

93 29



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

## SIMULACION DINAMICA DE INTERCAMBIADORES DE CALOR



EXAMENES PROFESIONALES  
FAC. DE QUIMICA

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO QUIMICO  
P R E S E N T A :  
FRANCISCO JAVIER PEREZ DIAZ

MEXICO, D.F.

1990



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	PAGINA
<b>CAPITULO I.</b>	
<b>INTRODUCCION</b>	1
I.1 ANTECEDENTES	1
I.2 DESARROLLO DEL TRABAJO	2
<b>CAPITULO II.</b>	
<b>MODELO MATEMATICO DEL CAMBIADOR DE CALOR</b>	6
II.1 BALANCE DE MATERIA Y ENERGIA LADO TUBOS	8
II.2 BALANCE DE MATERIA Y ENERGIA LADO CORAZA	13
II.3 PARAMETROS DEL CAMBIADOR DE CALOR	19
II.4 MODELO APROXIMADO PARA LIQUIDOS CON PROPIEDADES CONSTANTES	19
II.5 EJEMPLOS	24
EJEMPLO 2.1 CAMBIADOR DE CALOR (1,1)	25
EJEMPLO 2.2 CAMBIADOR DE CALOR (1,2)	26
EJEMPLO 2.3 CAMBIADOR DE CALOR (2,4)	27
<b>CAPITULO III.</b>	
<b>METODO NUMERICO DE SOLUCION</b>	29
III.1 MODELO MATEMATICO PARA UN CAMBIADOR DE CALOR (1,2) CON VARIABLES ADIMENSIONALES	29
III.2 METODO NUMERICO DE CRANK-NICHOLSON PARA RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES	34
III.3 SOLUCION NUMERICA DEL MODELO GENERAL	43

<b>CAPITULO IV.</b>	
<b>RESULTADOS</b>	54
IV.1 EJEMPLO 4.1 (caso A.1)	57
IV.2 (caso A.2) PERTURBACION DE PASO EN T1	61
IV.3 (caso A.3) PERTURBACION DE PASO EN T2	64
IV.4 (caso A.4) PERTURBACION DE PULSO EN T1	67
IV.5 (caso A.5) PERTURBACION DE PULSO EN T2	70
IV.6 (caso A.6) PERTURBACION SINUSOIDAL EN T1	73
IV.7 (caso A.7) PERTURBACION SINUSOIDAL EN T2	76
IV.8 (caso A.8) PERTURBACION DE FLUJO MASICO M1	79
IV.9 (caso A.9) PERTURBACION DE FLUJO MASICO M2	83
IV.10 (caso B.1) NORMAL A PARTIR DEL ESTADO ESTABLE	87
IV.11 (caso B.2) PERTURBACION DE PASO EN T1 A PARTIR DEL ESTADO ESTABLE	90
IV.12 (caso B.3) PERTURBACION DE PULSO EN T1 A PARTIR DEL ESTADO ESTABLE	93
<b>CAPITULO V.</b>	
<b>CONCLUSIONES</b>	96
<b>APENDICE A</b>	
SOLUCION ANALITICA DEL ESTADO ESTACIONARIO PARA UN INTERCAMBIADOR (1,1)	101
<b>APENDICE B</b>	
SOLUCION NUMERICA DEL ESTADO ESTACIONARIO POR EL METODO DE EULER	112
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	130

## CAPITULO I

### INTRODUCCION

#### I.1. ANTECEDENTES.

Las sociedades industriales modernas son el resultado de la gran Revolución Industrial que comenzó en Inglaterra en el siglo XVIII y que transformó para siempre los métodos de producción utilizados por el hombre.

Durante la Revolución Industrial se inventaron las primeras máquinas movidas por vapor, su uso transformó los métodos de producción utilizados hasta entonces. Estas máquinas se acoplaron a todo tipo de aparatos, como telares, locomotoras, barcos, prensas, tornos, etc., que de esa forma aumentaron notablemente su productividad.

A raíz de lo anterior, la producción dejó de ser artesanal y se dió comienzo a la producción en serie y masiva. La automatización de la industria tuvo una importancia especialmente significativa en el control de la producción, gracias a ella el régimen de producción obtiene una estabilidad que no era posible lograr en la práctica bajo una operación manual.

Con la automatización crece la productividad, se mejora la calidad y el rendimiento del producto, disminuyen los gastos y se emplean de manera más eficiente las máquinas y aparatos existentes.

Pero realmente el control de los sistemas industriales empezó a desarrollarse a principios de este siglo. Con los requerimientos de alta precisión en aplicaciones militares de la segunda guerra mundial, se impulsó el desarrollo de una teoría sistemática de ingeniería de control. A principios de los años sesentas comenzó el desarrollo de una teoría de control puramente matemática, principalmente derivada de las aplicaciones aeroespaciales.

Esos intentos en formulaciones matemáticas proliferaron y han llegado a incrementarse a tal grado, que ahora casi todos los procesos son simulados mediante dichos modelos.

Cabe mencionar que sin la ayuda de una herramienta de cálculo tan poderosa como lo es la computadora, y sin el desarrollo de métodos numéricos para la resolución de los complejos modelos matemáticos, no hubiera sido posible lograr la simulación de procesos, que es el paso anterior al desarrollo de un sistema de control para los mismos.

## 1.2. DESARROLLO DEL TRABAJO.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo para la simulación dinámica de equipos empleados en la industria para la transferencia de calor entre dos corrientes de proceso. Dichos equipos se conocen comúnmente como **INTERCAMBIADORES DE CALOR** y según el tipo de servicio o función, se le dá un nombre en particular, a saber:

**CALENTADORES:** Son equipos utilizados para calentar fluidos en un proceso, en los cuales generalmente se emplea vapor como medio de calentamiento.

**ENFRIADORES:** Son equipos que se emplean para enfriar fluidos en un proceso, donde se utiliza agua como medio de enfriamiento.

**CONDENSADORES:** Son enfriadores cuyo propósito principal es condensar un vapor, eliminando el calor latente para pasarlo al estado líquido.

**HERVIDORES:** Son calentadores que tienen la finalidad de suministrar los requerimientos de calor latente de un líquido para transformarlo en vapor, y normalmente están integrados a las torres de destilación.

**EVAPORADORES:** Se emplean para la concentración de soluciones por evaporación de agua. Si en lugar del agua se vaporiza cualquier otro fluido, la unidad se conoce como **VAPORIZADOR**.

El primer paso en la simulación de estos equipos es la formulación de un modelo matemático, el cual se obtiene mediante ecuaciones de conservación de materia y energía.

En este trabajo el modelo matemático consiste de una serie de ecuaciones diferenciales parciales con el tiempo y la posición como variables independientes, y la entalpia (o temperatura) de las diferentes corrientes en el intercambiador de calor como variable dependiente.

Estas ecuaciones sirven para conocer, en primer término, el estado en el que las variables del proceso no cambian con el tiempo, el cual se conoce como **ESTADO ESTACIONARIO**. En este caso las derivadas parciales con respecto al tiempo se anulan, quedando únicamente las derivadas con respecto a la posición. La determinación de dicho estado se realiza mediante métodos analíticos y numéricos.

La comparación entre las dos soluciones sirve para determinar algunos parámetros característicos necesarios en la solución numérica, con objeto de que ésta se parezca a la solución analítica.

Una vez obtenido el estado estacionario se resuelven las ecuaciones diferenciales parciales, para conocer la respuesta del modelo dinámico a perturbaciones que sufra la alimentación al cambiador de calor. En este punto se utiliza un método numérico para la solución del modelo en virtud de que la solución a través de métodos analíticos se torna laboriosa y compleja en los casos mas sencillos, o imposible en los casos mas complejos.

El método numérico que se utiliza es el método implícito de **CRANK-NICHOLSON**. En este método se aproximan las derivadas parciales por diferencias finitas. El sistema de ecuaciones obtenido se resuelve simultáneamente para dar los valores del perfil de temperaturas en el cambiador después de un incremento en el tiempo. Una ventaja de este método es que pueden tomarse incrementos o tamaños de paso no tan pequeños como en los métodos explícitos, que están condicionados a que se cumpla alguna restricción para ser numéricamente estables (4,13).

Además el método de **CRANK-NICHOLSON** tiene la versatilidad de que pueden evaluarse las derivadas en función del tiempo y la posición en diferentes puntos, ya sea con diferencias hacia adelante, hacia atrás o centradas. En este trabajo se determinó cual de estas opciones es la mejor para resolver el modelo del cambiador de calor.



El modelo dinámico se resolvió para diferentes perturbaciones en las alimentaciones (variaciones en el gasto y en la temperatura) del cambiador, y se observó el tipo de respuesta obtenido en las corrientes de salida del intercambiador de calor.

Con el modelo desarrollado en este trabajo es posible obtener las funciones de transferencia, las cuales sirven para determinar el sistema de control mas apropiado. Estas funciones se obtienen mediante el análisis de la respuesta que es proporcionada cuando se aplican diferentes tipos de perturbaciones, mediante el empleo de técnicas adecuadas (10).

## CAPITULO II

### MODELO MATEMATICO DEL CAMBIADOR DE CALOR

En este capítulo se desarrolla un modelo matemático de intercambiadores que tienen  $m$  pasos por el lado de la coraza y  $n$  pasos por el lado de los tubos. Se conoce como paso al sentido o dirección del fluido que circula por cualquier lado del cambiador de calor, de modo que al cambiar de sentido el fluido circulante, cambia de paso.

Un cambiador de calor con arreglo  $(m,n)$  indicará que tiene  $m$  pasos por el lado de la coraza y  $n$  pasos por el lado de los tubos. El valor de  $n$  siempre será igual o mayor al de  $m$ , y el cociente  $n/m$  siempre es un número entero.

En este trabajo se generó un programa para el modelo matemático en el que el valor máximo de  $n$  es igual a 4, ya que en la práctica los intercambiadores de calor con valores mayores son poco comunes.

En la figura 2.1 se presenta un esquema de un intercambiador de calor  $(m,n)$ , con  $n/m = 2$ .

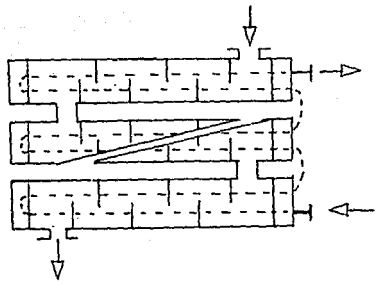


FIGURA 2.1 REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UN INTERCAMBIADOR DE M PASOS POR EL LADO DE LA CORAZA Y N PASOS POR EL LADO DE LOS TUBOS.

Para el desarrollo del modelo se realiza un balance de energía para cada paso del intercambiador, dando como consecuencia una ecuación diferencial parcial para cada uno de los pasos. Por ejemplo, si el cambiador es (1,2) se tendrá una ecuación que representa el paso por el lado de la coraza y dos ecuaciones que representan los dos pasos por el lado de los tubos.

El modelo incluye la especificación de las condiciones a la frontera del sistema que será analizado, las cuales consistirán en asignar valores a las temperaturas de entrada de ambos lados del intercambiador como función del tiempo, más el requerimiento de que la temperatura de salida de cualquier paso es igual a la temperatura de entrada del

siguiente paso (si es que existe un siguiente paso), para cualquier lado del intercambiador de calor. Además, se requieren las condiciones iniciales que consisten en especificar el perfil de temperaturas de los fluidos al interior del cambiador para el tiempo inicial ( $t=0$ ).

### II.1. BALANCES DE MATERIA Y ENERGIA PARA EL LADO DE LOS TUBOS.

En la figura 2.2 se muestra el diagrama de un cambiador de calor (1,2) a contracorriente. La coordenada de distancia,  $z$ , tiene su origen en la alimentación de la corriente que va por dentro de los tubos. En los pasos nones el fluido por dentro de los tubos circula en la dirección de  $z$  y en los pasos pares en sentido contrario. A las cantidades asociadas con el fluido por el lado de los tubos se les asigna el subíndice 1. Para efectuar el balance de energía se utiliza como sistema un elemento diferencial del cambiador de calor comprendido entre  $z$  y  $z + \Delta z$  (ver figura 2.2). El balance se lleva a cabo entre los tiempos  $t$  y  $t + \Delta t$ .

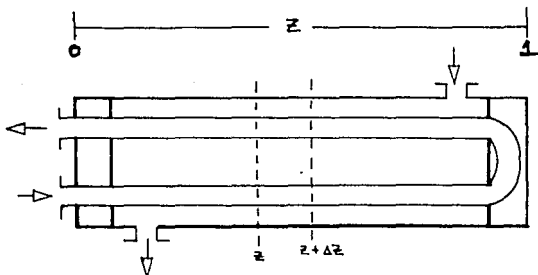


FIGURA 2.2 DIAGRAMA DE UN INTERCAMBIADOR (1,2) A CONTRACORRIENTE.

El balance de energía tiene la siguiente forma general:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Energía asociada} \\ \text{a la corriente de} \\ \text{entrada.} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Energía asociada} \\ \text{a la corriente de} \\ \text{salida.} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Calor transferido a} \\ \text{través de las paredes} \\ \text{de los tubos.} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Acumulación de energía} \\ \text{en el interior del} \\ \text{elemento diferencial.} \end{array} \right\}$$

Las unidades de esta ecuación son energía entre tiempo.

Para los pasos ones ( $j = 1, 3, \dots$ ) se tiene la siguiente expresión:

$$(1) \quad \Delta t(M_{1,j}h_{1,j})z - \Delta t(M_{1,j}h_{1,j})z + \Delta z + \Delta tQ_j = \\ = \frac{(\dot{\gamma}_{1,j}A_1\Delta z u_{1,j})t + \Delta t}{n} - \frac{(\dot{\gamma}_{1,j}A_1\Delta z u_{1,j})t}{n}$$

Para los pasos pares ( $j = 2, 4, \dots$ ) se tiene la siguiente expresión:

$$(2) \quad \Delta t(M_{1,j}h_{1,j})z + \Delta z - \Delta t(M_{1,j}h_{1,j})z + \Delta tQ_j = \\ = \frac{(\dot{\gamma}_{1,j}A_1\Delta z u_{1,j})t + \Delta t}{n} - \frac{(\dot{\gamma}_{1,j}A_1\Delta z u_{1,j})t}{n}$$

donde:

- $M_{1,j}$  = FLUJO MASICO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS (kg/s)  
 $h_{1,j}$  = ENTALPIA DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS EN EL PASO  $j$  (J/kg).  
 $Q_j$  = CALOR TRANSFERIDO A TRAVES DE LAS PAREDES DE LOS TUBOS ENTRE  $z$  y  $z + \Delta z$  EN EL PASO  $j$  (J/s).

$\rho_{1,j}$  = DENSIDAD DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS (kg/m<sup>3</sup>)

$A_1$  = AREA TOTAL DE FLUJO DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS (m<sup>2</sup>)

$u_{1,j}$  = ENERGIA INTERNA DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS EN EL PASO  $j$  (J/kg)

$\Delta t$  = INCREMENTO EN TIEMPO (s)

$\Delta z$  = INCREMENTO EN DISTANCIA (m)

$n$  = NUMERO DE PASOS POR LOS TUBOS

Los balances de energía de los pasos pares se diferencian de los ones en que los términos de entrada y salida tienen signos opuestos. La transferencia de calor se considera positiva si se efectúa de la coraza al paso correspondiente del lado de los tubos.

El subíndice 1 indica que se trata del fluido por el lado de los tubos.

El subíndice  $j$  indica el paso del que se trata ( $j=1,2,\dots,n$ ). Los pasos se numeran de la entrada del fluido hacia la salida.

Aplicando la ecuación de FOURIER de transferencia de calor (9) se obtiene la siguiente expresión:

$$(3) \quad Q_j = \frac{U A_T \Delta z}{nL} (T_2 - T_{1,j})$$

donde:

$U$  = COEFICIENTE TOTAL DE TRANSFERENCIA DE CALOR (J/m<sup>2</sup> s °C)

$A_T$  = AREA TOTAL DE TRANSFERENCIA DE CALOR (m<sup>2</sup>)

$\Delta z$  = INCREMENTO EN DISTANCIA (m)

$T_2$  = TEMPERATURA DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA (°C)

$T_{1,j}$  = TEMPERATURA DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS EN EL PASO J ( $^{\circ}\text{C}$ )

L = LONGITUD DEL CAMBIADOR (m)

Sustituyendo la ecuación (3) en los balances de energía para el fluido que circula por el lado de los tubos, se tiene:  
pasos nones

$$(4) \quad \Delta t (M_1 h_{1,j})_z - \Delta t (M_1 h_{1,j})_{z+\Delta z} + \frac{\Delta t U A_T \Delta z}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \\ = \frac{(\rho_1 A_1 \Delta z u_{1,j})}{n}$$

pasos pares

$$(5) \quad \Delta t (M_1 h_{1,j})_{z+\Delta z} - \Delta t (M_1 h_{1,j})_z + \frac{\Delta t U A_T \Delta z}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \\ = \frac{(\rho_1 A_1 \Delta z u_{1,j})}{n}$$

Dividiendo entre  $(\Delta z)(\Delta t)$  se obtiene:

pasos nones

$$(6) \quad - \frac{(M_1 h_{1,j})_{z+\Delta z} - (M_1 h_{1,j})_z}{\Delta z} + \frac{U A_T}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \\ = \frac{(\rho_1 A_1 u_{1,j})}{n \Delta t}$$

pasos pares

$$(7) \quad \frac{(M_1 h_{1,j})_{z+\Delta z} - (M_1 h_{1,j})_z}{\Delta z} + \frac{U A_T}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \\ = \frac{(\rho_1 A_1 u_{1,j})}{n \Delta t}$$

Tomando límites cuando  $\Delta z$  y  $\Delta t$  tienden a cero, se obtienen las siguientes ecuaciones:

pasos nones

$$(8) \quad -\frac{d}{dz} (M_{1,j} h_{1,j}) + \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \frac{d}{dt} \frac{(\rho_{1,j} A_1 u_{1,j})}{n}$$

pasos pares

$$(9) \quad \frac{d}{dz} (M_{1,j} h_{1,j}) + \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \frac{d}{dt} \frac{(\rho_{1,j} A_1 u_{1,j})}{n}$$

Estas ecuaciones representan el balance de energía del fluido que circula por el interior de los tubos, se pueden aplicar a cualquier tipo de fluido incluyendo casos con cambio de fase.

El balance de materia para el fluido que circula por el lado de los tubos se representa en general de la siguiente forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Flujo másico que} \\ \text{entra al sistema} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujo másico que} \\ \text{sale del sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Acumulación de masa} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right\}$$

Las unidades de esta ecuación son masa entre tiempo.

Aplicando la ecuación anterior al fluido que circula por el lado de los tubos, se obtiene para los pasos nones la siguiente expresión:

$$(10) \quad \Delta t (M_{1,j})_{z,t} - \Delta t (M_{1,j})_{z+\Delta z,t} = \frac{A_1 \Delta z}{n} [(\rho_{1,j})_{z,t+\Delta t} - (\rho_{1,j})_{z,t}]$$



En su forma diferencial se puede expresar;

$$(11) \quad - \frac{dM_{1,j}}{dz} = \frac{A_1}{n} \frac{d\varphi_1}{dt}$$

Para los pasos pares se tiene la siguiente expresión:

$$(12) \quad \Delta t(M_{1,j})_{z+\Delta z, t} - \Delta t(M_{1,j})_{z, t} = \\ = \frac{A_1 \Delta z}{n} [(\varphi_1)_{z, t+\Delta t} - (\varphi_1)_{z, t}]$$

Que en su forma diferencial se puede expresar;

$$(13) \quad \frac{dM_{1,j}}{dz} = \frac{A_1}{n} \frac{d\varphi_1}{dt}$$

## II.2. BALANCES DE MATERIA Y ENERGIA PARA EL LADO DE LA CORAZA

De igual manera que para el caso del lado de los tubos, los balances de materia y energia para el lado de la coraza tendrán dos formas, dependiendo de si el fluido circula en la dirección de z o en sentido contrario.

El fluido circulará en el sentido de la z en los siguientes casos:

- a) Pasos nones en cambiadores a cocorriente
- b) Pasos pares en cambiadores a contracorriente

El fluido circulará en el sentido contrario a la dirección de z en los siguientes casos:

- c) Pasos nones en cambiadores a contracorriente
- d) Pasos pares en cambiadores a cocorriente

En el cambiador a contracorriente el fluido por el lado de la coraza entra al cambiador en  $z=L$ , y en cambiadores a cocorriente entra en  $z=0$ .

Habr  entonces dos tipos de ecuaciones, las ecuaciones para los casos a y b y las ecuaciones para los casos c y d.

A las cantidades asociadas con el fluido por el lado de la coraza se les asignará el subíndice 2.

El balance de energía para el fluido por el lado de la coraza será:

casos c y d:

$$(14) \quad \Delta t(M_2 h_{2i})z + \Delta z - \Delta t(M_2 h_{2i})z - \Delta t Q_i = \\ = \frac{(\dot{V}_2 A_2 \Delta z u_{2i})t + \Delta t - (\dot{V}_2 A_2 \Delta z u_{2i})t}{m}$$

casos a y b:

$$(15) \quad \Delta t(M_2 h_{2i})z - \Delta t(M_2 h_{2i})z + \Delta z - \Delta t Q_i = \\ = \frac{(\dot{V}_2 A_2 \Delta z u_{2i})t + \Delta t - (\dot{V}_2 A_2 \Delta z u_{2i})t}{m}$$

donde:

$m$  = NUMERO DE PASOS POR EL LADO DE LA CORAZA.

$M_2$  = FLUJO MASICO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA (kg/s).

$h_{2i}$  = ENTALPIA DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA EN EL PASO  $i$  (J/kg).

$Q_i$  = CALOR TRANSFERIDO POR EL FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA EN EL PASO  $i$  HACIA EL FLUIDO POR EL LADO DE LOS TUBOS, ENTRE  $z$  y  $z + \Delta z$  (J/s).

$\rho_z$  = DENSIDAD DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR LA CORAZA (kg/m<sup>3</sup>).

$A_z$  = AREA TOTAL DE FLUJO DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA (m<sup>2</sup>).

$u_{zi}$  = ENERGIA INTERNA DEL FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA EN EL PASO  $i$  (J/kg).

El subíndice  $i$  indica el paso del que se trata ( $i=1,2,\dots,m$ ).

Al igual que los balances de energía para el fluido que va por el lado de los tubos, los balances de los pasos no se diferencian de los pares en que, los términos de entrada y salida tienen signos opuestos.

Aplicando la ecuación general de transferencia de calor y tomando en consideración que existe transferencia de calor hacia cada paso por el lado de los tubos que se encuentre contenido en un paso por el lado de la coraza, se tiene:

$$(16) \quad Q_i = \frac{UA_T \Delta z}{nL} - [k T_{z_i} - T_i]$$

donde  $T_i$  representa la suma de las temperaturas del fluido que circula por el lado de los tubos en cada uno de los pasos contenidos en el paso  $i$  del lado de la coraza. El término  $Q_i$  debe tener la transferencia de calor de cada uno de los pasos por el lado de los tubos que se encuentren en un mismo paso por el lado de la coraza.  $k$  representa el número de pasos del lado de los tubos que contiene un paso del lado de la coraza y se calcula con la siguiente expresión.

$$k = n/m$$

Para ilustrar lo anterior se desarrollará la ecuación (16) para un cambiador (2,4) a contracorriente como se muestra en la figura 2.3.

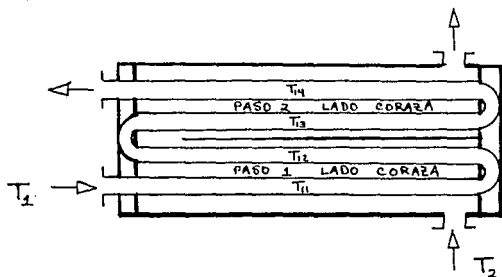


FIGURA 2.3 DIAGRAMA DE UN INTERCAMBIADOR (2,4) A CONTRACORRIENTE EN EL QUE SE PUEDE OBSERVAR LA TRANSFERENCIA DE CALOR DE CADA PASO DE LA CORAZA, HACIA LOS PASOS RESPECTIVOS DEL LADO DE LOS TUBOS, CONTENIDOS EN CADA PASO DE LA CORAZA.

Para este caso la ecuación (16) se debe representar, para el primer paso del lado de la coraza, de la siguiente forma:

$$Q_1 = \frac{UA_T \Delta z}{2L} [(T_{21} - T_{13}) + (T_{21} - T_{14})]$$

reordenando la ecuación anterior se obtiene:

$$Q_1 = \frac{UA_T \Delta z}{2L} [2 T_{21} - (T_{13} + T_{14})]$$

De la misma forma para el segundo paso del lado de la coraza, se obtiene:

$$Q_2 = \frac{UA_T \Delta z}{2L} [2 T_{22} - (T_{11} + T_{12})]$$

Con lo cual, se observa que el número de veces que se debe repetir la temperatura del fluido que circula por el lado de la coraza es igual al número de pasos por el lado de los tubos dividido entre el número de pasos del lado de la coraza, el que se representa como  $k$ .

Sustituyendo la ecuación (16) en los balances de energía representados por las ecuaciones (14) y (15), se tiene:

Casos c y d:

$$(17) \quad \Delta t (M_2 h_{2i})_{z+\Delta z} - \Delta t (M_2 h_{2i})_z - \frac{UA_T \Delta z \Delta t}{nL} (k T_{2i} - T_1) = \\ = \frac{(\int_z^y A_2 \Delta z U_{2i})}{m}$$

Casos a y b:

$$(18) \quad \Delta t (M_2 h_{2i})_z - \Delta t (M_2 h_{2i})_{z+\Delta z} - \frac{UA_T \Delta z \Delta t}{nL} (k T_{2i} - T_1) = \\ = \frac{(\int_z^y A_2 \Delta z U_{2i})}{m}$$

Dividiendo entre  $(\Delta t)(\Delta z)$  se obtiene:

Casos c y d:

$$(19) \quad \frac{(M_2 h_{2i})_{z+\Delta z} - (M_2 h_{2i})_z}{\Delta z} - \frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1) = \\ = \frac{(\int_z^y A_2 U_{2i})}{m \Delta t}$$

Casos a y b:

$$(20) \quad - \frac{(M_z h_{zi})z + \Delta z - (M_z h_{zi})z}{\Delta z} - \frac{UA_T}{NL} (k T_{zi} - T_1) = \\ = \frac{(\rho_z A_z u_{zi})}{m t}$$

Tomando límites cuando  $\Delta t$  y  $\Delta z$  tienden a cero, se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales del balance de energía para el fluido que circula por el lado de la coraza:

Casos c y d:

$$(21) \quad \frac{d}{dz} (M_z h_{zi}) - \frac{UA_T}{NL} (k T_{zi} - T_1) = \frac{d}{dt} \frac{(\rho_z A_z u_{zi})}{m}$$

Casos a y b:

$$(22) \quad - \frac{d}{dz} (M_z h_{zi}) - \frac{UA_T}{NL} (k T_{zi} - T_1) = \frac{d}{dt} \frac{(\rho_z A_z u_{zi})}{m}$$

El balance de materia para el fluido que circula por el lado de la coraza se representa por las siguientes ecuaciones:

Para los casos c y d:

$$(23) \quad \Delta t (M_{zi})z + \Delta z - \Delta t (M_{zi})z = \\ = \frac{A_z \Delta z}{NL} [(\rho_{zi})z, t + \Delta t - (\rho_{zi})z, t]$$

Para los casos a y b:

$$(24) \quad \Delta t (M_{zi})z - \Delta t (M_{zi})z + \Delta z = \\ = \frac{A_z \Delta z}{m} [(\rho_{zi})z, t + \Delta t - (\rho_{zi})z, t]$$

En forma diferencial (tomando límites cuando  $\Delta z$  y  $\Delta t$  tienden a cero) adoptan las siguientes formas:

para los casos c y d:

$$(25) \quad \frac{dM_{z1}}{dz} = \frac{A_2}{n} \frac{dY_2}{dt}$$

para los casos a y b:

$$(26) \quad - \frac{dM_{z1}}{dz} = \frac{A_2}{m} \frac{dY_2}{dt}$$

### II.3. PARAMETROS DEL CAMBIADOR DE CALOR.

Las áreas de flujo  $A_1$  y  $A_2$  y el área total de transferencia de calor  $A_T$  se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} A_1 &= (\pi/4) d_i^2 N_t \\ A_2 &= \pi/4 (d_c^2 - d_o^2) N_t \\ A_T &= \pi d_o L N_t \end{aligned}$$

donde:

$d_i$  = Diámetro interno de los tubos (m)

$d_o$  = Diámetro externo de los tubos (m)

$d_c$  = Diámetro de la coraza (m)

$N_t$  = Número total de tubos

$L$  = Longitud total de los tubos (m)

### II.4. MODELO APROXIMADO PARA LIQUIDOS CON PROPIEDADES CONSTANTES.

Para líquidos con  $C_p$  constante se puede introducir explícitamente la temperatura mediante la relación termodinámica siguiente:

$$h = Cp(T - T_0)$$

La energía interna se obtiene mediante la ecuación de definición de la entalpía, obteniendo:

$$u = Cp(T - T_0) - pv$$

donde:

Cp = CALOR ESPECIFICO A PRESION CONSTANTE (J/kg °C)

T = TEMPERATURA DEL FLUIDO (°C)

T<sub>0</sub> = TEMPERATURA BASE PARA EL CALCULO DE LA ENTALPIA (°C)

p = PRESION (bar)

v = VOLUMEN ESPECIFICO (m<sup>3</sup>/kg)

Para líquidos el término pv es despreciable comparado con el término Cp·T debido a que los líquidos tienen volúmenes específicos pequeños, por lo que la ecuación para la energía interna queda:

$$u = Cp(T - T_0)$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en las ecuaciones de balance de energía (8) y (9) para el lado de los tubos se obtiene:

pasos noes

$$(27) \quad - \frac{d}{dz}(M_{1,j} Cp_{1,j} T_{1,j}) + \frac{UA_T}{nL}(T_2 - T_{1,j}) = \frac{d}{dt} \frac{(\sum_{1,j} A_{1,j} Cp_{1,j} T_{1,j})}{n}$$

pasos pares

$$(28) \quad \frac{d}{dz}(M_{1,j} Cp_{1,j} T_{1,j}) + \frac{UA_T}{nL}(T_2 - T_{1,j}) = \frac{d}{dt} \frac{(\sum_{1,j} A_{1,j} Cp_{1,j} T_{1,j})}{n}$$



Donde se ha omitido el término de  $T_0$  por ser constante y eliminarse al efectuar la derivada.

Para un fluido con densidad constante el flujo máximo  $M_1$  no será función de la posición en el cambiador ( $z$ ) y solo podrá ser función del tiempo, como se puede observar en el balance de materia, ecuaciones (11) y (13). En este caso se llega a las siguientes ecuaciones:

pasos noes

$$(29) \quad - M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,j}}{dz} + \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \frac{\gamma_1 A_1 C_{p1}}{n} \frac{dT_{1,j}}{dt}$$

pasos pares

$$(30) \quad M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,j}}{dz} + \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1,j}) = \frac{\gamma_1 A_1 C_{p1}}{n} \frac{dT_{1,j}}{dt}$$

En estas ecuaciones se ha omitido el subíndice  $j$  en las cantidades  $M_1$ ,  $C_{p1}$ ,  $\gamma_1$ , ya que son constantes a lo largo de todo el cambiador.

Reordenando las ecuaciones de balance de energía se tiene:

pasos noes

$$(31) \quad \frac{\gamma_1 A_1 C_{p1}}{n} \frac{dT_{1,j}}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,j}}{dz} = \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1,j})$$

pasos pares

$$(32) \quad \frac{\gamma_1 A_1 C_{p1}}{n} \frac{dT_{1,j}}{dt} - M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,j}}{dz} = \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1,j})$$

Las ecuaciones anteriores representan el comportamiento dinámico del fluido que circula por el lado de los tubos en los pasos respectivos.

Realizando las mismas consideraciones que para el lado de los tubos (líquido con propiedades constantes) se obtienen las siguientes expresiones para el fluido que circula por el lado de la coraza:

casos c y d:

$$(33) \quad M_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dz} - \frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1) = \frac{\dot{V}_2 A_2 C_{p2}}{nL} \frac{dT_{2i}}{dt}$$

casos a y b:

$$(34) \quad -M_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dz} - \frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1) = \frac{\dot{V}_2 A_2 C_{p2}}{nL} \frac{dT_{2i}}{dt}$$

Reordenando las ecuaciones anteriores se llega a:

casos c y d:

$$(35) \quad \dot{V}_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dz} = -\frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1)$$

casos a y b:

$$(36) \quad \dot{V}_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dt} + M_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dz} = -\frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1)$$

Las ecuaciones anteriores representan el comportamiento dinámico del fluido que circula por el lado de la coraza en los pasos respectivos.

A continuación se muestra un resumen de las ecuaciones que representan en forma general, el intercambiador de calor que se modelará en esta tesis.

#### LIQUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

pasos nones

$$(37) \quad \frac{\gamma_1 A_1 C_{p1}}{n} \frac{dT_{1j}}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_{1j}}{dz} = \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1j})$$

pasos pares

$$(38) \quad \frac{\gamma_1 A_1 C_{p1}}{n} \frac{dT_{1j}}{dt} - M_1 C_{p1} \frac{dT_{1j}}{dz} = \frac{UA_T}{nL} (T_2 - T_{1j})$$

Donde  $T_2$  representa la temperatura del fluido por el lado de la coraza en el paso correspondiente.

#### LIQUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

Casos c y d:

$$(39) \quad \frac{\gamma_2 A_2 C_{p2}}{m} \frac{dT_{2i}}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dz} = - \frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1)$$

Casos a y b:

$$(40) \quad \frac{\gamma_2 A_2 C_{p2}}{m} \frac{dT_{2i}}{dt} + M_2 C_{p2} \frac{dT_{2i}}{dz} = - \frac{UA_T}{nL} (k T_{2i} - T_1)$$

donde  $T_1$  representa la suma de las temperaturas de los fluidos que circulan por los tubos en cada uno de los pasos contenidos en el paso correspondiente de la coraza (ver página 15)

Las condiciones iniciales y a la frontera para el modelo general del cambiador de calor son las siguientes:

Fluido lado tubos

$$\begin{array}{ll}
 T_{11}(t, z=0) = f_1(t) & \text{para } t \geq 0 \\
 T_{1j}(t=0, z) = g_{1j}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \text{ y } j=1, 2, \dots, n \\
 T_{12}(t, L) = T_{11}(t, L) \\
 T_{13}(t, 0) = T_{12}(t, 0) \\
 T_{14}(t, L) = T_{13}(t, L) \\
 \text{etcétera}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \text{para } t \geq 0$$

Fluido lado de la coraza para cambiador contracorriente:

$$\begin{array}{ll}
 T_{21}(t, z=L) = f_2(t) & \text{para } t \geq 0 \\
 T_{2i}(t=0, z) = g_{2i}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \text{ e } i=1, 2, 3, \dots, m \\
 T_{22}(t, 0) = T_{21}(t, 0) \\
 T_{23}(t, L) = T_{22}(t, L) \\
 T_{24}(t, 0) = T_{23}(t, 0) \\
 \text{etcétera}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \text{para } t \geq 0$$

Fluido lado de la coraza para cambiador a cocorriente:

$$\begin{array}{ll}
 T_{31}(t, z=0) = f_3(t) & \text{para } t \geq 0 \\
 T_{3i}(t=0, z) = g_{3i}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \text{ e } i=1, 2, \dots, m \\
 T_{32}(t, L) = T_{31}(t, L) \\
 T_{33}(t, 0) = T_{32}(t, 0) \\
 T_{34}(t, L) = T_{33}(t, L) \\
 \text{etcétera}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \text{para } t \geq 0$$

Las funciones  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $g_{1j}(z)$  y  $g_{2i}(z)$  deben ser especificadas antes de iniciar la simulación del cambiador de calor.

## II.5. EJEMPLOS.

Para mostrar la aplicación de las ecuaciones generales a casos particulares de cambiadores de calor, a continuación se presentan varios ejemplos.

**EJEMPLO 2.1.**

Intercambiador de calor (1,1) a contracorriente.

En este caso no hay pasos pares para ninguno de los dos lados del intercambiador de calor y corresponde al caso c para el fluido por la coraza.

Utilizando la ecuación (37) para el lado de los tubos y la (39) para el lado de la coraza, y omitiendo el subíndice correspondiente a los pasos por los tubos o la coraza, se obtiene:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

$$(41) \quad \dot{V}_1 A_1 C_{p1} \frac{dT_1}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_1}{dz} = \frac{UA_T}{L} (T_2 - T_1)$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

$$(42) \quad \dot{V}_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dz} = - \frac{UA_T}{L} (T_2 - T_1)$$

El par de ecuaciones anterior representa el comportamiento dinámico de un intercambiador de calor (1,1) a contracorriente.

Las condiciones iniciales y a la frontera para este caso son las siguientes:

$$T_1(t, z=0) = f_1(t) \quad \text{para } t \geq 0$$

$$T_2(t, z=0) = f_2(t) \quad \text{para } t \geq 0$$

$$T_1(t=0, z) = g_1(z) \quad \text{para } 0 \leq z \leq L$$

$$T_2(t=0, z) = g_2(z) \quad \text{para } 0 \leq z \leq L$$

EJEMPLO 2.2

Intercambiador (1,2) a contracorrientes.

Para este ejemplo se tiene  $m=1$  y  $n=2$

En este caso se generan dos ecuaciones diferenciales parciales para el lado de los tubos y una para el lado de la coraza. Aplicando las ecuaciones (37) y (38) para el lado de los tubos, y la ecuación (39) para el lado de la coraza, se llega a las siguientes expresiones:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(43) \quad \frac{\dot{V}_1 A_1 C_{p1}}{2} \frac{dT_{1,1}}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,1}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{1,1})$$

paso 2

$$(44) \quad \frac{\dot{V}_1 A_1 C_{p1}}{2} \frac{dT_{1,2}}{dt} - M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,2}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{1,2})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

paso 1

$$(45) \quad \dot{V}_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dz} = - \frac{UA_T}{2L} [(2 \cdot T_2 - (T_{1,1} + T_{1,2}))]$$

En este ejemplo se puede observar que el término de transferencia de calor para el fluido que circula por el lado de la coraza, involucra la suma de las temperaturas de los dos pasos del lado de los tubos que intercambian calor con el fluido de la coraza.

Las condiciones iniciales y a la frontera para este caso son las siguientes:

$$\begin{aligned} T_{11}(t, z=0) &= f_1(t) && \text{para } t \geq 0 \\ T_2(t, z=L) &= f_2(t) && \text{para } t \geq 0 \\ T_{11}(t=0, z) &= g_{11}(z) && \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{12}(t=0, z) &= g_{12}(z) && \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_2(t=0, z) &= g_2(z) && \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{12}(t, L) &= T_{11}(t, L) && \text{para } t \geq 0 \end{aligned}$$

### EJEMPLO 2.3

Intercambiador (2,4) a contracorriente.

En este ejemplo se tiene  $m=2$  y  $n=4$

En este caso se generan 6 ecuaciones diferenciales parciales, 4 ecuaciones diferenciales parciales para el lado de los tubos y 2 para el lado de la coraza.

Utilizando las ecuaciones (37) y (38) para los pasos respectivos del lado de los tubos y las ecuaciones (39) y (40) para los pasos del lado de la coraza, se obtiene el comportamiento dinámico del cambiador de calor.

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(46) \quad \frac{\sum_i A_i C_{p_i}}{4} \frac{dT_{11}}{dt} + M_1 C_{p_1} \frac{dT_{11}}{dz} = \frac{UA_T}{4L} (T_{22} - T_{11})$$

paso 2

$$(47) \quad \frac{\sum_i A_i C_{p_i}}{4} \frac{dT_{12}}{dt} - M_1 C_{p_1} \frac{dT_{12}}{dz} = \frac{UA_T}{4L} (T_{22} - T_{12})$$

paso 3

$$(48) \quad \frac{\rho_1 A_1 C_{p1}}{4} \frac{dT_{13}}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_{13}}{dz} = \frac{UA_T}{4L} (T_{21} - T_{13})$$

paso 4

$$(49) \quad \frac{\rho_1 A_1 C_{p1}}{4} \frac{dT_{14}}{dt} - M_1 C_{p1} \frac{dT_{14}}{dz} = \frac{UA_T}{4L} (T_{21} - T_{14})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

paso 1

$$(50) \quad \frac{\rho_2 A_2 C_{p2}}{2} \frac{dT_{21}}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_{21}}{dz} = - \frac{UA_T}{4L} [(2 \cdot T_{21} - (T_{13} + T_{14}))]$$

paso 2

$$(51) \quad \frac{\rho_2 A_2 C_{p2}}{2} \frac{dT_{22}}{dt} + M_2 C_{p2} \frac{dT_{22}}{dz} = - \frac{UA_T}{4L} [(2 \cdot T_{22} - (T_{11} + T_{12}))]$$

Las condiciones iniciales y a la frontera en este caso son las siguientes:

$$\begin{array}{ll} T_{11}(t, z=0) = f_1(t) & \text{para } t \geq 0 \\ T_{12}(t, z=L) = f_2(t) & \text{para } t \geq 0 \\ T_{11}(t=0, z) = g_{11}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{12}(t=0, z) = g_{12}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{13}(t=0, z) = g_{13}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{14}(t=0, z) = g_{14}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{21}(t=0, z) = g_{21}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{22}(t=0, z) = g_{22}(z) & \text{para } 0 \leq z \leq L \\ T_{12}(t, z=L) = T_{11}(t, z=L) & \text{para } t \geq 0 \\ T_{13}(t, z=0) = T_{12}(t, z=0) & \text{para } t \geq 0 \\ T_{14}(t, z=L) = T_{13}(t, z=L) & \text{para } t \geq 0 \\ T_{22}(t, z=0) = T_{21}(t, z=0) & \text{para } t \geq 0 \end{array}$$



## CAPITULO III

### METODO NUMERICO DE SOLUCION

En esta sección se presenta la obtención del modelo dinámico para intercambiadores de calor con propiedades variables (Capacidad calorífica, densidad, flujo másico y temperatura). En primer término se obtiene el modelo matemático para un intercambiador (1,2) en función de la temperatura con variables adimensionales. Este modelo se utiliza para aplicar el método de resolución de Crank-Nicholson de ecuaciones diferenciales parciales.

En segundo término se presentan las ecuaciones finales (con propiedades variables) en función de entalpías, que representan al modelo general simulado en el presente trabajo.

#### III.1 MODELO MATEMATICO PARA UN CAMBIADOR DE CALOR (1,2) CON VARIABLES ADIMENSIONALES.

Para ilustrar la obtención del perfil dinámico se tomó como ejemplo un intercambiador (1,2) a contracorriente, cuyo comportamiento se encuentra representado por las ecuaciones (43) y (44) para el lado de los tubos, y por la ecuación (45) para el lado de la coraza. Por comodidad se transcriben nuevamente las ecuaciones:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(43) \quad \frac{\rho_1 A_1 C_{p1}}{2} \frac{dT_{1,1}}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_{1,1}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{1,1})$$

paso 2

$$(44) \quad \frac{\sum A_i C_{p1}}{2} \frac{dT_{12}}{dt} - M_1 C_{p1} \frac{dT_{12}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{12})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(45) \quad \sum A_i C_{p2} \frac{dT_2}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dz} = - \frac{UA_T}{L} [2 T_2 - (T_{11} + T_{12})]$$

En primer término se escribirán estas ecuaciones agrupando los coeficientes de las derivadas para definir cantidades adimensionales.

La relación entre el flujo másico y la velocidad del fluido en el cambiador de calor está dada por la siguiente expresión:

$$M_i = \sum_i A_i V_i$$

donde;

$M_i$  = Flujo másico del fluido (kg/s)

$\rho_i$  = Densidad del fluido (kg/m<sup>3</sup>)

$A_i$  = Área de flujo (m<sup>2</sup>)

$V_i$  = Velocidad de flujo (m/s)

Sustituyendo la ecuación para flujo másico en las ecuaciones anteriores y dividiendo entre  $M_i \cdot C_{p_i}$  se obtiene:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(52) \quad \frac{1}{2V_1} \frac{dT_{11}}{dt} + \frac{dT_{11}}{dz} = \frac{UA_T}{2M_1 C_{p1} L} (T_2 - T_{11})$$

paso 2

$$(53) \quad \frac{1}{2V_1} \frac{dT_{1z}}{dt} - \frac{dT_{1z}}{dz} = - \frac{UA_T}{2M_1Cp_1L} (T_2 - T_{1z})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(54) \quad \frac{1}{V_2} \frac{dT_2}{dt} - \frac{dT_2}{dz} = - \frac{UA_T}{2M_2Cp_2L} [2 T_2 - (T_{11} + T_{12})]$$

Definimos una posición adimensional en el cambiador  $x=z/L$ , lo cual implica que  $0 \leq x \leq 1$  y  $dx=dz/L$ , y sustituyendo en las ecuaciones anteriores se llega a las siguientes expresiones:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(55) \quad \frac{1}{2V_1} \frac{dT_{1x}}{dt} + \frac{1}{L} \frac{dT_{1x}}{dx} = \frac{UA_T}{2M_1Cp_1L} (T_2 - T_{11})$$

paso 2

$$(56) \quad \frac{1}{2V_1} \frac{dT_{1z}}{dt} - \frac{1}{L} \frac{dT_{1z}}{dx} = \frac{UA_T}{2M_1Cp_1L} (T_2 - T_{1z})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(57) \quad \frac{1}{V_2} \frac{dT_2}{dt} - \frac{1}{L} \frac{dT_2}{dx} = - \frac{UA_T}{2M_2Cp_2L} [2 T_2 - (T_{11} + T_{12})]$$

Para definir un tiempo adimensional se utiliza el tiempo de residencia del fluido que circula por el lado de los tubos en el cambiador de calor ( $L/V_1$ ), de modo que:

$$\theta = t V_1/L$$

Lo cual implica que  $d\theta = (V_1/L)dt$  y  $\theta=1$  cuando transcurra el tiempo de residencia del fluido que va por el lado de los

tubos. Sustituyendo el tiempo adimensional  $\theta$  y multiplicando por  $L$  las ecuaciones anteriores se obtienen las siguientes expresiones:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS  
paso 1

$$(58) \quad \frac{1}{2} \frac{dT_{11}}{d\theta} + \frac{dT_{11}}{dx} = \frac{UA_T}{2M_1Cp_1} (T_2 - T_{11})$$

paso 2

$$(59) \quad \frac{1}{2} \frac{dT_{12}}{d\theta} - \frac{dT_{12}}{dx} = \frac{UA_T}{2M_1Cp_1} (T_2 - T_{12})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA  
caso c

$$(60) \quad \frac{V_1}{V_2} \frac{dT_2}{d\theta} - \frac{dT_2}{dx} = - \frac{UA_T}{M_2Cp_2} [2 T_2 - (T_{11} + T_{12})]$$

Por último, se definirán las siguientes cantidades adimensionales:

$$r = V_1/V_2$$

$$a_1 = UA_T / (M_1Cp_1) \quad ; \quad a_2 = UA_T / (M_2Cp_2)$$

Sustituyendo estas definiciones en las ecuaciones diferenciales anteriores se llega a las siguientes ecuaciones:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS  
paso 1

$$(61) \quad \frac{1}{2} \frac{dT_{11}}{d\theta} + \frac{dT_{11}}{dx} = \frac{a_1}{2} (T_2 - T_{11})$$

paso 2

$$(62) \quad \frac{1}{2} \frac{dT_{12}}{d\theta} - \frac{dT_{12}}{dx} = \frac{a_1}{2} (T_2 - T_{12})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA  
 caso c

$$(65) \quad r \frac{dT_2}{d\theta} - \frac{dT_2}{dx} = -a_2 [2 T_2 - (T_{11} + T_{12})]$$

Las condiciones iniciales y a la frontera son las siguientes:

$$\begin{aligned} T_{11}(\theta, x=0) &= f_1(\theta) && \text{para } \theta \geq 0 \\ T_2(\theta, x=1) &= f_2(\theta) && \text{para } \theta \geq 0 \\ T_{11}(\theta=0, x) &= g_{11}(x) && \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ T_{12}(\theta=0, x) &= g_{12}(x) && \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ T_2(\theta=0, x) &= g_2(x) && \text{para } 0 \leq x \leq 1 \\ T_{12}(\theta, x=1) &= T_{11}(\theta, x=1) && \text{para } \theta \geq 0 \end{aligned}$$

Las ecuaciones anteriores representan el modelo matemático del cambiador de calor (1,2) a contracorriente que se resolverá por el método numérico presentado en la siguiente sección.

Los datos que se requieren para iniciar la solución son los siguientes:

Parámetros :  $a_1, a_2, r$

Funciones :  $f_1(\theta), f_2(\theta), g_{11}(x), g_{12}(x), g_2(x)$

Las funciones  $f_1(\theta)$  y  $f_2(\theta)$  representan las temperaturas de entrada al cambiador de calor en función del tiempo, para el fluido por el lado de los tubos y de la coraza respectivamente. Las funciones  $g_{11}(x)$ ,  $g_{12}(x)$  y  $g_2(x)$  representan las temperaturas iniciales de los fluidos en el interior del cambiador antes de comenzar la simulación dinámica. Los parámetros  $a_1$ ,  $a_2$  y  $r$  pueden también ser función del tiempo en caso de que los flujos máxicos  $M_1$  y  $M_2$  cambien en el transcurso de la simulación.

### III.2 METODO NUMERICO DE CRANK-NICHOLSON PARA RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES.

Este método sirve para resolver los problemas con variables dependientes del tiempo por un esquema de diferencias finitas conocido como método implícito. Por medio de él se resuelve con aproximaciones de diferencias finitas, un sistema de ecuaciones para encontrar la solución a medida que transcurre el tiempo.

En otras palabras, por cada nuevo valor de tiempo se resuelve un sistema de ecuaciones algebraicas para encontrar todos los valores desconocidos (perfiles de temperatura dentro del cambiador). La ventaja de los métodos implícitos sobre los explícitos es que el tamaño de paso puede ser grande sin la preocupación de excederse en el error de redondeo.

Aunque el método explícito es simple para su cálculo, tiene un serio inconveniente. El incremento en el tiempo  $\Delta t$  es necesariamente pequeño porque converge cuando  $0 < \Delta t / \Delta x^2 \leq \frac{1}{2}$ , donde  $\Delta x$  representa el incremento dado en la posición a lo largo de cambiador. Es decir que  $\Delta t \leq \frac{1}{2} (\Delta x^2)$  debe ser lo suficientemente pequeño para obtener una precisión razonable.

Crank y Nicholson (1947) propusieron un método que reduce el volumen total de cálculos y es válido (es decir, convergente y estable) para todos los valores finitos de  $\Delta t / (\Delta x^2)$ .

Utilizando este modelo para resolver ecuaciones diferenciales parciales, se observa que es posible evaluar las derivadas de varias maneras, las cuales se presentan a continuación. (ver figura 3.2)

1\* Alternativa (figura 3.2 a)

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{T_i(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_i(x, \theta+\Delta\theta)}{h} \quad \text{en } \theta + \Delta\theta$$

$$\frac{dT_i}{d\theta} = \frac{T_i(x, \theta+\Delta\theta) - T_i(x, \theta)}{\Delta\theta} \quad \text{en } x$$

2\* Alternativa (figura 3.2 b)

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{T_i(x+h, \theta) - T_i(x, \theta)}{h} \quad \text{en } \theta$$

$$\frac{dT_i}{d\theta} = \frac{T_i(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_i(x+h, \theta)}{\Delta\theta} \quad \text{en } x+h$$

3\* Alternativa (figura 3.2 c)

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{T_i(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_i(x, \theta+\Delta\theta)}{h} \quad \text{en } \theta+\Delta\theta$$

$$\frac{dT_i}{d\theta} = \frac{T_i(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_i(x+h, \theta)}{\Delta\theta} \quad \text{en } x+h$$

4\* Alternativa (figura 3.2 d)

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{T_i(x+h, \theta) - T_i(x, \theta)}{h} \quad \text{en } \theta$$

$$\frac{dT_i}{d\theta} = \frac{T_i(x, \theta+\Delta\theta) - T_i(x, \theta)}{\Delta\theta} \quad \text{en } x$$

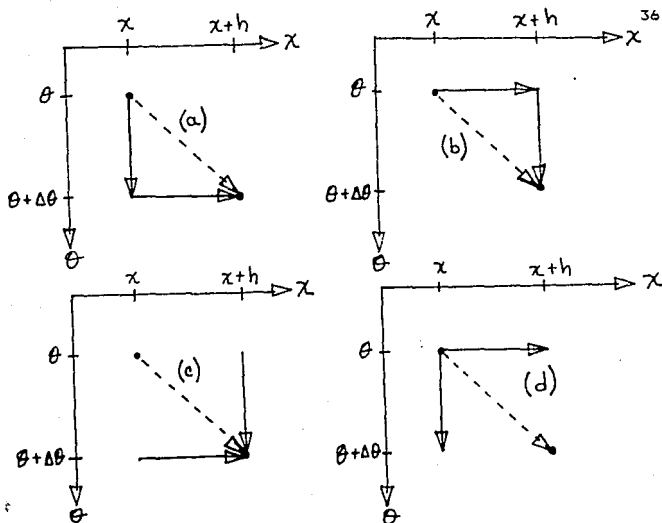


FIGURA 3.2 DIAGRAMA QUE ILUSTRAS GRAFICAMENTE LAS CUATRO ALTERNATIVAS DE EVALUACION DE LAS DERIVADAS POR EL METODO DE CRANK-NICHOLSON.

Para conocer con cual de estas alternativas se obtiene la mejor aproximación, se resuelve un ejemplo donde se comienza con un perfil constante de temperatura en el cambiador de calor y se observa como se alcanza el estado estacionario.

El incremento en el tiempo se define como el producto del tiempo de residencia por un factor "f" adimensional el cual determina el número de cálculos que se desean realizar con respecto a la derivada del tiempo.

El incremento en el tiempo está dado por  $\Delta t = f(L/Vi)$ , o bien  $t = \Delta \theta$ .



En la tabla 3.1 se muestran las observaciones generadas de las cuatro alternativas estudiadas.

TABLA 3.1

ALTERNATIVA	NUMERO DE PARTICIONES	FACTOR $\Delta\theta=f$	OBSERV.
PRIMERA	10	0.10	NO CONVERGE
PRIMERA	10	0.50	CONVERGE
PRIMERA	10	1.00	CONVERGE
PRIMERA	10	2.00	CONVERGE
PRIMERA	20	0.10	CONVERGE
PRIMERA	20	0.50	CONVERGE
PRIMERA	20	1.00	CONVERGE
SEGUNDA	10	0.01	CONVERGE
SEGUNDA	10	0.10	CONVERGE
SEGUNDA	10	0.20	NO CONVERGE
SEGUNDA	10	0.50	NO CONVERGE
SEGUNDA	20	0.01	CONVERGE
SEGUNDA	20	0.10	NO CONVERGE
TERCERA	10	0.02	CONVERGE
TERCERA	10	0.10	CONVERGE
TERCERA	10	1.00	CONVERGE
TERCERA	20	0.02	CONVERGE
TERCERA	20	0.05	CONVERGE
TERCERA	20	0.10	CONVERGE
TERCERA	40	0.02	CONVERGE
TERCERA	40	0.05	CONVERGE
CUARTA	10	0.10	NO CONVERGE
CUARTA	10	0.50	NO CONVERGE
CUARTA	20	0.10	NO CONVERGE
CUARTA	20	0.50	NO CONVERGE

Para visualizar de un modo mejor los resultados, se presentan las gráficas de las temperaturas de salida por el lado de los tubos con diferentes número de particiones (N) e incrementos en el tiempo ( $\Delta\theta$ ).

A continuación se presentan las gráficas con algunas observaciones.

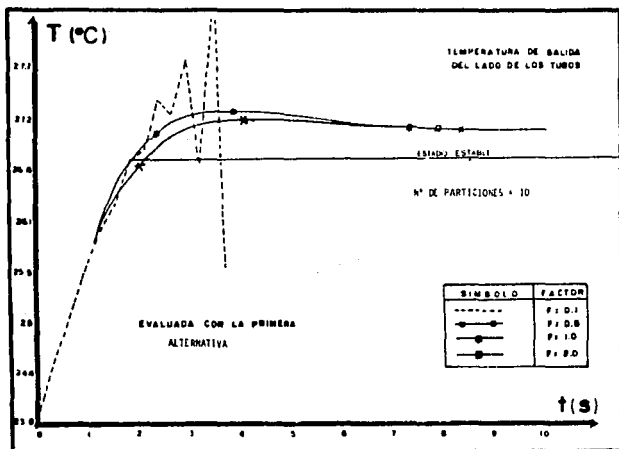


FIGURA 3.3 TEMPERATURA DE SALIDA POR EL LADO DE LOS TUBOS VS. TIEMPO PARA LA 1ª. ALTERNATIVA DE EVALUACION DE LA DERIVADA CON N=10 PARTIIONES Y DIFERENTES INCREMENTOS EN EL TIEMPO.

En la figura 3.3 se observa que el modelo no converge para la primera alternativa con 10 particiones en la distancia y para un factor de 0.1 en el tiempo. Se puede también ver que al aumentar el valor del factor (o sea  $\Delta t$ ) el modelo tiene un mejor comportamiento de acercamiento al estado estable. El valor de temperatura para el estado estable se obtuvo en el apéndice B (ejemplo B.2).

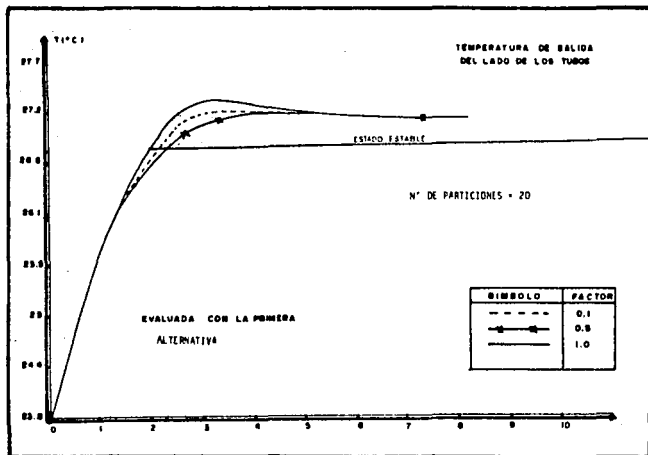


FIGURA 3.4 TEMPERATURA DE SALIDA POR EL LADO DE LOS TUBOS VS. TIEMPO PARA LA 1ª. ALTERNATIVA DE EVALUACION DE LA DERIVADA CON N=20 PARTICIONES Y DIFERENTES INCREMENTOS EN EL TIEMPO.

En la figura 3.4 (evaluada con la 1ª. alternativa de la derivada) se puede observar que el modelo obtiene un mejor acercamiento al estado estacionario cuando el factor es igual a 0.5 y N° de particiones = 20.

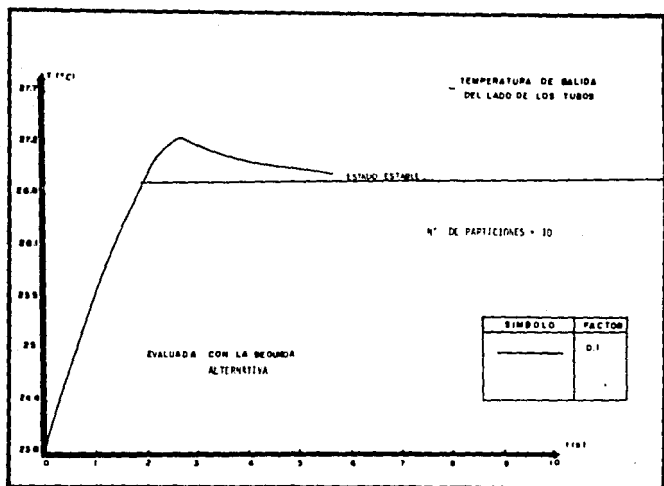


FIGURA 3.5 TEMPERATURA DE SALIDA POR EL LADO DE LOS TUBOS VS. TIEMPO PARA LA 2ª. ALTERNATIVA DE EVALUACION DE LA DERIVADA CON N=10 PARTICIONES Y DIFERENTES INCREMENTOS EN EL TIEMPO.

En la figura 3.5 (evaluada con la 2ª. alternativa de la derivada) se puede ver que el modelo no presenta un buen acercamiento al estado estacionario cuando el factor es igual a 0.1 para un número de particiones igual a 10.

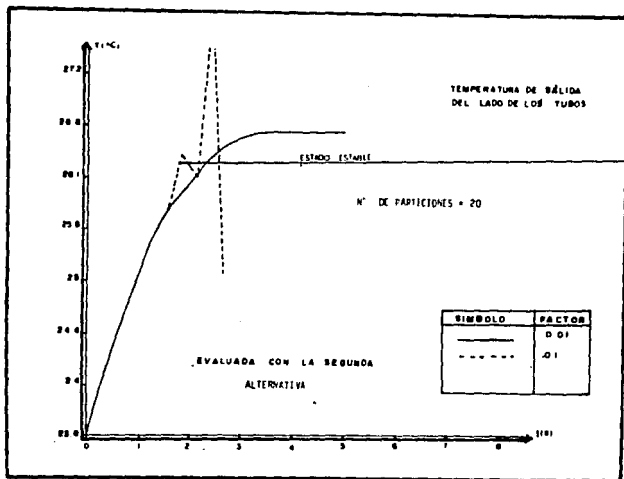


FIGURA 3.6 TEMPERATURA DE SALIDA POR EL LADO DE LOS TUBOS VS. TIEMPO PARA LA 2ª. ALTERNATIVA DE EVALUACION DE LA DERIVADA CON N=20 PARTICIONES Y DIFERENTES INCREMENTOS EN EL TIEMPO.

La figura 3.6 (evaluada con la 2ª. alternativa de la derivada) nos muestra que el modelo se acerca al estado estacionario cuando el factor es igual a 0.01 y no converge cuando el factor es igual a 0.1 para un número de particiones igual a 20. Esto es, no converge cuando se aumenta el valor del incremento en el tiempo.

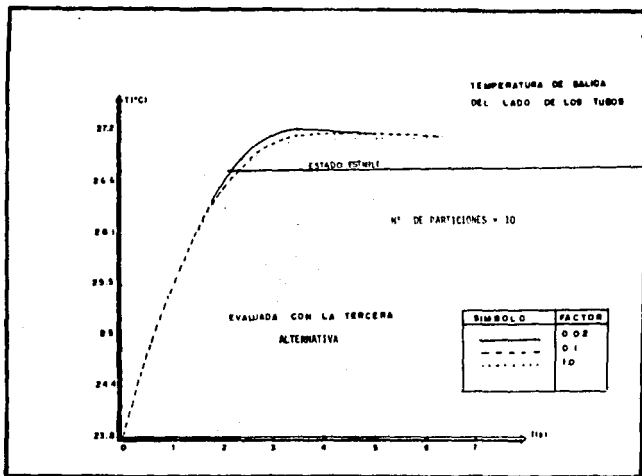


FIGURA 3.7. TEMPERATURA DE SALIDA POR EL LADO DE LOS TUBOS VS. TIEMPO PARA LA 3ª. ALTERNATIVA DE EVALUACION DE LA DERIVADA CON N=10 PARTICIONES Y DIFERENTES INCREMENTOS EN EL TIEMPO.

Con la figura 3.7 (evaluada con la 3ª. alternativa de la derivada) se puede ver que el acercamiento al estado estable es mayor conforme aumenta el valor del factor, esto para 10 particiones.

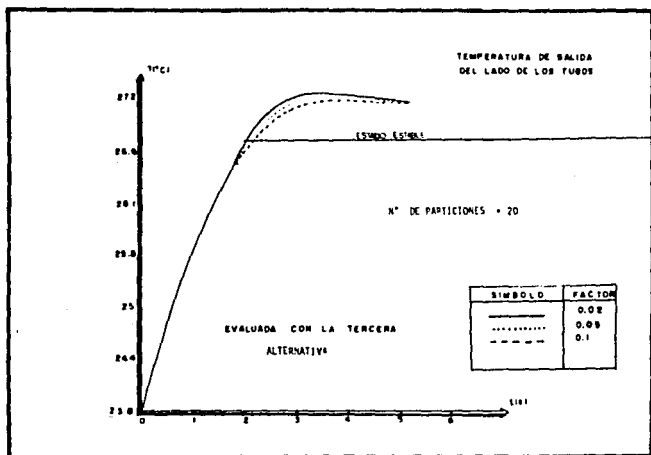


FIGURA 3.8 TEMPERATURA DE SALIDA POR EL LADO DE LOS TUBOS VS. TIEMPO PARA LA 3ª. ALTERNATIVA DE EVALUACION DE LA DERIVADA CON N=20 PARTICIONES Y DIFERENTES INCREMENTOS EN EL TIEMPO.

Como se puede observar en la figura 3.8' (evaluada con la 3ª. alternativa de la derivada) al incrementarse el valor del factor, con un número de particiones igual a 20, se obtiene una mejor aproximación al estado estacionario.

Observando las figuras podemos apreciar que la tercera alternativa para evaluar la derivada es la mejor, ya que converge para todos los valores que se le asignen al incremento en el tiempo, esto a diferencia de la primera alternativa que no converge cuando se disminuye el valor del incremento en el tiempo. De la misma forma sucede para la segunda alternativa que no converge cuando se aumenta el valor del incremento en el tiempo (ver tabla 3.1). En el caso de la cuarta alternativa se puede apreciar que no converge, para ningún valor de incremento en el tiempo ni de número de particiones.

Es importante señalar que el tiempo de cálculo se hace más largo al disminuir el valor del factor  $f$ . Del análisis de las figuras se optó por utilizar un número de particiones igual a 10 y un factor (incremento en el tiempo  $\Delta\theta$ ) igual a 0.5 y las derivadas se evalúan con la tercera alternativa.

Una vez determinada la alternativa con la cual se evalúan las derivadas, se procede a sustituir estas en el modelo en las ecuaciones (61) y (62) para el lado de los tubos y en la ecuación (63) para el lado de la coraza, con lo que se obtiene:

#### FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(64) \quad \frac{1}{2} \frac{T_{11}(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_{11}(x+h, \theta)}{\Delta\theta} + \frac{T_{11}(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_{11}(x, \theta+\Delta\theta)}{h}$$

$$= \frac{a_1}{2} [T_2(x, \theta) - T_{11}(x, \theta)]$$

paso 2

$$(65) \quad \frac{1}{2} \frac{T_{12}(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_{12}(x+h, \theta)}{\Delta\theta} - \frac{T_{12}(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_{12}(x, \theta+\Delta\theta)}{h}$$

$$= \frac{a_1}{2} [T_2(x, \theta) - T_{12}(x, \theta)]$$



## FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c  
(66) 
$$r \frac{T_2(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_2(x+h, \theta)}{\Delta\theta} - \frac{T_2(x+h, \theta+\Delta\theta) - T_2(x, \theta+\Delta\theta)}{h}$$

$$= - \frac{a_2}{2} [2 T_2(x, \theta) - (T_{11}(x, \theta) + T_{12}(x, \theta))]$$

Despejando  $T_{11}(x+h, \theta+\Delta\theta)$ ,  $T_{12}(x, \theta+\Delta\theta)$  y  $T_2(x, \theta+\Delta\theta)$  para conocer el perfil dinámico de temperaturas dentro del intercambiador se tiene;

## FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(67) T_{11}(x+h, \theta+\Delta\theta) = \left[ \frac{1}{h+2\Delta\theta} \right] [2\Delta\theta T_{11}(x, \theta+\Delta\theta) + h T_{11}(x+h, \theta) + a_1 h \Delta\theta (T_2(x, \theta) - T_{11}(x, \theta))]$$

paso 2

$$(68) T_{12}(x, \theta+\Delta\theta) = \left[ \frac{h}{2\Delta\theta} \right] \left[ \left( \frac{2\Delta\theta}{h} - 1 \right) T_{12}(x+h, \theta+\Delta\theta) + T_{12}(x+h, \theta) + a_1 \Delta\theta (T_2(x, \theta) - T_{11}(x, \theta)) \right]$$

## FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(69) T_2(x, \theta+\Delta\theta) = \left[ \frac{rh}{\Delta\theta} \right] \left[ \left( \frac{\Delta\theta}{rh} - 1 \right) T_2(x+h, \theta+\Delta\theta) + T_2(x+h, \theta) - \frac{a_2 \Delta\theta}{2r} (2 T_2(x, \theta) - (T_{11}(x, \theta) + T_{12}(x, \theta))) \right]$$

Las ecuaciones anteriores representan el comportamiento dinámico de un intercambiador de calor (1,2) a contracorriente, con ellas se obtiene el perfil de temperaturas mediante el siguiente procedimiento.

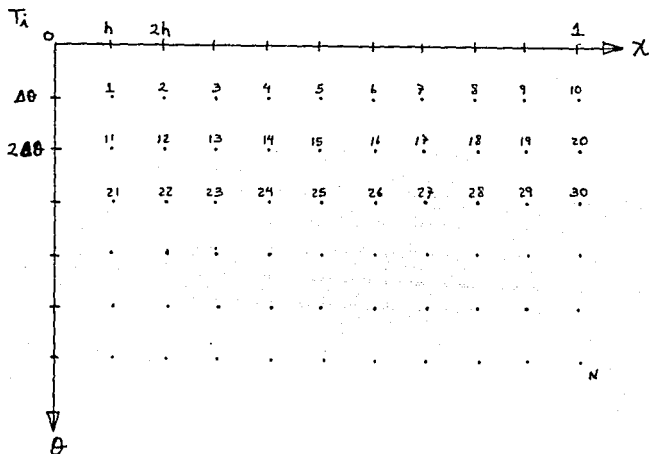


FIGURA 3.9 DIAGRAMA QUE MUESTRA LA SECUENCIA DE EVALUACION DE LAS TEMPERATURAS DENTRO DEL CAMBIADOR POR MEDIO DEL METODO DE CRANK-NICHOLSON.

En la figura 3.4 se muestra la secuencia del cálculo de las temperaturas en el cambiador de calor. Se conocen las condiciones a la frontera  $\theta = 0$  para  $0 \leq x \leq 1$  y  $x=0$  para  $\theta \geq 0$ , esto es, los valores de temperatura sobre los ejes coordenados de la figura 3.9. Los números que aparecen en la figura indican la secuencia de cálculo de las temperaturas.

Esto es, por ejemplo la temperatura del primer paso del fluido por el lado de los tubos ( $T_{1,1}$ ), representada en el

punto (1) de la figura 3.9, se obtiene de la ecuación (67) y queda representada de la siguiente forma:

$$T_{11}(h, \Delta\theta) = \left[ \frac{1}{h + 2\Delta\theta} \right] [2\Delta\theta T_{11}(0, \Delta\theta) + h T_{11}(h, 0) + a_1 h \Delta\theta (T_2(0, 0) - T_{11}(0, 0))]$$

En la ecuación anterior se sustituyeron los valores de los incrementos ( $\Delta\theta$  para el tiempo y  $h$  para la posición) representados en la figura 3.9.

De la misma forma para la temperatura del segundo paso del fluido por el lado de los tubos ( $T_{12}$ ) representada en el punto (1) de la figura 3.9, se obtiene de la ecuación (68) y queda representada mediante la siguiente expresión:

$$T_{12}(0, \theta) = \left[ \frac{h}{2\Delta\theta} \right] \left[ \left( \frac{2\Delta\theta}{h} - 1 \right) T_{12}(h, \Delta\theta) + T_{12}(h, 0) + a_1 \Delta\theta (T_2(0, 0) - T_{11}(0, 0)) \right]$$

La temperatura del primer paso del fluido por el lado de los tubos ( $T_{11}$ ) representada en el punto (2) de la figura 3.9, se obtiene de la ecuación (67) y queda representada de la siguiente manera:

$$T_{11}(2h, 2\Delta\theta) = \left[ \frac{1}{h + 2\Delta\theta} \right] [2\Delta\theta T_{11}(h, 2\Delta\theta) + h T_{11}(2h, \Delta\theta) + a_1 h \Delta\theta (T_2(h, \Delta\theta) - T_{11}(h, \Delta\theta))]$$

Con estos ejemplos queda representada la secuencia de cálculo de las temperaturas dentro del cambiador para el fluido que circula tanto por el lado de la coraza como por el lado de los tubos. La forma de evaluación de las temperaturas para el fluido que circula por el lado de la coraza, se realiza de la misma manera que para las ecuaciones del fluido que circula por el lado de los tubos.

### III.3 SOLUCION NUMERICA DEL MODELO GENERAL.

Como se mencionó en el capítulo II se genera un modelo para intercambiadores de calor con valores de  $m$  y  $n$  menores o iguales a 4. En esta parte se muestran las ecuaciones con las que se evaluaron todos los resultados obtenidos en el presente trabajo.

Debido a que el modelo obtenido en la sección anterior contiene algunas consideraciones tales como flujos, densidades y capacidades caloríficas constantes, se procedió a realizar el cambio de estas variables a funciones que dependen del tiempo, así como también, los balances de energía del modelo se realizaron con entalpías.

A continuación se muestran las ecuaciones del modelo general, el cual también considera intercambiadores de calor a corriente paralela.

El procedimiento de obtención de las ecuaciones del modelo general es similar a los presentados en el transcurso de este trabajo, la única diferencia radica en que algunas variables no se toman como constantes, sino que se consideran funciones que dependen del tiempo o de la temperatura según sea el caso y que las ecuaciones fueron planteadas con entalpías y no con temperaturas. Debido a lo anterior se presentan las ecuaciones finales del modelo, tanto para intercambiadores a contracorriente como a ccorriente.

Es importante mencionar que el modelo no comprende intercambiadores en los cuales exista cambio de fase.

Antes de mostrar las ecuaciones correspondientes, se presentan los diagramas donde se muestran las entradas y

salidas de los fluidos que circulan por el lado de los tubos y de la coraza (figuras 3.10).

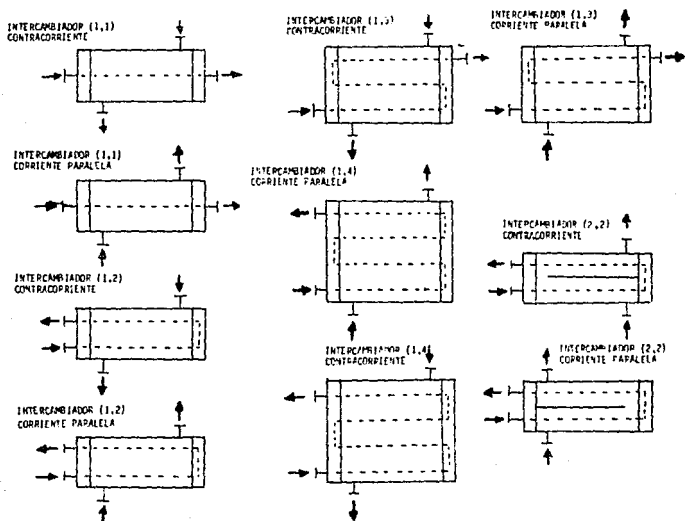


FIGURA 3.10.1 DIAGRAMA DONDE SE PRESENTAN LAS CORRIENTES DE ENTRADAS Y SALIDAS DE LOS DIFERENTES INTERCAMBIADORES SIMULADOS.

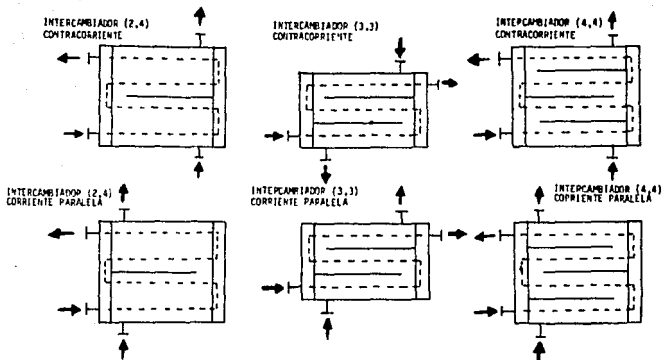


FIGURA 3.10.2 DIAGRAMA DONDE SE PRESENTAN LAS CORRIENTES DE ENTRADAS Y SALIDAS DE LOS DIFERENTES INTERCAMBIADORES SIMULADOS.

Aplicando las ecuaciones diferenciales del balance de energía para el lado de los tubos, ecuaciones (8) y (9), y sustituyendo el balance de materia para el lado de los tubos, ecuaciones (10) y (12), así como las aproximaciones a las derivadas dadas por la tercera alternativa, se obtienen las siguientes ecuaciones para el lado de los tubos:

#### BALANCE DE ENERGIA DEL FLUIDO POR EL LADO DE LOS TUBOS

pasos noes

$$(70) (h_{1j})_{z',t'} = \frac{1}{\Delta t (M_{1j})_{z,t'} + A_2 \Delta z / n (Y_{1j})_{z',t}} [\Delta t (M_{1j} h_{1j})_{z,t'} + \frac{\Delta t \Delta z U A_T}{nL} (T_2 - T_{1j})_{z,t} + \frac{\Delta z A_2}{n} (Y_{1j} h_{1j})_{z',t}]$$

pasos pares

$$(71) \quad (h_{1j})_{z',t'} = \frac{1}{\Delta t (M_{1j})_{z',t'} - A_2 \Delta z / n [(Y_{1j})_{z',t'} - (Y_{1j})_{z',t}]} \\ \left[ \Delta t (M_{1j} h_{1j})_{z',t'} + \frac{\Delta t \Delta z U A_T}{n L} (T_2 - T_{1j})_{z,t} \right. \\ \left. + \frac{\Delta z A_2}{n} [(Y_{1j} h_{1j})_{z',t} - (Y_{1j} h_{1j})_{z',t'}] \right]$$

Realizando las mismas consideraciones que para el lado de los tubos, se toman los balances de energía del lado de la coraza, ecuaciones (21) y (22), y sustituyendo el balance de materia para el lado de la coraza, ecuaciones (23) y (24), así como las aproximaciones a las derivadas dadas por la tercera alternativa, se obtienen las siguientes ecuaciones para el lado de la coraza:

BALANCE DE ENERGIA DEL FLUIDO POR EL LADO DE LA CORAZA

casos c y d

$$(72) \quad (h_{2i})_{z',t'} = \frac{1}{\Delta t (M_{2i})_{z',t'} + A_2 \Delta z / m [(Y_{2i})_{z',t} - (Y_{2i})_{z',t'}]} \\ \left[ \Delta t (M_{2i} h_{2i})_{z',t'} - \frac{\Delta t \Delta z U A_T}{n L} (k T_{2i} - \Sigma T_{1j})_{z,t} \right. \\ \left. - \frac{\Delta z A_2}{n} [(Y_{2i} h_{2i})_{z',t} - (Y_{2i} h_{2i})_{z',t'}] \right]$$

casos a y b

$$(73) \quad (h_{2i})_{z',t'} = \frac{1}{\Delta t (M_{2i})_{z,t'} + A_2 \Delta z / m (Y_{2i})_{z',t}} \\ \left[ \Delta t (M_{2i} h_{2i})_{z,t'} - \frac{\Delta t \Delta z U A_T}{n L} (k T_{2i} - \Sigma T_{1j})_{z,t} \right. \\ \left. + \frac{\Delta z A_2}{n} (Y_{2i} h_{2i})_{z',t} \right]$$

Donde:

$$z' = z + \Delta z \quad \text{y} \quad t' = t + \Delta t$$

Las ecuaciones (70) y (71) para el lado de los tubos, y (72) y (73) para el lado de la coraza, representan el comportamiento dinámico, ya sea con arreglo a cocorriente o a contracorriente, de un intercambiador de  $m$  pasos por el lado de los tubos y  $n$  pasos por el lado de la coraza. Con ellas se realizó el programa con el que se obtienen los resultados que se presentan en la siguiente sección.

Las condiciones iniciales y a la frontera para el modelo general del cambiador de calor son las siguientes:

#### FLUIDO LADO TUBOS

$$\left. \begin{aligned} T_{11}(t, z=0) &= f_1(t) && \text{para } t \geq 0 \\ T_{1j}(t=0, z) &= g_{1j}(z) && \text{para } 0 \leq z \leq L \text{ y } j=1,2,\dots,n \\ T_{12}(t,L) &= T_{11}(t,L) \\ T_{13}(t,0) &= T_{12}(t,0) \\ T_{14}(t,L) &= T_{13}(t,L) \\ \text{etcétera} \end{aligned} \right\} \text{para } t \geq 0$$

#### FLUIDO LADO DE LA CORAZA CAMBIADORES A CONTRACORRIENTE

$$\left. \begin{aligned} T_{21}(t, z=L) &= f_2(t) && \text{para } t \geq 0 \\ T_{2i}(t=0, z) &= g_{2i}(z) && \text{para } 0 \leq z \leq L \text{ e } i=1,2,\dots,m \\ T_{22}(t,0) &= T_{21}(t,0) \\ T_{23}(t,L) &= T_{22}(t,L) \\ T_{24}(t,0) &= T_{23}(t,0) \\ \text{etcétera} \end{aligned} \right\} \text{para } t \geq 0$$

#### FLUIDO LADO DE LA CORAZA CAMBIADORES A COCORRIENTE

$$\left. \begin{aligned} T_{21}(t, z=0) &= f_2(t) && \text{para } t \geq 0 \\ T_{2i}(t=0, z) &= g_{2i}(z) && \text{para } 0 \leq z \leq L \text{ e } i=1,2,\dots,m \end{aligned} \right\}$$



$$\left. \begin{array}{l} T_{22}(t,L) = T_{21}(t,L) \\ T_{23}(t,0) = T_{22}(t,0) \\ T_{24}(t,L) = T_{23}(t,L) \\ \text{etcétera} \end{array} \right\} \text{ para } t \geq 0$$

## CAPITULO IV

### RESULTADOS

En esta parte se presentan los resultados obtenidos con un programa realizado en lenguaje Basic para el simulador dinámico de intercambiadores de calor.

El programa genera resultados en forma tabular y gráfica de las temperaturas de salida y del flujo másico vs. tiempo, para ambos lados del intercambiador, además de un listado de los perfiles internos de temperatura a diferentes intervalos de tiempo.

A continuación se enlistan los casos que se resolvieron, utilizando los datos de un cambiador de calor (1,2) a contracorriente.

En todos los casos, el perfil inicial de temperaturas permanece constante. En primer término se presentan las perturbaciones realizadas al intercambiador, una vez arrancada la simulación. En segundo término se presentan las perturbaciones realizadas al cambiador, cuando éste se encuentra a régimen permanente.

A).- Perfil inicial de temperaturas constante al interior del cambiador de calor.

$$T_{11}(0,z) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq z \leq 1$$

$$T_2(0,z) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq z \leq 1$$

1).- Temperatura de alimentación constante.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

2).- Perturbación de paso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 5 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

3).- Perturbación de paso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 39 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 5 \text{ seg.}$$

4).- Perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } 5 \leq \theta \leq 10 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 10 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

5).- Perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 39 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } 5 \leq \theta \leq 10 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 10 \text{ seg.}$$

6).- Perturbación sinusoidal en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 + 5 \text{ sen } (3.14 T / 10) \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

7).- Perturbación sinusoidal en la temperatura de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 + 5 \text{ sen}(3.14 T/10) \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

8).- Perturbación en el flujo másico de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$M_1(\theta, 0) = 35.311 + 0.21 T \text{ kg/s} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

9).- Perturbación en el flujo másico de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$M_2(\theta, 0) = 22.07 + 0.33 T \text{ kg/s} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

B).- Perfil inicial de temperaturas al interior del cambiador de calor a partir del estado estable.

$$T_{11}(0, z) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq z \leq 1$$

$$T_2(0, z) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq z \leq 1$$

1).- Temperatura de alimentación constante.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

Temperaturas de salida (ver ejemplo B,2)

$$T_{12}(\theta, 0) = 26.72 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 0) = 29.32 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

2).- Perturbación de paso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 5 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

3).- Perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 5 \leq \theta \leq 10 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 10 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

En todos los casos, se presentan las gráficas de las perturbaciones y respuestas obtenidas del perfil dinámico de temperaturas del intercambiador de calor (1,2) a contracorriente. En el ejemplo 4.1 se muestran los datos del cambiador requeridos para iniciar la simulación, algunos de estos datos permanecen constantes en las diferentes perturbaciones realizadas.

#### IV.1 EJEMPLO 4.1 (caso A.1)

Con este ejemplo se inicia la simulación de un cambiador de calor (1,2) a contracorriente, del cual se conocen los datos de diseño y el tipo de fluidos, así como también el perfil inicial de temperaturas en el tiempo cero (condiciones iniciales).

Para este caso, no se realizan perturbaciones en las variables de las corrientes de entrada por ambos lados del intercambiador.

A continuación se muestran los datos del cambiador que son constantes para todos los casos presentados.

Intercambiador de calor (1,2) a contracorriente

FLUIDO 1: AGUA DE ENFRIAMIENTO (LADO TUBOS)

FLUIDO 2: AGUA CRUDA (LADO CORAZA)

- Coeficiente total de transferencia de calor = 1 470.36 J/(s m<sup>2</sup> °C)
- Longitud del cambiador = 4.8768 m
- Diámetro interno del lado de los tubos = 0.01656 m
- Diámetro externo del lado de los tubos = 0.01905 m
- Número de tubos = 160
- Área total de transferencia de calor = 46.6358 m<sup>2</sup>
- Capacidad calorífica del lado de los tubos = 4182.026 J/kg °C
- Capacidad calorífica del lado de los coraza = 4182.026 J/kg °C

Los siguientes datos varían para algunos de los casos que se muestran posteriormente:

- Flujo másico del lado de los tubos = 35.311 kg/s
- Flujo másico del lado de los coraza = 22.07 kg/s
- Temperatura de entrada del fluido por el lado de los tubos = 23.88 °C
- Temperatura de entrada del fluido por el lado de los coraza = 33.88 °C

Con los datos anteriores se alimenta el programa y se obtienen los siguientes resultados:

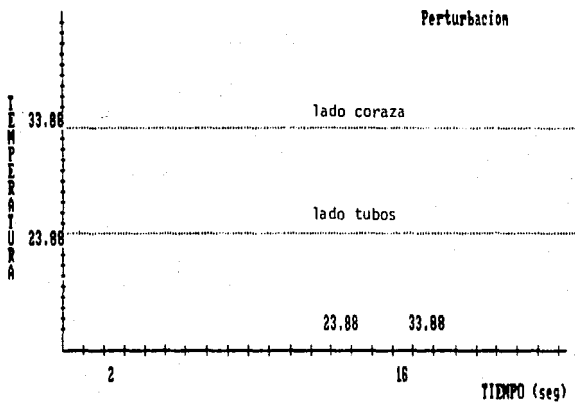


FIGURA 4.1 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO A.1

A.1).- Temperatura de alimentación constante.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_{22}(\theta, 1) = 33.88 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

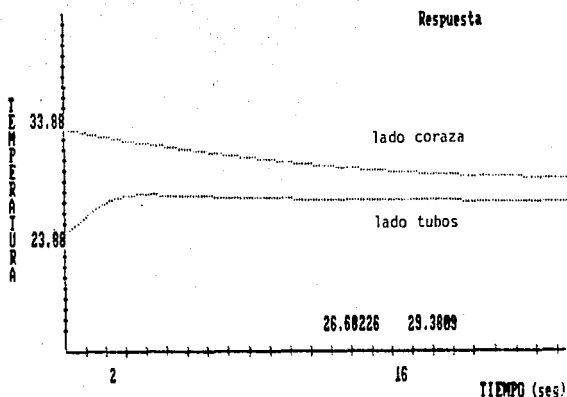


FIGURA 4.2 TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO PARA EL CASO A.1.

Como se puede observar en la figura 4.2 para este caso, el perfil de temperaturas del estado estable se alcanza, para el fluido que circula por el lado de los tubos, aproximadamente cuando se llega al tiempo de residencia del mismo fluido, o sea, 2.38 segundos.



## IV.2 CASO A.2

En este caso, se realiza una perturbación de paso en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de los tubos. Las funciones que se muestran a continuación fueron introducidas en el programa una vez que fue iniciada la simulación, debido a esto no aparecen en el listado de datos que se presenta a continuación.

```

| Cp fluido 1 f(ttemp)=4182.026 J/kg C
| Cp fluido 2 f(ttemp)=4182.026 J/kg C
| Densidad fluido 1 f(ttemp)=1001.942 kg/m^3
| Densidad fluido 2 f(ttemp)=1001.942 kg/m^3
| Flujo masico fluido 1 f(ttemp)=35.311 kg/s
| Flujo masico fluido 2 f(ttemp)=22.07 kg/s
| Temperatura fluido 1 f(ttemp)=23.88 C
| Temperatura fluido 2 f(ttemp)=33.88 C

```

```

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.79333 seg
Tiempo de integracion:00:00:35

```

FIGURA 4.3 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION DE PASO REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LOS TUBOS (T1), CASO A.2.

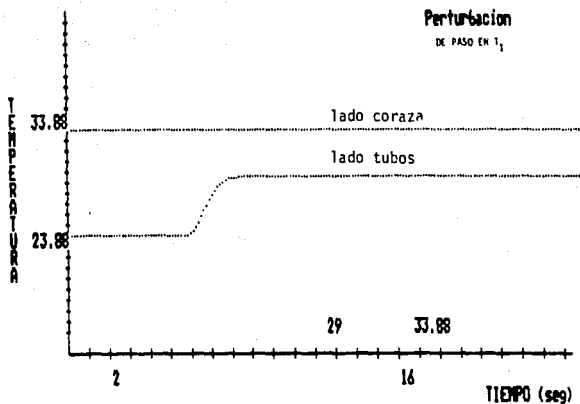


FIGURA 4.4 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO A.2.

A.2).- Perturbación de paso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 5 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

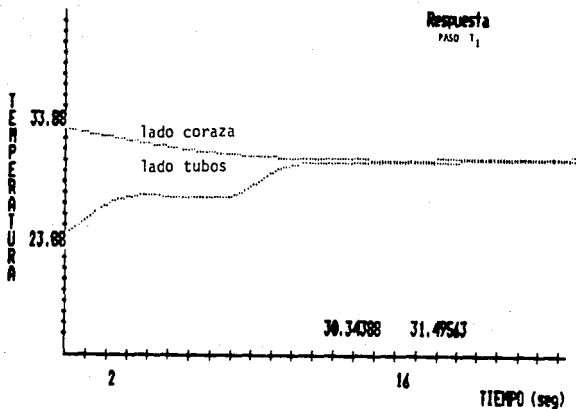


FIGURA 4.5 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.2.

Como se observa en la figura 4.5 el tiempo de respuesta para el fluido que circula por el lado de los tubos es de 3 segundos, mientras que la respuesta del fluido que circula por el lado de la coraza tiene uno de aproximadamente 19 segundos.

## IV.3 CASO A.3

En este caso, se realiza una perturbación de paso en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de la coraza. Las funciones que se muestran a continuación fueron introducidas en el programa una vez que fue iniciada la simulación, debido a esto no aparecen en el listado de datos que se presenta a continuación.

```

Cp fluido 1 f(ttemp)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(ttemp)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(ttemp)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(ttemp)=1001.942 kg/m3
Flujo masico fluido 1 f(ttemp)=33.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(ttemp)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(ttemp)=33.88 C
Temperatura fluido 2 f(ttemp)=33.88 C

```

```

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.99333 seg
Tiempo de Integracion:00107155

```

FIGURA 4.6 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION DE PASO REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LA CORAZA (T2), CASO A.3.



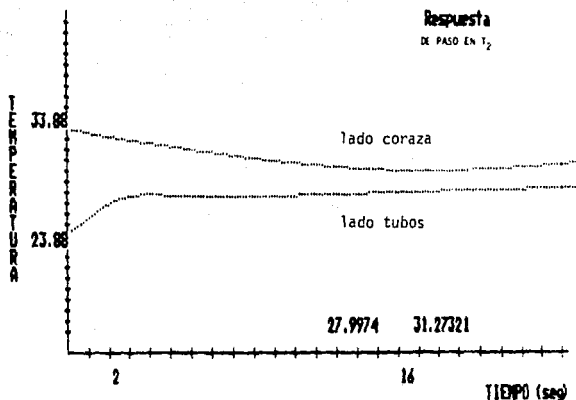


FIGURA 4.8 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.3.

Para esta perturbación se puede ver que el tiempo de respuesta para el fluido que circula por el lado de la coraza es de 19 segundos aproximadamente.

## IV.4 CASO A.4

En este caso, se realiza una perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de los tubos. Las funciones que se muestran a continuación fueron introducidas en el programa una vez que fue iniciada la simulación, debido a esto no aparecen en el listado de datos que se presenta a continuación.

```

Cp fluido 1 f(temp)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(temp)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(temp)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(temp)=1001.942 kg/m3

Flujo masico fluido 1 f(t)temp)=25.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(t)temp)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(t)temp)=23.88 C
Temperatura fluido 2 f(t)temp)=33.88 C

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.99533 seg
Tiempo de integracion=10010715s

```

FIGURA 4.9 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION DE PULSO REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LOS TUBOS (T1), CASO A.4.

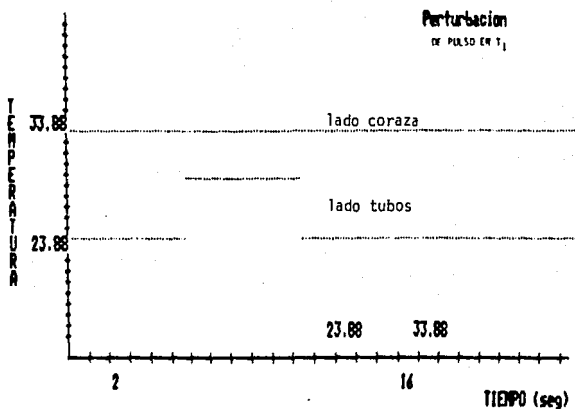


FIGURA 4.10 GRAFICA DE PERTURBACION DE LAS TEMPERATURAS DE ENTRADA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.4.

A.4).- Perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 5 \leq \theta \leq 10 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 10 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$



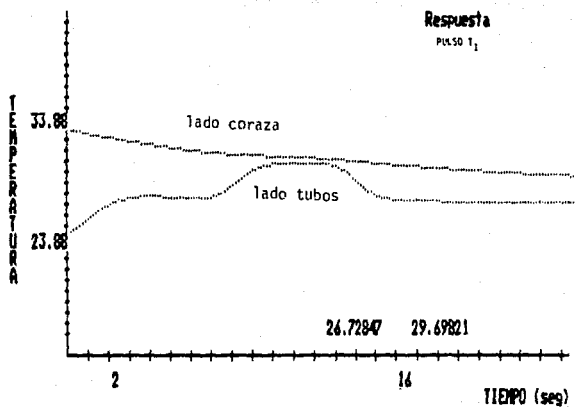


FIGURA 4.11 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO A.4

Para este caso tenemos que el tiempo de respuesta para el fluido que circula por el lado de los tubos es de 2.5 segundos aproximadamente.

## IV.5 CASO A.5

En este caso, se realiza una perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de la coraza. Las funciones que se muestran a continuación fueron introducidas en el programa una vez que fue iniciada la simulación, debido a esto no aparecen en el listado de datos que se presenta a continuación.

```

| Cp fluido 1 f(temp)=4182.02a J/kg C
| Cp fluido 2 f(temp)=4182.02a J/kg C
| Densidad fluido 1 f(temp)=1001.942 kg/m^3
| Densidad fluido 2 f(temp)=1001.942 kg/m^3
| Flujo masico fluido 1 f(tiempo)=35.311 kg/s
| Flujo masico fluido 2 f(tiempo)=22.07 kg/s
| Temperatura fluido 1 f(tiempo)=23.88 C
| Temperatura fluido 2 f(tiempo)=33.88 C
|
| Incremento en distancia= .48768 m
| Incremento en tiempo= .1192172 seg
| Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
| Tiempo de residencia fluido 2= 15.99333 seg
| Tiempo de integracion=100108133

```

FIGURA 4.12 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION DE PULSO REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LA CORAZA (T2), CASO A.5.

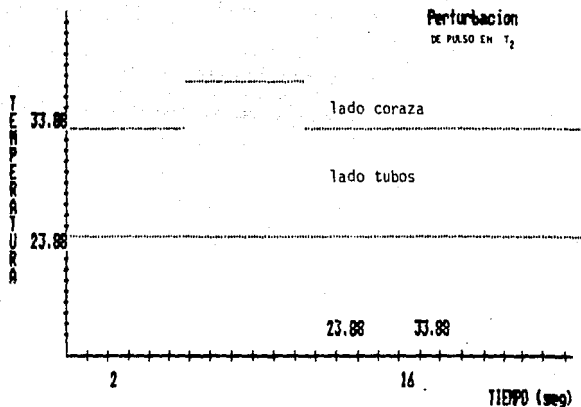


FIGURA 4.13 GRAFICA DE PERTURBACION DE LAS TEMPERATURAS DE ENTRADA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.5

A.5).- Perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{1,1}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 39 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 5 \leq \theta \leq 10 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 10 \text{ seg.}$$

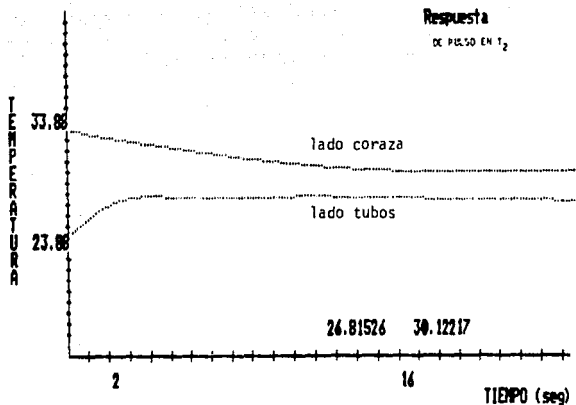


FIGURA 4.14 GRÁFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.5.

Al observar la gráfica de respuesta de esta perturbación se puede apreciar que se obtiene una respuesta mínima para ambos fluidos.

## IV.6 CASO A.6

En este caso, se realiza una perturbación sinusoidal en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de los tubos. La función que se muestra en el listado fue introducida en el programa al inicio de la simulación.

```

Cp fluido 1 f(tempo)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(tempo)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(tempo)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(tempo)=1001.942 kg/m3

Flujo masico fluido 1 f(tempo)=25.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(tempo)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(tempo)=23.86+5tSIN(3.143T/10) C
Temperatura fluido 2 f(tempo)=33.86 C

Incremento en distancia= .48760 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.99327 seg
Tiempo de integracion=00108134

```

FIGURA 4.15 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION SINUSOIDAL REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LOS TUBOS (T1), CASO A.6.

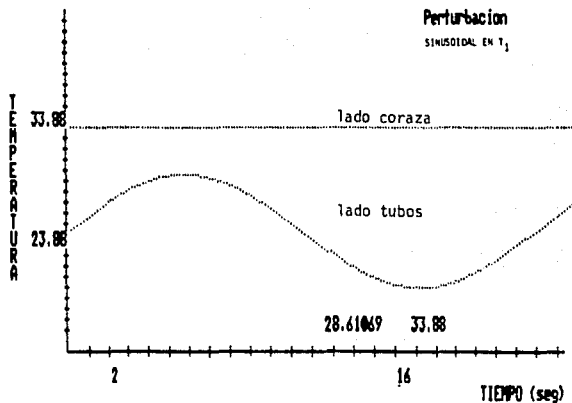


FIGURA 4.16 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO A.6.

A.6).- Perturbación sinusoidal en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 + 5 \operatorname{sen}(3.14 T / 10) \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

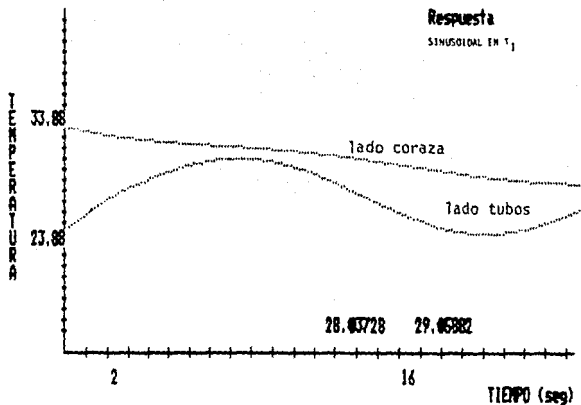


FIGURA 4.17 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.6.

Para este caso vemos que el tiempo de respuesta para el fluido que va por el lado de los tubos es de aproximadamente 2.5 segundos.

## IV.7 CASO A.7

En este caso, se realiza una perturbación sinusoidal en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de la coraza. La función que se muestra en el listado fue introducida en el programa al inicio de la simulación.

```

Cp fluido 1 f(ttemp)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(ttemp)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(ttemp)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(ttemp)=1001.942 kg/m3

Flujo masico fluido 1 f(ttemp)=35.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(ttemp)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(ttemp)=23.88 C
Temperatura fluido 2 f(ttemp)=33.88+585IN(3.1487/10) C

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.99323 seg
Tiempo de Integracion=10010714

```

FIGURA 4.18 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION SINUSOIDAL REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LA CORAZA (T2), CASO A.7



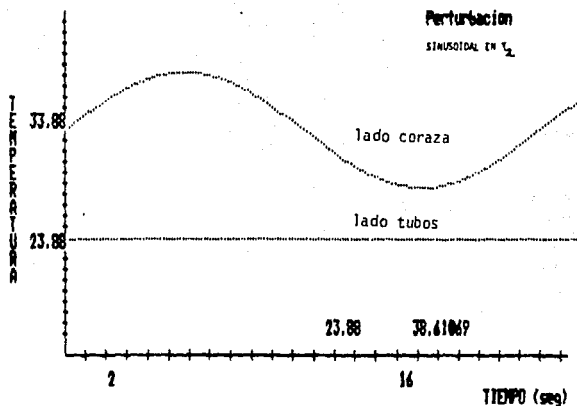


FIGURA 4.19 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO A.7.

A.7).- Perturbación sinusoidal en la temperatura de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 + 5 \text{ sen}(3.14 T/10) \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

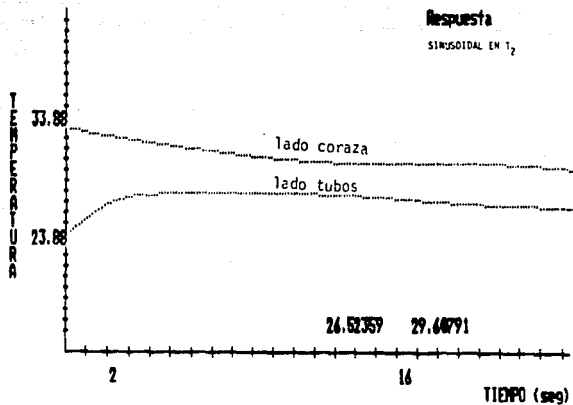


FIGURA 4.20 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO. CASO A.7.

La respuesta de ambos fluidos no observa una variación significativa para este tipo de perturbación.

#### IV.8 CASO A.8

En este caso, se realiza una perturbación en el flujo másico de la corriente de alimentación para el lado de los tubos. La función que se muestra en el listado fue introducida en el programa al inicio de la simulación.

```

Cp fluido 1 f(ttemp)=4187.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(ttemp)=4187.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(ttemp)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(ttemp)=1001.942 kg/m3

Flujo masico fluido 1 f(ttemp)=35.311+0.2187 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(ttemp)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(ttemp)=23.88 C
Temperatura fluido 2 f(ttemp)=35.86 C

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.96533 seg

```

FIGURA 4.21 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION EN EL FLUJO MASICO REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LOS TUBOS (M1), CASO A.8.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



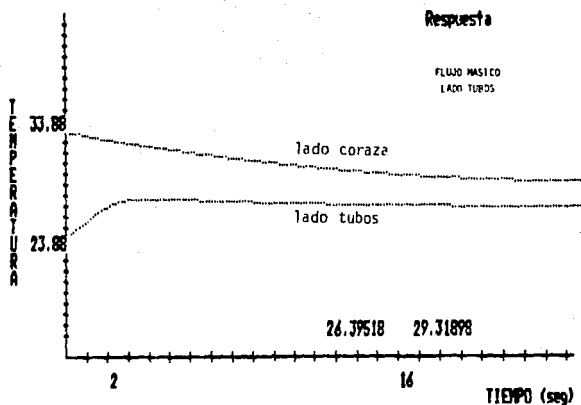


FIGURA 4.23 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.B.

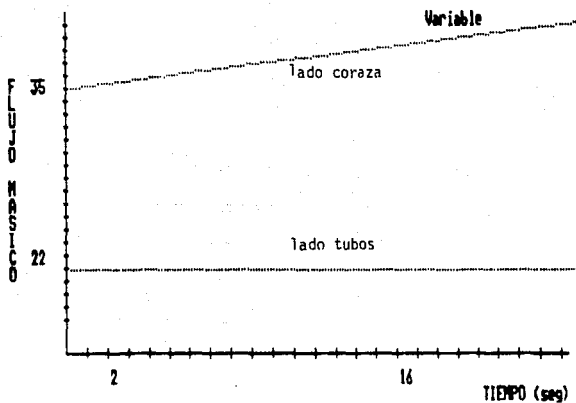


FIGURA 4.24 GRAFICA DE PERTURBACION DE LOS FLUJOS MASICOS DE ENTRADA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.8.

Para esta perturbación no se observa respuesta alguna tanto para el lado de los tubos como para el lado de la coraza.

## IV.9 CASO A.9

En este caso, se realiza una perturbación en el flujo másico en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de la coraza. La función que se muestra en el listado fue introducida en el programa al inicio de la simulación.

```

Cp fluido 1 f(temp)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(temp)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(temp)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(temp)=1001.942 kg/m3

Flujo masico fluido 1 f(tiempo)=35.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(tiempo)=22.0743387 kg/s
Temperatura fluido 1 f(tiempo)=23.88 C
Temperatura fluido 2 f(tiempo)=33.88 C

Incremento en distancia= .46768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.993337 seg
Tiempo de integracion:00:07:49

```

FIGURA 4.25 LISTA DE DATOS PARA LA PERTURBACION EN EL FLUJO MASICO REALIZADA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LA CORAZA (M2), CASO A.9.

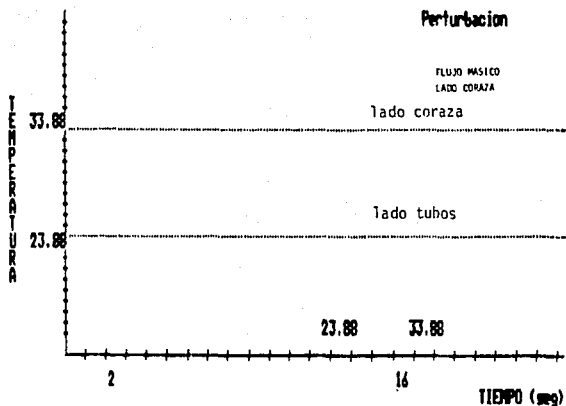


FIGURA 4.26 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO A.9.

A.9).- Perturbación en el flujo másico de la corriente de entrada del lado de la coraza.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

$$M_2(\theta, 0) = 22.07 + 0.33 T \text{ kg/s} \quad \text{para } \theta \geq 0$$



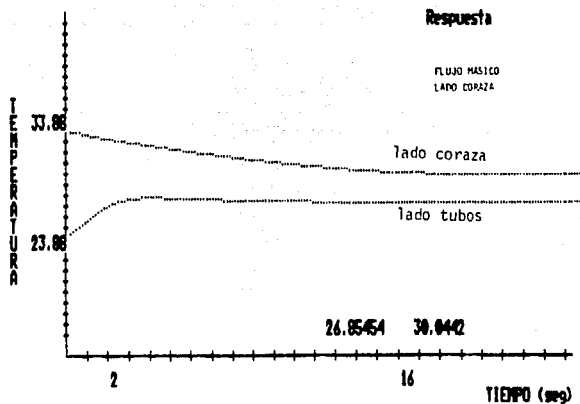


FIGURA 4.27 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.9.

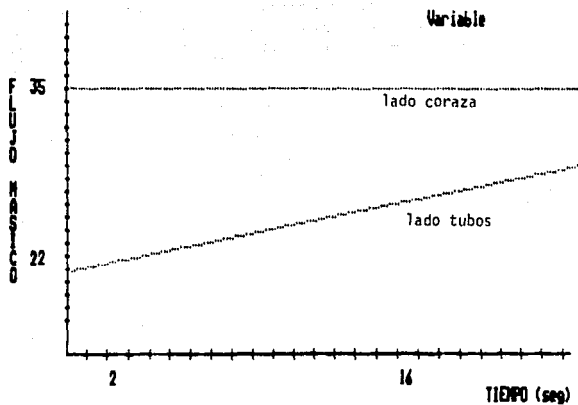


FIGURA 4.28 GRAFICA DE RESPUESTA DE LOS FLUJOS MASICOS DE ENTRADA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO A.9.

Al igual que en el caso anterior, no se observa respuesta significativa para este tipo de perturbación.

## IV.10 CASO B.1

En este caso se presenta la obtención del perfil dinámico de temperaturas partiendo del estado estable, sin realizar ninguna perturbación en las corrientes de alimentación del intercambiador de calor.

```

Cp fluido 1 f(temp)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(temp)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(temp)=1001.942 kg/m^3
Densidad fluido 2 f(temp)=1001.942 kg/m^3
Flujo masico fluido 1 f(ttemp)=35.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(ttemp)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(ttemp)=23.06 C
Temperatura fluido 2 f(ttemp)=53.06 C

Incremento en distancia= .48766 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384544 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.99333 seg
Tiempo de integracion100106152

```

FIGURA 4.29 LISTA DE DATOS DEL PERFIL NORMAL PARTIENDO DEL REGIMEN PERMANENTE, CASO B.1.



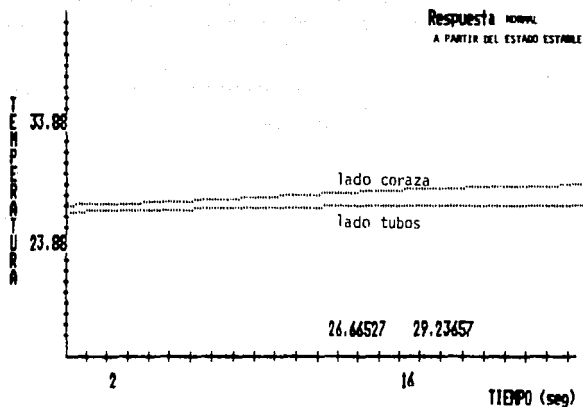


FIGURA 4.31 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO B.1.

En la gráfica de respuesta para este caso, se puede ver que ambas temperaturas de salida siguen una trayectoria ascendente, la cual es debida a que el perfil de temperaturas obtenido a régimen permanente (ver apéndice B; ejemplo B.2) es menor que el perfil dinámico obtenido con el modelo general.

## IV.11 CASO B.2

En este caso, se realiza una perturbación de paso en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de los tubos, partiendo del perfil de temperaturas a régimen permanente obtenido en el apéndice B (ejemplo B.2). Las funciones que se muestran a continuación fueron introducidas en el programa una vez que fue iniciada la simulación, debido a esto no aparecen en el listado de datos que se presenta a continuación.

```

Cp fluido 1 f(tiempi)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(tiempi)=4187.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(tiempi)=1001.942 kg/m^3
Densidad fluido 2 f(tiempi)=1001.942 kg/m^3

Flujo masico fluido 1 f(tiempi)=35.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(tiempi)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(tiempi)=25.88 C
Temperatura fluido 2 f(tiempi)=33.88 C

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384244 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.94231 seg

```

FIGURA 4.32 LISTA DE DATOS PARTIENDO DEL ESTADO ESTABLE, REALIZANDO UNA PERTURBACION DE PASO EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LOS TUBOS (T1), CASO B.2.

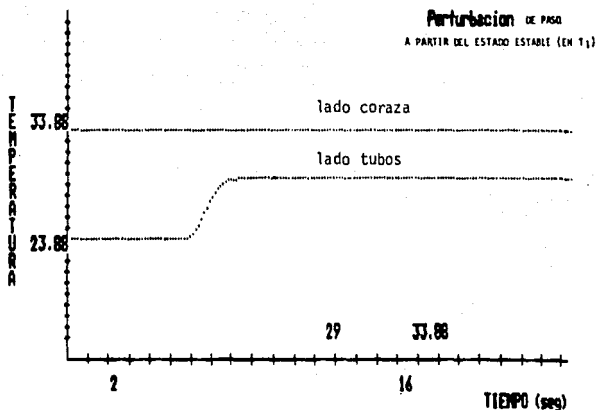


FIGURA 4.33 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO B.2.

B.2).- Perturbación de paso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{1,1}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{1,1}(\theta, 0) = 29 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{2,1}(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

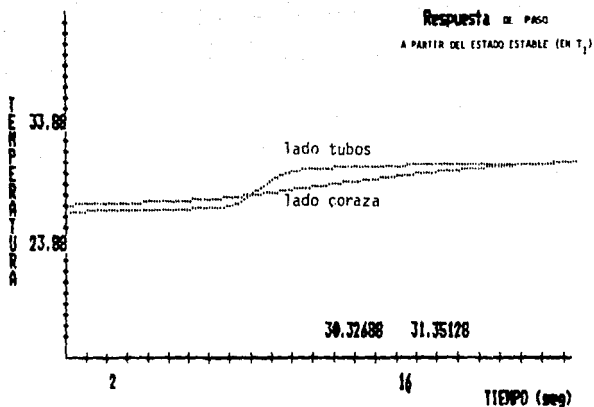


FIGURA 4.34 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO B.2.

Aqui se observa que existe un cruce de temperaturas en el fluido que va por el lado de los tubos, el cual es debido a que la temperatura de perturbación es mayor a la obtenida en el estado estable.



El tiempo de respuesta es el mismo (3 segundos) que el obtenido a partir del tiempo inicial de arranque del intercambiador.

#### IV.12 CASO B.3.

En este caso, se realiza una perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de alimentación para el lado de los tubos partiendo del perfil de temperaturas a régimen permanente. Las funciones que se muestran a continuación fueron introducidas en el programa una vez que fue iniciada la simulación, debido a esto no aparecen en el listado de datos que se presenta a continuación.

```

Cp fluido 1 f(tiempo)=4182.026 J/kg C
Cp fluido 2 f(tiempo)=4182.026 J/kg C
Densidad fluido 1 f(tiempo)=1001.942 kg/m3
Densidad fluido 2 f(tiempo)=1001.942 kg/m3
Flujo masico fluido 1 f(tiempo)=33.311 kg/s
Flujo masico fluido 2 f(tiempo)=22.07 kg/s
Temperatura fluido 1 f(tiempo)=25.00 C
Temperatura fluido 2 f(tiempo)=33.00 C

```

```

Incremento en distancia= .48768 m
Incremento en tiempo= .1192172 seg
Tiempo de residencia fluido 1= 2.384344 seg
Tiempo de residencia fluido 2= 15.49333 seg
Tiempo de integracion=100108101

```

FIGURA 4.35 LISTA DE DATOS PARTIENDO DEL ESTADO ESTABLE, REALIZANDO UNA PERTURBACION DE PULSO EN LA CORRIENTE DE ENTRADA DEL LADO DE LOS TUBOS (T1), CASO B.3.

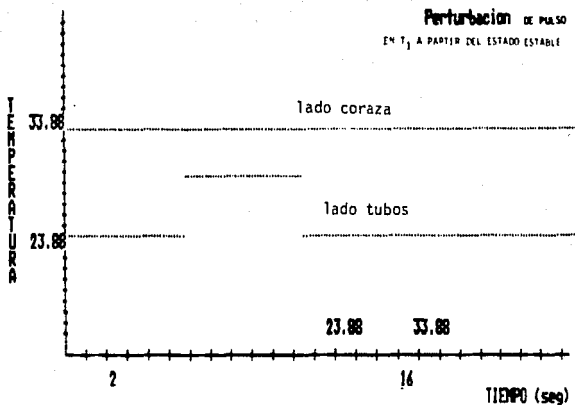


FIGURA 4.36 TEMPERATURAS DE LAS CORRIENTES DE ALIMENTACION AL CAMBIADOR DE CALOR EN FUNCION DEL TIEMPO PARA EL CASO B.3.

B.3).- Perturbación de pulso en la temperatura de la corriente de entrada del lado de los tubos.

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 5 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 29 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } 5 \leq \theta \leq 10 \text{ seg.}$$

$$T_{11}(\theta, 0) = 23.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 10 \text{ seg.}$$

$$T_2(\theta, 1) = 33.88 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{para } \theta \geq 0$$

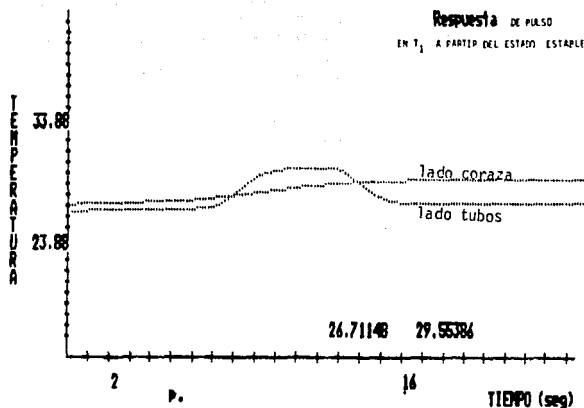


FIGURA 4.37 GRAFICA DE RESPUESTA DE LAS TEMPERATURAS DE SALIDA PARA EL LADO DE LOS TUBOS Y DE LA CORAZA VS. TIEMPO, CASO 8.3.

En este caso se puede ver que el tiempo de respuesta es el mismo que el obtenido al iniciar a partir del tiempo de arranque

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES

Como se puede apreciar a través de este trabajo, es posible simular intercambiadores de calor con un número indeterminado de pasos, ya sea por el lado de la coraza o por el lado de los tubos.

Para fines prácticos los límites son dos pasos por el lado de la coraza y cuatro pasos por el lado de los tubos. Aunque se ha observado que los arreglos en serie de intercambiadores de calor (1,2) proporcionan casi la misma transferencia de calor que los intercambiadores con diseños grandes, tales como (2,4), (3,6), (4,8), etc.

En la sección anterior parte, se realizaron distintas perturbaciones en las corrientes de alimentación a un mismo intercambiador, para de esta forma conocer las respuestas en las corrientes de salida del mismo.

A continuación se presenta un análisis de las diferentes respuestas obtenidas para cada caso:

#### Caso A.1

En este caso no se realiza perturbación a las corrientes de entrada y es posible observar que el intercambiador llega al perfil de temperaturas del régimen permanente, cuando se alcanza el tiempo de residencia de ambos fluidos.

#### Caso A.2

Para este caso, se presenta una perturbación de paso en la temperatura del fluido 1 (lado tubos) a los 5 segundos de haber iniciado la simulación.

En la gráfica de respuesta se observa que el perfil de temperaturas de salida del lado tubos, alcanza el régimen permanente, cuando ha transcurrido el equivalente a un tiempo de residencia del fluido 1, después de realizada la perturbación.

#### Caso A.3

Se hace una perturbación de paso en la temperatura del fluido 2 (lado coraza) a los 5 segundos de haber comenzado la simulación.

En la gráfica de respuesta es posible apreciar que el perfil de temperaturas de salida del lado de la coraza sufre una variación ascendente de la temperatura justo cuando ha transcurrido la suma de tiempos de residencia de ambos fluidos.

#### Caso A.4

Para este caso, se hace una perturbación de pulso en la temperatura del fluido 1 (lado tubos) a los 5 segundos del inicio de la simulación, dicha perturbación se mantiene durante 5 segundos posteriores y entonces se regresa a la temperatura inicial de proceso.

Aquí se observa que el perfil de temperaturas de salida del fluido 1, regresa al régimen permanente después de que ha pasado un tiempo de residencia del fluido 1, una vez terminada la perturbación.

#### Caso A.5

Se realiza una perturbación de pulso en la temperatura del fluido 2 (lado coraza) a los 5 segundos de haber iniciado la simulación, manteniéndola durante 5 segundos y regresando posteriormente a la temperatura inicial.

En la gráfica de respuesta es posible apreciar que el perfil de temperaturas de salida de ambos lados del intercambiador no sufren variación después de haber transcurrido un tiempo de residencia del fluido 2.

#### Caso A.6

Para este caso, se hace una perturbación sinusoidal en la temperatura del fluido 1 (lado tubos) desde el principio de la simulación.

En este caso se puede apreciar que hay una respuesta inmediata después de transcurrido un tiempo de residencia del fluido 1.

#### Caso A.7

Al igual que en el caso anterior, se hace una perturbación sinusoidal al principio de la simulación en la temperatura del fluido 2 (lado coraza).

En la gráfica de respuesta es posible apreciar que el perfil de temperaturas de salida del lado de la coraza sufre una variación ascendente justo cuando ha transcurrido el tiempo equivalente a la suma de los tiempos de residencia de ambos fluidos.

#### Caso A.8

Para observar si existe variación en los perfiles de temperatura de las corrientes de salida del intercambiador, se hace una perturbación en el flujo másico en la corriente de alimentación del fluido 1 (lado tubos).

En la gráfica de respuesta de los perfiles de temperatura de las corrientes de salida, no se aprecia una variación significativa en ambos perfiles del intercambiador.

#### Caso A.9

Al igual que en el caso anterior, se hace una perturbación en el flujo másico de la corriente de alimentación del fluido 2 (lado coraza).

En la gráfica de respuesta del perfil de temperaturas de las corrientes de salida, no se aprecia una variación significativa de dichos perfiles en ambos lados del intercambiador.

#### Caso B.1

En este caso la simulación se inicia partiendo del régimen permanente y no se realiza ninguna perturbación sobre las corrientes de entrada del intercambiador.

Se puede observar en la gráfica de respuesta que el intercambiador presenta un perfil ascendente de temperaturas debido a que la temperatura de la solución analítica (caso A.1) es menor que la temperatura de la solución numérica (ejemplo B.2).

#### Caso B.2

Para este caso, se hace una perturbación de paso en la temperatura del fluido 1 (lado tubos) a los 5 segundos de haber iniciado la simulación partiendo del perfil de temperaturas a régimen permanente obtenido en el apéndice B.

En la gráfica de respuesta se observa que el perfil de temperaturas de salida del lado tubos, alcanza el régimen permanente, cuando ha transcurrido el equivalente a un tiempo de residencia del fluido 1, después de realizada la

perturbación. Este tiempo es el mismo que el presentado en el caso A.1.

### Caso B.3

Se realiza una perturbación de pulso en la temperatura del fluido 1 (lado tubos) a los 5 segundos de iniciada la simulación, manteniéndola durante 5 segundos y regresando posteriormente al perfil inicial anterior de temperaturas. Esta perturbación se hace partiendo del perfil de temperaturas a régimen permanente.

En la gráfica de respuesta se observa que el perfil de temperaturas de salida del fluido 1, regresa al régimen permanente inicial después de que ha transcurrido un tiempo de residencia del fluido 1, una vez terminada la perturbación. El tiempo de respuesta es el mismo que si se inicia a partir del arranque de la simulación.

Como se puede ver en todos los casos analizados, las respuestas obtenidas transcurren durante el tiempo de residencia del fluido que fue perturbado, esto es, si se perturba la corriente de alimentación del fluido 1, el tiempo de respuesta será el tiempo equivalente al tiempo de residencia del fluido 1.

La continuación de este trabajo de tesis puede ser el análisis detallado de las perturbaciones, para proporcionar la información necesaria sobre el control de los procesos.



**APENDICE A****SOLUCION ANALITICA DEL ESTADO ESTACIONARIO PARA UN INTERCAMBIADOR DE CALOR (1,1)**

En la figura A.1. se muestra un cambiador (1,1) con la notación que se utilizará en este apéndice. Para el fluido por el lado de los tubos  $T_1(0)$  y  $T_1(1)$  representan las temperaturas de entrada y salida, respectivamente. Para el fluido por el lado de la coraza  $T_2(1)$  y  $T_2(0)$  representan las temperaturas de entrada y salida, respectivamente.

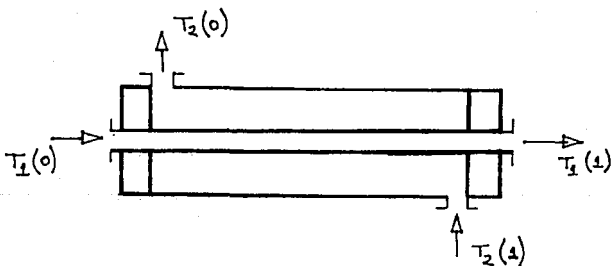


FIGURA A.1 CAMBIADOR DE CALOR (1,1)  
A CONTRACORRIENTE

Tomando las ecuaciones generadas en el ejemplo 2.1 para un intercambiador (1,1) a contracorriente, las cuales están representadas por la ecuación (41) para el lado de los tubos y por la ecuación (42) para el lado de la coraza se tiene:

FLUIDO PARA EL LADO DE LOS TUBOS

$$(A1) \quad \rho_1 A_1 C_{p1} \frac{dT_1}{dt} + M_1 C_{p1} \frac{dT_1}{dz} = \frac{UA_T}{L} (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A2) \quad \rho_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dt} - M_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dz} = \frac{UA_T}{L} (T_1 - T_2)$$

La relación entre el gasto másico y la velocidad del fluido en el cambiador de calor está dada por la siguiente relación:

$$M_i = \rho_i A_i V_i$$

en donde:

$M_i$  = GASTO MASICO (kg/s)

$\rho_i$  = DENSIDAD (kg/m<sup>3</sup>)

$A_i$  = AREA DE FLUJO (m<sup>2</sup>)

$V_i$  = VELOCIDAD DE FLUJO DEL FLUIDO (m/s)

Y sustituyendo en las ecuaciones (A1) para el lado de los tubos, y (A2) para el lado de la coraza se obtiene:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A3) \quad \rho_1 A_2 C_{p1} \frac{dT_1}{dt} + \rho_1 A_1 C_{p1} V_1 \frac{dT_1}{dz} = \frac{UA_T}{L} (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A4) \quad \rho_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dt} - \rho_2 A_2 C_{p2} V_2 \frac{dT_2}{dz} = \frac{UA_T}{L} (T_1 - T_2)$$

Dividiendo entre  $\rho_i A_i V_i C_{p_i}$ , se tiene:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A5) \quad \frac{1}{V_1} \frac{dT_1}{dt} + \frac{dT_1}{dz} = \frac{UA_T}{\rho_1 A_1 V_1 C_{p1} L} (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A6) \quad \frac{1}{V_2} \frac{dT_2}{dt} - \frac{dT_2}{dz} = \frac{UA_T}{\rho_2 A_2 V_2 C_{p2} L} (T_1 - T_2)$$

Realizando las eliminaciones pertinentes y sustituyendo la definición de flujo másico, se obtiene:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A7) \quad \frac{1}{V_1} \frac{dT_1}{dt} + \frac{dT_1}{dz} = \frac{UA_T}{M_1 C_{p1} L} (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A8) \quad \frac{1}{V_2} \frac{dT_2}{dt} - \frac{dT_2}{dz} = \frac{UA_T}{M_2 C_{p2} L} (T_1 - T_2)$$

Para adimensionar las ecuaciones anteriores, se define una longitud adimensional  $x=z/L$  lo cual implica que  $L \cdot dx = dz$  y  $0 \leq x \leq 1$ . Para el tiempo se define una cantidad adimensional  $\theta = V_1 t / L$ , de modo que toma el valor de la unidad cuando transcurre el tiempo de residencia del fluido por el lado de los tubos, además  $d\theta = (V_1 / L) dt$ . Substituyendo estas cantidades en las ecuaciones (A7) y (A8) se obtiene:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A9) \quad \frac{dT_1}{d\theta} + \frac{dT_1}{dx} = \frac{UA_T}{M_1 C_{p1}} (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A10) \quad \frac{V_1}{V_2} \frac{dT_2}{d\theta} - \frac{dT_2}{dx} = \frac{UA_T}{M_1 C_{p1}} (T_1 - T_2)$$

Se proponen las siguientes cantidades adimensionales :

$$a_1 = UA_T / (M_1 C_{p1}) \quad ; \quad a_2 = UA_T / (M_2 C_{p2}) \quad \text{y} \quad r = V_1 / V_2$$

Sustituyendo en las ecuaciones (A9) y (A10) se obtiene:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A11) \quad \frac{dT_1}{d\theta} + \frac{dT_1}{dx} = a_1 (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A12) \quad \frac{dT_2}{d\theta} - \frac{dT_2}{dx} = a_2 (T_1 - T_2)$$

En el estado estacionario no hay variación de la temperatura con respecto al tiempo por lo que dicha derivada se anula y de esta manera las ecuaciones quedan:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A13) \quad \frac{dT_1}{dx} = a_1 (T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A14) \quad - \frac{dT_2}{dx} = a_2 (T_1 - T_2)$$

las cuales son un par de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, lineales y homogéneas.

Para resolverlas se define el operador  $D=d/dx$  y sustituyendo en la ecuación (A13) para el lado de los tubos y en la ecuación (A14) para el lado de la coraza.

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A15) \quad DT_1 = a_1(T_2 - T_1)$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A16) \quad -DT_2 = a_2(T_1 - T_2)$$

Reordenando las ecuaciones anteriores

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A17) \quad (D - a_1)T_1 - a_1T_2 = 0$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A18) \quad (D - a_2)T_2 + a_2T_1 = 0$$

Multiplicando la ecuación (A17) del lado de los tubos por  $(D - a_2)$  y la ecuación (A18) del lado de la coraza por  $a_1$ , se tiene:

FLUIDO DEL LADO DE LOS TUBOS

$$(A19) \quad (D + a_1)(D - a_2)T_1 - a_1(D - a_2)T_2 = 0$$

FLUIDO DEL LADO DE LA CORAZA

$$(A20) \quad (D - a_2)a_1T_2 + a_1a_2T_1 = 0$$

Sumando ambas ecuaciones y eliminando los términos en  $T_2$  se obtiene sólo en  $T_1$  la siguiente ecuación :

$$(A21) \quad (D+a_1)(D-a_2)T_1 + a_1 a_2 T_1 = 0$$

Reordenando la ecuación anterior se llega a:

$$(A22) \quad [D^2 + (a_1 - a_2)D]T_1 = 0$$

donde la ecuación característica es:

$$(A23) \quad m^2 + (a_1 - a_2)m = 0$$

Factorizando la ecuación característica para conocer las raíces se obtiene:

$$(A24) \quad m[m + (a_1 - a_2)] = 0$$

raíces:

$$(A25) \quad m_1 = 0$$

$$(A26) \quad m_2 = a_2 - a_1$$

Por lo que la solución para  $T_1$  es:

$$(A27) \quad T_1 = W_1 + W_2 \exp(a_2 - a_1)x$$

donde  $W_1$  y  $W_2$  son dos constantes de integración que se determinan mas adelante.

Para obtener la solución de  $T_2$  se parte de la ecuación (A13) y se despeja  $T_2$ , llegando a la siguiente relación :

$$(A28) \quad T_2 = \frac{1}{a_1} \frac{dT_1}{dx} + T_1$$

Derivando con respecto a la posición (x) la solución para  $T_1$  (ecuación A27) se obtiene:

$$(A29) \quad \frac{dT_1}{dx} = W_2 (a_2 - a_1) \exp(a_2 - a_1)x$$

Sustituyendo la ecuación (A27) y (A29) en la ecuación (A28) se obtiene la solución para  $T_2$ , la cual queda :

$$(A30) \quad T_2 = \frac{1}{a_1} W_2 (a_2 - a_1) \exp(a_2 - a_1)x + W_1 + W_2 \exp(a_2 - a_1)x$$

Reordenando la ecuación anterior se llega a:

$$(A31) \quad T_2 = W_1 + W_2 \frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1)x$$

Para conocer las constantes  $W_1$  y  $W_2$  se aplican las condiciones iniciales:

$$\text{en } x=0 \quad T_1 = T_1(0)$$

$$\text{en } x=1 \quad T_2 = T_2(1)$$

donde  $T_1(0)$  y  $T_2(1)$  son las temperaturas de alimentación al cambiador de calor para el lado de los tubos y de la coraza, respectivamente.

Sustituyendo en la ecuación (A27) para  $x=0$  se obtiene:

$$(A32) \quad T_1(0) = W_1 + W_2$$

Despejando  $W_1$  se obtiene :

$$(A33) \quad W_1 = T_1(0) - W_2$$

Sustituyendo la condición inicial para  $T_2$  cuando  $x=1$  en la ecuación (A31) se obtiene :

$$(A34) \quad T_2(1) = W_1 + W_2 \frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1)$$

Sustituyendo la ecuación (A33) de  $W_1$  en la ecuación anterior se obtiene :

$$(A35) \quad T_2(1) = T_1(0) - W_2 + W_2 \frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1)$$

despejando  $W_2$  se tiene :

$$(A36) \quad W_2 = \frac{T_2(1) - T_1(0)}{\frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1) - 1}$$

Substituyendo la ecuación (A33) y (A36) en las ecuaciones (A27) y (A31) se obtiene la siguiente expresión para  $T_1$  :

$$(A37) \quad T_1 = T_1(0) + \frac{\exp(a_2 - a_1)x - 1}{\frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1) - 1} [T_2(1) - T_1(0)]$$

y la expresión de  $T_2$  es:

$$(A38) \quad T_2 = T_1(0) + \frac{\frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1)x - 1}{\frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1) - 1} [T_2(1) - T_1(0)]$$

y reordenando la ecuación anterior se obtiene :

$$(A39) \quad T_2 = T_2(1) + \frac{a_2/a_1 \exp(a_2 - a_1)x - a_2/a_1 \exp(a_2 - a_1)}{\frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1) - 1} (T_2(1) - T_1(0))$$

Cuando  $x=1$  la temperatura del fluido por el lado de los tubos es  $T_1(1)$ , la cual representa la temperatura de salida de este fluido.

Sustituyendo en la ecuación (A37) se obtiene para  $x = 1$  :

$$(A40) \quad T_1(1) = T_1(0) + \frac{\exp(a_2 - a_1) - 1}{\frac{a_2}{a_1} \exp(a_2 - a_1) - 1} [T_2(1) - T_1(0)]$$



Cuando  $x=0$  la temperatura del fluido por el lado de la coraza es  $T_2(0)$ , la cual representa la temperatura de salida de este fluido.

Sustituyendo en la ecuación (A38) para  $x = 0$  se obtiene:

$$(A41) \quad T_2(0) = T_2(1) + \frac{a_2}{a_1} \frac{1 - \exp(a_2 - a_1)}{a_2/a_1 \exp(a_2 - a_1) - 1} (T_2(1) - T_1(0))$$

Las ecuaciones (A37) y (A38) proporcionan el perfil de temperaturas en el interior del cambiador de calor para el estado estacionario en función de la posición. En el siguiente ejemplo se aplicarán estas ecuaciones para un cambiador de calor en particular.

#### EJEMPLO A.1

Obtención del perfil del estado estacionario para un intercambiador (1,1) a contracorriente utilizando la solución analítica.

#### DAIOS :

FLUIDO 1 : COMBUSTOLEO (LADO TUBOS)

FLUIDO 2 : AGUA DE ENFRIAMIENTO (LADO CORAZA)

- Coeficiente total de transferencia de calor,  $U = 13.5$  J/(s  $m^2$  °C)
- Longitud del cambiador,  $L = 4.87$  m
- Diámetro interno de los tubos,  $d_i = 0.0156$  m
- Diámetro externo de los tubos,  $d_o = 0.1905$  m
- Número de tubos :  $N_t = 470$
- Area total de transferencia de calor,  $A_T = 137.101$   $m^2$
- Flujo másico del lado de los tubos,  $M_1 = 1.081718$  kg/s
- Flujo másico del lado de la coraza,  $M_2 = 0.60753986$  kg/s

- Capacidad calorífica del fluido del lado de los tubos,  $C_{p1} = 1882 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
- Capacidad calorífica del fluido del lado de la coraza,  $C_{p2} = 4182 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
- Temperatura de entrada del fluido del lado de los tubos,  $T_1(0) = 93.33 \text{ } ^\circ\text{C}$
- Temperatura de entrada del fluido por el lado de la coraza,  $T_2(1) = 37.77 \text{ } ^\circ\text{C}$

A partir de estos datos se obtienen las constantes necesarias para las ecuaciones (A37) y (A38) :

$$a_1 = UA_T / (M_1 C_{p1}) = 0.909979$$

$$a_2 = UA_T / (M_2 C_{p2}) = 0.72909$$

En la tabla A.1 se muestran los resultados del perfil de temperaturas para este ejemplo.

TABLA A.1 PERFIL DE TEMPERATURAS DE LA SOLUCION ANALITICA PARA EL ESTADO ESTACIONARIO DEL EJEMPLO A.1.

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	60.03
0.487	90.33	57.62
0.974	87.37	55.25
1.461	84.48	52.93
1.948	81.64	50.64
2.435	78.84	48.40
2.922	76.09	46.20
3.409	73.40	44.04
3.896	70.75	41.91
4.383	68.15	39.83
4.870	65.59	37.77

Las ecuaciones (A40) y (A41) proporcionan las temperaturas de salida del cambiador para cada una de las constantes. Los datos que se requieren para efectuar estos cálculos son :

Fluido lado tubos :

Temperatura de entrada  $T_1(0)$   
Flujo másico  $M_1$   
Capacidad calorífica  $Cp_1$

Fluido lado coraza :

Temperatura de entrada  $t_2(1)$   
Flujo másico  $M_2$   
Capacidad calorífica  $Cp_2$

Cambiador de calor :

Area total de transferencia de  
calor  $A_T$   
Coeficiente global de transferencia  
de calor  $U$   
Longitud del cambiador  $L$

## APENDICE B.

### SOLUCION NUMERICA DEL ESTADO ESTACIONARIO POR EL METODO DE EULER.

En este apéndice se obtendrá la solución numérica del estado estacionario de cambiadores de calor para fluidos con propiedades constantes. El método que se escogió es el método de Euler. Se ilustra el procedimiento con dos ejemplos. El primero para un cambiador (1,1) a contracorriente cuya solución se compara con la obtenida por medio de la solución analítica del apéndice A, para probar la bondad del método numérico. El segundo ejemplo es para un intercambiador (1,2) a contracorriente, también para un fluido con propiedades constantes.

#### EJEMPLO B.1

Cambiador de calor (1,1) a contracorriente.

El cambiador que se desea resolver es el ilustrado en la figura A.1. Las ecuaciones de partida son las ecuaciones (A13) y (A14), las cuales por comodidad se reescriben a continuación:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

$$(B1) \quad \frac{dT_1}{dx} = -k_1 (T_2 - T_1)$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

$$(B2) \quad \frac{dT_2}{dx} = +k_2 (T_2 - T_1)$$

En el método de Euler se divide el cambiador en un número determinado de elementos como se muestra en la figura B.1.

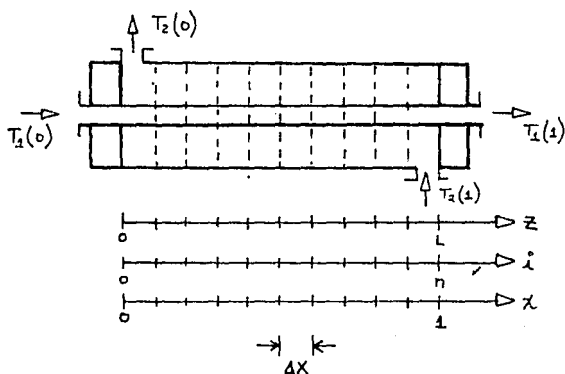


FIGURA B.1 PARTICIONES EN UN CAMBIADOR (1,1) PARA APLICAR EL METODO NUMERICO DE EULER.

Las derivadas con respecto a  $x$  se aproximan de la siguiente manera:

$$(B3) \quad \frac{dT_1}{dx} = \frac{(T_1)_{i+1} - (T_1)_i}{\Delta x}$$

Donde el subíndice adicional en  $(T_1)_i$  se refiere al valor que adopta esta variable en la posición  $i$  correspondiente.

De este modo,  $(T_1)_i$  es el valor de  $T_1$  cuando  $x=i \Delta x$ . La expresión para  $T_2$  es similar a la ecuación (B3), y queda representada por la siguiente expresión:

$$(B4) \quad \frac{dT_2}{dx} = \frac{(T_2)_{i+1} - (T_2)_i}{\Delta x}$$

Para aplicar el método de Euler en este ejemplo, sustituimos la ecuación (B3) en la ecuación (B1) para el lado de los tubos, obteniendo la siguiente expresión:

$$(B5) \quad \frac{(T_1)_{i+1} - (T_1)_i}{\Delta x} = a_1 [(T_2)_i - (T_1)_i]$$

Puesto que nuestro cálculo es en la dirección de  $i$  despejamos la temperatura del fluido 1 evaluada en la posición  $i+1$ , obteniendo:

$$(B6) \quad (T_1)_{i+1} = (T_1)_i + a_1 \Delta x [(T_2)_i - (T_1)_i]$$

En forma similar para  $T_2$ , sustituimos la ecuación (B4) en la ecuación (B2), con lo que se obtiene:

$$(B7) \quad \frac{(T_2)_{i+1} - (T_2)_i}{\Delta x} = a_2 [(T_2)_i - (T_1)_i]$$

En la ecuación (B7) se observa que en el lado derecho de la expresión, las temperaturas de los fluidos del lado de los tubos y del lado de la coraza son evaluados en la posición  $i$ , esto se debe a que para evaluar la ecuación (B6) se tiene que suponer una temperatura del fluido que va por el lado de la coraza ( $T_2$ ) en la posición  $i$ , ya que se resuelve en la dirección de  $i$ .

Debido a que la única temperatura del lado de la coraza que se conoce es la temperatura ( $T_2$ ) de alimentación del fluido 2, o sea cuando  $i=n$  [i.e. ( $T_2$ ) $n$ ], se tiene que emplear un método iterativo en el cual se supone la temperatura  $T_2(0)$ . El cambiador se resuelve, entonces comenzando por  $x=0$  hasta llegar a  $x=1$ . En este momento se comprueba si la temperatura  $T_2(N)$  obtenida es igual al valor fijado en la especificación del problema, así es necesario efectuar otra iteración suponiendo un nuevo valor para  $T_2(0)$ . En este algoritmo la temperatura ( $T_1$ ) $i$  nos sirve para evaluar la temperatura ( $T_1$ ) $i+1$  de la ecuación (B6) y a su vez con la temperatura ( $T_2$ ) $i$  conocer la temperatura ( $T_2$ ) $i+1$ , que se presenta en la ecuación (B8).

$$(B8) \quad (T_2)_{i+1} = (T_2)_i + a_2 \Delta x [(T_2)_i - (T_1)_i]$$

Con las ecuaciones (B6) y (B8) y con los datos del ejemplo A.1 se obtiene a continuación el perfil de temperaturas con diferentes incrementos o tamaños de paso en la posición ( $x$ ).

#### ALGORITMO B1:

- 1) FIJAR N (Nº DE PARTICIONES)
- 2) SUPONER  $T_2(0)$
- 3) DESDE  $i=0$  HASTA N
- 4) EVALUAR ( $T_1$ ) $i+1$  (ECUACION B6)
- 5) EVALUAR ( $T_2$ ) $i+1$  (ECUACION B8)
- 6) SIGUIENTE  $i$  (REGRESAR A PASO 3)
- 7) COMPROBAR  $T_2(N)$  CALCULADA CON  $T_2(0)$  CONOCIDA
- 8) SI CONVERGEN IR A PASO 10
- 9) SI NO CONVERGEN REGRESAR A PASO 2
- 10) IMPRIMIR PERFIL DE TEMPERATURAS
- 11) FIN

#### DATOS:

$a_1 = 0.909979$  ;  $a_2 = 0.72909$   
 $N=10$  ;  $x = 1/N = 1/10 = 0.1$

Condiciones iniciales:

$T_1(0) = 93.33 \text{ }^\circ\text{C}$

$T_2(N) = 37.77 \text{ }^\circ\text{C}$

CALCULO DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DEL CAMBIADOR (1,1) A  
CONTRACORRIENTE CON  $N=10$

1ª ITERACION

$T_2(0)$  SUPUESTA =  $60 \text{ }^\circ\text{C}$

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	60
0.487	90.29704	57.51736
0.974	87.32326	55.28121
1.461	84.4075	52.99064
1.948	81.54863	50.74476
2.435	78.74555	48.5427
2.922	75.99715	46.38361
3.409	73.30238	44.26665
3.896	70.66019	42.19099
4.383	68.06955	40.15582
4.87	65.52946	38.16037 -- $T_2(N)$ calc.

Ya que  $T_2(N)$  calculada es diferente a la  $T_2(N)$  de las condiciones iniciales ( $37.77 \text{ }^\circ\text{C}$ ), se procede a realizar una segunda iteración según el algoritmo ilustrado anteriormente.

2ª ITERACION

$T_2(0)$  SUPUESTA =  $59 \text{ }^\circ\text{C}$

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	59
0.487	90.20604	56.49703
0.974	87.13859	54.03934
1.461	84.12662	51.62611
1.948	81.16915	49.25653
2.435	78.26516	46.92981
2.922	75.41371	44.64518
3.409	72.61384	42.40188
3.896	69.86461	40.19916
4.383	67.16511	38.03628
4.87	64.51445	35.91252 -- $T_2(N)$ calc.



Debido a que  $T_2(N)$  calculada no es igual a  $37.77\text{ }^\circ\text{C}$  se puede encontrar  $T_2(O)$  gráficamente (ver figura B.2), a partir de los datos obtenidos en las dos iteraciones realizadas y ajustando una línea recta a estos dos puntos.

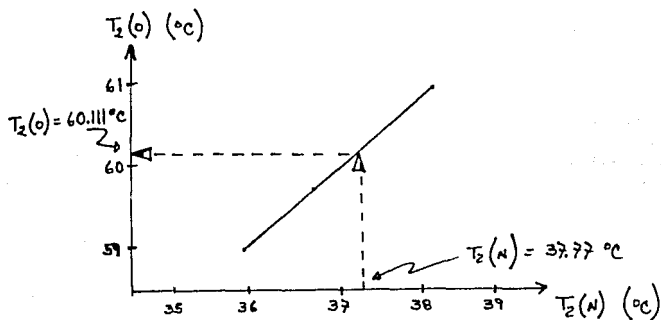


FIGURA B.2 GRAFICA PARA CONVERGER LA TEMPERATURA  $T_2(O)$  CALCULADA, CON  $T_2(N)$  DE LAS CONDICIONES INICIALES.

Como se muestra en la figura B.2 el valor de la temperatura  $T_2(O)$  que debe suponerse para obtener el perfil de temperaturas del intercambiador (1,1) a contracorriente es la dada por la línea recta, la cual se puede calcular por la siguiente ecuación:

$$T_2(O) = T_2(O)' + \frac{T_2(N)'' - T_2(N)}{\left[ \frac{T_2(N)'' - T_2(N)'}{T_2(O)'' - T_2(O)'} \right]}$$

Donde las cantidades con superíndice (') representan los valores de la primera iteración, las cantidades con superíndice (") representan los valores de la segunda iteración y  $T_2(N)$  es el valor deseado, en este caso  $37.77\text{ }^\circ\text{C}$ .

## 3ª ITERACION

 $T_2(0)$  SUPUESTA = 60.111 °C

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	60.111
0.487	90.30714	57.68904
0.974	87.33897	55.31089
1.461	84.42448	52.97575
1.948	81.56271	50.68285
2.435	78.7527	48.43143
2.922	75.99353	46.22074
3.409	73.28427	44.05004
3.896	70.62402	41.9186
4.383	68.01189	39.82571
4.87	65.44701	37.77068 -- $T_2(N)$ calc.

Como se puede ver en esta 3ª iteración el método gráfico es muy útil para ayudar a converger la temperatura  $T_2(N)$ .

El perfil encontrado anteriormente es para  $N=10$ , a continuación se realizan otras evaluaciones con  $N=20$  y con  $N=40$  para compararlos entre si y poder discernir con cuál se obtiene la mejor aproximación al estado estable.

**CALCULO DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DEL CAMBIADOR (1,1) A CONTRACORRIENTE CON  $N=20$** 

## 1ª ITERACION

 $T_2(0)$  SUPUESTA = 60 °C

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	60
0.2435	91.81352	58.78498
0.487	90.31076	57.58094
0.7305	88.82159	56.38779
0.974	87.34589	55.20543
1.2175	85.88353	54.03376
1.461	84.4344	52.87269
1.7045	82.99830	51.72213
1.948	81.57534	50.58197

2.1915	80.16518	49.45212
2.435	78.76776	48.33249
2.6785	77.38299	47.22299
2.922	76.01075	46.12352
3.1655	74.6509	45.034
3.409	73.30336	43.95433
3.6525	71.96801	42.88442
3.896	70.64474	41.82419
4.1395	69.33344	40.77355
4.383	68.03399	39.73241
4.6265	66.7463	38.70069
4.87	65.47025	37.6783 -- $T_2(N)$ calc.

Ya que  $T_2(N)$  calculada no es igual a  $T_2(N)$  de las condiciones iniciales procedemos a realizar un segundo cálculo.

## 2ª ITERACION

$T_2(0)$  SUPUESTA = 60.03 °C

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	60.03
0.2435	91.81489	58.81607
0.487	90.31348	57.61311
0.7305	88.82564	56.42103
0.974	87.35128	55.23974
1.2175	85.89023	54.06913
1.461	84.4424	52.90911
1.7045	83.00767	51.75958
1.948	81.58591	50.62044
2.1915	80.17701	49.49161
2.435	78.78086	48.37299
2.6785	77.39733	47.26449
2.922	76.02631	46.16601
3.1655	74.6677	45.07747
3.409	73.32136	43.99877
3.6525	71.98721	42.92983
3.896	70.66513	41.87056
4.1395	69.35501	40.82086
4.383	68.05673	39.78066
4.6265	66.7702	38.74987
4.87	65.49531	37.7284 -- $T_2(N)$ calc.

Debido a que  $T_2(N)$  calculada no es igual a 37.77 °C procedemos a converger gráficamente tal como se hizo para  $N=10$ .

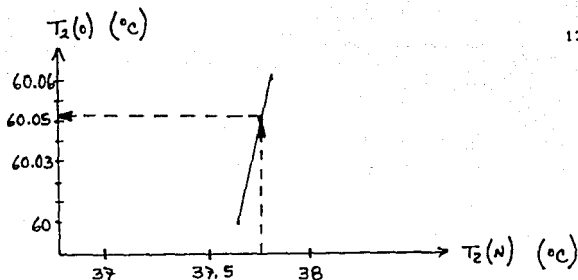


FIGURA B.3 GRAFICA PARA CONVERGER LA TEMPERATURA  $T_2(N)$  CALCULADA, CON  $T_2(N)$  DE LAS CONDICIONES INICIALES.

Como se muestra en la figura B.3 el valor de la temperatura  $T_2(0)$  que debe suponerse para obtener el perfil de temperaturas del intercambiador (1,1) a contracorriente es la que se muestra a continuación:

### 3ª ITERACION

$T_2(0)$  SUPUESTA = 60.055 °C

L	$T_1$	$T_2$
0.000	93.33	60.055
0.2435	91.81602	58.84198
0.487	90.31574	57.63993
0.7305	88.82902	56.44874
0.974	87.35575	55.26834
1.2175	85.89581	54.0986
1.461	84.44907	52.93946
1.7045	83.01541	51.79079
1.948	81.59473	50.65251
2.1915	80.18689	49.52453
2.435	78.79179	48.40674
2.6785	77.4093	47.29907
2.922	76.03931	46.20142
3.1655	74.68172	45.1137
3.409	73.3364	44.03581
3.6525	72.00326	42.96767
3.896	70.68217	41.90919
4.1395	69.37303	40.86028
4.383	68.07572	39.82087
4.6265	66.79016	38.79085
4.87	65.51621	37.77015

--  $T_2(N)$  calc.

**CALCULO DEL PERFIL DE TEMPERATURAS DEL CAMBIADOR (1,1) A  
CONTRACORRIENTE CON N=40**

En esta sección del apéndice se utilizó el mismo procedimiento de cálculo que para N=10 y N=20.

A continuación se presenta el perfil obtenido en la última iteración.

**3ª ITERACION**

**T<sub>2</sub>(0) SUPUESTA = 60.03 °C**

L	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>
0.000	93.33	60.03
0.12175	92.57244	59.42303
0.2435	91.81831	58.81881
0.36525	91.06758	58.21732
0.487	90.32025	57.61855
0.60875	89.5763	57.02249
0.7305	88.83572	56.42913
0.85225	88.09848	55.83844
0.974	87.36458	55.25043
1.09575	86.63399	54.66508
1.2175	85.90671	54.08237
1.33925	85.18272	53.5023
1.461	84.46201	52.92485
1.58275	83.74455	52.35002
1.7045	83.03035	51.77778
1.82625	82.31937	51.20813
1.948	81.6116	50.64106
2.06975	80.90704	50.07655
2.1915	80.20566	49.51459
2.31325	79.50746	48.95518
2.435	78.81241	48.3983
2.55675	78.1205	47.84393
2.6785	77.43172	47.29207
2.80025	76.74606	46.74271
2.922	76.0635	46.19583
3.04375	75.38402	45.65142
3.1655	74.70762	45.10948
3.28725	74.03427	44.56999
3.409	73.36398	44.03293
3.53075	72.69671	43.49831
3.6525	72.03246	42.9661
3.77425	71.37121	42.4363

3.896	70.71295	41.90889	
4.01775	70.05768	41.38387	
4.1395	69.40536	40.86123	
4.26125	68.756	40.34095	
4.383	68.10957	39.82302	
4.50475	67.46606	39.30743	
4.6265	66.82547	38.79418	
4.74825	66.18778	38.28324	
4.87	65.55296	37.77462	-- T <sub>2</sub> (N)calc.

Como se puede observar en estos ejemplos, al aumentar el número de particiones (N) en la posición (x), la temperatura T<sub>2</sub>(0) supuesta, se aproxima a la temperatura T<sub>2</sub>(0) de salida que se obtuvo con la solución analítica del apéndice A.

Evaluando el error de la solución numérica comparado con el de la solución analítica para las temperaturas T<sub>2</sub>(0), obtenidas con cada una de las particiones (N=10, N=20 y N=40) se obtiene:

N=10

$$e_r = \left| \frac{60.03 - 60.111}{60.03} \right| \times 100 = 0.13 \%$$

N=20

$$e_r = \left| \frac{60.03 - 60.055}{60.03} \right| \times 100 = 0.04 \%$$

N=40

$$e_r = \left| \frac{60.03 - 60.03}{60.03} \right| \times 100 = 0.0 \%$$

Al observar el error de los valores obtenidos mediante la solución numérica, comparados con los de la solución analítica, se puede constatar que, al incrementar el número de particiones ( $N$ ) el error disminuye, tanto para la temperatura  $T_1(N)$  como para  $T_2(0)$ .

Lo anterior nos indica que, entre mayor sea el número de particiones menor será nuestro error de redondeo. Aunque cabe mencionar que para  $N=10$  no sobrepasa el 1.5% que es el error que nos muestra, en nuestros cálculos, una diferencia de  $\pm 1$  °C en la temperatura.

#### **EJEMPLO B.2**

Intercambiador (1,2) a contracorriente.

En la figura B.4 se muestra el cambiador que se desea simular:

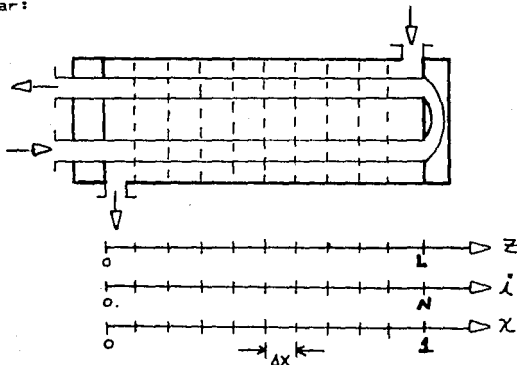


FIGURA B.4 PARTICIONES EN UN CAMBIADOR (1,2) PARA APLICAR EL METODO NUMERICO DE EULER.

En este caso se conoce  $T_{11}(0)$  y  $T_{22}(N)$  y se desean calcular  $T_{21}(0)$ ,  $T_{12}(0)$  y el perfil interno de temperaturas. El

algoritmo de cálculo es similar al del cambiador (1,1) solo que en este caso se resolverá el cambiador iniciando por la entrada del fluido 2, o sea en  $x=1$ . Se supone la temperatura  $T_{11}(N)=T_{12}(N)$  y se comprueba con la temperatura conocida  $T_{11}(0)$ .

Para mostrar la generación del perfil de temperaturas del intercambiador a régimen permanente, se toman por comodidad las ecuaciones generadas en el ejemplo 2.2

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(B1) \quad \frac{\dot{V}_1 A_1 C_{p1}}{2} \frac{dT_{11}}{dt} + \frac{M_1 C_{p1}}{dz} \frac{dT_{11}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{11})$$

paso 2

$$(B2) \quad \frac{\dot{V}_1 A_1 C_{p1}}{2} \frac{dT_{12}}{dt} - \frac{M_1 C_{p1}}{dz} \frac{dT_{12}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{12})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(B3) \quad \dot{V}_2 A_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dt} - \frac{M_2 C_{p2}}{dz} \frac{dT_2}{dz} = -\frac{UA_T}{2L} [(2 T_2 - (T_{11} + T_{12}))]$$

En el estado estacionario, la derivada de la temperatura con respecto al tiempo es cero, por lo que se tiene:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(B4) \quad M_1 C_{p1} \frac{dT_{11}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{11})$$



paso 2

$$(B5) \quad - M_1 C_{p1} \frac{dT_{11}}{dz} = \frac{UA_T}{2L} (T_2 - T_{12})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(B6) \quad - M_2 C_{p2} \frac{dT_2}{dz} = - \frac{UA_T}{2L} [(2 T_2 - (T_{11} + T_{12}))]$$

Dividiendo las ecuaciones (B4) y (B5) entre  $M_1 C_{p1}$  para el lado de los tubos y la ecuación (B6) entre  $M_2 C_{p2}$  para el lado de la coraza, se obtiene:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(B7) \quad \frac{dT_{11}}{dz} = \frac{UA_T}{2M_1 C_{p1} L} (T_2 - T_{11})$$

paso 2

$$(B8) \quad - \frac{dT_{12}}{dz} = \frac{UA_T}{2M_1 C_{p1} L} (T_2 - T_{12})$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(B9) \quad \frac{dT_2}{dz} = \frac{UA_T}{M_2 C_{p2} L} [2 T_2 - (T_{11} + T_{12})]$$

Para adimensionar las ecuaciones se define una longitud adimensional;  $x=z/L$ , lo cual implica que  $L dx=dz$ .

Posteriormente, se proponen las siguientes cantidades adimensionales:

$$a_1 = UA_T / (M_1 C_{p1}) \quad | \quad a_2 = UA_T / (M_2 C_{p2})$$

Sustituyendo la definición de  $a_1$  en las ecuaciones (B7) y (B8) para el lado de los tubos y la definición de  $a_2$  en la ecuación (B9) para el lado de la coraza, así como la definición para  $dx$  en todas las ecuaciones, se obtiene:

#### FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(B10) \quad \frac{dT_{1,1}}{dx} = \frac{a_1}{2} (T_2 - T_{1,1})$$

paso 2

$$(B11) \quad \frac{dT_{1,2}}{dx} = \frac{a_1}{2} (T_{1,2} - T_2)$$

#### FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(B12) \quad \frac{dT_2}{dx} = \frac{a_2}{2} [(2 T_2 - (T_{1,1} + T_{1,2}))]$$

Donde la suma de las temperaturas  $T_{1,1}$  y  $T_{1,2}$  en el lado de la coraza, representa la transferencia de calor hacia los dos pasos del lado de los tubos que están contenidos en el paso de la coraza.

Aplicando el modelo de EULER, el cual quedó representado en el ejemplo B.1 y sustituyendo en las ecuaciones (B10) y (B11) para el lado de los tubos, y en la ecuación (B12) para el lado de la coraza, se llega a:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(B13) \quad \frac{T_{11}(i-1) - T_{11}(i)}{(-\Delta x)} = \frac{a_1}{2} [T_2(i) - T_{11}(i)]$$

paso 2

$$(B14) \quad \frac{T_{12}(i-1) - T_{12}(i)}{(-\Delta x)} = \frac{a_1}{2} [T_{12}(i) - T_2(i)]$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(B15) \quad \frac{T_2(i-1) - T_2(i)}{(-\Delta x)} = \frac{a_2}{2} [2 T_2(i) - (T_{11}(i) + T_{12}(i))]$$

Para conocer el perfil de temperaturas por los dos pasos en el lado de los tubos y el único paso en el lado de la coraza, se despejan  $T_{11}(i-1)$ ,  $T_{12}(i-1)$  y  $T_2(i-1)$ , obteniendo:

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LOS TUBOS

paso 1

$$(B16) \quad T_{11}(i-1) = T_{11}(i) - \frac{a_1 \Delta x}{2} [T_2(i) - T_{11}(i)]$$

paso 2

$$(B17) \quad T_{12}(i-1) = T_{12}(i) - \frac{a_1 \Delta x}{2} [T_{12}(i) - T_2(i)]$$

FLUIDO QUE CIRCULA POR EL LADO DE LA CORAZA

caso c

$$(B18) \quad T_2(i-1) = T_2(i) - \frac{a_2 \Delta x}{2} [2 T_2(i) - (T_{11}(i) + T_{12}(i))]$$

A continuación se presenta el perfil del estado estacionario para un intercambiador de calor (1,2) a contracorriente.

FLUIDO 1: AGUA DE ENFRIAMIENTO (LADO TUBOS)

FLUIDO 2: AGUA CRUDA (LADO CORAZA)

- Coeficiente total de transferencia de calor = 1 470.36 J/(s m<sup>2</sup> °C)
- Longitud del cambiador = 4.8768 m
- Diámetro interno del lado de los tubos = 0.01656 m
- Diámetro externo del lado de los tubos = 0.01905 m
- Número de tubos = 160
- Area total de transferencia de calor = 46.6358 m<sup>2</sup>
- Flujo másico del lado de los tubos = 35.311 kg/s
- Flujo másico del lado de la coraza = 22.07 kg/s
- Capacidad calorífica del lado de los tubos = 4182.026 J/kg °C
- Capacidad calorífica del lado de la coraza = 4182.026 J/kg °C
- Temperatura de entrada del fluido por el lado de los tubos = 23.88 °C
- Temperatura de entrada del fluido por el lado de la coraza = 33.88 °C

Con las ecuaciones representadas en el ejemplo B.i para  $a_1$  y  $a_2$  se evalúan las siguientes constantes:

$$a_1 = 0.46435$$

$$a_2 = 0.74296$$

#### ALGORITMO B2:

- 1) FIJAR N (Nº DE PARTICIONES)
- 2) SUPONER  $T_{1,1}(N) = T_{1,2}(N)$
- 3) DESDE  $i = N - 1$  HASTA 0
- 4) EVALUAR  $T_{1,1}(i)$  (ECUACION B16)
- 5) EVALUAR  $T_{1,2}(i)$  (ECUACION B17)
- 6) EVALUAR  $T_{2,1}(i)$  (ECUACION B18)
- 7) SIGUIENTE  $i$
- 8) COMPROBAR  $T_{1,1}(0)$  CALCULADA CON  $T_{1,1}(0)$  CONDICION INICIAL
- 9) SI SON IGUALES IR A PASO 11
- 10) SI SON DIFERENTES IR A PASO 2
- 11) IMPRIMIR PERFIL DE TEMPERATURAS
- 12) FIN

En la tabla B.1 se presenta el perfil de temperaturas obtenido a partir de las ecuaciones (B16) y (B17) para el

lado de los tubos y la ecuación (B18) para el lado de la coraza.

TABLA B.1 PERFIL DE TEMPERATURAS DEL INTERCAMBIADOR (1,2) A CONTRACORRIENTE CON PROPIEDADES CONSTANTES (N=10).

L	T <sub>11</sub>	T <sub>12</sub>	T <sub>2</sub>
0.000	23.88007	26.72634	29.32597
0.487	24.01092	26.65694	29.64637
0.974	24.14659	26.57771	29.99022
1.461	24.28757	26.48781	30.35961
1.948	24.43436	26.38634	30.75683
2.435	24.58752	26.27229	31.18437
2.922	24.74766	26.14459	31.64491
3.409	24.91543	26.00205	32.1414
3.896	25.09155	25.84339	32.67705
4.383	25.27679	25.66721	33.25532
4.870	25.472	25.472	33.88

El perfil de temperaturas anterior representa al estado estacionario del intercambiador de calor (1,2) a contracorriente.

Se obtuvo aplicando el algoritmo B.2, así como el método gráfico de convergencia explicado en el ejemplo B.1.

Este perfil se utiliza en las gráficas del capítulo III, para obtener la mejor aproximación (factor y número de particiones) al estado estable, así como también el mejor tiempo de cálculo.

**BIBLIOGRAFIA**

- 1) BERNARD Y. TAO  
PURDUE UNIVERSITY  
"ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS SOLVED THE EASY WAY"  
CHEMICAL ENGINEERING  
NOVIEMBRE 21, 1988
- 2) DOUGLAS JAMES MERRIL  
"PROCESS DYNAMICS AND CONTROL"  
VOL.2 "CONTROL SYSTEM SYNTHESIS"  
PRENTICE HALL  
U.S.A., 1972
- 3) GOULD LEONARD A.  
"CHEMICAL PROCESS CONTROL THEORY AND APPLICATIONS"  
ADDISON-WILEY PUBLISHING Co. INC.  
USA, 1969  
370 pp
- 4) IRIARTE V. BALDERRAMA. RAFAEL, HUGO E. BORRAS G. Y  
ROSSINELA DURAN CUEVAS  
"APUNTES DE METODOS NUMERICOS"  
DIVISION CIENCIAS BASICAS, DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS  
APLICADAS. FACULTAD DE INGENIERIA. UNAM  
236 pp
- 5) JOHN L. GUY  
DYNAMOD ENTERPRISES  
"FUNDAMENTALS OF CHEMICAL PROCESS DYNAMICS"  
CHEMICAL ENGINEERING  
JUNIO 29, 1981
- 6) JOHN L. GUY  
DYNAMOD ENTERPRISES  
"SOLVING THE MATHEMATICAL MODELS FOR DYNAMIC SYSTEMS"  
CHEMICAL ENGINEERING  
NOVIEMBRE 16, 1981
- 7) JOHN L. GUY  
DYNAMOD ENTERPRISES  
"MODELING HEAT-TRANSFER SYSTEMS"  
CHEMICAL ENGINEERING  
MAYO 3, 1982

- 8) JOHN L. GUY  
DYNAMOD ENTERPRISES  
"MODELING PROCESS SYSTEMS VIA DIGITAL COMPUTERS"  
CHEMICAL ENGINEERING  
MARZO 8, 1982
- 9) KERN DONALD G.  
"PROCESOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR"  
18a. EDICION  
CIA. EDITORIAL CONTINENTAL S.A. DE C.V.  
MEXICO, 1984
- 10) LUYBEN WILLIAM L.  
"PROCESS MODELING, SIMULATION, AND CONTROL FOR CHEMICAL  
ENGINEERS"  
1st EDITION  
Mc GRAW HILL, INC.  
USA, 1973, 558 pp
- 11) PERRY JOHN H.  
"MANUAL DEL INGENIERO QUIMICO"  
3a EDICION  
U.T.E.H.A.  
MEXICO, 1982
- 12) ROGER G.E. FRANKS  
"MODELING AND SIMULATION IN CHEMICAL ENGINEERING"  
WILEY-INTERSCIENCE  
NEW YORK, 1972. pp 411
- 13) STANLEY J. FARLOW  
"PARTIAL DIFERENTIAL EQUATIONS FOR SCIENTISTS AND  
ENGINEERS"  
EDIT. JOHN WILEY & SONS  
USA, 1982, 402 pp