UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

OBTENCION DE LA RESISTIVIDAD APARENTE EN DISPOSITIVOS NORMALES DE REGISTROS DE POZOS UTILIZANDO LA TECNICA DE SIMPSON

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE;

INGENIERO GEOFISICO

P R E S E N T A :

JOSE ALAN SANCHEZ ROCK

MEXICO, D. F. 1990

INDICE

RESUMEN

El modelo de roca ideal en registros eléctricos de pozos para la prospección de hidrocarburos, consiste de tres capas cilíndricas caracterizadas por resistividades homogéneas. La segunda capa del modelo representa la zona de invasión, donde bajo circunstancias reales, la resistividad no es constante, sólo cambia con la distancia del radio interno de los cilindros.

Esta condición se tomó en consideración, bajo la premisa de que la solución del problema eléctrico directo para tales casos es muy complicada. En algunas clases de invasión, el perfil de resistividad puede aproximarse por muchas capas cilíndricas de resistividades homogéneas. Una fórmula recursiva puede obtenerse para muchas capas, el problema puede solucionarse simplemente por el cálculo numérico hecho del estudio de las inhomogeneidades de la zona de invasión.

Las resistividades aparentes del arreglo normal se calculan, teniendo en el perfil de resistividad un incremento lineal en la zona de invasión. Los resultados muestran que no hay error en la determinacion de la resistividad verdadera, excepto en las invasiones profundas, donde hay pequeñas variaciones con el perfil de resistividad lineal.

Se desarrolló un programa que permite calcular la resistividad aparente utilizando la técnica de integración de Simpson 3/8 , en donde las variables de entrada son:

NCAPAS.- No. de capas cilindricas

NOBS.- No. de observaciones

TOL.- Tolerancia del área a integrar (Variable de control del programa)

Z.- Distancia entre electrodos de corriente y potencial

RHO.- Resistividades de los medios

RADIO.- Radio de las capas cilindricas

N1.- No. de muestras del primer ciclo

N.- No. de muestras para los demás ciclos

Dando como resultado a la variable de salida

RHOAP.- Resistividad aparente

El algoritmo permite en un caso dado con pequeñas modificaciones obtener curvas teóricas de comparación.

INTRODUCCION

En registros de pozos hay dos modelos para los cuales el problema directo es solucionado. Uno consiste en una serie de capas planas con fronteras paralelas.
El otro modelo es cilíndrico y consiste en una serie de capas concéntricas las cuales están separadas una de otra por cilindros coaxiales infinitos. Cada capa es homogénea e isotrópica con resistividad específica.

El primer modelo se usa para definir las fronteras de las capas y para la elaboración de clasificación cualitativa de diferentes zonas. El segundo se usa para la interpretación cuantitativa de mediciones eléctricas en la determinación de resistividades específicas de las capas cilíndricas.

Este modelo cilíndrico tiene dos a tres capas. En el caso de dos capas, las capas son la columna del lodo y la zona no contaminada de la roca, en el caso de tres capas, la zona contaminada está entre el lodo y la zona virgen; esta es la zona de invasión y ocurre para rocas permeables y porosas, el lodo infiltrado mejor conocido como filtrado de lodo penetra en los poros de la roca formando una mezcla con los fluidos originales.

El contenido del filtrado de lodo decrece con el incremento de la distancia del radio del pozo.

La resistividad especifica de la zona invadida o zona de invasión cambia con la distancia desde el pozo. El modelo como tal tiene un carácter más realista para la solución del problema de registros de pozos, sólo que parece ser difícil la solución de la ecuación de Laplace para este caso.
En otras áreas de aplicación geofísica la solución de problemas similares estan hechas por técnicas recursivas, la zona inhomogénea es aproximada por delgadas capas homogéneas y la solución se determina por una ecuación recursiva, capa por capa, esta ecuación recursiva será desarrollada para el problema de registros eléctricos de pozos.

CAPITULO I

Planteamiento del problema

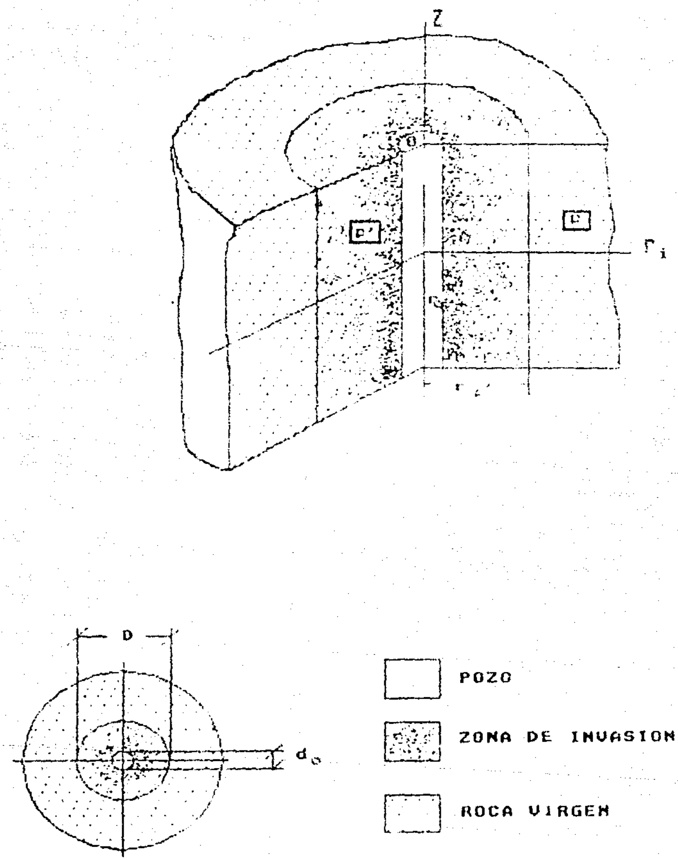
MEDIO CON LIMITES COAXIALES CILINDRICOS

El problema teórico de la naturaleza de funciones potenciales en medios con fronteras coaxiales cilíndricas, se presenta en el caso práctico de pozos perforados de diámetro do y resistividad, ρ_0, que penetra una capa de espesor infinito y que tiene una resistividad ρ_t. En suma puede existir una capa cilíndrica entre las paredes del pozo y la roca virgen, la cual no se ha saturado con el filtrado del lodo y por lo tanto tiene una tercera resistividad, ρ_i.

Una formulación más exacta del problema es como sigue: Si tenemos un agujero perforado con radio do/2 y lleno con lodo de resistividad ρ_0.

El pozo está rodeado por cilindros infinitos con radio exterior r_1 y llenos con roca de resistividad ρ_i, ρ_t. Requerimos de encontrar el potencial a lo largo del eje del pozo.

Se utilizará un sistema de coordenadas cilíndricas, con el eje Z alineado a lo largo del eje del pozo y el origen en la fuente corriente. Por conveniencia definiremos nuestras mediciones lineales en términos del radio del pozo, $r = r/r_0$ y $z = z/r_0$.


Z
D
POZO
ZONA DE INVASION
ROCA VIRGEN

Las funciones potenciales $U_0(r,z)$ $U_1(r,z)$ y $U_t(r,z)$ para el campo eléctrico en el pozo y en los medios alrededor deben satisfacer las siguientes condiciones:

1.- Satisfacer la ecuación de Laplace: $\nabla^2 U = 0$; en cada punto excepto en el origen. Como se tiene simetría axial, la ecuación se reduce a la forma

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \qquad (1)$$

2.- A distancias muy grandes, $R = \sqrt{r^2 + z^2} \longrightarrow \infty$ el potencial se aproxima a cero.

3.- Cerca de la fuente, la función potencial se aproxima al potencial debido a la fuente en un medio uniforme isotrópico teniendo una resistividad ρ_0 :

$$U_0\Big|_{\sqrt{r^2 + z^2} \longrightarrow 0} = \frac{\rho_0}{4\pi r o}\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

(2)

y cuando R $\longrightarrow$ 0 la función potencial tendera a convertirse en infinita en el mismo orden que 1/R . De aquí que la función potencial tendrá la forma:

$$U_0^{(total)} = U_0 + U_0^{*} \qquad (3)$$

donde U_0^{*} es finita y continua y satisface la ecuación de Laplace en todos los puntos del agujero excepto en el origen donde es cero.

4.- Entre las fronteras de los diversos medios, debe de haber continuidad en el potencial:

$$U_0 \Big|_{r=1} = U_1 \Big|_{r=1} \qquad (4)$$

$$U_1 \Big|_{r=r_1} = U_t \Big|_{r=r_1} \qquad (5)$$

5.- La componente normal de la densidad de corriente a través de las fronteras es contínua

$$\frac{1}{\rho_0} \left. \frac{\partial U_0}{\partial r} \right|_{r=1} = \frac{1}{\rho_1} \left. \frac{\partial U_1}{\partial r} \right|_{r=1} \qquad (6)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \left. \frac{\partial U_1}{\partial r} \right|_{r=r_1} = \frac{1}{\rho_t} \left. \frac{\partial U_t}{\partial r} \right|_{r=r_1} \qquad (7)$$

6.- La función potencial es la misma para valores negativos de z y para valores positivos de z.

Se utilizará el método de Fourier para resolver la ecuación (1) y se considerará una solución la cual sea el producto de dos funciones:

$$U = f(r)\phi(z)$$

donde $f(r)$ es una función sólo de r y $\phi(z)$ es una función sólo de z; diferenciando esta solución, sustituyendo en (1), y dividiendo entre el producto $f(r)\phi(z)$ se tiene:

$$\frac{f''(r)}{f(r)} + \frac{1}{r}\frac{f'(r)}{f(r)} + \frac{\phi''(z)}{\phi(z)} = 0 \qquad (8)$$

haciendo

$$\frac{\phi''(z)}{\phi(z)} = -m^2$$

$$\phi''(z) + m^2\phi(z) = 0$$

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) - m^2 f(r) = 0$$

la solución particular de la primera de estas ecuaciones contendrá funciones sen mz y cos mz ; y para la segunda, las soluciones serán funciones de Bessel de primera y segunda clase, Io(mr) y Ko(mr) de orden cero para pequeños argumentos.

Por lo tanto la solución de la ecuación (1) consistirá de productos Io(mr) sen mz , Io(mr) cos mz, Ko(mr) sen mz y Ko(mr) cos mz .

Como la condición (6) requiere de que el potencial no dependa del signo de z, la solución de la ecuación (1) no puede contener términos de la forma Io(mr) sen mz y Ko(mr) sen mz y por lo tanto sus coeficientes deben de ser cero.

De aquí que la solución de la ecuación (1) debe de ser

$$U = \int_0^\infty A(m) Io(mr) \cos mz \, dm + \int_0^\infty B(m) Ko(mr) \cos mz \, dm \tag{9}$$

donde A(m) y B(m) son funciones del parámetro m. En un caso especial deben de ser constantes.

En el medio 0 (agujero), la función potencial debe de satisfacer las condiciones de las ecuaciones 2 y 3.

$$Uo = \frac{\rho_o \, I}{4\pi ro} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\rho_o \, I}{2\pi^2 ro} \int_0^\infty Ko(mr) \cos mz \, dm \tag{10}$$

la última ecuación se obtuvo de la fórmula de Weber-Lipshitz.

La función Uo^{*}, debe de ser finita y continua a través de todo el espacio, no puede contener términos tales como Ko(mr), el cual tiende a infinito como r tiende a cero.

La ecuación (3) se satisface si

$$Bo(m) = \frac{\rho_0 I}{2\pi^2 ro}$$

$$Uo^{*} = \int_0^{\infty} Ao(m) Io(mr) \cos mz \, dm$$

La función potencial en el medio 0 estará dada por la siguiente ecuación

$$Uo = \frac{\rho_0 I}{2\pi^2 ro} \int_0^{\infty} Ko(mr) \cos mz \, dm + \int_0^{\infty} Ao(m) Io(mr) \cos mz \, dm \tag{11}$$

En el medio ρ', el potencial es:

$$U_{\rho'} = \int_0^\infty A_{\rho'}(m) I_o(mr) \cos mz \, dm + \int_0^\infty B_{\rho'}(m) K_o(mr) \cos mz \, dm \tag{12}$$

En el medio más alejado, ρ, el potencial no puede tener términos de $I_o(mr)$ el cual tiende a hacerse infinito para valores grandes del argumento r. El potencial será:

$$U_\rho = \int_0^\infty B_\rho(m) K_o(mr) \cos mz \, dm \tag{13}$$

Por conveniencia en los cálculos, se multiplicará cada uno de los factores $A_o(m)$, $A_{\rho'}(m)$, $B_{\rho'}(m)$ y $B_\rho(m)$ por los correspondientes factores.

$$\frac{2\pi^2 ro}{\rho_o\ I}\ ,\quad \frac{2\pi^2 ro}{\rho_{p'} I}\ ,\quad \frac{2\pi^2 ro}{\rho_{p'} I}\quad y\quad \frac{2\pi^2 ro}{\rho_p\ I}$$

Por lo que se tendrán las nuevas funciones

$$Co(m) = \frac{2\pi^2 ro}{\rho_o\ I}\ Ao(m)$$

$$Cp'(m) = \frac{2\pi^2 ro}{\rho_{p'} I}\ Ap'(m)$$

$$Dp'(m) = \frac{2\pi^2 ro}{\rho_{p'} I}\ Bp'(m)$$

$$Dp(m) = \frac{2\pi^2 ro}{\rho_p\ I}\ Bp(m)$$

Con estas definiciones, las ecuaciones (11), (12) y (13) se pueden reescribir como sigue:

$$Uo = \frac{\rho_o\ I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Ko(mr)\cos mz\ dm + \int_0^\infty Co(m)Io(mr)\cos mz\ dm\right]$$

(14)

$$Up' = \frac{\rho_{p'} I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Cp'(m)Io(mr)\cos mz\ dm + \int_0^\infty Dp'(m)Ko(mr)\cos mz\ dm\right]$$

(15)

$$Up = \frac{\rho_p\ I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Dp(m)Ko(mr)\cos mz\ dm\right] \qquad (16)$$

Para evaluar las funciones $Co(m)$, $Cp'(m)$, $Dp'(m)$ y $Dp(m)$, utilizaremos las condiciones a la frontera en las ecuaciones (4) a (7). Si hacemos sustituciones en las ecuaciones (14) y (15) de tal manera que $r = 1$ y en la (15) y (16) que $r = rp'$ y luego igualando este par de ecuaciones, obtenemos, primero para $r = 1$.

$$\frac{\rho_o\ I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Co(m)Io(m)\cos mz\ dm + \int_0^\infty Ko(m)\cos mz\ dm\right] =$$

$$\frac{\rho_{p'} I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Cp'(m)Io(m)\cos mz\ dm + \int_0^\infty Dp'(m)Ko(m)\cos mz\ dm\right]$$

Cancelando los términos:

$$\int_0^{\infty} \left\{ \rho_o \left[Co(m)Io(m) + Ko(m) \right] - \rho_{p'} \left[Cp'(m)Io(m) + Dp'(m)Ko(m) \right] \right\}$$

$$\cos mz \, dm = 0 \qquad (17)$$

y el otro par en rp'

$$\frac{\rho_{p'} I}{2\pi^2 ro} \left[\int_0^{\infty} Cp'(m)Io(mrp') \cos mz \, dm \right.$$

$$\left. + \int_0^{\infty} Dp'(m)Ko(mrp') \cos mz \, dm \right] =$$

$$\frac{\rho_p I}{2\pi^2 ro} \left[\int_0^{\infty} Dp(m)Ko(mrp') \cos mz \, dm \right]$$

anulando términos

$$\int_0^\infty \left\{ \rho_{p'} \left[C_{p'}(m) I_o(mr_{p'}) + D_{p'}(m) K_o(mr_{p'}) \right] - \rho_p D_p(m) K_o(mr_{p'}) \right\} \cos mz \, dm = 0 \qquad (18)$$

Las ecuaciones (17) y (18) se pueden tomar para cada valor de Z solo si las expresiones bajo los signos de la integral son iguales en cada caso:

$$\rho_o C_o(m) I_o(m) + \rho_o K_o(m) - \rho_{p'} C_{p'}(m) I_o(m) - \rho_{p'} D_{p'}(m) K_o(m) = 0 \qquad (19)$$

y

$$\rho_{p'} C_{p'}(m) I_o(mr_{p'}) + \rho_{p'} D_{p'}(m) K_o(mr_{p'}) - \rho_p D_p(m) K_o(mr_{p'}) = 0 \qquad (20)$$

De manera de aplicar las condiciones a la frontera (6) y (7) (condición de continuidad de corriente), debemos primero diferenciar las expresiones para las funciones potenciales, ecuaciones (14)-(16), con respecto a r. Para hacer esto, hacemos uso de las identidades de la función Bessel.

$$Io'(x) = I_1(x) \qquad\qquad Ko'(x) = -K_1(x)$$

donde los apóstrofes indican las derivadas completas de las funciones de Bessel correspondientes. Utilizando estas identidades, los gradientes de potencial son:

$$\frac{\partial Uo}{\partial r} = \frac{\rho_0 I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Co(m)Io'(mr)\cos mz\, m\, dm + \int_0^\infty Ko'(mr)\cos mz\, m\, dm\right] =$$

$$\frac{\rho_0\ I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Co(m)I_1(mr)\cos mz\ m\ dm - \int_0^\infty K_1(mr)\cos mz\ m\ dm\right]$$

(21)

$$\frac{\partial U_{p'}}{\partial r} = \frac{\rho_{p'}\ I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty C_{p'}(m) Io'(mr)\cos mz\ m\ dm\right.$$

$$\left. + \int_0^\infty D_{p'}(m)\ Ko'(mr)\cos mz\ m\ dm\right] =$$

$$\frac{\rho_{p'}\ I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty C_{p'}(m)I_1(mr)\cos mz\ m - \int_0^\infty D_{p'}(m)K_1(mr)\cos mz\ m\ dm\right]$$

(22)

$$\frac{\partial U_p}{\partial r} = \frac{\rho_p\ I}{2\pi^2 ro}\int_0^\infty D_p(m)Ko'(mr)\cos mz\ m\ dm =$$

$$- \frac{\rho_p\ I}{2\pi^2 ro}\int_0^\infty D_p(m)K_1(mr)\cos mz\ m\ dm \qquad (23)$$

Aplicando la condición a la frontera, dividiendo (21) por ρ_0, (22) por $\rho_{p'}$, haciendo la sustitución de $r = 1$ e igualando las dos expresiones

$$\int_0^\infty Co(m)I_1(m) \cos mz\, m\, dm - \int_0^\infty K_1(m) \cos mz\, m\, dm =$$

$$\int_0^\infty C_{p'}(m)I_1(m) \cos mz\, m\, dm - \int_0^\infty D_{p'}(m)K_1(m) \cos mz\, m\, dm$$

agrupando en una sola integral

$$\int_0^\infty \left[Co(m)I_1(m) - K_1(m) - C_{p'}(m)I_1(m) + D_{p'}(m)K_1(m) \right] \cos mz\, m\, dm \tag{24}$$

Dividiendo (22) por $\rho_{p'}$ y (23) por ρ_p, tomando $r = r_{p'}$ e igualando las dos expresiones, se satisface la condición a la frontera en $r_{p'}$.

$$\int_0^{\infty} C_{p'}(m) I_1(mr_{p'}) \cos mz \; m \; dm - \int_0^{\infty} D_{p'}(m) K_1(mr_{p'}) \cos mz \; m \; dm$$

$$= \; - \int_0^{\infty} D_p(m) K_1(mr_{p'}) \cos mz \; m \; dm$$

Agrupando los términos bajo un sólo signo de integral

$$\int_0^{\infty} \left[C_{p'}(m) I_1(mr_{p'}) - D_{p'}(m) K_1(mr_{p'}) + D_p(m) K_1(mr_{p'}) \right] \cos mz \; m \; dm$$

$$= 0 \qquad (25)$$

Las ecuaciones (24) y (25) pueden ser válidas para todos los valores de z sólo si son iguales los términos bajo los signos de la integral:

$$C_o(m) I_1(m) - K_1(m) - C_{p'}(m) I_1(m) + D_{p'}(m) K_1(m) = 0 \qquad (26)$$

$$C_{p'}(m) I_1(mr_{p'}) - D_{p'}(m) K_1(mr_{p'}) + D_p(m) K_1(mr_{p'}) = 0 \qquad (27)$$

Las ecuaciones (19), (20), (26) y (27) constituyen un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas $Co(m)$, $C_{p'}(m)$, $D_{p'}(m)$, $D_p(m)$ las cuales pueden resolverse por expresiones explícitas.

Estamos interesados sólo en la función potencial para el medio 0, el lodo de perforación en el cual la sonda esta colocada, requiere sólo de calcular el factor $Co(m)$ para usarse en la ecuación (14). Podemos determinar esta ecuación utilizando operaciones con determinantes.

$$Co(m) = \frac{NCo}{\Delta}$$

donde NCo y Δ son dos determinantes formados a partir de los coeficientes y de los términos independientes, de la familia de ecuaciones:

$$NCo = \begin{vmatrix} -\rho_0\, Ko(m) & -\rho_{p'} Io(m) & -\rho_{p'} Ko(m) & 0 \\ 0 & \rho_{p'} Io(mr_{p'}) & \rho_{p'} Ko(mr_{p'}) & -\rho_p Ko(mr_{p'}) \\ K_1(m) & -I_1(m) & K_1(m) & 0 \\ 0 & I_1(mr_{p'}) & -K_1(mr_{p'}) & K_1(mr_{p'}) \end{vmatrix}$$

$$= (\rho_p - \rho_{p'})(\rho_{p'} - \rho_0)\Big[I_1(mr_{p'})K_1(m) - I_1(m)K_1(mr_{p'})\Big]K_0(m)K_0(mr_{p'})$$

$$+ \frac{(\rho_p - \rho_{p'})\rho_{p'}K_0(mr_{p'})K_1(mr_{p'})}{m} + \frac{\rho_{p'}(\rho_p - \rho_0)K_0(m)K_0(mr_{p'})}{mr_{p'}} \tag{28}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \rho_0 I_0(m) & -\rho_{p'} I_0(m) & -\rho_{p'} K_0(m) & 0 \\ 0 & \rho_{p'} I_0(mr_{p'}) & \rho_{p'} K_0(mr_{p'}) & -\rho_p K_0(mr_{p'}) \\ I_1(m) & -I_1(m) & K_1(m) & 0 \\ 0 & I_1(mr_{p'}) & -K_1(mr_{p'}) & K_1(mr_{p'}) \end{vmatrix}$$

$$= (\rho_p - \rho_{p'})(\rho_{p'} - \rho_0)\Big[I_0(m)K_1(mr_{p'}) + I_1(mr_{p'})K_0(m)\Big]I_1(m)K_0(mr_{p'})$$

$$+ (\rho_p - \rho_{p'})\rho_0 \frac{I_1(mr_{p'})K_0(mr_{p'})}{m} + (\rho_{p'} - \rho_0)\rho_p \frac{I_1(m)K_1(m)}{mr_{p'}}$$

$$+ \frac{\rho_{p'}\rho_0}{m^2 r_{p'}} \tag{29}$$

Si dividimos cada una de estas ecuaciones características por $m^2 r_{p'}/\rho_0\rho_{p'}$, podemos expresar las resistividades en términos de las relaciones $\mu_{p',o} = \rho_{p'}/\rho_0$ y $\mu_{p,p'} = \rho_p/\rho_{p'}$. Después de hacer esto, dividimos la ecuación (28) por la (29) para encontrar la solución de Co(m).

$$Co(m) = \frac{[I_1(mr_{p'})K_1(m) - I_1(m)K_1(mr_{p'})]\ Ko(m)Ko(mr_{p'})(\mu_{p,p'} - 1)}{[Io(m)K_1(mr_{p'}) + I_1(mr_{p'})Ko(m)]\ I_1(m)Ko(mr_{p'})(\mu_{p,p'} - 1)}$$

$$\frac{m^2 r_{p'}(\mu_{p',o} - 1) + Ko(mr_{p'})K_1(mr_{p'})(\mu_{p,p'} - 1)\mu_{p',o}\ mr_{p'} +}{m^2\ r_{p'}(\mu_{p',o} - 1) + I_1(mr_{p'})Ko(mr_{p'})(\mu_{p,p'} - 1)mr_{p'} + I_1(m)Ko(m)}$$

$$\frac{+\ Ko(m)K_1(m)(\mu_{p',o} - 1)m}{(\mu_{p',o} - 1)m\ +\ 1} \qquad (30)$$

En los puntos a lo largo del eje z, donde r es cero, tenemos $Io(mr) = Io(0) = 1$, así

$$Uo\Big|_{r=0} U = \frac{\rho_0\, I}{2\pi^2 ro}\left[\int_0^\infty Ko(mr)\cos mz\, dm + \int_0^\infty Co(m)\cos mz\, dm\right]$$

$$= \frac{\rho_0 \; I}{2\pi^2 ro} \left[\frac{\pi}{2\;z} + \int_0^\infty Co(m) \cos mz \; dm \right] \qquad (31)$$

Si hacemos la sustitución en (31) de $z = L = L/ro$ y utilizando la expresión para el potencial se obtiene una fórmula para la resistividad aparente medida con una sonda de gradiente de potencial.

$$\rho_a = \rho_0 \left[1 + \frac{2\;L}{\pi} \int_0^\infty Co(m) \cos mL \; dm \right] \qquad (32)$$

para la cual obtenemos

$$\frac{\rho_a}{\rho_0} = 1 + \frac{2\;L}{\pi} \int_0^\infty Co(m) \cos mL \; dm \qquad (33)$$

Si tomamos el gradiente de potencial a lo largo del eje del pozo,

$$E = - \left(\frac{\partial U_0}{\partial z} \right)_{z=L} = \frac{\rho_0 I}{2\pi^2 ro^2} \left[\frac{2 L^2}{\pi} + \int_0^\infty Co(m) \text{ sen } mL \text{ } m \text{ } dm \right]$$

y usando la definición para la resistividad aparente medida con una sonda de gradiente

$$\rho_a = \rho_0 \left[1 + \frac{2 L^2}{\pi} \int_0^\infty Co(m) \text{ sen } mL \text{ } m \text{ } dm \right] \qquad (34)$$

o

$$\frac{\rho_a}{\rho_0} = 1 + \frac{2 L^2}{\pi} \int_0^\infty Co(m) \text{ sen } mL \text{ } m \text{ } dm \qquad (35)$$

CAPITULO II

Resolución del problema

CARACTERISTICAS DE LA FUNCION Co

La evaluación de las integrales en las ecuaciones (33) y (35) debe hacerse numéricamente y envuelve gran dificultad. Considerando qué condiciones se deben de tomar en cuenta en la evaluación de éstas expresiones, primero estudiaremos el comportamiento de los integrandos $Co(m) \cos mL$ en el rango de 0 a ∞.

Cuando el argumento de la función Co(m) es finita, el numerador y denominador en la ecuación (30) es también finita y no cero, Co(m) es también finita y no cero en el rango.

Cuando m se aproxima a cero, se tienen las condiciones:

$$I_0(m) \longrightarrow 1$$

$$I_1(m) \longrightarrow m/2$$

$$I_1(mr_p') \longrightarrow mr_p'/2$$

$$K_0(m) \longrightarrow -(\ln(m/2) + C)$$

$$K_0(mr_p') \longrightarrow -(\ln(mr_p')/2) + C)$$

$$K_1(m) \longrightarrow 1/m$$

$$K_1(mr_p') \longrightarrow 1/mr_p'$$

donde la constante C, es 0.577215 . Así el valor de Co(m) para pequeños argumentos es:

$$Co(m)_{m \longrightarrow o} = \frac{\left[\frac{mr_{p'}}{2} \frac{1}{m} - \frac{m}{2} \frac{1}{mr_{p'}} \right] (\ln \frac{m}{2} + C)(\ln \frac{mr_{p'}}{2} + C)}{\left[\frac{1}{mr_{p'}} - \frac{mr_{p'}}{2} (\ln \frac{m}{2} + C) \right] \frac{m}{2} (-(\ln \frac{mr_{p'}}{2} + C))}$$

$$\frac{(\mu_{p',o} - 1)(\mu_{p,p'} - 1)m^2 r_{p'} - (\ln \frac{mr_{p'}}{2} + C) \frac{1}{mr_{p'}} (\mu_{p,p'} - 1)}{(\mu_{p',o} - 1)(\mu_{p,p'} - 1)m^2 r_{p'} - \frac{mr_{p'}}{2} (\ln \frac{mr_{p'}}{2} + C) (\mu_{p,p'} - 1)}$$

$$\frac{\mu_{p',o}\ mr_{p'} - (\ln \frac{m}{2} + C) \frac{1}{m} (\mu_{p',o} - 1)\ m}{mr_{p'} - \frac{m}{2} (\ln \frac{m}{2} + C) (\mu_{p',o} - 1)\ m + 1} =$$

$$= \left[\mu_{p',o} (\mu_{p,p'} - 1) (\ln \frac{mr_{p'}}{2} + C) + (\mu_{p',o} - 1) (\ln \frac{m}{2} + C) \right]$$

$$= - \left[(\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln m + \frac{\rho_p - \rho_{p'}}{\rho_0} \ln r_{p'} - (\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln 2 - C \right]$$

$$= -\left(\frac{\rho_p}{\rho_o} - 1\right) \ln m + D \qquad (36)$$

donde $D = \left(\frac{\rho_p}{\rho_o} - 1\right) (\ln (2) - C) - \left(\frac{\rho_p - \rho_{p'}}{\rho_o}\right) \ln r_{p'}$

es un número que no depende de m.

Vemos en esta última ecuación que si $\rho_p = \rho_o$ cuando m se aproxima a cero, la función Co(m) tiende a ser infinita en el orden de ln (m) y cuando $\rho_p > \rho_o$ la función $Co(m) \longrightarrow +\infty$, mientras que si $\rho_p < \rho_o$, entonces $Co(m) \longrightarrow -\infty$.

Para grandes valores del argumento $mr = x$ tenemos las siguientes condiciones asintóticas

$$Io(x) \longrightarrow \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}$$

$$Ko(x) \longrightarrow \frac{\pi}{2x} e^{-x} \longrightarrow 0$$

$$I_1(x) \longrightarrow \frac{e^{x}}{\sqrt{2\pi x}}$$

$$K_1(x) \longrightarrow \frac{\pi}{2\,x}\; e^{-x} \longrightarrow 0$$

Usando estas expresiones asintóticas, tenemos:

$$I_1(mr_{p'})K_1(m) - I_1(m)K_1(mr_{p'}) = \frac{1}{2m\sqrt{r_{p'}}}\left[e^{m(r_{p'}-1)}\; e^{m(1-r_{p'})}\right]$$

$$K_o(m)K_o(mr_{p'}) = \frac{\pi}{2m\sqrt{r_{p'}}}\; e^{-m(1+r_{p'})}$$

$$K_o(mr_{p'})K_1(mr_{p'}) = \frac{\pi}{2m\sqrt{r_{p'}}}\; e^{-2mr_{p'}}$$

$$Ko(m)K_1(m) = \frac{\pi}{2\,m}\ e^{-2m}$$

Ahora podemos evaluar el numerador en la ecuación (30) para grandes valores de m.

$$\left[I_1(mr_{p'})K_1(m) - I_1(m)K_1(mr_{p'}) \right]$$

$$Ko(m)Ko(mr_{p'})(\mu_{p',o} - 1)(\mu_{p,p'} - 1)m^2 r_{p'}$$

$$+\ \mu_{p',o}(\mu_{p',p} - 1)Ko(mr_{p'})K_1(mr_{p'})mr_{p'} + Ko(m)K_1(m)(\mu_{p',o} - 1)\ m$$

$$= \frac{1}{2m\sqrt{r_{p'}}}\ \frac{\pi}{2m\sqrt{r_{p'}}}\ e^{m(r_{p'}-1)}\ e^{m(1-r_{p'})}\ e^{-m(1+r_{p'})}$$

$$(\mu_{p,p'} - 1)(\mu_{p,o} - 1)m^2 r_{p'} + \mu_{p',o}(\mu_{p,p'} - 1)\ \frac{\pi}{2m\sqrt{r_{p'}}}\ e^{-2mr_{p'}}\ mr_{p'}$$

$$+ \frac{\pi}{2\ m}\ e^{-2m}\ (\mu_{p',o} - 1)\ m$$

$$= \frac{\pi}{4}\ (\mu_{p',o} - 1)\ (\mu_{p,p'} - 1)\ e^{-2m} + \frac{\pi}{2}\ \mu_{p',o}(\mu_{p,p'} - 1)\ e^{-2mr_{p'}}$$

$$+ \frac{\pi}{2}\ (\mu_{p',o} - 1)\ e^{-2m} \longrightarrow 0$$

(37)

Así la función Co(m) también tiende a cero para grandes valores del argumento.

Las expresiones bajo los signos de la integral en la ecuaciones (31) a (35) son oscilatorias, pero están contenidas dentro de la envolvente dada por las funciones Co(m) y mCo(m) como sea el caso. Como el argumento m aumenta desde 0 a ∞ , el periodo de la función oscilatoria aumenta a través del mismo rango.

El denominador en la expresión Co(m) tiende a convertirse en infinito como m se vuelve pequeña y cuando se multiplica por sen mL o cos mL , oscila con un periodo que cambia como m va desde 0 a ∞ . La naturaleza oscilatoria del integrando en las ecuaciones (31) a (35) hace virtualmente imposible evaluar estas funciones sin el recurso de métodos indirectos.

Cuando $\rho_u = \rho_0$ y si el argumento m es pequeño podemos auxiliarnos de una función $\phi o(m)$ la cual satisface las siguientes dos condiciones:

a) La suma $Co^{*}(m) = Co(m) + \phi o(m)$ debe de ser finita y continua para todos los valores de m desde 0 hasta mo, donde mo es un número arbitrario escogido para el cual la función Co(m) es finita. Cuando m es mayor que mo, tomamos $\phi o = 0$.

De esta manera se rompe la integral en las ecuaciones (31) y (34) en partes como sigue:

$$\int_0^{\infty} Co^{*}(m) \cos mL \, dm = \int_0^{\infty} \left[Co(m) + \phi o(m) \right] \cos mL \, dm$$

$$- \int_0^{\infty} \phi o(m) \cos mL \, dm$$

b) La función $\phi o(m)$ debe ser tal que la evaluación de la integral

$$\int_0^{m0} \phi o(m) \cos mL \, dm$$

sea razonablemente sencilla.

Una función que satisface estos requerimientos es la expresión asintótica de Co(m) para valores pequeños de m .

$$Co(m) = - (\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln m + D$$

Si tomamos

$$\phi o(m) = \left(\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1\right) \ln m + C_1$$

La constante C_1 puede evaluarse para la condición limite $m = mo$:

$$\phi o(mo) = \left(\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1\right) \ln mo + C_1 = 0$$

y resolviendo para C_1:

$$C_1 = - \left(\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1\right) \ln mo$$

y también

$$\phi o(m) = (\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln \frac{m}{mo} \qquad (38)$$

Usando esta expresión para $\phi o(m)$, la función

$$Co^{*}(m) = -(\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln m + D + (\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln \frac{m}{mo}$$

$$= D - (\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1) \ln mo$$

$$= (\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1)(\ln 2 - \ln mo - C) - \frac{\rho_p - \rho_{p'}}{\rho_0} \ln r_{p'} = cte.$$

Es finita para todos los valores de m desde 0 a ∞ como $m \longrightarrow 0$.

La función que hemos seleccionado satisface el segundo requerimiento también.

La integral de esta función es fácilmente evaluada.

$$\int_0^{mo} \phi o(m) \cos mL \, dm = \left(\frac{\rho_p}{\rho_o} - 1\right) \int_0^{mo} \ln \frac{m}{mo} \cos mL \, dm$$

$$= - \frac{\left(\frac{\rho_p}{\rho_o} - 1\right)}{L} \int_0^{\infty} \frac{\text{sen } mL}{mL} \, d(mL) = - \frac{\left(\frac{\rho_p}{\rho_o} - 1\right)}{L} \text{ sinc } (moL)$$

(39)

donde sinc es la designación para la función integral seno, para la cual hay tablas disponibles.

En práctica, es conveniente escoger a mo como 0.64 tal que

$$\int_0^{.64} \phi o(m) \cos mL \, dm = - \frac{\left(\frac{\rho_p}{\rho_o} - 1\right)}{L} \text{ sinc } (0.64 \, L)$$

y así:

$$\int_0^\infty Co(m) \cos mL \, dm = \int_0^\infty Co^*(m) \cos mL \, dm + \frac{\left(\frac{\rho_p}{\rho_0} - 1\right)}{L} \operatorname{sinc}(0.64\, L) \tag{40}$$

donde la función $Co^*(m)$, como se dijo antes, es finita y continua a través de todo el rango de integración.

Ahora evaluaremos la integral infinita formando una serie de integrales infinitas, en la cual cada integral sobre un rango finito de limite desde $2\pi k/L$ a $2\pi(k+1)/L$, donde k es una secuencia de enteros que comienzan con cero.

$$\int_0^\infty Co^*(m) \cos mL \, dm = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} Co^*(m) \cos mL \, dm$$

$$= \int_{0}^{2\pi/L} \sum_{k=0}^{\infty} Co^{\bullet}(n + \frac{2\pi k}{L}) \cos nL \, dn$$

$$= \int_{0}^{\pi/2L} \sum_{k=0}^{\infty} Co^{\bullet}(n + \frac{2\pi k}{L}) \cos nL \, dn$$

$$+ \int_{\pi/2L}^{\pi/L} \sum_{k=0}^{\infty} Co^{\bullet}(n + \frac{2\pi k}{L}) \cos nL \, dn$$

$$+ \int_{\pi/L}^{3\pi/2L} \sum_{k=0}^{\infty} Co^{\bullet}(n + \frac{2\pi k}{L}) \cos nL \, dn$$

$$+ \int_{3\pi/2L}^{2\pi/L} \sum_{k=0}^{\infty} Co^{\bullet}(n + \frac{2\pi k}{L}) \cos nL \, dn \qquad (41)$$

donde $n = m - 2\pi k/L$

Estas funciones son simétricas en n, y si trasladamos la variable n en las últimas tres integrales de una manera apropiada, se convertirán igual a la variable n en la primera integral, y así podemos llamar a esta función la cual es igual para los cuatro integrandos como una nueva función en m. Las traslaciones que necesitamos hacer son $n = \pi/L - n''$ en la segunda integral, $n = \pi/L + n'''$ en la tercera integral y $n = 2\pi/L - n''''$ en la cuarta integral, así obtenemos

$$\int_0^{\infty} Co^{*}(m)\cos mL\,dm = \int_0^{\pi/2L} \sum_{k=0}^{\infty} \Big[Co^{*}\left(\frac{2\pi k}{L} + m\right) - Co^{*}\left(\frac{2k+1}{L}\pi - m\right)$$

$$- Co^{*}\left(\frac{2k+1}{L}\pi + m\right) + Co^{*}\left(\frac{2k+2}{L}\pi - m\right)\Big] \cos mL\,dm$$

De esta manera, hemos reducido los límites de integración desde 0 a ∞ a 0 a $\pi/2L$.

En la evaluación de las integrales en las ecuaciones (34) y (35), no necesitamos introducir una función arbitraria, únicamente escogiendo los límites de integración en el rango de 0 a $\pi/2L$, sino utilizando una transformación apropiada de variables:

$$\int_0^\infty mCo(m) \text{ sen } mL \, dm = \int_0^{\pi/2L} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\left(\frac{2\pi k}{L} + m\right) Co\left(\frac{2\pi k}{L} + m\right) \right.$$

$$+ \left(\frac{2k+1}{L} \pi - m\right) Co\left(\frac{2k+1}{L} \pi - m\right)$$

$$- \left(\frac{2k+1}{L} \pi + m\right) Co\left(\frac{2k+1}{L} \pi + m\right)$$

$$\left. - \left(\frac{2k+2}{L} \pi - m\right) Co\left(\frac{2k+2}{L} \pi - m\right) \right] \text{ sen } mL \, dm$$

(42)

Si no necesitamos considerar los efectos de la zona de flujo alrededor del pozo, los cálculos se simplifican. En tal caso, las dos funciones de potencial, una describiendo el campo en la columna de lodo y la otra describiendo el campo en la roca, estan dadas por:

$$Uo = \frac{\rho_0 \; I}{2\pi^2 ro} \left[\int_0^\infty Co(m) Io(mr) \cos mz \; dm + \int_0^\infty Ko(mr) \cos mz \; dm \right]$$

y

$$Up = \frac{\rho_p \; I}{2\pi^2 ro} \int_0^\infty Dp(m) Ko(mr) \cos mz \; dm$$

Las condiciones a la frontera dadas para resolver las constantes.

$$\rho_0 Ko(m) + \rho_0 Co(m) Io(m) - \rho_p Dp(m) Ko(m) = 0$$

$$- K_1(m) + Co(m) I_1(m) + Dp(m) K_1(m) = 0$$

La solución para Co(m) es

$$Co(m) = \frac{(\rho_p - \rho_o)\, Ko(m)K_1(m)}{(\rho_p - \rho_o)\, I_1(m)Ko(m) + \frac{\rho_o}{m}}$$

$$= \frac{(\mu_{p,o} - 1)\, Ko(m)K_1(m)\, m}{(\mu_{p,o} - 1)\, I_1(m)Ko(m) + 1}$$

La cual tiende a infinito para valores pequeños de m.

Una inspección de las ecuaciones (33) y (35) muestran que la relación de resistividad aparente a la resistividad del lodo, ρ_a/ρ_o es una función sólo de las relaciones: el radio del espaciamiento L al diámetro del pozo do ; la relación de la resistividad de la zona del filtrado a la resistividad del lodo, $\rho_{p'}/\rho_o$ y la relación de la resistividad de la roca a la resistividad del lodo, ρ_p/ρ_o . Si disminuimos la relación L/do arbitrariamente a un valor pequeño.

$$\frac{2\ L}{\pi} \int_0^{\infty} Co(m)\ \cos mL\ dm \longrightarrow 0$$

$$\frac{2\ L^2}{\pi} \int_0^{\infty} mCo(m)\ \text{sen}\ mL\ dm \longrightarrow 0$$

Así, como $L \longrightarrow 0$, tenemos la condición:

$$\left(\frac{\rho_a}{\rho_0}\right)_{L \longrightarrow 0} \longrightarrow 1$$

que es, para espaciamientos de electrodos muy pequeños, la resistividad aparente prácticamente es igual a la resistividad del lodo. Esto sirve para la sonda de gradiente y la de potencial.

Si consideramos que sucede si el espaciamiento de electrodos aumenta sin límite, tenemos

$$\frac{2\,L}{\pi} \int_0^{\infty} Co^{*}(m) \cos mL \, dm \underset{L \longrightarrow \infty}{=}$$

$$\frac{2\,L}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} Co^{*}(m) \cos mL \, dm \underset{L \longrightarrow \infty}{\longrightarrow} 0$$

De manera de mostrar esto, integraremos las series por partes

$$\frac{2\,L}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} Co^{*}(m) \cos mL \, dm =$$

$$\frac{2\,L}{\pi} \Big\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{L} \left[Co^{*}\left(\frac{2k+2}{L}\,\pi\right) \text{sen}\,(2k+2)\pi - Co^{*}\left(\frac{2\pi k}{L}\right) \text{sen}\,2k\pi \right]$$

$$- \sum_{k=0}^{\infty} \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} \frac{\partial Co^{*}(m)}{\partial m} \text{sen}\,mL \, dm \Big\}$$

$$= \frac{2}{\pi} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[Co^{*}(\frac{2k+2}{L}\pi) \text{ sen } (2k+2)\pi - Co^{*}(\frac{2\pi k}{L}) \text{ sen } 2\pi k \right.\right.$$

$$\left.\left. - \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} \frac{\partial Co^{*}(m)}{\partial m} \text{ sen } mL \, dm \right] \right\}$$

Pero, sen $2\pi(k+1)$ y sen $2\pi k$ son igual a cero:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[Co^{*}(\frac{2k+2}{L}\pi) \text{ sen } (2k+2)\pi - Co^{*}(\frac{2\pi k}{L}) \text{ sen } 2k\pi \right] = 0$$

y asi, se tiene:

$$\frac{2\ L}{\pi} \int_{0}^{\infty} Co^{*}(m) \cos mL \ \ dm =$$

$$- \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} \frac{\partial Co^{*}(m)}{\partial m} \text{ sen } mL \, dm$$

Para valores muy grandes de L, el rango de integración es muy corto, de tal manera que la derivada $\partial Co^{*}(m)/\partial m$ se puede considerar constante en cada intervalo.

$$\int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} \frac{\partial Co^{*}(m)}{\partial m} \text{ sen } mL \, dm =$$

$$\frac{\partial Co^{*}(m)}{\partial m} \int_{2\pi k/L}^{2\pi(k+1)/L} \text{ sen } mL \, dm =$$

$$\frac{1}{L} \frac{\partial Co^{*}(m)}{\partial m} \left[\cos 2\pi k - \cos 2\pi(k+1) \right] = 0$$

y así

$$\frac{2\,L}{\pi} \int_0^{\infty} Co^{*}(m) \cos mL \, dm = 0$$

por lo tanto, cuando L es muy grande:

$$\frac{2\,L}{\pi} \int_0^{\infty} Co(m) \cos mL \, dm = - \frac{2\,L}{\pi} \int_0^{mo} \phi o(m) \cos mL \, dm$$

$$= \frac{2}{\pi} \; \frac{\rho_p - \rho_0}{\rho_0} \; \text{sinc} \; (moL)$$

Cuando L es grande; la integral se aproxima al límite $\pi/2$ tenemos

$$\frac{2L}{\pi}\int_0^\infty Co(m)\cos mL\, dm \longrightarrow \frac{\rho_p - \rho_0}{\rho_0}$$

y así

$$\left(\frac{\rho_a}{\rho_0}\right)_{L\longrightarrow\infty} \longrightarrow \rho_0\left[1+\frac{\rho_p-\rho_0}{\rho_0}\right] = \frac{\rho_p}{\rho_0} \qquad (43)$$

que es , para espaciamientos de electrodos muy grandes, el valor que limita la resistividad aparente medida cuando la sonda de potencial o gradiente es muy cercana a la resistividad de la roca.

Cuando no hay zona de filtrado-flujo, la resistividad aparente varia suavemente desde un valor muy cercano a la resistividad de la roca para grandes espaciamientos. A espaciamientos de electrodos moderadamente grandes, la resistividad aparente asume un valor máximo (para $\rho_p > \rho_0$) un poco mayor que ρ_p o si $\rho_p < \rho_0$ un valor minimo un poco menor que ρ_p . Si esta presente la zona de flujo, la resistividad aparente tiende hacia la resistividad de esta zona como aumente el espaciamiento.

La densidad de corriente en el pozo es proporcional a la resistividad aparente, y la manera en que la densidad de corriente a lo largo del pozo varía es una función de la relación de resistencia al flujo de corriente a través de la roca a la resistencia a través de la columna de lodo.

Si consideramos variaciones de los parámetros $\rho_{p'}$ y D mientras que la posesión de los parámetros ρ_0 , ρ_p y do sean constantes, las relaciones D/do y $\rho_{p'}/\rho_0$ deberán de ser proporcionales a la relación de la resistencia por unidad de longitud y por unidad de ángulo a través de varias zonas rocosas a la resistividad de lodo de perforación.

$$U = \frac{R_{p'}}{\rho_0} = \left| \frac{1}{\rho_0} \int_{ro}^{D/2} \frac{\rho_{p'} - \rho_p}{\alpha r h} \, dr \right|_{\alpha=1\ rad}$$

$$= \frac{\rho_{p'} - \rho_p}{\rho_0} \ln \frac{D}{do}$$

Por otra parte, el valor numérico para la relación ρ_a/ρ_0 dada por las ecuaciones (33) y (35) es dependiente de la función Co(m), para ser de la forma

$$Co(m) = \frac{\rho_{p'} - \rho_0}{\rho_0} \ln \frac{D}{do}$$

Para las condiciones en que $\rho_0 = \rho_p$ y $\rho_0 < \rho_{p'} > \rho_p$.

Notando la similitud entre estas dos últimas ecuaciones, podemos concluir que para la condición $\rho_0 < \rho_{p'} > \rho_p$ la relación ρ_a/ρ_0 depende del factor

$$U = \frac{\rho_{p'} - \rho_p}{\rho_0} \ln \frac{D}{do}$$

El factor U se llama parámetro de equivalencia. Un examen de las curvas para la sonda de potencial muestra que excepto para espaciamientos muy cortos, las curvas para los valores de ρ_p/ρ_0 son muy diferentes una de la otra.

Las curvas para la sonda de gradiente estan separadas por espaciamientos largos, pero en espaciamientos moderados, las curvas se aproximan a una sola.

Esta curva es una linea recta con pendiente de $63^{0}26'$ $(m = 2)$ y una intercepción en el eje L de 0.354 . Esto se puede ver a partir del siguiente argumento.

Si la roca alrededor de un pozo tiene una resistividad muy alta, la corriente a partir del electrodo A puede fluir a lo largo de la columna de lodo.

Para espaciamientos muy grandes la densidad de corriente sobre el área del pozo será constante.

$$J = \frac{I}{2\pi \frac{do^2}{4}} = \frac{2I}{\pi\, do^2}$$

y esta corriente provoca un voltaje.

$$E = J\,\rho_0 = \frac{2I\,\rho_0}{\pi\, do^2}$$

Usando el valor E en la definición de la ecuación para resistividad aparente, tenemos

$$\rho_a = 4\pi L^2 \frac{E}{I} = 8\left(\frac{L}{do^2}\right)^2 \rho_0$$

Así, para espaciamientos grandes, la relación en coordenadas logarítmicas es

$$\log \frac{\rho_a}{\rho_0} = 2 \log \frac{L}{do} + \log 8$$

Esta es la ecuación para una linea recta con pendiente 2, intersectando el eje L/do en el punto log Ld = -.451 o Ld = .354 .

El hecho de que la medida de resistividad aparente con espaciamientos muy cortos se aproxime a la resistividad del lodo se usa a menudo cuando es necesario medir la resistividad del lodo.

La esencia de un registro eléctrico cuantitativo es que los registros se corren en un pozo con una serie de espaciamientos de electrodos tales que la interpretación en términos de la resistividad de roca verdadera puedan hacerse para cada capa.

La elección del espaciamiento depende en particular del espesor y de la resistividad de la capa, del diámetro del pozo y de la naturaleza del problema a resolver.

Para la interpretación se calculan curvas para diversos valores constantes de las relaciones ρ_p/ρ_0 y D/do utilizando las ecuaciones (33) y (35).

Para usar estas curvas se agrupan en familias. Las resistividades observadas a partir de registros eléctricos se grafican en papel logaritmico, de tal forma que la forma de la curva determinada por estos datos pueda compararse con la forma de la teórica.

DETERMINACION DE LA FORMULA RECURSIVA DE LA FUNCION Co

En las ecuaciones (32) y (34) la función Co(m) está determinada para el cálculo de resistividad aparente. En el caso de un medio homogéneo isotrópico infinito la función Co(m) es cero, la resistividad aparente es igual a la resistividad del medio. Cuando son dos capas, el diámetro del pozo y la roca no perturbada, el sistema de ecuaciones es reducido a las siguientes dos ecuaciones:

$$C_o I_o(x_1) - D_p K_o(x_1) = - K_o(x_1)$$

y donde $x_1 = mr_1$

$$\frac{1}{\rho_0} C_o I_1(x_1) + \frac{1}{\rho_p} D_p K_1(x_1) = \frac{1}{\rho_0} K_1(x_1)$$

La solución para Co(m) será:

$$Co(m) = \frac{(\rho_p - \rho_0)\ Ko(x_1)K_1(x_1)}{\rho_0 Io(x_1)K_1(x_1) + \rho_p I_1(x_1)Ko(x_1)}$$

Las funciones modificadas de Bessel cumplen con la siguiente identidad:

$$Io(x)K_1(x) + I_1(x)Ko(x) = \frac{1}{x}$$

Usando esta fórmula, la función Co(m) será:

$$Co(m) = \frac{(\rho_p - \rho_0)\ Ko(x_1)K_1(x_1)}{(\rho_p - \rho_0)\ I_1(x_1)Ko(x_1) + \dfrac{\rho_0}{x_1}} \qquad (44)$$

Cuando hay tres, cuatro, o hasta más capas, la expresión para Co(m) parece ser muy complicada y difícil de evaluar. En la siguiente fórmula recursiva para Co(m) será posible resolver el problema para un número arbitrario de capas.

Usando la regla de Cramer para resolver el sistema de ecuaciones, Co(m) puede ser escrito como:

$$Co(m)^{(n)} = \frac{\Delta_1^{(n)}}{\Delta_2^{(n)}}$$

Donde $\Delta_1^{(n)}$ y $\Delta_2^{(n)}$ son los determinantes propios del sistema de ecuaciones y el índice sobrescrito ''n'' denota el número total de capas del modelo.

Escogiendo un modelo que consista de (n-1) capas con parámetros ρ_2, r_2, ρ_3, r_3, ..., ρ_{n-1}, r_{n-1}, ρ_n, la siguiente ecuación da la función $Co(m)^{(n-1)}$:

$$Co(m)^{(n-1)} = \frac{\Delta_1^{(n-1)}}{\Delta_2^{(n-1)}}$$

Expandiendo los determinantes $\Delta_1^{(n)}$ y $\Delta_2^{(n)}$ con sus subdeterminantes de menos de segundo orden, las siguientes expresiones pueden ser obtenidas:

$$\Delta_1^{(n)} = - \left[\frac{1}{\rho_2} \; I1(x1)Ko(x1) + \frac{1}{\rho_1} \; Io(x1)K1(x1) \right] \Delta_1^{(n-1)}$$

$$+ \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) Ko(x1)K1(x1) \; \Delta_2^{(n-1)}$$

y

$$\Delta_2^{(n)} = \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) Io(x1)I1(x1) \; \Delta^{(n-1)}$$

$$- \left[\frac{1}{\rho_2} \quad Io(x1)K1(x1) + \frac{1}{\rho_1} \quad I1(x1)Ko(x1) \right] \Delta_2^{(n-1)}$$

Esto significa que Co(m) puede ser expresada en términos de $Co(m)^{(n-1)}$ como:

$$Co(m)^{(n)} = \frac{\left[(\rho_2 - \rho_1) \; Io(x1)K1(x1) + \frac{\rho_1}{x} \right] Co(m)^{(n-1)}}{(\rho_2 - \rho_1) \; Io(x1)I1(x1) \; Co(m)^{(n-1)}}$$

$$\frac{+ (\rho_2 - \rho_1) \; Ko(x1)K1(x1)}{+ (\rho_2 - \rho_1) \; I1(x1)Ko(x1) + \frac{\rho_1}{x1}} \qquad (45)$$

La ecuación (45) es una fórmula recursiva por lo cual $Co(m)^{(n)}$ puede ser expresada en términos de $Co(m)^{(n-1)}$ y los parámetros de la primera capa.

Es claro que $Co(m)^{(n-1)}$ puede ser expresada en un mismo modo $Co(m)^{(n-2)}$ y por ρ_2 y r_2 . Continuando con el removimiento sucesivo de capas, una es finalmente dejada con la función $Co(m)^{(1)}$ la cual relata el medio homogéneo infinito de resistividad especifica ρ_n .

Chequemos si la fórmula recursiva produce la función $Co(m)^{(2)}$ de $Co(m)^{(1)}$.

En este caso $n = 2$ y $Co(m)^{(n-1)} = 0$. Sustituyendo la función $Co(m)^{(n-1)}$ dentro de la fórmula recursiva se llega a la expresión (44).

La fórmula es cierta para una n arbitraria y cierta para un número dado ($n = 2$). De acuerdo con esto, por inducción matemática la fórmula recursiva, por la cual es posible calcular la función $Co(m)^{(n)}$ para un modelo de n-capas es :

$$Co(m)^{(i+1)} = \frac{\left[(\rho_{n-i+1} - \rho_{n-i})\, Io(x_{n-i}) K_1(x_{n-i}) + \frac{\rho_{n-i}}{x_{n-i}} \right] Co(m)^{(i)} + (\rho_{n-i+1} - \rho_{n-i})\, Ko(x_{n-i}) K_1(x_{n-i})}{(\rho_{n-i+1} - \rho_{n-i})\, Io(x_{n-i}) I_1(x_{n-i})\, Co(m)^{(i)} + (\rho_{n-i+1} - \rho_{n-i})\, I_1(x_{n-i}) Ko(x_{n-i}) + \frac{\rho_{n-i}}{x_{n-i}}} \qquad (46)$$

Donde $Co(m)^{(1)} = 0$, y la recursión debe ser hecha para los valores de $i = 1, 2, \ldots.\, n-1$.

Para la integración numérica de las ecuaciones (32) y (34) es útil saber el comportamiento asintótico de la función $Co(m)^{(n)}$.

Las funciones asintóticas las cuales pueden ser deducidas de la fórmula recursiva son:

$$Co(m)^{(n)} \longrightarrow \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_i} Ko(x_i) \quad ; \quad m \longrightarrow 0$$

y

$$Co(m)^{(n)} \longrightarrow 0 \qquad ; \quad m \longrightarrow \infty$$

En realidad podemos considerar que el método de integración numérica esta compuesto por varias alternativas de solución para las cuales (32) y/o (34), en donde el problema a resolver es la integración numérica.

La ecuación

$$\frac{\rho_a}{\rho_0} = 1 + \frac{2\ z}{\pi} \int_0^{\infty} Co(m) \cos mz \; dm \tag{47}$$

En donde Co(m) es una función decreciente conforme aumenta el argumento, y el cos mz es una función oscilatoria; debido a la naturaleza de estas funciones, el producto entre ellas será una función decreciente oscilatoria.

Si hacemos

$$u = \frac{m\ L}{ro} \qquad ; \qquad m = \frac{u\ ro}{L}$$

donde $\quad Z = L/ro$

Diferenciando tenemos que

$$du = \frac{L\ dm}{ro} \qquad ; \qquad dm = \frac{ro\ du}{L}$$

Sustituyendo en (47)

$$\rho_a = \rho_0 \left[1 + \frac{2\ L}{\pi\ ro} \int_0^\infty Co(\frac{u\ ro}{L})\ \cos u\ (\frac{ro}{L})\ du \right]$$

Simplificando términos

$$\rho_a = \rho_0 \left[1 + \frac{2\ L\ ro}{\pi\ ro\ L} \int_0^\infty Co(\frac{u\ ro}{L})\ \cos u\ du \right]$$

Donde finalmente haciendo $u = m$

$$\rho_a = \rho_0 \left[1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty Co(\frac{m\ ro}{L})\ \cos m\ dm \right] \tag{48}$$

Obtenemos la expresión para la evaluación de resistividad aparente.

Esta manera de expresar la resistividad aparente tiene como finalidad el poder establecer un control más adecuado en el muestreo de las funciones a integrar, para ello nos interesa conocer el método de integración numérica el cual para efecto de un porcentaje de menor error, utilizaremos la fórmula de Simpson 3/8.

La ecuación (48) no sólo es otra forma de expresar la resistividad aparente, sino que permite tener controlada la función coseno, dadas las características propias de esta función oscilatoria, periodica, tendremos que para efectos en la elaboración del programa se fija un determinado periodo, en el cual se obtiene un arreglo de muestreo de la función coseno, en donde previamente se muestreo la función Co(mro/L) en el rango establecido de la otra función.

Esto permite ahorrar tiempo en el procesamiento de datos, ya que los valores del coseno no cambian, es decir, se repiten en cada periodo, bastará entonces calcular los valores del coseno en un solo periodo, y multiplicarlos con los valores obtenidos de la función Co(mro/L) para obtener una función F(m).

Una vez obtenida la función F(m) en el rango establecido, se llevará a cabo la integración numérica utilizando Simpson 3/8 la cual esta dada por la siguiente expresión:

$$\int_{x_0}^{x_n} F(x)\, dx = \frac{3\,h}{8}\left[y_0 + y_n + 2 \sum_{\substack{\text{ordenadas de orden}\\ \text{multiplo de 3}}} + 3 \sum_{\substack{\text{resto de}\\ \text{ordenadas}}} \right]$$

el resultado de la integración numérica se compara con una tolerancia preestablecida, la que permitirá conocer si todavía se contribuye a la suma de áreas parciales obtenidas, de no cumplir con la tolerancia, entonces se realiza el cálculo del muestreo e integración numérica para el siguiente periodo, hasta que cumpla con la condición preestablecida.

Otra manera de calcular la resistividad aparente sería obtener de manera similar el muestreo de las funciones Co(mro/L) y cos m donde el intervalo de muestreo pueda ser propuesto, de tal manera que el producto de las funciones pueda generar una función F(m), en donde las muestras son comparadas con una tolerancia, una vez llevada a cabo esta etapa, se integra y el resultado obtenido se sustituye en la expresión de resistividad aparente.

CAPITULO III

Discusión de resultados

****

ARCHIVO DE RESULTADOS

****

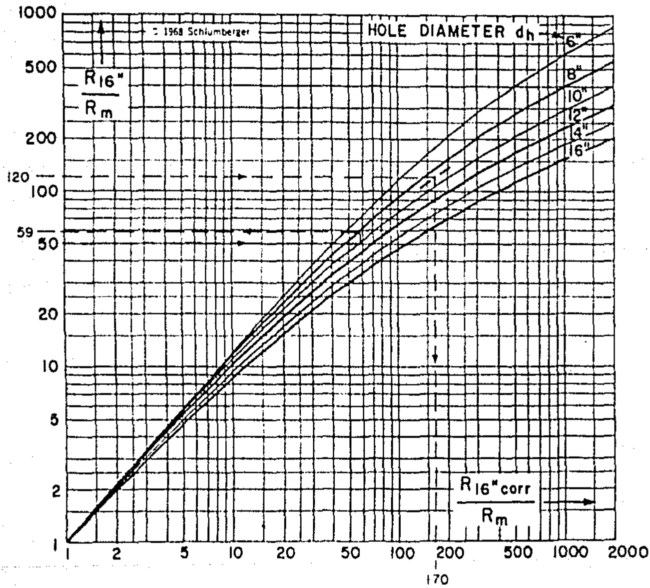
MODELO DE 2 CAPAS

DIAMETRO DE AGUJERO (pulgadas)	RADIO (metros)
6"	.0762
8"	.1016
10"	.1270
12"	.1524
14"	.1778
16"	.2032

Schlumberger

BOREHOLE CORRECTION FOR 16-INCH NORMAL

RECORDED WITH INDUCTION-ELECTRICAL LOG (6FF40-16"N)



Ejemplo: R_{16} = 60 Ω - m. , Rm = 0.5 , d = 9"

Solucion: $R_{16\ corr}$ / Rm = 170 , $R_{16\ corr}$ = 170 x 0.5 = 85.0

PROGRAMA: CO.FOR
ARREGLO NORMAL CORTO L = .4
NO. DE MUESTRAS: 108,216
RESISTIVIDADES DE LAS CAPAS R1 = 1 , R2 = 10

RADIOS DE INVASION RI	RESISTIVIDAD APARENTE	RESISTIVIDAD SCHLUMBERGER
0.0762	10.589	13
0.1016	10.824	12.5
0.1270	11.239	12
0.1524	11.789	11.5
0.1778	12.325	11
0.2032	12.699	10
0.25	12.774	
0.3	12.121	
0.35	11.079	
0.4	9.934	
0.45	8.837	
0.5	7.852	
0.55	6.998	
0.6	6.270	

PROGRAMA: CO.FOR
ARREGLO NORMAL CORTO L = .4
NO. DE MUESTRAS: 108,216
RESISTIVIDADES DE LAS CAPAS R1 = 10 , R2 = 1

RADIOS DE INVASION RI	RESISTIVIDAD APARENTE
0.0762	0.5171
0.1016	0.5290
0.1270	0.5344
0.1524	0.5320
0.1778	0.5281
0.2032	0.5207
0.25	0.5056
0.3	0.4952
0.35	0.5270
0.4	0.6778
0.45	1.0081
0.5	1.5111
0.55	2.1276
0.6	2.7887

PROGRAMA: CO.FOR
ARREGLO NORMAL LARGO L = 1.6
NO. DE MUESTRAS: 108,216
RESISTIVIDADES DE LAS CAPAS R1 = 1 , R2 = 10

RADIOS DE INVASION RI	RESISTIVIDAD APARENTE
0.0762	10.4760
0.1016	10.4908
0.1270	10.5265
0.1524	10.5893
0.1778	10.6858
0.2032	10.8242
0.25	11.2001
0.3	11.7347
0.35	12.2717
0.4	12.6647
0.45	12.8346
0.5	12.7744
0.55	12.5197
0.6	12.1211
0.65	11.6276
0.7	11.0797
0.75	10.5081
0.8	9.9349
0.85	9.3749
0.9	8.8378
0.95	8.3294
1.0	7.8527
1.6	4.3367

PROGRAMA: CO.FOR
ARREGLO NORMAL LARGO L = 1.6
NO. DE MUESTRAS: 108,216
RESISTIVIDADES DE LAS CAPAS R1 = 10 , R2 = 1

RADIOS DE INVASION RI	RESISTIVIDAD APARENTE
0.0762	0.4123
0.1016	0.4711
0.1270	0.5037
0.1524	0.5171
0.1778	0.5232
0.2032	0.5290
0.25	0.5329
0.3	0.5313
0.35	0.5284
0.4	0.5213
0.45	0.5139
0.5	0.5056
0.55	0.4981
0.6	0.4952
0.65	0.5016
0.7	0.5270
0.75	0.5825
0.8	0.6778
0.85	0.8193
0.9	1.0081
0.95	1.2410
1.0	1.5112
1.6	5.1040

Para efectos de estudio se elaboró un programa que permite evaluar la resistividad aparente utilizando la técnica de integración numérica de Simpsom 3/8.

Se realizarón pruebas a partir de un modelo de dos capas para tener un patrón de comparación con la tabla anterior, (cabe hacer la aclaración que el programa ha sido diseñado para modelos de n capas) la cual permitirá cotejar los resultados obtenidos del método propuesto con los valores teóricos de la tabla Schlumberger.

Al corregir por diámetro de agujero generalmente se conoce R_{16} y R_m , son datos que se obtienen del registro, y se pretende conocer $R_{16\ corregida}$ que son los valores de resistividad corregidos, para esto existen valores comparativos definidos de diámetro de agujero que son: 6", 8", 10", 12", 14", y 16"

Arreglo normal corto :

Este arreglo nos permite desarrollar la corrección por diámetro de agujero, para el caso $R_1 = 1\ \Omega$ -m y $R_2 = 10\ \Omega$ -m los resultados son buenos, aunque se aprecia un incremento en el valor teórico esperado (10 Ω -m) para radios de invasión pequeños y un decremento para radios de invasión grandes.

Para el caso en que R_1 = 10 Ω -m y R_2 = 1 Ω -m se observa una tendencia en los resultados de resistividad cercana al valor teórico esperado (1 Ω -m) para radios pequeños , los cuales no pueden corregirse por diámetro de agujero por ser menores que la unidad.

Arreglo normal largo:

En este tipo de arreglo no se obtuvierón valores de comparación por utilizarse este registro como control de calidad.
Sin embargo tanto para R_1 = 1 Ω -m, R_2 = 10 Ω -m, como para R_1 = 10 Ω -m, R_2 = 1 Ω -m los valores obtenidos son muy cercanos al valor teórico esperado, respectivamente.

En general podemos decir que independientemente del tamaño de la sonda, la profundidad de investigación tenderá a ser constante en todo elregistro, a diferencia de los sondeos eléctricos verticales que al aumentar la distancia entre electrodos, la profundidad de investigación aumenta proporcionalmente obteniendose información del subsuelo a gran profundidad, esto no sucede en registros de pozos ya que la zona de interés se encuentra a una distancia no mayor de dos metros.

En resumen, un error relativo se presenta en algunos valores de resistividad, pero desde el punto de vista práctico el error en la determinación de la resistividad es insignificante y es independiente de la forma del perfil de resistividad.

Cuando pretendemos resolver un problema, la solución no es única, los planteamientos de como combatir un problema pueden ser variados y complejos, de todas las alternativas de solución hay que buscar la mejor, el método de solución propuesto, para obtener la resistividad aparente es aceptable, (integración numérica utilizando Simpson 3/8). no obstante el tema es amplio e interesante y queda abierto a mejores opciones de solución.

CONCLUSIONES

1) Un método ha sido desarrollado para calcular la resistividad aparente para los modelos cilíndricos, obteniendo valores de resistividad radial aceptables.

2) Los cálculos del modelo muestran que el método común de interpretación dan resultados satisfactorios de resistividad. La profundidad equivalente de invasión es siempre más pequeña que la del modelo.

3) El método que se ha desarrollado , requiere de la fórmula de integración Simpson 3/8, la cual hace posible determinar la profundidad de invasión y el perfil de resistividad de la zona de invasión.

REFERENCIAS

- Abramowitz Milton and A. Stegun Irene. 1972. Handbook of Mathematical Funtions (Formulas, Graphs, and Mathematical Tables) Dover Publications, Inc. , New York .

- Alpin, L. M. , 1938. Contribution to the electrical well logging of drilled holes. ONTI. , Moscow .

- Daknov, V. N. , 1962. Geophysical well logging. Quart. Colorado .

- Drahos, D. . 10 de Octubre de 1984. Electrical Modeling of the inhomogeneous invaded zone. Geophysics, No. 49 , pags. 1580 - 1585 .

- Iriarte B. Rafael, Borras G. Hugo, Durán C. Rossynela, . 1983 . Apuntes de Métodos Numéricos . Facultad de Ingeniería, UNAM .

- Schlumberger. 1972 . Log Interpretation Charts . Houston , Texas .

APENDICE

```
      REAL[illegible]
      REAL[illegible]
      REAL[illegible]
      REAL[illegible]
C
      [illegible]
C
      WRITE(6,*)[illegible]
      READ(5,*)[illegible]
      WRITE(6,*)' DAME EL NUMERO DE [illegible]
      READ(5,*)[illegible]
      WRITE(6,*)'[illegible] INTEGRAL [illegible]
      READ(5,*)[illegible]
      WRITE(6,*)[illegible]
      WRITE(6,*)[illegible]
      WRITE(6,*)[illegible]
      READ(5,*)[illegible]
      WRITE(6,*)' DAME LAS RESISTIVIDADES DE LOS MEDIOS, RHO(I)='
      READ(5,*)(RHO(I),I=1,NCAPAS)
      WRITE(6,*)' DAME LAS DISTANCIAS DE LOS MEDIOS, ESPS(I)='
      READ(5,*)(ESP(I),I=1,NCAPAS-1)
      WRITE(6,*)' DAME EL NUMERO DE MUESTRAS DEL PRIMER CICLO, N1='
      READ(5,*)N1
      WRITE(6,*)' DAME EL NUMERO DE MUESTRAS PARA LOS OTROS CICLOS, N='
      READ(5,*)N
C
C *** CALCULO DE RESISTIVIDADES
C
      [illegible]
      [illegible]
      DELTA=2.*PI/N
C        CALCULO DE LA INTEGRAL DE 0 A PI/2
      AA=1.0D-10
      F1(1)=KERNEL(AA)*[illegible]
      F2(1)=F1(1)
      N11=N1+1
      DO I=2,N11
        AA=DELTA*(I-1)
        F1(I)=KERNEL(AA)*[illegible]
        F2(I)=F1(I)*[illegible]
      ENDDO
      CALL [illegible]
      WRITE(6,*) SUM1=',SUM
C        CALCULO DE LA SIGUIENTE INTEGRAL
C
      [illegible]
 10   [illegible]
      DO I=1,NN2
        AA=DELTA*(I-1)[illegible]
        F1(I)=KERNEL(AA)*[illegible]
        F2(I)=F1(I)*DCOS(A)
      ENDDO
      CALL SIMPSON([illegible]
      SUM=SUM+[illegible]
      [illegible]
      IF (ABS(SUM[illegible]) .LT. [illegible]) GO TO 25
      [illegible]
 25   [illegible]
      RHOAP=RHO(1)*[illegible]
      [illegible]
      WRITE(6,*)[illegible]RHOAP
      WRITE(7,*)[illegible]
      STOP
      END
```

PROGRAMA DE TESIS

OBTENCION DE RESISTIVIDAD APARENTE UTILIZANDO LA TECNICA SIMPSON [illegible]

J. JUAN SANCHEZ RUIZ

```
      REAL*8 FUNCTION TKERNEL (X)
      REAL*8 X,RADIO,RHO,XX,AI0,AI1,AK0,AK1
      REAL*8 XI0K1,XK0I1,XI0I1,XI1K0,C1,A,B
      COMMON/TKERNEL/ RADIO(10),RHO(10),NCAPAS
         XX=X*RADIO(NCAPAS-1)
         XI0K1=AI0(XX)*AK1(XX)
         XK0I1=AK0(XX)*AI1(XX)
         XI0I1=AI1(XX)*AI0(XX)
         XI1K0=AI1(XX)*AK0(XX)
         A=(RHO(NCAPAS)-RHO(NCAPAS-1))*XK0I1
         B=(RHO(NCAPAS-1)*XI0K1+RHO(NCAPAS)*XI1K0)
         C1=A/B
       TKERNEL=C1
       RETURN
       END



       SUBROUTINE SIMPSON(N,DELT,F1,SUM)
       REAL*8 F1(N),SUM,A,B,DELT
       A=0.D0
       B=0.D0
       DO I=2,N-2,2
         A=A+F1(I)
         B=B+F1(I+1)
      ENDDO
       SUM=DELT*(F1(1)+F1(N)+4.*(A+F1(N-1))+2.*B)/3.
       RETURN
       END



      REAL*8 FUNCTION AI0(X)
      REAL*8 T,X
      T=X/3.75
      IF (X.LT.3.75)THEN
      AI0=1.+3.5156229*(T**2.)+3.0899424*(T**4.)+1.2067492*(T**6.)
     *+0.2659732*(T**8.)+0.0360768*(T**10.)+0.0045813*(T**12.)+
     *1.6D-07
      ELSE
   30 AI0=((0.39894228+0.01328592*(T**-1.)+.00225319*(T**-2.)
     *-.00157565*(T**-3.)+.00916281*(T**-4.)-.02057706*(T**-5.)
     *+.02635537*(T**-6.)-.01647633*(T**-7.)+.00392377*(T**-8.)
     *+1.9D-07))/(DSQRT(X)*DEXP(-X))
         ENDIF
         RETURN
         END
```

```
      REAL*8 FUNCTION AII(X)
      REAL*8 T,X
      T=X/3.75
      IF (X.LT.3.75) THEN
      AII=[illegible].5+.[illegible]*(T**2)+.514[illegible]*(T**4)+.1509[illegible]4934*(T**6)+
     $ [illegible]*(T**8.)+.0030153[illegible]*(T**10.)+.000[illegible]411*(T**12)+
     $ [illegible]
      ELSE
      AII=([illegible]
     $ +.0[illegible]*(T**-3.)-.[illegible]*(T**-4.)+.[illegible]*(T**-5.)
     $ -.[illegible]*(T**-6.)+.01787654*(T**-7.)-.00420059*(T**-8.)
     $ [illegible])/(DSQRT(X)*DEXP(-X))
      ENDIF
      RETURN
      END




      REAL*8 FUNCTION ANO(X)
      REAL*8 T,X,Y,AI0
      IF (X.LT.2.)THEN
      Y=X/2
      ANO=(-DLOG(Y)*AI0(X))-.57721566+.42278420*(Y**2.)+
     $.[illegible]*(Y**4.)+.02488590*(Y**6.)+.00262698*(Y**8.)+
     $.00010750*(Y**10.)+.00000740*(Y**12.)+1.D-08
      ELSE
      Y=2/X
      ANO=(1.[illegible]-.0[illegible]2358*Y+.02189568*(Y**2.)-.01062446*(Y**3.)
     $+.[illegible]*(Y**4.)-.00251540*(Y**5.)+.00053208*(Y**6.)+
     $1.[illegible]-07)/(DSQRT(X)*DEXP(X))
      ENDIF
      RETURN
      END




      REAL*8 FUNCTION ANI(X)
      REAL*8 X,Y,AI,AII
      IF(X.LT.2.0) THEN
      Y=X/2.0
      AI=AII(X)*X
      ANI=(DLOG(Y)*AI+1.0 + 0.15443144*(Y**2)-0.67278579*( Y**4)-
     1    0.1[illegible]*( Y**6)-0.01919402*(Y**8)-0.00110404*(Y**10)-
     2    0.[illegible]*(Y**12)+0.0D-09)/X
      ELSE
      Y=2/X
      ANI=(1.[illegible]+0.23498619*Y-0.03655620*(Y**2)+
     1[illegible]*(Y**3)-0.00[illegible]*(Y**4)+0.00[illegible]
     2[illegible]*(Y**6)+2.2D-07)/(DSQRT(X)*DEXP(X))
      ENDIF
      RETURN
      END
```

FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM 14

NOMBRE DEL ARCHIVO

FECHA DE LA ULTIMA REVISION

FECHA DE IMPRESION

EQUIPMENT CORPORATION

```
.001
 A
1.10
 .
100
TIM

DAME EL NUMERO DE CAPAS DE TU MODELO, NCAPAS =
DAME EL NUMERO DE OBSERVACIONES DE Y, NOBY =
 DAME LA TOLERANCIA DE LA INTEGRAL, TOL =
DAME LOS VALORES DONDE SE OBSERVA Z
ARREGLO NORMAL CORTA =0.4
ARREGLO NORMAL LARGO =1.6
DAME LAS RESISTIVIDADES DE LOS MEDIOS, RHO(I)=
DAME LAS DISTANCIAS DE LOS RADIOS, RADIO(I)=
 DAME EL NUMERO DE MUESTRAS DEL PRIMER CICLO, N1=
DAME EL NUMERO DE MUESTRAS PARA LOS OTROS CICLOS, N
CORT     14.95576012117725
LARG       9.574241754427485
LOG10      1.00000000000001
FORTRAN STOP
```