

58 29



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ANÁLISIS DE RIESGO FINANCIERO  
EN PROYECTOS DE INVERSIÓN

T E S I S   P R O F E S I O N A L

Que para obtener el título de:  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA - INDUSTRIAL

Presenta:

RUBY GARCIA-OLAEZ BORRAS

Director de Tesis: DR. JOSE LUIS FERNANDEZ ZAYAS

México, D.F.

1990





Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **Indice**

Dedicatoria	
Agradecimientos	
Prólogo	
1. Introducción	1
2. Antecedentes	
2.1. Definición general de riesgo	5
2.2. Evaluación de riesgos	
2.2.1. Método de cálculo de riesgos	6
2.2.2. Estrategias para determinar el riesgo mínimo	7
2.3. El análisis de decisión en GERT	
2.3.1. Historia	14
2.3.2. Introducción	15
2.3.3. Procedimiento para el análisis de problemas	16

2.3.4. Características de un análisis de decisión	26
2.4. Antecedentes de GERT y simulación	
2.4.1. Antecedentes de GERT	30
2.4.2. Simulación	34
3. Descripción del modelo matemático	
3.1. Introducción	35
3.2. Componentes de las cadenas estocásticas	36
3.3. Análisis básico de cadenas	38
3.4. Cadenas estocásticas con nodos EXCLUSIVE-OR	39
3.5. Incorporación de variables aleatorias	51
3.6. Procedimiento de solución de cadenas utilizando la ecuación topológica	53
4. Modelado del problema de inversión en términos de redes estocásticas	58
4.1. Ecuaciones utilizadas en el programa de cómputo	59
4.2. Ejemplos de aplicación	66
4.3. Cómo utilizar el programa que simula GERT	
4.3.1. Entrada de datos	77
4.3.2. Obtención de resultados	80
4.4. Listado del programa	82
5. Conclusiones y recomendaciones	111
6. Bibliografía	117

## **Prólogo.**

En este documento se presenta un método para evaluar el riesgo financiero de acuerdo con distintos criterios de análisis, en proyectos que requieren alta inversión. Los proyectos, a su vez, están sujetos a diversas alternativas de acción que representan diferentes estrategias de inversión.

El método, con estructura analítica, se obtuvo de un análisis bibliográfico preliminar, atendiendo a necesidades y sugerencias obtenidas en entrevistas a expertos relacionados con proyectos de tipo tecnológico y con experiencia en las áreas económico-financieras.

El método propuesto puede involucrar proyectos de desarrollo tecnológico o de cualquier otro tipo. Sin embargo, esta técnica es aplicable a todo proceso donde existe un riesgo. Este riesgo está normalmente asociado a una probabilidad que afecta de manera

no previsible el tiempo y el costo de dicho proyecto. Este estudio tuvo su origen en el análisis de riesgo financiero en los desarrollos geotérmicos, debido a la gran inversión requerida y la incertidumbre involucrada.

Así, incorporando al modelo varias características y atributos financieros sujetos de alguna manera a la incertidumbre, se pretende obtener la mejor alternativa en el proceso de planeación y la toma de decisiones haciendo uso del análisis de sensibilidad.

Con el propósito de ilustrar la aplicación del método en el desarrollo de una tecnología prototipo se considera la obtención de agua destilada a partir del agua de mar. Estos destiladores son útiles en la producción de agua "de ciclo" para plantas termoeléctricas, y pueden operar en forma independiente suministrando agua potable a la población. Con fines comparativos se presenta también un proyecto que no involucra desarrollo tecnológico, la construcción de un hotel de playa, donde los decisores se enfrentan con varias alternativas de elección y un riesgo asociado a cada una de ellas.

Se pretende que el método ayude a sistematizar las experiencias reales en la toma de decisiones que en un principio pudieran parecer inciertas y de difícil interpretación, de modo que dichas experiencias resulten útiles a decisores en otros tiempos, en otros temas y con otro grado de riesgo.

## 1. Introducción.

La mayoría de los proyectos que involucran desarrollo tecnológico se caracteriza, entre otras cosas, porque las decisiones que se toman para la inversión de dinero en el campo se basan en la información previa que se ha obtenido y en las predicciones que se hacen a partir de ésta; es decir, las decisiones siempre se toman con un cierto grado de incertidumbre.

Por ejemplo, una secuencia típica de actividades que conlleva un proyecto geotermoeléctrico nace con la exploración de pozos y termina con la generación y venta de energía eléctrica. En ella se marcan los puntos o etapas en las cuales se deben tomar las decisiones más importantes y se analizan las consecuencias que trae un error en la decisión tomada. En este caso las consecuencias pueden ser de dos tipos. La primera se presenta cuando se pierde toda la inversión realizada hasta la fecha en que se

detecta que la decisión fue errónea (por ejemplo, si con base en la exploración geológica, geofísica y geoquímica se decide perforar pozos exploratorios profundos, y al final se encuentra que no existe un yacimiento comercialmente explotable, y se decide abandonar el campo; en este caso se pierde todo lo invertido a la fecha de abandono). La segunda consecuencia puede aparecer como un incremento en el costo de la energía generada debido a un error en la decisión tomada (por ejemplo, si se decide instalar una central de 55MW a la que se calcula que habrá que reponerle un pozo cada año y luego, durante la operación se detecta que en realidad son dos cada año; la consecuencia de este error no es el abandono del campo, sino un encarecimiento del costo de la energía generada).

Esto implica, de alguna manera, que el desarrollo del proyecto está caracterizado por variables estocásticas que por ende dan lugar a un proceso de tipo probabilístico (ref 1).

Por otro lado, los empresarios también requieren desarrollar mayor creatividad, contar con mejores herramientas para diseñar y establecer la estrategia competitiva más adecuada a las fuerzas y debilidades de la empresa, con el fin de que ésta pueda permanecer y desarrollarse dentro del sector comercial.

Resulta indispensable, que el empresario pueda elaborar un plan de acción que permita ejercer una toma de decisiones más efectiva sobre los principales factores que intervienen en la evolución de un proyecto.

Con mejor información se podrá lograr un claro entendimiento

de los riesgos que están asociados a cada alternativa, diferenciándolos según su tipo, determinando las consecuencias y desvíos que permitan atenuar los males; cuando éstos no puedan evitarse. Se podrán superar los obstáculos en la medida en que se desarrolle la capacidad, imaginación y audacia para anticipárseles, provocando así los resultados esperados.

Para que el inversionista pueda evaluar las opciones atractivas de una alternativa cualquiera deberá comprender los elementos comparativos del riesgo.

En el segundo capítulo se da una definición general de riesgo, seguida de un panorama general de los modelos y técnicas de evaluación de riesgos. Se presenta también una estrategia para minimizar el riesgo en el proceso de decisión, de modo que el riesgo pueda ser despreciado.

Tanto las estrategias como las técnicas relacionadas con la probabilidad de ocurrencia del evento hacen indispensable el manejo del análisis de decisión (ref 2). Se presenta una descripción de este concepto en el que se plantea la metodología y su funcionalidad. Posteriormente se mencionan los antecedentes de la técnica propuesta llamada GERT y conceptos de simulación útiles al decisor.

En el capítulo tres se describe el modelo matemático propuesto, el cual se basa en la elaboración de árboles de decisión cuyas ramas están constituidas por tres tipos de parámetros: probabilidad de ocurrencia, tiempo utilizado y costo involucrado. Mediante esta metodología, el problema se reduce a representar el

sistema en consideración en forma de cadena, y pretende describir las ramas en términos de los parámetros mencionados, poniéndolos en función de los nodos respectivos. Se presenta entonces un análisis de las cadenas y un procedimiento de solución utilizando ecuaciones topológicas.

En el capítulo cuatro se plantea el modelo matemático del programa numérico, así como una breve explicación del funcionamiento del programa, con el objeto de hacer futuras correcciones y ampliaciones o modificaciones al mismo, de acuerdo a las necesidades del usuario. Con ello se pretende facilitar la aplicación del método, esperando se hagan evaluaciones de desarrollos tecnológicos específicos y de otros tipos. Finalmente se enuncia una serie de conclusiones y recomendaciones que pueden desprenderse de este estudio.

## **2. Antecedentes.**

### **2.1. Definición general de riesgo.**

Se habla de riesgo financiero en el desarrollo tecnológico toda vez que el desarrollo mismo no está sujeto a un proceso determinístico. Por lo tanto, existe el riesgo, o sea, la incertidumbre de una pérdida de dinero y tiempo representada por una probabilidad. La evaluación del riesgo en el desarrollo tecnológico es, entonces, parte esencial del proceso de planeación.

Una táctica adoptada generalmente para enfrentar con éxito el riesgo financiero es reducir la incertidumbre. Por ejemplo, estudiando muchos casos relevantes similares al caso de interés.

Se parte de la premisa de que, al agrupar muchos casos similares, las fluctuaciones en las probabilidades tienden a compensarse y se obtendrá así un cierto grado de constancia. Se habla entonces de minimizar la incertidumbre partiendo de esta informa-

ción. Así, el analista trata de evitar grandes diferencias entre casos similares para idealizar el proceso de toma de decisiones, y así encontrar una similitud con el proceso real (ref 3).

## 2.2 Evaluación de riesgos.

### 2.2.1 Método de cálculo de riesgo.

Como se mencionó anteriormente, existe un riesgo al incurrir en proyectos de alta inversión. Es importante, por lo tanto, identificarlo y evaluarlo, ya que éste determina la decisión final de la inversión. Cuando todo se mide con la misma unidad monetaria, representa un estado de conocimiento del sistema, y ello puede ser utilizado para comparaciones posteriores.

El riesgo se puede calcular de las siguientes maneras:(ref 4)

$$1) \text{ Riesgo} = (\text{frecuencia}) * (\text{magnitud})$$

donde la magnitud puede ser expresada como una infinidad de cosas (pérdida de vidas humanas, pérdida de dinero, etc). En el caso de proyectos de desarrollo tecnológico el riesgo representaría la cantidad esperada de dinero perdido en un cierto tiempo.

$$2) \text{ Riesgo} = \sum_{i=1}^n (P_i) (C_i)$$

donde:  $P_i$  es la probabilidad de ocurrencia del evento  $i$

$C_i$  es la consecuencia del evento  $i$

$n$  es el número de eventos mutuamente excluyentes y

colectivamente exhaustivos.

$$3) \text{ Riesgo} = L(A) P(A) + L(\bar{A}) P(\bar{A})$$

donde:  $P(A)$  es la probabilidad de ocurrencia

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$  es la probabilidad de no ocurrencia

$L(A)$  es la pérdida en el evento  $A$

$L(\bar{A})$  es la pérdida en el complemento del evento  $A$ .

$$4) \text{ Riesgo} = \frac{\sigma}{E(z)}$$

donde:  $\sigma$  es la desviación estándar, o sea, una medida de dispersión de los posibles resultados. Se calcula por medio de métodos estadísticos conocidos.  $E(z)$  es el beneficio esperado.

#### 2.2.2. Estrategia para determinar el riesgo mínimo.

En la actualidad está creciendo la idea de establecer un nivel mínimo de riesgo. Bajo esta estrategia, cuando el riesgo asociado con el peligro excede al mínimo especificado, es objeto de análisis posteriores y de eventuales regulaciones. Cuando el riesgo es menor que el nivel mínimo de riesgo puede ser considerado como trivial e ignorado. Sin embargo tendría que ser mayor que cero.

El concepto del mínimo riesgo tiene su origen en la observación y sentido común de algunos riesgos que son poco importantes e ignorados. Así el argumento del mínimo riesgo es usado normalmente en términos de probabilidad de ocurrencia de una consecuen-

cia negativa. La pregunta que se hace es: ¿qué nivel de probabilidad, si existe, puede ser ignorado racionalmente?.

#### 2.2.2.1. Distinción entre riesgos existentes y riesgos nuevos.

Se puede decir que existe una distinción entre dos clases de riesgos: los ya existentes y los nuevos riesgos (ref 5). El riesgo existente está definido como aquel que está latente en el presente. Este es irrelevante para los propósitos de este estudio, si el nivel exacto de riesgo es conocido o si existen problemas definidos. Normalmente se toman decisiones acerca de estos riesgos existentes y se tratan regularmente además de tomar acciones contra ellos.

Los riesgos nuevos son aquellos que resultan de aceptar o introducir nuevos productos, sustancias, procesos o actividades riesgosas. Aceptar los nuevos riesgos permitirá un incremento directo en todos los niveles de riesgo; sin embargo reducir nuevos riesgos puede llevar únicamente a reducciones de riesgos indirectos. El problema de decisión es, entonces, si aceptar o no estos nuevos riesgos.

La distinción entre los existentes y los nuevos riesgos puede causar problemas ocasionales, particularmente cuando se adquiere información nueva que conduce a revisiones drásticas del nivel de riesgo asociado con los riesgos existentes. El punto importante para los propósitos presentes es simplemente que las decisiones deban ser avances acerca de tomar acciones con respecto a aceptar

o no riesgos de nuevos productos, sustancias, procesos o actividades riesgosas; mientras que en otras circunstancias deban ser hechas para disminuir los riesgos existentes.

El nivel total de riesgo puede ser reducido o eliminado para cualquier problema existente. Bajo algunas circunstancias y en el mejor de los casos, el riesgo puede ser imperceptible e inofensivo. En el peor de ellos el riesgo puede ser una herramienta útil para facilitar y mejorar el proceso de decisión.

#### 2.2.2.2. Nivel inicial de riesgo.

Hay que considerar la decisión de establecer una regla del mínimo riesgo, basada solamente en un nivel inicial de riesgo. Además hay que tomar en cuenta que el nivel de riesgo asociado con acceder a éste, puede ser estimado en términos de probabilidad anual; y ésta puede variar de una baja estimación de cero (0) a una alta estimación de uno (1). Esta noción puede emplearse para asumir que el número de riesgos está distribuido en un rango de probabilidades de la forma de una función exponencial inversa. Trivialmente, si no hay otros factores (como costo, tamaño de población, etc) entonces establecer el nivel mínimo de riesgo como se muestra en la figura 1, es inofensivo.

Si toda la información exacta acerca de costos económicos y sociales de las medidas de reducción de riesgo fueran posibles, la noción del mínimo riesgo no sería necesaria. En ausencia de información completa acerca de riesgos y costos, el conocimiento de la estrategia del mínimo riesgo depende básicamente de la

relación entre el nivel de riesgo y el nivel de reducción de riesgo por unidad invertida.

Una estrategia para minimizar el riesgo puede ser más significativa si la tasa de retorno en inversiones de reducción de riesgos es creciente como una función de nivel inicial de riesgo, como se muestra en la figura 2a.

Bajo esta circunstancia, la estrategia de minimizar el riesgo elimina aquellos riesgos en los cuales se ofrece la tasa de retorno más baja.

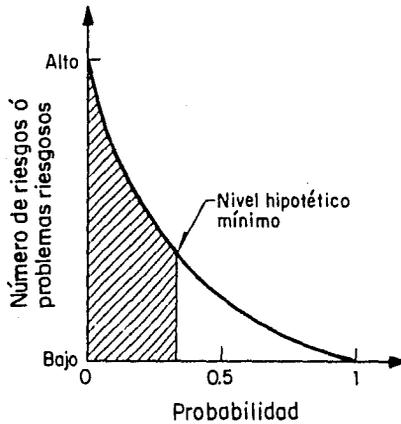


Fig.1.-Un nivel hipotético mínimo de riesgo.

Adversamente, la estrategia del mínimo riesgo podría no ser particularmente buena si hubiera una correlación negativa entre el nivel de riesgo y la reducción de riesgo por unidad de inversión; por ejemplo, no es difícil encontrar en un proyecto altos riesgos que se traducen en gastos de modificación extraordinaria.

rios. En este caso, la estrategia de minimizar puede ser eliminar precisamente aquellos que son más difíciles de reducir, como indica la figura 2b.

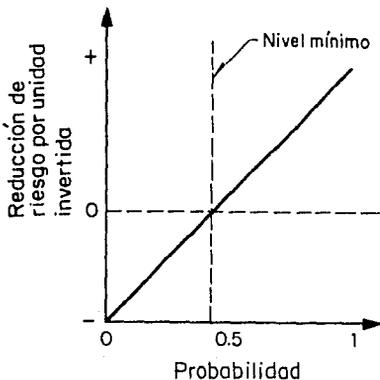


Fig 2a

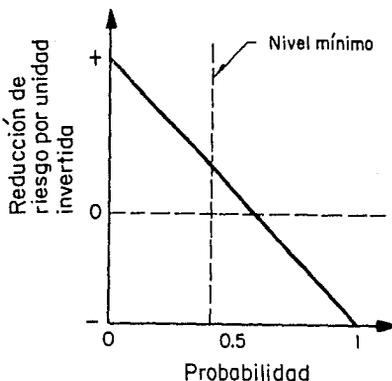


Fig 2b

Fig.2.-Dos relaciones hipotéticas entre niveles de riesgo y costo-efectividad de reducción de riesgo.

Para propósitos de análisis podemos asumir que el costo de la eliminación del riesgo está distribuido como se muestra en la figura 3. Esta distribución refleja la suposición de que los altos niveles de costos están bastante más lejos que los bajos ante el nivel de riesgo.

Supóngase que la correlación entre el nivel inicial de riesgo y el costo de eliminarlo es esencialmente cero en una distribución conjunta de riesgo y costo como aparece en la figura 4; los candidatos más frecuentes y potenciales a regular son la combinación bajo costo/bajo riesgo.

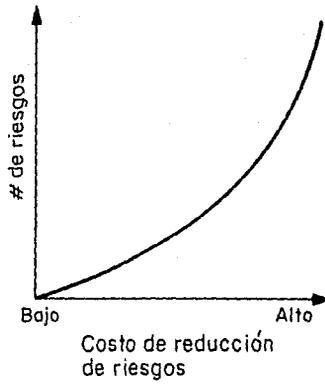


Fig. 3.-Distribución hipotética de riesgo vs costos de reducción de riesgos.

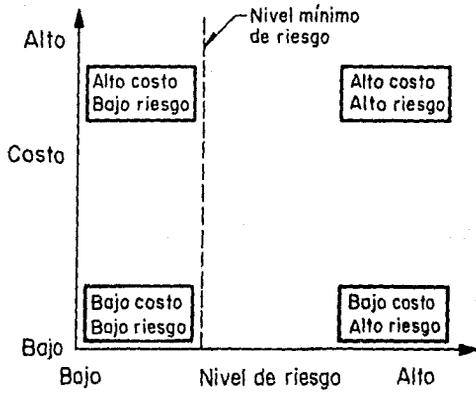


Fig. 4.-Distribución conjunta de costo vs nivel de riesgo.

Idealmente, el mínimo riesgo puede definirse también como la oportunidad de aceptar nuevos riesgos, tomando en cuenta todas las reducciones e incrementos que puedan presentarse.

Actualmente las nuevas tecnologías, productos y procesos no esperan a ser examinados acerca de si entran o no a la corriente de la vida diaria. Algunas clases de descubrimientos como nuevas drogas tienden a ser examinadas antes de que sean introducidas, pero muchos, quizá la mayoría no lo son. Una razón simple es la valoración de nuevos descubrimientos, los cuales hacen imposible evaluar cada uno cuidadosa y extensivamente en una rutina básica. Si la valoración es suficientemente rápida, lo cual es laborioso debido a la evaluación cuidadosa de cada descubrimiento, una estrategia del mínimo riesgo podría ser útil. Si no es posible evaluar todos y cada uno de los nuevos riesgos potenciales puede crearse un procedimiento para obtener rápidamente los niveles de riesgo y poner atención en los que se detecten como altos niveles de riesgo.

Si los niveles iniciales son bien conocidos, éstos pueden ser calculados como el nivel mínimo de riesgo para un manejo eficiente y así guiar la forma de minimizar el riesgo de las nuevas tecnologías.

#### 2.2.2.3. Análisis de costo-beneficio.

Dando mayor peso a riesgos nuevos que a los ya existentes, se manifiestan recientes teorías psicológicas y de investigación acerca de las actitudes hacia el riesgo. Kahneman y Tversky (ref

6) han concluido que los individuos tienden a evaluar perspectivas de cambio de los niveles presentes: los niveles absolutos de costo o beneficio no son más sobresalientes como factores de evaluación. Así, el factor importante es la magnitud y grado de cambio del nivel presente. Mas así, los individuos tienden a valorar cambios positivos (ganancias) y negativos (pérdidas) de forma diferente. El valor negativo de la pendiente para las pérdidas es más pausado que los valores positivos de la pendiente de ganancias. Si eliminar un riesgo existente se considera como ganancia, y aceptar nuevos riesgos se considera como pérdida, el hecho sugiere que el riesgo será juzgado más severamente cuando se consideren nuevos riesgos, más que cuando se consideren los ya existentes.

### **2.3. El análisis de decisión como una herramienta fundamental en GERT.**

#### **2.3.1. Historia.**

Los orígenes históricos de la aplicación del análisis de decisión se remota al trabajo de Howard (ref 2) guiado por el análisis mediante la investigación de operaciones durante la Segunda Guerra Mundial. Este método fue enfocado en la defensa aérea durante la batalla de Gran Bretaña y la flota de protección de la Marina de E.U.A. (ref 7).

En las últimas dos décadas, la teoría y la literatura de la metodología en varios aspectos del análisis de decisión (ref 8) ha crecido sustancialmente, sobre todo en casos que involucran

bienestar, seguridad y riesgo ambiental, entre otros. Estos incluyen proyectos y programas de decisión y evaluación como son por ejemplo las estaciones de los aeropuertos, la posibilidad de licuar gas natural en plantas de energía nuclear y otras formas de energía, el alto nivel radioactivo de los lugares de desperdicios nucleares, etc. El planteamiento del análisis de decisión puede ser usado como una herramienta analítica muy útil para clarificar temas de difícil solución que involucren bienestar, conflictos y disputas referentes a eventos tecnológicos y ambientales, entre muchos otros.

#### 2.3.2. Introducción.

El análisis de decisión y el análisis de costo-beneficio representan una importante alternativa para la ayuda de decisiones formales, así como para la evaluación de proyectos que involucran bienestar, seguridad o proyectos de inversión tecnológica (ref 9). Siendo ésta una nueva técnica comparativa para el análisis formal -menos de 40 años-, los conceptos siguen siendo relativamente poco conocidos para la mayoría de los decisores y de muchos analistas. A la fecha se ha recurrido a estas técnicas como una herramienta en la industria, por parte de directores y gerentes, básicamente por el enfoque tradicional del conocimiento de un problema, pero no lo ha sido por decisores en otros aspectos.

El análisis de decisión y el análisis de costo-beneficio deben ser adoptados por el analista dispuesto a plantear y resol-

ver problemas con alto riesgo. Esto trae como consecuencia que ambos métodos:

- representen una formalización de "corazonadas" comunes para decisores, que son muy complejas para un análisis formal.

- buscan una estructura racional, lógica y sistemática para escoger entre distintas alternativas de acción cuando las consecuencias de esas alternativas son inciertas.

- invitan a describir, cuantificar y clarificar cantidades comerciales, ventajas y desventajas relativas para diferentes alternativas de acción.

- desglosan problemas de decisión compleja en sus componentes dando por resultado una forma más manejable.

- sintetizan la información recopilada en un simple número de reflexiones y modifican la cantidad de propuestas de acción.

Una diferencia importante entre el análisis de costo-beneficio y el análisis de decisión es que el analista de costo-beneficio tiende a relegarse en teorías y métodos económicos. En comparación, el análisis de decisión se apoya en teorías y métodos de diferentes disciplinas, incluyendo la teoría de decisión estadística, psicología, ingeniería de sistemas, investigación de operaciones, administración, y economía, entre otras.

### **2.3.3. Procedimiento para el análisis de problemas.**

Para dar alternativas de solución al problema en cuestión se sugiere tomar en cuenta los siguientes ocho pasos:

- a) identificar todas las alternativas de decisión posibles y estructurar los problemas a resolver;
- b) definir los objetivos de la decisión;
- c) definir medidas de comportamiento o variables para cuantificar los objetivos de la decisión;
- d) identificar variables críticas inciertas;
- e) asignar probabilidades;
- f) especificar valores de juicio, valores comerciales y preferencias;
- g) evaluar alternativas de acción;
- h) realizar un análisis de sensibilidad con los valores de la información obtenida.

2.3.3.a) Identificar todas las alternativas de decisión posibles y estructurar los problemas a resolver. Este paso consiste en dos aspectos. El primero es identificar todas las alternativas de decisión relevantes, es decir, identificar la existencia de alternativas de decisión o la creación de nuevas alternativas. En algunos casos las alternativas de decisión son algo extensas. Por ejemplo, el decisor puede encarar la situación escogiendo entre no tomar acción posible o establecer controles en diferentes niveles. En otros casos las alternativas de decisión son más específicas. Por ejemplo, en Merkhofer y Keeney (ref 10) el decisor fue enfrentado con la elección entre cinco alternativas para la reposición de sitios de desechos nucleares.

El segundo paso es especificar todas las consecuencias o

resultados que se desprenden de las alternativas de decisión. Estas pueden incluir implicaciones económicas, beneficios adversos, seguridad, o impactos ambientales, convirtiéndose en distribución de bienestar, efectos nacionales y aún internacionales, así como en consecuencias que sean juzgadas como importantes para los decisores.

2.3.3.b) Definir los objetivos de decisión. Los objetivos de decisión son los criterios o atributos mediante los cuales las decisiones serán hechas. Los objetivos de decisión pueden incluir todas o ninguna de las consecuencias de las decisiones que son juzgadas como importantes por los analistas y vienen siendo parte del proceso de decisión. En el estudio de Merkhofer y Keeney (ref 10) el principal objetivo fue definir un mínimo de impactos adversos asociados con el desarrollo de una reposición de desperdicios nucleares. Posteriormente el objetivo principal fue dividido en cuatro subobjetivos minimizando impactos adversos de bienestar, seguridad, socioeconómicos y de costos mínimos.

A pesar de que los objetivos sean parcialmente obtenidos, el objetivo principal del análisis es identificar y especificar un mínimo de objetivos independientes.

2.3.3.c) Definición de medidas de comportamiento o variables para cuantificar los objetivos de decisión. Este paso involucra definiciones de medidas de comportamiento (o variables) que cuantifiquen los objetivos de decisión identificados en la

sección 2.3.3.b).

Así, algunos impactos adversos de comportamiento podrían ser medidos por un rango de valores reflejados en días de trabajo perdidos, desastres anuales esperados, expectativas de pérdidas de vida, o simplemente en unidades monetarias. En el estudio de Merkhofer y Keeney (ref 10), los autores usan el número de desastres como una medida del comportamiento para los objetivos económicos.

2.3.3.d) Identificar variables críticas inciertas. Las variables críticas inciertas son aquellas en las cuales las variaciones de su rango de incertidumbre producen los cambios más grandes en consecuencias, por lo que sus incertidumbres son las más críticas para la decisión. Las variables críticas son distintas a las variables sensibles donde sus variaciones en rango de incertidumbre no son tan críticas para la decisión.

2.3.3.e) Asignando probabilidades. El inversionista, al tener que decidir, siempre debe saber cuál es la probabilidad de ocurrencia de los eventos del problema en cuestión, para así elegir la mejor decisión de todos los posibles caminos a seguir. Existen muchos procedimientos para hacerlo. Uno de ellos es comparar con casos históricos parecidos a la situación analizada, y en combinación con varios de ellos suponer una estrategia a seguir. Otro método ofrece la posibilidad del análisis por medio de la teoría de permutaciones y combinaciones, que permite obtener todas las

soluciones posibles a tomar y evaluarlas en forma comparativa. El siguiente procedimiento consiste en plantear flujos de caja para cada evento propuesto (ref 11), asignándole un valor presente neto, una probabilidad de ocurrencia y un valor esperado de los beneficios, luego, con la combinación de todos ellos, obtener medidas estadísticas que indiquen el camino óptimo a seguir.

En todos estos métodos o formas de resolver un problema se ve involucrada la probabilidad de ocurrencia. Esta probabilidad es un pronóstico de lo que pudiera ocurrir. Existen dos diferentes tipos de probabilidades (ref 4), una es la llamada probabilidad objetiva, la cual está basada en una evidencia concreta de un número "x" de eventos. Esta es la más segura o menos riesgosa, pero así también es la más difícil de obtener, porque se tendría que acumular una larga serie de eventos similares a los involucrados en el estudio, calcular un promedio de ellas y así asignarle una cantidad determinada.

El otro tipo de probabilidad es la probabilidad subjetiva, que representa un estado de credibilidad de una o varias personas acerca de un evento o situación probable. Esto es posible cuando dos o más expertos sin relación alguna entre ellos asignan una probabilidad al mismo evento (ésto significa que la asignación es arbitraria), y ambos, basados en la experiencia que han tenido, coinciden gruesamente en sus probabilidades. Esta forma de asignación facilita el camino a seguir, ya que representa una solución bastante confiable dado que los expertos a los que se recurre tienen un profundo conocimiento del tema y experiencia en

él.

Un decisor rara vez tendrá tiempo suficiente para hacer una asignación de probabilidades muy cuidadosa para todos los puntos de incertidumbre en un problema de decisión. No es necesario que esto se haga. Puede hacer asignaciones tentativas y analizar su problema de decisión con ellas, para luego ver dentro de qué rangos las decisiones no cambian y analizar con más detalle solamente aquellas que son críticas.

2.3.3.f) Especificar y asignar valores de juicio, valores comerciales y preferencias. En este proceso, el analista de decisión asiste a los decisores con valores de juicio subjetivos acerca de la utilidad relativa. Esta utilidad relativa es el valor, la importancia o deseabilidad, de todas las consecuencias importantes en el estudio. El concepto de la utilidad y la conducta del análisis de utilidad son componentes básicos en un análisis de decisión. El objetivo del analista con respecto a la utilidad es construir precisamente una "función de utilidad" que represente una escala de valores subjetivos asignados por un decisor para las consecuencias de una alternativa de acción. Al construir una función, el analista hace una asignación básica de preferencias del decisor, que puede de hecho, ser guiada por alguna otra función parecida o en la cual se representen casos similares al del objetivo.

También puede conducirse a una o más entrevistas con decisores interesados en el tema. Frecuentemente éstas entrevis-

tas son extensas, porque la mayoría de la gente tiene dificultad para cuantificar y especificar exactamente las opciones con incertidumbre. Las entrevistas envuelven a los decisores en opciones hipotéticas requeridas en el mercado. En la figura 5 se utiliza la unidad monetaria como una consecuencia de interés, en la cual la peor

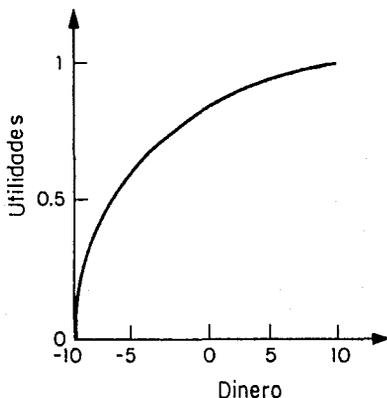


Fig.5.-Ejemplo de función de utilidad sobre erogaciones monetarias.

erogación posible (pago) de dinero puede ser asignada con una utilidad de 0 y la mejor estimación de erogaciones (ganancias o ahorros) es asignada con una utilidad de 1. Para generar puntos en la curva de utilidad, los analistas pueden dar a escoger a los decisores entre dos propuestas que son designadas por los mismos decisores, hasta que éstos identifiquen y escojan entre los puntos intermedios que describan el proceso. En entrevistas como éstas, se han usado muchos procedimientos para asignar y progra-

mar las preferencias de los decisores. La información generada por este proceso se usa posteriormente por los analistas para calcular el valor o la utilidad que los decisores asignaron y las posibles consecuencias de una decisión.

Adicional a la asignación de una escala de valores del decisor, el propósito de la función de utilidad es captar la actitud del decisor hacia el riesgo.

Las actitudes hacia el riesgo se ven reflejadas en la selección de alternativas. Estas actitudes pueden expresar: aversión al riesgo, toma de riesgos normales o búsqueda de riesgos adicionales. La aversión al riesgo tiende a ser manifestada más frecuentemente que adoptar riesgos normales y refleja la aversión de la gente a tomar riesgos que ocasionan pérdidas sustanciales. Un ejemplo común de aversión al riesgo es la decisión de comprar seguros contra accidentes. Una explicación común de aversión al riesgo es: "que la deseabilidad de una alternativa con resultados (o consecuencias) inciertas es menor que la deseabilidad de sus expectativas respecto a los resultados seguros". De acuerdo con esta definición, la aversión al riesgo de un decisor puede ser aquella en la que éste esté dispuesto a negarse a algún valor esperado para proteger la posibilidad de un resultado desfavorable. Un ejemplo de aversión al riesgo puede ser aquella decisión desfavorable a una nueva medicina que tenga un 50-50% de oportunidad de salvar 100 vidas, frente a otra que definitivamente salvará 50 vidas. Por comparación, el riesgo buscado representa "una preferencia por arriesgar con resultados inciertos encima de

arriesgar por el resultado esperado".

2.3.3.g) Evaluando alternativas de acción. En este paso el analista integra los diferentes componentes del análisis para evaluar cada alternativa de decisión. Este proceso involucra dos procedimientos. Primero, a cada consecuencia de una alternativa de decisión le es asignada una utilidad (valor o deseabilidad), valor pesado por una estimación de probabilidad de ocurrencia. Y segundo, estos valores combinados son añadidos para relacionar todas las consecuencias, y así proveer un simple número representando la utilidad esperada completa de dicha alternativa. Entonces, se puede aplicar este proceso a cada alternativa, para obtener la utilidad esperada de todas las alternativas de decisión, y así hacer una comparación entre todas ellas eligiendo la más adecuada.

Una regla básica de decisión puede ser aquella en la que "la alternativa con mayor utilidad esperada es la opción indicada". Esto no significa, sin embargo, que este indicador deba ser adoptado, y es que una simple pretensión o limitación del análisis puede hacer que el resultado de un análisis de decisión sea incorrecto. Así, es preferible una decisión errónea del decisor a una prescripción absoluta de acción.

2.3.3.h) Conducir al análisis de sensibilidad y análisis de los valores de la información obtenida. En este paso el analista notará sistemáticamente a lo largo del análisis el valor de una

variable crítica incierta dentro de un rango de incertidumbre, y entonces identificará los efectos en la utilidad total esperada y recomendará una decisión. Un efecto insignificante indica baja sensibilidad, mientras que un efecto sustancial indica alta sensibilidad.

La estrategia básica en un análisis de sensibilidad es reexaminar los resultados del análisis con la repetición de cálculos usando valores alternativos de variables inciertas. El resultado de esta reexaminación indica la fuerza de los resultados del análisis.

Dos objetivos específicos del análisis de sensibilidad son: 1) identificar aquellas variables para las cuales la información puede ser importante y 2) identificar aquellas variables en las cuales sus valores no tienen importancia para el resultado del análisis a pesar de su incertidumbre.

Los resultados del análisis de sensibilidad retroalimentan directamente al analista respecto a la información crítica necesaria acerca de cuanto tiempo, dinero y esfuerzo está dispuesto a gastar para obtenerla. Dependerá de la importancia del estudio y de los decisores principales.

El objetivo del análisis de la información es determinar el valor monetario o tiempo necesario para conseguir información adicional que pueda reducir o eliminar la incertidumbre en aquellos valores en que la información es muy importante. Es claro que la mayoría de las veces esta información adicional es inaccesible y es muy importante tomar una buena decisión acerca de este

rubro.

Sin embargo, diferentes autores han usado distintos términos para describir los pasos o fases en un análisis de decisión, el esqueleto y la lógica para la mayoría de las partes es el mismo. Lo que difiere más significativamente en cualquier análisis no son los pasos particulares sino los niveles de detalle, el grado de cuantificación y la precisión de los resultados. Estas diferencias son originadas por variación en cantidad y calidad de los posibles datos, sofisticación de la metodología y recursos o restricción de tiempo.

#### **2.3.4. Características de un análisis de decisión.**

El análisis de decisión cuenta con un número de características distintivas. Algunas de ellas difieren con el análisis de costo-beneficio, pero ambas son utilizadas en el análisis de riesgo financiero en problemas de inversión. Ambos métodos deben ser tomados en cuenta y conjugarlos para obtener el mejor resultado del análisis global. A continuación se mencionan las diferencias con la opción de elección entre una u otra, dependiendo del caso en estudio:

-Mientras el análisis de costo-beneficio proporciona poca atención a las incertidumbres, el análisis de decisión trata explícita y comprensivamente dichas incertidumbres. Una tentativa básica del análisis de decisión es que los decisores estarán más satisfechos si sus datos inciertos, alternativas de decisión y preferencias de riesgo están formalmente expresados y cuantifica-

dos. La mayoría de los datos inciertos son incorporados en el análisis de decisión a través de la asignación de probabilidades y por medio del análisis de sensibilidad.

-Mientras que el análisis de costo-beneficio interpreta las probabilidades con el clásico punto de vista de probabilidades (cuando el enfoque de la probabilidad es obtenido por medio de frecuencias y propiedades de eventos y procesos), el analista de decisiones interpreta probabilidades de acuerdo al enfoque de probabilidades Bayesiano (en el que las probabilidades se basan en la creencia individual y no representan en absoluto constantes físicas).

Como consecuencias de estos diferentes enfoques en probabilidad, es más factible que el analista de decisiones use toda la información disponible de probabilidades, obteniendo además datos estadísticos de eventos u opiniones subjetivas de técnicos expertos. En su trato con la probabilidad, los analistas deben hacer un uso extensivo del teorema de Bayes, como una base matemática de información utilizable que se apoya en el significado de los resultados de las probabilidades por juicio. Una explicación del análisis de decisión con sus probabilidades se puede encontrar en DeFinetti (ref 12), Keeney y Raiffa (ref 13) y Merkhofer (ref 14).

-Mientras que el analista de costo-beneficio trabaja con los decisores y básicamente en los datos del mercado e información escrita, el analista de decisión trabaja cercanamente con expertos y decisores en forma interactiva, reuniones colaborativas y

continúa comunicación personal acerca de los datos en cuestión. Una consecuencia de esto es que en un proceso interactivo normalmente los participantes toman largos tiempos para la toma de una decisión.

2.3.4.1. Características distintivas en un análisis de decisión. A continuación se mencionan algunas características típicas del análisis de decisión:

-Se maneja la distinción entre una buena decisión y un buen resultado. Para el analista una buena decisión es aquella que toma en cuenta toda la información posible y añade los principios de lógica y racionalidad. Una buena decisión no garantiza, sin embargo, un buen resultado. Debido a la variabilidad de factores, incluyendo entre éstos la suerte, una buena decisión puede ser minimizar las probabilidades y consecuencias de un resultado desfavorable.

-Enfoque en el valor económico de recolectar información adicional. Muchas veces el valor de la información establece la mayor frontera para un análisis de decisión. La cantidad de dinero o tiempo que el decisor está dispuesto a invertir para obtener nueva información y reducir la incertidumbre es una de ellas.

-Se manejan diferentes enfoques en la perspectiva de un simple decisor o un pequeño grupo de ellos. Muchos analistas han considerado incorporar información sobre valores y objetivos de grupos de diferentes disciplinas a la vez. Se han propuesto

también que cada análisis de decisión sea conducido por separado por cada líder de grupo y después integrada para obtener probabilidades. Otra técnica parecida es en la cual la información de posibles alternativas, relaciones inciertas, preferencias y valores de juicio, emanan de diferentes grupos y son representados en un modelo de decisión. Adoptando otra posición, se propone que se incorpore el concepto de supra-decisor. En este modelo el supra-decisor tiene la responsabilidad y autoridad de hacer públicas las decisiones para incorporar o reconsiderar los juicios y preferencias de varios participantes en sus propias creencias.

-Interés en utilizar gráficas como diagramas de flujo y árboles o redes para representar problemas de decisión. Muchos analistas encuentran provechoso representar y analizar problemas de decisión por medio del uso de diagramas. Los diagramas de flujo y los árboles de decisión son básicamente mapas de caminos que ayudan a los analistas a visualizar y conceptualizar los problemas de decisión. Por ejemplo, los diagramas de flujo se usan generalmente para ilustrar los mecanismos por los cuales varias acciones o procesos llevan a determinadas consecuencias y los árboles de decisión son utilizados para representar gráficamente problemas de decisión que involucran una secuencia de decisiones, cada una de las cuales puede arrojar uno o varios resultados inciertos. Una ventaja de estos diagramas es que permiten al analista visualizar separadamente una decisión en las partes que lo componen. Cada componente puede ser analizado y evaluado por

separado. Después de que todos ellos, en conjunto, hayan arrojado un resultado, pueden ser reanalizados para dar una idea o guía del problema global.

#### **2.4. Antecedentes de GERT y Simulación.**

##### **2.4.1. Antecedentes de GERT.**

El Performance Evaluation and Review Technique (PERT) y The Critical Path Method (CPM) son poderosos métodos para planear actividades complejas, especialmente en proyectos pioneros como la creación de un nuevo negocio o una nueva máquina. Debido a la naturaleza innovativa de estos proyectos existen pocos antecedentes para ayudar en la estimación de realización del proyecto. Han pasado más de tres décadas desde que fueron introducidos como herramientas para la dirección de proyectos.

Los iniciadores de PERT quisieron saber cuánto tiempo podría tardar un proyecto hasta el final y dar una lista de fechas de terminación, además de conocer las fechas propuestas de inicio y fin. Aunque la aplicación de los sistemas de PERT fue en un principio evaluar la secuencia de un programa de investigación y desarrollo, también se ha usado para proyectos de programación de computadoras, preparación de ofertas, planificación del mantenimiento, etc.

La versión original de PERT prescribe el uso de tres tipos diferentes de estimación del tiempo para obtener información básica respecto a su distribución de probabilidad. Las tres estimaciones son una más probable (m), una estimación optimista (a) y

una estimación pesimista (b); usando este modelo el valor esperado de la distribución de  $t_e$  :

$$t_e = 1/3 [2m + 1/2(a+b)],$$

por lo tanto se usa esta ecuación para calcular el valor esperado estimado del tiempo que requiere una actividad.

CPM por otro lado, fue desarrollado por duPont y Remington Rand Univac (ref 17) para determinar cuánto tiempo se requería para una rutina de construcción, y si el mantenimiento podía ser reducido. Así, la experiencia puede servir como una guía para la estimación del tiempo requerido en las actividades de un proyecto. CPM supone que los tiempos de las actividades son determinísticos. Y proporciona igual importancia al tiempo y costo. Esto se hace construyendo una curva de tiempo-costo para cada actividad. La gráfica está basada en dos puntos: el normal y el de quiebra y supone estos dos valores para la estimación del tiempo de una actividad. Así el objetivo del CPM es determinar cuál es la combinación tiempo-costo que se debe utilizar para cada actividad con el fin de satisfacer el tiempo programado a un costo mínimo. Una manera de hacerlo es la programación lineal.

Una limitación de ambos métodos es la nula posibilidad de involucrar la incertidumbre en proyectos evaluados con estos métodos. No sólo las actividades que involucren tiempo son de interés para los decisores, además de que no siempre son determinísticas.

Graphical Evaluation and Review Technique (GERT) es otro miembro importante de la familia de los modelos de PERT y CPM. A

continuación se muestra en la figura 6 el crecimiento de estas técnicas (ref 18).

GERT es parecido a PERT, el cual consiste en eventos y actividades que forman una cadena o árbol. A continuación se muestran las principales características que los diferencian:

PERT

1. Todas las actividades deberán realizarse, por lo que se les llama determinísticas.
2. Todos los nodos deberán ser realizados. Es decir, son determinísticos.
3. Todas las actividades deberán ser completadas exitosamente.
4. No se permite regresar a actividades previas.

GERT

1. Cada actividad tiene una probabilidad de ocurrencia asociada a ella. Por lo tanto es llamada actividad probabilística.
2. Los nodos pueden ser probabilísticos o determinísticos.
3. Algunas actividades pueden fallar, o pueden cambiar la secuencia de las mismas.
4. Es permitido regresar a actividades anteriores como re-diseñar, rehacer o reexaminar cualquiera de ellas.

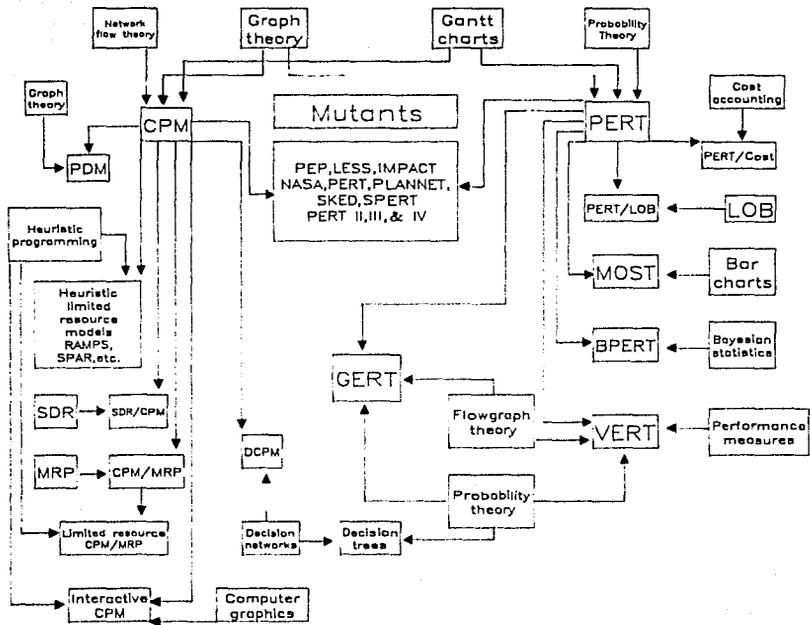


Fig.6.- Familia de las técnicas de redes.

Así, en todo problema que involucre una serie de actos, y que entre éstos exista la toma de decisiones, es conveniente plantear un árbol donde se hagan evidentes todos los posibles caminos a seguir, para que con ayuda de un análisis probabilístico se identifique el mejor de ellos. Cabe mencionar que una técnica similar para el análisis de proyectos de esta índole es la programación dinámica; para resolver un problema por este medio es necesario plantear una función objetivo que describa el comportamiento de las variables de interés. En GERT se parte de la premisa que no se cuenta con esta información, es por eso que se omite la utili-

zación de dicha herramienta.

#### 2.4.2. Simulación.

De acuerdo con Robert Shannon (ref 15), la simulación es un proceso de diseño de modelos de sistemas reales con experimentos computacionales (ref 16). Se tiene el propósito de entender el comportamiento del sistema y evaluar las estrategias para la operación del mismo. La simulación es una herramienta para resolver problemas, además de ser una de las mejores y más viejas aplicaciones de las computadoras. El primer lenguaje de simulación fue "General Purpose Simulation System" (GPSS) introducido en 1961 por IBM, inventado por Geoffrey Gordon.

Los resultados de la simulación son una manera de integrar la complejidad de los valores de una distribución en un modelo de decisión. Algunos sistemas tendrán factores de peso que el modelo no podrá incluir. El usuario deberá decidir exactamente que problema es y enmarcarlo en un modelo acorde; la revisión del modelo puede hacerse antes y después de cada simulación.

A continuación se presenta una técnica de análisis de redes estocásticas que proporciona las herramientas necesarias para decidir que camino se adecua más a los propósitos de los decisores.

### **3. Descripción del modelo matemático.**

#### **3.1. Introducción.**

El modelo aquí utilizado fue creado por la NASA con el fin de analizar cadenas de alternativas que contienen alguna probabilidad de ocurrencia. Se le denomina GERT (Graphical Evaluation and Review Technique) (ref 19).

Los árboles de decisión se definen como un conjunto de cadenas que plantean de manera gráfica las acciones alternativas de que dispone el decisor para evaluar un futuro incierto, con el fin de reducir la incertidumbre.

El modelo se basa en árboles de decisión donde existen ramas descritas por tres parámetros: la probabilidad de ocurrencia, el tiempo utilizado y el costo en que se incurre; además de nodos lógicos llamados EXCLUSIVE-OR siempre que el tiempo y el costo sean variables aleatorias, las cuales se describen más adelante.

### 3.2. Componentes de las cadenas estocásticas.

Un proceso estocástico se define como una colección de variables aleatorias con índice  $(X_t)$ , en donde el índice  $t$  recorre un conjunto dado  $T$ . A menudo  $T$  se considera como el conjunto de los enteros no negativos y  $X_t$  representa una característica medible de interés en el instante  $t$ .

Así, una cadena estocástica representa un proceso estocástico que está compuesto de ramas (arcos o transmitancias) y nodos lógicos (o vértices).

Una rama se utiliza para indicar una actividad entre dos nodos. Siempre tendrá una dirección y, asociados a ella, tres valores simultáneos: la probabilidad  $p_a$ , el tiempo  $t_a$  y el costo  $c_a$  requeridos.

Su representación es:

$$\begin{array}{c} (p_a, t_a, c_a) \\ \longrightarrow \end{array}$$

Fig.7.-Representación de una rama común.

Y los nodos lógicos que representan la realización o estado de un evento con sus características particulares.

A este conjunto de ramas relacionadas de diferentes formas se le llama red estocástica.

Existen tres relaciones lógicas para los nodos del lado de la entrada y dos relaciones lógicas del lado de la salida, que son las siguientes:

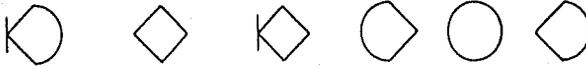
Para entrada:

Nombre	Símbolo	Características
EXCLUSIVE-OR		La realización de cualquier rama llevada al nodo causa que el nodo sea realizado, sin embargo, sólo una de las ramas puede ser realizada en un tiempo dado.
INCLUSIVE-OR		La realización de cualquier rama llevada al nodo causa que éste sea realizado; todas las entradas pueden ser realizadas.
AND		El nodo será realizado sólo si todas las ramas llevadas a él son realizadas.

Para salida:

Nombre	Símbolo	Características
DETERMINISTICA		Todas las ramas emanadas desde el nodo son tomadas, si el nodo es realizado.
PROBABILISTICA		Sólo una rama emanada del nodo es realizada.

Por conveniencia, los símbolos de entrada y salida son combinados:



Con ellos se pueden crear cadenas que representen un proceso de investigación o de cualquier otra índole.

Los pasos para aplicar GERT son (ref 19):

1) Convertir a una descripción cualitativa, un sistema o un problema para modelarlo en forma de cadena.

2) Recolectar los datos necesarios para describir las ramas de la cadena del árbol de decisión.

3) Obtener un equivalente: una rama en función de dos nodos.

4) Convertir los datos obtenidos en los parámetros siguientes:

- a) la probabilidad de cada rama;
- b) el tiempo de cada rama;
- c) el costo de cada rama.

5) Hacer inferencias concernientes al sistema en estudio con base en la información obtenida en el punto anterior.

### 3.3. Análisis básico de cadenas.

Una cadena equivalente está definida como la reducción de múltiples ramas en una sola, donde los parámetros son derivados de las ramas equivalentes. Existen tres formas básicas de reducción, a saber: serie, paralelo y lazo.

Cualquiera de los seis nodos se comportan de la misma manera si sólo una rama es recibida del lado de la entrada y una rama es

emitida del lado de la salida. Así, las dos ramas están bajo consideración y en serie. Si varias ramas son emanadas de un nodo y las mismas ramas son recibidas en el nodo siguiente, éstas se encuentran en paralelo. Hay que aclarar que todas las ramas son simultaneas y son realizada en un tiempo dado. Y la última de ellas es la realimentación, que sólo es apropiada para el nodo de entrada EXCLUSIVE-OR, ya que ésta requiere que el nodo sea realizado antes de que pueda existir la realimentación (fig.8).

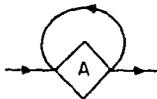


Fig.8.-Representación de la cadena llamada lazo.

Si todos los nodos tienen características de entrada EXCLUSIVE-OR, entonces todos los nodos de salida son del tipo probabilístico siguiendo una salida determinada independiente.

Para los eventos que involucran únicamente nodos EXCLUSIVE-OR (que representan una operación de tipo lineal) se ha derivado un método para la evaluación de las cadenas en términos de la probabilidad de salida y de la función generadora de momentos (FGM) como función del tiempo y del costo (ref 19).

### 3.4. Cadenas estocásticas con nodos EXCLUSIVE-OR.

En esta sección se presentan las cadenas equivalentes para los tres tipos básicos de cadenas que son:

- a) serie
- b) paralelo
- c) lazo

Estas cadenas se pueden presentar del nodo inicial al final, o como una combinación de todas ellas, además de un conjunto de nodos que representen el sistema en cuestión.

La generalización de las cadenas está basada en la teoría de "Flowgraph" que permite el estudio para variables aleatorias (ref 19).

A continuación se presentan las tres relaciones básicas con el uso de nodos EXCLUSIVE-OR y con parámetros constantes en el tiempo.

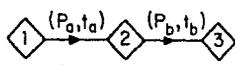
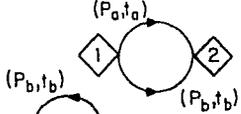
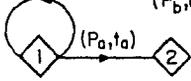
Tipo de cadena	Representación con tiempos constantes	equivalente de probabilidad	equivalente tiempo esperado
serie		$P_a P_b$	$t_a + t_b$
paralelo		$P_a + P_b$	$\frac{P_a t_a + P_b t_b}{P_a + P_b}$
lazo		$\frac{P_a}{1 - P_b}$	$t_a + \left[ \frac{P_b}{1 - P_b} \right] t_b$

Tabla 1.

Como se puede observar de la tabla 1 para la cadena serie, la probabilidad de tomar ambas es el producto de las probabilidades individuales, y el tiempo equivalente es la suma de cada uno de ellos.

Para la cadena paralelo, cada rama es parte de la realización de un nodo a otro. Así, la probabilidad de la realización equivalente es la suma de las probabilidades, y el tiempo equivalente para pasar del nodo 1 al 2 es la suma del tiempo  $t_a$  por la probabilidad  $p_a$  más el tiempo  $t_b$  por la probabilidad  $p_b$ . De aquí que tiempo de realización sea una variable aleatoria que tendrá que ser normalizada dividiendo entre  $(p_a+p_b)$  para asegurar que la función de densidad se tome en cuenta para el cálculo del tiempo equivalente. Debe quedar claro que el tiempo de realización entre el nodo 1 y 2 es sólo una aproximación (un promedio ponderado). Para la reducción del lazo de la figura 9 la probabilidad para ir de 1 a 2 sin ningún regreso alrededor del nodo 1 es el producto de ambas probabilidades  $(p_a * p_b)$ , con 2 regresos es  $(p_a * p_b)(p_a * p_b)$  y con n regresos será  $(p_a * p_b)^n$ .

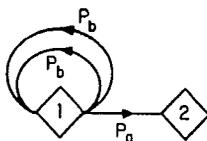


Fig.9.-Representación de la cadena lazo anidado.

Sumando los campos se tiene que:

$$P_{equiv} = \frac{P_a}{1 - P_b}$$

Similarmente:

$$E(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [nt_b + t_a] \frac{p_a p_b^n}{1 - p_b} = t_a + \left[ \frac{p_b}{1 - p_b} \right] t_b$$

Estas observaciones sugieren que para reducir las tres cadenas básicas, se hace una transformación de la probabilidad (p) y el tiempo (t) en una simple función,  $w(s) = pe^{st}$ , denominada función topológica. A continuación se explicará en detalle este método y la adición de la tercera variable.

#### 3.4.1. Análisis de cadenas empleando una ecuación topológica.

Las razones principales por las cuales se ha sugerido una función  $w$  son las siguientes (ref 19):

a) Los parámetros de las cadenas estocásticas pueden combinarse de la forma deseada o como se presentan, esto es, tienen una completa aplicación a los problemas reales, y

b) La función  $w$  obedece a las leyes de redes, como se verá a continuación, y la ecuación topológica podrá ser aplicada a cadenas estocásticas.

Entonces, el procedimiento a seguir para que el parámetro tiempo no afecte a la probabilidad equivalente es el siguiente: Haciendo la variable  $s=0$ , se tiene:

$$\begin{aligned} P_{\text{equivalente}} &= w_{\text{equivalente}}(0) \\ P_e &= p_e(0)t \\ P_e &= w_e(0) \end{aligned} \quad (1)$$

Para dos ramas en serie:

$$\begin{aligned}w_e(s) &= w_1(s) w_2(s) \\ &= (p_1 e^{st}) * (p_2 e^{st})\end{aligned}$$

Si  $p_e = w_e(0)$  resulta:

$$w_e(0) = p_1 p_2$$

lo cual coincide con la tabla 1.

Para dos ramas en paralelo:

$$\begin{aligned}w_e(s) &= w_1(s) + w_2(s) \\ &= (p_1 e^{st}) + (p_2 e^{st})\end{aligned}$$

Si  $p_e = w_e(0)$  resulta:

$$w_e(0) = p_1 + p_2$$

lo cual coincide con la tabla 1.

Ahora para el tiempo equivalente, se ha desarrollado una expresión por diferenciación de  $w_{equiv}(s)$  con respecto a  $s$  y haciendo  $s=0$ .

Para dos ramas en serie:

$$\begin{aligned}t_{equiv} &= \frac{\delta w_e(s)}{\delta s} \Big|_{s=0} = \frac{\delta}{\delta s} \left[ (p_1 e^{st}) * (p_2 e^{st}) \right]_{s=0} \\ &= \frac{\delta}{\delta s} \left[ p_1 p_2 e^{s(t+t)} \right]_{s=0} \\ &= p_1 p_2 (t_1 + t_2)\end{aligned}$$

Si se divide este resultado entre  $p_{equivalente}$ , se llega a la misma expresión de la tabla 1. La necesidad de efectuar esta división viene del hecho de que el tiempo equivalente es una va-

riable condicional. Siguiendo el mismo procedimiento para las ramas en paralelo se tiene:

$$t_{equiv} = \frac{\delta w_e(s)}{\delta s} \Bigg|_{s=0} = \frac{\delta}{\delta s} \left[ (p_1 e^{st}) + (p_2 e^{st}) \right]_{s=0}$$

$$= p_1 t_1 + p_2 t_2$$

Y se obtienen las mismas expresiones de la misma tabla 1.

De lo anterior se puede generalizar que:

$$\mu_{1e} = \frac{\delta}{\delta s} \left[ \frac{w_e(s)}{w_e(0)} \right]_{s=0}$$

donde  $\mu_{1e}$  se define como el primer momento respecto al cero de la rama equivalente.

Así, investigaciones sobre el tema muestran que:

$$\mu_{ne} = \frac{\delta^n}{\delta s^n} \left[ \frac{w_e(s)}{w_e(0)} \right]_{s=0} \quad (2)$$

donde  $\mu_{ne}$  se define como el enésimo momento respecto al cero de la rama equivalente. Por lo tanto:

$$\frac{w_e(s)}{w_e(0)} = M_e(s)$$

donde:  $M_e(s)$  es la función generadora de momentos (FGM) del parámetro equivalente.

Es conveniente definir el enésimo momento  $k_{ne}$  (para  $n \leq 3$ ), que está dado por:

$$k_{ne} = \frac{\delta^n}{\delta s_n} [ \ln M_e(s) ]_{s=0} \quad (3)$$

Así, el segundo momento con respecto a la media, la varianza, puede ser obtenida directamente por  $k_{2e}$ , y las ecuaciones (1), (2) y (3) podrán ser utilizadas para las ramas de interés sustituyendo el subíndice "e" por el de la rama en consideración. La función  $w$  fue desarrollada en función de las cadenas básicas serie y paralelo. Sin embargo, se sabe que cualquier cadena es una combinación de ellas; por lo tanto, la cadena lazo es un buen ejemplo y puede representarse por una infinidad de ramas equivalentes en paralelo, en la cual cada una tiene asociada una probabilidad  $p_a p_b$  y un tiempo  $t_a t_b$ .

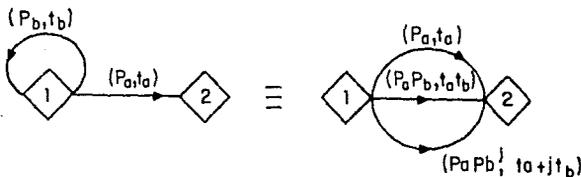


Fig.10.-Igualdad entre cadenas lazo y cadenas paralelo.

De aquí, se deriva la necesidad de obtener una ecuación equivalente  $w_e(s)$  proveniente de las ecuaciones de cada rama  $w_j(s)$ . Como se mencionó anteriormente la ecuación topológica está basada en sistemas lineales independientes y especifica el valor del determinante de la matriz de coeficientes.

La transformación de  $p$  y  $t$  en funciones  $w$  combina las variables de interés en forma lineal, así se satisfacen las condiciones necesarias para el uso de la ecuación topológica, que

describe la relación entre las ramas  $w_j$  para cualquier cadena.  
 Dicha ecuación queda de la forma:

$$H(s) = 1 + \sum_m \sum_i (-1)^m L_i(m)$$

donde:  $H(s)$  es la ecuación topológica

$L_i(m)$  es el producto de  $m$  lazos independientes

$m$  es llamado el orden del lazos

$\sum_m \sum_i$  son las combinaciones de los  $m$  lazos independientes

De acuerdo con la teoría de Flowgraphs (ref 19) un lazo es definido como una secuencia de ramas en la que cada nodo es común a dos y sólo dos ramas del lazo; uno de ellos es de donde emana y el otro donde termina.

En un lazo de primer orden cada nodo puede ser alcanzado por cualquier otro nodo.

Un lazo de orden  $n$  es el conjunto de  $n$  lazos independientes.

Un lazo independiente es aquel que no tiene nodos en común.

El parámetro que determina al lazo es el producto de los parámetros de cada rama del lazo (como en las ramas en serie).

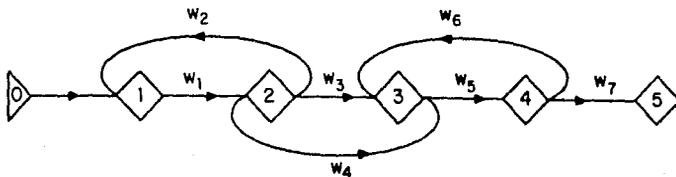


Fig.11.-Conjunto de lazos de primer orden.

Por ejemplo, de la figura 11 los lazos de primer orden son:

$$L_1(1) = w_1 w_2$$

$$L_2(1) = w_3 w_4$$

$$L_3(1) = w_5 w_6$$

La razón es que la rama de retroalimentación emana de un único nodo y entra a otro único nodo.

Los lazos  $L_1(1)$  y  $L_3(1)$  no tienen nodos en común, por lo tanto son independientes y se combinan para formar un lazo de orden 2 como:

$$L_1(2) = L_1(1) L_3(1) = w_1 w_2 w_5 w_6$$

Otro concepto importante es el de la trayectoria hacia adelante que, dados dos nodos, es una secuencia de ramas entre ellos, tales que cada nodo tiene sólo una salida y una entrada. La diferencia con el lazo es que no tiene nodo inicial ni nodo terminal.

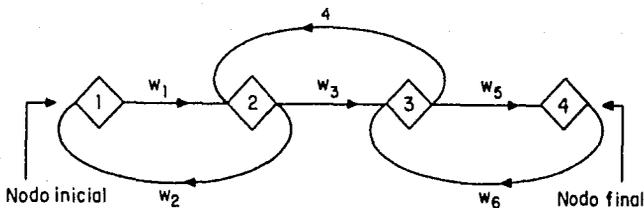


Fig.12.-Ejemplo de trayectoria hacia adelante.

Entonces, la trayectoria hacia adelante de la fig.12 es  $w_1$ ,  $w_3$ ,  $w_5$ .

Con estas definiciones se puede aplicar la ecuación topológica. Así en una cadena cerrada (que contiene sólo lazos), no hay nodos de entrada y tiene ecuaciones lineales independientes descritas por variables homogéneas. Por lo tanto, el determinante de la matriz de coeficientes es cero y la ecuación topológica para una cadena cerrada es  $H(s)=0$  para toda  $s$ .

Por otro lado, si se desea la función  $w_{equivalente}$  entre dos nodos entonces todos los nodos excepto los dos bajo consideración, que no tengan ramas de entrada o de salida, pueden ser omitidas junto con todas las ramas incidentes a estos nodos durante el cálculo de la función  $w$  deseada.

Este proceso es ejecutado iterativamente hasta que no haya nodos, sólo los que están en consideración que no tienen nodos de entrada ni de salida. Entonces, la cadena puede ser cerrada adicionando una rama del nodo terminal al nodo inicial (por definición de trayectoria hacia adelante).

Por ejemplo, considerar la cadena de la figura 13 de una complejidad arbitraria descrita por una caja negra, cerrada por la adición de una rama  $w_a(s)$ :

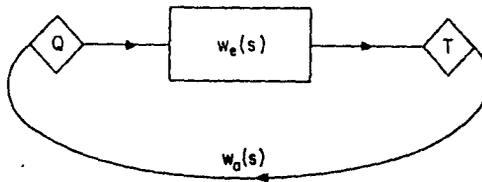


Fig.13.-Ejemplo de una cadena de complejidad arbitraria.

Por definición, el equivalente de una cadena Q a T es  $w_e(s)$ . Para esta cadena hay un sólo lazo llamado  $w_e(s)w_a(s)$  y la ecuación queda:

$$H(s) = 1 - w_e(s) w_a(s) = 0$$

Así:

$$w_a(s) = \frac{1}{w_e(s)}$$

Este es un resultado general. La rama que fue añadida para cerrar la cadena, es el inverso del equivalente de la rama en consideración.

Ejemplo; considerar la cadena de la figura 14:

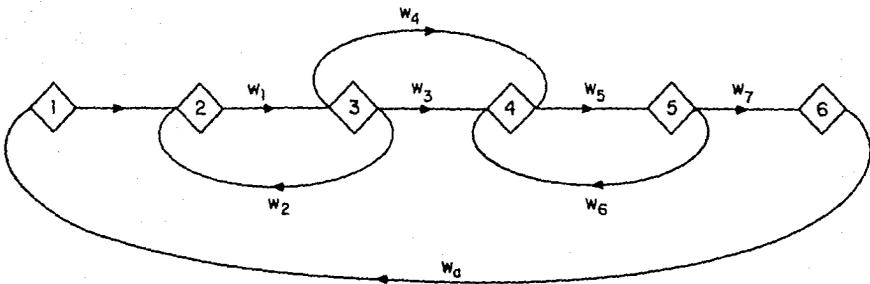


Fig.14.-Cadena para ejemplificar una cadena cerrada.

Donde  $w_a$  ha sido añadida.

Para esta cadena hay cuatro lazos de orden 1:

$$L_1(1) = w_1 w_2$$

$$L_2(1) = w_3 w_4$$

$$L_3(1) = w_5 w_6$$

$$L_4(1) = w_1 w_3 w_5 w_7 w_a$$

Y un lazo de orden 2:

$$L(2) = w_1 w_2 w_5 w_6$$

La ecuación topológica queda:

$$H(s) = 1 - w_1 w_2 - w_3 w_4 - w_5 w_6 - w_1 w_3 w_5 w_7 w_a + w_1 w_2 w_5 w_6 = 0$$

Resolviendo para  $w_e = \frac{1}{w_a}$

$$w_e = \frac{w_1 w_3 w_5 w_7}{1 - w_1 w_2 - w_3 w_4 - w_5 w_6 + w_1 w_2 w_5 w_6}$$

Generalizando esta ecuación se llega a la regla de Mason (ref 19) que establece las reglas básicas del lazo:

$$w_e(s) = \frac{\sum_i (\text{trayectorias } i) [1 + \sum_m (-1)^m (\text{lazos que no tocan la tray. } i)]}{[1 + \sum_m (-1)^m (\text{lazos de orden } m)]}$$

donde:

tray i : trayectorias i

m : orden del lazo

L(m) : lazo de orden m

A continuación se presenta la tabla 2 donde está aplicada la ecuación topológica a cada tipo de cadena.

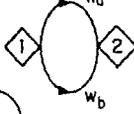
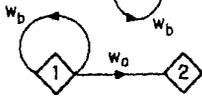
Tipo de cadena	Representación gráfica	Trayectoria	Lazos	Función Equivalente
serie		$w_a w_b$	--	$w_a w_b$
paralelo		$w_a ; w_b$	--	$w_a + w_b$
lazo		$w_a$	$w_b$	$\frac{w_a}{1 - w_b}$

Tabla 2

### 3.5. Incorporación de variables aleatorias.

Una cadena estocástica está compuesta de variables aleatorias cuyo comportamiento no se conoce. Para ilustrar lo anterior, considérese la siguiente rama donde  $\tilde{t}_a$  es una variable aleatoria:

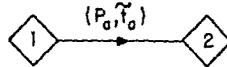


Fig.15.-Cadena representando una variable aleatoria.

Esta rama se puede representar a su vez por dos ramas en serie:



Fig.16.-Cadena equivalente a la fig.15.

Conceptualmente el segundo brazo puede ser sustituido por varios brazos en paralelo, cada brazo asociado con una probabilidad  $p_j$  y un tiempo  $t_j$ :

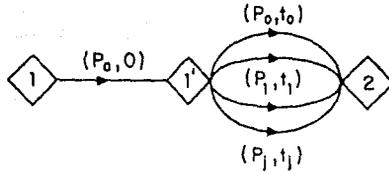


Fig.17.-Equivalente de la cadena de la fig.16.

donde  $p_j$  y  $t_j$  se obtienen a partir del conocimiento de la distribución de  $\tilde{t}_a$ .

Ahora, si  $t_j$  es constante, el análisis previo es válido y si  $\tilde{t}_a$  sigue una distribución de Poisson con parámetro  $f$  entonces:

$$p_j = p(t_j=j) = \frac{f^j e^{-f}}{j!}$$

La FGM mediante una distribución de Poisson queda representada por:

$$\sum_{j=0}^{\infty} w_j(s) = e^{f(e^{-1})}$$

En GERT se hace referencia sólo a distribuciones de Poisson por ser la más usual para el tiempo y el costo, pero puede ser sustituida si se conoce la distribución que sigue la variable en estudio. La ecuación topológica a seguir es  $pe^{st}$  para cada brazo, sin olvidar que las ramas son independientes y que asociadas a ellas tienen variables aleatorias.

### 3.6. Procedimiento de solución de cadenas utilizando la ecuación topológica.

A continuación se describen el procedimiento a seguir dependiendo de la configuración de las cadenas.

1) Si en las cadenas se presentan trayectorias, su solución se obtiene de acuerdo a lo siguiente:

- a) ramas en serie.- sumar sus funciones
- b) ramas en paralelo.- multiplicar sus funciones
- c) realimentación.- dividir entre (1-lazo)

A manera de ejemplo, supóngase la siguiente red figura 18:

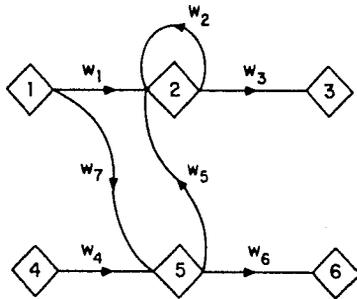


Fig.18.-Cadena para mostrar las trayectorias de solución

donde:  $w_{13}$  = trayectoria de 1 a 3

$w_1, w_3$  se encuentran en serie

$w_7, w_5, w_3$  se encuentran en serie

$\frac{1}{1 - w_2}$  realimentación para cualquier trayectoria

$w_{13} = \frac{w_1 w_3 + w_3 w_5 w_7}{1 - w_2}$  representa la función equivalente

2) Para ilustrar el caso de lazos anidados, considérese la siguiente red:

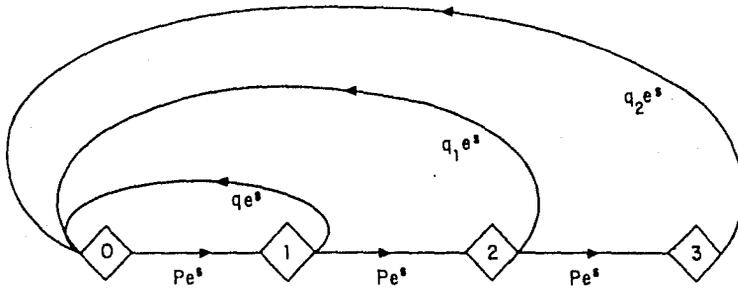


Fig.19.-Cadena con lazos anidados.

Siguiendo el procedimiento anterior, la función equivalente queda de la forma:

$$w_e(s) = \frac{pe^s}{1 - qe^s - pq_1(e^s)^2 - p^2q_2(e^s)^3}$$

$$= \frac{(pe^s)^3 (1 - pe^s)}{1 - e^s + (pe^s)^3 (1 - pe^2)}$$

donde:  $M_e(s) = w_e(s)$  es la FGM

$w_e(0) = p^3$  es la probabilidad resultante.  
3) Manejo de tres variables

En el estudio de proyectos tecnológicos existen tres factores muy importantes que se tienen que tomar en cuenta:

- a) probabilidad (p)
- b) tiempo (t)
- c) costo (c).

Estos factores se consideran en GERT y se obtiene una función equivalente específica para el sistema en consideración. Hasta este punto sólo se han manejado dos parámetros: la probabilidad y el tiempo. Si t y c son independientes, y la información se desea para cada uno por separado, la función w para una rama se convierte en:

$$w(s_1, s_2) = p e^{s_1 t + s_2 c}$$

Con el propósito de ejemplificar lo anterior, supóngase que se desea saber la probabilidad de ocurrencia de la siguiente red, (fig.20) así como el tiempo y el costo involucrados en la realización de la misma.

Los números dentro del paréntesis representan (p, t, c) respectivamente, con t en semanas y c en miles de dólares.

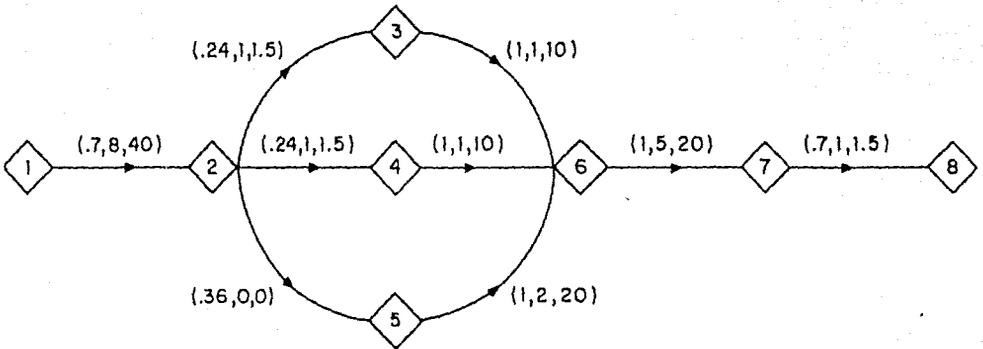


Fig. 20.-Ejemplo de cadena con los tres parámetros.

Para obtener su equivalente  $w_{18}$ , resulta:

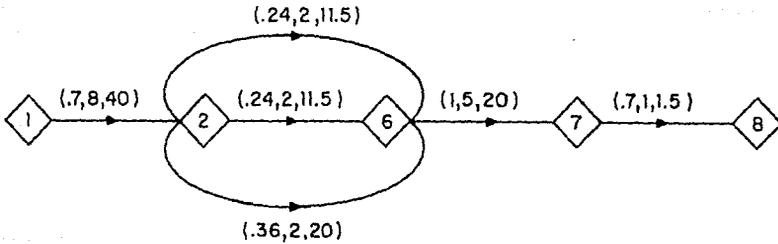


Fig. 21.-Equivalente de la figura anterior.

Obteniendo su función  $w$ :

$$w_{18}(s_1, s_2) = (.7 e^{8s} + 40s) [ .24 e^{2s + 11.5s} + .24 e^{2s + 11.5s} + .36 e^{2s + 20s} ] (e^{5s + 1.5s}) (.7 e^s + 1.5s)$$

La probabilidad de ocurrencia resulta:

$$P_{18} = w_{18}(0,0) = (.7)(.84)(.7) = .4116$$

El tiempo de realización es:

$$E(t_{18}) = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ \frac{1}{p_{18}} w_{18}(s_1, 0) \right]_{s_1=0} = 16 \text{ semanas}$$

con un costo asociado de:

$$E(c_{18}) = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ \frac{1}{p_{18}} w_{18}(0, s_2) \right]_{s_2=0} = 76.64 \text{ miles de dólares}$$

Así, el tiempo y el costo son condiciones de realización del nodo 1-8.

Es claro que la forma de evaluación del nodo 1 al 8, tendrá que ser similar entre otros pares de nodos los cuales proporcionarán opciones alternativas de acción. Así el decisor podrá elegir la ruta más adecuada según las necesidades del sistema planteado.

Después de realizar un análisis general, resulta evidente que las aplicaciones de GERT son enormes, ya que pueden referirse a cualquier proyecto de tipo tecnológico. El éxito de este tipo de estudios radica principalmente en asignar probabilidades, tiempos y costos apropiados al problema en cuestión.

#### **4. Modelado del problema de inversión en términos de redes estocásticas.**

En la realidad este tipo de cadenas no se presentan de manera tan simple, pues existe un sinnúmero de alternativas entre un par de nodos establecidos. Es por tanto conveniente, si se pretende obtener una solución óptima, analizar todas y cada una de las alternativas. Haciendo un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos con respecto a los valores asignados.

Resulta claro también que la solución matemática de una red de grandes dimensiones es imposible llevarla a cabo sin recurrir a una computadora, dada la gran inversión de tiempo que esto representaría.

Siendo así, es evidente la necesidad de desarrollar un programa de cómputo, que proporcione los resultados deseados para cualquier tipo de trayectoria que se presente en una red.

Un planteamiento general para el desarrollo de dicho programa comprende los siguientes pasos:

- 1) Entrada de datos de la red: nodo inicial, nodo terminal, probabilidad, tiempo y costo asociados a cada rama.
- 2) Relacionar la entrada de datos con la información necesaria para reducir la red en lo posible.
- 3) Obtención de la función generadora de momentos (FGM).
- 4) Obtención de la probabilidad, el tiempo y el costo equivalentes para cada camino posible.
- 5) Opción para recorrer otro conjunto de ramas en forma iterativa con fines de comparación.
- 6) Despliegue de un cuadro simplificado donde se presenten las características de cada conjunto de ramas seguidas.

Debido a que las asignaciones pueden ser en un principio tentativas, es importante tener la facilidad de cambiar los valores de dichas variables dentro del programa, con el fin de conocer a grandes rasgos el comportamiento de la red. Es decir, con un programa de tipo iterativo se pueden analizar con más detalle las ramas que se consideren de mayor importancia, así como aquellas donde el intervalo de valores esté limitado por falta de información.

#### **4.1. Ecuaciones utilizadas en el programa de cómputo.**

Después del análisis previo se llega a las siguientes ecuaciones, tomando en cuenta la nomenclatura que se muestra a conti-

nuación:

$p_n$  : probabilidad asociada a la rama n

$s_1$  : variable aleatoria asociada al tiempo de realización de la rama n

t : valor numérico correspondiente al tiempo

$s_2$  : variable aleatoria asociada al costo involucrado en la rama n

c : valor numérico correspondiente al costo.

Ecuación topológica de la rama n:

$$w_n(s) = p_n e^{s_1 t + s_2 c}$$

Tipo:

SERIE

Representación:



Función:

$$w(s_1, s_2) = w_a w_b$$

Probabilidad equivalente:

$$p_{eq} = w(0, 0)$$

$$= p_a e^{s_1 t_a + s_2 c_a} * p_b e^{s_1 t_b + s_2 c_b}$$

$$p_{eq} = p_a p_b$$

Tiempo equivalente:

$$t_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ w(s_1, 0) \right]_{s_1=0} = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ (p_a e^{s_1 t_a}) * (p_b e^{s_1 t_b}) \right]_{s_1=0}$$

$$= p_a p_b e^{s_1 (t_a + t_b)} (t_a + t_b) \Big]_{s_1=0}$$

$$t_{eq} = p_a p_b (t_a + t_b)$$

Costo equivalente:

$$c_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ w(0, s_2) \right]_{s_2=0} = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ (p_a e^{s_2 c_a}) * (p_b e^{s_2 c_b}) \right]_{s_2=0}$$

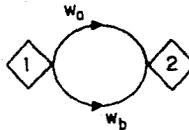
$$= p_a p_b e^{s_2 (c_a + c_b)} (c_a + c_b) \Big]_{s_2=0}$$

$$c_{eq} = p_a p_b (c_a + c_b)$$

Tipo:

**PARALELO**

Representación:



Función:

$$w(s_1, s_2) = w_a + w_b$$

Probabilidad equivalente:

$$P_{eq} = w(0, 0)$$

$$P_{eq} = p_a e^{s_1 t_a + s_2 c_a} + p_b e^{s_1 t_b + s_2 c_b}$$

$$P_{eq} = p_a + p_b$$

Tiempo equivalente:

$$t_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_1} [w(s_1, 0)]_{s_1=0} = \frac{\delta}{\delta s_1} [(p_a e^{s_1 t_a}) + (p_b e^{s_1 t_b})]_{s_1=0}$$

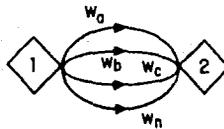
$$t_{eq} = p_a t_a + p_b t_b$$

Costo equivalente:

$$c_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_2} [w(0, s_2)]_{s_2=0} = \frac{\delta}{\delta s_2} [(p_a e^{s_2 c_a}) + (p_b e^{s_2 c_b})]_{s_2=0}$$

$$c_{eq} = p_a c_a + p_b c_b$$

Generalizando este caso, son válidas las siguientes ecuaciones:



$$P = p_a + p_b + p_c + \dots + p_n$$

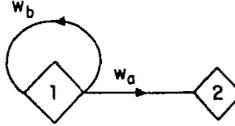
$$t = p_a t_a + p_b t_b + p_c t_c + \dots + p_n t_n$$

$$c = p_a c_a + p_b c_b + p_c c_c + \dots + p_n c_n$$

Tipo:

LAZO 1

Representación:



Función:

$$w(s_1, s_2) = \frac{w_a}{1-w_b}$$

Probabilidad equivalente:

$$p_{eq} = w(0, 0)$$

$$p_{eq} = \frac{p_a}{1-p_b}$$

Tiempo equivalente:

$$t_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ w(s_1, 0) \right]_{s_1=0} = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ \frac{p_a e^{s_1 t_a}}{1-p_b e^{s_1 t_b}} \right]_{s_1=0}$$

$$t_{eq} = \frac{p_a t_a - p_a p_b t_a + p_a p_b t_b}{(1-p_b)^2}$$

Costo equivalente:

$$c_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ w(0, s_2) \right]_{s_2=0} = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ \frac{p_a e^{s_2 c_a}}{1-p_b e^{s_2 c_b}} \right]_{s_2=0}$$

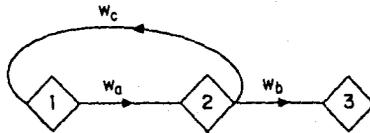
$$c_{eq} = \frac{p_a c_a - p_a p_b c_a + p_a p_b c_b}{(1 - p_b)^2}$$

Tipo:

LAZO 2

La cadena lazo 2 se deriva de la cadena lazo 1, siendo la primera, la máxima reducción de este tipo que puede lograrse en una cadena compleja. Sus ecuaciones se muestran a continuación después de realizar un análisis similar al de las cadenas anteriores.

Representación:



Función:

$$w(s_1, s_2) = \frac{w_a w_b}{1 - w_a w_c}$$

Probabilidad equivalente:

$$p_{eq} = w(0, 0)$$

$$p_{eq} = \frac{p_a p_b}{1 - p_a p_c}$$

Tiempo equivalente:

$$t_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ w(s_1, 0) \right]_{s_1=0} = \frac{\delta}{\delta s_1} \left[ \frac{p_a e^{s_1} t_a + p_b e^{s_1} t_b}{1 - p_a e^{s_1} t_a + p_c e^{s_1} t_c} \right]_{s_1=0}$$

$$t_{eq} = \frac{p_a p_b [t_a + t_b - 1]}{(1 - p_a p_c)}$$

Costo equivalente:

$$c_{equiv} = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ w(0, s_2) \right]_{s_2=0} = \frac{\delta}{\delta s_2} \left[ \frac{p_a e^{s_2 c_a} + p_b e^{s_2 c_b}}{1 - p_a e^{s_2 c_a} + p_c e^{s_2 c_c}} \right]_{s_2=0}$$

$$t_{eq} = \frac{p_a p_b [c_a + c_b - 1]}{(1 - p_a p_c)}$$

No debe olvidarse que para todos los tiempos y costos equivalentes hay que dividir entre la probabilidad equivalente de cada caso.

#### 4.2. Ejemplos de aplicación.

En este capítulo se tratará de aclarar y ejemplificar todo lo anteriormente discutido, con el objeto de facilitar la rápida aplicación del método sin tener que profundizar en el aspecto matemático de GERT.

Ejemplo 1.- Construcción de un hotel.

Se tiene el proyecto de construir un hotel en alguna playa de México y se dispone de un millón de dólares para realizarlo. Conforme se analiza la factibilidad de llevarlo a cabo se van presentando diversos problemas que requieren ser solucionados (Se recomienda que paralelamente se analice la fig.22).

El primer problema que se debe enfrentar es la falta de capital adicional. Un estudio económico ha revelado que el costo total aproximado del proyecto será de 10 millones de dólares. Ante esta situación se debe decidir entre invitar a un grupo de inversionistas para que participen en el proyecto aportando cierto capital, o bien pedir un crédito.

La probabilidad de incorporar socios al negocio es de 0.5, el tiempo requerido para tomar esta decisión es de una semana y el costo es de cero, puesto que no se ha tenido que hacer ninguna erogación. En el caso de elegir ésta alternativa, el siguiente problema consiste en saber cuántas personas se van a invitar. Se conocen tres grupos diferentes, uno de nueve personas, otro de siete y el último de cinco. Para el grupo de nueve, la probabilidad es de 0.6, aportando cada uno un millón de dls, el tiempo requerido sería de 2 semanas tomando en cuenta que en este

período se invitaría y se celebraría una comida en la que se expondría el caso, el costo sería aproximadamente de 585 dls calculando 65 por platillo. Haciendo los mismos cálculos para las otras dos opciones queda así: para el grupo de 7, la probabilidad es de 0.3, el tiempo de 12 días y el costo de 455 dls; para el de 5 personas la probabilidad es de sólo 0.1 porque se perdería por completo el control del negocio, el tiempo es de 10 días y el costo de 325 dls.

Para la opción de pedir un crédito puede ser por dos medios, el primero conseguirlo por medio de un fideicomiso, y el segundo pedir un préstamo a un banco. En el caso del fideicomiso se tiene una probabilidad de 0.2 para conseguirlo por este medio, pero después de un mes y 200 dls de pagos se nos informa que el proyecto no cumple con los requisitos del fideicomiso, por lo que no es candidato para un crédito. Esto representa otro problema, cuya probabilidad de regreso a la postura inicial es de 1, puesto que no hay alternativa. El tiempo y el costo en este caso es de 0. Finalmente la probabilidad de solicitar un crédito en el banco es de 0.3; los trámites necesarios toman al rededor de dos meses y tienen un costo de 1000 dls.

Ya solucionada la cuestión del capital, el siguiente problema es el lugar para la construcción del hotel. Se tienen cuatro alternativas posibles: en Huatulco, Cancún, Acapulco e Ixtapa. La probabilidad de escoger cualquiera de los cuatro es igual. El tiempo que se requiere para ir a Huatulco es de 5 días y el costo preliminarmente es de 0, puesto que de optar por esta alternativa

se presenta una dificultad. Para viajar a Cancún se necesitan 9 días y el terreno que se nos ofrece tiene un costo de 750,000 dls. Para Acapulco el tiempo es de sólo 3 días y el costo del terreno es de 400,000 dls. En el caso de Ixtapa el tiempo es de 5 días y el costo es de 500,000 dls.

Como se mencionó anteriormente, Huatulco presenta una dificultad, pues se tiene la opción de dos diferentes terrenos. Uno de ellos está situado en un lugar que cuenta con una gran playa; el otro tiene una parte algo rocosa, pero existe la posibilidad de construir un pequeño muelle. El primero tiene una probabilidad de 0.4, el tiempo, que es igual para ambos, es de 3 días y el costo es de 600,000 dls. El segundo tiene una probabilidad de 0.6 y un costo de 550,000 dls.

En Acapulco también se presenta un problema difícil de solucionar; en este caso se trata de una licencia de construcción indispensable para el proyecto. El realizar los trámites necesarios siguiendo todos los pasos que marca la ley tiene una probabilidad de 0.3, el tiempo que se lleva es de 6 meses con un costo de sólo 10 dls. Por otro lado se ofrecen los servicios de una persona que puede conseguir el permiso en una semana, con una probabilidad de 0.7 y un costo de 200,000 dls, que resuelve parcialmente dicho problema.

Habiendo encontrado ya el lugar idóneo para la edificación del hotel, el siguiente paso es decidir qué tipo de construcción se desea. Se tienen básicamente dos proyectos diferentes: uno, de manera horizontal (bungalows) con probabilidad de 0.5, tiempo de

12 meses y costo de 5 millones de dls. Además se debe decidir el número de albercas por cada bungalow, una para cada uno ó una para cada cinco de ellos. La probabilidad de la primera opción es de 0.3, un tiempo de 4 meses y un costo de 1 millón de dólares.

CONSTRUCCION DE UN HOTEL

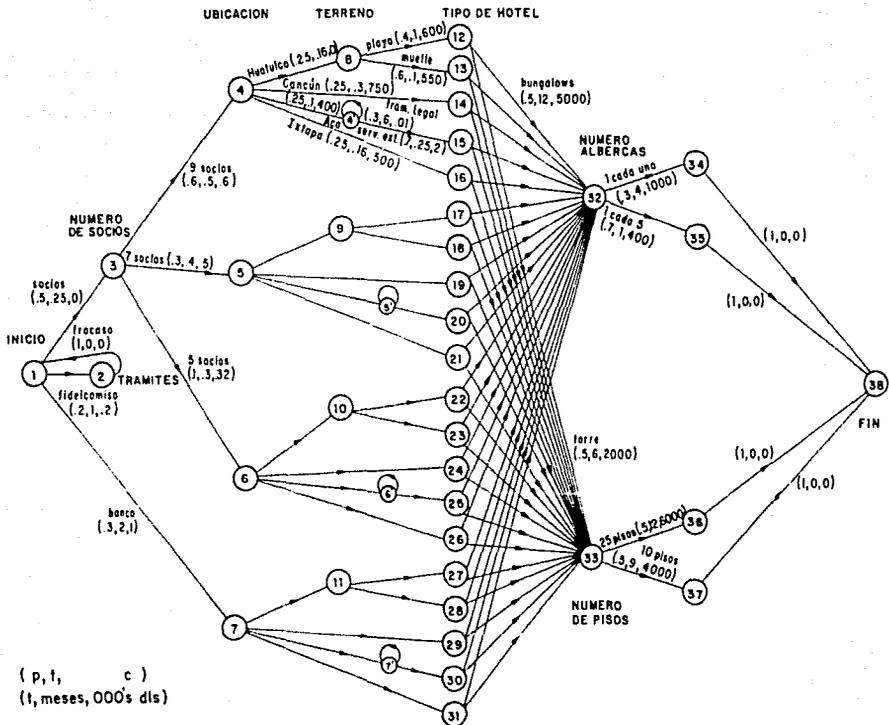


Fig.22.-Planteamiento de la red correspondiente al ejemplo 1.

La segunda tiene una probabilidad de 0.7, se lleva sólo un mes de construcción y cuesta 400,000 dls. El proyecto de manera vertical (torre) tiene probabilidad de 0.5, tiempo de 6 meses y costo de 2 millones de dls. En el caso del proyecto vertical la decisión está entre una torre de 25 pisos o una más modesta de 10. Ambas tienen una posibilidad del 50%; la primera tarda 12 meses, costando 6 millones, y la segunda tarda 9 meses, con un costo de 4 millones.

Después de plantear la red como se muestra en la figura anterior, el siguiente paso consiste en alimentar los datos al programa que resuelve redes estocásticas.

Resultados ordenados por:

Probabilidad

ruta	prob.	tiempo	costo	nodos
4	.502	20.982	9487.03	1 3 6 10 22 32 34
41	.026	15.15	5901.0	1 7 31 32 35 38
44	.026	17.92	5803.0	1 7 30 32 35 38
46	.026	15.30	6151.0	1 7 29 32 35 38
71	.026	18.40	5900.6	1 3 4 16 33 37 38
73	.026	21.17	5805.6	1 3 4 15 33 37 38
75	.026	18.55	6150.6	1 3 4 14 33 37 38
23	.019	23.55	8750.6	1 3 4 14 33 36 38.

Tiempo:

13	.002	13.1	6500.32	1 3 6 26 32 34 38
19	.001	13.2	6550.32	1 3 6 10 23 32 34 38

11	.002	13.25	6750.32	1 3 6 24 32 34 38
52	.004	13.7	5900.32	1 3 6 26 32 35 38
58	.003	13.8	5950.32	1 3 6 10 23 32 35 38
56	.004	13.85	6150.32	1 3 6 24 32 35 38
16	.011	14.55	6501.0	1 7 31 32 34 38
2	.004	14.65	6601.0	1 7 11 27 32 34 38
20	.007	14.65	6551.0	1 7 11 28 32 34 38
14	.011	14.70	6751.0	1 7 29 32 34 38
41	.026	15.15	5901.0	1 7 31 32 35 38.

Costo:

54	.004	16.47	5802.32	1 3 6 25 32 35 38
73	.026	21.17	5802.60	1 3 4 15 33 37 38
44	.026	17.92	5803.0	1 7 30 32 35 38
63	.013	20.17	5807.0	1 3 5 20 33 37 38
52	.004	13.7	5900.32	1 3 6 26 32 35 38
71	.026	18.40	5900.60	1 3 4 16 33 37 38
41	.026	15.15	5901.0	1 7 31 33 35 38
61	.013	17.40	5905.0	1 3 5 21 33 37 38.

Haciendo un análisis de resultados y observando los rangos de variación de cada parámetro e inclinándose más en los resultados de tipo económico, las opciones a escoger son las rutas 73, 44, 71 y 41 siendo la última la opción más conveniente. Obteniendo un préstamo en el banco aproximadamente de 6 a 8 millones de dólares, para construir en conjuntos de 5 bungalows y una alberca compartida en las playas de Ixtapa, con una duración aproximada

de un año tres meses para su realización.

Como se puede observar, el programa brinda una amplia variedad de resultados donde el inversionista tendrá y podrá escoger entre distintas opciones, es claro también que al tomar una decisión de este tipo donde la ubicación del proyecto es tan distante vendrán a influir otros factores de tipo subjetivo como pudieran ser el gusto o la comodidad de estar en uno u otro lugar, la preferencia del tipo de personas con las que se pueda negociar, el clima y temporales de cada sitio, la transportación hasta el lugar en cuestión etc. Pero en otros casos puede no ser así, y se tendrán que tomar en cuenta factores de otro estilo.

Para concluir el ejemplo de aplicación y completar los pasos básicos de un análisis de decisión, el paso siguiente es reanalizar los valores asignados en la(s) ruta(s) que se eligieron como las más convenientes para realizar el proyecto y buscar que la probabilidad de estas rutas se incremente y dentro de lo posible reducir el costo y el tiempo de realización de las mismas; ésto se hará, claro, con un análisis de sensibilidad por parte de los decisores y de las personas involucradas en el tema.

#### Ejemplo 2.- Destiladores solares

Se trata de hacer un análisis de comparación tecnológica entre dos opciones extremas para la construcción de destiladores solares de agua de mar.

Los destiladores que se piensan construir son los destiladores convencionales o "de casita", que se construyen a base de

canales de destilación. Estos son canales muy largos donde corre el agua de mar y tienen paredes de ladrillo además de un par de vidrios colocados en forma de casita a lo largo de todo el canal, muy fáciles de fabricar. La mano de obra y materiales son de fácil acceso local y baratos; sin embargo, ocupan grandes extensiones de terreno y requieren de mantenimiento constante.

El planteamiento del problema es el siguiente; se tienen cinco etapas por las cuales hay que pasar (datos obtenidos de expertos en el tema).

Costo por m<sup>2</sup> de destilador (en pesos).

	mejor de los casos	peor de los casos	
terreno	\$300	\$3,000	Se puede encontrar terreno muy barato (cima de un cerro), o muy caro (zona turística).
moldes	\$500	\$1,000	Un molde sirve para 20 canales. El costo es de \$30,000. Cada molde para 1.7 m <sup>2</sup> .
materiales	\$10,000	\$30,000	Costo de cemento, arena residuos y aditivos.
suministro de agua de mar	\$5,000	\$20,000	Costo de bomba, pozo, etc. aproximadamente

\$6'000,000 para 300 m<sup>2</sup>

administración \$5,000

\$15,000

Operación y manejo.

Ahora, si el aparato hay que reconstruirlo cada 5 años y genera 4 lt/m<sup>2</sup> durante 300 días/año resulta que la producción es:

$$(5 \text{ años}) (300 \text{ días/año}) (4 \text{ lt/m}^2) = 6,000 \text{ lts.}$$

Así los costos por m<sup>2</sup> se vuelven (en \$/lt producido):

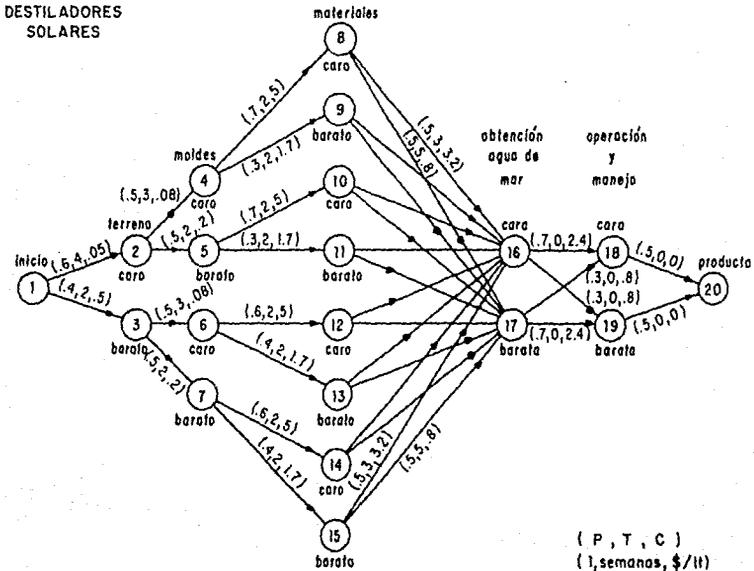


Fig.23.-Arbol de decisión correspondiente al ejemplo 2.

	mejor de los casos	peor de los casos
terreno:	0.05	0.5
moldes:	0.08	0.2
materiales:	1.7	5.0
suministro		
agua de mar:	0.8	3.2
administración:	0.8	2.4

Para resolver la red se alimentan los datos al programa y se obtienen los siguientes resultados:

Ordenados por probabilidad:

ruta	prob.	tiempo	costo	nodos
1	.037	12	10.73	1 2 4 8 16 18 20
3	.037	11	10.85	1 2 5 10 16 18 20
9	.037	14	8.33	1 2 4 8 17 18 20
11	.037	13	8.45	1 2 5 10 17 18 20
2	.021	10	11.18	1 3 6 12 16 18 20.

Tiempo:

4	.021	9	11.3	1 3 7 14 16 18 20
8	.014	9	8	1 3 7 15 16 18 20
17	.006	9	6.4	1 3 7 15 16 19 20
20	.009	9	9.7	1 3 7 14 16 19 20
2	.021	10	11.18	1 3 6 12 16 18 20.

Costo:

29	.007	14	3.43	1 2 4 9 17 19 20
----	------	----	------	------------------

25	.007	13	3.55	1 2 5 11 17 19 20
21	.006	12	3.88	1 3 6 13 17 19 20
18	.006	11	4.0	1 3 7 15 17 19 20
10	.016	14	5.3	1 2 4 9 17 18 20

Similar al análisis requerido para el ejemplo anterior se concluyó que la ruta más adecuada es la número 8. En este ejemplo el propósito principal es hacer una comparación entre dos opciones tecnológicas opuestas. Así, el resultado obtenido nos indica la combinación de alternativas más adecuada tomando en cuenta los tres parámetros estudiados; es decir, se tendrá que buscar un terreno de los más baratos, así como moldes y materiales de fácil y barato acceso, aunque, si se pretende óptima calidad en la obtención del agua y su manejo, la consecuencia se reflejará en altos costos.

Consecuentemente, se intentarán mejorar estas condiciones por medio de un reanálisis de valores con los expertos en el tema para incrementar la probabilidad de esta opción. Es claro también, que posiblemente en el lugar ideal para colocar los destiladores no se cuente con materiales baratos y de fácil acceso, o que ya se cuente con la infraestructura para proporcionar agua destilada a la población; dependerá de las características particulares del sistema.

#### 4.3. Cómo utilizar el programa.

El programa está escrito en PASCAL version 2, y permite calcular la probabilidad, tiempo y costo equivalentes de una red dada, que represente un sistema. Puede resolver cadenas serie, paralelo, lazo tipo 1 y 2 que fueron descritos en los capítulos anteriores.

##### 4.3.1. Entrada de datos.

En el menú original se presentan cinco opciones a escoger por el usuario para la entrada de datos:

###### 1.-Explicaciones.

En esta sección aparece una pequeña explicación de lo que resuelve el programa y los lineamientos básicos del mismo. Básicamente se plantea lo mismo que en las secciones posteriores.

###### 2.-Crear archivo nuevo.

Si es la primera vez que se va a utilizar el programa, esta opción permite guardar en un archivo (al cuál tendremos que nombrar) los datos de la red con la que se va a trabajar. Posteriormente pedirá:

- a)nodo origen
- b)nodo destino
- c)probabilidad
- d)tiempo
- e)costo

es MUY IMPORTANTE que los nodos origen se alimenten en orden

ASCENDENTE. Si se presenta una cadena lazo 1 tendrá que ser primero la rama que se repite, después la rama adyacente en el orden que le corresponda según el nodo origen (con sus dos ramas), si hay repeticiones (cadena paralelo) es indistinto cual sea primero y cual después, si se repite el nodo origen y el nodo destino es diferente, tendrá que alimentarse primero la rama con nodo destino menor y después la rama con nodo destino mayor. Ahora en el lazo 2 será igual que la cadena paralelo.

ejemplo:

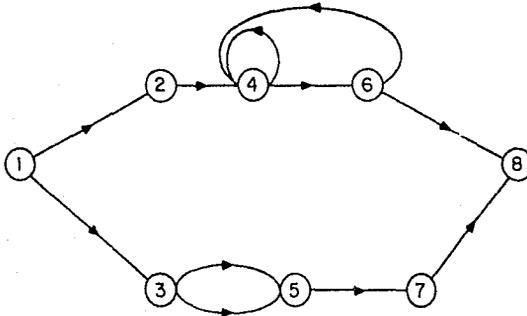


Fig.24.-Red para ejemplificar la entrada de datos.

Secuencia de alimentación adecuada:

	nodo origen	nodo destino	probabilidad	tiempo	costo
1)	1	2			
2)	1	3			
3)	2	4			
4)	3	5			
5)	3	5	(valores correspondientes)		

6)	4	4
7)	4	6
8)	5	7
9)	6	4
10)	6	8
11)	7	8

### 3.-Cargar archivo ya creado.

Una vez creado y guardado un archivo de datos, éste se puede cargar al programa con el nombre que originalmente se le designó, sin olvidar la extensión si es que tiene.

### 4.-Leer archivo.

Se tiene la opción de leer los elementos de cada rama en un archivo de datos, previamente creado. Es necesario proporcionar el nombre de dicho archivo

### 5.-Modificar archivo.

Se podrá modificar cualquier parámetro de cualquier rama. Para iniciar pide el nombre del archivo, después muestra uno a uno los parámetros de las ramas del árbol. Con el número de opción que presenta se podrá hacer la modificación:

- 1.-cambiar nodo origen
- 2.-cambiar nodo destino
- 3.-cambiar probabilidad
- 4.-cambiar tiempo
- 5.-cambiar costo.

Se escogerá una de ellas y se proporcionará el nuevo valor.

Esta secuencia se repetirá hasta que el usuario desee salir de la quinta opción.

#### 6.-Salir.

Con esta opción se termina cualquier secuencia o cálculo que se haya hecho con GERT, habiendo obtenido un resultado satisfactorio.

#### 4.3.2. Obtención de resultados.

Posteriormente aparecen tres opciones que son las siguientes:

1.-Si quieres correr el archivo escribe 1.

Oprimiendo "1" el programa empezará a calcular los equivalentes de la red que previamente fue alimentada y le siguen una serie de opciones:

¿Quieres conocer las rutas que resuelven tu red?(s/n)

Si es la primera vez que se corre el archivo de datos, se recomienda dar la opción "n" ya que si existen muchos caminos se presentarán uno por uno. Y aún no se conoce el resultado más adecuado según las necesidades del usuario para estudiarlos detalladamente.

Oprimiendo "s":presentará un enunciado para cada ruta que dice: "A continuación se presentan cada una de las rutas para llegar del nodo inicial al nodo final", después aparecen las opciones iguales a la elección de "n".

Oprimiendo "n":aparece otra pantalla que dice:

Si quieres correr el archivo escribe => 1

Regresar al menú principal escribe => 2

Para salir escribe

=> 3

Al dar la primera opción aparece lo siguiente:

¿Quieres ver los resultados de todas las rutas?(s/n)

(al igual que la opción anterior ,si es la primera vez que se trabaja con un archivo se recomienda dar la opción "n")

Eligiendo "s":aparece "Los resultados de cada ruta se presentan a continuación", y presenta los resultados de cada ruta, posteriormente se presentan los resultados con el siguiente enunciado, igual al de la opción "n".

"n": "Ya tengo los resultados. Respecto a que parámetro los quieres ordenar", da a escoger los tres parámetros. Después escribe: "Hay \_\_\_ rutas que resuelven tu red. ¿Cuántas quieres analizar?", y finalmente escribe las rutas ordenadas respecto al parámetro elegido.

2.-Para regresar al menú principal escribe 2

En esta opción regresa al menú principal descrito anteriormente

3.-Para salir escribe 3

Así es posible salir del programa.

Posteriormente viene el análisis de sensibilidad dónde estudiando los resultados que arroja el programa, seguirá la etapa de modificar valores del árbol y obteniendo diferentes cifras de donde se elegirá la mejor ruta, de acuerdo a las necesidades, juicios o preferencias de los decisores.

#### 4.4. Listado del programa.

Program GERT (input, output);

```
*****  
* Este programa resuelve árboles de decisión. *  
* Tesis profesional: Análisis de riesgo financiero en *  
* proyectos de inversión. *  
* Realizado por: Ruby García-Oláez Borrás. *  
* Las instrucciones para su uso son parte del capítulo 4 *  
*****
```

Type

```
ent = array[1..100,1..2] of integer;  
re = array[1..100,1..2] of real;  
tres= array[0..3] of real;  
prod= array[1..100] of tres;  
cadena = string[12];  
rail = array[1..100,1..100] of integer;
```

Var

```
a,  
i,  
j,  
k,  
r,  
tip,  
encuentro,  
plop2,  
flop2,  
opcion,  
flag :integer;  
prob,  
time,  
cost,  
guarda0,  
guarda1,  
guarda2,  
guarda3 :real;  
ou,  
lle :ent;  
p,  
s1,  
s2 :re;  
mul,  
orden :prod;  
ruta :rail;  
ji,ja :string[1];  
  
{ $I GET.OFF }
```

```

Procedure datos (var i           :integer;
                 var lle,ou      :ent;
                 var p,s1,s2     :re; var opcion  :integer);

```

```

Type
  datos = record nodo_fuente  :integer;
              nodo_destino   :integer;
              valor1         : real;
              valor2         : real;
              valor3         : real;
            end (* record datos *);

```

```

Var
  archivodedatos,
  archivotransa  :file of datos;
  registrodatos :datos;
  nombre,
  name,
  nom           :cadena;

```

```

Begin (*datos*)
  CLRSCR;
  writeln;
  writeln;
  writeln('           Este programa simula y resuelve redes
                estocásticas contres parámetros.Si no sabes
                como empezar te recomiendo que escojas la
                opción de explicaciones. ! SUERTE!');
  gotoxy(15,12);
  writeln('Hay 5 opciones a seguir, teclea el número de
                opción');
  gotoxy(20,13);
  writeln('que deseas seguir');
  writeln('           1.- explicaciones');
  writeln('           2.- crear archivo nuevo');
  writeln('           3.- cargar archivo ya creado');
  writeln('           4.- leer archivo');
  writeln('           5.- modificar archivo ');
  writeln('           6.- salir');
  gotoxy(20,20);
  write('opción => ');
  readln(opcion);
  if (opcion<=6) and (opcion>=1) then
  case opcion of
    1 : begin
          clrscr;
          EXPLICA;
        end;
    2 : begin

```

```

clrscr;
CREAARCH(nombre);
assign(archivodedatos,nombre);
($I-)
reset(archivodedatos);
($I+)
i:=0;
while not eof(archivodedatos) do
begin
  read(archivodedatos,registrodedatos);
  with registrodedatos do
  begin
    i:=i+1;
    lle[i,1]:=nodo_fuente;
    ou[i,1]:=nodo_destino;
    p[i,1]:=valor1;
    s1[i,1]:=valor2;
    s2[i,1]:=valor3;
  end
end;(* while *)
close(archivodedatos);
end;
3 : begin (* 3 *)
clrscr;
writeln; writeln;
writeln(' Opción elegida ... 3   Cargar archivo ya
        creado');
gotoxy(13,20);
writeln('nombre del archivo de datos a cargar =>')
gotoxy(54,23);
readln(nombre);
assign(archivodedatos,nombre);
($I-)
reset(archivodedatos);
($I+)
if IOResult <>0 then
begin
  opcion:=99;
  gotoxy(13,12);
  writeln('no se encontro el archivo con el nombre
        :',nombre);
  writeln;
  writeln;
end
else
begin
  i:=0;
  while not eof(archivodedatos) do
  begin
    read(archivodedatos,registrodedatos);
    with registrodedatos do

```

```

begin
    i:=i+1;
    lle[i,1]:=nodo_fuente;
    ou[i,1]:=nodo_destino;
    p[i,1]:=valor1;
    s1[i,1]:=valor2;
    s2[i,1]:=valor3;
end
end>(* while *)
close(archivodedatos);
end;
end (* 3 *);
4 : begin (* 4 *)
clrscr;
encontro:=1;
LEEDAT(nom,encontro);
if encontro<>0 then
begin
assign(archivodedatos,nom);
{$I-}
reset(archivodedatos);
{$I+}
i:=0;
while not eof(archivodedatos) do
begin
read(archivodedatos,registrodedatos);
with registrodedatos do
begin
i:=i+1;
lle[i,1]:=nodo_fuente;
ou[i,1]:=nodo_destino;
p[i,1]:=valor1;
s1[i,1]:=valor2;
s2[i,1]:=valor3;
end
end>(* while *)
close(archivodedatos);
end;
end(* 4 *);
5 : begin (* 5 *)
encontro:=1;
MODIFICA(name,encontro);
if encontro<>0 then
begin
assign(archivodedatos,name);
rewrite(archivodedatos);
assign(archivotransa,'transa.dat');
{$I-}
reset(archivotransa);
{$I+}
i:=0;

```

```

while not eof(archivotransa) do
begin
  read(archivotransa,registrodedatos);
  with registrodedatos do
  begin
    i:=i+1;
    lle[i,1]:=nodo_fuente;
    ou[i,1]:=nodo_destino;
    p[i,1]:=valor1;
    s1[i,1]:=valor2;
    s2[i,1]:=valor3;
  end;
  write(archivodedatos,registrodedatos);
end;(* while *)
close(archivotransa);
close(archivodedatos);
end;
end; (* 5 *)
end (* case *)
else opcion:=99;
end (* datos *);

```

```

Procedure arbol (var i:      integer;
                 var lle, ou:  ent;
                 var p,s1,s2: re;
                 var r:      integer;
                 var ruta:   rail  );

```

```

Type
  rails=array[1..100,1..100] of integer;

```

```

Var
  a,
  b,
  c,
  d,
  j,
  k,
  m,
  x,
  guarda : integer;
  lleinv,
  ouinv  : ent;
  camino : rails;
  pasa   : boolean;

```

```

Begin (* arbol *)
  r:=2; ji:=' ';
  for a:=1 to 100do
    for b:=1 to 100 do

```

```

camino[a,b]:=0;

for c:=1 to i-1 do
begin(* for c *)
camino[c,c]:=c;
j:=c; k:=c+1; m:=c;
repeat
if (ou[j,1]=lle[k,1]) or ((ou[j,1]<lle[j,1]) and
(lle[j,1]=lle[k,1])) then
begin
m:=m+1;
camino[c,m]:=k;
repeat
if (lle[k,1]=lle[k+1,1]) and
(ou[k,1]=ou[k+1,1]) then
begin
m:=m+1;
k:=k+1;
camino[c,m]:=k;
end
until (lle[k,1]<>lle[k+1,1]) or
(ou[k,1]<>ou[k+1,1]);
if lle[k,1]<>ou[k,1] then j:=k;
end;
k:=k+1;
until k= i+1;

if c>1 then
begin
a:=c; d:=c;
repeat
if (lle[d,1]=ou[a-1,1]) or ((lle[d,1]=lle[a-1,1])
and(ou[d,1]=ou[a-1,1])) then
begin
camino[c,a-1]:=a-1;
d:=a-1;
end;
a:=a-1
until a=1
end;

if c=1 then
begin
clrscr;
gotoxy(23,15);
writeln('Quieres conocer las rutas que
resuelven');
gotoxy(24,18);
write('la red (s/n) ? .... ');
readln(ji);
if (ji='s') or (ji='S') then

```

```

begin(* ji *)
clrscr;
writeln; writeln; writeln;
writeln('          A continuacion se presentan
          cada una de las');
writeln('          rutas para llegar del nodo
          inicial al nodo');
writeln('                                final');
writeln;
writeln;
writeln('ruta 1 ');
writeln('          origen          destino');
for k:=1 to m do
begin
ruta[c,k]:=camino[c,k];
a:=ruta[c,k];
writeln('          ',ruta[c,k], '          ',lle[a,1], '
          ',ou[a,1]);
end;
writeln('          Presiona cualquier tecla para');
writeln('          continuar');
repeat until keypressed;
end(* ji *)
else
for k:=1 to m do
ruta[c,k]:=camino[c,k];
end
else
begin
b:=0; k:=0;
repeat
k:=k+1;
if camino[c,k]=0 then
begin
if camino[c,k+1]<>0 then
if b=0 then
begin
for j:=k+1 to m do
camino[c,j-1]:=camino[c,j];
camino[c,m]:=0;
end
else
begin
for j:=k+1 to m do
begin
camino[c,b]:=camino[c,j];
b:=b+1;
end;
for j:=b to m do camino[c,j]:=0;
b:=0; k:=1;
end
end
end

```

```

        else
            if b=0 then b:=k;
        end
    until k=m;
end;

if c>=2 then
begin
    pasa:=true;
    for j:=c downto 2 do
    begin
        a:=0; k:=0;
        repeat
            k:=k+1;
            if camino[c,k]<>camino[j-1,k] then
                a:=a+1;
            until (camino[j-1,k]=0) or
                (camino[c,k]=0);
            if a = 0 then pasa:=false;
        end;
    if pasa=true then
    begin
        if (ji='s') or (ji='S') then
        begin(* ji *)
            clrscr;
            writeln; writeln; writeln;
            writeln('    A continuacion se presenta
                cada una de las');
            writeln('    rutas para llegar del nodo
                inicial al');
            writeln('                nodo final');
            writeln; writeln;
            writeln('                ruta ',r);
            writeln;
            writeln('                origen    destino');
            writeln;
            for b:=1 to m do
            begin
                ruta[r,b]:=camino[c,b];
                a:=ruta[r,b];
                if a>0 then
                    writeln(ruta[r,b],',',lle[a,1],
                        ',ou[a,1]);
            end;
            writeln('Presiona cualquier tecla para');
            writeln('    continuar');
            repeat until keypressed;
            r:=r+1;
        end(* ji *)
    else
    begin

```

```

        for b:=1 to m do
            ruta[r,b]:=camino[c,b];
            r:=r+1;
            end;
        end;
    end;(* for c *)

for a:=1 to 100 do
    for b:=1 to 100 do
        camino[a,b]:=0;

a:=0; m:=0;
for b:=i-1 downto 1 do
    begin
        a:=a+1;
        lleinv[a,1]:=lle[b,1];
        ouinv[a,1]:=ou[b,1];
    end;

(* A L R E V E Z *)
for c:=1 to i-1 do
    begin
        camino[c,c]:=c;
        j:=c; k:=c+1; m:=c;
        repeat
            if (lleinv[j,1]=ouinv[k,1]) or
                ((ou[j,1]<lle[j,1]) and (lle[j,1]=lle[k,1])) then
                begin
                    m:=m+1;
                    camino[c,m]:=k;
                    repeat
                        if (lleinv[k,1]=lleinv[k+1,1]) and
                            (ouinv[k,1]=ouinv[k+1,1]) then
                            begin
                                m:=m+1;
                                k:=k+1;
                                camino[c,m]:=k;
                            end
                        until (lleinv[k,1]<>lleinv[k+1,1]) or
                            (ouinv[k,1]<>ouinv[k+1,1]);
                        if lleinv[k,1]<>ouinv[k,1] then j:=k;
                    end;
                    k:=k+1;
                until k= i+1;

            if c>1 then
                begin
                    a:=1; d:=c;
                    repeat
                        if(ouinv[d,1]=lleinv[a,1])or

```

```

        ((lle[d,1]=lle[a-1,1])
        and(ou[d,1]=ou[a-1,1]))then
    begin
        camino[c,a]:=a;
        d:=a;
    end;
    if a=d then a:=1 else a:=a+1;
    until ouinv[d,1]=ou[i-1,1]
end;

if c>1 then
begin
b:=0; k:=0;
repeat
    k:=k+1;
    if camino[c,k]=0 then
    begin
        if camino[c,k+1]<>0 then
        if b=0 then
        begin
            for j:=k+1 to m do
                camino[c,j-1]:=camino[c,j];
            camino[c,m]:=0;
        end
        else
        begin
            for j:=k+1 to m do
                begin
                    camino[c,b]:=camino[c,j];
                    b:=b+1;
                end;
            for j:=b to m do camino[c,j]:=0;
            b:=0; k:=1;
        end
        else
            if b=0 then b:=k;
        end
    until k=m;
end;
x:=0;
for k:=1 to m do
    if camino[c,k]<>0 then x:=x+1;
m:=x;

for j:=1 to m do
begin
    a:=camino[c,j];
    for k:=1 to i do
        if (lleinv[a,1]=lle[k,1]) and
            (ouinv[a,1]=ou[k,1]) then
            camino[c,j]:=k;
    end;
end;

```

```

end;
x:=0;
repeat
  x:=x+1;
  for k:=1 to m-1 do
    if camino[c,k]>camino[c,k+1] then
      begin
        guarda:=camino[c,k];
        camino[c,k]:=camino[c,k+1];
        camino[c,k+1]:=guarda;
      end;
until x=m;

pasa:=true;
for a:=1 to r do
  begin
    x:=0;
    for b:=1 to m do
      if ruta[a,b]<>camino[c,b] then x:=x+1;
      if x=0 then pasa:=false;
    end;

if pasa=true then
begin
  if (ji='s') or (ji='S') then
  begin(* ji *)
    clrscr;
    writeln; writeln; writeln;
    writeln('A continuacion se presenta una de las');
    writeln('rutas para llegar del nodo inicial al');
    writeln('          nodo final');
    writeln;writeln;
    writeln('          ruta ',r);
    writeln;
    writeln('          origen      destino');
    writeln;
    for b:=1 to m do
      begin
        ruta[r,b]:=camino[c,b];
        a:=ruta[r,b];
        writeln(' ',ruta[r,b],',',lle[a,1],',',ou[a,1]);
      end;
    r:=r+1;
    writeln('Presiona cualquier tecla para');
    writeln('          continuar');
    repeat until keypressed;
  end(* ji *)
else
  begin
    for b:=1 to m do

```

```

        ruta[r,b]:=camino[c,b];
        r:=r+1;
    end;
end;
end; (* for c *)
r:=r-1;
end; (* arbol *)

Procedure serie( var a,i : integer;
                 var lle,ou: ent;
                 var p,s1,s2: re );

Var
    j,
    k: integer;

begin (*serie*)
    for j:= a to (i-1) do
        if lle[j,2] <> lle[j+1,2] then
            if lle[j+1,2] <> lle[j+2,2] then
                if (lle[j,2] <> lle[j-1,2]) or
                    ((lle[j,2]=0) and (lle[j-1,2]=0)) then
                    for k:= 1 to (i-1) do
                        if lle[j+1,2] = ou[k,2] then
                            if lle[j+1,2] <> ou[k+1,2] then
                                if ou[k,2] <> ou[k+1,2] then
                                    if k < (j+1) then
                                        begin
                                            p[k,2]:=p[k,2] * p[j+1,2];
                                            s1[k,2]:=s1[k,2] + s1[j+1,2];
                                            s2[k,2]:=s2[k,2] + s2[j+1,2];
                                            ou[k,2]:=ou[j+1,2];
                                            lle[j+1,2]:=0;
                                            ou[j+1,2]:=0;
                                            p[j+1,2]:=0;
                                            s1[j+1,2]:=0;
                                            s2[j+1,2]:=0;
                                        end
                                    else
                                        begin
                                            p[j+1,2]:=p[j+1,2] * p[k,2];
                                            s1[j+1,2]:=s1[j+1,2] + s1[k,2];
                                            s2[j+1,2]:=s2[j+1,2] + s2[k,2];
                                            ou[j+1,2]:=ou[k,2];
                                            lle[k,2]:=0;
                                            ou[k,2]:=0;
                                            p[k,2]:=0;
                                            s1[k,2]:=0;
                                            s2[k,2]:=0;
                                        end;
                                    end;
                                end;
                            end;
                        end;
                    end;
                end;
            end;
        end;
    end;
end(* serie *);

```

```

Procedure paralelo (var plop2,i: integer;
                   var lle,ou: ent;
                   var p,s1,s2: re );

```

```

Var

```

```

j,
pri,
cont,
aux,
a,
m,
n,
c :integer;

```

```

begin (*paralelo*)
pri:=0 ; aux:=0; cont:=0; a:=0; m:=0;
for j:=plop2 to i do
  if lle[j,2]=lle[j+1,2] then
    begin
      if ou[j,2]=ou[j+1,2] then
        if lle[j+1,2] <> 0 then
          begin
            pri:=pri+1;
            if pri=1 then
              aux:=j;
            if (pri>1) or
              (lle[j+2,2]<>lle[aux,2]) then
              cont:=j+1;
          end;
        end
      else
        begin
          if (aux<>0) and (cont<>0) then
            for pri:=1 to 2 do
              begin
                if (ou[aux-1,2]=lle[aux,2])and
                  (lle[aux-1,2]<>lle[aux-2,2])then
                  begin
                    a:=aux-1;
                    m:=lle[a,2];
                  end
                else
                  if (lle[cont+1,2]=ou[cont,2])and
                    (lle[cont+1,2]<>lle[cont+2,2]) then
                    begin
                      a:=cont+1;
                      n:=ou[a,2];
                    end
                end
              end
            end
          end
        end
      end
    end
  end
end

```

```

        if m=0 then m:=lle[aux,2];
        end
        else
            n:=ou[cont,2];

if a<>0 then
begin
    for c:= aux to cont do
        begin
            p[c,2]:=p[c,2] * p[a,2];
            s1[c,2]:=s1[c,2] + s1[a,2];
            s2[c,2]:=s2[c,2] + s2[a,2];
        end;
        lle[a,2]:=0;
        ou[a,2]:=0;
        p[a,2]:=0;
        s1[a,2]:=0;
        s2[a,2]:=0; a:=0;
    end;
end;

for c:= aux to cont do
begin
    lle[c,2]:=m;
    ou[c,2]:=n;
end;

pri:=0;
end;
end; (* paralelo *)

Procedure resul (var a,i                : integer;
                 var lle,ou              : ent;
                 var p,s1,s2            : re;
                 var mul                  : prod;
                 var tip,plop2,flop2,flag : integer);

Var
    b,
    d,
    j,
    k,
    aux,
    pri,
    cero,
    zero,
    cont,
    auxi,
    conta: integer;

```

```

begin(*result*)
aux:=0;cont:=0;auxi:=0;conta:=0;pri:=0;cero:=0;zero:=0;
repeat
  if conta=0 then k:=a
  else
  begin
    k:=conta+1; aux:=0;
    cont:=0; auxi:=0; cero:=0;
    pri:=0; zero:=0;
  end;
  for j:=k to (i-1) do
  begin
    if (lle[j,2]=lle[j+1,2]) and (lle[j,2]<>0) then
    begin
      pri:=pri+1;
      if pri=1 then
        aux:=j;
      if (pri>1) or (lle[j+2,2]<>lle[aux,2]) then
        if lle[j,2]=lle[aux,2] then
          cont:=j+1;
    end;
  end;
  if cont<>0 then
    if conta=0 then plop2:=lle[aux,2]
    else conta:=0;
  pri:=0;
  if cont=0 then cero:=1
  else
    for k:= cont+1 to i do
      if lle[k,2]<>0 then cero:=cero+1;
  if cero<>0 then
  begin
    for j:=(cont+1) to (i-1) do
      if (lle[j,2]=lle[j+1,2]) and (lle[j,2]<>0) then
      begin
        pri:=pri+1;
        if pri=1 then
          auxi:=j;
        if (pri>1) or (lle[j+2,2]<>lle[auxi,2]) then
          if lle[j,2]=lle[auxi,2] then
            conta:=j+1;
      end;
    if aux<>0 then
    for b:=aux to cont do
      for d:=auxi to conta do
      begin
        tip:=tip + 1;
        mul[tip,1]:=p[b,2]*p[d,2];
        mul[tip,2]:=s1[b,2]+s1[d,2];
        mul[tip,3]:=s2[b,2]+s2[d,2];

```

```

        end;
        for k:=conta+1 to i do
            if lle[k,2]<>0 then zero:=zero+1;
        end
    else
        if cero=0 then
            if aux<0 then
                for b:=aux to cont do
                    begin
                        tip:=tip+1;
                        writeln('&&& tip ',tip);
                        mul[tip,1]:=p[b,2];
                        mul[tip,2]:=s1[b,2];
                        mul[tip,3]:=s2[b,2];
                    end;
                end;
            if (cero=1) or (zero=1) then
                for j:=1 to i-1 do
                    if lle[j,2]<>0 then
                        begin
                            mul[1,1]:=p[j,2];
                            mul[1,2]:=s1[j,2];
                            mul[1,3]:=s2[j,2];
                            if (cont=0) and (flag=1) then tip:=0
                            else tip:=1;
                            cero:=0;
                        end;
                    until (zero=0) or (cero=0);
                end;
            if cont<>0 then
                if conta>cont then flop2:=ou[conta,2]
                else flop2:=ou[cont,2];
            flag:=0;
        end; (* resul *)

```

```

Procedure loop (var a,i:           integer;
                var lle,ou:        ent;
                var p,s1,s2:       re      );

```

```

Var
    fin,
    b,
    c,
    j  : integer;
    d  : real;
begin (* loop *)

```

```

(* ..... LOOP 1 .....*)
for j:=1 to (i-1) do
begin
  if (lle[j,2]=ou[j,2]) and (lle[j,2]<> 0) then
  begin
    if ( lle[j+1,2]=lle[j,2] ) and
      ( ou[j+1,2] > ou[j,2] ) then
    begin
      d:=(1-p[j,2])*(1-p[j,2]);
      s1[j+1,2]:=((p[j+1,2]*s1[j+1,2])-
        (p[j+1,2]*p[j,2]*s1[j+1,2]))+
        (p[j+1,2]*p[j,2]*s1[j,2]))/d;
      s2[j+1,2]:=((p[j+1,2]*s2[j+1,2])-
        (p[j+1,2]*p[j,2]*s2[j+1,2]))+
        (p[j+1,2]*p[j,2]*s2[j,2]))/d;
      p[j+1,2]:=p[j+1,2] / (1-p[j,2]);
      lle[j,2]:=0;
      ou[j,2]:=0;
      p[j,2]:=0;
      s1[j,2]:=0;
      s2[j,2]:=0;
    end;
  end;
end;
end;
(* ..... LOOP 2 ..... *)
for j:=1 to (i-1) do
  if ou[j,2] < lle[j,2] then
  repeat
    a:=a+1;
    if lle[a,2]=ou[j,2] then
    begin
      fin:=j;
      serie(a,fin,lle,ou,p,s1,s2);
      writeln('serie');
      for b:=1 to i-1 do
        writeln(lle[b,2],ou[b,2],
          p[b,2],s1[b,2],s2[b,2]);
      paralelo(a,fin,lle,ou,p,s1,s2);
      writeln('paralelo ');
      for b:=1 to i-1 do
        writeln(lle[b,2],ou[b,2],
          p[b,2],s1[b,2],s2[b,2]);
      plop2:=0; flop2:=0; flag:=1;
      resul(a,fin,lle,ou,p,s1,s2,mul,
        tip,plop2,flop2,flag);
      writeln('resul');
      if plop2<>0 then
      begin
        lle[a,2]:=plop2;
        ou[a,2]:=flop2;
        p[a,2]:=0;
      end;
    end;
  until ou[j,2] < lle[j,2];
end;

```

```

        s1[a,2]:=0;
        s2[a,2]:=0;
        writeln('a ',a);
    end;
    writeln(tip,' tip');
    if tip<>0 then
    for b:=1 to tip do
    begin
        p[a,2]:=p[a,2]+mul[b,1];
        s1[a,2]:=s1[a,2]+(mul[b,1]*mul[b,2]);
        s2[a,2]:=s2[a,2]+(mul[b,1]*mul[b,3]);
        writeln('p[a,2] ',p[a,2],
                's1[a,2]',s1[a,2]);
    end;

    if lle[j,2]=lle[j+1,2] then
    begin
        c:=j+1;
        ou[a,2]:=ou[j+1,2];
    end;
    d:=1-(p[c,2]*p[j,2]);writeln('d ',d);
    p[a,2]:=(p[a,2]*p[c,2])/d;
    writeln('p[a,2] ',p[a,2]);
    s1[a,2]:=p[a,2]*(s1[a,2]+s1[c,2]-1);
    writeln('s1[a,2] ',s1[a,2]);
    s2[a,2]:=p[a,2]*(s2[a,2]+s2[c,2]-1);

    for b:=(a+1) to (fin+1) do
    begin
        lle[b,2]:=0;
        ou[b,2]:=0;
        p[b,2]:=0;
        s1[b,2]:=0;
        s2[b,2]:=0;
    end;
    for b:=1 to i-1 do
        writeln(lle[b,2],ou[b,2],
                p[b,2],s1[b,2],s2[b,2]);
    end;
    until a=j-1;
    a:=0;
end(* loop *);

Begin (* * programa principal * *)

repeat (* p.p. *)
    prob:=0; time:=0; cost:=0; tip:=0;
    encontro:=0; opcion:=0; plop2:=0; flop2:=0;
    for k:= 1 to 100 do
        for a:=1 to 100 do
            ruta[a,k]:=0;

```

```

k:=0;
datos(i,lle,ou,p,s1,s2,opcion);
if opcion<>99 then
begin
  if (opcion <>1) and (opcion<>6) then
  begin
    arbol(i,lle,ou,p,s1,s2,r,ruta);
    writeln;
    writeln;
    writeln('Si quieres correr el archivo
              escribir => 1');
    writeln('regresar al menú principal
              escribe => 2');
    writeln('para salir escribe => 3');
    writeln;
    write('              decisión => ');
    readln(encontro);
    if encontro=2 then
    begin
      datos(i,lle,ou,p,s1,s2,opcion);
      if (opcion<>1) and (opcion<>6) then
        encontro:=1;
    end;
  end
else
begin
  if opcion=1 then
  begin
    datos(i,lle,ou,p,s1,s2,opcion);
    if (opcion<>1) and (opcion<>6) then
      encontro:=1;
  end;
  if opcion=6 then
  begin
    writeln; writeln;
    writeln('              !!!!! BYE !!!!!');
  end;
end;
end
else
  if opcion=99 then encontro:=0;
  (* opcion 99 *)

if encontro=1 then
begin
  clrscr;ja:=' ';gotoxy(23,15);
  writeln('Quieres ver el resultado de todas');
  gotoxy(24,18);
  write( 'las rutas (s/n) ? ..... ');
  readln(ja);
  for opcion:=1 to r do

```

```

begin
  if (ja='s') or (ja='S') then
    begin(* ja *)
      clrscr;
      writeln; writeln;
      writeln('      Los resultados de cada ruta se
                presentan a ');
      writeln('                a continuacion ');
      writeln; writeln;
      writeln('ruta ',opcion);
    end>(* ja *)
    repeat
      k:=k+1;
      a:=ruta[opcion,k];
      lle[k,2]:=lle[a,1];
      ou[k,2]:=ou[a,1];
      p[k,2]:=p[a,1];
      s1[k,2]:=s1[a,1];
      s2[k,2]:=s2[a,1];
    until a=0;
    i:=k;
    loop(a,i,lle,ou,p,s1,s2);
    serie(a,i,lle,ou,p,s1,s2);
    paralelo(a,i,lle,ou,p,s1,s2);
    resul(a,i,lle,ou,p,s1,s2,mul,tip,
          plop2,flop2,flag);
    for j:=1 to tip do
      begin
        prob:=prob+mul[j,1];
        time:=time+(mul[j,1]*mul[j,2]);
        cost:=cost+(mul[j,1]*mul[j,3]);
      end;
    if prob=0 then
      begin
        writeln('Hay un error en tus datos');
        writeln;writeln;
        writeln('Presiona una tecla para cont.');
```

```

        repeat until keypressed;
        encontro:=0;
      end
    else
      begin
        time:=time/prob;
        cost:=cost/prob;
        orden[opcion,1]:=prob;
        orden[opcion,2]:=time;
        orden[opcion,3]:=cost;
        if (ja='s') or (ja='S') then
          begin (* ja *)
            writeln('probabilidad:      ',prob:6:3);
            writeln('tiempo:              ',time:6:3);
```

```

        writeln('costo:           ',cost:9:2);
        writeln;writeln;
        writeln('Para continuar presione cualquier
                tecla');
        repeat until keypressed;
        end; (* ja *)
    end;
    prob:=0; time:=0; cost:=0;

    for k:=1 to i+2 do
        begin
            lle[k,2]:=0;
            ou[k,2]:=0;
            p[k,2]:=0;
            s1[k,2]:=0;
            s2[k,2]:=0;
        end;
        k:=0;
    end (* for opcion *);
    end; (* if encontro=1 *)
if encontro=1 then
begin
    clrscr;writeln;writeln;writeln;
    writeln('          Ya tengo los resultados, ahora los voy a
            ordenar. ');
    writeln; writeln;
    writeln('          Respecto a que parámetro quieres
            ordenarlos? ');
    writeln; writeln;
    writeln('probabilidad de > a < ..... p');
    writeln('tiempo de < a > ..... t');
    writeln('costo de < a > ..... c');
    writeln;writeln;write('parámetro ? .... ');
    readln(ji);
    case ji of
        't':
            flop2:=2;
        'c':
            flop2:=3;
    end;

    k:=0;
    for j:=1 to r do orden[j,0]:=j;
    if (ji='c') or (ji='t') then
    repeat
        k:=k+1; plop2:=1;
        for j:=1 to r do
            begin
                if orden[j,flop2]>orden[j+1,flop2] then
                    begin
                        guarda0:=orden[j,0];

```

```

        guarda3:=orden[j,3];
        guarda2:=orden[j,2];
        guarda1:=orden[j,1];
        orden[j,0]:=orden[j+1,0];
        orden[j,3]:=orden[j+1,3];
        orden[j,2]:=orden[j+1,2];
        orden[j,1]:=orden[j+1,1];
        orden[j+1,0]:=guarda0;
        orden[j+1,3]:=guarda3;
        orden[j+1,2]:=guarda2;
        orden[j+1,1]:=guarda1;
    end;
end;
until k=r;
if ji='p' then
repeat
    k:=k+1; plop2:=1;
    for j:=1 to r do
        begin
            if orden[j,1]<orden[j+1,1] then
                begin
                    guarda0:=orden[j,0];
                    guarda3:=orden[j,3];
                    guarda2:=orden[j,2];
                    guarda1:=orden[j,1];
                    orden[j,0]:=orden[j+1,0];
                    orden[j,3]:=orden[j+1,3];
                    orden[j,2]:=orden[j+1,2];
                    orden[j,1]:=orden[j+1,1];
                    orden[j+1,0]:=guarda0;
                    orden[j+1,3]:=guarda3;
                    orden[j+1,2]:=guarda2;
                    orden[j+1,1]:=guarda1;
                end;
            end;
        until k=r;
        writeln ; writeln;
        writeln('          Hay ',r,' rutas que resuelven tu
                red');
        writeln;writeln;
        write('          Cuantas rutas quieres analizar => ');
        readln(a);
        if a>r then
            begin
                writeln;writeln;
                write('          Perdon ?? => ');
                readln(a);
            end;
        clrscr;
        writeln; writeln; writeln;
        writeln('          RUTAS ORDENADAS');

```

```

writeln;writeln;
writeln('ruta  probabilidad  tiempo  costo ');
writeln;
for k:=1 to a do
begin
  writeln(' ',orden[k,0]:3:0,' ',orden[k,1]:6:3,'
',orden[k,2]:6:3,' ',orden[k,3]:8:3);
  if (k=17) or (k=34) then
  begin
    writeln('
presiona una tecla para cont. ');
    repeat until keypressed;
  end;
end;
end;
writeln;
writeln;
writeln('Para regresar al menú principal escribe 1');
write('para salir escribe cualquier numero ..... ');
readln(j);
until j<>1; (* p.p. *)
writeln;
writeln;
writeln('
Ahora si ... BYE ! ')

end (* programa principal *).

```

Procedimientos llamados en el programa:

```

procedure CREAARCH(var nombre:cadena);
type
  datos = record
    nodo_fuente,
    nodo_destino :integer;
    valor1,
    valor2,
    valor3       :real;
  end;
var
  archivodedatos :file of datos;
  registrodedatos :datos;
  i,
  j,
  opcion         :integer;
  nuevo          :string[128];

begin
  clrscr;
  writeln; writeln;

```

```

writeln('Opción elegida ..... 2          Crear archivo
        nuevo');
gotoxy(13,20);
write('Nombre del archivo a ser creado => : ');
gotoxy(54,23);
readln(nombre);
assign(archivodedatos,nombre);
({$I-}
reset(archivodedatos);
({$I+}
if IOresult=0 then
  begin
    gotoxy(15,14);
    writeln('Ya existe un archivo con este nombre,
            marca:');
    writeln('          1 - si borras el anterior y
            escribes sobre el mismo');
    writeln('          2 - si cambias el nombre');
    gotoxy(13,20);
    gotoxy(20,20);
    write('opcion => ');
    readln(opcion);
    if opcion=2 then
      begin
        gotoxy(20,21);
        write('nombre nuevo => ');
        readln(nuevo);
        nombre:=nuevo;
      end;
    end;
assign(archivodedatos,nombre);
rewrite(archivodedatos);
writeln;
writeln;
writeln('en cuanto no haya mas datos registra (0) ');
writeln;
writeln;
with registrodedatos do
  begin
    i:=0;
    repeat
      i:=i+1;
      write('número del nodo fuente : ');
      readln(nodo_fuente);
      writeln;
      write('número del nodo destino : ');
      readln(nodo_destino);
      writeln;
      write('probabilidad ? ');
      readln(valor1);
      write('tiempo asociado ? ');

```

```

        readln(valor2);
        write('costo asociado ? ');
        readln(valor3);
        writeln;writeln;
        write(archivodedatos,registrodedatos);
        until nodo_fuente=0;
        end;
    close(archivodedatos);
end;

```

```

Procedure LEEDAT(var nom:cadena;
                 var encontro:integer );

```

```

Type
    datos = record
        nodo_fuente,
        nodo_destino :integer;
        valor1,
        valor2,
        valor3      : real;
    end (* record datos *);

```

```

Var
    archivodedatos :file of datos;
    registrodedatos:datos;
    j              :integer;

```

```

Begin (* lee datos *)
    writeln; writeln;
    writeln('Opción elegida ..... 4           Leer datos de
            archivo');
    gotoxy(13,20);
    writeln('Nombre del archivo a leer => ');
    gotoxy(54,23);
    readln(nom);
    assign(archivodedatos,nom);
    {$I-}
    reset(archivodedatos);
    {$I+}
    if IOresult <>0 then
        begin
            encontro:=0;
            gotoxy(15,14);
            writeln('No existe el archivo: ',nom);
            for j:=1 to 10000 do j:=j+1;
        end
    else
        begin
            clrscr;

```

```

        writeln;
        writeln('          Los datos son los
siguientes:');
        writeln;
        repeat
            read(archivodedatos,registrodedatos);
            writeln;
            with registrodedatos do
                begin
                    writeln;
                    writeln;
                    writeln('nodo fuente  ',nodo_fuente);
                    writeln('nodo destino  ',nodo_destino);
                    writeln('probabilidad ',valor1:4:3);
                    writeln('tiempo asociado ',valor2:6:3);
                    writeln('costo asociado ',valor3:6:3);
                    writeln;
                    writeln(,,'Presiona cualquier tecla para');
                    writeln('          continuar');
                    repeat(*nada*) until keypressed;
                end
            until eof(archivodedatos);
            close (archivodedatos);
        end;
end (* lee datos *);

```

Procedure EXPLICA;

```

begin
    clrscr;
    gotoxy(20,10);
    writeln('EXPLICACIONES');

    writeln('2.- Crear archivo nuevo');
    writeln('Para guardar en un archivo hay que alimentar
los datos de la red con la cual se va a trabajar,
se pedirán las características de cada rama.
Es MUY IMPORTANTE que los nodos origen y destino
se      alimentos      en      orden      ASCENDENTE.');
```

```

    writeln('3.- Cargar archivo ya creado')
    writeln('Solo hay que escribir el nombre del archivo sin
olvidar la extensión');
```

```

    writeln('4.- Leer archivo')
    writeln('Solo hay que escribir el nombre del archivo sin
olvidar la extensión');
```

```

    writeln('5.- Modificar archivo');
    writeln('Se podrá modificar cualquier parámetro de las

```

```

ramas del árbol con el que se está trabajando.');
```

```

writeln('6.-Salir');
writeln('Se podrá salir del programa GERT.');
```

```

gotoxy(15,16);
writeln('Para continuar presiona cualquier
        tecla');
```

```

repeat (*nada*) until keypressed; end;
```

```

Procedure MODIFICA(var name:cadena;
                  var encontro:integer  );
```

```

Type
```

```

  datos = record
    nodo_fuente,
    nodo_destino :integer;
    valor1,
    valor2,
    valor3       :real;
  end (* record datos *);
```

```

Var
```

```

  archivodedatos,
  archivotransa  :file of datos;
  registrodedatos:datos;
  answer,
  cambio         :string[1];
  j,
  resp           :integer;
```

```

Begin (* modifica *)
```

```

  clrscr;
  writeln; writeln;
  writeln('Opcion elegida ..... 5           Modificar datos de
        archivo');
```

```

  gotoxy(13,20);
  write('Nombre del archivo a modificar => ');
  gotoxy(52,23);
  readln(name);
  assign(archivodedatos,name);
  {$I-}
  reset(archivodedatos);
  {$I+}
  assign(archivotransa,'transa.dat');
  if IOresult <>0 then
    begin
      encontro:=0;
```

```

gotoxy(13,12);
writeln('No existe el archivo: ',name);
for j:=1 to 15000 do j:=j+1;
end
else
begin
rewrite(archivotransa);
writeln;
writeln('          Los datos son los siguientes:');
writeln;
while not eof (archivodedatos) do
begin
read(archivodedatos,registrodedatos);
writeln;
with registrodedatos do
begin
writeln('nodo fuente   ',nodo_fuente);
writeln('nodo destino  ',nodo_destino);
writeln('probabilidad:   ',valor1:4:3);
writeln('tiempo asociado: ',valor2:6:3);
writeln('costo asociado:  ',valor3:6:3);
writeln; writeln;
end;
write('Quieres hacer algun cambio ? => (s/n) ');
readln(answer);
if (answer='s') or (answer='S') then
begin
with registrodedatos do
repeat
writeln('Hay cinco opciones a cambiar)
writeln('      1.-nodo fuente');
writeln('      2.-nodo destino');
writeln('      3.-probabilidad');
writeln('      4.-tiempo');
writeln('      5.-costo');
writeln;
write(' opción => ');
readln(resp);
writeln;
case resp of
1:begin
write('dame el nodo fuente => ');
readln(nodo_fuente);
end;

2:begin
write('dame el nodo destino =>');
readln(nodo_destino);
end;

3:begin

```

```

        write('Dame la nueva probabilidad)
        readln(valor1);
        end;

    4:begin
        write('Dame el nuevo tiempo =>)
        readln(valor2);
        end;

    5:begin
        write('Dame el nuevo costo =>)
        readln(valor3);
        end;
    end;
    writeln;
    write('Quieres hacer otro cambio en este
    mismo lazo ? => (s/n) ');
    readln(cambio)
    until (cambio='n') or (cambio='N');
end;
write(archivotransa,registrodedatos);
end;
close (archivotransa);
close (archivodedatos);
end (* modifica *);

```

## **5. Conclusiones y recomendaciones.**

Actualmente existe una gran demanda de proyectos de tipo energético debido a la enorme necesidad mundial de disponer de diferentes fuentes de energía. Desafortunadamente, en este tipo de proyectos se ve involucrado el riesgo financiero, ya que se recurre a fuentes de energía no convencionales en las cuales la posibilidad de pérdida de la inversión es muy grande.

Para hacer un análisis de decisión se han considerado, a lo largo de este documento, diferentes técnicas estadísticas y probabilísticas que se pueden conjuntar en un método de análisis regido por ecuaciones, éstas tratan de definir las características del sistema representado en un árbol de decisión y sus atributos financieros. La solución de dichas ecuaciones, que representan el comportamiento del sistema, lleva finalmente a la determinación del riesgo desconocido.

El análisis de decisión tiene diferentes limitaciones. Algunas de ellas son descritas a continuación. Cabe mencionar que en algunos casos estas limitaciones no afectan de manera significativa en la toma de decisiones.

-Asumir que todas las opciones alternativas y consecuencias significantes pueden ser enumeradas.

-Asumir que el valor de la probabilidad y el significado de la utilidad sean asignados correctamente.

-Asumir que algunas consecuencias que conciernen al decisor puedan hacerse comparables o medibles por medio del análisis de utilidad.

-Asumir decisiones tomadas por decisores que manejen valores hipotéticos del mercado, que pueden contener información confusa, vaga o irreal. O cuestionar a decisores que toman decisiones en situaciones desconocidas o bien, que tienen poca o ninguna experiencia.

-Dificultad para controlar los errores y bases de juicio, por ejemplo, la tendencia de arquitectos a construir con márgenes de seguridad que ellos mismos asignen.

-Dificultad para coincidir entre expertos en asignar probabilidades.

-Dificultad para separar valores teóricos y valores de juicio.

-Asumir que los decisores están concientes de las limitaciones de su propio conocimiento en asignar probabilidades.

-Dificultad para obtener acceso a los decisores y a la asig-

nación de sus valores y preferencias.

-Asumir que los decisores están dispuestos a revelar públicamente sus riesgos, preferencias y valores de mercado.

-Controlar la posibilidad de que los decisores pueden presentar erróneamente su conocimiento y preferencias con o sin intención de: a) impresionar al analista, b) influenciar el resultado del estudio para su beneficio, subestimar o supraestimar su nivel de conocimientos proveyendo información inadecuada.

-Dejar de reconocer o controlar la posibilidad de que los decisores no están concientes de su responsabilidad.

Adicional a estas limitaciones, otras dificultades pueden ser mencionadas, que son a su vez, similares en toda clase de análisis formal y son una herramienta analítica para contrarrestar la toma de decisiones a priori.

Despreciando un poco estas dificultades y limitaciones, el análisis de decisión tiene diferentes y mayores ventajas.

Primero: ayuda de manera importante en decisiones complejas caracterizada por múltiples objetivos y altos grados de incertidumbre.

Segundo: representa y negocia valores de mercado complejos e incorpora prácticamente las preferencias en valores de las partes interesadas en el proceso de decisión.

Tercero: considera e integra sistemática, lógica y comprensivamente todos los factores y datos relevantes en una decisión.

Cuarto: enfoca aquellos temas los cuáles el decisor considera centrales en una decisión.

Quinto: esclarece las acepciones, juicios, preferencias y valores que involucran una decisión.

Sexto: aclara y defiende una decisión lógicamente.

Séptimo: facilita el diálogo entre las partes afectadas acerca de problemas de formulación, comprensión u opción.

Octavo: reduce el riesgo en la toma de decisiones poco apropiada y aumenta el conocimiento de una decisión tomada.

Finalmente: evalúa alternativas de decisión de una manera consistente y comprensiva.

Con respecto a la técnica adoptada (GERT), se puede afirmar que representa un método general que no acusa restricción alguna en su aplicación. Además de proporcionar la posibilidad de aplicación a casos que no habían podido ser sistematizados y computarizados como son los procesos estocásticos muy comunes. El programa propuesto es la aplicación concreta del análisis de decisión que obliga al decisor a plantear su problema. Claro está que dicho programa podrá ser modificado o mejorado con los fines que al decisor interesen. Se presenta una innovación en cuanto a las formas convencionales de cadenas llamada "lazo", la cual representa una forma de integrar situaciones que no habían podido ser interpretados por medios computacionales.

En suma, el método propuesto es una poderosa herramienta para dar significativa importancia en la deseabilidad o necesidad de diferentes cursos de acción bajo riesgo.

Sin embargo, el resultado de cualquier análisis específico es sólo una cantidad de muchos factores que influyen en la decisión final.

"EL FUTURO ES INCIERTO, NO PUEDES CONTAR CON EL"

## 6. Bibliografía.

1. Alonso Espinoza, Hector. El Riesgo financiero en los desarrollos geotérmicos . Academia Mexicana de Ingeniería, 1986
2. Flores Rodríguez, A. Tomar mejores decisiones. Revista del Consejo de Administración de la Empresa Consultora Corporación de Proyectos Estratégicos y de Inversión S.A. de C.V. 23-26, 1986
3. Levi, Haimm. Financial decision making under uncertainty. Academic Press, 1979
4. Bierman, Harold Jr., Seymour Smidt. The Capital Budgeting Decision of Investment Projects, 4a edición. Macmillan publishing co;inc, 1975
5. Mumpower Jeryl, An Analisis of the minimis Strategy for Risk Management. Risk Analysis, vol 6 # 4, 437-446, 1986
6. D. Kahneman and Terersky. Prospect Theory:An Analysis of Decision under Risk. Econometrica 47, 263-291, 1979

7. Zimmerman Steven, Programming PERT in BASIC. Byte, vol 7 #5, 465-478, 1982
8. R.A. Howard. The Foundations of Decision Analysis. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics SSC. 4, 211-219, 1986
9. Covello, Vincent T. Decision Analysis and Risk Management Decision Making: Issues and Methods. Risk Analysis, vol 7 #2, 131-139, 1987
10. M. Merkhofer and R. Keeney. A Multiattribute Utility Analysis of Alternatives Sites for Disposal of Nuclear Waste. Risk Analysis vol 7, 173-194, 1987
11. Technological Risk. Memorias del Simposium Risk in New Technologies, University of Waterloo, 1981
12. B. De Finetti. Probability Interpretations. International Encyclopedia of Social Sciences, New York Macmillan, vol XII, 496-505, 1968
13. R. Keeney and H. Raiffa. Decisions with Multiple Objectives, Preferences and Value Tradeoffs. New York, Wiley, 1976
14. M. Merkhofer. Decision Science and Social Risk Management. Boston, Rediel, 1987
15. Shannon R.E. System Simulation: The Art and Sciences Englewood Cliffs. NJ, Prentice Hall Inc, 1976
16. Bronson Richard. Computer Simulation What it is and How it is done. Byte vol 9 #3, 95-102, 1984
17. Maurer W Douglas. PERT Organization A Technique for Evaluating Schedules. Byte vol 6 #3, 95-102, 1981

18. Jay Heizer, Barry Render. Production and Operation Management. Allyn and Bacon, 664-667, 1989
19. National Aeronautics and Space Administration. Graphical Evaluation and Review Technique (GERT). Memorandum de la serie hecha por RAND Corporation in Apolo Checkout Study for Headquarters, NASr-21(08). Departamento de Ingenieria Industrial de la Universidad del Estado de Arizona.
20. Herring, Richard. Managing International Risk. Essays commissioned in honor of the centenary of the Wharton School, University of Pensilvania, 1983
21. Kight Frank. Riesgo, Incertidumbre y Beneficio. Ed. M. Aguilar, 1947
22. Graham, B., Dood, D., Cottle, S. Security Analysis, Principles and Technique. Mc. Graw-Hill, 1962
23. Acosta Flores, J. Teoria de Decisiones. Representaciones y Servicios de Ingenieria, S. A., 1977