

21/29



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

DISEÑO DE PRACTICAS DE COEFICIENTES DE FRICCION  
Y CENTROIDES PARA EL LABORATORIO DE FISICA

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO QUIMICO  
P R E S E N T A :  
TEODORO CASTRO RUIZ

MEXICO, D. F.

1990

**PALE DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	Página
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1 GENERALIDADES	4
1.1 Centroides	4
1.1.1 Introducción	4
1.1.2 Definición de centroide	5
1.1.3 Simetría	7
1.2 Fuerza de fricción en sólidos secos	10
1.2.1 Introducción	10
1.2.2 Fricción estática	11
1.2.3 Fricción cinética	13
1.2.4 Leyes de la fricción	14
1.2.5 Angulos de fricción en superficies horizontales	16
1.2.6 Coeficiente de fricción estático en planos inclinados	18
1.2.7 Coeficiente de fricción cinético en planos inclinados	20
CAPITULO 2 DESCRIPCION DE LAS PRACTICAS PROPUESTAS	24
2.1 Centroides de superficies planas	24
2.1.1 Objetivo	24
2.1.2 Equipo	24

		11
2.1.3	Procedimiento	26
2.1.4	Cálculos	27
2.1.5	Resultados	29
2.2	Coeficiente de fricción estático	30
2.2.1	Objetivo	30
2.2.2	Equipo	30
2.2.3	Preparación del material	31
2.2.4	Procedimiento	31
2.2.5	Cálculos	33
2.3	Coeficiente de fricción cinético I	34
2.3.1	Objetivo	34
2.3.2	Equipo	34
2.3.3	Preparación del material	35
2.3.4	Procedimiento	35
2.3.5	Cálculos	36
2.3.6	Resultados	37
2.4	Coeficiente de fricción cinético II	38
2.4.1	Objetivo	38
2.4.2	Equipo	38
2.4.3	Preparación del material	38
2.4.4	Procedimiento	39
2.4.5	Cálculos	40
2.4.6	Resultados	40
CAPITULO 3	EXPERIMENTACION	42
3.1	Centroides de superficies planas	42
3.1.1	Cálculos	43

3.2	Coeficiente de fricción estático	44
3.3	Coeficiente de fricción cinético I	46
3.4	Coeficiente de fricción cinético II	49
CAPITULO 4	PROPOSICION DE UN MANUAL	52
4.1	Centroides de superficies planas	53
4.1.1	Tiempo de desarrollo de la práctica	53
4.1.2	Objetivo de la práctica	53
4.1.3	Introducción	53
4.1.4	Material	54
4.1.5	Actividades	55
4.1.6	Cálculos	57
4.1.7	Cuestionario	58
4.1.8	Obras consultadas	59
4.2	Coeficiente de fricción estático	60
4.2.1	Tiempo de desarrollo de la práctica	60
4.2.2	Objetivo de la práctica	60
4.2.3	Introducción	60
4.2.4	Material	61
4.2.5	Actividades	62
4.2.6	Cálculos	63
4.2.7	Cuestionario	64
4.2.8	Obras consultadas	64
4.3	Coeficiente de fricción cinético I	66
4.3.1	Tiempo de desarrollo de la práctica	66
4.3.2	Objetivo de la práctica	66

4.3.3	Introducción	66
4.3.4	Material	67
4.3.5	Actividades	68
4.3.6	Cálculos	69
4.3.7	Cuestionario	70
4.3.8	Obras consultadas	71
4.4	Coefficiente de fricción cinético II	72
4.4.1	Tiempo de desarrollo de la práctica	72
4.4.2	Objetivo de la práctica	72
4.4.3	Introducción	72
4.4.4	Material	73
4.4.5	Actividades	73
4.4.6	Cálculos	74
4.4.7	Cuestionario	76
4.4.8	Obras consultadas	76
CAPITULO 5	CONCLUSIONES	78
5.1	Centroides de superficies planas	78
5.2	Coefficiente de fricción estático	79
5.3	Coefficiente de fricción cinético (I y II)	80
CAPITULO 6	OBRAS CONSULTADAS	81

## INTRODUCCION

En el transcurso de los estudios de una carrera científica o de ingeniería se obtiene un contacto con la parte experimental de varias materias. En estas partes se aprende a manejar equipo de laboratorio, a realizar mediciones, a encontrar resultados, a analizar los resultados.

Tiene una gran importancia que al iniciar una carrera se utilice equipo o instrumentos de fácil manejo que cumplan con el objetivo propuesto para que el aprendizaje se realice de menor a mayor complejidad.

Debe pensarse que aunque el ingeniero tratará con dispositivos e instrumentos de mayor complejidad y precisión, todos ellos son fruto de los experimentos fundamentales realizados en laboratorios con equipos sencillos en su mayoría.

El laboratorio es una parte del estudio teórico integral y es en él donde se tiene un contacto real con las leyes fundamentales y los principios que se estudian en la teoría.

Es en el laboratorio donde se aprende a conocer las limitaciones de una ley o de un principio y aplicar las técnicas que se emplean en una investigación.

En este trabajo se proponen un conjunto de prácticas que requieren instrumentos sencillos y de fácil adquisición, así como la elaboración de algunas partes del equipo por parte del alumno (experimentador) con la finalidad de hacer comprender que no siempre se requiere de instrumentos o de equipo complejo para el desarrollo de una investigación o experimentación y la de saber evaluar las limitaciones de su equipo.

Los conceptos tratados en estas prácticas, se consideran de gran importancia por las diversas aplicaciones que tienen en ingeniería. Las distorsiones de partes de máquina bajo carga, el desgaste de superficies en contacto, la lubricación, las pérdidas de energía, etc, son tratadas con estos conceptos.

Las prácticas propuestas en este trabajo corresponden a una parte del curso sobre estática que se estudia en el laboratorio de Física de la Facultad de Química y comprenden:

- 1) Centroides de superficies planas
- 2) Coeficiente de fricción estático

- 3) Coeficiente de fricción cinético I
- 4) Coeficiente de fricción cinético II

Para la realización de este proyecto se han estudiado las prácticas que se utilizan en las facultades de ingeniería y de ciencias en la U. N. A. M., así como diversos libros sobre prácticas y experimentos que se emplean en algunos institutos y universidades de E. U. También se han revisado catálogos de fabricantes de equipo de laboratorio para conocer y estudiar las conveniencias que presentan para su posible utilización.

Todo lo anterior se ha llevado a cabo con el fin de ofrecer un conjunto de prácticas que concuerden con el nivel académico necesario para el laboratorio de Física y que sean útiles a la Facultad de Química.

## CAPITULO 1

### GENERALIDADES

#### 1.1

#### CENTROIDES

##### 1.1.1 INTRODUCCION

En mecánica se encuentra la necesidad de conocer ciertas propiedades geométricas de los cuerpos que se estudian; y aunque, la propiedad mas común de un área plana es su tamaño, i.e., la cantidad encerrada en sus límites; esta propiedad no proporciona información alguna acerca de la forma o de la orientación del área como se puede observar en la figura 1.1.

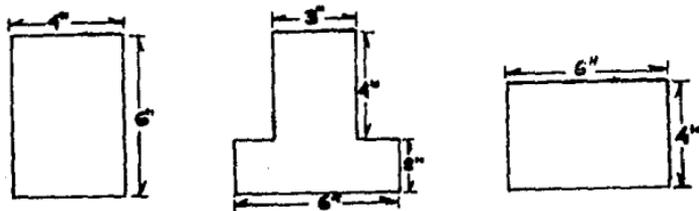


Fig. 1.1

Estas diferencias geométricas pueden cuantificarse en términos de propiedades geométricas que dependan de la forma, orientación y del tamaño del área. Una de estas propiedades es el centroide de área.

Así como el centro de gravedad está relacionado con la distribución de masas, el centroide se relaciona con la distribución de área.

#### 1.1.2 DEFINICION DE CENTROIDE

El centroide es el punto en el cual la suma de los momentos de las áreas o volúmenes de todas las partes de un cuerpo es cero.

Una definición más sencilla es aquella que considera al centroide como el punto de un cuerpo donde se encuentra concentrada el área.

La determinación de centroides y centros de gravedad dependen del siguiente principio: La suma de los momentos de las partes de un cuerpo con respecto a cualquier eje es igual al momento de todo el objeto con respecto al mismo eje, (Teorema de Varignon).

Podemos clasificar los centroides de los cuerpos en centroides de línea, de área y de volumen; de acuerdo a la forma que se pueda "modelar"; por ejemplo, una varilla delgada o un alambre puede considerarse como un segmento de línea; un cuerpo de pequeño grosor puede considerarse como una superficie, (fig. 1.2 y fig. 1.3) y un cuerpo que no puede modelarse en cualquiera de los casos anteriores se considera que tendrá un centroide de volumen.

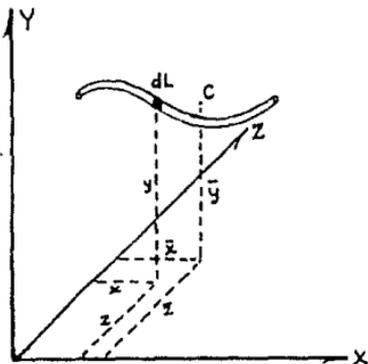


Fig. 1.2

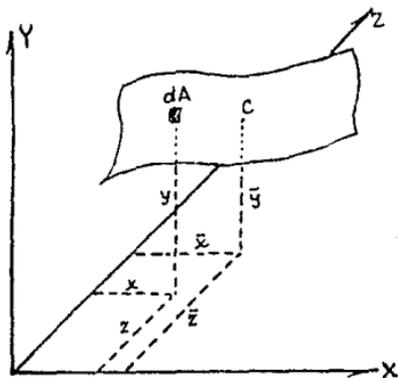


Fig. 1.3

Las coordenadas del centroide de área que corresponden a un cuerpo de pequeño grosor y una densidad constante pueden calcularse por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\bar{x} = \frac{\int x \, dA}{A}$$

Ec. 1.1

$$\bar{Y} = \frac{\int y \, dA}{A} \quad \text{Ec. 1.2}$$

$$\bar{Z} = \frac{\int z \, dA}{A} \quad \text{Ec. 1.3}$$

en las que  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$ , representan las coordenadas del centroide que también corresponden al centro de gravedad del cuerpo;  $A$  es el área total y  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , representan las coordenadas de la diferencial del área  $dA$ .

Los numeradores de estas ecuaciones:  $\int x \, dA$ ,  $\int y \, dA$ ,  $\int z \, dA$ , son conocidos como los "primeros momentos de área". Si el cuerpo se encuentra en un plano, sólo se necesitarán dos coordenadas.

### 1.1.3 SIMETRÍA

La propiedad de simetría de un área permite determinar fácilmente los centroides de áreas como círculos, elipses, cuadrados, rectángulos, etc., basándose en que, si un área posee dos ejes de simetría; el centroide está localizado en el punto de intersección de dichos ejes, fig. 1.4.

Los centroides de varias formas geométricas pueden encon-

trarse en la tabla 1.1.1.

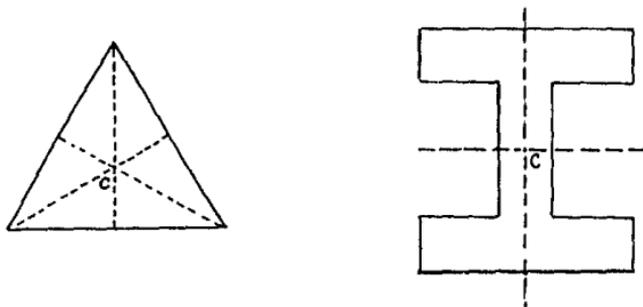
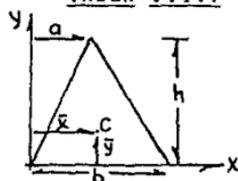


Fig. 1.4

TABLA 1.1.1

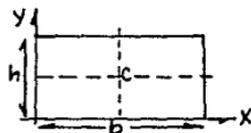
TRIANGULO



$$\bar{x} = (a + b)/3$$

$$\bar{y} = h/3$$

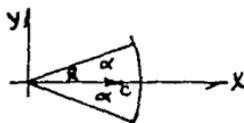
RECTANGULO



$$\bar{x} = b/2$$

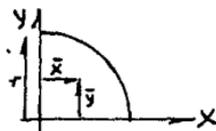
$$\bar{y} = h/2$$

SECTOR  
CIRCULAR



$$\bar{x} = \frac{2}{3} \frac{r \operatorname{sen} \alpha}{\alpha}$$

CUARTO DE  
CIRCULO



$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{4}{3} \frac{r}{\pi}$$

Los centroides de área de un cuerpo formado por varias áreas que tengan conocidos sus centroides; pueden determinarse fácilmente por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \text{Ec. 1.4}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \text{Ec. 1.5}$$

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \text{Ec. 1.6}$$

donde:

$A_i$  es el área de cada una de las áreas que forman el cuerpo, y

$X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ , son las coordenadas de los centroides de cada una de las áreas.

## 1.2

## FUERZA DE FRICCIÓN EN SÓLIDOS SECOS

### 1.2.1 INTRODUCCIÓN

El fenómeno de las fuerzas de fricción fueron estudiadas experimentalmente por Leonardo de Vinci (1452 - 1519) que enunció dos leyes experimentales. Estas leyes fueron redescubiertas por Amontons en 1699 y verificadas por Charles A. Coulomb en 1781, quien además señaló la distinción entre las fuerzas de fricción estática y cinética.

Las fuerzas de fricción se oponen al movimiento por lo que siempre tienden a prevenir o retardar el movimiento sin considerar la dirección que tenga o a la que tienda el movimiento; estas fuerzas no son conservativas.

Dentro de la mecánica se encuentra la necesidad de minimizar su efecto como sucede en todo tipo de cojinetes, engranes, flúidos en tuberías, etc. En otras se trata de amplificar su efecto como en los frenos, embragues, bandas, poleas, cuñas, etc.

### 1.2.2 FRICCIÓN ESTÁTICA

Las fuerzas de fricción o simplemente fricción se presenta realmente tanto en sólidos como en líquidos y las leyes que rigen a la fricción en fluidos son muy diferentes a las que se aplican a los sólidos.

La fricción en sólidos (sin lubricar o "secos") se produce cuando sus superficies estén en contacto bajo una condición de deslizamiento o con una tendencia a deslizarse. Es causada grandemente por las irregularidades de las superficies en contacto que existen aún en los sólidos que tienen una superficie "aparentemente" lisa, y que pueden observarse bajo el microscopio, (Fig. 1.5).

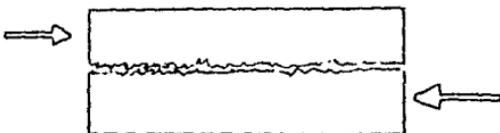


Fig. 1.5

Los puntos salientes de una superficie interfieren con los puntos salientes de la otra superficie, de tal manera que algunos puntos deben cortarse o doblarse para poder realizar

el movimiento. La fuerza requerida para hacerlo es una parte importante de la fricción y los cortes o deformaciones producen el desgaste de las superficies.

En realidad el fenómeno de la fricción en sólidos es muy complicado, al grado de que en la actualidad no se ha formulado una teoría exacta que la describa.\*

Las observaciones experimentales han permitido establecer que el deslizamiento de un cuerpo sólido sobre una superficie requiere de una fuerza tangencial que va creciendo desde cero hasta un valor límite que inicia el movimiento. Esta condición se alcanza cuando la magnitud de la fuerza aplicada sea ligeramente mayor que la fuerza de fricción máxima que se opone, (fig. 1.6), conocida como fricción estática.

La fricción estática, por lo tanto, se desarrolla como una reacción a una fuerza aplicada, variando desde cero a un valor máximo.

En la fig. 1.6 se muestra un diagrama de un cuerpo libre con las fuerzas que actúan, donde  $F_s$  es la fuerza de fricción estática que se opone a la fuerza aplicada  $F_A$ ;  $P$  es el peso del cuerpo y  $N$  es la fuerza normal aplicada por la superficie

---

\* The Feynmann Lectures of Physics, Vol. I, 12-5

B debida a la deformación elástica.

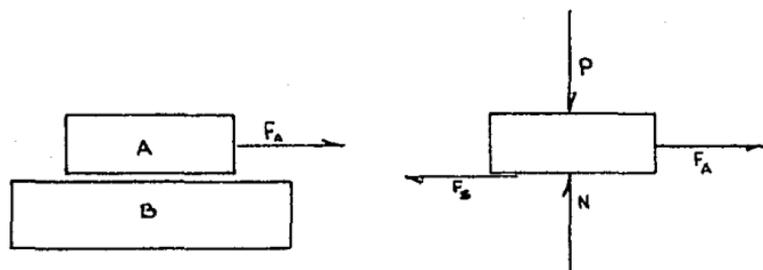


Fig. 1.6

### 1.2.3 FRICCIÓN CINÉTICA

Al producirse el deslizamiento del cuerpo se puede observar que la magnitud de la fuerza aplicada, necesaria para mantener constante la velocidad, es menor que la magnitud de la fuerza de fricción que se opone a este deslizamiento. A tal fuerza se le conoce con el nombre de "fricción cinética",  $F_C$ .

La fricción cinética, invariablemente, está acompañada de una generación de calor, lo que la hace indeseable en la mayoría de los casos.

#### 1.2.4 LEYES DE LA FRICCIÓN

El conocimiento actual que se tiene de la fricción no permite desarrollar un conjunto de leyes absolutas. Las leyes que se conocen son de un carácter empírico y debe reconocerse que sólo son aproximadas sus predicciones.

Se han dado a conocer las siguientes leyes:

- 1) dentro de amplios límites, la fuerza máxima de fricción estática es independiente del área de contacto.
- 2) la fuerza máxima de fricción estática es proporcional a la normal.

La fuerza de fricción cinética sigue las mismas leyes de la fricción estática con la adición de ser bastante independiente de la velocidad relativa de las superficies.

De la segunda ley, podemos escribir:

$$F_s = \mu_s N$$

Ec. 1.2.1

y

$$F_c = \mu_c N$$

Ec. 1.2.2

donde:  $\mu_s$  y  $\mu_c$  son llamados coeficientes de fricción estático y cinético respectivamente. Debe notarse que estas relaciones no son vectoriales puesto que  $F_s$  y  $F_c$  son perpendiculares a la normal  $N$ , siendo  $\mu_s$  y  $\mu_c$  las constantes de proporcionalidad.

Estos coeficientes representan propiedades intrínsecas de la interfase entre los sólidos y están determinados por los materiales y por el estado de lubricación o de contaminación de la interfase.

TABLA 1.2.1\*

VALORES APROXIMADOS DE COEFICIENTES DE FRICCIÓN  
ESTÁTICOS PARA SUPERFICIES SECAS

metal sobre metal	0.15 - 0.60
metal sobre madera	0.20 - 0.60
metal sobre piedra	0.30 - 0.70
metal sobre cuero	0.30 - 0.60
madera sobre madera	0.25 - 0.50
madera sobre cuero	0.25 - 0.50
piedra sobre piedra	0.40 - 0.70
tierra sobre tierra	0.20 - 1.00

\* Beer Ferdinand P. y Johnston E. Russell, "Mecánica Vectorial para Ingenieros". Estática. Pág. 306. 3a. Edición. (1984)

En la tabla 1.2.1 se muestran diversos valores de coeficientes de fricción estático para algunos pares de superficie.

Es importante hacer notar que los coeficientes de fricción se deben considerar solo como aproximaciones útiles y que no representan propiedades constantes y reproducibles como sucede con la densidad, coeficiente de dilatación, calor específico, etc.

#### 1.2.5 ANGULOS DE FRICCIÓN EN SUPERFICIES HORIZONTALES

Se conocen como ángulos de fricción a los ángulos que se obtienen cuando se reemplaza la fuerza normal ( $N$ ) y la fuerza de fricción ( $F_s$ ) por su resultante ( $R$ ) como se muestra en la figura 1.7.

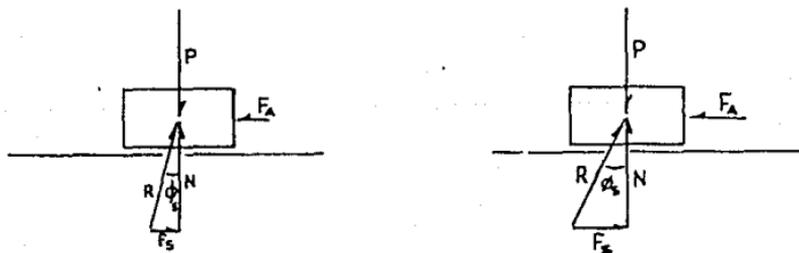


Fig. 1.7

En la fig. 1.7 puede observarse como el ángulo ( $\phi$ ), formado por la normal al plano (N) y la resultante (R), crece a medida que aumenta la fuerza aplicada ( $F_A$ ), hasta alcanzar un valor máximo ( $\phi_s$ ) cuando el valor de la fuerza de fricción estática sea máxima.

Este ángulo tiene un valor menor y aproximadamente constante,  $\phi_c$ , cuando el cuerpo se deslice a velocidad constante al aplicarle una fuerza que solo sea suficiente para mantenerlo con esa velocidad; por lo tanto  $\phi_c$  será el ángulo de fricción cinético.

Se puede demostrar que la tangente del ángulo de fricción es igual al coeficiente de fricción. Para ello, de la fig. 1.7 (b):

$$\operatorname{tg} \phi_s = \frac{F_s}{N} \quad \text{Ec. 1.2.3}$$

y como:

$$F_s = \mu_s N \quad (\text{Ec. 1.2.1})$$

entonces:

$$\mu_s = \operatorname{tg} \phi_s \quad \text{Ec. 1.2.4}$$

De la misma manera se llega a obtener que el coeficiente de fricción cinético, está expresado por:

$$\mu_c = \operatorname{tg} \phi_c \quad \text{Ec. 1.2.5}$$

### 1.2.6. COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICO EN PLANOS INCLINADOS

Si la superficie donde se encuentra un cuerpo que no rueda, se inclina un cierto ángulo ( $\theta$ ), se produce una fuerza equilibrante (E), formada por las componentes F y N, que equilibra al peso (P) del cuerpo como se muestra en la fig. 1.8.

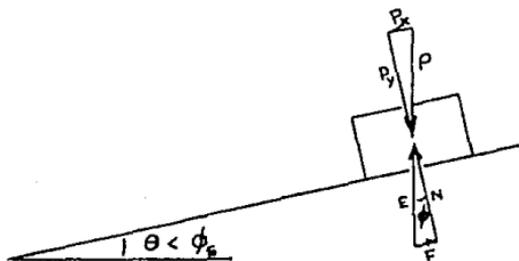


Fig. 1.8

A medida que la superficie se incline a un ángulo mayor; la fuerza de fricción F, crecerá hasta alcanzar el valor máximo donde se hace inminente el movimiento.

En estas condiciones, el ángulo de inclinación ( $\theta$ ) será igual al ángulo de fricción estática ( $\phi_s$ ) de las superficies en contacto, fig. 1.9.

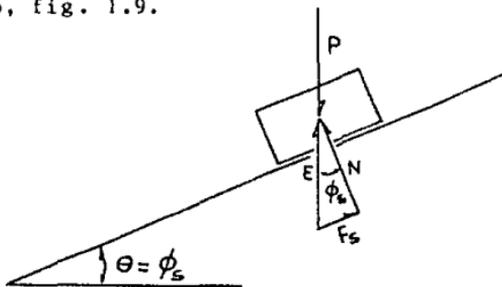


Fig. 1.9

De la fig. 1.9, se encuentra que en el equilibrio estático:

$$\bar{N} = \bar{P} (\cos \theta) \quad \text{Ec. 1.2.6}$$

y

$$\bar{F}_s = \bar{P} (\sen \theta) \quad \text{Ec. 1.2.7}$$

por lo tanto:

$$\mu_s = \frac{\bar{F}_s}{\bar{N}} = \frac{\sen \theta}{\cos \theta}$$

o

$$\mu_s = \operatorname{tg} \theta \quad \text{Ec. 1.2.8}$$

y como  $\phi = \theta$  entonces.

$$\mu_s = \operatorname{tg} \theta.$$

Ec. 1.2.9

La ecuación 1.2.9 demuestra que el coeficiente de fricción estático,  $\mu_s$ , depende sólo del ángulo de inclinación del plano y es independiente del peso del cuerpo que se encuentra sobre él. Esto hace que un plano inclinado, pueda utilizarse como un medio para determinar experimentalmente el valor del coeficiente de fricción estático.

#### 1.2.7 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO EN PLANOS INCLINADOS

Cuando un cuerpo se encuentra en un plano inclinado que tenga un ángulo de inclinación,  $\theta$ , tal que el cuerpo se deslice sobre el plano, el deslizamiento producido será a velocidad constante o con una aceleración constante. En la Fig. 1.10 se muestran las dos posibilidades.

Si el plano tiene un ángulo de inclinación,  $\theta$ , que sea igual al ángulo de fricción cinético; entonces el cuerpo se encuentra en equilibrio dinámico, donde las fuerzas paralelas al plano,  $P_x$  y  $F_c$  son iguales y opuestas. En este caso sólo bastará un ligero impulso para que el cuerpo se deslice

a velocidad constante, Fig. 1.10 (a)

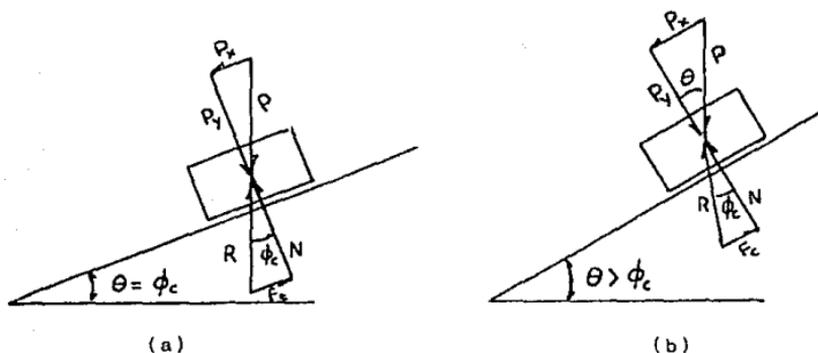


Fig. 1.10

Si el ángulo de inclinación del plano,  $\theta$ , es mayor que el ángulo de fricción cinético entre las dos superficies; se produce un desequilibrio de fuerzas paralelas al plano ( $\bar{P}_x$  y  $\bar{F}_c$ ) como puede observarse en la Fig. 1.10 (b).

En este caso la suma de las fuerza  $\bar{P}_x$  y  $\bar{F}_c$  produce una fuerza resultante,  $\bar{F}_R$ , que acelera al cuerpo en la dirección del plano de acuerdo a la segunda ley de Newton, por lo tanto

$$\bar{F}_R = \bar{P}_x - \bar{F}_c \quad \text{Ec. 1.2.10}$$

donde

$$\bar{P}_x = \bar{P} (\text{sen } \theta) \quad \text{Ec. 1.2.11}$$

$$\bar{P}_y = \bar{P} (\cos \theta) \quad \text{Ec. 1.2.12}$$

$$F_c = \mu_c N \quad \text{Ec. 1.2.2}$$

como las fuerzas que actúan perpendicularmente al plano se encuentran en equilibrio, los valores de  $\bar{P}_y$  y  $\bar{N}$  serán iguales:

$$\bar{P}_y = \bar{N} = \bar{P} (\cos \theta)$$

por lo tanto

$$\bar{F}_R = \bar{P} (\sen \theta - \mu_c \cos \theta) \quad \text{Ec. 1.2.13}$$

como:

$$\bar{P} = m \cdot \bar{g} \quad \text{Ec. 1.2.14}$$

y

$$\bar{F}_R = m \cdot \bar{a} \quad \text{Ec. 1.2.15}$$

entonces:

$$\bar{a} = \bar{g} (\sen \theta - \mu_c \cos \theta) \quad \text{Ec. 1.2.16}$$

donde  $\bar{a}$ , es la aceleración del cuerpo que se desliza sobre el plano.

De la ecuación 1.2.16, se puede obtener el coefi-

ciente de fricción cinético:

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \operatorname{sen} \theta - \frac{\bar{a}}{g} \right) \quad \text{Ec. 1.2.17}$$

Esta ecuación nos muestra que el coeficiente de fricción cinético de un cuerpo sobre un plano inclinado es una función del ángulo de inclinación  $\theta$ , y de la aceleración  $\bar{a}$ , que tenga el cuerpo.

## CAPITULO 2

### DESCRIPCION DE LAS PRACTICAS PROPUESTAS

#### 2.1 CENTROIDES DE SUPERFICIES PLANAS

##### 2.1.1 OBJETIVO

Determinar el centro de gravedad de cuerpos geométricos planos por medio de la intersección de las rectas verticales de suspensión.

Comparar los resultados experimentales con los obtenidos en teoría.

##### 2.1.2 EQUIPO

El material necesario para ésta práctica consiste en:

a) cuatro placas homogéneas de madera (o de lámina, cartulina, acrílico, etc.), de diferentes formas geométricas, con pequeñas perforaciones en la periferia:

- 1) círculo
- 2) cuadrado
- 3) triángulo equilátero
- 4) forma irregular, compuesta de 4 áreas geométricas.

En la Fig. 2.1.1, se muestran las dimensiones de cada uno de los cuerpos:

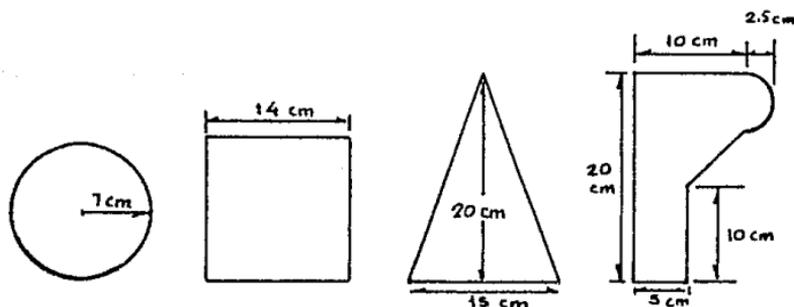


Fig. 2.1.1

- b) cuerda de 25 cm. de longitud y una pesa de 20 g. que servirá como "plomada".
- c) soporte con presa de sujeción y varilla con pivote

del cual se colgarán los cuerpos geométricos y se suspenderá la plomada

- d) hojas de papel milimétrico o cuadriculadas
- e) papel engomado
- f) regla milimétrica de 300 mm.

### 2.1.3 PROCEDIMIENTO

- a) fijar una hoja de papel milimétrico a cada cuerpo geométrico por medio de papel engomado.
- b) colgar el cuerpo en el pivote (en una de las perforaciones) y dejar que oscile libremente hasta alcanzar el equilibrio.
- c) suspender la cuerda con la pesa en el pivote y marcar sobre el papel un punto opuesto a la perforación de suspensión que permite trazar la vertical, ver Fig. 2.1.2

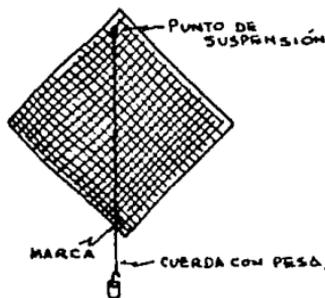


Fig. 2.1.2

- d) repetir la operación b) y c), utilizando otro punto de suspensión

las operaciones descritas se realizarán con los cuatro cuerpos geométricos.

- e) determinar las coordenadas  $\bar{X}_{exp}$  y  $\bar{Y}_{exp}$  de los puntos de intersección de las verticales de cada cuerpo y anotarlas en la tabla 2.1.1.

TABLA 2.1.1

REGISTRO DE DATOS

cuerpo geométrico	$\bar{X}_{exp}$	$\bar{Y}_{exp}$
círculo		
triángulo		
rectángulo		
forma irregular		

2.1.4 CALCULOS

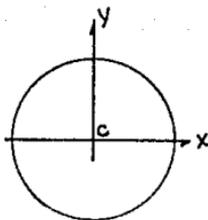
Medir las dimensiones de cada cuerpo geométrico regular y calcular los centroides con las ecuaciones que se tienen de

cada uno:

$$\bar{X} = 0$$

círculo

$$\bar{Y} = 0$$

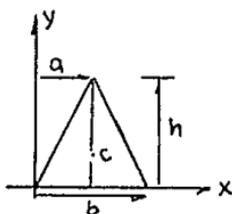


$$\bar{X} = (a + b)/3$$

triángulo

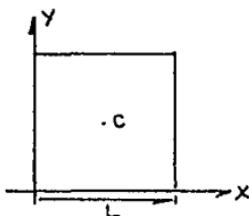
$$\bar{Y} = h/3$$

$$\bar{X} = L/2$$



cuadrado

$$\bar{Y} = L/2$$



Para el caso del cuerpo que representa una forma irregular, se debe dividir el área de la figura en varias áreas de centroides conocidos y aplicar la ecuación del centroide obtenida del Teorema de la Suma de Momentos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i A_i}{A_T}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i A_i}{A_T}$$

### 2.1.5 RESULTADOS

Los valores calculados anotarlos en la tabla 2.1.2

TABLA 2.1.2

### RESULTADOS

cuerpo geométrico	$\bar{X}_{calc}$	$\bar{Y}_{calc}$
círculo		
triángulo		
rectángulo		
forma irregular		

Comparar los resultados de los valores calculados con los valores obtenidos experimentalmente.

## 2.2 COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICO

### 2.2.1 OBJETIVO

Determinar el valor correspondiente al coeficiente de fricción estático entre dos materiales sólidos, en seco, mediante un plano inclinado.

### 2.2.2 EQUIPO

El material necesario para ésta práctica consiste en:

- a) soporte universal con presa de sujeción y varilla
- b) plano de madera con bisagra
- c) trozo de madera
- d) transportador
- e) lámina de aluminio
- f) lámina de acero inoxidable

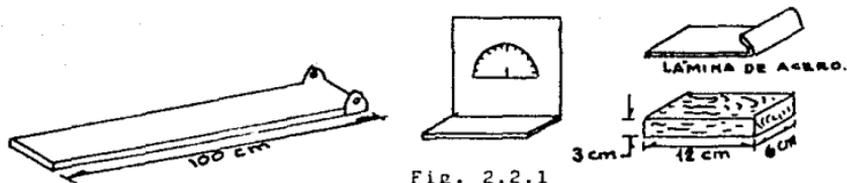


Fig. 2.2.1

En la Fig. 2.2.1 se muestra el material con las dimensiones de cada parte.

### 2.2.3 PREPARACION DE MATERIAL

El plano puede fijarse a cualquier ángulo que se desee elevando la presa de sujeción del soporte que sostiene al plano.

Para medir el ángulo se utiliza el transportador que está fijado a un soporte para facilitar su lectura. Los ángulos pueden medirse hasta una precisión de  $\pm 0.25^\circ$ .

El cuerpo que va a utilizarse para la determinación del coeficiente de fricción estático es de madera con la posibilidad de cambiar la superficie a aluminio y a acero inoxidable por medio de las láminas dobladas que se colocan directamente como zapatas del cuerpo.

### 2.2.4 PROCEDIMIENTO

El procedimiento para las actividades a desarrollar serán:

- a) fijar el plano a un ángulo de aproximadamente  $10^\circ$ ,
- b) colocar el trozo de madera en varias partes del pla-

- no y observar si no existe deslizamiento,
- c) aumentar el ángulo en  $1^\circ$  y repetir el paso (b)
- d) al observar que el trozo (cuerpo) se desliza en varias partes del plano, sin que sea necesario provocar el movimiento; reducir el ángulo  $1^\circ$  y observar si el cuerpo deja de deslizarse.

El ángulo de fricción  $\theta_s$ , será el ángulo que muestre el equilibrio (sin deslizamiento) una unidad de grado menor que el ángulo en el cual el cuerpo se desliza.

- e) se coloca la lámina de aluminio al trozo de madera y se repiten las operaciones anteriores.
- f) se coloca la lámina de acero al trozo de madera y nuevamente se determina el ángulo de fricción estático.
- g) los valores encontrados se registran en la tabla 2.2.1

TABLA 2.2.1

REGISTRO DE DATOS

materiales	$\theta_s$ (grados)
madera-madera	
madera-aluminio	
madera- acero	

## 2.2.5 CALCULOS

Utilizando los datos anteriores se determinan las tangentes de cada ángulo para obtener el coeficiente de fricción estático.

TABLA 2.2.2

## RESULTADOS

materiales	$\theta_s$ (grados)	tg $\theta$
madera-madera		
madera-aluminio		
madera-acero		

NOTA: El coeficiente de fricción estático varía en diversas partes de una superficie, lo que hace necesario que el cuerpo deslizante se coloque en varias partes del plano y observar si el deslizamiento se produce sin ayuda en todas las partes donde se coloque.

Los coeficientes de fricción en general no tienen un valor contante y definido; pueden cambiar en una superficie, por las condiciones que afectan como suciedad, grasa de los dedos, humedad del ambiente, etc.

## 2.3 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO I

### 2.3.1 OBJETIVO

Determinación del valor del coeficiente de fricción cinético entre dos materiales en seco, mediante un plano inclinado.

### 2.3.2 EQUIPO

El material necesario para esta práctica consiste en:

- a) soporte universal con presa de sujeción y varilla
- b) plano de madera
- c) trozo de madera
- d) transportador
- e) lámina de aluminio
- f) lámina de acero inoxidable
- g) cronómetro
- h) regla de 100 cm o flexómetro

Nota: El material utilizado prácticamente es el mismo que se emplea en la práctica del coeficiente de fricción estático con la adición del cronómetro y de la regla.

### 2.3.3 PREPARACION DEL MATERIAL

Antes de realizar las experiencias se deben trazar dos marcas sobre el plano que se encuentren a una distancia de 80 cm.

### 2.3.4 PROCEDIMIENTO

Las actividades comprenden los siguientes pasos:

a) fijar el plano a un ángulo donde el trozo de madera se deslice sin dificultad; se recomienda que no sea demasiado grande,

b) medir el tiempo que emplea el trozo de madera en recorrer la distancia marcada en el plano.

Es necesario repetir esta medición diez veces como mínimo para obtener un promedio aritmético del tiempo

c) sin cambiar el ángulo; repetir las experiencias del paso b), utilizando la lámina de aluminio, y finalmente la lámina de acero inoxidable.

Los datos de los pasos anteriores se anotan en la tabla

#### 2.3.1.

TABLA 2.3.1

## REGISTRO DE DATOS

<p style="text-align: center;">Angulo del plano =    °</p> <p>constantes</p> <p style="text-align: center;">distancia total recorrida = 80 cm.</p>
--

Materiales	t <sub>1</sub> (s)	t <sub>2</sub> (s)	t <sub>3</sub> (s)... t <sub>10</sub> (s)
madera-madera			
madera-aluminio			
madera-acero			

## 2.3.5 CALCULOS

- a) utilizando los tiempos obtenidos; calcular el tiempo promedio (t<sub>m</sub>) por medio de la siguiente ecuación:

$$t_m = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad \text{Ec. 2.3.1}$$

- b) con la ecuación cinética del movimiento uniforme acelerado, calcular la aceleración del trozo de madera:

$$\bar{a} = \frac{2 \bar{d}}{t_m^2} \quad \text{Ec. 2.3.2}$$

- c) calcular el coeficiente de fricción cinético para cada par de materiales empleando la ecuación que se obtiene de un cuerpo que se desliza en un plano inclinado con movimiento acelerado.

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{\bar{g}} \right) \quad \text{Ec. 2.3.2}$$

$\bar{g}$  = aceleración de la gravedad en México.

$$\bar{g} = 9.78 \text{ m/s}^2 = 978 \text{ cm/s}^2$$

### 2.3.6 RESULTADOS

Anotar los resultados de los cálculos anteriores en la tabla 2.3.2

TABLA 2.3.2

Material	$t_m$ (s)	$\bar{a}$ m/s <sup>2</sup>
madera-madera		
madera-aluminio		
madera-acero		

## 2.4 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO II

### 2.4.1 OBJETIVO

Obtener el valor del coeficiente de fricción cinético para varios ángulos, ajustando los datos experimentales.

### 2.4.2 EQUIPO

El desarrollo de esta práctica se lleva a cabo con el equipo que se empleó en la práctica de coeficiente de fricción cinético I:

- a) soporte universal con presa de sujeción y varilla
- b) plano de madera
- c) transportador
- d) lámina de aluminio
- e) lámina de acero inoxidable
- f) cronómetro
- g) regla de 100 cm.

### 2.4.3 PREPARACION DEL MATERIAL

Las indicaciones que se dieron en la práctica de fricción cinética I son las mismas que se aplican a esta práctica.

#### 2.4.4 PROCEDIMIENTO

Las actividades necesarias comprenden los siguientes pasos:

- ajustar el plano inclinado a un ángulo un poco mayor, ( $2^\circ$  o  $3^\circ$ ), que el ángulo límite de fricción estática para el par de materiales que se utilice.
- medir el tiempo que emplea el trozo de madera para recorrer la distancia marcada en el plano. Repetir esta operación diez veces para obtener un promedio del tiempo.
- cambiar el valor del ángulo aumentándolo en  $2^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  y repetir el paso b) para cada valor del ángulo de inclinación del plano. Anotar los datos en la tabla 2.4.1.

TABLA 2.4.1

REGISTRO DE DATOS

	$\theta_1 =$	$\theta_2 =$	$\theta_3 =$	$\theta_4 =$
$t_1$ (s)				
$t_2$				
$t_3$				
$\vdots$				
$t_{10}$				

## 2.4.5 CALCULOS

- a) con los tiempos registrados, calcular el tiempo promedio para cada ángulo con la ecuación:

$$t_m = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad \text{Ec. 2.4.1}$$

- b) con la ecuación cinética del movimiento uniformemente acelerado, calcular la aceleración con:

$$\bar{a} = \frac{2 \bar{d}}{t_m^2} \quad \text{Ec. 2.4.2}$$

- c) calcular el coeficiente de fricción cinético para cada ángulo utilizando la ecuación obtenida de un cuerpo que se desliza en un plano inclinado con movimiento uniformemente acelerado:

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{\bar{g}} \right) \quad \text{Ec. 2.4.3}$$

donde  $\bar{g} = 9.78 \text{ m/s}^2$

## 2.4.6 RESULTADOS

Anotar los resultados obtenidos en los cálculos en la tabla 2.4.2

TABLA 2.4.2

## RESULTADOS

$\theta_1 =$	$\theta_2 =$	$\theta_3 =$	$\theta_4 =$
$t_{m1} =$	$t_{m2} =$	$t_{m3} =$	$t_{m4} =$
$\bar{a}_1 =$	$\bar{a}_2 =$	$\bar{a}_3 =$	$\bar{a}_4 =$
$\mu_{c1} =$	$\mu_{c2} =$	$\mu_{c3} =$	$\mu_{c4} =$

Utilizando los resultados obtenidos graficar en papel milimétrico,  $\theta$  vs  $\mu_c$  para obtener una recta que puede ajustarse utilizando el método de los mínimos cuadrados.

Nota: Esta práctica puede desarrollarse cambiando los materiales en contacto si se utilizan las láminas de aluminio y de acero como se realizó en la práctica de fricción estática.

## CAPITULO 3

### EXPERIMENTACION

#### 3.1 CENTROIDES DE SUPERFICIES PLANAS

Siguiendo el procedimiento dado en la sección 2.1.3, se fijaron hojas de papel milimétrico a cada cuerpo que se recortaron para que ajustaran al área de cada uno. Se colgaron de un soporte y se trazaron tres verticales con la ayuda de una plomada.

Los valores experimentales que se obtuvieron de los centroides de cada cuerpo se encuentran anotados en la Tabla 3.1.1.

La precisión de los datos anotados en la Tabla 3.1.1 son los que se pueden obtener con el papel milimétrico.

TABLA 3.1.1  
Datos experimentales

Cuerpo	$\bar{X}_{exp}$	$\bar{Y}_{exp}$
Círculo	$0.2 \pm 0.1$ cm	$0.0 \pm 0.1$ cm
Triángulo	$7.3 \pm 0.1$ cm	$6.7 \pm 0.1$ cm
Rectángulo	$7.2 \pm 0.1$ cm	$7.2 \pm 0.1$ cm
Forma Irreg.	$4.1 \pm 0.1$ cm	$8.2 \pm 0.1$ cm

### 3.1.1 CALCULOS

La aplicación de las ecuaciones de los centroides para las áreas de figura regular; proporcionaron los valores que se encuentran anotadas en la Tabla 3.1.2.

Para el caso de la figura irregular; se procedió a dividir el área en cuatro áreas regulares tal como lo muestra la figura 3.1.

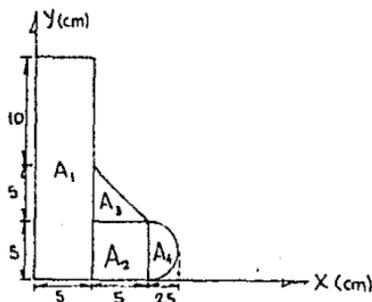


Fig. 3.1

TABLA 3.1.2

## RESULTADOS

Cuerpo	Area (cm <sup>2</sup> )	$\bar{X}_{\text{calc}}$ (cm)	$\bar{Y}_{\text{calc}}$ (cm)
Círculo	153.9 ± 0.1	0.0	0.0
Triángulo	150.0 ± 0.1	7.5 ± 0.05	6.7 ± 0.05
Cuadrado	201.6 ± 0.1	7.1 ± 0.05	7.1 ± 0.05
Forma Irreg.	147.3 ± 0.1	4.3 ± 0.2	8.0 ± 0.2

La comparación de los valores experimentales con los valores calculados nos muestran que coinciden estos valores con una precisión de un 95 por ciento.

## 3.2 COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICO

La experimentación se realizó siguiendo las indicaciones proporcionadas en la sección 2.2.4; para lo cual se fijó el plano a un ángulo de 10°, se colocó el trozo de madera sobre el plano y se fué elevando el plano lentamente hasta alcanzar un deslizamiento del trozo de madera.

En ese punto, se redujo el ángulo en un grado y se

comprobó el estado de reposo del trozo sobre el plano en varias partes del plano. El ángulo que se tomó como ángulo de fricción estático fue el comprendido entre los dos puntos anteriores. Esto se comprobó observando que el trozo mantenía un estado de reposo crítico puesto que cualquier pequeña vibración lo hacía deslizar al tratar de mantenerlo con ese ángulo.

Se repitió este procedimiento con la lámina de aluminio colocada en el trozo de madera. Lo mismo se hizo con la lámina de acero.

Los valores que fueron observados, se muestran en la Tabla 3.2.1

TABLA 3.2.1  
Valores experimentales del ángulo de fricción  
estático

Materiales	$\phi_s$ (grados)
madera - madera	$15.0 \pm 0.25$
madera - aluminio	$14.0 \pm 0.25$
madera - acero	$12.5 \pm 0.25$

Con los valores de los ángulos de fricción estática se determinaron los coeficientes de fricción estático por medio de la ecuación  $\mu_s = \text{tg } \theta_s$ . Los resultados se muestran en la Tabla 3.2.2.

TABLA 3.2.2  
Coeficiente de fricción estático

Materiales	$\mu_s = \text{tg } \theta_s$
Madera-madera	0.270 $\pm$ 0.005
Madera-Aluminio	0.250 $\pm$ 0.005
Madera-Acero	0.220 $\pm$ 0.005

Los valores experimentales de los coeficientes de fricción estático se encuentran dentro del rango de los valores reportados en los libros como puede observarse en la Tabla 1.2.2.

### 3.3 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO I

Para la realización de esta práctica, se fijó el plano a un ángulo de 20° y se midió diez veces el tiempo que requería el trozo de madera para deslizarse una distancia de 70 cm., medida y marcada previamente sobre el plano.

Se repitió la experiencia utilizando el trozo de

madera con la lámina de aluminio colocada en la parte inferior (de deslizamiento) y finalmente se repitió la experiencia utilizando la lámina de acero.

En estas experiencias se encontró que en algunas ocasiones el trozo de madera, con o sin las láminas, giraba al descender; empleando mayor tiempo en la operación. Esto puede deberse a la falta de uniformidad (pulimento) en la superficie del plano de madera. Se omitieron los valores del tiempo empleado en esas ocasiones.

Los valores obtenidos del tiempo se utilizaron para calcular el tiempo promedio con la ecuación:

$$t_m = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

A su vez, estos valores se utilizaron para calcular la aceleración del cuerpo en el plano inclinado con la ecuación:

$$\bar{a} = \frac{2 \bar{d}}{t_m^2}$$

Finalmente se calculó el coeficiente de fricción cinético con la ecuación:

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{g} \right)$$

En la ecuación anterior se empleó  $\theta = 20^{\circ}$  y  $\bar{g} = 9.78$  m/s<sup>2</sup>.

Los datos obtenidos y los resultados de los cálculos realizados se encuentran en las Tablas 3.3.1 y 3.3.2 .

TABLA 3.3.1

Datos obtenidos para  $\bar{d} = 70$  cm y  $\theta = 20^{\circ}$

madera/madera	madera/aluminio	madera/acero
1.11 seg	1.13 seg	0.96 seg
1.06	1.15	0.97
1.04	1.13	0.95
1.10	1.15	0.93
1.09	1.13	0.91
1.09	1.12	0.93
1.13	1.01	0.95
1.09	1.09	0.94
1.09	1.09	0.94
1.05	1.12	0.93

TABLA 3.3.2

## RESULTADOS

	madera/madera	madera/aluminio	madera/acero
$t_m$	$1.09 \pm 0.03$ seg	$1.11 \pm 0.04$ seg	$0.94 \pm 0.02$ seg
$\bar{a}$	$1.18 \pm 0.07$ m/s <sup>2</sup>	$1.14 \pm 0.08$ m/s <sup>2</sup>	$1.58 \pm 0.07$ m/s <sup>2</sup>
$\mu_c$	$0.23 \pm 0.07$	$0.24 \pm 0.08$	$0.19 \pm 0.07$

Como puede observarse en la tabla de resultados, los valores del coeficiente de fricción cinético muestran valores menores que los encontrados para los coeficientes de fricción estático; lo que se encuentra de acuerdo con la teoría de fricción.

### 3.4 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO II

La experimentación de esta práctica se realizó siguiendo el procedimiento indicado en la sección 2.4.4, para ello se colocó el plano inclinado a un ángulo de  $17^\circ$  y se midió diez veces el tiempo empleado por el trozo de madera en recorrer la distancia de 70 cm que se había marcado con anterioridad.

Se repitió esta experiencia con ángulos de  $20^\circ$ ,  $22^\circ$  y  $24^\circ$ . Los valores que se obtuvieron se muestran en la Tabla 3.4.1.

Con los datos de la Tabla 3.4.1 se calcularon los tiempos promedio para cada ángulo, utilizando la ecuación:

$$t_m = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

TABLA 3.4.1

Datos experimentales de tiempo a diversos ángulos  
 distancia = 70 cm  
 material: madera/madera

$\theta = 17^\circ$	$\theta = 20^\circ$	$\theta = 22^\circ$	$\theta = 24^\circ$
1.56seg	1.13seg	0.97seg	0.87 seg
1.56	1.12	1.01	0.86
1.62	1.14	1.00	0.84
1.57	1.09	0.97	0.90
1.37	1.05	0.96	0.88
1.55	1.06	1.03	0.81
1.68	1.13	0.95	0.88
1.56	1.06	0.99	0.87
1.56	1.09	1.01	0.88
1.54	1.09	0.98	0.84

Las aceleraciones adquiridas por el trozo de madera se calcularon con la ecuación cinética:

$$\bar{a} = \frac{2 \bar{d}}{t_m^2}$$

y el coeficiente de fricción cinético por medio de la ecuación:

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{g} \right)$$

Los resultados de los cálculos realizados se muestran en la Tabla 3.4.2.

TABLA 3.4.2  
RESULTADOS

	$\theta = 17^\circ$	$\theta = 20^\circ$	$\theta = 22^\circ$	$\theta = 24^\circ$
$t_m$ (s)	$1.58 \pm 0.08$	$1.13 \pm 0.02$	$0.99 \pm 0.03$	$0.86 \pm 0.02$
$a$ (m/s <sup>2</sup> )	$0.58 \pm 0.06$	$1.10 \pm 0.04$	$1.43 \pm 0.09$	$1.89 \pm 0.03$
$\mu_c$	$0.24 \pm 0.06$	$0.24 \pm 0.04$	$0.24 \pm 0.09$	$0.24 \pm 0.03$

Como puede observarse, el valor del coeficiente de fricción cinético permanece constante en 0.24 para un intervalo de ángulo de  $17^\circ$  a  $24^\circ$  al utilizar los materiales de madera sobre madera. Lo anterior significa que la gráfica de  $\theta$  vs  $\mu_c$  produzca una línea recta horizontal que no requiere de ajuste matemático.

## CAPITULO 4

### PROPOSICION DE UN MANUAL

La realización de un conjunto de prácticas de laboratorio de Física requiere:

- a) conocer el objetivo que tiene la práctica
- b) utilizar apropiadamente el equipo que se dispone
- c) conocer las variables que se van a medir y la precisión que se requiere
- d) saber manejar los datos que se obtienen.

Todo esto facilita al alumno la obtención de resultados que sean los que justifiquen el tiempo empleado en su realización. Por esta razón, se propone un manual que pueda servir como guía para las prácticas propuestas.

#### 4.1 CENTROIDES DE SUPERFICIES PLANAS

##### 4.1.1 Tiempo de desarrollo de la práctica

Preparación del material:	10 min
Experimentación	25 min
Cálculos:	25 min
Tiempo Total	60 min

##### 4.1.2 OBJETIVO DE LA PRACTICA

- a) Determinar el centro de gravedad de cuerpos geométricos planos por medio de la intersección de rectas verticales de suspensión.
- b) Comparar los resultados experimentales con los obtenidos por medio de la teoría.

##### 4.1.3 INTRODUCCION

Todo cuerpo presenta un punto en el cual, la suma de los momentos de las áreas o volúmenes de todas las partes del cuerpo es cero.

La propiedad de simetría de un área permite determinar

los centroides de área como círculos, elipses, rectángulos, etc., basándose en que si el área posee dos ejes de simetría; el centroide se localiza en el punto de intersección de dichos ejes.

Los centroides de área de un cuerpo formado por varias áreas que tengan centroides conocidos, quedan determinados por las ecuaciones:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \qquad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

## 4.1.4

## MATERIAL

- a) Soporte universal con presa de sujeción y varilla con pivote.
- b) cuatro placas homogéneas de madera (o de lámina, cartulina, acrílico, etc.) de las siguientes formas geométricas:
  - 1.- círculo
  - 2.- cuadrado
  - 3.- triángulo equilátero
  - 4.- forma irregular compuesta de cuatro áreas geométricas regulares

- c) cuerda de 25 cm de longitud
- d) pesa de 20 g
- e) regla milimétrica de 300 mm
- f) hojas de papel milimétrico
- g) papel engomado
- h) navaja

## 4.1.5

## ACTIVIDADES

- a) Utilizando como molde a las placas homogéneas, cortar las hojas de papel milimétrico utilizando las placas como molde, para que tengan las mismas áreas de cada figura. Pegarlas con el papel engomado a su respectiva placa homogénea.
- b) Colgar una placa homogénea (utilizando cualquiera de las perforaciones que se encuentran cerca de la periferia) en el eje del soporte.
- c) Suspender la cuerda con la pesa en el pivote y marcar sobre el papel milimétrico un punto opuesto al punto de suspensión. Repetir esta operación en otro punto de suspensión.
- d) Trazar las rectas que unen los puntos de suspensión con los puntos opuestos marcados en c)
- e) Repetir las operaciones b) y c) con los otros cuerpos geométricos.

- f) Determinar las coordenadas  $\bar{X}_{exp}$  y  $\bar{Y}_{exp}$  de los puntos de intersección de las verticales trazadas en cada cuerpo y anotarlas en la tabla de registro de datos. (Tabla 4.1.1.)

TABLA 4.1.1

## REGISTRO DE DATOS

cuerpo geométrico	$\bar{X}_{exp}$	$\bar{Y}_{exp}$
círculo		
triángulo		
cuadrado		
forma irregular		

- g) Con la regla milimétrica medir las dimensiones de cada cuerpo geométrico regular.
- h) Dividir el área de la forma irregular en cuatro áreas de centroides conocidos. Medir las dimensiones de cada área de la forma irregular.

Los datos obtenidos en g) y en h) anotarlos en la tabla 4.1.2.

TABLA 4.1.2

## REGISTRO DE DATOS

cuerpo geométrico	dimensiones	
círculo	diámetro=	
triángulo	base=	altura=
cuadrado	lado=	
forma irregular:		
rectángulo	base=	altura=
cuadrado	lado=	
triángulo	base=	altura=
semicírculo	diámetro=	

## 4.1.6

## CALCULOS

- a) Calcular los centroides de área de cada cuerpo geométrico con las ecuaciones conocidas.
- b) Calcular el centroide de área del cuerpo de forma irregular con las ecuaciones del Teorema de la Suma de Momentos.

Los resultados obtenidos se anotan en la tabla 4.1.3

TABLA 4.1.3

## RESULTADOS

Cuerpo	Area(cm <sup>2</sup> )	$\bar{X}_{calc}$ (cm)	$\bar{Y}_{calc}$ (cm)
círculo			
triángulo			
cuadrado			
forma irreg.			

## 4.1.7

## CUESTIONARIO

- 1.- ¿Coinciden los centroides obtenidos experimentalmente con los calculados mediante las ecuaciones?
- 2.- ¿Que hubiera sucedido si el material utilizado para los cuerpos geométricos no fuera homogéneo?
- 3.- ¿Si las perforaciones para suspender los cuerpos se hicieran de mayor diámetro; en que afectaría al centroide experimental?
- 4.- ¿Porqué es necesario dejar que el cuerpo oscile libremente en su punto de suspensión?
- 5.- ¿Afecta al centroide de área calculado el hecho de dividir el área de la figura irregular?

## 4.1.8

## OBRAS CONSULTADAS

BEER Ferdinand P., y Johnston E. Russell "Mecánica Vectorial para Ingenieros" Estática. Mc Graw Hill México, 3a. Edición (1983)

MERIAM J. L. "Engineering Mechanics" Statics & Dynamics (I y II). John Wiley & Sons. (1980)

Snyder R. D. y Byars E. F. "Engineering Mechanics" Mc Graw Hill Kogakusha, Ltd. (1973)

## 4.2 COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICO

### 4.2.1 Tiempo de desarrollo de la práctica

Preparación del	10 min
Experimentación	10 min
Cálculos	10 min
Tiempo Total	30 min

### 4.2.2 OBJETIVO DE LA PRACTICA

Determinar el valor correspondiente al coeficiente de fricción estático entre dos materiales sólidos en seco, mediante un plano inclinado.

### 4.2.3 INTRODUCCION

La fricción en sólidos (sin lubricar) se produce cuando sus superficies estén en contacto bajo una condición de deslizamiento o con una tendencia a deslizar. Se desarrolla como una reacción a una fuerza aplicada.

La ecuación empírica que la representa esta dada por:

$$F_s = \mu_s N$$

donde:

$F_s$  = fuerza de fricción estática

$\mu_s$  = coeficiente de fricción estático

$N$  = fuerza normal al plano

El coeficiente de fricción estático es una propiedad intrínseca de la interfase entre los sólidos y está determinado por los materiales, el estado de lubricación o contaminación de la interfase.

En un plano inclinado, se encuentra que la tangente del ángulo máximo de inclinación,  $\theta$ , que permite al cuerpo permanecer en reposo será igual al coeficiente de fricción estático entre las superficies de contacto, o sea que:

$$\mu_s = \operatorname{tg} \theta$$

#### 4.2.4

#### MATERIAL

- a) plano de madera
- b) soporte universal con presa de sujeción y varilla
- c) transportador
- d) trozo de madera

- e) lámina de aluminio
- f) lámina de acero inoxidable

## 4.2.5

## ACTIVIDADES

- a) fijar el plano a un ángulo de aproximadamente  $10^\circ$ ;
- b) colocar el trozo de madera en varias partes del plano y observar si no existe deslizamiento;
- c) aumentar el ángulo en  $1^\circ$  y repetir el paso b);
- d) al observar que el trozo de madera se desliza en varias partes del plano (sin provocar el movimiento) entonces reducir el ángulo en  $1^\circ$  y observar si el cuerpo no se desliza.

El ángulo que muestra el equilibrio en reposo será una unidad de grado menor que el ángulo que permita el deslizamiento;

- e) repetir los pasos anteriores utilizando las láminas de aluminio y de acero inoxidable colocadas previamente al trozo de madera;
- f) anotar los valores de los ángulo encontrados en la tabla 4.2.1

TABLA 4.2.1

## REGISTRO DE DATOS

Materiales	$\theta_s$ (grados)
madera-madera	
madera-aluminio	
madera-acero	

## 4.2.6

## CALCULOS

Determinar las tangentes de los ángulos para obtener el coeficiente de fricción estático. Anotar los resultados en la tabla 4.2.2

TABLA 4.2.2

Materiales	$\theta_s$ (grados)	tg $\theta$
madera-madera		
madera-aluminio		
madera-acero		

comparar los resultados.

#### 4.2.7 CUESTIONARIO

- 1.- ¿Qué materiales presentan mayor coeficiente de fricción estático?
- 2.- ¿Por qué es necesario colocar el trozo de madera en varias partes del plano?
- 3.- ¿Por qué se considera el ángulo de fricción estático como  $1^\circ$  menor del ángulo que permite el deslizamiento?
- 4.- ¿Qué valores se hubieran encontrado de coeficientes de fricción estático, si el área de contacto entre los materiales fuera mayor?

#### 4.2.8

#### OBRAS CONSULTADAS

BEER Ferdinand P. y Johnston E. Russell "Mecánica Vectorial para Ingenieros", Estática, Mc Graw Hill México 3a. Edición (1983)

MEINERS Harry F., Eppenstein Walter y Moore Kenneth H. "Experimentos de Física". Editorial Limusa, México (1980)

RESNICK Robert y Halliday David. "Física" parte I. Com

paña Editorial Continental, S. A. (1980)

### 4.3 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO

#### 4.3.1 Tiempo de desarrollo de la práctica

Preparación de material:	10 min
Experimentación	20 min
Cálculos	30 min
Tiempo Total	60 min

#### 4.3.2 OBJETIVO

Determinación del valor del coeficiente de fricción cinético entre dos materiales en seco, mediante un plano inclinado.

#### 4.3.3 INTRODUCCION

El deslizamiento de un cuerpo sólido sobre una superficie desarrolla una fuerza que se opone al deslizamiento conocida como fricción cinética.

La ecuación empírica de esta fuerza está dada por:

$$F_c = \mu_c N$$

donde:

$$\begin{aligned} \mu_c &= \text{coeficiente de fricción cinético} \\ \vec{N} &= \text{fuerza normal al plano} \end{aligned}$$

Se conoce que la fuerza de fricción cinética es independiente del área de contacto y bastante independiente de la velocidad relativa de las superficies.

Al deslizarse un cuerpo sólido sobre un plano inclinado se produce una fuerza de fricción cinética que retarda el movimiento acelerado. En estas condiciones el coeficiente de fricción cinético está expresado por:

$$\mu_c = \frac{l}{\cos \theta} \left( \text{sen } \theta - \frac{\bar{a}}{\bar{g}} \right)$$

donde:

- $\theta$  = ángulo de inclinación del plano
- $\bar{a}$  = aceleración del cuerpo deslizante
- $\bar{g}$  = aceleración de la gravedad

#### 4.3.4

#### MATERIAL

- a) soporte universal con presa de sujeción y varilla
- b) plano de madera

- c) trozo de madera
- d) transportador
- e) lámina de aluminio
- f) lámina de acero inoxidable
- g) cronómetro
- h) regla de 100 cm o flexómetro

## 4.3.5

## ACTIVIDADES

- a) trazar dos marcas sobre el plano que se encuentren a una distancia de 80 cm,
- b) fijar el plano a un ángulo que permita el deslizamiento del trozo de madera ( $18^\circ$  a  $22^\circ$ ),
- c) medir el tiempo que emplea el trozo de madera en recorrer la distancia marcada en el plano. Se repite esta operación un mínimo de diez veces,
- d) repetir las experiencias del paso c), utilizando la lámina de aluminio y la lámina de acero inoxidable,
- e) anotar los datos obtenidos en la tabla 4.3.1.

Nota: Descartar los tiempos si se observa que el trozo de madera gira al deslizarse por el plano.

TABLA 4.3.1

## REGISTRO DE DATOS

distancia recorrida = constantes: angulo del plano =				
materiales	$t_1$	$t_2$	$t_3$	.... $t_{10}$
madera-madera				
madera-aluminio				
madera-acero				

## 4.3.6

## CALCULOS

Con los tiempos obtenidos, calcular el tiempo promedio con:

$$t_m = \frac{\sum t_n}{n} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_{10}}{10}$$

Calcular la aceleración y el coeficiente de fricción cinético con:

$$\bar{a} = \frac{2 \bar{d}}{t_m^2}$$

donde:  $\bar{d}$  = distancia recorrida

$t_m$  = tiempo promedio

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{\bar{g}} \right)$$

donde:

$\theta$  = ángulo del plano en grados

$\bar{a}$  = aceleración del cuerpo

$\bar{g}$  = aceleración de la gravedad ( $9.78\text{m/s}^2$ )

Los resultados de los cálculos anotarlos en la tabla

#### 4.3.2

TABLA 4.3.2

#### RESULTADOS

	madera-madera	madera-aluminio	madera-acero
$t_m$			
$\bar{a}$			
$\mu_c$			

#### 4.3.7

#### CUESTIONARIO

1.- ¿Qué efecto se produce si se aumenta el ángulo

del plano?

- 2.- ¿Por qué no debe permitirse que el cuerpo deslizante gire mientras desciende?
- 3.- ¿Qué materiales tienen menor coeficiente de fricción cinético?
- 4.- ¿Los valores de los coeficientes de fricción cinético son mayores que los de fricción estático?  
¿Por qué?

#### 4.3.8 \_

#### OBRAS CONSULTADAS

BEER Ferdinand P., y Johnston E. Russell "Mecánica Vectorial para Ingenieros" Estática. Mc Graw Hill México (1980)

MEINERS Harry F., Eppenstein Walter y Moore Kenneth H. "Experimentos de Física". Editorial Limusa, México (1980)

RESNICK Robert y Halliday David. "Física" parte I. Compañía Editorial Continental, S.A. (1980)

#### 4.4 COEFICIENTE DE FRICCIÓN CINÉTICO 11

##### 4.4.1 Tiempo de desarrollo de la práctica

Preparación de material	10 min
Experimentación	20 min
Cálculos	30 min
Tiempo total	60 min.

##### 4.4.2 OBJETIVO

Obtener el valor del coeficiente de fricción cinético para varios ángulos de un plano inclinado.

##### 4.4.3 INTRODUCCION

El coeficiente de fricción cinético entre dos cuerpos sólidos en seco puede determinarse con el uso de un plano inclinado mediante la ecuación:

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{g} \right)$$

donde:

- $\theta$  = ángulo de inclinación del plano
- $\bar{a}$  = aceleración del cuerpo deslizante
- $\bar{g}$  = aceleración de la gravedad ( $9.78 \text{ m/s}^2$ )

## 4.4.4

## MATERIAL

- a) soporte universal con presa de sujeción y varilla
- b) plano de madera
- c) trozo de madera
- d) transportador
- e) cronómetro
- f) regla graduada de 100 cm o flexómetro

## 4.4.5

## ACTIVIDADES

- a) trazar dos marcas sobre el plano que se encuentren a una distancia de 80 cm,
- b) fijar el plano a un ángulo de inclinación de  $18^\circ$ ,
- c) medir el tiempo que emplea el trozo de madera en recorrer la distancia marcada en el plano. Repetir esta operación diez veces,
- d) cambiar el ángulo de inclinación a  $20^\circ$ ,  $22^\circ$ , y  $24^\circ$  y repetir el paso c),
- e) anotar los datos obtenidos en la tabla 4.4.1.

TABLA 4.4.1

## REGISTRO DE DATOS

materiales: madera-madera				
distancia recorrida =				
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
$t_1$				
$t_2$				
$t_3$				
.				
.				
.				
$t_{10}$				

## 4.4.6

## CALCULOS

a) con los tiempos obtenidos calcular el tiempo promedio para cada ángulo utilizando la ecuación:

$$t_m = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

b) utilizando los tiempos promedios calculados en a) determinar las aceleraciones adquiridas por el trozo de madera con la ecuación cinética:

$$\bar{a} = \frac{2 \bar{d}}{t_m^2}$$

c) calcular los coeficientes de fricción cinético para cada ángulo con la ecuación:

$$\mu_c = \frac{1}{\cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\bar{a}}{g} \right)$$

d) anotar los resultados de los cálculos efectuados en la tabla 4.4.2

TABLA 4.4.2

RESULTADOS

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
$t_m$				
$\bar{a}$				
$\mu_c$				

Utilizando los resultados obtenidos graficar en papel

milimétrico  $\theta$  vs  $\mu_c$ .

e) si es necesario ajuste la recta con el método de mínimos cuadrados.

#### 4.4.7

#### CUESTIONARIO

- 1.- ¿Cambia notablemente el coeficiente de fricción cinético al cambiar el ángulo de inclinación del plano?
- 2.- ¿Cuál es el efecto producido si se comete un error al fijar el ángulo del plano inclinado?
- 3.- Si el trozo de madera fuera de mayor peso; ¿En qué afectaría al coeficiente de fricción cinético?
- 4.- ¿Cómo se podría cambiar el coeficiente de fricción cinético?
- 5.- ¿Cuál de las mediciones realizadas en la práctica se puede considerar crítica?

#### 4.4.8

#### OBRAS CONSULTADAS

- BEER Ferdinand P., y Johnston E. Russell "Mecánica Vectorial para Ingenieros" Estática. Mc Graw Hill México (1980)
- MERIAM J. L. "Engineering Mechanics" Statics & Dynamics, John Wiley & Sons, (1980)

RESNICK Robert y Halliday David. "Física" parte I.  
Compañía Editorial Continental, S.A. (1980)

## CAPITULO 5

### CONCLUSIONES

Se puede indicar que aun cuando estas prácticas fueron realizadas utilizando el equipo e instrumentos de medición que normalmente se encuentran en un laboratorio de Física tales como soportes, reglas y cronómetros, complementadas con equipo que se construyó con materiales comunes (madera y lámina); los resultados obtenidos demostraron que se alcanzaron los objetivos propuestos.

A medida que se desarrolló la parte de experimentación se hicieron comentarios con respecto a lo observado que se indicaron en ese capítulo. También podemos establecer las siguientes conclusiones:

#### 5.1

#### Centroides de superficies planas

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

79

Está práctica se realiza fácilmente y puede llevarse a cabo en una sesión de laboratorio de una hora.

Los resultados que se obtienen cumplen con el objetivo de la práctica y muestran una alta precisión.

Se pueden hacer cuerpos con diversas áreas irregulares para que se practique mas ampliamente.

El material para esta práctica lo puede aportar el alumno.

## 5.2 Coeficiente de Fricción Estático

Los resultados obtenidos experimentalmente alcanzan el objetivo propuesto para la práctica y muestran que se encuentran dentro de los valores previstos para los coeficientes de fricción estáticos.

El alumno puede aportar el material o parte del material utilizado para la práctica.

La práctica puede realizarse en una sesión de una hora de laboratorio.

También se encuentra que es posible cambiar el objetivo con pocas adiciones de material. Por ejemplo se puede utilizar para mostrar la independencia del tamaño del área, o la independencia del peso.

### 5.3 Coeficientes de Fricción Cinéticos (I y II)

Estas prácticas se efectúan con facilidad y se pueden realizar en dos sesiones de laboratorio de una hora.

Los resultados de la experimentación muestran que se logran los objetivos con buena precisión, aunque esto tiene relativa importancia respecto a los coeficientes de fricción por la naturaleza de la fricción.

El equipo se adapta fácilmente para otro enfoque como en el caso del coeficiente de fricción estático y es posible utilizarlo para otro tipo de prácticas tales como movimiento uniformemente acelerado, segunda ley de Newton, energía potencial y cinética, etc.

De las conclusiones anteriores se puede afirmar que las prácticas propuestas en este trabajo tienen amplias posibilidades de utilizarse en el curso de laboratorio de Física de la Facultad de Química.

## CAPITULO 6

## OBRAS CONSULTADAS

BAIRD, D. C. Experimentation: An introduction to measurement and experiment design. Prentice Hall, Inc Englewood Cliffs. New Jersey. (1962)

BEER Ferdinand P., y Johnston E. Russell "Mecánica Vectorial para Ingenieros" Dinámica. Mc Graw Hill México, 3a. Edición. (1979)

BEER Ferdinand P., y Johnston E. Russell "Mecánica Vectorial para Ingenieros" Estática. Mc Graw Hill México, 3a. Edición. (1983)

BRUCH Charles D. "Mechanics for technology" John Wiley & Sons, Inc. (1976)

Colegio de Física de la E.N.P. Prácticas de Física II  
Universidad Nacional Autónoma de México. (1984)

CRANDALL H. Stephen, Dahl Norman C. y Lardner Thomas  
J. Editors. "An introduction to the mechanics of so-  
lids". Mc Graw Hill Kogakusha, Ltd. (1978)

DAISH C.B. y Fender D. H. "Física experimental para  
estudios elementales y superiores". Unión Tipográfica  
Editorial Hispano Americana. México, 1a. Edición  
(1964)

DUNCAN Tom. "Advanced Physics. Materials and Mecha-  
nics" Vol. I. John Murray. London. 2nd. Edition  
(1981)

FEATHER N. "Matter and Motion" Penguin Books 1a. Edi-  
tion (1970)

FEYMAN Richard, Leighton Robert y Sands Matthew "Lec-  
tures on Physics" Addison-Wesley Publishing Co. Vol.  
I. (1966)

FRIED Robert "Introductory Physics" Allyn and Bacon  
(1966)

García de Gúdal Antonio y otros., Actividades prácticas de Física y Química. Editorial Dossat, S.A. (1980)

GENZER Irwin y Youngner Philip. Laboratorio de Física Investigaciones., Publicaciones Cultural, S.A. (1972)

GERFIN Richard. "Laboratory Investigations for Modern Physical Science" Teacher's Edition Holt, Rinehart & Wiston, Inc. (1974)

GUERRA, Vela C. y Sotelo González H. Manual de laboratorio de Física para maestros., Editorial Trillas, (1979)

HEWITT Paul G. "Conceptual Physics" Little, Brown and Co. (1981)

HOLMAN J.P. "Experimental Methods for Engineers". McGraw Hill Book Co. (1966)

INGARD UNO y Kraushaar William L., "Introduction to mechanics, matter and waves" Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1960)

LEHRMAN Robert L. "Scientific Experiments in Physics"  
Holt, Rinehart & Winston, Inc. New York (1962)

LINDHOLM STIG, Física General, equipo de experimentos  
Norsted. Guía de trabajos prácticos. Bok-Och Reklam-  
tryck Ab, Stockholm (1961)

MC ALEXANDER Aaron; "Experiments for technical phy-  
sics" Allyn & Bacon, Inc. 2a. Edition (1979)

MEINERS, Harry F. Ed. Physics Demonstration Experi-  
ments Vol. I American Asociation of Physics Teachers  
The Ronald Press, (1970)

MEINERS Harry F., Eppenstein Walter y Moore Kenneth  
H. "Experimentos de Física". Editorial Limusa, México  
(1980)

MERIAM J. L. "Engineering Mechanics" Statics & Dyna-  
mics (I y II). John Wiley & Sons, (1980)

MORONES Gregorio, Prácticas de laboratorio de Física  
Editorial Harla, S.A (1979)

NASH William A. "Strength of materials" Schaum Publishing Co. (1957)

Nuffield foundation, Nuffield physics guide to experiments. Vol. IV. Longmans, Green and Co. Ltd. (1979)

Phywe, catálogo P 503s: Física, material de demostración., Phywe Aktiengesellschaft, Gottingen (s.a.)

RABINOWICZ Ernest. "An introduction to experimentation" Addison-Wesley Publishing Co. (1970)

REIMANN Arnold L. "Physics, Mechanics and Heat" Vol. I. Barnes & Noble International Inc. (1971)

RESNICK Robert y Halliday David. "Física" parte I. Compañía Editorial Continental, S.A. (1980)

RIVEROS HECTOR G. y ROSAS LUCIA. "El método Científico aplicado a las ciencias experimentales". Editorial Trillas, S.A. (1984)

Sargent-Welch Science Education., Catalog 1980-1981  
Sargent-Welch Scientific Co.

SCHOOLS COUNCIL/LOUGHBOROUGH UNIVERSITY OF TECHNOLOGY  
"Engineering Science Project" Dynamics Macmillan Edu-  
cation Limited, (1974)

SCIENCE TEACHERS' WORKSHOP Editors "Best of physics  
from science teachers' Workshop" Parker Publishing  
Co. Inc. (1972)

SHAMES IRVING H., Ingeniería Mecánica. Estática Vol.  
I. Herrero Hnos., Sucrs., S.A. (1969)

SHORTLEY George and Dudley Williams "Principles of  
College Physics". Prentice-Hall, Inc. (1967)

SQUIRES, G. L., Física Práctica. McGraw Hill México,  
(1972)

Stollberg Robert & Hill Faith Fitch., Physics : Funda-  
mentals and frontiers. Teacher's Edition, Houghton  
Mifflin Co. (1967)

THE OPEN UNIVERSITY "El manejo de datos experimenta-  
les". Curso básico de Ciencias, unidad E. Libros  
McGraw Hill de México, S.A. (1970)

WALTON, HARRY; "The How and why of mechanical movements" Popular Science Publishing Co. Inc. (1968)

WEIDNER, R. T. y SELLS, R. L. "Elementos de Física Clásica" Libro 1. Publicaciones Cultural S.A. (1980)

WHITE, Marsh W. y Manning Kenneth V. "Experimental College Physics, a Laboratory Manual" Mc Graw Hill Book Co. (1954)

WILLIAMS John E., Trinklein Frederick E. y Metcalfe H. Clark "Física Moderna" Nueva Editorial Interamericana, S.A. de C.V. (1982)

WOOD W. G. and Martin D.G. "Experimental Method" The Athlone Press University of London (1974).