operatorname{sen} x \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, e^{i\delta^{\parallel}} - t^{\perp} r^{\perp} N \cos x \operatorname{sen} x \operatorname{sen}^2\theta\, e^{i\delta^{\perp}},$$

$$Ct_3 = t^{\parallel} r^{\parallel} M \cos x \operatorname{sen} x \cos^2\theta\, e^{i\delta^{\parallel}} - t^{\parallel} r^{\perp} N \cos x \operatorname{sen} x \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, e^{i\delta^{\perp}},$$

$$Ct_4 = t^{\perp} r^{\parallel} M \operatorname{sen}^2 x \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, e^{i\delta^{\parallel}} - t^{\perp} r^{\perp} N \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen}^2\theta\, e^{i\delta^{\perp}}.$$

Haciendo lo mismo para el haz r_2:

$$\begin{bmatrix} E_{ox2} \\ E_{oy2} \end{bmatrix} = \Bigg\{ \begin{bmatrix} \cos^2 x & \cos x \operatorname{sen} x \\ \cos x \operatorname{sen} x & \operatorname{sen}^2 x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{\parallel} & 0 \\ 0 & t^{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r^{\parallel} e^{i\delta^{\parallel}} & 0 \\ 0 & r^{\perp} e^{i\delta^{\perp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{\parallel} & 0 \\ 0 & t^{\perp} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & -e^{i\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2\eta & \cos\eta \operatorname{sen}\eta \\ \cos\eta \operatorname{sen}\eta & \operatorname{sen}^2\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{\parallel} & 0 \\ 0 & t^{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \Bigg\} .$$

$$= \begin{bmatrix} Ct5\ \cos\alpha + Ct6\ \cos\gamma + i(\ Ct5\ \operatorname{sen}\alpha + Ct6\ \operatorname{sen}\gamma) \\ Ct7\ \cos\alpha + Ct8\ \cos\gamma + i(\ Ct7\ \operatorname{sen}\alpha + Ct8\ \operatorname{sen}\gamma) \end{bmatrix} \qquad (2.16)$$

donde

$$Ct_5 = t_\parallel^{3} r_\parallel\ M \cos^2\eta \cos^2 x\ e^{i\delta^{\parallel}} + t_\parallel^{3} r_\parallel\ N \cos\eta\ \operatorname{sn}\eta \cos^2 x\ e^{i\delta^{\parallel}},$$

$$Ct_6 = -t_\parallel t_\perp^{2} r_\perp M \cos\eta \operatorname{sen}\eta\ \cos x \operatorname{sen} x\ e^{i\delta^{\perp}} - t_\perp^{2} t_\parallel\ r_\perp\ N \operatorname{sen}^2\eta \cos x \operatorname{sen} x\ e^{i\delta^{\perp}},$$

$$Ct_7 = t_\parallel^{3} r_\parallel\ M \cos^2\eta\ \cos x \operatorname{sen} x\ e^{i\delta^{\parallel}} + t_\parallel\ N \cos\eta \operatorname{sn}\eta\ \cos x \operatorname{sen} x\ e^{i\delta^{\parallel}},$$

$$Ct_8 = -t_\parallel t_\perp^{2} r_\perp\ M \cos\eta \operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}^2 x\ e^{i\delta^{\perp}} \parallel t_\perp^{2} r_\perp\ N \operatorname{sen}\eta \operatorname{sen} x^2 e^{i\delta^{\perp}}.$$

Después de atravesar el polarizador lineal Px, los rayos **que abandonan el sistema están polarizados** linealmente, entonces **se pueden escribir** los vectores (2.15) y (2.16) de la siguiente **manera:**

$$\begin{bmatrix} Eox_1 \\ Eoy_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{U^2+V^2}\ e^{i \arctan (V/U)} \\ \sqrt{G^2+H^2}\ e^{i \arctan (H/G)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{U^2+V^2} \\ \sqrt{G^2+H^2} \end{bmatrix} e^{i \arctan (HG)}$$

$$(2.17)$$

$$\begin{bmatrix} Eox_2 \\ Eoy_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{W^2+Z^2}\ e^{i \arctan (Z/W)} \\ \sqrt{Y^2+K^2}\ e^{i \arctan (K/Y)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{W^2+Z^2} \\ \sqrt{Y^2+K^2} \end{bmatrix} e^{i \arctan (KY)}$$

En donde,

$$U = Ct1 \cos\alpha + Ct2 \cos\gamma,$$
$$V = Ct1 \operatorname{sen}\alpha + Ct2 \operatorname{sen}\gamma,$$
$$G = Ct3 \cos\alpha + Ct4 \cos\gamma,$$
$$H = Ct3 \operatorname{sen}\alpha + Ct4 \operatorname{sen}\gamma,$$
$$W = Ct5 \cos\alpha + Ct6 \cos\gamma, \qquad (2.18)$$
$$Z = Ct5 \operatorname{sen}\alpha + Ct6 \cos\gamma,$$
$$Y = Ct7 \cos\alpha + Ct8 \cos\gamma,$$
$$k = Ct7 \operatorname{sen}\alpha + Ct8 \cos\gamma.$$

Entonces

$\delta_1 = \arctan (H/G)$,

$\delta_2 = \arctan (K/Y)$.

Por lo tanto, el defasamiento relativo entre los dos haces está dado por:

$$\Delta = \delta_2 - \delta_1 = \arctan (K/Y) - \arctan (H/G). \qquad (2.19)$$

Esta ecuación, permite calcular el defasamiento relativo por polarización entre los dos haces que interfieren en funcion de los parámetros de los prismas, de las características de la placa divisora y de los ángulos azimutales de los tres polarizadores lineales.

Entonces suponiendo que la fuente luminosa tiene un estado de polarización lineal vertical, que los prismas están hechos de vidrio BK7 y que la placa divisora es puramente dieléctrica, se procedió a calcular Δ y el valor de la amplitud de cada haz, para distintos valores de θ, η y x.

2.4 CIRCULOS DE POLARIZACION.

Al inicio del trabajo se mencionó que uno de los requisitos que debe satisfacer un modulador de fase para interferencia, es que la intensidad de cada haz permanezca constante durante el período completo en que se corre la fase.

En las expresiones para los parámetros de las elipses de polarización (ecs.2.9, 2.13) se puede observar que la magnitud de los semiejes depende directamente de las orientaciones particulares de los polarizadores $P\theta$ y $P\eta$, ya que el resto de los coeficientes son constantes de la placa divisora y de los prismas de tejado. Entonces, si se desea que la intensidad de los haces permanezca constante, se deben buscar aquellos valores de θ y η que generen independientemente círculos de polarización. Además, es necesario que el vector eléctrico recorra ambos círculos en sentidos contrarios, pues de otro modo, para cualquier valor de la orientación del polarizador Px, la diferencia de fase entre los dos haces sería constante.

Otra razón por la que es conveniente procurar que la intensidad de ambos haces sea lo más parecida posible, es para obtener una buena visibilidad del patrón de interferencia, ya que la visibilidad está dada por:

$$\nu = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}) \qquad (2.20)$$

Una forma alternativa de obtener estados de polarización circulares sería sustituyendo cada prisma por una placa retardadora de $\lambda/4$. Sin embargo el arreglo óptico completo sería distinto aun cuando se pudieran conseguir los mismos resultados.

Dadas las caracteristicas de los elementos ópticos que constituyen al modulador de fase propuesto, como los indices de refracción y un estado de polarización inicial lineal vertical, no es posible conseguir simultaneamente haces de igual intensidad y un buen corrimiento de fase.

Sin embargo, para fines teóricos no es de gran relevancia obtener buena visibilidad, ya que esta es más bien una necesidad de carácter experimental. Entonces conviene trabajar el caso en que θ y η satisfacen en lo posible las condiciones de polarización circular. Para mejorar la visibilidad experimental basta con atenuar adecuadamente el haz más intenso.

Existía la posibilidad de buscar el caso en que las elipses de polarización de cada haz cumplieran con la condición de que su excentricidad fuera cero (generando círculos de poarización), al variar en centécimas de grado los valores de θ y η en torno a las cantidades $\theta=40^{\circ}$ y $\eta=19.7^{\circ}$, que es el caso en que ambas presentan simultáneamente excentricidad mínima, sin embargo la variación en los valores de intensidad no era significativa cuando el valor de cada ángulo se variaba en décimas de grado. Además, como las monturas de los polarizadores se encontraban graduadas cada cinco grados, no tenía sentido experimentalmente verificar resultados para variaciones en orientación menores a 2.5 grados.

CAPITULO 3

ARREGLO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTALES

3.1.- DESCRIPCION DEL ARREGLO EXPERIMENTAL.

Con objeto de poder corroborar la posibilidad de emplear prismas de tejado y polarizadores como un mecanismo para correr la fase en un interferómetro, se procedió a implementar experimentalmente el arreglo óptico propuesto, con las limitaciones en la precisión que imponían los elementos con los que se contaba. El interferómetro de corrimiento de fase tipo Twymann-Green, es el que se muestra en la figura 3.1.

Se tiene una fuente láser de gas He-Ne, marca *Spectra-Physics Stabilite*, modelo 124B con una potencia nominal de 35 mW., polarizado linealmente en forma vertical.

El haz del láser atraviesa por un objetivo de microscopio de 20X y por un orificio de 25μ para filtrar el haz.

Después del orificio se coloca una lente plano convexa de 2.5 cm de diámetro, con una distancia focal de 9.8 $\pm$ 0.05 cm, de la cual emerge un haz de rayos paralelos. Posteriormente se encuentra un diafragma cuya función es reducir el diámetro del haz del láser a aproximadamente 1.1 cm (para que el haz completo pueda incidir en los prismas, que son muy pequeños).

Este haz incide a continuación en un plano óptico que sirve como divisor de haz. Se usó un plano óptico ya que es una placa dieléctrica de caras planas y paralelas bien caracterizada teóricamente. Aparentemente el hecho de que el plano óptico produce dos reflexiones iniciales del rayo incidente, que pueden superponerse en el prisma, parece ser problemático, sin embargo seleccionando adecuadamente los haces que deben interferir, es posible observar interferencia. El plano, hecho de *silica* fundida, tiene un diámetro de 10.1 cm, un espesor de 1.93 cm, y un índice de refracción n= 1.45702 para λ=632.8 nm.

En cuanto a las monturas mecánicas que se usaron y que son de relevancia, se pueden contar las de los polarizadores $P\theta$ $P\eta$ y Px, que consisten de aros metálicos con cuerda milimétrica y graduación cada cinco grados. Estás monturas se fabricaron en el taller mecánico local y no se contaba con herramienta para graduar las monturas de una manera más fina.

Los polarizadores lineales $P\theta$, $P\eta$ y Px son polarizadores para uso fotográfico de 5.2 mm de diámetro, marca Kenko; y los prismas de ángulo recto que se utilizan están hechos de vidrio BK7.

Después del polarizador lineal Px, se observan franjas de interferencia (estas franjas se observan también antes del último polarizador, pero en la mayoría de los casos con mayor intensidad, menor visibilidad y sin la posibilidad de ser desplazadas).

Dependiendo de la elección de θ y η y de la cantidad que en cada ocasión se haya rotado Px, puede ocurrir que se recorra el patrón de franjas, tal que la posición que ocupaba una franja brillante se ve reemplazada a continuación por una franja obscura.

La elección de la orientación de los polarizadores se hizo en función de los resultados teóricos calculados a través de la expresión (2.19). Para poder utilizar dicha ecuación es necesario conocer de antemano los coeficientes de reflexión y transmisión de Fresnel para el divisor, además del defasamiento que éste introduce entre los haces que se reflejan interna y externamente en él. Para determinar los coeficientes de amplitud de reflexión y transmisión se usaron los coeficientes de Fresnel, se obtuvo:

$$t^{\perp}=0.714,\quad t^{\parallel}=0.742,\quad r^{\parallel}=0.082 \quad \text{y} \quad r^{\perp}=-0.286.$$

En cuanto al defasamiento que introduce el divisor, se utilizó el hecho de que la diferencia de fase entre dos haces que se reflejan a incidencia interna y externa en una misma cara de una placa de caras planas y paralelas, es de pi radianes; que es lo que ocurre entre los haces que viajan por cada brazo del interferómetro cuando se recombinan en el divisor. La expresión (2.19) para la diferencia de fase entre ambos haces cuando interfieren, está dada por:

$$\Delta = \arctan (K/Y) + pi - \arctan (H/G). \qquad (3.1)$$

Al escribir Δ de esta manera, ya no aparecen los términos $e^{i\delta\perp}$ y $e^{i\delta\perp}$ en las expresiones para k,y,h,g.

El interferómetro que se construyó en el laboratorio es el que se muestra en las Figs.(3.1) y (3.2)

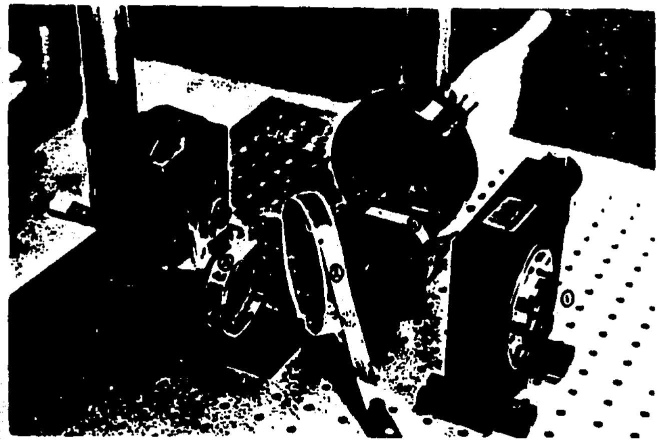


Figura 3.1. Corredor de fase del arreglo experimental. 1:Polarizador Px, 2: Divisor de haz, 3: Polarizador $P\theta$, 4: Polarizador $P\eta$, 5 y 6: Prismas de tejado.

Figura 3.2. Arreglo experimental. 1: Láser, 2:Objetivo de microscopio y micro orificio, 3: Lente convergente y diafragma.

El medidor de irradiancia que se utilizó es un medidor de irradiancia láser marca NRC, modelo 880. Con este medidor se pueden obtener mediciones en irradiancia de 1μW hasta 100 mW. La señal se detecta con un detector de silicio con una area efectiva de 1 cm cuadrado.

Para hacer las mediciones de irradiancia, se colocaba el detector de silicio a la salida del polarizador Px. Ver Fig. (3.3)

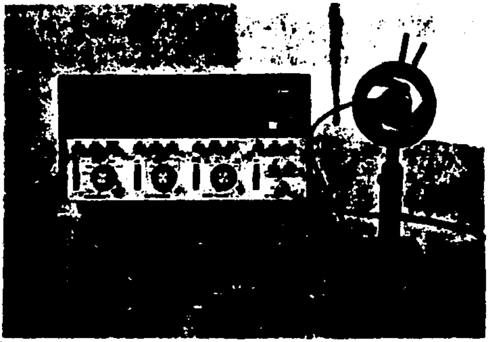


Figura 3.3. Medidor de irradiancia.

3.2.- ADQUISICION DE LOS INTERFEROGRAMAS.

Una evidencia directa del corrimiento de fase entre los haces que interfieren es el desplazamiento de las franjas de interferencia. Como es relativamente simple medir los desplazamientos de las franjas respecto a algún punto de referencia dado, se determinó la diferencia de fase entre los haces que interfieren para algunas orientaciones determinadas del polarizador lineal Px en términos de desplazamientos de franjas.

Para registrar estos desplazamientos se utilizó una cámara RCA vidicón monocromática, y las imágenes que se obtenian de los interferogramas se grabaron con una videocasetera. Rotando el polarizador Px en torno al eje óptico en pasos de diez grados, en el intervalo de cero a ciento ochenta grados, se adquirieron imágenes de los interferogramas correspondientes a cada orientación.

Para poder cuantificar el desplazamiento, se digitalizaron las imágenes guardadas en cinta de video, utilizando un paquete comercial para procesado de imágenes de la tarjeta Matrox PIP 1024B, y se observaron en un monitor de multisincronia con 512 x 480 pixeles de resolución.

Si todas las componentes ópticas del sistema fueran perfectas y si los frentes de onda que emergen de la lente colimadora fueran completamente planos, las franjas del patrón de interferencia deberian ser rectas e igualmente espaciadas, sin embargo las franjas que se obtuvieron no se observan completamente rectas, además de que hay presente mucho ruido, pues no se alcanzaron a cumplir experimentalmente todas las condiciones anteriores. Básicamente, era muy difícil colocar la lente de modo que emergieran rayos paralelos, debido a que la pieza mecánica en que esta se encontraba montada no permitía desplazamientos muy finos.

Dado que las franjas de interferencia eran prácticamente rectas en el centro del patrón, pero tenian cierta distorsión en los bordes, se procuró analizar únicamente la región central, cuya area era equivalente a la del area sensible del detector; entonces en la pantalla del monitor se observaba un patrón de franjas casi rectas cuando se introducía inclinación entre los frentes de onda que interfieren. Se podía aumentar el número de franjas del patrón disminuyendo a su vez el ancho de las franjas, pero de este modo era más difícil observar el corrimiento de las franjas.

Cuando se usó un láser diferente al *Stabilite* mencionado antes, se observaba que la franjas de interferencia se desplazaban solas, sin rotar el polarizador Px, entonces, para garantizar que el desplazamiento observado de las franjas se debiera estrictamente a la diferencia de fase introducida entre los haces que interfieren a traves del polarizador Px, y no a factores externos como inestabilidades del láser, se utilizó un interferograma de referencia.

El patrón de interferencia que se observaba antes del polarizador Px era lo suficientemente grande como para poderse separar en dos y aun así ser observado. Entonces utilizando un par de portaobjetos aluminizados a manera de espejos, y dos espejos dotados de tornillos micrométricos, se dividió el patrón de interferencia tal que una porción del interferograma incidía en el polarizador Px y la otra era desviada mediante los espejos hacia el detector. La parte restante del patrón incidía también en el detector después de atravesar Px, entonces en el monitor se veían desplazar las franjas de interferencia en una sección del interferograma y en la otra sección las franjas permanecian fijas a manera de referencia; por esta razón, para cada imagen digitalizada se determinaron en realidad las posiciones de las franjas de dos patrones de interferencia (Ver Fig 3.4)

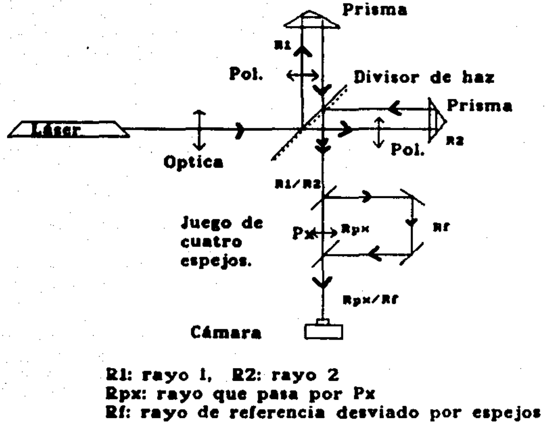


Figura 3.4. Arreglo experimental para observar el desplazamiento de las franjas de interferncia debido a factores externos al movimiento del polarizador lineal Px.

Cabe aclarar que luego de cuatro horas de haber estado el láser encendido, este tenía un comportamiento muy estable y las franjas de referencia del patrón de interferencia permanecieron estáticas durante todo el proceso de adquisición de los datos.

El análisis que sigue a continuación corresponde a la fracción del patrón que era afectado por la rotación de Px.

A causa del ruido de naturaleza aleatoria que se observa junto con el patrón de interferencia, la intensidad sobre una misma franja no es la misma y por lo tanto la forma de un perfil de intensidades sobre el patrón dependerá de la altura a la que se adquiera el perfil. Por lo anterior, se eligió un pixel arbitrario como referencia sobre el interferograma y respecto a este se obtuvieron los perfiles de intensidades de cada una de las imágenes, usando el mismo paquete de la tarjeta digitalizadora (Ver Fig 3.5).

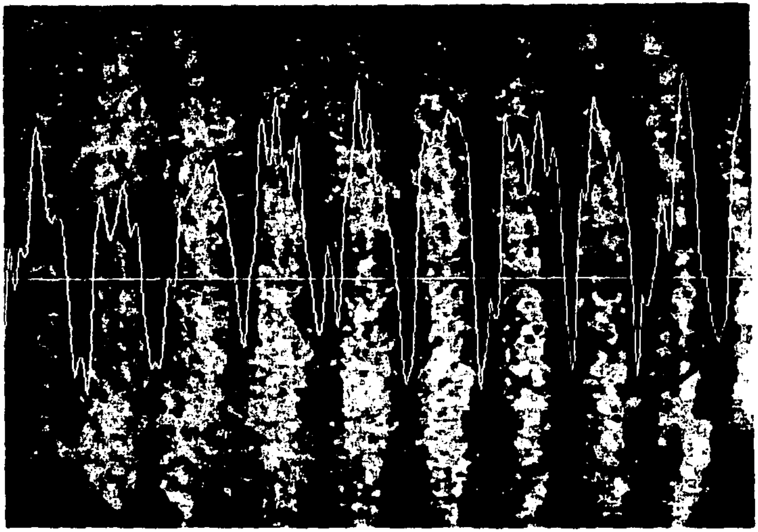


Figura 3.5. Patrón de interferencia y perfil de intensidad obtenido mediante un paquete de procesamiento de imágenes.

En general, un perfil de intensidades consiste de una sucesión de picos correspondientes a cada uno de los mínimos del interferograma, por ello, debe bastar con determinar el desplazamiento que sufre durante el proceso entero un único pico del perfil, para determinar el desplazamiento del patrón entero; sin embargo esto no sucedía en todos los casos, pues a causa del ruido y de la forma misma de los frentes de onda, la separación entre franjas podía no ser la misma y para cada una de las franjas se determinaban distintas cantidades de desplazamiento.

RESULTADOS

Entre las diferentes características que describen al modulador de fase, el corrimiento de fase conseguido y la variación de la intensidad de los haces que interfieren, aportan información inmediata acerca del comportamiento del sistema.

A continuación se presentarán los resultados obtenidos al estudiar los parámetros anteriores, se compararán los resultados teóricos con los datos experimentales y se hará mención a los elementos que son fuente de error en las mediciones y las incertidumbres inherentes a estas.

Finalmente, para tener completamente caracterizado al sistema, se obtendrá una relación para X en función de Δ, la cual permite conocer que posiciones del polarizador Px generan cantidades particulares de corrimiento de fase,

4.1 CORRIMIENTO DE FASE.

Ya se ha dicho que el objetivo final de esta tesis es correr la fase relativa entre los haces que interfieren mediante la rotación sobre el eje óptico del polarizador lineal Px, en condiciones tales que, para una rotación del polarizador de 0° a 180°, haya un corrimiento de fase continuo de 360° y preferentemente lineal; procurando que la intensidad de cada haz se mantenga constante durante la rotación completa.

La ecuación (3.1) expresa el valor de la diferencia de fase relativa Δ en función de la orientacón de Px, pero la misma ecuación involucra también los parámetros α y γ del prisma, los coeficientes de reflexión y transmisión en el divisor de haz y las variables θ y η correspondientes a las orientaciones de los polarizadores $P\theta$ y $P\eta$. Sin embargo, dado que en el laboratorio se contaba unicamente con los prismas, divisor de haz y láser polarizado descritos en el capítulo 3, los parámetros que describen a los elementos ópticos mencionados no podían considerarse como variables, de modo que según la ecuación (3.1), Δ solo depende de x, θ y η.

Para cada pareja de valores (θ_i, η_i) con θ_i, η_i en $[0^\circ, 180^\circ]$, se varió x en este mismo intervalo. Al graficar los valores de la diferencia de fase contra el ángulo x se observaba que solo en ciertos casos se corría la fase de 0 a 360° y también en pocos casos la intensidad de ambos haces se mantenía casi constante.

Para obtener los datos mencionados se elaboró el programa "OBT-FASE", listado en el Apéndice C, que permitía obtener Δ en función de x manteniendo θ y η fijas. Como las combinaciones posibles entre las variables anteriores eran todo un continuo, se recurrió a la observación de las gráficas de los estados de polarización antes de atravesar por Px, ya que solo valores particulares de θ y η podían generar círculos de polarización. Los valores para la diferencia de fase se muestran en la Tabla 1 (Apéndice B).

Se realizaron ocho ciclos completos de barrido de franjas y adquisición de los interferogramas, bajo las mismas condiciones experimentales, es decir, igual iluminación, cantidad de inclinación, etc; y se analizó el desplazamiento de tres franjas centrales del patrón para cada uno de los casos (a excepción de un ciclo en que solo se analizaron dos). Entonces en lo que sigue se presentará el analisis del comportamiento de 23 franjas de interferencia.

En la Tabla 2 se indica la posición de cada una de las franjas adquiridas en el laboratorio mediante un vidicón, y expresadas en pixeles multiplicados por un factor de escala.

Por otra parte en la Tabla 3 se indica el valor correspondiente en grados para todas las franjas, con una incertidumbre proveniente de errores sistemáticos, cuyo cálculo se explicará más adelante.

Finalmente, en la Tabla 1 se muestran promediados los 23 valores para la diferencia de fase en función de x. El valor que se reporta para la incertidumbre es el promediado también para los 23 datos.

A continuación se grafican (Fig. 4.1) los valores tabulados para la diferencia de fase Δ en función de x, junto con la curva de los datos experimentales (Tabla 1, Apéndice B).

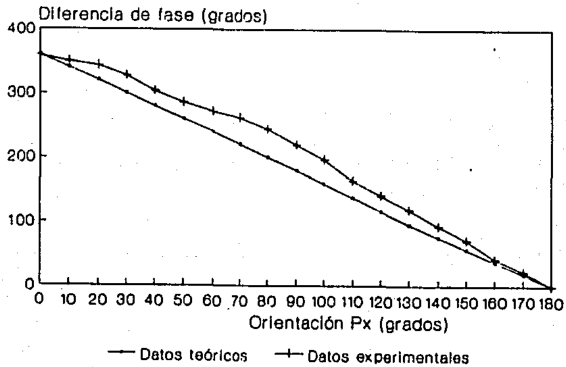


Figura 4.1. Gráfica de la diferencia de fase Δ en función de x. Comparación entre las curvas teórica y experimental, para $\theta=40^{\circ}$, $\eta=19.7^{\circ}$.

En esta gráfica se puede notar que, exceptuando los puntos extremos en que $x=0^{\circ}$ y $x=180^{\circ}$, ambas curvas son en buena medida rectas paralelas pero desplazadas, es decir, los valores de fase experimentales son mayores que los valores teóricos.

En referencia a la curva teórica, se puede considerar que es prácticamente una recta y que la relación entre Δ y x es muy cercana a la lineal, ya que el caso perfectamente lineal corresponde a la curva con pendiente $m = -2$, en donde a incrementos de 10° en x, corresponden incrementos exactos de 20° en Δ.

Haciendo un ajuste por el método de mínimos cuadrados a los datos experimentales (Baird D.C., 1962) se obtiene:

Ordenada al origen	$b = 387.74^\circ$,
Desviación estandard de los valores en y	$Sy = 14.12^\circ$,
Coeficiente de correlación	$r = 0.99$,
Pendiente	$m = -2.07$,
Desviación estandard en m	$Sm = 0.06$.

Para entender porqué diferían las curvas teórica y experimental se hizo lo siguiente: Con los datos de la Tabla 3, se promediaron las fases de 20 franjas, se graficaron y ajustaron los puntos del intervalo $[20^\circ,150^\circ]$. Para estos puntos se obtuvo:

$$\Delta_e = -2.08x + 388.21 \qquad (4.1)$$

que si se compara con la ecuación de la recta calculada teóricamente:

$$\Delta_t = -2.02x + 360 \qquad (4.2)$$

se observa que ambas son casi paralelas, pues el valor de la pendiente varía en el orden de las centésimas, sin embargo se encuentra desplazada la ordenada al origen.

Se pensó entonces que era factible el hecho de que tampoco el "cero" de polarizador Px estuviera marcado correctamente. Para verificar lo anterior, se realizó lo mismo que para los otros dos polarizadores y se advirtió que había un mínimo de intensidad, no cuando Px estaba orientado en 0°, sino cuando estaba orientado en -4°, salvo un error en el posicionamiento debido a la escala en la graduación de la montura.

Por otra parte, en los cálculos teóricos que se efectuaron con el programa OBT-FASE y que dieron lugar a los puntos que satisfacen la ecuación (3.1), se variaba 18 veces el valor de x en pasos de 10 grados en el intervalo de 0 a 180°, sin embargo cuando se realizan los mismos cálculos variando 18 veces el valor de x, también en pasos de 10 grados, pero empezando en x=-4°, se obtienen valores para una nueva curva teórica que se graficó desplazada sobre el eje x. Esta nueva curva muestra una sección lineal paralela a la recta dada por la ec (4.2), pero desplazada de la misma una cantidad semejante a la que se encontraba desplazada la recta con ec. (4.1).

Graficando esta nueva curva teórica (Fig 4.2), simultáneamente con la curva experimental, dada por la ecuación (4.1), se muestra que ambas son muy semejantes.

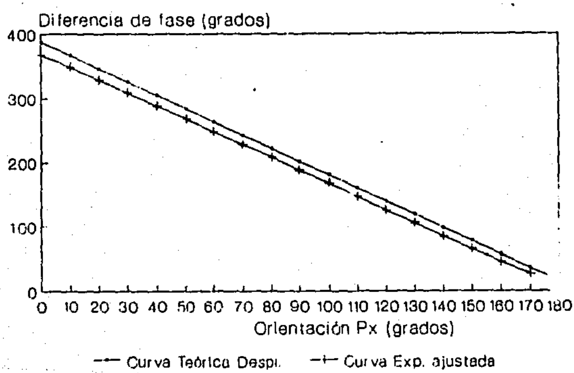


Figura 4.2. Gráfica de la diferencia de fase en función de la orientación del polarizador lineal Px. Comparación entre la curvas teórica ideal y la experimental ajustada por el método de mínimos cuadrados.

La discrepancia en los extremos se atribuye al algoritmo que se usó para transformar los valores en desplazamiento de los datos experimentales, a cantidades en grados. Esto se hizo bajo la suposición de que cada franja era desplazada 360°. Dicha suposición se basaba en el hecho de que cada franja se desplazaba durante el ciclo completo hasta la posición que ocupaba la franja que le antecedía, cosa que se puede apreciar en la Tabla de datos 2. Sin embargo, también es claro que los incrementos en fase no son proporcionales a los incrementos en la rotación de Px y que experimentalmente se pudieran estar introduciendo, por error en el posicionamiento de Px, corrimientos totales en fase mayores o menores a 360° y sería un error por lo tanto, asignarle este valor a la ordenada al origen de la curva experimental, si simultáneamente se le asigna el valor de 0° al último valor medido.

4.2 MEDICION DE IRRADIANCIA

Dadas θ y η anteriores, se calcularon los valores de la intensidad de cada uno de los haces a partir de las expresiones:

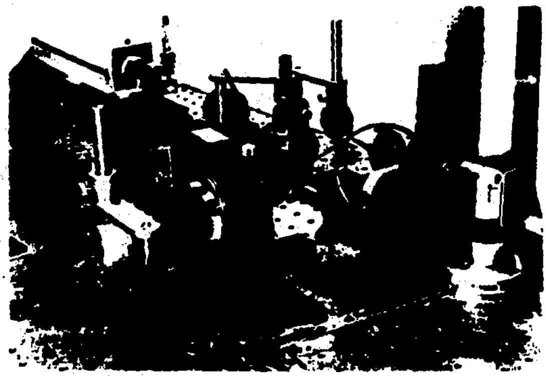
$$I_1 = (U^2 + V^2 + G^2 + H^2)^{1/2} \tag{4.3}$$

$$I_2 = (W^2 + Z^2 + Y^2 + K^2)^{1/2} \tag{4.4}$$

donde U, V, G, H, W, Z, Y y K están dadas por las expresiones (2.18).

Este cálculo se realizó mediante el programa "OBT-FASE". Los valores calculados se presentan en la Tabla 2 (Apéndice B).

En las gráficas de las figuras 4.5 y 4.6, se muestra la variación de la irradiancia de cada haz, en función de x. En tales figuras se comparan los resultados teóricos con los experimentales.



Vista del arreglo experimental que incluye dos detectores.

Figura 4.3.

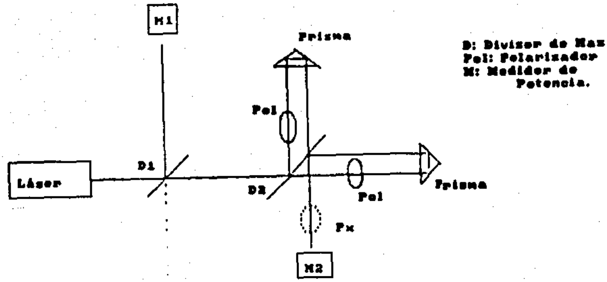


Figura 4.4. Arreglo para medir la intensidad de los haces.

Para las primeras lecturas de irradiancia que se tomaron de los dos haces, con los valores de θ y η seleccionados teóricamente, se encontró que los datos obtenidos diferían de los valores teóricos.En primera instancia se consideró que esta variación era atribuible a cambios de potencia del mismo láser, sin embargo, poniendo un divisor de haz a la salida del colimador y colocando en esa dirección otro detector, se podían monitorear simultáneamente los cambios de intensidad de la fuente usando M1 y de alguno de los haces usando M2 (bastaba para ello bloquear el otro haz), ver Figs. 2.3 y 2.4.

Se pensó la posibilidad de que el "cero" de los polarizadores no coincidiera con la marca que para ello había colocado el fabricante, entonces se procedió a modificar los valores de θ y η en torno a los valores seleccionados teóricamente, hasta conseguir que las lecturas de irradiancia fueran semejantes a las predicciones teóricas. Se encontró que los valores de θ y η que satisfacían lo anterior correspondían a $\theta_e=48^\circ$ y $\eta_e=20^\circ$. Es decir θ teórica y θ experimental diferían en 8°, y η teórica y η experimental diferían en 0.3°, lo cual no es muy grave considerando que la mínima escala de graduación de las monturas de los polarizadores es de 5°.

Para determinar a qué "ángulo real" correpondía el cero de cada uno de los polarizadores, se utilizó el láser polarizado lineal vertical con una estabilidad en el estado de polarización de 500:1, descrito en el capítulo anterior. Se colocaron alineados el polarizador que se deseaba verificar y el detector del medidor de irradiancia, y se determinó para que ángulo del polarizador el detector mostraba las lecturas máxima y mínima de irradiancia.

Se encontró que la señal que coloca el fabricante para el eje de transmisióon de cada polarizador, tiene un error semejante a la diferencia entre los valores teórico y experimentales para θ y η. Fijando de esta manera los polarizadores $P\theta$ y $P\eta$, se obtuvieron los valores de irradiancia que se muestran en la Tabla 4.

Los datos para ambos haces se multiplicaron por el mismo factor de escala de modo que se pudieran comparar con los valores teóricos, ya que en la teoría se supuso que la amplitud inicial de la fuente era unitaria.

La incertidumbre que acompaña a las medidas es la incertidumbre que señala el fabricante del medidor de irradiancia y corresponde al 1% de cada medición. Siendo que los valores para la irradiancia del haz 2 son muy pequeños, su incertidumbre es practicamente despreciable y por lo tanto imposible de graficar en una escala razonable (ver Figs. 4.5 y 4.6).

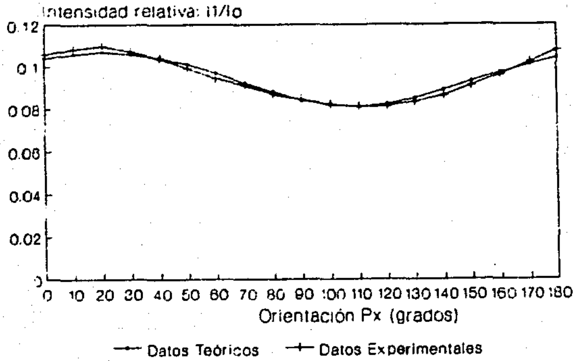


Figura 4.5. Gráfica de la irradiancia del haz 1; se comparan las curvas para los valores teóricos y experimentales.

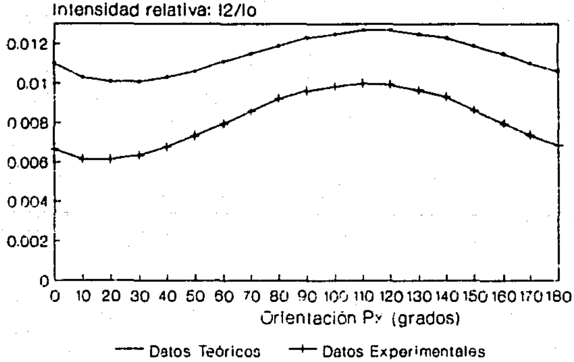


Figura 4.6. Gráfica de la irradiancia del haz 2; se comparan las curvas para los valores teóricos y experimentales.

Si las curvas anteriores correspondieran al caso en que el estado de polarización de los haces antes de atravesar el último polarizador lineal Px fuera circular, se habría obtenido para ambas una recta, sin embargo, en los dos casos la variación de la intensidad del haz con x es una curva periódica y ambas curvas se encuentran desfasadas 90°una de la otra.

Se observa, para el haz 1, que un máximo en la intensidad corresponde a x ≈ 20°, y consecuentemente habrá un mínimo noventa grados después, es decir, para x ≈ 110°. Por su parte, el haz 2 tiene un comportamiento inverso, ya que en la región donde el haz 1 es creciente, el haz 2 decrece; lo cual indica que los semiejes de las elipses que describen el estado de polarización respectivo son practicamente perpendiculares. Es por esto que el semieje mayor de la elipse 1 hace un ángulo de aproximadamente 20° grados con el eje α y el de la elipse 2 aproximadamente uno de 120°.

Se encuentra además, que la intensidad del haz 1 es, en promedio, 8.54 veces mayor que la del haz 2, y es bien sabido en interferometría que se obtiene una buena visibilidad de patrón de interferencia, cuando la intensidad de ambos haces es la misma y la visibilidad vale uno.

Como la intensidad de cada haz varía con respecto a x, la visibilidad del patrón de interferencia también lo hará. Usando la definición de visibilidad (Hecht y Zajac, 1974) se tiene que estrictamente:

$$\mu = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}), \qquad (4.5)$$

entonces $$\mu = 2(\sqrt{I_1 I_2})/\ I_1+I_2 \qquad (4.6)$$

de esta expresión se obtuvieron los valores de la visibilidad del patrón de interferencia para los datos teóricos y experimentales, que se encuentran en la Tabla 4. Estos valores están graficados en las Figs. 4.7 y 4.8 respectivamente.

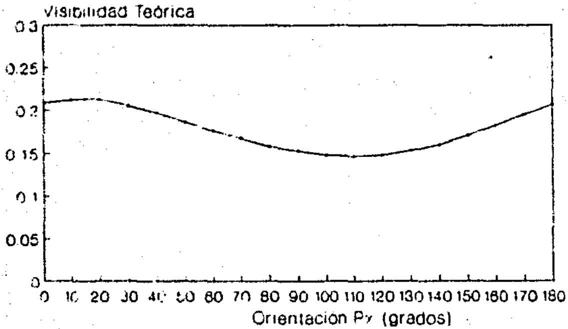


Figura 4.7. Gráfica de la visibilidad del patrón de interferencia en función de la orientación de Px, para los valores teóricos.

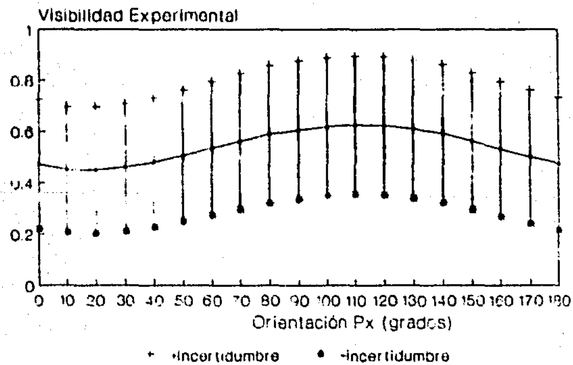


Figura 4.8. Gráfica de la visibilidad del patrón de interferencia en función de x, para los datos experimentales.

La curva de visibilidad tiene un comportamiento semejante a la curva correspondiente a la variación de intensidad del haz 2, es decir, la visibilidad varia inversamente proporcional al haz 1, ya que al ser I_2 muy pequeña, el numerador de μ es pequeño y el denominador es practicamente I_1.

4.3 CONSIDERACIONES SOBRE ERRORES E INCERTIDUMBRES

Entre los problemas que eran fuente de error en la determinación del corrimiento de fase, se puede mencionar la inestabilidad del láser, que ocasionaba errores en las mediciones de intensidad de los haces, y que las franjas de interferencia se desplazaran por cambios de frecuencia de la luz. Las primeras monturas mecánicas que se empleaban eran muy inestables y resultaban muy sensibles a vibraciones mecánicas, aun cuando el arreglo se encontrara montado sobre una mesa amortiguada por aire.

En una primera etapa el sistema era muy sensible también a cambios de temperatura y se pensó en utilizar un motor de C.D. para rotar el polarizador lineal Px. Sin embargo, una de las cosas que se buscaba, era poder utilizar un mecanismo simple para barrer las franjas, pero el motor implicaba trabajo adicional en electrónica y programación, y un aumento en el costo del sistema, por lo tanto se continuó el trabajo manualmente.

En cuanto al arreglo óptico actual, el láser que se utiliza se estabiliza suficientemente rápido. Además se acercaron las piezas mecánicas para reducir las dimensiones del interferómetro y se redujo la altura de los vástagos para evitar que vibraran.

Las dos principales fuentes de error fueron la incertidumbre en el posicionamiento de los polarizadores y la incertidumbre al medir la cantidad de desplazamiento de las franjas sobre la pantalla del monitor. En cierta manera, uno puede pensar haciendo una estimación muy burda, que la incertidumbre en el posicionamiento de los polarizadores es de 2.5° para cada uno de ellos, pues es la mitad de la mínima escala a la que están graduadas las monturas, sin embargo, los polarizadores se orientaron en función a las medidas de irradiancia dadas por el detector de Si y no de acuerdo a la escala de las monturas.

Todas las medidas se realizaron a través de un paquete de procesamiento de imágenes que permite medir directamente sobre la imágen en múltiplos de pixeles, cada unidad arbitraria del paquete equivale a 0.19 pixeles, y los datos que se reportan para el desplazamiento de las franjas están dados en esta unidad arbitraria.

En cuanto a la incertidumbre en la medición del desplazamiento, se puede considerar una de carácter sistemático. Para medir la separación entre dos puntos dados de una imagen sobre la pantalla del monitor, lo que se hace es colocar el cursor sobre cada uno de los puntos y el paquete para procesamiento de imágenes muestra en la pantalla el resultado de la proyección sobre la horizontal del segmento medido. Supóngase entonces, que el mínimo error que se puede cometer es cuando se posiciona el cursor equivocadamente un pixel.

Por otra parte, los datos para el desplazamiento en grados se tradujeron a desplazamiento en fase usando el siguiente algoritmo:

Sean x_o y x_f las posiciones inicial y final que ocupa la franja durante el barrido completo, entonces el valor correspondiente en grados, para una posición intermedia x_i de la franja, está dado por

$$g = 360(x_i - x_f)/(x_o - x_f) \qquad (4.7)$$

Puesto que cada una de las cantidades anteriores tiene asociada una incertidumbre, la incertidumbre total asociada a la cantidad g resulta:

$$\delta g = 2\delta x\ [(x_o - x_f) + 360(x_i - x_f)]\ /\ (x_o - x_f)^2 \qquad (4.8)$$

Donde δx es el valor de un pixel, entonces $\delta x = 0.19$ para toda i. Esta cantidad δg se calculó para los 18 desplazamientos que sufrió cada una de las 23 franjas analizadas y es la incertidumbre que se muestra en la Tabla 3, apéndice C.

Otro factor de importancia es la dispersión de los datos experimentales para los valores medidos de desplazamiento de las franjas. Siendo que se analizaron 3 franjas de ocho ciclos de adquisición de datos, se consideró la tercera franja de cada "corrida" y se obtuvo la desviación estandard de cada uno de los 19 datos para cada valor de x. Estos datos se encuentran en la Tabla 5, donde además se indica el valor promedio en desplazamiento y su correspondiente traducción en grados.

Se encuentra que el valor en grados de la desviación estandard es de aproximadamente $\delta f^{\circ} = 60^{\circ}$, es decir, la anchura de un tercio de franja, que se puede considerar como cota máxima en la incertidumbre de las medidas (esta incertidumbre no se graficó).

Otro tipo de incertidumbres que se han incluido son, como ya se mencionó, las de las lecturas de irradiancia debidas al medidor de irradiancia. Relacionada directamente a esta incertidumbre, está la incertidumbre asociada al valor de la visibilidad del interferograma. Dicha incertidumbre está dada por

$$\delta\mu = \left(\left[2\sqrt{I_1 I_2}\,\delta(I_1) + \delta(I_2) \right] / (I_1+I_2) \right)^2 + \left((I_1+I_2)(I_1\delta(I_2) + I_2\delta(I_1) / \sqrt{I_1 I_2}\,(I_1+I_2)^2 \right)$$

Los valores obtenidos mediante esta ecuación están contenidos en la Tabla 4.

4.4 CURVA DE CALIBRACION

Hasta este momento, se han mencionado dos puntos considerados en la introducción, como requisitos que debe satisfacer un modulador de fase: Que el mecanismo propuesto permita barrer la fase en el ciclo completo de 0 a 360° y que la intensidad de los haces sea constante durante todo el ciclo. Pero otro punto de gran importancia es que, si se desea utilizar un algoritmo que permita obtener la distribución de fase de un objeto, se requiere conocer las cantidades precisas en que se corre la fase, o incluso se pueden necesitar cantidades específicas de corrimiento. Esto implica que el mecanismo para correr la fase debe estar suficientemente bien caracterizado, para obtener el corrimiento en fase deseado.

En el modulador de fase que se propone, el corrimiento solo depende de x, ya que $\theta = 40^\circ$ y $\eta = 19.7^\circ$ son fijas, entonces es deseable obtener una expresión que permita conocer x para una Δ arbitraria. Esto último se puede realizar de dos maneras, una experimental en que x varía de 0 a 180°, pero en pasos muy pequeños, de modo que para toda Δ se conozca la x correspondiente; o de manera teórica, invirtiendo la ecuación (3.1) en que se obtiene Δ en función de x, para obtener ahora x en función de Δ.

Como el segundo camino es más directo, se procedió a desarrollar una expresión para x en función de Δ.

Por la ecuación (3.1) se tiene:

$$\Delta = \arctan (K/Y) + \pi - \arctan (H/G) \qquad (4.9)$$

y haciendo uso de relaciones trigonométricas

$$\Delta = \arctan \left(\frac{KG-YH}{YG+KH} \right) + \Pi \qquad (4.10)$$

entonces

$$\tan (\Delta-\pi) = (KG -YH)/(YG+KH), \qquad (4.11)$$

pero $\tan(\Delta \pm \Pi) = \tan(\Delta)$, y así:

$$\tan(\Delta) = (KG - YH)/(YG + KH), \qquad (4.12)$$

el cociente anterior se obtiene con G, H, Y y K dadas por las ecuaciones (2.18), pero para fines de análisis se pueden expresar de la forma:

$$G = A1 \cos(x)\mathrm{sen}(x) - A2\, \mathrm{sen}^2(x),$$
$$H = A3 \cos(x)\mathrm{sen}(x) - A4\, \mathrm{sen}^2(x),$$
$$Y\ A5 \cos(x)\mathrm{sen}(x) - A6\, \mathrm{sen}^2(x),$$
$$K\ A7 \cos(x)\mathrm{sen}(x) - A8\, \mathrm{sen}^2(x),$$

donde A1, A2, ,A8 son constantes.

Desarrollando la ec. (4.12) y usando relaciones trigonométricas se obtiene entonces una ecuación de la forma

$$EC \tan^2(x) + (DE-A) \tan(x) + EB = 0, \qquad (4.13)$$

lo cual es una ecuación de segundo grado para tan(x). Sean U=tan(x), ma = EC, mb = (DE-A), mc = EB, la ec (4.13) se puede resolver para U:

$$U^{\pm} = (- mb \pm \sqrt{(mb^2 - 4\ ma\ mc)}\ ), \qquad (4.14)$$

por lo cual habrá dos soluciones correctas para x:

$$x_+ = \arctan(U_+) \quad y \quad x_- = \arctan(U_-). \qquad (4.15)$$

Se han obtenido entonces dos expresiones de la forma $X=X(\Delta)$, sin embargo solo una de las soluciones para x es congruente con los resultados que se habían obtenido a partir de la ec. (3.1).

Cuando el argumento de arctan(Δ) está definido en$[3/2\pi,\pi/2]$, la solución es x_-, pero para Δ definida en $(\pi/2,3/2\pi)$, la solución es x_+. Esto se encontró comparando las soluciones que se obtuvieron mediante el programa "CALIBRAR", listado en el Apéndice C, con los valores para Δ en función de x, que se encuentran en la Tabla de datos 1. Los valores obtenidos con el programa "CALIBRAR" se presentan en la Tabla 6.

A continuación se muestra la gráfica de x en función de Δ para los datos antes mencionados (Fig. 4.9). Como era de esperarse, la curva que resulta es la inversa de la ilustrada en la Fig.4.1.

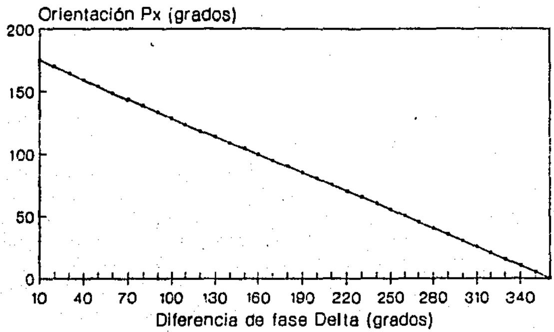


Figura 4.9. Curva de calibración: Gráfica de la diferencia de fase en función de x.

CAPITULO 5

DISCUSION Y CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modulador de fase compuesto por polarizadores lineales y prismas de tejado, que se puede utilizar en un interferómetro tipo Twymann-Green, para correr la fase entre los haces que interfieren.

Este interferómetro se ha estudiado teórica y experimentalmente con el propósito de poderse habilitar en el futuro para efectuar pruebas ópticas. Teniendo en cuenta este objetivo, se ha buscado satisfacer las necesidades elementales de un corredor de fase para interferencia.

Entre otras cosas, se ha conseguido correr la fase 360° de manera continua por medio de un mecanismo sumamente simple. La cantidad en que se desplazan las franjas es proporcional a la rotación de un polarizador lineal. Se ha mostrado que la relación entre el corrimiento de fase Δ y el ángulo x del polarizador puede expresarse como:

$$x = (360 - x) / 2.02$$

con un error máximo del 3.96 %. Por lo tanto, la precisión de las medidas que se puedan realizar con el interferómetro dependerá únicamente de la fineza en la graduación de la montura que se utiliza para orientar el polarizador.

A diferencia de otros moduladores de fase, el aquí propuesto no cumple estrictamente con el requisito de mantener la intensidad de los dos haces constante. Sin embargo esto no es un impedimento fundamental, ya que la visibilidad en todo momento es adecuada para las mediciones. Y debido a que el desplazador está bien caracterizado, es posible que los algoritmos usuales para recuperar la fase sean reelaborados, considerando las variaciones conocidas de intensidad.

En cuanto al arreglo experimental con que se trabajó, se puede decir que es un sistema óptico muy estable que se puede adaptar fácilmente para efectuar pruebas ópticas por transmisión, como se muestra en la Fig. 5.1.

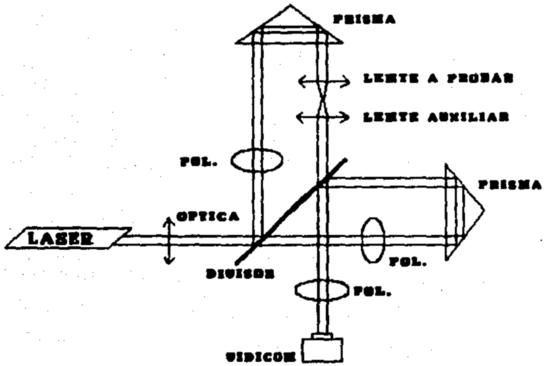


Figura 5.1. Interferómetro de corrimiento de fase por polarización, para probar una lente convergente. Se añade una lente auxiliar, para obtener nuevamente un frente de onda plano después de la lente a prueba

Para realizar pruebas ópticas, habría que mejorar la calidad de los elementos ópticos, como prismas, lentes y polarizadores, pues el arreglo experimental que se describió en el capitulo 3 se diseñó con los elementos que se encontraban a disposición en el laboratorio.

Una conveniencia de estudiar un interferómetro tipo Twymann-Green, es que es un sistema óptico muy simple de trabajar teórica y experimentalmente, sin embargo, se considera factible correr la fase usando el mismo tipo de elementos ópticos en otros interferómetros, por ejemplo, en un interferómetro Mach-Zehnder.

El método que se ha propuesto para correr la fase es una alternativa muy simple a los métodos usuales. Nuestro corredor de fase comparte algunos de los problemas de los otros métodos, como puede ser la dificultad para orientar a los polarizadores, característico del método que utiliza apilamientos de placas retardadoras. Sin embargo, parte de la importancia del presente estudio radica en que se han utilizado elementos distintos a los usuales.

Los prismas de tejado son bien conocidos por sus propiedades geométricas para desviar haces luminosos. Además, autores como Korneev y Tareev (1986), o Roddier *et al.* (1978), han reconocido las propiedades polarizadoras de los prismas de tejado, sin embargo, las han visto más como un problema que eliminar, en vez de verlas como una cualidad que puede ser de utilidad, como se ha mostrado en este trabajo.

APENDICE 1

Lo que se hará a continuación es obtener detalladamente la matriz de transferencia de un prisma de tejado, es decir, la matriz que describe el efecto que tiene el prisma sobre el estado de polarización de los rayos luminosos que por él atraviezan.

Un antecedente al presente trabajo fue un artículo de A.M. Tareev sobre el efecto que el fenómeno de polarización en un prisma de tejado tiene sobre el estado de polarización de la luz que incide en él, ya que sus resultados son usados por Rodriguez-Zurita *et al.* En dicho artículo Tareev propone la manera de determinar las entradas de la matriz de transferencia del prisma y sin detallar los cálculos, enuncia los resultados, incluyendo valores numéricos para algunos casos particulares (Korneev, Tareev 1963)

Sin embargo, una manera de entender como actúa el prisma sobre la luz, es obteniendo explícitamente esta matriz de polarización. Para hacer esto, es de interés resolver primero el problema de trazo de rayos en un prisma de tejado, ya que en ambos problemas se utilizan los mismos vectores de dirección de los rayos luminosos.

A.1.1 TRAZO DE RAYOS

En general un problema de trazo de rayos consiste en proponer un rayo incidente en un sistema óptico y determinar las carateristicas del rayo emergente en función de los datos conocidos sobre el rayo incidente. Este problema de trazo de rayos se resolverá para cualquier prisma de tejado, para el caso particular de incidencia normal.

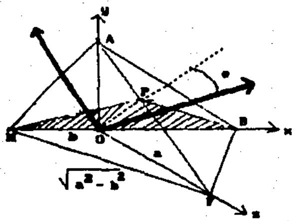


Figura A.1. Esquema de un prisma de tejado.

En lo que sigue, es necesario conocer la normal a cada plano de incidencia. Esto se puede hacer partiendo de las siguientes relaciones. En lo que sigue se denotarán los vectores con negritas

$$\mathbf{P} = (0,\ a/2,\ a/2) \qquad\qquad \mathbf{M} = (-b,0,0)$$
$$\mathbf{F} = (0,\ 0,\ a\ ) \qquad\qquad \mathbf{A} = (\ 0,a\ 0) \qquad\qquad \text{(A1)}$$

y usando que las rectas MA y MF están contenidas en el plano que define a la cara de entrada, donde

$$\mathbf{M\ A} = \mathbf{A}-\mathbf{M} = (b,\ 0,\ 0)$$
$$\mathbf{M\ F} = \mathbf{F}-\mathbf{M} = (b,\ 0,\ a) \qquad\qquad \text{(A2)}$$

entonces el producto cruz de dichas rectas definirá la normal a la cara de entrada $\mathbf{n}_A$:

$$\mathbf{n}_A = \mathbf{M\ A} \times \mathbf{M\ F}$$
$$= 1/\sqrt{a^2+2b^2}\ (a,-b,-b)$$

$$\mathbf{n}_A = (\text{sen}\ \varepsilon,\ -\cos \varepsilon/\sqrt{2},\ -\cos \varepsilon/\sqrt{2}) \qquad\qquad \text{(A3)}$$

de igual modo:

$$n_B = (\text{sen } c,\ \cos c/\sqrt{2},\ \cos c/\sqrt{2}) \qquad (A4)$$

define la normal a la cara de salida .

Por caras de entrada y salida se entienden los planos delimitados por los puntos AMF y ABF respectivamente.

Por construcción se tiene, además, que las normales a cada una de las caras del tejado son:

$$n_C = (0,\ 0,\ -1) \qquad n_D = (0,\ -1,\ 0) \qquad (A5)$$

donde el subíndice c se refiere a la superficie del tejado en el plano xy, y el subíndice D a la superficie del tejado en el plano zx. Las caras c y D del tejado están definidas por los puntos MAB y MFB respectivamente.

Por otra parte, sean r_{iA}, r_{rA}, r_{tA} los rayos incidente, reflejado y transmitido respectivamente en la cara de entrada del prisma. Puesto que inicialmente la incidencia es normal se tiene que

$$r_{iA} = -r_{rA} = r_{tA} \qquad (A6)$$

sin necesidad de realizar los cálculos.

Para determinar el rayo reflejado se emplea la ley de la reflexión en forma vectorial, ya que cuando se trabaja en el espacio es conveniente trabajar los rayos de incidencia, reflexión y transmisión como vectores unitarios, donde el elemento de interés son las direcciones de dichos vectores.

Ahora se desearía saber cual es la siguiente superficie de incidencia, que por la geometría del prisma debe ser alguna de las caras del tejado; suponiendo que el rayo incidió en cualquier punto de la mitad superior de la cara A.

El mismo vector que describe al rayo incidente en A describe también al rayo transmitido en A, que es también el rayo que a continuación incide en la superficie correspondiente del tejado. Prolongando al vector r_{iA} en una recta infinita, eventualmente intersectará a ambos planos que contienen a cada superficie del tejado (ya que estas dos últimas hacen siempre noventa grados entre sí). Pero como el prisma es finito y cada una de sus caras está definida por tres puntos, se sabrá que el rayo incide en una cara del tejado si intersecta al plano dentro del area delimitada por dichos tres puntos. De esta manera se encuentra que la segunda superficie de incidencia es la cara C del tejado.

Por lo anterior, $r_{iA} = r_{tA} = r_{iC}$. Para encontrar la ecuación del plano A' basta con hacer $n_{A'} \circ (p-p_o)=0$, donde $p=(x,y,z)$ y p_o un punto en A'.

Por la ley de la reflexión en forma vectorial se tiene:

$$r_r = r_i - 2(n \cdot r_i)\, n \qquad \text{(A7)}$$

$r_{rC} = (\operatorname{sen} c, -\cos c/\sqrt{2}, \cos c/\sqrt{2})$ donde $r_{rC} = r_{iD}$

$r_{rD} = (\operatorname{sen} c, \cos c/\sqrt{2}, \cos c/\sqrt{2})$ donde $r_{rD} = r_{iB}$

La ley de Snell en forma vectorial y compacta se puede expresar:

$$n_t\, r_t = n_i\, r + n_t\, (r_t \cdot n)\, n - n_i\, (r_i \cdot n)\, n \qquad \text{(A8)}$$

entonces desarrolando se tiene:

$$n_t\, r_{tx} = n_i\, r_x + n_t\, (r_{tx}\, n_x + r_{ty}\, n_y + r_{tz}\, n_z)\, n_x - n_i (r_i \circ n)\, n_x$$

$$n_t\, r_{ty} = n_i\, r_y + n_t\, (r_{tx}\, n_x + r_{ty}\, n_y + r_{tz}\, n_z)\, n_y - n_i (r_i \circ n)\, n_y$$

$$n_t\, r_{tz} = n_i\, r_z + n_t\, (r_{tx}\, n_x + r_{ty}\, n_y + r_{tz}\, n_z)\, n_z - n_i (r_i \circ n)\, n_z$$

Para determinar el rayo transmitido en la superficie B se tiene que, $n_i = 1.516$ (indice de refracción del prisma de vidrio BK7) ,

$n_t=1, \qquad r_x=r_{1Bx}, \qquad r_y=r_{1By}, \qquad r_z=r_{1Bz}$

$$(r_1 \cdot n) = (r_{1B} \cdot n_B) = 0.$$

Resolviendo el sistema se encuentra que $r_{ts} = n_B$, es decir, la última transmisión en el prisma es normal si la primer incidencia también lo fue. Además se puede verificar que el rayo emerge del prisma por la mitad inferior de la cara B.

Habiendo realizado lo anterior se podrá determinar entonces el estado de polarización final de un rayo luminoso, que haya atravesado un prisma cualquiera de tejado, a partir de su estado de polarización inicial conocido. Es decir, se determinará la matriz de transferencia de polarización del prisma.

A.1.2 CALCULO DE LA MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE POLARIZACION.

Un estado de polarización arbitrario se puede escribir como combinación lineal de dos estados de polarización lineales ortogonales.

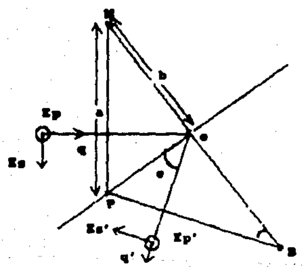


Figura A.2. Componentes del vector de estado de polarización inicial.

En este caso, la referencia es el plano definido por la arista entre los dos tejados del prisma y los puntos M, B y P . Por esto, se describirá el estado de polarización de la luz que incide en el prisma en función de un par de sistemas ortogonales de vectores unitarios p, s, q, y p',s',q'. Los vectores unitarios q y q' son paralelos a la dirección de propagación de la onda a la entrada y salida del prisma respectivamente. Los vectores p y p' son perpendiculares a la caras de entrada y salida, y están dirigidos hacia afuera del papel. Por su parte, los vectores s y s' completan los sistemas derechos de vectores unitarios.

La onda plana que incide en el tejado es dividida en dos ondas, que difieren una de otra por la secuencia en que se reflejan en las caras del tejado. Sea $\mathcal{E}$ el vector eléctrico de la onda incidente, cuya amplitud es E, entonces se puede escribir

$$\mathcal{E}s_1 = Es_1\, e^{i\Delta_{1s}} \qquad \mathcal{E}p_1 = Ep_1\, e^{i\Delta_{1p}}, \qquad \text{(A9)}$$
$$\mathcal{E}s_2 = Es_2\, e^{i\Delta_{2s}} \qquad \mathcal{E}p_2 = Ep_2\, e^{i\Delta_{2p}}.$$

donde Δ_s y Δ_p son los corrimientos de fase de las oscilaciones correspondientes, causadas por la reflexión de la onda en las caras del tejado.

Empleando ahora la notación del álgebra de Jones, se denotará por M_1 y M_2 a las matrices que describen la acción del prisma sobre el estado de polarización de las ondas luminosas. La matriz M_1 corresponderá a los rayos denominados tipo 1, que son los que inciden en la parte superior de la cara de entrada, para los del tipo 2 , que inciden en la parte inferior, el tratamiento es semejante

$$\begin{bmatrix} E_1s \\ E_1p \end{bmatrix} = M_1 \begin{bmatrix} Es \\ Ep \end{bmatrix}; \qquad \begin{bmatrix} Es \\ E_2p \end{bmatrix} = M_2 \begin{bmatrix} Es \\ Ep \end{bmatrix} \qquad \text{(A10)}$$

Partiendo de los resultados anteriores sobre el problema de trazo de rayos si se considera unicamente incidencia normal, el rayo incidente, representado por el vector q coincide con la normal a la cara de entrada, i.e. $q = n_A$. Entonces si el medio no es absorbente, el rayo se transmite normal; además Fresnel mostró que por transmisión no ocurren cambios de fase.

Por otro lado, el vector E_p será perpendicular a los vectores n_A y E_s, por lo que se puede elegir tal que salga del plano del papel.

Como la recta MP es paralela a la cara de entrada, se tiene:

$$E_s = \frac{P-M}{|P-M|} = \frac{1}{\sqrt{b^2+a^2/2}}(b,\ a/2,\ a/2) = (\cos c,\ \text{sen}\ c/\sqrt{2},\ \text{sen}\ c/\sqrt{2})$$

$$E_p = AF = 1/2a\ (0,\ -a,\ a) = (0, -1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}) \qquad \text{(A11)}$$

De este modo E_s y E_p, vectores unitarios, representan los dos estados de polarización ortogonales, cuya dirección es ortogonal también a la dirección de propagación del rayo incidente.

Por otra parte, se puede verificar fácilmente que a los rayos les ocurre reflexión total interna cuando se reflejan en ambas caras del tejado. Para ello hay que determinar cuál es el ángulo de incidencia en las caras C y D respecto a la normal. Basta utilizar que

$$r_{1C} \cdot n_C = \| r_{1C} \| \, \| n_C \| \cos \theta_{1C}$$

lo mismo ocurre para la cara D.

Se sabe además que para el caso de reflexión total interna los coeficientes de reflexión de Fresnel tienen módulo unitario y que la onda sufre un cambio de fase al reflejarse (Zajac, 1974), el cual depende tanto de qué componente del vector incidente se esté considerando (la perpendicular o la paralela), como del ángulo de incidencia y de la razón entre los índices de refracción involucrados. Por lo tanto, en cada reflexión total interna habrá un cambio de fase.

Las expresiones para los cambios de fase son las siguientes (Born & Wolf, 1980):

$$\tan \delta^{\parallel}/2 = (\sqrt{(sen^2\theta_i - n^2)}) / (n^2 \cos\theta_i) \qquad (A12)$$

$$\tan \delta^{\perp}/2 = (\sqrt{(sen^2\theta_i - n^2)}) / (\cos \theta_i)$$

donde n es el índice de refracción relativo para la interfase, *i.e.* $n = n_i/n_t$, y θ_i es el ángulo de incidencia. Como ambas caras del tejado tienen iguales características y los ángulos de incidencia coinciden en ambas para cada estado de polarización y tipo de rayo, los desfasamientos serán los mismos.

Por otra parte se tiene que para encontrar las proyecciones del vector incidente sobre el plano de incidencia no es necesario conocer la ecuación del plano, sino que basta con hacer:

$$A^{\perp} = A{\cdot}nA^{\parallel} = A - A^{\perp} \qquad (A13)$$

donde A es el vector que se quiere proyectar y n es la normal al plano. El vector A tiene como magnitud A•n y n como dirección. Además, la normal al plano de incidencia se obtiene tomando el producto cruz entre cualquiera dos vectores contenidos en dicho plano.

Entonces lo que se hará a continuación es descomponer cada uno de los vectores de polarización en una componente paralela y otra perpendicular a cada uno de los planos de incidencia, ya que es la manera de trabajar los coeficientes de Fresnel.

Sea n_{IC} la normal al plano de incidencia correspondiente a la cara C del tejado, y n_{ID} la correspondiente a la cara D. Entonces usando la notación

$$s = sen\ c, \qquad c = \cos c.$$

$$n_{IC} = n_A \times n_C$$

$$= \sqrt{2}(c/\sqrt{2},\ s,\ 0)/(1+s^2c)^{1/2} \qquad (A14)$$

$$n_{ID} = n_D \times r_B$$

$$= \sqrt{2}(-c/\sqrt{2},\ 0,\ s)/(1+s^2c)^{1/2} \qquad (A15)$$

donde r_B es el rayo reflejado en la cara D del tejado , n_C y n_D las normales a cada cara del tejado.

Después de una reflexión, la orientación relativa entre los vectores de dirección de propagación y de dirección de vibración del campo eléctrico se mantiene, pero como el rayo cambió de dirección, el plano que definen ambos vectores se modifica y el signo de las componentes del vector de dirección cambia, a excepción de la correspondiente a la componente no nula del vector normal a la cara del tejado en el que ocurre la reflexión. Además, puesto que tras la primera reflexión a cada uno de los vectores de polarización le corresponden dos componentes, una paralela y otra perpendicular, cuando ocurre la segunda reflexión, cada una de estas componentes se deberá descomponer a su vez en una pareja de componentes paralela y perpendicular.

A continuación se reproducirá el álgebra que se mencionó anteriormente (se hará para el vector que representa el estado de polarización Es y se enunciarán los resultados para el vector Ep).

Por las ecuaciones A3-A5 y

$$nv = AF = (0,-1,1)/\sqrt{2} \qquad \text{(A16)}$$

con nv la normal al plano de referencia. Se tiene que las componentes paralela y perpendicular del vector Es al reflejarse en la cara C son:

$$Es^{\perp} = Es \cdot n_{1c} = \sqrt{2}\{c/\sqrt{2},\ s,\ 0\}/(1+s^2), \qquad \text{(A17)}$$

$$Es^{\parallel} = Es - Es^{\perp} = \{-cs^2,\ -s(s^2-1)/\sqrt{2},\ s(s^2+1)/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)$$

se verifica que:

$$Es^{\perp 2} + Es^{\parallel 2} = 1 \quad , Es^{\perp} \cdot Es^{\parallel} = 0.$$

Descomponiendo nuevamente en una componente paralela y otra parpendicular respecto a la cara D:

$$Es^{\perp\perp} = Es^{\perp} \cdot n_{1D} = -\sqrt{2}c^2\{-c/\sqrt{2},\ 0,\ s\} \;/\; (1+s^2)^2 \qquad \text{(A18)}$$

$$Es^{\perp\parallel} = Es^{\perp} - Es^{\perp\perp} = \sqrt{2}\ \{-2s^2c/\sqrt{2},\ s(1+s^2),\ -sc^2\} \;/\; (1+s^2),$$

$$Es^{\parallel\perp} = Es^{\parallel} \cdot n_{1D} = 2\sqrt{2}s^2\ \{-c/\sqrt{2},\ 0,\ s\},$$

$$Es^{\parallel\parallel} = Es^{\parallel}-Es^{\parallel\perp} = \{-cs^2(1-s^2),s(1-s^4)/\sqrt{2},-s(1-s^2)^2/\sqrt{2}\}/(1+s^2)^2$$

Para fines de análisis es conveniente tener las expresiones de los vectores que representan a los rayos emergentes del prisma referidos al mismo plano que los vectores incidentes, por lo cual hay que proyectar sobre el plano bisector a las últimas componentes ortogonales obtenidas.

Denotando ahora σ= componente perpendicular al plano de referencia, ρ= componente paralela al plano de referencia. (A19)

$$Es^{\perp\perp}\sigma = Es^{\perp\perp} \cdot n_V = -sc^2\ \{0,\ -1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2\ ,$$

$$Es^{\perp\perp}\rho = Es^{\perp\perp} - Es^{\perp\perp}\sigma = c^2\ \{c,\ -s/\sqrt{2},\ -s/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2\ ,$$

$$Es^{\perp\parallel}\sigma = Es^{\perp\parallel} \cdot n_V = -2s\ \{0,\ -1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2,$$

$$Es^{\perp\parallel}\rho = Es^{\perp\parallel} - Es^{\perp\parallel}\sigma = \{-2sc^2,\ 2s^3/\sqrt{2},\ 2s^3/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2,$$

$$Es^{\parallel\perp}\sigma = Es^{\parallel\perp} \cdot n_V = 2s^3\ \{\ 0,\ -1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2,$$

$$Es^{\parallel\perp}\rho = Es^{\parallel\perp} - Es^{\parallel\perp}\sigma = 2s^2\ \{-c,\ s/\sqrt{2},\ s/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2\ ,$$

$$Es^{\parallel\parallel}\sigma = Es^{\parallel\parallel} \cdot n_V = -s\ (1-s^2)\ \{0,\ -1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2}\} \;/\; (1+s^2)^2,$$

$$Es^{\parallel\parallel}\rho = Es^{\parallel\parallel} - Es^{\parallel\parallel}\sigma = \{-cs^2(1-s^2),(s^3-s^5)/\sqrt{2},(s^3-s^5)\}/(1+s^2)^2$$

Las amplitudes de las componentes finales resultan: (A20)

$$\| Es^{\perp\perp}\sigma \| = -sc^2/(1+s^2)^2 \quad , \qquad \| Es^{\perp\perp}\rho \| = -c^2/(1+s^2)^2,$$

$$\| Es^{\perp\parallel}\sigma \| = -2s/(1+s^2)^2 \quad , \qquad \| Es^{\perp\parallel}\rho \| = 2s^2/(1+s^2)^2,$$

$$\| Es^{\parallel\perp}\sigma \| = 2s^3/(1+s^2) \quad , \qquad \| Es^{\parallel\perp}\rho \| = 2s^2/(1+s^2)^2,$$

$$\| Es^{\parallel\parallel}\sigma \| = sc^2/(1+s^2)^2 \quad , \qquad \| Es^{\parallel\parallel}\rho \| = s^2c^2.$$

Para recuperar el vector resultante hay que sumar todas las componentes que son paralelas entre sí, multiplicadas por sus factores de fase respectivos (Ecs. A12); de este modo habrá una resultante en σ y otra en ρ, es decir, finalmente se tendrán un vector de polarización paralelo y otro perpendicular al plano de referencia, que representarán la dirección y estado de polarización final del rayo emergente de la última cara del prisma.

Para $Es\sigma$:

$$Es\sigma = \{-sc^2Rs^2 + RsRp(2s^3-2s) - sc^2Rp\}^2$$
$$= -(\text{senc} \cos^2 c)\{Rs + Rp\}^2 / (1+\text{sen}^2 c)^2 \qquad \text{(A21)}$$

Para $Es\rho$:

$$Es\rho = \{-Rs^2c^2 + 4s^2RsRp + Rp^2s^2c^2\} / (1+s^2)^2 \qquad \text{(A22)}$$
$$= \{-Rs^2\cos^2 c + 4RsRp\ \text{sen}^2 c + Rp^2\text{sen}^2 c \cos^2 c\}/(1+\text{sen}^2 c)$$

Haciendo lo mismo para el vector Ep se tiene:

Para $Ep\sigma$:

$$Ep\sigma = \{s^2c^2Rs^2 + 2s^2RsRp + 2s^2RsRp - c^2Rp^2\} / (1+s^2)^2 \qquad \text{(A23)}$$
$$= \{Rs^2\text{sen}^2 c \cos^2 c + 4RsRp\ \text{sen}^2 c - Rp^2\cos^2 c\} / (1+\text{sen}^2 c)^2$$

Para $E_{p\rho}$:

$$E_{p\rho}=\{sc^2Rs^2 -2s^3RsRp +2sRsRp +sc^2Rp^2\}/(1+s^2)^2$$
$$=senc\ \cos^2 c\ (Rs +Rp)^2/(1+sen^2 c)^2 \qquad \text{(A24)}$$

Donde Rp y Rs son los coeficientes de reflexión de Fresnel para el caso paralelo y perpendicular respectivamente.

De modo que la matriz que describe la polarización del rayo emergente resulta

$$M_1=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} E_{s\rho} & E_{s\sigma} \\ E_{p\rho} & E_{p\sigma} \end{bmatrix} \qquad \text{(A25)}$$

El orden de las entradas de esta matriz está determinado por la elección del sistema original de vectores ortogonales de polarización, Es y Ep.

Para trabajar con la matriz M_{12} es conveniente expresar los coeficientes de una manera más útil:

$$Rs = Ps\ e^{i\ s} \qquad\qquad Rp=Pp^{i\ p} \qquad \text{(A26)}$$

donde Ps y Pp son los coeficientes de amplitud para el caso de reflexión de las ondas en las caras del tejado, y Δs , Δp los cambios de fase de las oscilaciones causadas por reflexión.

Explicitamente,

$$\Delta p = 2 \tan^{-1}((\sqrt{((sen^2(t)- n)^2})/n \cos (t),$$

$$\Delta s = 2 \tan^{-1}((\sqrt{((sen^2(t)- n)^2})/\cos(t),$$

con $\qquad t= \arctan (\sqrt{(1 - (\cos^2(c)/2))}/ \cos(c)/2)$

Entonces sustituyendo (A5) en las ecuaciones (A21) a (A24) y desarrollando se tiene:

$$\mathcal{A}=\{-Ps^2e^{2i\ _s}\cos^2\varepsilon_2+4PsPpe^{i(\ _s+\ _p)}\operatorname{sen}^2\varepsilon+Pp^2e^{2i\ _p}\operatorname{sen}^2\varepsilon\cos^2\varepsilon\}$$
$$\times\ 1\ /\ (1+\operatorname{sen}^2\varepsilon)^2$$

$$=1/(1+\operatorname{sen}^2\varepsilon)^2\times\{-Ps^2\cos^2\varepsilon\ (\cos 2\ _s+i\ \operatorname{sen}\ 2\ _s)$$
$$+4PsPp\ \operatorname{sen}\ \varepsilon^2[\cos(\ _s+\ _p)+i\ \operatorname{sen}(\ _s+\ _p)]$$
$$+Pp^2\operatorname{sen}^2\varepsilon\ \cos^2\varepsilon\ [\cos(2\ _p)\ +i\ \operatorname{sen}(2\ _p)]$$
$$+\ i\ \operatorname{sen}\ (\ _s+\ _p)\}$$

$$\mathcal{A}=1/(1+\operatorname{sen}^2\varepsilon)^2\ \times\ \{-Ps^2\cos^2\varepsilon\ \cos(2\ _s)+4PsPp\ \operatorname{sen}^2\varepsilon\ \cos(\ _s+\ _p)$$
$$+Pp^2\operatorname{sen}^2\varepsilon\ \cos^2\varepsilon\ [\cos(2\ _p)\ +i\ \operatorname{sen}(2\ )\ ]\}$$
$$+i/(1+\operatorname{sen}^2\varepsilon)^2\{-Ps^2\cos^2\varepsilon\ \operatorname{sen}(2\ _s)\ +4PsPp\ \operatorname{sen}^2\varepsilon\ \operatorname{sen}(\ _s+\ _p)$$
$$+Pp^2\operatorname{sen}^2\varepsilon\ \cos^2\varepsilon\ \operatorname{sen}(2\ _p)\} \qquad \text{(A27)}$$

Dado que $\mathcal{A}$ es un número complejo de la forma $\mathcal{A}=a_A+ib_A$ entonces se puede escribir,

$$\mathcal{A}=||\mathcal{A}||\ e^{i\ _A},\ \text{de donde}\ \ \operatorname{sen}(\ _A)\ =b_A/\ ||\mathcal{A}||$$

$$(\operatorname{sen}\ \ _A)^{-1}b_A=||\mathcal{A}||$$

$$_A=\text{arc tan}\ (b_A/a_A)$$

Sean

$$\xi 1=-Ps^2\operatorname{sen}(2_s)\cos^2(\varepsilon)+4PsPp\operatorname{sen}(_s+_p)\operatorname{sen}^2(\varepsilon)+Pp^2\operatorname{sen}(2_p)\operatorname{sen}^2(\varepsilon)\cos^2(\varepsilon)$$

$$\xi 2=-Ps^2\cos(2_s)\cos^2(\varepsilon)+4PsPp\cos(_s+_p)\operatorname{sen}^2(\varepsilon)+Pp^2\cos(2_p)\operatorname{sen}^2(\varepsilon)\cos^2(\varepsilon)$$

entonces

$$\Delta\mathcal{A}=\arctan\ (\ \xi 2\ /\ \xi 1) \qquad \text{(A28)}$$

$$||\mathcal{A}||=\xi 1\ /\ (1+\ \operatorname{sen}^2\varepsilon)^2\ \operatorname{sen}\ (\Delta\mathcal{A}) \qquad \text{(A29)}$$

Desarrollando del mismo modo el resto de los coeficientes se encuentra que:

$$\Delta B=\text{arc tan}\ \frac{Ps^2\operatorname{sen}(2\ _s)\ +2PsPs\ \operatorname{sen}(\ _s+\ _p)\ +Pp^2\operatorname{sen}(2\ _p)}{Ps^2\cos(2\ _s)\ +2PsPp\ \cos(\ _s+\ _p)\ +Pp^2\cos(2\ _p)}; \qquad \text{(A30)}$$

$$|B| = |C| = \frac{-\mathrm{sen}\,c\,\cos^2 c}{(1+\mathrm{sen}\,c)^2} \times \frac{Ps^2\,\mathrm{sen}(2_s) + 2PsPp\,\mathrm{sen}(_s + _p) + Pp^2\,\mathrm{sen}(2_p)}{\mathrm{sen}\,\Delta B}, \qquad (A31)$$

$$\Delta C = \Delta B - \Pi \qquad (A32)$$

Sean

$$\xi 3 = Ps^2\mathrm{sen}(2_s)\mathrm{sen}^2(c)\cos^2(c) + 4PsPp\mathrm{sen}(_{s+p}) - Pp^2\mathrm{sen}(2_p)\cos^2(c)$$

$$\xi 4 = Ps^2\cos(2_s)\mathrm{sen}^2(c)\cos^2(c) + 4PsPs\cos(_{s+p})\mathrm{sen}^2(c) - Pp^2\cos(2_p)\cos^2(c)$$

Así,

$$\Delta D = \arctan\ (\ \xi 3\ /\ \xi 4\ ) \qquad (A33)$$

$$||\,D\,|| = \xi 3\ /\ (1 + \mathrm{sen}^2 c\ )\ \Delta D \qquad (A34)$$

Por lo tanto

$$M_{12} = \begin{bmatrix} |A|\,e^{-i\,A} & |B|\,e^{-i\,B} \\ |C|\,e^{-i\,C} & |D|\,e^{-i\,D} \end{bmatrix} \qquad (A35)$$

Para el caso de reflexión total interna, que es lo que ocurre en ambas caras del tejado, se verifica que $Ps = Pp = 1$. Si se supone además que el índice de refracción del aire es 1 , que se está trabajando con un prisma de vidrio BK7 con índice de refracción $n = 1.516$ y que la incidencia en la primer cara del prisma es normal, se puede obtener explícitamente el valor de estos coeficientes.

El valor numérico de los coeficientes anteriores se obtuvo mediante el programa AMICI que permitía variar el valor del ángulo c (ver listado L , Ap.C). Los valores obtenidos para el caso particular de $c = 45°$ coinciden con los resultados obtenidos por Korneev y Tareev (1985).

APENDICE B

TABLA 1

Datos para la diferencia de fase en función de x para $\theta=40^{\circ}$, $\eta=19.7^{\circ}$.

Px (grados)	Delta (grados)	Delta $\pm$ incertidumbre (grados)	
0	360.00	358.32	14.27
10	340.45	349.41	13.91
20	320.51	343.10	13.69
30	300.36	327.69	13.06
40	280.21	303.73	12.15
50	260.23	285.62	11.44
60	240.39	272.05	10.91
70	220.55	261.86	10.54
80	200.49	244.59	9.83
90	180.00	219.77	8.84
100	159.07	196.90	7.91
110	137.90	164.14	6.61
120	116.87	141.41	5.70
130	96.31	119.49	4.83
140	76.40	93.80	3.79
150	57.18	71.53	2.90
160	38.10	42.41	1.73
170	19.17	23.01	0.94
180	0.00	0.00	0.04

Los valores experimentales del corrimiento de fase y su incertidumbre, son promedio de 23 franjas de interferencia.

TABLA 2
POSICION DE LAS FRANJAS
(unidades arbitrarias)

Px	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12
0	27.83	37.91	48.18	35.48	45.57	19.23	29.69	39.78	29.51	39.40	50.05	29.88
10	27.27	37.54	47.81	35.30	45.57	18.49	29.69	39.40	29.13	39.03	50.05	29.88
20	27.27	37.20	47.80	35.11	44.00	18.49	29.51	39.40	29.13	39.22	49.93	30.27
30	25.77	36.79	46.69	34.92	45.01	17.55	28.20	38.10	28.95	39.03	49.11	30.07
40	25.58	35.80	46.13	34.17	43.70	15.87	26.52	36.98	28.20	38.47	48.37	30.25
50	25.21	35.30	45.38	33.24	43.51	15.69	26.14	36.60	27.08	36.98	47.43	30.07
60	25.02	34.92	45.01	32.87	42.77	15.31	25.96	35.86	26.33	36.60	46.69	29.88
70	24.46	34.55	44.45	32.12	42.58	14.94	25.21	35.48	25.77	36.42	46.13	29.51
80	23.90	33.60	43.90	32.12	42.20	14.57	24.65	34.92	25.40	35.86	45.57	29.69
90	23.72	33.40	43.70	31.56	41.83	13.63	24.09	34.36	24.65	34.73	44.82	28.76
100	22.41	32.87	43.14	31.19	41.27	13.45	23.72	34.17	23.90	34.17	44.07	28.01
110	22.22	32.49	42.39	30.44	40.52	13.26	22.97	33.24	23.34	33.99	43.70	26.89
120	21.85	32.31	42.20	29.69	40.15	12.70	22.41	33.05	22.60	33.24	43.33	26.14
130	21.10	31.37	41.83	29.13	39.22	12.70	22.41	32.49	22.41	32.87	43.14	25.58
140	20.73	31.00	41.08	28.76	39.03	11.95	21.29	31.93	21.85	32.31	42.02	24.65
150	20.54	30.07	40.52	28.57	38.66	11.39	20.92	31.00	21.29	31.93	41.64	23.90
160	19.61	29.51	39.78	27.64	38.10	10.64	20.17	30.25	21.10	30.63	41.08	23.34
170	19.23	28.57	39.40	27.64	37.91	10.08	19.42	29.69	20.36	30.25	40.52	22.97
180	18.30	28.20	39.03	27.08	37.16	9.34	18.80	29.32	19.42	29.88	39.96	22.22

TABLA 2 (Cont)

POSICION DE LAS FRANJAS

(unidades arbitrarias)

PX	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21	F22	F23
0	40.52	50.80	53.22	42.77	32.31	54.34	43.89	33.99	55.46	44.45	34.55
10	40.34	50.61	53.04	42.58	32.31	54.34	43.89	33.61	54.72	44.07	34.55
20	40.71	50.98	53.04	42.39	32.12	54.16	43.70	33.24	54.53	44.07	33.99
30	40.52	50.61	52.85	42.39	32.12	53.60	42.95	32.49	54.34	43.89	33.70
40	40.34	50.42	52.10	42.20	31.56	53.22	42.58	32.10	53.97	43.70	33.24
50	40.34	50.61	52.29	41.83	31.37	52.29	41.64	31.93	53.22	43.33	33.05
60	40.15	50.61	52.10	41.27	31.37	52.29	42.02	31.56	53.22	42.39	32.49
70	40.15	50.61	51.92	41.46	31.00	52.10	41.83	31.37	53.22	42.58	32.87
80	39.46	50.24	51.36	41.08	30.63	51.92	41.46	31.19	52.29	41.83	32.12
90	39.03	49.30	50.42	40.15	29.88	51.17	40.90	30.25	52.10	41.46	31.19
100	38.47	48.55	50.05	39.03	28.95	50.80	40.34	29.88	51.54	40.71	30.81
110	37.16	47.62	48.55	38.47	27.83	49.11	39.03	28.76	50.42	39.96	29.69
120	36.60	46.69	47.62	37.91	27.45	48.55	38.28	27.83	49.67	38.84	29.51
130	36.04	45.94	47.06	37.16	26.89	47.62	37.72	27.45	48.37	38.66	28.76
140	35.11	44.82	46.13	36.42	25.96	47.06	37.16	26.89	47.99	38.10	28.01
150	34.73	44.45	45.94	35.67	25.40	46.31	36.04	25.77	47.43	37.16	27.27
160	33.61	43.89	45.01	34.17	24.46	45.94	35.86	25.58	46.69	36.23	26.14
170	32.87	42.95	44.45	34.17	23.53	45.38	35.48	25.02	45.94	35.48	25.96
180	32.31	42.58	44.07	34.12	22.97	44.63	34.17	24.46	45.01	35.30	25.21

TABLA 3

POSICION DE LAS FRANJAS

(grados)

PX	F1	F2	F3	F4	F5	F6
0	360.00±14.39	360.00±14.13	360.00±14.99	360.00±16.33	360.00±16.31	360.00±13.87
10	338.85±13.55	346.28±13.59	345.44±14.39	352.29±15.98	360.00±16.31	333.06±12.84
20	338.85±13.55	333.68±13.10	345.05±14.37	344.14±15.61	292.79±13.27	333.06±12.84
30	282.18±11.29	318.48±12.50	301.38±12.56	336.00±15.25	336.03±15.23	298.85±11.52
40	275.01±11.01	381.77±11.07	279.34±11.64	303.86±13.79	279.95±12.69	237.69± 9.17
50	261.03±10.45	263.23±10.34	249.84±10.42	264.00±11.99	271.82±12.33	231.14± 8.92
60	253.85±10.16	249.15± 9.79	235.28± 9.81	248.14±11.27	240.14±10.90	217.31± 8.39
70	232.70± 9.32	235.43± 9.25	213.25± 8.90	216.00± 9.82	232.01±10.53	203.84± 7.87
80	211.54± 8.48	200.21± 7.87	191.61± 8.00	216.00± 9.82	214.74± 9.79	190.37± 7.35
90	204.74± 8.20	192.79± 7.58	183.74± 7.67	192.00± 8.73	199.90± 9.08	156.16± 6.04
100	155.26± 6.23	173.14± 6.82	161.70± 6.76	176.14± 8.01	175.93± 7.99	149.61± 5.79
110	148.08± 5.94	159.05± 6.26	132.20± 5.53	144.00± 6.56	143.83± 6.54	142.69± 5.52
120	134.10± 5.39	152.38± 6.00	124.72± 5.22	111.86± 5.11	127.99± 5.83	122.31± 4.74
130	105.77± 4.26	117.53± 4.64	110.16± 4.62	87.86± 4.02	88.18± 4.03	122.31± 4.74
140	91.79± 3.70	108.81± 4.10	80.66± 3.39	72.00± 3.30	80.05± 3.66	95.01± 3.69
150	84.62± 3.41	69.33± 2.75	58.62± 2.48	63.86± 2.93	64.21± 2.95	74.62± 2.91
160	49.49± 2.01	48.57± 1.94	29.51± 1.27	24.00± 1.13	40.24± 1.86	47.32± 1.86
170	35.13± 1.44	13.72± 0.58	14.56± 0.65	24.00± 1.13	32.10± 1.50	26.94± 1.07
180	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.05	0.00± 0.05	0.00± 0.04

TABLA 3 (Cont)

POSICION DE LAS FRANJAS

(grados)

PX	F7	F8	F9	F10	F11	F12
0	360.00±10.93	360.00±13.11	360.00±13.60	360.00±14.41	360.00±13.60	343.41±10.33
10	360.00±10.93	346.92±12.64	346.44±13.08	346.01±13.85	360.00±13.60	343.41±10.33
20	354.05±10.75	346.92±12.64	346.44±13.08	353.19±14.14	355.72±13.43	360.90±10.85
30	310.74± 9.44	302.18±11.01	340.02±12.84	346.01±13.85	326.46±12.33	351.93±10.59
40	255.21± 7.76	263.63± 9.61	313.26±11.84	324.83±13.01	300.06±11.34	360.00±10.83
50	242.64± 7.38	250.55± 9.14	273.30±10.33	268.49±10.76	266.52±10.08	351.93±10.59
60	236.69± 7.20	225.09± 8.21	246.54± 9.32	254.12±10.18	240.12± 9.08	343.41±10.33
70	211.90± 6.45	212.01± 7.74	226.56± 8.57	247.31± 9.91	220.14± 8.33	326.82± 9.83
80	193.39± 5.89	192.73± 7.04	213.36± 8.07	226.13± 9.07	200.16± 7.58	334.89±10.08
90	174.88± 5.33	173.46± 6.34	186.60± 7.07	183.40± 7.36	173.40± 6.57	293.20± 8.83
100	162.64± 4.96	166.92± 6.10	159.84± 6.06	162.23± 6.52	146.64± 5.56	259.58± 7.82
110	137.85± 4.21	134.91± 4.94	139.86± 5.30	155.42± 6.24	133.44± 5.06	209.36± 6.31
120	119.34± 3.65	128.37± 4.70	113.46± 4.31	127.06± 5.11	120.24± 4.57	175.74± 5.30
130	119.34± 3.65	109.10± 4.00	106.68± 4.06	113.07± 4.55	113.46± 4.31	150.64± 4.55
140	82.31± 2.53	89.83± 3.30	86.70± 3.30	91.89± 3.71	73.50± 2.81	108.94± 3.30
150	70.08± 2.15	57.82± 2.14	66.72± 2.55	77.52± 3.13	59.94± 2.30	75.32± 2.30
160	45.29± 1.40	32.01± 1.20	59.94± 2.30	28.36± 1.17	39.96± 1.54	50.21± 1.54
170	20.50± 0.65	12.73± 0.50	33.54± 1.30	13.99± 0.60	19.98± 0.79	33.62± 1.05
180	0.00± 0.03	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.14	0.00± 0.04	0.00± 0.04

TABLA 3 (Cont)
POSICION DE LAS FRANJAS
(grados)

PX	F13	F14	F15	F16	F17	F18
0	344.07±15.27	352.29±15.98	360.00±14.99	360.00±15.86	360.00±14.69	360.00±14.13
10	336.53±14.93	344.14±15.61	352.92±14.70	352.09±15.51	360.00±14.69	360.00±14.13
20	352.04±15.62	360.00±16.33	352.92±14.70	344.18±15.16	352.68±14.39	353.33±13.87
30	344.07±15.27	344.14±15.61	345.44±14.39	344.18±15.16	352.68±14.39	332.56±13.05
40	336.53±14.93	336.00±15.25	315.93±13.16	336.28±14.84	331.09±13.51	318.48±12.50
50	336.53±14.93	344.14±15.61	323.41±13.47	320.88±14.14	323.77±13.21	284.00±11.15
60	328.57±14.58	344.14±15.61	315.93±13.16	297.57±13.12	323.77±13.21	284.00±11.15
70	328.57±14.58	344.14±15.61	308.85±12.87	305.48±13.46	309.51±12.63	276.95±10.88
80	299.65±13.30	328.29±14.90	286.82±11.95	289.66±12.77	295.25±12.05	270.28±10.62
90	285.63±12.50	288.00±13.07	249.84±10.42	250.96±11.07	266.34±10.88	242.47± 9.53
100	258.16±11.46	255.86±11.62	235.28± 9.81	204.35± 9.02	230.49± 9.42	228.75± 8.99
110	203.26± 9.04	216.00± 9.82	176.26± 7.36	181.04± 8.00	187.32± 7.66	166.10± 6.54
120	179.79± 8.00	176.14± 8.01	139.67± 5.84	157.73± 6.97	172.68± 7.07	145.33± 5.73
130	156.32± 6.96	144.00± 6.56	117.64± 4.93	126.52± 5.60	151.09± 6.19	110.85± 4.38
140	117.35± 5.24	96.00± 4.39	81.05± 3.41	95.72± 4.25	115.25± 4.73	90.09± 3.56
150	101.42± 4.53	80.14± 3.67	73.57± 3.10	64.51± 2.88	93.66± 3.85	62.29± 2.48
160	54.48± 2.45	56.14± 2.59	36.98± 1.58	2.08± 0.14	57.43± 2.38	48.57± 1.94
170	23.47± 1.08	15.86± 0.76	14.95± 0.66	2.08± 0.14	21.58± 0.92	27.81± 1.13
180	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04

TABLA 3 (Cont)

POSICION DE LAS FRANJAS

(grados)

PX	F19	F20	F21	F22	F23
0	360.00±14.11	360.00±14.39	360.00±13.13	360.00±14.99	360.00±14.69
10	360.00±14.11	345.65±13.82	334.51±12.20	345.05±14.37	360.00±14.69
20	352.96±13.84	331.67±13.26	327.96±11.96	345.05±14.37	338.42±13.81
30	325.19±12.75	303.34±12.14	321.42±11.72	337.97±14.08	326.24±13.35
40	311.48±12.22	288.60±11.55	308.67±11.26	330.49±13.77	309.51±12.63
50	276.67±10.86	282.18±11.29	282.83±10.32	315.93±13.16	302.18±12.34
60	290.74±11.41	268.21±10.73	282.83±10.32	278.95±11.63	280.60±11.46
70	283.70±11.13	261.03±10.45	282.83±10.32	286.43±11.94	295.25±12.05
80	270.00±10.59	254.23±10.18	250.79± 9.16	256.92±10.71	266.34±10.88
90	249.26± 9.78	218.72± 8.76	244.25± 8.92	242.36±10.11	230.49± 9.42
100	228.52± 8.97	204.74± 8.20	224.95± 8.22	212.85± 8.88	215.85± 8.82
110	180.00± 7.08	162.43± 6.52	186.37± 6.81	183.34± 7.66	172.68± 7.07
120	152.22± 5.99	127.30± 5.12	160.54± 5.87	139.28± 5.83	165.74± 6.78
130	131.48± 5.18	112.95± 4.54	115.75± 4.25	132.20± 5.53	136.83± 5.61
140	110.74± 4.37	91.79± 3.70	102.66± 3.77	110.16± 4.62	107.92± 4.43
150	69.26± 2.75	49.49± 2.01	83.37± 3.07	73.18± 3.08	79.40± 3.27
160	62.59± 2.49	42.31± 1.73	57.88± 2.14	36.59± 1.56	35.85± 1.50
170	48.52± 1.94	21.15± 0.88	32.04± 1.20	7.08± 0.34	28.91± 1.22
180	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04	0.00± 0.04

TABLA 4

Variación de la irradiancia de los haces y visibilidad del patrón de interferencia para θ=40°, η=19.7°. Valores teóricos y experimentales.

PX	IRRAD 1 (teórico)	IRRAD 2 (teórico)	VISIBILIDAD (teórico)	IRRAD 1 (exp)	IRRAD 2 (exp)	VISIBILIDAD (exp)
0	0.104	0.011	0.209	0.106	0.007	0.882 ± 0.426
10	0.106	0.010	0.212	0.108	0.006	0.892 ± 0.401
20	0.107	0.010	0.213	0.110	0.006	0.894 ± 0.405
30	0.106	0.010	0.205	0.107	0.006	0.888 ± 0.410
40	0.104	0.010	0.197	0.104	0.007	0.877 ± 0.426
50	0.101	0.011	0.186	0.099	0.007	0.862 ± 0.444
60	0.097	0.011	0.176	0.095	0.008	0.844 ± 0.464
70	0.092	0.012	0.168	0.091	0.009	0.827 ± 0.487
80	0.088	0.012	0.158	0.087	0.009	0.808 ± 0.504
90	0.084	0.012	0.153	0.084	0.010	0.795 ± 0.513
100	0.082	0.013	0.148	0.082	0.010	0.785 ± 0.513
110	0.081	0.013	0.147	0.081	0.010	0.780 ± 0.516
120	0.082	0.013	0.148	0.081	0.010	0.782 ± 0.516
130	0.085	0.010	0.153	0.084	0.010	0.793 ± 0.511
140	0.089	0.012	0.160	0.086	0.009	0.805 ± 0.507
150	0.093	0.012	0.171	0.091	0.009	0.827 ± 0.490
160	0.097	0.012	0.182	0.096	0.008	0.847 ± 0.471
170	0.101	0.011	0.195	0.102	0.007	0.865 ± 0.459
180	0.104	0.011	0.107	0.108	0.007	0.880 ± 0.447

La incertidumbre para todos los valores de I1 es δI1= I2/100 y para todos los valores de I2 es δI2= I2/100. Como la incertidumbre es tan pequeña no es posible graficarla. La quinta columna corresponde a la incertidumbre para los valores de visibilidad.

TABLA 5

DISPERSIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES PARA LOS VALORES DEL DESPLAZAMIENTO DE LAS FRANJAS DE INTERFERENCIA EN FUNCION DE X.

$\bar{f}$ es el valor promedio: $\bar{f} = \sum^{n} f_n /n$, para n=8.
$\bar{f}_g$ es el valor promedio convertido a grados,
σ_f es la desviación *estandard:* $\sigma_f = \sqrt{\sum(\bar{f} - f)}$
σ_{fg} es el valor de σ_f traducido a grados.

Px	$\bar{f}$	$\bar{f}_g$	σ_f	σ_{fg}
0	40.25	360.00	18.50	61.60
10	40.09	358.80	18.53	61.60
20	39.94	336.81	19.06	62.55
30	39.36	324.43	18.84	62.21
40	38.78	298.72	18.92	62.03
50	38.50	286.14	18.80	61.43
60	38.10	269.13	18.80	61.35
70	37.91	259.85	18.73	60.74
80	37.45	242.06	18.70	60.66
90	36.63	215.77	18.67	61.26
100	36.07	194.11	18.44	60.66
110	35.14	159.70	18.88	62.12
120	34.64	142.69	18.65	61.78
130	34.11	121.03	18.69	61.86
140	33.27	92.03	18.26	61.09
150	32.59	67.67	18.75	62.72
160	31.90	41.37	18.95	63.32
170	31.28	20.49	18.75	63.32

TABLA 6

Datos para la curva de calibración, con $\theta=40^\circ$, $\eta=19.7^\circ$.

Delta (grados)	X (grados)	Delta (grados)	X (grados)
0	180.00	190	85.15
10	174.80	200	80.24
20	169.56	210	75.28
30	164.29	220	70.28
40	159.00	230	66.25
50	153.72	240	60.20
60	148.47	250	55.15
70	143.28	260	50.11
80	138.17	270	45.10
90	133.13	280	40.10
100	128.18	290	35.14
110	123.31	300	30.18
120	118.50	310	25.22
130	113.74	320	20.25
140	109.01	330	15.26
150	104.29	340	10.23
160	99.36	350	5.14
170	94.80	360	0.00
180	90.00		

APENDICE C

```
program amici(input, output, archi);

 {En esta programa se calculan explicitamente las entradas de la matriz
 de transferencia de polarizacion para cualquier prisma de tejado. La
 variable e representa el angulo complementario al que forman entre si
 las caras de entrada y salida del prisma.

var  a,b,c,d,f,g,h,m,HA,HB,HC,HD,s,t,p,da,db,dc,dd:real;
     teta: array[1..19] of real;
     df : array[1..10,1..10] of real;
     j,k, dummy,ent : integer;
     archi : text;
     fname1 : string[20];
     sel : char;


const   n=0.43351125; {sqr(1/1.5), indice de refraccion relativo};
        pi=3.1415927;
        num=17;
         e=0;

procedure leer;

begin
 clrscr;
 write('Archivo de salida:');readln(fname1);
 end;

procedure calculo;
begin
t:=arctan(sqrt(1-sqr(cos(e)*0.7071))/(cos(e)*0.7071)); {ang. inc. la. cara prism
a}
p:= 2* arctan((sqrt(sqr(sin(t))-n) )/(n*cos(t))); {delta paral.}
s:= 2* arctan((sqrt(sqr(sin(t))-n))/cos(t));       {delta perp.}
a:=-sqr(cos(e))*cos(2*s)+4*sqr(sin(e))*cos(s+p)-sqr(sin[illegible])*sqr(cos(e))*cos(2*p)
;
b:=-sqr(cos(e))*sin(2*s)+4*sqr(sin[illegible]
;
da:=arctan(b/a);
c:=-sqr(cos(e))*sin(2*s)+4*sin(s+p)*sqr(sin(e))[illegible]
;
HA:=c/(sqrt(1-sqr(sin(e)))*sin(da));
d:=(sin(2*s)+2*sin(s+p)+sin(2*p))/(cos(2*s)[illegible]cos(2*p));
db:=arctan(d);
m:=-(sin(2*s)+2*sin(s+p)+sin(2*p))*[illegible];
HB:=m/(sqr[illegible]);
dc:=db-pi;
f:=sin(2*s)*sqr(sin(e))*sqr(cos(e))[illegible]
g:=cos(2*s)*sqr(sin(e))*sqr[illegible]
dd:=arctan(f/g);
[illegible]
[illegible]sqr(sin(e))*sin(dd));
HC:=-HB;
writeln(p,s,HA,HB,HC,HD,t,da,db,[illegible]);
end;

  {HA, HB, HC, HD son los [illegible]
   de la matriz de 2*2, y da, db, dc, dd [illegible]
   pectivo a cada una de las [illegible]

 begin
  leer;
  calculo;
```

```
program elipse;
USES crt,graph;

        { Este programa sirve para graficar las elipses que representan
         el estado de polarizacion para cada uno de los rayos interferentes,
         ya que ha tenido lugar la interferencia, pero no han incidido aun
         en el polarizador lineal Rx.}

VAR    r1,rr1,r2,rr2,m1,m2,d,t,l:real;
       i,j,num,p:integer;
       x1,y1,x2,y2 :integer;
       m,d1,d2,k1,k2,kk1,kk2,sex1,sex2,sey1,sey2:real;
       graphmode :integer;
       palette : palettetype;
       v : ARRAY [1..10] OF STRING[17] ;
CONST
           ts=0.716;         {Coef Fresnel Trans. orto.}
           tp=0.742;         {Coef Fresnel Trans. paral.}
           rs=0.288;         {Coef Fresnel Reflex. orto.}
           rp=0.082;         {Coef Fresnel Reflex. paral.}
            pi=3.1415927;
            a=1.3968071968;      {alfa de Amici}
            b=2.7975662;         {Gama de Amici}
            incr=1;
         {       t=0.8484847;
               l=0.3054328;}
PROCEDURE Grafica;
VAR
   graphdriver: integer;
   pathtodriver: string;
   uno:integer;

   BEGIN
        graphdriver :=0;
        graphmode :=2;
        pathtodriver := 'x1,y1,x2,y2';
        initgraph(graphdriver,graphmode,pathtodriver);
        SetGraphMode(GraphMode);
        with palette do
        BEGIN
           size :=4;
           colors[0] := cyan;
           colors[1] := black;
           colors[2] := blue;
           colors[3] := magenta;
           setallpalette(palette);
        END;
   END;

PROCEDURE dibuja;

var ch:char;
    Key : BOOLEAN ;
BEGIN
  ClearViewport ;
  rectangle(0,0,GetMaxX,GetMaxY);                    {Para pintar ejes coordenados}
  line(0,GetMaxY div 2,GetMaxX,GetMaxY div 2);
  line(GetMaxX div 2,0,GetMaxX div 2,GetMaxY);

  STR( j*incr, V[1] ) ;
  STR( i*incr , V[2] ) ;
  STR( SEX1:3:3 , V[3] ) ;
  STR( SEY1:3:3 , V[4] ) ;
  STR( d1:3:3 , V[5] ) ;
  STR( SEX2:3:3 , V[6] ) ;
  STR( SEY2:3:3 , V[7] ) ;
  STR( d2:3:3 , V[8] ) ;
  STR( m1:3:3 , V[9] ) ;
  STR( m2:3:3 , V[10] ) ;


  SetTextStyle( DefaultFont, HorizDir, 1 ) ;

  SetTextJustify(LeftText,VertDir) ;
  OutTextXY( 10,20, 't=48.5' );
  OutTextXY( 10,30, 'l=17.5' );            {Para escribir datos en la grafica}
  OutTextXY( 10,40, V[1] );
  OutTextXY( 10,50, V[4] );
  OutTextXY( 10,60, V[5] );
  OutTextXY( 10,70, V[9] );
  OutTextXY( 10,10, 'ELIPSE 1' ) ;
  OutTextXY( 10,80, 'NEGRO' ) ;

  SetTextJustify(RightText,VertDir) ;
  OutTextXY( GetMaxX-10,20, 't=48.5' );
  OutTextXY( GetMaxX-10,30, 'l=17.5' );
  OutTextXY( GetMaxX-10,40, V[6] );
  OutTextXY( GetMaxX-10,50, V[7] );
  OutTextXY( GetMaxX-10,60, V[8] );
  OutTextXY( GetMaxX-10,70, V[10] );
  OutTextXY( GetMaxX-10,10, 'ELIPSE 2' ) ;
  OutTextXY( GetMaxX-10,80, 'azul' ) ;
```

```
  FOR p :=0 to 180 do          {x,y son cada uno de los ptos. de la elipse}
      BEGIN
      m :=p*(pi/180);
      x1 :=ROUND((SEX1*cos(m)*100)*11+GetMaxX div 2);
      y1 :=ROUND((-SEY1*cos(m-d1)*100)*11+GetMaxY div 2);
      x2 :=ROUND((SEX2*cos(m)*100)*11+GetMaxX div 2);
      y2 :=ROUND((-SEY2*cos(m-d2)*100)*11+GetMaxY div 2);

      putpixel(x1,y1,1);
      putpixel(x1+1,y1,1);
      putpixel(x1,y1+1,1);
      putpixel(x1+1,y1+1,1);
      putpixel(x2,y2,2);
      putpixel(x2+1,y2,2);                    {pinta cada uno de los puntos}
      putpixel(x2,y2+1,2);
      putpixel(x2+1,y2+1,2);
{       IF ( Key ) THEN
            BEGIN                              Para tener la opcion de pintar
            ch := ReadKey ;                     punto a punto
            CASE ch OF
                 'S',
                 's'   : Key := FALSE ;
                 ELSE  Key := TRUE ;
            END ;
            END ;}
      END;
         ch := ReadKey ;
         Key := TRUE ;
END;

PROCEDURE calcular;

   BEGIN
       d:=incr*(pi/180);
         num:=trunc(180/incr);
          l:=(17.5*pi/180);
FOR i:=1 to num do
     BEGIN
     t:=48.5*(pi/180);                               {rayo1: r1 exp(pi+a)}
     FOR j:=1 to num do
         BEGIN
                                                  {  rr1 exp(pi+b)}
         r1:=-rs*tp*sin(t)*cos(t);
         rr1:=-rs*ts*sqr(sin(t));
         d1:=(b-a);                                {fase1}
         r2:=rp*ts*sin(l)*cos(l);                {rayo2: r2 exp(a)}
                                                  {rr2 exp(pi+b)}
         rr2:=-ts*rs*sqr(sin(l));
         d2:=(pi+b-a);                 {fase 2}
                                                       {m1= ang. rot.elip. res. eje x
}
         m1:=(0.5)*arctan((-2*r1*rr1*cos(d1))/(sqr(rr1)-sqr(r1)));
         m2:=(0.5)*arctan((-2*r2*rr2*cos(d2))/(sqr(rr2)-sqr(r2)));

         k1:=rr1*rr1*sqr(cos(m1))-2*r1*rr1*cos(d1)*sin(m1)+r1*r1*sqr(sin(m1));
         k2:=rr2*rr2*sqr(cos(m2))-2*r2*rr2*cos(d2)*sin(m2)+r2*r2*sqr(sin(m2));

         sex1:=(sin(d1)*r1*rr1)/sqrt(k1);
         sex2:=(sin(d2)*r2*rr2)/sqrt(k2);           { semieje x}
         kk1:=rr1*rr1*sqr(sin(m1))+2*r1*rr1*cos(d1)*sin(m1)*cos(m1)+r1*r1*sqr(cos(
m1));
         kk2:=rr2*rr2*sqr(sin(m2))+2*r2*rr2*cos(d2)*sin(m2)*cos(m2)+r2*r2*sqr(cos(
m2));
         sey1:=(sin(d1)*r1*rr1)/sqrt(kk1);

         sey2:=(sin(d2)*r2*rr2)/sqrt(kk2);      {  semieje y}
         t:=t+d;
         DIBUJA;
         readln;
         END;
         l:=l+d;
    END ;
     end;
BEGIN
  clrscr;
  grafica;
        calcular;
END.
```

```
program OBT-FASE(input,output,arch);

uses    crt,printer;

            (En este programa se escoje el caso de polarizacion
             inicial lineal vertical y se varian las orientaciones
             de los polarizadores n, t y x en incrementos de 30
             grados. Se utilizan ademas los coeficientes de reflexion
             y transmision de Fresnel correspondientes al plano
             optico utilizado como divisor de haz. Se obtiene final-
             mente la diferencia de fase entre los dos haces y su
             amplitud respectiva)

var    x,ct1,ct2,ct3,ct4,ca1,ca2,ca3,ca4,U,V,G,H,W,Z,Y,Kr,d,t,l:real;
       i,j,k,num:integer;
       contr,fase1,fase2,delta,amp1,amp2:  array [1..6,1..6,1..18] of real;
       arch:text;
       datos:string[80];
.
.
const
            ts=0.716;          (Coef trans orto.)
            tp=0.762;          (Coef trans paral.)
            rs=0.288;          (Coef reflex orto.)
            rp=0.082;          (Coef reflex paral.)
             pi=3.14159271;
             a=1.3088071848;       (alfa de Amici)
             b=2.707581621;        (gama de Amici)
             incr=30;
                     (Edo de pol. inicial lineal vertical)
procedure calcular;

   begin
        d:=incr*(pi/180);
          num:=trunc(180/incr);
           l:=30*pi/180;              (Pol. lin Pn)
         for i:=1 to num do
   begin
        t:=30*pi/180;
        for j:=1 to num do         (Pol. lin Pt)
    begin
        x:=10*pi/180;              (Pol. lin Px)
        for k:=1 to 18 do

    begin
       ct1:=-(tp*rs*sqr(cos(x))*cos(t)*sin(t));
       ct2:=-(ts*rs*cos(x)*sin(x)*sqr(sin(t)));
       ct3:=-(tp*rs*cos(x)*sin(x)*cos(t)*sin(t));
       ct4:=-(ts*rs*sqr(sin(x))*sqr(sin(t)));
       ca1:= rp*tp*tp*tp*cos(l)*sin(l)*sqr(cos(x));
       ca2:=-rs*ts*ts*tp*sqr(sin(l))*cos(x)*sin(x);
       ca3:= tp*tp*tp*rp*cos(l)*sin(l)*cos(x)*sin(x);
       ca4:=-ts*ts*rs*tp*sqr(sin(l))*sqr(sin(x));

   U:=(cos(a)*ct1)+(cos(b)*ct2);

   V:=(sin(a)*ct1)+(sin(b)*ct2);

   G:=(cos(a)*ct3)+(cos(b)*ct4);

   H:=(sin(a)*ct3)+(sin(b)*ct4);

  .W:=(cos(a)*ca1)+(cos(b)*ca2);

   Z:=(sin(a)*ca1)+(sin(b)*ca2);

   Y:=(cos(a)*ca3)+(cos(b)*ca4);

   Kr:=(sin(a)*ca3)+(sin(b)*ca4);

 . amp1[i,j,k]:=sqrt((U*U)+(V*V)+(G*G)+(H*H));
                                                        (Intensidad haz 1)
   amp2[i,j,k]:=sqrt((W*W)+(Z*Z)+(Y*Y)+(Kr*Kr));
   IF (H/G < pi) THEN                                   (Intensidad haz 2)
      fase1[i,j,k]:= pi + arctan(H/G)
   ELSE
  . fase1[i,j,k]:= arctan(H/G);
     IF (Kr/Y < pi ) THEN
        fase2[i,j,k]:= (2*pi) + arctan(Kr/Y)
     ELSE
     fase2[i,j,k]:= arctan(Kr/Y)+pi;

     delta[i,j,k]:=(fase2[i,j,k]-fase1[i,j,k])*(180/pi);

       x:=x+10*(pi/180);
     writeln(k*10,'  ',t*180/pi:2:1,'  ',l*180/pi:2:1,'  ',delta[i,j,k]:3:2,'
,amp1[i,j,k]:3:2,'  ',amp2[i,j,k]:3:2);
      end;
             t:=t+d;
               writeln;
               writeln;
        end;
            l:=l+d;
      end;
end;

begin;
          clrscr;
          calcular;
end.
```

```
PROGRAM calibrar( input,lst);
 uses crt,
      printer;

  {Este programa sirve para obtener la orientacion del polarizador Px
  en funcion de la diferencia de fase delta}

VAR  j,a,b,c,d,e,f,q,u1,u2,x1,x2,s: real;
     ma,mb,mc:real;              {coeficientes ec. segundo gdo. para tg(x)}
     i: integer;                 {contador}
     lst:text;
  CONST ts=0.714;                {Coef. Fresnel trans. ortogonal}
        tp=0.742;                {Coef. Fresnel trans. paralelo}
        rs=0.286;                {Coef. Fresnel reflex. orto.}
        rp=0.082;                {Coef. Fresnel reflex. paralelo}
        pi=3.1415927;
        w=1.3988071946;     { alfa de amici}
        g=2.7975662;        {gama de amici}
        t=0.6981317;        {teta igual a 40 grados}
        l=0.3438229;        { eta igual a 19.7 grados}


PROCEDURE calcular;

{A continuación se va a calcular x, es decir el valor del ángulo del
polarizador Px}

begin
   a:= (cos(l)*sin(t)*ts*rp*tp*tp+ts*ts*tp*rs*cos(t)*sin(l))*sin(w);
   b:= -cos(l)*cos(t)*tp*tp*tp*rp;
   c:= sin(l)*sin(t)*ts*ts*ts*rs;
   d:= cos(w)*(-cos(l)*sin(t)*rp*ts*tp*tp+tp*ts*ts*rs*sin(l)*cos(t));
   writeln(a:3:3,'  ',b:3:3,'  ',c:3:3,'  ',d:3:3);
   s:=10*pi/180 ;                    {s corresponde a la dif de fase}
     for i:=1 to 36 do
     begin
        e:= sin(s-pi)/cos(s-pi);      {tg f+/- pi= tg f}
        ma:= e*c;
        mb:= d*e-a;
        mc:= e*b;
        {writeln('ma ',ma:3:3,'mb ',mb:3:3,'mc ',mc:3:3);}
        q:= abs((mb*mb)-(4*ma*mc));
        u1:= (-mb+sqrt(q))/(2*ma);
        u2:= (-mb-sqrt(q))/(2*ma);
        if (s < pi ) then
           begin
           x1:= 180 + (arctan(u1)*180/pi);
           x2:= 180 + (arctan(u2)*180/pi);
           end
        else
           begin

           x1:=  arctan(u1)*180/pi;
           x2:=  arctan(u2)*180/pi;    { x1 y x2 son las soluciones}
           end;
           writeln('s',s*180/pi,'    ' ,'x1  ',x1:3:3,'   ','x2 ',x2:3:3);

              s:=s+10*pi/180;
              readln;

        end;
 end;
 { Cuando el argumento de la arcotangente esta entre 0 y pi/2, y entre
   2*pi/3 y 2*pi, la solucion correcta es x2, en el resto de los interva-
   los la solucion correcta es x1.}

 begin;
     clrscr;
     calcular;
 end.
```

BIBLIOGRAFIA

Baird, D.C., Experimentation: An introduction to Measurement Theory and Experiment Design, Prentice Hall, New Jersey, 1962.

Born, M. ; Wolf E., Principles of Optics, Pergamon Press,1984.

Brunning, J., "Fringe scanning interferometry", Optical Shop testing, editado por D. Malacara, Wiley-Interscience, USA, 1978.

Cheng, Y.Y. ; Wyant J.C., "Phase shifter calibration in Phase-Shifting Interferometry", Appl. Opt., 24, 3049 (1985).

Dändliker, Progress in Optics, vol. XVII, E. Wolf ed., North-Holland, 1980.

Fowles, G.R., Introduction to the principles of modern optics, 2a ed., Holt, Rinehart and Winston (1976).

Hariharan, P., "Digital Phase-Shifting Interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm", Appl. Opt. 26, 2504, 1987.

Hecht, E.; Zajac, Optica, Fondo Educativo Interamericano, México, 1986.

Jones, R. C., "A new calculus for the treatment of Optical Systems", J. Opt. Soc. Am., 31,488 (1941).

Kadono ,H.; Takai N. ; Asakura T. "New common-path phase shifting interferometry using a polarization technique", App. Opt., 26, 898 (1987).

Kinnstaetter, K.; Lohmann A., Schwieder J., Streibl N. "Accuracy of phase shifting interferometry", Appl. Opt. 27,5082 (1988).

Korneev, V.I., Tareev A.M., "Effect of polarization on the optical transfer function of roof prisms" Opt. Soc Am, 402-405(1987).

Kubota, T.; Mara M., "interferometer for Measuring Displacement and Distance", Opt. Lett. 12, 310 (1987).

Roddier, F.; Roddier C. ; Demarcq J., "A rotation Shearing Interferometer with phase-compensated roof prisms", J. of Optics, 9,145 (1978).

Rodriguez-Zurita, G.; Diaz-Uribe R.; Fuentes-Madariaga B., "Schlieren effects in Amici Prisms", Appl. Opt, 24,531,1990.

Steel, W.H., Interferometry , Cambridge University Press, Cambridge, 1967.

Tareev, A.M.; "Effect of polarization phenomena in roof prisms on the energy distribution in an image", Opt. Soc. Am., 573-576 (1986).

Uri, J. B.; "Polarization and interference in optics. I: The transfer function - OTF". Optik 17, 337 (1977).

Wyant, J.C.; "Interferomteric Optical Metrology: Basic principles and New Systems", Laser Focus, pp 66, mayo (1982).

Wyant, J. C.; Optical testing and T. Instr. Opt. Sci. Center, OSA, 1982.