FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

Análisis Sísmico de Edificios con Muros Rigidizantes Esbeltos.

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a :

GILBERTO MOEDANO ORTEGA

MEXICO, D. F. 1963

A mis padres.

Gilberto Moedano Islas y
Lucía Ortega de Moedano,
con mi agradecimiento y cariño.

Mi agradecimiento.

Al Ing. L. Esteva M, Director de la Tesis.

A mis Maestros, V. Hermanos Maristas.

A todos mis Maestros.

FACULTAD DE INGENIERIA
Dirección
Núm. 73-
Exp. Núm. 73/214.2/1.-

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Al Pasante señor Gilberto MOEDANO ORTEGA
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el señor profesor Ingeniero Luis Esteva M., para que lo desarrolle como tesis en su examen profesional de Ingeniero CIVIL.

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS CON MUROS RIGIDIZANTES ESBELTOS

"Los puntos que deberá cubrir el Sr. Moedano en el desarrollo de su tesis son los siguientes:

"I. Introducción. Razón del estudio.
II. Procedimientos iterativos
III. Procedimientos de relajaciones
IV. Aplicaciones
V. Conclusiones."

Ruego a usted tomar debida nota de que en cumplimiendo de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar examen profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares, en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el titulo del trabajo realizado.

Muy atentamente,

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
México, D.F. 4 de Julio de 1963.
EL DIRECTOR

Ing. Antonio Dovalí Jaime

ADJ'MMO'eag

I N D I C E.

Página

INTRODUCCION.-

DESCRIPCION DEL PROBLEMA.
METODO DE BERNARD CARDAN.
METODO DE ROSENBLUETH-HOLTZ. 1

CAPITULO I.-

DESCRIPCION DEL METODO DE
MANEY-GOLDBERG MODIFICADO. 16

CAPITULO II.-

DESCRIPCION DEL METODO DE
RELAJACIONES EN UN MARCO DE
EDIFICIO SUJETO A FUERZAS LATERALES. ... 29

CAPITULO III.-

DESCRIPCION DEL METODO DE
RELAJACIONES EN UNA ESTRUCTURA
DE EDIFICIO SUJETA AL FENOMENO
DE LA TORSION. 37

CAPITULO IV.-

APLICACION NUMERICA AL METODO
DE RELAJACIONES DESCRITO EN EL
CAPITULO III. 52

CONCLUSIONES.- 75

I N T R O D U C C I O N.

Con las exigencias arquitectónicas modernas el análisis de muros esbeltos alojados en marcos de edificios sujetos a fuerzas laterales exige de métodos expeditos suceptibles de ser aplicados por el Calculista en los casos usuales de la práctica. El presente trabajo pretende realizar un estudio de este tipo de estructuración con el fin de colaborar a la solución del problema.

Si definimos por "muros anchos" aquellos cuya altura no exceda la tercera parte de su longitud y cuya base se encuentre aproximadamente empotrada, es posible calcular la rigidez del muro, tomando en cuenta solamente las deformaciones por cortante en la siguiente forma.

$$R = \frac{V}{\delta} = \frac{1}{\delta} \frac{G A \delta}{h} = \frac{G e L}{h}$$

donde:

R = la rigidez de entrepiso del muro definida como la relación entre la fuerza cortante (V) resistida por el muro en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre dos niveles concecutivos (δ)

G = módulo de rigidez efectivo del muro.

e = espesor del muro.

L = longitud del muro.

h = altura del entrepiso donde se calcula la rigidez.

En los "muros esbeltos" tienen importancia tanto las deformaciones - por esfuerzo normal debido a flexión como las provenientes de fuerza cortante. Por ello las rigideces dependen de la distribución de fuerzas horizontales. Además la interacción con los marcos de la estructura altera la rigidez principalmente en los entrepisos superiores. (Ver Fig. 2.1).

En muchos edificios altos de concreto se usan muros esbeltos que pueden estar sujetos a fuerzas laterales, las cuales son parcialmente resistidas por el muro y parcialmente por el marco (constituído por columnas, - trabes y losas).

A continuación vamos a describir muy brevemente dos métodos empleados en la actualidad para el análisis de nuestro problema, sin llegar al detalle sino en cuanto permita al lector una información previa a los métodos nuevos que se desarrollarán en los capítulos I, II y III. Para ampliar dicha información podrá acudirse a las referencias citadas en el -- texto. En el capítulo IV se ha realizado una aplicación numérica al método descrito en el capítulo III. Incluye por último esta tesis conclusiones relativas a lo expuesto en la introducción y capítulos subsecuentes.

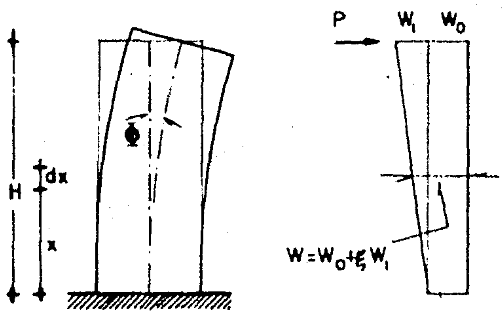
1).- METODO DE BERNARD CARDAN. [1]

La descripción del método ha sido publicada en la revista del A.C.I. en 1961. El autor es Ingeniero Consultor en Los Angeles, California.

Haciendo algunas hipótesis relativas a las especificaciones del edificio es posible expresar el ángulo de desviación,del muro en todos sus - puntos con una ecuación diferencial de segundo grado, tomando en consideración el efecto de flexión y los esfuerzos cortantes.

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{d^2 \phi_B}{dx^2} + \frac{d^2 \phi_s}{dx^2} \qquad -(1)$$

Esta ecuación se resuelve para una carga exterior que consiste de una carga uniforme ω_0, una carga triangular ω_1 y una carga concentrada P - en la cima, quedando así cubiertas la mayor parte de las cargas de viento y sismo.



fig(1)

La suposición básica en este proceso es que todas estas fuerzas son- distribuidas en forma continua a todo lo largo de la altura del muro.

Esto supone que las propiedades del muro y de los marcos sean cons-- tantes para toda la altura del edificio.

Haciendo unas consideraciones adicionales acerca de las reacciones -

sobre el muro, la expresión (1) puede escribirse como sigue:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} - B\phi = -CV_o - D \frac{d\omega}{dx} \qquad -(2)$$

en la que: B, C, D son abreviaturas

$$B = \frac{\beta (k_1 - k_2) + k_2 + k_3}{\beta E I} \quad ; \quad \beta = 1 + \frac{3 k_3}{AE}$$

$$C = \frac{1 + 3 \left(\frac{k_1 - k_2}{AE} \right)}{\beta E I} \quad ; \quad a = \frac{H}{\sqrt{B}}$$

$$D = \frac{3}{\beta A E} \quad ; \quad \gamma = CH^2 + 2D - \frac{2C}{B}$$

Las "k" son factores de rigidez asociadas a las condiciones de las - columnas del entrepiso en cuestión.

La ecuación diferencial (2) tiene la forma matemática:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - Cy = f(x) \quad ; \quad \text{donde} \quad f(x) = ax^2 + bx + c \qquad -(3)$$

Cuya solución es:

$$y = F(x) + C_1 e^{\sqrt{C}\, x} + C_2 e^{-\sqrt{C}\, x}$$

en donde $F(x)$ es una función que satisface la ecuación (3).

Una vez resuelta la ecuación (2) los cortantes y momentos de muro -- pueden ser hallados por las siguientes expresiones.

$$M = \frac{\beta E I \, d\phi}{dx} + \frac{3 E I}{AE} w \quad ; \quad \phi_B = \phi - \phi_S$$

$$V = V_o - k_3\,\phi \quad ; \quad m_s = k_1\,\phi_B + k_2\,\phi_S$$

$$\phi_S = \frac{3V}{AE} \quad ; \quad F = k_3\,\phi \quad (\xi = 1)$$

$$f = K_3\,\frac{d\phi}{dx}$$

El subíndice (B) expresa lo relacionado a momento y (s) lo relacionado a cortante.

El autor del método proporciona soluciones particulares para algunas condiciones de carga simple.

<u>CASO I.- Carga concentrada en la cima del muro.</u>

En la figura (I) $P = 1$; $\omega = 0$; $\omega_1 = 0$. Sustituyendo en la expresión general, la solución final resulta:

$$\phi = \frac{C}{B} - [\frac{C}{B} - D]\ \frac{\cos h\alpha\,(1-\xi)}{\cos h\alpha}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = [\frac{C}{B} - D]\ \frac{\alpha}{H}\ \frac{\sin h\alpha\,(1-\xi)}{\cos h\alpha}$$

$$\phi_B = H^2\,[\frac{1-(1-\xi)^2}{2EI}]$$

y la deflexión horizontal:

$$\frac{y}{H} = \frac{C}{B}\,\xi + [\frac{C}{B} - D]\ \frac{\sin h\alpha\,(1-\xi) - \sin h\alpha}{\alpha\cos h\alpha}$$

en donde:

ξ se define como $\frac{x}{H}$. Y las funciones hiperbólicas pueden hallarse en tablas matemáticas.

CASO 2.- Carga Uniforme: $w = w_0 = 1 \quad ; \quad \omega_1 = 0 \quad ; \quad P = 0$

$$\phi = \frac{C}{B} H (1 - \xi) + \left(\frac{C}{B} - D\right) \frac{H}{\alpha} \frac{\sinh \alpha\xi - \alpha \cosh \alpha (1 - \xi)}{\cosh \alpha}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = -\frac{C}{B} + \left(\frac{C}{B} - D\right) \frac{\alpha \sinh \alpha (1 - \xi) + \cosh \alpha\xi}{\cosh \alpha}$$

$$\phi_B = H^3 \frac{1 - (1 - \xi)^3}{6\, EI}$$

$$\frac{y}{H} = \frac{C}{B} H \left(\xi - \tfrac{1}{2} \xi^2\right) + \left(\frac{C}{B} - D\right) \frac{H}{\alpha} \frac{\sinh \alpha(1-\xi) - \sinh \alpha - \frac{1}{\alpha} (1 - \cosh \alpha\xi)}{\cosh \alpha}$$

CASO 3.- Carga triangular: $w_1 = 1 \quad ; \quad \omega_0 = 0 \quad ; \quad P = 0$

$$\phi = -\frac{CH}{2B} \xi^2 + \frac{\gamma}{2BH} + C_1 e^{a\xi} + C_2 e^{-a\xi}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = -\frac{C}{B} \xi + C \sqrt{B}\, e^{a\xi} - C \sqrt{B}\, e^{-a\xi}$$

donde:

$$C_1 \left(\frac{C}{B} - D + \frac{D\alpha}{2e^a} - \frac{\gamma}{2\alpha e^a}\right) \frac{H}{2\alpha \cosh \alpha}$$

$$\frac{y}{H} = -\frac{HC}{6B} \xi^3 + \frac{\gamma}{2BH} \xi + C_1 \frac{e^{a\xi} - 1}{\alpha} - C_2 \frac{e^{-a\xi} - 1}{\alpha}$$

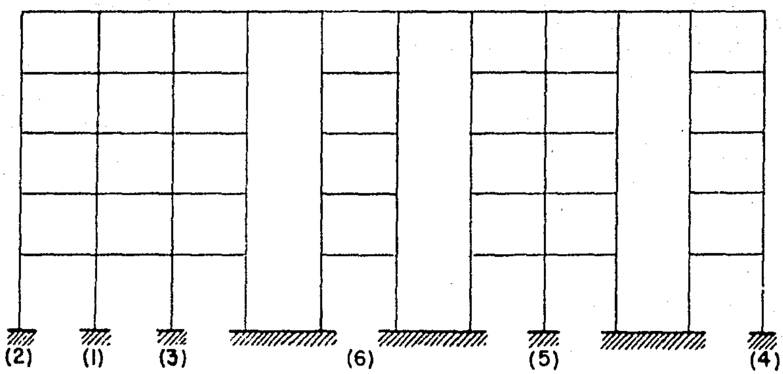
$$\phi_B = \frac{H^3 (\xi^3 - 6\xi + 8)\, \xi}{24\, EI}$$

Los valores k_1, K_2 y k_3 definidos por las siguientes expresiones:

$$m_s = k_1 \phi_B + k_2 \phi_S$$

$$V_f = -k_3 \phi'$$

Han sido determinados para los diversos tipos de columnas indicados en la figura (2), haciendo uso de las ecuaciones de Slope-Deflection, tomando en cuenta principios de Estática y considerando las siguientes hipótesis:



fig(2)

1°) Los ángulos de 90° en la cara del muro y la trabe permanece a 90° después de la deflexión debida a flexión o bien a cortante.

2°) Los puntos de inflexión en columnas se consideran a la mitad de la altura y sobre una línea recta que conecta la junta considerada y las juntas inmediatas arriba y abajo.

3°) Los puntos de inflexión en trabes no-adyacentes al muro están a la mitad del claro y sobre una línea horizontal entre juntas adyacentes.

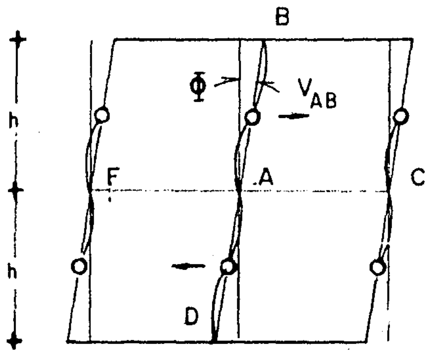


fig (3)

TIPO I.- Columna Interior.

$k_1 = 0$

$k_2 = 0$

$$k_3 = \frac{12E}{h} \frac{K_{AB}(K_{AF} + K_{AC})}{\Sigma K'}$$

TIPO 2.- Columna Extrema.

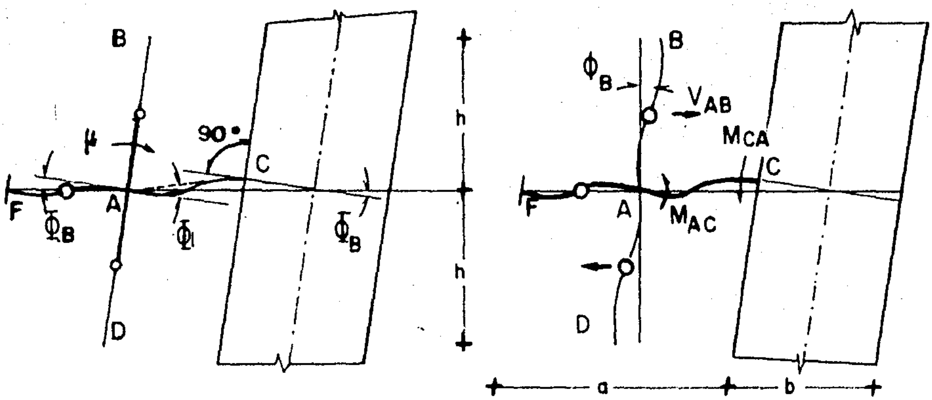
Esta columna es similar a la del Tipo I excepto la $K_{AF} = 0$

$$k_1 = 0$$

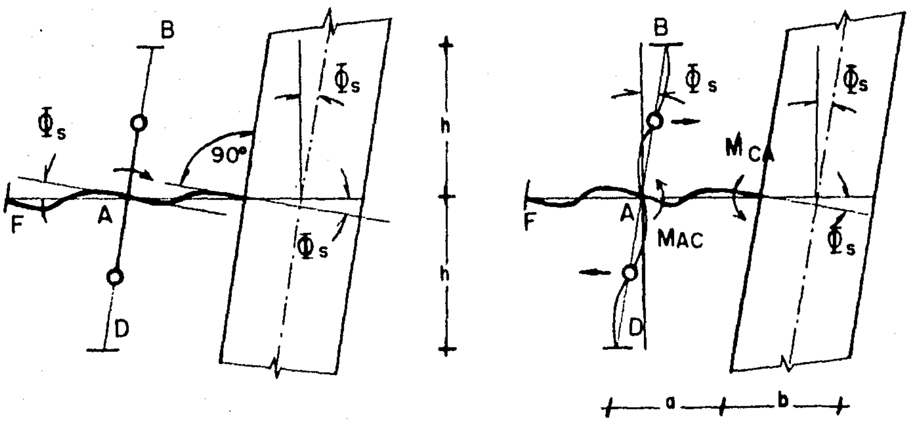
$$k_2 = 0$$

$$k_3 = \frac{12E}{n} \frac{K_{AB}\, K_{AC}}{\Sigma K}$$

TIPO 3.- Columna interior adyacente al muro.



(a) fig(4) (b)



(a) fig(5) (b)

$$k_1 = \frac{6\,EI_S}{a}\left[\left(1+\frac{b}{2a}\right)\left(1+\frac{b}{a}\right) - \left(1+\frac{3b}{2a}\right)\frac{K_{AC}\left(1+\frac{b}{2a}\right)+K_{AF}}{2\,\Sigma K}\right]$$

$$k_2 = \frac{6\,EI_S}{a}\left[1+\frac{b}{a} - \left(1+\frac{3b}{2a}\right)\frac{K_{AC}+K_{AF}}{2\,\Sigma K}\right]$$

$$k_3 = \frac{12\,E}{n}\left[K_{AF} + \left(1+\frac{b}{2a}\right)K_{AC}\right]\frac{K_{AB}}{\Sigma K}$$

en las que: $\quad I_S = \dfrac{I_{AC}}{h}$

TIPO 4.- Columna extrema adyacente al muro.

Esta columna es similar a la Tipo 3, excepto que $K_{AF} = 0$

$$k_1 = \frac{6\,EI_S}{a}\left(1+\frac{b}{2a}\right)\left[1+\frac{b}{a} - \left(1-\frac{3B}{2a}\right)\frac{K_{AC}}{2\,\Sigma K}\right]$$

$$k_2 = \frac{6\,EI_S}{a}\left[1+\frac{b}{a} - \left(1-\frac{3b}{2a}\right)\frac{K_{AC}}{2\,S\Sigma K}\right]$$

$$k_3 = \frac{12E}{h}\left(1+\frac{b}{2a}\right)K_{AC}\frac{K_{AB}}{\Sigma K}$$

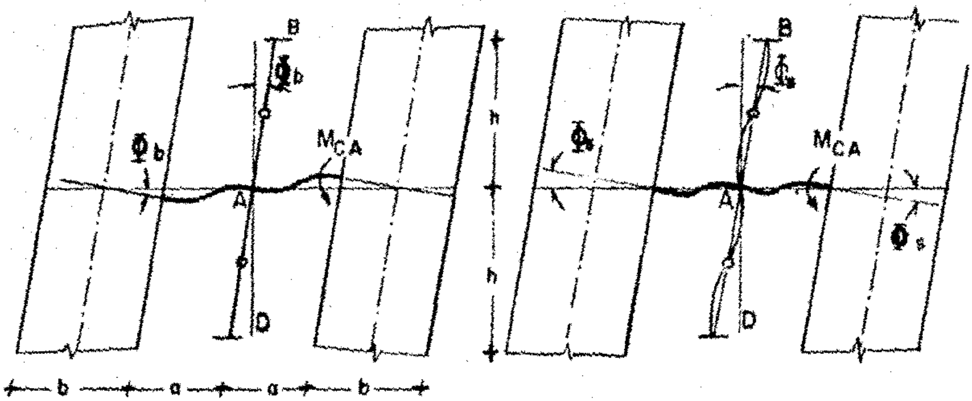
TIPO 5.- Columna entre dos muros.

Superponiendo el efecto del giro debido a flexión (izquierda) y el - debido a cortante (derecha).

$$k_1 = \frac{6\,EI_S}{a}\left(1+\frac{b}{a}\right)\left[1+\frac{b}{a} - \left(1+\frac{3b}{2a}\right)\frac{K_{AC}}{\Sigma K}\right]$$

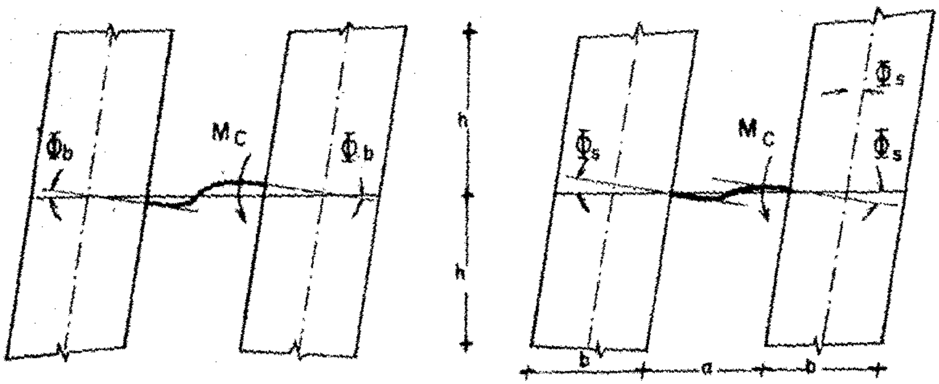
$$k_2 = \frac{6\,EI_S}{a}\left[1+\frac{b}{a} - \left(1+\frac{3b}{2a}\right)\frac{K_{AC}}{\Sigma K}\right]$$

$$k_3 = \frac{24E}{h}\left(1+\frac{b}{2a}\right)\frac{K_{AC}\,K_{AB}}{\Sigma K}$$



(a) fig(6) (b)

Trabe sola que conecta a dos muros:



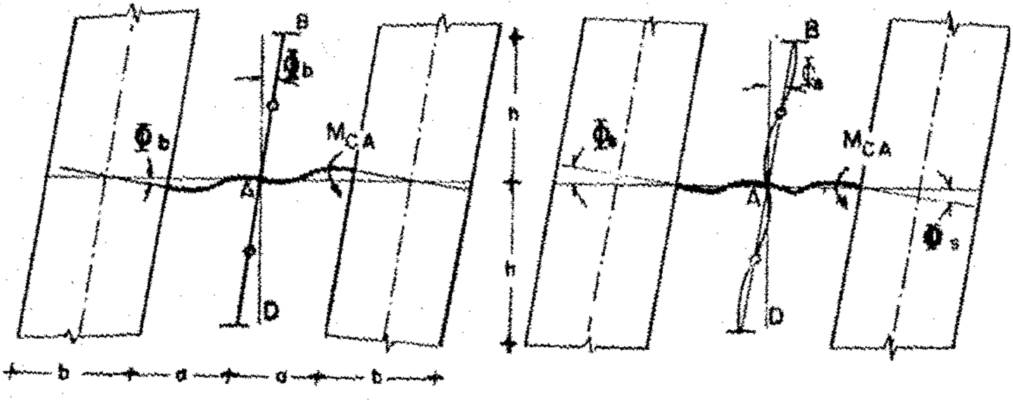
(a) fig(7) (b)

Por momento:

$$M_c = 6EK \left(1 + \frac{b}{a}\right) \phi_a$$

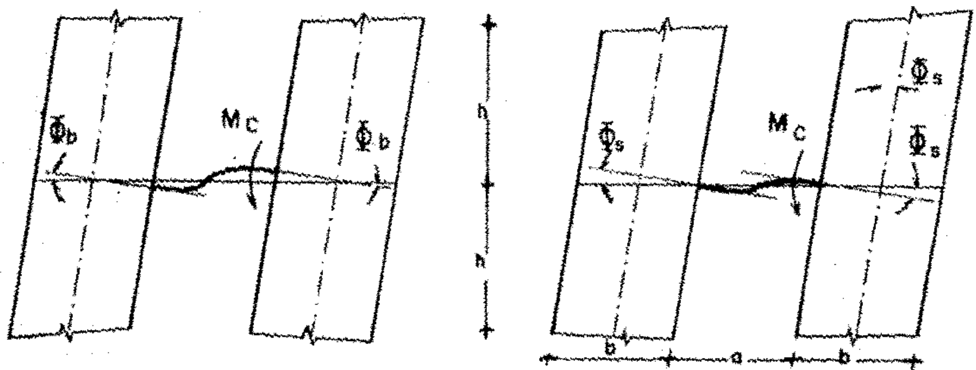
Por Cortante:

$$M_c = 6EK\,\phi_s$$



(a) fig(6) (b)

Trabe sola que conecta a dos muros:



(a) fig(7) (b)

Por momento:

$$M_c = 6EK \left(1 + \frac{b}{a}\right) \phi_B$$

Por Cortante:

$$M_c = 6EK \phi_s$$

En la referencia [1] aparece una aplicación numérica con la cual se puede valorar la eficiencia del método. Ahí se procedió en la siguiente forma:

Se analizó una estructura artificialmente diseñada con el objeto de ilustrar los diferentes tipos de columnas. Se consideró la estructura sujeta a una carga uniforme y se repartió la mitad de la carga a cada uno de los muros alojados en la estructura.

Previamente determinados los momentos de inercia de muros, trabes y columnas se procedió a calcular las constantes k_1, k_2 y k_3 para todas las columnas de un entrepiso. Dividiéndose por partes iguales las Σk entre cada muro.

A continuación se determinaron los valores de las abreviaturas B, C, D, y α, β y γ así como las funciones hiperbólicas.

Mediante las expresiones halladas para el Caso 2 de carga uniforme (w = 1 lb/in) y considerando para simplificar la altura del edificio en 10 partes iguales (ξ = 1, 2, 3, ... etc) se determinó:

$$\phi, \quad \frac{d\phi}{dx}, \quad V, \quad M, \quad \phi_S \text{ y } \phi_B \quad \text{en el muro.}$$

Conocidos estos valores, se pasó a determinar los valores de los momentos en las trabes.

METODO DE EMILIO ROSENBLUETH E IGNACIO HOLTZ.

Bajo cargas laterales la interacción entre el cortante de los muros y marcos debido a las deformaciones de flexión de los muros, complica los problemas analíticos.

Esto hace necesario resolverlos por aproximaciones sucesivas. Un método de iteración ha sido propuesto por los autores, el cual obtiene de la solución de una ecuación diferencial una configuración aproximada del muro suceptible de ser perfeccionada con nuevos ciclos. La hipótesis básica para la primera aproximación consiste en suponer una completa uniformidad en la geometría de los elementos del marco.

Un método numérico es usado para sistematizar los ciclos sucesivos de iteración, lográndose en un caso particular resultados bastante exactos con la extrapolación de los dos primeros ciclos. La aplicación numérica se encuentra detallada en la referencia[2].

En la Fig. (2.1) puede verse un muro continuo de concreto que forma parte de una estructura constituida por marcos. Al desplazarse lateralmente, las trabes ligadas a él tanto en su plano como las perpendiculares sufren deformaciones.

Designando con M_t a la suma de momentos con respecto al eje del muro de todos estos elementos mecánicos en un mismo nivel, y relacionándolo con la pendiente por deformaciones de flexión del muro (ϕ_f) puede escribirse:

$$K_t = \frac{M_t}{h\ \phi_f}$$

en donde:

K_t = la rigidez de la trabe.

h = la altura del piso inmediatamente inferior al nivel en estudio.

La fuerza cortante que resiste el muro en un entrepiso en términos de ϕ_f (Referencia 2) puede calcularse como:

$$V_M = \frac{V - R_m \phi_f}{1 + \frac{R_m}{AG}}$$

El valor de ϕ_f se obtiene por iteración, haciendo uso de la gráfica de la Fig. (8) y por medio de las expresiones siguientes:

$$g = \frac{CH^2 W}{EI_m \left(1 + \frac{R_m}{AG}\right)}$$

$$p^2 = \frac{H^2}{EI_m}\left(K_t + \frac{AG\ R_m}{AG + R_m}\right)$$

en donde:

C = coeficiente sísmico según se define en el Reglamento de Construcciones del D.F.

W = peso del edificio.

H = altura del edificio.

A = área del muro expuesta a cortante.

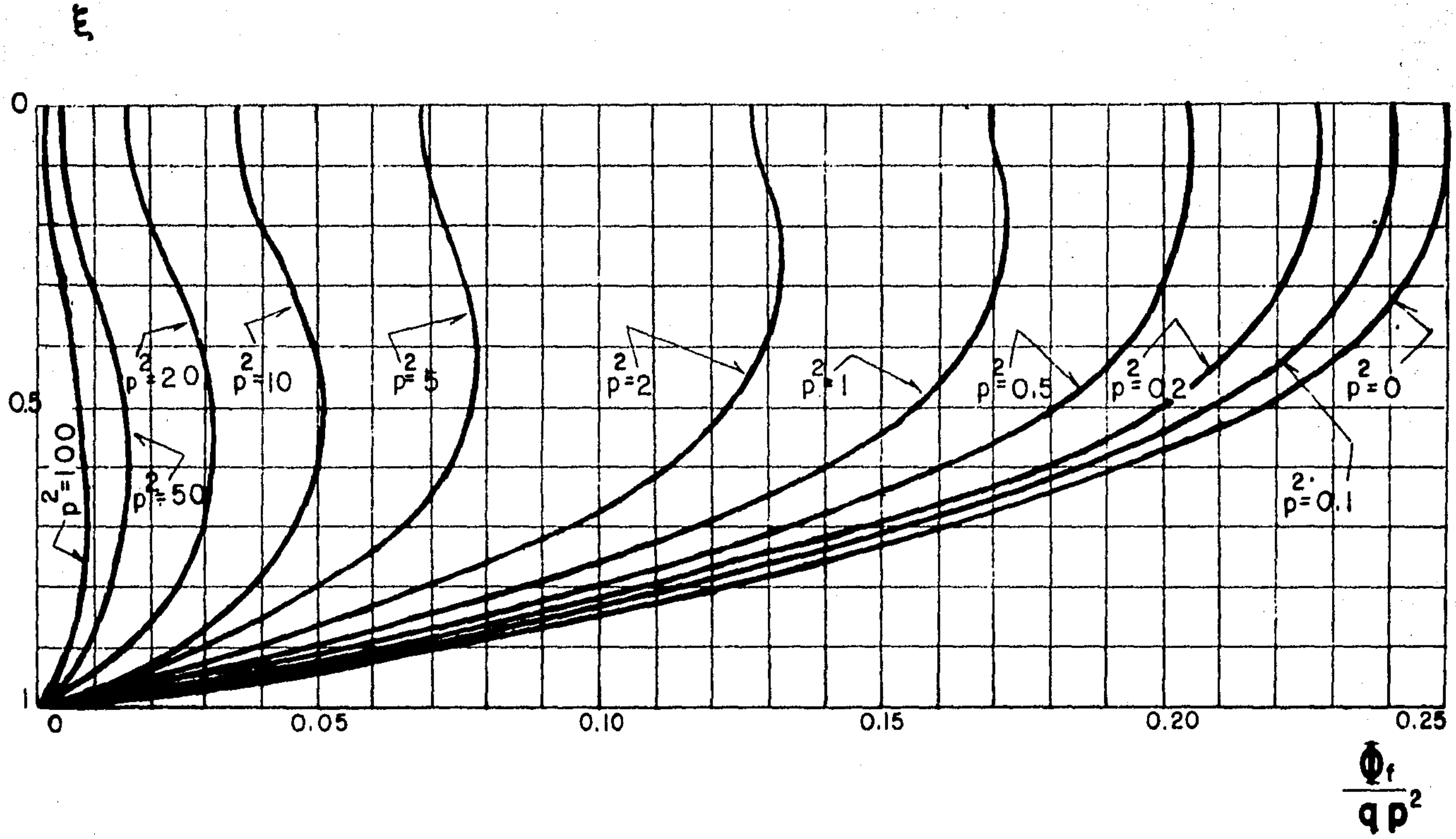
G = módulo de elasticidad al cortante.

I_m = momento de inercia del muro.

R_m = rigidez del marco, que puede ser calculada por ejemplo con una conveniente adaptación de las fórmulas de Wilbur.

La gráfica de la Fig. (8) ha sido dibujada para el caso especial de distribución parabólica del cortante total y considerando un edificio uniforme. Por esto último se considerarán valores medios de K_t, R_m y A para el cálculo de g y p^2.

Para calcular la rigidez de trabe K_t, puede suponerse que los pun-



VALORES DE $\frac{\Phi_f}{qp^2}$

fig(8)

tos de inflexión del segundo claro de trabes a partir del muro y de la primera columna se encuentran en sus puntos medios, tal y como se muestra en la Fig. (9).

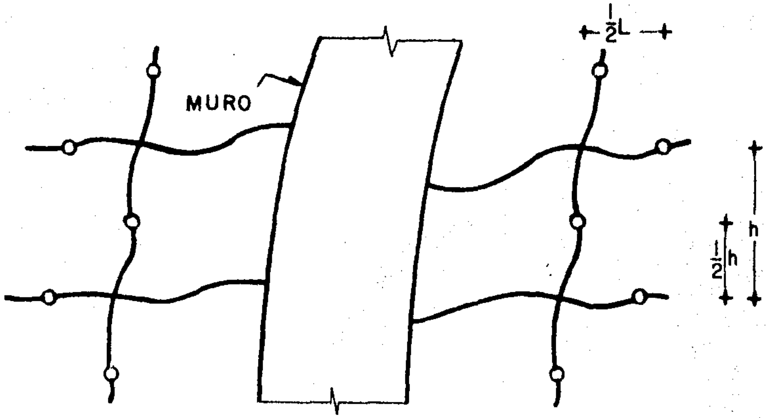


fig (9)

El proceso iterativo diverge cuando la rigidez de los marcos es grande en comparación con la del muro. Debe entonces recurrirse al método de extrapolación siguiente.

Sean respectivamente X_0, X_1, X_2 el valor supuesto al iniciar un ciclo, el calculado al finalizar ese ciclo y el calculado al finalizar el siguiente ciclo, de la fuerza cortante que toma el muro, V_m, de la pendiente ϕ o de cualquier elemento mecánico o geométrico que varía de un ciclo a otro.

Y sean:

$$\delta_1 = X_1 - X_0$$

$$\delta_2 = X_2 - X_1$$

$$r = \frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2}$$

El valor extrapolado de X está dado por:

$$X_{ex} = X_1 + r\delta_2$$

El procedimiento propuesto por Ryker es útil para acelerar la convergencia del proceso iterativo aún cuando este converga, si la convergencia es relativamente lenta.

Como se vé, este método proporciona la posibilidad de resolver el problema con la aproximación deseada, ya que es un método iterativo.

C A P I T U L O I

METODO DE MANEY- GOLDBERG MODIFICADO.

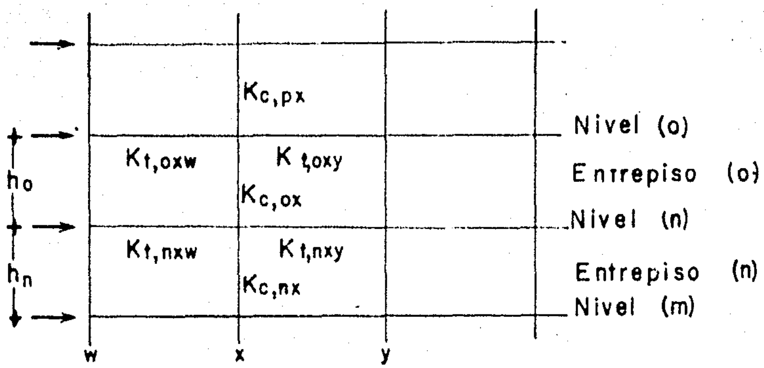
En el presente capítulo vamos a presentar la adaptación del método iterativo de Maney Goldberg a nuestro problema en estudio propuesta por el Ing. L. Esteva.

El método considera un muro esbelto, alojado en un marco de edificio de varios pisos y toma en cuenta las deformaciones del muro debidas a fuerza cortante, así como la interacción de los demás elementos del marco en el muro.

Para mayor comprensión del método propuesto, vamos a describir brevemente el método original de Maney-Goldberg.[3].

Este es un procedimiento iterativo que usa como incógnitas los desplazamientos angulares de los nudos y los desplazamientos laterales relativos de los entrepisos.

En la Fig. (I.1), se muestra esquemáticamente la nomenclatura usada.



fig(1.1)

Del equilibrio de la cortante sísmica en el entrepiso (n) y las cortantes en las columnas del mismo, usando las ecuaciones de Slope-Deflection, se obtiene la:

Ecuación del Entrepiso (n)

$$E\psi_n = \frac{M_n}{12\,\Sigma K_{cn}} + \frac{\Sigma K_{cn}\,(E\theta_{nx} + E\theta_{mx})}{2\,\Sigma K_{cn}} \qquad -(1.1)$$

en donde:

$M_n = V_n\, h_n$ = momento del entrepiso (n).

$\Sigma\, K_{cn}$ = suma de rigideces (I/L) de las columnas del entrepiso.

θ_{mx}, θ_{nx} = desplazamientos angulares de los nudos determinados por la intersección de la columna (x) con los niveles (m) y (n) respectivamente.

ψ_n = diferencia de desplazamientos laterales de dos niveles concecutivos (m) y (n), dividida entre la altura h_n del entrepiso que limitan.

Del equilibrio del nudo (nx) se llega a la siguiente:

Ecuación del Nudo (nx):

$$E\theta_{nx} = \frac{3\,\Sigma K_c\; E\psi - \Sigma K_l\, E\theta_l}{2\,\Sigma K} \qquad -(1.2)$$

en donde:

$\Sigma K_c E\psi$, incluye las columnas que concurren al nudo (nx).

$\Sigma K_l E\theta_l$ = suma de los productos $KE\theta$ para los extremos lejanos- de todas las barras que concurren al nudo en estudio.

ΣK = suma de rigideces de todas las barras que concurren al nudo.

La solución del marco en estudio se habrá alcanzado cuando se tenga- un conjunto de valores (ψ_n) y (θ_{nx}) que satisfagan todas las ecuaciones - del tipo de (1.1) y (1.2) que se puedan plantear. El procedimiento de -- Maney-Goldberg es una modificación del de Slope-Deflection que consiste - en resolver estas ecuaciones por medio de substituciones y correcciones - sucesivas. Con el fin de obtener una configuración aproximada del marco- en cuestión se propone suponer como valor inicial para los desplazamien-- tos angulares el dado por las ecuaciones (1.3) y (1.5), las cuales están- basadas en considerar que todos los nudos en un nivel y en los adyacentes giran lo mismo.

Para niveles superiores:

$$E\theta_n = \frac{M_n + M_o}{24\,\Sigma K_{tn}} \qquad -(1.3)$$

Para el nivel (l) con las columnas del primer entrepiso empotradas - en la base:

$$E\theta_1^1 = \frac{M_1 + M_2}{24\,\Sigma K_{t1} + 2\,\Sigma K_{c1}} \qquad -(1.4)$$

Para el nivel (I) con las columnas del primer entrepiso articuladas- en la base:

$$E\theta_1^1 = \frac{2M_1 + M_2}{24\,\Sigma K_{t1}} \qquad -(1.5)$$

Considerando también que la rigidez de las columnas en un nivel y en los adyacentes es igual, puede fácilmente obtenerse la ecuación (1.6) y - sustituyendo en ella los valores que se calculen a partir de (1.3) y (1.5) puede hallarse el valor de ψ_n'.

$$E\psi_n^1 = \frac{M_n}{12\,\Sigma K_{cn}} + \frac{E\theta_m + E\theta_n}{2} \qquad -(1.6)$$

A partir de aquí puede iniciarse el proceso de iteración aplicando - las ecuaciones exactas (1.1) y (1.2) o bien puede, por facilidad, obtener se una segunda aproximación a los giros, haciendo uso de las ecuaciones - (1.7) y (1.9) (que vienen de la ec. (1.2) haciendo en cada nudo $\theta_i = \theta_{nx}$).

Para niveles superiores:

$$E\theta_n'' = \frac{\Sigma\, K_c\, E\psi}{\Sigma K} \qquad -(1.7)$$

Para el nivel (I) con columnas del primer entrepiso empotradas en la base:

$$E\theta_{1x}'' = \frac{\Sigma K_c\, E\psi}{\Sigma K - 1/3\, K_{c1x}} \qquad -(1.8)$$

Para el nivel (I) con columnas del primer entrepiso articuladas en - la base:

$$E\theta_{1x}'' = \frac{K_{c1x}\, E\psi_1 + 2K_{c2x}\, E\psi_2}{2\,\Sigma K - K_{c1x}} \qquad -(1.9)$$

La determinación de los momentos finales en cada junta, se hace por-medio de las ecuaciones de Slope-Deflection en función de los desplaza---mientos arriba calculados.

La aplicación numérica detallada de este procedimiento se encuentra-en la referencia [3].

MODIFICACION.-

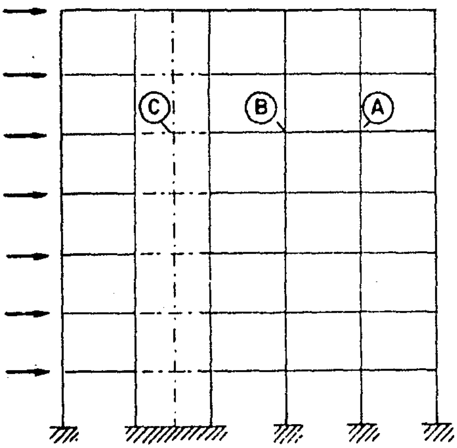
A continuación vamos a describir el proceso seguido en la obtención-de la Ecuación de Piso (semejante a la ecuación (1.1)) y de las Ecuacio--nes de Nudo (semejantes a la ecuación (1.2)) haciendo uso de la ecuación-de Slope-Deflection, la geometría de las piezas y el equilibrio estático-solamente.

Consideremos en la Fig. (1.2) un marco de edificio alto sujeto a fuerzas laterales, constituído por un muro esbelto continuo y un sistema de -columnas y trabes.

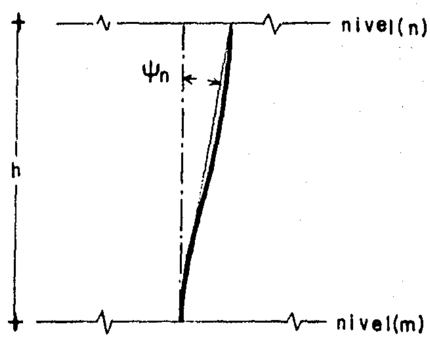
I) - DETERMINACION DE LA ECUACION DE ENTREPISO.

a) Análisis del muro.

En la fig. (1.3) aparece una amplificación de un segmento de muro --



fig(1.2)



fig(1.3)

comprendido entre los niveles (m) y (n) el cual se deforma bajo el efecto de fuerzas horizontales.

Supongamos que en la siguiente expresión:

$$\psi_n = \psi'_n + \psi''_n \qquad -(1.11)$$

ψ'_n = representa la contribución de la flexión al desplazamiento.

ψ''_n = representa la contribución de la fuerza cortante al desplazamiento.

Por definición:

$$\psi''_n = \frac{V_n}{AG} \qquad -(1.12)$$

y de la ecuación de Slope-Deflection:

$$M_{mn} = 2EK\,(2\theta_m + \theta_n - 3\psi'_n) \qquad -(1.13)$$

$$\therefore \quad \psi''_n = \frac{V_n}{AG} = -\frac{M_{nm} + M_{mn}}{h_n\ AG} = \frac{-6EK\,(\theta_m + \theta_n) + 12EK\,\psi'_n}{h_n\ AG}$$

$$\psi''_n = \frac{-6EK}{AG\ h_n}\,(\theta_m + \theta_n) + \frac{12EK\,\psi'_n}{AG\ h_n}$$

haciendo: $\quad a = \dfrac{EK}{AG\ h_n}$

$$\psi''_n = -6a\,(\theta_m + \theta_n) + 12\,a\psi'_n \qquad -(1.14)$$

y sustituyendo en (2.11):

$$\psi_n = \psi'_n\,(1 + 12a) - 6a\,(\theta_m + \theta_n) \qquad -(1.15)$$

despejando: $$\psi'_n = \frac{\psi_n + 6a\,(\theta_m + \theta_n)}{1 + 12\,a} \qquad -(1.16)$$

sustituyendo (1.13) en (1.14):

$$\psi_n'' = -6\alpha\,(\theta_m+\theta_n) + 12\,\alpha\,\left[\frac{\psi_n + 6\alpha\,(\theta_m+\theta_n)}{1+12\,\alpha}\right]$$

$$\psi_n'' = -6\alpha\,(\theta_m+\theta_n) + \frac{12\,\alpha\psi_n}{1+12\alpha} + \frac{72\,\alpha^2\,(\theta_m+\theta_n)}{1+12\,\alpha}$$

$$\psi_n'' = (\theta_m+\theta_n)\,6\alpha\,(-1+\frac{12\alpha}{1+12\alpha}) + \frac{12\,\alpha\psi_n}{1+12\alpha} = \frac{12\alpha}{1+12\alpha}\psi_n - \frac{6\,\alpha}{1+12\alpha}(\theta_m+\theta_n)$$

$$\psi_n'' = \frac{6\,\alpha}{1+12\alpha}(2\psi_n - \theta_m - \theta_n) \qquad -(1.17)$$

sustituyendo (1.16) en (1.13):

$$M_{mn} = 2EK\,(2\theta_m + \theta_n - \frac{3\,\psi_n}{1+12\alpha} - \frac{18\alpha\,(\theta_m+\theta_n)}{1+12\,\alpha}$$

$$M_{mn} = 2EK\,\left[\theta_m\,(2-\frac{18\,\alpha}{1+12\alpha}) + \theta_n\,(\frac{1-18\alpha}{1+12\alpha}) - \psi_n\,\frac{3}{1+12\alpha}\right]$$

y de igual manera:

$$M_{nm} = 2EK\,\left[\theta_n\,(2-\frac{18\alpha}{1+12\alpha}) + \theta_m\,(1-\frac{18\,\alpha}{1+12\alpha}) - \psi_n\,\frac{3}{1+12\alpha}\right]$$

el momento de piso resulta:

$$V_{mn}\,h_n = 2EK\,\left[\theta_m\,(3-\frac{36\,\alpha}{1+12\alpha}) + \theta_n\,(3-\frac{36\,\alpha}{1+12\alpha}) - \psi_n\,\frac{6}{1+12\alpha}\right]$$

escribiendo en forma mas simple las expresiones anteriores, resultan:

$$M_{mn} = b\,E\,K\,\theta_m + a\,E\,K\,\theta_n - \frac{\gamma}{2}\,E\,K\psi_n \qquad -(1.18)$$

$$M_{nm} = a\,EK\,\theta_m + b\,EK\,\theta_n - \frac{\gamma}{2}\,EK\psi_n \qquad -(1.19)$$

$$V_{mn} h_n = \beta_n\,EK\theta_m + \beta_m\,EK\theta_n - \gamma\,EK\psi_n \qquad -(1.20)$$

tomando las constantes el siguiente valor:

$$\beta = 2\left(3 - \frac{36\,\alpha}{1 + 12\alpha}\right) = \frac{6\,AGh_n}{AGh_n + 12EK}$$

$$\gamma = \frac{2 \times 6}{1 + 12\alpha} = \frac{12}{1 + 12\alpha}$$

$$a = 2\left(1 - \frac{18\,\alpha}{1 + 12\alpha}\right) = \frac{2AGh_n - 12EK}{AGh_n - 12EK}$$

$$b = 4 - \frac{36\alpha}{1 + 12\alpha} = a + 2$$

b) Análisis de las columnas.

Fácilmente se obtiene de la ecuación de Slope-Deflection:

$$M_{mn} = 2EK\;[2\,\theta_m + \theta_n - 3\,\psi_n] \qquad -(1.21)$$

$$M_{nm} = 2EK\;[2\,\theta_m + \theta_n - 3\,\psi_n] \qquad -(1.22)$$

$$V_{mn}\,h_n = 6EK\,(\theta_m + \theta_n) - 12EK\,\psi_n \qquad -(1.23)$$

Para determinar la ecuación del entrepiso, sumamos los momentos re-- sistentes en muros y columnas al momento de piso e igualamos a cero.

De (1.20) y (1.23):

$$V_n\,h_n + \sum_c 6EK\,(\theta_m + \theta_n) - \sum_c 12EK\,\psi_n + \sum_m \beta_n\,EK\,(\theta_m + \theta_n) - \Sigma\gamma EK\psi_n = 0$$

de donde:

$$E\psi_n = \frac{-\sum^{m} \beta_n EK\,(\theta_m + \theta_n) + V_n h_n + \sum^{c} 6EK\,(\theta_m + \theta_n)}{\sum\limits_{c} 12K + \sum\limits_{n} \gamma K}$$

considerando:

$$\beta = 6 \; ; \; \gamma = 12 \qquad \text{tratándose de columnas.}$$

$$\beta = 6 - \frac{72\,\alpha}{1 + 12\alpha} \; ; \; \gamma = \frac{12}{1 + 12\alpha} \qquad \text{tratándose de muros.}$$

la ecuación del entrepiso resulta:

$$\boxed{E\psi_n = \frac{M_n}{\sum\limits_{c,m} \gamma K} + \frac{\sum^{c,m} \beta_n\; K\,(E\theta_m + E\theta_n)}{\sum\limits_{c,m} \gamma K}} \qquad \text{-(1.24)}$$

2) - DETERMINACION DE LAS ECUACIONES DE NUDO.

En la Fig. (1.2) se aprecian claramente tres tipos diferentes de juntas para las cuales determinaremos su ecuación de equilibrio.

Caso A.- Ninguna de las piezas del nudo concurren al muro.

Caso B.- Nudo que tiene una de sus trabes adyacentes al muro.

Caso C.- Nudo que pertenece al eje del muro.

Antes de hallar las ecuaciones correspondientes, vamos a determinar el efecto de las deformaciones del muro (debidas a flexión y a fuerza cortante) sobre las trabes adyacentes.

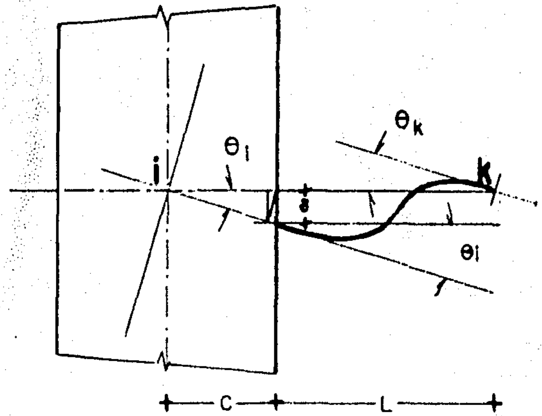
a) Comportamiento de las trabes con la deformación del muro debida a la flexión.

En la Fig. (1.4), aparece la junta deformada, en la cual:

$$\psi = \frac{\delta}{L}$$

además:

$$\delta = c\,\theta_1$$



fig(I.4)

y de la ecuación de Slope-Deflection:

$$M_{ik} = 2EK \; [2\theta_i + \theta_k + 3\theta_i \frac{C}{L}]$$

$$M_{ik} = 2EK \; [\theta_i \; (2 + \frac{3C}{L}) + \theta_k] \qquad -(1.25)$$

$$M_{ki} = 2EK \; [\theta_i \; (1 + \frac{3C}{L}) + 2\theta_k] \qquad -(1.26)$$

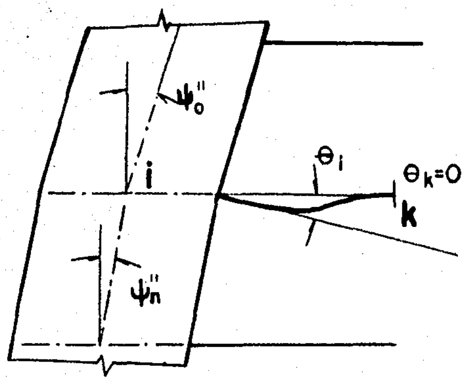
b) Comportamiento de las trabes con la deformación del muro debida a cortante.

De manera análoga pero haciendo la suposición de que θ es el promedio de los desplazamientos ψ de los entrepisos correspondientes, (fig. - I.5) o sea:

$$\theta_i = \frac{\psi''_o + \psi''_n}{2}$$

$$M_{ik} = 2EK \; [\psi''_m + \psi''_o] \qquad -(1.27)$$

$$M_{ki} = 2EK \; [\frac{\psi''_m + \psi''_o}{2}] \qquad -(1.28)$$



fig(I.5)

Procediendo ahora a determinar las ecuaciones de nudo, el Caso A - - coincide precisamente con la ecuación de nudo determinada en el método -- original de Maney-Goldberg.

$$\therefore \quad E\theta_{nx} = \frac{3\,\Sigma K_c\; E\psi - \Sigma K_l\; E\theta_l}{2\,\Sigma K} \qquad \text{-(1.29)}$$

<u>Caso B.-</u> Sumando al efecto propio de las trabes el efecto del muro-por flexión y cortante e igualando a cero, puede determinarse la ecuación del nudo para este caso.

De (1.26) y (1.28):

$$\sum_n 2EK\;[2\theta_i + \theta_k - 3\psi] + 6EK\frac{C}{L}\,\theta_k + 2EK\,½\;(\psi_n'' + \psi_o'') = 0$$

despejando:

$$E\theta_{nx} = \frac{6EK_c\;E\psi - 2\,\Sigma K_l\;(1 + 3\frac{C}{L})\;E\theta_l - EK_t\;(\psi_n'' + \psi_o'')}{4\,\Sigma K}$$

-(1.30)

Caso C_2.- Considerando el muro en su propio eje, vamos a determinar- la ecuación de nudo de manera análoga.

efecto de las trabes:

$$\Sigma \{2EK [\theta_n(2+3\frac{C}{L})+\theta_1 + 2EK(\psi_n'' + \psi_o'')\} + \Sigma\frac{C}{L}\{2EK [\theta_n(2+3\frac{C}{L})+\theta_1] +$$

$$+ 4EK(\psi_n'' + \psi_o'') + 2EK [\theta_n(1+3\frac{C}{L}) + 2\theta_1]\} =$$

$$= \Sigma\{ 2EK [\theta_n(2+3\frac{C}{L})+\theta_1](1+\frac{C}{L}) + 2EK(\psi_n''+\psi_o'')(1+2\frac{C}{L}) + 2EK[\theta_n(1+3\frac{C}{L}) +$$

$$+ 2\theta_1] \frac{C}{L}\}$$

$$= \Sigma\{ 2EK [(2+3\frac{C}{L})(1+\frac{C}{L}) + (1+3\frac{C}{L})\frac{C}{L}] + 2EK\theta_1 [(1+\frac{C}{L}) + 2\frac{C}{L}] +$$

$$+ 2EK (\psi_n''+\psi_o'')(1+2\frac{C}{L})\}$$

Introduciendo abreviaturas:

$$\Sigma\{\lambda EK\, \theta_n + \mu EK\, \theta_1 + \nu EK(\psi_n'' + \psi_o'')\} \qquad -(1.31)$$

Expresión que incluye el efecto sólo de las trabes en la cual las -- constantes tienen el siguiente valor:

$$\lambda = 2[(2+3\frac{C}{L})(1+\frac{C}{L}) + (1+3\frac{C}{L})\frac{C}{L}]$$

$$\mu = 2[(1+\frac{C}{L}) + 2\frac{C}{L}]$$

$$\nu = 2(1+2\frac{C}{L})$$

Efecto del muro.-

De la expresión (1.18) se puede calcular la contribución del muro.

$$\Sigma \ \{ b E K \theta_n + a E K \theta_l - \frac{\gamma}{2} E K \psi_n \} \qquad -(1.32)$$

Sumando ahora (1.31) y (1.32) e igualando a cero, se tendrá determinado el equilibrio para el nudo del Caso C.

$$E\theta_n = \frac{-\overset{t}{\Sigma}\ \nu EK \ (\psi_n'' + \psi_o'') + \overset{c}{\Sigma} \frac{\gamma}{2} EK\psi_n - \overset{t}{\Sigma}\ \mu EK\theta_l - \overset{c}{\Sigma}\ a EK\theta_l}{\underset{t}{\Sigma}\lambda K + \underset{c}{\Sigma} b K} \qquad -(1.33)$$

Haciendo uso de la ecuación del entrepiso (1.24) y seleccionando delas ecuaciones (1.29), (1.30) y (1.33) en cada caso la que corresponda - puede analizarse cualquier marco de edificio que contenga uno o varios muros esbeltos, procediendo en forma similar a la usada en el método original de Maney-Goldberg anteriormente descrito.

De la experiencia que se tiene del método se puede decir que la convergencia es lenta; sin embargo la convergencia puede ser mejorada haciendo uso del método de Ryker descrito en el capítulo anterior o posiblemente también introduciendo un proceso como el que será descrito en el siguiente capítulo (Método de los Puntos Fijos).

CAPITULO II

Método de Relajaciones para el Análisis de Muros Esbeltos Alojados en Marcos sujetos a Fuerzas Laterales.

Bajo cargas laterales la interacción entre los muros y los marcos -- complica los problemas analíticos debido a las deformaciones de flexión - de los muros esbeltos, tal y como se puede apreciar en la fig. (2.1). Esto hace necesario emplear un método de relajaciones adecuado como el propuesto por el Ing. Luis Esteva M. que a continuación describiremos.

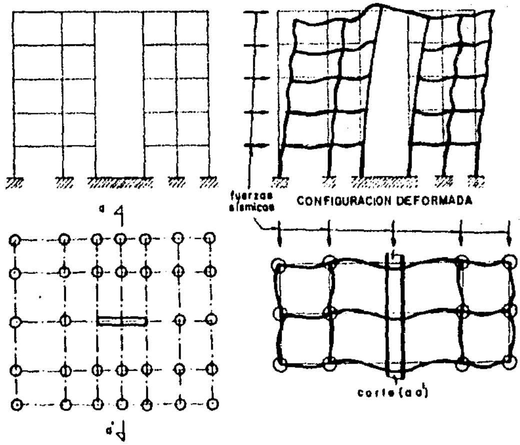


fig (2.1)

Con este método es posible distribuir el momento de piso entre los elementos resistentes del marco (muros, columnas y trabes) con la aproximación que se desee, tomando en cuenta las deformaciones por cortante en el muro y la interacción entre el muro y los elementos adyacentes.

La esencia del método consiste en obtener una configuración inicial del marco que satisfaga el equilibrio del cortante en el piso pero sin equilibrar las juntas. A continuación se introducen correcciones para permitir que las juntas localizadas a lo largo del eje del muro giren simultáneamente con un nuevo desplazamiento del piso en tal proporción que la combinación de ambos movimientos no altere los cortantes de piso.

Como en la referencia [2] vamos a introducir las siguientes hipótesis, en el sentido de que las trabes adyacentes al muro a un nivel dado tienen una rigidez conocida

$$K_t = \frac{M_t}{\theta} \qquad -(2.1)$$

y que la rigidez del marco de piso no depende de la configuración flexionada, tal que.

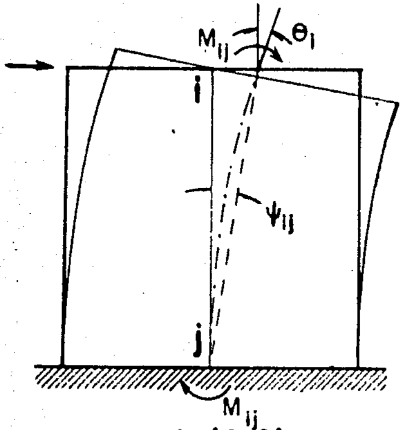
$$V_f\ h = R_f\ \psi \qquad -(2.2)$$

y así, la rigidez del marco (R_m) puede ser calculada por ejemplo por las fórmulas de Wilbur.

Supongamos la rotación de una junta del muro, a un nivel dado, la que se permite junto con el desplazamiento de los pisos adyacentes, en tal forma que no se produzca un incremento en el momento de piso M. El desplazamiento relativo entre los pisos ψ es producido por ψ_m y ψ_v, deformaciones por flexión y cortante respectivamente. De las ecuaciones de Slope-Deflection, considerando $\theta_j = 0$, en la fig. 2.2 y designando con

w: lo relativo al muro esbelto

f: lo relativo al marco (sistema de columnas y -



fig(2.2)

trabes)

c: lo relativo a cortante.

n: lo relativo a momento.

resulta:

$$M_{ij} = 4EK_\omega\theta_i - 6EK_\omega\psi_m \qquad -(2.3)$$

$$M_{ji} = 2EK_\omega\theta_i - 6EK_\omega\psi_m \qquad -(2.4)$$

del equilibrio del segmento del muro:

$$V_\omega h + 6EK_\omega\theta_i - 12EK_\omega\psi_n = 0$$

$$-V_\omega = \frac{1}{h}(6EK_\omega\theta_i - 12EK_\omega\psi_m)$$

$$\psi_c = \frac{V_n}{A_\omega G} = \frac{1}{A_\omega Gh}[12EK_\omega\psi_n - 6EK_\omega\theta_i] \qquad -(2.5)$$

El equilibrio del muro y del marco requiere que:

$$(V_\omega + V_f)\ h = 0$$

lo cual puede escribirse como:

$$12EK_\omega\psi_m - 6EK_\omega\theta_i + R_f\ (\psi_m + \psi_c) = 0 \qquad -(2.6)$$

combinando las ecuaciones (2.5) y (2.6)

$$12EK\psi_m - 6EK_\omega\theta_i + R_f\ (\psi_m + \frac{1}{A_\omega GH}[12EK_\omega\psi_m - 6EK_\omega\theta_i]) = 0$$

$$12EK_\omega\psi_m - 6EK_\omega\theta_i + R_f\psi_m + \frac{R_f\ 12EK_\omega\psi_n}{A_\omega Gh} - \frac{R_f\ 6EK_\omega\theta_i}{A_\omega Gh} = 0$$

$$12\psi_m\ (EK + \frac{EKR_f}{A_\omega Gh}) + R_f\psi_m = 6\theta_i EK_\omega\ (1 + \frac{R_f}{A_\omega Gh})$$

$$\psi_m = \frac{6\theta_i EK_\omega \left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}{EK_\omega \left[12\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)+\frac{R_f}{EK_\omega}\right]} \quad ; \quad \psi_m = \frac{6E\theta_i \left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}{12\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)+\frac{R_f}{EK_\omega}} \qquad \text{-(2.7)}$$

Sustituyendo (2.7) en (2.3)

$$M_{ij} = 4EK_\omega\theta_i - 6EK_\omega \frac{6E\theta_i \left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}{12\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)+\frac{R_f}{EK_\omega}}$$

$$\frac{M_{ij}}{\theta_i} = EK_\omega \left[4-\frac{36}{12+\dfrac{R_f}{EK_\omega\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}}\right]$$

$$\boxed{\frac{M_i}{\theta_i} = EK_\omega \left[4-\frac{36}{12+\dfrac{R_f}{EK_\omega\left(1+\frac{R_f}{A_\omega GH}\right)}}\right]} \qquad \text{-(2.8)}$$

Con la ec (2.8) se puede calcular la rigidez modificada para la junta del muro como la relación del momento final al giro de la junta, que considera el efecto de giro y desplazamiento del piso, simultáneo sin alterar el cortante del entrepiso. La expresión anterior toma en cuenta deformaciones por flexión y cortante en el marco y por cortante en el muro.

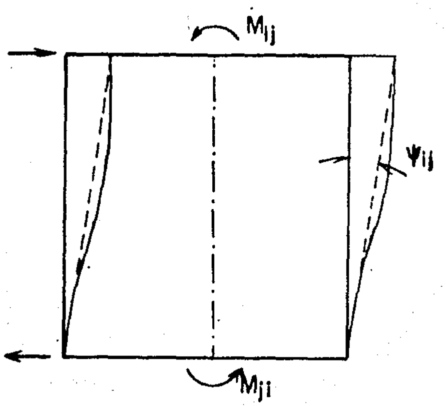
El factor de transporte puede determinarse por las expresiones (2.3) (2.4) y (2.8)

$$\boxed{t_{ij} = \frac{1-3\alpha}{2-3\alpha}} \qquad \text{-(2.9).}$$

en donde:

$$\alpha = \frac{6\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}{12\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}+\frac{R_f}{EK_\omega}\right)} = \frac{6}{12\left(1+\frac{R_f}{EK_\omega\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}\right.} = \frac{6}{12+\frac{R_f}{EK_\omega\left(1+\frac{R_f}{A_\omega Gh}\right)}} \qquad \text{-(2.10)}$$

Las rigideces lineales en las columnas y muros, con las cuales puede ser distribuido el cortante de entrepiso en la etapa en que las juntas estén impedidas de girar, pueden calcularse como sigue:



fig(2.3)

Supongamos un segmento de muro - sujeto a fuerzas cortantes y momentos.

de (2.2)

$$M = 6EK\psi_{\bar{m}}; \quad \psi_{\bar{m}} = \frac{M}{6EK}$$

y como

$$\psi_c = \frac{V_\omega}{A_\omega G}$$

$$\psi = \psi_{\bar{m}} + \psi_c;$$

$$\bar{K} = \frac{M}{\psi} = \frac{1}{\frac{1}{6EK}+\frac{2C}{A_\omega Gh}} = \boxed{\frac{6EK}{1+\frac{12EK}{AGh}}}$$

Considerando el factor de forma C = 1

$$\therefore \boxed{R = \frac{6EK}{1 + \frac{12EK}{AGh}}} \qquad (2.11)$$

El proceso de relajación puede ser usado como sigue:

Permítase primero el desplazamiento lineal de todos los pisos con -- las juntas impedidas de girar, hasta que la fuerza cortante se satisfaga- en cada piso. El momento en esta etapa será distribuido entre todos los - muros y columnas en proporción a sus rigideces lineales, obtenidas de la- expresión (2.11).

A continuación se equilibran todas las juntas localizadas a lo largo del eje del muro y se transportan los momentos. Para esta etapa las rigideces de trabes pueden ser calculadas por medio de la expresión (2.1) y - de acuerdo con las hipótesis, considerando continuidad en el extremo lejano. Rigideces de muro y factores de transporte se calcularán por medio de las ecuaciones (2.8) y (2.9) respectivamente y R_f por medio de una conveniente adaptación de las fórmulas de Wilbur u otro método similar.

Cuando el proceso de distribución alcanza su convergencia final ob-- tiene uno momento cortantes en el muro. Los momentos de piso del marco - pueden ser calculados por estática y el análisis del marco llevado por métodos convencionales.

Frecuentemente sucede que el proceso de distribución descrito arriba converge lentamente, debido a la extrema flexibilidad de las trabes ordinarias comparadas con el muro y el hecho de que los factores de transporte en el muro se aproximan a -1.

Con el fin de eliminar este inconveniente se propone un eficiente método semejante al llamado de los "Puntos Fijos" (Referencia [10]) el cual - permite la distribución de los momentos equilibrados en una junta y simultáneamente calcula los efectos propagados en el resto de la estructura.--

sin dar lugar a nuevos residuos.

En el capítulo III será descrito este método y en su aplicación se - podrá apreciar la eficiencia del mismo.

Una versión refinada del método anterior, ha sido felizmente a plica da en trabajos (no publicados) realizados en el Instituto de Ingeniería,- (Referencia [7]), en la forma siguiente:

La primera etapa consiste en alcanzar el equilibrio del cortante de- piso permitiendo el desplazamiento horizontal de las juntas impedidas con tra rotación. Si las hipótesis de las ecuaciones (2.1) y (2.2) se conside ran literalmente se puede calcular R_f como $\Sigma 12EK$, la rigidez del muro por la expresión (2.8) y el factor de transporte por la (2.9).

A continuación las rigideces de las trabes adyacentes al muro K_g se- calculan suponiendo que un extremo está empotrado en el muro, incluyendo- el efecto de las trabes perpendiculares al plano del muro, las cuales se-- rán referidas al eje del mismo.

Entonces obtenemos rigideces del muro modificadas y balanceamos to-- das las juntas a lo largo del eje del muro. Transportamos los momentos en las trabes de los extremos cercanos al muro a los opuestos (ésto no es ne cesario hacerlo en cada paso correspondiente a giro de cada una de las -- juntas del muro, sino transportar los momentos resultantes cuando todas - las juntas del mismo han sido equilibrados).

Debido al equilibrio simultáneo de las juntas en el muro se ha alte- rado un poco el cortante de piso en el marco. El desequilibrio existente- puede ser cambiado de signo y repartido entre las columnas del marco en - cada piso.

En esta etapa todos los entrepisos y todas las juntas en el muro es- tán en equilibrio pero hay momentos sin balancear en las juntas del marco Estos pueden ser balanceados por medio de una distribución ordinaria de - momentos con el desplazamiento horizontal impedido.

Entonces la distribución desequilibrará el cortante de piso, la diferencia será sumada y nuevo ciclo similar al descrito será empleado. Usualmente este desequilibrio es de menor importancia y el primer ciclo es suficiente.

En los siguientes capítulos (III) y (IV) se hará la descripción y aplicación de un método muy similar al sintetizado arriba con lo cual se comprenderá mejor el alcance del método anterior.

CAPITULO III

Método de Relajaciones para el Análisis de una Estructura de Edificio Sujeta al Fenómeno de la Torsión.

I).- El muro gira en un nivel alrededor del C.T. y se desplaza simultáneamente (translación en dos direcciones) sin permitir que las juntas giren alrededor de un eje horizontal hasta que el equilibrio del cortante total en el edificio se alcance.

El momento de piso en esta etapa será distribuido entre todos los muros y columnas en proporción a sus rigideces lineales.

de (2.1)

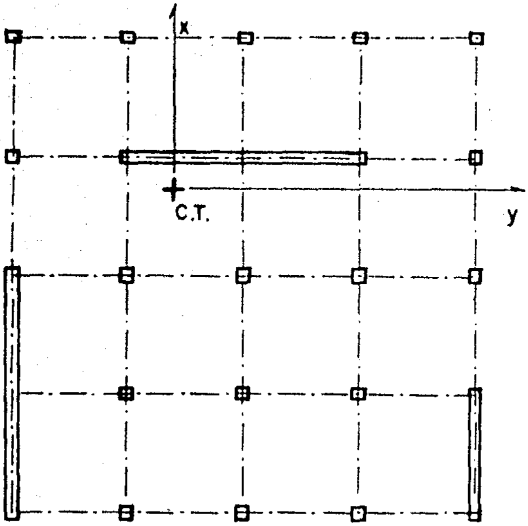
$$k = \frac{6EK}{1+\frac{12EK}{AGh}} \qquad \text{muro}$$

$$k = 6EK \qquad \text{columna}$$

(en donde las deformaciones por cortante son despreciables comparadas con las de flexión).

El C.T. se calcula en términos de la rigidez K muro y columna en las 2 direcciones principales. Sean V_x, V_y, Q_x Q_y, los cortantes de piso en las direcciones "x" y "y" y sus respectivos momentos relativos al centro-de Torsión en el piso.

II).- Permitiendo ahora rotaciones de las juntas con respecto a un eje horizontal las juntas se desequilibran. El procedimiento que sigue se basa en el simultáneo concurso del giro de una junta en el muro y la translación y rotación sin altrear la posición a la magnitud de los cortantes de piso.



fig(3.1)

a) Debido a la rotación del piso φ (de un nivel con respecto al adyacente en torno a C.T.) cada elemento i será sujeto a un incremento en el cortante.

$$\Delta V_{ix} h = 2k_{ix} \varphi \frac{y}{h} \qquad -(3.1a)$$

Si la rigidez lineal de cada elemento expresada como el momento que aparece en c/u de sus extremos (2) dividido entre φ se designa por K y si

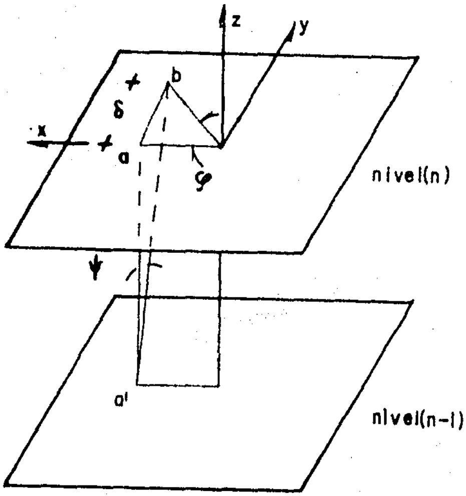
K arriba = K abajo

de la fig. (3.2):

en el elemento

$$\Sigma M = Vh =$$

$$-2k\psi = -2k \frac{\varphi d}{h}$$



fig(3.2)

Supongamos que en este mov. no gire ninguna cabeza de ningún elemento, produciéndose únicamente desplazamientos laterales por flexión y porcorte. Entonces:

$$- V_x h = \sum_x -2k \frac{\varphi y}{h}$$ para el piso en el sentido x

$$- V_y h = \sum_y 2k \frac{\varphi x}{h}$$ " " " " " " y

$$- \quad Qh = \sum_x -2k \frac{\varphi x^2}{h} + \sum_y -2k \frac{\varphi y^2}{h}$$

Resumiendo.

$$\boxed{\begin{aligned} Qh &= \frac{2\varphi}{h} \sum_{xy} kd^2 = \frac{2\varphi}{h} J \quad &-(3.2c) \\ V_x h &= \frac{2\varphi}{h} \sum_x ky \quad &-(3.2a) \\ V_y h &= \frac{2\varphi}{h} \sum_y kx \quad &-(3.2b) \end{aligned}}$$

Efecto de la rotación del piso en particular.

<u>b).- Efecto del desplazamiento ψ en la direcc. $\wedge$</u>

de igual forma:

$$- V'_{1x} h = -2k_{1x} \psi' \qquad -(3.3a)$$

para un elemento dado

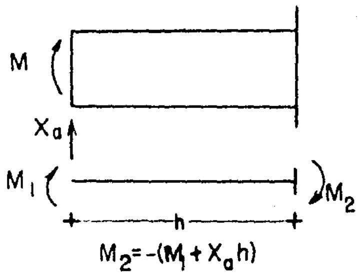
$V'_x h = 2\ \psi'_x \sum_x k$ para el piso. Pasa por el-C.T. (calculado en función de todos los nudos sin girar). Y su Qh con respecto a T (por lo pronto desconocido) se puede calcular así:

$$-Q_x h = \sum_x -2k\psi' y$$

resumiendo;

$V'_x h = 2\psi' \sum_x k$	(3.3b)	Efecto de la translación en particular.
$Q'_x h = 2\psi' \sum_x ky$	(3.3c)	

c).- Para determinar el efecto del giro de un nudo del muro, vamos a hallar primero el efecto del giro de una barra deformable por cortante. - (O sea tomando en cuenta las deformaciones por cortante)



fig(3.3)

Recordemos el método del trabajo virtual.

Basado en el principio de velocidades virtuales que presentó Jahann-Bernoulli enunciado como sigue:

"Si una estructura deformable, en equilibrio y soportando una carga-dada, o sistema de cargas, está sujeta a una deformación virtual como resultado de una acción adicional, el trabajo virtual externo de la carga - dada o sistema de cargas es igual, al trabajo virtual interno de los es--

fuerzos causados por la carga o sistema de cargas".

O sea:

Trabajo virtual externo = Trabajo virtual interno

en nuestro caso las deflexiones resultantes de deformación por flexión toman la siguiente forma:

$$1 \times \delta = \int_0^l \frac{m \cdot M dx}{EI} \qquad \text{-(A)}$$

M: momento interno en las secc. x causado por las cargas reales.

m: Momento interno en la secc. x causado por un par ficticio uniforme.

Y las deflexiones que resultan de esfuerzos cortantes son:

$$1 \times \delta = C \int_0^l \frac{v\ V dx}{AG} \qquad \text{-(B)}$$

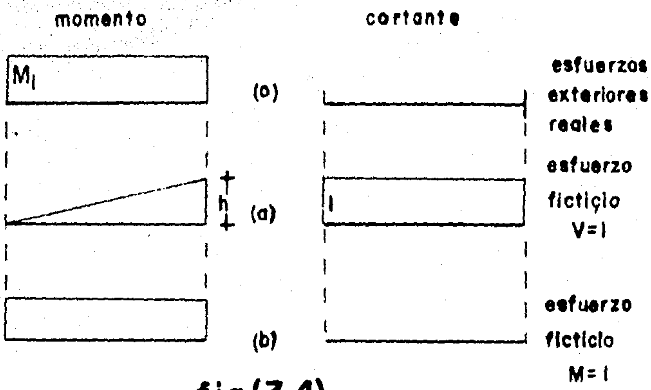
V: cortante que resulta de las cargas reales.

v: cortante que resulta de la carga ficticia.

A: área de la secc. transversal del miembro.

C: es un factor de forma.

A continuación dibujamos los diagramas de los elementos reales y ficticios correspondientes a la fig. (3.3) para integrar



fig(3.4)

$$\delta_{ao} = 0 + \frac{1}{2}\,\frac{hM_1h}{EI} = \frac{1}{2}\,\frac{M_1h}{EK} \quad ; \quad \delta_{bo} = \frac{M_1^{\times}1^{\times}h}{EI} = \frac{M_1}{Ek}$$

$$\delta_{aa} = \frac{1}{3}\,\frac{h^3}{EI} + \frac{h}{AG} = \frac{1}{3}\,\frac{h^2}{EK} + \frac{h}{AG} \, ; \quad \delta_{ba} = \frac{1}{2}\,\frac{h^2}{EI} = \frac{1}{2}\,\frac{h}{EK}$$

$$X_a = -\frac{\dfrac{1}{2}\,\dfrac{M_1h}{EK}}{\dfrac{1}{3}\,\dfrac{h^2}{EK} + \dfrac{h}{AG}} = \frac{3}{2}\,\frac{M_1}{[h+\dfrac{3EK}{AG}]}$$

$$\delta_{ao} + \delta_{aa}X_a = 0$$

$$X_a = \frac{\delta_{ao}}{\delta_{aa}}$$ reacción en el extremo (1)

$$\boxed{X_a = -\frac{3}{2}\,\frac{M_1}{h+\dfrac{3EK}{AG}} \qquad Vh = -\frac{3}{2}\,\frac{M_1}{1+\dfrac{3EK}{AGh}}} \qquad \text{(C)}$$

de (C) y fig. (3)

$$M_2 = -M_1 \left[1 - \frac{3}{2}\,\frac{1}{1+\frac{3EK}{AGh}}\right] = -\frac{M_1}{2}\left[-2 + \frac{3}{1+\frac{3EK}{AGh}}\right]$$

$$M_2 = \frac{M_1}{2}\left[\frac{-2-\frac{6EK}{AGh}+3}{1+\frac{3EK}{AGh}}\right] = \frac{1}{2}M_1\,\frac{1+\frac{6EK}{AGh}}{1+\frac{3EK}{AGh}}$$

$$\boxed{M_2 = \frac{1}{2}M_1\,\frac{1+\frac{6EK}{AGh}}{1+\frac{3EK}{AGh}}} \qquad \text{-(d)}$$

$$\delta_b = \theta = \delta_{bo} + X_a\delta_{ba}$$

$$\delta_b = \frac{M_1}{EK} - \frac{1}{2}\,\frac{h}{EK}\,\frac{3}{2}\,\frac{M_1}{h+\frac{3EK}{AG}} = \frac{M_1}{4EK}\left[4 - \frac{3M_1}{1+\frac{3EK}{AGh}}\right]$$

$$\boxed{\theta = \left[\frac{M_1}{4EK}\,\frac{1+\frac{12EK}{AGh}}{1+\frac{3EK}{AGh}}\right]} \qquad \text{-(e)}$$

Volviendo a nuestro problema de hallar el efecto de la rotación de una junta (j) en el muro tomando en cuenta las deformaciones por cortante. Para un elemento de (e)

$$M_1 = 4EK\theta \frac{1+\dfrac{3EK}{AGh}}{1+\dfrac{12EK}{AGh}} = 4EK_m\theta_1 \frac{1+3\alpha}{1+12\alpha} \qquad \text{-(3.4a)}$$

en que

$$\alpha = \frac{EK_m}{A_w Gh}$$

Sustituyendo (3.4a) en (d)

$$M_2 = 2EK\theta \frac{1-\dfrac{6EK}{AGh}}{1+\dfrac{12EK}{AGh}} \qquad \text{-(3.4b)}$$

Para el piso:

$$M_1 + M_2 = -Vh = 2EK\theta \frac{2+\dfrac{6EK}{AGh} + 1-\dfrac{6EK}{AGh}}{1+\dfrac{12EK}{AGh}}$$

$$Vh = -\frac{6EK\theta}{1+\dfrac{12EK}{AGh}}$$

Comprobación de (c)

$$Vh = -\frac{3}{2}\,\frac{4EK\theta}{1+\dfrac{3EK}{AGh}}\,\frac{1+3\,\dfrac{EK}{AGh}}{1+\dfrac{12EK}{AGh}}$$

RESUMIENDO:

Efecto del giro en particular tomando en cuenta la deformación por - cortante:

$$V_x'' h = -\frac{6EK_M\,\theta}{1+\dfrac{12EK}{AGh}} = k_M\,\theta \qquad \text{-(3.4c)}$$

cortante de piso.

$$Q_x'' h = -\frac{6EK_M\,\theta}{1+\dfrac{12EK}{AGh}}\,y_m = k_M\,\theta_{ym} \qquad \text{-(3.4d)}$$

momento del cortante de- piso con respecto a C.T.

SUPERPOSICION DE TODO.- Para lograr el concurso del giro de una junta en el muro, la translación y la rotación bajo la condición de no alterar la posición a la magnitud de los cortantes de piso, es necesario establecer las siguientes tres condiciones de equilibrio.

Considerando que el sismo actúa en el sentido X

1) $\Sigma V_x h = 0$

de (3.3b) y (3.4c):

$$+\,2\psi\sum_x k - \frac{6Ek_M\,\theta}{1+12\alpha} = 0 \qquad \text{-(3.5)}$$

θ: se supone conocida.

2) $\Sigma V_y h = 0$

de (3.2b)

$$-\frac{2\varphi}{h}\sum_y k\mu = 0 \quad ; \quad \therefore \quad X_T = 0 \qquad \text{-(3.5a)}$$

3) Suponiendo todo referido al C.T. $\Sigma M_{CT} = 0$

de (3.2c) y (3.4d):

$$\frac{2\,\varphi}{h}\sum_{xy} k\,d^2 = \frac{6EK_M}{1+12a}\,y_M\,\theta \qquad \text{-(3.6)}$$

Si: $J = \underset{xy}{K}\,d^2$ y despejando:

de (3.5):

$$\boxed{\psi_x = \frac{\dfrac{3EK_M}{1+12a}}{\sum\limits_x k}\,\theta = \tfrac{1}{2}\,\frac{k_M}{\sum\limits_x k}\,\theta} \qquad \text{-(3.7)}$$

de (3.6)

$$\boxed{\varphi_x = \frac{\dfrac{3EK_M}{1+12a}}{\sum\limits_{xy} Kd^2}\,y_M\,\theta = \frac{h}{2}\,\frac{k_M}{J}\quad y_M\,\theta} \qquad \text{-(3.8)}$$

en que: $$k_m = \frac{3EK_M}{1+12a}$$

EFECTOS RESULTANTES:

En el extremo cercano del muro:

De la condición (1) y teniendo en cuenta (3.8) en (3.1a):

$$M_1 = -\,k_M\,\frac{\varphi\,y}{h} = -\,k_M\,\frac{h}{2}\,\frac{k_M y_M \theta}{J} - \frac{y_M}{h} = -\,\frac{k_M^2\,y_M^2\,\theta}{2J}$$

De la condición (2) y teniendo en cuenta (3.7) en (3.3a)

$$M_1 = -\,k_M\,\psi = -\,\frac{k_M\,\theta}{2\sum\limits_x K}$$

De la condición (3) y teniendo en cuenta (3.4a):

$$M_1 = 4EK_M\,\frac{1+3a_i}{1+12a}\,\theta$$

Superponiendo:

$$\therefore \quad \boxed{M_1 = \theta_1 \left[4EK_M \frac{1+3\alpha}{1+12\alpha} - \frac{k_M^2\, y_M^2}{2J} - \frac{k_M^2}{2\sum_x K} \right]} \qquad \text{-(3.9)}$$

en el extremo del muro que gira.

EN EL EXTREMO OPUESTO DEL MURO.

De la condición 1:

$$M_2 = -\frac{k_M^2\, y_m^2\, \theta}{2J}$$

De la Condición 2)

$$M_2 = -\frac{k_M^2}{2\sum_x K}\,\theta$$

De la Condición 3 y teniendo en cuenta (3.4b):

$$M_2 = 2Ek_M \frac{1-6\alpha}{1+12\alpha}\,\theta$$

$$\therefore \quad \boxed{M_2 = \theta_1 \left[2EK_M \frac{1-6\alpha}{1+12\alpha} - \frac{k_M^2\, y_M^2}{2J} - \frac{k_M^2}{2\sum_x K} \right.} \qquad \text{-(3.10)}$$

en el extremo opuesto.

Por medio del cociente se puede fácilmente obtener t_{1-2}

EN CADA EXTREMO DE LAS COLUMNAS O MUROS EN LA MISMA DIRECCION.

De la condición 1:

$$M = -k\,\frac{\varphi\, y}{h} = ky\, ½\, \frac{k_M\, y_M}{J}\,\theta$$

De la condición 2:

$$M = -k\psi = -k \tfrac{1}{2} \frac{k_M}{\sum_x K} \theta$$

Superponiendo:

$$\therefore \quad \boxed{M = -\frac{k_j}{2} \left[y_j \frac{k_M\, y_M}{J} + \frac{k_M}{\sum_x K} \right] \theta_1} \qquad -(3.11)$$

El giro de las columnas se equilibrará por medio de una distribución ordinaria de momentos.

EN CADA EXTREMO DE LAS COLUMNAS Y MUROS A 90° RESPECTO DEL QUE GIRA:

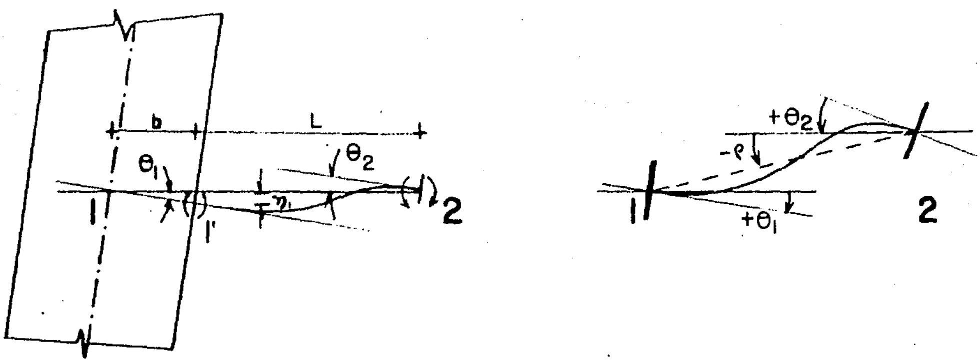
$$\boxed{M = +\frac{k_j}{2} \times \frac{k_M\, y_M}{J} \theta_1} \qquad -(3.12)$$

CALCULO DE LAS RIGIDECES DE LAS TRABES.

De la ecuación de Slope-Deflection:

$$M_{12} = 2EK_{12}\,(2\theta_1 + \theta_2 - 3\psi)$$

Considerando las rotaciones representadas por θ positivas cuando giran en el sentido de las manecillas del reloj y la rotación representada por ρ en el sentido del movimiento de las manecillas de un reloj como positiva también.



(a) fig(3.4) (b)

$$M_{1'} = 4EK\theta_1 + 2EK\theta_2 + 6EK\left(\frac{\eta_{1'}^1}{L}\right)$$

pero: $$\eta_{1'}^1 = \theta_1 \, b$$

$$\therefore \quad = \left(4EK + 6EK\frac{b}{L}\right)\theta_1 + 2EK\theta_2$$

$$M_{1'} = 2EK\left(2 + \frac{3b}{L}\right)\theta_1 + 2EK\theta_2$$

de igual forma:

$$M_2 = 2EK\theta_1 + 4EK\theta_2 + 6EK\frac{b}{L}\theta_1$$

$$M_2 = 2EK\left(1 + 3\frac{b}{L}\right)\theta_{1'} + 4EK\theta_2$$

$$M_1 = M_{1'} + V_{1'}\,b = M_{1'} + \frac{M_1^1 + M_2}{L}b = M_1^1\left(1 + \frac{b}{L}\right) + M_2\frac{b}{L}$$

de donde:

$$M_1 = \left[2EK\left(2 + 3\frac{b}{L}\right)\theta_1 + 2EK\theta_2\right]\left(1 + \frac{b}{L}\right) + 2EK\left(1 + \frac{3b}{L}\right)\frac{b}{L}\theta_1 + 4EK\theta_2\frac{b}{L}$$

Considerando los giros de acuerdo con la definición de rigidez:

$$\theta_1 = 1 \quad ; \quad \theta_2 = 0$$

$$M_1 = r_{12} = 2EK\left[2 + \frac{3b}{L}\right)\left(1 + \frac{b}{L}\right) + \left(1 + \frac{3b}{L}\right)\frac{b}{L}\right]$$

$$= 2EK\left[2 + \frac{3b}{L}\right)\left(1 + \frac{b}{L}\right) + \left(1 + \frac{3b}{L}\right)\frac{b}{L}\right]$$

$$r_{12} = 2EK\left[\left(2 + \frac{3b}{L}\right)\left(1 + \frac{b}{L}\right) + \left(1 + \frac{3b}{L}\right)\frac{b}{L}\right] \qquad -(3.20)$$

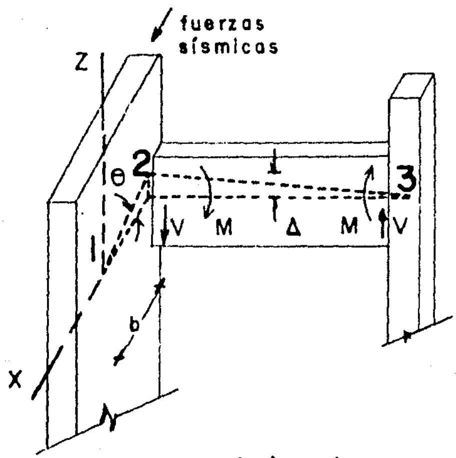
$$r_{21} = 2EK\ (1+3\frac{b}{L}+2)$$

$$r_{21} = 2EK\ (1+3\frac{b}{L}) \qquad -(3.21)$$

de (3.20) y (3.21)

$$\boxed{t_{12} = \frac{1+3\frac{b}{L}}{(2+3\frac{b}{L})\ (1+\frac{b}{L}) + (1+3\frac{b}{L})\frac{b}{L}}} \qquad -(3.22)$$

En la etapa del proceso en que se permite giro de las juntas respecto a un eje horizontal, la rigidez de la junta deberá incluir el efecto - de las rigideces de las trabes perpendiculares al plano del muro, las cuales serán referidos al eje del mismo. Se ha demostrado que cuando un



fig(3.5)

Se ha demostrado que cuando un extremo de un miembro prismático de extremos empotrados se desplaza una distancia Δ con respecto al otro, en una dirección perpendicular al eje del elemento.

Se produce un momento:

$$M = \frac{6EI\Delta}{l^2}$$

en cada extremo del miembro.

De la figura: $\Delta = \theta_1 b$

$$\therefore \qquad M_{23} = M_{32} = 6EK\ \frac{\theta_1 b}{L}$$

$$V = \frac{M_{23} + M_{32}}{L}$$

$$V = \frac{12EK\theta_1 b}{L^2}$$

El momento debido a V con respecto a 1

$$M_1 = Vb = \frac{12EK\theta_1 b^2}{L^2}$$

O sea la contribución de la trabe perpendicular al muro, respecto al eje Z

y si $\theta_1 = 1$

contribución a la rigidez, de la trabe al muro:

$$r_{23} = \frac{12EK_1 b^2}{L^2} \qquad -(3.22)$$

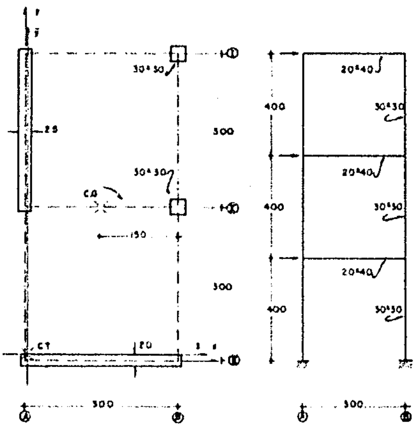
C A P I T U L O IV

APLICACION NUMERICA AL METODO DE RELAJACIONES DESCRITO EN EL CAP. III

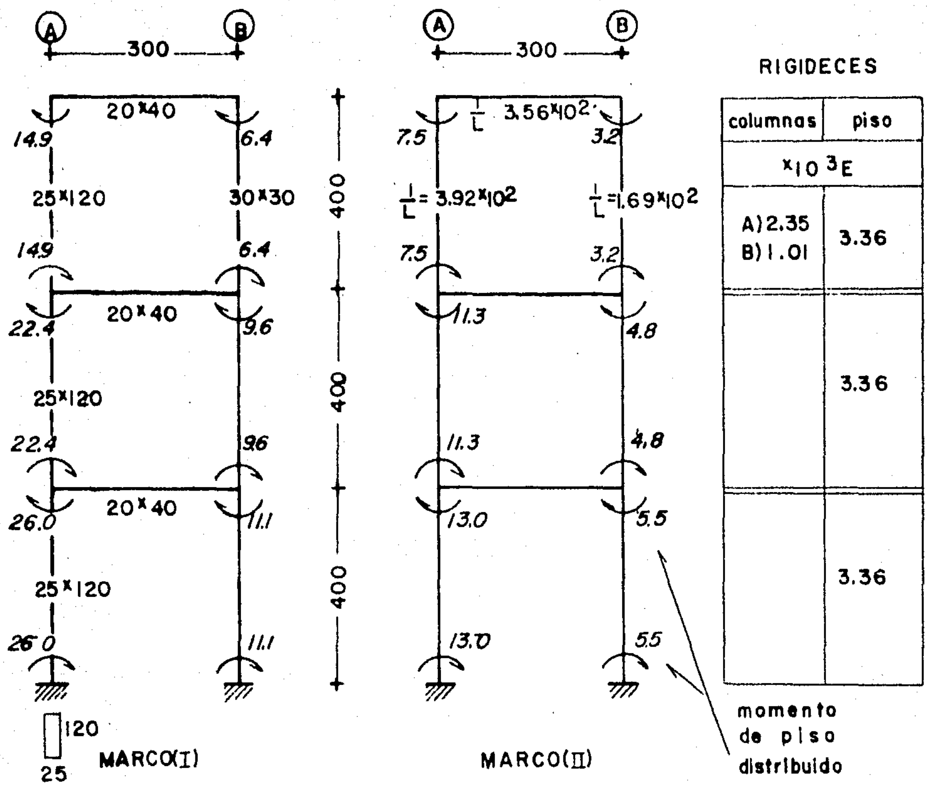
Como ejemplo aclaratorio del método anteriormente descrito nos proponemos analizar la estructura mostrada en la Fig. (4.1).

La estructura indicada no obstante la sencilla geometría que aparenta, no da lugar a ninguna limitación adicional en el método propuesto, el cual puede aplicarse a diversos tipos de estructuraciones usados en la práctica.

Como primer paso calculemos las rigideces de piso mediante la suma de las rigideces lineales de muros y columnas.



fig(4.1)



fig(4.2)

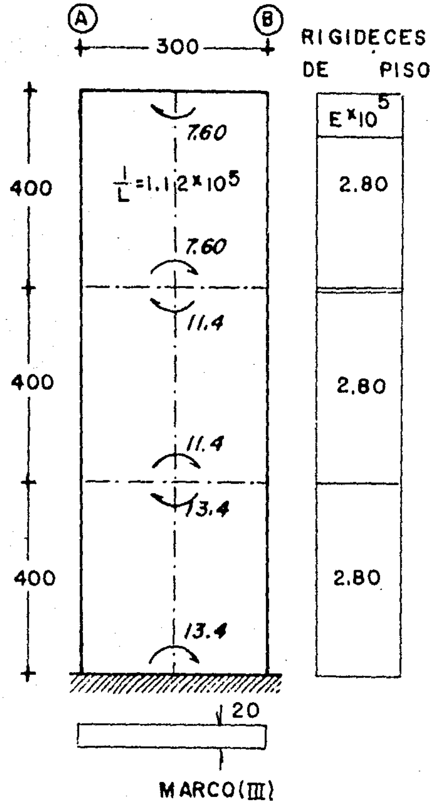
Para el cálculo de la rigidez de los marcos (I) y (II) se considera-el muro que se encuentra perpendicular al plano del marco como una columna cuya sección tiene el espesor del muro en un sentido y el 80% de la mitad del ancho del muro en el otro.

Basándonos en los resultados obtenidos del estudio de losas planas - realizado por el Instituto de Ingenieria de la U.N.A.M.

$$(B)\ k\ \text{columna} = \frac{6EK}{1 + \dfrac{12EK}{AGh}} = \frac{6E\times 1.69\times 10^{2}}{1 + \dfrac{12E\times 1.69\times 10^{2}}{30\times 30\times 0.4\times E\times 400}} = \frac{10.1\ \times\ 10^{2}}{1 + 0.0141} \doteq 6EK =$$

$$= 10.1 \times 10^{2}\ E\ \text{Kg.cm}$$

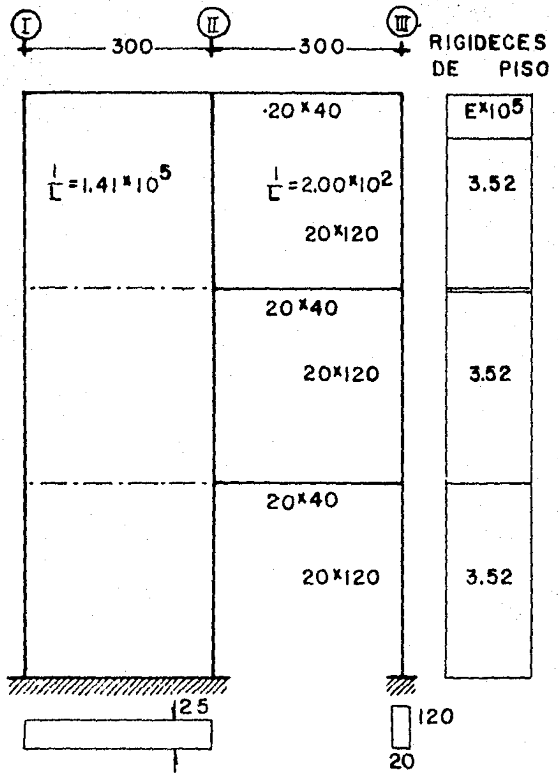
$$(A)\ k\ \text{columna} = 6\times 3.92\times 10^{2}E = 2.35\times 10^{3}E\ \text{Kg-cm.}$$



fig(4.3)

En el cálculo de las rigideces de piso no se considera la influencia de las trabes perpendiculares al muro debido a que en esta primera etapa de repartición de cortantes de piso se han considerado los nudos fijos.

$$k \text{ muro} = \frac{6EK}{1 + \frac{12EK}{AGh}} = 2.80 \times 10^5 \ E \ \ \text{Kg-cm.}$$

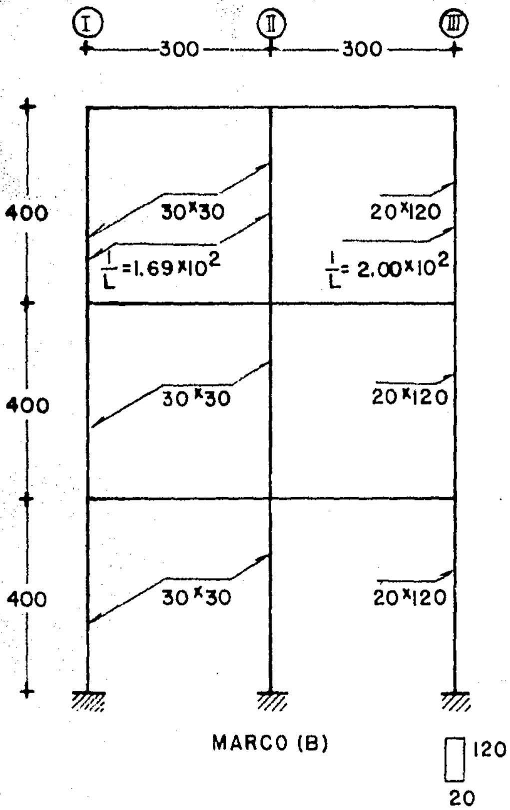


MARCO(A)

fig(4.4)

$$K\ (\text{columna III}) = 6E \times 2.00 \times 10^2 = 12.0 \times 10^2\ E \quad \text{Kg-cm.}$$

$$k\ (\text{muro}) = \frac{6E \times 1.41 \times 10^5}{1 + \dfrac{12 \times E \times 1.41 \times 10^5}{25 \times 300 \times 0.4E \times 400}} = 3.51 \times 10^5\ E \quad \text{Kg-m.}$$



RIGIDECES

COLS.	PISO
E×10³	
I) 1.01 II) 1.01 III) 1.20	3.22
	3.22
	3.22

fig(4.5)

Como siguiente paso vamos a distribuir los efectos de las fuerzas laterales entre los elementos resistentes en cada entrepiso, considerando el efecto de la torsión.

Se supondrá que el efecto del temblor equivale al de un sistema de fuerzas horizontales que actúa en dirección paralela a uno de los sistemas de elementos resistentes y obran en el centro de gravedad de cada nivel.

Por brevedad vamos a considerar las fuerzas sísmicas indicadas en la Fig. (4.1) actuando sólo en el sentido X y el centro de gravedad de cada nivel se tomará en el centro geométrico de la planta indicada.

En la tabla (4.1) se han calculado los momentos de piso que actúan en cada marco, a partir de la fuerza cortante sísmica y el cortante resultante del efecto del momento de torsión.

Entendemos por Centro de Torsión el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los dos niveles consecutivos que limitan el entrepiso sea exclusivamente de translación. En caso contrario existe torsión o rotación relativa entre dos niveles consecutivos.

Respecto al sistema de referencia x-y de la figura (4.1) las coordenadas del C.T. se calcularon mediante las expresiones:

$$x_t = \frac{\Sigma k_{iy}\ x_i}{\Sigma k_{iy}} \quad ; \quad y_t = \frac{\Sigma k_{ix}\ y_i}{\Sigma k_{ix}}$$

La fuerza cortante que debe ser resistida por un marco cualquiera en un piso es igual a la suma de dos efectos: el debido a la fuerza cortante del piso supuesta actuando en el centro de rigideces, y el debido al momento torsionante del piso.

En los marcos paralelos al eje X por efecto de la fuerza cortante aplicada en el centro de rigideces:

$$V \quad \frac{k_{ix}}{\Sigma K_{ix}}$$

En los marcos paralelos al eje X por efecto de la torsión:

$$\frac{Q_t\ k_{ix}\ y_{it}}{(\Sigma k_{ix}\ y_{it}^2 + \Sigma k_{iy}\ x_{it}^2)}$$

siendo en las expresiones anteriores:

V : fuerza cortante sísmica en el entrepiso considerado.

x_{it}, y_{it} : coordenadas de los elementos resistentes con respecto al centro de torsión del entrepiso en cuestión.

k_{ix} : rigidez del entrepiso en cuestión en la dirección X.

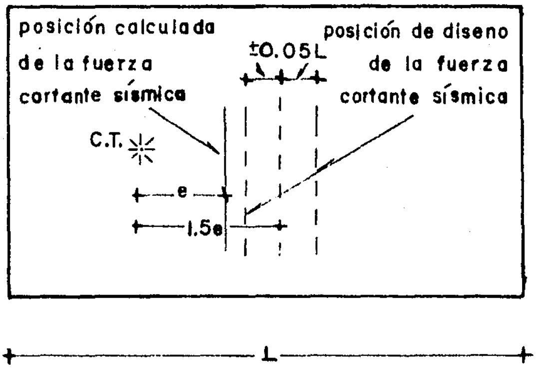
Q_t : momento torsionante en el entrepiso considerado, que es igual al producto de la fuerza cortante en el piso por la siguiente excentricidad.

$$1.5\ e \pm 0.05\ L$$

en donde:

e, es la excentricidad calculada como la distancia entre la línea de acción del cortante y el centro de torsión,

y L, es la mayor dimensión de la planta considerada del edificio medida perpendicularmente a la dirección del sismo. El signo deberá tomarse en cada marco en tal forma que dé lugar a los máximos esfuerzos.



fig(4.6)

Para los marcos paralelos al eje X, el momento torsionante para el entrepiso (3) resulta:

$$Q_{tx} = 20\ (1.5 \times 2.89 \pm 0.05 \times 6) = 9.25 \text{ T-m.}$$

en el entrepiso (2) Q_{tx} = 139 T-m.

en el entrepiso (3) Q_{tx} = 162 T-m.

T A B L A 4.1

E j e	k_{ix} x E	y_i	$k_{ix} y_i$ x E	y_{it}	$k_{ix} y_{it}$ x E	$k_{ix} y_{it}^2$ x E
I	3.36×10^3	6	2.02×10^4	5.89	1.98×10^4	11.7×10^4
II	3.36×10^3	3	1.01×10^4	2.89	0.97×10^4	2.82×10^4
III	2.80×10^5	0	0	-0.106	-2.96×10^4	0.314×10^4
Sumas	2.87×10^5		3.03×10^4			14.8×10^4

$$y_T = \frac{3.03 \times 10^4}{2.87 \times 10^5} = 0.106 \text{ m.}$$

$$J = (\Sigma k_{ix} y_{it}^2 + \Sigma k_{iy} x_{it}^2) = 17.67 \times 10^4 \text{ E Kg-cm-m}^2$$

E jee	k_{iy} x E	x_i	$k_{iy} x_i$ x E	x_{it}	$k_{ix} x_{it}$ x E	$k_{ix} x_{it}^2$ x E
A	3.52×10^5	0	0	-0.0272	-9.58×10^3	2.70×10^2
B	3.22×10^3	3	9.66×10^3	2.97	9.55×10^3	2.84×10^2
Sumas	3.55×10^5		9.66×10^3			2.87×10^2

$$x_T = \frac{9.66 \times 10^3}{3.55 \times 10^5} = 0.0272 \text{ m.}$$

ENTREPISO 3

E j e	$k/\Sigma k$	Efecto de V_x: $V\, k/\Sigma k$	$Q_t \frac{k}{J} y$	V_T	momento de piso (T - m)
		Directo	Torsion	T o t a l	piso
I	0.0125	+ 0.25	+ 10.4	+ 10.65	42.6
II	0.0125	+ 0.25	+ 5.09	+ 5.34	21.4
III	0.975	+19.5	- 15.7	+ 3.8	15.2

ENTREPISO 2 ENTREPISO 1

mom. de piso	Eje	Efecto de V_x (Entrepiso 2): Directo	Torsión	Total	Efecto de V_x (Entrepiso 1): Directo	Torsión	Total	mom. de piso
64.0	I	+ 0.4	+15.6	+16.0	+ 0.45	+18.1	+18.55	74.2
32.2	II	+ 0.4	+ 7.65	+ 8.05	+ 0.45	+ 8.81	+ 9.26	37.0
22.8	III	+29.2	- 2.35	+ 5.7	+34.1	-27.4	+ 6.7	26.8

DISTRIBUCION DELMOMENTO DE PISO ENTRE LOS ELEMENTOS DE LOS MARCOS.

Como quedó establecido anteriormente, en la estructura que nos ocupa no es posible hacer uso de los métodos usados comúnmente para la distribución del momento del entrepiso.

El método que vamos a emplear ha sido descrito en el capítulo (III). En este método de relajaciones han sido determinados los factores de rigidez dados por las expresiones (3.9) y (3.10) bajo la condición de no alterar el momento de piso al concurrir simultáneamente el giro de una junta de muro con respecto a un eje vertical, la translación de la misma y la rotación con respecto a un eje horizontal.

Con la aplicación de estos factores no será alterado el momento del entrepiso, ya equilibrado previamente, con los desplazamientos de los nudos no-impedidos linealmente.

En primer término se distribuirá los momentos de entrepiso en el muro del eje (III) y posteriormente en los ejes (II) y (III).

DISTRIBUCION DEL MOMENTO DE ENTREPISO EN EL MURO DEL EJE (III).

Habíamos visto que:

$$\boxed{c_{ij} = \frac{M_1}{\theta} = [\, 4E\, K_M \frac{1 + 3\alpha}{1 + 12\alpha} - \frac{k_M^2\, y_M^2}{2J} - \frac{k_M^{\;2}}{2 \sum_x K}]} \qquad -(3.9)$$

en el extremo del muro que gira.

$$\boxed{c_{ji} = \frac{M_2}{\theta} = [\, 2E\, K_M \frac{1 - 6\alpha}{1 + 12\alpha} - \frac{k_M^2\, y_M^2}{2\, J} - \frac{k_M^2}{2 \sum_x K}]} \qquad -(3.10)$$

en el extremo opuesto al que gira.

t_{12} : puede hallarse por el cociente.

en las que:

$$k_M = \frac{6E\ K_M}{1 + 12\alpha} \quad ; \quad \alpha = \frac{EK_M}{A_M\ Gh}$$

$$y \qquad J = (\Sigma k_{ix}\ y_{it}^2 + \Sigma k_{iy}\ y_{it}^2)$$

y sustituyendo valores:

de la fig. (4.2) $\alpha = \dfrac{E \times 1.12 \times 10^5}{20 \times 300 \times 0.4E \times 400} = 0.117 \quad ; \quad k_m = 2.80 \times 10^5\ E$

y de la tabla (4.1) $J = 17.67E \times 10^4 \quad ; \quad \sum\limits_x K = 2.87E \times 10^5$

$$c_{ij} = \frac{M_1}{\theta} = 4E \times 1.12 \times 10^5\ \frac{1 + 3\times 0.117}{1+12\times 0.117} - \frac{2.80^2 \times 10^{10}\ E^2 \times (0.106)^2}{2 \times 17.67 \times 10^4\ E} -$$

$$- \frac{2.80^2 \times 10^{10}\ E^2}{2 \times 2.87 \times 10^5\ E} = 1.12\ E \times 10^5$$

$$c_{ji} = \frac{M_2}{\theta} = 2E \times 1.12 \times 10^5\ \frac{1 - 6\times 0.117}{1+12\times 0.117} - 2.52 \times 10^3 E - 1.37 \times 10^5 E$$

$$= E\ [0.277 \times 10^5 - 0.0252 \times 10^5 - 1.37 \times 10^5] = -1.12\ E \times 10^5$$

$$t_{12} = \frac{-1.12 \times 10^5 E}{1.12 \times 10^5 E} = -1 = t_{21}$$

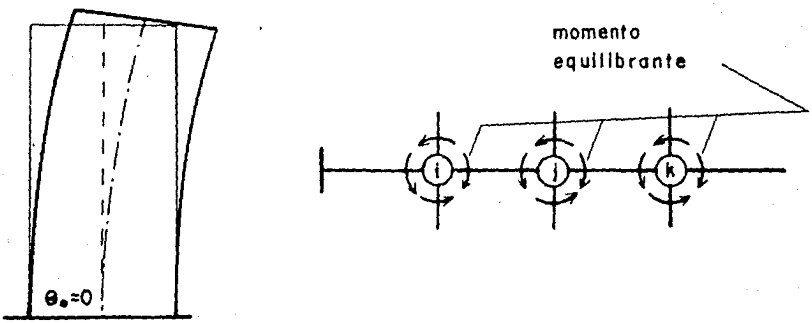
Debido a que el factor de transporte es cercano a (-1) el método descrito en el capítulo (III) frecuentemente sucede que no converge rápidamente es por eso que vamos ha introducir un eficiente método que permite la distribución de momentos desequilibrados en una junta y simultáneamente calcula los efectos propagados en el resto de la estructura sin dar lugar a nuevos residuos.

METODO DE LOS PUNTOS FIJOS.

Consideremos el caso general de una estructura continua, en la cual se hará la restricción de que no es cíclica, o sea que no es posible arrancar de una junta y regresar a la misma siguiendo una curva cerrada, sin pasar dos veces a través de un mismo punto. Obviamente no es el caso de la estructura de un edificio de varios pisos, pero ésta puede ser siempre dividida en secciones que satisfagan estas restricciones, con una conveniente corrección y superposición de los métodos adoptados como se demostrará después.

Asociando el caso del muro esbelto al de una viga continua y haciendo uso de las ecuaciones de Slope-Deflection, podemos demostrar que sólo hay un desplazamiento independiente en cada junta, dando a las constantes el valor adecuado como después se verá.

En esta forma al producirse el desequilibrio en una junta es posible determinar el efecto producido en todas las demás juntas del muro.



fig(4.7)

En efecto, sean i, j, k, tres juntas concecutivas y designemos con θ_i el desplazamiento de la junta i.

$$M_{ij} = c_{ij} EK_{ij} \theta_i + c_{ji} t_{ji} EK_{ij} \theta_j + M_{ij} \qquad -(4.1)$$

El momento de empotramiento perfecto $(\overline{M}_{ij})$ debido a cargas exterio-- res, resulta nulo en esta etapa.

De (4.1):

$$EK_{ij}\,\theta_i = \frac{1}{c_{ij}}\left[\,M_{ij} - c_{ji}\,t_{ji}\,EK_{ij}\,\theta_j\right] \qquad -(4.1a)$$

$$EK_{ij}\,\theta_j = \frac{1}{c_{ji}\,t_{ji}}\left[\,M_{ij} - c_{ij}\,EK_{ij}\,\theta_i\,\right] \qquad -(4.1b)$$

Con la ecuación (4.1) se puede calcular el desplazamiento (M_{10}) en - una junta, si por ejemplo, determinamos el desplazamiento $(\theta_0 = 0)$ en el - extremo lejano mediante la condición de frontera y suponemos el momento - en el extremo cercano $(M_i = 1)$.

La ecuación (4.1a) puede ser usada para calcular el desplazamiento - (θ_i) de una junta en términos del momento $(M_{10} = 1)$ en el extremo cercano- de una barra y el desplazamiento $(\theta_0 = 0)$ en la junta en el extremo lejano de la pieza.

Mediante la ecuación (4.1b) se puede determinar el desplazamiento -- (θ_j) en la junta (j) en función del momento (M_{ij}), determinado por equilibrio en el extremo lejano y el desplazamiento (θ_i) en el extremo lejano - de la barra.

Determinado por la ecuación (4.1) queda (M_{21}) en función de los desplazamientos (θ_2) y (θ_1).

La síntesis del método arriba descrito se encuentra representado en- la tabla (4.2) y los números pequeños entre paréntesis indican la secuencia de las operaciones.

En la tabla 4.2 las literales tienen el siguiente significado:

K_m : Rigidez del muro.

c_{ij}, c_{ji} : Factor de rigidez del muro que cumple con la condición de no alterar el equilibrio del cortante al producirse simultáneamente giro, rotación y translación del muro. Siendo (i) la junta que gira y (j) la junta opuesta a la que gira.

ΣK_{ti} : Suma de las rigideces de las trabes que concurren a la -- junta.

t_{ij}, t_{ji} : Factores de transporte a lo largo del muro.

$M_{(0 \to 3)}$: Distribución de momentos al recorrer el eje del muro del nivel (0) al nivel (3).

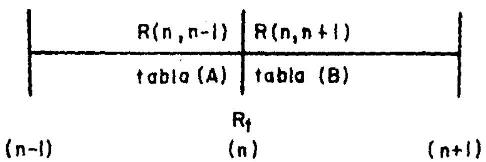
$M_{(3 \to 0)}$: Distribución de momentos al recorrer el eje del muro del nivel (3) al nivel (0).

$EK_m \theta$: Distribución de las deformaciones angulares en el muro en el sentido de recorrido correspondiente.

R_{ij} : Rigideces modificadas del muro, las cuales fueron obtenidas por el cociente del momento entre su correspondiente valor de $EK_m \theta$ como sigue: Para calcular la rigidez del tramo del muro (III) que va del nivel (n-1) al (n), se hace uso de la tabla (A) en tanto que para determinar la rigidez del tramo de muro que va del nivel (n) al (n+1) se utiliza la tabla (B). (ver fig. 4.8).

f_d : Factores de distribución obtenidos de la tabla de operaciones (4.3).

θ : Giros finales en las juntas a lo largo del muro del eje (III).



fig(4.8)

La rigidez de la trabe que concurre al muro (III) se calcula mediante la expresión (3.22).

$$K_{ti} = \frac{12EK_t\, b^2}{L^2} = \frac{12E \times 3.56 \times 10^2 \times 150^2}{300^2} = 10.7 \times 10^2 E \quad \text{Kg-cm.}$$

$$\Sigma K_{ti} = 2.14 \times 10^3\ E = 0.0214 \times 10^5\ E$$

Siguiendo el procedimiento arriba descrito consideramos $\theta_o = 0$ por la condición de frontera y asignando a M_{10} un valor igual a 1 000.

de (4.1a):

$$EK_m\,\theta_1 = \frac{1}{c_{10}}\left[\,M_{10} - c_{o1}\,t_{o1}\,EK_{ij}\,\theta_j\,\right] = \frac{1}{1.12\,E \times 10^5} \times 1000$$

$$= \frac{892}{E \times 10^5}$$

de (4.1b):

$$EK_m\,\theta_2 = \frac{1}{c_{21}\,t_{21}}\left[\,M_{12} - c_{12}\,EK_m\,\theta_1\,\right] =$$

$$= \frac{1}{+1.12 \times 10^5 \times (-1)\ E}\left[-1019.1 - \frac{1.12E \times 10\ \ \times 1000}{1.12E \times 10^5}\right] =$$

$$= \frac{-\,2019.1}{-1.12E \times 10^5} = \frac{+\,1801}{E \times 10^5}$$

de (4.2):

$$M_{21} = c_{21}\ EK_m\,\theta_2 + c_{12}\ t_{12}\ EK_m\,\theta_1$$

$$= 1.12 \times 10^5\ \left(+\frac{2019.1}{1.12E \times 10^5}\right) + (+1.12E \times 10^5)(-1)\ \frac{(1\ 000)}{1.12E \times 10^5}$$

$$= +\ 1019.1$$

$$EK_m \theta_3 = \frac{1}{c_{32}\, t_{32}} (M_{23} - c_{23}\, EK_m\, \theta_2) = \frac{1}{1.12E \times 10^5 \times (-1)}$$

$$[-1057.6 - 1.12 \times 10^5 \, (+\frac{2019.1}{1.12E \times 10^5}]$$

$$= \frac{1}{1.12 \times 10^5 E} \times 3076.7 = \frac{2750}{10^5\ E}$$

$$M_{32} = c_{32}\ EK_m\, \theta_3 + c_{23}\ t_{23}\ EK_m\ \theta_2$$

$$= 1.12E \times 10^5 \, \frac{+3076.7}{1.12 \times 10^5 E} + 1.12\ (-1) \times (\frac{+2019.1}{1.12E \times 10^5}) = +1057.6$$

<u>Recorriendo el muro en el otro sentido</u> $M_{(3\to 0)}$:

Supongamos ahora el desplazamiento $EK_m \theta_3 = \dfrac{1000}{E \times 10^5}$

de (4.1b):

$$EK_m \theta_2 = \frac{1}{1.12E \times 10^5 \times (-1)} (-21.4 - 1.12E \times \frac{10^5 \times 1000}{E \times 10^5}) =$$

$$= \frac{1}{1.12 \times 10^5} - 1141.4 = \frac{+\ 1020}{E \times 10^5}$$

de (4.1):

$$M_{23} = \frac{1.12E \times 10^5 \times 1141.4}{1.12E \times 10^5} + 1.12E \times 10^5 \times (-1)\ \frac{1000}{E \times 10^5} =$$

$$= +1141.4 - 1120 = +\ 21.4$$

de (4.1b):

$$EK_m \theta_1 = \frac{1}{1.12E \times 10^5 \times (-1)} (-43.2 - \frac{1.12E \times 10^5 \times (+1141.4)}{1.12E \times 10^5}$$

$$= \frac{(-43.2 - 1141.4)}{-1.12 \times E \times 10^5} = + \frac{1184.6}{1.12E \times 10^5} = + \frac{1060}{E.x\ 10^5}$$

$$M_{12} = \frac{\cdot 1.12E \times 10^5 \times 1184.6}{1.12E \times 10^5} + \frac{1.12E \times 10^5 \times (-1) \times (+1141.4)}{1.12 \times E \times 10^5} = +43.2$$

TABLA DE OPERACIONES 4.3

MURO	TRABES	K	Factores de distribución	Momentos Distribuidos
1-0		1.12	0.948	- 23.52
1-2		0.0407	0.034	- 0.84
	izquierda	0.0107	0.009	- 0.22
	derecha	0.0107	0.009	- 0.22
		1.1821	1.000	+ 24.80
21		0.565	0.931	- 17.70
23		0.021	0.033	- 0.62
	izquierda	0.0107	0.018	- 0.34
	derecha	0.0107	0.018	- 0.34
		0.6074	1.000	+ 19.00
32		0.384	0.95	- 7.22
	izquierda	0.0107	0.025	- 0.19
	derecha	0.0107	0.025	- 0.19
		0.4054	1.000	+ 7.60

En la tabla (4.3) se han calculado los factores de distribución con- base en las rigideces (R) de la tabla (4.2) y equilibrados los momentos - de piso en cada junta del muro del eje (III).

MURO (III). Influencia del equilibrio del nudo (I).

a) en los demás nudos del muro:

$$\downarrow \qquad -23.52 \times (-1) = +23.52 \qquad (N\text{-}0)$$

$$\uparrow \qquad \frac{-0.84}{+43.2} \times (+21.4) = -0.42 \qquad (N\text{-}2)$$

b) en las trabes que concurren al muro.

$$\uparrow \qquad \frac{-0.22}{+22.6} \times (+21.8) = -0.21 \qquad (N\text{-}2)$$

$$\uparrow \qquad \frac{-0.22}{+22.6} \times (+21.4) = -0.21 \qquad (N\text{-}3)$$

c) en cada extremo de las columnas en la misma dirección:

Eje II:

$$M = -\frac{k_j}{2}\left[\, y_j \frac{k_M\ y_M}{J} + \frac{k_M}{\underset{x}{\Sigma K}} \right] \theta_1 \qquad -(3.11)$$

$$M_{A\text{II}} = \frac{2.35E \times 10^3}{2}\left[2.89\ \frac{2.80 \times 10^5 E \times (-0.106)}{17.67 \times 10^4 E} + \frac{2.80 \times 10^5 E}{2.87 \times 10^5 E}\right] \theta_1$$

$$= -574\ E\theta_1$$

$$M_{B\text{II}} = \frac{-1.01 \times 10^3 E}{2}\ (0.490)\ \theta_1 = -247 \times E \times \theta_1$$

Eje I:

$$M_{AI} = +17.6\ E \times \theta_1$$

$$M_{BI} = +7.58\ E \times \theta_1$$

d) En cada extremo de muros o columnas en la dirección a perpendicular al eje (III).

$$M = \frac{k_j \times k_M\ y_M}{2\ J}\ \theta_1 \qquad -(3.12)$$

En el muro del eje A.

$$M = \frac{3.51E \times 10^5 \ (-0.0272)}{2} \quad \frac{2.80 \times 10^5 E \times (-0.106)}{17.67 \times 10^4 E} \theta_1 =$$

$$-4.77 \times 10^3 E \times -0.168 \ \theta_1 = +800 \ E \ \theta_1$$

En la columna (A-III)

$$M_{A\,III} = \frac{1.20 \times 10^3 E \ (-0.0272) \quad - 168 \ \theta_1}{2} = +2.74 \ E \, \theta_1$$

En las columnas del eje (B):

$$M_{BI} = M_{BII} = \frac{1.01 \times 10^3 E \times 2.97 \times (-0.168 \ \theta_1)}{2} = 252 \times E \times \theta_1$$

$$M_{B\,III} = \frac{1.20 \times 10^3 E \times 2.97 \ (-0.168 \ \theta_1)}{2} = 300 \times E \times \theta_1$$

INFLUENCIA DEL EQUILIBRIO DEL NUDO:(2):

a) En los demás nudos del muro.

$$\downarrow \quad \frac{-17.7}{+1019} \times +1000 = -17.38 \qquad (N-1)$$

b) En las trabes que concurren al muro:

$$\downarrow \quad \frac{-0.34}{+38.6} \times +19.1 = -0.17 \qquad (N-1)$$

$$\uparrow \quad \frac{-0.34}{+21.8} \times 21.4 = -0.33 \qquad (N-3)$$

INFLUENCIA DEL EQUILIBRIO DEL NUDO (3).

a) En los demás nudos del muro.

$$\downarrow \quad \frac{-7.22}{+1057.6} \times -1019.1 = -6.96 \qquad (N-2)$$

$$\downarrow \quad \frac{-7.22}{+1057.6} \times +1000 = -6.84 \qquad (N-1)$$

b) En las trabes que concurren al muro.

$$\downarrow \quad \frac{-0.19}{+58.8} \times +38.6 = -0.12 \qquad (N-2)$$

$$\downarrow \quad \frac{-0.19}{+58.8} \times +19.1 = -0.06 \qquad (N-1)$$

Para determinar la influencia del equilibrio del nudo (2) y (3) en - las columnas, pueden aprovecharse los cálculos del equilibrio del nudo(1) debido a la geometría de nuestro problema.

CALCULO DE LOS GIROS FINALES EN LAS JUNTAS A LO LARGO DEL MURO DEL EJE (III).

Haciendo uso de las ecuaciones (4.1), (4.1a) y (4.1b) es posible valuar estos girós, tomando en cuenta los momentos de empotramiento perfecto debidos al momento de piso.

de (4.1a)

$$E\theta_i = \frac{1}{c_{ij}\,K_{ij}}[\,M_{ij} - \overline{M}_{ij} - c_{ji}\,t_{ji}\,EK_{ij}\,\theta_j\,]$$

y de la condición de frontera $\theta_j = 0$

$$E\theta_i = \frac{1}{1.12\times10^5\times E\times1.12\times10^5}[\,-34.34\times10^5 - 13.4\times10^5 - 0\,]$$

$$E\theta_i = \frac{-47.74}{1.26\times E\times10^5} = \frac{-37.8}{E\times10^5}$$

de (4.1b):

$$E\theta_j = \frac{1}{c_{ij}\,t_{ji}\,K_{ij}}[\,M_{ij} - \overline{M}_{ij} - c_{ij}\,EK_{ij}\,\theta_i\,]$$

$$E\theta_2 = \frac{1}{1.12\times10^5 E\times(-1)\times1.12\times10^5}(+35.22\times10^5 - 11.4\times10^5 - 1.12\times E\times10^5\times1.12\times10^5$$

$$(\frac{-37.8}{E\times10^5}) = \frac{1}{-1.26E\times10^5}(35.22 - 11.4 + 47.74) = \frac{+71.56}{-1.26\times E\times10^5} = \frac{-57.1}{E\times10^5}$$

Comprobación, haciendo uso de la ecuación (4.1a)

$$E\theta_i = \frac{1}{c_{ji}\,K_{ij}}(\,M_{ij} - \overline{M}_{ij} - c_{ji}\,t_{ji}\,EK_{ij}\,\theta_j\,)$$

$$E\theta_2 = \frac{1}{1.12E\times10^5\times1.12\times10^5}(-12.42\times10^5 - 11.4\times10^5 - 1.12\times10^5 E(-1)\times1.12\times10^5(\frac{-37.8}{E\times10^5})$$

$$= \frac{1}{1.26\times E\times10^5}(-12.42 - 11.4 - 47.74) = \frac{-71.56}{1.26\times E\times10^5} = \frac{-57.1}{E\times10^5})$$

de (4.1a):

$$E\theta_3 = \frac{1}{1.26\times E\times10^{10}}(1.42\times10^5 - 7.60\times10^5 - 1.12\times E\times10^5\times(-1)\times1.12\times10^5\times(\frac{-57.1}{E\times10^5})$$

$$= \frac{1}{1.26\times E\times10^5}(1.42 - 7.60 - 71.56) = \frac{-77.74}{1.26\times E\times10^5} = \frac{-61.9}{E\times10^5}$$

DISTRIBUCION DEL MOMENTO DE ENTREPISO EN LOS EJES (I) Y (II).

La tabla (4.4) muestra los momentos totales en cada uno de los extremos de las columnas de los ejes (I) y (II), estos momentos se obtuvieron sumando algebráicamente al momento de piso el momento debido al equilibrio de las juntas del muro del eje (III).

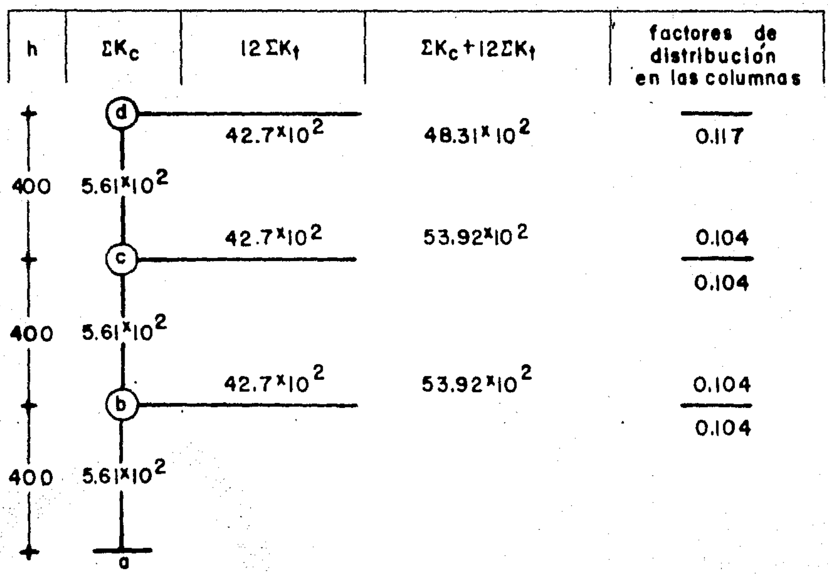
Permitiendo el desplazamiento lineal de todos los nudos de los marcos (I) y (II) ha quedado equilibrada la fuerza cortante en cada uno de los entrepisos. Para poder lograr el equilibrio de los nudos de los marcos sin alterar el equilibrio del entrepiso es posible emplear el método de "Distribución en Voladizo" (Grinter-Tsao-Cross) (Referencias [5] y [6]). El cual es rigurosamente aplicable sólo a marcos simétricos de una crujía y a aquellos de varias crujías cuyas rigideces guarden relaciones tales que sea posible descomponerlos en varios marcos simétricos de una crujía cada uno. Sin embargo, puede aplicarse en forma aproximada al análisis de cualquier marco que se idealice como simétrico y de una crujía, igualando la suma de las rigideces de trabes y columnas en cada entrepiso en el marco original y en el idealizado.

El método se aplica en la fig. (4.8) a los marcos (I) y (II). La rigidez de las trabes se obtuvo como 12 veces la suma de las rigideces de las trabes en el nivel considerado y la rigidez de las columnas como la suma de rigideces de todas las columnas del entrepiso. Considerando que la deformación de la estructura será antisimétrica se reduce el problema a la solución de la mitad del marco por distribución de momentos. El factor de transporte es -1.

La tabla de operaciones (4.5) es idéntica a una distribución de momentos por el método de Cross; tomando de la tabla (4.4) los momentos de empotramiento.

Calculados los momentos en columnas y trabes de la estructura simplificada se distribuyeron estos proporcionalmente a sus rigideces en el marco original anotándose el resultado en el segundo renglón correspondiente a cada pieza en las figs. (4.10) y (4.11). El equilibrio del entrepiso severifica, no así el equilibrio de los nudos ya que la hipótesis de que los giros en un mismo nivel son iguales, no es necesariamente cierta. Haciendo una distribución de momentos en cada junta con los nudos fijos linealmente se desequilibran los cortantes del entrepiso.

Con estos nuevos residuos se repitió el ciclo anteriormente descrito y se llegó al equilibrio del entrepiso y de las juntas con una aproximación excelente.



MARCO EQUIVALENTE

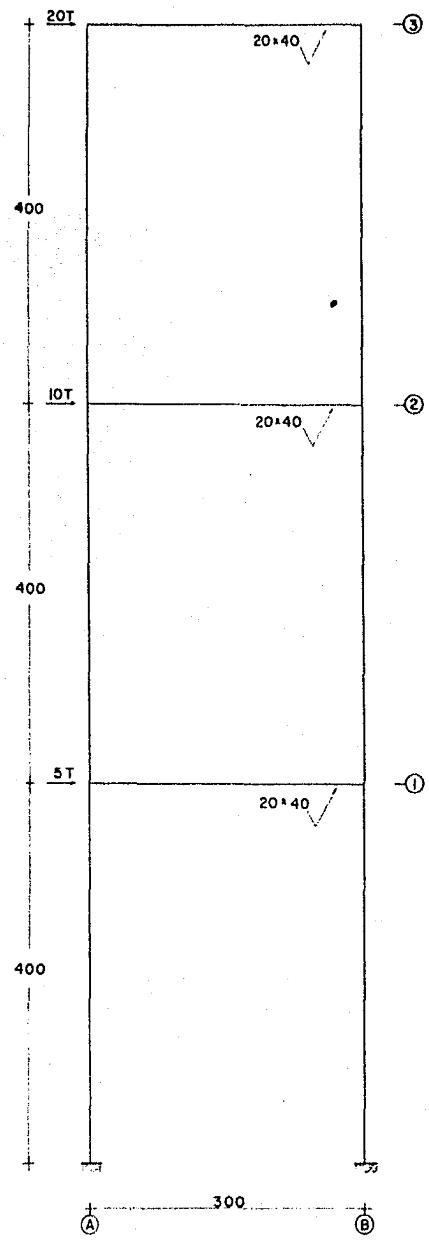
fig(4.9)

METODO DE GRINTER-TSAO-CROSS.

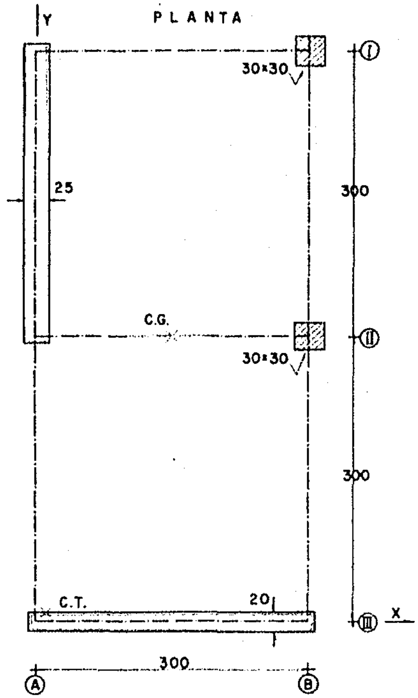
TABLA DE OPERACIONES (4.5)

		MARCO DEL EJE (II)						MARCO DEL EJE (I)					
	miembro	dc	cd	cb	bc	ba	ab	dc	cd	cb	bc	ba	ab
	factores de distribución	0.117	0.104	0.104	0.104	0.104	—	0.117	0.104	0.104	0.104	0.104	—
	momentos con los nudos fijos	11.22	11.22	16.59	16.59	18.82	18.82	21.29	21.29	31.99	31.99	37.09	37.09
PRIMER CICLO	balanceo transporte	-1.31 +2.89	-2.89 +1.31	-2.89 +3.68	-3.68 +2.89	-3.68 —	— +3.68	-2.49 +5.64	-5.64 +2.49	-5.64 +7.18	-7.18 +5.64	-7.18 +—	— +7.18
	balanceo transporte	-0.34 +0.52	-0.52 +0.34	-0.52 +0.30	-0.30 +0.52	-0.30 —	— +0.30	-0.66 +1.00	-1.00 +0.66	-1.00 +0.59	-0.59 +1.00	-0.59 —	— +0.59
	balanceo	-0.06	-0.07	-0.07	-0.05	-0.05	—	-0.12	-0.13	-0.13	-0.10	-0.10	—
	momento en las columnas	12.92	9.39	17.09	15.97	14.79	22.80	24.66	17.67	32.99	30.76	29.22	+44.86
	momento en las trabes	-12.92	-26.48		-30.76		—	-24.66	-50.66		-59.98		
SEGUNDO CICLO	momento con los nudos fijos	1.96	1.96	1.50	1.50	0.33	0.33	1.16	1.16	0.84	0.84	0.65	0.65
	balanceo transporte	-0.23 +0.20	-0.20 +0.23	-0.16 +0.16	-0.16 +0.16	-0.35 —	— +0.35	-0.12 +0.21	-0.21 +0.12	-0.21 +0.15	-0.15 +0.21	-0.15 —	— +0.15
	balanceo	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02				-0.03	-0.03	-0.02	-0.02	
	momento en las columnas	1.91	1.97	1.48	1.48	-0.02	0.68	+1.25	+1.14	+0.75	0.88	0.48	0.80
	momento en las trabes	-1.91	- 3.45		- 1.46		—	-1.25	- 1.89		- 1.36		

ELEVACION



PLANTA

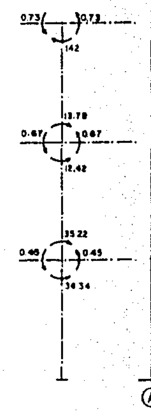


símbolos usados

- 20T, 10T y 5T = fuerzas sísmicas totales para cada entrepiso en el sentido de los ejes número.
- C.G = punto en donde se considera que actúa la resultante de las fuerzas sísmicas.
- C.T. = centro de torsión
- —·—·— = eje de muro ó trabe
- ══════ = lindero de muro de concreto
- ☐ columna
- Acotaciones en centímetros
- Sin escala

TABLA DE OPERACIONES (4.2)

nivel	①	②	③	
K_m	112	112	112	$\times 10^5$ kg-cm
c_{ij}	112	112	1.12	$E \times 10^5$ kg-cm
ΣK_{ij}	0.0214	0.0214	0.0214	$E \times 10^5$ kg-cm
t_{ij}	-1	-1	-1	
tabla A				
$M_{(0-3)}$	(2) -1000 (1) +1000	(3) -1019 (5) +1019	(6) -1057 (8) +1057	muros
	+19.1 (2)	+38.6 (4)	58.8 (7)	trabes
$EK_m\theta$	+892 (2)	+1801 (4)	+2750 (7)	$\frac{1}{E \times 10^5}$ kg-cm
tabla B				
$EK_m\theta$	+1060 (6)	+1020 (3)	+1000 (1)	$\frac{1}{E \times 10^5}$ kg-cm
$M_{(3-0)}$	(8) +65.8 (6) -65.8	(7) +43.2 (5) -43.2	(4) +21.4 (2) -21.4	muros
	+22.6 (6)	+21.8 (3)	+21.4 (1)	trabes
R_{ij}	(A) 112 (B) 0.0407	(A) 0.565 (B) 0.021	(A) 0.384	$E \times 10^5$
f_d	0.948 0.34	0.931 0.033	0.95	muros
	0.009	0.018	0.025	trabes
θ	-37.8	-57.1	-61.9	$\frac{1}{E \times 10^5}$



EQUILIBRIO DEL ENTREPISO

EJE (II)

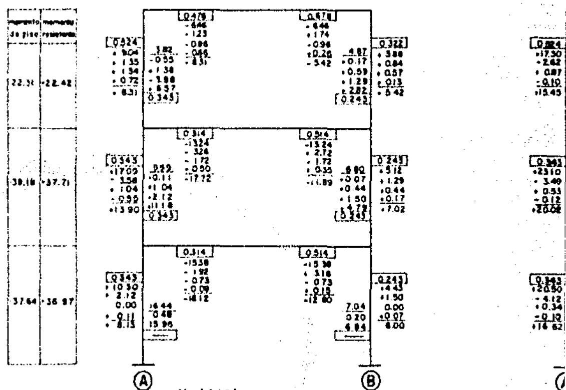


fig (4.10)

TABLA DE OPERACIONES (4.4

COLUMNA O MURO	DIRECCION	INCREMENTO EN EL MOMENTO DE PISO DEBIDO A LOS GIROS DEL EJE (III)				MOMENTO D	Ent
			Entrepiso (1)	Entrepiso (2)	Entrepiso (3)	Entrepiso (1)	Ent
			$E\theta = \frac{-37.8}{E \times 10^5}$	$E\theta = \frac{-57.1}{E \times 10^5}$	$E\theta = \frac{-61.9}{E \times 10^5}$		
C_{AII}	X - X'	-574Eθ	+0.217	+0.326	+0.355	+13.00	+
C_{BII}	paralela	-274Eθ	+0.104	+0.156	+0.170	+ 5.50	+
C_{AI}	al muro	+17.6Eθ	-0.007	-0.010	-0.011	+26.00	+
C_{BI}	del eje III	+7.58Eθ	-0.003	-0.004	-0.005	+11.10	+
M_A	Y - Y'	+800Eθ	-0.303	-0.457	-0.496		
C_{AII}	perpendicular	+2.74Eθ	-0.001	-0.002	-0.002		
$C_{AI}+C_{BII}$	al muro	+252Eθ	-0.095	-0.144	-0.156		
C_{BIII}	del eje III	+300Eθ	-0.113	-0.171	-0.186		

TABLA DE OPERACIONES (4.2)

nivel	①		②		③	
K_m	112		112		112	×10⁶ kg-cm
C_{ij}	112		112		112	E×10⁶ kg-cm
ΣK_{ij}		0.0214		0.0214	0.0214	E×10⁶ kg-cm
h_{ij}	-1		-1		-1	
tabla A						
$M_{(3-s)}$	(2) -1000	(1) +1000 (3) -1019	(5) +1019	(6) -1057	(8) +1057	muros
		+19 (2)	+38.6 (4)		58.8 (7)	trabes
$EK_m\theta$		+892 (2)	+1801 (4)		+2750 (7)	$\frac{1}{E\times10^6}$ kg-cm
tabla B						
$EK_m\theta$		+1060 (6)	+1020 (3)		+1000 (1)	$\frac{1}{E\times10^6}$ kg-cm
$M_{(3-c)}$	(10) +65.8	(8) -65.8 (7) +43.2	(5) -43.2	(4) +21.4	(2) -21.4	muros
		+22.6 (6)	+21.8 (3)		+21.4 (1)	trabes
R_{ij}		(A) 1.12 (B) 0.0407	(A) 0.565	(B) 0.021	(A) 0.384	E×10⁶
f_d		0.948 0.34	0.93	0.033	0.95	muros
		0.009	0.018		0.025	trabes
θ		-37.8	-57.1		-61.9	$\frac{}{E\times10^6}$

EJE (III)

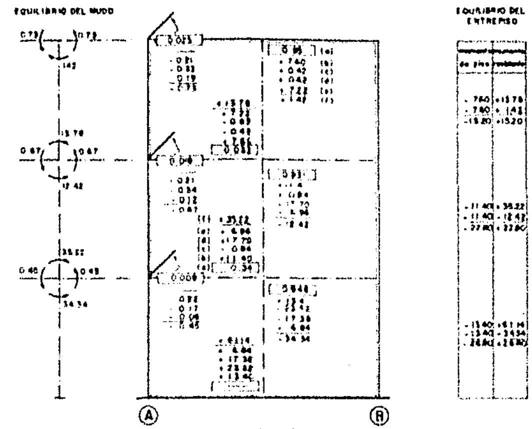


fig (4.9)

NOTAS EXPLICATIVAS

- En la tabla (4.2) aparecen los resultados de las operaciones realizadas con el método de los "puntos fijos" siguiendo el eje del muro en un sentido (tabla A) y en el otro (tabla B). Con los momentos así obtenidos puede determinarse la influencia ejercida por el equilibrio de un nudo en los demás juntas del eje del muro [III]. Los números pequeños entre paréntesis indican el orden en que fueron calculados los "$EK_m\theta$" y los "M".
- Con el cociente de "M" / "$EK_m\theta$" se determinaron las rigideces haciendo uso de las tablas (A) y (B) tal y como lo señalan las letras pequeñas entre paréntesis.
- Por último se calcularon los giros finales de las juntas del eje del muro, los cuales servirán de base para determinar la influencia de los movimientos necesarios para su equilibrio en todos los demás elementos de la estructura (en los dos sentidos "X" y "Y").

EJE (II)

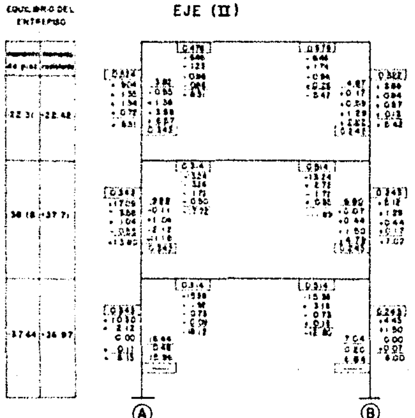


fig (4.10)

EJE (I)

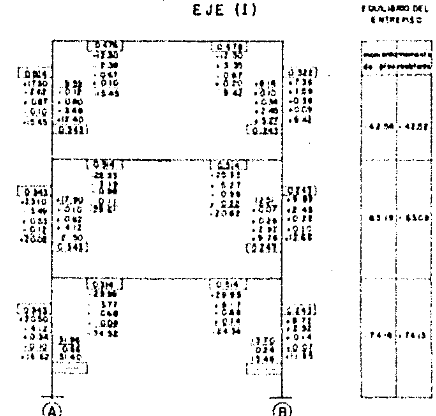


fig (4.11)

- Esta influencia del eje III en los marcos I y II aparece consignada en la tabla de operaciones (4.4), y sumando algebraicamente el momento de entrepiso se obtienen los momentos finales mostrados.
- En la fig (4.9) las operaciones se han dispuesto en cada nudo en tal forma que:
  (a) es el factor de distribución tomado de la tabla de operaciones (4.2)
  (b) es el momento de entrepiso correspondiente al elemento en cuestión
  (c) es el momento equilibrante en el nudo 1 ó su influencia en los demás nudos.
  (d) es el momento equilibrante en el nudo 2 ó su influencia en los demás nudos
  (e) es el momento equilibrante en el nudo 3 ó su influencia en los demás nudos
  (f) es el momento final del elemento, determinado por la suma algebraica de los anteriores.
- Nótese que después de este ciclo de operaciones en el eje del muro III, han quedado balanceados los nudos y se satisface también el equilibrio del entrepiso simultáneamente
- Con base en los momentos finales de la tabla de operaciones (4.4) se procedió a la distribución de los momentos en los marcos I y II mediante el método de Grinter - Tsao-Cross. En las figs. (4.10) (4.11) se han sintetizado los resultados de los dos ciclos usados al cabo de los cuales el equilibrio del entrepiso y de los nudos se satisface prácticamente
- Las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura en la dirección de los ejes números han quedado distribuidas entre los elementos de los marcos respectivos. Procediendo en forma análoga puede equilibrarse la estructura en el sentido de los ejes letra

TABLA DE OPERACIONES (4.4)

COLUMNA O MURO	DIRECCION	INCREMENTO EN EL MOMENTO DE PISO DEBIDO A LOS GIROS DEL EJE (III)				MOMENTO DE ENTREPISO			MOMENTO FINAL		
			Entrepiso(1)	Entrepiso(2)	Entrepiso(3)	Entrepiso(1)	Entrepiso(2)	Entrepiso(3)	Entrepiso(1)	Entrepiso(2)	Entrepiso(3)
			$E\theta = \frac{-37.6}{E\times10^5}$	$E\theta = \frac{-57.1}{E\times10^5}$	$E\theta = \frac{-61.9}{E\times10^5}$						
C_{AII}	X - X'	-574E6	+0.217	+0.326	+0.355	+13.00	+11.30	+7.50	+13.22	+11.63	+7.85
C_{BII}	paralelo	-274E6	+0.104	+0.156	+0.170	+5.50	+4.80	+3.20	+5.60	+4.96	+3.37
C_{AI}	al muro	+17.6E6	-0.007	-0.010	-0.011	+26.00	+22.40	+14.90	+25.99	+22.39	+14.89
C_{BI}	del eje III	+7.58E6	-0.003	-0.004	-0.005	+11.10	+9.60	+6.40	+11.10	+9.60	+6.40
M_A	Y - Y'	+800E6	-0.303	-0.457	-0.496						
C_{AIII}	perpendicular	+2.74E6	-0.001	-0.002	-0.002						
$C_{III}-C_{BII}$	al muro	+252E6	-0.095	-0.144	-0.156						
C_{BIII}	del eje III	+300E6	-0.113	-0.171	-0.186						

U. N. A. M.
Facultad de Ingeniería
Tesis Profesional
GILBERTO MOEDANO ORTEGA

México, D.F. 1963

Lámina (I)

METODO DE RELAJACIONES

En la lámina (I) se ha presentado una vista de conjunto de la solución al problema que nos ocupa, de una estructura de edificio que por efecto de las fuerzas laterales tiende a girar en torno a un eje vertical que pasa por el Centro de Torsión.

En el croquis del muro del eje (III) fig. (4.9) aparece la descripción de las operaciones realizadas (con base en la tabla de operaciones 4.2) para alcanzar el equilibrio de las juntas del muro a lo largo de su eje, sin alterar el equilibrio del entrepiso. La comprobación de estas dos últimas condiciones tal y como se puede ver en la figura, da idea de la eficiencia del método empleado.

La influencia en las columnas de los marcos (I) y (II) de los giros de las juntas del muro del eje (III) ha sido sintetizada en la tabla(4.4), cuyos correspondientes momentos junto con los momentos de piso, fueron llevados a la tabla (4.5) para ser distribuídos por el método de Grinter-Tsao-Cross, consignándose los resultados en las figs. (4.10) y (4.11).

En esta forma ha quedado repartido el efecto de las fuerzas laterales en toda la estructura en la dirección de los ejes número. Procediendo en forma análoga se obtendría el análisis de los ejes letra.

C O N C L U S I O N E S.

Cuando en una estructura de edificio se tienen marcos formados por - columnas y trabes únicamente, la determinación de las rigideces de piso,- necesarias para la repartición de fuerzas horizontales puede calcularse - por diversos métodos con la exactitud que se requiera. Pero cuando se presentan un muro o varios en el marco de una estructura, se hace necesario- conocer las rigideces del marco y de los muros para determinar que parte- del cortante corresponde a cada elemento.

Por otra parte en estos sistemas tienen importancia tanto las deformaciones por esfuerzo normal debido a flexión como las provenientes de - fuerza cortante, por ello, las rigideces dependen de la distribución de - las fuerzas horizontales, además la interacción de los muros y marco alteran las rigideces principalmente en los niveles superiores.

En el presente trabajo se han descrito cinco métodos, que dan solución al problema de los cuales se harán notar sus características sobresalientes.

METODO DE BERNARD CARDAN.

Se trata de un estudio matemático basado en la completa uniformidad-de las propiedades del muro y marco para toda la altura del edificio. Mediante la solución para tres diferentes condiciones de carga de una ecuación diferencial de segundo grado se logra expresar el ángulo de desviación del muro. Con expresiones previamente analizadas para cinco casos -- particulares en columnas y trabes pueden determinarse los momentos y cortantes en la estructura.

Este método, no obstante que cubre algunos casos usuales en la práctica hace que en alguno en particular no previsto, tuviera el cálculista- la necesidad de adentrarse en la teoría del método y ejercitar su criterio propio. La aproximación del método esta limitada por sus hipótesis y- principalmente por la de considerar completa uniformidad del edificio. -- Por último el método de Cardan no permite cuantificar que parte de la --- fuerza cortante sísmica es absorbida por el marco y que porción por el muro.

METODO DE ROSENBLUETH-HOLTZ

Vista ya la dificultad de determinar una expresión exacta para la solución del problema, este método de iteración propone una solución mediante aproximaciones sucesivas partiendo de una configuración deformada del- marco basada en considerar el edificio uniforme a lo largo de su altura.- Lograda la aproximación requerida a través de varios ciclos se determina- el cortante que toma el muro. En estas condiciones el cortante de piso -- puede ser equilibrado pero los nudos de la estructura que no están necesariamente equilibrados.

METODO DE MANEY-GOLDBERG MODIFICADO.

Se pensó entonces en un método también iterativo pero que permitiera satisfacer el equilibrio en el entrepiso y en las juntas de todo el marco. Con el método de Maney-Goldberg adaptado a la presencia del muro esbelto se lograron ecuaciones de entrepiso y nudo similares a la del método original, con las cuales puede resolverse el problema. La convergencia del - proceso resultó ser lenta pero puede ser mejorada por métodos eficientescomo el de Ryked ó el de los puntos fijos descritos en los cápitulos anteriores.

METODOS DE RELAJACIONES.

El criterio de los métodos de relajaciones ha sido adaptado con éxito en la solución de nuestro problema y mejorado con conceptos nuevos propuestos por el Ing. L. Esteva M., logrando un eficiente método general -- con el cual puede analizarse los casos usuales en la práctica con la aproximación que se desee.

La esencia del método nos recuerda el proceso seguido en el método - de Grinter-Tsao-Cross (Referencia 6), en el cual primero se equilibran -- los momentos del entrepiso permitiendo el desplazamiento lineal de los nudos y quedando impedida la rotación de los mismos respecto a un eje horizontal; y a continuación permitiendo giros y nuevos desplazamientos condicionados para que no alteren el cortante de piso ya equilibrado.

La presencia de los muros en los marcos, nos llevó al cálculo de factores, de rigidéz que cumplieran con la condición del párrafo anterior, - mediante la aplicación de sencillos principios de Estática, y tomando en cuenta el efecto de las trabes que concurren al muro.

El método permite calcular el giro necesario, en cada junta del muro y su influencia en las demás juntas del mismo, simultaneamente.

De la experiencia de su aplicación podemos concluir que:

1o).- No es necesario conocer las rigideces del marco y del muro, que dependan de las deformaciones de flexión y cortante al mismo tiempo, ya que en la etapa de repartición de momentos de piso se tienen las - juntas impedidas de girar.

2o).- El proceso elimina los problemas de convergencia.

3o).- Se logra un método práctico para la obtención inmediata - de los momentos en toda la estructura que satisfacen simultaneamente la -

ecuación del nudo y la del entrepiso.

4o).- No se requiere de hopótesis simplificatorias que limiten-demasiado los resultados.

5o).- La utilización de làs fórmulas empleadas en el método son inmediatas y no requieren una exàgerada labor para el calculista.

METODO DE RELAJACIONES EN UNA EXTRUCTURA SUJETA A TORSION.

El método descrito en el capítulo III es similar en concepto al del-capítulo II, pero adaptado a una estructura que puede estar constituida - por marcos que alojen muros esbeltos en las dos direcciones principales,- y que se encuentre sujeta al fenómeno de la torsión.

Esta sistematización permite la distribución del momento de piso incrementado por el efecto de la torsión en la estructura considerada en el espacio. Esto es, que cuando se equilibra una junta sin desequilibrar el-cortante de piso, no solo se logra calcular simultaneamente todos los --- efectos en las demás juntas del muro, sino además se calcula el efecto en todos los muros y columnas de la estructura en sus dos direcciones principales.

Lo anterior haría pensar que el proceso implica una exagerada cantidad de trabajo, pero en realidad, tal y como se puede apreciar, en la --- aplicación númerica realizada en el capítulo IV, no resulta demasiada y - además la sistematización adecuada facilita el esfuerzo del calculista.

Dada la complejidad del fenómeno de la torsión desde el punto de vista de la Ingeniería Sísmica, y la valuación de sus efectos para fines --- prácticas se puede considerar como suficiente la aproximación lograda mediante este método. Sin embargo una comprobación experimental del proceso daría una opinión más autorizada para valorizar el alcance del método.

B I B L I O G R A F I A.

1).- **CONCRETE SHEAR WALLS COMBINED WITH RIGID FRAMES IN MULTISTORY BUILDINGS SUBJECT TO LATERAL LOAD.** Cardan Bernard. Proc. A. C.I.Vol. 58, No. 3 (1961)

2).- **ELASTIC ANALYSIS OF SHEAR WALLS IN TALL BUILDINGS.** Rosenblueth and Holtz. Journal A.C.I. Vol. 31, No.12 (1960)

3).- **ANALYSIS OF STATICALL AND INDETERMINATE STRUCTURES.** Parcel and Moorman. J. Wiley and Sons. New York (1955)

4).- **ELASTIC ANALYSIS OF BUILDING FRAMES WITH SHEAR WALLS.** Lee, S.L. and Wiesinger. Memoria del Primer Simposio Panamericano de Estructuras, Instituto - Politécnico Nacional (1961). México.

5).- **THE ANALYSIS FOR WIND LOADING OF RIGID JOINTED MULTISTORY BUILDING FRAMES.** Lightfoot, E. Civil Engeneering and Public Works Review, Vol.51, Nos. 601 and 602, (1956).

6).- **JOINT TRANSLATION BY CANTILEVER MOMENT DISTRIBUTION.** Grinter, L.E. and Tsao, C.H. Proc. A.S.C.E. Vol. 70, No. 298 (1953).

7).- **ANALYSIS OF TALL BUILDINGS UNDER LATERAL FORCES.** Esteva, L. Trabajo inédito Instituto de Ingeniería, U.N.A.M. (1963).

8).- **ANALISIS DE ESTRUCTURAS INDETERMINADAS.** Kinney, J.S. C.E.C.S.A. México (1960).

9).- **PROYECTO DE REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES EN EL DISTRITO FEDERAL.** Rosenblueth y Esteva. Ediciones Ingeniería, México (1962).

10).- **DISTRIBUTION OF DEFORMATION.** Klonveck, C.V. Artia, Prague (1955).