

29
167



**Universidad Nacional Autónoma
de México**

Facultad de Ingeniería

**ALGUNAS CONSIDERACIONES EN RELACION
CON LA TORSION EN ELEMENTOS DE
CONCRETO PRESFORZADO**

T E S I S

Que para obtener el Título de
INGENIERO CIVIL
p r e s e n t a

ELEAZAR SAENZ CARRETERO



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

México, D. F.

1989



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

CAPITULO 1.	INTRODUCCION	1
1.1	Elementos sujetos a torsión	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Alcance	3
CAPITULO 2.	REGLAMENTO DEL D.D.F. 1987	5
2.1	Disposiciones del Reglamento	5
2.2	Resumen del método de diseño por torsión del Reglamento del D.F.	10
CAPITULO 3.	COMITE ACI 438 (1969)	13
3.1	Torsión pura	13
3.2	Torsión y cortante combinados	14
3.3	Diseño de refuerzo a torsión	16
3.4	Precauciones recomendables	18
3.5	Resumen del método de diseño propuesto por el Comité 438 del ACI	19
CAPITULO 4.	COMENTARIOS ING. NAAMAN	22
4.1	Comportamiento de elementos sujetos a torsión pura	22

4.2	Esfuerzos torsionantes	26
4.3	Resistencia al agrietamiento por torsión	29
4.4	Resistencia a la torsión después del agrietamiento	30
4.5	Criterio de diseño para torsión pura	33
4.6	Cargas combinadas	39
4.7	Resumen del método de diseño propuesto por el Ing. Antoine Naaman	45
CAPITULO 5. EJEMPLO		49
5.1	Dimensionamiento por flexión	50
5.2	Diseño por cortante	62
5.3	Diseño por cortante y torsión combinados	66
5.3.1	Diseño por el método del Reglamento del D.F.	68
5.3.2	Diseño por el método propuesto por el Comité 438 del ACI	78
5.3.3	Diseño por el método propuesto por el Ing. Antoine Naaman	86
CAPITULO 6. CONCLUSIONES		98
BIBLIOGRAFIA		103

CAPITULO 1 INTRODUCCION.

1.1 ELEMENTOS SUJETOS A TORSION.

La torsión en un elemento estructural aplicada en forma de momento o par, le ocasiona torceduras a lo largo de su eje, frecuentemente los elementos estructurales de concreto más comunes están sujetos a momentos torsionantes debidos a cargas asimétricas; pero, la magnitud de éstos momentos es generalmente pequeña comparada con otros efectos de manera que la torsión no es considerada explícitamente en su diseño; sin embargo, existen elementos estructurales y/o condiciones de carga para los cuales los efectos de torsión pueden ser significativos y deben ser considerados en el diseño como es el caso de vigas de borde, cantilivers, puentes cargados asimétricamente, miembros curvos y trabes principales a las cuales llegan trabes secundarias con claros asimétricos (ver fig.1.1).

Anteriormente, debido a la falta de reglamentación de un diseño seguro que garantizara un buen comportamiento estructural, se incrementaba la cantidad de acero de refuerzo para evitar la falla del elemento por torsión; siendo hasta 1969 que el Comité 438 del ACI (American Concrete Institute) presentó algunas recomendaciones tentativas para el diseño por torsión de elementos de concreto reforzado y presforzado, de las cuales las correspondientes a concreto reforzado fueron incluidas en el Reglamento del ACI de 1971. Del mismo modo, en 1970 la "International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures" trató solo lo concerniente a la

torsión en elementos de concreto reforzado.

Actualmente, el comportamiento de miembros presforzados sujetos a torsión, es investigado en diversos laboratorios del mundo, y aun cuando su diseño no se ha reglamentado, existen métodos tentativos basados en los resultados de numerosos ensayos, de los cuales la presentación de dos de ellos son el objeto de este trabajo.

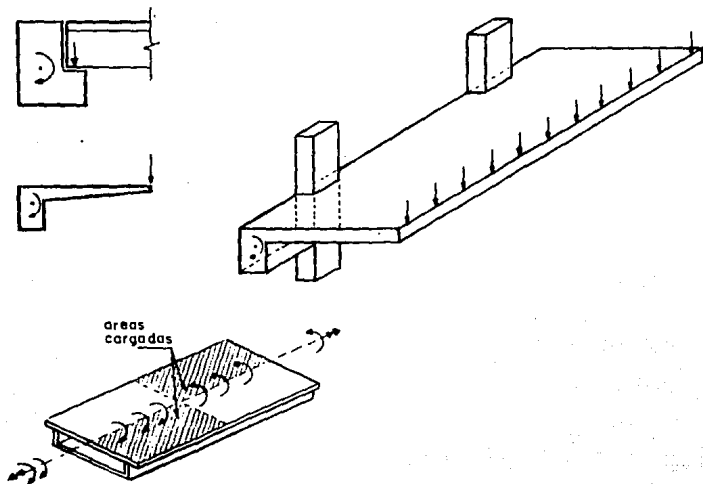


Fig 1.1 Miembros típicos sujetos a torsión.

1.2 OBJETIVOS.

1) Hacer notar la falta de reglamentación de un criterio de diseño por torsión para elementos de concreto presforzado.

2) Presentar dos de los criterios prácticos de diseño que han sido desarrollados; uno propuesto por el Comité 438 del ACI y otro por el Ing. Antoine Naaman.

3) Ver si es posible que aquí en México se pueda reglamentar dicho diseño en base a la bibliografía mencionada aprovechando los datos de los ensayos que se han efectuado y a los resultados obtenidos del ejemplo.

1.3 ALCANCE.

Este trabajo consta de 6 capítulos.

En el capítulo 1 se mencionan los casos en los cuales se puede presentar la torsión y los objetivos de éste trabajo.

En el capítulo 2 se incluyen primero, las disposiciones del Reglamento del D.D.F. 1987 aplicables al diseño por torsión de miembros de concreto reforzado; las cuales, servirán como referencia para determinar las diferencias existentes entre éste diseño y los criterios de diseño para miembros de concreto presforzado que se presentan en los capítulos 3 y 4. Al final de las especificaciones se incluye un resumen del procedimiento de diseño para la obtención del refuerzo requerido.

En el capítulo 3 se presentan las recomendaciones presentadas por el Comité 438 del ACI para el diseño de elementos de concreto presforzado y que están basadas en los estudios realizados por Thomas

T. Hsu. Este es un enfoque práctico y está relacionado con el criterio de diseño de miembros de concreto reforzado: al igual que en el capítulo anterior, al final se presenta una secuela para la obtención del acero de refuerzo requerido.

En el capítulo 4 se presenta el método de diseño propuesto por el Ing. Antoine Naaman, básicamente este método es una actualización del anterior; aquí se establece una relación entre concreto reforzado y presforzado aplicandose las mismas ecuaciones y en el cual se puede apreciar de mejor manera las diferencias que existen entre ambos en relación a la torsión. También se incluye al final un resumen del procedimiento de diseño.

En el capítulo 5 se presenta como ejemplo el dimensionamiento de una trabe portante presforzada, por flexión, cortante y torsión; ésta última se diseña por los tres métodos aquí propuestos, para visualizar las diferencias entre ellos y poder definir de entre alguno de ellos el más conveniente. Así mismo espero que con el ejemplo se aclaren las dudas que llegaran a surgir en el transcurso de la lectura de la teoría.

Cabe aclarar que todas las ecuaciones de los métodos del ACI e Ing Naaman fueron utilizadas cambiando D por FR y $f'c$ por f^*c que son los valores empleados en el Reglamento del D.F.

En el capítulo 6 se presentan tablas comparativas de los resultados obtenidos del ejemplo por cada uno de los métodos presentados y las conclusiones en base a estos resultados.

CAPITULO 2 REGLAMENTO DEL D.D.F. 1987.

2.1 DISPOSICIONES DEL REGLAMENTO.

Las disposiciones que siguen son aplicables a tramos sujetos a torsión cuya longitud no sea menor que el doble del peralte total del miembro. Las secciones situadas a menos de un peralte efectivo de la cara del apoyo pueden dimensionarse para la torsión que actúa a un peralte efectivo.

a) Miembros en los que se requiere refuerzo por torsión.

En miembros cuya resistencia a la torsión sea directamente necesaria para el equilibrio de la estructura o parte de ella (Fig 2.2a), se suministrará refuerzo por torsión de acuerdo con b), donde para calcular las áreas de acero necesarias se supondrá $T_{CR} = 0$, y para determinar el refuerzo mínimo por torsión y el valor máximo admisible de T_u el valor de T_{CR} se obtendrá con la ec. 2.32.

En miembros sujetos a torsión y fuerza cortante donde la resistencia a torsión no afecte directamente al equilibrio de la estructura (Fig 2.2b), se procederá como sigue:

El momento torsionante de diseño, T_u , se calculará suponiendo en el análisis que la rigidez a la torsión del elemento es la mitad de la rigidez torsional elástica de la sección completa calculada con el módulo de rigidez al cortante, G , igual a 0.4 veces el módulo de elasticidad del concreto.

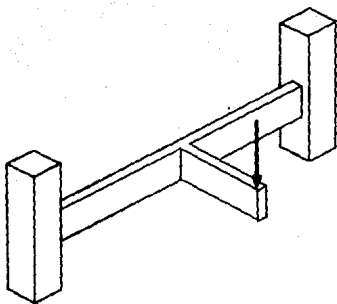


Figure 2.2a

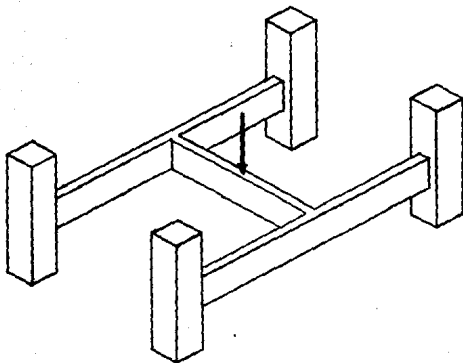


Figure 2.2b

Cuando se cumpla la desigualdad

$$\frac{T_u^2}{T_{CR}^2} + \frac{V_u^2}{V_{CR}^2} \geq 1.0 \quad (2.30)$$

y, además, T_u sea mayor que T_{CR} dado por la ec. 2.32, se requerirá refuerzo por torsión. Si no se cumple alguna de las dos condiciones anteriores los efectos de la torsión pueden despreciarse.

En secciones rectangulares y secciones T, I o L, T_{CR} y V_{CR} se valúan con las expresiones siguientes:

$$T_{CR} = 0.6FR \sum x^2 y \sqrt{f'c} \quad (2.31)$$

$$T_{CR} = 0.257CR^2 \quad (2.32)$$

donde x y y , en cm, son las dimensiones menor y mayor de los rectángulos en que queda descompuesta la sección al considerar cada ala y el alma con el peralte completo de la sección, pero sin que se tome y mayor que $3x$. La suma se refiere a los rectángulos componentes de la sección. Pueden usarse las ecs. 2.31 y 2.32 para secciones circulares tomando $x=y=0.8$ diámetros.

En miembros que también estén sujetos a tensión axial, el valor de T_{CR} se multiplicará por $(1 - 0.03P_u/A_g)$, donde P_u es la tensión de diseño, en kg, y A_g el área bruta de la sección reducida (ver la sección 1.5 del Reglamento), en cm^2 .

b) Refuerzo por torsión.

Este refuerzo estará formado por estribos cerrados perpendiculares

al eje del miembro y por barras longitudinales. En miembros circulares los estribos serán circulares. El refuerzo necesario para torsión se combinará con el requerido para otras fuerzas interiores, a condición de que el área suministrada no sea menor que la suma de las áreas individuales necesarias y que se cumplan los requisitos más restrictivos en cuanto a espaciamiento y distribución del refuerzo. El refuerzo por torsión se suministrará cuando menos a una distancia $(h+b)$ más allá del punto teórico en que ya no se requiere (h y b son el peralte total y el ancho del miembro).

I. Refuerzo transversal. Cuando, según a), se requiera refuerzo por torsión el área de estribos cerrados se calculará con la expresión siguiente:

$$A_{sv} = \frac{s(T_u - T_{cr})}{FR \Omega x_1 y_1 f_{vu}} \quad (2.33)$$

donde:

A_{sv} Área transversal de una sola rama de estribo

x_1, y_1 lados menor y mayor de un estribo medidos centro a centro

s separación de los estribos

f_{vu} esfuerzo de fluencia de los estribos, que no será mayor de 4200 Kg/cm²

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

En miembros circulares, x_1 y y_1 se tomarán igual a ocho décimos del diámetro del estribo circular medido centro a centro.

El área de estribos (por torsión y fuerza cortante) no será menor

que la calculada con la ec. 2.33, suponiendo $T_u = 4T_{CR}$; sin embargo, no es necesario que sea mayor que 1.33 veces la requerida para T_u y V_u obtenidos del análisis. La separación, s , no será mayor que el ancho de los estribos, ni que la mitad de su altura, ni mayor de 30 cm.

II. Refuerzo longitudinal. El área de barras longitudinales, A_{st} , para torsión se calculará con la expresión

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)f_{yv}}{sf_v} \quad (2.34)$$

donde f_v es el esfuerzo de fluencia del acero longitudinal.

El área de refuerzo longitudinal no será menor que la obtenida de la ec. 2.34, usando el A_{sv} mínima obtenida según la sección I; la separación entre barras longitudinales no excederá de 50 cm y su diámetro no será menor que el de los estribos.

Debe distribuirse el refuerzo longitudinal en el perímetro de la sección transversal y colocarse por lo menos una barra en cada esquina.

III. Refuerzo helicoidal. La combinación de refuerzo transversal y longitudinal puede sustituirse por refuerzo continuo helicoidal constituido por tramos a 45° con las aristas del miembro. Su espaciamiento, medido sobre el eje de la pieza, se obtiene dividiendo entre 2 el obtenido con la ec. 2.33. Dicho espaciamiento no debe exceder de y_1 .

Limitación para T_u . En ninguna sección se admitirá que el momento torsionante de diseño, T_u , sea mayor que:

$$1.25T_{CR} \sqrt{16 - (V_u/0.5FRbd/f^*c)^2} \quad (2.35)$$

2.1 RESUMEN DEL METODO DE DISEÑO POR TORSION DEL REGLAMENTO DEL D.F.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR} .

$$T_{CR} = 0.6FR \Sigma x^2 y \sqrt{f'c}$$

$$T_{CR} = 0.25T_{OR}$$

Donde x y y son las dimensiones menor y mayor de los rectángulos en que se descompone la sección sin que se tome y mayor de $3x$.

b) Revisión para ver si se requiere diseñar por torsión.
se debe considerar la torsión si:

$$\frac{T_U^2}{T_{CR}^2} + \frac{V_U^2}{V_{CR}^2} > 1 \text{ y además } T_U > T_{CR}$$

c) Revisión de la sección para T_U max.

$$T_U < 1.25T_{CR} \sqrt{16 - (V_U/0.5FRbd\sqrt{f'c})^2}$$

en caso contrario aumentar la sección.

d) Cálculo del refuerzo por torsión y cortante.

* Acero de refuerzo transversal.

- Por torsión.

$$A_{SV} = \frac{s(T_U - T_{CR})}{FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}}$$

donde:

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

$$s \leq \begin{cases} x_1 \\ y_1/2 \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

- Por cortante.

$$A_v = \frac{s(V_u - V_{cm})}{FRf_v d_p}$$

donde:

$$5\text{cm} \leq s \leq \frac{FR A_v f_v}{3.5b}$$

* Acero de refuerzo Longitudinal.

-Por torsión.

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)f_{vu}}{sf_v}$$

distribuidas en el perímetro interior del estribo con una separación entre ellas no mayor de 50cm.

e) Revisión por acero mínimo

- refuerzo transversal para torsion y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = \frac{3T_{cm} s}{FR \Omega x_1 y_1 f_{vu}}$$

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 1.33(2A_{sv} + A_v)$$

La que sea menor.

- refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st \min} = \frac{2A_{sv} \min(x, y) f_{yv}}{s f_v}$$

$$A_{st \min} = 1.33 A_{st}$$

La que sea menor.

Este refuerzo será distribuido en el perímetro interior del estribo con una separación no mayor de 50cm, colocándose cuando menos una barra en cada esquina y su diámetro no será menor al de los estribos.

f) Distancia a la que se requiere refuerzo por torsión

Hasta una distancia $(h + b)$ más allá del punto teórico donde ya no se requiere.

CAPITULO 3 COMITE ACI 438 (1969)

3.1 TORSION PURA

En base a diversos ensayos a torsión pura de vigas de concreto presforzado con refuerzo en el alma, Hsu; estableció que el momento último torsionante de una viga presforzada $M_{t,p}$ está relacionado con el de una viga de concreto reforzado con refuerzo en el alma $M_{t,r}$, por medio de la ecuación:

$$M_{t,p} = M_{t,r} \sqrt{1+10fse/f'c} \quad (3.1)$$

En donde $fse=F/Rc$ es el presfuerzo efectivo promedio (después de todas las pérdidas).

En el caso de torsión pura, el esfuerzo cortante torsional $t_e=0.636 \sqrt{f'c}$, es la contribución del concreto a la resistencia última torsionante de una viga de concreto reforzado. Este esfuerzo corresponde aproximadamente al 40% del par $M_{t,r}$ de una viga sin refuerzo en el alma; el Comité 438 consideró que aunque éste valor es conservador, se justifica por dos razones. Primera, la resistencia torsionante de una viga de concreto reforzado puede reducirse hasta un 50% cuando el momento flexionante está actuando en combinación con torsión, por lo tanto y para un diseño práctico; al considerar una contribución de solo el 40%, los efectos del momento flexionante sobre la resistencia torsionante pueden ser despreciados. Segunda, los miembros sujetos a torsión deben ser diseñados con un refuerzo adecuado en el alma para mejorar su comportamiento a torsión.

Para concreto presforzado, Hsu ha recomendado una reducción similar dada por:

$$\begin{aligned} M_{cr}^* &= M_{cr} \sqrt{1+10fse/f'c} - 0.6M_{cr} \\ &= 0.4M_{cr}(2.5 \sqrt{1+10fse/f'c} - 1.5) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Considerando que este método es una guía tentativa, una forma más simple y conservadora es reducir M_{cr}^* directamente por 60% de manera que:

$$M_{cr}^* = 0.4M_{cr} \sqrt{1+10fse/f'c} \quad (3.3)$$

En el caso extremo en que $fse=0.45f'c$, el máximo premisible por el reglamento del ACI-1971 después de las pérdidas, $\sqrt{1+10fse/f'c} = 2.34$, mientras que $2.5\sqrt{1+10fse/f'c} - 1.5 = 4.4$, de tal manera que la ec. 3.3 es más conservadora que la ec. 3.2.

El momento M_{cr}^* puede ser considerado tanto como la resistencia útil de un miembro sin refuerzo en el alma, como la contribución del concreto para la resistencia a torsión de un miembro con refuerzo en el alma. De ésta manera el criterio de diseño por torsión del Reglamento del ACI podría modificarse para incluir concreto presforzado.

3.2 TORSION Y CORTANTE COMBINADOS

3.2.1.- Los efectos de torsión pueden despreciarse en el diseño por cortante y flexión cuando el esfuerzo último por torsión t_u es menor que $0.398\sqrt{f'c} \sqrt{1+10fse/f'c}$. En caso contrario, v_{cr} en diseño por cortante debe ser reducido por el siguiente factor:

$$\frac{1}{\sqrt{1+(t_u/1.2v_u)^2}} \quad (3.4)$$

3.2.2.- Para miembros con sección rectangular o patinadas, t_u puede ser calculada por:

$$t_u = \frac{3T_u}{FR \sum x^2 y} \quad (3.5)$$

ó

$$T_u = \frac{FR \sum x^2 y t_u}{3} \quad (3.6)$$

en donde x y y son las dimensiones menor y mayor de una pieza rectangular de una sección transversal.

La sumatoria $\sum x^2 y$ debe ser tomada por las componentes rectangulares de la sección, pero el ancho del patín sobresaliente usado en diseño no debe exceder de 3 veces el espesor del patín.

3.2.3.- Una sección rectangular en cajón se puede diseñar como una sección sólida, con tal que el espesor del muro sea mayor que $x/4$. Una sección en cajón con $t < x/4$ pero mayor que $x/10$ puede también ser tomada como una sección sólida si $\sum x^2 y$ es multiplicada por $4t/x$. Cuando $t < x/10$, debe considerarse la rigidez del muro. Deben proveerse filetes en las esquinas interiores de todas las secciones en cajón.

3.2.4.- Para secciones localizadas a una distancia menor que la mitad del peralte total de la sección medida desde la cara del apoyo, pueden ser diseñadas para la misma torsión t_u calculada a esa distancia.

3.2.5.- El esfuerzo de torsión t_c que toma el concreto no debe ser mayor que:

$$t_c = \frac{0.636FR \sqrt{f'c} \sqrt{1+10fse/f'c}}{\sqrt{1+(1.2v_u/t_u)^2}} \quad (3.7)$$

El denominador de la ec. 3.5 es el mismo que se utiliza para concreto reforzado. Esto resulta de tomar una curva de interacción circular entre cortante y torsión.

3.2.6.- Hsu ha sugerido que el máximo esfuerzo torsionante de un miembro con refuerzo a torsión no debe exceder del valor dado por:

$$\frac{3.18FR \sqrt{f'c} (1+fse/2f'c)}{\sqrt{1+(1.2v_u/t_u)^2}} \quad (3.8)$$

o bien que el momento último torsionante no debe exceder de:

$$\frac{1.06FR \sum x^2y \sqrt{f'c} (1 + fse/2f'c)}{\sqrt{1 + (1.2v_u/t_u)^2}} \quad (3.9)$$

3.3 DISEÑO DE REFUERZO A TORSIÓN

3.3.1.- Cuando es necesario el refuerzo por torsión, éste se debe proveer adicionalmente al refuerzo necesario para resistir cortante y flexión. El refuerzo a torsión puede ser combinado con el requerido para otros propósitos siempre y cuando el refuerzo total satisfaga la suma de los requeridos individualmente.

3.3.2.- El área de estribos cerrados necesarios para resistir torsión debe ser calculada por:

$$R_{sv} = \frac{(t_u - t_c)s \sum x^2 y}{3FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}} \quad (3.10)$$

o bien:

$$R_{sv} = \frac{(T_u - T_c)s}{FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}} \quad (3.11)$$

pero no menor que:

$$2R_{sv} + A_v = 3.5b_s/f_y \quad (3.12)$$

donde x_1 y y_1 son las dimensiones menor y mayor de un estribo cerrado medido centro a centro y R_{sv} es el área de una rama del estribo cerrado existente en una distancia s . El coeficiente Ω puede tomarse como $0.66 + 0.33y_1/x_1$ pero no mayor que 1.5.

3.3.3.- La separación s entre estribos cerrados no debe exceder de $(x_1 + y_1)/4$ ó 30 cms, la que sea menor.

3.3.4.- El área longitudinal del refuerzo por torsión sugerida por Hsu es:

$$A_{st} = 2R_{sv}(x_1 + y_1)/s - f_{se}AC/f_y \quad (3.13)$$

en donde el valor de f_{se} se tomará igual a cero en la sección transversal de máximo momento donde el acero fluirá por resistencia última.

3.3.5.- El refuerzo longitudinal no debe ser de un diámetro menor del #3 y estará distribuido alrededor del perímetro de los estribos a una separación no mayor de 30 cms; debe haber cuando menos una varilla longitudinal en cada esquina de los estribos.

3.3.6.- El refuerzo por torsión debe proveerse cuando menos a una distancia (x_1+y_1) más allá del punto donde teóricamente es requerido.

3.4 PRECAUCIONES RECOMENDABLES

Considerando que actualmente las especificaciones de diseño americanas, no tienen reglamentado el diseño por torsión de elementos de concreto presforzado, el criterio tentativo que ha sido delineado pese a estar basado en un considerable volumen de datos de ensayos tiene que ser utilizado con precaución.

Los libros de texto sobre concreto presforzado tienen comúnmente enfatizado que, si bien el diseño por flexión puede hacerse confiadamente sobre la base de numerosos ensayos, todavía se desconoce mucho de lo relacionado con el diseño por cortante y torsión. Aunque también es cierto que el cuadro está cambiando rápidamente.

Datos de nuevos ensayos y construcción práctica afortunada, son acumulados en todo el mundo, de manera que nosotros ahora podemos diseñar por cortante con confianza y del mismo modo, la torsión puede también ser aclarada en un futuro próximo. Sin embargo, no hay que creer que la precisión del diseño por cortante y torsión será a un nivel deseable, investigaciones posteriores han expresado la compleja relación implicada por largas ecuaciones matemáticas. El propósito del refuerzo de cortante y torsión es usualmente para asegurar que la resistencia última estará dominada por flexión. Un razonable exceso de refuerzo en el alma es la mejor y más económica garantía que puede considerar el diseñador, el fabricante, el contratista y el propietario de estructuras presforzadas.

3.5 RESUMEN DEL METODO DE DISEÑO PROPUESTO POR EL COMITE 438 DEL ACI.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR} .

$$T_{CR} = 0.132FR \Sigma x^2 y \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + 10f_{se}/f'_c}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse los efectos de torsión.

se consideran si $T_u > T_{CR}$

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$T_{CR}^* = \frac{0.212FR \Sigma x^2 y \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + 10f_{se}/f'_c}}{\sqrt{1 + (1.2V_u/t_u)^2}}$$

$$V_{CR}^* = \frac{V_{CR}}{\sqrt{1 + (t_u/1.2V_u)^2}}$$

$$t_u = \frac{3T_u}{FR \Sigma x^2 y}$$

$$V_u = \frac{V_u}{bd_p}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = \frac{3.18FR \Sigma x^2 y \sqrt{f'_c} (1 + f_{se}/2f'_c)}{3 \sqrt{1 + (1.2V_u/t_u)^2}}$$

en caso contrario aumentar la sección.

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante.

* Acero de refuerzo transversal.

- para Torsión.

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{cr})s}{FR\Omega x_1 y_1 f_{vv}}$$

donde:

$$s \leq \begin{cases} (x_1 + y_1)/4 \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

-para cortante.

$$A_v = \frac{s(V_u - V_{cr})}{FRf_{vd}}$$

donde:

$$s \leq s \leq \begin{cases} FRAf_v/3.5b \\ 0.75h \text{ si } V_{cr} \leq V_u \leq 1.5FRbd\sqrt{f_c} \\ 0.37h \text{ si } V_u > 1.5FRbd\sqrt{f_c} \end{cases}$$

* Acero de refuerzo Longitudinal.

- por torsión

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)}{s} - \frac{f_{se}A_c}{f_v}$$

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante.

* Acero de refuerzo transversal.

- para Torsión.

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{cr})s}{FR \Omega x_1 y_1 f_v}$$

donde:

$$s \leq \begin{cases} (x_1 + y_1)/4 \\ 30\text{cm} \end{cases}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

-para cortante.

$$A_v = \frac{s(V_u - V_{cr})}{FRf_v d_m}$$

donde:

$$s \leq s \leq \begin{cases} FRf_v d_m / 3.5b \\ 0.75h \text{ si } V_{cr} \leq V_u \leq 1.5FRb d_m \sqrt{f_c} \\ 0.37h \text{ si } V_u > 1.5FRb d_m \sqrt{f_c} \end{cases}$$

* Acero de refuerzo Longitudinal.

- por torsión

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)}{s} - \frac{f_{se} A_c}{f_y}$$

distribuidas en el perímetro de la sección con una separación entre ellas no mayor de 30cm

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante.

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 3.5b_s/f_y$$

- Refuerzo longitudinal por torsión.

$A_{st \min}$ no específica, pero por requisitos de colocación tenemos que el refuerzo deberá estar distribuido en el perímetro interior del estribo a una separación no mayor de 30cm., el diámetro de las barras no será menor al #3 y debe haber cuando menos una en cada esquina de los estribos.

g) Distancia hasta la cual se requiere refuerzo por torsión.

El refuerzo por Torsión se debe colocar hasta una distancia de $(h + b)$ mas allá del punto donde teóricamente es requerido, pero se recomienda que se coloque en toda la longitud del elemento.

CAPITULO 4 COMENTARIOS DEL ING. ANTOINE NAAMAN

4.1 COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS SUJETOS A TORSION PURA

De acuerdo con la teoría de la torsión para materiales elásticos de St. Venant's, los miembros de concreto simple sujetos a un incremento de momento torsionante podrían fallar eventualmente desarrollando un agrietamiento de tipo en espiral. Sin embargo el comportamiento actual del concreto simple a la falla es diferente; generalmente se desarrolla una grieta de tensión en un plano inclinado aproximadamente a 45° respecto al eje de torsión y la falla es súbita (frágil), y, con la excepción de pequeños especímenes la falla es en mayor parte causada por flexión inducida por la componente flexionante del momento torsionante (Fig 4.1).

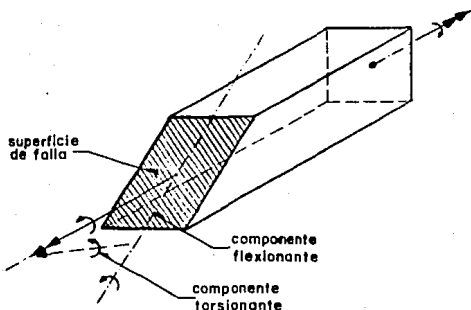


Figura 4.1 Falla por torsión. Modelo de una viga de concreto simple.

Si el miembro de concreto se refuerza contra la torsión, su comportamiento antes del agrietamiento es esencialmente idéntico al de un miembro de concreto simple, es decir; que el agrietamiento de un miembro de concreto reforzado puede ocurrir hasta casi el mismo par que para un miembro de concreto simple. Antes del agrietamiento, la contribución del refuerzo por torsión es pequeña, demostrado por el bajo esfuerzo registrado durante el ensayo; después del agrietamiento la rigidez del miembro disminuye súbitamente hasta una fracción de su valor antes del agrietamiento y el esfuerzo en el refuerzo se incrementa rigurosamente para mantener el equilibrio. Incrementando el par, se desarrollan múltiples grietas inclinadas en espaciamientos regulares y toman la forma de "S" (Fig 4.2). El esfuerzo principal de compresión medido a lo largo de los elementos de concreto restringidos por dos grietas, aparece, al incrementar el par a una velocidad mayor que la predicha por la teoría.

En general, se pueden observar tres tipos de falla por torsión dependiendo de la cantidad de refuerzo, y son comparables a los tipos de falla por flexión: vigas subreforzadas por torsión fallarán por la fluencia del acero mientras que las vigas sobreforzadas fallarán por aplastamiento del concreto, generalmente en la cara ancha del miembro; se incorporó un tercer tipo de falla que ocurre particularmente en miembros sobreforzados en los que ocurre una combinación de la fluencia de los estribos o del acero longitudinal y aplastamiento del concreto.



VIGA PRESFORZADA



VIGA REFORZADA

Figura 4.2 Agrietamiento típico por torsión en miembros reforzados.

La función después del agrietamiento de los diferentes elementos de un miembro de concreto reforzado agrietado por torsión pueden verse en la Fig 4.3. La figura es además útil como resumen de la información de los tipos de refuerzo torsionante y los detalles que pueden ser utilizados en su diseño.

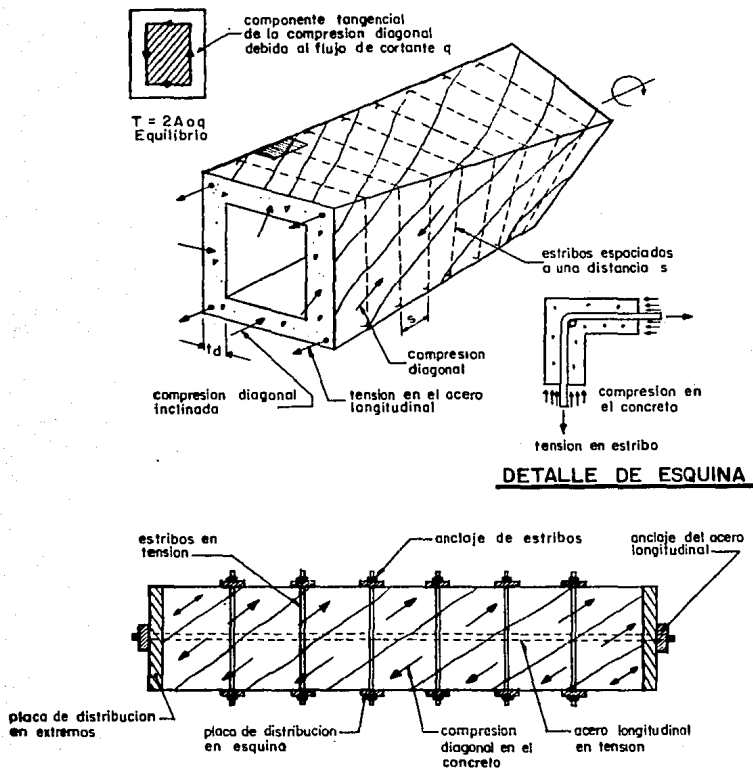


Figura 4.3 Funciones idealizadas del concreto y del refuerzo después del agrietamiento por torsión.

Anteriormente han sido propuestas varias teorías y modelos para explicar el comportamiento del concreto simple y concreto reforzado a la torsión. Un modelo más reciente desarrollado por Lampert, propone una analogía con una armadura en espacio tridimensional en el cual el refuerzo periférico longitudinal representa las cuerdas de la armadura, los estribos cerrados forman sus elementos verticales y los elementos de concreto inclinados entre las grietas juegan el papel de los elementos diagonales a compresión ; este modelo da predicciones realistas de un comportamiento actual y parece tener un incremento aceptable con algunas investigaciones en el campo.

4.2 ESFUERZOS TORSIONANTES

Utilizando cualesquiera de las teorías matemáticas, elástica o plástica, puede mostrarse que la magnitud del máximo esfuerzo cortante torsional en una sección rectangular sujeta a un par T está dada por:

$$t = \frac{T}{\eta x^2 y} \quad (4.1)$$

donde:

- x = dimensión menor de una sección rectangular
- y = dimensión mayor de una sección rectangular
- η = coeficiente torsional

El valor de η varía con y/x desde 0.208 a $1/3$ en la teoría elástica y de $1/3$ a $1/2$ en la teoría plástica. Por simplificación el Reglamento ACI adopta un valor de $1/3$ para elementos no presforzados.

Para una sección de concreto simple en el principio del agrietamiento la Ec.(4.1) puede escribirse como:

$$t_c = \frac{T_c}{\eta x^2 y} \quad (4.2)$$

donde:

t_c = esfuerzo cortante debido a la torsión de agrietamiento

T_c = torsión que provoca el agrietamiento

Para secciones con patines tales como T, I o L, el Reglamento del ACI sugiere el uso de $\Sigma \eta x^2 y$ para el denominador de las Ecs.(4.1) y (4.2) en donde la sumatoria se aplica a las partes rectangulares de la sección :

$$t_c = \frac{T_c}{\Sigma \eta x^2 y} \quad (4.3)$$

donde:

x dimensión menor de las partes rectangulares de la sección transversal

y dimensión mayor de las partes rectangulares de la sección transversal

$\Sigma \eta x^2 y$ la suma se elige como el máximo valor de cualesquiera de las alternativas (diseño seguro)

La ecuación anterior no está exactamente de acuerdo con la teoría pero simplifica los resultados enormemente.

Para secciones rectangulares en cajón el reglamento prescribe que puede utilizarse una sección sólida equivalente, previendo que el espesor de los muros h' sea por lo menos $x/4$; si el espesor de la pared h' es menor que $x/4$ pero mayor que $x/10$ puede tomarse una sección sólida equivalente previniendo que el término x^2y es multiplicado por $4h'/x$. Cuando h' es menor que $x/10$ debe considerarse la rigidez del muro, así también es posible un encorvamiento y puede ocurrir el aplastamiento.

El denominador de las Ecs. 4.1 a 4.3, es generalmente llamada constante de torsión. Un resumen de las constantes de torsión recomendadas por el reglamento del ACI para varias secciones está dado en la Fig 4.4.

	<p>CONSTANTE DE TORSION</p> $T = \eta x^2 y$ $\eta = 1/3 \text{ (ACI: NO PRESFORZADO)}$ $\eta = 0.35 / (0.75 + x/y) \text{ (ZIA, PRESFORZADO)}$
	$T = (\sum \eta x^2 y)$ <p>EJEMPLO: $(\eta x^2 y + \eta' x'^2 y')$</p>
	<p>PARA $h' \geq x/4$ $T = \sum \eta x^2 y$</p> $\frac{x}{10} \leq h' < x/4 \quad T = \frac{4h'}{h} (\sum \frac{1}{3} x y)$ <p>PARA $h' < x/10$, CONSIDERAR LA RIGIDEZ EXACTA</p>

Figura 4.4 Resumen de constantes torsionantes de diseño.

Pese a que el Reglamento del ACI no cubre el diseño por torsión para concreto presforzado, las Ecs. 4.1 a 4.3 podrían aplicarse si se modifica el valor de η . Basados en los resultados de 218 ensayos Zia y McGee han mostrado que el coeficiente de torsión η puede ser estimado como una primera aproximación por:

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + x/y} \quad (4.4)$$

Se puede generalizar la Ec. 4.3 para concreto simple, reforzado y presforzado, usando $\eta=1/3$ para concreto simple y reforzado como lo hace el reglamento ACI, y η de la Ec. 4.4 para concreto presforzado. Nótese que de acuerdo a lo discutido por Zia y McGee la Ec. 4.4 es aplicable tanto para concreto reforzado como para concreto presforzado.

4.3 RESISTENCIA AL AGRIETAMIENTO POR TORSION

Teórica y experimentalmente se ha demostrado que la resistencia al agrietamiento t_c de una viga de concreto simple sujeta a torsión pura es aproximadamente igual a $0.85 |f_r|$ donde f_r es el módulo de ruptura del concreto. Como una primera aproximación $0.85 |f_r|$ puede ser tomado como $0.85(2.0 \sqrt{f'c}) \approx 1.59 \sqrt{f'c}$. El esfuerzo de agrietamiento en una viga de concreto reforzado es considerado igual al del concreto simple.

Hsu ha demostrado que si la viga es presforzada, su resistencia al agrietamiento por torsión se incrementa con el presfuerzo efectivo y, para todo propósito práctico puede ser estimada por:

$$(t_c)_{\text{presforzada}} = (\sqrt{1+10f_{se}/f'c}) (t_c)_{\text{no presforzada}} \quad (4.5)$$

o equivalentemente

$$t_c = 1.59 \sqrt{f_c} \sqrt{1+10f_{se}/f_c} \quad (4.6)$$

donde f_{se} = presfuerzo efectivo = F/R_c

Nótese que la Ec. 4.6 es aplicable también para concreto simple y reforzado cuando $f_{se} = 0$.

Conociendo el esfuerzo de agrietamiento, el par cerca del agrietamiento puede ser estimado por la Ec. 4.3, en donde $\eta = 1/2$ para miembros no presforzados y η dada por la Ec. 4.4 para miembros presforzados.

4.4 RESISTENCIA A LA TORSION DESPUES DEL AGRIETAMIENTO

Una sección de concreto simple sujeta a torsión pierde toda su resistencia después del agrietamiento, sin embargo; si se refuerza a torsión, la contribución del concreto a la resistencia torsional después del agrietamiento t_{cw} , es una parte significativa de su resistencia previa al agrietamiento t_c . Hsu ha mostrado experimentalmente que la resistencia " t_{cw} " después del agrietamiento es aproximadamente el 40% de la resistencia al agrietamiento t_c en miembros reforzados; también encontró, que la magnitud de la resistencia perdida después del agrietamiento es el mismo para elementos presforzados como para elementos no presforzados (reforzados), de este modo:

$$(t_c - t_{cw})_{\text{presforzados}} = (t_c - t_{cw})_{\text{no presforzados}} \quad (4.7)$$

donde:

t_{cr} = resistencia del concreto a la torsión después del agrietamiento (considerando que esta previsto el acero de refuerzo por torsión).
 t_c = resistencia al agrietamiento por torsión.

Se utilizará la misma notación para elementos presforzados y no presforzados para reducir al mínimo las confusiones que pudieran surgir, como más adelante se unifica el procedimiento de diseño, se aplicaran los mismos símbolos para ambos.

El resultado de la Ec.4.7 se ilustra en la fig.4.5, donde; la contribución del concreto para la resistencia a la torsión es trazada contra la contribución del refuerzo por torsión. Las dos relaciones lineales son apropiadas para los datos actuales (notese que las dos líneas tienen la misma inclinación Ω dada por la Ec.4.17), indicando que la contribución del refuerzo por torsión después del agrietamiento es el mismo, sea o no presforzado el miembro. Sin embargo, la contribución " t_{cr} " del concreto, después del agrietamiento es superior para un elemento presforzado.

Para un miembro no presforzado, la pérdida de resistencia está dada por:

$$t_c - t_{cr} = t_c - \mu t_c = (1-\mu)t_c = kt_c \quad (4.8)$$

donde:

$\mu = 0.4$, como se indicó anteriormente, de este modo:

$$k = 0.6 = 1 - \frac{t_{cr}}{t_c}$$

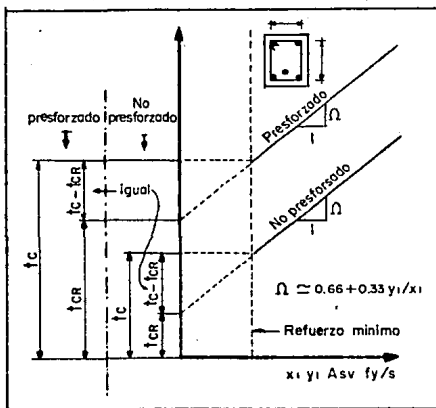


Figura 4.5 Representación gráfica de la resistencia a la torsión del concreto y acero después del agrietamiento.

Si el miembro es presforzado, tendremos;

$$(t_c - t_{cR})_{\text{presforzado}} = k (t_c)_{\text{no presforzado}} \quad (4.9)$$

y usando las Ecs. 4.6 y 4.7

$$t_{cR} = (\sqrt{1+10f_s e/f'c} - k)(t_c)_{\text{no presforzado}} \quad (4.10)$$

La ecuación de arriba puede generalizarse para elementos reforzados y presforzados con refuerzo a la torsión, considerando la resistencia al agrietamiento de miembros no reforzados que es $1.59 \sqrt{f'c}$ de manera que:

$$t_{CR} = 1.59 \sqrt{f'c} (\sqrt{1 + 10fse/f'c} - k) \quad (4.11)$$

donde $k=0.6$ para miembros no presforzados en donde $fse=0$

$=1-0.133/\eta$ para miembros presforzados en donde η está dada por la ec. 4.4. Por lo tanto $k=(0.75-0.4x/y)/1.05$. El valor de x/y se determina por el componente rectangular más grande donde usualmente se coloca el refuerzo.

Nota: Para miembros no presforzados $t_{CR}=0.636 \sqrt{f'c}$ y $\eta=1/3$. Estos valores son usados indirectamente en la ec. 11.22 del reglamento ACI, en la cual también se incluye la influencia de cargas combinadas con cortante.

4.5 CRITERIO DE DISEÑO PARA TORSION PURA

En esta parte, se combina de manera directa el procedimiento de diseño por torsión de miembros presforzados y no presforzados (aunque el Reglamento del ACI no cubre concreto presforzado), por lo cual algunos requisitos del reglamento del ACI aplicables a miembros no presforzados, serán utilizados también para concreto presforzado. El Reglamento del ACI utiliza fuerzas y momentos en la mayoría de las de las ecuaciones, aquí en cambio; usaremos esfuerzos siempre que que convenga.

El procedimiento de diseño se resumirá en los siguientes pasos:

- 1.- Consideración de la torsión. Los efectos de torsión serán incluidos con cortante y flexión cuando el momento torsionante factorizado " T_u " exceda de $\phi R(0.25t_c \sum \eta x^2 y)$, de otro modo los efectos de torsión pueden despreciarse.

Nota: Para miembros no presforzados $t_c = 1.59 \sqrt{f'c}$ y $\eta = 1/3$, como consecuencia, $FR(0.13 \sqrt{f'c} \Sigma x^2 y)$, como lo dado en el Reglamento. t_c y η son obtenidos de las ecs. 4.6 y 4.4 para miembros presforzados.

2.- Criterios de diseño. El diseño de secciones transversales sujetas a torsión, estará basado en la siguiente condición:

$$T_u \leq FRT_n \quad (4.12)$$

donde T_u es el momento torsionante factorizado de la sección considerada y T_n es el momento torsionante nominal resistente calculado de:

$$T_n = T_{CR} + T_s \quad (4.13)$$

T_{CR} es el momento torsionante que resiste el concreto y T_s es el momento torsionante que resiste el acero de refuerzo. Si T_u excede de FRT_{CR} , debe proporcionarse refuerzo por torsión. La obtención de T_{CR} y T_s se vera más adelante.

3.- Contribución del concreto. La contribución del concreto para la resistencia torsionante está dada por el par

$$T_{CR} = \Sigma \eta x^2 y t_{CR} \quad (4.14)$$

donde $\eta = 1/3$ para concreto no presforzado

$$\eta = 0.35 / (0.75 + x/y) \text{ para concreto presforzado}$$

y la resistencia torsionante del concreto es tomada como:

$$t_{CR} = 1.59 \sqrt{f'c} (\sqrt{1 + 10 f_s e / f'c} - k) \quad (4.15)$$

en donde $k=0.60$ para concreto no presforzado en cuyo caso $f_{se}=0$ y

$$k=1-0.133/\eta=(0.75-0.4x/y)/1.05 \text{ para concreto presforzado.}$$

4.- Contribución del refuerzo. La contribución del refuerzo por torsión está dada por el momento nominal resistente a la torsión

$$T_m = A_{sv} \Omega x_1 y_1 f_v / s \quad (4.16)$$

donde:

A_{sv} = Área de una rama de setribo cerrado resistiendo torsión comprendido en una distancia s .

s = espaciamiento del refuerzo por torsión en dirección paralela al refuerzo longitudinal.

x_1 = dimensión menor del estribo rectangular medida centro a centro.

y_1 = dimensión mayor del estribo rectangular medida centro a centro.

f_y = esfuerzo de fluencia de los estribos de refuerzo, no excederá de 4200 kg/cm^2 .

El valor de Ω corresponde a la inclinación de la Fig 4.5 y es la misma para elementos presforzados y no presforzados, su valor aproximado propuesto inicialmente por Hsu, está dado en el reglamento del ACI por:

$$\Omega = 0.66 + 0.33y_1/x_1 \quad (4.17)$$

pero no debe ser mayor que 1.5.

Las disposiciones típicas de estribos cerrados utilizados como

refuerzo por torsión en varias secciones pueden verse en la Fig.4.6.

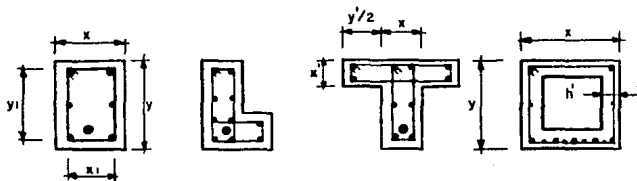


Figura 4.6 Distribuciones típicas del refuerzo por torsión.

De acuerdo con el Reglamento del RCI, el valor de t_m para concreto reforzado no excederá de $4T_{cm}$. Nótese que de T_m puede derivarse un esfuerzo torsional equivalente t_m usando:

$$t_m = \frac{T_m}{\sum \eta x^2 y} \quad (4.18)$$

Cuando se use la ec. 4.16 para determinar el refuerzo por torsión, el valor de T_m puede ser tomado como:

$$T_m = T_u/FR - T_{cm} \quad (4.19)$$

5.-Estribos de torsión. El área requerida de una rama de un estribo cerrado para resistir torsión es calculado por:

$$A_{sv} = \frac{(T_u/FR - T_{cm})S}{\Omega f_{yx} y_s} \quad (4.20)$$

Como lo prescrito en el Reglamento, el área mínima de estribos cerrados para concreto reforzado será igual que:

$$A_v + 2A_{sv} = 3.5b_s/f_y \quad (4.21)$$

donde A_v es el área de refuerzo en el alma requerida por cortante y f_y está en kg/cm^2 . La cantidad mínima de refuerzo reduce el riesgo de falla frágil, debido a la falla del refuerzo en el alma inmediatamente después del agrietamiento.

Para concreto presforzado, Zia y Hsu recomendaron la siguiente área mínima de estribos cerrados por torsión y cortante.

$$A_v + 2A_{sv} = (3.5b_s/f_y)(1+12f_{se}/f'_c) \leq 14b_s/f_y \quad (4.22)$$

El espaciamiento de estribos cerrados no excederá del menor valor de $(x_1+y_1)/4$ o 30 cms. El refuerzo por torsión será proporcionado por lo menos hasta una distancia $(d+b)$ más allá del punto donde teóricamente es requerido. Donde $d=d_u$ o d_c (no menor de $0.8h$), y b es el ancho de la cara de compresión del miembro. La primera sección crítica puede ser tomada igual a la del diseño por cortante.

El refuerzo por torsión comprende el refuerzo longitudinal A_{st} en adición al refuerzo transversal. Se proveerán barras longitudinales para resistir la componente longitudinal de la tensión diagonal inducida por torsión. Su volumen debe ser aproximadamente igual a la de estribos por torsión. De acuerdo al reglamento del ACI el valor de A_{st} para miembros no presforzados puede ser tomado como el

mayor de:

$$A_{st} = 2A_{sv}(x_1 + y_1)/s \quad (4.23)$$

ó

$$A_{st} = \left(\frac{28x_1sT_u}{f_v(T_u + V_u/3C_c)} - 2A_{sv} \right) \left(\frac{x_1 + y_1}{s} \right) \quad (4.24)$$

en la cual

$$C_c = bd/\sum x^2y \quad (4.25)$$

En opinión del autor, para miembros presforzados puede usarse solo la ec. 4.23, a medida que ésta controla el diseño en la mayor parte de casos prácticos. En cualquier caso, el valor de A_{st} no será mayor que la obtenida al sustituir $3.5bs(1+12f_{se}/f'_c)/f_v \leq 14bs/f_v$ por $2A_{st}$ en las ecs. 4.23 y 4.24. El espaciamiento de barras longitudinales de un diámetro no menor que el #3, será distribuido alrededor del perímetro de los estribos cerrados y no excederá de 30 cms, de la misma manera debe colocarse cuando menos una barra longitudinal en cada esquina de la sección.

- 6.- Momento máximo torsionante. Como se debe reducir el peligro de falla por compresión del concreto antes de la fluencia del acero debido al sobrerreforzamiento, debe establecerse un límite máximo del momento torsionante factorizado. Para concreto reforzado, el reglamento del ACI limita el valor de T_u a $4T_{CH}$. Refiriéndose a la ec. 4.19 este es el límite del momento torsionante factorizado T_u para:

$$(T_u)_{\max} = 5FRT_{cm} \quad (4.26)$$

En base a los resultados de Zia y McGee y usando un valor de $n=1/3$, Zia y Hsu han propuesto el siguiente límite del valor del momento torsionante factorizado para concreto presforzado:

$$(T_u)_{\max} = \frac{0.088 \sum x^2 y c \sqrt{1+10f_{se}/f'_c} \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1+(CV_u \sqrt{1+10f_{se}/f'_c}/30C_e T_u)^2}} \quad (4.27)$$

donde:

$$C = 12 - 10f_{se}/f'_c \quad (4.28)$$

y C_e está dada por la ec. 4.25

4.6 CARGAS COMBINADAS

Pocas veces se aplican cargas torsionantes puras en la estructura, es más común que exista una combinación de torsión, cortante y flexión. Su interacción está representada generalmente por una superficie de interacción y cuando se consideran dos al mismo tiempo, por una interacción curva. Las curvas de interacción circular, parabólica y lineal han sido utilizadas como modelo de la interacción de flexión y torsión o torsión y cortante. En el reglamento del ACI, el diseño por flexión se realiza separadamente (de manera que esto no necesita ser reconsiderado), mientras que para torsión y cortante el diseño es combinado.

Los ensayos han mostrado que la interacción entre torsión y cortante para miembros presforzados y no presforzados pueden ser

representados adecuadamente por una curva circular Fig 4.7 de la forma:

$$\left(\frac{t_{CR}^*}{t_{CR}}\right)^2 + \left(\frac{V_{CR}^*}{V_{CR}}\right)^2 = 1 \quad (4.29)$$

en donde:

t_{CR}^* = resistencia torsionante en presencia de cortante por flexión.

t_{CR} = resistencia torsionante cuando el miembro está sujeto solo a torsión.

V_{CR}^* = resistencia al cortante en presencia de torsión.

V_{CR} = resistencia al cortante cuando el miembro está sujeto solo a cortante por flexión.

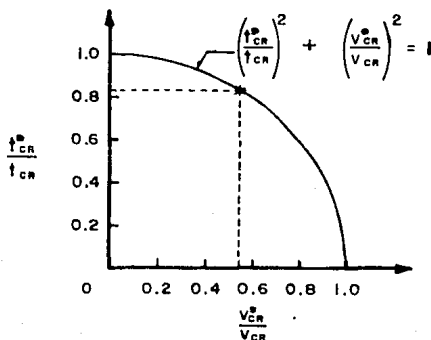


Figura 4.7 Curva de interacción típica para torsión y cortante combinados.

La ec. 4.29 también es aplicable al concreto simple para el cual c (por agrietamiento) sustituye a c_{CR} . Nótese que a causa de la forma circular de la curva, para un efecto se observa una pequeña reducción en la resistencia, a menos que el otro efecto sea significativo. Por ejemplo, aproximadamente el 90% de la resistencia a cortante actuando sólo puede ser tomada en cuenta si la torsión es menor que el 45% de la resistencia a torsión actuando sola y viceversa.

Dividiendo la ec. 4.29 por cualquiera de los dos valores $(v^*_{CR}/v_{CR})^2$ o $(t^*_{CR}/t_{CR})^2$ y resolviendo para t^*_{CR} o v^*_{CR} tenemos:

$$t^*_{CR} = \frac{t_{CR}}{\sqrt{1 + (t_{CR}/v_{CR})^2 (v^*_{CR}/t^*_{CR})^2}} \quad (4.30)$$

$$v^*_{CR} = \frac{v_{CR}}{\sqrt{1 + (v_{CR}/t_{CR})^2 (t^*_{CR}/v^*_{CR})^2}} \quad (4.31)$$

En miembros no presforzados se considera generalmente que para propósitos de diseño el radio t^*_{CR}/v^*_{CR} puede ser aproximado por t_u/v_u , o equivalentemente, por T_u/V_u multiplicado por un factor apropiado. Y que el radio entre v_{CR} y t_{CR} es igual al radio de sus respectivos valores más bajos, los cuales son 0.53 f^*c y 0.64 f^*c . Esto conduce esencialmente a la ec. 11.22 del reglamento del RCI para miembros no presforzados como:

$$t^*_{CR} = \frac{0.64\sqrt{f^*c}}{\sqrt{1 + (1.2v_u/t_u)^2}} \quad (4.32)$$

La cual está escrita aquí en función de esfuerzos en lugar de fuerzas.

Para miembros presforzados, Zia y Hsu han propuesto las siguientes aproximaciones a las ecs. 4.30 y 4.31:

$$t_{CR}^* = \frac{t_{CR}}{\sqrt{1 + (t_{CR}V_u/V_{CR}T_u)^2}} \quad (4.33)$$

$$V_{CR}^* = \frac{V_{CR}}{\sqrt{1 + (V_{CR}T_u/t_{CR}V_u)^2}} \quad (4.34)$$

donde:

$$t_{CR} = 1.59\sqrt{f_c} (\sqrt{1 + 10f_{se}/f_c} - 0.6) \quad (4.35)$$

Por consiguiente, comparando la ec. 4.35 con la ec. 4.15, se adopta para cargas combinadas un valor de $k=0.6$ para concreto reforzado y presforzado. Nótese que v_u/t_u puede también ser reemplazado por V_u/T_u multiplicado por un factor apropiado.

Intentando generalizar el uso de las ecs. 4.33 y 4.34 para el diseño de miembros presforzados y no presforzados con refuerzo en el alma, puede utilizarse la siguiente notación.

t_{CR}^* = esfuerzo torsionante tomado por el concreto bajo carga combinada

V_{CR}^* = esfuerzo cortante tomado por el concreto bajo carga combinada.

t_{CR} = esfuerzo torsionante tomado por el concreto sujeto a torsión pura

$$t_{CR} = 1.59\sqrt{f_c} (\sqrt{1 + 10f_{se}/f_c} - k)$$

$k = 0.6$ para miembros presforzados y no presforzados bajo torsión pura y cargas combinadas, usando la misma k en todos los casos.

$\eta = 1/3$ para miembros no presforzados, puede usarse un valor de $1/3$ como una primera aproximación para miembros presforzados.

$\eta = 0.35 / (0.75 + x/y)$ para miembros presforzados si se busca una evaluación más precisa.

v_{CR} = esfuerzo cortante tomado por el concreto sujeto solo a cortante por flexión.

$v_{CR} = 0.53\sqrt{f'c}$ para miembros no presforzados.

$v_{CR} = FRbd_w (\sqrt{f'c} + 50 Vd'/M)$ para miembros presforzados.

$T_{CR} = (\sum \eta x^2 y) t_{CR}$

$T^*_{CR} = (\sum \eta x^2 y) t^*_{CR}$

V_u = esfuerzo cortante de diseño = V_u / bd_w donde $d_w > 0.8h$

t_u = esfuerzo torsionante de diseño = $T_u / \sum \eta x^2 y$

V_u = Fuerza cortante de diseño multiplicada por el factor de carga.

T_u = Momento torsionante de diseño multiplicado por el factor de carga.

El diseño aproximado para cargas combinadas es el mismo que para carga simple, que es, considerar primero la resistencia a torsión del concreto en cargas combinadas y después si se requiere, la del refuerzo en el alma; proporcionado para resistir el exceso de torsión que se necesita para equilibrar la resistencia última requerida fig.4.8. Por consiguiente se aplican las siguientes ecuaciones:

$$T_u = FRT_n \quad (4.36)$$

$$T_n = T^*_{CR} + T_m \quad (4.37)$$

Para propósitos de diseño T_m se tomará como:

$$T_m = T_u / FR - T^*_{CR} \quad (4.38)$$

y el refuerzo por torsión se determinará de las ecs. 4.20 y 4.23.

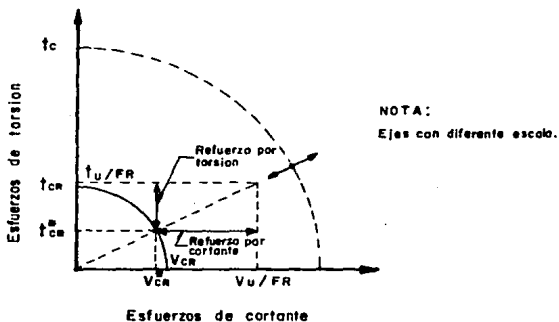


Figura 4.8 Representación típica de la contribución del concreto y el acero de refuerzo después del agrietamiento.

A continuación se resume el procedimiento de diseño por torsión de miembros presforzados y no presforzados para torsión pura o cargas combinadas, cubriendo el diseño de casos más comunes. Está basado en el estado actual de los artículos concertados en el reglamento del D.D.F. y del RCI. Para cualquier caso puede utilizarse un valor de $k=0.6$, y un valor de n , dado por la ec. 4.4 sugerido para miembros presforzados. $n=1/3$ puede utilizarse como una primera aproximación para todos los casos.

Pueden emplearse otros métodos aproximados de diseño por torsión para vigas presforzadas y no presforzadas, uno de ellos y digno de mencionarse es el que está basado en la teoría especial de compresión, desarrollada por Collins y Mitchell. La teoría especial de compresión,

es una extensión del modelo tradicional de la armadura para cortante y torsión, considera condiciones de compatibilidad geométrica y relaciones esfuerzos-fuerzas en adición a las condiciones de equilibrio de la armadura. Esto ofrece un mejor recurso para comprender el comportamiento de vigas en cortante y torsión y se basa en un análisis racional. Esto tiene una desventaja básica porque se asume, de acuerdo con el modelo de la armadura, que la resistencia cortante del concreto es nula. Sin embargo, con algunas modificaciones puede encontrarse muy bien una amplia aceptación en futuros Reglamentos.

4.7 RESUMEN DEL METODO DE DISEÑO PROPUESTO POR EL ING. ANTOINE NAAMAN

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 0.397FR \sum \eta x^2 y \sqrt{f'c} \sqrt{1 + 10fse/f'c}$$

donde:

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + x/y}$$

x y y son las dimensiones menor y mayor respectivamente de las partes rectangulares en que se descompone la sección transversal sin que se considere y mayor de $3x$.

b) Revisión para ver si deben considerarse los efectos de torsión

se consideran si $T_u > T_{CR}$

En caso contrario los efectos de torsión pueden despreciarse.

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$T_{CR} = \frac{1.59FR \sum \eta x^2 y \sqrt{f'c} (\sqrt{1 + 10fse/f'c} - k)}{\sqrt{1 + (t_{CH}V_U/V_{CH}T_U)^2}}$$

$$V_{CR} = \frac{V_U}{\sqrt{1 + (V_{CH}T_U/t_{CH}V_U)^2}}$$

$$t_{CH} = 1.59 \sqrt{f'c} (\sqrt{1 + 10fse/f'c} - k)$$

$$V_C = V_U / bd_u$$

$$t_U = \frac{T_U}{\sum \eta x^2 y}$$

$$V_U = \frac{V_U}{bd_u}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_U \leq \frac{0.088 \sum x^2 y C \sqrt{f'c} \sqrt{1 + 10fse/f'c}}{\sqrt{1 + [CV_U \sqrt{1 + 10fse/f'c} / (30C_r T_U)]^2}}$$

donde:

$$C = 12 - 10fse/f'c$$

$$C_r = bd / \sum x^2 y$$

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante

* Acero de refuerzo transversal.

- para Torsión

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{CR})s}{FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}}$$

$$s \leq \begin{cases} (x_1 + y_1)/4 \\ 30\text{cm} \end{cases}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

- Para cortante.

$$A_v = \frac{s(V_u - V_{CR})}{FR f_{vd}}$$

$$s_{cm} \leq s \leq \begin{cases} FR A_v f_{yv} / 3.5b \\ 0.75h \text{ si } V_{CR} \leq V_u \leq 1.5FR b d_p \sqrt{f'_c} \\ 0.37h \text{ si } V_u > 1.5FR b d_p \sqrt{f'_c} \end{cases}$$

* Acero de refuerzo longitudinal.

- Por torsión.

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)}{s}$$

distribuido en el perímetro interior del estribo a una separación no mayor de 30cm.

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal para torsión y cortante.

$$(3.5b_s/f_v)(1 + 12f_{cr}/f'_c) \leq (2A_{sv} + A_v)_{\min} \leq 14b_s/f_v$$

- Refuerzo longitudinal por torsión.

$$A_{st \min} = (2A_{sv} + A_v)_{\min}(x_1 + y_1)/s$$

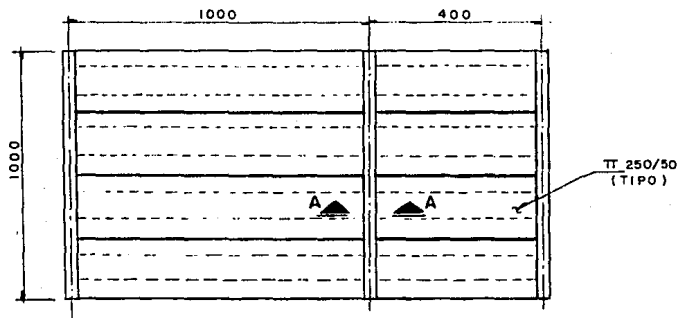
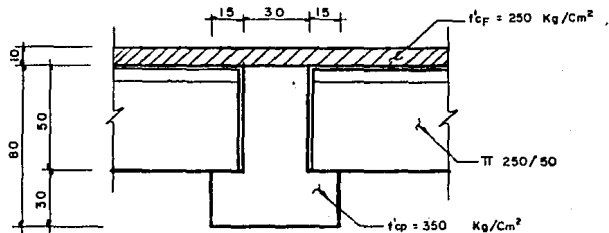
Este refuerzo deberá estar distribuido en el perímetro interior del estribo a una separación no mayor de 30cm., el diámetro de las barras no será menor al #3 y debe haber cuando menos una barra en cada esquina de los estribos.

- g) Distancia hasta la cual se requiere refuerzo por torsión.

El refuerzo por torsión se colocará hasta una distancia $(d + b)$ más allá del punto donde teóricamente ya no se requiera.

CAPITULO 5 EJEMPLO

Dimensionar y revisar La trabe portante considerando La torsión ocasionada por La diferencia de claros y al estar cargado únicamente el claro largo.

PLANTACORTE A-A

Datos:

$$f'_{cm} = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_{cm} = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{sr} = 270 \text{ K}$$

$$= 18900 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_v = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

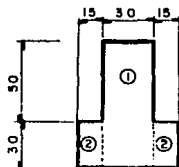
$$w_{acc} = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$w_{av} = 150 \text{ kg/cm}^2$$

5.1.- DIMENSIONAMIENTO POR FLEXION.

a) Características geométricas

- Sección simple



Elem.	A	Y	AY	d	d ²	Ad ²	I
1	2400	40	96000	6.82	46.49	111570	1280000
2	900	15	13500	18.18	330.58	297521	67500
SUM.	3300		109500			409091	1347500

$$Y_{iss} = \frac{109500}{3300} = 33.18 \text{ cm.}$$

$$I_{ss} = 1756591 \text{ cm}^4$$

$$A_{ss} = 3300 \text{ cm}^2$$

$$Y_{sss} = 46.82 \text{ cm.}$$

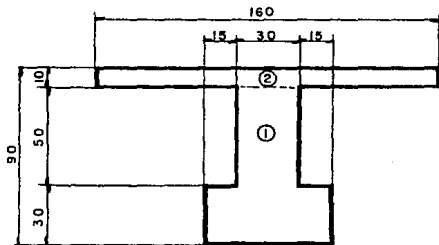
- Sección compuesta

$$b \neq \begin{cases} 16t + b' = 16(10) + 30 = 190 \text{ cm.} \\ c. a. c. = 400 \text{ cm.} \\ L/4 = 250 \text{ cm.} \end{cases}$$

por lo tanto $b = 190 \text{ cm.}$

$$n = \frac{14000 \sqrt{f' C_{pc}}}{14000 \sqrt{f' C_{ps}}} = \frac{\sqrt{250}}{\sqrt{350}} = 0.845$$

$$nb = 0.845(190) = 160 \text{ cm.}$$



Elem.	A	Y	AY	d	d ²	Ad ²	I
1	3 300	33.18	109 494	16.92	286.31	944 836	1 756 591
2	1 600	85.00	136 000	34.90	1 217.95	1 948 725	13 333
SUM	4 900		245 494			2 893 561	1 769 924

$$Y_{isc} = \frac{245\,494}{4900} = 50.10 \text{ cm.}$$

$$I_{sc} = 4663485 \text{ cm}^4$$

$$A_{sc} = 4900 \text{ cm}^2$$

$$Y_{ssc} = 39.9 \text{ cm}$$

b) Análisis de cargas

- Sección simple

$$W_{WH} = 0.33(2400) = 792 \text{ kg/m}$$

$$W_{FARM} = 0.10(7.0)(2400) = 1\,680 \text{ kg/m}$$

$$W_{TT} = 890(7.0)(2.5) = 2\,492 \text{ kg/m}$$

$$W_{AB} = 4\,964 \text{ kg/m}$$

$$M_{ASCA} = \frac{wL^2}{8} = \frac{4964(10)^2}{8} = 62050 \text{ kg-m}$$

$$= 6\,205\,000 \text{ kg-cm}$$

- Sección compuesta

$$W_{WH} = 100(7.0) = 700 \text{ kg/m}$$

$$W_{WB} = 150(7.0) = 1050 \text{ "}$$

$$W_{WC} = 1750 \text{ kg/m}$$

$$M_{ASCA} = \frac{1750(10)^2}{8}$$

$$= 21\,875 \text{ kg-m}$$

$$= 2\,187\,500 \text{ Kg-cm}$$

c) Esfuerzos actuantes

-Sección simple

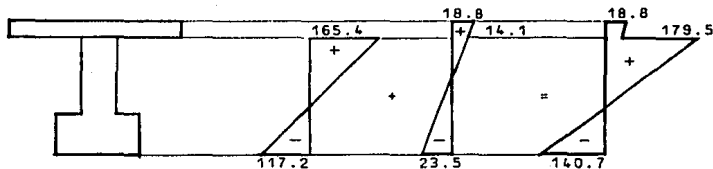
$$f_i = - \frac{\text{Massa Yiss}}{I_{ss}} = - \frac{6\,205\,000 (33.18)}{1\,756\,591} = - 117.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{\text{Massa Ysss}}{I_{ss}} = \frac{6\,205\,000 (46.82)}{1\,756\,591} = + 165.4 \text{ kg/cm}^2$$

-Sección compuesta

$$f_i = - \frac{\text{MascA Yisc}}{I_{sc}} = - \frac{2\,187\,500 (50.1)}{4\,663\,485} = - 23.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{\text{MascA Yssc}}{I_{sc}} = \frac{2\,187\,500 (39.9)}{4\,663\,485} = + 18.8 \text{ kg/cm}^2$$



$$\frac{18.8 + 23.5}{0.9} = \frac{x}{0.1} \implies x = 4.7$$

$$18.8 - 4.7 = 14.1$$

d) Esfuerzos permisibles

- Concreto

* Inmediatamente después de la transferencia.

$$f'c1 = 0.8 f'c = 0.8(350) = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Compresión } fp = 0.6 f'c1 = 0.6(280) = 168 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Tensión } fp = \sqrt{f'c1} = \sqrt{280} = 16.7 \text{ kg/cm}^2$$

* En condiciones de servicio.

$$\text{Compresión } fp = 0.45 f'c = 0.45(350) = 157.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Tensión } fp = 1.6 \sqrt{f'c} = 1.6 \sqrt{350} = 29.9 \text{ kg/cm}^2$$

- Acero de presfuerzo

$$fo = 0.7 f_{sr} = 0.7(18\ 900) = 13\ 230 \text{ kg/cm}^2$$

$$f = k fo = 0.8(13\ 230) = 10\ 584 \text{ kg/cm}^2$$

Utilizando torones $\# 3/8$ " ($a_{sv} = 0.516 \text{ cm}^2$)

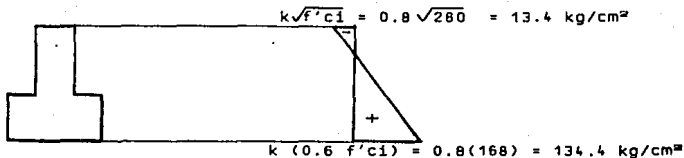
$$Fo = a_{sv} fo = 0.516 (13\ 230) = 6\ 826 \text{ kg/cm}^2$$

$$F = a_{sv} f = 0.516 (10\ 584) = 5\ 461 \text{ kg/cm}^2$$

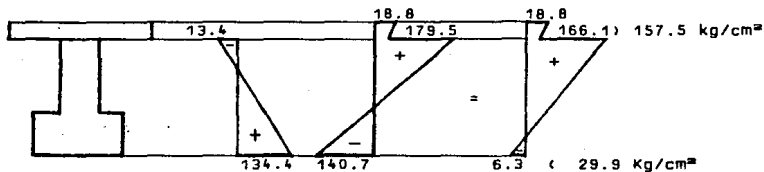
- Acero de refuerzo

$$f_s = 0.5 fy = 0.5 (4\ 200) = 2100 \text{ kg/cm}^2$$

e) Capacidad de presfuerzo de la sección simple

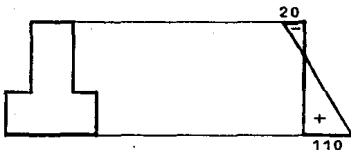


f) Análisis de la sección A en condiciones de servicio



$f_p = f_a$, por lo tanto se mantiene la sección y modificamos el diagrama de presfuerzo.

g) Obtención de la fuerza de presfuerzo



$$\begin{aligned}
 P_t &= A_{ss}[Y_{ss}(f_{ps}+f_{p1})/h - f_{ps}] \\
 &= 3300[46.82(20+110)/180 - 20] \\
 &= 185\,072 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

h) Número de tendones

$$N = Pt/F = 185\,072 / 5\,461 = 34 \text{ tendones}$$

i) Excentricidad teórica

$$\begin{aligned} e_t &= (f_1 - Pt/A_{ss})(I_{ss}/Pt \, Y_{iss}) \\ &= (110 - 185\,072/3\,300)[1\,756\,591/185\,072 (33.18)] \\ &= 15.42 \text{ cm.} \end{aligned}$$

j) Colocación de los tendones

$$N_s = 0.2 N = 0.2 (34) = 7 \quad \Rightarrow 8$$

$$N_i = 0.8 N = 0.8 (34) = 27 \quad \Rightarrow 26$$

$$r_1 = 2 \text{ cm.}$$

$$r_t = r_1 + 0/2 = 2 + 0.95/2 = 2.5 \text{ cm.} \quad \Rightarrow 3 \text{ cm.}$$

$$s_1 = 30 = 3 (0.95) = 3 \text{ cm.}$$

$$s_t = 30 + 0 = 40 = 4 (0.95) = 4 \text{ cm.}$$

$$e'_t = Y_{iss} - e_t = 33.18 - 15.42 = 17.76 \text{ cm.}$$

$$34 (17.76) = 14(3) + 12(7) + 2v + 6(77)$$

$$\begin{aligned} v &= [34(17.76) - 14(3.0) - 12(7) - 6(77)]/2 \\ &= 7.92 \text{ cm.} \end{aligned}$$

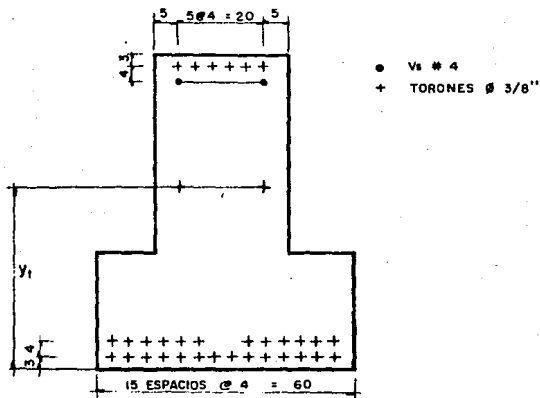
consideraremos $v = 7.0 \text{ cm.}$

$$e'_{t'} = [14(3.0) + 14(7.0) + 6(77)]/34$$

$$= 17.71 \text{ cm.}$$

$$e_x = 33.18 - 17.71 = 15.47 \text{ cm.}$$

$$P_r = 34 (5\,461) = 185\,674 \text{ kg.}$$



- REVISION POR ESFUERZOS PERMISIBLES

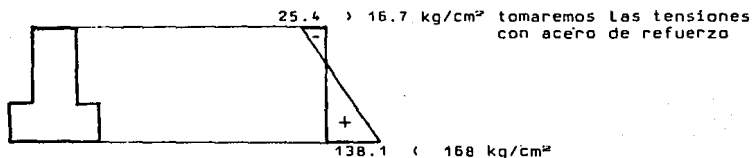
* Inmediatamente después de la transferencia

$$f_i = \frac{P_o}{A_{ss}} + \frac{P_o e Y_{iss}}{I_{ss}} = \frac{34(6\,826)}{3\,300} + \frac{34(6\,826)(15.47)(33.18)}{1\,756\,591}$$

$$= 138.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{P_o}{A_{ss}} - \frac{P_o e Y_{sss}}{I_{ss}} = \frac{34(6\,826)}{3\,300} - \frac{34(6\,826)(15.47)(46.82)}{1\,756\,591}$$

$$= - 25.4 \text{ kg/cm}^2$$



$$\frac{138.1 + 25.4}{80} = \frac{25.4}{x} \implies x = 12.4 \text{ cm.}$$

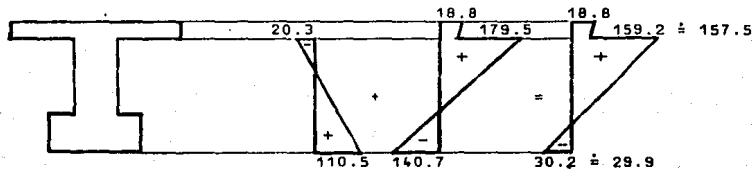
$$T = 25.4(12.4)(30)/2 = 4725 \text{ Kg.}$$

$$A_s = \frac{4725}{2100} = 2.25 \text{ cm}^2 \quad \text{se colocaran 2 varillas del \#4 en el lecho superior.}$$

* En condiciones de servicio

$$f_1 = \frac{P}{A_{ss}} + \frac{P e Y_{ss}}{I_{ss}} = \frac{185\,674}{3\,300} + \frac{185\,674 (15.47)(33.18)}{1\,756\,591} = 110.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = \frac{P}{A_{ss}} - \frac{P e Y_{sss}}{I_{ss}} = \frac{185\,674}{3\,300} - \frac{185\,674 (15.47)(46.82)}{1\,756\,591} = -20.3 \text{ kg/cm}^2$$



$$f_{sp} = 18\,900 [1 - 0.5(0.00089)(18\,900)/170] = 17\,960 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = \frac{14.45(17\,960)}{190(170)} = 8.03 \text{ cm.} < 10 \text{ cm. la sección trabaja como rectangular}$$

$$M_{LUR} = FR [A_{sp} f_{sp} (d_n - a/2)]$$

$$M_{LUR} = 0.9 [14.45(17\,960)(85 - 8.03/2)] = 18\,915\,650 \text{ Kg-cm.} \\ = 189.15 \text{ T-m.}$$

$$M_u = 1.4(62.05 + 21.88) = 117.50 \text{ T-m.} < M_{LUR} = 189.15 \text{ T-m.}$$

- REVISION POR TIPO DE FALLA

$$\epsilon_{sp} + \epsilon_1 = \frac{\epsilon_{yp}}{0.75} = \frac{0.01}{0.75} = 0.013$$

$$c = \frac{a}{0.8} = \frac{8.03}{0.8} = 10.04 \text{ cm.}$$

$$\epsilon_{sp} = \frac{0.003(d_n - c)}{c} = \frac{0.003(85 - 10.04)}{12.05} = 0.0224$$

$$\epsilon_1 = \frac{f}{E_{sp}} = \frac{0.7kfsr}{E_{sp}} = \frac{0.7(0.8)(18\,900)}{1\,900\,000} = 0.0058$$

$$\epsilon_{sp} + \epsilon_1 = 0.0282 > \frac{\epsilon_{yp}}{0.75} = 0.013 \therefore \text{la falla potencial es dúctil}$$

- REVISION POR ACERO MINIMO

$$M_{LUR} \geq 1.2 \text{ Magr.}$$

$$\text{Magr.} = \frac{(2\sqrt{F'c} + \frac{P}{A_{ss}} + \frac{P e Y_{iss}}{I_{ss}} - \frac{M_{ss} Y_{iss}}{I_{ss}}) I_{sc}}{Y_{isc}} + M_{ss}$$

$$\text{Magr.} = \frac{(2\sqrt{350} + \frac{185674}{3300} + \frac{185674(15.47)(33.18)}{1756591} - \frac{6205000(33.18)}{1756591}) 4663485}{50.10} + 6205000$$

$$\text{Magr.} = \frac{(37.42 + 56.26 + 54.26 - 117.21) 4663485}{50.10} + 6205000$$

$$= 9065888 \text{ Kg-cm.}$$

$$= 90.66 \text{ T-m.}$$

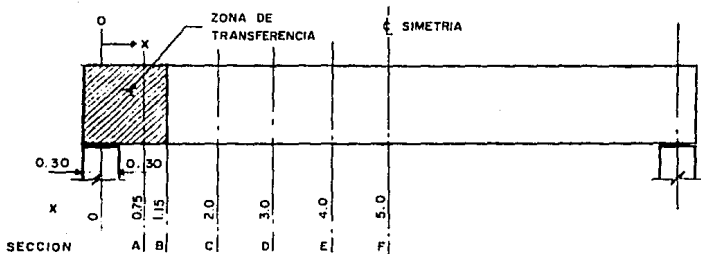
1.2 Magr. = 1.2 (90.66) = 108.79 T-m. ($M_{UR} = 189.15 \text{ T-m.}$
 por lo tanto aceptamos la sección con el refuerzo propuesto.

5.2 DISEÑO POR CORTANTE

Obtención de la longitud de anclaje de los torones

$$\begin{aligned}
 L_{anc} &= 0.014(f_{sp} - 0.67f_{se})\phi \\
 &= 0.014[17960 - (0.67)(0.7)(0.8)18900](0.952) \\
 &= 145 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

Hasta esta distancia a partir del extremo de la trabe es la zona de transferencia, en la cual para cortante, se debe tratar como viga de concreto reforzado es decir sin presfuerzo.



a) Análisis de cargas

$$w_{ss} = 4964 \text{ Kg/m}$$

$$w_{sc} = 1750 \text{ Kg/m}$$

$$\hline 6714 \text{ Kg/m}$$

b) Elementos mecánicos

$$V_x = \frac{wL}{2} - wx = 6714\left(\frac{10}{2}\right) - 6714x$$

$$V_x = 33570 - 6714x$$

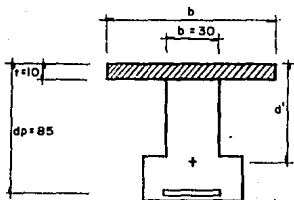
$$M_x = \frac{wlx}{2} - \frac{wx^2}{2} = 6714\left(\frac{10^2}{2}\right)x - 6714\frac{x^2}{2} = 33570x - 3357x^2$$

c) Cortante que toma el concreto

- Para concreto reforzado (zona de transferencia).

$$p. (0.01 \Rightarrow) V_{CR} = FRbd_p(0.2 + 30p)\sqrt{f^*C}$$

$$V_{U \text{ max. perm.}} = 2FRbd_p\sqrt{f^*C}$$



$$d'_p = 80 - 17.71 = 62.29 \text{ cm.}$$

$$bd_p = b'd_p + t^2$$

$$= 30(85) + (10)^2 = 2650$$

$$f^*C = \frac{f^*C_R A_R + f^*C_p A_p}{A_R + A_p}$$

$$= \frac{[10^2 + (30)(10)]200 + 30(75)280}{2650} = 267.9 \text{ Kg/cm}^2$$

$$V_{CR} = 0.8(2650)[0.2 + 30(0.00089)]\sqrt{267.9} = 7866 \text{ Kg}$$

$$V_{U \text{ max. perm.}} = 2(0.8)(2650)\sqrt{267.9} = 69399 \text{ Kg}$$

- Para concreto presforzado

$$V_{CR} = FRbd_n(0.15\sqrt{f'_c} + 50 \frac{Vd'_n}{M})$$

$$V_{CRmin.} = 0.5FRbd_n\sqrt{f'_c} = 0.5(0.8)(2650)\sqrt{267.9} = 17350 \text{ Kg}$$

$$V_{CRmax.} = 1.3FRbd_n\sqrt{f'_c} = 1.3(0.8)(2650)\sqrt{267.9} = 45109 \text{ Kg}$$

$$V_{U \text{ max. perm.}} = 2.5FRbd_n\sqrt{f'_c} = 2.5(0.8)(2650)\sqrt{267.9} = 86748$$

$$V_{U \text{ ref. cort.}} = 1.5FRbd_n\sqrt{f'_c} = 1.5(0.8)(2650)\sqrt{267.9} = 52049$$

$$V_{CR} = 0.8(2650)(0.15\sqrt{267.9} + 50 \frac{Vd'_n}{M})$$

$$V_{CR} = 2120(2.455 + 50 \frac{Vd'_n}{M})$$

$$S_{req.} = \frac{FR A_v f_y d_n}{V_{U \text{ max}} - V_C}$$

usando estribos #3

$$S_{req.} = \frac{0.8(1.42)(4200)(85)}{V'} = \frac{405552}{V'}$$

$$S_{max.} = \frac{0.8(1.42)(4200)}{3.5(30)} = 45 \text{ cm.}$$

usando estribos #2.5 ($A_v = 0.98$)

$$S_{req.} = \frac{279888}{V'}$$

$$S_{max.} = 31 \text{ cm.}$$

TABLA PARA EL DIMENSIONAMIENTO Y REVISIÓN POR FUERZA CORTANTE DE VIGAS PREFORZADAS							
DIMENSIONAMIENTO							
CONCEPTO	SECCION						OBSERVACIONES
	CONCRETO REFORZADO			CONCRETO PREFORZADO			
	A	B	C	D	E	F	
x	0.75	1.15	2	3	4	5	
V ₀	28535	25040	20142	13420	6714	0	
V _{uo}	39040	36100	28159	18709	9400	0	
V _{uo} ≥ 2.0FRAC √f _c	SI	SI	SI	SI	SI	SI	V _{uo} 169399
M ₀	2320919	3496507	5371200	7019700	8056000	8392500	
V _{0d} /M ₀ ≤ 1	0.763	0.471	0.234	0.119	0.052	0.000	
V _c = FRAC(0.15√f _c + 50V _{0d} /M ₀)	7066	55159	29065	17019	10707	5205	
V _c ≥ V _{cmin}		55159	29065	17019	17350	17350	V _{cmin} = 17350
V _c ≤ V _{cmax}		45109	29065	17019	17350	17350	V _{cmax} = 45109
V _c	7066	45109	29065	17019	17350	17350	
SI h/10.7m ⇒ 0.7V _c	5506	31576	20975	12473	12145	12145	h=90cm. 170cm.
SI h/16 ⇒ 0.7V _c	no	no	no	no	no	no	90/30=316
SI h/10.7m y h/16 ≥ 0.4V _c	no	no	no	no	no	no	
V _c	5506	31576	20975	12473	12145	12145	
V' = V _{uo} - V _c	34442	4612	7224	6326			
S _{req} = FRVfyd/V'	12	88	56	64			EB3 Rv=1.42
S _{max} = FRVfy/3.5b	45	45	45	45	45	45	
S _{0.75h} SI V _{uo} ≤ 1.5FRAC √f _c	67	67	67	67	67	67	
S _{0.37h} SI V _{uo} > 1.5FRAC √f _c							
S _{min}	12	45	45	45	45	45	
S _{modificada}		45	45	45	45	45	
REVISIÓN							
V' _{real} = FRVfyd/S	48555	9012	9012	9012	9012	9012	
V _{ur} = V _c + V'	46061	40500	29987	21485	21157	21157	
V _{ur} > V _{uo}	SI	SI	SI	SI	SI	SI	
AREA DE CONCRETO A _c							
IPARR SECCIONES RECTANGULARES A _c = b*d							
IPARR SECCIONES "T", "L", A _c = b'd + l' ²							
IPARR SECCIONES "L" A _c = b'd + l'^2/2							

5.3 DISEÑO POR CORTANTE Y TORSION COMBINADOS

Para este diseño consideraremos la condición más crítica que se presenta cuando solo hay carga viva en el claro mayor

a) Análisis de cargas para torsión

$$w_w = 0.10(2400)(1.0) = 240 \text{ Kg/m}$$

$$w_{rt} = 890/2.5 = 356 \text{ Kg/m}$$

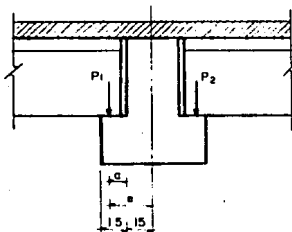
$$w_{ach} = 100 \text{ Kg/m}$$

$$w_{wv} = 150 \text{ Kg/m}$$

$$\underline{\quad = 846 \text{ kg/m}}$$

$$P_1 = 846(10/2) = 4230 \text{ Kg}$$

$$P_2 = (846-150)(4/2) = 1392 \text{ Kg}$$



$$a = (2/3)15 = 10 \text{ cm}$$

$$e = 25 \text{ cm}$$

$$M_t = (4230-1392)(25)$$

$$= 70950 \text{ Kg-cm/m}$$

La ecuación de la torsión es:

$$T = 70950(10/2) = 70950x$$

b) Análisis de cargas para cortante

$$w_r = 4230 + 1392 + 792 = 6414 \text{ Kg/m}$$

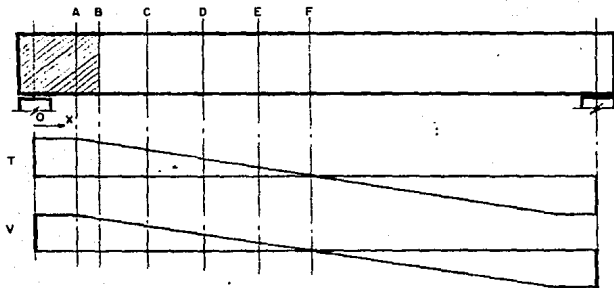
La ecuación de cortante es:

$$V = 6414(10/2) - 6414x$$

c) Para torsión y cortante

SECCION	X	T	V
R	0.75	301538	27260
B	1.15	273158	24694
C	2.00	212850	19242
D	3.00	141900	12828
E	4.00	70950	6414
F	5.00	0	0

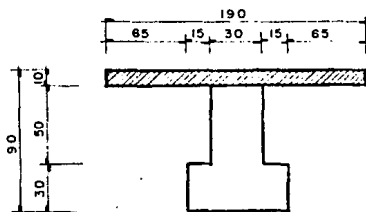
Los diagramas de torsión y cortante son:



5.3.1 DISEÑO POR EL METODO DEL REGLAMENTO DEL D.F.

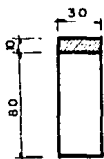
5.3.1.1 En la zona de transferencia (sección "A"), en donde el cortante que toma el concreto debe calcularse como concreto reforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{cn}



descomposición en rectángulos

-alma



$$f'c = \frac{10(250) + 80(350)}{90}$$

$$= 338 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.8(338)$$

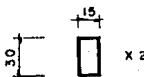
$$= 270 \text{ Kg/cm}^2$$

-patines



$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.8(250) = 200 \text{ Kg/cm}^2$$



$$f'c = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.8(350) = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_{DR} = 0.6FR \sum x^2 y \sqrt{f^2 c}$$

$$\begin{aligned} \sum x^2 y \sqrt{f^2 c} &= (30)^2 (90) \sqrt{270} + (10)^2 (30) \sqrt{200} (2) + (15)^2 (30) \sqrt{280} (2) \\ &= 1330966 + 84853 + 225898 \\ &= 1641717 \end{aligned}$$

$$T_{DR} = 0.6(0.8)(1641717) = 788024 \text{ Kg-cm}$$

$$T_{CR} = 0.25T_{DR} = 0.25(788024) = 197006 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si se requiere diseñar por torsión

se debe considerar la torsión si:

$$\frac{T_U}{T_{DR}} + \frac{V_U}{V_{CR}} > 1 \text{ y además } T_U > T_{CR}$$

$$T_U = 1.4(301538) = 422153 \text{ Kg-cm}$$

$$V_U = 1.4(27260) = 38164 \text{ Kg}$$

$$\frac{(422153)^2}{(788024)^2} + \frac{(38164)^2}{(5506)^2} = 48.33 > 1$$

$$T_U = 422153 \text{ Kg-cm} > T_{CR} = 197006 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto deben considerarse los efectos de torsión

c) Revisión de la sección para T_U max.

$$T_U < 1.25T_{CR} \sqrt{16 - [V_U / (0.5FRbd\sqrt{f^2 c})]^2}$$

$$T_U < 1.25(197006) \sqrt{16 - (38164 / [0.5(0.8)(30)(85)\sqrt{270}])^2} = 809849$$

$$T_U = 422153 \text{ Kg-cm} < 809849 \text{ Kg-cm}$$

La sección es adecuada

d) Cálculo del refuerzo por torsión y cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{s(T_u - T_{CR})}{FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}}$$

$$s \leq \begin{cases} x_1 = 24 \text{ cm} \\ y_1/2 = 84/2 = 42 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases} \quad \Rightarrow \text{rige } s = 24 \text{ cm}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 = 1.5$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33(84/24) = 1.825 > 1.5$$

$$\text{por lo tanto } \Omega = 1.5$$

$$A_{sv} = \frac{s(422153 - 197006)}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.022s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{s(V_u - V_{CR})}{FR f_v d} = \frac{s(38164 - 5506)}{0.8(4200)(85)} = 0.115s \quad (\text{para } V_{CR} \text{ ver diseño por cortante})$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.022)s + 0.115s = 0.159s$$

$$a_v = (2A_{sv} + A_v)/2 = 0.159s/2 \Rightarrow s = 2a_v/0.159$$

$$E \quad a_v \quad s$$

$$\#3 \quad 0.71 \quad 9 \quad (\Rightarrow \text{proponemos } E\#3 @ 9\text{cm})$$

$$\#4 \quad 1.27 \quad 16$$

$$A_{sv} = 0.022(9) = 0.20 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.115(9) = 1.04 \text{ cm}^2$$

$$2A_{sv} + A_v = 1.44 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión.

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)f_{vu}}{s f_v}$$

$$A_{st} = \frac{2(0.022s)(24+84)(4200)}{s(4200)} = 4.80 \text{ cm}^2$$

e) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = \frac{3T_{\max} s}{FR \sum x_i y_i f_{vu}} = \frac{3(197006) s}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.058s$$

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.058s \quad (0.159s \Rightarrow) \text{ rige } 0.159s \text{ E\#3 @ 9cm}$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.058s, \text{ si } A_v = 0; \text{ entonces } 2A_{sv} \text{ min.} = 0.058s$$

$$A_{st} \text{ min}_1 = \frac{2A_{sv} \text{ min}(x_1 + y_1) f_{vu}}{s f_v} = \frac{(0.058s)(24+84)(4200)}{s(4200)} = 6.26 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} \text{ min}_2 = 1.33A_{st} = 1.33(4.80) = 6.38 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{ rige } 6.26 \text{ cm}^2$$

$$6.26/0.71 = 9 \Rightarrow 10\#3$$

El armado final son 10#3 longitudinales y E#3 @ 9cm

5.3.1.2 En la zona de transferencia (sección "A"), considerando para fines comparativos; que el cortante que toma el concreto se calcula como concreto presforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 0.25T_{DR} = 0.25(788024) = 197006 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si se requiere diseñar por torsión

$$T_U = 1.4(301538) = 422153 \text{ Kg-cm}$$

$$V_U = 1.4(27260) = 38164 \text{ Kg}$$

Para concreto presforzado,

$$V_{CR} = FRbd_p(0.15 \sqrt{f'_c} + 50Vd'_p/M)$$

$$V_{CR} = 2120(2.455 + 50Vd'_p/M) \text{ ver diseño por cortante.}$$

$$V_{CR} = 2120[2.455 + 50(0.763)] = 86082 \text{ Kg } \rightarrow V_c \text{ max} = 45109 \text{ Kg}$$

por lo tanto $V_{CR} = 45109 \text{ kg}$

como $h = 90 \text{ cm } \rightarrow 70 \text{ cm}$

$$\text{entonces } V_{CR} = 0.7(45109) = 31576 \text{ kg}$$

$$\frac{(422153)^2}{(788024)^2} + \frac{(38164)^2}{(31576)^2} = 1.75 > 1$$

$$T_U = 422153 \text{ Kg-cm } \rightarrow T_{CR} = 197006 \text{ Kg/cm}$$

por lo tanto deben considerarse los efectos de torsión

c) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} \quad (1133788 \text{ Kg-cm}$$

La sección es adecuada

d) Cálculo del refuerzo por torsión y cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{s (422153 - 197006)}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.022s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{s (38164 - 31576)}{0.8(4200)(85)} = 0.023s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.022)s + 0.023s = 0.067s$$

$$a_v = (2A_{sv} + A_v)/2 = 0.067s/2 \Rightarrow s = 2a_v/0.067$$

utilizando E#3 $s=21 \text{ cm}$

$$A_{sv} = 0.022(21) = 0.46 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.023(21) = 0.48 \text{ cm}^2$$

$$2A_{sv} + A_v = 1.40 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión.

$$A_{st} = \frac{2(0.022s)(24+84)(4200)}{s(4200)} = 4.80 \text{ cm}^2$$

e) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsion y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.058s \quad (\text{obtenido en 5.3.1.1})$$

rige 0.067s E#3 @ 21 cm

- Refuerzo Longitudinal por torsión

$$A_{st \min} = 6.26 \text{ cm}^2 \quad (\text{obtenido en 5.3.1.1})$$

$$A_{st \min} = 1.33A_{st} = 1.33(4.80) = 6.38 \text{ cm}^2 \quad ==> \text{rige } 6.26 \text{ cm}^2$$

$$6.26/0.71 = 9 \quad ==> 10\#3$$

El armado final son 10#3 longitudinales y E#3 @ 21cm

5.3.1.3 Fuera de la zona de transferencia (sección "B"), en donde el cortante que toma el concreto se calcula como concreto presforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 0.25T_{OR} = 0.25(788024) = 197006 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si se requiere diseñar por torsión

$$T_u = 1.4(273158) = 382421 \text{ Kg-cm}$$

$$V_u = 1.4(24694) = 34572 \text{ Kg-cm}$$

$$\frac{(382421)^2}{(788024)^2} + \frac{(34572)^2}{(31576)^2} = 1.43 > 1$$

$$T_u = 382421 \text{ Kg-cm} > T_{CR} = 197006 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto deben considerarse los efectos de torsión

c) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = 382421 \text{ Kg-cm} < 809849 \text{ Kg-cm}$$

la sección es adecuada

d) Cálculo del refuerzo por torsión y cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{s(382421 - 197006)}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.018s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{s(34572 - 31576)}{0.8(4200)(85)} = 0.011s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.018)s + 0.011s = 0.047s$$

$$a_v = (2A_{sv} + A_v)/2 = 0.047s/2 \Rightarrow s = 2a_v/0.047$$

utilizando E#3 $s=30 \text{ cm} \rightarrow 24 \text{ cm}$ por lo tanto $s=24 \text{ cm}$

$$A_{sv} = 0.018(24) = 0.43 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.011(24) = 0.26 \text{ cm}^2$$

$$2A_{sv} + A_v = 1.12 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo Longitudinal por torsión

$$A_{st} = \frac{2(0.018s)(24+84)(4200)}{s(4200)} = 3.89 \text{ cm}^2$$

e) Revisión por acero mínimo

- Para refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.058s \rightarrow 0.047s$$

$$1.33(0.047s) = 0.063s \rightarrow 0.058s$$

rige 0.058s E#3 @ 24cm

- Para refuerzo longitudinal por torsión

$A_{st \text{ min}_1} = 6.26 \text{ cm}^2$ (obtenido en 5.3.1.1)

$A_{st \text{ min}_2} = 1.33A_{st} = 1.33(3.89) = 5.17 \text{ cm}^2$ (== rige esta condición

$5.17/0.71 = 8 \Rightarrow 8\#3$

El armado final son 8#3 longitudinales y E#3 @ 24cm

5.3.2 DISEÑO POR EL METODO PROPUESTO POR EL COMITE 438 DEL ACI

5.3.2.1 En la zona de transferencia (sección "A"), en donde el cortante que toma el concreto debe calcularse como concreto reforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 0.132FR \sum x^2y\sqrt{f'c}\sqrt{1 + 10fse/f'c}$$

$$\sum x^2y\sqrt{f'c} = 1641717 \text{ (del calculo para concreto reforzado)}$$

$$fse = F/Rc = 185674/3300 = 56.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_{CR} = 0.132(0.8)(1641717)\sqrt{1 + (10)(56.3/350)}$$

$$= 280004 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse Los efectos de torsión

se consideran si $T_u > T_{CR}$

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} > T_{CR} = 280004 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto si deben considerarse Los efectos de torsión

$$V_u = 38164 \text{ Kg}$$

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$T_{CR}^* = \frac{0.212FR \sum x^2y\sqrt{f'c}\sqrt{1 + 10fse/f'c}}{\sqrt{1 + (1.2v_u/t_u)^2}}$$

$$V_{CR}^* = \frac{V_{CR}}{\sqrt{1 + (t_u/1.2v_u)^2}}$$

$$t_u = \frac{3T_u}{FR \sum x^2 y}$$

$$v_u = \frac{V_u}{bd_p}$$

$$\sum x^2 y = (30)^2(90) + (10)^2(30)(2) + (15)^2(30)(2) = 100500$$

$$t_u = 3(422153)/(0.8)(100500) = 15.75 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u = 38164/(30)(85) = 14.97 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sqrt{1 + [(1.2)(14.97/15.75)]^2} = 1.517$$

$$\sqrt{1 + [15.75/(1.2)(14.97)]^2} = 1.33$$

$$\sqrt{1 + 10(56.3/350)} = 1.615$$

$$T_{CR} = 0.212(0.8)(1641717)(1.615)/1.517 = 296422 \text{ Kg-cm}$$

$$V_{CR} = 5506/1.33 = 4140 \text{ Kg}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = \frac{3.18FR \sum x^2 y \sqrt{f'_c} (1 + f_{LW}/2f'_c)}{3 \sqrt{1 + (1.2v_u/t_u)^2}}$$

$$T_u = \frac{3.18(0.8)(1641717)[1 + 56.3/2(350)]}{3(1.517)} = 991527 \text{ Kg-cm}$$

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} < 991527 \text{ Kg-cm}$$

aceptamos la sección

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{cr})s}{FR \Omega x_1 y_1 f_v}$$

$$s \leq \begin{cases} (x_1 + y_1)/4 = (24+84)/4 = 27 \text{ cm} & (= \text{rige}) \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33(84/24) = 1.825 \quad ==> \quad \Omega = 1.5$$

$$A_{sv} = \frac{(422153 - 296422) s}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.012s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{(38164 - 4140) s}{0.8(4200)(85)} = 0.119s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.012)s + 0.119s = 0.143s$$

$$a_v = 0.143s/2 \quad \text{para E#3 (} a_v = 0.71 \text{ cm}^2\text{)}, s = 10 \text{ cm}$$

$$A_{sv} = 0.012(10) = 0.12 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.119(10) = 1.19 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)}{s} - \frac{f_{se} A_c}{f_v}$$

$$A_{st} = \frac{2(0.012s)(24+84)}{s} - \frac{56.3(3300)}{4200} = -41.64 \text{ cm}^2$$

el signo negativo indica que no requiere refuerzo longitudinal.

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 3.5b_s/FRf_v$$

$$= 3.5(30)s/0.8(4200) = 0.031s \quad (0.143s \Rightarrow) \text{ rige } 0.143s$$

- Refuerzo Longitudinal por torsión

$A_{st \min}$ no específica, pero considerando los requisitos de separación y diámetro de barras longitudinales obtenemos #3.

El refuerzo final será #3 Longitudinales y E#3 @ 10cm.

g) Distancia hasta la cual se requiere refuerzo por torsión

$$\text{Para } T_u = T_{CR}/1.4 = 280004/1.4 = 200000 \text{ Kg-cm}$$

$$200000 = 70950(5) - 70950x$$

$$x = 2.18 \text{ m}$$

$$x_1 + y_1 = 0.24 + 0.86 = 1.10 \text{ m}$$

$$2.18 + 1.10 = 3.28 \text{ m}$$

El refuerzo por Torsión se debe colocar hasta una distancia de 3.00m a partir del paño del apoyo; pero, se recomienda que se coloque en toda la longitud del elemento.

5.3.2.2 En la zona de transferencia (sección "A"), considerando para fines comparativos; que el cortante que toma el concreto se calcula como concreto presforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 280004 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse Los efectos de torsión

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} \quad T_{tu} = 280004 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto si deben considerarse Los efectos de torsión

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$T_{CR}^* = 0.212(0.8)(1641717)(1.615)/1.517 = 296422 \text{ Kg-cm}$$

$$V_{CR}^* = 31576/1.33 = 23741 \text{ Kg}$$

d) Revisión de La sección para T_u max.

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} < 991527 \text{ Kg-cm}$$

aceptamos la sección

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = 0.012s \quad (\text{obtenido en 5.3.2.1})$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{(38164 - 23741) s}{0.8(4200)(85)} = 0.051s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.012)s + 0.051s = 0.075s$$

$$a_v = 0.075s/2 \quad \text{para E\#3 (} a_v = 0.71 \text{ cm}^2\text{), } s = 19\text{cm}$$

$$A_{sv} = 0.012(19) = 0.23 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.051(19) = 0.97 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st} = \frac{2(0.012s)(24+84)}{s} - \frac{56.3(3300)}{4200} = -41.64 \text{ cm}^2$$

el signo negativo indica que no requiere refuerzo longitudinal.

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.031s \quad (0.075s \Rightarrow) \text{rige } 0.075s$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$A_{st \min}$ no especifica, pero considerando los requisitos de separación y diámetro de barras longitudinales obtenemos 8#3.

El refuerzo final será 8#3 longitudinales y E#3 @ 19cm.

5.3.2.3 Fuera de la zona de transferencia (sección "B"), en donde el cortante que toma el concreto se calcula como concreto presforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 280004 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse los efectos de torsión

$$T_{II} = 382421 \text{ Kg-cm} \quad T^*_{CR} = 280004 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto si deben considerarse los efectos de torsión

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$T^*_{CR} = 0.212(0.8)(1641717)(1.615) / 1.517 = 296422 \text{ Kg-cm}$$

$$V^*_{CR} = 31576 / 1.33 = 23741 \text{ Kg}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_{II} = 382421 \text{ Kg-cm} < 991527 \text{ Kg-cm}$$

aceptamos la sección

e) Cálculo del refuerzo por torsión y cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{(382421 - 296422) s}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.008s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$V_u = 34572 \text{ Kg}$$

$$A_v = \frac{(34572 - 23741) s}{0.8(4200)(85)} = 0.038s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.008)s + 0.038s = 0.054s \Rightarrow \#3 @ 26\text{cm}$$

$$A_{sv} = 0.008(26) = 0.21 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.038(26) = 0.99 \text{ cm}^2$$

$$2A_{sv} + A_v = 1.41 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st} = \frac{2(0.008s)(24+84)}{s} - \frac{56.3(3300)}{4200} = -42.50 \text{ cm}^2$$

el signo negativo indica que no requiere refuerzo longitudinal.

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.031s \quad (0.054s \Rightarrow) \text{rige } 0.054s (\#3 @ 26\text{cm})$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$A_{st \min}$ no especifica, pero considerando los requisitos de separación y diámetro de barras longitudinales obtenemos #3.

El armado final será #3 longitudinales y #3 @ 26cm

5.3.3 DISEÑO POR EL METODO PROPUESTO POR EL ING. ANTOINE NAAMAN

5.3.3.1 En la zona de transferencia (sección "A") en donde el cortante que toma el concreto debe calcularse como concreto reforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 0.397FR \sum \eta x^2 y \sqrt{f^*c} \sqrt{1 + 10f_s e / f^*c}$$

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + x/y}$$

-alma

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + 30/90} = 0.323$$

- patines

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + 10/30} = 0.323$$

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + 15/30} = 0.280$$

$$\begin{aligned} \sum \eta x^2 y \sqrt{f^*c} &= 0.323(30)^2(90)\sqrt{270} + 0.323(10)^2(30)\sqrt{200} (2) + \\ &+ 0.280(15)^2(30)\sqrt{280} (2) \\ &= 520561 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \eta x^2 y &= 0.323(30)^2(90) + 0.323(10)^2(30)(2) + 0.280(15)^2(30)(2) \\ &= 31881 \end{aligned}$$

$$f_{se} = F/Rc = 185674/3300 = 56.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_{CR} = 0.397(0.8)(520561)\sqrt{1 + (10)(56.3/350)}$$

$$= 267008 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse Los efectos de torsión

se consideran si $T_u > T_{CR}$

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} > T_{CR} = 267008 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto si deben considerarse Los efectos de torsión

$$V_u = 38164 \text{ Kg}$$

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$T_{CR}^* = \frac{1.59FR \sum n x^2 y \sqrt{f'_c} (\sqrt{1 + 10f_{se}/f'_c} - k)}{\sqrt{1 + (t_{CR} V_u / V_{CR} T_u)^2}}$$

$$V_{CR}^* = \frac{V_{CR}}{\sqrt{1 + (V_{CR} T_u / t_{CR} V_u)^2}}$$

$$t_{CR} = 1.59 \sqrt{f'_c} (\sqrt{1 + 10f_{se}/f'_c} - k)$$

$$V_{CR} = V_{CR} / b d_p$$

$$t_u = \frac{T_u}{\sum \eta x^2 y}$$

$$V_u = \frac{V_u}{b d_p}$$

$$\sqrt{f'c} = 520561/31881 = 16.33$$

$$t_{cn} = 1.59(16.33)(1.615 - 0.60) = 26.35 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{cn} = 5506/30(85) = 2.16 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t_{11} = 422153/31881 = 13.24 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{11} = 38164/(30)(85) = 14.97 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sqrt{1 + [(26.35)(14.97)/(2.16)(13.24)]^2} = 13.83$$

$$\sqrt{1 + [(2.16)(13.24)/(26.35)(14.97)]^2} = 1.00$$

$$\sqrt{1 + 10(56.3/350)} = 1.615$$

$$T^*_{cn} = 0.8(26.35)(31881)/13.83 = 48594 \text{ Kg-cm}$$

$$V^*_{cn} = 5506/1.00 = 5506 \text{ Kg}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = \frac{0.088 \sum x^2 y C \sqrt{f'c} \sqrt{1 + 10fse/f'c}}{\sqrt{1 + [C v_{11} \sqrt{1 + 10fse/f'c} / (30 C_e T_u)]^2}}$$

$$C = 12 - 10fse/f'c = 12 - 10(56.3/350) = 10.39$$

$$C_e = bd / \sum x^2 y = 30(85) / 100500 = 0.025$$

$$T_u = \frac{0.088(100500)(10.39)(1.615)(16.33)}{\sqrt{1 + [(10.39)(38164)(1.615)/(30)(0.025)(422153)]^2}} = \frac{2423388}{2.2563} = 1074052 \text{ Kg-cm}$$

$$T_{11} = 422153 \text{ Kg-cm} < 1074052 \text{ Kg-cm}$$

aceptamos la sección

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{cr})s}{FR\Omega x_1 y_1 f_{v\omega}}$$

$$s \leq \begin{cases} (x_1 + y_1)/4 = (24+84)/4 = 27 \text{ cm} & (\text{== rige}) \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33y_1/x_1 \leq 1.5$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33(84/24) = 1.825 \quad \Rightarrow \quad \Omega = 1.5$$

$$A_{sv} = \frac{(422153 - 48594) s}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.037s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{(38164 - 5506) s}{0.8(4200)(85)} = 0.114s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.037)s + 0.114s = 0.188s$$

$$a_v = 0.188s/2 \quad \text{para E\#3 } (a_v = 0.71 \text{ cm}^2), \quad s = 7 \text{ cm}$$

$$A_{sv} = 0.037(7) = 0.26 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.114(7) = 0.80 \text{ cm}^2$$

$$2A_{sv} + A_v = 1.32 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}(x_1 + y_1)}{s}$$

$$A_{st} = \frac{2(0.037s)(24+84)}{s} = 8.00 \text{ cm}^2$$

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(3.5b_s/FRf_{\downarrow})(1 + 12f_{se}/f'c) \leq (2A_{sv} + A_v)_{\min} \leq 14b_s/FRf_{\downarrow}$$

$$3.5(30s)[1+12(56.3/350)]/0.8(4200) = 0.092s$$

$$14(30s)/0.8(4200) = 0.125s > 0.092s$$

$$\text{por lo tanto } (2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.092s$$

$$R_{ige} = 0.188s \quad (E\#3 @ 7\text{cm})$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st \min_1} = (3.5b_s/FRf_{\downarrow})(1+12f_{se}/f'c)(x_1+y_1)/s$$

$$= 0.092s (24 + 84)/s = 9.94 \text{ cm}^2$$

$$A_{st \min_2} = 1.33(8.00) = 10.64 \text{ cm}^2$$

$$R_{ige} A_{st \min_1} = 9.94 \text{ cm}^2$$

$$9.94/0.71 = 14 \quad \Rightarrow 14\#3$$

El refuerzo final será 14#3 longitudinales y E#3 @ 7cm

g) Distancia hasta la cual se requiere refuerzo por torsión

$$\text{Para } T_a = T_{cr}/1.4 = 267008/1.4 = 190720 \text{ Kg-cm}$$

$$190720 = 70950(5) - 70950x$$

$$x = 2.31 \text{ m}$$

$$d + b = 0.85 + 0.30 = 1.15 \text{ m}$$

$$2.31 + 1.15 = 3.46 \text{ m}$$

El refuerzo por Torsión se debe colocar hasta una distancia de 3.20m a partir del paño del apoyo; pero, se recomienda que se coloque en toda la longitud del elemento.

5.3.3.2 En la zona de transferencia (sección "A") considerando para fines comparativos, que el cortante que toma el concreto se calcula como concreto presforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{cm}

$$T_{cm} = 267008 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse Los efectos de torsión

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} \quad T_{cm} = 267008 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto si deben considerarse Los efectos de torsión

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$V_u = 38164 \text{ kg}$$

$$\sqrt{f'_c} = 520561/31881 = 16.33$$

$$t_{cm} = 1.59(16.33)(1.615 - 0.60) = 26.35 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{cm} = 31576/30(85) = 12.38 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t_u = 422153/31881 = 13.24 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u = 38164/(30)(85) = 14.97 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sqrt{1 + [(26.35)(14.97)/(12.38)(13.24)]^2} = 2.60$$

$$\sqrt{1 + [(12.38)(13.24)/(26.35)(14.97)]^2} = 1.08$$

$$\sqrt{1 + 10(56.3/350)} = 1.615$$

$$T^*_{cm} = 0.8(26.35)(31881)/2.60 = 258481 \text{ Kg-cm}$$

$$V^*_{cm} = 31576/1.08 = 29156 \text{ Kg}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = 422153 \text{ Kg-cm} \quad (1074052 \text{ Kg-cm})$$

aceptamos la sección

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$R_{sv} = \frac{(422153 - 258481) s}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.016s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$R_v = \frac{(38164 - 29156) s}{0.8(4200)(85)} = 0.032s$$

$$2R_{sv} + R_v = 2(0.016)s + 0.032s = 0.064s$$

para E#3 ($a_v = 0.71 \text{ cm}^2$), $s = 22\text{cm}$

$$R_{sv} = 0.016(22) = 0.35 \text{ cm}^2$$

$$R_v = 0.032(22) = 0.70 \text{ cm}^2$$

$$2R_{sv} + R_v = 1.40 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$R_{st} = \frac{2(0.016s)(24+84)}{s} = 3.46 \text{ cm}^2$$

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 0.092s \quad (\text{obtenido en 5.3.3.1})$$

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min} = 1.33(0.064s) = 0.085s$$

$$Rige \quad 0.085s \quad (E\#3 @ 17cm)$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st \min} = 9.94 \text{ cm}^2 \quad (\text{obtenido en 5.3.3.1})$$

$$A_{st \min} = 1.33(3.46) = 4.60 \text{ cm}^2$$

$$Rige \quad A_{st \min} = 4.60 \text{ cm}^2$$

$$4.64/0.71 = 7 \quad \Rightarrow \quad 8\#3$$

El refuerzo final será 8#3 longitudinales y E#3 @ 17cm

5.3.3.3 Fuera de la zona de transferencia (sección "B"), en donde el cortante que toma el concreto se calcula como concreto presforzado.

a) Torsión que toma el concreto T_{CR}

$$T_{CR} = 267008 \text{ Kg-cm}$$

b) Revisión para ver si deben considerarse los efectos de torsión

$$T_U = 382421 \text{ Kg-cm} \quad T_{CR} = 267008 \text{ Kg-cm}$$

por lo tanto si deben considerarse los efectos de torsión

c) Torsión y Cortante que toma el concreto cuando actúan combinados

$$V_U = 34572 \text{ kg}$$

$$\sqrt{f_c} = 520561/31881 = 16.33$$

$$t_{CR} = 1.59(16.33)(1.615 - 0.60) = 26.35 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{CR} = 31576/30(85) = 12.38 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t_U = 382421/31881 = 12.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_U = 34572/(30)(85) = 13.56 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sqrt{1 + [(26.35)(13.56)/(12.38)(12.00)]^2} = 2.60$$

$$\sqrt{1 + [(12.38)(12.00)/(26.35)(13.56)]^2} = 1.08$$

$$\sqrt{1 + 10(56.3/350)} = 1.615$$

$$T^*_{CR} = 0.8(26.35)(31881)/2.60 = 258481 \text{ Kg-cm}$$

$$V^*_{CR} = 31576/1.08 = 29156 \text{ Kg}$$

d) Revisión de la sección para T_u max.

$$T_u = 382421 \text{ Kg-cm} < 1074052 \text{ Kg-cm}$$

aceptamos la sección

e) Cálculo del refuerzo por Torsión y Cortante

- Refuerzo transversal por torsión

$$A_{sv} = \frac{(382421 - 258481) s}{0.8(1.5)(24)(84)(4200)} = 0.012s$$

- Refuerzo transversal por cortante

$$A_v = \frac{(34572 - 29156) s}{0.8(4200)(85)} = 0.019s$$

$$2A_{sv} + A_v = 2(0.012)s + 0.019s = 0.043s$$

para E#3 ($a_v = 0.71 \text{ cm}^2$), $s = 33\text{cm} \Rightarrow s=27\text{cm}$

$$A_{sv} = 0.012(27) = 0.32 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 0.019(27) = 0.51 \text{ cm}^2$$

$$2A_{sv} + A_v = 1.15 \text{ cm}^2$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st} = \frac{2(0.012s)(24+84)}{s} = 2.59 \text{ cm}^2$$

f) Revisión por acero mínimo

- Refuerzo transversal por torsión y cortante

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min_1} = 0.092s \quad (\text{obtenido en 5.3.3.1})$$

$$(2A_{sv} + A_v)_{\min_2} = 1.33(0.043s) = 0.057s$$

$$\text{Rige } 0.057s \quad (\text{E\#3 @ 25cm})$$

- Refuerzo longitudinal por torsión

$$A_{st \min_1} = 9.94 \text{ cm}^2 \quad (\text{obtenido en 5.3.3.1})$$

$$A_{st \min_2} = 1.33(2.59) = 3.44 \text{ cm}^2$$

$$\text{Rige } A_{st \min_2} = 3.44 \text{ cm}^2$$

$$3.44/0.71 = 5 \quad \Rightarrow \text{E\#3}$$

EL refuerzo final será 8#3 Longitudinales y E#3 @ 25cm

CAPITULO 6. CONCLUSIONES.

En base a los resultados mostrados en las tablas 6.1 a 6.3 podemos concluir lo siguiente:

- 1.- En la zona de transferencia, el método más conservador es el propuesto por el Ing. Naaman; resultado un tanto ilógico puesto que ésta zona se debe considerar de concreto reforzado, por lo que debería ser más desfavorable aplicar las disposiciones del Reglamento del D.D.F.
- 2.- Fuera de la zona de transferencia, el método más conservador es el propuesto por el Comité 438 del ACI, en cuanto a cantidad de refuerzo requerido; pero, el refuerzo mínimo requerido por el R.D.D.F es mayor que dicha cantidad, por lo que en el refuerzo final el método más conservador es el del Reglamento del DDF, aunque los resultados finales de los tres métodos son muy parecidos entre sí.

De acuerdo a éstos resultados y en base a su experiencia, el lector podrá emplear el método que crea más conveniente; sin embargo, desde un punto de vista muy personal, considero que el método del RDDF es el más adecuado por las siguientes razones:

- a) Al aplicar éste método estamos del lado de la seguridad puesto que el acero de refuerzo por torsión es adicional al que se requiere por otras solicitaciones, no importando que tipos de refuerzo se apliquen a éstas últimas (acero de refuerzo ó acero de presfuerzo).

- b) Si considerásemos correcto el método de Naaman, Los resultados en la zona de transferencia serían más conservadores que los obtenidos con el RDDF; el cual, es el método que sería aplicable específicamente en esa zona y esto implicaría que las disposiciones del RDDF están equivocadas y deben modificarse.
- c) El método propuesto por el Comité 438 del RCI al igual que el de Naaman, están basados en los estudios realizados por Hsu; pero, Naaman es más actual y está basado en mayor cantidad de datos de ensayos, por lo que sus resultados son más confiables.
- d) Las diferencias entre los tres métodos fuera de la zona de transferencia, son muy pequeñas entre sí; por lo que no se justifica el uso del método de Naaman o del Comité 438 del RCI, cuya aplicación es más laboriosa.

Para finalizar solo me resta aclarar que la tabla 6.2 sólo está puesta para fines comparativos, puesto que en la zona de transferencia (sección "A") el elemento debe considerarse como de concreto reforzado.

T A B L A 6.1				
REFUERZO POR TORSION Y CORTANTE EN LA ZONA DE TRANSFERENCIA (SECCION "A")				
CONSIDERANDO QUE EL CORTANTE QUE TOMA EL CONCRETO DEBE CALCULARSE COMO CONCRETO REFORZADO				
CONCEPTO	METODO			METODO
	RDDF	ACI	NAAMAN	INAS CON-OBSERVACIONES
M T (2Rsv+Av)req.	0.159 s	0.143 s	0.188 s	
E N	E03 @ 9	E03 @ 10	E03 @ 7	NAAMAN
F A				
U M (2Rsv+Av)min.	0.058 s	0.031 s	0.092 s	
E S	E03 @ 24	E03 @ 45	E03 @ 15	NAAMAN
R V				
Z E 1.33(2Rsv+Av)req				ver nota
O R				
S				
A (2Rsv+Av)final	0.159 s	0.143 s	0.188 s	
L	E03 @ 9	E03 @ 10	E03 @ 7	NAAMAN
M L Ast req.	4.80 cm ²	no	8.80 cm ²	
E O	10 @ 3	requiere	12 @ 3	NAAMAN
F N				
U G Ast min.	6.26 cm ²	no espe-	9.94 cm ²	
E I	10 @ 3	cifica	14 @ 3	NAAMAN
M T				
Z U 1.33 Ast req.	6.30 cm ²	no	10.64 cm ²	ver nota
O D	10 @ 3	requiere	16 @ 3	NAAMAN
I				
M	por requisitos del			ACI
A	colocacion y	8 @ 3	8 @ 3	NAAMAN
L				
I	Ast final	6.26 cm ²	9.94 cm ²	
I		10 @ 3	14 @ 3	NAAMAN
R E F U E R Z O	10@3 +	10@3 +	14@3 +	
T O T A L	E03 @ 9	E03 @ 16	E03 @ 7	NAAMAN
REFUERZO POR CORTANTE		E 0 7 @ 12 cm.		Dirige torsion y cortante

NOTA: La consideracion de 1.33 veces del valor del refuerzo requerido como limite maximo del refuerzo minimo solo esta especificado en el RDDF, pero tambien se esta aplicando a Naaman y al ACI, debido a que estamos utilizando el criterio del RDDF con respecto a los factores de resistencia, factores de carga y resistencia nominal del concreto

TABLA 6.2					
REFUERZO POR TORSION Y CORTANTE EN LA ZONA DE TRANSFERENCIA (SECCION "A") CONSIDERANDO AL CORTANTE QUE TOMA EL CONCRETO COMO CONCRETO PREFORZADO					
CONCEPTO	METODO			MAS CON- SERVADOR	OBSERVACIONES
	RDF	ACI	NAAMAN		
RT (2Asv+Av)req.	0.067 s	0.075 s	0.064 s		
ER	E03 @ 21	E03 @ 19	E03 @ 22	ACI	
FA					
UN (2Asv+Av)ln.	0.050 s	0.031 s	0.032 s		
ES	E03 @ 24	E03 @ 45	E03 @ 15	NAAMAN	
RV					
ZE	1.33(2Asv+Av)req		0.085 s		ver nota
OR			E03 @ 17		
S					
RA (2Asv+Av)final	0.067 s	0.075 s	0.085 s		
LR	E03 @ 21	E03 @ 19	E03 @ 17	NAAMAN	
RL Ast req.	4.80 cm ²	no	3.16 cm ²		
ER	0 0 3	requiere	6 0 3	RDF	
FN					
UG Ast min.	6.26 cm ²	no espe-	5.34 cm ²		
EI	10 0 3	cifica	14 0 3	NAAMAN	
RT					
ZU	1.33 Ast req.	6.30 cm ²	no	4.60 cm ²	ver nota
OR		10 0 3	requiere	0 0 3	RDF
I					
RA	por requisitos del			ACI	
LR	colocacion y	6 0 3	0 0 3	0 0 3	NAAMAN
RL					
RA	Ast final	6.26 cm ²		4.60 cm ²	
LR		10 0 3	0 0 3	0 0 3	RDF
REFUERZO TOTAL	1003	003	003	NAAMAN	para refuerzo transversal
REFUERZO POR CORTANTE	E 0 3 @ 21	E03 @ 19	E03 @ 17	RDF	para refuerzo longitudinal
		E 0 3 @ 12 cm.			Rige cortante

NOTA: La consideracion de 1.33 veces del valor del refuerzo requerido como limite maximo del refuerzo minimo solo esta especificado en el RDF, pero tambien se esta aplicando a Naaman y al ACI, debido a que estamos utilizando el criterio del RDF con respecto a los factores de resistencia, factores de carga y resistencia nominal del concreto

T A B L A 6.3						
REFUERZO POR TORSION Y CORTANTE FUERA DE LA ZONA DE TRANSFERENCIA (SECCION "B")						
EL CORTANTE QUE TOMA EL CONCRETO SE CALCULA COMO CONCRETO PRESFORZADO						
CONCEPTO	M E T O D O			M E T O D O		OBSERVACIONES
	RDDF	ACI	NARANAN	NARANAN	RESERVADOR	
RT (2Asv+Rv)req.	0.047 s	0.054 s	0.043 s			
ER	E03 @ 20	E03 @ 26	E03 @ 33	ACI		
UR (2Asv+Rv)min.	0.050 s	0.031 s	0.052 s			
ER	E03 @ 24	E03 @ 45	E03 @ 15	NARANAN		
ZU (1.33(2Asv+Rv)req)	0.063 s		0.057 s			ver nota
ER	E03 @ 22		E03 @ 25	RDDF		
RA (2Asv+Rv)final	0.050 s	0.054 s	0.057 s			
ER	E03 @ 24	E03 @ 26	E03 @ 25	RDDF		
RL Ast req.	3.03 cm ²	no	2.59 cm ²			
ER	6 0 3	requiere	4 0 3	RDDF		
UR Ast min.	6.26 cm ²	no espe-	9.94 cm ²			
ER	10 0 3	cifica	14 0 3	NARANAN		
ZU (1.33 Ast req.)	5.17 cm ²	no	3.44 cm ²			ver nota
ER	8 0 3	requiere	6 0 3	RDDF		
RA por requisitos del				ACI		
colocacion y ϕ	6 0 3	8 0 3	8 0 3	NARANAN		
RL Ast final	5.17 cm ²					
ER	8 0 3	8 0 3	8 0 3			
REFUERZO	E03 +	E02 +	E03 +			
TOTAL	E03 @ 24	E03 @ 26	E03 @ 25	RDDF		en refuerzo transversal
REFUERZO POR CORTANTE		E 0 3 @ 45 cm.				dirige torsion y cortante

NOTA: La consideracion de 1.33 veces del valor del refuerzo requerido como limite maximo del refuerzo minimo solo esta especificado en el RDDF, pero tambien se esta aplicando a Naranan y al ACI, debido a que estamos utilizando el criterio del RDDF con respecto a los factores de resistencia, factores de carga y resistencia nominal del concreto

BIBLIOGRAFIA:

"Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto"

Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de
Construcciones para el Distrito Federal 1987.

"Fundamentals of Prestressed Concrete Design"

Prestressed Concrete Institute (Manual)

"Prestressed Concrete Analysis and Design"

Antoine E. Naaman

"Torsión of Reinforced Concrete"

Thomas T. C. Hsu