

01161 2es.
2

**INTERACCION DINAMICA ESTRUCTURA-SUELO-ESTRUCTURA
EN ESTRATOS BLANDOS**

ROMAN PABLO DIEDERICH KUSCEVIC

T E S I S

**PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(ESTRUCTURAS)**

**CIUDAD UNIVERSITARIA
SEPTIEMBRE 1989**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

RESUMEN	
1. INTRODUCCION	1
2. MODELO CON CIMENTACIONES SEMICIRCULARES	12
2.1 <i>Descripción del modelo</i>	13
2.2 <i>Formulación del modelo matemática</i>	18
2.3 <i>Volución del problema</i>	23
3. MODELO CON CIMENTACIONES RECTANGULARES	29
3.1 <i>Descripción del modelo</i>	30
3.2 <i>Formulación del modelo matemática</i>	33
3.3 <i>Volución del problema</i>	38
4. RESPUESTA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO	45
5. RESULTADOS	51
6. CONCLUSIONES	84
7. REFERENCIAS	88
8. RECONOCIMIENTOS	92
APENDICE A. NOTACION	93
APENDICE B. TEOREMAS DE ADICION	97
APENDICE C. PROGRAMAS PARA COMPUTADORA	102

RESUMEN

Se presenta un método analítico para resolver el problema de interacción dinámica entre dos estructuras con un estrato de suelo blando que se apoya sobre una base rígida. El modelo que se emplea es bidimensional y consiste de dos edificios de cortante desplantados sobre cimentaciones rígidas las cuales se encuentran incrustadas en el estrato. Se consideran dos tipos de cimentaciones: semicirculares y rectangulares.

El problema se resuelve con un método de frontera usando expansiones de funciones de onda y una técnica de imágenes múltiples. Para el modelo con cimentaciones semicirculares la solución es cerrada y se obtiene

RESUMEN

Se presenta un método analítico para resolver el problema de interacción dinámica entre dos estructuras con un estrato de suelo blando que se apoya sobre una base rígida. El modelo que se emplea es bidimensional y consiste de dos edificios de cortante desplantados sobre cimentaciones rígidas las cuales se encuentran incrustadas en el estrato. Se consideran dos tipos de cimentaciones: semicirculares y rectangulares.

El problema se resuelve con un método de frontera usando expansiones de funciones de onda y una técnica de imágenes múltiples. Para el modelo con cimentaciones semicirculares la solución es cerrada y se obtiene

satisfaciendo idénticamente las condiciones de frontera en las interfaces suelo-cimentación. Para obtener la solución del modelo con cimentaciones rectangulares se introducen fronteras ficticias alrededor de las cimentaciones que definen regiones acotadas en donde es posible construir la solución de campo cercano con expansiones de ondas planas; en este caso la solución se obtiene en forma aproximada satisfaciendo continuamente en el sentido de mínimos cuadrados las condiciones de frontera en las interfaces suelo-cimentación y las fronteras ficticias. Se considera de manera aproximada un comportamiento viscoelástico del suelo y las estructuras, introduciendo el concepto de módulo de rigidez complejo.

La excitación sísmica está dada por el movimiento de la base rígida la cual produce sólo ondas SH. La respuesta del sistema se obtiene a través del dominio de la frecuencia empleando la síntesis de Fourier. Se calculan funciones de transferencia, acelerogramas sintéticos y espectros de respuesta de aceleración. Se realiza un análisis paramétrico para estudiar el efecto de los principales parámetros del sistema de interacción, tales como las relaciones de aspecto de las cimentaciones, la separación entre estructuras, las relaciones de enterramiento de las cimentaciones y los periodos de las estructuras y el estrato. Con base en este análisis se obtienen importantes conclusiones cualitativas sobre el problema de interacción estructura-suelo-estructura.

1. INTRODUCCION

La naturaleza del suelo donde se encuentra desplantada una estructura puede influir considerablemente en el comportamiento dinámico de ésta. Existen evidencias en sismos pasados, de que el patrón de daño en las estructuras urbanas está relacionado directamente con las condiciones características de cada sitio.

Un ejemplo notable de este problema se tiene en la ciudad de México, en donde las enormes amplificaciones del movimiento del terreno están asociadas a las formaciones arcillosas de la estratigrafía del valle de México, y las fallas en los edificios a la relación entre las propiedades del suelo y las estructuras, adicionalmente a otro tipo de

efectos inherentes a la estructuración misma de los edificios, calidad de los materiales usados en las construcciones, etc.

En términos generales, la respuesta de una estructura durante un sismo depende de las características de la excitación, de las propiedades del suelo que la rodea y de la estructura misma. Para edificios cimentados en roca o en suelos muy rígidos, el movimiento en la cimentación es esencialmente el mismo que ocurriría en el mismo punto antes de que fuera construida la estructura o se hubiese hecho cualquier excavación. Por tanto, en este caso el análisis sísmico se puede restringir a la estructura excitada por este movimiento.

Para suelos blandos el efecto es muy diferente. La naturaleza del suelo se manifiesta principalmente en dos tipos de fenómeno, relacionados estrechamente entre sí: el efecto de la amplificación local y la interacción suelo-estructura.

En el primer caso, cuando las ondas sísmicas generadas en la fuente llegan a un sitio a través de las formaciones rocosas profundas, los depósitos o las formaciones más blandas que se apoyan en las primeras son excitadas y vibran de manera característica ante cada temblor. Como consecuencia, el movimiento del terreno en la superficie es diferente del de la base de los depósitos, es decir, la excitación en la superficie difiere de la que ocurriría si tales depósitos o formaciones superficiales no existieran. Este fenómeno se conoce también como

filtrado local y puede dar lugar a la amplificación o atenuación de las ondas para ciertas frecuencias. Los movimientos sísmicos del terreno sin edificios o excavaciones se denominan de campo libre.

En el segundo caso, cuando una estructura se encuentra desplantada sobre un depósito de suelo que es excitado sísmicamente, sufre en su base movimientos que difieren de los de la roca basal, no sólo porque éstos son filtrados por el suelo, sino también porque la presencia de la estructura modifica a su vez los movimientos de campo libre, es decir, la estructura y el suelo responden acopladas durante el sismo. Este fenómeno es el que se conoce como interacción suelo-estructura.

Esta interacción resulta de la difracción de ondas por la cimentación y la irradiación de energía hacia el suelo debido a las vibraciones de la estructura. A causa de estos efectos, el estado de deformaciones en el suelo es diferente del de campo libre. Adicionalmente, la existencia de edificios cercanos puede influir significativamente en la respuesta de la estructura considerada. La vibración de cimentaciones vecinas puede considerarse como fuentes de energía que afectan su movimiento. De aquí que, en áreas urbanas con una densidad de edificios relativamente alta, el movimiento de una cimentación particular puede ser amplificado o atenuado por la existencia de estructuras vecinas.

El fenómeno de interacción suelo-estructura es muy complejo; sin embargo, se puede considerar que involucra básicamente dos efectos:

1) El de interacción cinemática, generada sólo por la cimentación carente de masa. Una parte importante de este efecto se debe a la profundidad de desplante de la cimentación, pues la amplitud del movimiento del terreno depende de ésta. En general, se tiene que a mayor profundidad los movimientos en la base del edificio y la respuesta estructural serán menores. La otra parte es la reducción del movimiento de la base por el efecto promediador de la cimentación. Por ejemplo, cuanto más amplia y rígida es la cimentación de la estructura más se reduce la amplitud del movimiento del terreno a que se ve sometida, pues la cimentación promedia, en cada instante, los movimientos de campo libre de todos los puntos bajo ella. Tal reducción es mayor en los componentes de más alta frecuencia del movimiento.

2) El efecto de interacción inercial, que se debe a la resistencia inercial que opone el sistema cimentación-estructura al desarrollo de movimientos en la estructura. Como consecuencia, el período fundamental del edificio siempre aumenta y su amortiguamiento generalmente también crece. Esto puede dar lugar a respuestas mayores o menores según la posición del período natural de la estructura con respecto al máximo del espectro de respuesta.

Los problemas de amplificación local e interacción suelo-estructura pueden, en principio, formularse en términos de modelos discretos o continuos. Dentro de los modelos discretos, un método que ha sido ampliamente usado es el de elementos finitos. En éste, se hace uso de

principios variacionales para obtener una solución aproximada de la ecuación que gobierna al problema y las condiciones de frontera prescritas. Puesto que cada modelo particular puede ser dividido en una infinidad de elementos pequeños, el método resulta apropiado para aplicarse a geometrías complejas. También presenta la ventaja de poder incluir algunas no-linealidades y otros tipos de comportamiento del material. Sin embargo, este método presenta problemas en el modelado de regiones no acotadas, ya que el semiespacio que idealiza al suelo tiene que ser representado por un medio finito. Para remediar esto se ha recurrido al uso de fronteras transisoras [11], elementos infinitos [5] o ciertas técnicas híbridas especiales [9]. Otra dificultad encontrada en el método de elementos finitos es su implementación numérica. Ya que la precisión de la solución depende en gran parte del tamaño de los elementos, es necesario considerarlos lo más pequeño que sea posible. Como consecuencia las dimensiones del modelo resultan demasiado grandes para las capacidades de espacio de la gran mayoría de las computadoras.

Por otra parte, los modelos del continuo permiten modelar en forma más adecuada al suelo como un semiespacio uniforme o estratificado, pero las propiedades del suelo están limitadas a aquellas correspondientes a materiales elásticos o viscoelásticos. Las soluciones obtenidas con métodos analíticos de propagación de ondas elásticas son usualmente más directas y pueden representar al problema real por medio de un número reducido de parámetros. Sin embargo, las principales limitaciones se deben al número limitado de configuraciones geométricas para las cuales

es posible obtener soluciones exactas de las ecuaciones de elastodinámica.

El problema de interacción suelo-estructura ha sido estudiado por numerosos autores y con diversos métodos. Dada la gran variedad de formulaciones que se han propuesto en la literatura no es posible describirlas en este trabajo. Para fines de comparación, se hace una breve revisión solamente de los estudios que tratan el problema con modelos continuos, ya que corresponde al tipo de modelo adoptado en esta investigación.

La mayoría de las soluciones disponibles son en el dominio de la frecuencia y se refieren a un edificio uniforme de cortante con una cimentación embebida en un semiespacio isótropo, homogéneo y linealmente elástico. Para este caso Luco [13] ha presentado una solución cerrada. Su modelo considera una cimentación rígida de sección semicircular y la excitación está dada por ondas planas SH con incidencia vertical. Los resultados muestran que para terreno duro y frecuencias bajas se obtienen desplazamientos y fuerzas cortantes en la base mayores que los calculados cuando no se toma en cuenta la interacción.

La generalización de la solución de Luco [13] para incidencia arbitraria de ondas SH fue realizada por Trifunac [21]. La solución obtenida muestra que ésta es independiente del ángulo de incidencia de la ondas, como consecuencia de la suposición de que el cimiento es infinitamente

rigido y de sección transversal semicircular.

Con el propósito de investigar el efecto de la profundidad de la cimentación y el ángulo de incidencia de la excitación, Wong y Trifunac [24] hicieron una extensión de los modelos de Luco [13] y Trifunac [21] para cimentaciones de sección semielíptica. Sus resultados demuestran que en este caso la interacción depende del ángulo de incidencia de las ondas SH consideradas, y que dicha dependencia desaparece gradualmente a medida que la sección semielíptica se aproxima a una semicircular. Además, hacen ver que la efectividad de la cimentación para dispersar la energía incidente se incrementa con la profundidad de la cimentación.

Luco y Contesse [14] estudiaron la interacción dinámica entre dos estructuras con cimentaciones semicirculares y un semiespacio, encontrando que la presencia de una segunda estructura cercana produce efectos adicionales de interacción, especialmente importantes para frecuencias bajas y en la cercanía de las frecuencias naturales de la segunda estructura. Para frecuencias altas muestran que es suficiente considerar sólo la interacción entre cada estructura y el suelo.

La interacción entre varias estructuras en un semiespacio ha sido estudiada por Wong y Trifunac [25]; su trabajo muestra que la existencia de edificios vecinos puede cambiar apreciablemente la naturaleza del problema de interacción de una sola estructura con el suelo. Concluyen que las estructuras más ligeras y pequeñas son las más afectadas, ya que

llegan a ser excitadas con una energía mayor a la que proveen las ondas incidentes.

Dentro de los trabajos que investigan los efectos de las condiciones geológicas del sitio en la respuesta sísmica de las estructuras están los de Kobori y Shinozaki [12], y Avilés [3]. En estos estudios, dicha condición local se representa por un valle aluvial semicilíndrico y la excitación por ondas SH con incidencia no-vertical.

Kobori y Shinozaki [12] estudiaron el problema de interacción del valle con una estructura de cimentación semicircular; sus resultados hacen ver que cuando la estructura está localizada cerca de una orilla del valle y sujeta a incidencia horizontal por la orilla opuesta, se presentan las amplificaciones dinámicas más significativas.

Avilés [3] presentó la solución al problema de interacción entre dos estructuras con cimentaciones semicirculares a través del valle aluvial. Sus resultados indican la importancia de los efectos de interacción, los cuales dependen esencialmente de la separación entre estructuras, la rigidez del valle y el ángulo de incidencia de las ondas.

Por otra parte, la modelación del suelo en forma de estrato la hicieron Avilés et al [4], quienes investigaron este efecto de sitio en una estructura de cimentación semicircular. En su trabajo, el estrato lo suponen apoyado en una base rígida que genera ondas SH. Obtiene:

funciones de transferencia y los temblores modificados en la base del edificio, haciendo ver que los efectos de interacción dependen principalmente de los periodos fundamentales del estrato y del edificio.

De la revisión de las investigaciones presentadas y la evidencia experimental sobre el fenómeno de interacción suelo-estructura [17], se observa que existe la necesidad de estudiar este fenómeno con modelos que aproximen cada vez más el problema real.

En este trabajo se presenta un modelo bidimensional de interacción estructura-suelo-estructura que consiste de dos edificios de cortante desplazados sobre cimentaciones rígidas que están embebidas en un estrato elástico; a su vez el estrato se apoya en una base rígida. Se consideran dos tipos de cimentaciones:

1) De sección transversal *semicircular*. En este caso la formulación y la solución del modelo matemático es similar al desarrollado por Avilés *et al* [4]. El problema se formula como uno de difracción de ondas elásticas usando imágenes múltiples y se resuelve con un método de frontera usando una expansión de funciones de onda para un estrato con base rígida. La solución es cerrada y se obtiene satisfaciendo idénticamente las condiciones de frontera en las interfaces suelo-cimentación.

2) De sección transversal *rectangular*. Este caso constituye el tema central de esta investigación, ya que uno de los objetivos principales

es estudiar el efecto de la variación de la relación de aspecto de las cimentaciones en el problema de interacción, lo cual no es posible con el primer modelo. Mas aún, permite modelar de manera más adecuada el tipo de cimentaciones en cajón. Para obtener la solución, se introducen fronteras ficticias alrededor de cada cimentación que definen regiones acotadas en donde es posible construir la solución de campo cercano con expansiones de ondas planas. En este caso, el problema se resuelve aproximadamente satisfaciendo continuamente en el sentido de mínimos cuadrados las condiciones de frontera en las interfaces suelo-cimentación y las fronteras ficticias.

Para representar el efecto de reflexión de las ondas por la base rígida y la superficie libre se usa una técnica de imágenes múltiples [2,7]. La excitación sísmica está dada por el movimiento de la base rígida la cual genera ondas planas SH con incidencia vertical y dependencia armónica del tiempo. Además, se considera un comportamiento viscoelástico del suelo y los edificios de manera aproximada.

La respuesta del sistema en el tiempo se obtiene a través del dominio de la frecuencia mediante la síntesis de Fourier. Se calculan acelerogramas sintéticos y espectros de respuesta en las bases de los edificios, para un movimiento de la base rígida igual al componente EW del temblor registrado en la estación de Tacubaya en la ciudad de México durante el sismo de Michoacán de 1985.

Con objeto de evaluar los efectos de interacción se realiza un análisis paramétrico. En éste se estudia principalmente la influencia de los siguientes parámetros: el espesor del estrato, la separación entre las estructuras y las dimensiones características de las cimentaciones. Se pone énfasis en las diferencias debidas al tipo de cimentación considerado.

En los capítulos 2 y 3 se presentan la formulación y la solución del modelo matemático para el caso de cimentaciones semicirculares y rectangulares, respectivamente. En el capítulo 4 se expone en forma breve el proceso para el cálculo de la respuesta en el dominio del tiempo; en el capítulo 5 se discuten los resultados del estudio paramétrico y, finalmente en el 6 se dan las conclusiones del presente trabajo y se comentan algunas posibles extensiones que permitan mejorar el modelo.

2. MODELO CON CIMENTACIONES SEMICIRCULARES

En esta parte se hace una descripción del modelo bidimensional de interacción dinámica estructura-suelo-estructura para el caso de cimentaciones semicirculares. Seguidamente se presentan la formulación matemática y la solución del problema en el dominio de la frecuencia. El problema se formula como uno de difracción de ondas elásticas usando un concepto de imágenes múltiples y se resuelve con un método de frontera. El campo total de desplazamientos se construye mediante el principio de superposición; los campos difractados por las cimentaciones se generan con expansiones de funciones de onda, y los reflejados por la base rígida y la superficie libre con la técnica de imágenes. Dichos campos son combinaciones lineales de soluciones base de la ecuación que

gobierna al problema y sus coeficientes se obtienen en forma cerrada al satisfacer idénticamente las condiciones de frontera en las interfaces suelo-cimentación.

2.1 Descripción del modelo

El sistema de interacción estructura-suelo-estructura utilizado (Fig.2.1) es bidimensional y consiste de dos edificios, de altura h_j y ancho b_j ($j = 1,2$), idealizados como vigas unidimensionales de cortante, las cuales están desplantadas sobre cimentaciones rígidas de sección transversal semicircular con radio a_j . A lo largo de todo el trabajo el índice j vale: uno para la estructura, la cimentación y los sistemas de referencia de la izquierda, y dos para los de la derecha (Figs.2.1 y 2.2).

En este trabajo se adopta la hipótesis de que los cimientos se desplazan como si fueran infinitamente rígidos, a pesar de que en algunos casos son significativas las deformaciones dinámicas que sufren; sin embargo, en la práctica la mayoría de las estructuras para las que la interacción es un aspecto importante, poseen cimentaciones que se comportan de manera esencialmente rígida [23].

Las cimentaciones se encuentran incrustadas en un estrato de suelo elástico lineal, isótropo y homogéneo, definido por el dominio Ω , de

espesor H (Fig.2.1), el cual a su vez se apoya en una base rígida con movimiento armónico que generará ondas SH de incidencia vertical.

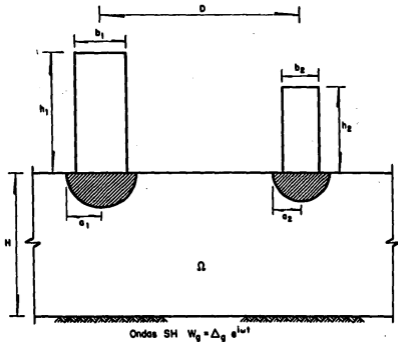


Figura 2.1 - Modelo con cimentaciones semicirculares

El movimiento de campo libre, esto es, el movimiento del suelo en ausencia de las estructuras y las cimentaciones se construye con una onda plana incidente y una reflejada por la superficie libre referidas al sistema de coordenadas (x_j, y_j) (Fig.2.2).

Una vez establecido el movimiento en el estrato, las cimentaciones actúan como fuentes de energía que irradian ondas cilíndricas propagándose hacia afuera de las mismas. Para representar estos campos difractados por las cimentaciones se utilizan funciones de ondas cilíndricas que se expresan en los sistemas de coordenadas (r_j, θ_j) (Fig.2.2). Parte de estos campos fuentes se reflejan por la base rígida, de tal forma que es necesario introducir un campo imagen que tenga en cuenta dicha reflexión; a su vez, parte de este campo se refleja por la superficie libre y por lo tanto se necesita otro campo imagen que considere esta nueva reflexión. De esta manera se genera un número infinito de reflexiones por ambas fronteras. Para representar este efecto se utiliza un sistema de fuentes-imágenes múltiples en el cual se definen $2k$ ($k = 1, 2, \dots, \infty$) sistemas de coordenadas (r_{jk}, θ_{jk}) en donde se expresan los campos generados por dichas fuentes-imágenes. En la Fig.2.2 se muestran sólo los dos primeros: (r_{j1}, θ_{j1}) y (r_{j2}, θ_{j2}) .

No obstante que en la formulación y solución analítica del modelo se contempla dicho efecto de reflexión múltiple, en la solución numérica el número de reflexiones se restringe a uno por cada frontera. La atenuación de las ondas con la distancia por el amortiguamiento

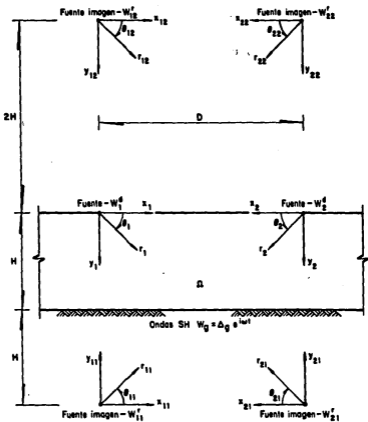


Figura 2.2 - Sistemas de referencia

geométrico, atenuación por irradiación, justifica esta aproximación.

Otra aproximación que se introduce en el modelo es en lo referente al comportamiento de los materiales. En este modelo de comportamiento elástico lineal la única forma de disipar energía es mediante el amortiguamiento geométrico; sin embargo la fricción entre partículas es importante (amortiguamiento material). Por ello es conveniente incluir, aun de manera aproximada, esta disipación adicional de energía considerando un modelo viscoelástico lineal, tanto para el suelo como para las estructuras.

Se han obtenido curvas esfuerzo-deformación a partir de pruebas cíclicas en muestras de suelo [26]. En el rango de interés práctico, estas curvas son independientes de la frecuencia y presentan un comportamiento histerético. Estos ciclos histeréticos son de forma elíptica, donde la pendiente del eje principal mayor corresponde a la rigidez elástica μ_0 , y la relación entre los ejes principales depende de un factor de amortiguamiento interno ξ , llamado amortiguamiento histerético. Dado que ξ no depende de la frecuencia, es posible entonces incluirlo en la formulación elástica introduciendo el concepto de módulo de rigidez complejo μ como:

$$\mu = \mu_0 (1 - 2\xi^2 + 12\xi\sqrt{1 - \xi^2} i) \quad (1)$$

donde $i = \sqrt{-1}$ representa la unidad imaginaria. En este trabajo se incluye

de esta manera en la formulación elástica el amortiguamiento interno de los materiales, reemplazando en la Ec.1 las variables μ , μ_0 y ξ por μ_s , μ_{0s} y ξ_s para el suelo, y μ_j^* , μ_j^{**} y ξ_j^* ($j = 1, 2$) para las estructuras.

2.2 Formulación del modelo matemático

En un medio elástico lineal, isótropo y homogéneo el desplazamiento W_s en la dirección z (con referencia a la Fig.2.1, la dirección z es perpendicular al plano x - y) que genera la propagación de ondas armónicas SH, satisface la ecuación reducida de onda o ecuación de Helmholtz [2]:

$$\nabla^2 W_s + k_s^2 W_s = 0 \quad , \quad \text{en } \Omega \quad (2)$$

donde ∇^2 = operador laplaciano bidimensional, $k_s = \omega/\beta_s$ = número de onda de cortante del suelo, ω = frecuencia de excitación, $\beta_s = \sqrt{\mu_s/\rho_s}$ = velocidad de propagación de ondas de cortante en el suelo y μ_s, ρ_s = módulo de cortante y densidad del suelo, respectivamente.

En el dominio Ω el campo de desplazamientos total se puede construir mediante el principio de superposición como:

$$W_s = W^l + \sum_{j=1}^2 \left\{ W_j^d + \sum_{k=1}^m W_{jk}^r \right\} \quad (3)$$

donde W^l = solución de campo libre, W_j^d = campo difractado por la

cimentación j , y W_{jk}^r = campo reflejado por la fuente-imagen jk .

Si la base rígida presenta un movimiento armónico $W_0 = \Delta_0 e^{i\omega t}$ que genera ondas SH de incidencia vertical, la solución de campo libre W^l en el sistema de coordenadas (x_j, y_j) está dada por:

$$W^l(x_j, y_j) = 2\Delta_s \cos(k_s y_j) e^{i\omega t} \quad (4)$$

donde $\Delta_s = \Delta_0 / 2\cos(k_s H)$, t = tiempo y H = espesor del estrato. En lo sucesivo el factor tiempo $e^{i\omega t}$ se sobrentiende a lo largo del presente capítulo.

Aplicando el método de separación de variables a la ecuación de Helmholtz, Ec.2, se obtiene como solución las funciones de onda que son una combinación de funciones radiales, como las de Bessel o Hankel de primera y segunda especie, con angulares, como las trigonométricas seno y coseno. La elección de una u otra combinación depende esencialmente de la física del problema. Para las ondas difractadas por las cimentaciones se escogieron como funciones radiales las de Hankel de segunda especie, porque combinadas con el factor tiempo $e^{i\omega t}$ representan ondas cilíndricas divergentes; y como angulares las funciones coseno porque se satisface automáticamente la condición de esfuerzos nulos en la superficie libre.

Así, en el sistema de coordenadas (r_j, θ_j) , el campo difractado por la

cimentación ; está dado por [15]:

$$W_j^d(r_j, \theta_j) = \Delta_n \sum_{n=0}^{\infty} A_n^j H_n^{(2)}(k_n r_j) \cos(n\theta_j) \quad (5)$$

Empleando la técnica de imágenes, los campos reflejados por la base rígida y la superficie libre asociados a la cimentación ; están dados por:

$$W_{jk}^d(r_{jk}, \theta_{jk}) = S \Delta_n \sum_{n=0}^{\infty} A_n^j H_n^{(2)}(k_n r_{jk}) \cos(n\theta_{jk}) \quad (6)$$

donde $S = \begin{cases} -1, & k = 1, 2, 5, 6, \dots \\ +1, & k = 3, 4, 7, 8, \dots \end{cases}$

En las Ecs.5 y 6, A_n^j = coeficiente complejo desconocido que se determina al satisfacer las condiciones de frontera y $H_n^{(2)}(\cdot)$ = función de Hankel de segunda especie y orden n. Las expresiones dadas por las Ecs.5 y 6 satisfacen la ecuación reducida de onda en coordenadas polares formando un conjunto completo de soluciones [10] en el dominio Ω , así como la condición de irradiación al infinito de Sommerfeld [20].

Por otra parte, el campo total de desplazamientos W_n debe satisfacer las condiciones de frontera en la superficie libre y la base rígida. La condición de frontera en la superficie libre es de esfuerzos nulos, esto es:

$$\mu_n \frac{\partial W_n}{\partial y_j} \Big|_{y_j=0} = 0 \quad j=1 \text{ o } 2 \quad (7)$$

Esta condición de frontera puede descomponerse en las siguientes condiciones de frontera equivalentes:

$$\mu_n \frac{\partial W^I}{\partial y_j} \Big|_{y_j=0} = 0 \quad j=1 \text{ o } 2 \quad (7.1)$$

$$\mu_n \frac{\partial W^d}{\partial y_j} \Big|_{y_j=0} = 0 \quad j=1,2 \quad (7.2)$$

$$\mu_n \frac{\partial (W^r_{j,2k-1} + W^r_{j,2k})}{\partial y_j} \Big|_{y_j=0} = 0 \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ k=1,2,\dots,n \end{matrix} \quad (7.3)$$

La condición de frontera en la base rígida es tal que el único desplazamiento en esta frontera se debe al movimiento que genera la base:

$$W_n \Big|_{y_j=H} = \Delta_y \quad j=1 \text{ o } 2 \quad (8)$$

donde Δ_y = desplazamiento de la base rígida. Asimismo, esta condición de frontera puede descomponerse en las siguientes condiciones de frontera equivalentes:

$$W^I \Big|_{y_j=H} = \Delta_0 \quad . \quad j=1 \text{ o } 2 \quad (8.1)$$

$$(W_j^I + W_{j1}^I) \Big|_{y_j=H} = 0 \quad . \quad j=1,2 \quad (8.2)$$

$$(W_{j,2k}^I + W_{j,2k+1}^I) \Big|_{y_j=H} = 0 \quad . \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ k=1,2,\dots,m \end{matrix} \quad (8.3)$$

Suponiendo adhesión perfecta, las condiciones de frontera que se deben satisfacer en las interfaces suelo-cimentación son de continuidad de desplazamientos y equilibrio de fuerzas:

$$W_0 \Big|_{r_j=a_j} = W_j^c = \Delta_j^c \quad . \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ 0 \leq \theta_j \leq 2\pi \end{matrix} \quad (9)$$

$$M_j^c \Big|_{r_j=a_j} = F_j^s + F_j^a \quad . \quad j=1,2 \quad (10)$$

donde Δ_j^c = desplazamiento de cuerpo rígido de la cimentación j , $M_j^c = \rho_j^c \pi a_j^2 / 2$ = masa por unidad de longitud de la cimentación j , ρ_j^c = densidad de la cimentación j y F_j^s, F_j^a = fuerzas por unidad de longitud que generan la estructura y el suelo, respectivamente, sobre la cimentación j .

2.3 Solución del problema

Por la forma de los campos de la solución, las condiciones de frontera equivalentes en la superficie libre y la base rígida, Ecs.7.1-7.3 y 8.1-8.3, se satisfacen idénticamente de manera automática. Para satisfacer las condiciones de frontera en las cimentaciones, Ecs.9 y 10, es necesario expresar el campo W_n en el sistema de coordenadas (r_j, θ_j) y desarrollarlo en serie de funciones de ondas cilíndricas. La transformación de cada campo de ondas de su propio sistema de coordenadas al sistema (r_j, θ_j) es posible hacerla con ayuda del teorema de adición de Graf [1,22] (Apéndice B). Con la aplicación de este teorema es posible obtener la siguiente expresión:

$$W_n(r_j, \theta_j) = \Delta_n \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ v_n c_n J_n(k_n r_j) + H_n^{(2)}(k_n r_j) A_n^j + c_n J_n(k_n r_j) \times \right. \\ \left. \sum_{l=0}^{\infty} [K_{ln} A_l^j + U_{ln} (\hat{\delta}_{j1} A_l^{j-1} + \hat{\delta}_{j2} A_l^{j+1})] \right\} \cos(n\theta_j) \quad (11)$$

donde v_n = factor (= 0 si n es impar, = 2 si n es par), $J_n(\cdot)$ = función de Bessel de primera especie y orden n , c_n = factor de Neumann (= 1 si $n = 0$, = 2 si $n \geq 1$), δ_{mn} = delta de Kronecker (= 1 si $m = n$, = 0 si $m \neq n$), $\hat{\delta}_{mn} = 1 - \delta_{mn}$ y:

$$K_{ln} = \sum_{q=1}^{\infty} (-1)^q [(-1)^n \cos(1+n) \frac{\pi}{2} H_{1-n}^{(2)}(2qk_n H) + \cos(1-n) \frac{\pi}{2} H_{1+n}^{(2)}(2qk_n H)] \quad (12)$$

$$U_{1n} = [H_{1+n}^{(2)}(k_q D) + (-1)^n H_{1-n}^{(2)}(k_q D)]/2 + \sum_{q=1}^{\infty} (-1)^q [(-1)^n \cos(1-n)\gamma_q x \\ H_{1-n}^{(2)}(k_q u_q) + \cos(1+n)\gamma_q H_{1+n}^{(2)}(k_q u_q)] \quad (13)$$

en donde $\gamma_q = \tan^{-1}(2qH/D)$ y $u_q = \sqrt{(2qH)^2 + D^2}$.

En estas expresiones el índice q corresponde a una pareja de reflexiones (base rígida más superficie libre).

Para resolver la ecuación de equilibrio dinámico es necesario primeramente evaluar los términos F_j^s y F_j^a . La fuerza por unidad de longitud que produce el suelo sobre la cimentación j está dada por:

$$F_j^s = a_j \int_0^{\pi} \mu_s \frac{\partial W_s(r_j, \theta_j)}{\partial r_j} \Big|_{r_j=a_j} d\theta_j \quad (14)$$

Desarrollando la Ec.14 es posible obtener:

$$F_j^s = \Delta_s \frac{2\omega^2 M_j^s}{k_s a_j} \left\{ 2J_0'(k_s a_j) + H_0^{(2)}(k_s a_j) A_0^j + J_0'(k_s a_j) \sum_{l=0}^{\infty} [K_{10} A_1^j + \right. \\ \left. U_{10} (\hat{\delta}_{j1} A_1^{j-1} + \hat{\delta}_{j2} A_1^{j+1}) \right\} \quad (15)$$

donde la prima indica derivación con respecto al argumento y $M_j^s = \rho_s \omega a_j^2 / 2 =$ masa por unidad de longitud del suelo removido por la

cimentación j .

Para obtener la fuerza por unidad de longitud que produce la estructura j sobre su cimentación, se resuelve la ecuación diferencial que gobierna el movimiento de la estructura en la dirección z , modelada ésta como una viga de cortante. Con respecto a la Fig.2.3 su ecuación está dada por [18]:

$$\frac{d^2 W_j^e}{dy_j'^2} + k_j^2 W_j^e = 0 \quad , \quad j=1,2 \quad (16)$$

donde $k_j^2 = \omega/\beta_j^2 =$ número de onda de cortante de la estructura j , $\beta_j^2 = \sqrt{\mu_j^2/\rho_j^2}$ = velocidad de propagación de las ondas de cortante en la estructura j y μ_j^2, ρ_j^2 = módulo de cortante y densidad, respectivamente, de la estructura j .

Las condiciones de frontera que se deben satisfacer en la estructuras son de cortante nulo en el extremo libre ($y_j' = h_j$) y de continuidad de desplazamientos en su base ($y_j' = 0$), esto es:

$$\mu_j^2 b_j \left. \frac{dW_j^e}{dy_j'} \right|_{y_j'=h_j} = 0 \quad , \quad j=1,2 \quad (17)$$

$$W_j^e \Big|_{y_j'=0} = \Delta_j^c \quad , \quad j=1,2 \quad (18)$$

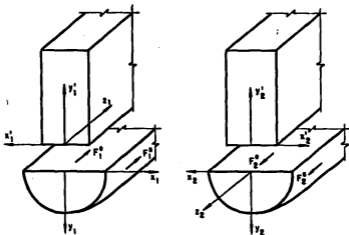


Figura 2.3 - Equilibrio de fuerzas en las cimentaciones

Resolviendo la Ec.16 y aplicando las condiciones de frontera definidas por las Ecs.17 y 18 se obtiene:

$$W_j^0(y_j') = \Delta_j^0 [\cos(k_j^0 y_j') + \tan(k_j^0 h_j) \operatorname{sen}(k_j^0 y_j')] \quad (19)$$

Ahora, la fuerza por unidad de longitud que genera la estructura j sobre su cimentación es:

$$F_j^e = \mu_j^e b_j \left. \frac{dw_j^e}{dy_j^e} \right|_{y_j^e=0} \quad (20)$$

Desarrollando la Ec.20 se llega a :

$$F_j^e = \omega^2 H_j^e \frac{\tan(k_j^e h_j)}{k_j^e h_j} \Delta_j^e \quad (21)$$

donde $H_j^e = \rho_j^e b_j h_j$ = masa por unidad de longitud de la estructura j .

Sustituyendo las Ecs.15 y 21 en la ecuación de equilibrio dinámico, Ec.10, y despejando el desplazamiento de la cimentación j , se tiene:

$$\Delta_j^e = C_j \Delta_n \left\{ 2J_1(k_n a_j) + H_1^{(2)}(k_n a_j) A_0^j + J_1(k_n a_j) \sum_{l=0}^{\infty} [K_{10}^j A_l^j + U_{10} (\delta_{j1} A_l^{j-1} + \delta_{j2} A_l^{j+1})] \right\} \quad (22)$$

donde:

$$C_j = 2 \frac{(k_j^e h_j / k_n a_j)}{(H_j^e / H_n^e) k_j^e h_j + (H_n^e / H_j^e) \tan(k_j^e h_j)} \quad (23)$$

Finalmente, se sustituyen las Ecs.11 y 22 en la ecuación de continuidad de desplazamientos, Ec.9, y empleando las propiedades de ortogonalidad de las funciones trigonométricas es posible obtener dos sistemas infinitos de ecuaciones algebraicas que definen los coeficientes A_n^j

(j = 1,2; n = 0,1,...,∞). En notación matricial, los sistemas de ecuaciones resultantes se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} [C^1] & [D^1] \\ [D^2] & [C^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A^1\} \\ \{A^2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f^1\} \\ \{f^2\} \end{Bmatrix} \quad (24)$$

donde:

$$[C_{ni}^j] = \{\delta_{ni} H_n^{(2)}(k_n a_j) + \delta_{n0} C_j H_n^{(2)'}(k_n a_j) + \epsilon_n K_{in}(J_n(k_n a_j) + \delta_{n0} C_j J_n'(k_n a_j))\} \quad (25)$$

$$[D_{ni}^j] = \{c_n U_{in}(J_n(k_n a_j) + \delta_{n0} C_j J_n'(k_n a_j))\} \quad (26)$$

$$\{f_n^j\} = -\{v_n \epsilon_n (J_n(k_n a_j) + \delta_{n0} C_j J_n'(k_n a_j))\} \quad (27)$$

en donde j = 1,2 y n,i = 0,1,...,∞. Numéricamente los sistemas infinitos de ecuaciones simultáneas no pueden ser resueltos; una aproximación de la solución se obtiene al reducirlos a sistemas de dimensión finita, truncando adecuadamente los ordenes n,i tal que la solución converja. Una vez que estos sistemas han sido resueltos se puede calcular el desplazamiento de cada cimentación empleando la Ec.22. En el Apéndice C se describe el programa de computadora que ha sido desarrollado para calcular numéricamente la solución de este problema.

3. MODELO CON CIMENTACIONES RECTANGULARES

A continuación se presentan la descripción, la formulación y la solución analítica del modelo bidimensional de interacción estructura-suelo-estructura para el caso de cimentaciones rectangulares. A diferencia del modelo con cimentaciones semicirculares, en éste no es posible obtener una solución cerrada debido a la geometría de las cimentaciones. Las condiciones de frontera en las interfases suelo-cimentación no se pueden satisfacer idénticamente, siendo necesario recurrir a un método variacional como el de mínimos cuadrados para satisfacer aproximadamente dichas condiciones de frontera.

3.1 Descripción del modelo

El modelo considerado es similar al de cimentaciones semicirculares, excepto por la geometría de las cimentaciones. Para este caso, los cimientos son de sección transversal rectangular con dos dimensiones características: semiancho e_j y profundidad d_j (Fig.3.1). Los demás parámetros geométricos así como los mecánicos de los elementos que componen el sistema son los mismos que en el modelo de cimentaciones semicirculares, y la notación es idéntica a la empleada en el capítulo anterior.

La principal dificultad en la formulación de este modelo se debe a la incompatibilidad de la geometría de las cimentaciones con la forma de los campos difractados por las mismas. Se puede obtener una solución recurriendo al método de colocación, discretizando las interfaces suelo-cimentación en puntos donde se imponen las condiciones de frontera. Sin embargo, para obtener resultados aceptables, el número de puntos de colocación debe ser mucho mayor que el orden de las expansiones. Como consecuencia el método puede resultar costoso para el cálculo de la solución numérica.

Por lo anterior, es preferible el uso de técnicas analíticas con las cuales sea posible satisfacer las condiciones de frontera en forma continua. Con este objeto, en el modelo empleado se introducen unas

fronteras ficticias de forma semicircular alrededor de cada cimentación, con lo cual el dominio total de solución queda dividido en tres regiones: Ω_j , $j = 1, 2$ y Ω (Fig.3.1). Las fronteras ficticias, de radio f_j , definen las regiones acotadas Ω_1 y Ω_2 en donde es posible construir la solución de campo cercano con expansiones de ondas planas [18]. Así, las ondas planas expresadas en coordenadas cartesianas son perfectamente compatibles con la geometría de las cimentaciones. La solución de campo lejano en la región no acotada Ω se trata en forma similar al caso de cimentaciones semicirculares. De hecho, tal solución es la misma que la del modelo de cimentaciones semicirculares, donde el campo de desplazamientos queda expresado por la Ec.11.

Con los artificios realizados, es posible satisfacer las condiciones de continuidad de desplazamientos y esfuerzos en las fronteras ficticias, y de continuidad de desplazamientos y equilibrio de fuerzas en las interfaces suelo-cimentación. Por la forma de los campos en cada región, las ecuaciones que definen las condiciones de frontera no se pueden satisfacer idénticamente. La solución más adecuada, entonces, se obtiene en el sentido de mínimos cuadrados. Para esto se integran los errores a lo largo de cada frontera de manera que el error cuadrático total sea mínimo.

Adicionalmente, las expansiones de ondas planas en las regiones Ω_j , $j = 1, 2$ violan la condición de esfuerzos nulos en la superficie libre,

segmentos comprendidos entre las cimentaciones y las fronteras ficticias. Para tratar este error se incluye en el error cuadrático total por minimizar.

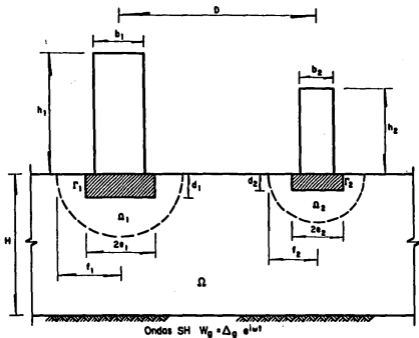


Figura 3.1 - Modelo con cimentaciones rectangulares

Este tipo de procedimiento para subregiones acotadas y no acotadas ha sido aplicado anteriormente por Sánchez-Sesma *et al* [18] en un problema de difracción de ondas elásticas por irregularidades superficiales, donde además se demuestra la completez de los sistemas de ondas planas en regiones acotadas.

Conviene hacer notar que los desarrollos algebraicos generados para este problema son muy largos, por lo que en la solución del modelo matemático se incluyen sólo las expresiones básicas que permiten implementar numéricamente la técnica utilizada.

3.2 Formulación del modelo matemático

La ecuación básica que gobierna al problema es la ecuación de Helmholtz, Ec.2, tanto en la región Ω_j como en Ω . Para construir el campo total de desplazamientos en la región externa a las fronteras ficticias, Ω , se utiliza la misma técnica que en el caso de cimentaciones semicirculares. Por lo tanto, el campo W_j expresado en el sistema de coordenadas (r_j, θ_j) queda definido por la Ec.11.

La solución en la región interna a la frontera ficticia j , Ω_j , se puede construir como una expansión de ondas planas de la forma:

$$W_j(x_j, y_j) = A_n \sum_{m=1}^{\infty} B_n^j W_j^m(x_j, y_j) \quad (28)$$

donde B_n^j = coeficiente complejo desconocido, n = orden de la expansión de ondas planas y W_j^m = m -ésima onda plana la cual se puede expresar en el sistema de coordenadas (x_j, y_j) como (Fig.3.2):

$$W_j^m(x_j, y_j) = \exp[-ik_n(-x_j \cos \psi_n - y_j \sin \psi_n)] \quad 0 \leq \psi_n \leq 2\pi \quad (29)$$

donde ψ_n = ángulo de incidencia de la m -ésima onda plana. El sistema de funciones de ondas planas, W_j^m , forma un conjunto completo de soluciones de la ecuación reducida de onda en regiones acotadas [18]. El ángulo de incidencia ψ_n se elige, por conveniencia, como $\psi_n = \pi(2n-1)/\pi$. Por simplicidad, en esta ecuación y en lo que sigue se omite el factor tiempo $e^{i\omega t}$.

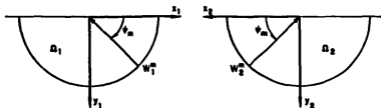


Figura 3.2 - Sistemas de ondas planas en Ω_1 y Ω_2

Las condiciones de frontera que se deben satisfacer en las fronteras ficticias son de continuidad de desplazamientos y de esfuerzos:

$$W_n(r_j, \theta_j) \Big|_{r_j=f_j} = W_j(r_j, \theta_j) \Big|_{r_j=f_j}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ 0 \leq \theta_j \leq \pi \end{matrix} \quad (30)$$

$$\mu_n \frac{\partial W_n(r_j, \theta_j)}{\partial r_j} \Big|_{r_j=f_j} = \mu_n \frac{\partial W_j(r_j, \theta_j)}{\partial r_j} \Big|_{r_j=f_j}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ 0 \leq \theta_j \leq \pi \end{matrix} \quad (31)$$

Suponiendo adhesión perfecta en las interfaces suelo-cimentación, las condiciones de frontera son de continuidad de desplazamientos y equilibrio de fuerzas, esto es:

$$W_j(x_j, y_j) \Big|_{r_j} = \Delta_j^c, \quad j=1,2 \quad (32)$$

$$M_j^c \tilde{W}_j^c = F_j^* + F_j^* \quad j=1,2 \quad (33)$$

donde $M_j^c = 2\rho_j^c e_j d_j$ = masa por unidad de longitud de la cimentación j . Finalmente, en los segmentos comprendidos entre las cimentaciones y las fronteras ficticias en la superficie libre, se impone como condición de frontera que los esfuerzos sean nulos:

$$\mu_n \frac{\partial W_j(x_j, y_j)}{\partial y_j} \Big|_{y_j=0} = 0, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ -f_j \leq x_j \leq e_j \\ e_j \leq x_j \leq f_j \end{matrix} \quad (34)$$

3.3 Solución del problema

Para resolver las ecuaciones de equilibrio dinámico, primeramente se deben evaluar las fuerzas que producen la estructura j y el suelo sobre la cimentación j . La primera se obtiene de la misma forma que en el caso de cimentaciones semicirculares; por lo tanto F_j^x queda expresada por la Ec.21. La segunda, con referencia a la Fig.3.3, se calcula como:

$$F_j^y = \mu_s \left[\int_{e_j}^{o_j} \frac{\partial W_j}{\partial y_j} \Big|_{y_j=d_j} dx_j + \int_0^{d_j} \frac{\partial W_j}{\partial x_j} \Big|_{x_j=e_j} dy_j - \int_0^{d_j} \frac{\partial W_j}{\partial x_j} \Big|_{x_j=-e_j} dy_j \right] \quad (36)$$

En la Fig.3.3 se muestran las direcciones positivas de las fuerzas F_j^x , $F_j^{y^*}$ y $F_j^{y''}$ que corresponden a la primera, segunda y tercera integral, respectivamente, de la Ec.36. Los signos de cada integral se asignan de manera que las fuerzas sean compatibles con los desplazamientos de la cimentación.

Desarrollando la Ec.36 es posible obtener la fuerza por unidad de longitud que genera el suelo sobre la cimentación j como:

$$F_j^y = 21\mu_s \Delta \sum_{n=1}^N B_n^j \phi_n^j \quad (37)$$

donde:

$$\psi_n^j = \frac{\text{sen}(k_n e \cos \psi_n)}{\text{sen} \psi_n \cos \psi_n} [\exp(ik_n d_j \text{sen} \psi_n) - \cos^2 \psi_n] \quad (38)$$

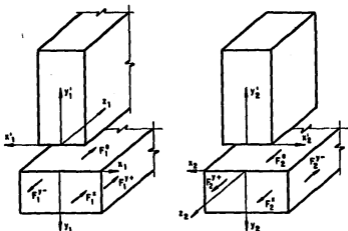


Figura 3.3 - Equilibrio de fuerzas en las cimentaciones

Ahora, sustituyendo las expresiones para F_j^x y F_j^y , Ecs.21 y 37, respectivamente, en la ecuación de equilibrio dinámico, Ec.33, y despejando el desplazamiento de la cimentación j , se tiene:

$$A_j^c = -C_j A_n \sum_{n=1}^N B_n^j \phi_n^j \quad (39)$$

donde:

$$C_j = 1 \frac{(k_j^* h_j / k_n^* e_j d_j)}{(M_j^c / M_j^*) k_j^* h_j + (M_j^c / M_j^*) \tan(k_j^* h_j)} \quad (40)$$

en donde $M_j^* = 2\rho_n e_j d_j$ = masa por unidad de longitud del suelo removido por la cimentación j .

Por otra parte, para satisfacer las condiciones de frontera en las fronteras ficticias, es necesario expresar el campo de ondas planas W_j en el sistema de coordenadas (r_j, θ_j) y desarrollarlo en serie de funciones de ondas cilíndricas. Haciendo esto se obtiene:

$$W_j(r_j, \theta_j) = A_n \sum_{n=1}^N B_n^j \sum_{n=0}^{\infty} c_n I_n^n J_n(k_n r_j) [\cos(n\phi_n^j) \cos(n\theta_j) + \sin(n\phi_n^j) \sin(n\theta_j)] \quad (41)$$

Sustituyendo las correspondientes expresiones para los campos W_j y W_n y A_j^c en las condiciones de frontera dadas por las Ecs. 30, 31, 32 y 34 se obtienen ecuaciones de condición que definen los coeficientes A_n^j y B_n^j . Sin embargo, estas ecuaciones no se pueden resolver idénticamente, por lo que para su solución se emplea el criterio de mínimos cuadrados [19].

En cada condición de frontera existe un error, los cuales están definidos por:

$$E_j^d(\theta_j) = \left[W_j(r_j, \theta_j) - \Delta_j^d \right] \Big|_{r_j=f_j}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ 0 \leq \theta_j \leq \pi \end{matrix} \quad (42)$$

$$E_j^s(\theta_j) = \left[\frac{\partial W_j(r_j, \theta_j)}{\partial r_j} - \frac{\partial W_j(r_j, \theta_j)}{\partial r_j} \right] \Big|_{r_j=f_j}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ 0 \leq \theta_j \leq \pi \end{matrix} \quad (43)$$

$$E_j^{c\pm}(y_j) = \left[W_j(x_j, y_j) - \Delta_j^c \right] \Big|_{x_j=ze_j}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ 0 \leq y_j \leq d_j \end{matrix} \quad (44)$$

$$E_j^c(x_j) = \left[W_j(x_j, y_j) - \Delta_j^c \right] \Big|_{y_j=d_j}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ -e_j \leq x_j \leq e_j \end{matrix} \quad (45)$$

$$E_j^l(x_j) = \left[\frac{\partial W_j(x_j, y_j)}{\partial y_j} \right] \Big|_{y_j=0}, \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ -f_j \leq x_j \leq e_j \\ e_j \leq x_j \leq f_j \end{matrix} \quad (46)$$

En estas ecuaciones, E_j^d, E_j^s = errores en las condiciones de continuidad de desplazamientos y de esfuerzos, respectivamente, en la frontera $r_j = f_j$; $E_j^{c\pm}, E_j^c$ = errores en las condiciones de continuidad de desplazamientos en las fronteras $x_j = ze_j$ y $y_j = d_j$, respectivamente; y E_j^l = errores en la condición de esfuerzos nulos en la frontera $y_j = 0$.

Entonces, el error cuadrático total en las condiciones de frontera será:

$$\begin{aligned}
 E_c = \sum_{j=1}^2 \left\{ f_j \int_0^{\pi} \left[|E_j^d(\theta_j)|^2 + |E_j^e(\theta_j)|^2 \right] d\theta_j + \int_{a_j}^{b_j} |E_j^c(x_j)|^2 dx_j + \int_0^{d_j} \left[|E_j^{c*}(y_j)|^2 \right. \right. \\
 \left. \left. + |E_j^{c-}(y_j)|^2 \right] dy_j + \int_{f_j}^{-e_j} |E_j^1(x_j)|^2 dx_j + \int_{e_j}^{f_j} |E_j^1(x_j)|^2 dx_j \right\} \quad (47)
 \end{aligned}$$

La condición de mínimo está dada por:

$$\frac{\partial E_c}{\partial A_n^{j*}} = 0 ; \quad j=1,2, \quad n=0,1,\dots,N \quad (48)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial B_n^{j*}} = 0 ; \quad j=1,2, \quad n=1,2,\dots,N \quad (49)$$

donde n = orden del desarrollo de caspo lejano truncado; el asterisco significa complejo conjugado. El desarrollo de estas ecuaciones conduce a un sistema matricial de ecuaciones algebraicas con la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} [C^1] & [D] & [E^1] & [F^2] \\ [D]^* & [C^2] & [F^1] & [E^2] \\ [E^1]^* & [F^1]^* & [G^1] & [H] \\ [F^2]^* & [E^2]^* & [H] & [G^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (A^1) \\ (A^2) \\ (B^1) \\ (B^2) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (J^1) \\ (J^2) \\ (J^1) \\ (J^2) \end{Bmatrix} \quad (50)$$

donde el simbolo * indica conjugada transpuesta. Los elementos de las submatrices de la Ec.50 son:

$$[C_{nl}^j] = \pi \left[\sum_{n=0}^N \left\{ f_j \left(\frac{\delta_{1n}}{c_n} N_{enn}^j + K_{ln} N_{enn}^j \right) + \sum_{k=1}^2 f_k c_n U_{en}^k U_{ln} L_{nn}^k \right\} \right] \quad (51)$$

$$[D_{nl}] = \pi \left[\sum_{n=0}^N \left\{ f_1 U_{ln} N_{enn}^1 + f_2 U_{en} N_{inn}^2 \right\} \right] \quad (52)$$

$$[E_{nn}^j] = -f_j \left[\sum_{n=0}^N \left\{ \pi I_{nn}^j \cos(n\psi_n) N_{enn}^j + 4 \sum_{p=1}^N \hat{\delta}_{np} I_{np}^j \sin(n\psi_n) N_{enp}^j \right\} \right] \quad (53)$$

$$[F_{nn}^j] = -f_j \left[\sum_{n=0}^N c_n U_{en}^j \left\{ \pi I_{nn}^j \cos(n\psi_n) L_{nn}^j + 4 \sum_{p=1}^N \hat{\delta}_{np} I_{np}^j \sin(n\psi_n) L_{np}^j \right\} \right] \quad (54)$$

$$\begin{aligned} [G_{ln}^j] = & f_j \left[\sum_{n=0}^N c_n \cos(n\psi_n) \left\{ \pi \cos(n\psi_n) L_{nn}^j + 4(-1)^n \sum_{p=1}^N \hat{\delta}_{np} I_{np}^j \sin(n\psi_n) L_{np}^j \right\} \right. \\ & \left. + 2 \sum_{n=1}^N \sin(n\psi_n) \left\{ \pi \sin(n\psi_n) L_{nn}^j + 2(-1)^n \sum_{p=0}^N \hat{\delta}_{np} I_{pn}^j \cos(n\psi_n) L_{np}^j \right\} \right] \\ & + [P_{ln}^j + Q_{ln}^j + R_{ln}^j] \end{aligned} \quad (55)$$

$$[H_{ln}] = 0 \text{ (matriz de ceros)} \quad (56)$$

$$(I_{\nu}^j) = -\pi \left\{ \sum_{n=0}^N v_n \left[r_n N_{\text{ann}}^j + \sum_{\frac{k}{2}}^2 r_n c_n U_{\text{an}}^{\nu} L_{nn}^k \right] \right\} \quad (57)$$

$$(J_{\nu}^j) = r_j \left\{ \pi \sum_{n=0}^N \left[v_n c_n (-1)^n \cos(n\psi_{\nu}) L_{nn}^j \right] + 4 \sum_{n=1}^N \left[v_n (-1)^n \sin(n\psi_{\nu}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{p=0}^N \delta_{np} I_{pn} c_p L_{np}^j \right] \right\} \quad (58)$$

En estas ecuaciones, $\nu, l = 0, 1, \dots, N$; $t, m = 1, 2, \dots, N$; y :

$$L_{np}^j = J_n^{\nu}(k_{\nu} f_j) J_p(k_{\nu} f_j) + J_n^{\nu}(k_{\nu} f_j) J_p'(k_{\nu} f_j)$$

$$H_{\text{anp}}^j = \left[\delta_{\text{an}} H_n^{(2)\nu}(k_{\nu} f_j) + c_n J_n^{\nu}(k_{\nu} f_j) K_{\text{an}}^{\nu} \right] H_p^{(2)}(k_{\nu} f_j) + \\ \left[\delta_{\text{an}} H_n^{(2)\nu'}(k_{\nu} f_j) + c_n J_n^{\nu'}(k_{\nu} f_j) K_{\text{an}}^{\nu} \right] H_p^{(2)\nu'}(k_{\nu} f_j)$$

$$H_{\text{anp}}^j = \left[\delta_{\text{an}} H_n^{(2)\nu}(k_{\nu} f_j) + c_n J_n^{\nu}(k_{\nu} f_j) K_{\text{an}}^{\nu} \right] J_p(k_{\nu} f_j) + \\ \left[\delta_{\text{an}} H_n^{(2)\nu'}(k_{\nu} f_j) + c_n J_n^{\nu'}(k_{\nu} f_j) K_{\text{an}}^{\nu} \right] J_p'(k_{\nu} f_j)$$

$$I_{np} = \frac{p}{p^2 - n^2} \quad n \neq p$$

$$(P_{\nu a}^j) = \left[2C_j^{\nu} \phi_{\nu}^j C_j \phi_{\nu}^j \right] + 2 \left[\frac{C_j^{\nu} \phi_{\nu}^j}{k_{\nu} \cos \psi_{\nu}} \exp(i\lambda_{\nu}) \sin \Lambda_{\nu} + \frac{C_j \phi_{\nu}^j}{k_{\nu} \cos \psi_{\nu}} \exp^*(i\lambda_{\nu}) \times \right. \\ \left. \sin^* \Lambda_{\nu} \right] + 1 \frac{\exp^*(i\lambda_{\nu}) \exp(i\lambda_{\nu})}{k_{\nu} \cos \psi_{\nu} - k_{\nu} \cos \psi_{\nu}} \left[\exp^*(i\lambda_{\nu}) \exp(i\lambda_{\nu}) - \right.$$

$$\exp^*(-i\Lambda_t)\exp(-i\Lambda_n)] \quad (59)$$

$$[Q_{t,n}^j] = \left[2C_j^* \phi_t^j C_j \phi_n^j d_j - 2i \left(\frac{C_j^* \phi_t^j}{k_n^* \text{sen} \psi_n} \cos \Lambda_n [\exp(i\lambda_n) - 1] - \frac{C_j \phi_n^j}{k_n^* \text{sen} \psi_t} \cos^* \Lambda_t \times \right. \right. \\ \left. \left. [\exp^*(i\lambda_t) - 1] \right) + i \frac{[\exp^*(i\lambda_t)\exp(i\lambda_n) - 1]}{k_n^* \text{sen} \psi_t - k_n^* \text{sen} \psi_n} [\exp^*(i\Lambda_t)\exp(i\Lambda_n) + \right. \\ \left. \exp^*(-i\Lambda_t)\exp(-i\Lambda_n)] \right] \quad (60)$$

$$[R_{t,n}^j] = i \frac{\text{sen} \psi_t \text{sen} \psi_n}{k_n^* \cos \psi_t - k_n^* \cos \psi_n} \left[\exp^*(i\eta_t)\exp(i\eta_n) - \exp^*(-i\eta_t)\exp(-i\eta_n) - \right. \\ \left. \exp^*(i\Lambda_t)\exp(i\Lambda_n) + \exp^*(-i\Lambda_t)\exp(-i\Lambda_n) \right] \quad (61)$$

en donde:

$$\lambda_n = k_n^* d_j \text{sen} \psi_n$$

$$\Lambda_n = k_n^* e_j \cos \psi_n$$

$$\eta_n = k_n^* f_j \cos \psi_n$$

Finalmente, resolviendo el sistema de ecuaciones resultante, Ec.50, se obtienen los valores de los coeficientes B_n^j y sustituyendo éstos en la Ec.39 se pueden calcular los desplazamientos de las cimentaciones. En el

Apéndice C se describe el programa de computadora que ha sido desarrollado para realizar los cálculos que involucran la solución numérica de este problema.

4. RESPUESTA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

El análisis de la respuesta de los modelos estudiados se realiza a través del dominio de la frecuencia empleando la técnica de la síntesis de Fourier. Para cualquier sistema lineal la respuesta en el tiempo se puede obtener sumando los componentes de respuesta en la frecuencia. En forma general, la ecuación básica para el cálculo de esta respuesta está dada por (8):

$$R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{R}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (8)$$

donde $R(t)$ = respuesta original en el tiempo y $\bar{R}(\omega)$ = respuesta

transformada en la frecuencia, la cual está definida por:

$$R(\omega) = H(\omega) \bar{X}(\omega) \quad (62)$$

en donde $H(\omega)$ = función de transferencia del sistema y $\bar{X}(\omega)$ = transformada de Fourier de la excitación $X(t)$, es decir [8]:

$$\bar{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) e^{-i\omega t} dt \quad (63)$$

La función de transferencia del sistema se define como la relación que existe entre la respuesta en el estado estacionario y la excitación armónica que la produce. Las dos integrales de las Ecs.61 y 63 son conocidas como el par de transformadas de Fourier, debido a que la función del tiempo se puede derivar de la función de la frecuencia o viceversa por un proceso equivalente.

Para calcular el par de transformadas de Fourier en su forma discreta se supone que la función $R(t)$ es periódica de periodo T . Además, para minimizar los errores en el análisis de funciones no periódicas, el periodo considerado se debe extender más allá de la duración de la función con la inclusión de un intervalo significativo de ceros. La selección del periodo también permite definir el incremento en la frecuencia como:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (64)$$

Si el periodo se divide en N intervalos iguales, el incremento en el tiempo será:

$$\Delta t = \frac{T}{N} \quad (65)$$

Definidos los incrementos en la frecuencia y el tiempo, las variables ω y t toman la forma discreta:

$$\omega_n = n \Delta \omega, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (66)$$

$$t_k = k \Delta t, \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (67)$$

Empleando las Ecs.66 y 67 en las Ecs.61 y 63, se obtiene que el par de transformadas de Fourier discretas está dado por:

$$R(t_k) = \frac{\Delta \omega}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \bar{R}(\omega_n) W^{nk}, \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (68)$$

$$\bar{X}(\omega_n) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} X(t_k) W^{-nk}, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (69)$$

donde $W = \exp(2\pi i/N)$. La máxima frecuencia que se puede considerar es la frecuencia de Nyquist $f_n = 1/2\Delta t$, la cual corresponde al índice $n = N/2$. Los valores de $\bar{R}(\omega_0)$ y $\bar{R}(\omega_{N/2})$ son reales; de $\bar{R}(\omega_n)$, $1 \leq n \leq N/2-1$ son complejos y los restantes se construyen como complejos conjugados, $\bar{R}(\omega_{N-n}) = \bar{R}^*(\omega_n)$.

Las transformadas de Fourier inversa y directa descritas por las Ecs.68 y 69, respectivamente, se evalúan mediante el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (8).

En este trabajo se calculan las respuestas en el tiempo en la superficie libre para el movimiento de campo libre, y en las cimentaciones y los extremos libres de las estructuras considerando la interacción. Para esto es necesario conocer las funciones de transferencia en estos puntos. Aplicando la definición dada se tiene que las funciones de transferencia en dichos puntos son:

$$H^1(\omega) = \frac{\ddot{W}_j^1 |_{y_j=0}}{\ddot{W}_g} = \frac{1}{\cos(k_j H)} \quad , \quad j=1 \text{ o } 2 \quad (70)$$

$$H_j^c(\omega) = \frac{\ddot{W}_j^c}{\ddot{W}_g} = \frac{\Delta_j^c}{\Delta_g} \quad , \quad j=1,2 \quad (71)$$

$$H_j^e(\omega) = \frac{\ddot{W}_j^e |_{y_j=h_j}}{\ddot{W}_g} = \frac{\Delta_j^e [\cos(k_j h_j) + \tan(k_j h_j) \text{sen}(k_j h_j)]}{\Delta_g} \quad , \quad j=1,2 \quad (72)$$

El proceso de cálculo para la respuesta en el tiempo en los puntos de interés del modelo se puede resumir en los siguientes tres pasos:

1. Se calcula la transformada de Fourier de la excitación supuesta en la

base rígida, esto es:

$$\bar{W}_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{W}_g(t) e^{-i\omega t} dt \quad (73)$$

En este trabajo se supone una excitación $\ddot{W}_g(t)$ en la base rígida igual al componente EW del acelerograma registrado en la estación de Tacubaya en la ciudad de México durante el sismo de Michoacán de 1985.

2. Se multiplica la función de transferencia del sistema en el punto de interés por el espectro de Fourier de la excitación calculado en el paso 1 para obtener la respuesta transformada en la frecuencia, es decir:

$$\bar{\Delta}^1(\omega) = H^1(\omega) \bar{W}_g(\omega) \quad (74)$$

$$\bar{\Delta}_j^2(\omega) = H_j^c(\omega) \bar{W}_g(\omega) \quad , j=1,2 \quad (75)$$

$$\bar{\Delta}_j^e(\omega) = H_j^e(\omega) \bar{W}_g(\omega) \quad , j=1,2 \quad (76)$$

3. Se calcula la antitransformada de Fourier de la respuesta transformada en la frecuencia obtenida en el paso 2:

$$\Delta^1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Delta}^1(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (77)$$

$$\bar{\Delta}_j^c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Delta}_j^c(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad , \quad j=1,2 \quad (78)$$

$$\bar{\Delta}_j^s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Delta}_j^s(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad , \quad j=1,2 \quad (79)$$

En el Apéndice C se describe el programa de computadora que realiza la síntesis de Fourier descrita en este capítulo.

8. RESULTADOS

Para estudiar los efectos de interacción estructura-suelo-estructura en los modelos analizados se obtuvieron tres tipos de resultados: funciones de transferencia, acelerogramas sintéticos y espectros de respuesta.

Los cálculos de las funciones de transferencia que se presentan se realizaron usando un máximo de 8 términos para los desarrollos en serie que definen los campos de ondas en el dominio Ω y de 12 términos en los dominios Ω_1 y Ω_2 . Las convergencias de las soluciones analíticas en los modelos con cimentaciones semicirculares y rectangulares se muestran en las tablas 1 y 2, respectivamente. En éstas se presentan los cálculos de

las amplitudes de las funciones de transferencia en las cimentaciones para un caso de dos estructuras iguales. En la tabla 1 se puede observar que la solución del modelo con cimentaciones semicirculares converge rápidamente, ya que con un valor de $N = 6$ se obtienen resultados estables para el rango de frecuencias considerado. Para el caso de cimentaciones rectangulares se variaron los órdenes de las expansiones de manera que M sea mayor que N ; esto se ilustra en la tabla 2 donde se puede apreciar que es necesario usar valores grandes de M y N ($N > 12$, $M > 14$) para lograr la convergencia. Sin embargo, el tiempo de proceso se incrementa notablemente por lo que se consideró suficiente utilizar valores de $N = 8$ y $M = 12$ con lo que el error resulta aceptable para fines de ingeniería.

N	$H_{1,2}^c(8.333)$
3	0.2485
4	0.2482
5	0.2481
6	0.2480
7	0.2480
8	0.2480

Tabla 1 - Convergencia de la solución en el modelo con cimentaciones semicirculares para $f = 8.333$ Hz

M	N=4	N=6	N=8	N=10	N=12
6	0.9658	—	—	—	—
8	0.3654	0.3382	—	—	—
10	0.5854	0.4205	0.4467	—	—
12	0.3788	0.3044	0.3045	0.3046	—
14	0.3788	0.3132	0.2978	0.2984	0.2987
16	0.3955	0.3442	0.2948	0.2960	0.2958
18	0.3958	0.3449	0.2928	0.2951	0.2948

Tabla 2 - Convergencia de la solución, $H_{1,2}^G(8.333)$, en el modelo con cimentaciones rectangulares para $f = 8.333$ Hz

Para el cálculo de acelerogramas sintéticos se usó como señal de excitación el componente EW del temblor registrado en la estación de Tacubaya en 1985 (TACY) con una duración efectiva de 150 s y digitizado a 0.06 s. La duración total de la señal se incrementó a 245.70 s con la inclusión de ceros de manera que el número de puntos de la señal sea igual a una potencia entera de 2, condición necesaria en el algoritmo empleado de la Transformada Rápida de Fourier.

A continuación se presentan resultados en donde se estudia el efecto de la variación de los siguientes parámetros:

- 1) e_j/d_j = Relación del semiancho a la profundidad de despiante de la cimentación j .

2) D/e_j = Relación de la separación entre estructuras al semi ancho de la cimentación j .

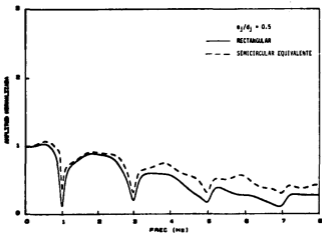
3) H/d_j = Relación del espesor del estrato a la profundidad de desplante de la cimentación j .

Además, se analizan algunos casos de sistemas con estructuras de periodos distintos.

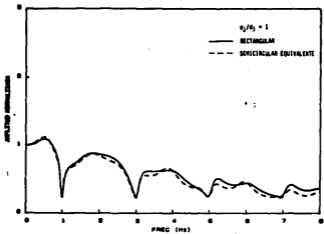
Para todos los casos analizados se supuso un coeficiente de amortiguamiento material $\xi_s = 0.03$ para el suelo y $\xi_j^e = 0.02$ para las estructuras. Asimismo se mantuvieron constantes las relaciones de masas de la estructura j al suelo removido por su cimentación, $M_j^e/M_j^s = 2$, y de la cimentación j al suelo removido por la misma, $M_j^c/M_j^s = 1$.

Con el propósito de analizar el efecto debido a la geometría de las cimentaciones, en las Figs.5.1 se presentan las funciones de transferencia en las cimentaciones normalizadas con respecto a la correspondiente de campo libre, para relaciones $e_j/d_j = 0.5, 1, 2$ y 3 . $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $T_s = 2$ s y $T_j = 1$ s, $j = 1, 2$. Las funciones de transferencia con línea discontinua corresponden a cimentaciones semicirculares equivalentes. Para obtener una cimentación semicircular equivalente a la rectangular se adoptó el criterio de que las superficies de difracción deben ser iguales para ambas cimentaciones. En este caso, como los cimientos son de longitud infinita la superficie de difracción está caracterizada por el perímetro de la sección

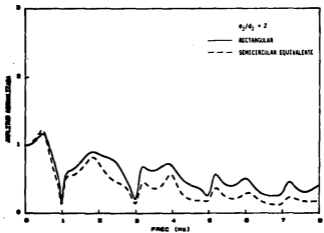
transversal, de tal forma que el radio de la cimentación semicircular equivalente resulta igual a $a_j = 2(e_j + d_j)/\pi$. En estos resultados se puede observar que la interacción varía con la geometría de las cimentaciones y que la diferencia es despreciable sólo para la relación $e_j/d_j = 1$. Como el tiempo de proceso para la solución del modelo con cimentaciones rectangulares resulta aproximadamente seis veces mayor que para el de cimentaciones semicirculares, para el análisis de los demás parámetros se utilizó el modelo con cimentaciones semicirculares equivalentes a las rectangulares con una relación $e_j/d_j = 1$.



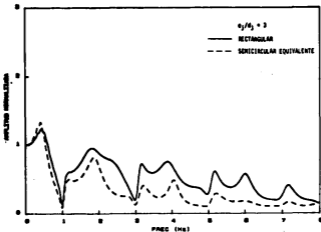
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.1 - Efecto de la geometría de las cimentaciones. Funciones de transferencia normalizadas de un sistema con dos estructuras iguales ($T_1 = 2$ s, $T_2 = 1$ s, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $j = 1,2$).

En la Fig.5.2 se muestra el efecto de la relación de aspecto de las cimentaciones rectangulares. A fin de observar únicamente este efecto se consideraron dos estructuras iguales con una separación $D/e_j = \infty$. Aquí se puede ver un hecho interesante: las funciones de transferencia normalizadas presentan unos picos resonantes que corresponden a las frecuencias del sistema y cuyas amplitudes son mayores a medida que la relación e_j/d_j crece. Las atenuaciones que tienden a cero corresponden a

las frecuencias naturales de las estructuras. De aquí se deducen dos efectos importantes: por una parte el periodo fundamental del sistema ($f_n = 0.5$ Hz) es mayor que el de las estructuras desplantadas en terreno firme ($f_j = 1$ Hz), y por otra el periodo del sistema aumenta cuando e_j/d_j crece. También se observa que para $e_j/d_j < 1$ las curvas presentan una variación suave tal que se atenúan algunos de los picos mencionados.

En la Fig.5.3 se presentan el movimiento de la base rígida del estrato, el movimiento de campo libre (CL) y los temblores modificados en las bases de las estructuras, para las relaciones $e_j/d_j = 0.5, 1, 2$ y 3 . En estos resultados son notables la amplificación y el filtrado de los movimientos debidos al estrato. Al comparar las respuestas para las distintas relaciones e_j/d_j con la del estrato solo se puede apreciar que prácticamente no existen diferencias; la explicación de esto resulta inmediata si se observan las funciones de transferencia de estos casos que se muestran en las Figs.5.4, en donde el efecto dominante es el de la amplificación local por la condición de sitio. Efectos más finos debidos a la geometría de las cimentaciones no es posible observarlos en las respuestas en el tiempo; por esto se muestra en la Fig.5.5 los espectros de respuesta de los temblores modificados en las cimentaciones de la Fig.5.3. Estos resultados muestran que para un intervalo de periodos cercanos al fundamental del estrato, $T_n = 2$ s, la respuesta del sistema es mayor cuando se considera la interacción y las correspondientes aceleraciones espectrales son mayores a medida que

e_j/d_j crece. Lo contrario sucede siempre para periodos menores que el fundamental del estrato.

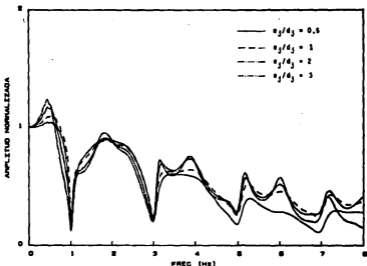


Figura 5.2 - Efecto de la relación de aspecto de las cimentaciones rectangulares, e_j/d_j . Funciones de transferencia normalizadas de un sistema con dos estructuras iguales ($T_g = 2$ s, $T_j = 1$ s, $D/s_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $j = 1,2$).

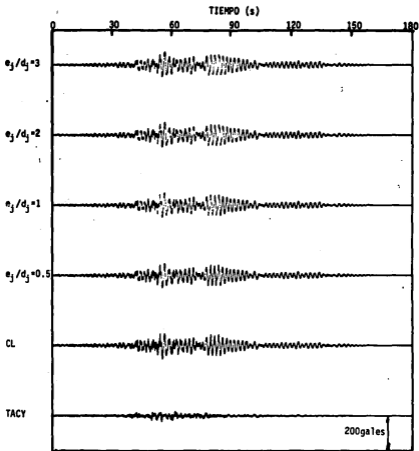
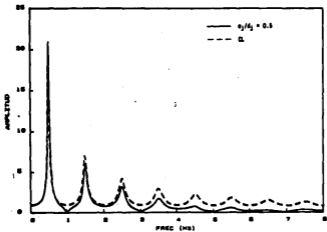
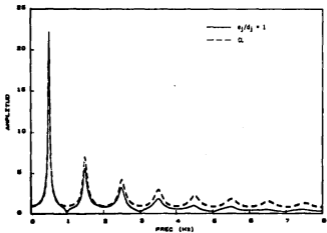


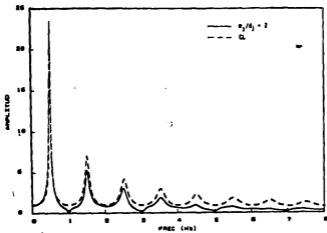
Figura 5.3 - Efecto de la relación de aspecto de las cimentaciones, e_j/d_j . Respuestas en el tiempo para los casos de la Fig.5.2 ($T = 2$ s, $T_j = 1$ s, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $j=1,2$).



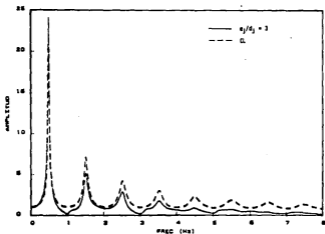
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.4 - Comparación de las funciones de transferencia del estrato ($T_e = 2$ s) con las de un sistema con dos estructuras iguales ($T_j = 1$ s, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $j = 1,2$) de cimentaciones rectangulares.

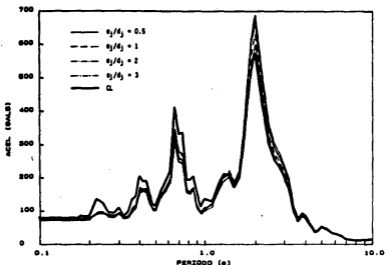


Figura 5.5 - Efecto de la relación de aspecto de las cimentaciones, e_j/d_j . Espectros de respuesta de los techos de la Fig.5.3 ($T_s = 2$ s, $T_j = 1$ s, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $\gamma = 1,2$)

Para estudiar el efecto de la separación entre dos estructuras iguales se muestran en la Fig.5.6 las funciones de transferencia en las cimentaciones semicirculares equivalentes normalizadas con respecto a la de caso libre, para las relaciones $D/e_j = 5, 15$ y 45 , $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $T_s = 2$ s y $T_j = 1$ s. En estos resultados es importante observar que en general las respuestas para los tres casos no difieren sustancialmente. Sin embargo, existe al parecer una separación crítica con la cual se presenta una amplificación notable para una frecuencia un

poco menor que la fundamental de las estructuras con base rígida, como se observa en el caso $D/e_j = 15$ para una frecuencia cercana a 1 Hz. La identificación analítica de esta separación crítica no resulta obvia, sólo se puede inferir que este efecto se debe a una interferencia constructiva de las ondas difractadas y que posiblemente la frecuencia resonante se genere debido a las características bidimensionales del modelo.

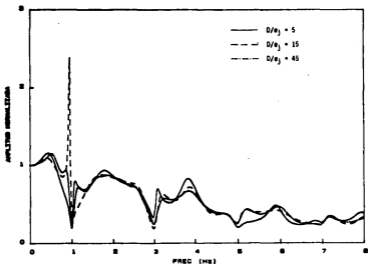


Figura 5.6 - Efecto de la separación entre dos estructuras iguales. Funciones de transferencia normalizadas de un sistema con cimentaciones semicirculares equivalentes ($T_s = 2$ s, $T_j = 1$ s, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$).

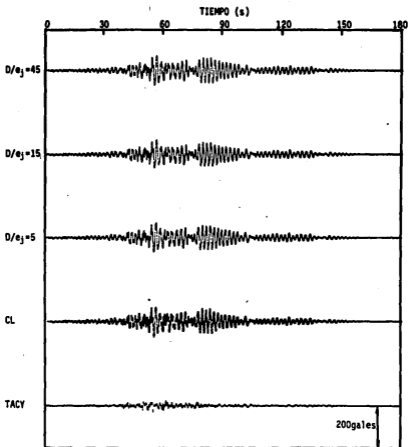


Figura 5.7 - Efecto de la separación en dos estructuras iguales. Respuestas en el tiempo para los casos de la Fig.5.6. ($T_n = 2$ s, $T_j = 1$ s, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$).

En la Fig.5.7 se presentan las respuestas en el tiempo para los casos de la Fig.5.6 junto con la de campo libre y la excitación. Y en la Fig.5.8 se muestran los espectros de respuesta de los temblores de la Fig.5.7. Aquí se puede observar que el efecto de interacción entre estructuras resulta ser despreciable, excepto para un intervalo de periodos cercanos al fundamental del estrato en donde para $D/e_j = 5$ y 45 la interacción entre estructuras produce ordenadas espectrales mayores que las correspondientes a $D/e_j = 15$. Se ve que no existe ninguna tendencia con la relación D/e_j .

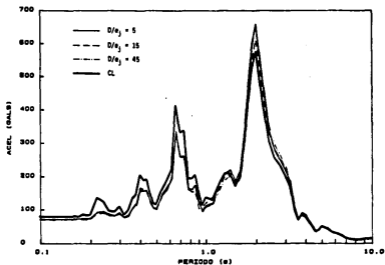


Figura 5.8 - Espectros de respuesta de los temblores de la Fig.5.7. ($T_s = 2$ s, $T_j = 1$ s, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1, 2$).

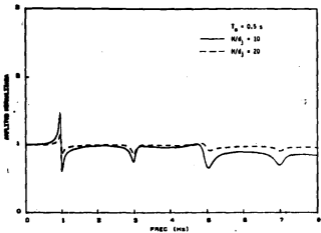
Para investigar el efecto de la relación de enterramiento en un sistema con dos estructuras iguales, se consideraron dos relaciones del espesor del estrato a la profundidad de despiante de la cimentación semicircular equivalente β , $H/d_j = 10$ y 20 , las cuales se analizaron para cuatro periodos del estrato, $T_{ej} = 0.5, 1, 2$ y 4 s. El periodo de los edificios se mantuvo constante igual a $T_j = 1$ s, así como las relaciones $e_j/d_j = 1$ y $D/e_j = 15$. Las funciones de transferencia normalizadas para estos casos se presentan en las Figs.5.9. Se puede observar que todas las funciones de transferencia presentan una atenuación mayor para el caso de enterramiento mayor, excepto para frecuencias menores que la fundamental de las estructuras en donde el efecto es contrario. Por otro lado, se aprecia que mientras más blando es el estrato, periodos mayores, las funciones de transferencia presentan mayor atenuación, sobretodo para frecuencias altas. En estos resultados se puede observar sarcadamente el incremento del periodo fundamental del sistema producido por la flexibilidad del suelo y el cual también depende de la profundidad de despiante de las cimentaciones.

En las Figs.5.10 se presentan las respuestas en el tiempo para los casos de las Figs.5.9 junto con la de campo libre y la excitación de la base rígida del estrato. Los resultados muestran congruencia con las propiedades dinámicas del sistema; esto es, presentan amplificaciones notables por el efecto del estrato y los movimientos tienden a ser más regulares a medida que T_{ej} aumenta. Para los casos en que $T_{ej} = 0.5$ y 2 s,

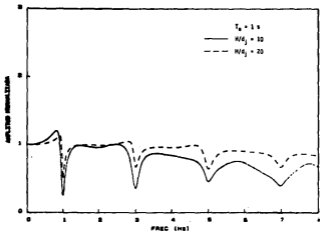
las aceleraciones son similares con y sin efectos de interacción; pero para $T_n = 1$ y 4 s se observan diferencias en las amplitudes, no así en el contenido de frecuencias de las distintas respuestas. Se puede apreciar que para la cimentación profunda, $H/d_j = 10$, la respuesta es menor que la de campo libre y que la de la cimentación superficial, $H/d_j = 20$.

Los espectros de respuesta para los movimientos de las Figs.5.10 se presentan en las Figs.5.11. En estos resultados se puede observar principalmente los siguientes aspectos: los efectos de interacción son prácticamente nulos cuando el periodo del estrato es pequeño, $T_n = 0.5$ s, lo que se tiene cuando el estrato es muy rígido; se presentan reducciones notables en las ordenadas espectrales por efectos de la interacción cuando los periodos del estrato y de las estructuras coinciden, $T_n = T_j = 1$ s, las cuales se incrementan con la profundidad de enterramiento; y para periodos del estrato mayores que los de las estructuras, $T_n = 2$ y 4 s, en general se obtienen respuestas menores que las de campo libre, excepto para el periodo fundamental de vibración del estrato donde el efecto de interacción es despreciable.

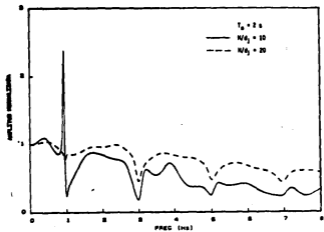
Para estudiar el efecto de estructuras adyacentes diferentes, en la Fig.5.12 se muestran las funciones de transferencia normalizadas en la cimentación de la estructura 1. Los resultados corresponden a un sistema con periodos $T_1 = 1$ s, $T_2 = 0.5, 2$ y 4 s y $T_n = 2$ s, y relaciones



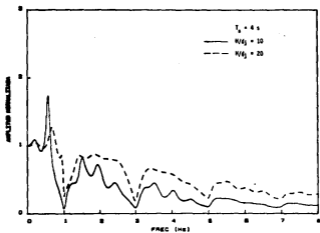
(a)



(b)

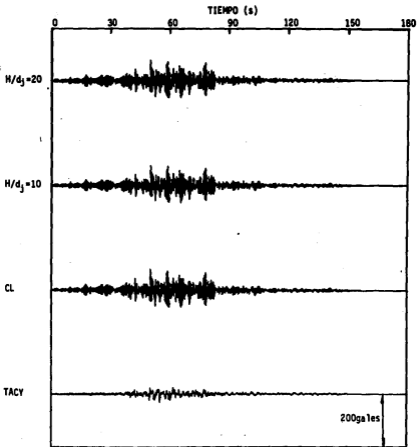


(c)

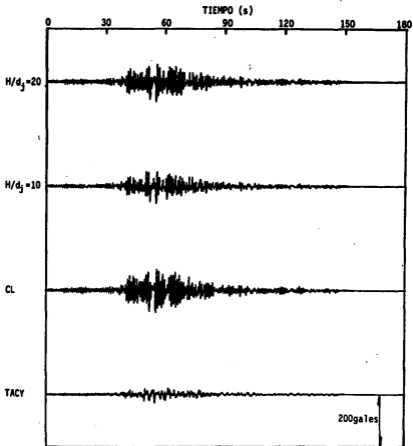


(d)

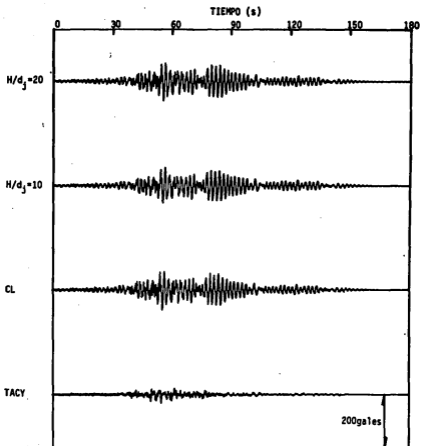
Figura 5.8 - Efecto de la relación de enterramiento, H/d_j . Funciones de transferencia normalizadas de un sistema con dos estructuras iguales. ($T_g = 1$ s, $D/e_j = 15$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1,2$).



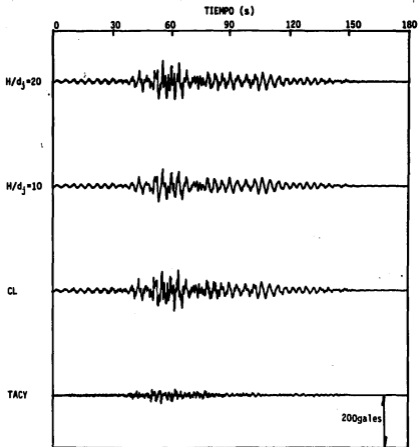
(a) $T_u = 0.5$ s



(b) $T_w = 1$ s

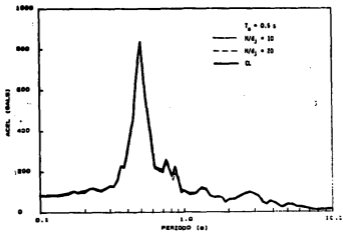


(c) $T_w = 2$ s

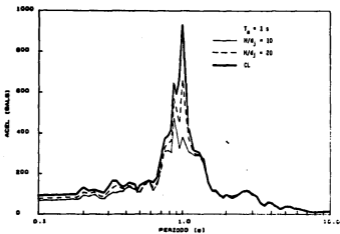


(d) $T_a = 4$ s

Figura 5.10 - Respuestas en el tiempo para los casos de la Fig.5.9, ($T_j = 1$ s, $D/e_j = 15$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1,2$).



(a)



(b)

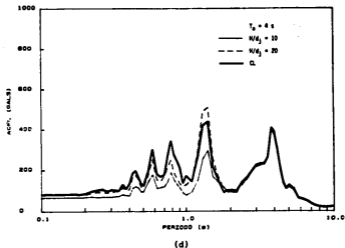
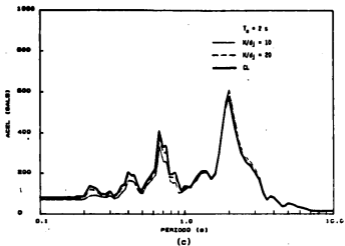


Figura 5.11 - Espectros de respuesta de los temblores de las Figs. 5.10. ($T_s = 1$ s, $D/e_j = 15$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1, 2$).

$D/e_j = 15$, $H/d_j = 10$ y $e_j/d_j = 1$. Estos resultados muestran que en alta frecuencia el comportamiento del edificio considerado es independiente de las características del edificio vecino. En frecuencias bajas se aprecian dos situaciones de interés: por un lado, cuando la estructura adyacente es más flexible que la considerada se observan atenuaciones en la respuesta para las frecuencias tanto de la estructura considerada como las de la adyacente, siendo estas atenuaciones más importantes cuando $T_2 = T_1 = 2$ s; por el otro, cuando la estructura vecina es más rígida que la considerada la respuesta es más compleja, se presentan tanto amplificaciones como atenuaciones para frecuencias entre las correspondientes al periodo fundamental de ambas estructuras, $f_1 = 1$ Hz y $f_2 = 2$ Hz. En la Fig.5.13 se muestran las respuestas en el tiempo para los casos de la Fig.5.12. Se alcanza a notar ligeras reducciones en las aceleraciones que sufre la base de la estructura 1 cuando $T_2 = T_1$. En la Fig.5.14 se presentan los espectros de respuesta de los techos de la Fig.5.13; se observa que en general las ordenadas espectrales son mayores cuando la estructura vecina es mucho más flexible o alta ($T_2 = 4$ s) que la considerada.

Adicionalmente, con el fin de comparar las respuestas en la parte superior de una estructura, con y sin efectos de interacción, en las Figs.5.15, 5.16 y 5.17 se presentan las funciones de transferencia, las respuestas en el tiempo y los espectros de respuesta, respectivamente, para un sistema con dos estructuras iguales, $T_1 = 2$ s, $T_2 = 1$ s.

$D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$ y $e_j/d_j = 1$. En las funciones de transferencia se observan dos hechos importantes: las amplitudes correspondientes a las frecuencias naturales del edificio, $f = 1, 3, \dots$ Hz, sufren una fuerte atenuación debido a los efectos de interacción; y aparecen frecuencias adicionales por el efecto del estrato, $f = 0.5, 1.5, \dots$ Hz.

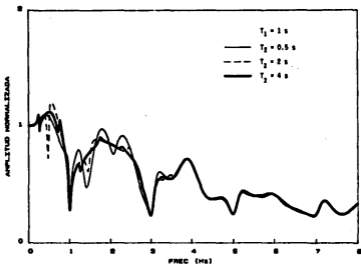


Figura 5.12 - Funciones de transferencia normalizadas en la base de la estructura 1 para un sistema con dos estructuras distintas ($T_1 = 1$ s, $T_2 = 2$ s, $D/e_j = 15$, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1, 2$).

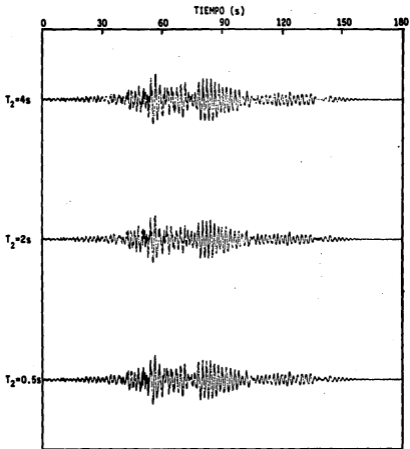


Figura 5.13 - Respuestas en el tiempo en la base de estructura 1 para un sistema con dos estructuras distintas ($T_1 = 1$ s, $T_2 = 2$ s, $D/e_j = 15$, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1,2$).

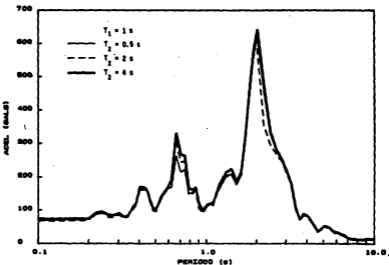


Figura 5.14 - Espectros de respuesta de los temblores en la base de la estructura 1 para un sistema con dos estructuras distintas ($T_1 = 1$ s, $T_2 = 2$ s, $D/e_j = 15$, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1,2$).

Por otra parte, para obtener la respuesta en el tiempo cuando no se consideran efectos de interacción se aplicó el movimiento de campo libre directamente en la base del edificio. Los resultados en el tiempo muestran la importancia de considerar los efectos de interacción para obtener la respuesta de una estructura; principalmente dicha respuesta

resulta menor que cuando no se toma en cuenta la interacción. Otros resultados interesantes son los espectros de respuesta, en donde se observa marcadamente el fenómeno de filtrado por la estructura, ya que aparecen reducciones importantes en las ordenadas espectrales con interacción para el periodo fundamental de la estructura; además la respuesta queda gobernada por el periodo fundamental del estrato.

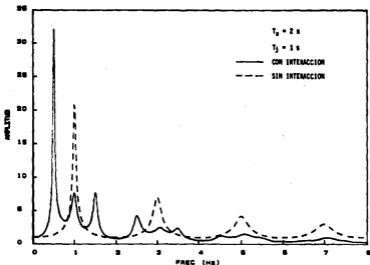


Figura 5.15 - Funciones de transferencia en el extremo superior de las estructuras para un sistema con dos estructuras iguales ($T_2 = 2$ s, $T_1 = 1$ s, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1, 2$).

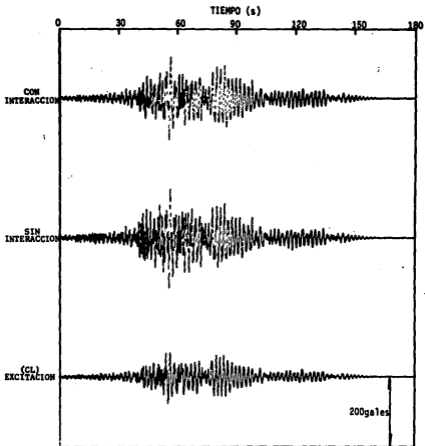


Figura 5.16 - Respuestas en el tiempo en el extremo superior de las estructuras ($T_s = 2$ s, $T_j = 1$ s, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j=1,2$).

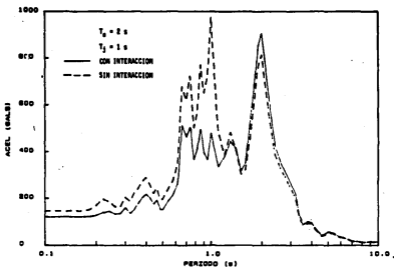


Figura 5.17 - Espectros de respuesta de los movimientos de la Fig.5.16.
 ($T_s = 2 \text{ s}$, $T_j = 1 \text{ s}$, $D/e_j = \infty$, $H/d_j = 10$, $e_j/d_j = 1$, $j = 1,2$).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un método analítico para resolver el problema de interacción dinámica entre dos estructuras con un estrato de suelo blando. El problema se modeló bidimensionalmente y se formuló como uno de difracción múltiple de ondas elásticas. Para su solución se empleó una técnica de imágenes múltiples y la discretización del dominio en regiones de campo lejano y cercano. Se consideraron dos tipos de cimentaciones: semicirculares y rectangulares. Para las semicirculares se obtuvo la solución en forma cerrada mientras que para las rectangulares una aproximada.

El modelo permite reproducir adecuadamente las diferencias en las amplitudes de las respuestas incluyendo parámetros importantes del problema real, como lo son el espesor del estrato, las dimensiones características de las cimentaciones y la presencia de un edificio cercano. Los principales parámetros estudiados fueron: 1) la relaciones de aspecto de las cimentaciones, e_j/d_j ; 2) la separación entre estructuras, normalizada con respecto al semiancho de las cimentaciones, D/e_j ; 3) la relación de enterramiento de las cimentaciones en el estrato, H/d_j ; y 4) los periodos de las estructuras, T_j y el del estrato, T_s .

Las principales conclusiones que se obtuvieron son:

a) La respuesta del sistema depende fuertemente de las propiedades del estrato, principalmente en cuanto a su contenido de frecuencias; las propiedades de las estructuras y las cimentaciones tienen el efecto de amplificar o atenuar esta respuesta.

b) La interacción depende notablemente de la geometría de las cimentaciones; sin embargo, existe una cimentación semicircular equivalente a una rectangular sólo para el caso en que $e_j/d_j=1$.

c) El hecho de ampliar las cimentaciones genera amplificaciones para las frecuencias resonantes del sistema que son mayores a medida que e_j/d_j aumenta.

d) En general la separación entre estructuras tiene poca influencia en

la respuesta del sistema; sin embargo, existe una separación crítica que introduce frecuencias de resonancia adicionales con amplificaciones importantes.

e) La profundidad de desplante de la cimentación produce atenuaciones mayores en el movimiento mientras mayor sea el nivel de enterramiento en el estrato; este efecto es más notable en frecuencias altas y para periodos del estrato largos. Un resultado que no se intuye fácilmente es que las mayores amplificaciones en frecuencias bajas, iguales o menores que la fundamental del estrato, corresponden a grandes profundidades de desplante.

f) En la respuesta de una estructura se presenta un filtrado para las frecuencias tanto de la estructura misma como de la estructura vecina, si esta última es más flexible que la primera.

g) La respuesta en el extremo superior de un edificio sufre notables atenuaciones para las frecuencias correspondientes a los modos naturales del edificio debido a los efectos de interacción.

h) Las reducciones más importantes de los movimientos en las cimentaciones se tienen cuando coinciden los periodos del suelo y las estructuras.

Es conveniente hacer notar que los espectros de respuesta calculados no son de aplicación directa en el diseño sísmico de edificios, ya que estos espectros representan la respuesta máxima de un oscilador de periodo variable ante un movimiento obtenido para un sistema estructural-

suelo-estructura específico. Si se modifican las propiedades del sistema el espectro será diferente; sin embargo, son de utilidad para observar cualitativamente las diferencias en las respuestas de sistemas de un grado de libertad debidas a la variación de los distintos parámetros del problema de interacción.

Finalmente, sería deseable extender el presente trabajo con un análisis paramétrico más amplio que permitiera generar criterios de diseño. Asimismo, con el fin de realizar un estudio más completo del problema se podrían hacer algunas modificaciones al modelo propuesto, como son la sustitución de la base rígida del estrato por una frontera capaz de absorber la energía de las ondas difractadas, o bien la consideración de un medio estratificado en vez de una sola capa de suelo homogéneo. También sería importante estudiar los efectos de la rotación de la base de las estructuras, formulando un modelo bidimensional que considere ondas de tipo vectorial. Por último, un análisis más completo se puede lograr extendiendo a modelos tridimensionales, sin embargo se debe tener en cuenta que su aplicación está limitada por los grandes requerimientos de cómputo.

7. REFERENCIAS

1. Abramowitz, M y Stegun, J, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc, Nueva York, 1970.
2. Achenbach, JD, *Wave Propagation in Elastic Solids*, North-Holland Publishing Co, Amsterdam, 1973.
3. Avilés, J, "Interacción Dinámica Estructura-Suelo-Estructura en Valles Aluviales", *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, Qro, 1987, pp C108-C122.
4. Avilés, J, de Gante, J y Calzada, D, "Interacción Dinámica Suelo-Estructura en Estratos Blandos", *VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Puebla, Pue, 1988, pp A37-A52.

5. Bettess, P y Zienkiewicz, DC, "Diffraction and Refraction of Surface Waves using Finite and Infinite Elements", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1977, pp 1271-1290.
6. Bracewell, RN, *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill Book Co, Nueva York, 1975.
7. Brekhovskikh, LM, *Waves in Layered Media*, Academic Press, Inc, Nueva York, 1980.
8. Clough, RW y Penzien, J, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill Book Co, Nueva York, 1975.
9. Gupta, S, Penzien, J, Lin, TW y Yeh, CS, "Three Dimensional Hybrid Modelling of Soil-Structure Interaction", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, 1982, pp 69-87.
10. Herrera, I, "Boundary Methods: A Criterion for Completeness", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol 77, No 8, 1980, pp 4395-4398.
11. Kausel, E y Tassoulas, JL, "Transmitting Boundaries: A Closed Form Comparison", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 71, 1981, pp 143-159.
12. Kobori, T y Shinozaki, Y, "Earthquake Response of Structures under a Topographic Site Condition", *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol 30, 1981, pp 295-302.
13. Luco, E, "Dynamic Interaction of a Shear Wall with the Soil", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol 95, No EM2, 1969, pp 333-346.

14. Luco, E y Contesse, L, "Dynamic Structure-Soil-Structure Interaction", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 63, No 4, 1973, pp 1289-1303.
15. How, CC y Pao, YH, *The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*, The Rand Corporation, R-482-PR, Santa Monica, California, 1971.
16. Newmark, NM y Rosenblueth, E, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1971.
17. Reséndiz, D y Róssset, JM, "Soil-Structure Interaction in Mexico City during the 1985 Earthquake", *Proc International Conference on the 1985 Mexico Earthquakes, Factors Involved and Lessons Learned*, ASCE, Nueva York, 1986.
18. Sánchez-Sesma, FJ, Herrera, I y Avilés, J, "A Boundary Method for Elastic Wave Diffraction: Application to Scattering of SH Waves by Surface Irregularities", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 72, No 2, 1982, pp 473-490.
19. Sokolnikoff, IS, *Mathematical Theory of Elasticity*, McGraw-Hill Book Co, Nueva York, 1956.
20. Sommerfeld, A, *Partial Differential Equations in Physics*, Academic Press, Inc, Nueva York, 1949.
21. Trifunac, MD, "Interaction of a Shear Wall with the Soil for Incident Plane SH Waves", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 62, No 1, 1972, pp 63-83.
22. Watson, GN, *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, Cambridge

University Press, Londres, 1966.

23. Whitman, RV y Bielak, J, *Design of Earthquake Resistant Structures, Foundations*, Cap 7, Editor E Rosenblueth, Pentech Press, Londres, 1978, pp 223-260.
24. Wong, HL y Trifunac, MD, "Interaction of a Shear Wall with the Soil for Incident Plane SH Waves: Elliptical Rigid Foundation", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 64, No 6, 1974, pp 1825-1842.
25. Wong, HL y Trifunac, MD, "Two-Dimensional, Antiplane, Building-Soil-Building, Interaction for two or more Buildings and for Incident Plane SH Waves", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 65, No 6, 1975, pp 1863-1885.
26. Woods, RD, "Measurement of Dynamic Soil Properties", *Proc of the ASCE, Geotechnical Engineering Division, Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 1970, pp 91-178.

8. RECONOCIMIENTOS

Al Dr. Javier Avilés L. por la dirección de esta tesis y a la Dra. Sonia Ruiz G. por la supervisión de la misma y el apoyo otorgado durante mi formación en el posgrado.

Al Dr. Francisco Sánchez-Sesma y al Ing. Ricardo Vega por los comentarios y sugerencias.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

APENDICE A. NOTACION

En este trabajo se emplea la siguiente notación:

- a_j = radio de la cimentación ;
- A_n^j = coeficiente complejo
- b_j = ancho del edificio ;
- B_m^j = coeficiente complejo
- C_j = constante compleja para la estructura ;
- d_j = profundidad de la cimentación ;
- D = separación entre estructuras
- e_j = semiancho de la cimentación ;
- E_j^d = error en la condición de desplazamientos en la frontera ficticia ;
- E_j^a = error en la condición de esfuerzos en la frontera ficticia ;
- E_j^{a*} = error en la condición de desplazamientos en la cimentación ;
en $x_j = e_j$
- E_j^{c-} = error en la condición de desplazamientos en la cimentación ;
en $x_j = -e_j$
- E_j^c = error en la condición de desplazamientos en la cimentación ;
en $y_j = d_j$
- E_j^l = error en la condición de esfuerzos en la superficie libre de
la región Ω_j
- E_c = error cuadrático total

f_j	= radio de la frontera ficticia ;
F_j^e	= fuerza por unidad de longitud que produce la estructura ; sobre su cimentación
F_j^s	= fuerza por unidad de longitud que produce el suelo sobre la cimentación ;
h_j	= altura del edificio ;
H	= espesor del estrato
$H_n^{(2)}(\cdot)$	= función de Hankel de segunda especie y orden n
$i = \sqrt{-1}$	= unidad imaginaria
I_{np}	= cantidad real
$J_n(\cdot)$	= función de Bessel de primera especie y orden n
k_s	= número de onda de cortante del suelo
k_j^e	= número de onda de cortante de la estructura ;
K_{in}	= cantidad compleja
L_{np}^j	= cantidad compleja
n	= orden de la expansión de ondas planas
M_j^c	= masa por unidad de longitud de la cimentación ;
M_j^s	= masa por unidad de longitud del suelo removido por la cimentación ;
M_j^e	= masa por unidad de longitud de la estructura ;
M_{snp}^j	= cantidad compleja
N_{snp}^j	= cantidad compleja
n	= orden de la expansión de ondas cilíndricas
P_{tm}^j	= matriz de valores complejos
Q_{tm}^j	= matriz de valores complejos

- R_{lm}^j = matriz de valores complejos
 r_j, θ_j = coordenadas polares en la superficie libre
 r_{jk}, θ_{jk} = coordenadas polares en la fuente-imagen j_k
 S = constante real
 t = tiempo
 u_q = cantidad real
 U_{ln} = cantidad compleja
 W_B = campo de desplazamientos en la región Ω
 W^l = solución de campo libre
 W_j^d = campo difractado por la cimentación j
 W_{jk}^r = campo reflejado por la fuente-imagen j_k
 W_q = campo generado por la base rígida del estrato
 W_j^e = campo de desplazamientos en la estructura j
 W_j = campo de ondas planas en la región Ω_j
 W_j^m = m -ésima onda plana en la región Ω_j
 x_j, y_j = coordenadas cartesianas en la superficie libre
 x'_j, y'_j = coordenadas cartesianas para la estructura j
 $(A^j), (B^j)$ = vectores de coeficientes complejos indeterminados
 $(C^j), (D^j), (E^j), (F^j), (G^j)$ = matrices de coeficientes complejos
 (N) = matriz de ceros
 $(I^j), (J^j)$ = vectores de coeficientes complejos
 β_n = velocidad de propagación de ondas de cortante en el suelo
 β_j^e = velocidad de propagación de ondas de cortante en la estructura j
 γ_q = $\tan^{-1}(2qH/D)$

δ_{nm}	= delta de Kronecker
$\hat{\delta}_{nm}$	= $1 - \delta_{nm}$
Δ_n	= amplitud de desplazamiento de la base rígida del estrato
Δ_n^o	= amplitud de desplazamiento del caapo libre
Δ_j^o	= amplitud de desplazamiento de la cimentación ;
c_n	= factor de Neumann .
η_n	= $k_{nj} \operatorname{sen} \psi_n$
λ_n	= $k_{nj} \operatorname{cos} \psi_n$
Λ_n	= $k_{nj}^o \operatorname{cos} \psi_n$
μ_n	= módulo de cortante del suelo
μ_j^o	= módulo de cortante de la estructura ;
ξ_n	= coeficiente de amortiguamiento material del suelo
ξ_j^o	= coeficiente de amortiguamiento material de la estructura ;
ρ_n	= densidad del suelo
ρ_j^o	= densidad de la cimentación ;
ρ_j^o	= densidad de la estructura ;
ψ_n^j	= constante compleja para la cimentación ;
ψ_n	= ángulo de incidencia de la n-ésima onda plana
ω	= frecuencia de excitación
Ω	= región no acotada en el estrato
Ω_j	= región acotada ; en el estrato
∇^2	= operador laplaciano bidimensional

APENDICE B. TEOREMAS DE ADICION

Está demostrado que las funciones de ondas cilíndricas no son funciones algebraicas ni periódicas [22]. Consecuentemente, no es posible expresar una función cilíndrica del tipo $\zeta(U+V)$ como una función algebraica de $\zeta(U)$ y $\zeta(V)$. Esto quiere decir que estas funciones no poseen teoremas de adición en el sentido estricto del término.

Existen, sin embargo, algunas clases de fórmulas que son comúnmente descritas como teoremas de adición. De estos teoremas, unos de gran importancia en aplicaciones físicas se deben a Graf y su forma más general es [1,22]:

$$\zeta_n(W) \frac{\cos n\chi}{\sin n\alpha} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \zeta_{n+m}(U) J_m(V) \frac{\cos m\chi}{\sin m\alpha} \quad (B.1)$$

Esta fórmula es válida con la condición de que ambos de los números $|Ve^{\pm i\alpha}|$ sean menores que $|U|$. En la Ec.B.1, la función ζ puede ser cualquiera de las funciones de Bessel o de Hankel y de cualquier orden. En el caso de que $\zeta_n(\cdot) = J_n(\cdot)$ y $n = 0, 1, \dots$ la restricción dada no es necesaria. Los ángulos χ y α y los argumentos W , U y V se ilustran en la Fig. b.1.

En los métodos analíticos de propagación de ondas, los teoremas de adición constituyen una herramienta matemática muy útil para transformar

un campo de ondas cilíndricas de un sistema de referencias a otro, por ejemplo la transformación de un campo del sistema de coordenadas (r_1, θ_1) a (r_2, θ_2) (Fig.b.1), con la particularidad de que dicho campo conserva su forma original en el nuevo sistema de referencias.

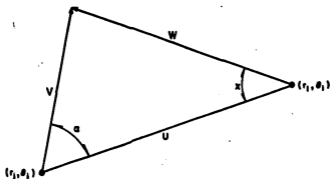


Figura b.1 - Teoremas de adición de Graf

En los modelos de interacción desarrollados en este trabajo se necesitan expresar algunos campos de ondas en los sistemas de coordenadas (r_1, θ_1) y (r_2, θ_2) , Fig.2.2, para poder satisfacer las condiciones de frontera del problema. Para esto se utilizan los teoremas de adición de Graf aplicando la Ec.B.1 en cada caso que corresponda.

En lo que sigue se presentan las transformaciones que involucran las

Ecs.5 y 6. Para los campos difractados por las cimentaciones semicirculares o las fronteras ficticias se tiene:

$$H_n^{(2)}(k_0 r_2) \cos(n\theta_2) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} c_m \bar{H}_{nm} J_n(k_0 r_1) \cos(m\theta_1) \quad (B.2)$$

$$H_n^{(2)}(k_0 r_1) \cos(n\theta_1) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} c_m \bar{H}_{nm} J_n(k_0 r_2) \cos(m\theta_2) \quad (B.3)$$

donde:

$$\bar{H}_{nm} = H_{n+m}^{(2)}(k_0 D) + (-1)^m H_{n-m}^{(2)}(k_0 D)$$

Para los campos reflejados por la base rigida y la superficie libre se presentan, por simplicidad, sólo las transformaciones para la primera reflexión por cada frontera. Estas transformaciones al sistema de coordenadas (r_1, θ_1) están dadas por:

$$H_n^{(2)}(k_0 r_{11}) \cos(n\theta_{11}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} c_m \bar{C}H_{nm} J_n(k_0 r_1) \cos(m\theta_1) + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{S}H_{nm} J_n(k_0 r_1) \sin(m\theta_1) \quad (B.4)$$

$$H_n^{(2)}(k_0 r_{12}) \cos(n\theta_{12}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} c_m \bar{C}H_{nm} J_n(k_0 r_1) \cos(m\theta_1) - \sum_{m=1}^{\infty} \bar{S}H_{nm} J_n(k_0 r_1) \sin(m\theta_1) \quad (B.5)$$

$$H_n^{(2)}(k_s r_{21}) \cos(n\theta_{21}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n c_m \overline{CU}_{nm} J_n(k_s r_1) \cos(m\theta_1) + \sum_{m=1}^n \overline{SU}_{nm} J_n(k_s r_1) \sin(m\theta_1) \quad (\text{B.6})$$

$$H_n^{(2)}(k_s r_{22}) \cos(n\theta_{22}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n c_m \overline{CU}_{nm} J_n(k_s r_1) \cos(m\theta_1) - \sum_{m=1}^n \overline{SU}_{nm} J_n(k_s r_1) \sin(m\theta_1) \quad (\text{B.7})$$

Y las correspondientes al sistema de coordenadas (r_2, θ_2) son:

$$H_n^{(2)}(k_s r_{21}) \cos(n\theta_{21}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n c_m \overline{CH}_{nm} J_n(k_s r_2) \cos(m\theta_2) + \sum_{m=1}^n \overline{SH}_{nm} J_n(k_s r_2) \sin(m\theta_2) \quad (\text{B.8})$$

$$H_n^{(2)}(k_s r_{22}) \cos(n\theta_{22}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n c_m \overline{CH}_{nm} J_n(k_s r_2) \cos(m\theta_2) - \sum_{m=1}^n \overline{SH}_{nm} J_n(k_s r_2) \sin(m\theta_2) \quad (\text{B.9})$$

$$H_n^{(2)}(k_s r_{11}) \cos(n\theta_{11}) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n c_m \overline{CU}_{nm} J_n(k_s r_2) \cos(m\theta_2) +$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{SU}_{nm} J_n(k_g r_2) \text{sen}(n\theta_2) \quad (\text{B. 10})$$

$$H_n^{(2)}(k_g r_{12}) \cos(n\theta_{12}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} c_n \overline{CU}_{nm} J_n(k_g r_2) \cos(n\theta_2) -$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{SU}_{nm} J_n(k_g r_2) \text{sen}(n\theta_2) \quad (\text{B. 11})$$

En las Ecs. B.4-B.11 se tiene que:

$$\overline{CH}_{nm} = (-1)^n \cos(n\alpha) \frac{\pi}{2} H_{n-n}^{(2)}(2k_g H) + \cos(n\alpha) \frac{\pi}{2} H_{n+n}^{(2)}(2k_g H)$$

$$\overline{SH}_{nm} = (-1)^n \text{sen}(n\alpha) \frac{\pi}{2} H_{n-n}^{(2)}(2k_g H) - \text{sen}(n\alpha) \frac{\pi}{2} H_{n+n}^{(2)}(2k_g H)$$

$$\overline{CU}_{nm} = (-1)^n \cos(n\alpha) \gamma H_{n-n}^{(2)}(k_g u) + \cos(n\alpha) \gamma H_{n+n}^{(2)}(k_g u)$$

$$\overline{SU}_{nm} = -(-1)^n \text{sen}(n\alpha) \gamma H_{n-n}^{(2)}(k_g u) + \text{sen}(n\alpha) \gamma H_{n+n}^{(2)}(k_g u)$$

$$u = \sqrt{(2H)^2 + D^2} \quad \gamma = \tan^{-1}(2H/D)$$

APENDICE C. PROGRAMAS PARA COMPUTADORA

En este Apéndice se presenta una breve descripción de los programas de computadora utilizados en la solución numérica del problema de interacción que se trata en el presente trabajo. Al final se anexan los listados de los programas codificados en lenguaje Fortran 77 para una computadora personal.

Para el cálculo de las funciones de transferencia se elaboraron dos programas: IESEC, para el modelo con cimentaciones semicirculares e IESER, para el modelo con cimentaciones rectangulares.

Programa IESEC. Está compuesto de un programa principal y cuatro subrutinas que realizan los siguientes cálculos:

Programa Principal IESEC.- Lee los datos e imprime los resultados.

Subrutina SDP.- Forma el sistema matricial de ecuaciones dado por la Ec. 24.

Subrutinas BESJC y BESYC.- Calculan las funciones de Bessel de primera y segunda especie, respectivamente.

Subrutina SOLUCO.- Resuelve el sistema matricial de ecuaciones generado en la subrutina SDP.

Programa IESER. Consta de un programa principal y cinco subrutinas que realizan los siguientes cálculos:

Programa Principal IESER. - Lee los datos e imprime los resultados.

Subrutina SDP. - Forma el sistema matricial de ecuaciones dado por la Ec. 50.

Subrutina MPQR. - Calcula las matrices P_{ta}^j , Q_{ta}^j y R_{ta}^j dadas por las Ecs. 59, 60 y 61, respectivamente.

Este programa utiliza también las subrutinas BESJC, BESYC y SOLUCO para el cálculo de las funciones cilíndricas y la solución del sistema de ecuaciones, razón por la cual se omiten los listados de estas subrutinas en el programa IESER.

Por otra parte, la lectura de datos se realiza por medio de un archivo de datos que se almacena en la unidad 1. En éste todas las variables se escriben con formato libre y tiene la siguiente estructura:

Registro I

NY = Número de puntos en las estructuras donde se desea obtener las FT^j (se supone igual número de puntos para las dos estructuras). Puede ser cero.

Registros II

ARCH = Variable alfanumérica con el nombre de los archivos de las

FT en el siguiente orden:

- a) FT real de campo libre
- b) FT real en las cimentaciones 1 y 2
- c) FT compleja de campo libre
- d) FT compleja en la cimentación 1
- e) FT compleja en la cimentación 2

Registros III

ARCH = *Idem* registros II, pero corresponden a:

- a) FT real en NY puntos de las estructuras 1 y 2
- b) FT compleja en estructura 1 (tantos registros como puntos sean)
- c) FT compleja en estructura 2 (tantos registros como puntos sean)

Si NY = 0 se omiten estos registros.

Registro IV

- HS = Espesor del estrato
- VS = Velocidad de ondas de cortante en el suelo
- ZS = Amortiguamiento del suelo

Registro V

- HE(1) = Altura de la estructura 1
- VE(1) = Velocidad de ondas de cortante en la estructura 1
- ZE(1) = Amortiguamiento de la estructura 1

Registro VI

- RMS(1) = Relación de masas de la estructura 1 a la del suelo

removido por su cimentación

RMCS(1) = Relación de masas de la cimentación 1 a la del suelo
removido por la misma

Registro VII²:

AF(1) = Radio de la frontera ficticia 1

BC(1) = Semiancho de la cimentación 1

HC(1) = Profundidad de la cimentación 1

Registros VIII-X²

Idem registros V-VII, pero para la estructura y cimentación 2

Registro XI

Y(1,1) = Ordenadas de los puntos en la estructura 1 donde se desea
obtener la FT ($i = 1, 2, \dots, NY$). Si $NY = 0$ se omite este
registro.

Registro XII

Y(2,1) = *Idem* registro XI, pero para la estructura 2.

Registro XIII

D = Separación entre estructuras

T = Periodo de la señal a utilizarse en la síntesis de Fourier

Registro XIV

MN = Orden de las expansiones de ondas cilíndricas

MM = Orden de las expansiones de ondas planas³

Registro XV

J1 = Índice de la frecuencia inicial

J2 = Índice de la frecuencia final

JD = Incremento en el índice de las frecuencias

NOTAS:

1. FT = función(es) de transferencia
2. Para el caso de cimentaciones semicirculares AF corresponde al radio de la cimentación y los valores de BC y HC se pueden omitir en los registros correspondientes.
3. Para el caso de cimentaciones semicirculares el valor de MN se puede omitir en el registro XIV.

La respuesta en el tiempo se obtiene con el programa SINTF que realiza los cálculos descritos por las Ecs.73-79. Los datos necesarios para inicializar el programa se introducen por pantalla y con formato libre en el siguiente orden:

1. Número de puntos y periodo de la señal original.
2. Nombre del archivo de la señal original.
3. Nombre del archivo de la función de transferencia.
4. Nombre del archivo de la señal modificada.

PROGRAM ISEEC

```

C .....
C .....
C * PROGRAMA: INTERACCION DINAMICA ESTRUCTURA-SUELO-ESTRUCTURA EN *
C *   ESTRATOS BLANDOS *
C *   (CIMENTACIONES SEMICIRCULARES) *
C .....
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/VAR1/KA(2),KD,KU,KH,GAMA,AF(2)
      COMMON/VAR2/KJ,MK(2),S(41),MN
      REAL*8 HE(2),RMES(2),RMCS(2),Y(2,5)
      COMPLEX*16 KA,KD,KU,KH,KJ,MK,DCG(2),DSG,CVS,CVE(2),KEH,KE,CE(2,5),
      .DEG(2,5)
      INTEGER*2 S
      CHARACTER*12 ARCH

-----
      DECLARACION DE ARCHIVOS
-----

      UNIDAD: 1 = ARCHIVO DE DATOS
              2 = FUN TRAN REAL S/ESTRUC
              3 = FUN TRAN REAL C/ESTRUC 1 (12Q) Y 2(DER)
              4 = FUN TRAN COMPLEJA S/ESTRUC
              5 = FUN TRAN COMPLEJA C/ESTRUC 1 (12Q)
              6 = FUN TRAN COMPLEJA C/ESTRUC 2 (DER)
              7 = FUN TRAN REAL EN PUNTOS DE LAS ESTRUC 1 Y 2
              8a(7+NY) = FUN TRAN COMPLEJA EN PUNTOS ESTRUC 1 (12Q)
              (8+NY)a(7+2*NY)=FUN TRAN COMLEJA EN PUNTOS ESTRUC 2 (DER)

      WRITE(*,*) ** NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS **
      OPEN(1,FILE=' ',STATUS='OLD',ACCESS='SEQUENTIAL')
      READ(1,*)NY
      NNY=7+2*NY
      IF(NY.EQ.0)NNY=6
      DO 500 I=2,NNY
      READ(1,*(A))ARCH
      OPEN(I,FILE=ARCH,STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL')
      IF(1.GT.(NY+1))GOTO 500
      DO 501 J=1,2
      Y(J,I-1)=1.0
501 CONTINUE
500 CONTINUE
      WRITE(2,100)0.0,1.0
      WRITE(3,100)0.0,1.0,1.0
      WRITE(4,*)(1.DO,0.DO)
      WRITE(5,*)(1.DO,0.DO)
      WRITE(6,*)(1.DO,0.DO)
      IF(NY.NE.0)THEN
      WRITE(7,100)0.0,(Y(1,I),Y(2,I),I=1,NNY)
      DO 510 I=8,NNY
      WRITE(I,*)(1.DO,0.DO)
510 CONTINUE

```

```
ENDIF
C
C -----
C ----- LECTURA DE DATOS ( EN TON, MTS, SEG) -----
C
C ESTRATO:
C     HS   = ESPESOR
C     VS   = VELOCIDAD DE PROPAGACION
C     ZS   = AMORTIGUAMIENTO
C ESTRUCTURAS: (J=1, ESTRUCTURA IZQUIERDA; J=2, ESTRUCTURA DERECHA)
C     HE(J) = ALTURA
C     VE(J) = VELOCIDAD DE PROPAGACION
C     ZE(J) = AMORTIGUAMIENTO
C CIMENTACIONES: (J=1,CIMENTACION IZQUIERDA; J=2,CIMENTACION DERECHA)
C     AF(J) = RADIO DE LA CIMENTACION
C
C OTROS:
C     D     = SEPARACION ENTRE ESTRUCTURAS
C     T     = PERIODO DE LA SENAL
C     MN    = ORDEN DE LAS SERIES
C     J1    = FRECUENCIA INICIAL
C     J2    = FRECUENCIA FINAL
C     JD    = INCREMENTO DE FRECUENCIA
C     NY    = No. DE PUNTOS DONDE SE DESEA OBTENER F.T. EN ESTRU
C     Y(J,I) = ORDENADAS DE LOS NY PUNTOS
C     RMES(J) = RELACION DE MASAS - ESTRU/SUELO REMOVIDO POR CIM
C     RMCS(J) = RELACION DE MASAS - CIM/SUELO REMOVIDO POR CIM
C -----
C
C     PI2=8.0*DATAN(1.0)
C     READ(1,*)HS, VS, ZS
C     DO 10 J=1,2
C     READ(1,*)HE(J), VE, ZE
C     READ(1,*)RMES(J), RMCS(J)
C     READ(1,*)AF(J)
C     CVE(J)=CDSQRT(VE**2*DCMPLX((1.-2.*ZE**2), 2.*ZE*DSQRT(1.-ZE**2)))
10  CONTINUE
C     IF(NY.NE.0)THEN
C     DO 11 J=1,2
C     READ(1,*)(Y(J,I), I=1, NY)
11  CONTINUE
C     ENDIF
C     READ(1,*)D, T
C     READ(1,*)MN
C     READ(1,*)J1, J2, JD
C     U=DSQRT(4.0*HS*HS+D*D)
C     GAMA=DATAN(2.0*HS/D)
C     CVS=CDSQRT(VS**2*DCMPLX((1.0-2.0*ZS**2), 2.0*ZS*DSQRT(1.0-ZS**2)))
C
C     CALCULA: (-1)**L
C     S(1)=1
C     DO 40 L=2, 2*MN+1
40  S(L)=-S(L-1)
C
C     INICIA CICLO DE FRECUENCIAS
```

```

C
WRITE(*, '(30(/))')
DO 20 I=J1, J2, JD
WRITE(*, 110) I
FJ=1/T
KJ=PI2*FJ/CVS
DO 30 J=1, 2
KA(J)=KJ*AF(J)
KEH=PI2*FJ/CVE(J)*HE(J)
HK(J)=2.*KEH/KA(J)/(RMES(J)*CDCOS(KEH)/CDCOS(KEH)+RMCS(J)*KEH)
IF(NY.EQ.0)GOTO 30
DO 71 L=1, NY
KE=PI2*FJ/CVE(J)*Y(J, L)
CE(J, L)=CDCOS(KE)+CDSIN(KEH)/CDCOS(KEH)*CDSIN(KE)
71 CONTINUE
30 CONTINUE
KD=KJ*D
KU=KJ*U
KH=KJ*HS

```

```

C
C -----
C SOLUCION DEL PROBLEMA: CALCULO DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA
C DELS/DELG - DELC(J)/DELG - DELE(J)/DELG
C -----
C

```

```

C CALL SDP(DCG)
C
DSG=1.0/CDCOS(KH)
WRITE(2, 100) FJ, CDABS(DSG)
WRITE(3, 100) FJ, (CDABS(DCG(J)), J=1, 2)
WRITE(4, *) DSG
WRITE(5, *) DCG(1)
WRITE(6, *) DCG(2)
IF(NY.EQ.0)GOTO 20
DO 540 J=1, 2
DO 540 L=1, NY
DEG(J, L)=DCG(J)*CE(J, L)
540 CONTINUE
WRITE(7, 100) FJ, (CDABS(DEG(1, L)), CDABS(DEG(2, L))), L=1, NY)
DO 550 L=8, 7+NY
WRITE(L, *) DEG(1, L-7)
550 CONTINUE
DO 555 L=8+NY, 7+2*NY
WRITE(L, *) DEG(2, L-(7+NY))
555 CONTINUE
C
20 CONTINUE
100 FORMAT(6(1X, F10.5))
110 FORMAT(1H+
DO 800 L=2, NNY
CLOSE(L)
800 CONTINUE
STOP
FRECUENCIA=, 14)

```

```

END
C
C
C
C
SUBROUTINE SDP(DCG)
C
C
C
C
SUBROUTINA: FORMA EL SISTEMA DE ECUACIONES Y CALCULA LAS FUNCIONES
DE TRANSFERENCIA
C
C
C
C
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/VAR1/KA(2),KD,KU,KH,GAMA,AF(2)
COMMON/VAR2/KJ,MK(2),S(41),MN
COMPLEX*16 KH2,AR,I1,KJ,KA,KD,KU,KH,MK,DCG(2)
COMPLEX*16 JKH(41),YKH(41),JKD(41),YKD(41),JKU(41),YKU(41),
JKA(21,2),JAR(21),YAR(21),H2KH(41),H2KD(41),H2KU(41),H2KA(21,2)
COMPLEX*16 RJ1,RJ2,RH1,RH2,Z(21,21),KKH(21,21),B(42),C(42,42)
INTEGER*2 S
C
C
C
C
-----
C
C
C
C
PARAMETROS:
MN1=MN+1
NT=2*MN1
M2N=2*MN
PI2=2.0*DATAN(1.0D0)
I1=(0.0,1.0)
KH2=2.0*KH
C
C
C
C
-----
C
C
C
C
CALCULO DE LAS FUNCIONES DE BESSEL Y HANKEL
C
C
C
C
CALL BESJC(KH2,M2N,JKH)
CALL BESYC(KH2,M2N,YKH)
CALL BESJC(KD,M2N,JKD)
CALL BESYC(KD,M2N,YKD)
CALL BESJC(KU,M2N,JKU)
CALL BESYC(KU,M2N,YKU)
DO 10 L=1,M2N+1
H2KH(L)=JKH(L)-I1*YKH(L)
H2KD(L)=JKD(L)-I1*YKD(L)
H2KU(L)=JKU(L)-I1*YKU(L)
10 CONTINUE
DO 30 J=1,2
AR=KA(J)
CALL BESJC(AR,MN,JAR)
CALL BESYC(AR,MN,YAR)
DO 30 L=1,MN1
JKA(L,J)=JAR(L)
H2KA(L,J)=JAR(L)-I1*YAR(L)
30 CONTINUE
C
C
C
C
-----

```

C CALCULO DE VARIABLES: K(2KH), Z(KD, KU)

C
C
C
DO 70 L=0, MN
LT=L+1
DO 70 N=0, MN
NT=N+1
IF(L-N)80, 90, 100
80 IN1=S(2*N-L+1)
KKH(LT, NT)=IN1*DCOS((L+N)*PI2)*H2KH(NT-L)+DCOS((L-N)*PI2)*
.H2KH(L+NT)
Z(LT, NT)=((H2KD(L+NT)+IN1*H2KD(NT-L))/2.0)-(DCOS((L+N)*GAMA)*
.H2KU(L+NT)+IN1*DCOS((L-N)*GAMA)*H2KU(NT-L))
GO TO 70
90 IN1=S(LT)
KKH(LT, NT)=H2KH(1)+H2KH(2*L+1)
Z(LT, NT)=((H2KD(2*L+1)+IN1*H2KD(1))/2.0)-(DCOS(2*L*GAMA)*
.H2KU(2*L+1)+IN1*H2KU(1))
GO TO 70
100 IN1=S(NT)
KKH(LT, NT)=IN1*DCOS((L+N)*PI2)*H2KH(LT-N)+DCOS((L-N)*PI2)*
.H2KH(LT+N)
Z(LT, NT)=((H2KD(LT+N)+IN1*H2KD(LT-N))/2.0)-(DCOS((L+N)*GAMA)*
.H2KU(LT+N)+IN1*DCOS((L-N)*GAMA)*H2KU(LT-N))
70 CONTINUE

C
C
C FORMACION DEL SISTEMA DE ECUACIONES: CX=B

C

DO 120 N=0, MN
NT=N+1
C
C VECTORES: B1, B2
IN1=1+S(NT)
IF(N.EQ.0)THEN
RJ1=JKA(1,1)-MK(1)*JKA(2,1)
RJ2=JKA(1,2)-MK(2)*JKA(2,2)
RH1=H2KA(1,1)-MK(1)*H2KA(2,1)
RH2=H2KA(1,2)-MK(2)*H2KA(2,2)
ELSE
RJ1=JKA(NT,1)*2.0
RJ2=JKA(NT,2)*2.0
RH1=H2KA(NT,1)
RH2=H2KA(NT,2)
ENDIF
B(NT)=-IN1*RJ1
B(NT+MN1)=-IN1*RJ2

C
C DO 120 L=0, MN
LT=L+1
C
C MATRICES: C1, C2, D1, D2

```

C(NT,LT)=-RJ1*KKH(LT,NT)
C(NT,LT+MN1)=RJ1*Z(LT,NT)
C(NT+MN1,LT)=RJ2*Z(LT,NT)
C(NT+MN1,LT+MN1)=-RJ2*KKH(LT,NT)
IF(N.EQ.L)THEN
C(NT,LT)=C(NT,LT)+RH1
C(NT+MN1,LT+MN1)=C(NT+MN1,LT+MN1)+RH2
ENDIF

```

120 CONTINUE

C
C
C
C
C
C
C
C
C

```

-----
CALCULO DE LOS COEFICIENTES B(M), M=1,MT
-----

```

```

CALL SOLUCO(MT,C,B)

```

```

-----
CALCULO DE: DELC(J)/DELC, J=1,2
-----

```

```

RJ1=2.0*JKA(2,1)+H2KA(2,1)*B(1)
RJ2=2.0*JKA(2,2)+H2KA(2,2)*B(1+MN1)
RH1=(0.0,0.0)
RH2=(0.0,0.0)
DO 130 L=0,MN
LT=L+1
RH1=RH1+KKH(LT,1)*B(LT)-Z(LT,1)*B(LT+MN1)
RH2=RH2+KKH(LT,1)*B(LT+MN1)-Z(LT,1)*B(LT)

```

130 CONTINUE

```

DCG(1)=HK(1)/(2.0*CDCOS(KH))*(RJ1-JKA(2,1)*RH1)
DCG(2)=HK(2)/(2.0*CDCOS(KH))*(RJ2-JKA(2,2)*RH2)
RETURN
END

```

C
C
C
C
C
C
C
C

```

SUBROUTINE BESJC(V,NMAX,U)

```

```

.....
SUBROUTINA: CALCULA LAS FUNCIONES DE BESSEL DE PRIMERA ESPECIE -
ORDEN N
.....

```

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMPLEX*16 Z,R,S,SUM,U(41),UI(41),RR(41),LAMDA,I,C,V
INTEGER*2 D
REAL*8 L
LOGICAL LL

```

C
C
C
C
C
C

```

JN(V), N=0,1,...,NMAX

```

```

V=ARGUMENTO COMPLEJO
NMAX=ORDEN MAXIMO

```

```

D=CIFRAS SIGNIFICATIVAS REQUERIDAS

```

```

C      U(N)=FUNCIONES DE BESSEL DE PRIMERA ESPECIE
C
C      D=10
EPS=0.5*10.0**(-D)
NMA=NMAX+1
X=DREAL(V)
Y=DIMAG(V)
I=(0.0,1.0)
IF(((X.LE.0.0).AND.(Y.EQ.0.0)).OR.(NMAX.LT.0).OR.(NMAX.GT.100))
  GO TO 200
DO 10 K=1,NMA
10  UI(K)=(0.0,0.0)
    LL=(Y.GE.0.0)
    Y=DABS(Y)
    Z=DCMPLX(X,Y)
    RO=CDABS(Z)
    RO2=RO*RO
    SUM=CDEXP(-I*Z)
    D1=2.3026*D+1.3863
    KK=1
    S1=0.0
    IF(NMAX.EQ.0)GO TO 50
    X=0.5*D1/NMAX
20  IF(X.GT.10.0)GO TO 30
    P=X*5.7941D-5-1.76148D-3
    P=X*P+2.08645D-2
    P=X*P-1.29013D-1
    P=X*P+8.57770D-1
    S1=X*P+1.01250
    GO TO 40
30  Q=DLOG(X)-0.775
    P=(0.775-DLOG(Q))/(1.0+Q)
    P=1.0/(1.0+P)
    S1=X*P/Q
40  IF(KK-2)50,60,60
50  R1=S1*NMAX
    IF(Y-D1)52,51,51
51  S1=1.3591*RO
    GO TO 61
52  X=0.73576*(D1-Y)/RO
    KK=KK+1
    GO TO 20
60  S1=1.3591*RO*S1
61  IF(R1-S1)62,62,63
62  NU=1.0+S1
    GO TO 70
63  NU=1.0+R1
70  N=0
    L=1.0
    C=(1.0,0.0)
80  N=N+1
    L=N*L/(N+1)

```

```

C=C*I
IF(N.LT.NU)GO TO 80
R=(0.0,0.0)
S=(0.0,0.0)
81 R=1.0/(2.0*N/Z-R)
L=(N+1)*L/N
LA'DA=2.0*N*L*C
C=C*I
S=R*(LAMBDA+S)
IF(N.LE.NMAX)RR(N)=R
N=N-1
IF(N.GE.1)GO TO 81
U(1)=SUM/(1.0+S)
IF(NMAX.EQ.0)GO TO 90
DO 82 K=1,NMAX
82 U(K+1)=U(K)*RR(K)
90 IF(LL)GO TO 82
DO 91 K=1,NMA
91 U(K)=DCONJG(U(K))
92 CONTINUE
DO 100 K=1,NMA
IF(CDABS(U(K)-UI(K))/CDABS(U(K)).GT.EPS)GO TO 101
100 CONTINUE
RETURN
101 NU=NU+5
DO 102 K=1,NMA
102 UI(K)=U(K)
GO TO 70
200 WRITE(*,*)'***BESJC...UNREASONABLE ARGUMENT OR ORDER***'
RETURN
END

```

C
C
C

.....
SUBROUTINE BESYC(Z, NMAX, BY)

C
C
C
C
C

.....
SUBROUTINA: CALCULA LAS FUNCIONES DE BESSEL DE SEGUNDA ESPECIE -
ORDEN N

.....
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMPLEX*16 Z,Z1,Z2,Z3,Z4,Z5,Z6,Z8,Z10,Z12,F0,F1,T0,T1,Y0,Y1,
BY(41)

C
C
C
C
C

YN(Z), N=0,1,...,NMAX

CALCULO DE Y0 Y Y1

ZM=CDABS(Z)
IF(ZM.LE.3.0)THEN
Z2=(Z/3.0)**2
Z4=Z2*Z2
Z6=Z4*Z2
Z8=Z6*Z2


```

Z10=Z8*Z2
Z12=Z10*Z2
FO=1.0-2.2499997*Z2+1.2656208*Z4-0.3183866*Z8+0.0444479*Z8
^-0.0039444*Z10+0.0002100*Z12
YO=0.636619772*CDLOG(Z/2.0)*FO+0.36746691+0.60559366*Z2
^-0.74350384*Z4+0.25300117*Z8-0.04261214*Z8+0.00427916*Z10
^-0.00024846*Z12
IF(NMAX.EQ.0)GO TO 10
F1=(0.5-0.56249985*Z2+0.21093573*Z4-0.03954289*Z8+0.00443319*Z8
^-0.00031781*Z10+0.00001109*Z12)*Z
Y1=(0.636619772*Z*CDLOG(Z/2.0)*F1-0.6366198+0.2212091*Z2
+2.1682709*Z4-1.3164827*Z8+0.3123951*Z8-0.0400978*Z10
+0.0027873*Z12)/Z
ELSE
Z1=3.0/Z
Z2=Z1*Z1
Z3=Z2*Z1
Z4=Z3*Z1
Z5=Z4*Z1
Z6=Z5*Z1
FO=0.79788456-0.00000077*Z1-0.00552740*Z2-0.00008512*Z3
+0.00137237*Z4-0.00072805*Z5+0.00014478*Z8
TO=Z-0.78539816-0.04166397*Z1-0.00003954*Z2+0.00282573*Z3
-0.00054125*Z4-0.00028333*Z5+0.00013558*Z8
YO=FO*CDSIN(TO)/CDSQRT(Z)
IF(NMAX.EQ.0)GO TO 10
F1=0.79788456+0.00000156*Z1+0.01659667*Z2+0.00017105*Z3
-0.00249511*Z4+0.00113653*Z5-0.00020033*Z8
T1=Z-2.35619449+0.12498612*Z1+0.00005850*Z2-0.00637879*Z3
+0.00074348*Z4+0.00079824*Z5-0.00029166*Z8
Y1=F1*CDSIN(T1)/CDSQRT(Z)
10 ENDIF
BY(1)=YO
IF(NMAX.EQ.0)RETURN
BY(2)=Y1
C
C CALCULO DE Y2, Y3, ..., YNMAX
C
DO 20 N=2, NMAX
BY(N+1)=2.0*(N-1)/Z*BY(N)-BY(N-1)
20 CONTINUE
RETURN
END
C
C .....
C
C SUBROUTINE SOLUCO(N, A, B)
C .....
C SUBROUTINA: RESUELVE EL SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES - CX=B -
C .....
IMPLICIT REAL*(A-H, O-Z)
COMPLEX*16 SUM, A(42, 42), B(42)
C

```

```

C      SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES AX=B
C      A=MATRIZ COMPLEJA DE (N,N)
C
      EPS=1.0D-45
      DO 10 I=1,N
      DO 9 J=1,N
      SUM=(0.0,0.0)
      IF(1.EQ.1)GO TO 5
      DO 4 K=1,I-1
4     SUM=SUM+A(I,K)*A(K,J)
5     A(I,J)=A(I,J)-SUM
      IF(J.EQ.N)GO TO 9
      SUM=(0.0,0.0)
      IF(1.EQ.1)GO TO 7
      DO 6 K=1,I-1
6     SUM=SUM+A(J+1,K)*A(K,I)
7     IF(CDABS(A(I,I)).LE.EPS)GO TO 3
      A(J+1,I)=(A(J+1,I)-SUM)/A(I,I)
9     CONTINUE
10    CONTINUE
      DO 17 I=1,N
      SUM=(0.0,0.0)
      IF(1.EQ.1)GO TO 18
      DO 15 K=1,I-1
15    SUM=SUM+A(I,K)*B(K)
16    B(I)=B(I)-SUM
17    CONTINUE
      DO 22 I=1,N
      II=N-I+1
      SUM=(0.0,0.0)
      IF(1.EQ.1)GO TO 19
      DO 20 K=1,I-1
      KK=N-K+1
20    SUM=SUM+A(II,KK)*B(KK)
19    IF(CDABS(A(II,II)).LE.EPS)GO TO 3
      B(II)=(B(II)-SUM)/A(II,II)
22    CONTINUE
      RETURN
3     WRITE(*,*)'****SISTEMA DE ECUACIONES SINGULAR****'
      RETURN
      END

```

```

PROGRAM IESER
C .....
C .....
C * PROGRAMA: INTERACCION DINAMICA ESTRUCTURA-SUELO-ESTRUCTURA EN *
C *   ESTRATOS BLANDOS *
C *   ( CIMENTACIONES RECTANGULARES ) *
C .....
C .....
      IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
      COMMON/VAR1/KD, KU, KH, GAMA, AF(2)
      COMMON/VAR2/KJ, KA(2), BC(2), HC(2), CD(2), PSI(24)
      COMMON/VAR3/MN, NM
      COMMON/VAR4/RNP(16, 16), S2(31), E(16), S1P(16), S1N(16)
      REAL*8 HE(2), RMES(2), RMCS(2), Y(2,5)
      COMPLEX*16 KA, KD, KU, KH, KJ, CD, S1P, S1N, DCG(2), DSG, I1, CVE(2), CVS, KEH,
      KE, DEG(2,5), CE(2,5)
      INTEGER*2 S2, E
      CHARACTER*12 ARCH

C -----
C
C   DECLARACION DE ARCHIVOS
C -----
C
C   UNIDAD: 1 = ARCHIVO DE DATOS
C           2 = FUN TRAN REAL S/ESTRUC
C           3 = FUN TRAN REAL C/ESTRUC 1(I2Q) Y 2(DER)
C           4 = FUN TRAN COMPLEJA S/ESTRUC
C           5 = FUN TRAN COMPLEJA C/ESTRUC 1 (I2Q)
C           6 = FUN TRAN COMPLEJA C/ESTRUC 2 (DER)
C           7 = FUN TRAN REAL EN PUNTOS DE LAS ESTRUC 1 Y 2
C           8a(7+NY) = FUN TRAN COMPLEJA EN PUNTOS ESTRUC 1 (I2Q)
C           (8+NY)a(7+2*NY)=FUN TRAN COMLEJA EN PUNTOS ESTRUC 2 (DER)
C
C   WRITE(*,*) ** NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS **
C   OPEN(1,FILE=' ',STATUS='OLD',ACCESS='SEQUENTIAL')
C   READ(1,*)NY
C   NNY=7+2*NY
C   IF(NY.EQ.0)NNY=6
C   DO 500 I=2, NNY
C   READ(1, '(A)')ARCH
C   OPEN(I,FILE=ARCH,STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL')
C   IF(I.GT. NY+1)GOTO 500
C   DO 501 J=1,2
C   Y(J, I-1)=1.0
501 CONTINUE
500 CONTINUE
      WRITE(2,100)0.0,1.0
      WRITE(3,100)0.0,1.0,1.0
      WRITE(4,*) (1.DO,0.DO)
      WRITE(5,*) (1.DO,0.DO)
      WRITE(6,*) (1.DO,0.DO)
      IF(NY.NE.0)THEN
      WRITE(7,100)0.0, (Y(1,1), Y(2,1), I=1, NY)

```

```

DO 510 I=8,NNY
WRITE(I,*)(1.DO,0.DO)
510 CONTINUE
ENDIF

```

```

C
C -----
C ----- LECTURA DE DATOS ( EN TON,MTS,SEG) -----
C
C ESTRATO:
C   HS   = ESPESOR
C   VS   = VELOCIDAD DE PROPAGACION
C   ZS   = AMORTIGUAMIENTO
C
C ESTRUCTURAS: (J=1, ESTRUCTURA IZQUIERDA; J=2, ESTRUCTURA DERECHA)
C   HE(J) = ALTURA
C   VE(J) = VELOCIDAD DE PROPAGACION
C   ZE(J) = AMORTIGUAMIENTO
C
C CIMENTACIONES: (J=1,CIMENTACION IZQUIERDA; J=2,CIMENTACION DERECHA)
C   BC(J) = ANCHO
C   HC(J) = PROFUNDIDAD
C
C OTROS:
C   AF(J) = RADIO FRONTERA FICTICIA
C   D     = SEPARACION ENTRE ESTRUCTURAS
C   T     = PERIODO DE LA SENAL
C   MN    = ORDEN DE LAS SERIES
C   MM    = No. DE ONDAS DENTRO DE LA FRONTERA FICTICIA
C   J1    = FRECUENCIA INICIAL
C   J2    = FRECUENCIA FINAL
C   JD    = INCREMENTO DE FRECUENCIA
C   NY    = No. DE PUNTOS DONDE SE DESEA OBTENER F.T. EN ESTRUC
C   Y(J,I)= ORDENADAS DE LOS NY PUNTOS
C   RMES(J) = RELACION DE MASAS - ESTRUC/SUELO REMOVIDO POR CIM
C   RMCS(J) = RELACION DE MASAS - CIM/SUELO REMOVIDO POR CIM
C -----
C

```

```

C
C PI=4.0*DATAN(1.DO)
C I1=(0.0,1.0)
C READ(1,*)HS,VS,ZS
C DO 10 J=1,2
C   READ(1,*)HE(J),VE,ZE
C   READ(1,*)RMES(J),RMCS(J)
C   READ(1,*)AF(J),BC(J),HC(J)
C   CVE(J)=CDSQRT(VE**2*DCMPLX((1.-2.*ZE**2),2.*ZE*DSQRT(1.-ZE**2)))
10 CONTINUE
C IF(NY.NE.0)THEN
C   DO 11 J=1,2
C     READ(1,*)(Y(J,I),I=1,NY)
11 CONTINUE
C   ENDIF
C   READ(1,*)D,T
C   READ(1,*)MN,MM
C   READ(1,*)J1,J2,JD
C   U=DSQRT(4.0*HS*HS+D*D)
C   GAMA=DATAN(2.0*HS/D)
C   CVS=CDSQRT(VS**2*DCMPLX((1.0-2.0*ZS**2),2.0*ZS*DSQRT(1.0-ZS**2)))

```

```

C
C   CALCULA CONSTANTES
C
SIP(1)=(1.0,0.0)
SIN(1)=(1.0,0.0)
E(1)=1
DO 30 N=2, MN+1
E(N)=2
SIP(N)=SIP(N-1)*I1
SIN(N)=SIN(N-1)*(-I1)
30 CONTINUE
C
S2(1)=1
DO 40 N=2, 2*MN+1
S2(N)=-S2(N-1)
40 CONTINUE
C
DO 50 N=0, MN
NT=N+1
IF(N/2. EQ. N/2. 0) THEN
KK=1
ELSE
KK=0
ENDIF
DO 50 K=KK, MN, 2
KT=K+1
RNP(NT, KT)=1.0*K/(K*K-N*N)
50 CONTINUE
C
DO 55 M=1, MN
PSI(M)=PI*(2.0*M-1.0)/MN
55 CONTINUE
C
C   INICIA CICLO DE FRECUENCIAS
C
WRITE(*, '(30(/)')
DO 60 I=J1, J2, JD
WRITE(*, 110)I
FJ=I/T
KJ=2.0*PI*FJ/CVS
DO 70 J=1, 2
KA(J)=KJ*AF(J)
KEH=2.0*PI*FJ/CVE(J)*HE(J)
CD(J)=I1*KEH/(KJ*KJ*BC(J)*HC(J))/(RMES(J)*CDSIN(KEH)/CDCOS(KEH)+
, RMCS(J)*KEH)
IF(NY.EQ.0)GOTO 70
DO 71 L=1, NY
KE=2.0*PI*FJ/CVE(J)*Y(J, L)
CE(J, L)=CDCOS(KE)+CDSIN(KEH)/CDCOS(KEH)*CDSIN(KE)
71 CONTINUE
70 CONTINUE
KD=KJ*D
KU=KJ*U

```

KH=KJ*HS

C
C
C
C
C
C

SOLUCION DEL PROBLEMA: CALCULO DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA
DELS/DELG - DELC(J)/DELG - DELE(J)/DELG

CALL SDP(DCG)

C

```
DSG=1.0/CDCOS(KH)
WRITE(2,100)FJ,CDABS(DSG)
WRITE(3,100)FJ,(CDABS(DCG(J)),J=1,2)
WRITE(4,*)DSG
WRITE(5,*)DCG(1)
WRITE(6,*)DCG(2)
IF(NY.EQ.0)GOTO 60
DO 250 J=1,2
DO 250 L=1,NY
DEG(J,L)=DCG(J)*CE(J,L)
250 CONTINUE
WRITE(7,100)FJ,(CDABS(DEG(1,L)),CDABS(DEG(2,L)),L=1,NY)
DO 550 L=8,7+NY
WRITE(L,*)DEG(1,L-7)
550 CONTINUE
DO 555 L=8+NY,7+2*NY
WRITE(L,*)DEG(2,L-(7+NY))
555 CONTINUE
```

C

```
60 CONTINUE
100 FORMAT(8(1X,F10.5))
110 FORMAT(1H+'          FRECUENCIA=',I4)
DO 600 L=2,NNY
CLOSE(L)
600 CONTINUE
STOP
END
```

C
C
C
C

SUBROUTINE SDP(DCG)

C
C
C
C

SUBROUTINA: FORMA EL SISTEMA DE ECUACIONES Y CALCULA LAS FUNCIONES
DE TRANSFERENCIA CON LAS ESTRUCTURAS

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/VAR1/KD,KU,KH,GAMA,AF(2)
COMMON/VAR2/KJ,KA(2),BC(2),HC(2),CD(2),PSI(24)
COMMON/VAR3/MN,MH
COMMON/VAR4/RNP(16,16),S2(31),E(16),S1P(16),S1N(16)
COMMON/VAR5/P(24,24,2),FI(24,2)
COMPLEX*16 KA,KD,KU,KH,KJ,CD,S1P,S1N,DCG(2),KJ2,AR,11
COMPLEX*16 JKH(31),YKH(31),JKD(31),YKD(31),JKU(31),YKU(31),
```

```
. JKA(17, 2), JAR(17), YAR(17), H2KH(31), H2KD(31), H2KU(31), H2KA(17, 2)
COMPLEX*16 R1, R2, P, FI, SU5(24, 16), SU6(24, 16), SU7(24, 16),
SUB(24, 16), SU1(24, 16), SU2(24, 16), SU3(24, 16), SU4(24, 16)
COMPLEX*16 JP(16, 2), JC(16, 2), Z(16, 16), V(16, 16, 2), VP(16, 16, 2), KKH
COMPLEX*16 SUM1, SUM2, SUM3, SUM4, SUM5, SUM6, SUM7, SUM8
COMPLEX*16 AUX1(16), AUX2(16), AUX3(16), AUX4(16), B(80), C(80, 80)
INTEGER*2 S, ST, S2, E
```

C

C

C

PARAMETROS:

MN1=MN+1

MN2=2*MN1

MN3=MN2+MN

MT=2*(MN1+MN)

C

PI=4.0*DATAN(1.00)

PI2=PI/2.0

I1=(0.0, 1.0)

KH2=2.0*KH

M2N=2*MN

C

C

C

C

CALCULO DE LAS FUNCIONES DE BESSEL Y HANKEL

C

CALL BESJC(KH2, M2N, JKH)

CALL BESYC(KH2, M2N, YKH)

CALL BESJC(KD, M2N, JKD)

CALL BESYC(KD, M2N, YKD)

CALL BESJC(KU, M2N, JKU)

CALL BESYC(KU, M2N, YKU)

DO 10 L=1, M2N+1

H2KH(L)=JKH(L)-I1*YKH(L)

H2KD(L)=JKD(L)-I1*YKD(L)

H2KU(L)=JKU(L)-I1*YKU(L)

10 CONTINUE

DO 30 J=1, 2

AR=KA(J)

CALL BESJC(AR, MN1, JAR)

CALL BESYC(AR, MN1, YAR)

DO 30 L=1, MN1+1

JKA(L, J)=JAR(L)

H2KA(L, J)=JAR(L)-I1*YAR(L)

30 CONTINUE

C

C

C

C

C

CALCULO DE LAS MATRICES P, Q Y R

C

CALL MPQR

C

C

C

CALCULO DE VARIABLES

C
C

```
DO 60 N=0, MN  
NT=N+1  
DO 60 J=1, 2  
JP(NT, J)=N/KA(J)*JKA(NT, J)-JKA(NT+1, J)  
JC(NT, J)=DCONJG(JKA(NT, J))*JKA(NT, J)+DCONJG(JP(NT, J))*JP(NT, J)  
60 CONTINUE
```

C

```
DO 70 L=0, MN  
LT=L+1  
DO 70 N=0, MN  
NT=N+1  
IF(L-N)80, 90, 100  
80 IN1=S2(2*N-L+1)  
KKH=IN1*DCOS((L+N)*PI2)*H2KH(NT-L)+DCOS((L-N)*PI2)*H2KH(L+NT)  
Z(LT, NT)=(H2KD(L+NT)+IN1*H2KD(NT-L))/2.0-(DCOS((L+N)*GAMA)*  
H2KU(L+NT)+IN1*DCOS((L-N)*GAMA)*H2KU(NT-L))  
GO TO 110  
90 IN1=S2(LT)  
KKH=H2KH(1)+H2KH(2*L+1)  
Z(LT, NT)=(H2KD(2*L+1)+IN1*H2KD(1))/2.0-(DCOS(2*L*GAMA)*  
H2KU(2*L+1)+IN1*H2KU(1))  
GO TO 110  
100 IN1=S2(NT)  
KKH=IN1*DCOS((L+N)*PI2)*H2KH(LT-N)+DCOS((L-N)*PI2)*H2KH(LT+N)  
Z(LT, NT)=(H2KD(LT+N)+IN1*H2KD(LT-N))/2.0-(DCOS((L+N)*GAMA)*  
H2KU(LT+N)+IN1*DCOS((L-N)*GAMA)*H2KU(LT-N))  
110 CONTINUE  
DO 120 J=1, 2  
R1=E(NT)*JKA(NT, J)*KKH  
R2=E(NT)*JP(NT, J)*KKH  
IF(L.EQ.N) THEN  
V(LT, NT, J)=H2KA(NT, J)-R1  
VP(LT, NT, J)=(N/KA(J)*H2KA(NT, J)-H2KA(NT+1, J))-R2  
ELSE  
V(LT, NT, J)=-R1  
VP(LT, NT, J)=-R2  
ENDIF  
120 CONTINUE  
70 CONTINUE
```

C

C

CALCULA SUMATORIAS

C

```
DO 151 M=1, MN  
DO 152 N=0, MN  
NT=N+1  
IF(N/2.EQ.N/2.0)THEN  
KK=1  
ELSE  
KK=2  
ENDIF  
SUS(M, NT)=(0.0, 0.0)
```



```

SUB(M, NT)=(0.0, 0.0)
SU7(M, NT)=(0.0, 0.0)
SUB(M, NT)=(0.0, 0.0)
DO 152 K=KK, MN, 2
KT=K+1
R2=RNP(NT, KT)*S1P(KT)*DSIN(K*PSI(M))
SUB(M, NT)=SUB(M, NT)+R2*JKA(KT, 1)
SUB(M, NT)=SUB(M, NT)+R2*JP(KT, 1)
SU7(M, NT)=SU7(M, NT)+R2*JKA(KT, 2)
SUB(M, NT)=SUB(M, NT)+R2*JP(KT, 2)

```

152 CONTINUE

C

```

DO 153 N=1, MN
NT=N+1
IF(N/2. EQ. N/2. 0)THEN
KK=1
ELSE
KK=0
ENDIF
SU1(M, NT)=(0.0, 0.0)
SU2(M, NT)=(0.0, 0.0)
SU3(M, NT)=(0.0, 0.0)
SU4(M, NT)=(0.0, 0.0)
DO 153 K=KK, MN, 2
KT=K+1
R2=RNP(KT, NT)*S1P(KT)*E(KT)*DCOS(K*PSI(M))
SU1(M, NT)=SU1(M, NT)+R2*JKA(KT, 1)
SU2(M, NT)=SU2(M, NT)+R2*JP(KT, 1)
SU3(M, NT)=SU3(M, NT)+R2*JKA(KT, 2)
SU4(M, NT)=SU4(M, NT)+R2*JP(KT, 2)

```

153 CONTINUE

151 CONTINUE

C

C

FORMACION DEL SISTEMA CX=B

C

C

C

```

DO 130 S=0, MN-1
ST=S+1
IF(S. LE. MN) THEN
DO 140 N=0, MN
NT=N+1
AUX1(NT)=JKA(NT, 1)*DCONJG(V(ST, NT, 1))+JP(NT, 1)*
DCONJG(VP(ST, NT, 1))
AUX2(NT)=JKA(NT, 2)*DCONJG(V(ST, NT, 2))+JP(NT, 2)*
DCONJG(VP(ST, NT, 2))
AUX3(NT)=E(NT)*DCONJG(Z(ST, NT))*JC(NT, 1)
AUX4(NT)=E(NT)*DCONJG(Z(ST, NT))*JC(NT, 2)

```

140 CONTINUE

C

C

VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES: B(MT)

C

VECTORES: I1, I2

```

SUM1=(0.0,0.0)
SUM2=(0.0,0.0)
SUM3=(0.0,0.0)
SUM4=(0.0,0.0)
DO 210 N=0,MN,2
NT=N+1
SUM1=SUM1+AUX1(N)
SUM2=SUM2+AUX4(N)
SUM3=SUM3+AUX2(N)
SUM4=SUM4+AUX3(N)
210 CONTINUE
B(ST)=-2.0*PI*(AF(1)*SUM1+AF(2)*SUM2)
B(ST+MN1)=-2.0*PI*(AF(2)*SUM3+AF(1)*SUM4)
ENDIF
C
C VECTORES: J1, J2
SUM1=(0.0,0.0)
SUM2=(0.0,0.0)
DO 200 N=0,MN,2
NT=N+1
R1=E(NT)*SIN(NT)*DCOS(N*PSI(ST))
SUM1=SUM1+R1*JC(NT,1)
SUM2=SUM2+R1*JC(NT,2)
200 CONTINUE
SUM3=(0.0,0.0)
SUM4=(0.0,0.0)
DO 205 N=1,MN,2
NT=N+1
R1=SIN(NT)*DSIN(N*PSI(ST))
SUM5=(0.0,0.0)
SUM6=(0.0,0.0)
SUM7=(0.0,0.0)
SUM8=(0.0,0.0)
DO 211 K=0,MN,2
KT=K+1
Q2=RNP(KT,NT)*E(KT)
SUM5=SUM5+Q2*JKA(KT,1)
SUM6=SUM6+Q2*JP(KT,1)
SUM7=SUM7+Q2*JKA(KT,2)
SUM8=SUM8+Q2*JP(KT,2)
211 CONTINUE
SUM3=SUM3+R1*(DCONJG(JKA(NT,1))*SUM5+DCONJG(JP(NT,1))*SUM6)
SUM4=SUM4+R1*(DCONJG(JKA(NT,2))*SUM7+DCONJG(JP(NT,2))*SUM8)
205 CONTINUE
B(ST+MN2)=2.0*AF(1)*(PI*SUM1+4.0*SUM3)
B(ST+MN3)=2.0*AF(2)*(PI*SUM2+4.0*SUM4)
C
DO 130 L=0,MN-1
LT=L+1
C
C MATRICES: H1, H2
C(ST+MN2,LT+MN3)=(0.0,0.0)
C(ST+MN3,LT+MN2)=(0.0,0.0)

```

C
C

```
MATRICES: G1, G2 (CALCULA SOLO TERMINOS POR ENCIMA DE LA DIAGONAL)
IF(S.LE.L) THEN
SUM1=(0.0,0.0)
SUM2=(0.0,0.0)
DO 180 N=0,MN
NT=N+1
Q1=PI*E(NT)*DCOS(N*PSI(ST))*DCOS(N*PSI(LT))
R1=4.0*E(NT)*SIN(NT)*DCOS(N*PSI(ST))
SUM1=SUM1+Q1*JC(NT,1)+R1*(DCONJG(JKA(NT,1))*SUB(LT,NT)+DCONJG
.(JP(NT,1))*SUB(LT,NT))
SUM2=SUM2+Q1*JC(NT,2)+R1*(DCONJG(JKA(NT,2))*SU7(LT,NT)+DCONJG
.(JP(NT,2))*SUB(LT,NT))
```

160 CONTINUE

```
SUM3=(0.0,0.0)
SUM4=(0.0,0.0)
DO 182 N=1,MN
NT=N+1
Q1=2.0*PI*DSIN(N*PSI(ST))*DSIN(N*PSI(LT))
R1=4.0*SIN(NT)*DSIN(N*PSI(ST))
SUM3=SUM3+Q1*JC(NT,1)+R1*(DCONJG(JKA(NT,1))*SU1(LT,NT)+DCONJG
.(JP(NT,1))*SU2(LT,NT))
SUM4=SUM4+Q1*JC(NT,2)+R1*(DCONJG(JKA(NT,2))*SU3(LT,NT)+DCONJG
.(JP(NT,2))*SU4(LT,NT))
```

182 CONTINUE

```
C(ST+MN2,LT+MN2)=AF(1)*(SUM1+SUM3)+P(ST,LT,1)
C(ST+MN3,LT+MN3)=AF(2)*(SUM2+SUM4)+P(ST,LT,2)
ELSE
C(ST+MN2,LT+MN2)=DCONJG(C(LT+MN2,ST+MN2))
C(ST+MN3,LT+MN3)=DCONJG(C(LT+MN3,ST+MN3))
ENDIF
```

C
C

```
MATRICES: E1, E2, F1, F2
IF(S.LE.MN) THEN
SUM1=(0.0,0.0)
SUM2=(0.0,0.0)
SUM3=(0.0,0.0)
SUM4=(0.0,0.0)
DO 170 N=0,MN
NT=N+1
R1=PI*S1P(NT)*DCOS(N*PSI(LT))
R2=4.0*E(NT)*DCONJG(Z(ST,NT))
SUM1=SUM1+R1*AUX1(NT)+4.*(DCONJG(V(ST,NT,1))*SUB(LT,NT)+DCONJG
.(VP(ST,NT,1))*SUB(LT,NT))
SUM2=SUM2+R1*AUX2(NT)+4.*(DCONJG(V(ST,NT,2))*SU7(LT,NT)+DCONJG
.(VP(ST,NT,2))*SUB(LT,NT))
SUM3=SUM3+R1*AUX3(NT)+R2*(DCONJG(JKA(NT,1))*SUB(LT,NT)+DCONJG
.(JP(NT,1))*SUB(LT,NT))
SUM4=SUM4+R1*AUX4(NT)+R2*(DCONJG(JKA(NT,2))*SU7(LT,NT)+DCONJG
.(JP(NT,2))*SUB(LT,NT))
```

170 CONTINUE

```
Q1=-AF(1)
Q2=-AF(2)
```

```

C(ST,LT+MN2)=Q1*SUM1
C(ST+MN1,LT+MN3)=Q2*SUM2
C(LT+MN2,ST)=DCONJG(C(ST,LT+MN2))
C(LT+MN3,ST+MN1)=DCONJG(C(ST+MN1,LT+MN3))
C(ST+MN1,LT+MN2)=Q1*SUM3
C(ST,LT+MN3)=Q2*SUM4
C(LT+MN2,ST+MN1)=DCONJG(C(ST+MN1,LT+MN2))
C(LT+MN3,ST)=DCONJG(C(ST,LT+MN3))
ENDIF

C
C
MATRICES: D1, D2
IF(S.LE.MN.AND.L.LE.MN)THEN
SUM1=(0.0,0.0)
SUM2=(0.0,0.0)
DO 180 N=0,MN
NT=N+1
SUM1=SUM1+Z(LT,NT)*AUX1(NT)
SUM2=SUM2+DCONJG(Z(ST,NT))*(DCONJG(JKA(NT,2))*V(LT,NT,2)+DCONJG(JP
(NT,2))*VP(LT,NT,2))
180 CONTINUE
C(ST,LT+MN1)=PI*(AF(1)*SUM1+AF(2)*SUM2)
C(LT+MN1,ST)=DCONJG(C(ST,LT+MN1))

C
C
MATRICES: C1, C2 (CALCULA SOLO TERMINOS POR ENCIMA DE LA DIAGONAL)
IF(S.LE.L)THEN
SUM1=(0.0,0.0)
SUM2=(0.0,0.0)
SUM3=(0.0,0.0)
SUM4=(0.0,0.0)
DO 190 N=0,MN
NT=N+1
SUM1=SUM1+(V(LT,NT,1)*DCONJG(V(ST,NT,1))+VP(LT,NT,1)*
DCONJG(VP(ST,NT,1)))/E(NT)
SUM2=SUM2+Z(LT,NT)*AUX4(NT)
SUM3=SUM3+(V(LT,NT,2)*DCONJG(V(ST,NT,2))+VP(LT,NT,2)*
DCONJG(VP(ST,NT,2)))/E(NT)
SUM4=SUM4+Z(LT,NT)*AUX3(NT)
190 CONTINUE
C(ST,LT)=PI*(AF(1)*SUM1+AF(2)*SUM2)
C(ST+MN1,LT+MN1)=PI*(AF(2)*SUM3+AF(1)*SUM4)
ELSE
C(ST,LT)=DCONJG(C(LT,ST))
C(ST+MN1,LT+MN1)=DCONJG(C(LT+MN1,ST+MN1))
ENDIF
ENDIF

130 CONTINUE

C
C
-----
C
C
CALCULO DE LOS COEFICIENTES B(M), M=MN2+1,MT
-----
C
CALL SOLUCO(MT,C,B)
C

```

C
C
C
C

CALCULO DE DELC/DELG

```
DO 220 J=1,2
SUM1=(0.0,0.0)
IF(J.EQ.1) THEN
DO 230 M=1,MM
SUM1=SUM1+B(MN2+M)*FI(M,J)
230 CONTINUE
ELSE
DO 240 M=1,MM
SUM1=SUM1+B(MN3+M)*FI(M,J)
240 CONTINUE
ENDIF
DCG(J)=-CD(J)/(2.0*CDCOS(KH))*SUM1
220 CONTINUE
RETURN
END
```

C
C
C
C

SUBROUTINE MPQR

C
C
C

.....
SUBROUTINA: CALCULA LAS MATRICES P, Q, R Y FI
.....

C

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/VAR2/KJ,KA(2),BC(2),HC(2),CD(2),PSI(24)
COMMON/VAR3/MM,MM
COMMON/VARS/P(24,24,2),FI(24,2)
COMPLEX*16 KJ,FI,CD,I1,KA
COMPLEX*16 R1,R2,R3,R4,R5,R6,R7,R8,R9,R10,R11,R12,P
COMPLEX*16 CKBC(24,2),SKBC(24,2),EKDS(24,2),CF(24,2)
COMPLEX*16 EKBCP(24,2),EKBCN(24,2),EKACP(24,2),EKACH(24,2)
```

C
C

I1=(0.0,1.0)

C

```
DO 40 J=1,2
DO 40 M=1,MM
R1=KJ*BC(J)*DCOS(PSI(M))
R2=I1*KA(J)*DCOS(PSI(M))
CKBC(M,J)=CDCOS(R1)
SKBC(M,J)=CDSIN(R1)
EKDS(M,J)=CDEXP(I1*KJ*HC(J)*DSIN(PSI(M)))
EKBCP(M,J)=CDEXP(I1*R1)
EKBCN(M,J)=CDEXP(-I1*R1)
EKACP(M,J)=CDEXP(R2)
EKACH(M,J)=CDEXP(-R2)
FI(M,J)=SKBC(M,J)*(EKDS(M,J)-DCOS(PSI(M))*DCOS(PSI(M)))/
(DSIN(PSI(M))*DCOS(PSI(M)))
CF(M,J)=CD(J)*FI(M,J)
```

40 CONTINUE

C
C

```
DO 50 J=1,2
DO 50 L=1,MM
R1=DCONJG(KJ)*DCOS(PSI(L))
R2=DCONJG(KJ)*DSIN(PSI(L))
R3=DCONJG(CF(L,J))
DO 50 M=1,MM
```

C
C

CALCULA SOLO LOS TERMINOS POR ENCIMA DE LA DIAGONAL

IF(L.GT.M) GO TO 50

R4=R3*CF(M,J)*2.0

R5=KJ*DCOS(PSI(M))

R6=KJ*DSIN(PSI(M))

R7=DCONJG(EKACP(L,J))*EKACP(M,J)-DCONJG(EKACH(L,J))*EKACH(M,J)

R8=DCONJG(EKBCP(L,J))*EKBCP(M,J)

R9=DCONJG(EKBCN(L,J))*EKBCN(M,J)

R10=2.0*(R3/R5*EKDS(M,J)*SKBC(M,J)+CF(M,J)/R1*DCONJG(EKDS(L,J))*

SKBC(L,J))+I1*DCONJG(EKDS(L,J))*EKDS(M,J)/(R1-R5)*(R8-R9)

R11=-2.0*I1*(R3/R6*CKBC(M,J)*(EKDS(M,J)-1.00)-CF(M,J)/R2*DCONJG(

CKBC(L,J))*(DCONJG(EKDS(L,J))-1.00))+I1/(R2-R6)*DCONJG(R8+R9)*

(DCONJG(EKDS(L,J))*EKDS(M,J)-1.00)

R12=I1*DSIN(PSI(L))*DSIN(PSI(M))/(R1-R5)*(R7-R8+R9)

P(L,M,J)=R4*(BC(J)+HC(J))+R10+R11+R12

50 CONTINUE

RETURN

END

```
PROGRAM SINTF
COMPLEX FT, SE(4096)
CHARACTER*12 TEMORI, FDT, TEMMOD
```

```
C
C INTERACCION DINAMICA ESTRUCTURA-SUELO-ESTRUCTURA
C SINTESIS DE FOURIER
C
```

```
WRITE(*,*)'DATOS: <N,T>'
READ(*,*)N,T
WRITE(*,*)'TEMBLOR ORIGINAL: <ARCHIVO>'
READ(*,*)TEMORI
WRITE(*,*)'FUNCION DE TRASFERENCIA: <ARCHIVO>'
READ(*,*)FDT
WRITE(*,*)'TEMBLOR MODIFICADO: <ARCHIVO>'
READ(*,*)TEMMOD
```

```
C
C TEMBLOR
C
```

```
OPEN(5, FILE=TEMORI, STATUS='OLD', ACCESS='SEQUENTIAL')
DO 10 K=0, N-1
READ(5, 15)TK, ACE
15 FORMAT(2(1X, F10.5))
SE(K+1)=CMPLX(ACE, 0.0)
10 CONTINUE
CLOSE(5)
```

```
C
C TEMBLOR TRANSFORMADO
C
```

```
CALL FFTC(SE, T, N, 1)
```

```
C
C RESPUESTA EN LA FRECUENCIA
C
```

```
OPEN(20, FILE=FDT, STATUS='OLD', ACCESS='SEQUENTIAL')
READ(20, *)FT
SE(1)=FT*SE(1)
DO 25 J=1, N/2-1
READ(20, *)FT
SE(J+1)=FT*SE(J+1)
SE(N-J+1)=CONJG(SE(J+1))
25 CONTINUE
READ(20, *)FT
SE(N/2+1)=REAL(FT)*SE(N/2+1)
CLOSE(20)
```

```
C
C RESPUESTA EN EL TIEMPO
C
```

```
CALL FFTC(SE, T, N, -1)
OPEN(30, FILE=TEMMOD, STATUS='NEW', ACCESS='SEQUENTIAL')
WRITE(30, 15)0.0, REAL(SE(1))
DO 35 K=1, N-1
TK=K*T/N
WRITE(30, 15)TK, REAL(SE(K+1))
35 CONTINUE
```

```
CLOSE(30)
STOP
END
```

```
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
```

```
.....
SUBROUTINE FFTC(CX, TX, LX, IGNI)
```

```
TRASFORMADA DIRECTA: IGNI=+1
```

```
      N-1
A(WJ)= (T/N) SUM A(TK)*EXP(-2*PI*I*J*K/N), J=0,1,...,N-1
      K=0
```

```
TRASFORMADA INVERSA: IGNI=-1
```

```
      N-1
A(TK)= (1/T) SUM A(WJ)*EXP(+2*PI*I*J*K/N), K=0,1,...,N-1
      J=0
```

```
COMPLEX CX(4096),CARG,CW,CTEMP
```

```
J=1
```

```
IF(IGNI.EQ.1)SC=TX/LX
```

```
IF(IGNI.EQ.-1)SC=1.0/TX
```

```
DO 30 I=1,LX
```

```
IF(I.GT.J)GO TO 10
```

```
CTEMP=CX(J)*SC
```

```
CX(J)=CX(I)*SC
```

```
CX(I)=CTEMP
```

```
10 M=LX/2
```

```
20 IF(J.LE.M)GO TO 30
```

```
J=J-M
```

```
M=M/2
```

```
IF(M.GE.1)GO TO 20
```

```
30 J=J+M
```

```
L=1
```

```
40 ISTEP=2*L
```

```
DO 50 M=1,L
```

```
CARG=-(.0,1.0)*3.141592654*IGNI*(M-1)/L
```

```
CW=CEXP(CARG)
```

```
DO 50 I=M,LX,ISTEP
```

```
CTEMP=CW*CX(I+L)
```

```
CX(I+L)=CX(I)-CTEMP
```

```
50 CX(I)=CX(I)+CTEMP
```

```
L=ISTEP
```

```
IF(L.LT.LX)GO TO 40
```

```
RETURN
```

```
END
```