

01162

2ej. 2

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA  
DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS Y MUSEOS

CONFIGURACIONES DE LECHOS ARENOSOS. ESTADO DEL ARTE

Tesis que presenta  
GABRIEL ATALA BARRERO  
para obtener el grado de  
Maestro en Ingeniería

México, D.F., 1989.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONFIGURACIONES DE LECHOS ARENOSOS. ESTADO DEL ARTE.

	página
1. INTRODUCCION	1
2. CRITERIOS PARA PRONOSTICAR EL TIPO DE CONFIGURACION	3
2.1 Gilbert (1914)	3
2.2 Langbein (1942)	4
2.3 Liu (1957)	5
2.4 Albertson, Simons y Richardson (1958)	11
2.5 Bogardi (1958)	12
2.6 Garde y Albertson (1959)	14
2.7 Experiencias y Criterios de Simons y Richardson (1960-1964)	16
2.7.1 Experiencias con arenas de 0.45 mm	16
2.7.2 Experiencias con arenas de 0.28 mm	23
2.7.3 Criterio de Simons y Richardson I (1961)	26
2.7.4 Criterio de Simons y Richardson II (1964)	27
2.8 Kondrat'ev (1962)	28
2.9 Garde y Ranga Raju (1963)	29
2.10 Cruickshank (1964)	33
2.11 Znamenskaya (1962-1965)	35
2.12 Stein (1965)	37
2.13 Engelund y Hansen (1966)	38
2.14 Hill (1966-1969)	40
2.15 Estudios de Grass (1970)	44
2.16 Williams y Kemp (1971)	48
2.17 Cooper (1970)	49
2.18 Southard (1971)	50
2.19 Willis, Coleman y Ellis (1972)	51
2.20 Pratt y Smith (1972)	53
2.21 Cruickshank y Maza (1973)	55
2.22 Vanoni (1974)	57
2.23 ChiEmeka (1975)	61
2.24 Van Rijn (1984)	65
Tablas y figuras	67

	página
<b>3. CRITERIOS PARA PRONOSTICAR LA GEOMETRIA DE LAS CONFIGURACIONES</b>	<b>104</b>
3.1 Pushkarev (1948)	104
3.2 Garde y Albertson (1959)	105
3.3 Kudryasov (1960)	105
3.4 Kondrat'ev (1962)	106
3.5 Valin (1964)	106
3.5.1 Expresiones para calcular H	107
3.5.2 Expresiones para calcular $\lambda$	109
3.6 Cruickshank (1964)	112
3.7 Korchokha (1968)	112
3.8 Ogris (1974)	114
3.9 Valin y Karahan (1979)	114
3.10 Ueno y Utami (1982)	116
3.11 Van Rijn (1984)	117
Tablas y figuras	119
<b>4. MODELOS MATEMATICOS PARA ESTUDIAR LAS CONFIGURACIONES</b>	<b>129</b>
4.1 Exner (1925)	129
4.2 Anderson (1953)	131
4.3 Kennedy (1963)	133
Figuras	144
<b>5. OTRAS CONTRIBUCIONES AL ESTUDIO DE LAS CONFIGURACIONES</b>	<b>150</b>
Tablas y figuras	158
<b>6. COMPENDIO DE ALGUNOS DATOS DE LABORATORIO Y DE CAMPO</b>	<b>163</b>
<b>7. PARAMETROS Y RELACIONES DE INTERES EN EL ESTUDIO DE LAS CONFIGURACIONES</b>	<b>180</b>
<b>8. CONCLUSIONES</b>	<b>183</b>
REFERENCIAS	188
BIBLIOGRAFIA	197

*"He sido capaz de deducir las leyes de movimiento de los cuerpos celestes, pero no las del agua que se mueve ante mis pies".*

*Galileo Galilei (1564-1642).*

## 1. INTRODUCCION

Los ríos han sido siempre objeto de estudio, ya que el hombre invariablemente ha tenido necesidad de aprovecharlos, cruzarlos o defenderse de ellos. La hidráulica fluvial es la ciencia que estudia los ríos, o sea las interacciones entre flujos de agua y sedimentos o suelos en canales erosionables (ref 1).

Los procesos fluviales son todos aquellos fenómenos que generan o modifican las características de los ríos. El transporte de sedimentos y la resistencia al flujo (fricción) en canales de fondo móvil son fenómenos de gran importancia que ocurren simultáneamente (ref 2). Las distintas formas que puede adoptar un lecho arenoso por la acción del agua están íntimamente relacionadas con el transporte de sedimentos y la resistencia al flujo, ya que determinan la facilidad o dificultad con que se mueven el fluido y los sedimentos.

Cuando el agua escurre sobre un lecho plano y arenoso, puede suceder que la corriente no sea capaz de arrastrar las partículas; si ello ocurre, se dice entonces que existe un régimen de fondo plano sin arrastre. Por el contrario, si el flujo de agua tiene energía suficiente para arrastrar o acarrear las partículas que constituyen el lecho, pueden ocurrir los regímenes de rizados, dunas con rizados sobrepuestos, dunas, fondo plano con transporte, ondas estacionarias y antidunas. Estas formas o configuraciones del fondo se han mencionado en su orden de ocurrencia, según se incrementa el número de Froude o

la potencia del flujo de agua, y fueron observadas y estudiadas cuidadosamente por Simons y Richardson (refs 3 y 4). Para alcanzar este conocimiento fue necesario realizar mediciones y observaciones en campo y laboratorio durante muchos años.

Sin embargo, debido a la gran cantidad de variables que intervienen en los fenómenos mencionados, y al hecho de que varias de ellas son interdependientes, a la fecha no ha sido posible encontrar la ley que gobierna la mecánica del transporte de sedimentos y, por consiguiente, tampoco se tiene una ley única para describir la resistencia al flujo en canales de fondo móvil. La precisión en el pronóstico de las formas del fondo y sus características es, quizá, la limitación más severa para conocer dichas leyes, pues un pronóstico erróneo implica una mala determinación de la energía del flujo para moverse y transportar sedimentos.

Los criterios que se han desarrollado para pronosticar las configuraciones de cauces arenosos son en su mayoría de carácter empírico y hasta ahora no tienen aceptación universal, debido principalmente a que no siempre los pronósticos concuerdan con los hechos. Son muchos los criterios o métodos que hay para determinar las configuraciones, pero cuando se está ante un problema real, resulta difícil decidir cual es el más apropiado. No obstante, esta tarea se puede facilitar si se tiene un panorama claro y actualizado del estado que guarda el conocimiento acerca del tema en cuestión.

Este trabajo se ha desarrollado en 8 capítulos. En el Cap 2 se presentan en orden cronológico los principales métodos para pronosticar el tipo de configuración, mientras que en el Cap 3 se exponen los criterios más importantes para determinar la geometría de tales configuraciones. En el Cap 4 se resumen algunos de los modelos matemáticos que se han desarrollado para estudiar las formas del fondo. Por otro lado, en el Cap 5 se presentan otras contribuciones al estudio de las configuraciones y en el Cap 6 un compendio de algunos datos de laboratorio y de campo publicados hasta la fecha. En el Cap 7 se anotan parámetros y relaciones de interés en el estudio de las formas del lecho. Por último, el Cap 8 se refiere a las conclusiones extraídas del contenido del escrito.

## 2. CRITERIOS PARA PRONOSTICAR EL TIPO DE CONFIGURACION

### 2.1 Gilbert (1914)

Gilbert observó tres fases en el transporte de sedimentos arenosos (ref 5): cuando las condiciones del escurrimiento son tales que originan un arrastre pequeño de partículas, se forman montículos en la superficie del lecho, los cuales se denominan dunas y viajan en la dirección del flujo. Su modo de avance es como el de las dunas eólicas, ya que la corriente erosiona sus caras de aguas arriba y deposita el material erosionado en las de aguas abajo, fig 2.1. Un cambio de las condiciones del escurrimiento que incremente el arrastre de partículas barre las dunas, dando lugar así a la fase de fondo plano y posteriormente, al aumentar aún más la capacidad de arrastre del flujo de agua, a la de antidunas. Estas últimas formaciones se desplazan hacia aguas arriba, o sea en dirección contraria a la del escurrimiento del agua, ya que, según Gilbert, en esa etapa se erosionan las caras de aguas abajo y el material se deposita en las de aguas arriba.

Con base en sus propias experiencias en canales de laboratorio, Gilbert propuso una serie de gráficas, similares a la que se presenta en la fig 2.2, para determinar el tipo de configuración que sucede en un lecho arenoso con pendiente  $S$ . Las otras gráficas corresponden a los casos en los que  $D_{50}$  vale

0.3, 0.37, 0.78 y 1.72 mm. En dichas figuras observó que las pendientes para las cuales las fases cambian son tanto menores cuanto más grande es el arroyo y la finura del material. El tamaño hidráulico del arroyo lo definió como  $UR$ , siendo  $U$  la velocidad media del flujo y  $R$  el radio hidráulico de la sección transversal. En la fig 2.2, en el eje de las ordenadas, aparece también otra escala para el número de Froude,  $F_r$ , el cual adicionó posteriormente Langbein (apartado 2.2).

Por último, si se divide el producto  $UR$  entre la viscosidad cinemática del agua, se obtiene el número de Reynolds, el cual es un parámetro adimensional que resulta de comparar fuerzas de inercia con fuerzas viscosas. Sin embargo, Gilbert no expresó sus resultados en términos del número de Reynolds o de otro parámetro adimensional. Por tanto, el diagrama  $(UR, S)$  es deficiente, ya que pierde generalidad por no ser completamente adimensional.

## 2.2 Langbein (1942)

Langbein (ref 5) pretendió generalizar los resultados de Gilbert apoyándose en la ecuación de Chézy

$$U = C \sqrt{R S} \quad (2.1)$$

Dividiendo ambos miembros de la ec 2.1 entre  $\sqrt{gR}$ , se obtiene

$$\frac{U}{\sqrt{gR}} = F_r = \frac{C}{\sqrt{g}} \sqrt{S} \quad (2.2)$$

donde  $C$  es el coeficiente de fricción de Chézy, y  $g$  es la aceleración debida a la acción de la gravedad.

De acuerdo con lo que expresa la ec 2.2, Langbein consideró que existía una relación entre los parámetros  $F_r$  y  $S$ . Para definir dicha relación dibujó los valores de  $F_r$  contra  $S$  correspondientes a cada uno de los ensayos reportados por Gilbert; sin embargo, no publicó las gráficas que obtuvo y únicamente colocó la escala de los valores de  $F_r$  en el eje de las ordenadas de la fig 2.2.

Conviene mencionar que ya desde 1912 Blasius había hecho notar la importancia del número de Froude para definir las formas del fondo (ref 6).

Langbein supuso también que había relación entre el cambio de fase y los valores de  $UR$  y  $F_r$  y, sin verificar su hipótesis, propuso la tabla 2.1. Obsérvese



que el caso  $D_{50} = 0.5 \text{ mm}$  no concuerda con lo que se reporta en la fig 2.2.; por consiguiente, estos resultados de Langbein son dudosos y poco confiables. Además, de acuerdo con lo que se indica en la tabla 2.1 y en la fig 2.2, la fase de dunas se puede presentar para valores de  $F_R > 1$ , o sea en régimen supercrítico; sin embargo, como se verá posteriormente, Simons y Richardson demostraron con sus experimentos en lechos arenosos que las dunas siempre suceden en régimen subcrítico, o sea cuando  $F_R < 1$ . Finalmente, conviene aclarar que Langbein fracasó en su intento de generalizar los resultados de Gilbert, ya que tampoco logró expresarlos completamente en términos de parámetros adimensionales.

### 2.3 Liu (1957)

Con objeto de definir la condición de inicio de formación de rizos en lechos arenosos, Liu experimentó en canales de laboratorio, empleó datos experimentales reportados por otros autores (ref 7) y explicó la configuración de rizos utilizando conceptos de capa límite y de flujos estratificados.

Liu consideró que un lecho arenoso podía tratarse como un fluido en movimiento, por lo que así el escurrimiento de agua sobre arenas era análogo a un fenómeno de flujo estratificado. La superficie del lecho era la intercara entre ambos fluidos, o sea la superficie de separación entre agua y sedimentos. De acuerdo con esto, la aparición de rizos se originaba al iniciarse la deformación de dicha intercara o interface.

En 1888, Helmholtz demostró que la frontera entre dos fluidos de distinta densidad que se mueven con velocidades diferentes es susceptible de experimentar ondulaciones (ref 8). Por ejemplo, en el caso de dos fluidos sobrepuestos con densidades  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , moviéndose con velocidades  $U_1$  y  $U_2$ , respectivamente, la intercara se torna inestable, según Helmholtz, cuando se verifica que

$$(U_1 - U_2)^2 > \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \quad (2.3)$$

siendo  $\lambda$  la longitud de las ondulaciones, fig 2.3.

La ec 2.3 está basada en las siguientes hipótesis: el flujo es bidimensional, ambos fluidos son de espesor infinito, las velocidades de los flujos son en una sola dirección, los fluidos son ideales (sin viscosidad), no existe turbulencia,

la única fuerza que se considera es la debida a la acción de la gravedad.

En 1899, Baschin sugirió estudiar las configuraciones de lechos arenosos mediante el modelo de Helmholtz (ref. 8).

Liu supuso que la superficie de separación entre ambos flujos era la subcapa laminar o viscosa. El juzgó que dicha subcapa oscilaría debido a irregularidades y vibraciones de la superficie. Así, una subcapa viscosa distorsionada podría considerarse como una capa ondular vorticosa con la onda aumentando progresivamente hasta la formación de vórtices opuestos, fig 2.4; tales vórtices serían inestables, se fragmentarían y se convertirían en movimientos de tipo difusivo, característicos del flujo turbulento.

Por otro lado, Liu adoptó el número de Reynolds empleado por Shields

$$R_* = \frac{U_* D}{\nu} \quad (2.4)$$

ya que estimó que era un parámetro adecuado para estudiar la inestabilidad de la intercara. En la ec 2.4, D es el diámetro característico del sedimento,  $\nu$  la viscosidad cinemática del agua y  $U_*$  la velocidad asociada al esfuerzo cortante, la cual se define como

$$U_* = \frac{\tau_0}{\rho} = \sqrt{g R S} \quad (2.5)$$

siendo  $\rho$  la densidad del agua y  $\tau_0$  el esfuerzo cortante que produce el flujo en el lecho y que se determina mediante la ecuación

$$\tau_0 = \gamma R S \quad (2.6)$$

donde  $\gamma$  es el peso específico del agua.

Además, Liu consideró que para la formación de rizos se requería de dos condiciones:

- a) Arrastre de las partículas que constituyen el lecho.
- b) Inestabilidad de la superficie de separación entre el flujo de agua y el de arena.

En relación con la primera condición, el movimiento incipiente de partículas se produce cuando la fuerza de arrastre que ejerce el agua,  $F_D$ , iguala a la fuerza que resiste el sedimento,  $F_r$ . Liu expresó estas dos fuerzas de la forma siguiente:

$$F_D = C_D \frac{\pi}{4} D^2 \frac{1}{2} \rho U_*^2 \quad (2.7)$$

$$F_r = C_r \frac{\pi}{4} D^2 \frac{1}{2} \rho \frac{w^2}{2} \quad (2.8)$$

siendo  $C_D$  y  $C_r$  coeficientes de arrastre, los cuales dependen de  $R_*$  y de la forma de las partículas,  $S_p$ ;  $w$  es la velocidad de caída de las partículas de tamaño  $D$ .

Por consiguiente, los granos estarán a punto de moverse cuando  $F_D = F_r$ , o sea cuando se verifique que

$$C_D U_*^2 = C_r \frac{w^2}{2} \quad (2.9)$$

o bien

$$\frac{U_*^2}{w^2} = \frac{C_r}{2 C_D} \quad (2.10)$$

por tanto se puede escribir que

$$\frac{U_*}{w} = \phi_1 [R_*, S_p] \quad (2.11)$$

A la relación  $U_*/w$  Liu la llamó movilidad de sedimento. Si se supone que el factor de forma,  $S_p$ , es de importancia secundaria, entonces el factor de movilidad del sedimento resulta ser función únicamente de  $R_*$ ; es decir

$$\frac{U_*}{w} = \phi_2 [R_*] \quad (2.12)$$

Por último, Liu juzgó que la ec 2.12 describía la inestabilidad de la intercara y, por tanto, que dicha expresión era la ecuación general para analizar la formación de rizos en lechos arenosos.

Con objeto de verificar experimentalmente la ec 2.12, Liu realizó seis ensayos en un canal de laboratorio de sección transversal rectangular de 0.3 m de ancho, 0.6 m de altura y 12.2 m de longitud. En las pruebas utilizó dos tipos de arena: una con diámetro característico  $D_{50} = 0.2$  mm y densidad relativa,  $S_s$ , de 2.58; y la otra con diámetro representativo de 0.69 mm y densidad relativa de 2.63. En la tabla 2.2 se presentan los resultados experimentales para el inicio de formación de rizos.

A partir de sus observaciones, Liu llegó a que ni la turbulencia, ni las ondas superficiales ni las pequeñas irregularidades del fondo eran los factores primarios en la aparición de rizos.

Con base en sus resultados experimentales y en 67 datos de campo y laboratorio de otros autores, Liu dibujó valores de  $R_*$  contra  $U_* / \omega_{50}$ , obteniendo así la curva que define el inicio de la formación de rizos, fig 2.5. En dicha figura dibujó también la curva de Shields para definir el inicio de movimiento de partículas. El rango de los 67 datos utilizados fue el siguiente:

tamaño de los sedimentos:	$0.205 < D_{50} < 10.56$ mm
densidad relativa de los sedimentos:	$1.03 < S_s < 2.7$
temperatura del agua:	$9.5 < T < 30.5^\circ$ C
velocidad de caída de las partículas de tamaño $D_{50}$ :	$0.024 < \omega_{50} < 0.95$ m/s
velocidad a cortante:	$0.008 < U_* < 0.12$ m/s
esfuerzo cortante que produce el flujo en el fondo:	$0.0065 < \tau_0 < 1.47$ kg/m <sup>2</sup>

No se reportaron gastos, velocidades, tiranes ni pendientes de los canales.

Al publicarse los resultados de Liu surgieron gran cantidad de comentarios, algunos en pro y otros en contra; a continuación se resumen los más importantes.

Vanoni y Brooks (ref 7a) opinaron que son tan bajas las velocidades que se requieren para la formación de rizos, que así el lecho no se deforma o mueve como un fluido denso. También hicieron notar que se debió haber considerado la granulometría del sedimento, y que los tirantes ensayados por Liu fueron muy pequeños. Asimismo, señalaron que en tres de los seis ensayos se tuvieron números de Froude mayores de 1, tabla 2.2, y que en tales casos no se trataba de rizos, sino de antidunas.

Tinney (ref 7b) observó que la fig 2.5 predice el inicio de formación de rizos aun para valores de  $R_* > 120$ , con los cuales la frontera sería hidráulicamente rugosa y la intercara entre los flujos de agua y sedimentos, que es la subcapa viscosa, estaría destruida. También advirtió en dicha figura que en todos los datos usados por Liu se tenía  $R_* > 3$ , lo cual significa que no se forman rizos cuando la frontera es hidráulicamente lisa.

Albertson, Simons y Richardson (ref 7c) consideraron que la formación de rizos estaba estrechamente vinculada con el tamaño relativo del sedimento  $D/\delta'$ , siendo  $D$  el tamaño característico de los granos y  $\delta'$  el espesor de la subcapa viscosa, y presentaron un criterio para pronosticar no solo la formación de rizos, sino también otras posibles configuraciones de lechos arenosos (apartado 2.4). También, al igual que Liu, señalaron que los rizos sólo se forman si existe la subcapa viscosa.

Con relación a las críticas anteriores, Liu comentó en la clausura a las discusiones de su artículo (ref 7e) que los rizos comienzan a formarse por la inestabilidad de la subcapa laminar bajo tres condiciones:

- a) transición de la capa límite laminar a turbulenta.
- b) transición entre frontera hidráulicamente lisa y rugosa, o sea  $3 < R_* < 70$ .
- c) por vorticidad cerca de la frontera, aunque en este caso existen otros factores que podrían tener mayor influencia, por ejemplo las ondulaciones de la superficie del agua.

La inestabilidad de la superficie de separación está directamente relacionada con el gradiente de velocidades, con el estado de perturbación y con el grado de amortiguamiento cerca de la frontera, los cuales quedan representados por los parámetros  $U_*$ ,  $D$  y  $v$ , respectivamente.

Liu reconoció que es posible que la arena no reaccione como lo haría un fluido; no obstante, la ley de Newton del movimiento sería la misma. Él comentó que en forma análoga podría pensarse que los estudios de un fluido ideal no debieran estar vinculados con el comportamiento de fluidos reales, y sin embargo, dichos estudios han traído grandes progresos a los de fluidos reales.

Las condiciones para la formación de antidunas, según Liu, son las siguientes:

- a) las configuraciones se desplazan hacia aguas arriba.
- b) el tirante del escurrimiento es pequeño y existen

ondulaciones en la superficie del agua.

- c) el número de Froude es alto.
- d) el flujo es turbulento y totalmente desarrollado.
- e) existe abastecimiento constante de sedimentos transportados.

En los ensayos realizados por Liu no se verificaron las condiciones a, d ni e, por lo que según él, las configuraciones observadas no podían ser antidunas.

Liu, en respuesta a Tinney expresó que, de acuerdo con el diagrama propuesto por Albertson *et al.*, fig 2.6, si  $R_* > 120$  se forman dunas en el lecho en vez de rizos.

Posteriormente, Garde y Ranga Raju (ref 9) apuntaron que el criterio de Liu, fig 2.5, no predice correctamente en cauces naturales.

Después de analizar la fuente original de los datos experimentales usados por Liu, Pande argumentó en 1961 que en la mayoría de los experimentos se habían utilizado fuertes pendientes para iniciar el movimiento de sedimentos, debido a que la magnitud del gasto estaba limitada; esto condujo a valores del número de Froude  $F > 0.8$ . Pande efectuó pruebas de laboratorio que lo llevaron a concluir que en tales casos el fondo se mantiene plano después que las partículas comienzan a moverse, y posteriormente se forman los rizos. Cuando se requieren valores bajos del número de Froude para que se produzca el movimiento de partículas, los rizos aparecen en el lecho tan pronto como ocurra dicho movimiento (ref 10).

Williams y Kemp (ref 11) hicieron notar que la analogía de Liu de suponer que la subcapa viscosa es una región bidimensional que se torna inestable como lo hace el flujo laminar no explicaba la formación de rizos, los cuales se producen por disturbios que se amplifican y propagan, y no se forman simultáneamente en todo el fondo.

Conviene destacar que cuando una o más variables se repiten en los ejes coordenados de un diagrama, como ocurre en el de la fig 2.5, se produce un cierto grado de espuriedad (ref 12). Por otro lado, 20 de los 72 datos experimentales que utilizó Liu para construir su diagrama conducen a valores de  $R_* > 70$ , o sea que corresponden a frontera hidráulicamente rugosa. En cuanto al tamaño de los sedimentos, en 53 datos el diámetro característico de las partículas,  $D_{50}$ , fue mayor de 0.7 mm y, como se verá posteriormente, muchos investigadores han demostrado que no es posible la formación de rizos en tales casos.

## 2.4 Albertson, Simons y Richardson (1958)

Estos autores apoyaron las ideas y el diagrama presentado por Liu y, dado que dicho diagrama mostraba claramente tanto el movimiento incipiente de partículas como el inicio de formación de rizos, especularon sobre la posibilidad de relaciones similares para otros tipos de configuraciones, tales como dunas, barras y antidunas (ref 7c). Para verificar esta hipótesis utilizaron sus propios datos experimentales y los reportados por otros autores. En el diagrama de la fig 2.6 se presentan las líneas que separan las diferentes regiones donde suceden las distintas ondulaciones del lecho, así como las condiciones experimentales estudiadas. En dicho diagrama se observa que los parámetros utilizados por Liu los expresaron también en términos del espesor de la subcapa viscosa,  $\delta'$ ; esto es, puesto que

$$\delta' = \frac{11.6 \nu}{U_*} \quad (2.13)$$

entonces

$$\frac{D_{50}}{\delta'} = \frac{1}{11.6} \frac{U_* D_{50}}{\nu} = \frac{R_*}{11.6} \quad (2.14)$$

A juzgar por lo que se observa en el diagrama de la fig 2.6 se concluye lo siguiente:

- Conforme aumenta la relación  $\frac{D_{50}}{\delta'}$ , la viscosidad influye menos en la configuración del lecho;
- cuando  $\frac{U_*}{\omega_{50}} < 0.12$  no hay movimiento de partículas;
- la condición  $\frac{U_*}{\omega_{50}} > 0.12$  no es suficiente para que exista arrastre de partículas;
- si  $\frac{U_*}{\omega_{50}} = 0.12$  y  $120 < R_* < 465$ , sucede el cambio de un fondo plano sin arrastre de sedimentos a uno con dunas;
- cuando  $\frac{U_*}{\omega_{50}} \leq 0.12$  puede ocurrir cualquier tipo de configuración, dependiendo del valor de  $R_*$ ; así por ejemplo, los rizos se forman si  $R_* < 120$ , y las dunas cuando  $R_* < 465$ ;
- las líneas que separan las regiones de rizos, dunas y

transición se superponen en la recta  $\frac{U_*}{\omega_{50}} = 0.12$

cuando  $R_* \geq 465$ . Esto significa que dichos regímenes no dependen de  $R_*$  cuando el valor de este parámetro excede de 465;

g) en cuanto al tamaño de partículas,  $D_{50}$ :

- la condición dada en el inciso d sólo se produce si

$$2 < D_{50} < 5 \text{ mm}$$

- el régimen de rizos tiene lugar cuando  $D_{50} < 2 \text{ mm}$ , mientras que el de dunas cuando  $D_{50} < 5 \text{ mm}$ .

Liu (ref 7e) consideró inadecuado relacionar  $R_*$  con  $\frac{D_{50}}{\delta}$ , ec 2.14, pues en el caso de dunas esto no tenía significado físico. Además, juzgó que la región de antidunas era muy dudosa, ya que para tales configuraciones la influencia del número de Froude era predominante.

Garde y Ranga Raju (ref 9) aplicaron el criterio de Albertson *et al* a 47 datos de campo y de laboratorio comprendidos en el rango  $10.5 < R_* < 85.5$  y  $0.22 < U_* / \omega_{50} < 3.9$ ; de dichos datos, 32 pertenecían al régimen de rizos y dunas, 13 al de transición y 2 al de antidunas. Al analizar sus resultados, encontraron que la mayoría de los datos correspondientes a rizos y dunas caían en las regiones de transición y antidunas del diagrama de la fig 2.6. Posteriormente Garde y Ranga Raju (ref 10) argumentaron que a medida que los rizos tendían a dunas, aumentaba la razón entre la altura de los rizos y el tirante del flujo, y entonces el número de Froude comenzaba a gobernar.

Por su parte, Culbertson tampoco obtuvo resultados satisfactorios al aplicar el diagrama de Albertson *et al* a datos del río Bravo (ref 8).

### 2.5 Bogardi (1958)

Este autor hizo notar que al conocer la temperatura del agua y el diámetro del sedimento,  $D_{50}$ , se podían obtener los valores correspondientes de la viscosidad cinemática del agua,  $\nu$ , y los de la velocidad de caída de las partículas,  $\omega_{50}$ . Bogardi se basó en el diagrama propuesto por Albertson, Simons y Richardson (fig 2.6) para deducir otros diagramas de predicción (refs 7d y 13). Luego, de acuerdo con lo que muestra el diagrama de la fig 2.6, infirió que así el tipo de configuración dependía sólo de la velocidad al cortante,  $U_*$ , y definió un



parámetro al que denominó factor de estabilidad.

$$b = \frac{D_{50}}{dS} = \frac{g D_{50}}{U_*^2} = \frac{1}{F_*^2} \quad (2.15)$$

donde  $F_*$  es el número de Froude asociado con la velocidad al cortante y el diámetro característico del sedimento.

Además, Bogardi observó en el diagrama de la fig 2.6 que los ensayos correspondientes a un mismo diámetro de partículas,  $D_{50}$ , definían una recta que cortaba las líneas que delimitaban las diferentes regiones, por lo que se dió a la tarea de determinar los puntos de intersección  $(R_*, \frac{U_*}{w_{50}})$  pertenecientes a cada diámetro. Una vez conocidos estos puntos, y considerando el valor de la viscosidad del agua correspondiente a 20°C y una densidad relativa de 2.65 (arena y grava), procedió de la siguiente manera:

Primero valuó la velocidad al cortante

$$U_* = \frac{R_* v}{D_{50}} \quad (2.16)$$

Después determinó el factor de estabilidad, teniendo en cuenta en la ec 2.15 lo que expresa la ec 2.16; es decir

$$\frac{1}{F_*^2} = \frac{g D_{50}}{v^2 R_*^2} \quad (2.17)$$

El procedimiento aquí descrito le permitió a Bogardi expresar el diagrama de la fig 2.6 en términos de los parámetros  $D_{50}$  y  $\frac{1}{F_*^2}$ , según se muestra en la fig 2.7.

Bogardi observó en la fig 2.7 que las líneas que delimitaban las regiones representativas de cada tipo de configuración eran rectas y por consiguiente, podían definirse por una ecuación del tipo

$$\frac{1}{F_*^2} = \frac{g D_{50}}{U_*^2} = \beta D_{50}^N \quad (2.19)$$

donde  $N$  era constante y  $\beta$  variable. Al analizar la gráfica de la fig. 2.7 obtuvo que  $N$  valía 0.882, y que  $\beta$  variaba según el tipo de configuración, como se indica en dicha gráfica.

Al despejar  $U_*$  de la ec 2.18, Bogardi obtuvo que

$$U_* = c D_{50}^{0.053} \quad (2.19)$$

donde

$$c = \left(\frac{g}{B}\right)^{0.3} \quad (2.20)$$

Por tanto,  $U_*$  depende únicamente del tamaño del sedimento. Esto motivó a Bogardi para dibujar la gráfica de la fig 2.8, que es otra versión de la fig 2.7.

Bogardi recomendó aplicar sus diagramas, figs 2.7 y 2.8, a canales de laboratorio.

Garde y Ranga Raju (ref 9) probaron la fig 2.7 con 47 datos de laboratorio y de campo, de los cuales 34 correspondieron al régimen de rizos y dunas, 11 al de transición y 2 al de antidunas, y encontraron que no pronosticaba correctamente las configuraciones, especialmente para valores grandes de  $U_*$ . El rango de los 47 datos utilizados fue  $0.088 < D_{50} < 0.9$  mm y  $0.2 < 1/F_*^2 < 12$ .

Brooks había demostrado al experimentar en un canal de laboratorio, de 0.27 m de ancho, que los flujos con igual tirante y pendiente y, por consiguiente, con el mismo esfuerzo cortante, podían escurrir a diferentes velocidades y que el transporte de sedimentos y la forma del fondo eran diferentes para cada velocidad. Esta afirmación significaba que aquellas relaciones en que el gasto de sedimentos o la forma del lecho quedaban expresados en función del esfuerzo cortante, no tomaban en cuenta los valores múltiples encontrados experimentalmente. El resultado de Brooks se recibió con mucho escepticismo (ref 14).

A diferencia del diagrama de Albertson *et al*, fig 2.6, los diagramas propuestos por Bogardi, figs 2.7 y 2.8, no son completamente adimensionales y, por tanto, pierden generalidad y se pueden considerar como casos particulares del diagrama de la fig 2.6.

### 2.6 Garde y Albertson (1959)

Estos autores manifestaron (ref 15) que las diferentes configuraciones del lecho dependían de la magnitud del esfuerzo cortante de la corriente,  $\tau_0$  (ec 2.6), y del número de Froude del flujo, definido como

$$F = \frac{U}{\sqrt{gd}} \quad (2.21)$$

Desde 1934 Kramer había ya introducido el parámetro  $\tau_0$  al estudio de las formas

del fondo. Después, en 1936, Shields discutió el desarrollo de las configuraciones en términos de los parámetros  $R_*$  (ec 2.4) y  $\tau_*$ , definido éste como

$$\tau_* = \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma) D_{so}} \quad (2.22)$$

Basados en estudios suyos y de otros investigadores, Garde y Albertson obtuvieron una relación entre  $\tau_*$  y  $F$  para pronosticar las distintas configuraciones del lecho, fig 2.9, la cual comprobaron con datos de campo y de laboratorio.

La relación que aparece en el eje de las ordenadas del diagrama de la fig 2.9 se dedujo a partir de la ecuación general de la velocidad de caída de partículas de forma esférica

$$w^2 = \frac{4}{3C_D} \frac{\gamma_s - \gamma}{\rho} D \quad (2.23)$$

donde  $C_D$  es el coeficiente de arrastre de las partículas. En efecto, al multiplicar ambos miembros de la ec 2.23 por  $\tau$  y ordenar convenientemente, teniendo en cuenta que  $U_*^2 = \tau_o / \rho$  (ec 2.5), se llega a la relación propuesta por Garde y Albertson, es decir

$$\tau_* = \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma) D_{so}} = \frac{4}{3C_D} \left( \frac{U_*}{w_{so}} \right)^2 \quad (2.24)$$

Bogardi (ref 13) señaló que un inconveniente del diagrama de la fig 2.9 era que se requería conocer la velocidad media de la corriente, cuya evaluación resultaba incierta debido a que se ignoraba el efecto que producían las formas del fondo sobre la resistencia al flujo.

Por su parte, Garde y Ranga Raju (ref 9) revisaron el diagrama de la fig 2.9 utilizando 186 datos de campo y de laboratorio comprendidos en el rango  $0.09 < F < 2.1$  y  $0.07 < \tau_* < 8.5$ . De los 186 datos, 100 correspondían al régimen de rizos y dunas, 60 al de transición y 27 al de antidunas. Al analizar sus resultados, concluyeron que el diagrama no siempre predecía correctamente el régimen de antidunas, y que tales configuraciones podían ocurrir también para valores de  $F < 1$ . Asimismo, hicieron notar que la aplicación de dicho diagrama estaba limitada a problemas de resistencia al flujo en que la velocidad de la corriente fuera conocida. Esto motivó a Garde y Ranga Raju para desarrollar un criterio de predicción que no requiriese del conocimiento de la velocidad media del flujo (apartado 2.9).

Según datos experimentales de diversos autores, la relación  $F$  contra  $\tau_*$  mostrada

en el diagrama de la fig 2.8 ha definido bien la frontera entre la región de rizos y dunas y la de transición (ref 9); no obstante, una deficiencia que tiene dicho diagrama es que no separa el régimen de rizos del de dunas. Por otro lado, la región correspondiente a las antidunas la definieron Garde y Albertson utilizando únicamente 10 datos experimentales; de acuerdo con lo que indica el diagrama, tales configuraciones sólo se forman cuando  $F > 1$ .

## 2.7 Experiencias y criterios de Simons y Richardson (1960-1964)

Estos investigadores realizaron gran cantidad de experimentos en un canal de laboratorio, con el fin de describir y clasificar completamente las configuraciones que suceden en lechos arenosos y para estudiar los conceptos básicos relacionados con la resistencia al flujo (ref 3). Sus experiencias las efectuaron en un canal de pendiente variable, con longitud de 45.7 m y sección transversal rectangular de 2.44 m de ancho y 0.61 m de altura (el más grande canal que se había utilizado hasta entonces); la pendiente podía variarse de 0 a 0.013 y el gasto de 0.052 a 0.624 m<sup>3</sup>/s. Dada la importancia y el impacto que han tenido sus resultados, en los apartados 2.7.1 y 2.7.2 se hace un resumen de sus experiencias y observaciones al ensayar con arenas cuyo diámetro medio de sedimentación era de 0.45 mm y 0.28 mm; posteriormente, en los apartados 2.7.3 y 2.7.4 se presentan dos criterios que propusieron para pronosticar el tipo de configuración que puede adoptar un lecho arenoso.

### 2.7.1 Experiencias con arenas de 0.45 mm.

Simons y Richardson (ref 3) realizaron en total 45 ensayos con arenas de río que tenían un diámetro medio de sedimentación de 0.45 mm, y observaron en el lecho condiciones que iban desde fondo plano sin arrastre de sedimentos hasta antidunas. En aquella época (1960) los únicos estudios que cubrían ese rango de condiciones eran los reportados por Gilbert desde 1916.

Para cada ensaye se elegía una pendiente y se hacía recircular por el canal un caudal constante de la mezcla agua-sedimentos durante el tiempo necesario para alcanzar las condiciones de equilibrio, las cuales, según Simons y Richardson, quedaban establecidas cuando:

- a) Existía el mismo tipo de configuración en toda la longitud del canal, excluyendo los extremos de éste, o sea los tramos afectados por las condiciones de entrada o salida del flujo.
- b) la pendiente de la superficie del agua permanecía prácticamente constante en el tiempo.

Simons y Richardson determinaron que las configuraciones o formas de rugosidad del fondo eran función de las características del sedimento y de las del flujo. En los ensayos variaban la pendiente y el caudal en el canal para lograr diferentes condiciones del flujo y, por consiguiente, distintas configuraciones en el lecho. Una vez establecidas las condiciones de equilibrio, medían pendientes de la superficie del agua, tirantes del escurrimiento (a partir de las elevaciones medias del fondo y de la superficie del agua), perfiles de velocidad del flujo utilizando tubos de Prandtl, concentraciones de sedimentos con un muestreador DH-48, y temperaturas del agua con termómetros de alta precisión. De la gran variedad de ensayos, ellos observaron las siguientes configuraciones, fig 2.10:

REGIMEN DE FLUJO LENTO,  $F < 1$ :

Fondo plano sin movimiento de sedimentos

Rizos

Dunas con rizos sobrepuestos

Dunas

Transición de dunas a fondo plano

REGIMEN DE FLUJO RAPIDO,  $F > 1$ :

Fondo plano con transporte de sedimentos

Ondas estacionarias

Antidunas

El cambio de un tipo de configuración a otra no necesariamente ocurría en forma súbita, ni tampoco una forma particular se presentaba siempre con la misma pendiente o el mismo tirante cuando el proceso se invertía; esto se debía a que en el fenómeno existe un efecto de histéresis. Así, por ejemplo, si el tirante y la temperatura del fluido se mantienen constantes, el cambio de rizos a dunas se puede producir con una pendiente distinta de la que se requiere para el cambio de dunas a rizos. El cambio gradual o efecto de histéresis da lugar a una transición de una configuración a otra; dicha transición es más importante cuando el fondo se transforma de dunas a fondo plano con transporte de sedimentos o viceversa, pues en tales casos se tienen cambios notables en la resistencia al

Flujo que ocasionan discontinuidades de la curva elevaciones contra gastos del canal. El tirante para el cual ocurren las discontinuidades mencionadas depende de si el gasto es creciente o decreciente, y de la variación de éste con respecto al tiempo.

Se describen a continuación cada una de las configuraciones observadas por Simons y Richardson:

#### Fondo plano sin movimiento de sedimentos

Para esta condición, el lecho del canal era fácilmente alterable. El calificativo "plano" fue utilizado para destacar que no se trataba de fondo hidráulicamente liso, en el cual  $D_{50}/\delta' = 0.25$ . En los ensayos, los valores de  $D_{50}/\delta'$  (ec 2.14) fueron siempre mayores de 0.4.

#### Rizos

El arrastre de sedimentos comenzaba cuando  $D_{50}/\delta' = 0.53$ , y en el instante en que esto ocurría, empezaban a formarse rizos en el lecho (estas observaciones no concuerdan con lo reportado por Albertson *et al* para arenas de tamaño  $D_{50} = 0.45$  mm, fig 2.6. Los rizos se originaban en el extremo de aguas arriba del canal a causa de pequeños montículos y depresiones; estos accidentes continuaban desarrollándose hacia aguas abajo hasta que el fondo quedaba totalmente cubierto por rizos. Para este tipo de configuraciones casi no había en el flujo sedimentos en suspensión, sino que las partículas más bien se arrastraban en el fondo, rodando sobre las crestas de los rizos y cesando su movimiento en las caras de aguas abajo. Conforme los rizos se desplazaban hacia aguas abajo, los sedimentos del lecho que ya no se movían, volvían a hacerlo cuando quedaban expuestos al flujo en las caras de aguas arriba. Hacia aguas abajo de las crestas de los rizos se formaba una zona de separación que ocasionaba pequeños choques de la corriente contra los rizos de aguas abajo, fig 2.11. El flujo inverso que se formaba en los valles de los rizos sólo movía las partículas más finas. En la intercara entre la corriente principal y la zona de separación se observaba escasa turbulencia. La superficie del agua no era alterada por los rizos y se mantenía prácticamente plana.

#### Dunas

Al incrementarse la pendiente o el tirante de modo tal que  $D/\delta' = 1$  y  $F = 0.28$ , el lecho cubierto con rizos comenzaba a transformarse en uno con dunas, estable-

ciéndose estas configuraciones a todo lo largo del canal en unas cuantas horas. Si, por el contrario, se quería convertir el fondo con dunas a uno con rizos manteniendo constante el gasto, era necesario disminuir la pendiente para incrementar el tirante, con lo cual se reducía la capacidad de transporte de sedimentos; aunque el proceso de transformación completa requería de bastante tiempo, prontamente iban apareciendo rizos sobrepuestos en las caras de aguas arriba de las dunas. Dada la forma de las dunas, fig. 2.10, al igual que en los rizos se producía una zona de separación y flujo inverso dentro de ella; la agitación generada en la zona de separación disipaba considerable energía que se traducía en un incremento de la resistencia al flujo. La velocidad local de la corriente en la zona de separación era de 0.33 a 0.5 veces la velocidad media del flujo (ref 16e). Las dunas se movían hacia aguas abajo como resultado de la erosión de las caras de aguas arriba y la acumulación de los sedimentos erosionados en las de aguas abajo (esta descripción concuerda con la dada por Gilbert, apartado 2.1). Cuanto mayor era la altura de las dunas,  $H$ , mayor era dicha acumulación de sedimentos, y menor era la velocidad de desplazamiento de las configuraciones,  $c$ . También se observaba que los valores máximos de  $c$  estaban asociados con pendientes grandes y tirantes pequeños, y los mínimos con pendientes pequeñas y tirantes grandes. La longitud de la zona de separación de las dunas aumentaba conforme se incrementaba la pendiente, hasta que el lecho asumía la condición de transición, en la cual las dunas comenzaban a desaparecer.

De acuerdo con las pruebas realizadas, la altura máxima de las dunas podría quedar limitada por el tirante del flujo, es decir que podría existir una relación  $d/H$  para la cual el valor de  $H$  fuera máximo. También, para una pendiente dada y un tirante creciente, podría existir un tirante límite más allá del cual no se incrementaría la altura de las dunas y en consecuencia tampoco la rugosidad del lecho. Si esto resultase cierto, entonces podría decirse que para predecir la resistencia al flujo de un canal aluvial sería necesario determinar el esfuerzo de la corriente,  $\tau_0$ , para el cual la altura de la duna se volviese independiente del tirante.

En los ensayos efectuados, las pendientes de las caras de aguas arriba y las de las dunas,  $\alpha_A$  y  $\alpha_a$ , respectivamente, resultaron ser las indicadas en la fig 2.10. Cuando las pendientes  $\alpha_A$  eran más pequeñas que las señaladas, aparecían rizos sobre las caras de aguas arriba. Estas últimas, así como las crestas de

las dunas, estaban formadas por material fino y grueso que se movía hacia aguas abajo. Las caras de aguas abajo de las dunas estaban constituidas por los sedimentos más gruesos del lecho, los cuales no podían ser transportados en suspensión y descendían por gravedad sobre dichas caras. Esta característica hacía que el lecho arenoso tuviera gran deformabilidad y fluidez, lo que provocaba que las dunas avanzaran hacia aguas abajo. En cuanto a los valles de las dunas, éstos contenían una capa de hasta 0.05 m de espesor, formada por la fracción fina del material del lecho; estos finos eran los arrastrados sobre las crestas y los que chocaban contra el fondo al final de la zona de separación, fig 2.11. Es importante mencionar que conforme se reducía la velocidad del flujo en el canal, disminuían las pendientes de las caras de aguas abajo de las dunas, debido quizá al flujo inverso y a la presión en la zona de separación.

La superficie del agua se observaba irregular, más baja sobre las crestas que sobre los valles de las dunas, a causa de la aceleración del flujo al contraerse sobre las crestas y a la reducción de la velocidad del mismo al expanderse sobre los valles, fig 2.12. Cuanto mayor era la pendiente de la superficie del agua, mayores eran el transporte de sedimentos en suspensión, la intensidad de la turbulencia, la rugosidad relativa ( $H/d$ ), y la velocidad del flujo inverso de la zona de separación.

En el lecho se observaron también oquedades como pozas, cuya profundidad era similar a la altura de las dunas. Estas depresiones eran producto de la gran intensidad del flujo inverso en la zona de separación, que producía movimientos rotacionales que socavaban el lecho. Las oquedades ocasionaban borbotones en la superficie del agua. Tanto las depresiones como los borbotones avanzaban hacia aguas abajo a la misma velocidad de las dunas, c.

#### Transición de dunas a fondo plano con transporte de sedimentos

De todos los ensayos realizados, tan solo uno produjo un fondo totalmente plano con transporte de sedimentos y una superficie del agua también plana. Hasta entonces se creía que invariablemente, cuando el número de Froude de la corriente era creciente, el fondo plano aparecía luego de desvanecerse las dunas; sin embargo, para las arenas cuyo diámetro medio de sedimentación era de 0.45mm se tuvo más bien una transición de dunas a ondas estacionarias. Con base en pruebas realizadas por otros autores, Simons y Richardson concluyeron que el desarrollo de un fondo plano con transporte de sedimentos parece ser que está íntimamente relacio-



nado con el tamaño del material del lecho. Con arenas finas, el fondo plano con transporte es un fenómeno muy común y se desarrolla cuando  $F < 1$ , o sea en régimen subcrítico.

#### Transición de dunas a ondas estacionarias

Esta transición tuvo lugar al cambiar el tirante y la pendiente de modo que  $D/\delta' > 2$  y  $0.6 > \epsilon' > 1.0$ . La forma del lecho era errática, y se observaban dunas muy aplanadas (su longitud era de 30 a 50 veces su altura) y barras de arena. Había un notorio efecto de histéresis al cambiar de dunas a ondas estacionarias y viceversa, pues el valor de la pendiente o del tirante para efectuar el cambio dependía del tipo de configuración previo a dicho cambio.

#### Ondas estacionarias

Al tenerse números de Froude  $F \approx 1$ , comenzaban a desarrollarse ondas estacionarias de pequeña amplitud en la superficie del agua, las cuales se formaban y desaparecían gradualmente sin tendencia a romperse ni a emigrar. Con las ondas estacionarias, en el fondo se observaban las siguientes fases al incrementarse la pendiente:

- a) Dunas cruzadas diagonalmente, similares en su disposición a las corrientes cruzadas, características del flujo supercrítico en canales.
- b) Fondo plano.
- c) Ondulaciones simétricas del lecho y en fase con las ondas superficiales, de forma parecida a las antidunas.

Las ondas estacionarias del agua comenzaban a formarse cuando  $F \approx 1$ , mientras que las ondulaciones del lecho se desarrollaban cuando  $1.2 < F < 1.3$ .

#### Antidunas

Estas configuraciones del lecho eran series de ondas simétricas en fase con las de la superficie del agua, fig 2.10; ambas series de ondas crecían en altura y se rompían para formarse de nuevo gradualmente. Cuando una onda se rompía, otras lo hacían inmediatamente después por una distancia equivalente a 1 ó 2 ondas aguas arriba, y de 4 a 5 ondas aguas abajo (dependiendo del gasto y de la pendiente), dando lugar así a una especie de reacción en cadena. Las antidunas se originaban a partir de un lecho plano y de una superficie del agua también plana; durante su formación, el fondo era muy estable, pero al romperse las antidunas, sus crestas se tornaban frágiles y fluidas, liberando así gran

cantidad de sedimentos que quedaban en suspensión. Por lo general, las antidunas se volvían inestables y se desintegraban cuando sus crestas llegaban a tener una elevación aproximadamente igual a la de los valles de las ondas superficiales; posiblemente esta condición producía números de Froude locales  $F < 1$ , y de ahí que las ondas se rompieran. El tiempo transcurrido desde el origen de una antiduna hasta su destrucción dependía del gasto y de la pendiente. La altura de las ondas superficiales llegó a ser hasta 1.7 veces la de las antidunas, en tanto que la altura de éstas últimas fue de 1 a 1.5 veces el tirante promedio del escurrimiento. Pudo probarse que cuando las antidunas se disgregaban se almacenaba gran cantidad de agua en el canal. Esto era comprensible, pues el agua de las crestas de las formaciones se movía hacia aguas arriba, el agua cercana al lecho casi cesaba su movimiento durante el tiempo que tardaba la onda en desvanecerse y, poco después, el flujo se restablecía; en otras palabras, al romper las antidunas se modificaban las condiciones del flujo cerca del fondo. Con las pendientes más grandes el almacenamiento y liberación de agua en el canal eran de tal magnitud que los niveles del cárcamo de bombeo se abatían y recuperaban; ello ocasionaba que los gastos bombeados al canal fluctuaran, y que la actividad de las antidunas se intensificara; en el caso extremo, las antidunas crecían y se rompían en fase con las fluctuaciones de gasto. Para reducir dichas fluctuaciones, se agregaba agua al cárcamo, lo que sustituía el agua que quedaba almacenada en el canal. Cuando las antidunas no se rompían, el agua excedente se desalojaba por medio de un vertedor localizado en la parte superior del cárcamo. El fenómeno de almacenamiento de agua, que se produce por el rompimiento de antidunas posiblemente explica los gastos distintos que algunas veces se miden para una misma sección en arroyos aluviales con pendientes pronunciadas. En el régimen de antidunas no se producía una zona de separación de flujo, como en el caso de rizos y dunas.

Simons y Richardson (ref 4) observaron también que las antidunas no siempre se desarrollaban hasta desvanecerse, pues en ocasiones se atenuaban y se formaban constantemente. Por otro lado, al estudiar distintos tamaños de sedimento en el canal de laboratorio ya mencionado, encontraron que cuanto más grueso era el material del lecho, mayor era el valor de  $F$  con que se formaban las antidunas; este resultado concuerda con el obtenido por Langbein (tabla 2.1). También observaron que cuanto más fino era el sedimento, mayor era la frecuencia con que se formaban y se rompían las antidunas.

### 2.7.2 Experiencias con arenas de 0.28 mm.

Simons y Richardson (ref 4), con objeto de estudiar más minuciosamente las formaciones del fondo del canal, experimentaron con arenas de río que tenían un diámetro medio de sedimentación de 0.28 mm. A través de sus experimentos, juzgaron más conveniente agrupar las configuraciones en dos regímenes de flujo separados por una región de transición (fig 2.13):

#### REGIMEN INFERIOR

Rizos

Dunas con rizos sobrepuestos

Dunas

TRANSICION (rangos de rugosidad de fondo variables de dunas a fondo plano u ondas estacionarias)

#### REGIMEN SUPERIOR

Fondo plano con arrastre de sedimentos

Ondas estacionarias

Antidunas

Estas configuraciones o formas del fondo están listadas en su orden de ocurrencia conforme se incrementa el número de Froude,  $F_r$ , o la potencia de la corriente,  $\tau_0 U$ .

En régimen inferior la resistencia al flujo es relativamente grande, mientras que el transporte de sedimentos resulta relativamente pequeño; lo contrario sucede en régimen superior.

Cuando  $F_r < 1$ , el flujo aumenta su velocidad sobre las crestas de las ondulaciones del lecho y disminuye sobre sus valles; para el caso en que  $F_r > 1$ , ocurre lo contrario, fig 2.12.

En la fase de régimen inferior, el transporte de sedimentos ocurre cerca del fondo y está íntimamente relacionado con la velocidad de desplazamiento de las formaciones. En el régimen superior, el transporte se manifiesta en suspensión principalmente.

En la región de transición, como la forma del lecho es muy inestable, la resistencia al flujo y el transporte de sedimentos son muy variables. Con frecuencia se ha observado dispersión en las relaciones elevaciones contra gastos cuando el lecho está formado por rizos o dunas, debido a la gran variación de la resistencia al flujo. En la fig 2.14 se ilustra la discontinuidad que ocurre en las

curvas elevaciones contra gastos de un canal en la fase de transición, debido a la disminución de la resistencia al flujo por efecto de la desaparición de las dunas en el lecho. En cauces naturales, otros autores han observado también este fenómeno (tabla 2.3).

Por otro lado, mucho se ha discutido en torno a la gran cantidad de variables de que dependen las configuraciones de un lecho arenoso. Para Simons y Richardson dichas configuraciones son función de los siguientes parámetros:

$$\text{Configuraciones} = \phi, (d, S, D_s, \sigma, \rho, g, \omega, f_s, S_f) \quad (2.25)$$

donde

- $D_s$     diámetro medio de sedimentación
- $\sigma$     desviación estándar de la distribución de tamaños de las arenas que constituyen el lecho del canal
- $f_s$     coeficiente que describe las fuerzas de infiltración
- $S_f$     factor de forma de la sección transversal del canal

Las fuerzas de infiltración son empujes locales que se presentan en las partículas del lecho al pasar el agua a través de ellas, ya sea del fondo hacia el flujo o en sentido contrario. El primer caso produce una reducción del peso sumergido de las partículas, y en consecuencia, disminución de su estabilidad, mientras que la infiltración del flujo hacia el fondo ocasiona un incremento de dicho peso, que redundará en un aumento de la estabilidad del lecho. Los dos tipos de infiltración dependen de la configuración del lecho, de la dirección del flujo en el fondo y del régimen de la corriente.

Simons y Richardson estimaron que en cauces naturales la pendiente no puede variar mucho, y que los cambios de las configuraciones se deben principalmente a cambios del tirante (refs 4 y 19). Teniendo en cuenta esta idea, en su canal de pruebas observaron que cuando la configuración era de fondo plano, con o sin transporte de sedimentos, o de rizos, y la pendiente se mantenía constante, entonces la resistencia al flujo disminuía con un incremento del tirante. Cuando existían dunas en el lecho, la resistencia al flujo aumentaba con un incremento del tirante para arenas de tamaño  $D_s > 0.3$  mm, mientras que para arenas más finas, la resistencia al flujo disminuía con un incremento del tirante; este efecto es resultado de una reducción en la angulosidad de las crestas de las dunas conforme

aumentan su tamaño. Por su parte, Daranandana observó que las ondulaciones que se formaban en lechos con material graduado eran más redondeadas que aquellas que se desarrollaban en lechos con material uniforme (ref 19). Cuando las configuraciones eran antidunas, la resistencia al flujo aumentaba con un incremento del tirante; este efecto está relacionado con los cambios de longitud, amplitud y actividad de las antidunas.

Simons y Richardson observaron también que la esbeltez de dunas  $\lambda/H$ ; siendo  $\lambda$  la longitud entre dunas, resultaba siempre menor en arena graduada que en arena uniforme.

Por otro lado, según estudios de campo realizados por B.R. Colby, si la velocidad del flujo se mantiene constante dentro de cierto rango, un incremento del tirante ocasiona un aumento del transporte; en otros rangos de velocidades, el incremento del tirante motiva una disminución del transporte (ref 4). Shen y Meyer Peter-Müller comprobaron por separado que cuanto mayor era el transporte de sedimentos, menos dependía ese fenómeno del tamaño de partículas (ref 19).

Los resultados de los ensayos realizados por Simons y Richardson para arenas de 0.45 y 0.28 mm se pueden consultar en las referencias 3 y 4. Considerando la importancia de las experiencias de Simons y Richardson, el autor de este trabajo construyó la tabla 2.4, utilizando los datos reportados en las tablas 1, 2 y en la fig 8 de la ref 3, así como los consignados en las tablas 1 y 4 de la ref 4. La tabla 2.4 indica rangos de variación de parámetros relevantes para el estudio de las distintas configuraciones. En dicha tabla,  $C_T$  representa la concentración de sedimentos.

Como se ha mencionado, la variación de las configuraciones del lecho de canales erosionables modifican la resistencia al flujo. En la tabla 2.4 se puede observar que el coeficiente de rugosidad  $n$  de Manning disminuye notablemente al pasar de la fase de dunas a la de transición o a la de fondo plano con transporte de sedimentos. La disminución de  $n$  con una velocidad creciente del flujo hace posible que el canal conduzca mayores caudales con tirantes menores de los que uno podría esperar, es decir, que para incrementos grandes del gasto, el flujo casi no aumenta su tirante, pero sí su velocidad. También puede observarse en la tabla 2.4 que la resistencia al flujo para un fondo plano sin arrastre de sedimentos resulta mayor que para un fondo plano con transporte. La variación del coeficiente de rugosidad de Manning se muestra en forma cualitativa en el diagrama de la fig 2.15 (ref 20).

La clasificación de las configuraciones del lecho dada por Simons y Richardson fue aceptada casi por todos los investigadores. En 1982 Davies (ref 21) señaló que dicha clasificación era cualitativa y no permitía decidir cuando una formación del fondo era un rizo o una duna. Con objeto de clasificar más racionalmente las configuraciones, estudió para régimen inferior los efectos del flujo en el lecho, e identificó tres órdenes de tamaño (1,2,3) y tres formas (R,D,F), tal como se muestra en la fig 2.16. En esta figura cada cuadro representa una combinación de tamaño y forma. Los tres estados de fondo plano ( $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$ ) son similares geoméricamente y constituyen un solo tipo de configuración, de modo que se tienen, según Davies, siete posibles formas de fondo en régimen inferior. Tales formaciones las relacionó cualitativamente en un diagrama velocidad del flujo contra tirante, fig 2.17. En dicho diagrama las fronteras que delimitan los distintos tipos de configuración dependen del tamaño del material del lecho, de la geometría del canal y de las características del flujo. En determinados casos algunas regiones pueden no existir; por ejemplo, la de rizos no aparece cuando  $D_{50} > 0.7$  mm. Davies manifestó que mientras no puedan localizarse con precisión las fronteras de cada región, el uso práctico de su clasificación será muy limitado. Por lo anterior, puede concluirse que Davies, al igual que Simons y Richardson, se quedó en una clasificación meramente cualitativa.

En las arenas de los desiertos también se forman dunas, pero en ese caso son debidas al viento. Existen numerosos estudios acerca de este tipo de configuraciones; sin embargo, compararlas con las que suceden en los lechos de los ríos resulta infructuoso, ya que la razón entre la densidad del fluido en contacto con la arena y la densidad de la propia arena es muy distinta en cada caso. En efecto,  $\rho_{aire}/\rho_s = 2000$ , mientras que  $\rho_{agua}/\rho_s = 2.65$ .

### 2.7.3 Criterio de Simons y Richardson I (1961)

Con base en sus experimentos descritos en los apartados 2.7.1 y 2.7.2, Simons y Richardson (ref 4) propusieron también un criterio para pronosticar las configuraciones que sucedan en lechos arenosos. Ellos consideraron que el criterio de Albertson *et al* (apartado 2.4) era más apropiado para canales de laboratorio, mientras que el de Garde y Albertson (apartado 2.6) lo era para cauces naturales. Simons y Richardson propusieron el diagrama de la fig 2.18, en el que dibujaron valores de  $\frac{UD}{V}$  contra  $\frac{U}{\omega} F$ , para definir las zonas donde ocurrían las diferentes

fases del transporte de sedimentos; no indicaron si para aplicar el diagrama se requería conocer los valores de todas las variables de los dos parámetros antes mencionados o si el procedimiento era por tanteos, y no recomendaron aplicarlo cuando se tuvieran tirantes grandes, que son característicos de los ríos. Para tener en esos casos idea del tipo de régimen, sugirieron observar la forma que adopta la superficie del agua y compararla con las que se muestran en la fig 2.13.

El mayor inconveniente de este criterio de Simons y Richardson es el par de parámetros elegido por ellos, pues se puede demostrar que

$$\frac{U D}{\nu} F = R_* F \frac{U}{U_*} \quad (2.26)$$

y que

$$\frac{U}{\omega} F = \left[ R_* F \frac{U}{U_*} \right] \left[ \frac{\omega D}{\nu} \right]^{-1} \quad (2.27)$$

Si se considera una temperatura del agua de 20°C, cuando  $D > 0.1$  mm entonces

$\left( \frac{\omega D}{\nu} \right)^{-1} < 1$  y cuando  $D < 0.1$  mm se cumple que  $\left( \frac{\omega D}{\nu} \right)^{-1} > 1$ . Esto significa, de acuerdo con lo que expresan las ecs 2.26 y 2.27, que en las ordenadas del diagrama de la fig 2.18 se está llevando el mismo parámetro de las abscisas multiplicado por un factor de reducción si  $D > 0.1$  mm, y de amplificación si  $D < 0.1$  mm, y por tanto en ambos casos puede hablarse de correlación espuria.

#### 2.7.4 Criterio de Simons y Richardson II (1964)

Simons y Richardson (ref 19) propusieron después otro diagrama de predicción, relacionando ahora el diámetro medio de sedimentación de las partículas,  $D_s$ , contra el producto  $\tau_o U = \gamma R S U$ , para definir regiones de ocurrencia de las distintas configuraciones, fig 2.19. Al parámetro  $\tau_o U$  lo denominaron potencia del flujo, pues sus unidades son  $\frac{F \cdot L}{T \cdot L^2}$ , que corresponden al cociente entre un trabajo y un tiempo, por unidad de área, es decir, a una potencia por unidad de área:

$$\text{Potencia del flujo} = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}} / \text{área} \quad (2.28)$$

En la fig 2.19, todas las líneas que delimitan las distintas regiones se definieron con base en datos de canales de laboratorio. Las líneas de frontera duras-transición y transición-régimen superior se basaron también en datos de los

ríos estadounidenses Elkhorn, Nebraska, Bravo Middle Loup, Angostura y el canal de irrigación Punjab.

El diagrama en cuestión ha sido aplicado a caucos naturales; así, Nordin obtuvo predicciones correctas para el río Bravo, que tenía velocidades de flujo relativamente altas, y tirantes de 1.5 m en promedio; Jordan, por su parte, estudió el río Misisipi, que tenía velocidades similares a las del río Bravo, pero tirantes de 15 m, y obtuvo predicciones de fondo plano cuando en realidad se trataba de dunas.

Allen (ref 22) hizo notar que en la fig 2.19 los puntos para las regiones de dunas, transición y fondo plano se traslapan tanto que no pueden distinguirse campos mutuamente exclusivos, y que dicho traslape se debe posiblemente a que la resistencia al flujo disminuye al pasar de la fase de dunas a la de transición, de modo que

$$(\tau_0 U)_{\text{transición}} < (\tau_0 U)_{\text{dunas de alta velocidad}}$$

Mathur y Ranga Raju, al aplicar el diagrama de la fig 2.19 encontraron grandes errores en el pronóstico de los regímenes del flujo (ref 10). A diferencia de ellos, otros autores han observado que dicho diagrama pronostica satisfactoriamente el tipo de configuración en corrientes naturales pequeñas, mas no así cuando se aplica a canales de laboratorio o a grandes ríos (ref 2).

La principal desventaja de este criterio estriba en que no utiliza parámetros adimensionales y, por consiguiente, pierde generalidad. Además, para aplicar el diagrama de la fig 2.19 es necesario valuar el diámetro medio de sedimentación de los granos,  $D_g$ . En la práctica, para aplicar el diagrama de la fig 2.18 suele trabajarse con el diámetro de cribado,  $D_{50}$ .

## 2.8 Kondrat'ev [1962]

Kondrat'ev emprendió la tarea de presentar y discutir algunas investigaciones experimentales soviéticas (ref 8). Sin mucha reserva ni explicaciones, adoptó el número de Froude,  $F$ , ya que había observado que se utilizaba en criterios para pronosticar las configuraciones. Así, estudió datos de Goncharov y Lapshin para analizar el inicio de la aparición o formación de los distintos tipos de configuraciones, relacionando para ello el tamaño característico del sedimento,  $D_{50}$ , y  $F$  (fig 2.20).



El diagrama propuesto por Kondrat'ev es muy discutible, ya que no es completamente adimensional y, en consecuencia, pierde generalidad. A juzgar por lo que muestra dicho diagrama, el inicio de lavado o desaparición de dunas siempre tiene lugar cuando  $F > 1.0$ .

### 2.9 Garde y Ranga Raju (1963)

Garde y Ranga Raju (ref 9) consideraron, con base en un análisis dimensional, que la ley de resistencia al flujo para canales aluviales podía expresarse como

$$\frac{U}{\sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma}{\rho} D_{50}}} = \frac{U}{\Delta^{1/2} \sqrt{g D_{50}}} = \phi_0 \left[ \frac{R}{D_{50}}, \frac{S}{\Delta}, \frac{g^{1/2} D_{50}^{3/2}}{\nu} \right] \quad (2.29)$$

donde

$$\Delta = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma}$$

En una primera aproximación, supusieron que las fuerzas viscosas podían despreciarse y, por tanto, la ley de resistencia se reduce a

$$\frac{U}{\Delta^{1/2} \sqrt{g D_{50}}} = \phi_1 \left( \frac{R}{D_{50}}, \frac{S}{\Delta} \right) \quad (2.30)$$

Según Garde y Ranga Raju, debido a la estrecha relación que existe entre la resistencia al flujo y las configuraciones del lecho, los parámetros del segundo miembro de la ec 2.30 pueden también definir la ocurrencia de las formas del fondo. Por tanto, para ellos  $R/D_{50}$  y  $S/\Delta$  eran los parámetros primarios que intervenían en la formación de las distintas configuraciones que podía adoptar un lecho arenoso.

Tomando en cuenta datos de laboratorio y de campo, dibujaron valores de  $R/D_{50}$  contra  $S/\Delta$  y crearon así el diagrama de la fig 2.21. La tabla 2.5, tomada de la ref 9, muestra algunos de los datos que sirvieron para construir el diagrama mencionado; desafortunadamente no se consignan en dicha tabla los valores de otros parámetros de interés, tales como el tirante, la pendiente y el tipo de configuración observada en el lecho, por lo que no es posible analizar adecuadamente la información.

De acuerdo con la fig 2.21, Garde y Ranja Raju observaron lo siguiente:

- a) El régimen de transición ocurre para un pequeño rango de tirantes o pendientes, particularmente para valores muy grandes de la relación  $R/D_{s0}$ .
- b) Las líneas que delimitan los regímenes de flujo tienen un ángulo,  $\alpha$ , menor de  $45^\circ$  respecto al eje de las abscisas. Las líneas a  $45^\circ$  son líneas de igual esfuerzo cortante; así por ejemplo, la línea de movimiento incipiente ( $\tau_0 = \tau_c$ ) corresponde a material en que se verifica

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{(\gamma_s - \gamma) D_{s0}} = 0.05 \quad (2.31)$$

Esta línea de frontera se localizó en el diagrama como sigue:

La ecuación de una recta en el plano  $\log (R/D, S/\Delta)$  es

$$\log \frac{S}{\Delta} = \log b_0 + m \log \frac{R}{D_{s0}} \quad (2.32)$$

donde  $b_0$  es la ordenada para  $\frac{R}{D_{s0}} = 1$  y  $m = \tan \alpha$  es la pendiente de la recta (fig 2.21).

Por otro lado, teniendo en cuenta la ec 2.6, se puede demostrar que

$$\tau_* = \frac{\gamma R S}{(\gamma_s - \gamma) D_{s0} \Delta} = \frac{R}{D_{s0}} \frac{S}{\Delta} = \frac{1}{\tau_c} \tau_{*c} \quad (2.33)$$

Luego, para la condición de inicio de arrastre considerada por Garde y Ranja Raju ( $\tau_0 = \tau_c$  y  $\tau_{*c} = 0.05$ ), se puede escribir que

$$\frac{R}{D_{s0}} \frac{S}{\Delta} = \tau_{*c} = 0.05 \quad (2.34)$$

o bien

$$\frac{S}{\Delta} = 0.05 \left( \frac{R}{D_{s0}} \right)^{-1} \quad (2.35)$$

Al tomar logaritmos en ambos miembros de la ec 2.34, se obtiene que

$$\log \frac{S}{\Delta} = \log 0.05 - 1 \log \frac{R}{D} \quad (2.36)$$

Por tanto, se deduce de la ec 2.35 que  $b_0 = 0.05$  y  $m = -1$ , o sea que la línea que separa la región de fondo plano de la región de rizos y dunas es una recta con un ángulo  $\alpha = 45^\circ$ , fig 2.21.

Por otro lado, en un canal pueden tenerse distintas condiciones de flujo para un mismo valor del esfuerzo cortante de fondo,  $\tau_0$ . En efecto, en la ec 2.6 puede observarse que un sinnúmero de combinaciones o valores de  $R$  y  $S$  pueden dar como resultado un mismo valor de  $\tau_0$ . De acuerdo con esto, y según la fig 2.21, para un tamaño dado de los sedimentos del lecho,  $D_{s0}$ , y un valor de  $\Delta$  existen distintos tipos de configuración asociados a un solo valor del esfuerzo cortante de fondo. Por consiguiente, el parámetro  $\tau_0$  por sí solo no puede definir los regímenes de flujo. Esta conclusión de Garde y Ranga Raju contradice las ideas de Albertson *et al* y Bogardi (apartados 2.4 y 2.5, respectivamente).

- c) Es posible que las inconsistencias entre las configuraciones observadas y las predichas con criterios basados únicamente en  $\tau_0$  (como el de Albertson *et al* y el de Bogardi) se deban a que existe gran diferencia en los valores individuales de  $R/D_{s0}$  y  $S/\Delta$ .
- d) El criterio  $(R/D_{s0}, S/\Delta)$ , comparado con el de Garde y Albertson (apartado 2.6), tiene la ventaja de que no involucra la velocidad media del flujo,  $U$ .

Garde y Ranga Raju recomendaron no usar su diagrama de predicción (fig 2.21) cuando la sección transversal sea muy variable a lo largo del canal o cuando cambie mucho el tirante, ya que en tales casos pueden ocurrir configuraciones múltiples.

Biswas (ref 9a) observó que todos los datos de los ríos Niobrara y Middle Loup usados por Garde y Ranga Raju para construir la fig 2.21 correspondían a dunas, y en dicha figura quedaron ubicados en la región de transición. Biswas criticó también que no se incluyeran como variables independientes al gasto,  $Q$ , o al transporte de sedimentos,  $q_s$ , puesto que para un tirante y pendiente dados podían ocurrir distintos caudales, y que el comportamiento del flujo dependía en cierto grado del arrastre de sedimentos. Garde y Ranga Raju (ref 9c) argumentaron que si se elegían como variables independientes a  $R$ ,  $D_{s0}$ ,  $S$ ,  $\rho$ ,  $\gamma_s$ ,  $\gamma$  y  $v$ , entonces, por un razonamiento lógico, la velocidad media del flujo, y por tanto el gasto, se volvían variables dependientes. Brooks había observado con anterioridad (ref 23) que para ciertas condiciones la velocidad de la corriente no estaba determinada únicamente por las variables independientes citadas;

no obstante, afirmaron Garde y Ranga Raju, esto ocurría para un pequeño rango de tirantes y pendientes, y para un tamaño dado del material de lecho. En lo referente al transporte de sedimentos, Garde y Ranga Raju argumentaron que su diagrama era válido para corrientes en equilibrio, esto es, que para valores dados de las variables independientes, siempre se está transportando la misma cantidad de sedimentos en el fondo. En tales condiciones, el transporte de sedimentos y la pendiente del lecho podían considerarse como variables dependientes. Biswas (ref 9a) también cuestionó la omisión del término viscoso  $g^{1/2} D_{50}^{1/2} / v$ , puesto que para números de Reynolds bajos, las fuerzas viscosas eran importantes. Al respecto, Garde y Ranga Raju explicaron que el análisis preliminar de los datos no indicó ninguna influencia significativa de dicho término viscoso sobre los regímenes del flujo o sobre la resistencia al flujo.

En la fig 2.21, la línea de frontera entre la región de fondo plano sin movimiento y la de rizos y dunas puede recorrerse, si se considera que no siempre se cumple que  $\tau_{*c} = 0.05$  (según el diagrama de Shields, fig 2.22,  $0.033 < \tau_{*c} < 0.06$  cuando  $R_{*c} > 2$ ). En efecto, de acuerdo con lo que expresa la ec 2.34, y tomando en cuenta que para esta condición se cumple que  $\tau_* = \tau_{*c}$ , se tiene

$$0.033 < \frac{R}{D} \frac{S}{\Delta} < 0.06 \quad (2.37)$$

En la propia fig 2.21 se ha señalado el rango en que puede variar para un caso real la frontera mencionada.

Como ya se mencionó, Garde y Ranga Raju afirmaron que el diagrama de la fig 2.21 sólo era válido para canales en equilibrio, y tanto la velocidad media del flujo como el transporte de sedimentos dependen de las mismas variables independientes sugeridas por ellos, es decir de  $R$ ,  $D_{50}$ ,  $S$ ,  $\rho$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma_s$  y  $v$ . Sin embargo, para cada gasto o velocidad del flujo las condiciones del lecho pueden ser distintas, y también puede serlo la ley de capacidad de arrastre de la corriente, lo cual sugiere que debería incluirse una ley que describa el transporte de sedimentos. Por otro lado, la condición de corrientes en equilibrio es más propia de canales de laboratorio que de cauces naturales; en efecto, en los primeros es posible mantener las condiciones hidráulicas el tiempo suficiente para que siempre se transporte la misma cantidad de sedimentos, mientras que en canales naturales es muy difícil saber si las condiciones hidráulicas se mantendrán, pues en la mayoría de los casos el fondo aún no está en equilibrio cuando el gasto ya se modificó.

La fig 2.21 puede sustituirse por las inecuaciones que aquí se proponen

a) Para fondo plano sin arrastre de sedimentos:

$$\frac{S}{\Delta} \leq \tau_{*c} \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-1} \quad (2.38)$$

b) Para rizos y dunas:

$$\tau_{*c} \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-1} < \frac{S}{\Delta} \leq 0.0148 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.456} \quad (2.39)$$

c) Para transición:

$$0.0148 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.456} < \frac{S}{\Delta} \leq 0.0689 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.557} \quad (2.40)$$

d) Para antidunas

$$\frac{S}{\Delta} > 0.0689 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.557} \quad (2.41)$$

Estas inecuaciones son la representación analítica de las regiones en que ocurren las configuraciones que indican, y son válidas, de acuerdo con la fig 2.21, cuando los datos quedan comprendidos en los siguientes rangos de valores:

$$10 < R/D_{50} < 100,000 \text{ y } 2 \times 10^{-5} < S/\Delta < 1.5 \times 10^{-2}.$$

## 2.10 Cruickshank (1964)

Cruickshank (ref 24) se refirió a los estudios que realizaron Hill y Fellow en un canal de laboratorio de 0.6 m de ancho. Dichos autores dibujaron valores del gasto,  $Q$ , contra el esfuerzo cortante que produce la corriente en el fondo,  $\tau_0$ , y obtuvieron que para un mismo valor de  $\tau_0$  se tenían varios tipos de configuración, dependiendo del valor de  $Q$ . Estos resultados experimentales confirman las ideas de Garde y Ranga Raju en este sentido (apartado 2.9). Con base en los resultados de Hill y Fellow, Cruickshank hizo notar, al igual que lo habían hecho Garde y Ranga Raju (ref 5), que un parámetro adimensional basado en el esfuerzo cortante no podía definir por sí solo la aparición de las distintas configuraciones del lecho.

Por otro lado, mencionó que el criterio más satisfactorio para estudiar las

formas del fondo era usar los parámetros del diagrama de Shields, es decir:

$$\tau_{*c} = \frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma) D_{s0}} \quad (2.42)$$

y

$$R_{*c} = \frac{U_{*c} D_{s0}}{\nu} \quad (2.43)$$

Algunos autores prefieren usar el cociente  $U_{*c}/\omega_{s0}$  en vez de la relación de esfuerzos de la ec 2.42, pues así quedan incluidos los efectos viscosos entre los sedimentos y el fluido. Esto resulta apropiado, según Cruickshank, para condiciones de flujo que se aproximen a la de movimiento incipiente de partículas, más no así para flujo de alta velocidad o para corrientes naturales.

Las diferentes formas del lecho se desarrollan en su mayoría bajo condiciones de flujo turbulento, el cual tiene características propias para cada formación. El flujo turbulento puede describirse, según Cruickshank, con parámetros basados en una relación de disipación de energía y tirante del flujo. El propuso los siguientes:

$$\frac{d}{D_{s0}}$$

tirante relativo

$$\frac{\gamma U_s}{(\gamma_s - \gamma) \omega_{s0}}$$

relación entre la energía perdida por el fluido por unidad de volumen, y la energía necesaria para mantener en suspensión un volumen unitario de material del lecho con velocidad de caída  $\omega_{s0}$ .

$$\frac{\omega_{s0}}{U_{*c}}$$

relación de velocidades

Tomando en cuenta datos de laboratorio y de campo de siete autores, Cruickshank relacionó gráficamente los tres parámetros antes citados y encontró que el efecto del tirante relativo era menos apreciable que el de los otros dos parámetros, pues quedaba parcialmente implícito en  $\omega_{s0}/U_{*c}$ . En consecuencia, construyó cuatro diagramas de predicción correspondientes a distintos rangos de  $d/D_{s0}$ , figs 2.23. Cruickshank argumentó que las configuraciones estaban íntimamente ligadas con el

transporte de sedimentos y, por consiguiente, dichos diagramas indicaban también la magnitud del arrastre de sedimentos cerca del fondo. Tomando en cuenta esta idea, dibujó curvas de igual concentración de sedimentos en las figs 2.23.

De acuerdo con las figs 2.23 a, b y c, que corresponden al caso en que  $30 < d/D_{s_0} < 3000$ , el régimen de ondas estacionarias y antidunas se presenta cuando  $U/\omega_{s_0} > 0.10$ . La fig 2.23 d, válida para  $3000 < d/D_{s_0} < 7000$ , se basó en escasa información, y sólo quedaron definidas las regiones de rizos y de transición separadas por una línea de frontera.

A pesar de que Cruickshank destacó que el uso del parámetro  $U/\omega_{s_0}$  era adecuado para condiciones de flujo próximas a las del movimiento incipiente de partículas, él lo usó para todas sus gráficas, las cuales siempre abarcaron condiciones muy distintas a las de inicio de arrastre de sedimentos.

Por otro lado, se sabe que la repetición de variables en ambos ejes de los diagramas produce que éstos tengan un cierto grado de espuriedad (ref 12). Desafortunadamente no se cuenta con los datos en que se basó la construcción de las gráficas y, por tanto, no es posible determinar dicho grado de espuriedad.

### 2.11 Znamenskaya (1962-1965)

La investigadora soviética Znamenskaya (ref 25) juzgó que los criterios existentes para determinar el tipo de configuración, así como su altura,  $H$ , longitud,  $\lambda$ , y velocidad de desplazamiento,  $c$ , eran imprecisos por estar basados en rangos muy limitados de algunas características hidráulicas, y por no considerar que el fenómeno depende de un retraso en la variación del fondo al cambiar el gasto. A partir de datos de campo y de laboratorio de 20 investigadores, obtuvo que para cada caudal, manteniendo constantes otras variables, existía una formación característica del fondo. Así, creó un diagrama para relacionar el tipo de configuración del lecho con los parámetros  $F = U/\sqrt{gd}$ ,  $U/\omega_{s_0}$ , y  $H/\lambda$ , fig 2.24, siendo  $F$  el número de Froude de la corriente,  $U$  la velocidad media del flujo,  $d$  el tirante y  $\omega_{s_0}$  la velocidad de caída de las partículas de tamaño  $D_{s_0}$ . Las zonas numeradas del diagrama de la fig 2.24 representan las regiones donde suceden las distintas formas del fondo que se muestran en la misma fig 2.24. Dicho diagrama permite pronosticar simultáneamente el tipo de configuración y su esbeltez,  $H/\lambda$ , cuando se conocen los valores de los parámetros  $F$  y  $U/\omega_{s_0}$ . Posteriormente, Znamenskaya (ref 26), basada en datos del río

La fig 2.21 puede sustituirse por las inecuaciones que aquí se proponen

a) Para fondo plano sin arrastre de sedimentos:

$$\frac{S}{\Delta} \leq \tau_{*c} \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-1} \quad (2.38)$$

b) Para rizos y dunas:

$$\tau_{*c} \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-1} < \frac{S}{\Delta} < 0.0148 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.456} \quad (2.39)$$

c) Para transición:

$$0.0148 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.456} < \frac{S}{\Delta} < 0.0689 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.557} \quad (2.40)$$

d) Para antidunas

$$\frac{S}{\Delta} > 0.0689 \left[ \frac{R}{D_{50}} \right]^{-0.557} \quad (2.41)$$

Estas inecuaciones son la representación analítica de las regiones en que ocurren las configuraciones que indican, y son válidas, de acuerdo con la fig 2.21, cuando los datos quedan comprendidos en los siguientes rangos de valores:

$$10 < R/D_{50} < 100,000 \text{ y } 2 \times 10^{-5} < S/\Delta < 1.5 \times 10^{-2}.$$

## 2.10 Cruickshank (1964)

Cruickshank (ref 24) se refirió a los estudios que realizaron Hill y Fellow en un canal de laboratorio de 0.6 m de ancho. Dichos autores dibujaron valores del gasto,  $Q$ , contra el esfuerzo cortante que produce la corriente en el fondo,  $\tau_0$ , y obtuvieron que para un mismo valor de  $\tau_0$  se tenían varios tipos de configuración, dependiendo del valor de  $Q$ . Estos resultados experimentales confirman las ideas de Garde y Ranga Raju en este sentido (apartado 2.9). Con base en los resultados de Hill y Fellow, Cruickshank hizo notar, al igual que lo habían hecho Garde y Ranga Raju (ref 5), que un parámetro adimensional basado en el esfuerzo cortante no podía definir por sí solo la aparición de las distintas configuraciones del lecho.

Por otro lado, mencionó que el criterio más satisfactorio para estudiar las



## 2.12 Stein (1965)

Con el fin de estudiar el transporte de sedimentos y las configuraciones del fondo, Richard A. Stein (ref 30) realizó 73 ensayos en un canal de laboratorio, de sección rectangular, de 1.22 m de ancho y 30.5 m de longitud. El rango de los datos hidráulicos y de los sedimentos empleados fue el siguiente:

pendiente del canal	$0.00061 < s < 0.01079$
tirante del escurrimiento	$0.091 < d < 0.366 \text{ m}$
gasto de la corriente	$0.051 < Q < 0.481 \text{ m}^3/\text{s}$
tamaño de los sedimentos	$D_{50} = 0.4 \text{ mm}$
desviación estándar geométrica de la distribución de tamaños de los sedimentos	$\sigma_g = 1.5$
densidad relativa de los sedimentos	$S_s = 1.522$

De acuerdo con sus experiencias, encontró que el parámetro adecuado para describir las propiedades de las configuraciones del lecho era

$$\alpha_s = \frac{U - 1.1}{1.4 d + 1} \quad (2.44)$$

donde  $U$  es la velocidad media de la corriente, en pies/s, y  $d$  es el tirante medio del flujo, en pies. Además, encontró que, dependiendo del valor de  $\alpha_s$ , se podían distinguir las siguientes tres fases:

- rizos o dunas, cuando  $0 < \alpha_s < 1$
- fondo plano con transporte de sedimentos, cuando  $1 < \alpha_s < 1.3$
- antidunas, cuando  $\alpha_s > 1.3$

Por tanto, los incisos a, b y c constituyen un criterio de pronóstico de las formas del fondo.

Este criterio presenta algunas desventajas. En primer lugar, dado que el parámetro  $\alpha_s$  no es adimensional, pierde generalidad. Por otro lado, Stein no definió los rangos de valores de  $\alpha_s$  para poder distinguir el régimen de rizos del de dunas. Tampoco verificó su método con datos de otros canales y datos de ríos. En consecuencia, sólo es aplicable a canales como el que estudió Stein.

### 2.13 Engelund y Hansen (1966)

Engelund y Hansen analizaron matemáticamente la ocurrencia de las configuraciones de un lecho arenoso (ref 10). Ellos sobrepusieron una onda senoidal de pequeña amplitud sobre un fondo inicialmente plano con transporte de sedimentos, que se movía a una velocidad mucho menor que la del flujo. Usando las técnicas estándar, obtuvieron la distribución de esfuerzo cortante producido por el flujo sobre el fondo senoidal. Combinando ecuaciones de cantidad de movimiento, continuidad para el sedimento y el flujo, distribución de esfuerzos y resistencia, determinaron los efectos que producían las características del fondo deformado en las condiciones hidráulicas de la corriente. A partir de esto, investigaron si el disturbio impuesto, de longitud de onda y velocidad de avance conocidas, causaba que las ecuaciones arrojaran soluciones correspondientes a fondo estable o inestable. Sus resultados los reportaron en una gráfica  $U/U_*'$  contra  $F$ , siendo  $U_*' = \sqrt{gR'S}$  y  $R'$  la velocidad al cortante y el radio hidráulico asociados a la resistencia al flujo debida a partículas, respectivamente, fig 2.28; los puntos indican datos experimentales que usó Engelund para confirmar la efectividad del diagrama (ref 31). Engelund y Hansen consideran que la gráfica es aplicable para arenas de tamaño  $0.15 < D_{50} < 2$  mm y condiciones de flujo tales que  $R_* > 12$ .

El parámetro  $U/U_*'$  propusieron valuarlo con la siguiente ecuación:

$$\frac{U}{U_*'} = 5.75 \log \frac{11.05 R'}{2 D_{50}} \quad (2.45)$$

De acuerdo con lo que indica la fig 2.28, es necesario conocer los valores de  $U$  y  $U_*'$  para poder determinar el tipo de configuración del lecho. Posteriormente Engelund (ref 31) propuso un diagrama para obtener con ayuda de la fig 2.28 el valor de  $R'$ , y entonces poder valuar la velocidad media del flujo,  $U$ , con la ec 2.45 (ver fig 2.29). Esto significa que el criterio de Engelund determina simultáneamente el valor de  $U$  y el tipo de configuración del lecho.

Los análisis de Engelund para obtener el diagrama de la fig 2.29 se pueden consultar en las refs 2 y 31; aquí se indica solamente el rango de los datos en que se apoyó dicho diagrama:

tirante del escurrimiento:	$0.0579 < d < 0.305 \text{ m}$
tamaño característico del sedimento:	$0.19 < D_{50} < 0.93 \text{ m}$
temperatura del agua:	$9 < T < 20^\circ\text{C}$
pendiente del fondo del canal:	$0.000055 < S < 0.0128$
peso específico del sedimento:	$\gamma_s = 2650 \text{ kg/m}^3$

Si se conocen los valores de  $\gamma_s$ ,  $D_{50}$ ,  $D_{15}$ ,  $S$ ,  $\gamma$ ,  $R$ ; el procedimiento para determinar el tipo de configuración del lecho y la velocidad media de la corriente es el siguiente:

$$1) \text{ Calcular } \theta = \tau_* = \frac{\gamma R S}{(\gamma_s - \gamma) D_{15}} = \frac{R S}{\Delta D_{15}} \quad (2.46)$$

$$\text{siendo } \Delta = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma}$$

- 2) Suponer el tipo de configuración del lecho, para seleccionar una de las ramas del diagrama de la fig 2.29, y determinar el valor de  $\theta'$ . Si se desea, dicho diagrama se puede sustituir por las siguientes ecuaciones (ref 31):

para un fondo con dunas

$$\theta' = 0.06 + 0.4 \theta^2 \quad (2.47)$$

para un fondo plano con transporte de sedimentos

$$\theta' = \theta \quad (2.48)$$

para antidunas, según García Flores (ref 2)

$$\theta' = 1.94 - \frac{0.94}{\theta} \quad (2.49)$$

$$3) \text{ Obtener } R' = \theta' \frac{\Delta D_{15}}{S} \quad (2.50)$$

$$4) \text{ Calcular } U_*' = \sqrt{g R' S} \quad (2.51)$$

- 5) Determinar el valor de  $U$  con la ec 2.45.

- 6) Obtener con la fig 2.28 el tipo de configuración del lecho; si resulta distinto al supuesto, hay que regresar al paso 2.

Brownlie (ref 18) revisó el criterio de Engelund con datos del río Misisipi, y con datos de canales de laboratorio reportados por G.P. Williams. En el primer caso obtuvo predicciones de dunas, cuando en realidad se trataba de fondo plano con transporte de sedimentos, y en el segundo caso obtuvo fondo plano con transporte de sedimentos, cuando se trataba de dunas y antidunas.

García Flores (ref 2) analizó el criterio de fricción propuesto por Engelund y concluyó que cuando existe fondo plano sin arrastre de sedimentos la resistencia al flujo es independiente de  $\gamma_s$ , mientras que si existen configuraciones en el lecho, la resistencia al flujo sí depende de dicho factor, ya que también depende del transporte de sedimentos.

La crítica más fuerte que puede hacerse al criterio de Engelund-Hansen se refiere a los parámetros elegidos en sus gráficas (figs 2.28 y 2.29), pues contienen variables que se repiten en los ejes de las ordenadas y de las abscisas, lo que produce cierto grado de espuriedad. En el caso de la fig 2.29, se observa que se repiten tres variables, que son  $S$ ,  $\Delta$  y  $D_{13}$ , agrupadas en el cociente  $S/\Delta D_{13}$ . Sin embargo, si se toma en cuenta que  $R' = R - R''$ , siendo  $R''$  el radio hidráulico asociado a la resistencia al flujo debida a las ondulaciones del lecho, puede comprobarse fácilmente que la fig 2.29 equivale a relacionar  $\frac{S}{\Delta D_{13}} R$  con  $\frac{S}{\Delta D_{13}} (R - R'')$  y, por tanto, a repetir cuatro variables.

#### 2.14 Hill (1966-1969)

Hill (ref 32) estudió las configuraciones de lechos arenosos basándose en una "región de colisión", entendida como el espacio sobre un fondo plano con arrastre de sedimentos en el cual el peso sumergido de las partículas se transmite al fondo por un sistema de choques entre dichas partículas. Al espesor de la región de colisión lo denominó  $Y_c$ , y argumentó que era mucho menor que el tirante del flujo,  $d$ .

Ya con anterioridad, en 1959, Bagnold había estudiado la región de colisión (ref 33). El aseguraba que para un fondo plano con arrastre de sedimentos, el cociente entre el esfuerzo cortante producido por el flujo sobre las partículas y el esfuerzo normal ejercido por ellas constituía un coeficiente de fricción dinámico,  $\phi$ . Cuando el valor de  $\phi$  excedía al del coeficiente de fricción estático del material,  $\phi'$ , el sistema se volvía inestable y aparecían rizos en el lecho. El coeficiente de fricción estático es una constante del material, y vale la tangente del ángulo de fricción interna de las partículas.

Con base en las ideas de Bagnold, Hill pretendió establecer las condiciones para la aparición de rizos en un fondo inicialmente plano con arrastre de sedimentos bajo la acción de un gasto decreciente.

El modelo idealizado de la región de colisión está apoyado en las siguientes

hipótesis:

- a) la viscosidad del fluido es un factor despreciable en pérdidas de energía o transferencia de cantidad de movimiento en la región de colisión.
- b) no existen pérdidas de energía por el deslizamiento de una partícula sobre otra.
- c) los sedimentos son de forma esférica y de tamaño uniforme.
- d) la concentración de sedimentos en volumen,  $C$ , no varía en la región de colisión.
- e) el esfuerzo cortante producido por la corriente en el lecho,  $\tau_0$ , es constante en la región de colisión.
- f) el peso sumergido de las partículas se transmite al fondo por un sistema de colisiones y da lugar a la denominada presión de dispersión,  $p$ .
- g) al chocar dos partículas regresan en la misma dirección pero con velocidad menor (considera que el fenómeno es bidimensional).

La presión de dispersión se define como el peso sumergido de las partículas en la región de colisión en un área unitaria, y vale

$$p = C (\rho_s - \rho) g y_t \quad (2.52)$$

siendo  $C$  la concentración de sedimentos en volumen.

Con objeto de definir el valor del coeficiente de fricción dinámico,  $\phi$ , Hill construyó, basándose en las ideas y resultados experimentales de Bagnold, el diagrama de la fig 2.30, que relaciona los siguientes parámetros:

$$\phi = \frac{\tau_0}{p} \quad (2.53)$$

y

$$M = \frac{U_* D_{50}}{v} \quad \frac{\rho_s}{\rho} = R_* \sqrt{S_s} \quad (2.54)$$

siendo  $S_s$  la densidad relativa de los sedimentos del lecho, es decir,  $\rho_s/\rho$ . Para ello, utilizó sus propios datos experimentales y los reportados por Bagnold, Laursen y Brooks.

Por tanto, para determinar las condiciones para la aparición de rizos en un fondo plano con arrastre de sedimentos y gasto decreciente, debe compararse, según Hill, el valor de  $\phi$  obtenido de la fig 2.30, con el valor de  $\phi' = \tan \alpha$ , siendo  $\alpha$  el ángulo de fricción interna de las partículas que constituyen el lecho.

Cuando se verifica que  $\beta > \beta'$ , aparecen los rizos en el fondo.

En cuanto al coeficiente de fricción estático,  $\beta'$ , Hough manifestó en 1957, de acuerdo con estudios realizados, que para arenas naturales de finas a medias se cumple  $0.49 < \beta' < 0.675$  (ref 32).

Barr (ref 32 a) comentó que la fig 2.30 correspondía a la correlación de Shields con muy pocas modificaciones. En efecto, tomando en cuenta la ec 2.52, las ecs 2.53 y 2.54 representan parámetros muy similares a los del diagrama de Shields, fig 2.22.

También, hay que hacer notar que Hill no indicó en su artículo la manera como midió o valuó el espesor de la región de colisión,  $Y_t$ .

Posteriormente, en 1969, Hill *et al* (ref 33) propusieron otro criterio de predicción de rizos y dunas para el caso en que el fondo era inicialmente plano con transporte de sedimentos y el gasto se reducía gradualmente.

Según Hill *et al*, las variables de que depende la condición de inestabilidad del fondo plano son  $\tau_c$ ,  $d$ ,  $\rho$ ,  $v$ ,  $\rho_s$ ,  $D_{s0}$ , y  $g$ . A partir de un análisis dimensional, la condición de inestabilidad la expresaron como

$$\phi_s \left[ \frac{U_{*c} D_{s0}}{v}, \frac{g D_{s0}^3 \rho_s}{v^2 \rho D_{s0}} \frac{d}{D_{s0}} \right] = 0 \quad (2.55)$$

donde  $U_{*c} = \sqrt{\tau_c / \rho}$ , y la variable dependiente es  $\tau_c$ .

Los parámetros  $\rho_s / \rho$  y  $d / D_{s0}$  pueden eliminarse de la ec 2.55 si se considera que  $\rho_s / \rho$  es constante y, por otro lado, de acuerdo con el mecanismo de colisión propuesto por Bagnold, el tirante es poco significativo en el fenómeno. Esto último implica que  $\tau_c$  es independiente del tirante. De acuerdo con la ec 2.55 y las simplificaciones anteriores, Hill *et al* obtuvieron para los casos de rizos y de dunas, sendas relaciones funcionales de la forma

$$\frac{U_{*c} D_{s0}}{v} = \phi_s \left[ \frac{g D_{s0}^3}{v^2} \right] \quad (2.56)$$

Con objeto de verificar que el tirante no afecta a  $\tau_c$  y para determinar las relaciones funcionales antes mencionadas, Hill *et al* experimentaron en un canal

de laboratorio, de sección geométrica rectangular, de 0.61 m de ancho y 37.2 m de longitud. Dicho canal era de concreto y sin pendiente, lo que permitía que los sedimentos del lecho establecieran la pendiente de equilibrio para cada gasto. Las partículas del fondo ensayadas fueron de tamaño  $D_{50} = 0.088$  mm ( $\sigma_g = 1.70$ ),  $D_{50} = 0.15$  mm ( $\sigma_g = 1.47$ ) y  $D_{50} = 0.31$  mm ( $\sigma_g = 1.32$ ). Los caudales fueron menores de  $0.128$  m<sup>3</sup>/s y la temperatura del agua fluctuó entre 21.7 y 65.6°C.

El procedimiento fue disminuir el gasto a partir de la condición de fondo plano con transporte de sedimentos. Conforme disminuía el caudal, se reducía la pendiente de la superficie del agua; sin embargo, en un momento dado, dicha pendiente sufría un incremento, lo cual indicaba un aumento de la resistencia al flujo, ocasionado por la aparición de rizos o dunas.

En las experiencias, cuando  $D_{50} = 0.15$  mm y la temperatura del agua era de 43°C, la inestabilidad era de fondo plano a rizos; al incrementar la temperatura a 66°C, la inestabilidad era de fondo plano a dunas. Para una temperatura de 54°C, en algunos casos se presentaba inestabilidad de fondo plano a rizos y, en otros, de fondo plano a dunas.

Hill *et al.* condensaron los resultados de sus experimentos en el diagrama de la fig 2.31. En dicho diagrama puede observarse que los puntos correspondientes a inestabilidades de rizos y dunas definieron las líneas rectas a y b, respectivamente, conectadas por una línea discontinua que contiene ambos tipos de inestabilidad. La inestabilidad dunas-rizos, representada por la línea c, no fue estudiada por Hill *et al.*, y sólomente la presentaron como una posibilidad, argumentando la necesidad de conocer la forma en que ocurre el arrastre de sedimentos con la presencia de dunas.

Hill *et al.* afirmaron que el parámetro  $\frac{g D_{50}^3}{\nu^2}$  era una relación entre fuerzas gravitacionales y fuerzas viscosas, de modo que cuando dominaban las primeras, la inestabilidad era de fondo plano a dunas, y cuando imperaban las segundas, era de fondo plano a rizos.

Maddock (ref 33a) criticó que Hill *et al.* no consideraran la pendiente del lecho ni el tirante del flujo, pues para un valor dado de estas variables podían ocurrir diferentes gastos; además, para una pendiente cualquiera podía tenerse fondo plano para más de un solo tirante.

tados de Albertson *et al* en el formato  $R_{*c}$  contra  $g D_{50}^3 / v^2$ , fig 2.32.

García Flores (ref 2) hizo notar que si se dibujan los resultados de un método en el diagrama o sistema coordinado de otro, con el fin de compararlos, pueden obtenerse conclusiones erróneas.

A juzgar por lo que indica la fig 2.31, para las condiciones hidráulicas y geométricas del canal de laboratorio, y para los diámetros de material del lecho ensayados por Hill, las transformaciones del fondo plano con transporte de sedimentos ocurrieron como sigue:

Para arena muy fina,  $D_{50} = 0.088$  mm y  $\sigma_g = 1.70$ , fondo plano a rizos.

Para arena fina,  $D_{50} = 0.15$  mm y  $\sigma_g = 1.47$ , fondo plano a dunas.

Para arena mediana,  $D_{50} = 0.31$  mm y  $\sigma_g = 1.32$ , fondo plano a rizos o dunas, dependiendo de la temperatura del agua

Como se vió en el apartado 2.7, el proceso de formación de rizos y dunas es diferente cuando el gasto es creciente y cuando éste es decreciente, pues interviene el fenómeno de histéresis. Los criterios de Hill consideran que el caudal es decreciente, y en este sentido se distinguen de los demás criterios presentados en este trabajo. De acuerdo con esto, es incorrecto que Garde y Ranga Raju intentaran comparar el diagrama de la fig 2.31 con el de la fig 2.6.

### 2.15 Estudios de Grass (1970)

Grass propiamente no propuso un criterio para pronosticar las configuraciones, pero su teoría y sus experiencias han servido de base a otras investigaciones respecto al tema y, por tal motivo, se hace a continuación un resumen de sus estudios.

Grass (ref 34) se refirió a la inestabilidad de un fondo plano sin arrastre de sedimentos y bajo la acción de un caudal creciente. El manifestó que el movimiento incipiente de partículas resultaba de la interacción entre dos variables aleatorias estadísticamente distribuidas, las cuales justificó de la siguiente manera:

- a) Para una densidad y viscosidad del fluido, puede suponerse que cada partícula del lecho es susceptible a un esfuerzo cortante crítico local e instantáneo,  $\tau_c$ , el cual, si ocurre, produce que los granos se vuelvan inestables. Debido a lo aleatorio de la forma, peso



Alam (ref 33b) y Akram-Natarajan (ref. 33d) coincidieron en que el diagrama de la figura 2.31 es espurio, ya que se puede transformar, teniendo en cuenta la ec 2.5, a una gráfica  $R_{*c} = \frac{U_{*c} D_{32}}{v}$  contra  $kR_{*c}^2 = \frac{1}{\tau_{*c} (S_s - 1)} \left( \frac{U_{*c} D_{32}}{v} \right)^2$ , donde el coeficiente  $\frac{1}{\tau_{*c} (S_s - 1)}$  resulta prácticamente constante para los datos utilizados por Hill *et al*, y representa un factor de amplificación.

Ranga Raju y Garde (ref. 33g) expresaron el criterio de Albertson *et al* ( $R_*$  contra  $U_* / \omega_{30}$ , apartado 2.4), en términos de los parámetros del criterio de Hill  $R_{*c}$  contra  $g D_{32}^3 / v^2$ ; sus resultados se ilustran en la fig 2.32. La manera como procedieron fue la siguiente:

El parámetro  $g D^3 / v^2$  se puede expresar como

$$\frac{g D^3}{v^2} = \frac{g D^3}{v^2} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2} = \left( \frac{\omega D}{v} \right)^2 \frac{g D}{\omega^2} \quad (2.57)$$

Si se supone que las partículas son esféricas, entonces  $\omega$  queda definida por la ec 2.23.

Al sustituir la ec 2.23 en la ec 2.57 y simplificar, se obtiene

$$\frac{g D^3}{v^2} = \frac{3C_D}{4\Delta} \left( \frac{\omega D}{v} \right)^2 \quad (2.58)$$

donde

$$\Delta = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma}$$

Por otro lado

$$\frac{\omega D}{v} = \frac{U_* D / v}{U_* / \omega} = \frac{R_*}{U_* / \omega} \quad (2.59)$$

Si se sustituye la ec 2.59 en la ec 2.58, considerando que las partículas sean de cuarzo ( $\Delta = 1.65$ ), se tiene que

$$\frac{g D^3}{v^2} = 0.455 C_D \left[ \frac{R_*}{U_* / \omega} \right]^2 \quad (2.60)$$

Con la ec 2.60 y los valores de  $R_*$ , Ranga Raju y Garde transformaron los resul-

y ubicación de las partículas, estos esfuerzos críticos tienen una distribución de probabilidad. Si dicha distribución puede medirse, es posible definir las características de movimiento inicial de las partículas del lecho.

- b) La acción del flujo turbulento cerca de la frontera produce esfuerzos cortantes locales instantáneos,  $\tau_0$ , que varían aleatoriamente, y que también tienen una distribución de probabilidad. Dicha distribución depende de la densidad y viscosidad del fluido, del esfuerzo cortante medio producido por la corriente en el fondo,  $\tau_0 = \gamma R S$ , y de las condiciones de frontera del flujo, incluyendo la geometría de las partículas del lecho.

En la condición de inicio de movimiento de los granos, las partículas más susceptibles, es decir aquellas con los esfuerzos críticos característicos más bajos, son movidas por los esfuerzos cortantes más altos que ocurren en la distribución de esfuerzos producidos por la corriente. Conforme aumenta la velocidad del flujo, esta última distribución se mueve a través de la distribución fija de esfuerzos cortantes críticos de las partículas y, progresivamente, más partículas se vuelven susceptibles de moverse (ver fig 2.33).

El problema de la inestabilidad estriba entonces en determinar las dos distribuciones de probabilidad antes mencionadas. Grass confirmó sus hipótesis al experimentar con arenas cuyo rango de tamaños era 0.075 a 0.210 mm. Utilizó dichas arenas por ser comunes en la naturaleza y no haberse estudiado sus características de movimiento incipiente. Estos tamaños de sedimento producían una frontera hidráulicamente lisa cuando comenzaban a moverse. Para este tipo de frontera, el gradiente de velocidades dentro de la subcapa viscosa es lineal, y entonces es válido aplicar la ley de Newton de la viscosidad, es decir

$$\tau_0 = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.61)$$

donde

- $\tau_0$  esfuerzo cortante local en el fondo
- $\mu$  viscosidad dinámica del fluido
- $\frac{du}{dy}$  gradiente transversal de velocidades
- $u$  velocidad local del flujo en la dirección del escurrimiento (depende de  $y$ )
- $y$  distancia normal a la dirección del escurrimiento

Esto significa que los esfuerzos locales en el fondo podían medirse directamente a partir de los gradientes de velocidad dentro de la subcapa viscosa.

En sus experiencias de laboratorio Grass utilizó un canal de sección rectangular de 25 cm de ancho y 10 m de longitud. El instante en que se producía la inestabilidad del lecho se determinaba a partir de fotografías ultrarrápidas. Las velocidades del flujo en la subcapa viscosa se medían utilizando como trazadores burbujas de hidrógeno, las cuales eran generadas a una frecuencia de 50 ciclos/s; tales burbujas se filmaban, se estudiaban en espacio y tiempo, y a partir de sus características se determinaban las velocidades del flujo.

Con base en sus resultados experimentales, Grass expresó la distribución de  $\tau_o$  en términos de la distribución de  $\tau_c$  como

$$\bar{\tau}_o + n_1 \sigma_o = \bar{\tau}_c - n_1 \sigma_c \quad (2.62)$$

donde

- $\bar{\tau}_o$  valor medio de  $\tau_o$
- $\bar{\tau}_c$  valor medio de  $\tau_c$
- $\sigma_o$  desviación estándar en la distribución de  $\tau_o$
- $\sigma_c$  desviación estándar en la distribución de  $\tau_c$
- $n_1$  factor multiplicativo que determina el punto de intersección entre las dos distribuciones (fig 2.33)

Asimismo, encontró que

$$\sigma_c \doteq 0.3 \bar{\tau}_c \quad (2.63)$$

y

$$\sigma_o \doteq 0.4 \bar{\tau}_o \quad (2.64)$$

Al sustituir las ecs 2.63 y 2.64 en la ec 2.62 y expresar convenientemente, obtuvo que

$$\bar{\tau}_o = \frac{\bar{\tau}_c (1 - 0.3 n_1)}{1 + 0.4 n_1}$$

o bien

$$\frac{\bar{\tau}_o}{\bar{\tau}_c} = \frac{1 - 0.3 n_1}{1 + 0.4 n_1} \quad (2.65)$$

A partir de la ec 2.65, Grass calculó  $\bar{\tau}_c$  con los valores medidos de  $\bar{\tau}_c$ , y sus resultados los llevó a una gráfica en términos de los parámetros de Shields para  $n_1 = 0, 1$  y  $2$ , fig 2.34.

Grass demostró con sus resultados, que para valores de  $n_1$  constantes la ec 2.65 define rectas paralelas en el diagrama de Shields, y que la recta para  $n_1 = 0.625$  se une con la curva experimental de Shields, fig 2.34. Dicha recta queda ubicada ligeramente abajo de la recta extrapolada propuesta por Shields para valores de  $R_* < 2$ , la cual no se basó en datos experimentales. Grass aconsejó usar la recta correspondiente a  $n_1 = 0.625$  como una extensión de la curva experimental de Shields.

### 2.16 Williams y Kemp (1971)

Williams y Kemp (ref 11) adoptaron las ideas de Grass para explicar el inicio de formación de rizos. Su investigación se basó en experimentos que efectuaron en un canal de 25.4 cm de ancho, empleando arenas de tamaño  $D_{30} = 0.137$  mm y  $D_{30} = 0.495$  mm. En tales experimentos utilizaron cámaras de filmación, y observaron que los rizos comenzaban a desarrollarse a partir de pequeñas deformaciones del lecho, provocadas por la acción aleatoria de fuertes velocidades cerca del fondo. Dichas deformaciones afectaban al patrón de movimiento de los granos y originaban un disturbio que causaba separación del flujo. El disturbio se amplificaba y se propagaba hacia aguas abajo para dar lugar a nuevos rizos.

Williams y Kemp juzgaron, apoyándose en las distribuciones de probabilidad de esfuerzos sugeridas por Grass, apartado 2.15, que el requisito para el inicio de formación de rizos era que las partículas se movieran bajo la acción de los esfuerzos cortantes locales instantáneos  $\tau_c$  más grandes, excediendo éstos a los esfuerzos cortantes locales instantáneos  $\tau_c$  más pequeños, y sin llegar a formarse un fondo totalmente acorazado. Esta condición, según Williams y Kemp, quedaba establecida cuando se verificaba la siguiente ecuación (ver fig 2.35):

$$\tau_{c \text{ máx}} = \bar{\tau}_c + k_o \sigma_o = \bar{\tau}_c + k_c \sigma_c \quad (2.66)$$

donde  $k_o$  y  $k_c$  son múltiplos de la desviación estándar de las distribuciones de probabilidad que definen los esfuerzos cortantes máximos. De acuerdo con los resultados de Grass (ecs 2.63 y 2.64), las dos distribuciones de probabilidad tienen forma similar, y puede suponerse que

$$k_o \doteq k_c \doteq 3 \quad (2.67)$$

Al sustituir las ecs 2.63, 2.64 y 2.67 en la ec 2.66 y ordenar convenientemente, se obtiene que

$$\frac{\bar{\tau}_o}{\bar{\tau}_c} = 0.86 \quad (2.68)$$

Sustituyendo la ec 2.68 en la ec 2.65 y despejando, se obtiene  $n_1 = 0.2$ , que es la condición para el inicio de formación de rizos en el lecho. Williams y Kemp expresaron estos resultados en un diagrama, fig 2.36, y, para verificarlos, variaron en él algunos datos experimentales, observando que en promedio seguían la línea correspondiente a  $n_1 = 0.2$ .

### 2.17 Cooper (1970)

R.H. Cooper recabó datos experimentales de diversos autores con el fin de estudiar el mecanismo de transporte de sedimentos en lechos arenosos (ref 35a). En los análisis de dichos datos Cooper trató de considerar un mayor número de parámetros en una gráfica, por lo que propuso una solución de superficie en tres dimensiones. Los parámetros que relacionó fueron el cuadrado del número de Froude,  $F^2 = U^2/gd$ , la rugosidad relativa,  $d/D_{50}$ , la concentración de sedimentos,  $C_T$ , y el tipo de configuración del lecho (fig 2.37). La tabla 2.6, tomada de la ref 35a, muestra algunos de los datos en que se apoyó la gráfica mencionada; desafortunadamente, no se reportaron en esa tabla valores de otros parámetros importantes, tales como el tirante, la velocidad y la pendiente.

Cooper comentó que las discrepancias en muchos criterios de predicción se debían a que al aplicarlos se extrapolaba a regiones en las que no se había intentado estudiar. Por ejemplo, supóngase un fenómeno cuyo comportamiento está dado por una familia de curvas  $Z_1 = Z_1(x, y)$ , y que las condiciones encontradas en el fenómeno natural quedan delimitadas por una región  $R$ , fig 2.38; si en el diseño del experimento se usaran datos empíricos que cubran la región  $R_1$ , y las fórmulas o resultados obtenidos se aplicaran a datos fuera de dicha región, se tendrían errores por extrapolación. Si accidentalmente, por un error en el diseño experimental y sin dar suficiente importancia a las curvas  $Z_1$ , se analizaran datos que cubran la región  $R_2$ , las expresiones resultantes describirían al diseño experimental mas no al fenómeno.

Un claro ejemplo de extrapolación se observa en la propia figura 2.37. En ella aparecen sobrepuestas a la superficie de solución dos regiones: la correspondiente a los datos de canales en que se basó la teoría de régimen, y la que cubre los datos de Gilbert que usaron Blench y Erb para incorporar valores de  $C_T$  a la teoría de régimen. Blench (ref 36c) propuso usar la fig 2.39 además de la fig 2.37, ya que en los canales con un ancho fijo y fondo móvil se tienen dos grados de libertad (los valores de la pendiente  $S$  y el tirante  $d$  se ajustan cuando los sedimentos con que se alimenta al canal son arrastrados en forma continua y uniforme). Blench también sugirió crear superficies de solución para valores constantes de  $\sqrt[3]{v g D_{50}} / v$  o  $R_g = D_{50} \sqrt[3]{g D_{50}} / v$ .

Cooper *et al* (ref 37) compararon las condiciones experimentales y las que se encuentran en la ingeniería práctica. Ellos dibujaron en una gráfica  $d/D_{50}$  contra  $U^2/gd$ , envolventes de 3252 datos experimentales de canales de laboratorio. Asimismo, dibujaron la región que en su opinión cubría las condiciones prácticas de campo (canales con fondo arenoso, y cauces naturales), fig 2.40. De acuerdo con lo que exhibe la figura anterior, la principal limitación de los datos experimentales de canales de laboratorio es que no cubren valores grandes de  $d/D_{50}$ , que sí son factibles en la naturaleza.

La crítica más fuerte que puede hacerse al criterio de Cooper (figs 2.37 y 2.39) es que no indicó la forma de utilizar sus diagramas. Dado que no se conoce la ecuación de las superficies de solución que están contenidas en sus gráficas, un punto definido en ellas resulta incierto para fines de pronóstico de configuraciones.

### 2.18 Southard (1971)

Para John B. Southard (ref 22) las configuraciones de un lecho arenoso sometido a un flujo de agua en un canal infinitamente ancho es función de  $d$ ,  $U$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $D$ ,  $\rho_s$  y  $g$ , y son de importancia secundaria la forma de las partículas y su distribución granulométrica.

A partir de un análisis dimensional, Southard obtuvo los siguientes cuatro productos adimensionales:

$$\frac{\rho_s}{\rho}; \left(\frac{\rho^2 g}{\mu^2}\right)^{1/3} d; \left(\frac{\rho}{\mu g}\right)^{1/3} U; \left(\frac{\rho^2 g}{\mu^2}\right)^{1/3} D$$

de los cuales interpretó a los últimos tres como medidas adimensionales del tirante, velocidad y tamaño del sedimento.

Si se considera que el lecho está constituido por arenas cuarzosas y la temperatura del agua es constante, entonces se cumple que el parámetro  $\rho_s/\rho$  es constante, y también lo son los coeficientes que involucran a  $\rho$  y  $\mu$  en los otros tres productos adimensionales. De acuerdo con esto, se pueden expresar valores de  $d$ ,  $U$  y  $D$  en una gráfica bidimensional, si se mantiene constante una de estas tres variables. Southard decidió hacer  $D = \text{constante}$ , pues argumentó que a cada par de valores de  $U$  y  $d$  estaba asociado un valor del esfuerzo cortante en el fondo y un solo tipo de configuración.

Con base en datos de canales de laboratorio reportados por Guy, Simons y Richardson en los cuales  $0.1 < d < 0.5$  m y  $D_{50} = 0.19, 0.28, 0.45$  y  $0.93$  mm, Southard construyó los diagramas de la fig 2.41 para pronosticar las configuraciones del lecho.

Este criterio no ha sido verificado con datos de campo ni de otros canales de laboratorio. Por otro lado, dado que se consideran constantes los valores de  $\rho$ ,  $\mu$  y  $g$ , las gráficas no son adimensionales y su aplicación se restringe a casos muy particulares.

## 2.19 Willis, Coleman y Ellis (1972)

Willis *et al.* (ref 38) experimentaron en un canal de fondo móvil con el fin de obtener relaciones empíricas que describieran el transporte de arenas finas.

El canal era de sección geométrica rectangular, de 30.48 m de longitud y 0.61 m de ancho. El rango de los datos hidráulicos y de los sedimentos empleados fue el siguiente:

tirante del escurrimiento:	$0.12 < d < 0.37$ m
gasto unitario de la corriente:	$0.065 < q < 0.395 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$ ; $q = \frac{Q}{B}$
tamaño de los sedimentos:	$D_{50} = 0.1$ mm
desviación estándar geométrica de la distribución de tamaños de los sedimentos:	$\sigma_g = 1.3$
densidad relativa de los sedimentos:	$S_g = 2.65$

El espesor de sedimentos en el fondo nunca fue menor de 0.18 m. El gasto fue medido con un venturímetro en la línea de retorno, y el transporte de sedimentos

se determinaba a partir de tanques desarenadores.

Según Willis *et al*, la relación funcional para el transporte de sedimentos total está dada por:

$$C_T = \phi_s (q, d, \rho, \nu, \rho_s, D_{50}, \sigma_g, g) \quad (2.69)$$

donde  $C_T$  es la concentración de sedimentos, en peso. Además, juzgaron que cuando el flujo no era alterado mayormente por las paredes del canal, las variables básicas para estudiar el transporte de sedimentos eran  $U$  y  $d$ , o bien,  $q$  y  $d$ . De acuerdo con esto, en sus experimentos sólo modificaron los valores de  $q$  y  $d$  y las demás cantidades las mantuvieron constantes, es decir que consideraron

$$C_T = \phi_s (q, d) \quad (2.70)$$

Después de analizar 105 ensayos efectuados en el canal de laboratorio antes descrito, Willis *et al* obtuvieron el diagrama de la fig 2.42, que representa la relación funcional de la ec 2.70. En dicho diagrama, las líneas continuas aproximan tirantes iguales, y las discontinuas separan los regímenes observados de dunas, fondo plano y antidunas. En la fig 2.42 se muestra también la curva granulométrica de las arenas que emplearon Willis *et al* en sus experimentos.

Con relación al diagrama de la fig 2.42, Willis *et al* hicieron las siguientes observaciones:

- a) En el régimen de dunas cerca de la región de fondo plano con transporte de sedimentos, una reducción del gasto unitario implica un incremento en la concentración de sedimentos para tirantes mayores de 1 pie. Esto puede atribuirse a que los vórtices generados por las dunas tienden a poner en suspensión más material.
- b) La frontera superior de la región de antidunas corresponde a condiciones de flujo con rompimiento frecuente de ondas. En tales casos ninguna medición resulta confiable.
- c) El diagrama correlaciona las variables básicas que intervienen en el transporte de sedimentos; sin embargo, no es adimensional y sólo se recomienda su aplicación para el rango de variables estudiado.



Basándose en sus datos experimentales y en los de otros autores, Willis *et al* crearon también gráficas para relacionar la concentración de sedimentos con el número de Froude de la corriente, fig 2.43.

Gopalakrishnan y Kennedy (ref 38b) comentaron respecto a la ec 2.70 que era incorrecto eliminar cantidades de un análisis dimensional antes de que la ecuación estuviera en términos de parámetros adimensionales. Además, indicaron que debieron haber presentado sus datos experimentales en términos de parámetros adimensionales e indicar, en su caso, los rangos en que éstos se mantuvieron constantes.

## 2.20 Pratt y Smith (1972)

Pratt y Smith (ref 39) realizaron estudios con el propósito de determinar con todo detalle la fase de transición entre rizos y dunas. Ellos juzgaron que los parámetros básicos representativos de los regímenes de rizos y dunas eran la pendiente de la superficie del agua,  $S_w$ , el tirante del flujo,  $d$ , y el inverso de la intensidad del flujo referida a  $D_{15}$ , es decir

$$\frac{1}{\psi_{15}} = \frac{\tau'_c}{(\gamma_s - \gamma)D_{15}} = \frac{\gamma R' S_w}{(\gamma_s - \gamma)D_{15}} = \frac{R'}{D_{15}} \frac{S_w}{\Delta} \quad (2.71)$$

donde  $\tau'_c$  es la parte del esfuerzo cortante total del fondo, que está asociada a la resistencia al flujo debida a las partículas del lecho.

Para correlacionar los tres parámetros mencionados, experimentaron en un canal de laboratorio cuya sección geométrica era rectangular, de 21.4 m de longitud y 1.37 m de ancho. Los datos hidráulicos y de los sedimentos empleados fueron los siguientes:

tirante del escurrimiento:	$d = 0.076, 0.152 \text{ y } 0.305 \text{ m}$
gasto de la corriente:	$Q = 0.085, 0.141 \text{ y } 0.226 \text{ m}^3/\text{s}$
tamaño de los sedimentos:	$D_{15} = 0.43 \text{ mm}, D_{30} = 0.48 \text{ mm}, D_{60} = 0.53 \text{ mm}$
desviación estándar geométrica de la distribución de tamaños de los sedimentos:	$\sigma_g = 1.11$

El espesor de los sedimentos en el fondo fue de 0.09 m. Los perfiles del fondo se registraban en cinta magnética con una precisión de  $\pm 2.54 \text{ mm}$ , y las elevaciones de la superficie del agua se medían con una precisión de  $\pm 0.01 \text{ mm}$ .

Pratt y Smith observaron que, al menos para las arenas poco graduadas que usaron, existía una transición entre el régimen de rizos y el de dunas. Al producirse dicha transición, el factor de fricción disminuía de improviso en un 25%, aproximadamente; las condiciones del lecho en ese instante parecían concordar con las de inicio de arrastre, de acuerdo con el criterio de Shields. A partir del análisis de sus resultados experimentales, construyeron el diagrama de la fig 2.44. Con base en sus observaciones, describieron como sigue las regiones que se indican en dicho diagrama:

En el régimen de rizos (región 2A) la longitud de las configuraciones,  $\lambda$ , era independiente del tirante y de la velocidad del flujo. En la región inestable 2B, entre las fases 2A y 3, el factor de fricción disminuía notablemente y el valor de  $S_w$  disminuía conforme aumentaba el gasto por unidad de ancho. A través de las fases 3 y 4A se observaba, en promedio, un crecimiento sistemático de la longitud de las formaciones,  $\lambda$ . Las dimensiones de las dunas se incrementaban permanentemente desde la fase 4A hasta la línea que divide las fases 4A y 4B; para dicha línea de frontera, las dunas estaban totalmente desarrolladas ( $H$  máxima y  $\lambda/H$  mínima). A partir de la condición anterior, hacia la región 4B la relación  $\lambda/H$  aumentaba rápidamente al ir siendo lavadas las dunas, o achatadas por el flujo. Otras investigaciones de Pratt relacionadas con el tema se reportan en la ref 40.

Como en muchos de los criterios estudiados, en el diagrama de Pratt y Smith, fig 2.44, también existe repetición de variables en los ejes coordenados (se repite  $S_w$ ), lo cual produce cierto grado de espuriedad (ref 12). Por otro lado, el diagrama no es completamente adimensional, por lo que pierde generalidad. A pesar de que ensayaron una sola granulometría de arenas, en las abscisas interviene la variable  $D_{50}$ . De acuerdo con lo anterior, sólo se recomienda aplicar este criterio para canales con características geométricas e hidráulicas muy similares a las del canal estudiado por Pratt y Smith.

Es conveniente mencionar que Attaullah y Simons (ref 19) habían estudiado desde 1970 un diagrama que relacionaba  $1/\psi_{50} = RS/A D_{50}$ , la pendiente de la superficie del agua,  $S$ , y las distintas configuraciones del lecho, fig 2.45. Según ellos,  $1/\psi_{50}$  medía la capacidad del flujo para mover sedimentos, y  $S$  el efecto de la rugosidad de forma en la disipación de energía.

El diagrama de la fig. 2.45 es muy cuestionable, pues en él puede apreciarse que muchos de los datos no quedan ubicados en las regiones que les corresponde;

por consiguiente, se juzga inadmisibile la separación por regiones propuesta por Attaullah y Simons.

### 2.21 Cruickshank y Maza (1973)

Cruickshank y Maza (ref 41) consideraron que un flujo turbulento sobre un lecho arenoso se podía describir con tres parámetros adimensionales si se incluía a la velocidad media de la corriente  $U$ , como una de las variables. Previamente habían estudiado en forma empírica diferentes grupos de variables, formando siempre, con objeto de conservar la similitud, relaciones entre características del flujo y características del material del fondo. Ellos juzgaron que cuando tiene lugar el movimiento de sedimentos y se desarrollan configuraciones en el lecho, el tamaño medio de los granos del fondo se vuelve mayor que el del material original. A partir de sus análisis encontraron que la relación funcional entre parámetros se tornaba más consistente cuando se consideraba a  $D_{44}$  como tamaño representativo del material del lecho y a  $D_{50}$  como representativo del material en suspensión. Los tres parámetros que finalmente eligieron fueron:

$$\frac{d}{D_{44}}$$

Parámetro de similitud geométrica. Mide la escala de turbulencia relativa al diámetro representativo del material del fondo.

$$\frac{\gamma d S}{(\gamma_s - \gamma) D_{44}} = \frac{d S}{\Delta D_{44}}$$

Parámetro de esfuerzo relativo.

$$\frac{\gamma U S}{(\gamma_s - \gamma) \omega_{50}} = \frac{U S}{\Delta \omega_{50}}$$

Parámetro relativo de trabajo. Es la relación del trabajo desarrollado por el flujo por unidad de tiempo, al trabajo necesario para mantener en suspensión un volumen unitario de material que cae con una velocidad  $\omega_{50}$  por unidad de tiempo. Se piensa que este parámetro mide la intensidad relativa de la turbulencia.

Cruickshank y Maza analizaron empíricamente los parámetros anteriores utilizando datos de canales de laboratorio reportados en 1966 por Guy *et al* y datos de corrientes naturales obtenidos en 1964 por Culbertson y Dawdy. El tamaño efectivo del material del cauce lo determinaron como

$$D_{44} = \sigma_g D_{50} \quad (2.72)$$

siendo  $\sigma_g$  la desviación estándar geométrica de la distribución de tamaños de las partículas. Cuando se desconocía el valor de  $\omega_{50}$ , lo estimaron mediante la ecuación de Rubey:

$$\omega_{50} = F_1 \cdot \Delta g D_{50} \quad (2.73)$$

donde

$$F_1 = \frac{2}{3} + \frac{36v^2}{\Delta g D_{50}^3} - \frac{36v^2}{\Delta g D_{50}^3} \quad (2.74)$$

Cruickshank y Maza interpretaron los datos analizados en una gráfica  $US/\omega_{50}$  contra  $dS/D_{50}$ , llevando como parámetro interno a  $d/D_{50}$ , fig 2.46. El factor  $Y/(Y_s - Y) = 1/\Delta$ , que aparece en dos de los tres parámetros elegidos por Cruickshank y Maza, lo consideraron constante e igual a 0.606, es decir consideraron que  $Y_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ . Las líneas rectas del diagrama de la fig 2.46 las definieron analíticamente ajustando por mínimos cuadrados los puntos resultantes de su análisis, los cuales no figuran en el diagrama. Las ecuaciones exponenciales que obtuvieron para describir los regímenes inferior y superior fueron las siguientes:

Para régimen inferior

$$\frac{U}{\omega_{50}} = 6.03 \left( \frac{d}{D_{50}} \right)^{0.636} S^{0.456} \quad (2.75)$$

$$\text{si } \frac{1}{S} \geq 70 \frac{d}{D_{50}}^{0.358} \quad (2.76)$$

Para régimen superior

$$\frac{U}{\omega_{50}} = 5.45 \frac{d}{D_{50}}^{0.644} S^{0.352} \quad (2.77)$$

$$\text{si } \frac{1}{S} \leq 55 \frac{d}{D_{50}}^{0.382} \quad (2.78)$$

Como puede observarse, se valúan simultáneamente el tipo de régimen y la velocidad de la corriente.

Cruickshank y Maza indicaron que sus fórmulas son válidas cuando  $0.2 < D_{50} < 2 \text{ mm}$  y  $1.2 < \sigma_g < 2.5$ . Al aplicar su método a los ríos Papaloapan, Tulijá, Acaponeta y Bravo (cerca de Bernalillo) obtuvieron resultados aceptables, y observaron que cuando  $D_{50} < 0.2 \text{ mm}$  la velocidad calculada era menor que la medida, y cuando  $D_{50} > 2 \text{ mm}$  se calculaban velocidades mayores que las reales. Los errores máximos alcanzados en estos casos fueron de  $\pm 30\%$ .

En el diagrama de la fig 2.46 se puede observar que se repiten las variables  $d$ ,  $S$  y  $D_s$  en los ejes coordenados y en el parámetro interno, situación que, como ya se mencionó en múltiples ocasiones, produce cierto grado de espuriedad. García Flores (ref 2) presentó una discusión muy completa del método de Cruickshank y Maza, y encontró que, bajo ciertas condiciones, conduce a resultados absurdos; tal es el caso de las situaciones del régimen superior, o bien, las de régimen inferior en que  $R/D_s > 1500$ .

De acuerdo con lo que expresan las ecs 2.75 a 2.78, para Cruickshank y Maza los únicos parámetros que definen el tipo de régimen son  $1/S$  y  $d/D_s$ . El autor de este trabajo ha llevado estos parámetros a una gráfica, para crear regiones de ocurrencia de las distintas configuraciones del lecho, fig. 2.47. Como puede observarse, cuando se cumple que  $d/D_s < 1875$  el método exhibe claramente las regiones de régimen inferior y régimen superior con una región de transición entre ambas. Cuando la condición anterior no se cumple, la región de transición desaparece y en su lugar se vuelve a marcar otra región en que ocurren simultáneamente régimen inferior y régimen superior, como se indica en la fig 2.47. Esto confirma el análisis realizado por García Flores (ref 2). Por tanto, otra limitante del método sería que sólo rige cuando  $d/D_s < 1875$ .

## 2.22 Vanoni (1974)

Vito A. Vanoni (ref 36) argumentó que el gasto de sedimentos estaba correlacionado con la velocidad del flujo, y ésta a su vez con la forma del fondo. De esta manera, las relaciones satisfactorias para pronosticar el transporte de sedimentos o la velocidad de la corriente en cauces aluviales deben pronosticar también las configuraciones del lecho.

Once años atrás, Kennedy y Brooks habían planteado los grupos de variables independientes y dependientes que determinaban el comportamiento del flujo en canales aluviales (ref 36). Su planteamiento fue el siguiente:

Variables independientes:  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\rho_s$ ,  $D_s$ ,  $\sigma_g$ ,  $\omega$ ,  $U$ ,  $d$ ,  $\beta$ ,  $g$

Variables dependientes:  $Q$ ,  $q_s$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $f$

siendo  $q_s$  el gasto de sedimentos total y  $f$  el factor de fricción de Darcy - Weisbach. Para determinar las cinco variables dependientes se requiere de cinco ecuaciones:

$$1) \text{ La ecuación de continuidad: } Q = B d U \quad (2.79)$$

2) Una ecuación de transporte de sedimentos

$$q_s = \phi_{10} \text{ (variables independientes)} \quad (2.80)$$

$$3) R = \phi_{11} (B, d) \quad (2.81)$$

$$4) S = \phi_{12} \text{ (variables independientes)} \quad (2.81)$$

$$5) \text{ La ecuación de Chézy: } U = \sqrt{8/f} \sqrt{gRS} \quad (2.83)$$

La ecuación de transporte de sedimentos (ec 2.80) puede escribirse en forma adimensional como

$$C_T = \frac{q_s}{\rho Q} = \phi_{11} (F, d/D_{50}, R_g, \sigma_g, \rho_s/\rho, \omega/U, B/d) \quad (2.84)$$

donde  $C_T$  = concentración de sedimentos y

$$R_g = D_{50} \sqrt{g D_{50}} / v \quad (2.85)$$

La pendiente del canal  $S$ , también es una función de los siete productos adimensionales del segundo miembro de la ec 2.84. Según Vanoni, la ec 2.84 también es adecuada para pronosticar las configuraciones de lechos arenosos.

Si se desprecia la forma de las partículas, su velocidad de caída,  $\omega$ , se vuelve función de  $\rho$ ,  $v$ ,  $\rho_s$ ,  $D_{50}$  y  $g$ , y entonces puede eliminarse de la ec 2.84 el parámetro  $\omega/U$ . Por otro lado, si se consideran sólo los sedimentos que se encuentran usualmente en cauces naturales ( $\rho_s/\rho = 2.65$ ) y se desprecian el efecto del ancho del canal y la distribución de tamaños de sedimentos, pueden también eliminarse de la ec 2.84 los parámetros  $\rho_s/\rho$ ,  $B/d$  y  $\sigma_g$ , con lo cual

$$C_T = \phi_{11} (F, d/D_{50}, R_g) \quad (2.86)$$

En cierto modo, Vanoni justificó las simplificaciones para llegar a la ec 2.86 apoyándose en resultados de otros investigadores:

- Respecto al ancho del canal, Cooper había reportado que cuando  $B/d < 3$ , el parámetro  $B/d$  prácticamente no influye en la relación entre  $F$ ,  $C_T$  y  $d/D_{50}$ .
- Cooper, Peterson y Blench habían analizado estadísticamente datos de  $F$ ,  $C_T$  y  $d/D_{50}$ , y habían encontrado que para diferentes rangos de  $d/D_{50}$  existía una clara correlación entre  $F$ ,  $C_T$  y la forma del fondo. Asimismo, habían

concluido que la variación de  $R_g$  prácticamente no inflúa en las relaciones entre  $F$ ,  $C_T$  y  $d/D_{50}$ ; sin embargo, señalaron, los valores de  $R_g$  que habían estudiado eran menores que los que ocurren en cauces naturales. También encontraron que el efecto de  $\sigma_g$  en las relaciones antes mencionadas era despreciable. En otras investigaciones demostraron que cualquier grupo de variables que determinara el gasto de sedimentos o la pendiente, también debería pronosticar la forma del fondo.

Con base en todo lo anterior, Vanoni analizó datos de campo y de laboratorio y obtuvo diagramas  $F$  contra  $d/D_{50}$  para diferentes rangos de  $R_g$ , figs 2.48. Los tipos de configuración del fondo los denotó con los símbolos que aparecen en el ángulo superior derecho de cada diagrama. Para construir las gráficas anteriores, Vanoni tuvo que interpretar todos los datos, ya que la terminología y procedimientos eran muy variables; por ejemplo, en algunos casos las configuraciones se señalaban como dunas, cuando en realidad eran rizos. Las denominadas ondas estacionarias siempre las clasificó Vanoni como antidunas.

La fig 2.48a contiene pocos datos, y las regiones de ocurrencia de las distintas configuraciones se delimitaron burdamente y no siguen el mismo patrón que las restantes, o sea las de materiales más gruesos. Las figs 2.48b y la c tienen una mayor concentración de puntos y en ellas quedan mejor definidas las regiones. Las figs 2.48d y la e incluyen datos de cauces naturales (ríos Mississippi, Bravo y Pigeon Roost Creek). Las fronteras que delimitan las regiones de rizos y dunas en las figs 2.48 b a la e siguen el mismo patrón. A juzgar por lo que exhiben dichas figuras, los números de Froude para los cuales ocurre el cambio de rizos a dunas son tanto menores cuanto más grandes sean los valores de  $d/D_{50}$ . También, para un valor dado de  $d/D_{50}$ , el número de Froude para el que sucede ese cambio es tanto mayor cuanto más grandes sean los valores de  $D_{50}$  y  $R_g$ . La fig 2.48f muestra que para los sedimentos más gruesos se tienen las regiones de dunas, transición y antidunas, y no hay datos para rizos ni fondo plano. El material más grueso en que se reportaron rizos fue aquel cuyo  $D_{50}$  fue igual a 0.55 mm y  $R_g = 0.41$ , y el más fino en que sucedieron dunas tenía como características  $D_{50} = 0.19$  mm y  $R_g = 8$ .

Los datos de canales de laboratorio utilizados por Vanoni para construir sus

diagramas estaban vinculados con valores promedio de velocidades y tirantes del flujo. A diferencia de dichos datos, los de ríos correspondieron a tirantes y velocidades medidos en una sección, es decir que estaban ligados a valores locales. A pesar de esta discrepancia, ambos tipos de datos coincidieron en agruparse en las regiones definidas en los diagramas. Esto sugiere, según Vanoni, que para cauces naturales las configuraciones quedan determinadas por condiciones locales, y su comportamiento es muy complicado.

Según Vanoni, en flujos con números de Froude pequeños, que es el caso en que ocurren rizos y dunas, casi no existe interacción entre la superficie del agua y la del fondo. En estas ocasiones las configuraciones no dependen del tirante,  $d$ , sino más bien del esfuerzo cortante,  $\tau_0$ , o de la velocidad al cortante,  $U_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$ . Si esta premisa es válida, las formas del fondo son entonces función de  $U_* / \sqrt{g D_{50}}$  y  $R_g$  en vez de los tres parámetros de la ec 2.86. Esto último Vanoni lo justificó con el diagrama de la fig 2.49, el cual considera todos los datos de rizos y dunas de la fig 2.48.

Con base en los datos experimentales recabados, Vanoni insinuó que las antidunas dependían fundamentalmente del número de Froude de la corriente, y sólo ligeramente del tamaño de sedimentos, y que si eso era cierto, la formación de antidunas era función únicamente de  $U$ ,  $d$ ,  $\rho$ ,  $v$  y  $g$ , o bien, de  $F$  y  $d\sqrt{gd}/v$ . A partir de los datos de antidunas con que contaba, construyó un diagrama  $F$  contra  $d\sqrt{gd}/v$  (fig 2.50). En dicho diagrama observó que cuando  $d\sqrt{gd}/v < 200,000$ , la condición para la aparición de antidunas era que  $F \geq 0.84$ . Este resultado, como se verá posteriormente, concuerda con el que obtuvo teóricamente Kennedy (apartado 4.3).

Vanoni expuso varias ideas respecto a algunos de los parámetros que eliminó en su análisis dimensional para llegar a la ec 2.86. En primera instancia manifestó que probablemente el efecto de  $\sigma_g$  no era despreciable, ya que si su valor se incrementaba, tendía a aumentar el transporte de sedimentos. En cuanto a las relaciones de ancho a tirante,  $B/d$ , éstas fueron mayores de 1.9, y casi todas mayores de 4; y era posible que si existiera efecto de esta relación en la predicción de configuraciones, aunque con los datos disponibles no fue posible investigar dicho efecto. La influencia de la temperatura del agua,  $T$ , se supone implícita en  $R_g$ ; sin embargo, apuntó, Taylor observó en canales de laboratorio que para  $R_* < 13$ , un incremento de  $T$  o de  $R_g$  aumenta el transporte de sedimentos, y cuando  $R_* > 13$  estas mismas condiciones lo disminuyen.



En 1971, Yen argumentó, apoyado en un análisis dimensional, que las configuraciones dependían de  $F$ ,  $D_{50}/R$ ,  $R$  y de  $w/U_*$ , siendo  $R$  el número de Reynolds asociado con la velocidad media del flujo y con el diámetro característico del sedimento (ref 36 a). Después de analizar datos experimentales de diversos autores, observó que para valores bajos de  $F$  los parámetros predominantes en el fenómeno eran  $R$  y  $w/U_*$ , y para valores altos lo eran  $F$  y  $D_{50}/R$ . Por otro lado, al examinar los datos utilizados por Vanoni para construir las figs 2.48 a 2.50, concluyó que la relación  $B/d$  sólo influía cuando  $B/d_m < 5$ , siendo  $d_m$  el tirante medio, definido como el cociente entre el área hidráulica de la sección y el ancho de la superficie libre del agua. Así, dado que en cauces naturales la relación  $B/d$  es muy grande, no es importante para fines de pronóstico de configuraciones.

Al igual que otros diagramas para pronóstico de configuraciones, las figs 2.48 a 2.50 también son espurias en cierto grado, ya que contienen variables que se repiten en los ejes coordenados.

### 2.23 ChiEmeka (1975)

Se ha aceptado que en régimen inferior predomina la rugosidad de las formas del fondo, en fondo plano sin arrastre de sedimentos y en régimen superior impera la rugosidad debida a las partículas, y en el régimen de transición la rugosidad es variable (ref 42). Dado que hasta la fecha no ha sido posible pronosticar confiablemente las configuraciones del fondo, ChiEmeka supuso que el parámetro  $\tau_b''/\tau_b'$  podía representar adecuadamente la influencia relativa de  $\tau_b''$  y  $\tau_b'$  en los distintos regímenes de flujo y, por consiguiente, tenía que existir una relación funcional entre dicho parámetro y la resistencia total al flujo,  $f$ . Con objeto de verificar esta hipótesis, utilizó datos de laboratorio y de campo para relacionar gráficamente  $f$  y  $\tau_b''/\tau_b'$ . Los datos se ajustaron a la curva exponencial

$$f = \frac{8 U_*^4}{U^3} = 0.017 \exp \left( 0.4 \frac{\tau_b''}{\tau_b'} \right) \quad (2.87)$$

Las partículas que constituyen el lecho comienzan a moverse cuando el esfuerzo cortante debido al flujo,  $\tau_b'$ , rebasa un cierto valor crítico para los granos,  $\tau_c$ . Cuando esto sucede, no todas las partículas se desplazan a la misma velocidad. ChiEmeka juzgó que las configuraciones del fondo se desarrollaban porque los granos más

lentos retardaban a los más rápidos, ocasionando así que se apilaran. Para vencer la resistencia que oponen las formas del fondo y mantener los granos en movimiento, se requería, según ChiEmeka de una porción considerable (del 60 al 85% aprox.) del esfuerzo cortante total; dicha porción la relacionó con  $\tau_0^*$ . De acuerdo con esto, supuso que el componente  $\tau_0^*$  dependía de cuánto se excediera el esfuerzo cortante crítico,  $\tau_c$ , y del peso sumergido de los granos; en forma adimensional esto podría expresarse como

$$\tau_0^* = \frac{\tau_0 - \tau_c}{(\gamma_s - \gamma) D_{50}} = \phi \left[ \frac{\tau_0}{\tau_c} \right] \quad (2.88)$$

Con objeto de comprobar la relación anterior, ChiEmeka también relacionó gráficamente datos de laboratorio y de campo, pero diferentes de los que usó para relacionar  $f$  y  $\tau_0^*/\tau_c$ , excepto datos de canales de Pakistán, que incluyó nuevamente porque cubrían el más amplio rango de valores de  $\tau_0/\tau_c$ . Los datos se ajustaron a la recta

$$\tau_0^* = \frac{\tau_0 - \tau_c}{(\gamma_s - \gamma) D_{50}} = 0.0246 \frac{\tau_0}{\tau_c} \quad (2.89)$$

que representaba, según ChiEmeka, la correlación entre los parámetros  $\tau_0/\tau_c$  y  $\tau_0^*$ .

Por tanto, conocidos  $\tau_0$  y  $\tau_c$ , la ec. 2.89 permite conocer  $\tau_0^*$ , y el valor de  $\tau_0^*$  se calcula simplemente como

$$\tau_0^* = \tau_0 - \tau_c \quad (2.90)$$

A partir de la ec. 2.87 puede estimarse la fricción del cauce,  $f$ , y la velocidad media del flujo,  $U$ .

En sus análisis de los datos de laboratorio y de campo para obtener las ecs. 2.87 y 2.89, ChiEmeka obtuvo los esfuerzos cortantes críticos,  $\tau_c$ , a partir del criterio de Shields; para separar los componentes  $\tau_0^*$  y  $\tau_0$  utilizó el método propuesto por Einstein y Barbarossa (ref. 43), y el efecto de pared lo corrigió con el método de Vanoni y Brooks (ref. 44).

ChiEmeka probó la bondad o aplicabilidad de las ecs. 2.87 y 2.89 examinando otro conjunto de datos de canales de laboratorio y de campo. Las diferencias entre las velocidades calculadas y las medidas fueron en promedio de  $\pm 20\%$ , siendo las máximas de  $\pm 30\%$ . Sin embargo, cuando analizó posteriormente datos de los ríos

Missouri, Misisipi, Midle Loup, Midle Río Grande, Bernalillo y Nilo, obtuvo en algunos casos diferencias mayores, resultando las máximas de  $\pm 50\%$ .

ChiEmeka comprobó al analizar los datos de Simons y Richardson que reportaron en las refs 3 y 4, que la fricción cambiaba según el tipo de régimen: los factores de fricción eran menores en las situaciones de fondo plano sin transporte de sediemntos, alcanzaban valores máximos en rizos y dunas, decrecían en la transición y en fondo plano con transporte, y nuevamente alcanzaban valores menores en el régimen de antidunas, pero no tan bajos como en la condición inicial de fondo plano sin transporte. Por otro lado, dado que las diferencias entre las velocidades calculadas y las medidas resultaron del mismo orden de magnitud, tanto para concentraciones bajas como altas, infirió que, aparentemente, no existía relación alguna entre los factores de fricción y la concentración total de sedimentos, aunque aclaró que los datos analizados no indicaban qué parte del gasto sólido total correspondía al arrastre de fondo y cuánto al transporte en suspensión.

Tomando en consideración que existían muchos criterios para pronosticar las configuraciones del lecho, que utilizaban parámetros sin significado físico, ChiEmeka propuso utilizar la relación de esfuerzos cortantes  $\tau_o/\tau_c$  y el número de Froude,  $F$  (ref 45). El primero de estos dos parámetros representaba la movilidad de las partículas de sedimento, y lo eligió después de haber demostrado que existía una única relación entre  $\tau_o/\tau_c$  y  $F$  (ecs 2.88 y 2.89). El número de Froude constituye la relación entre fuerzas de inercia y fuerzas gravitatorias y lo incluyó ChiEmeka debido a que diversos autores como Kennedy, Reynolds, Hayashi, y otros habían comprobado que influía en canales erosionables y que era un buen indicador de la formación de dunas y antidunas. De acuerdo con esto, ChiEmeka recabó información de laboratorio y de campo, y llevó a una gráfica datos de  $\tau_o/\tau_c$  contra  $F$ , fig 2.51.

Para calcular  $\tau_c$  utilizó el criterio de Shields, fig 2.21.

De acuerdo con el diagrama de Shields, cuando  $R_* > 500$  el valor de  $\tau_c$  es

$$\tau_c = 0.06 (\gamma_s - \gamma) D_{s_0} \quad (2.91)$$

y la relación  $\tau_o/\tau_c$  se puede entonces escribir como

$$\frac{\tau_o}{\tau_c} = \frac{1}{0.06} \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma) D_{s_0}} = \frac{50}{3} \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma) D_{s_0}} \quad (2.92)$$

La ec 2.92 revela que cuando  $R_* > 500$  el criterio de ChiEmeka es muy similar al de Garde y Albertson (apartado 2.6), con la diferencia de que el eje de las abscisas queda afectado por un factor de amplificación que vale 50/3.

Por otro lado, como se sabe, el parámetro de Shields es

$$\tau_{*c} = \frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma) D_{s0}} \quad (2.93)$$

Si se despeja  $\tau_c$  de la ec 2.93 y se efectúa el cociente  $\tau_o/\tau_c$  se tiene que

$$\frac{\tau_o}{\tau_c} = \frac{\tau_o}{\tau_{*c} (\gamma_s - \gamma) D_{s0}} \quad (2.94)$$

Además, dado que  $\tau_o = \tau_o' + \tau_o''$ , la ec 2.94 puede escribirse como

$$\frac{\tau_o}{\tau_c} = \frac{(\tau_o' + \tau_o'')}{\tau_{*c} (\gamma_s - \gamma) D_{s0}} \quad (2.95)$$

Al sustituir la ec 2.95 en la ec 2.89 y ordenar convenientemente, se llega a que

$$\frac{\tau_o'}{\tau_o} = \frac{\tau_{*c}}{0.0246} - 1 \quad (2.96)$$

la ec 2.96 muestra la relación que guardan  $\tau_o'$  y  $\tau_o''$ , según el criterio de ChiEmeka.

A juzgar por lo que indica el diagrama de la fig 2.51, los números de Froude para los cuales cambian las fases de una configuración a otra son menores cuanto más grande sea la relación  $\tau_o/\tau_c$ ; para  $F > 0.75$  sólo puede ocurrir régimen de transición y antidunas; para  $F < 0.75$  pueden suceder rizos o dunas, dependiendo del valor de  $\tau_o/\tau_c$ ; no existe la fase de transición de fondo plano sin arrastre de sedimentos a dunas.

El criterio de ChiEmeka, por la forma en que determina  $\tau_o'$  y  $\tau_o''$ , involucra directamente el criterio de fricción de Einstein y Barbarossa (ref 43), y con ello todas las limitaciones de ese criterio son válidas para el de ChiEmeka. En la ref 2, García Flores demostró que el criterio de Einstein y Barbarossa arroja resultados absurdos cuando se sale de ciertos intervalos de  $s$  y  $R/D$ .

## 2.24 Van Rijn (1984)

Leo C. Van Rijn (ref 46) enfocó sus análisis a la predicción de las configuraciones y el coeficiente de Chézy como función de variables del flujo tales como la velocidad y el tirante, y de propiedades del sedimento, como su tamaño y granulometría. El objetivo de sus estudios fue proponer relaciones simples para pronósticos con fines ingenieriles.

Van Rijn estudió sólomente el régimen inferior de flujo (rizos y dunas) y el régimen de transición, pues argumentó que eran los más comunes en cauces naturales. Por otro lado, aseguró que tales regímenes podían quedar muy bien definidos sin usar el número de Froude, ya que en esos casos el transporte de sedimentos no dependía de dicho parámetro.

En otras investigaciones, Van Rijn había mostrado que las dimensiones de las configuraciones estaban gobernadas principalmente por el transporte de sedimentos, y éste a su vez por los siguientes dos parámetros (ref 46):

$$D_* = \left[ \frac{g (S_s - 1)}{v^2} \right]^{1/3} \quad (2.97)$$

y

$$T_* = \left[ \frac{U_*'}{U_*'} \right]^2 - 1 \quad (2.98)$$

donde

- $D_*$  parámetro de las partículas (adimensional).
- $T_*$  parámetro de transporte (adimensional).
- $U_*' = \frac{g^h}{C'} U$  = velocidad asociada al esfuerzo cortante que compete a las partículas,  $\tau_0$ , (m/s).
- $C' = 18 \log (4 R_b/D_{90})$  = coeficiente de Chézy relativo a las partículas ( $m^{1/2}/s$ ).
- $R_b$  radio hidráulico relativo al fondo (m).
- $U_{*c}$  velocidad asociada al esfuerzo cortante crítico, según Shields (m/s).

De acuerdo con estas ideas, Van Rijn recabó datos de campo y de laboratorio reportados por Acker, Mahmood, Stücrath, Znamenskaya, Guy *et al*, Simons y Richardson, Stein, Tsubaki *et al*, Van Urk, y Williams, y los interpretó en una gráfica  $D_*$  contra  $T_*$ , la cual propuso para pronosticar las configuraciones de lechos

arenosos de canales y ríos, fig 2.52.

Van Rijn insinuó que su criterio de pronóstico era más aplicable a cauces naturales que los de Liu, Garde y Albertson, Simons y Richardson II y Engelund y Hansen (apartados 2.3, 2.6, 2.7.4 y 2.13, respectivamente), debido a que estaba basado en gran número de datos de campo que cubrían un amplio rango de tirantes de flujo.

El criterio de Van Rijn es cuestionable, pues a pesar de que destacó que los regímenes inferior y de transición podían quedar bien definidos sin usar el número de Froude, él lo usó indirectamente en el parámetro  $T_*$ . En efecto, se puede demostrar que

$$T_* = \frac{U^2}{g D} \frac{\rho}{\rho_s - \rho} \frac{g}{(C')^2} = F_D \frac{1}{S - 1} \frac{g}{(C')^2} \quad (2.99)$$

en donde se observa que  $T_*$  equivale a multiplicar el cuadrado del número de Froude del grano,  $F_D$ , por un parámetro que depende de la densidad relativa del sedimento y del coeficiente de Chézy relativo a las partículas.

Tabla 2.1 Valores de  $F_R$  que delimitan los cambios de fase de transporte, según Langbein (1942)

$D_{50}$ (mm)	DUNAS - FONDO PLANO		FONDO PLANO - ANTIDUNAS	
	UR = 0.2	UR = 0.4	UR = 0.2	UR = 0.4
0.30	1.10	1.02	1.33	1.20
0.37	1.31	1.18	1.67	1.40
0.50	1.46	1.36	1.76	1.69
0.78	1.45	1.35	-	-
1.72	1.50	1.39	-	-

Tabla 2.2 Sumario de datos experimentales para el inicio de formación de rizos, según Liu (1957)

ENSAYE VARIABLE	1	2	3	4	5	6
TAMAÑO REPRESENTATIVO DEL MATERIAL, $D_{30}$ (mm)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.69	0.69
TIRANTE DEL ESCURRIMIENTO, $d$ (m)	0.00433	0.00357	0.00320	0.118	0.0113	0.0122
PENDIENTE DEL FONDO, $\theta$	0.0067	0.0070	0.0080	0.000196	0.0050	0.00546
ESFUERZO CORTANTE QUE PRODUCE EL FLUJO EN EL FONDO, $\tau_0$ ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )	0.0288	0.0249	0.0254	0.0229	0.0561	0.0640
VELOCIDAD ASOCIADA AL ESP. CORTANTE, $U_s$ (m/s)	0.0168	0.0155	0.0158	0.0149	0.0235	0.0250
TEMPERATURA DEL AGUA, $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	15.6	20.6	20.6	16.1	20.6	18.3
VISCOSIDAD CINEMATICA DEL AGUA, $\nu \times 10^6$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	1.124	0.990	0.990	1.016	0.990	1.045
VELOCIDAD DE CAIDA DE LAS PARTICULAS DE TAMAÑO $D_{30}$ , $w_{s0}$ (m/s)	0.0226	0.0250	0.0250	0.0226	0.1100	0.1100
$U_s/w_{s0}$	0.743	0.620	0.632	0.659	0.213	0.227
$\tau_0/(\gamma_B - \gamma) D_{30}$	0.0911	0.0788	0.0804	0.0725	0.0499	0.0569
$u_* = U_s D_{30} / \nu$	2.989	3.131	3.192	2.933	16.379	16.507
$F_R = U/\sqrt{gR}$	1.154	1.270	1.340	0.259	0.723	0.697

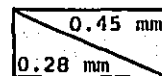
Nota: la velocidad del flujo de agua en todos los ensayos fue de 0.236 m/s.



Tabla 2.3 Investigadores que han encontrado discontinuidades en la relación entre las elevaciones del agua y los gastos en ríos (refs 14, 17 y 18)

AUTOR	RIO
Colby (1960)	Pigeon Roost Creek (afluente del río Misisipi).
Dawdy (1961)	Pigeon Roost Creek, cerca de Byhalia, Misisipi. Bravo, cerca de Bernalillo, Nuevo México. Republican, en Straton, Nebraska. Middle Loup, cerca de St. Paul, Nebraska.
Nordin (1964)	Bravo, cerca de Bernalillo, Nuevo México.

Tabla 2.4. Resultados de las experiencias de Simons y Richardson para arenas de



PARAMETRO TIPO DE CONFIGURACION	$F = \frac{U}{\sqrt{gd}}$	$n$	$\frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{U}{U_*}$	$H \times 10^2$ (m)	$\lambda \times 10^2$ (m)	$\frac{\lambda}{H}$	$\frac{d}{H}$	$c$ (m/s) $\times 10^3$	$C_T$ (ppm)	$S \times 10^2$
FONDO PLANO SIN ARRASTRE DE SEDIMENTOS	0.18 - 0.19	0.015	14.7 - 16.0	-	-	-	-	-	0	0.015 - 0.019
	0.10 - 0.17	0.013 - 0.016	15.3 - 19.2	-	-	-	-	-	0	0.005 - 0.011
RIZOS	0.14 - 0.28	0.018 - 0.027	7.9 - 13.5	1.2 - 3.0	21.0 - 61.0	10.4 - 20.0	4.1 - 24.5	-	1 - 101	0.016 - 0.106
	0.17 - 0.37	0.019 - 0.025	9.4 - 13.3	0.6 - 1.8	14.9 - 36.6	13.3 - 27.5	14.3 - 50.5	-	1 - 150	0.023 - 0.108
DUNAS	0.28 - 0.65	0.017 - 0.030	7.9 - 13.9	4.6 - 15.8	126.8 - 228.6	14.4 - 52.6	1.6 - 7.3	0.10 - 3.6	92 - 2460	0.057 - 0.301
	0.32 - 0.44	0.019 - 0.022	11.3 - 12.6	1.8 - 14.0	45.7 - 335.3	20.9 - 31.6	2.1 - 8.9	-	298 - 789	0.090 - 0.158
TRANSICION	0.61 - 0.91	0.015 - 0.020	10.5 - 14.4	0.9 - 7.0	28.3 - 311.5	27.8 - 53.8	1.3 - 6.4	-	1370 - 4100	0.369 - 0.492
	0.55 - 0.67	0.012 - 0.015	15.8 - 19.3	1.2 - 7.9	365.8 - 487.7	46.2 - 69.6	2.5 - 16.0	-	1040 - 2350	0.134 - 0.172
FONDO PLANO CON TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	1.60	0.008	27.5	-	-	-	-	-	4580	0.366
	0.71 - 0.93	0.012 - 0.013	18.7 - 19.4	-	-	-	-	-	1540 - 3120	0.153 - 0.278
ONDAS ESTACIONARIAS	0.97 - 1.58	0.010 - 0.014	14.5 - 21.0	1.5 - 4.3	67.1 - 119.8	27.6 - 52.6	2.7 - 8.0	-	3960 - 6810	0.364 - 0.620
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ANTIDUNAS	0.83 - 1.70	0.012 - 0.023	9.3 - 18.8	3.4 - 8.8	48.5 - 177.1	12.8 - 21.5	1.2 - 2.5	-	6180 - 15400	0.656 - 1.010
	0.97 - 1.33	0.013 - 0.020	11.6 - 18.0	1.8 - 7.6	76.2 - 182.9	17.3 - 46.7	2.2 - 8.3	-	5060 - 42400	0.328 - 1.007

Tabla 2.5 Resumen de los datos utilizados por Garde y Ranga Raju (1963)

Fuente de los datos	$D_{50}$ (mm)	U (m/s)	Símbolo
Gilbert - (Arena A)	0.305	0.64-0.98	δ
Gilbert - (Arena C)	0.506	0.49-1.01	γ
Gilbert - (Arena F)	3.17	0.61-0.99	δ
Shen	1.12	0.05-0.25	•
Shen	3.17	0.12-0.26	•
Shen	0.80	0.19-0.63	δ
Simons - Richardson	0.28	0.16-1.49	δ
Simons - Richardson	0.45	0.21-1.88	δ
Kennedy	0.088-0.233	0.63-0.66	•
Barton - Lin	0.18	0.22-1.10	□
Laursen	0.10	0.33-1.02	δ
Kalinske - Hsia	0.011	0.26-0.83	α
Canales (India)	0.021-0.196	0.47-1.13	•
Canales Punjab	0.17 - 0.43	0.33-0.99	γ
Canales U.S.A.	0.096-0.805	0.41-0.78	†
Canales (India)	0.047-0.365	0.59-1.24	•
Río Middle Loup	0.305	0.57-1.13	δ
Pigeon Roost Creek	0.40	0.23-2.29	δ
Río Bravo	0.30	0.67-2.35	α
Río Colorado	0.33	0.64-1.05	δ
Río Misisipi	0.31	1.02-2.24	α
Río Tíber	0.30	0.74-0.95	•
Río Waikato (N. Zelanda)	0.51	0.18-0.58	•
Río Niobrora	0.28	0.74-1.08	δ
Mountain Creek	0.90	0.39-0.73	•
West Goose Creek	0.33	0.41-1.35	•
Canales Valle de Sn Luis	20-78	0.88-1.99	•

Tabla 2.6 Datos experimentales en que se basó el criterio de R.H. Cooper (1970)

FUENTE DE INFORMACION	NUMERO DE PRUEBAS	$D_{50}$ (mm)	$C_T$ = CONCENTRACION DE SEDIMENTOS (PARTES POR 100,000 EN PESO)
Simons y Richardson	339	0.19 - 0.93	0 - 5000
C.H. Macdougall	74	0.64 - 1.22	6.9 - 131.8
S.D. Chyn	32	0.58 - 0.83	9.9 - 75.1
A.L. Jorissen	26	0.60 - 0.87	9.6 - 113.4
USWES. Arenas 1-10	437	0.181 - 4.1	0.1 - 143.2
USWES. Arenas sintéticas	313	0.45 - 1.08	0.3 - 21.3
USWES. Pruebas de turbidez	217	0.486	5.6 - 45.4
T. Y. Liu	310	1.48 - 4.30	0.1 - 236.2
M.P. O'Brien	83	0.360	0.2 - 133.2
H.J. Casey	92	1.20 - 2.26	0 - 272.2
Pang y Yung Ho	80	1.3 - 6.0	0 - 54.3
Nomicos, Vanoni y Brooks	64	0.088 - 0.157	0.3 - 808
Kalinske y Hsia	9	0.012	640 - 11100
E.M. Laursen	24	0.04 - 0.11	14 - 9810
W. Bengal River Research Institute	21	0.308	0 - 2.0
G.K. Gilbert	892	0.305 - 7.01	0 - 3530
Meyer Peter	120	1.0 - 28.65	0 - 600
Bogardi y Yen	48	6.8 - 15.0	0.7 - 102.7
L.G. Straub	18	0.185	41.7 - 1340
R.A. Stein	57	0.40	9.3 - 3929
Barton y Lin	31	0.18	1.9 - 377.6

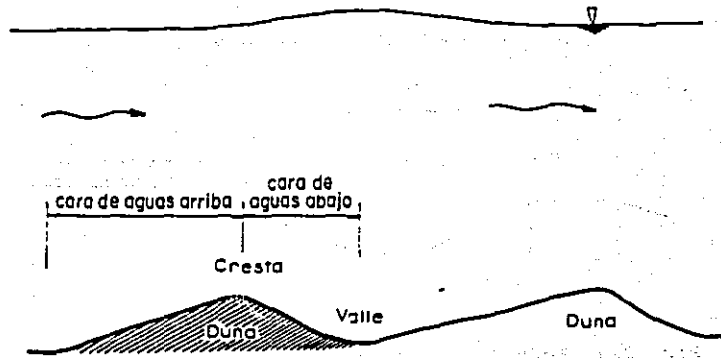


Fig. 2.1 Características de una formación de dunas.

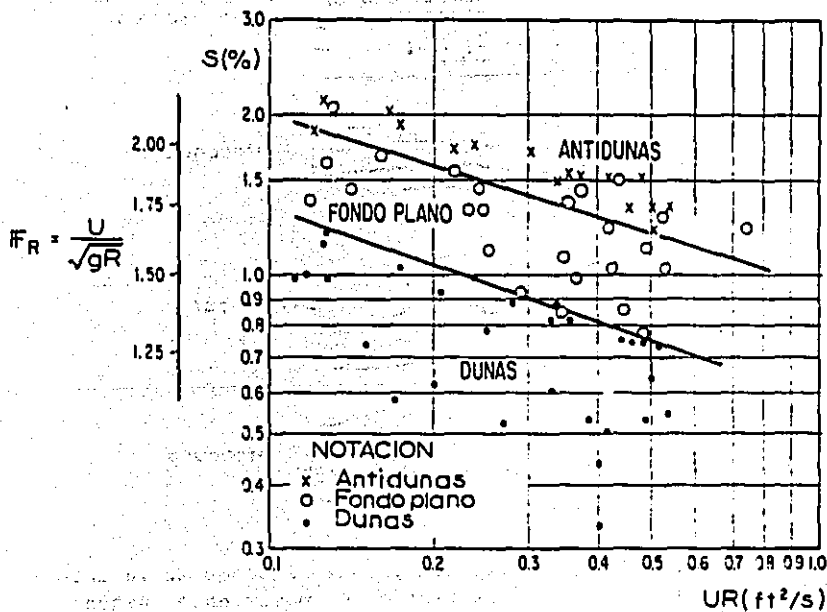


Fig. 2.2 Configuraciones en un lecho arenoso ( $D_{50} = 0.5$  mm), según Gilbert (1916).

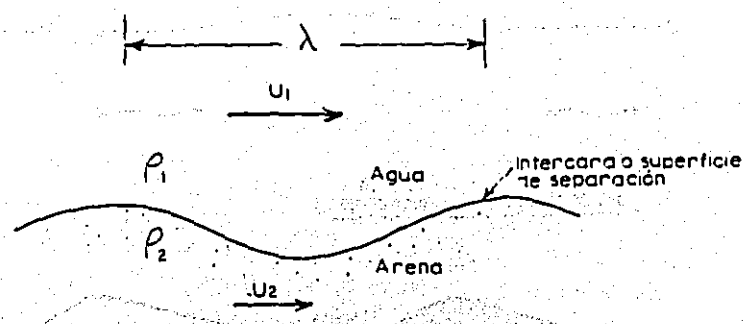


Fig. 2.3. Ejemplo de dos flujos estratificados, agua y arena en movimiento, según Liu (1957).

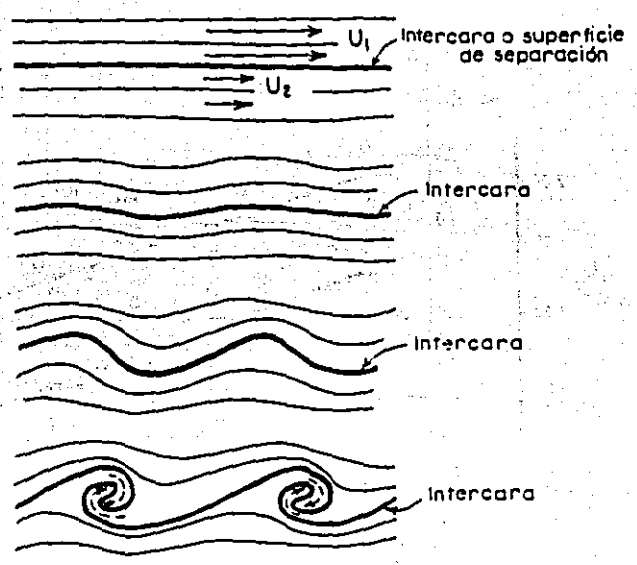


Fig. 2.4. Desarrollo de inestabilidades en la intercara que separa dos fluidos en movimiento, según Liu (1957).

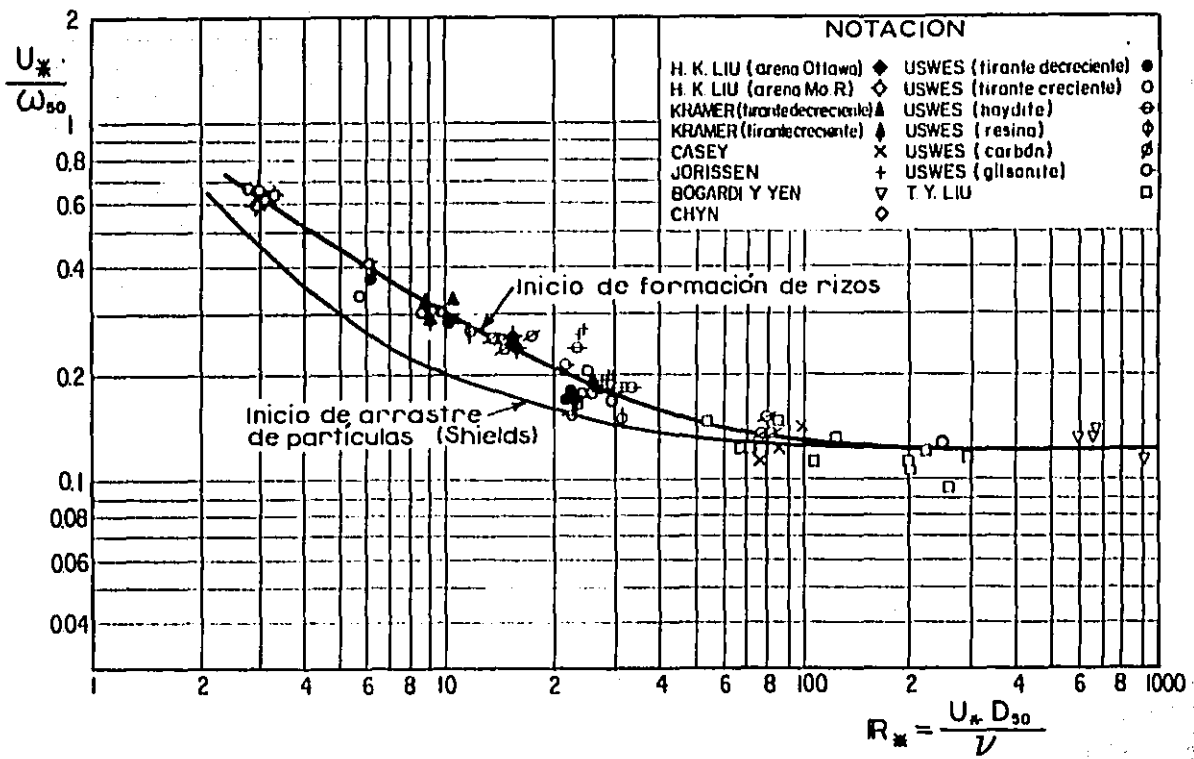


Fig. 2.5. Criterio de formación de rizos, según Liu (1957).

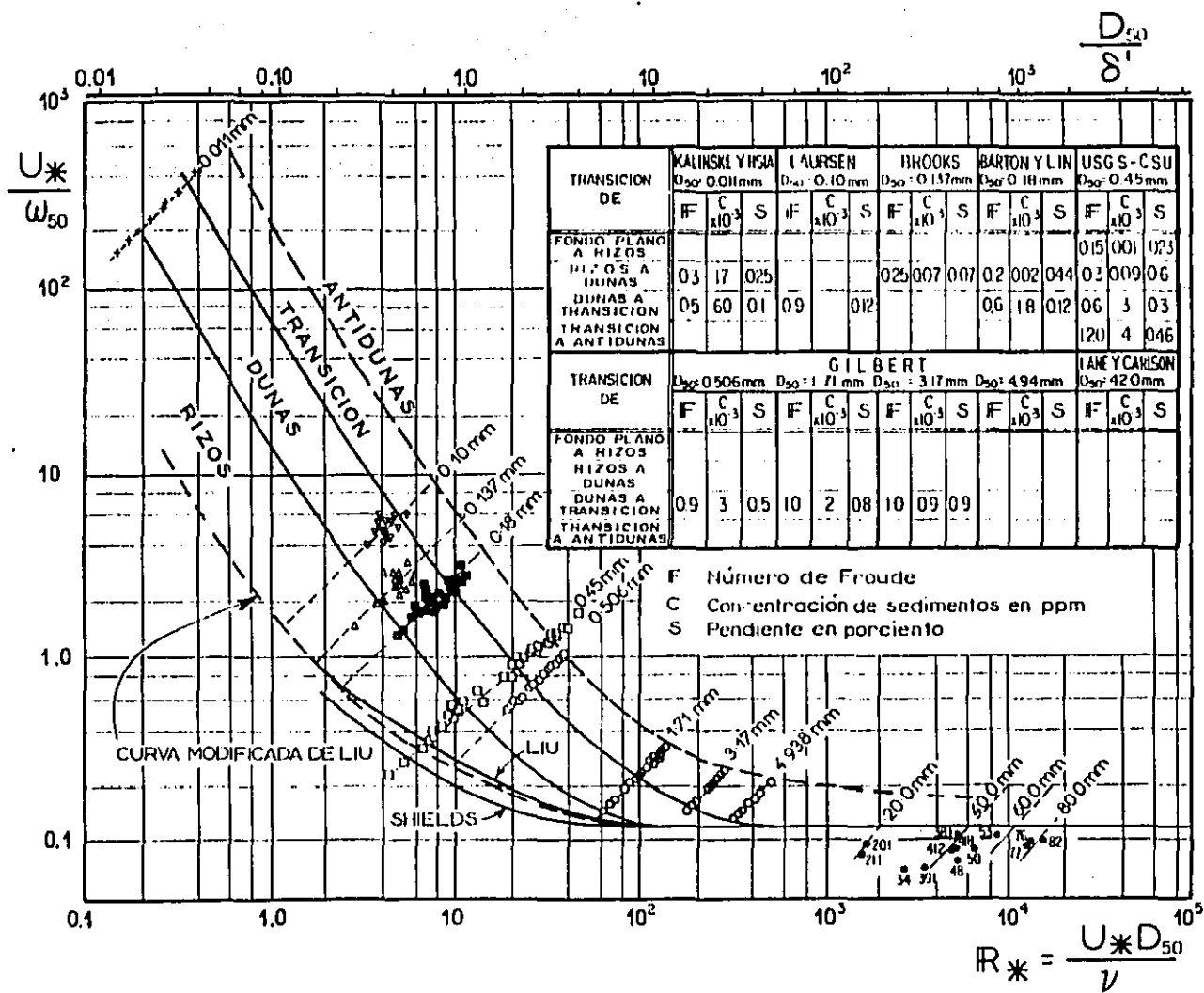


Fig. 2.6. Rugosidad en cauces aluviales, según Albertson et al (1958).



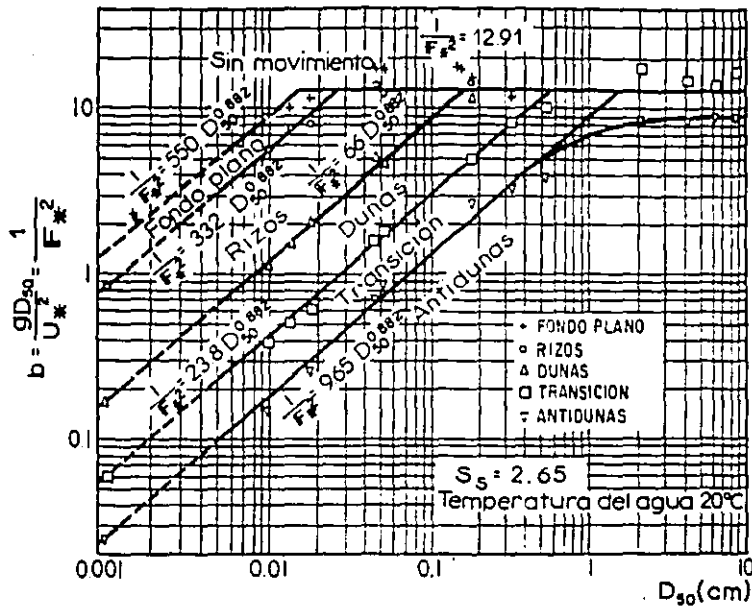


Fig. 2.7. Rugosidad en cauces aluviales, según Bogardi (1958).

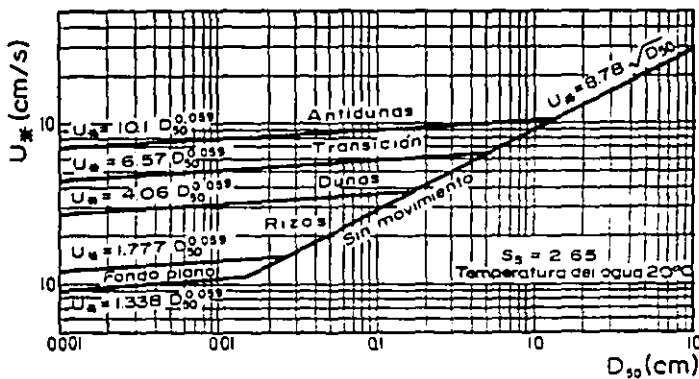


Fig. 2.8. Rugosidad en cauces aluviales, según Bogardi (1958).

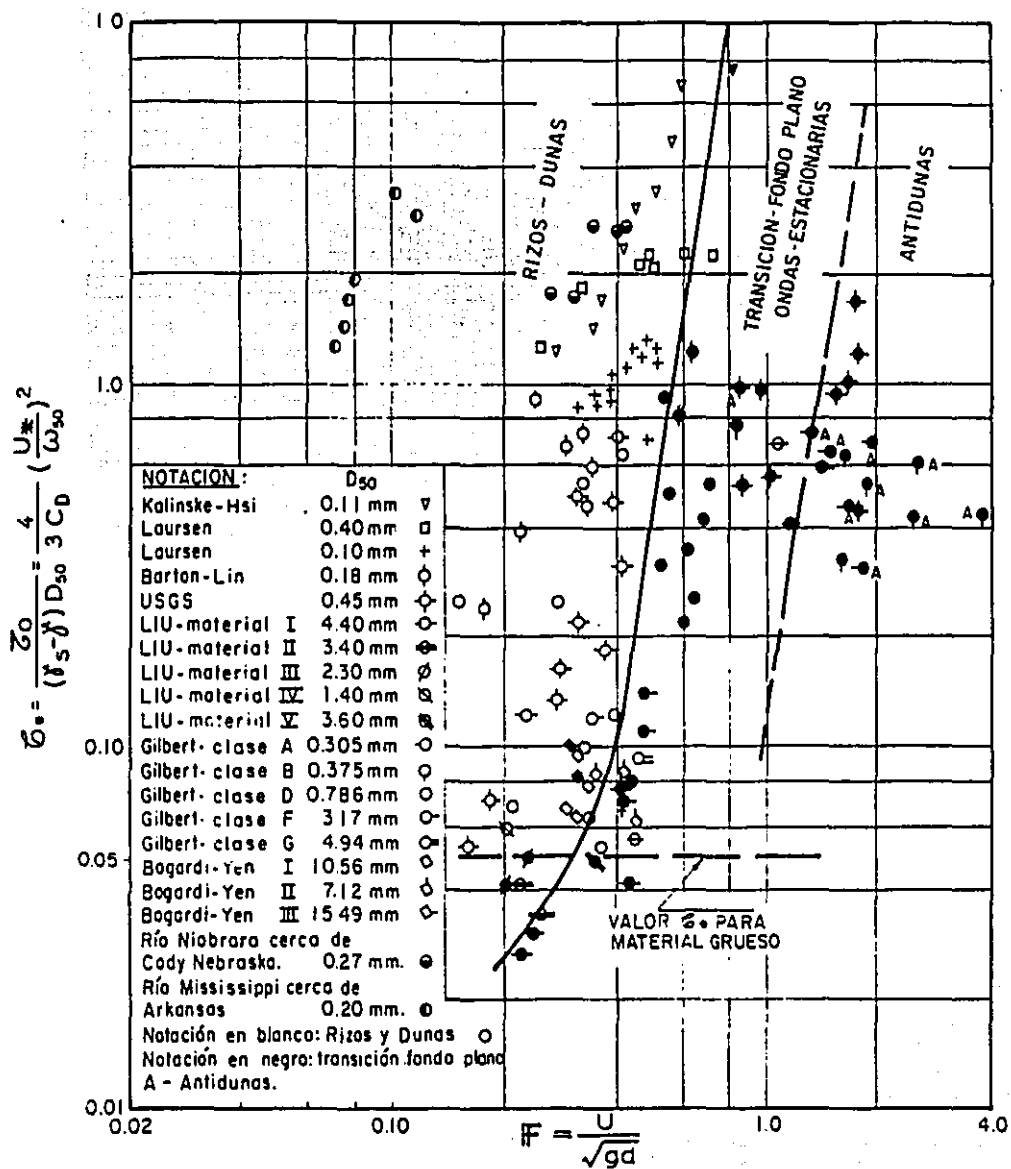


Fig. 2.9. Criterio para determinar los regímenes del flujo, según Garde y Albertson (1959).

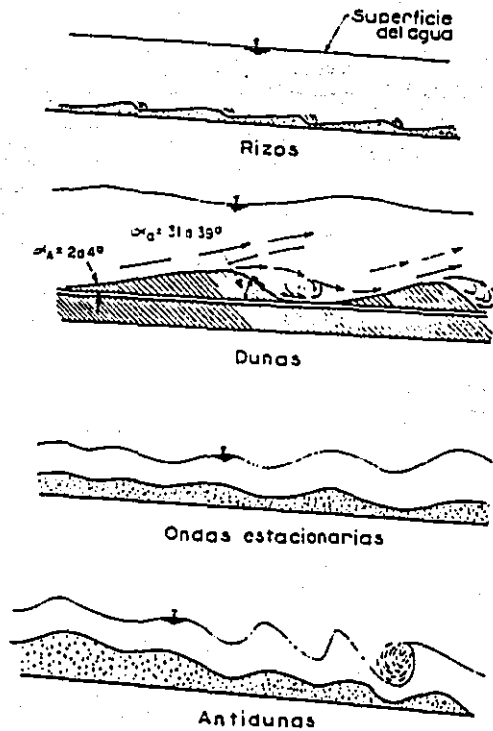


Fig. 2.10. Configuraciones o formas de rugosidad del fondo que observaron Simons y Richardson en arenas cuyo diámetro medio de sedimentación fue de 0.45 mm. (1960).

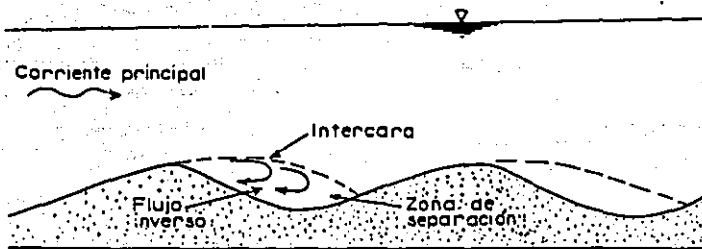


Fig. 2.11. Algunas características de las configuraciones de rizos observadas por Simons y Richardson (1960).

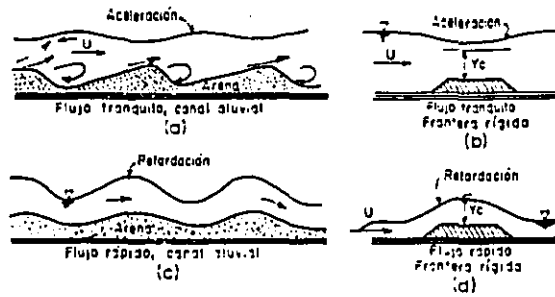


Fig. 2.12. Relación entre la superficie del agua y las configuraciones del lecho en régimen subcrítico y supercrítico, según Simons y Richardson (1961).

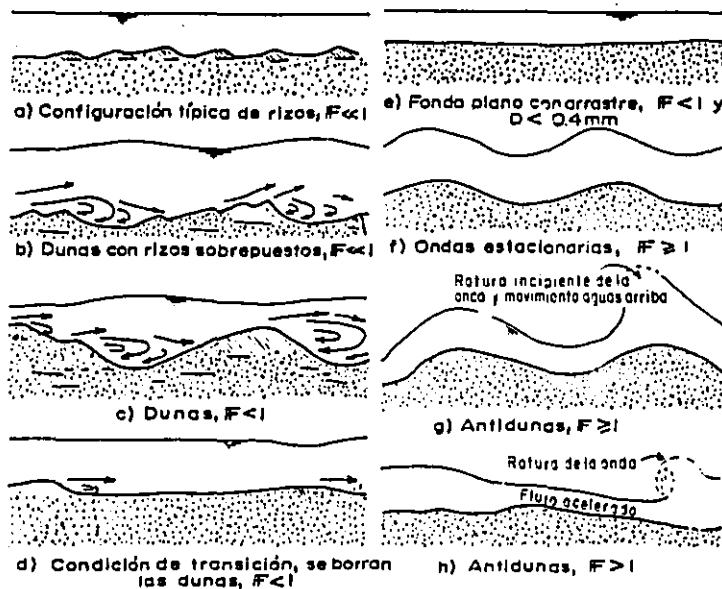


Fig. 2.13. Formas de rugosidad de fondo en canales aluviales, según Simons y Richardson (1961).

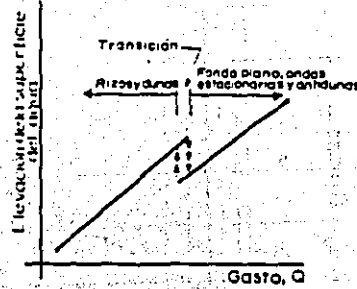


Fig 2.14. Relaciones entre elevaciones y gastos en cauces arenosos, según Simons y Richardson (1961).

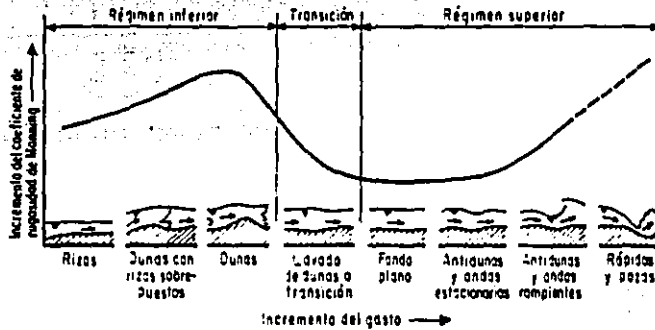


Fig 2.15. Formas de rugosidad de fondo y su coeficiente de rugosidad, según Simons et al (1973).

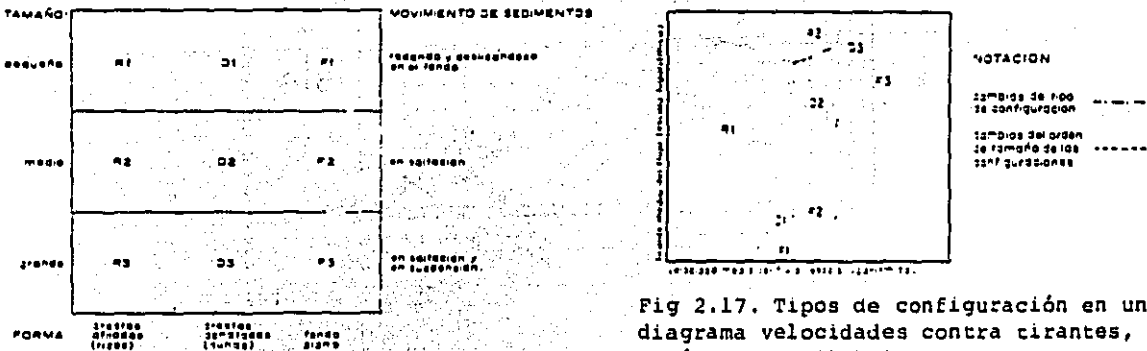


Fig 2.17. Tipos de configuración en un diagrama velocidades contra tirantes, según Davies (1982).

Fig 2.16. Clasificación de las configuraciones con base en su tamaño y forma, según Davies (1982).

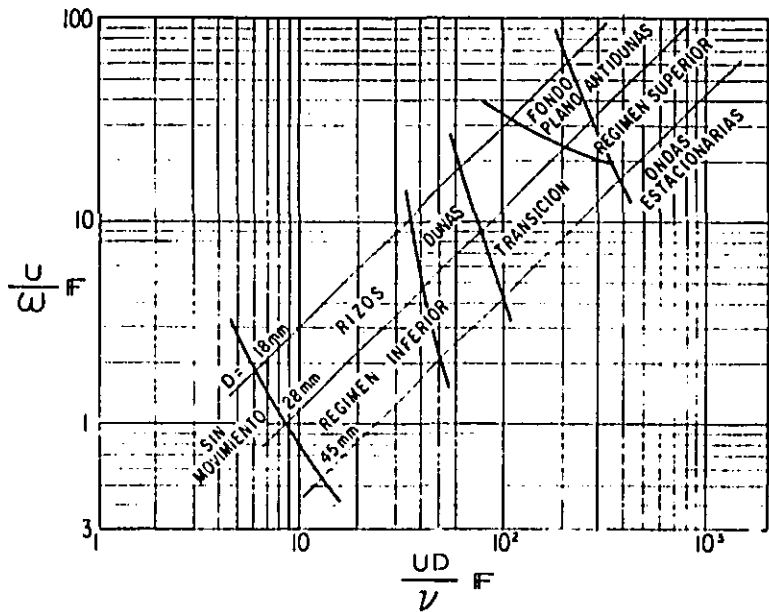


Fig. 2.18. Configuraciones en un lecho arenoso, según Simons y Richardson (1961).

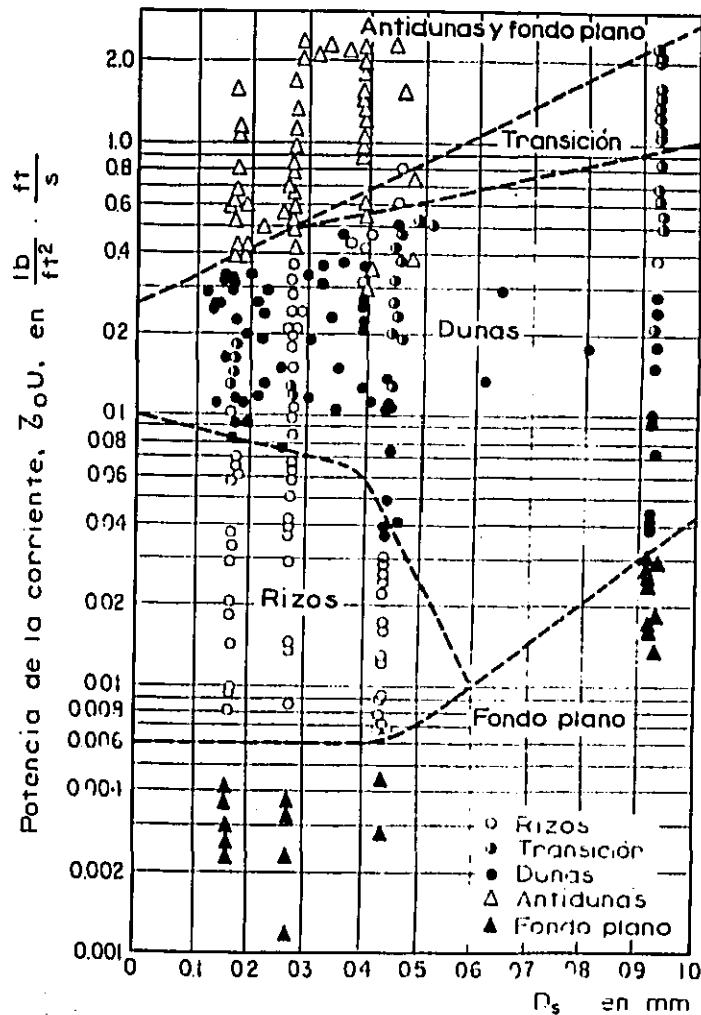


Fig. 2.19. Configuraciones en un lecho arenoso, según Simons y Richardson (1964).

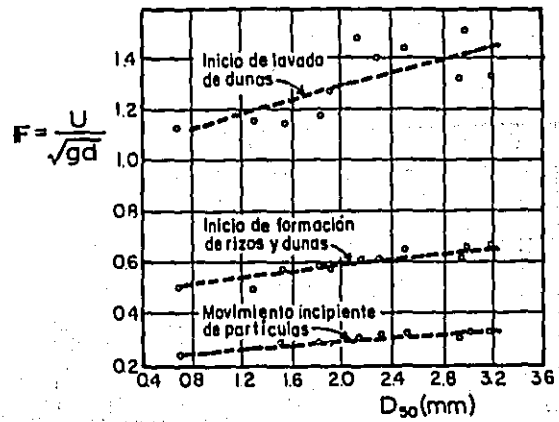


Fig. 2.20. Configuraciones en un lecho arenoso, según Kondrat'ev (1962).

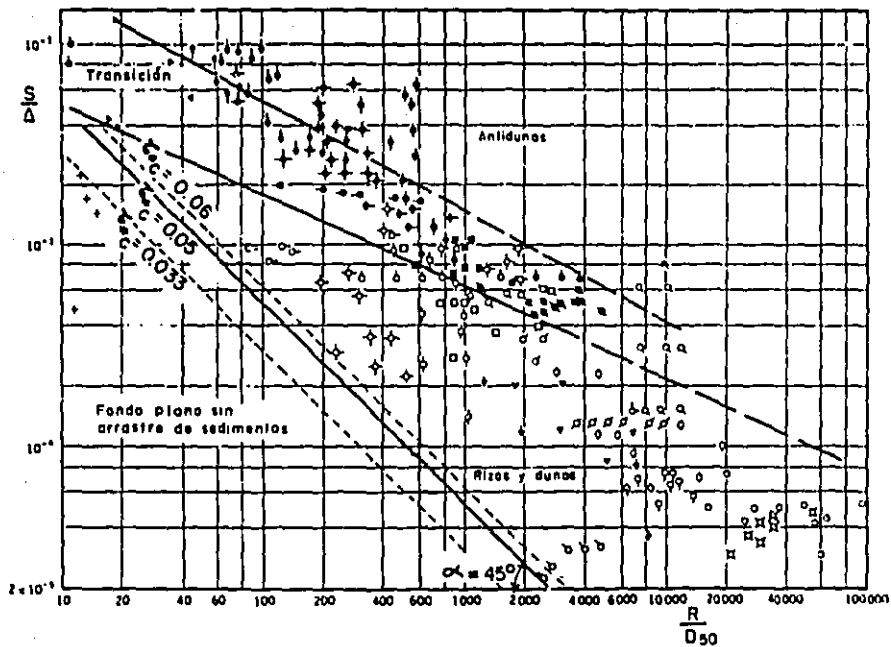


Fig. 2.21. Configuraciones en un lecho arenoso, según Garde y Ranga Raju (1963).

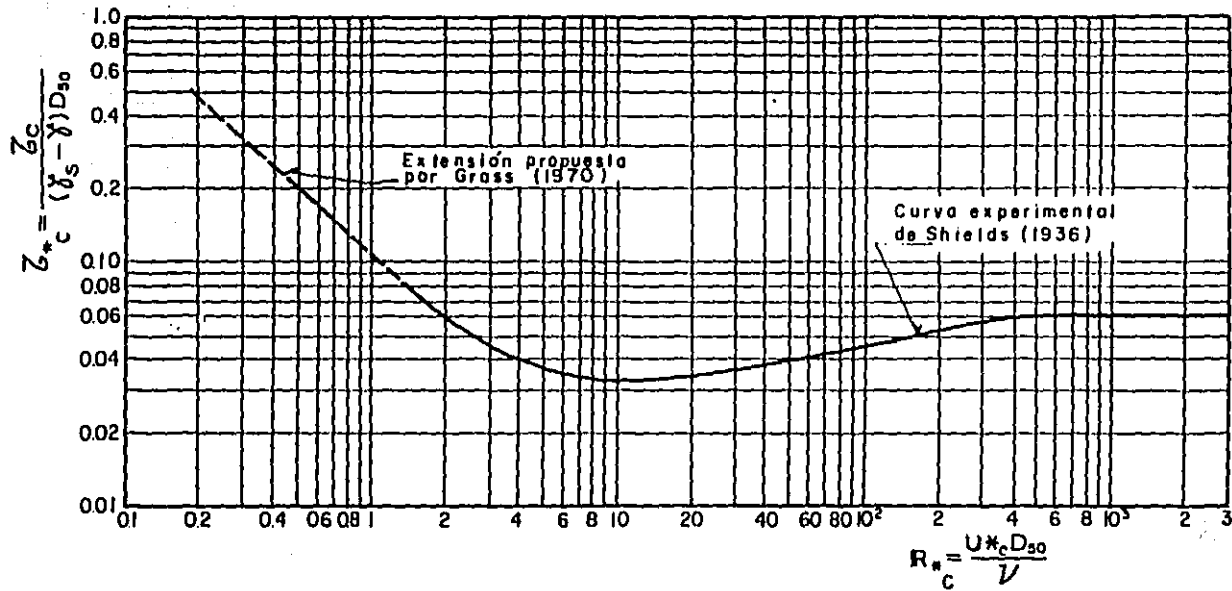


Fig 2.22. Criterio para determinar la condición de inicio de arrastre o condición crítica, según Shields.



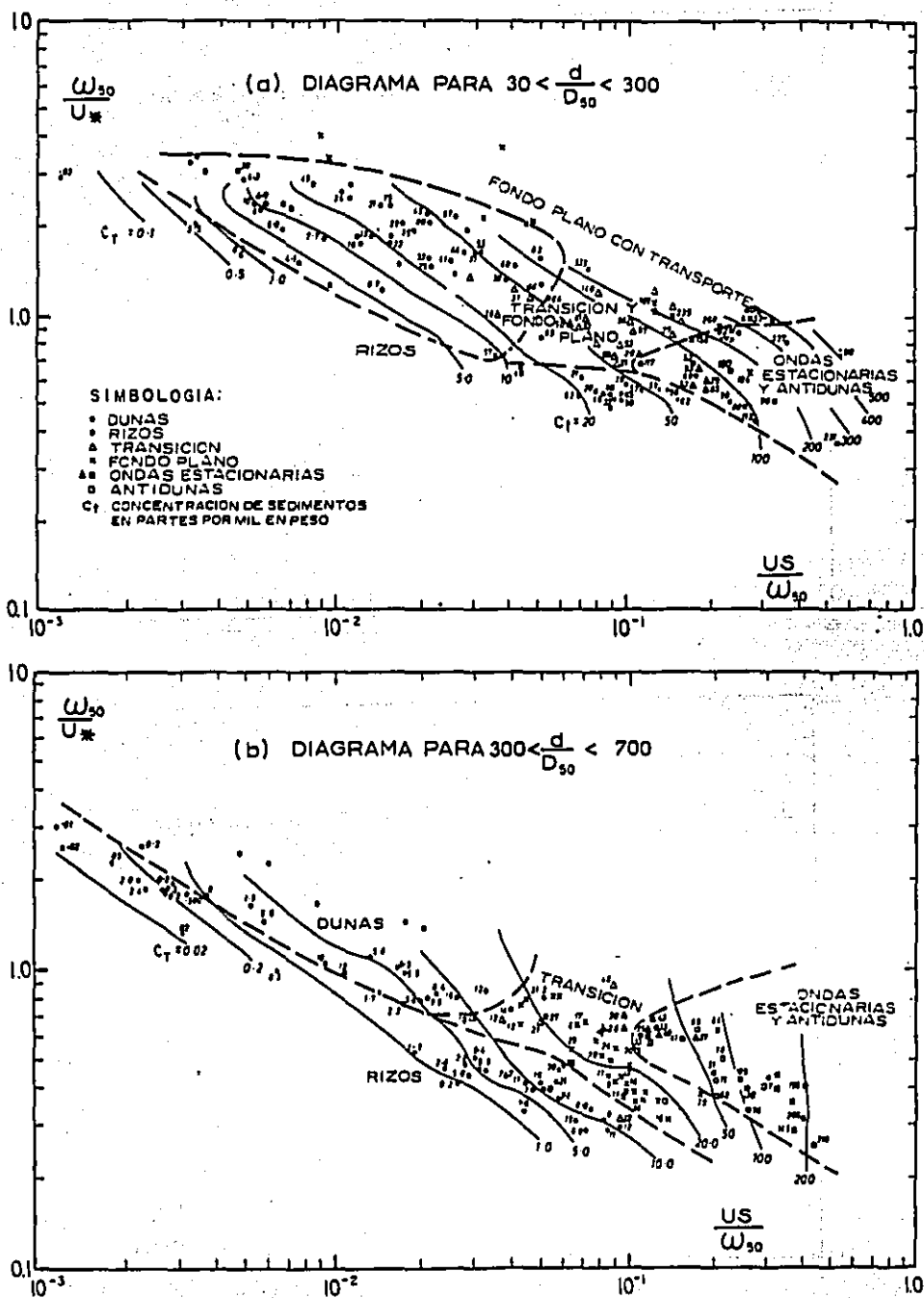


Fig 2.23. Concentraciones de sedimentos y configuraciones en un lecho arenoso, según Cruickshank (1964).

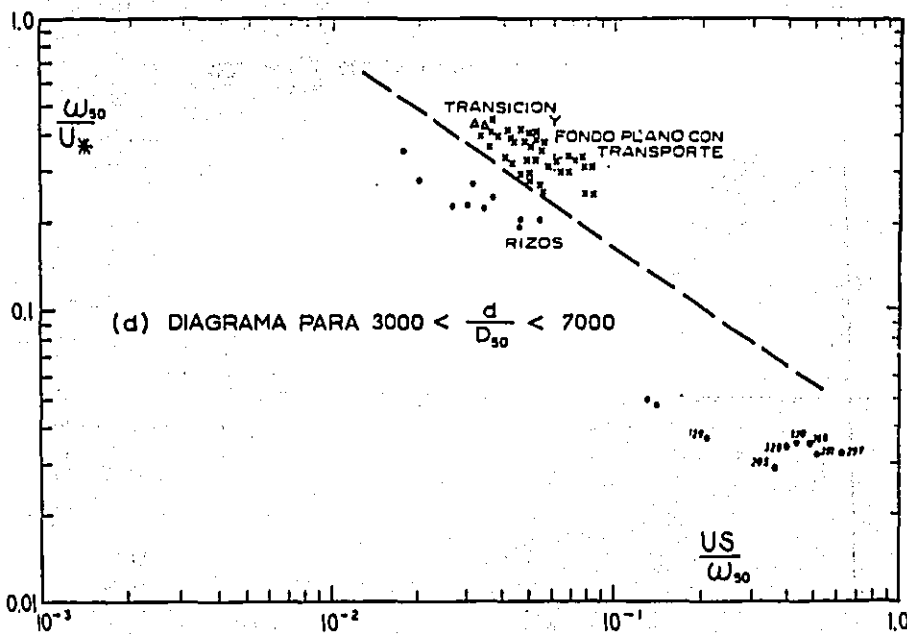
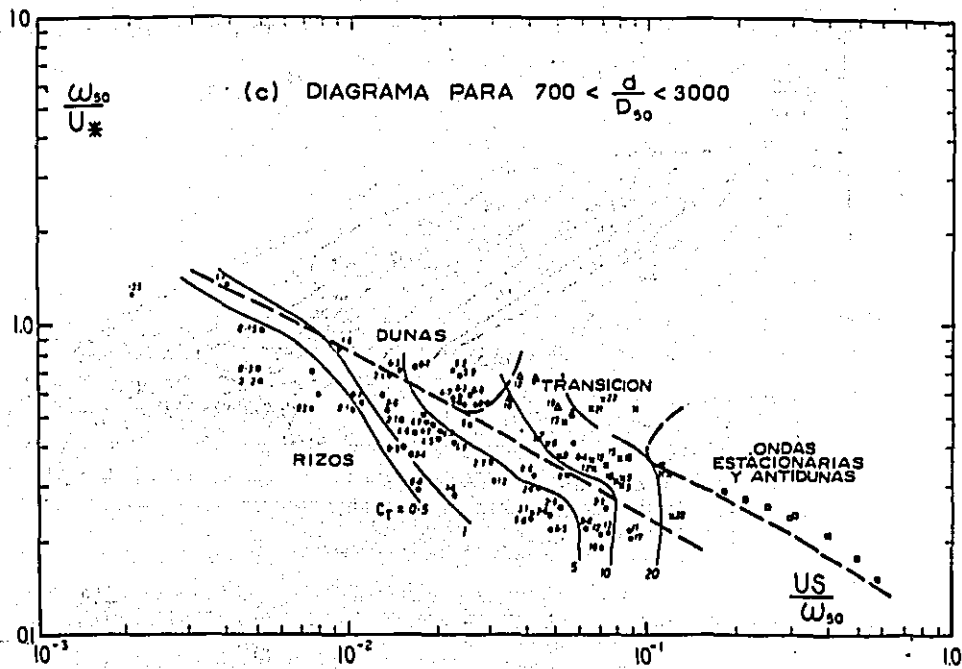


Fig 2.23 (Continuación)

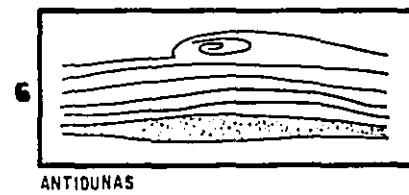
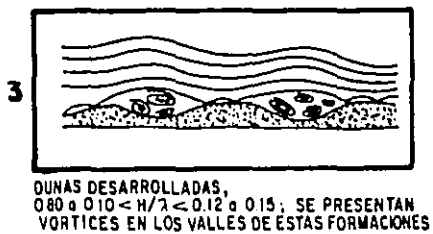
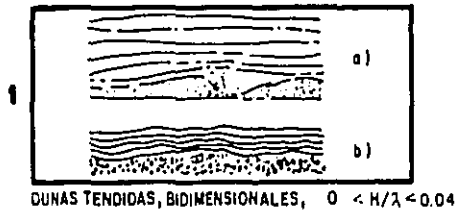
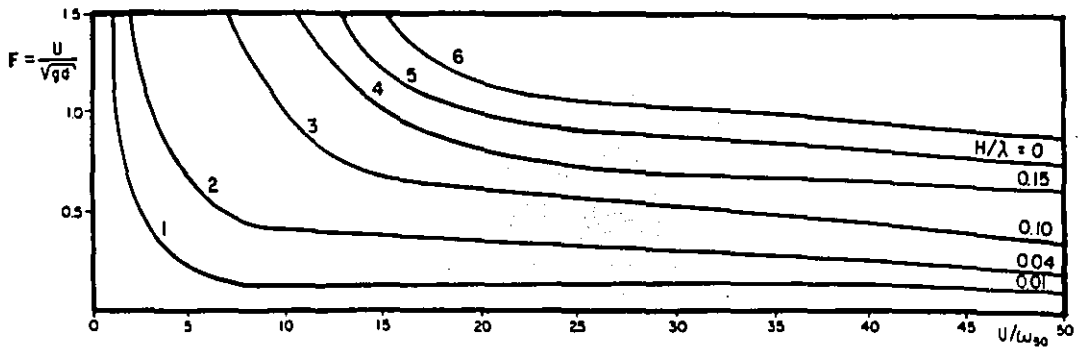


Fig. 2.24. Formas del fondo y su correspondiente estructura cinemática, según Znamenskaya (1962).

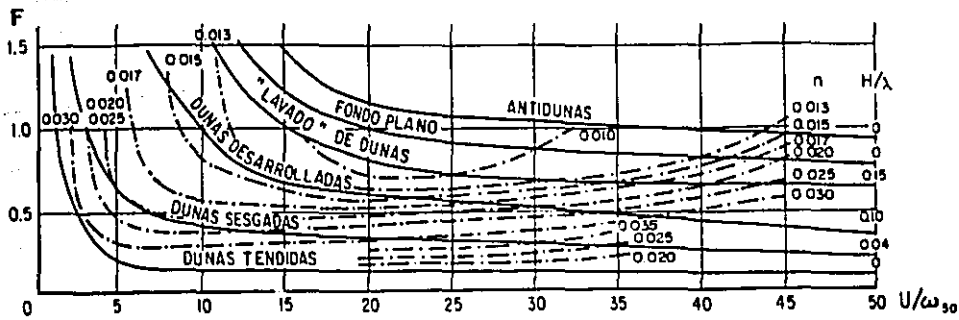


Fig. 2.25. Formas del fondo y variación del coeficiente de rugosidad de Manning, según Znamenskaya (1963).

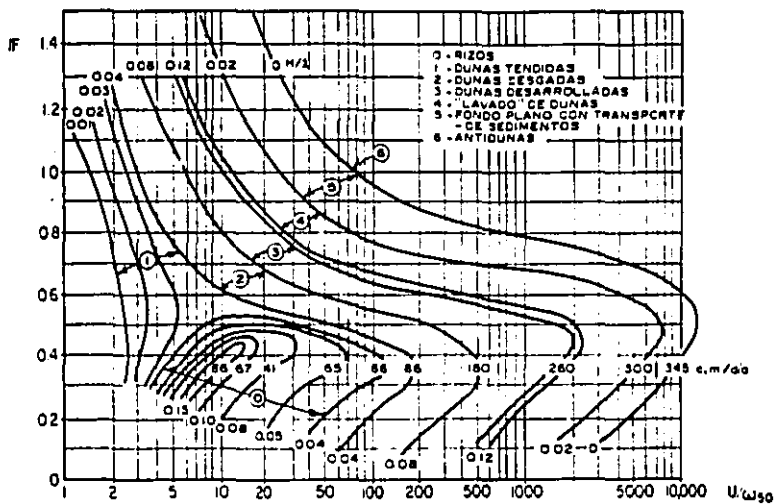


Fig. 2.26. Configuraciones en un lecho arenoso, según Znamenskaya (1963-1965).

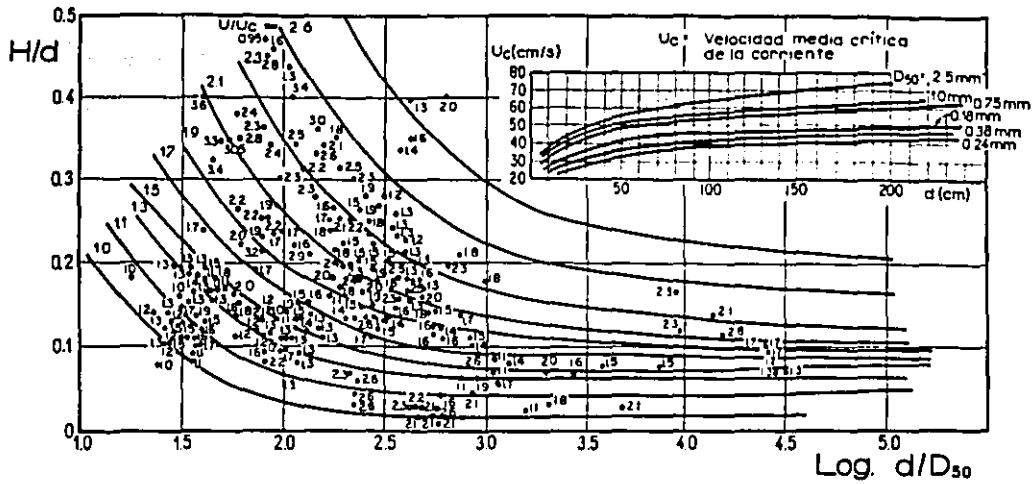


Fig. 2.27 Altura relativa de las ondulaciones del lecho,  $H/d$ , en función de la profundidad y velocidad relativa de la corriente,  $d/D_{50}$  y  $U/U_c$ , respectivamente, según Znamenskaya (1963).

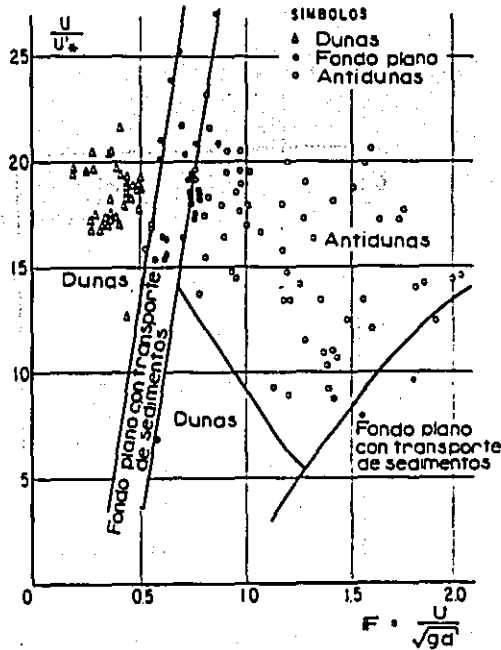


Fig. 2.28. Configuraciones en un lecho arenoso, según Engelund y Hansen (1966).

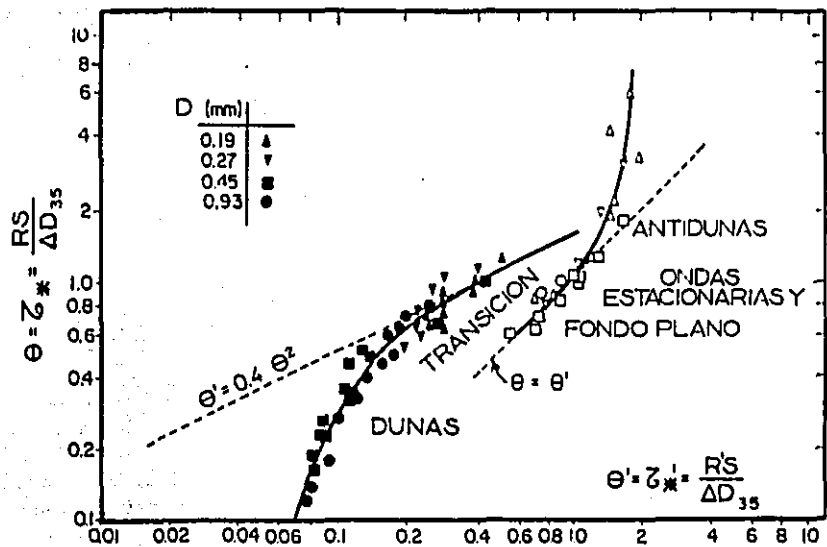


Fig 2.29. Diagrama presentado por Engelund para determinar el valor de R'.

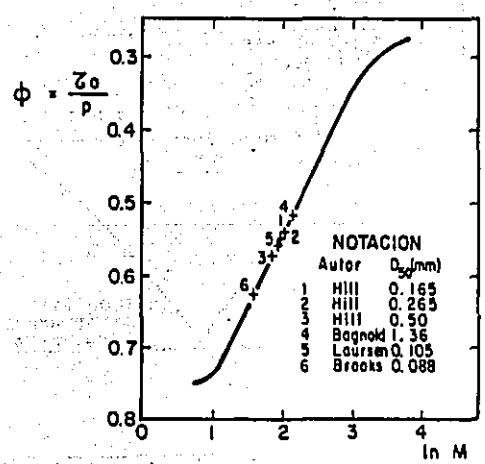


Fig. 2.30. Relación entre  $\phi$  y  $\ln M$ , según Hill (1966).

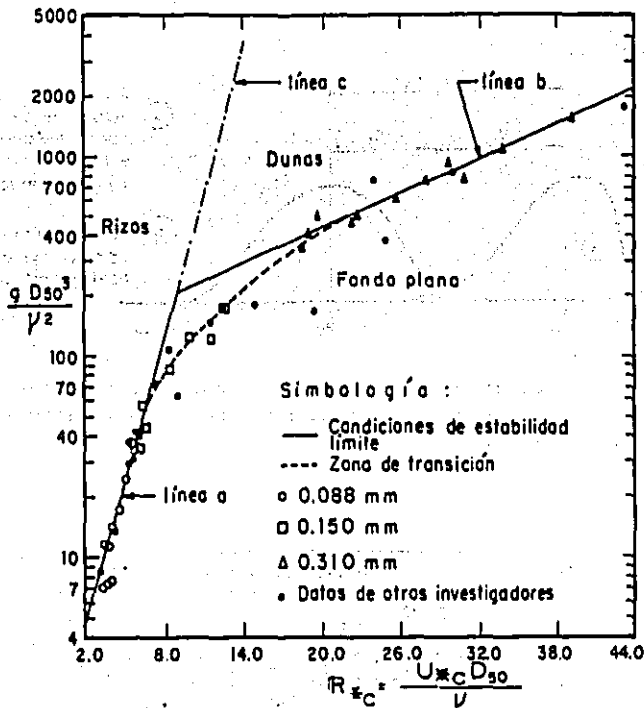


Fig. 2.31 Estabilidad de un fondo plano con transporte de sedimentos sujeto a un gasto decreciente, según Hill *et al* (1969).

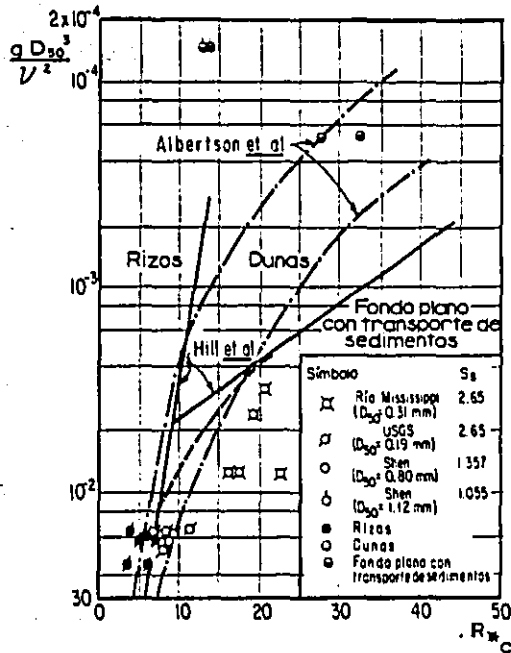


Fig 2.32. Comparación de los criterios de Hill *et al* y de Albertson *et al*, según Ranga Raju y Garde (1970).

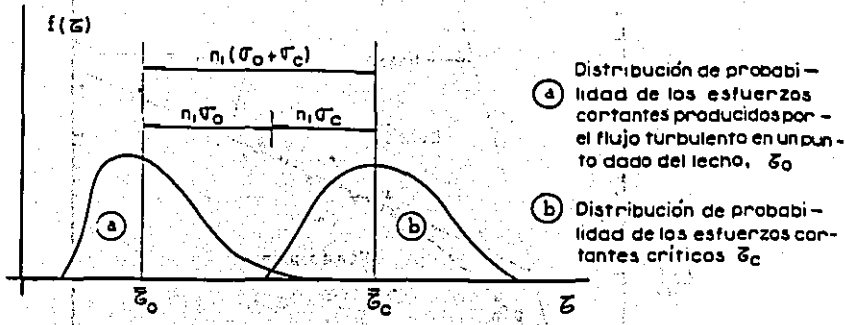


Fig 2.33. Definición del movimiento incipiente de las partículas del fondo, por traslape de distribuciones de esfuerzo cortante, según Grass (1970).

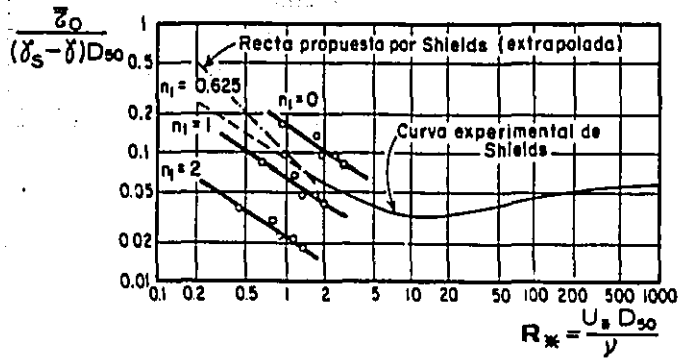


Fig 2.34. Comparación de los resultados de Grass (1970) con los de Shields (1936).

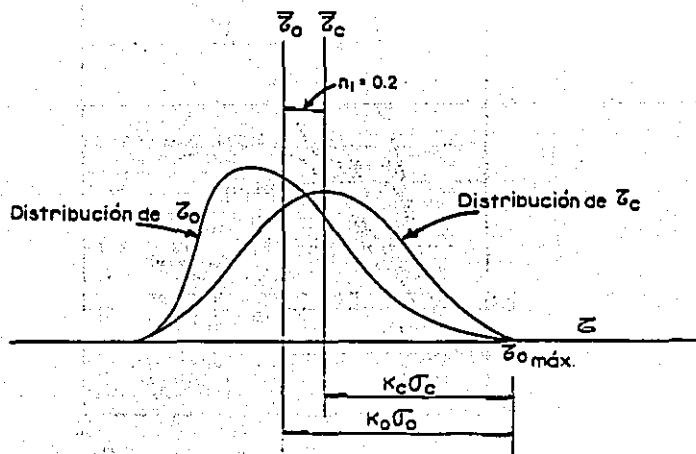


Fig 2.35. Distribución de esfuerzos correspondiente al inicio de la formación de rizos, según Williams y Kemp (1971).



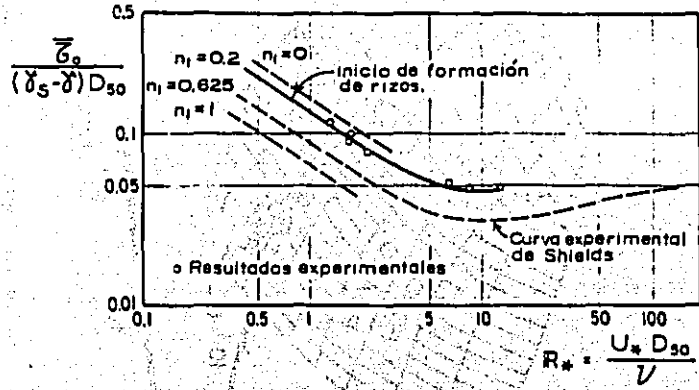


Fig 2.36. Condición para el inicio de la formación de rizos, según Williams y Kemp (1971).

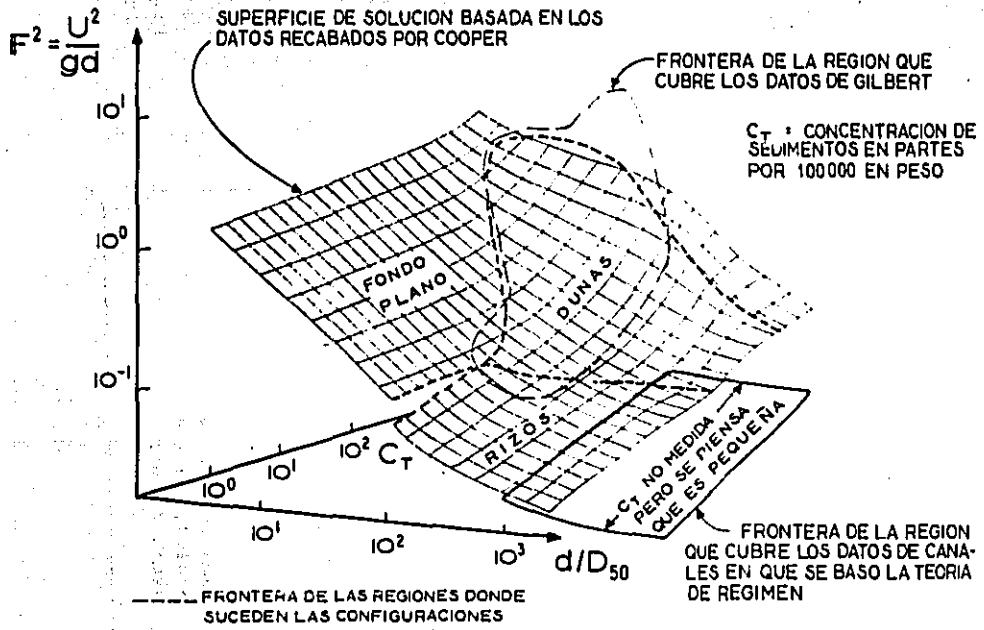


Fig 2.37. Configuraciones en un lecho arenoso, según Cooper (1970).

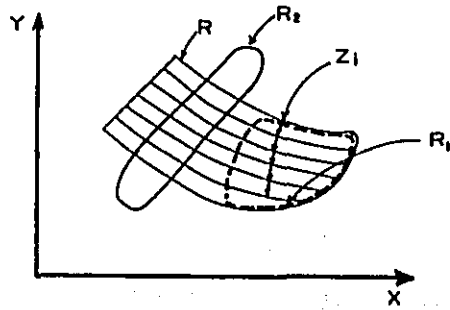


Fig 2.38. Posibles regiones de estudio ( $R_1$  y  $R_2$ ) en el diseño experimental de un fenómeno cuya región de dominio es  $R$ .

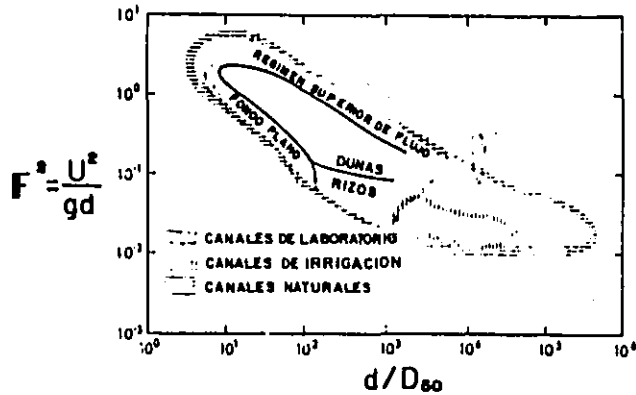


Fig 2.40. Comparación de las condiciones experimentales y las que se encuentran en la ingeniería práctica, según Cooper et al (1972).

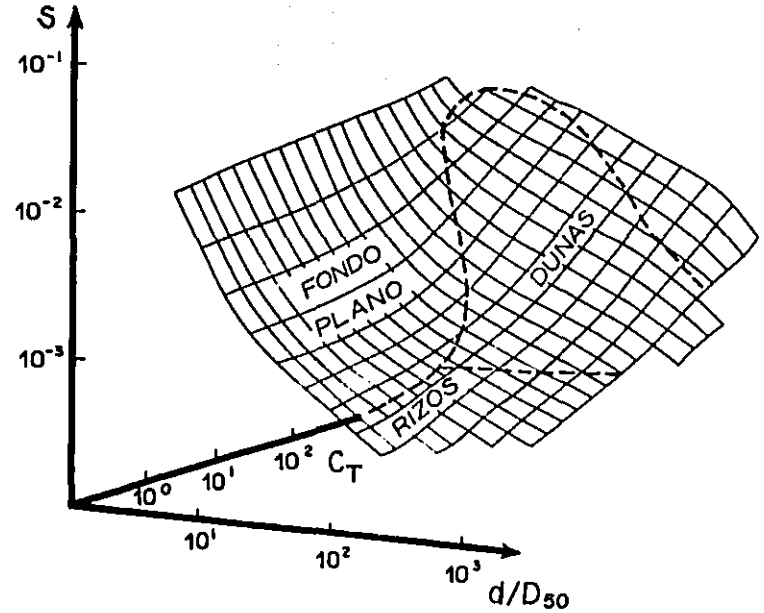


Fig 2.39. Configuraciones en un lecho arenoso, según Cooper (1970).

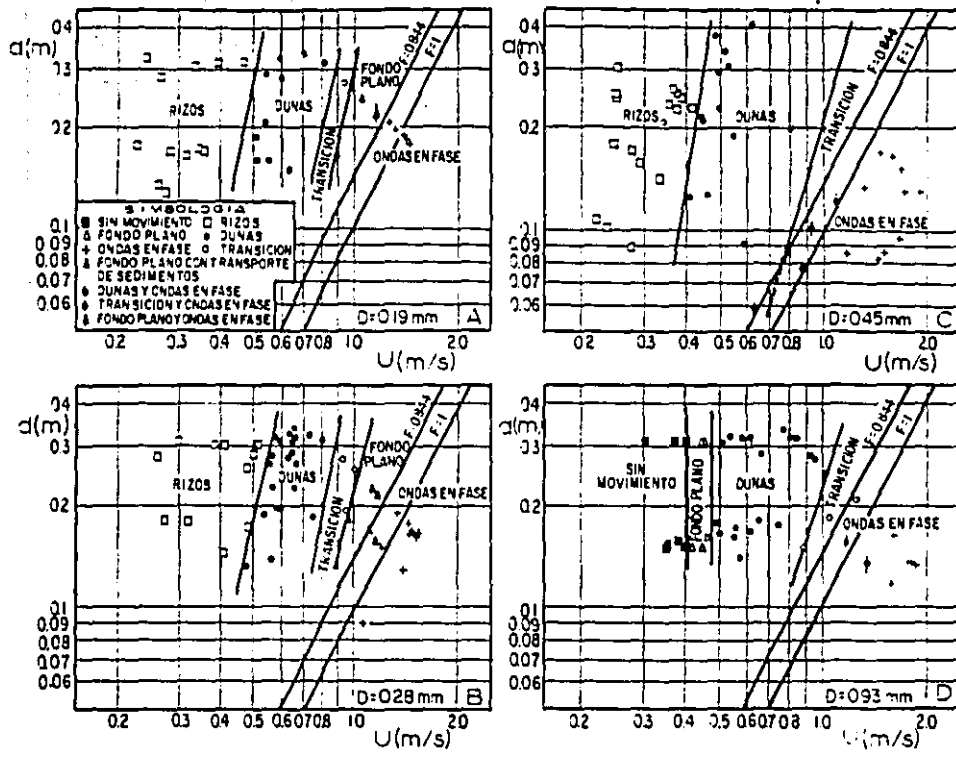


Fig 2.41. Configuraciones en un lecho arenoso, según Southard (1971).

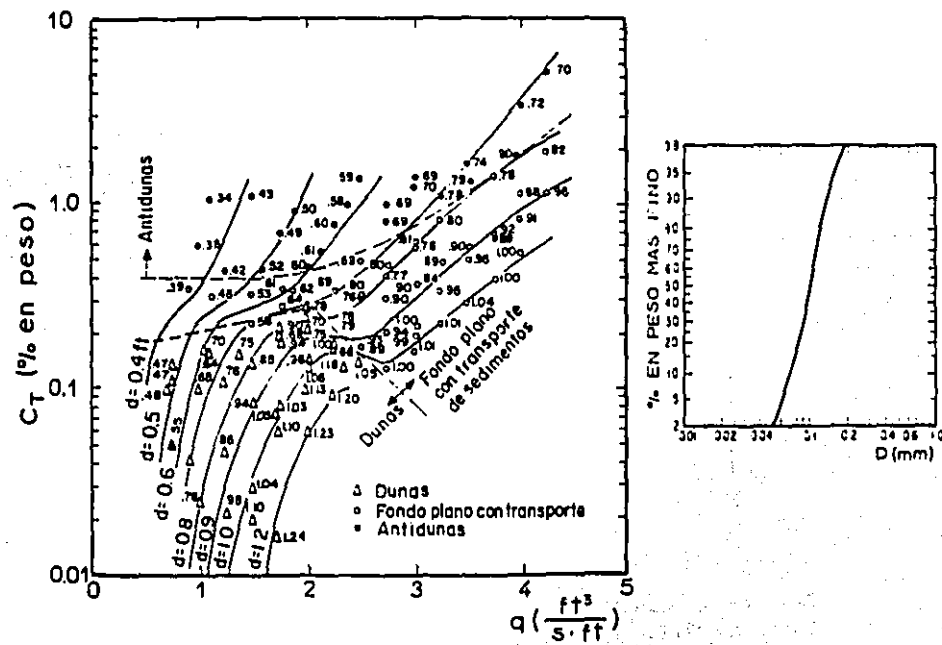


Fig 2.42. Configuraciones en un lecho arenoso, según Willis et al (1972).

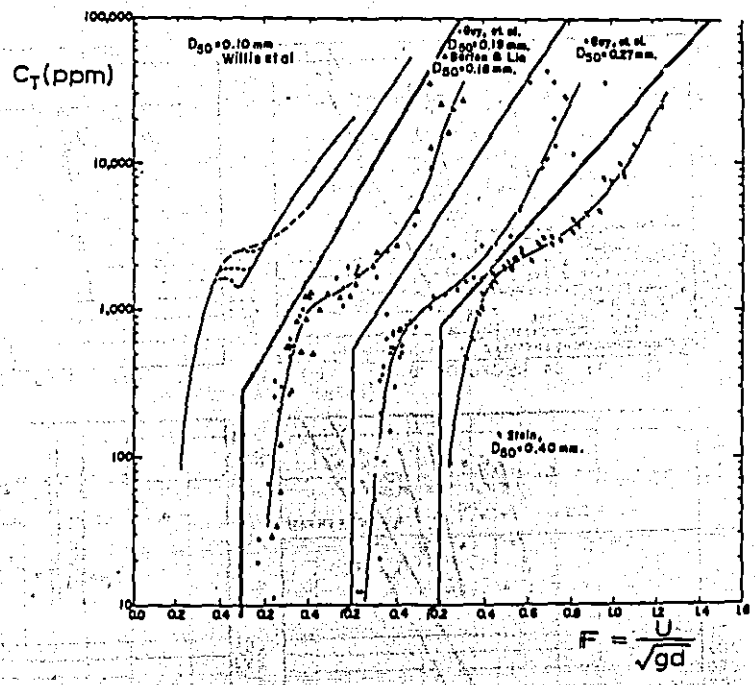


Fig 2.43. Relación entre la concentración de sedimentos y el número de Froude de la corriente, según Willis et al (1972).

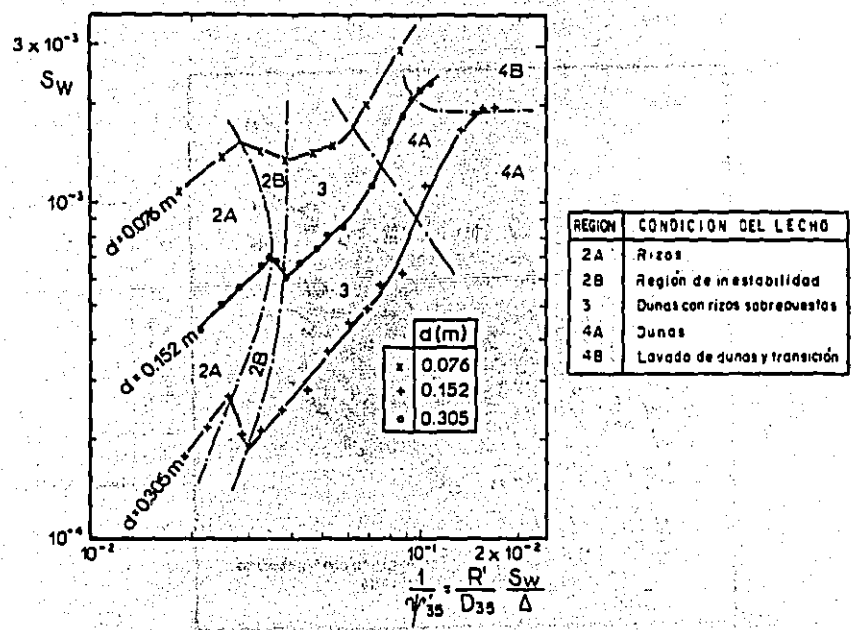


Fig 2.44. Configuraciones en un lecho arenoso, según Pratt y Smith (1972).

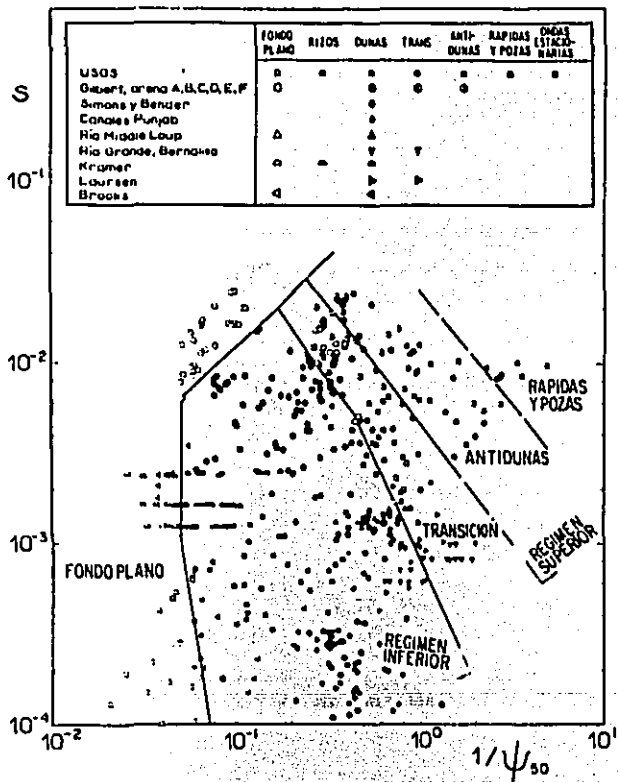


Fig. 2.45. Configuraciones en un lecho arenoso, según Attaullah y Simons (1970).

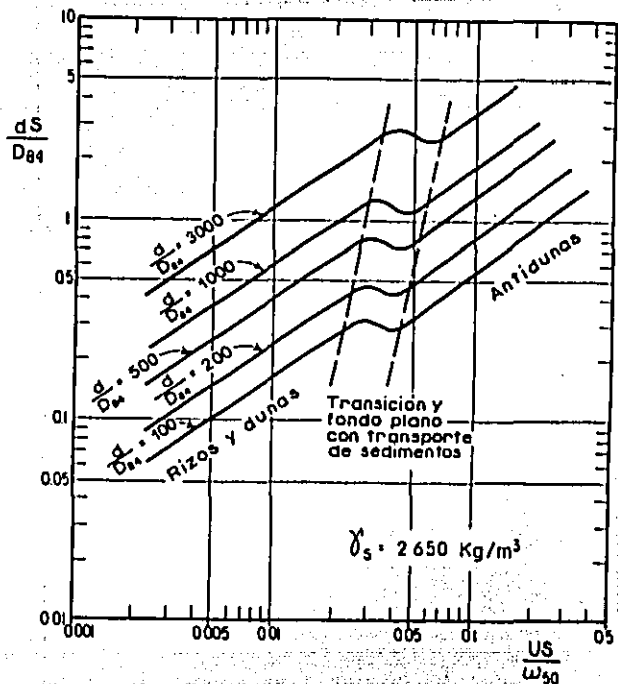


Fig 2.46. Diagrama de resistencia al flujo en lechos arenosos, según Cruickshank y Hazza (1973).

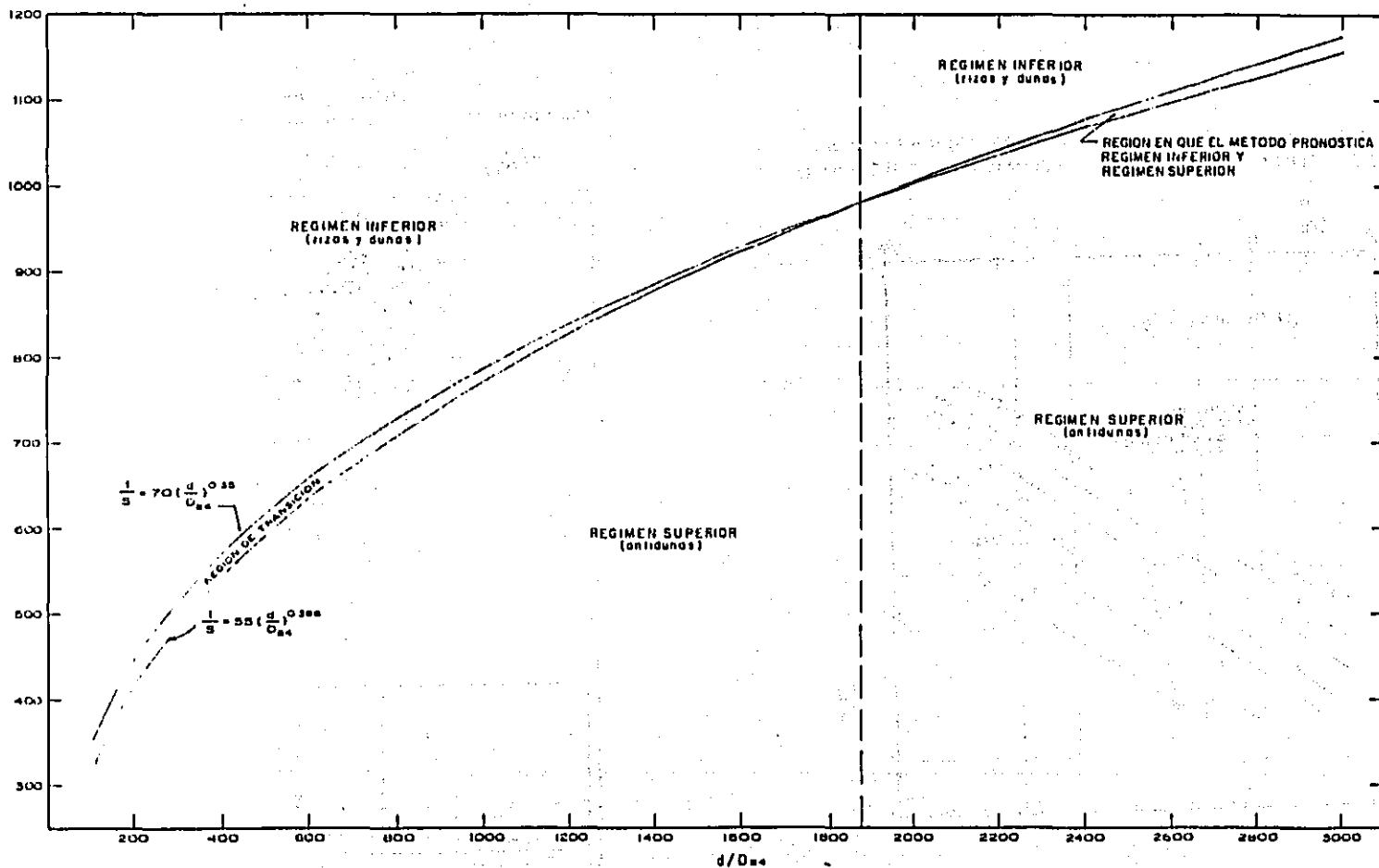


Fig 2.47. Pronóstico de las configuraciones del lecho, según el método de Cruickshank y Maza.

Fig 2.48. Configuraciones en un lecho arenoso, según Vanoni (1974).

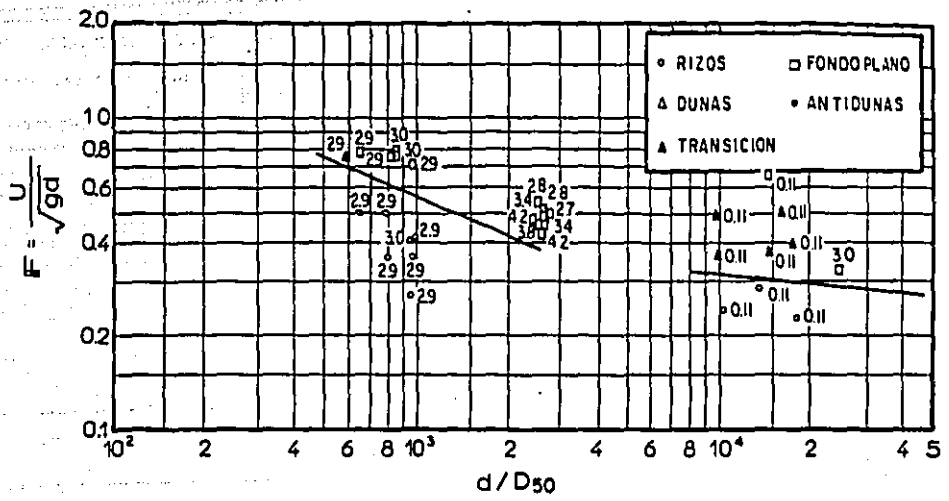


Fig. 2.48 a  
 Caso en que  $R_g = 0.11$  y  $2.7 < R_g < 4.2$   
 $D_{50} = 0.088$  y  $0.11$  mm

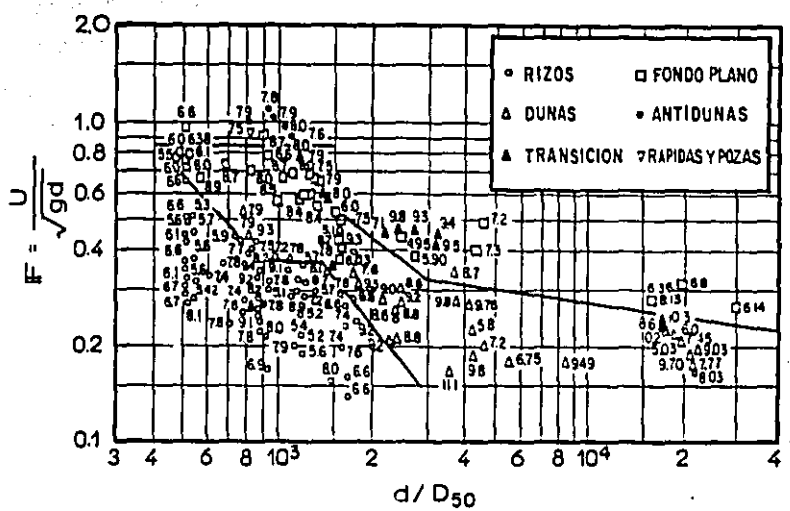


Fig. 2.48 b  
 Caso en que  $4.5 < R_g < 10$   
 $0.12 < D_{50} < 0.2$  mm

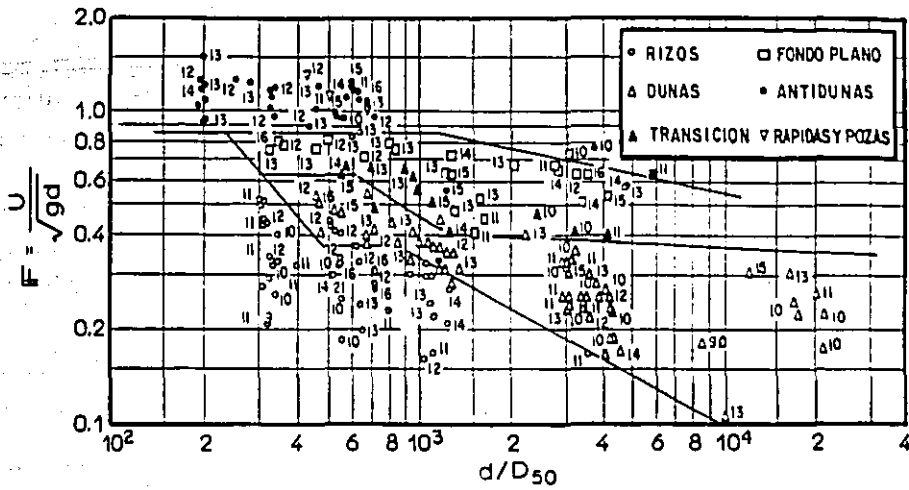


Fig 2.48 c

Caso en que  
 $10 < R_g < 16$   
 $0.15 < D_{50} < 0.32$  mm

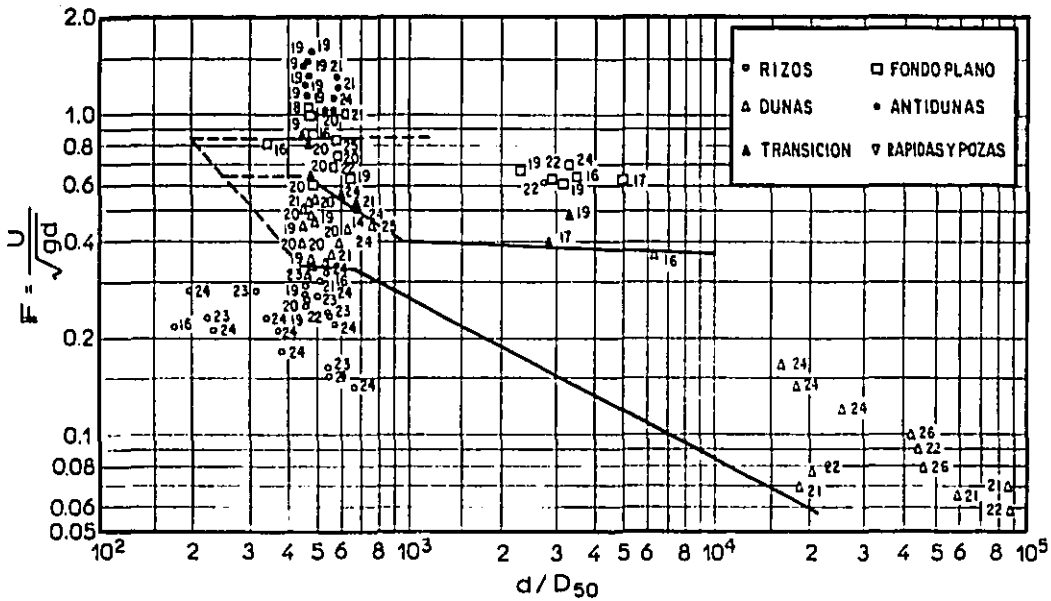


Fig 2.48 d

Caso en que  
 $16 < R_g < 26$   
 $0.228 < D_{50} < 0.45$  mm



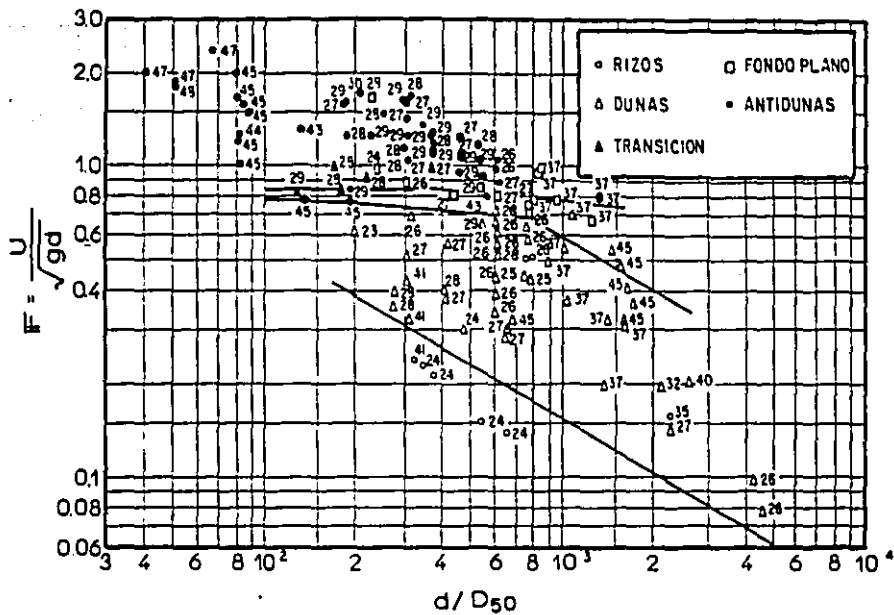


Fig 2.48 e

Caso en que  
 $24 < R_g < 48$   
 $0.4 < D_{50} < 0.57$

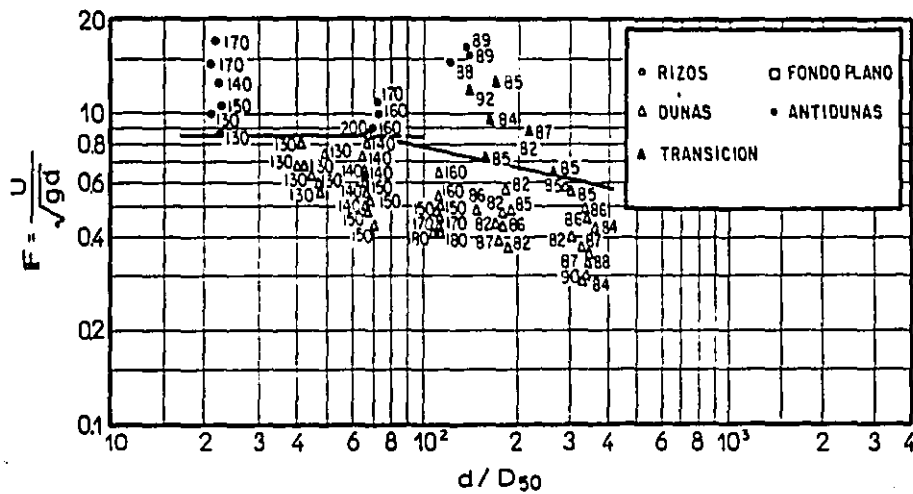


Fig 2.48 f

Caso en que  
 $82 < R_g < 92$ ,  $R_g = 130$ , y  $140 < R_g < 200$   
 $D_{50} = 0.93, 1.20$  y  $1.35$  mm

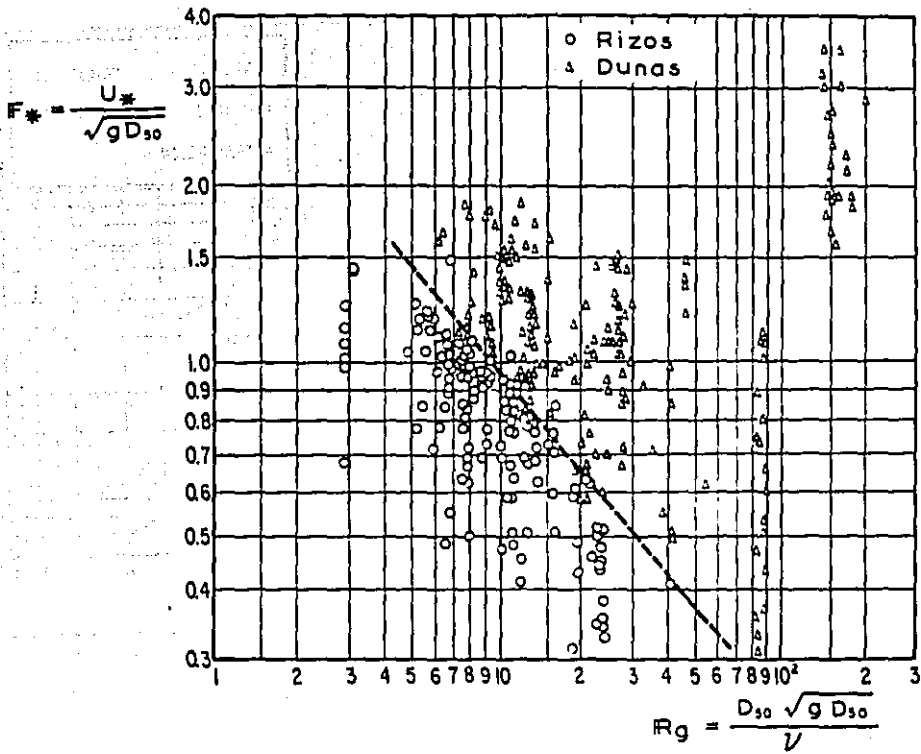


Fig 2.49 Relación entre  $R_g$  y  $F_*$  para las condiciones de rizos y dunas, según Vanoni (1974).

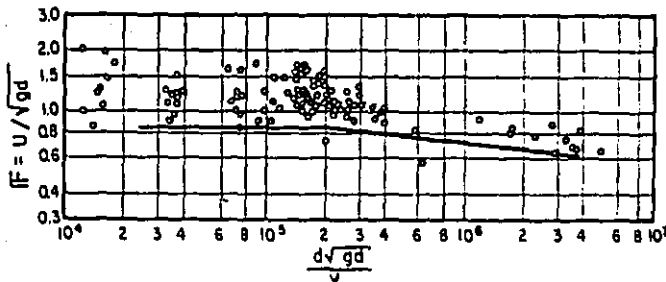


Fig 2.50 Relación entre  $F$  y  $\frac{d \sqrt{gd}}{v}$  para la condición de antidunas, según Vanoni (1974).

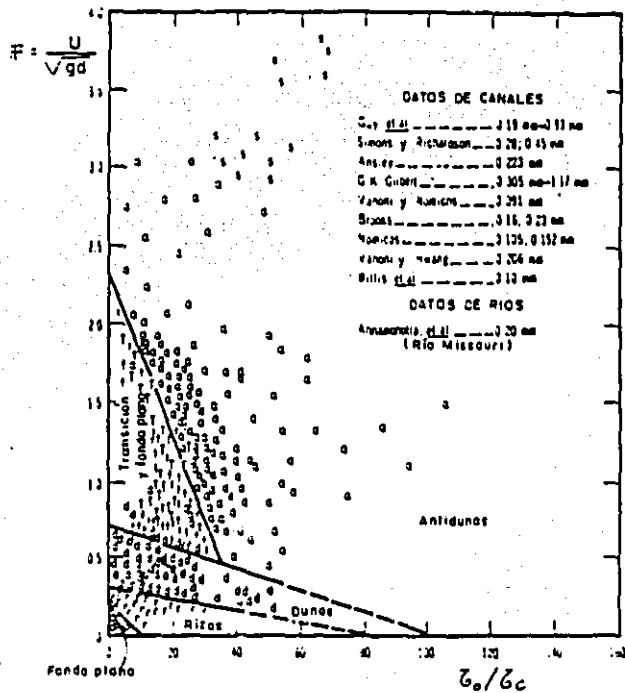


Fig 2.51. Configuraciones en un lecho arenoso, según ChiEmeKa (1975).

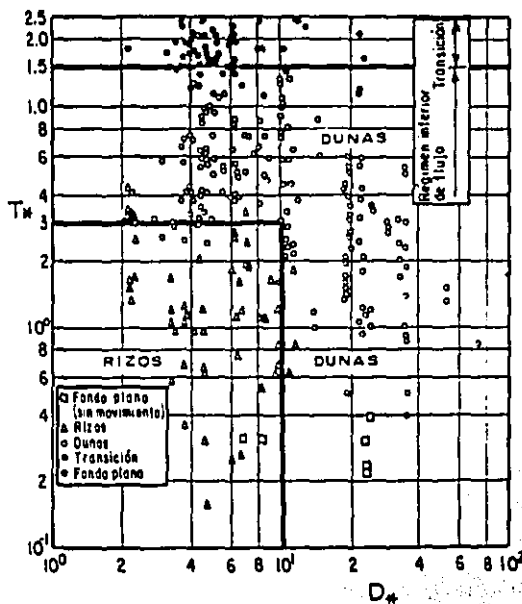


Fig 2.52. Configuraciones en un lecho arenoso, según Van Rijn (1984).

### 3. CRITERIOS PARA PRONOSTICAR LA GEOMETRIA DE LAS CONFIGURACIONES.

Las dimensiones y la forma de las configuraciones de lechos arenosos están muy vinculadas con la resistencia al flujo y el transporte de sedimentos. Por ello, se han desarrollado muchos criterios para determinar la altura y longitud de las configuraciones, así como relaciones en que aparecen dichos parámetros. En este capítulo se presentan los criterios más importantes.

#### 3.1 Pushkarev (1948)

El investigador soviético V.F. Pushkarev propuso dos expresiones para calcular la altura de dunas,  $H$ , así como su velocidad de desplazamiento,  $c$  (ref 47). Dichas expresiones fueron las siguientes:

$$H = 0.00455 \frac{U^2}{g D_{50}} d + 0.049 d \quad (3.1)$$

$$c = U \left[ 0.0188 \frac{U^2}{g D_{50}} - 0.0292 \frac{g D_{50}}{U^2} \right] \quad (3.2)$$

Korchokha (ref 47) revisó las ecuaciones 3.1 y 3.2 usando 20 mediciones efectuadas en el río Polomet, y observó que sobreestimaban los valores reales en el

primer caso, con errores de hasta 84%, y en el segundo, con errores de 200 a 300%. Desafortunadamente la ref 47 no indicó cómo fueron obtenidas las ecuaciones mencionadas.

### 3.2 Garde y Albertson (1959)

Desde el punto de vista del análisis dimensional, Garde y Albertson (ref 15) sugirieron que la geometría de las configuraciones de rizos y dunas podía expresarse como

$$\frac{H}{\lambda} = \phi_{16}(\tau_*, F, R_*) \quad (3.3)$$

donde

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{(\gamma_B - \gamma_s) D_{50}}, \quad F = \frac{U_*}{\sqrt{gd}}, \quad \text{y} \quad R_* = \frac{U_* D_{50}}{v}$$

$\frac{H}{\lambda}$  esbeltez de los rizos y dunas

H altura de los rizos o dunas

$\lambda$  longitud de los rizos o dunas

A partir del análisis de datos experimentales, Garde y Albertson encontraron que la transición entre rizos y dunas también lo era entre efectos viscosos y gravitacionales, siendo los primeros más importantes en el caso de rizos, y los últimos en el caso de dunas. Así, ellos obtuvieron que cuando se formaban rizos en el lecho, fig 3.1, se cumplía que

$$\frac{H}{\lambda} = \phi_{17}(\tau_*, R_*) \quad (3.4)$$

y cuando se desarrollaban dunas, fig 3.2, se verificaba

$$\frac{H}{\lambda} = \phi_{18}(\tau_*, F) \quad (3.5)$$

En 1961, Pande verificó únicamente la validez del diagrama de la fig 3.1. Sin embargo, ninguno de ellos ha sido comprobado con datos de cauces naturales, debido, entre otros motivos, a la dificultad para medir en ellos.

### 3.3 Kudryasov (1960)

Con base en datos de canales de laboratorio, Kudryasov obtuvo las siguientes relaciones empíricas, las cuales rigen en el caso de dunas (refs 10 y 47):

$$\frac{H}{d} = 25.91 - \frac{16.65}{F + 0.07} + \frac{3.75}{(F + 0.07)^2} \quad (3.6)$$

siendo  $F = \frac{U}{\sqrt{gd}}$

$$c = 0.00788 \frac{U^2}{d^{1.25} g^{1.5} D_{50}^{0.25}} \quad (3.7)$$

donde  $c$  y  $U$  están dadas en  $m/s$ ,  $d$  y  $D_{50}$  en  $m$ , y  $g$  en  $m/s^2$ .

El rango de los datos utilizados fue  $1 < D_{50} < 3.5$  mm y  $0.2 < F < 1.25$ . Korchokha (ref 47) revisó las ecuaciones anteriores usando 20 mediciones del río Polomet y observó que la ec. 3.6 generalmente subestimaba los valores reales de  $H$ , reportando errores de hasta 1750%, mientras que la ec. 3.7 sobrestimaba los valores de  $c$ , con errores de hasta 548%.

Desafortunadamente las refs. 10 y 47 no dan mayor información acerca de las características geométricas e hidráulicas de los canales en que se basó Kudryasov para determinar sus ecuaciones.

### 3.4 Kondrat'ev (1962)

A partir de datos experimentales reportados por Goncharov y Lapshin, Kondrat'ev construyó un diagrama para determinar la velocidad de desplazamiento de las ondulaciones,  $c$  (ref 8); dicho diagrama relaciona el número de Froude,  $F$ , contra el número de Reynolds de las ondulaciones,  $Re_c$ , (ver fig 3.3). En los datos considerados por Kondrat'ev, se verifica que  $D_{50} < 3.5$  mm.

### 3.5 Valin (1964)

Valin (ref 16) estableció ecuaciones para determinar la altura,  $H$ , y la longitud,  $\lambda$ , de rizos y dunas. Como hipótesis consideró que un lecho arenoso, al estar sujeto a la acción de un flujo permanente, subcrítico y uniforme, adquiriría la forma que se ilustra en la fig 3.4. Asimismo, supuso que las configuraciones se propagaban sin cambiar su forma, y que su velocidad de avance era despreciable comparada con la velocidad media del flujo.

### 3.5.1 Expresiones para calcular H

El esfuerzo cortante que produce el flujo sobre las partículas del lecho vale

$$\tau_o = \gamma d S \quad (3.8)$$

Si se cumple que  $\lambda \gg H \gg D_{50}$ , entonces, desde el punto de vista de movimiento del fluido, las ondulaciones pueden tratarse como lisas y, en consecuencia, la región AB, fig. 3.4, queda fuertemente afectada por la distancia  $\lambda$ . De este modo, el esfuerzo cortante en el punto B se puede expresar como

$$\tau_B = \tau_o \phi_1 \left( \frac{H}{d} \right) \quad (3.9)$$

donde

$$\phi_1 \left( \frac{H}{d} \right) = 1 \text{ cuando } H/d = 0$$

Según Yalin, el esfuerzo cortante actuante inmediatamente a la izquierda del punto B, fig. 3.4, no es capaz de arrastrar los sedimentos del lecho, o sea que

$$\tau_{B \text{ izq}} < \tau_c \quad (3.10)$$

Además, dado que las ondulaciones se desplazan sin cambiar su forma, existe erosión a la derecha del punto B, es decir

$$\tau_{B \text{ der}} > \tau_c \quad (3.11)$$

A partir de las ecuaciones 3.10 y 3.11, Yalin juzgó que

$$\tau_B = \tau_c \quad (3.12)$$

Al sustituir la ec 3.12 en la ec 3.9 y dividir entre  $\tau_o$ , se obtiene

$$\frac{\tau_c}{\tau_o} = \phi_1 \left( \frac{H}{d} \right) \quad (3.13)$$

o bien

$$\frac{H}{d} = \phi_2 \left( \frac{\tau_o}{\tau_c} \right) \quad (3.14)$$

La ec 3.14 implícitamente toma en cuenta la densidad y la viscosidad dinámica del fluido,  $\rho$  y  $\mu$ , respectivamente, así como las características del sedimento, o sea el diámetro,  $D_s$ , y el peso específico,  $\gamma_s$ . En efecto, para poder valuar  $\tau_c$  es necesario conocer previamente las variables antes mencionadas.

Si la pendiente del canal es constante, la variación de  $\tau_o/\tau_c$  es resultado exclusivamente de la variación del tirante, esto es

$$\frac{\tau_o}{\tau_c} = \frac{d}{d_c} \quad (3.15)$$

donde  $d_c$  es el tirante del flujo que produce el esfuerzo cortante  $\tau_c$ .

Al sustituir la ec 3.15 en la ec 3.14 y multiplicar ambos miembros por  $d/d_c$ , se obtiene

$$\frac{H}{d_c} = \phi_{21} \left( \frac{d}{d_c} \right) \quad (3.16)$$

siendo

$$\phi_{21} = \frac{d}{d_c} \phi_{20}$$

Con el fin de determinar la forma de la función  $\phi_{21}$ , Yalin consideró gran cantidad de datos de campo y de laboratorio y dibujó valores de  $d/d_c$  contra  $H/d_c$ , fig 3.5. A los puntos así definidos les ajustó una curva, cuya ecuación resultó ser

$$\frac{H}{d_c} = \frac{1}{6} \left( \frac{d}{d_c} - 1 \right) \quad (3.17)$$

El rango de los datos experimentales empleados fue el siguiente:

$$0.137 < D_s < 2.45 \text{ mm}$$

$$0.0132 < d < 0.925 \text{ m}$$

$$10^{-3} < S < 1.4 \times 10^{-2}$$

Al multiplicar ambos miembros de la ec 3.17 por  $d_c/d$ , se obtiene la siguiente ecuación, válida para rizos y dunas:

$$\frac{H}{d} = \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{d_c}{d} \right) \quad (3.18)$$

Dado que para las condiciones de rizos y dunas ya se ha iniciado el arrastre de sedimentos, se cumple  $\tau_c/\tau_o < 1$ , o bien  $d_c/d < 1$ , ec 3.15. Así, de acuerdo



con la ec 3.18, Yalin concluyó que

$$\frac{H}{d} < \frac{1}{6} \quad (3.19)$$

### 3.5.2 Expresiones para calcular $\lambda$

Con objeto de identificar las variables de las cuales depende el parámetro  $\lambda$ , Yalin pensó en un canal erosionable con pendiente longitudinal constante y fondo inicialmente plano. Según Yalin, al ser sometido dicho canal a la acción de un flujo de agua constante y capaz de arrastrar los sedimentos del cauce, se desarrollan ondulaciones en el lecho y el tirante aumenta. Dichas ondulaciones aumentan su altura,  $H$ , pero su longitud,  $\lambda$ , se mantiene prácticamente constante. Después de transcurrir un tiempo  $t=t_1$ , el fenómeno se vuelve permanente, es decir que la forma y dimensiones de las configuraciones cesan de cambiar con respecto al tiempo. De acuerdo con estas ideas, Yalin argumentó que si  $\lambda$  existe cuando  $H = 0$ , debe entonces ser función de las condiciones de fondo plano sin arrastre de sedimentos, es decir que es función de las condiciones iniciales ( $t = 0$ ), y estimó que

$$\lambda = \phi_{22}(\rho, \mu, D_{50}, \bar{d}, U_*') \quad (3.20)$$

Las variables testadas corresponden a condiciones de fondo plano sin arrastre de sedimentos.

La ec 3.20 se puede expresar dimensionalmente como sigue

$$\frac{\lambda}{D_{50}} = \phi_{21}\left(\bar{R}_*, \frac{\bar{d}}{D_{50}}\right) \quad (3.21)$$

donde

$$\bar{R}_* = \frac{\bar{U}_* D_{50} \rho}{\mu} \quad (3.22)$$

Según Yalin, si en  $t = 0$  la superficie es hidráulicamente rugosa ( $\bar{R}_* > 70$ ), entonces se forman dunas en el lecho. En este caso,  $\lambda$  es independiente de  $\mu$ , y se cumple que

$$\frac{\lambda}{D_{50}} = \phi_{20}\left[\frac{\bar{d}}{D_{50}}\right] \quad (3.23)$$

Por otro lado, si en  $t = 0$  la superficie es hidráulicamente lisa ( $\bar{R}_* < 5$ ), entonces se forman rizos en el lecho. En este caso, según Yalin,  $\lambda$  no depende

de  $\bar{d}$  ni de  $\rho$ , y entonces no es posible formar un producto adimensional a partir de la ec 3.20. Por tanto, para el caso de rizados se cumple que

$$\frac{\lambda}{D_{50}} = \phi_{23} = \text{constante} \quad (3.24)$$

Para determinar las funciones  $\phi_{24}$  y  $\phi_{25}$ , Yalin recopiló datos de diversos autores y dibujó valores de  $d/D_{50}$  contra  $\frac{d}{D_{50}} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{50}}}$ , fig 3.6 (no explicó en qué se basó para considerar este último parámetro). En virtud de que Yalin no contaba con registros de tirantes para condiciones de fondo plano sin arrastre de sedimentos,  $\bar{d}$ , utilizó tirantes correspondientes a la condición en que las configuraciones alcanzaban su máxima altura.

Por otro lado, en sus análisis observó que los datos de dunas correspondían a los valores más grandes de  $R_*$ , los cuales estaban asociados a sedimentos de tamaño  $D_{50} > 0.38$  mm. La función que mejor se ajustó a tales datos fue

$$\frac{d}{D_{50}} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{50}}} = 2.25 \left[ \frac{d}{D_{50}} \right]^{1/2} \quad (3.25)$$

Al ordenar convenientemente la ec 3.25 obtuvo la siguiente expresión para valuar la longitud de las dunas:

$$\frac{\lambda}{d} = 5 \quad (3.26)$$

Al multiplicar ambos miembros de la ec 3.26 por  $d/D_{50}$ , se deduce que

$$\phi_{24} = 5 \frac{d}{D_{50}} \quad (3.27)$$

Similarmente, Yalin advirtió que los datos de rizados pertenecían a los valores más pequeños de  $R_*$ , los cuales estaban asociados a sedimentos de tamaño  $D_{50} < 0.19$  mm. En este caso, la función que mejor se ajustó a los datos fue

$$\frac{d}{D_{50}} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{50}}} = 31.6 \frac{d}{D_{50}} \quad (3.28)$$

Al ordenar convenientemente la ec 3.28 obtuvo la siguiente expresión para valuar la longitud de los rizados:

$$\frac{\lambda}{D_{50}} = 1000 \quad (3.29)$$

o sea que

$$\phi_s = 1000 \quad (3.30)$$

En suma, las ecs propuestas por Yalin fueron la 3.18, 3.26 y la 3.29.

En un estudio posterior, el propio Yalin (ref 48) midió alturas y longitudes de rizos, utilizando un canal rectangular de 0.76 m de ancho y 21 m de longitud. Los rangos de variación de algunas de las variables fueron los siguientes:

pendiente del canal:	$0.0005 < S < 0.0035$
tirante del escurrimiento:	$0.023 < d < 0.221 \text{ m}$
tamaño de los sedimentos del lecho:	$D_{50} = 0.14 \text{ mm}, D_{90}/D_{10} = 1.5$
densidad relativa del sedimento:	$S_s = 1.5$

Los sedimentos del lecho consistieron en polvo de vidrio. En cada ensaye Yalin medía para diferentes tiempos  $t$ , las alturas,  $H$ , y longitudes,  $\lambda$ , de rizos, hasta alcanzar éstos su máximo estado de desarrollo ( $H_{\text{máx}}, \lambda_{\text{máx}}$ ) en un tiempo  $T$ . Así, construyó gráficas  $H_{\text{máx}}/H$  contra  $t/T$ , y  $\lambda_{\text{máx}}/\lambda$  contra  $t/T$ , fig 3.7.

Los criterios de Yalin han sido muy criticados. F. Sentürk (ref 16c), Nordin y Algert (ref 16e) y White y MacMahon (ref 16d) coincidieron en que las figs 3.5 y 3.6 representan correlaciones espurias, ya que los puntos exhiben gran dispersión en los diagramas y existe repetición de variables en los ejes coordenados. Benson (ref 49) fue más enfático al afirmar: "...se dibujó una gráfica  $H/d_c$  contra  $d/d_c$  y de la curva promedio se derivó una relación entre  $H$  y  $d$ . La curva se dibujó para determinar la forma de la función. Sin embargo, aparentemente no existe relación entre  $H$  y  $d$ , y la forma de la función sólo depende de las propiedades de la variable común  $d_c$ . En el mismo artículo se construyó una gráfica  $\frac{d}{D_{50}} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{50}}}$  contra  $\frac{d}{D_{50}}$  y las conclusiones se dibujaron como relaciones entre  $\lambda$  y  $d$ . Todas las variables involucradas son aleatorias".

En 1971, Akram Gill (ref 50) dedujo la ec 3.18 a partir del modelo matemático de Exner (apartado 4.1) bajo algunas suposiciones que, según afirmaba, eran las limitaciones de la ecuación mencionada.

Otra característica criticable del criterio de Yalin es que en sus diagramas no se puede distinguir cuales datos corresponden a rizos y cuales a dunas.

Con los diagramas de la fig 3.7 Yalin mostró, sin proponérselo, que al menos para el tipo de material ensayado, el patrón de desarrollo de rizos prácticamente no depende del tirante del flujo ni de la pendiente del canal, y que la longitud de estas configuraciones sí varía con respecto al tiempo, y no es constante como afirmó al deducir las expresiones para calcular  $\lambda$ .

### 3.6 Cruickshank (1964)

Cruickshank (ref 24) construyó diagramas para determinar las relaciones  $H/\lambda$  y  $d/\lambda$  de rizos y dunas, figs 3.8 y 3.9. En dichos diagramas, las líneas discontinuas separan las regiones donde suceden las distintas configuraciones, según se vio en el apartado 2.10. Cruickshank manifestó que sus gráficas se apoyaron en muy limitados datos de canales de laboratorio y, por tanto, debían tomarse como una primera aproximación.

### 3.7 Korchokha (1968)

Este investigador soviético manifestó que las configuraciones de los lechos arenosos determinaban la estructura de macroturbulencia del flujo, y a través de ella, la disipación de energía (ref 47). Korchokha efectuó mediciones en el río Polomet durante los años 1960 a 1967, tanto en los periodos de avenidas como de estiaje, y publicó las mediciones de gastos, pendientes del fondo, tirantes del flujo, celeridad de avance de crestas y valles de más de 5000 dunas, y la altura y longitud de las mismas. Los rangos de algunos de sus datos medidos fueron:

velocidad media:	$0.3 < U < 1.7 \text{ m/s}$
tirante:	$0.16 < d < 2.5 \text{ m}$
tamaño del sedimento:	$0.6 < D_{50} < 5 \text{ mm}$
ancho del río:	$B > 35 \text{ m}$

Con base en sus mediciones y en datos de otros investigadores, propuso las siguientes expresiones para calcular la razón  $H/d$  en dunas:

$$\frac{H}{d} = 1.88 \left[ \frac{U}{w_{50}} \right]^{0.165} - 2.30, \text{ si } \frac{U}{w_{50}} < 12 \quad (3.31)$$

$$\frac{H}{d} = 50 \left[ \frac{U}{w_{50}} \right]^{1.65} \exp. (-0.022 \frac{U}{w_{50}}), \text{ si } \frac{U}{w_{50}} > 12 \quad (3.32)$$

Korchokha argumentó que a partir de  $\frac{U}{\omega_{50}} = 12$  las crestas de las dunas comienzan a erosionarse y su comportamiento se modifica. Las ecs 3.31 y 3.32 fueron verificadas con datos de los ríos Kem, Rzhantsyn, Pesochaya y Hii, en los cuales  $0.3 < F < 0.8$ , y con datos de canales de laboratorio estudiados por Znamenskaya, Sinohara y Tsubaki.

Según Korchokha, el movimiento de las dunas es de naturaleza pulsativa. Para determinar la relación entre las pulsaciones y las variaciones de la velocidad del flujo, estudió cuidadosamente en el río Polomet cómo se desplazaron las dunas durante 2 hr 15 min, y encontró que tales pulsaciones estaban relacionadas con el patrón de variación de la velocidad de la corriente (ver tabla 3.1). Dado que en un canal natural se producen fluctuaciones a gran escala de la velocidad del flujo, debido al movimiento de grandes vórtices, podría pensarse que las pulsaciones en el movimiento de las dunas se deben al carácter quasi-periódico de disturbios a gran escala; según Korchokha, para el río Polomet existe una relación entre el tamaño de tales disturbios y el número de Strouhal, que se define como  $S = \frac{f\ell}{v}$ , siendo  $f$  la frecuencia del fenómeno periódico y  $\ell$  la longitud característica.

A partir de datos de los ríos Polomet, Don, Luga, Vychevga, Northern Dvina, Volga, Dnieper y Misisipi, Korchokha propuso la siguiente expresión para calcular la longitud de las dunas del lecho (ref 51):

$$\lambda = 3.85 d^{1.15} \quad (3.33)$$

donde  $\lambda$  y  $d$  están dados en metros. En cuanto a la esbeltez de las dunas,  $H/\lambda$ , Korchokha arguyó que aumenta conforme se incrementa el valor de  $U/\omega_{50}$ , hasta llegar a un valor crítico  $U/\omega_{50} = 12$ , a partir del cual disminuye hasta cero. Para determinar  $H/\lambda$ , propuso las siguientes ecuaciones:

$$\frac{H}{\lambda} = 0.014 \frac{U}{\omega_{50}} - 0.031, \quad \text{si } 3.4 \leq \frac{U}{\omega_{50}} \leq 12 \quad (3.34)$$

$$\frac{H}{\lambda} = 2 \left( \frac{U}{\omega_{50}} \right)^{-1.05} - 0.033, \quad \text{si } \frac{U}{\omega_{50}} > 12 \quad (3.35)$$

Por otro lado, Korchokha definió un factor de forma de dunas,  $\epsilon$ , como la relación entre el área de la sección longitudinal de la ondulación y el área de un rectángulo de base  $\lambda$  y altura  $H$ , fig 3.10, y aseguró, con base en datos del río Polomet, que para cualquier condición hidráulica vale 0.68.

### 3.8 Ogris (1974)

El investigador austriaco H. Ogris derivó la siguiente ecuación para determinar la relación entre la altura máxima de dunas y el tirante de flujo (ref 6):

$$\frac{H_{\text{máx}}}{d} = \frac{1}{1 - \alpha_0} \left( 1 - \frac{F^2}{2} - \frac{3F^{2/3}}{2} \right) \quad (3.36)$$

donde

$H_{\text{máx}}$	altura máxima de dunas
$d$	tirante del flujo
$\alpha_0$	coeficiente que vale 1/2 si la duna es de forma triangular, y 2/3 si la duna es de forma parabólica.
$F = \frac{U}{\sqrt{gd}}$	número de Froude

Desafortunadamente la ref 6 no da mayor información acerca del origen de la ec 3.36.

### 3.9 Yalin y Karahan (1979)

Yalin y Karahan (ref 52) estudiaron la esbeltez de dunas,  $H/\lambda$ . Al analizar datos experimentales de diversos autores, observaron que cuando la relación de ancho a tirante del canal,  $B/d$ , era menor de 5, y el número de Reynolds,  $R_*$ , menor de 25, entonces  $H/\lambda$  dependía sólo de  $R_*$ . Por otro lado, cuando  $B/d > 5$  y  $R_* > 25$ ,  $H/\lambda$  dependía de la relación de esfuerzos  $\tau_0/\tau_c$  y del tirante relativo  $d/D_{50}$ . La influencia del parámetro  $d/D_{50}$  disminuía conforme su valor aumentaba, y cuando  $d/D_{50} > 100$ ,  $H/\lambda$  prácticamente dependía sólo de  $\tau_0/\tau_c$ . De acuerdo con estas observaciones, llevaron a una gráfica valores de  $\tau_0/\tau_c$  contra  $H/\lambda$ . Los datos experimentales utilizados cumplieron las siguientes restricciones:  $R_* > 25$  y  $d/D_{50} > 100$ , fig 3.11. En dicha gráfica puede observarse que existe gran dispersión de los datos. Sin embargo, según Yalin y Karahan, la dispersión se debe a los distintos criterios de medición de las alturas de dunas y a la na-

turalza estocástica del fenómeno.

Con objeto de conocer el comportamiento de  $H/\lambda$  para distintos rangos de  $d/D_{50}$ , Yalin y Karahan efectuaron 123 ensayos en un canal de laboratorio. Dicho canal era de sección transversal rectangular de 0.16 m de ancho y 21 m de longitud; su pendiente era variable entre 0.0004 y 0.0085. El material del lecho estuvo constituido por tres tipos de material:

- Baquelita,  $D_{50} = 1$  mm y  $\gamma_s = 1600$  kg/m<sup>3</sup>, en 104 ensayos.
- Arena,  $D_{50} = 1.1$  mm y  $\gamma_s = 2650$  kg/m<sup>3</sup>, en 18 ensayos.
- Poliestireno,  $D_{50} = 1.54$  mm y  $\gamma_s = 1050$  kg/m<sup>3</sup>, en un ensayo.

Los rangos de variación de otros parámetros fueron:

número de Reynolds asociado con la velocidad a cortante:	$20.5 < R_* = \frac{U_* D_{50}}{\nu} < 75.0$
tirante o profundidad:	$0.02 < d < 0.11$ m
tirante relativo:	$20 < d/D_{50} < 85$
altura de dunas:	$0.003 < H < 0.047$ m
longitud de las dunas:	$0.44 < \lambda < 1.46$ m
esbeltez de las dunas:	$0.0016 < H/\lambda < 0.042$
relación de esfuerzos:	$1.2 < \tau_o/\tau_c < 32.58$

Los valores de  $H$  y  $\lambda$  se determinaron con sensores electrónicos colocados al centro del canal. Se llevaban registros de  $H$  contra tiempo y de  $\lambda$  contra tiempo; así, cuando  $H$  y  $\lambda$  se tornaban constantes estadísticamente, se obtenía entonces el valor de  $H/\lambda$ ; de esta manera, para cada condición hidráulica se garantizaba considerar siempre el grado máximo de desarrollo de las configuraciones.

Yalin y Karahan resumieron sus resultados experimentales en el diagrama de la fig 3.12, en el cual dibujaron valores de  $H/\lambda$  para distintos rangos de valores de  $d/D_{50}$ . Se incluyó también el caso en que  $d/D_{50} > 100$ , curva C. También describieron las curvas de la fig 3.12 con la siguiente ecuación exponencial, la cual propusieron utilizar en vez de la figura:

$$\frac{H}{\lambda} = 0.0127 \frac{\tau_o}{\tau_c} \exp\left(-\frac{\tau_o}{\tau_c} \frac{1}{k_1}\right) \quad (3.37)$$

donde  $k_1$  es un parámetro que depende del valor de  $d/D_{50}$ , o sea

$$\text{si } 20 \leq d/D_{50} \leq 30 \quad k_1 = 2.03$$

$$\text{si } 40 \leq d/D_{50} \leq 50 \quad k_1 = 3.85$$

$$\text{si } 65 \leq d/D_{50} \leq 75 \quad k_1 = 5.78$$

$$\text{si } d/D_{50} \geq 100 \quad k_1 = 12.84$$

Los resultados de Yalin y Karahan se consideran inciertos, principalmente porque sólo el 15% de sus ensayos de laboratorio fueron con arenas. En el resto de los ensayos se usaron baquelita y poliestireno, que son materiales artificiales cuya forma y densidad son muy distintas a las arenas y, por consiguiente, también es diferente su comportamiento bajo la acción de un flujo de agua.

### 3.10 Ueno y Utami (1982)

Ueno y Utami (ref 53) observaron minuciosamente el desarrollo de rizos y dunas en un canal de laboratorio de 18 m de longitud, 1 m de ancho y cuyo lecho estaba constituido por arenas de tamaño medio  $D_m = 0.53$  mm. Los rangos de variación de otros parámetros fueron:

número de Reynolds asociado con la velocidad a cortante:	$12.4 < R_* = \frac{U_* D_m}{\nu} < 20.1$
gasto unitario de la corriente:	$0.2 < q < 0.3 \frac{\ell}{s/cm}, q = \frac{Q}{B}$
pendiente del fondo del canal:	$0.001 < S < 0.0025$
tirante o profundidad:	$0.057 < d < 0.079 \text{ m}$

Para observar el lecho, instalaron una cámara fija sobre el canal y tomaron fotografías de las ondulaciones a intervalos de 10 a 30 segundos. Al analizar las fotografías concluyeron que el proceso de desarrollo de rizos difiere del de dunas.

De acuerdo con sus observaciones, la esbeltez de los rizos,  $H/\lambda$ , aumenta conforme transcurre el tiempo. En el caso de dunas, la relación  $H/\lambda$  permanece constante durante todo su proceso de desarrollo. El incremento de la altura y longitud de rizos no es uniforme, sino que se acentúa en intervalos específicos de tiempo y espacio; esto se debe, según Ueno y Utami, a la formación de un flujo espiral en el fondo, que socava a éste violentamente y dispersa partículas de arena hacia aguas abajo, fig. 3.13. El flujo espiral produce un incremento local del transporte de sedimentos que se traduce en un aumento local de la altura y longitud de los rizos. En contraste, en el caso de dunas, según Ueno y Utami, la altura y longitud de dunas no están relacionadas con flujo espiral,



y el gasto local de sedimentos queda distribuido casi uniformemente sobre el fondo del canal.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, simplificaron el proceso de desarrollo de rizos y dunas como se muestra en las figs 3.14 y 3.15. En dichas figuras, las líneas continuas denotan el perfil longitudinal de las ondas en un tiempo  $t$ , y las discontinuas el perfil para un tiempo  $t + \Delta t$ . Las líneas punteadas indican el perfil de las ondas en un tiempo  $t$ , trasladadas sin deformación. Se supone que la deformación de rizos tiene una variación en la cara posterior de la onda, fig 3.14. Esta variación se debe a la socavación local tan fuerte ocasionada por el flujo espiral. En el caso de dunas, se supone que la deformación es uniforme, fig 3.15. Con base en las figs 3.14 y 3.15, y en las hipótesis anteriores, Veno y Utami derivaron las ecuaciones de continuidad del movimiento de sedimentos. Al resolver dichas ecuaciones consideraron datos experimentales de diversos autores y obtuvieron finalmente:

Para el caso de rizos:

$$\frac{\lambda}{D_m} = \frac{5}{4} \frac{H}{D_m} \left[ 84 \left( \frac{H}{D_m} \right)^{-0.5} - 1 \right] \quad (3.38)$$

y para dunas:

$$\frac{\lambda}{D_m} = \frac{5}{4} \frac{H}{D_m} \left( 24 - \ln \frac{H}{D_m} \right) \quad (3.39)$$

### 3.11 Van Rijn (1984)

Leo C. Van Rijn (ref 46) juzgó que las dimensiones de dunas quedaban gobernadas por tres parámetros adimensionales:

$$\frac{H}{d} = \phi_{24} \left( \frac{D_{s0}}{d}, D_*, T_* \right) \quad (3.40)$$

y

$$\frac{H}{\lambda} = \phi_{27} \left( \frac{D_{s0}}{d}, D_*, T_* \right) \quad (3.41)$$

donde  $D_*$  es un parámetro de las partículas (adimensional), ec 2.97, y  $T_*$  es un parámetro de transporte (adimensional), ec 2.98.

Para estudiar la geometría de las dunas, recopiló 84 datos de canales de laboratorio y 22 de canales de irrigación y cauces naturales, en los cuales se verificaba que  $B/d > 3$  y  $T_* < 25$ . Al analizar dichos datos, no observó correla-

ción entre las dimensiones de las dunas y el parámetro  $D_*$ , y por ello lo eliminó de las ecs 3.40 y 3.41. Van Rijn vació los datos en gráficas  $T_*$  contra  $\frac{H}{d} \left(\frac{D_{30}}{d}\right)^{-0.3}$  y  $T_*$  contra  $\frac{H}{\lambda} \left(\frac{D_{30}}{d}\right)^{-0.3}$ , fig 3.16, y encontró que las ecuaciones que mejor se ajustaban a los grupos de datos eran:

$$\frac{H}{d} = 0.11 \left[ \frac{D_{30}}{d} \right]^{0.3} (1 - e^{-0.3 T_*}) (25 - T_*) \quad (3.42)$$

y

$$\frac{H}{\lambda} = 0.015 \left[ \frac{D_{30}}{d} \right]^{0.3} (1 - e^{-0.3 T_*}) (25 - T_*) \quad (3.43)$$

En la fig 3.16 aparecen también los rangos de variación de los datos empleados por Van Rijn. En los casos en que se desconocía la temperatura del agua, la consideró de 15°C. En los datos de canales de laboratorio, para corregir el efecto de pared utilizó el método de Vanoni y Brooks (ref 44).

Al dividir la ec 3.42 entre la ec 3.43 obtuvo que

$$\frac{\lambda}{d} = 7.3 \quad (3.44)$$

De acuerdo con lo que expresa la ec 3.44, según Van Rijn la longitud de las dunas depende sólo del tirante del flujo. Con anterioridad, Yalin había obtenido un resultado similar a este, ec 3.26.

Tabla 3.1 Resultados de algunas mediciones efectuadas por Korchokha en el río Polomet (abril, 1967)

Intervalo de tiempo t(min)	Distancia recorrida por la duna en el intervalo de tiempo L(m)	L/t (m/min)	Velocidad media del flujo sobre las crestas de las dunas U(m/s)
23	1.0	0.043	1.28
21	1.3	0.062	1.32
14	1.0	0.071	1.35
24	1.7	0.071	1.36
25	1.3	0.052	1.29
28	2.0	0.071	1.34

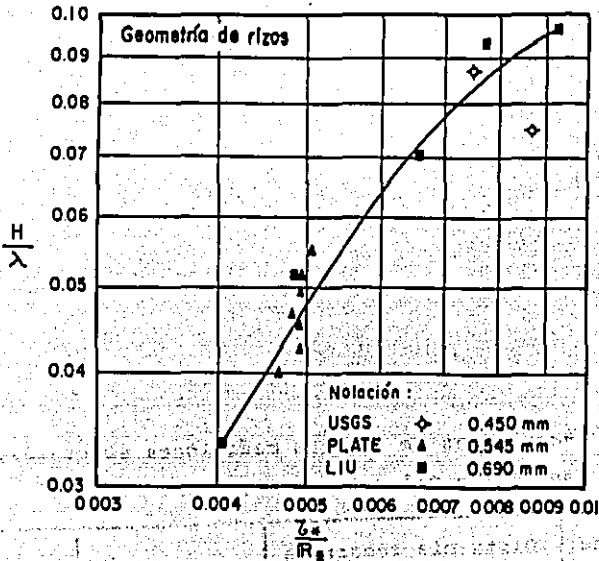


Fig 3.1. Diagrama para determinar la esbeltez de rizos,  $H/\lambda$ , según Garde y Albertson (1959).

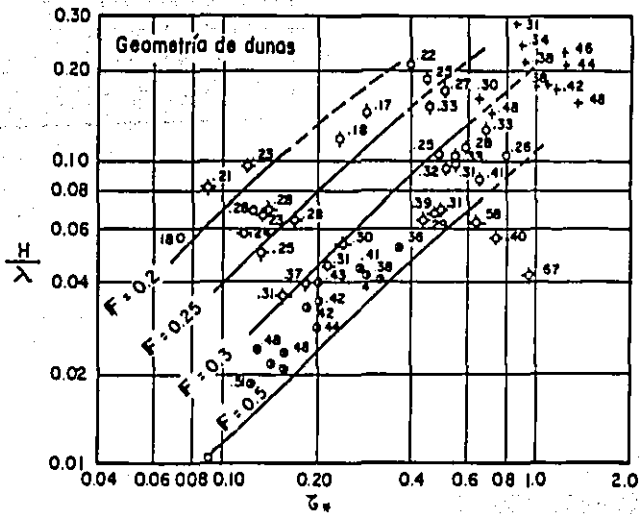


Fig 3.2. Diagrama para determinar la esbeltez de dunas,  $H/\lambda$ , según Garde y Albertson (1959).

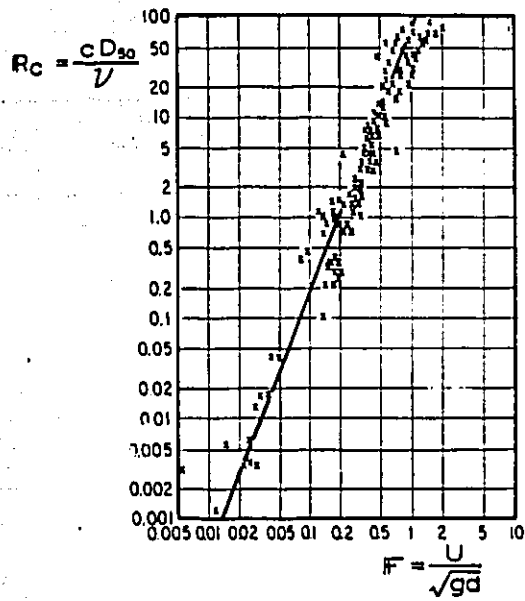


Fig 3.3. Diagrama para determinar la velocidad de desplazamiento de las configuraciones,  $c$ , según Kondrat'ev (1962).

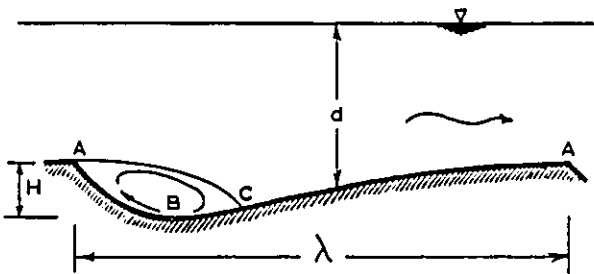


Fig 3.4. Forma que adopta un lecho arenoso, según Yalin (1964).

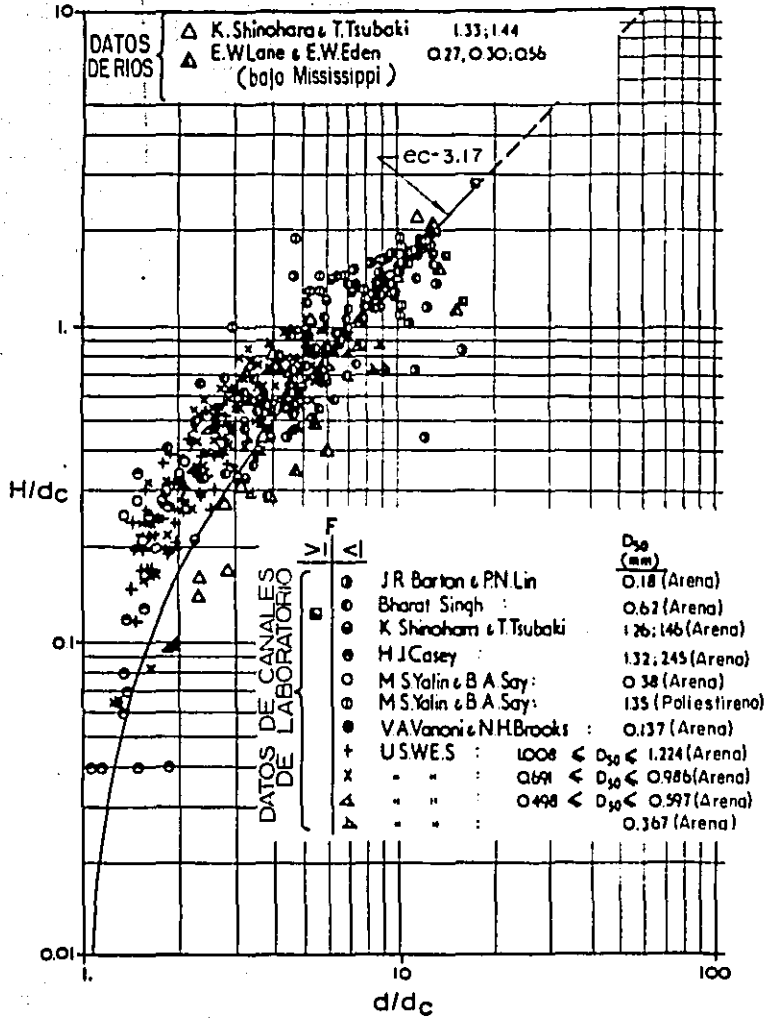


Fig 3.5. Correlación entre los parámetros  $d/d_c$  y  $H/d_c$ , según Yalin (1964).

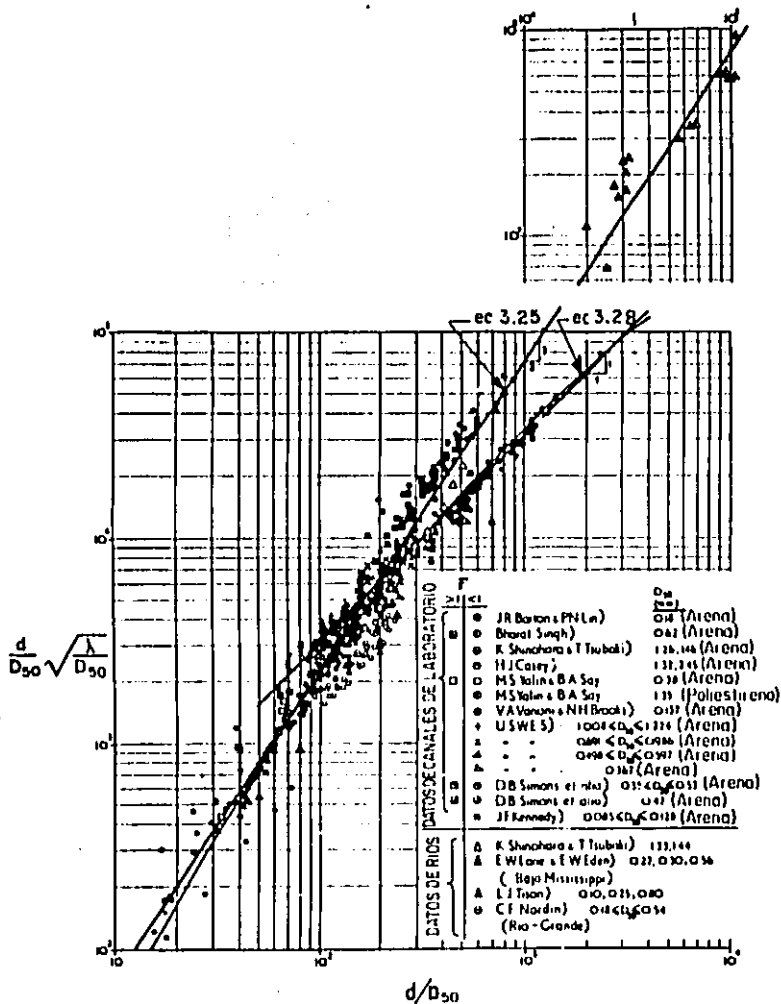


Fig 3.6. Correlación entre los parámetros  $d/D_{50}$  y  $\frac{d}{D_{50}} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{50}}}$ , según Yalin (1964).

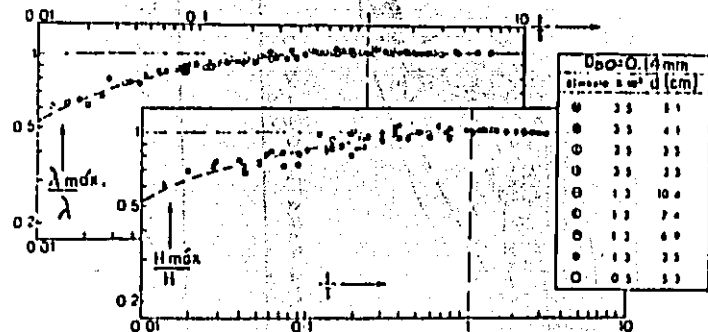


Fig 3.7. Variación en el tiempo, de la longitud y altura relativa de los rizos,  $\lambda_{\max}/\lambda$  y  $H_{\max}/H$ , respectivamente, según Yalin (1977).

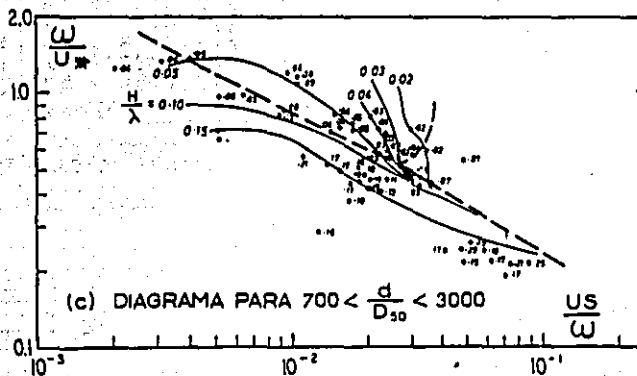
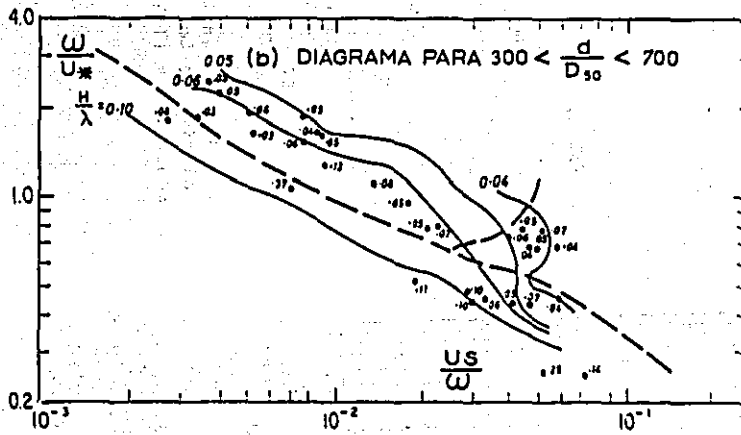
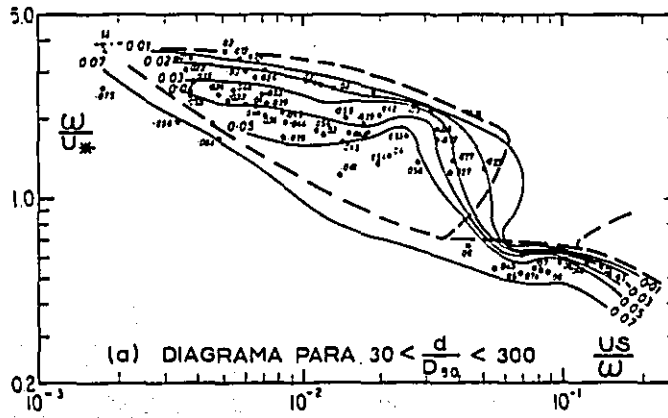


Fig 3.8. Diagramas para determinar la esbeltez de las formaciones,  $H/\lambda$ , según Cruickshank (1964).



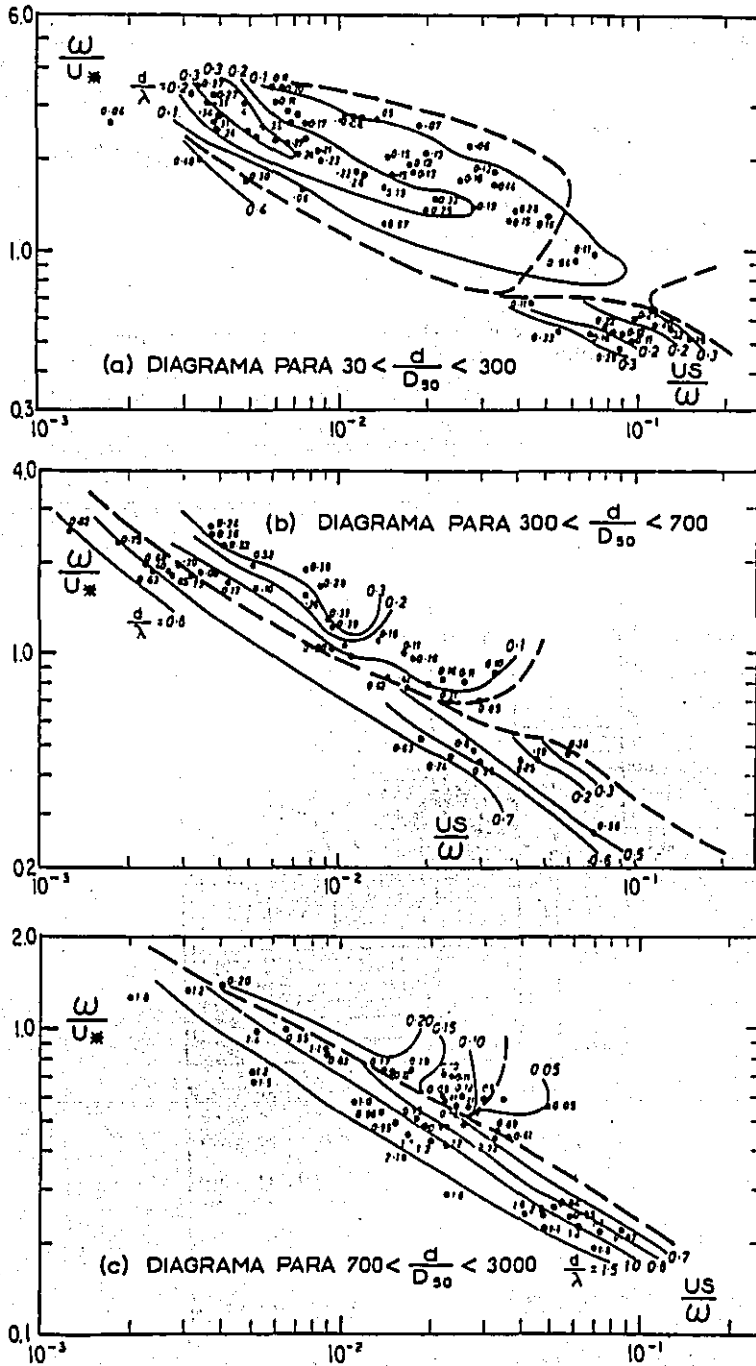


Fig 3.9. Diagramas para determinar la relación  $d/\lambda$ , según Cruickshank (1964).

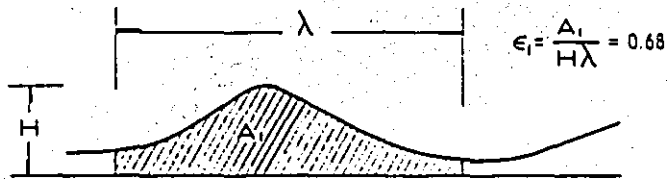


Fig 3.10. Definición del factor de forma de dunas,  $\epsilon_1$ , según Korchokha (1970).

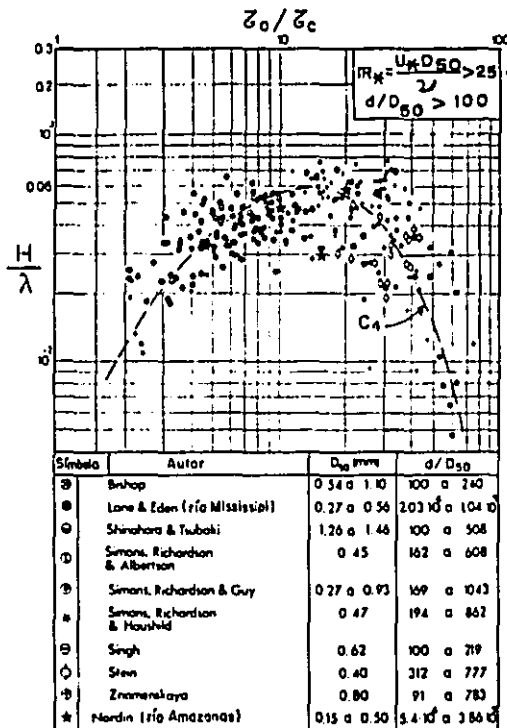


Fig 3.11. Correlación entre  $\tau_0/\tau_c$  y  $H/\lambda$ , cuando  $d/D_{50} > 100$ , según Yalin y Karahan (1979).

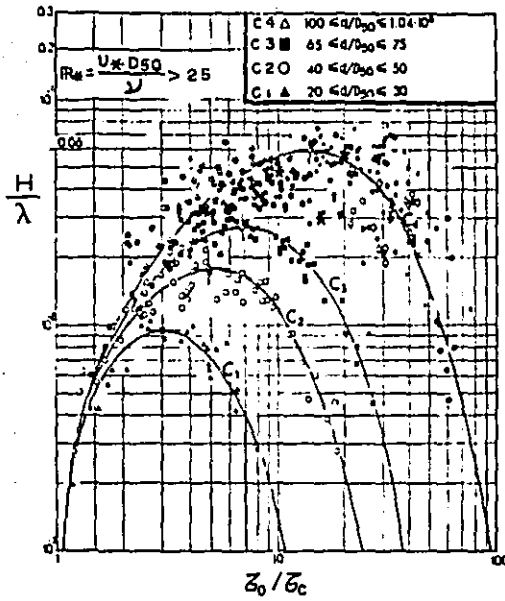


Fig 3.12. Correlación entre  $\tau_0/\tau$  y  $H/\lambda$ , para distintos rangos de  $d/D_{30}^C$ , según Yalin y Karahan (1979).

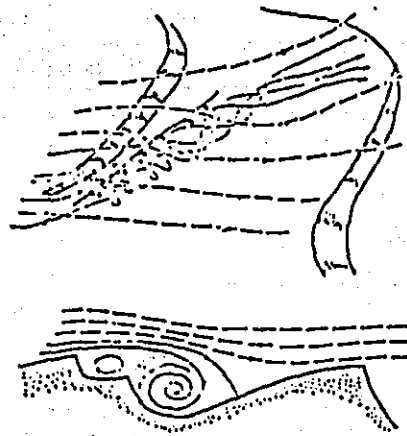


Fig 3.13. Detalle del flujo espiral.

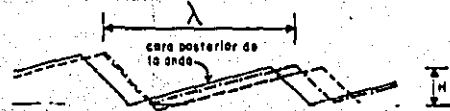
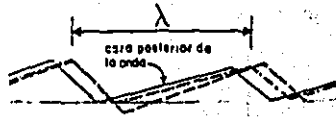


Fig 3.14. Perfil longitudinal de rizos, según Ueno y Utami (1984).

Fig 3.15. Perfil longitudinal de dunas, según Ueno y Utami (1984).

	FUENTE DE INFORMACION	U (m/s)	d (m)	D <sub>50</sub> (μm)	T (°C)
CANALES DE LABORATORIO	o Guy et al	0.34-1.17	0.16-0.32	190	8-34
	o Guy et al	0.41-0.65	0.14-0.34	370	8-34
	o Guy et al	0.47-1.15	0.18-0.32	280	8-34
	o Guy et al	0.77-0.98	0.18	320	8-34
	o Guy et al	0.48-1.00	0.10-0.25	450	8-34
	o Guy et al	0.53-1.15	0.12-0.34	930	8-34
	o Williams	0.54-1.08	0.15-0.22	1350	23-28
	o Dettl Hydr. Lab.	0.45-0.87	0.28-0.49	700	12-18
	o Stein	0.52-0.95	0.24-0.31	400	20-28
	o Znamenskaya	0.53-0.60	0.11-0.21	800	-
RIOS	o Outer Rivers	0.85-1.55	4.4-9.5	490-3600	5-20
	o Rio Porana	10	12.7	400	-
	o Japanese Channels	0.53-0.89	0.25-0.88	1100-2300	-
	o Mississippi River	1.35-1.45	6-16	350-550	-

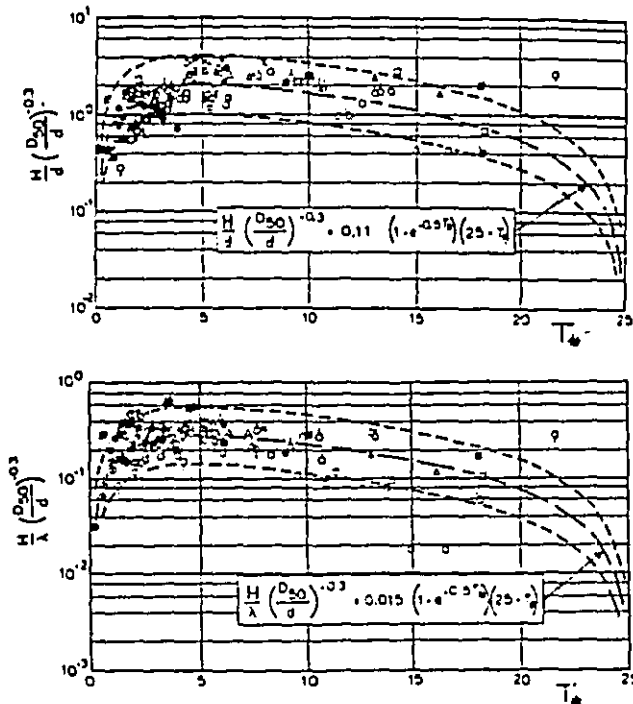


Fig 3.16. Diagramas propuestos por Van Rijn para determinar los valores de H y λ en dunas (1984).

#### 4. MODELOS MATEMATICOS PARA ESTUDIAR LAS CARACTERISTICAS DE LAS CONFIGURACIONES

Se han desarrollado también modelos matemáticos para simular la formación de las configuraciones y para determinar su geometría y dimensiones. Tales modelos abordan el problema de distintas maneras; por ejemplo, consideran la teoría de flujo potencial, la de flujo rotacional, las de probabilidad y estadística, etc.

Este capítulo presenta algunos de los modelos matemáticos más relevantes y que han servido de base a otros. Al final se mencionan los modelos matemáticos más importantes publicados a la fecha.

##### 4.1 Exner (1925)

Exner fue el primer investigador que abordó el problema de la formación y movimiento de dunas con base en las leyes de la hidrodinámica (refs 6, 7, 8, 19, 28, 50 y 54).

El supuso que una aceleración en dirección del flujo causaba erosión, mientras que una deceleración causaba depósito, y así estableció la ecuación diferencial de erosión en dos dimensiones (fig 4.1):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + K \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

donde

$\eta$	elevación del fondo a partir de un nivel de referencia, NR.
$K$	coeficiente que depende de $U$ y $q_B$
$U$	velocidad media del flujo
$q_B$	transporte de sedimentos
$u$	componente de la velocidad media en la dirección del flujo
$x$	distancia en dirección del flujo
$t$	tiempo

La ec 4.1 indica que el cambio en el tiempo de la elevación del fondo se debe al cambio en la velocidad a lo largo del canal.

Suponiendo que las componentes de la velocidad en dirección  $y$  y  $z$  son despreciables, se tiene  $u = U$ .

Como puede verse en la figura 4.1, el tirante vale

$$d = h - \eta \quad (4.2)$$

siendo  $h$  la distancia del nivel de referencia a la superficie libre del agua.

Luego, por continuidad, se puede escribir que

$$Q = (h - \eta) BU = \text{constante} \quad (4.3)$$

o sea

$$U = \frac{Q}{B} \left( \frac{1}{h - \eta} \right) \quad (4.4)$$

donde

$B$  ancho del canal

$Q$  gasto

Al sustituir la ec 4.4 en la ec 4.1, suponiendo que  $B$  no cambia ( $B = \text{constante}$ ) y que la superficie del agua es horizontal ( $h = \text{constante}$ ), y al simplificar se obtiene

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{KQ}{(h - \eta)^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4.5)$$

Exner supuso que para  $t = 0$  la elevación del fondo estaba dada por

$$\eta = a_0 + a \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (4.6)$$

que es la ecuación de una onda simétrica de amplitud  $a$  y longitud  $\lambda$ ;  $a_0$  es una constante.

La solución de la ec 4.5 con la condición inicial dada por la ec 4.6 es

$$\eta = a_0 + a \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left( x - \frac{KQ}{B(h-\eta)^2} t \right) \quad (4.7)$$

que es la ecuación de una onda de amplitud constante,  $a$ , y velocidad  $KQ/B(h-\eta)^2$ ; en ella se manifiesta que las crestas de las ondulaciones se mueven más rápido que los valles (por el término  $h - \eta$ ), y su forma, inicialmente simétrica, se vuelve asimétrica con el tiempo, fig 4.2.

La crítica más severa a este método es que no explica como un fondo inicialmente plano puede desarrollar ondas simétricas (condición inicial dada por la ec 4.6). Por otro lado, el campo de velocidades es muy variable en espacio y tiempo y no puede representarse satisfactoriamente con un valor promedio de la velocidad. El modelo de Exner ignora el mecanismo de crecimiento y movimiento de las ondulaciones (erosión en la cara de aguas arriba y depósito en la de aguas abajo), así como la vorticidad que se genera. Al respecto, Velikanov introdujo posteriormente el concepto de turbulencia al modelo de Exner.

#### 4.2 Anderson (1953)

A. G. Anderson explicó el flujo y la forma del perfil del lecho utilizando las mismas relaciones que Exner, pero en vez de considerar flujo unidimensional, usó la teoría de flujo potencial en dos dimensiones para relacionar el flujo con la forma del perfil del lecho (refs 8, 19 y 55).

Anderson inicia su modelo con fondo plano y una alteración de tipo senoidal en la superficie del agua. Dicha alteración provoca una variación senoidal de la velocidad en el fondo plano, que origina en éste un disturbio senoidal de pequeña amplitud, que comienza a crecer y a moverse hacia aguas abajo. Según Anderson, la ecuación para el fondo ondulado creciente es

$$\eta(x,t) = 2A \operatorname{sen} kct \cos k(x-ct) \quad (4.8)$$

y la celeridad de la onda del fondo está dada por

$$c = U_b = -m_1 k \frac{U}{\lambda} \coth kd \quad (4.9)$$

donde

$n$  elevación del fondo a partir de un nivel de referencia

$A$  amplitud de la onda de la superficie del agua

$k$  número de onda; o sea

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4.10)$$

$\lambda$  longitud de la onda del fondo

$c, U_b$  celeridad de la onda del fondo

$m_1$  constante de proporcionalidad que depende de la relación entre el transporte de sedimentos y la velocidad del flujo cerca del fondo

$U$  velocidad media del flujo

$x$  distancia en dirección del flujo

$t$  tiempo

La forma del fondo comienza por desfasarse  $90^\circ$  con respecto a la onda superficial, tal como se muestra en la fig 4.3; conforme crece la onda del fondo, ésta se mueve hacia adelante hasta que queda desfasada  $180^\circ$ . En el instante en que esto último sucede, su crecimiento, según Anderson, llega a una condición de equilibrio en que las amplitudes de las ondas del agua y del fondo quedan relacionadas por la ecuación

$$\frac{a}{A} = \frac{2}{\cosh kd} \quad (4.11)$$

donde

$a$  = amplitud de la onda del fondo

Los razonamientos anteriores sugieren que las formas del fondo necesitan ser asimétricas para poder crecer en amplitud.

Aplicando la teoría de flujo potencial, Anderson obtuvo que

$$\frac{a}{A} = \cosh kd - \frac{g}{KU^2} \sinh kd \quad (4.12)$$

Al sustituir la ec 4.11 en la ec 4.12 y ordenar términos convenientemente, se llega a que



$$F^2 = \frac{U^2}{gd} = \frac{\sinh 2kd}{kd(\cosh 2kd - 3)} \quad (4.13)$$

Como puede observarse, la ec 4.13 no involucra al diámetro representativo del sedimento,  $D$ , ni parámetros que sean función de éste. Pande comprobó que para valores pequeños de  $F$  y  $0.18 < D < 1$  mm, los valores de  $kd$  que se obtienen con la ec 4.11 resultan mayores que los observados (ref 10). Por su parte, Vanoni (ref 14) opinó que el método no diferenció correctamente los distintos tipos de configuraciones.

La ec 4.13 se indetermina cuando  $\cosh 2kd = 3$  y, por otro lado, también cuando  $\cosh 2kd < 3$  (no tiene sentido que  $F^2 < 0$ ); el rango de valores en que esto último ocurre es  $kd < \frac{1}{2} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ .

La ec 4.13 se muestra gráficamente en forma adimensional en la fig 4.4.

#### 4.3 Kennedy (1963)

Kennedy (ref 55) consideró que las dunas, fondo plano y antidunas eran resultado de un patrón de erosión y depósito causado por perturbaciones sistemáticas en el transporte de sedimentos.

En virtud de que no existía una explicación satisfactoria de la formación y características de las configuraciones, Kennedy desarrolló un modelo matemático con el fin de examinar la estabilidad de la intercara fondo-fluido. Para ello, tomó en cuenta los estudios realizados por Anderson (apartado 4.2).

Kennedy consideró en su análisis las siguientes hipótesis:

- El flujo es irrotacional
- Se desprecian la viscosidad, tensión superficial y compresibilidad del fluido
- El flujo es bidimensional
- La superficie del fondo,  $\eta$ , se erosiona en forma senoidal; la superficie libre del agua,  $\xi$ , describe también trayectorias senoidales. En ambos casos la amplitud de las ondas es variable, y muy pequeña comparada con su longitud. En el sistema coordenado de referencia que se muestra en la fig 4.5,  $x$  es la distancia en el sentido del flujo, y es la distancia en el sentido normal al flujo, y  $t$  es el tiempo. Las demás variables se irán definiendo a lo largo del texto.

- El tirante medio del flujo,  $d$ , y la velocidad media del flujo,  $U$ , son constantes en dirección  $x$  positiva.
- La ley de transporte de sedimentos es proporcional a una potencia de la velocidad.

Como el flujo es irrotacional, el campo de velocidades,  $\bar{U}$ , puede quedar representado con una función potencial,  $\phi$ , como

$$\bar{U} = \nabla\phi \quad (4.14)$$

Además, como es incompresible el fluido, éste satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (4.15)$$

Para resolver la ec. 4.15, Kennedy fijó cuatro condiciones de frontera:

- 1) Condición cinemática de frontera. La velocidad en la superficie libre del agua es tangencial a esta superficie:

$$U \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \text{ valuada en } y = 0 \quad (4.16)$$

- 2) Condición dinámica. La presión es constante en la superficie libre del agua y puede expresarse por la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\xi + U \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \text{ valuada en } y = 0 \quad (4.17)$$

En la superficie de separación entre el fluido y el fondo hay dos condiciones cinemáticas por satisfacer:

- 3) La velocidad componente normal al fondo es despreciable:

$$U \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \text{ valuada en } y = -d \quad (4.18)$$

- 4) Existe continuidad en el movimiento de sedimentos:

$$\frac{\partial G}{\partial x} + B \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (4.19)$$

Siendo  $G$  la relación de transporte de sedimentos por unidad de ancho, expresado en unidades de peso (por ejemplo, en  $\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ) y  $B$  el peso específico de los sedimentos del lecho.

Kennedy consideró que la forma del fondo se puede expresar como

$$\eta(x, t) = a(t) \operatorname{sen} k(x - U_b t) \quad (4.20)$$

donde

- k número de onda ( $k = 2\pi/\lambda$ )
- $\lambda$  longitud de la onda
- a amplitud de las ondulaciones
- $U_b$  velocidad con que se desplazan las ondulaciones en la dirección x (se supone constante).

Según Kennedy, la ec 4.20 es una buena representación para perfiles de antidunas, mas no así para dunas, por ser éstas asimétricas; sin embargo, juzgó que debido a la zona de separación que ocurre aguas abajo de las crestas de las dunas, la ec 4.20 parece ser una buena aproximación para la línea de corriente más baja del flujo, la cual sigue una trayectoria senoidal (fig 4.6).

Por otro lado, como el potencial  $\phi(x, y, t)$  es una función armónica, debe existir una función armónica,  $\psi(x, y, t)$ , tal que

$$\omega_0(z, t) = \phi(x, y, t) + i\psi(x, y, t) \quad (4.21)$$

siendo z un número complejo, o sea

$$z = x + iy \quad (4.22)$$

La función  $\omega_0$  es de fundamental importancia para la caracterización de un flujo, y se llama potencial complejo. El símbolo  $\psi$  denota las líneas de corriente del flujo.

En este caso el potencial complejo debe satisfacer las ecs 4.15 a 4.18 para el perfil del fondo definido por la ec 4.20.

Para una onda progresiva en la superficie del agua, de amplitud constante,  $A_0$ , propagándose lentamente en la dirección x positiva a una velocidad  $U_b$ , sobre un flujo cuya velocidad es U y cuyo tirante medio permanece constante,  $D = \text{constante}$  (fig 4.5a), el potencial complejo, según Milne-Thomson (ref 56) es:

$$\omega_0(z, t) = Uz + \frac{A_0 U}{\operatorname{senh} kd} \cos k(z + iD - U_b t) = \phi_0 + i\psi_0 \quad (4.23)$$

donde el subíndice cero indica, de aquí en adelante, condiciones de ondas de amplitud fija o constante.

Una línea de corriente  $\psi$  cualquiera puede ahora reemplazarse por una frontera en movimiento, como podría ser la superficie del fondo (ver fig 4.5b). Así, según Kennedy, la ec 4.23 también representa el potencial complejo para una onda progresiva en el fondo y que describa trayectorias idénticas a las de la superficie del agua.

Para obtener las partes real e imaginaria de la ec 4.23, Kennedy substituyó la ec 4.22 en la ec 4.23, consideró algunas identidades trigonométricas y agrupó términos. De esta manera encontró el potencial  $\phi_0$  y la función de corriente  $\psi_0$ , es decir

$$\phi_0 = Ux + A_0 U \frac{\cosh k(y + D)}{\sinh kD} \cos k(x - U_b t) \quad (4.24)$$

$$\psi_0 = Ux + A_0 U \frac{\cosh k(y + D)}{\sinh kD} \sin k(x - U_b t) \quad (4.25)$$

Al fondo le corresponde la línea de corriente  $\psi_0 = -Ud$  y su posición es  $y = -d + \eta_0(x, t)$ . Al substituir estos valores de  $\psi_0$  y de  $y$  en la ec 4.25 y ordenar términos convenientemente, Kennedy obtuvo que

$$\eta_0 = A_0 \frac{\sinh k(D - d + \eta_0)}{\sinh kD} \sin k(x - U_b t) \quad (4.26)$$

Dado que el valor de  $\eta_0$  es despreciable comparado con el de la diferencia  $(D-d)$ , la ec 4.26 puede escribirse como

$$\eta_0 = A_0 \frac{\sinh k(D - d)}{\sinh kD} \sin k(x - U_b t) \quad (4.27)$$

El método supone que  $U$  y  $k$  están relacionados según la ecuación para celeridad de ondas progresivas de pequeña amplitud, o sea

$$U^2 = \frac{g}{k} \tanh kD \quad (4.28)$$

Además, Kennedy supone que el perfil de la superficie del agua queda representado por la ecuación

$$\xi_0 = A_0 \sin k(x - U_b t) \quad (4.29)$$

El análisis anterior es válido para ondas de amplitud fija; sin embargo, según Kennedy, si  $A_0$  se reemplaza por  $A(t)$  y las ecs 4.24, 4.27 y 4.29 se substituyen en las ecs 4.16 a 4.18, las cuales representan las condiciones de frontera,

éstas se satisfacen o verifican, ya que  $A(t)$  es una función que varía muy lentamente con el tiempo, de modo que  $A(t) \ll U_0 k A$ . Así, el potencial para un flujo sobre un fondo que sigue la ec 4.20 es

$$\phi = U_0 x + UA(t) \frac{\cosh k(y + D)}{\sinh kD} \cos k(x - U_0 t) \quad (4.30)$$

Al igualar las ecs 4.20 y 4.27, reemplazando  $A_0$  por  $A(t)$ , y al simplificar, Kennedy obtuvo la siguiente relación:

$$a(t) = A(t) \frac{\sinh k(D - d)}{\sinh kD} \quad (4.31)$$

La ec 4.31 la expresó también como

$$a(t) = A(t) \left[ \cosh kd - \frac{\sinh kd}{\tanh kd} \right] \quad (4.32)$$

Kennedy despejó de la ec 4.28 el valor de  $\tanh kd$ ; lo sustituyó en la ec 4.32, y al simplificar obtuvo que

$$a(t) = A(t) \left[ 1 - \frac{g}{kU^2} \tanh kd \right] \cosh kd \quad (4.33)$$

Según Kennedy, dado que  $\cosh kd > 0$  para todo valor de  $kd$ , se puede advertir en la ec 4.33 que cuando  $U^2 > \frac{g}{k} \tanh kd$ , entonces  $A(t)$  queda multiplicado por un número mayor que cero, y con ello los perfiles del agua y del fondo quedan en fase. Por el contrario, si  $U^2 < \frac{g}{k} \tanh kd$ , los perfiles quedan fuera de fase. Esto mismo se puede observar en la ec 4.31, en la cual los perfiles están en fase cuando  $d < D$ , y quedan fuera de fase si  $d > D$ .

La condición de frontera restante, ec 4.19, se usará para obtener los valores de  $U_0$  y  $a(t)$ . Dicha condición introduce la relación de transporte de sedimentos,  $G$ .

Se ha observado que, en general, cuanto mayor es la velocidad media del flujo, mayor es el transporte de sedimentos. Kennedy encontró en 1961, a través de experiencias de laboratorio, que para un rango limitado de tirantes, el valor de  $G$  podía expresarse como una potencia de la velocidad media del flujo. Por otro lado, considerando que el movimiento de sedimentos es más acentuado cerca del fondo, la velocidad y su variación en dicha región tienen el mayor efecto en la relación de transporte local; en estas condiciones, según Kennedy, parece razonable expresar  $G$  como una potencia de alguna velocidad local en el fondo; él

propuso usar una ecuación del tipo

$$G(x,t) = m \left[ \frac{\partial \phi}{\partial x} (x - \delta, -d, t) \right]^n \quad (4.34)$$

donde  $m$ ,  $n$  y  $\delta$  son parámetros que dependen del tirante, velocidad y propiedades del fluido y sedimentos.

Kennedy definió el factor  $\delta$  como la distancia en la que el transporte de sedimentos retrasa la velocidad local en el fondo. Con esto trató de tomar en cuenta el hecho de que el fondo no tiene una respuesta inmediata a cambios de la velocidad o del tirante del flujo. Este fenómeno se debe a que cuando ocurren tales cambios no se modifican instantáneamente el esfuerzo cortante en el fondo, la distribución de velocidades ni la intensidad y distribución de la turbulencia. En cualquier punto estos factores quedan fuertemente afectados por las condiciones del flujo prevalecientes aguas arriba. Kennedy supuso, en una primera aproximación, que  $\delta$  depende del tirante medio, la velocidad, las propiedades del fluido y la movilidad de sedimentos, según la expresión

$$\delta = j\bar{c} \quad (4.35)$$

donde  $j$  es una cantidad adimensional que depende del tirante, la velocidad y las propiedades del fluido y sedimentos.

Kennedy se dió a la tarea de obtener una función del tipo de la ec 4.34, para lo cual consideró la ec 4.30 y efectuó un desarrollo en serie binómica de la propia ec 4.34. Así, llegó a que

$$G(x,t) = mU^n - kmnU^n A(t) \frac{\cosh k(D-d)}{\sinh kd} \sin k(x - \delta - U_b t) + \theta^2 \quad (4.36)$$

En la ec 4.36,  $\theta^2$  representa los términos de orden dos o mayor.

Al despreciar los términos de orden superior en la ec 4.36, obtuvo que el transporte de sedimentos neto en todo el canal, en cualquier instante vale

$$\bar{G} = mU^n \quad (4.37)$$

Al sustituir las ecs 4.20, 4.31, 4.36 y 4.37 en la condición de frontera dada por la ec 4.19, Kennedy obtuvo una ecuación diferencial para  $A(t)$ , la cual resolvió. En la ecuación resultante, dado que  $A$  no depende de  $x$ , sino sólo de  $t$ , igualó a cero el término de la expresión en que aparecía  $x$ , y obtuvo que

$$U_b = \frac{nGk}{B} \coth k(D-d) \cos k\delta \quad (4.38)$$

La amplitud de fondo la encontró Kennedy sustituyendo la solución de la ecuación diferencial en la ec 4.31, eliminando los términos dependientes de  $x$ . Así, determinó que

$$a(t) = A(o) \frac{\sinh k(D-d)}{\sinh kD} \exp \left[ t \frac{nGk^4}{B} \coth k(D-d) \sin k\delta \right] \quad (4.39)$$

Según la ec 4.39, la amplitud de las ondas del fondo crece exponencialmente con el tiempo; sin embargo, la amplitud no puede crecer indefinidamente, pues a medida que aumenta aparecen efectos no lineales que limitan el desarrollo de dunas y antidunas. Por ello, a partir de las ecs 4.31, 4.38 y 4.39 Kennedy analizó las condiciones en que suceden las distintas configuraciones. En primer lugar, obtuvo los casos en que las superficies del agua y del fondo se mueven en fase, y aquellos casos en que el movimiento de dichas superficies es fuera de fase. También definió los rangos de valores de  $k\delta = jkd$  para cada tipo de configuración, y determinó cuándo las formas del fondo se desplazan en dirección del flujo y cuándo en dirección contraria al flujo. Luego de su análisis eliminó aquellos casos que no son posibles en la naturaleza.

Se ha observado experimentalmente que para una velocidad, tirante y material del lecho existe una longitud de onda del fondo,  $\lambda$ , que es dominante sobre las demás. Kennedy supuso que la longitud de onda dominante es la mayor que se obtiene para un crecimiento inicial con la formulación lineal; en otras palabras, el problema consiste en encontrar el valor del número de onda,  $k$ , para el que  $\frac{dq}{dt}$  es máximo cuando  $t = 0$ . Así, al derivar con respecto a  $t$  la ec 4.39 y valuarla en cero se tiene que

$$\frac{dq}{dt}(o) = A(o) \frac{\cosh k(D-d)}{\sinh kD} \sin k\delta \quad (4.40)$$

El valor de  $k$  correspondiente a la longitud de onda dominante se obtiene derivando con respecto a  $k$  la ec 4.40, igualando a cero la expresión resultante, simplificando y ordenando términos. De este modo, Kennedy llegó a la siguiente ecuación implícita en términos de  $kd$  y  $k\delta$ :

$$F^2 = \frac{U^2}{gd} = \frac{1 + kd \tanh kd + k\delta \cot k\delta}{(kd)^2 + (2 + k\delta \cot k\delta) kd \tanh kd} \quad (4.41)$$

donde  $F$  es el número de Froude de la corriente.

Teniendo en cuenta lo que expresa la ec 4.35, Kennedy escribió la ec 4.41 como

$$F^2 = \frac{U^2}{gd} = \frac{1 + kd \tanh kd + jkd \cot jkd}{(kd)^2 + (2 + jkd \cot jkd) kd \tanh kd} \quad (4.42)$$

La velocidad de desplazamiento de las configuraciones de longitud de onda dominante se obtiene, según Kennedy, al sustituir la ec 4.28 en la ec 4.42, despejar el valor de  $\tanh kd$  y considerar algunas relaciones entre funciones hiperbólicas, para sustituir el resultado en la ec 4.38. Así, se llega a

$$U_b = \frac{n\dot{U}k}{2B} \left[ \frac{\sinh 2kd + 2kd}{\sinh^2 kd - jkd \cot jkd - 1} \right] \cos jkd \quad (4.43)$$

Se ha observado que cuanto mayor es la velocidad media del flujo, mayor es la longitud de las ondulaciones,  $\lambda$ . Puede comprobarse fácilmente que cuando  $\lambda \rightarrow 0$ , entonces  $\tanh kd \rightarrow 1$ . Al sustituir este valor de  $\tanh kd$  en la ec 4.28 y despejar el valor de  $\lambda$ , Kennedy dedujo la longitud mínima que pueden alcanzar las ondulaciones, esto es

$$\lambda_m = \frac{2\pi U'}{g} \quad (4.44)$$

Al dividir la ec 4.44 entre  $2\pi d$  y sacar raíz cuadrada al resultado, Kennedy obtuvo el valor máximo que puede adoptar  $F^2$ , para valores dados de  $k$  y  $d$ , si las ondas son bidimensionales, es decir

$$F_m^2 = \frac{\lambda_m}{2\pi d} = \frac{1}{kd} \quad (4.45)$$

Cuando  $F > F_m$ , se producen ondas tridimensionales. La fig 4.7 es una representación gráfica de la ec 4.42 para distintos valores de  $j$ , y de la ec 4.45. La región a la derecha de la curva  $F^2 = 1/kd$  se refiere a ondas tridimensionales, que no contempla el modelo.

Otra relación importante es  $F$  contra  $kd$  para  $D = d$ , y la determinó Kennedy reemplazando  $D$  por  $d$  en la ec 4.28 y dividiendo entre  $gd$ ; así, encontró que

$$F_a^2 = \frac{\tanh ka}{kd} \quad (4.46)$$



$F_a$  es el valor mínimo que puede tomar  $F$  para la formación de antidunas, y el máximo para la formación de dunas. En la fig 4.8 se presenta gráficamente la ec 4.46.

Según la fig 4.7, existe un número infinito de curvas para valores de  $j$  constante; sin embargo, no todas tienen significado físico. La fig 4.8 relaciona nuevamente  $k_d$  contra  $F$  para  $j =$  constante, pero ahora han sido eliminadas las condiciones que no tienen significado físico.

La fig 4.9 es otra versión de la fig 4.8, ya que sólo se efectuaron transformaciones de la fig 4.8 para expresar valores de  $j$  en las abscisas y valores de  $k_d$  y tipos de configuración implícitamente en el diagrama.

Kennedy analizó gran cantidad de datos experimentales para determinar sus correspondientes valores de  $F$  y  $k_d$ , y para vaciarlos en el diagrama de la fig 4.8. Él halló que existía congruencia entre dichos datos y su teoría, sobre todo para el caso de antidunas, y especialmente cuando  $F > 1.24$  (ver fig 4.10).

Al introducir Kennedy el parámetro  $j$ , no reveló la naturaleza de su variación con respecto al tirante, la velocidad del flujo y el transporte de sedimentos. Diez años después, en 1973, Yalin (ref 57) sugirió un método para cuantificar  $j$  en el caso de dunas y flujo suficientemente tranquilo. Él vislumbró que la región de dunas OBDE (fig 4.11) podía cubrirse en un 80% con la subregión OBD'E. En dicha subregión las líneas que definen los valores de  $j$  son prácticamente rectas paralelas al eje de las ordenadas, y entonces

$$k_d = \frac{2\pi d}{\lambda} = \phi_2(j) \quad (4.47)$$

Con base en análisis dimensional y numerosos datos experimentales, Yalin había obtenido (ref 58)

$$\frac{\lambda}{D} = \phi_2(R_*, Z) \quad (4.48)$$

donde

$R_*$  número de Reynolds asociado a  $U_*$  y  $D$ , o sea

$$R_* = \frac{U_* D}{\nu} \quad (4.49)$$

$D$  tamaño de las asperesas o rugosidad de grano de un lecho móvil

Z rugosidad relativa de los granos de un lecho móvil,  
es decir

$$Z = \frac{d}{D} \quad (4.50)$$

La ec 4.48 se muestra gráficamente en el diagrama de la fig 4.12.

Al despejar  $\lambda$  de las ecs 4.47 y 4.48, igualar las ecuaciones resultantes, y ordenar términos convenientemente, Yalin concluyó que

$$\phi_{2,0}(j) = \frac{2\pi Z}{\phi_{2,0}(R_*, Z)} \quad (4.51)$$

o bien

$$j = \phi_{2,0}(R_*, Z) \quad (4.52)$$

A partir de una ecuación del tipo de la 4.52, Yalin construyó el diagrama de la fig 4.13 para valuar el factor  $j$ . La manera como procedió fue la siguiente:

Primero, de la fig 4.12 obtuvo para cada par de valores  $(R_*, Z)$  su correspondiente valor de  $\lambda/D$ . Luego, consideró que

$$\frac{\lambda}{D} = \frac{\lambda}{d} \frac{d}{D} = \frac{1}{d/\lambda} Z \quad (4.53)$$

de donde

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{Z}{\lambda/D} \quad (4.54)$$

Con el valor de  $d/\lambda$  así obtenido, Yalin entró a las abscisas del diagrama de la fig 4.11, para obtener el valor de  $j$  que está asociado a  $(R_*, Z)$ .

En la aplicación práctica del diagrama de la fig 4.13, una vez definido el valor de  $j$  se debe calcular  $F$  y verificar que el punto definido por estos dos parámetros quede en la subregión OBD'E de la fig 4.11.

El modelo matemático de Kennedy es muy discutible por diversas razones. A continuación se presentan algunas de ellas:

El potencial complejo expresado por la ec 4.23 rige para ondas progresivas que se propagan en la superficie del agua. Kennedy supone que dicha ecuación es representativa de las ondulaciones del fondo.

El segundo miembro de la ec 4.28 define la celeridad de ondas de pequeña amplitud, y no la velocidad media del flujo, como supuso Kennedy. Con esto, existe duda de que las ecs 4.32 y 4.33 sean equivalentes y, por tanto, de que las ondas de la superficie del agua queden en fase con las del fondo si  $U^2 > \frac{g}{k} \tanh kd$ , o bien, fuera de fase cuando  $U^2 < \frac{g}{k} \tanh kd$ .

La ecuación de transporte de sedimentos propuesta por Kennedy, ec 4.34, es de carácter cualitativo; ya que nunca indicó dicho autor cómo valuar los parámetros  $m$ ,  $n$  y  $\delta$ .

Kennedy obtuvo la ec. 4.36 a partir de un desarrollo en serie binómica  $(1 + X)^p$ , donde

$$X = -AK \frac{\cosh k(D-d)}{\sinh kd} \operatorname{sen} k(x - \delta - U_b t) \quad (4.55)$$

$$y \quad p = n \quad (4.56)$$

Para que dicha serie converja se requiere que  $-1 \leq X \leq 1$  (ref 59); pero, para poder verificar esto, se necesita conocer los intervalos de variación de los parámetros  $\delta$  y  $n$ , los cuales nunca fueron proporcionados por Kennedy, por lo que él supone que la serie es convergente.

Al analizar Kennedy las condiciones en que suceden las distintas configuraciones, utilizó la ec 4.38 para determinar la dirección de propagación de las ondas de celeridad  $U_b$ ; dicha propagación podía ser en la dirección del flujo o en dirección contraria a éste. Sin embargo, Kennedy se contradijo al efectuar este análisis, pues según la definición del potencial complejo, ec 4.23, el desplazamiento de las ondas siempre es en la dirección del flujo.

La función dada por la ec 4.42 no es continua como aparenta ser en las figs 4.7, 4.8 y 4.10. En efecto, dicha función es indeterminada cuando el cociente se torna negativo, o bien, cuando el denominador es cero. Por ejemplo, se puede demostrar que para el caso  $j = 2$  y  $0 < jkd < 2\pi$ , la ec 4.42 no existe cuando  $1.1366 \leq kd \leq 1.2578$ ,  $2.6559 \leq kd \leq 2.7150$ ,  $kd = \pi/2$  y  $kd = \pi$ . Para otros valores de  $j$  sucede algo similar.

En síntesis, Kennedy simplificó demasiado, a tal grado que su modelo describe muy burdamente el fenómeno estudiado. Por ello, otros autores intentaron mejorar el modelo propuesto por Kennedy, mientras que otros, por el contrario, optaron por abandonarlo. Sin embargo, las ideas de Kennedy, al igual que las de Exner y Anderson, motivaron el desarrollo de otros modelos teóricos, refs 60 a 78.

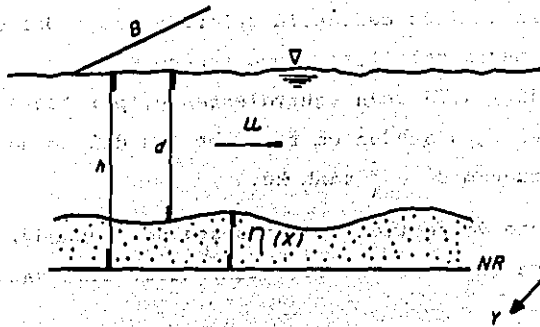


Fig 4.1. Variables que intervienen en el método de Exner.

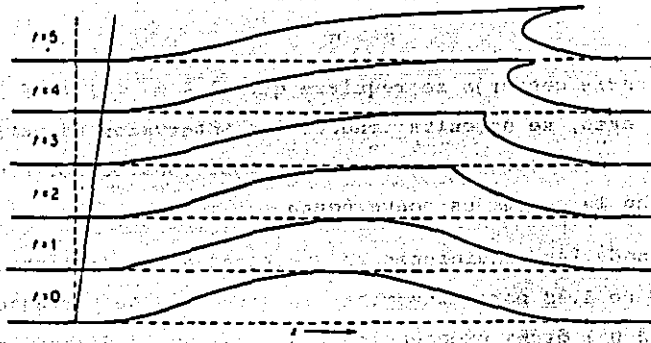


Fig. 4.2. Configuraciones en un canal de ancho constante, de acuerdo con la ec 4.7;  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\lambda = 20$ ,  $h = 3$  y  $KQ/B = 1$ . Ref 8.

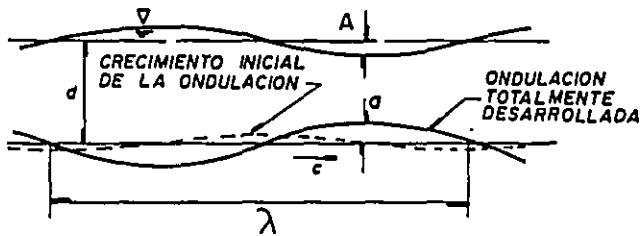


Fig 4.3. Crecimiento de las ondulaciones del lecho, según Anderson (1953).

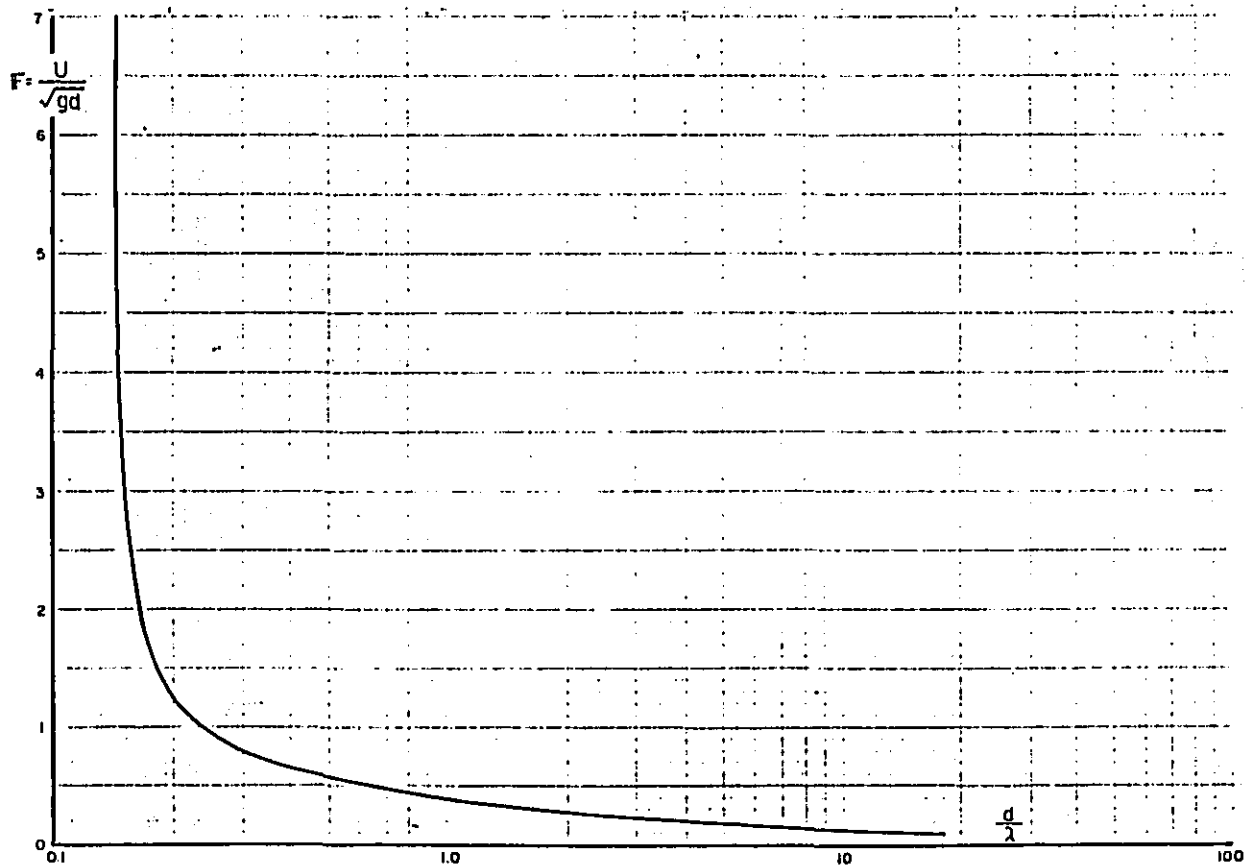


Fig 4.4. Interpretación gráfica de la ec 4.13.

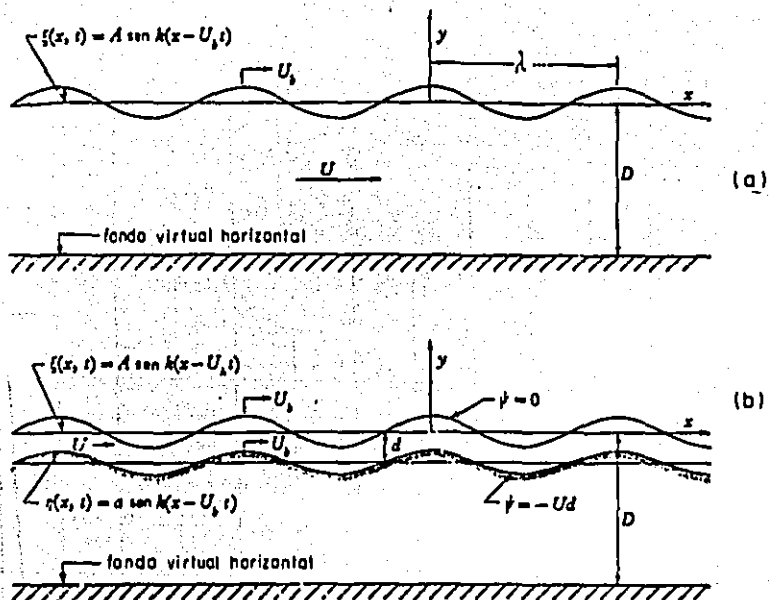


Fig 4.5. Variables que intervienen en el método de Kennedy.

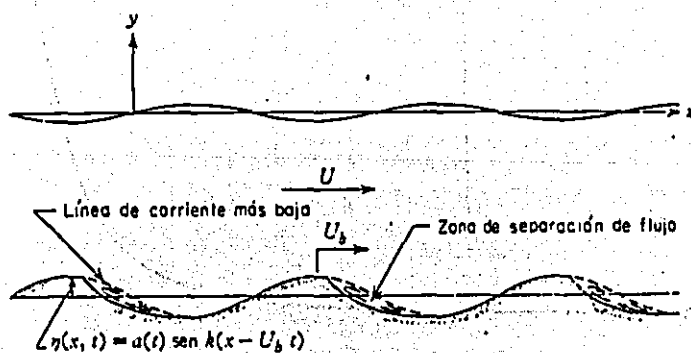


Fig 4.6. Separación de flujo en la cara de aguas abajo de las dunas, según Kennedy (1963).

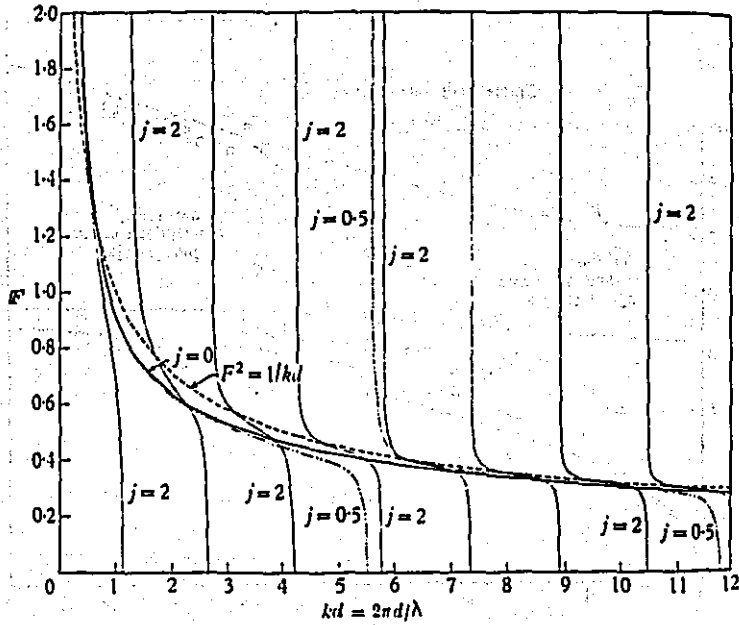


Fig. 4.7. Interpretación gráfica de las ecs 4.42 y 4.45, según Kennedy (1963).

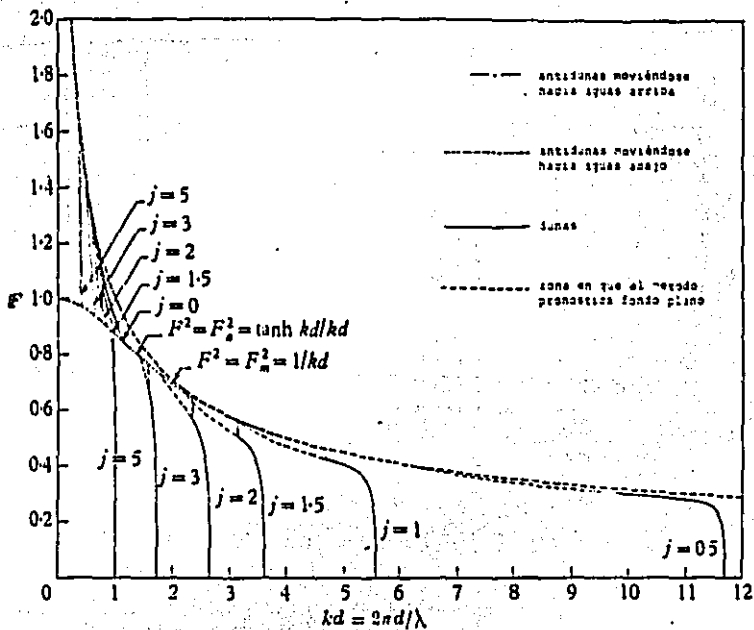


Fig. 4.8. Regiones de ocurrencia de distintas configuraciones para varios valores de  $j$ , según Kennedy (1963).

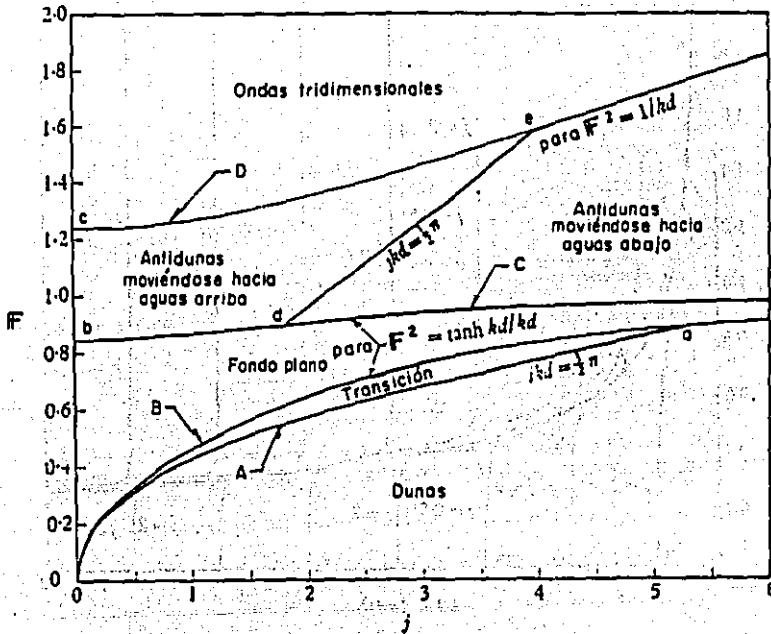


Fig 4.9. Regiones de ocurrencia de distintas configuraciones para varios valores de j, según Kennedy (1963).

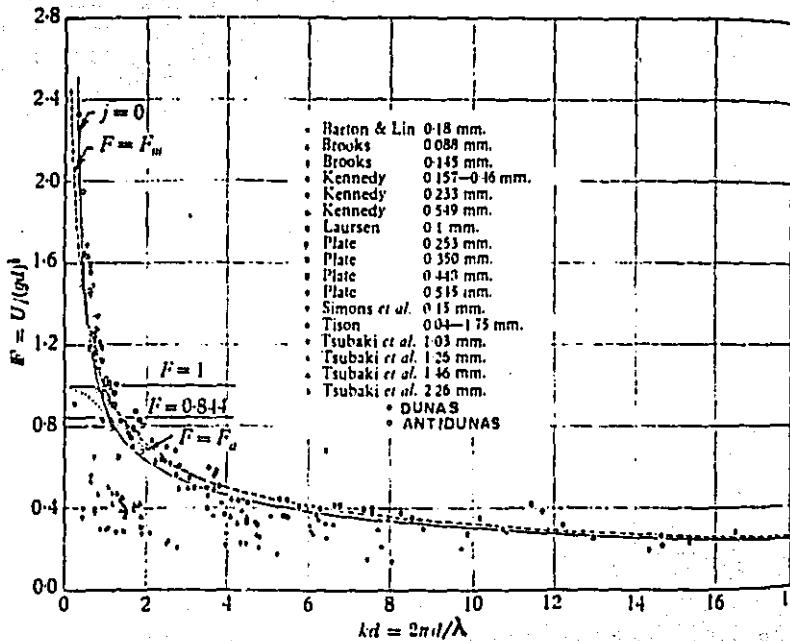


Fig 4.10. Comparación de las regiones predichas y observadas para la formación de diferentes configuraciones del lecho, según Kennedy (1963).



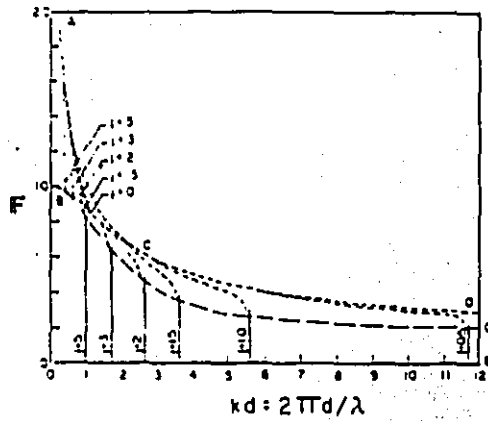


Fig 4.11. Análisis de la región de dunas, según Yalin (1973).

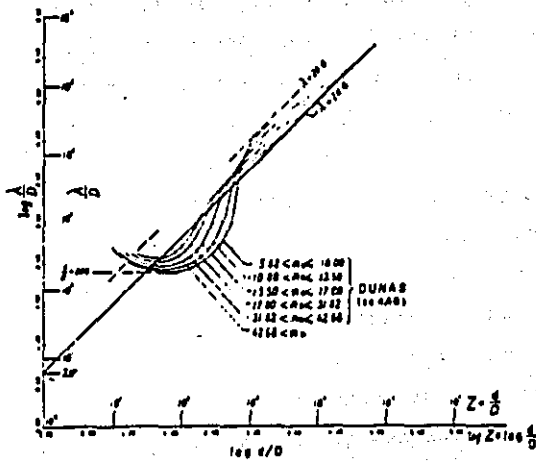


Fig 4.12. Relación de  $\lambda/D$ ,  $R_*$  y  $Z$ , según Yalin (1972).

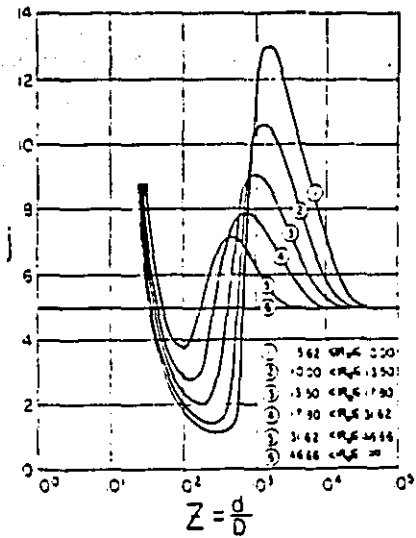


Fig 4.13. Diagrama para obtener el valor de  $j$ , según Yalin (1973).

## 5. OTRAS CONTRIBUCIONES AL ESTUDIO DE LAS CONFIGURACIONES

A continuación se resumen otras investigaciones que ayudan a entender aspectos de la mecánica de formación de ondulaciones en lechos arenosos.

Raudkivi (refs 79 y 80) estudió minuciosamente el mecanismo de formación de rizos. El manifestó que estas configuraciones se originan en alguno o algunos puntos del lecho y se propagan hacia aguas abajo. Según Raudkivi, existe una tendencia de las partículas a apilarse y a moverse intermitentemente cuando el flujo es ligeramente mayor que el necesario para el inicio de arrastre de sedimentos. Dicha tendencia puede deberse a la no uniformidad de los granos (los mayores provocan apilamiento de granos en movimiento), a una intermitencia de vórtices cerca del fondo (dichos vórtices excavan y levantan sedimentos que el flujo no es capaz de arrastrar y, por consiguiente, descienden nuevamente), y a un agrupamiento de partículas en movimiento (las más lentas retardan a las más rápidas). Según Raudkivi, una vez que las partículas se apilan localmente, alteran el flujo, pues las líneas de corriente se vuelven curvas, causando cambios de la presión dinámica y aceleraciones que afectan al peso aparente de los granos. Además, los cambios de pendiente de la superficie del fondo también modifican la componente del peso de las partículas en dirección del flujo.

Raudkivi reprodujo sólidamente el perfil de una formación real de rizos, en un

canal de 7.6 cm de ancho y 8 m de longitud y se dió a la tarea de medir presiones del agua y esfuerzos cortantes producidos por el flujo a lo largo del canal (fig 5.1). La longitud de los rizos era de 40 cm y su altura de 5 cm, aproximadamente. Para la toma de presiones, perforó 21 orificios espaciados 2.54 cm entre sí. En la fig 5.1, el perfil medio de la superficie del agua y el perfil de variación de la presión son relativos a una presión común de referencia. La diferencia de ordenadas entre estos dos perfiles representa, según Raudkivi, la diferencia entre la presión hidrostática y la presión relativa. Al integrar la presión sobre la superficie del rizo se obtiene el componente de una fuerza en dirección del flujo, que es el arrastre de forma de los rizos. Dicha fuerza componente es igual y de sentido opuesto a la fuerza de arrastre que los rizos ejercen sobre el flujo. Según Raudkivi, el arrastre de forma es una medida de la energía del flujo convertida en energía de turbulencia. De acuerdo con la fig 5.1, el esfuerzo cortante en la superficie,  $\tau_s$ , denominado arrastre de grano o de superficie, es mínimo donde la agitación turbulenta es máxima. En las crestas de los rizos el arrastre de superficie es máximo, y esta región está fuera de la influencia de la turbulencia. El patrón regular de rizos deja de producirse, según Raudkivi, cuando los vórtices generados aguas abajo de las crestas de cada rizo comienzan a interferir unos con otros, lo cual parece ocurrir cuando  $D/\delta' \approx 10$ , siendo D el tamaño representativo del sedimento, y  $\delta'$  el espesor de la subcapa viscosa. Dicho valor de  $D/\delta'$  es el mismo con que una frontera rígida se vuelve hidrodinámicamente rugosa. Según Raudkivi, para la condición  $D/\delta' \approx 10$  el efecto de la subcapa viscosa como distribuidora del esfuerzo cortante,  $\tau_s$ , se vuelve despreciable y, en consecuencia, las partículas quedan sujetas a incrementar las fuerzas aplicadas por el flujo, produciéndose un estado de agitación creciente en el fondo, que da lugar a la formación de dunas. Raudkivi destacó que la movilidad del sedimento es una de las mayores dificultades para describir analíticamente la formación de rizos, ya que los granos podrían quedar en suspensión por agitación turbulenta y ser transportados con velocidades mucho menores que la velocidad crítica correspondiente al inicio de movimiento de partículas. Ranga Raju y Garde (ref 79b) hicieron notar que en canales de laboratorio más anchos que el estudiado por Raudkivi, así como en cauces naturales, las formas del fondo son de carácter tridimensional, y para tales casos no es representativa la distribución de presiones mostrada en la fig 5.1.

Vanoni y Hwang (ref 81) estabilizaron químicamente el lecho de un canal de 12.2 m de ancho, cubierto con rizos, y midieron velocidades y presiones a lo largo de dicho canal. Así, ellos encontraron que la velocidad del flujo cerca de la superficie del agua prácticamente se mantenía constante y que la velocidad máxima en el fondo ocurría cerca de las crestas de los rizos, mientras que la mínima se presentaba en la zona de separación, fig 5.2. En cuanto a las presiones, encontraron una distribución de éstas similar a la que obtuvo Raudkivi, fig 5.3. La zona de separación que se produce aguas abajo de las crestas de rizos y dunas también ha sido objeto de estudio por muchos investigadores, fig 5.4. En dicha zona, la frontera diverge respecto a la dirección generalizada de la corriente, y el flujo se desprende. Este desprendimiento tiene lugar en una longitud  $\lambda'$ , medida a partir de las crestas de las ondulaciones hasta un punto denominado "de enlace", que se localiza en la cara de aguas arriba de la siguiente ondulación, fig 5.4. Al mismo tiempo que se separa el flujo de la frontera se produce un contraflujo, por el gradiente de presiones adverso que se genera en la zona de separación.

Algunos autores han hecho intentos por obtener la longitud de la zona de separación,  $\lambda'$ . Así, por ejemplo (ref 82), Raudkivi al estudiar el flujo sobre rizos encontró que aguas abajo de las crestas de estas configuraciones había gran agitación de partículas hasta una distancia de 5 a 8 veces la altura de los rizos; Knoroz, al desarrollar una ecuación para obtener el factor de fricción de lechos con dunas, determinó que  $\lambda'$  equivalía a 10 veces la altura de las dunas,  $H$ ; Jonys indicó que para las dunas estudiadas por él,  $\delta'$  resultó, en promedio, de 4.2  $H$ ; Engel, al estudiar una forma particular de dunas obtuvo  $\delta' = 4H$  cuando  $H/\lambda = 0.05$ , siendo  $\lambda$  la longitud de las configuraciones. Karahan y Peterson (ref 83) estudiaron formas del lecho en las cuales  $H\sqrt{\lambda} = 0.06$ , y encontraron que cuando el número de Froude de la corriente,  $F = \frac{U}{\sqrt{gd}}$ , era mayor de 0.2, se cumplía que  $\lambda'/\lambda = 0.32$ , y si  $F$  tendía a cero, entonces  $\lambda'/\lambda$  tendía a la unidad. Conviene mencionar que el canal en que experimentaron Karahan y Peterson era de sólo 60 cm de longitud y 1.5 cm de ancho, y que esta situación, según Engel y Lau (ref 83a), es la causante de que existan fuertes discrepancias al comparar resultados de Karahan y Peterson con los de otros autores.

Por otro lado, Khanna (ref 84) estudió en túnel de viento una configuración típica de lechos arenosos previamente solidificada y obtuvo perfiles de velocidad y presión en varias secciones de la configuración, así como la variación en la

dirección longitudinal, de la presión, velocidad asociada al esfuerzo cortante, y capa límite. Desafortunadamente, este tipo de modelos no toma en cuenta la zona de separación que se produce en configuraciones bajo la acción de un flujo de agua a superficie libre (fig 5.4); dicha zona está muy relacionada con la forma y desplazamiento de rizos y dunas. Es posible que los modelos en túnel de viento sean más útiles para estudiar perfiles de antidunas, ya que en ellas no se produce separación de flujo (apartado 2.7.1).

Pocos son los autores que han hecho notar la relación que existe entre las configuraciones del lecho y el transporte de sedimentos. Carstens y Altinbilek (ref 85) manifestaron que la forma del fondo, y particularmente la amplitud de las ondulaciones, era un factor preponderante en la magnitud del gasto de sedimentos total,  $Q_s$ . Según ellos, para velocidades crecientes del flujo,  $U$ , las configuraciones de régimen inferior se pueden agrupar en tres regiones sucesivas: 1) formaciones con amplitud creciente, 2) formaciones con amplitud decreciente y 3) fondo plano. Confirmaron que, al menos para datos de laboratorio reportados por Stein (ref.30), a cada una de las regiones anteriores le corresponde una ley de transporte de sedimentos: en el primer caso  $Q_s \sim U^3$ , en el segundo caso  $Q_s \sim U^1$  y en el tercer caso  $Q_s \sim U^0$ . Por su parte, Vanoni y Nomicos habían observado con anterioridad en canales de laboratorio, que cuanto mayor era el transporte de sedimentos en suspensión, más se reducía la rugosidad del lecho, y que la resistencia al flujo podía disminuir de un 15% a un 25% por este efecto (refs 86 y 87).

También son pocos los investigadores que han estudiado la relación entre las configuraciones del lecho y la socavación. Melville (ref 88) estudió la socavación local en pilas de sección circular. Para ello, interpretó datos suyos y de otros autores en gráficas  $\frac{d_s}{D}$  contra  $\frac{U}{U_c}$  para distintos valores de  $\frac{d}{D}$ , siendo  $d_s$  el tirante de flujo más la socavación local,  $D$  el diámetro de la pila,  $U$  la velocidad media del flujo,  $U_c$  la velocidad correspondiente al movimiento incipiente de partículas, y  $d$  el tirante del flujo (fig 5.5). En dichas gráficas observó que, independientemente de los valores de  $\frac{d}{D}$ , los datos correspondientes a  $D_{s,0} < 0.7$  mm siempre según una tendencia distinta a la de datos en que  $D_{s,0} > 0.7$  mm. Así, identificó dos grupos de datos a los cuales ajustó sendas curvas con dos máximos cada una. El primer máximo ocurre en la condición de movimiento incipiente de partículas y el segundo máximo en la condición de fondo plano con transporte de sedimentos. Melville argumentó que el ajuste de los

datos a dos curvas tenía que ver con el comportamiento de las arenas en que se forman rizos, pues  $D_{s0} = 0.7$  mm es el límite superior para que tales configuraciones puedan desarrollarse. Posteriormente, con el fin de eliminar de las gráficas al parámetro  $\frac{d}{D}$ , dibujó las curvas de mejor ajuste a las familiar de curvas  $D_{s0} < 0.7$  mm y  $D_{s0} > 0.7$  mm, y creó así el diagrama de la fig 5.6. El proceso de socavación local en pilas, de acuerdo con la forma del fondo, lo explicó como sigue:

Cada vez que la cresta de un rizo o una duna pasa a través de la poza de socavación, varía la cantidad de sedimentos que ingresa a ella, con fluctuaciones que dependen de la longitud de las configuraciones. Cuando éstas son muy cortas, las avalanchas de sedimentos hacia la poza son muy frecuentes y no permiten la salida de todas las partículas que llegan a ella; en tales casos se producen valores mínimos de  $d_s$ . Cuando las dunas se abaten (lavado de dunas), aumentan en longitud, y la frecuencia de avalanchas de sedimentos hacia la poza de socavación disminuye. En la condición de fondo plano con transporte de sedimentos desaparecen las avalanchas, dejan de ingresar partículas a la poza de socavación, y se presentan valores máximos de  $d_s$ . En el régimen de antidunas se vuelven a producir avalanchas de sedimentos en la poza de socavación y se reducen los valores de  $d_s$ . La conclusión a que llegó Melville fue que el valor máximo de la relación  $d_s/D$  es de 2.5 para casos en que el tamaño de partículas es  $D_{s0} > 0.7$  mm, y de 2.2 cuando  $D_{s0} < 0.7$  mm, fig 5.6. Melville no analizó el efecto de la granulometría de las arenas; sin embargo, argumentó que es de esperarse una reducción de  $d_s$  cuando se presenta acorazamiento de partículas en el fondo.

La temperatura del agua también juega un papel importante en la formación y características de las configuraciones y en el transporte de sedimentos. En 1961 Hubell y Alf experimentaron en un canal de laboratorio y observaron lo siguiente (ref 14): cuando el lecho estaba cubierto con rizos o con rizos sobre dunas, el gasto de sedimentos se incrementaba a medida que aumentaba la temperatura; cuando existían dunas o fondo plano con transporte de sedimentos, no se observaba una tendencia del gasto de sedimentos al aumentar o disminuir la temperatura del agua, y cuando se tenían antidunas, una disminución de la temperatura del agua hacía aumentar el gasto de sedimentos. Por otro lado, Raudkivi (ref 6) reportó que para el régimen de dunas una disminución de la temperatura del agua ocasiona un incremento de la longitud de esas configuraciones, ya que se produce

un incremento de la viscosidad y un aumento de partículas en suspensión. Shen *et al* (ref 89) estudiaron las configuraciones del lecho del río Missouri; después de efectuar algunas mediciones, reportaron transformaciones del régimen de dunas al de fondo plano con transporte de sedimentos al cambiar la temperatura del agua de 25°C a 5°C; para ambas temperaturas las condiciones de gasto, tirante, pendiente y diámetro medio del sedimento fueron muy similares.

A través de experimentos en canales de laboratorio, diversos investigadores han llegado a definir los valores de  $R_*$ ,  $D$  y  $d/D$  que se requieren para la formación de rizos. La tabla 5.1 presenta los resultados más importantes obtenidos a la fecha (refs 6, 10 y 19).

Carey y Keller (ref 90) midieron con fotómetros algunos perfiles del lecho del bajo río Misisipi durante épocas de avenidas y de estiaje, y observaron que las ondulaciones del fondo se presentaban de manera sistemática y variaban con el gasto; cuanto mayor era éste, mayor era la longitud de las ondulaciones, y viceversa. Carey y Keller hicieron notar que existía un "retraso" en la formación de dunas; cuando el nivel del agua tendía a subir, las dunas eran menores de lo que se podría esperar y, por el contrario, si el nivel tendía a bajar, se tornaban mayores de lo que se podría esperar. La fig 5.7 muestra los resultados de uno de los 17 tramos del río estudiado por Carey y Keller. Vanoni (ref 90a), expresó que los resultados de estos autores no concuerdan con los obtenidos por él en canales de laboratorio.

Es posible que en las mediciones de Carey y Keller, el "retraso" en la formación de dunas estaba relacionado con la condición de gasto creciente o decreciente y con el efecto de histéresis que se produce en el fondo (apartado 2.7).

Otros autores también han hecho mediciones de las configuraciones en cauces naturales (ref 8 y 10). Así, por ejemplo, Sainjon en 1871 midió en el río Loire (Francia) y obtuvo una relación entre la velocidad del agua y el avance de las configuraciones. Benedict *et al* reportaron para Middle Loup River, dunas de 0.21 m de altura promedio, que se desplazaban a una velocidad media de 2.2 m/hr; el tamaño representativo del material del lecho era  $D_{50} = 0.34$  mm. En 1962, Hubbel y Haushild midieron dunas en el lecho de North Loup River y encontraron que las alturas y longitudes de tales configuraciones eran en promedio de 0.31 m y 3 m, respectivamente; en este caso el fondo estaba formado por arenas de tamaño  $D_{50} = 0.31$  mm, la velocidad media del flujo era de 0.7 m/s y el tirante promedio

era de 0.73 m. Coleman reportó para el río Brahmaputra en Bangladesh, dunas de 15 m de altura y 1.5 km de longitud, que se desplazaban a 30 m/hr (ref 20). Por otro lado, Eden midió dunas de hasta 10 m de altura en el río Misisipi, cerca de Memphis (ref 90a).

En la URSS se han distinguido los análisis realizados por Znamenskaya, quien estudió minuciosamente la variación de las configuraciones de cauces naturales al paso de las avenidas (refs 25 y 27). La fig 5.8 presenta algunas características de las formas del fondo durante las distintas etapas de una avenida representada por el hidrograma mostrado.

Con base en mediciones efectuadas en el río Volga, en Volgogrado, Znamenskaya obtuvo el diagrama que se presenta en la fig 5.9. En dicha figura, el caso 1 se refiere a corrientes con llanura de inundación, y el caso 2 a corrientes sin llanura de inundación. Las letras mayúsculas en el diagrama se refieren a los siguientes sectores del hidrograma: Fase de levantamiento: A, B, C; Pico de la avenida: D; Fase de recesión: E, F, G, H.

Al analizar sus resultados, Znamenskaya determinó lo siguiente:

- a) Las longitudes máximas de las dunas,  $\lambda_{\text{máx}}$ , tuvieron lugar en planicies de inundación y estaban asociadas a material grueso y a valores pequeños del número de Froude de la corriente, F.
- b) Las alturas máximas de las dunas,  $H_{\text{máx}}$ , se presentaron en el cauce principal y estaban vinculadas con sedimentos finos y valores grandes de F.
- c) Los valores de  $H_{\text{máx}}$  ocurrieron para el tirante máximo  $d_{\text{máx}}$ , el cual generalmente correspondía al gasto máximo.
- d) La celeridad máxima de las dunas,  $c_{\text{máx}}$ , sucedió en la fase de levantamiento del hidrograma.
- e) En la fase de levantamiento, las alturas de las configuraciones, H, resultaron ser de 3 a 6 veces mayores que las de la fase de recesión. La diferencia era más marcada en planicies de inundación.
- f) En llanuras de inundación, las dunas eran más tendidas (con crestas más achatadas).
- g) Cuanto más grueso era el material del lecho, tanto menor era el valor de c, y más achatadas las crestas de las dunas.
- h) En el cauce principal se tuvieron valores mayores de h y de c, y menores de  $\lambda$ , comparados con los de planicies de inundación.

Observaciones de V.M. Klaven en el río Polomet concordaron con estos resultados de Znamenskaya. Otros estudios soviéticos relacionados con las configuraciones de lechos arenosos se reportan en las refs 91 y 92.

En adición a las configuraciones o regímenes del flujo, en los cauces naturales



se forman también ondulaciones de carácter tridimensional, principalmente en ríos muy anchos con material muy inestable en el lecho. Dichas ondulaciones juegan un papel significativo en la morfología de los ríos. Se pueden clasificar en ondulaciones en banda, barras alternadas o laterales, barras de punta y barras centrales (refs 19, 28 y 93), fig 5.10. A este tipo de formaciones del lecho se les conoce también como mesoformas.

Las ondulaciones en banda se presentan en tramos relativamente rectos, cuando la velocidad del flujo se distribuye a todo lo ancho del canal. La magnitud de la altura,  $h$ , y longitud,  $\lambda$ , de estas formaciones es del orden de  $d/2$  y  $3d/2$ , respectivamente, siendo  $d$  el tirante medio del flujo. Las barras alternadas o laterales ocurren en tramos rectos, principalmente bajo condiciones de orillas relativamente estables, cuando la distribución de velocidades es irregular a lo ancho del canal y el curso del escurrimiento principal es variable durante algunos años; este tipo de barras pueden dar origen a meandros en los ríos. Las barras de punta se forman en el intradós de curvas. Tanto las barras alternadas como las barras de punta constituyen playas en las márgenes de los ríos. Las barras centrales se forman en ríos muy anchos y poco profundos, y pueden quedar o no sumergidas; se desarrollan cuando la pendiente del río es muy suave y existen grandes concentraciones de sedimentos en el flujo. Cuando comienzan a formarse las barras centrales están constituidas por arenas, pero al ir creciendo pueden llegar a interceptar arcillas, tener vegetación y convertirse en islas semipermanentes.

Las características y posiciones de las mesoformas dependen de la geometría del canal, del transporte de sedimentos y de las condiciones hidráulicas de la corriente, determinadas por el hidrograma de la avenida. Pueden llegar a causar cambios dramáticos de la sección transversal del canal, modificando su ancho y afectando su capacidad para conducir agua y sedimentos. La amplitud de las barras está íntimamente ligada con la relación  $B/d$ , siendo  $B$  el ancho medio de la superficie del agua en la sección transversal del río.

El movimiento de las mesoformas es muy lento y da la impresión de que son estáticas. En ocasiones no se produce año con año su movimiento activo y, en consecuencia, las avenidas pequeñas crean sus propias mesoformas que se sobreponen a las ya existentes.

El ASCE, a través de su Comité de Sedimentación (ref 94) intentó dar una definición a todos los posibles tipos de formas que adoptan los lechos arenosos, y mostró fotografías de cauces naturales, de canales de irrigación y de canales de laboratorio.

Tabla 5.1 : Condiciones para la formación de rizos, según diversos autores

AUTOR	OBSERVACION
Kalinske y Hsia (1945), Laursen (1958) y Barton y Lin (1958)	si $D_{10} < 0.7$ mm, se forman rizos
Albertson et al (1958)	si $R_* < 120$ , se forman rizos
Knoroz (1959)	si $D_{10} < 0.5$ a $0.6$ mm, se forman rizos
Chaubert y Chavin (1963)	<p>Considerando <math>S_* = 2.60</math>:</p> <p>si <math>D_{10} &lt; 0.6</math> mm, se forman rizos en todo el fondo;</p> <p>si <math>D_{10} &gt; 0.6</math> mm y <math>D_{10} &lt; 0.55</math> mm, se forman rizos localmente;</p> <p>si <math>D_{10} &gt; 0.55</math> mm, no se forman rizos;</p> <p>para <math>S_* \neq 2.60</math> multiplíquense los valores anteriores por <math>[1.6/(S_* - 1)]^{1/4}</math></p>
Simons y Richardson (1964)	<p>si <math>D_{10} &lt; 0.5</math> mm, se tiene transición de fondo plano a rizos,</p> <p>si <math>D_{10} &gt; 0.93</math> mm, se tiene transición de fondo plano a dunas.</p> <p><math>R_* = 22</math> a <math>27</math> es el límite superior para la formación de rizos</p>
Raudkivi (1967)	<p>si <math>D_{10} &lt; 0.05</math> a <math>0.7</math>, se forman rizos;</p> <p>si <math>D_{10} &gt; 0.9</math> a <math>1</math> mm, no se forman</p>
Yalin (1972)	si $d/D_{10} < 700$ , se forman rizos o dunas, dependiendo del valor de $R_*$

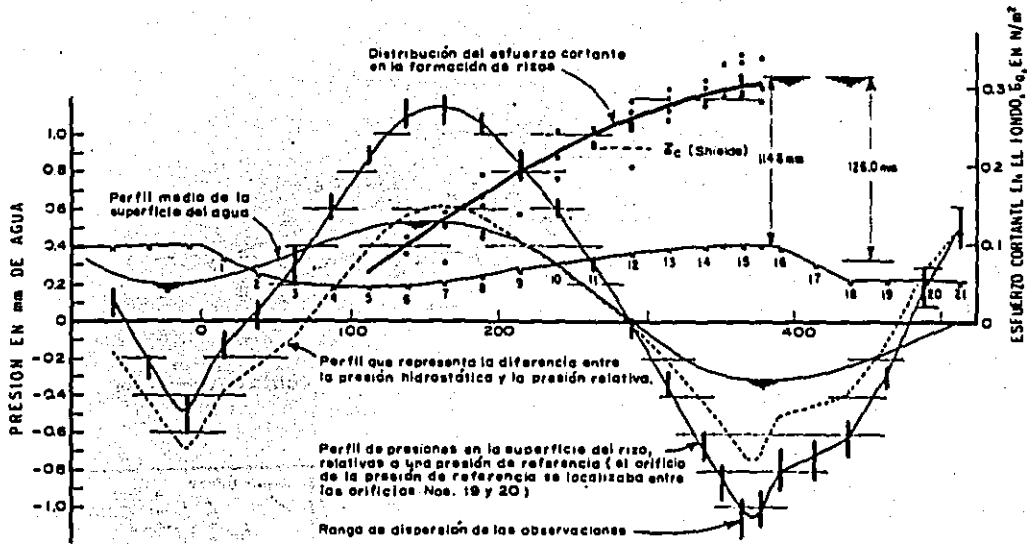


Fig 5.1. Distribución de presiones y de esfuerzos cortantes en la superficie de rizos, según Raudkivi (1963).

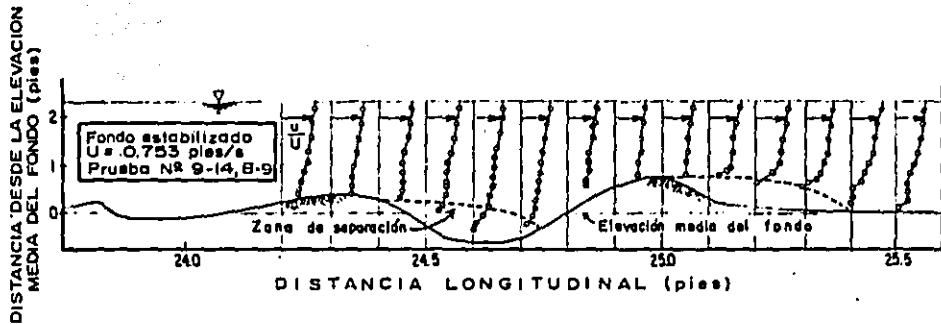


Fig 5.2. Distribución de velocidades en un lecho con rizos, estabilizado químicamente, según Vanoni y Hwang (1967).

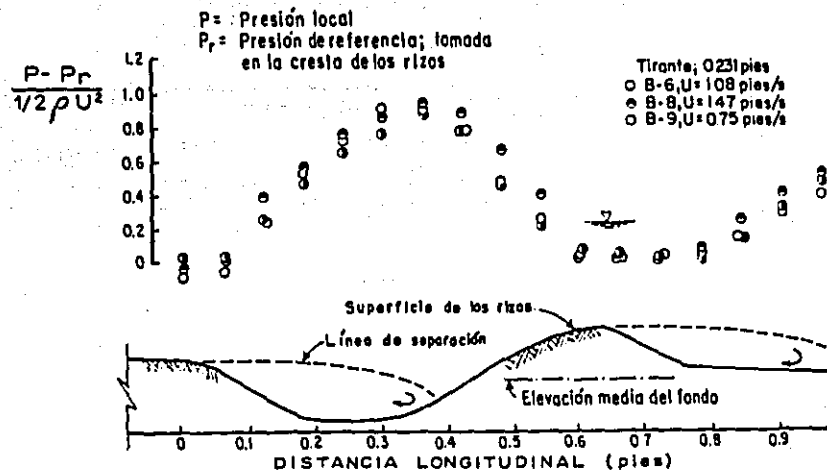


Fig. 5.3. Distribución de presiones en un lecho con rizos, estabilizado químicamente, según Vanoni y Hwang (1967).

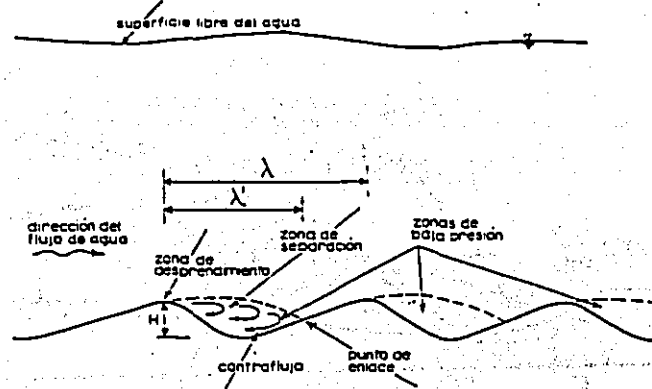


Fig 5.4. Algunas características de las configuraciones de rizos y dunas.

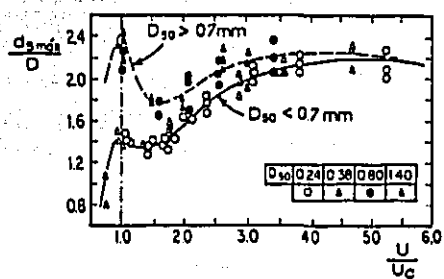
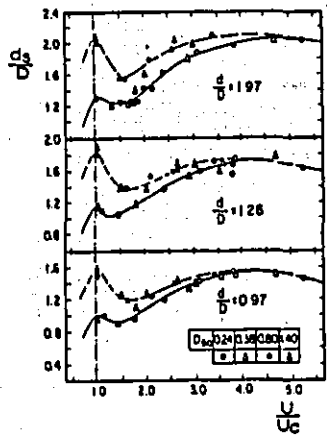


Fig 5.6. Relación de  $U/U_c$  contra  $d_{s \text{ máx}}/D$ , según Melville<sup>c</sup> (1984).

Fig 5.5. Relación de  $U/U_c$  contra  $d/d_s$  para distintos valores de  $d/D_c$ , según Melville (1984).

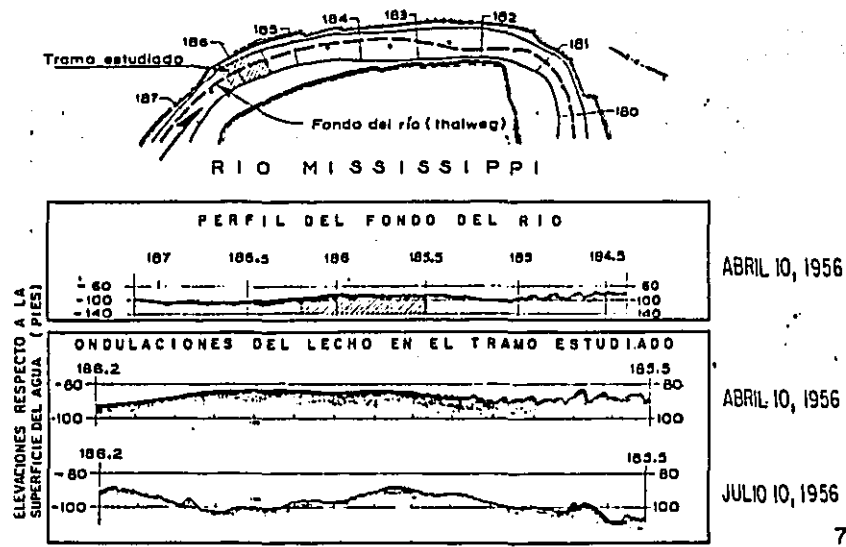
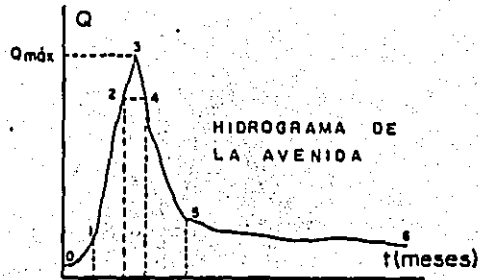


Fig 5.7. Perfiles del lecho del río Misisipi obtenidos por Carey y Keller (1957).



FASE DEL HIDROGRAMA	PERFIL	PLANTA	DESCRIPCION
0-1			En esta fase, la forma del fondo no sigue un patrón definido con el gasto por cambiar éste rápidamente.
1-2			La relación gasto contra formación del lecho tiende a crecerse dada la duración de esta fase del hidrograma en el río Volga en Volgogrado es de 1.5 a 2 veces en promedio).
2-4			Las configuraciones que ocurren cerca del pico de la avenida están asociadas a un gasto $0.9 Q_{máx} < Q < 0.15 Q_{máx}$ . Esta fase es el período de "vida" de las dunas.
4-5			En la recesión de la avenida, la pendiente de la superficie del agua es mucho menor que en la fase de levantamiento y se crean condiciones tendientes a mantener las formaciones circulando el agua en "canales". Las velocidades más bajas de esta fase permiten que el movimiento de sedimentos sea más lento y que tiendan a enterrar las partes individuales de las formaciones.
5-6			En la parte más baja de la recesión, al haber disminuido los tirantes, ocurre un incremento local de la pendiente de la superficie del agua, que afecta directamente a las crestas de las formaciones y las crestas; la velocidad de esta deposición depende de la forma del hidrograma, del material que constituye el lecho y del tamaño de la formación.

Fig. 5.8. Características de las configuraciones del lecho durante una avenida, según Znamenskaya (1962).

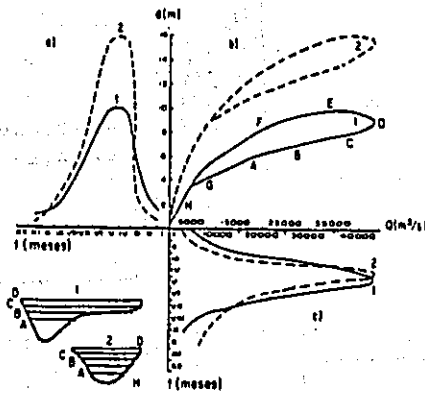


Fig 5.9. Curvas: a) ( $d,t$ ); b) ( $d,Q$ ) y c) ( $Q,t$ ), según Znamenskaya (1963).

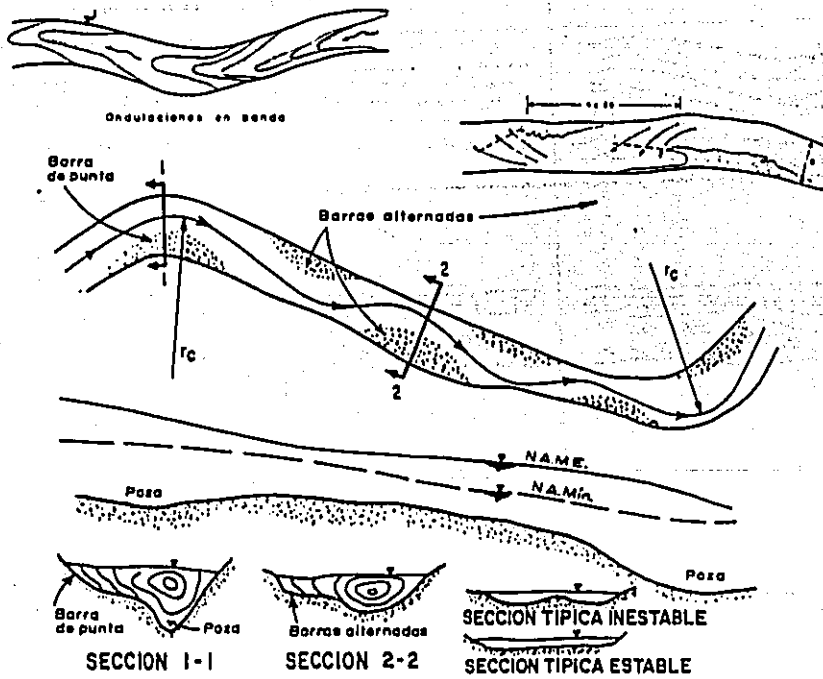


Fig 5.10. Formaciones tridimensionales típicas de ríos.

## 6. COMPENDIO DE ALGUNOS DATOS DE LABORATORIO Y DE CAMPO

Muchos autores han medido características de las configuraciones en canales de laboratorio y en cauces naturales, y en ocasiones, con base en esa información han establecido criterios para pronosticar el tipo de configuración y su geometría. Desafortunadamente, no todos presentan la totalidad de sus mediciones, y casi siempre revelan sólo valores de algunas variables, omitiendo otras muy importantes, como el caudal, el tirante, la pendiente y el tipo de configuración; en otros casos, se limitan exclusivamente a expresar el intervalo de variación de algunas variables.

La tabla 6.1 es una selección de datos que el autor de este trabajo consideró más completos, dado que con ellos se pueden obtener los valores de la mayoría de parámetros que intervienen en los criterios estudiados, así como analizar otros parámetros que pueden ser útiles para estudiar las configuraciones de lechos arenosos (capítulo 7).

El significado de las columnas que encabezan la tabla 6.1 se explica en la tabla 6.2.

Tabla 6.1 Compendio de datos de laboratorio y de campo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S \times 10^2$	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s-m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
74	a	61.00	2.44	-	0.742	1.120	1.691	1.510	19.0	1.0314	0.305	351.00	0.124	152	-	-	-	6.44	145.00	D	
	a	61.00	2.44	-	0.742	1.120	1.691	1.510	19.8	1.0116	0.296	379.00	0.074	65.5	-	-	-	5.33	127.30	D	
	a	61.00	2.44	-	0.742	1.120	1.691	1.510	20.0	1.0066	0.315	464.00	0.150	168.6	-	-	-	8.49	142.00	D	
	a	61.00	2.44	-	0.742	1.120	1.691	1.510	18.2	1.0520	0.323	566.00	0.240	324.9	-	-	-	9.49	140.00	D	
	a	61.00	2.44	-	0.742	1.120	1.691	1.510	16.7	1.0924	0.356	714.00	0.312	1090	-	-	-	11.70	174.00	D	
3. 3c	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	10.2	1.3005	0.186	111.57	0.015	-	-	-	-	-	-	FP	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	12.0	1.2368	0.299	176.13	0.016	1	-	-	-	1.22	23.47	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	12.0	1.2368	0.247	144.70	0.017	2	-	-	-	1.83	21.03	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	9.0	1.3462	0.107	52.10	0.019	-	-	-	-	-	-	FP	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.0	1.2716	0.244	143.57	0.023	1	-	-	-	-	-	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.3	1.2612	0.177	102.51	0.031	1	-	-	-	1.22	21.64	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.0	1.2716	0.250	223.70	0.036	94	-	-	-	2.13	36.88	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.5	1.2542	0.259	223.70	0.039	101	-	-	-	2.74	41.45	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	12.0	1.2368	0.168	108.74	0.040	2	-	-	-	1.83	22.25	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	9.0	1.3462	0.244	222.29	0.042	23	-	-	-	3.05	60.96	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.0	1.2716	0.229	224.55	0.047	26	-	-	-	2.13	30.48	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.5	1.2542	0.107	55.22	0.049	4	-	-	-	1.83	24.38	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	10.5	1.3077	0.210	224.84	0.057	92	-	-	-	4.57	126.80	D	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	12.0	1.2368	0.155	108.45	0.060	8	-	-	-	1.83	22.25	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.5	1.2542	0.213	225.97	0.078	268	-	-	-	6.10	134.42	D	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	10.5	1.2897	0.101	55.22	0.088	20	-	-	-	2.44	25.30	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	9.5	1.3270	0.140	110.44	0.088	42	-	-	-	3.05	47.55	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	11.7	1.2472	0.088	55.22	0.106	1	-	-	-	1.83	27.13	R	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.0	1.0572	0.125	120.06	0.112	208	-	-	-	7.92	195.68	D	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	16.0	1.1119	0.293	343.20	0.114	641	-	-	-	9.45	146.91	D	
a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	15.7	1.1207	0.305	383.41	0.124	710	-	-	-	15.85	228.60	D		
a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.0	1.0841	0.128	139.04	0.189	378	-	-	-	7.92	191.72	D		



Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg Δ m)	c (cm/s)	H (cm)	λ (cm)	CONF OBS		
3, 3c	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	16.4	1.1008	0.186	230.50	0.193	508	-	-	-	10.97	163.68	D		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	16.0	1.1119	0.198	377.75	0.247	856	-	-	-	12.50	201.17	D		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.0	1.0841	0.189	247.21	0.289	1200	-	-	-	9.45	167.94	D		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	19.0	1.0314	0.247	606.26	0.301	2460	-	-	-	9.45	224.03	D		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	19.0	1.0314	0.168	584.46	0.364	3960	-	-	-	3.05	112.17	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.0	1.0841	0.104	409.18	0.366	4580	-	-	-	-	-	-	FPI	
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	16.0	1.1119	0.122	316.87	0.366	4230	-	-	-	1.52	78.33	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.4	1.0733	0.091	128.56	0.369	1850	-	-	-	7.01	195.07	T		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.5	1.0707	0.134	420.51	0.432	4750	-	-	-	1.83	96.32	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.0	1.0572	0.101	223.99	0.436	4100	-	-	-	5.79	311.51	T		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	19.0	1.0314	0.058	89.20	0.446	1370	-	-	-	0.91	28.35	T		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.7	1.0391	0.165	612.21	0.466	4340	-	-	-	4.27	119.79	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.2	1.0787	0.082	150.93	0.492	3550	-	-	-	3.66	183.49	T		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.0	1.0841	0.076	158.01	0.494	4610	-	-	-	2.13	67.06	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	17.5	1.0707	0.085	238.99	0.546	5690	-	-	-	2.44	74.98	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	16.0	1.1119	0.082	283.73	0.607	6810	-	-	-	3.05	84.12	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	19.0	1.0314	0.152	695.41	0.619	6230	-	-	-	2.74	116.13	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.5	1.0443	0.131	534.34	0.620	5570	-	-	-	2.44	116.43	OE		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.0	1.0572	0.113	423.62	0.656	6180	-	-	-	8.84	113.08	A		
	a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.9	1.0340	0.085	158.01	0.862	9630	-	-	-	3.25	48.46	A		
a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	19.4	1.0215	0.085	306.67	0.898	15100	-	-	-	6.40	89.92	A			
a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	20.0	1.0066	0.094	380.30	0.986	11400	-	-	-	7.62	110.34	A			
a	45.72	2.44	-	0.210	0.450	0.964	2.142	18.5	1.0443	0.131	606.55	1.010	11500	-	-	-	8.23	177.09	A			
4, 4d	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	9.0	1.3462	0.274	107.32	0.005	-	-	-	-	-	-	FP		
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	13.9	1.1750	0.308	187.17	0.007	-	-	-	-	-	-	FP		
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	11.9	1.2403	0.305	219.74	0.011	-	-	-	-	-	-	FP		
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	10.9	1.2752	0.308	219.74	0.023	3.3	-	-	-	0.61	16.76	R		
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.1	1.0854	0.180	117.80	0.041	1	-	-	-	0.91	14.94	R		

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	V x 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s/m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
4, 4d	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	16.5	1.0980	0.305	303.84	0.045	12	-	-	-	1.22	21.64	R	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	16.4	1.1008	0.305	381.14	0.062	75	-	-	-	1.83	36.58	R	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.6	1.1535	0.262	303.84	0.069	51	-	-	-	1.83	24.38	R	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.9	1.1444	0.180	139.32	0.073	20	-	-	-	0.91	18.90	R	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	17.6	1.0680	0.323	445.71	0.090	330	-	-	-	8.23	188.98	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	16.7	1.0924	0.268	359.62	0.100	405	-	-	-	8.84	216.41	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	16.0	1.1119	0.174	203.60	0.108	150	-	-	-	1.22	28.04	R	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.6	1.1237	0.189	243.81	0.116	298	-	-	-	2.13	45.72	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.6	1.1237	0.320	513.67	0.120	506	-	-	-	14.02	292.61	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.8	1.1178	0.280	430.13	0.131	664	-	-	-	10.67	335.28	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	16.5	1.0980	0.326	577.38	0.131	732	-	-	-	9.45	298.70	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.9	1.1444	0.198	280.34	0.134	563	-	-	-	6.10	176.78	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.8	1.1178	0.311	487.90	0.134	549	-	-	-	10.36	237.74	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.6	1.1237	0.277	523.54	0.134	1230	-	-	-	7.92	365.76	T	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.7	1.1505	0.198	283.45	0.136	505	-	-	-	7.62	188.98	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.2	1.1354	0.268	432.68	0.136	733	-	-	-	8.23	231.65	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.7	1.1505	0.186	338.67	0.141	1040	-	-	-	7.32	365.76	T	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.5	1.1566	0.195	444.01	0.142	1370	-	-	-	1.22	-	T	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.1	1.1688	0.134	155.74	0.150	480	-	-	-	1.83	54.86	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	12.7	1.2136	0.183	422.49	0.153	1540	-	-	-	-	-	FPT	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	13.0	1.2036	0.229	464.44	0.158	789	-	-	-	10.67	249.94	D	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.7	1.1207	0.250	522.40	0.172	2350	-	-	-	7.01	487.68	T	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	14.7	1.1505	0.219	518.72	0.199	2710	-	-	-	-	-	FPT	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.1	1.0854	0.168	445.14	0.299	2760	-	-	-	-	-	FPT	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.4	1.1295	0.158	444.57	0.278	3120	-	-	-	-	-	FPT	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.0	1.1413	0.152	439.19	0.328	5060	-	-	-	1.83	76.20	A	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	10.8	1.2788	0.177	416.17	0.470	10500	-	-	-	2.13	103.63	A	
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	15.1	1.0854	0.131	438.06	0.533	11500	-	-	-	4.27	94.49	A	

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	V x 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s/m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF ODS			
4, 4d	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	10.2	1.3005	0.171	604.28	0.593	13000	-	-	-	6.71	115.82	A			
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	10.9	1.2752	0.165	604.00	0.815	27600	-	-	-	7.62	182.88	A			
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	11.6	1.2507	0.091	236.16	0.820	19900	-	-	-	3.96	91.44	A			
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	11.1	1.2681	0.122	432.12	0.930	36100	-	-	-	4.27	137.16	A			
	a	45.72	2.44	-	-	0.280	-	-	11.5	1.2542	0.174	605.41	1.007	42400	-	-	-	3.66	173.74	A			
2J	a	-	0.267	-	0.112	0.145	0.189	1.30	25.0	0.8961	0.073	12.32	0.210	-	22.68	-	-	-	-	-	FPT		
	a	-	0.267	-	0.112	0.145	0.189	1.30	25.0	0.8961	0.074	7.62	0.270	-	9.07	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.112	0.145	0.189	1.30	25.0	0.8961	0.073	5.47	0.210	-	1.29	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	24.3	0.9105	0.071	12.35	0.250	-	28.73	-	-	-	-	-	-	FPT	
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	24.6	0.9043	0.074	8.30	0.275	-	-	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	26.0	0.8764	0.073	4.81	0.200	-	1.44	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.6	0.8843	0.073	5.10	0.210	-	3.02	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.5	0.8863	0.073	5.47	0.240	-	4.46	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	5.86	0.260	-	6.65	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	6.20	0.275	-	11.34	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	7.16	0.270	-	18.14	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	8.27	0.240	-	28.73	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	10.96	0.200	-	35.53	-	-	-	-	-	-	FPT	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	12.32	0.225	-	42.34	-	-	-	-	-	-	FPT	
	a	-	0.267	-	0.087	0.152	0.268	1.76	25.0	0.8961	0.073	15.89	0.390	-	90.72	-	-	-	-	-	-	FPT	
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	23.4	0.9293	0.073	14.44	0.141	-	0.54	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	24.5	0.9064	0.074	17.41	0.204	-	4.08	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	25.2	0.8922	0.073	20.25	0.280	-	23.44	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	25.5	0.8863	0.073	24.21	0.278	-	45.36	-	-	-	-	-	-	D	
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	22.4	0.9511	0.072	26.33	0.277	-	57.46	-	-	-	-	-	-	D	
a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	27.4	0.8500	0.076	28.32	0.246	-	40.07	-	-	-	-	-	-	D		
a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	18.9	1.0340	0.092	33.13	0.201	-	74.09	-	-	-	-	-	-	D		
a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	18.9	1.0340	0.062	33.13	0.276	-	98.28	-	-	-	-	-	-	FPT		

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{q}$	T (°C)	V x 10 <sup>6</sup> (m <sup>3</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg A/s m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS			
23	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	23.5	0.9272	0.071	39.08	0.205	-	98.28	-	-	-	-	-	FPT		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	24.6	0.9043	0.165	34.26	0.039	-	0.11	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	23.4	0.9293	0.161	43.61	0.070	-	2.95	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	21.9	0.9622	0.167	52.95	0.105	-	11.34	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	25.2	0.8922	0.163	63.15	0.122	-	42.34	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	20.7	0.9899	0.169	75.04	0.102	-	105.84	-	-	-	-	-	D		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	16.5	1.0980	0.160	99.11	0.107	-	-	-	-	-	-	-	FPT		
	a	-	0.267	-	0.099	0.137	0.189	1.38	24.9	0.8982	0.166	108.74	0.107	-	124.74	-	-	-	-	-	FPT		
26	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.073	20.00	0.226	-	5.00	-	0.05	1.90	93.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.071	20.50	0.232	-	10.00	-	0.07	1.80	92.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.054	17.00	0.321	-	20.00	-	0.12	1.60	101.00	FPT			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.044	17.50	0.660	-	40.00	-	0.17	1.50	48.00	OE			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.134	37.20	0.300	-	10.00	-	0.08	4.20	91.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	-	0.120	37.20	0.320	-	20.00	-	0.09	4.20	90.00	D		
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	-	0.106	37.20	0.403	-	40.00	-	0.21	3.60	65.00	D		
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	-	0.095	37.20	0.470	-	50.00	-	0.36	2.60	70.00	D		
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.190	60.90	0.200	-	10.00	-	0.11	4.60	85.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.204	60.90	0.330	-	20.00	-	0.15	4.40	81.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.179	60.90	0.270	-	40.00	-	0.16	4.30	96.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.160	60.90	0.410	-	60.00	-	0.30	4.80	82.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.153	60.90	0.520	-	80.00	-	0.65	3.80	102.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.134	35.40	0.149	-	20.00	-	-	3.15	94.50	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.123	36.40	0.250	-	20.00	-	0.15	3.00	82.10	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.112	35.40	0.308	-	10.00	-	0.15	3.60	93.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.097	35.40	0.300	-	20.00	-	0.13	3.20	76.00	D			
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.086	36.60	0.436	-	40.00	-	0.34	2.70	70.00	OE			
a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.075	36.60	0.360	-	50.00	-	-	3.00	66.00	OE				
a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.081	19.40	0.118	-	2.50	-	0.05	1.80	80.00	D		163		

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S \times 10^2$	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s/m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
26	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.080	19.50	0.133	-	5.00	-	0.125	0.89	75.00	D	
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.074	20.00	0.212	-	10.00	-	0.152	1.94	77.30	D	
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.060	20.00	0.310	-	20.00	-	0.170	2.26	80.30	D	
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.058	20.00	0.440	-	40.00	-	0.280	3.10	105.00	D	
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.050	20.00	0.620	-	60.00	-	-	1.29	-	OE	
	a	10	0.5	-	0.415	0.700	1.200	-	-	-	0.088	19.80	0.150	-	2.50	-	-	1.80	80.00	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.058	10.50	0.325	-	2.50	-	0.035	1.95	15.30	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.050	9.80	0.280	-	5.00	-	0.045	1.75	15.00	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.132	29.40	0.148	-	2.50	-	0.056	1.48	19.00	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.141	29.80	0.153	-	5.00	-	0.050	1.44	19.50	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.122	30.00	0.166	-	4.50	-	0.052	1.68	47.80	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.115	30.00	0.180	-	15.00	-	0.074	2.36	61.60	D	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.092	29.80	0.350	-	30.00	-	-	3.66	77.00	OE	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.086	30.40	0.237	-	60.00	-	-	-	-	FPI	
	a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.040	18.50	0.800	-	60.00	-	-	0.50	30.00	A	
a	10	0.5	-	0.040	0.150	0.320	-	-	-	0.082	9.20	0.279	-	2.50	-	-	1.20	12.60	D		
30	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.1	0.9805	0.183	151.78	0.352	-	-	0.260	0.288	7.92	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	20.6	0.9923	0.183	114.68	0.285	-	-	0.097	0.164	5.18	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.183	199.92	0.321	-	-	0.499	0.564	5.18	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.183	240.41	0.331	-	-	0.789	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.9	0.9187	0.183	284.02	0.508	-	-	1.652	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.183	328.48	0.736	-	-	3.631	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.8	0.9422	0.183	368.12	1.079	-	-	7.322	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.8	0.9422	0.305	156.31	0.061	-	-	0.012	0.018	5.49	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.7	0.9668	0.305	198.22	0.168	-	-	0.077	0.096	7.32	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.8	0.9422	0.305	240.41	0.260	-	-	0.186	0.203	9.75	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	20.0	1.0066	0.305	282.04	0.290	-	-	0.409	0.219	8.53	320.0	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	20.6	0.9923	0.305	282.89	0.298	-	-	0.305	0.271	8.61	341.4	D	

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	V x 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s/m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
30	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	24.4	0.9804	0.299	325.64	0.300	-	-	0.503	0.417	7.92	228.6	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.1	0.9805	0.311	328.48	0.301	-	-	0.528	0.308	8.84	246.9	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.305	368.12	0.327	-	-	0.682	0.559	7.62	216.4	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.302	410.59	0.328	-	-	0.952	0.657	5.18	222.5	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.305	453.07	0.226	-	-	1.000	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.305	481.39	0.251	-	-	1.161	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.302	282.60	0.290	-	-	0.360	0.220	10.06	246.9	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.1	0.9805	0.244	156.31	0.201	-	-	0.082	0.152	6.71	137.2	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.1	0.9805	0.244	198.50	0.298	-	-	0.238	0.236	7.62	234.7	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.1	0.9805	0.244	240.98	0.297	-	-	0.387	0.329	8.23	280.4	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	21.1	0.9805	0.244	282.89	0.285	-	-	0.503	0.511	6.10	146.3	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	24.4	0.9804	0.244	325.64	0.269	-	-	0.747	0.745	5.18	237.7	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.244	368.12	0.261	-	-	1.012	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.8	0.9422	0.247	410.59	0.327	-	-	1.488	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.244	453.07	0.417	-	-	2.723	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.247	481.39	0.524	-	-	3.795	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.244	302.99	0.286	-	-	0.673	0.623	6.10	326.1	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.247	263.91	0.249	-	-	0.484	0.461	6.71	317.0	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.244	177.83	0.267	-	-	0.152	0.171	8.23	189.0	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.122	84.38	0.347	-	-	0.033	0.169	6.40	213.4	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.125	114.68	0.387	-	-	0.238	0.387	4.88	170.7	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	22.2	0.9555	0.122	140.73	0.370	-	-	0.405	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.0	0.8961	0.122	169.33	0.427	-	-	0.682	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	24.4	0.9804	0.122	200.20	0.661	-	-	1.179	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.9	0.9187	0.122	226.25	0.101	-	-	3.408	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.9	0.9187	0.122	254.57	0.130	-	-	0.087	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.6	0.8843	0.125	280.62	0.170	-	-	9.048	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.366	311.49	0.254	-	-	0.241	0.130	13.11	-	D	

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S \times 10^2$	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
30	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.335	286.00	0.256	-	-	0.238	0.163	12.50	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.1	0.8745	0.274	233.90	0.310	-	-	0.280	0.237	13.11	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.210	181.79	0.348	-	-	0.283	0.297	8.23	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	28.3	0.8337	0.180	156.31	0.395	-	-	0.283	0.355	6.40	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.6	0.8843	0.152	130.54	0.387	-	-	0.256	0.316	6.71	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.6	0.8843	0.091	78.35	0.403	-	-	0.164	0.306	5.18	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.213	393.60	0.553	-	-	2.798	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	27.2	0.8537	0.183	314.32	0.524	-	-	2.069	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.098	111.29	0.398	-	-	0.387	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	27.2	0.8537	0.149	238.43	0.529	-	-	1.481	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.091	133.66	0.491	-	-	0.673	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.149	282.32	0.980	-	-	4.494	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.6	0.8843	0.149	261.65	0.679	-	-	2.649	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.0	0.8961	0.210	430.42	0.705	-	-	6.042	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.216	356.79	0.365	-	-	1.351	-	-	-	A	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.7	0.8631	0.216	319.98	0.304	-	-	0.982	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	28.9	0.8231	0.305	453.07	0.259	-	-	1.131	-	-	-	FPI	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.0	0.8961	0.305	356.79	-	-	-	-	0.451	9.14	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	24.4	0.9084	0.305	184.06	-	-	-	-	0.085	7.01	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.6	0.8843	0.305	226.53	-	-	-	-	0.159	8.53	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	26.1	0.8745	0.305	254.85	-	-	-	-	0.191	10.36	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	27.2	0.8537	0.305	283.17	-	-	-	-	0.233	9.75	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	27.8	0.8427	0.305	311.49	-	-	-	-	0.411	7.62	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	28.3	0.8337	0.183	141.58	1.352	-	-	-	0.228	9.45	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	27.8	0.8427	0.183	113.27	0.294	-	-	-	0.174	6.40	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	-	-	0.183	101.94	0.225	-	-	-	0.173	3.66	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.9	0.9187	0.183	169.90	0.318	-	-	-	0.375	5.79	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	24.4	0.9084	0.183	186.89	0.328	-	-	-	0.519	5.18	-	D	

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S_x \times 10^2$	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>RT</sub> (g/s)	q <sub>RT</sub> (kg/Δm)	c (cm/s)	H (cm)	λ (cm)	CONF OBS	
30	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.183	201.05	0.332	-	-	-	0.653	3.35	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.3	0.9314	0.183	155.74	0.320	-	-	-	0.325	6.71	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	24.4	0.9084	0.183	127.43	0.331	-	-	-	0.233	6.10	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	23.9	0.9187	0.091	50.97	0.212	-	-	-	0.087	1.66	-	D	
	a	30.48	1.22	1522	0.267	0.400	0.600	1.50	25.0	0.8961	0.091	56.63	0.306	-	-	-	0.107	5.18	-	D	
38	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	30.0	0.8043	0.256	84.95	0.148	-	-	1.028	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	30.6	0.7950	0.302	84.95	0.092	-	-	0.542	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	30.0	0.8043	0.210	84.95	0.144	-	-	3.899	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	28.3	0.8337	0.305	84.95	0.069	-	-	0.609	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	28.3	0.8337	0.195	49.84	0.102	-	-	0.460	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.213	30.02	-	-	-	0.158	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	27.8	0.8243	0.344	56.07	-	-	-	0.179	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	28.3	0.8337	0.354	66.26	-	-	-	0.281	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.274	49.27	0.096	-	-	0.339	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	20.6	0.9923	0.335	49.27	0.052	-	-	0.094	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.335	42.48	0.044	-	-	0.027	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.3	0.9314	0.320	56.63	0.065	-	-	0.235	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.305	63.71	0.050	-	-	0.362	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.8	0.9422	0.283	70.79	0.065	-	-	0.397	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.2	0.9125	0.287	77.87	0.069	-	-	0.515	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.9	0.9187	0.290	92.03	0.089	-	-	1.021	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.1	0.9357	0.290	99.11	0.115	-	-	1.622	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.6	0.8843	0.280	106.19	0.187	-	-	2.351	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.277	113.27	0.110	-	-	3.095	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.8	0.9422	0.305	113.27	0.119	-	-	2.024	-	-	-	FPI	
a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.8	0.8803	0.305	106.19	0.083	-	-	1.378	-	-	-	FPI		
a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.0	0.8961	0.317	99.11	0.071	-	-	0.946	-	-	-	FPI		
a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.4	0.9084	0.308	92.03	0.044	-	-	0.677	-	-	-	FPI		



Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$D_{16}$ (mm)	$D_{50}$ (mm)	$D_{84}$ (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>3</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S \times 10^2$	$C_T$ (ppm)	$Q_{BT}$ (g/s)	$q_{BT}$ (kg/s-m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
38	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.8	0.8803	0.308	84.95	0.046	-	-	0.441	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.305	77.87	0.054	-	-	0.329	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.0	0.8961	0.320	70.79	0.048	-	-	0.315	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.7	0.8631	0.366	63.71	0.052	-	-	0.189	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.9	0.8593	0.375	56.92	0.054	-	-	0.107	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	27.8	0.8427	0.378	48.42	0.035	-	-	0.025	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.7	0.8631	0.305	35.40	0.031	-	-	0.010	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.7	0.8631	0.317	42.48	0.046	-	-	0.041	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.3	0.8902	0.314	48.42	0.064	-	-	0.117	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.8	0.8803	0.314	49.55	0.062	-	-	0.127	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.9	0.9187	0.299	56.63	0.077	-	-	0.265	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.0	0.8961	0.262	63.43	0.075	-	-	0.339	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.6	0.8843	0.271	70.79	0.067	-	-	0.393	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.4	0.8688	0.274	77.87	0.079	-	-	0.787	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.7	0.9023	0.274	84.95	0.081	-	-	1.031	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.3	0.9314	0.271	92.03	0.098	-	-	1.472	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.9	0.9187	0.274	99.11	0.113	-	-	1.905	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.2	0.9125	0.271	106.19	0.198	-	-	2.292	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.1	0.9805	0.268	113.27	0.129	-	-	4.182	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.4	0.9084	0.244	111.85	0.167	-	-	6.801	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.290	120.06	0.150	-	-	4.613	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.1	0.9357	0.250	119.78	0.138	-	-	7.605	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.4	0.9084	0.238	105.62	0.121	-	-	4.881	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	17.5	1.0707	0.241	99.11	0.140	-	-	4.331	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.9	0.9622	0.244	91.75	0.113	-	-	2.441	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.247	84.67	0.108	-	-	1.756	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.244	77.87	0.112	-	-	1.188	-	-	-	FPT	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.4	0.9736	0.244	70.79	0.081	-	-	0.749	-	-	-	FPT	173

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s/m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
38	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.238	63.71	0.054	-	-	0.493	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	20.8	0.9876	0.238	56.63	0.054	-	-	0.503	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.9	0.9622	0.287	42.48	0.073	-	-	0.089	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.287	49.84	0.088	-	-	0.284	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	19.4	1.0215	0.247	56.63	0.079	-	-	0.382	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	20.8	0.9876	0.290	35.40	0.071	-	-	0.025	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.1	0.9805	0.262	28.60	0.027	-	-	0.010	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.4	0.9736	0.259	35.40	0.071	-	-	0.053	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.1	0.9357	0.259	42.48	0.100	-	-	0.191	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.4	0.8688	0.229	56.63	0.098	-	-	0.378	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.6	0.8843	0.241	63.71	0.083	-	-	0.488	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.232	70.79	0.085	-	-	0.726	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.6	0.8843	0.229	53.24	0.058	-	-	0.305	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.3	0.8902	0.235	77.87	0.110	-	-	1.057	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.1	0.9805	0.232	84.95	0.129	-	-	1.622	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.238	92.31	-	-	-	3.334	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.3	0.9314	0.226	99.11	-	-	-	6.801	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.219	113.27	-	-	-	12.93	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.213	120.35	-	-	-	5.834	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.8	0.9422	0.189	49.55	-	-	-	0.567	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.9	0.9187	0.177	42.48	0.083	-	-	0.317	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.6	0.9251	0.198	28.32	0.081	-	-	0.093	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.9	0.9187	0.195	31.71	0.096	-	-	0.158	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.198	26.05	-	-	-	0.035	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	26.1	0.8745	0.146	19.54	0.121	-	-	0.064	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.4	0.9084	0.143	20.95	0.132	-	-	0.093	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.2	0.9125	0.137	31.71	0.127	-	-	0.329	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.2	0.9125	0.128	35.40	0.102	-	-	0.507	-	-	-	A	172

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T (°C)	$V \times 10^6$ (m <sup>3</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S \times 10^2$	C <sub>T</sub> (ppm)	$Q_{BT}$ (g/s)	$q_{BT}$ (kg/s.m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
38	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.0	0.8961	0.131	42.48	0.176	-	-	1.533	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	25.6	0.8843	0.104	31.71	0.175	-	-	1.101	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	24.7	0.9023	0.110	28.32	0.142	-	-	0.537	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.9	0.9187	0.119	24.92	0.133	-	-	0.280	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.5	0.9489	0.143	21.24	0.138	-	-	0.076	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.5	0.9489	0.168	21.24	0.981	-	-	0.033	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.1	0.9805	0.162	42.48	0.108	-	-	0.455	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.1	0.9805	0.158	45.87	0.112	-	-	0.671	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.149	49.55	0.112	-	-	1.112	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.152	52.95	0.112	-	-	1.585	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.189	52.95	0.106	-	-	0.598	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.183	56.63	0.110	-	-	0.863	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.186	60.03	0.119	-	-	1.100	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.1	0.9357	0.183	63.71	0.154	-	-	1.637	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.177	67.39	0.123	-	-	2.232	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.180	70.79	0.144	-	-	3.155	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.8	0.9422	0.210	77.87	0.181	-	-	2.545	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.232	28.32	0.058	-	-	0.022	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.232	35.40	0.087	-	-	0.125	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.1	0.9805	0.229	39.08	0.087	-	-	0.193	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.2	0.9555	0.207	49.55	0.062	-	-	0.307	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	21.7	0.9439	0.213	56.63	0.075	-	-	0.439	-	-	-	D	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.5	0.9489	0.210	63.71	0.081	-	-	0.725	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	22.8	0.9422	0.210	70.79	0.098	-	-	1.133	-	-	-	FPI	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.1	0.9357	0.204	77.87	0.121	-	-	2.054	-	-	-	A	
	a	30.48	2.44	2650	0.082	0.100	0.122	1.22	23.1	0.9357	0.213	84.95	0.204	-	-	3.467	-	-	-	A	
69,72	a	-	2.44	-	-	0.280	-	-	-	-	0.204	289.96	0.136	-	-	-	-	-	144.17	D	
	a	-	2.44	-	-	0.280	-	-	-	-	0.320	502.91	0.134	-	-	-	-	-	263.04	D	175

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T °C	V x 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s m)	c (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
69, 72	n	-	27.4	-	-	0.230	-	-	-	-	0.792	23956	0.058	-	-	-	-	-	749.81	D	RIO BRAVO
	n	-	27.4	-	-	0.230	-	-	-	-	1.265	26250	0.058	-	-	-	-	-	774.19	D	RIO BRAVO
72	a	18.29	0.61	2650	-	0.450	-	-	-	-	0.159	33.05	0.088	-	-	-	-	-	43.59	R	
	a	18.29	0.61	2650	-	0.450	-	-	-	-	0.141	40.56	0.223	-	-	-	-	-	85.92	D	
	a	18.29	0.61	2650	-	0.450	-	-	-	-	0.174	63.59	0.440	-	-	-	-	-	114.30	D	
	a	18.29	0.61	2650	-	0.330	-	-	-	-	0.156	32.99	0.119	-	-	-	-	-	39.62	R	
	a	18.29	0.61	2650	-	0.330	-	-	-	-	0.181	32.69	0.069	-	-	-	-	-	39.92	R	
	a	18.29	0.61	2650	-	0.330	-	-	-	-	0.166	48.90	0.212	-	-	-	-	-	83.82	D	
	a	18.29	0.61	2650	-	0.330	-	-	-	-	0.159	44.73	0.156	-	-	-	-	-	72.82	D	
	a	-	2.44	-	-	0.240	-	-	-	-	0.853	1325.7	0.063	-	-	-	-	-	146.61	D	
	a	-	2.44	-	-	0.240	-	-	-	-	0.719	1074.6	0.056	-	-	-	-	-	128.9	D	
	a	-	0.61	-	-	0.330	-	-	-	-	0.158	32.27	0.088	-	-	-	-	-	36.58	R	
	a	-	0.61	-	-	0.330	-	-	-	-	0.159	31.63	0.088	-	-	-	-	-	39.32	R	
	a	-	0.61	-	-	0.330	-	-	-	-	0.159	47.80	0.212	-	-	-	-	-	87.78	D	
92	n	240.00	30.00	-	-	0.250	-	-	-	-	2.065	45000	0.006	-	-	-	-	33.00	300.0	D	RIO LUGA
	n	400.00	100.00	-	-	0.350	-	-	-	-	3.255	190000	0.004	-	-	-	-	31.00	670.00	D	RIO PSCHEGOD
	n	400.00	100.00	-	-	0.450	-	-	-	-	2.585	190000	0.010	-	-	-	-	37.00	900.00	D	RIO PSCHEGOD
	n	200.00	100.00	-	-	0.430	-	-	-	-	3.140	190000	0.007	-	-	-	-	28.00	560.00	D	RIO PSCHEGOD
	n	140.00	100.00	-	-	0.340	-	-	-	-	3.065	350000	0.015	-	-	-	-	33.00	460.00	D	RIO DYINA
	n	150.00	100.00	-	-	0.340	-	-	-	-	2.445	350000	0.012	-	-	-	-	29.00	330.00	D	RIO DYINA
	n	150.00	100.00	-	-	0.450	-	-	-	-	2.670	350000	0.011	-	-	-	-	34.00	800.00	D	RIO DYINA
	n	200.00	100.00	-	-	0.300	-	-	-	-	3.545	350000	0.014	-	-	-	-	49.00	500.0	D	RIO DYINA
	n	100.00	95.00	-	-	0.250	-	-	-	-	4.440	750000	0.015	-	-	-	-	42.00	690.00	D	RIO DON
	n	100.00	95.00	-	-	0.250	-	-	-	-	4.290	750000	0.025	-	-	-	-	38.00	630.00	D	RIO DON
	n	100.00	95.00	-	-	0.250	-	-	-	-	4.170	750000	0.015	-	-	-	-	34.00	580.00	D	RIO DON
	n	300.00	300.00	-	-	0.180	-	-	-	-	2.115	470000	0.012	-	-	-	-	43.00	2000.0	D	RIO OKA
	n	300.00	300.00	-	-	0.180	-	-	-	-	2.020	470000	0.013	-	-	-	-	44.00	1840.0	D	RIO OKA
	n	350.00	300.00	-	-	0.200	-	-	-	-	2.330	470000	0.011	-	-	-	-	46.00	1860.0	D	RIO OKA

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T °C	$V \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	$Q \times 10^3$ (m <sup>3</sup> /s)	$S \times 10^2$	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/s/m)	c' (cm/s)	H (cm)	$\lambda$ (cm)	CONF OBS	
92	n	350.00	300.00	-	-	0.180	-	-	-	-	2.530	470000	0.007	-	-	-	-	46.00	1560.0	D	R10 OKA
	n	200.00	300.00	-	-	0.180	-	-	-	-	2.500	470000	0.006	-	-	-	-	40.00	1300.0	D	R10 OKA
	n	120.00	150.00	-	-	0.250	-	-	-	-	4.855	2500000	0.005	-	-	-	-	11.00	2500.0	D	R10 VOL GA
	n	120.00	150.00	-	-	0.250	-	-	-	-	4.820	2500000	0.009	-	-	-	-	24.00	2200.0	D	R10 VOL GA
	n	140.00	150.00	-	-	0.250	-	-	-	-	5.020	2500000	0.007	-	-	-	-	44.00	3000.0	D	R10 VOL GA
	n	140.00	150.00	-	-	0.250	-	-	-	-	5.175	2500000	0.007	-	-	-	-	55.00	3900.0	D	R10 VOL GA
	n	70.00	180.00	-	-	0.200	-	-	-	-	4.545	2200000	0.011	-	-	-	-	29.00	2100.0	D	R10 VOL GA
	n	100.00	180.00	-	-	0.200	-	-	-	-	4.575	2200000	0.010	-	-	-	-	35.00	1650.0	D	R10 VOL GA
	n	100.00	180.00	-	-	0.200	-	-	-	-	4.440	2200000	0.011	-	-	-	-	28.00	1400.0	D	R10 VOL GA
	n	100.00	180.00	-	-	0.200	-	-	-	-	4.335	2200000	0.010	-	-	-	-	27.00	1600.0	D	R10 VOL GA
73	a	60.96	2.44	-	0.748	1.130	1.706	1.510	20.0	1.0066	0.311	464.00	0.167	168.6	-	-	-	-	-	D	
	a	60.96	2.44	-	0.748	1.130	1.706	1.510	22.8	0.9422	0.908	1237.0	0.029	8.9	-	-	-	-	-	D	
	a	60.96	2.44	-	0.748	1.130	1.706	1.510	22.0	0.9599	0.893	1532.0	0.047	29.7	-	-	-	-	-	D	
95	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	24.1	0.9146	0.102	21.35	0.148	-	0.91	-	-	1.40	77.42	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	22.9	0.9400	0.076	41.63	0.373	-	78.93	-	-	0.55	105.46	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	23.6	0.9251	0.104	21.27	0.148	-	0.91	-	-	1.34	70.10	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	21.2	0.9782	0.081	45.31	0.370	-	87.09	-	-	0.61	144.48	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	21.4	0.9736	0.105	21.18	0.148	-	0.91	-	-	1.58	97.54	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	22.6	0.9466	0.045	10.22	0.365	-	3.63	-	-	1.10	94.49	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	21.8	0.9645	0.079	45.31	0.391	-	90.72	-	-	-	-	FPT	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	21.8	0.9645	0.074	14.58	0.235	-	0.91	-	-	1.28	104.85	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	20.7	0.9899	0.078	48.42	0.370	-	109.32	-	-	-	-	FPT	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	23.4	0.9293	0.074	13.76	0.225	-	0.45	-	-	1.34	76.81	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.240	0.310	0.410	-	23.4	0.9293	0.077	45.31	0.418	-	102.06	-	-	-	-	FPT	
	a	18.29	0.61	2650	0.810	1.000	1.210	-	24.6	0.9043	0.062	17.02	0.226	-	0.45	-	-	0.49	109.09	D	
	a	18.29	0.61	2650	0.810	1.000	1.210	-	24.5	0.9064	0.146	51.82	0.305	-	8.62	-	-	1.77	132.89	D	
a	18.29	0.61	2650	0.810	1.000	1.210	-	24.3	0.9105	0.100	33.41	0.298	-	5.44	-	-	0.98	109.09	D		
a	18.29	0.61	2650	0.810	1.000	1.210	-	25.7	0.8024	0.082	21.25	0.181	-	0.45	-	-	0.54	113.84	D		

Tabla 6.1 (Continuación)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
REF	TIPO DE CANAL	L (m)	b (m)	$\gamma_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	D <sub>16</sub> (mm)	D <sub>50</sub> (mm)	D <sub>84</sub> (mm)	$\sqrt{g}$	T °C	V x 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	d (m)	Q x 10 <sup>3</sup> (m <sup>3</sup> /s)	S x 10 <sup>2</sup>	C <sub>T</sub> (ppm)	Q <sub>BT</sub> (g/s)	q <sub>BT</sub> (kg/Δm)	C (cm/s)	H (cm)	λ (cm)	CONF OBS	
96	a	28	0.78	2583	0.665	1.565	3.681	2.3527	18.2	1.0520	0.050	30.06	2.000	-	-	0.713	-	-	-	FPT	
	a	28	0.78	2583	0.665	1.565	3.681	2.3527	17.8	1.0626	0.083	92.36	2.000	-	-	2.539	-	-	-	FPT	
	a	28	0.78	2583	0.665	1.565	3.681	2.3527	18.3	1.0495	0.109	145.57	2.000	-	-	4.339	-	-	-	FPT	
	a	28	0.78	2583	0.665	1.565	3.681	2.3527	18.5	1.0443	0.053	45.03	3.500	-	-	2.790	-	-	-	FPT	
	a	28	0.78	2583	0.665	1.565	3.681	2.3527	17.2	1.0787	0.092	142.53	3.500	-	-	6.251	-	-	-	FPT	
	a	28	0.78	2583	0.665	1.565	3.681	2.3527	18.8	1.0366	0.050	39.03	3.000	-	-	2.506	-	-	-	FPT	

NOTA: Aquí se ha presentado una pequeña parte de los resultados experimentales de estos autores (ref 96). Al respecto, conviene indicar que García Flores *et al* consignan una gran cantidad de datos experimentales, los cuales pueden ser de utilidad para quienes desarrollan modelos matemáticos, ya que con toda esa información es posible verificar si funciona o no un determinado modelo teórico. Aquí solamente se consignó el resumen de los experimentos correspondientes a fondo plano con transporte de sedimentos. En la ref 96 se presentan detalles interesantes, como el espesor de la capa de fondo en circunstancias de arrastre continuo, factores de fricción, tanto totales como los que competen al fondo y paredes, los instantes en que se midieron los tirantes y los tiempos de acarreo de sedimentos.

Tabla 6.2 Definición de las columnas de la tabla 6.1

COLUMNA	SÍMBOLO	SIGNIFICADO
1	REP	fuente de información de los datos
2	TIPO DE CANAL	a - canal artificial o de laboratorio (sección geométrica rectangular) n - canal natural o río
3	L	longitud del canal
4	b	ancho del canal
5	$\gamma_s$	peso específico de los sedimentos del lecho
6, 7 y 8	$D_n$	diámetro característico del sedimento tal que el 40% en peso de la muestra está constituido por partículas de tamaño menor o igual a $D_n$
9	$\sigma_g$	desviación estándar geométrica de la distribución granulométrica del sedimento
10	T	temperatura del agua
11	$\nu$	viscosidad cinemática del agua
12	d	tirante del flujo
13	Q	gasto o caudal de agua
14	S	pendiente media del lecho del canal
15	$C_T$	concentración de sedimentos en el flujo
16	$Q_{BT}$	gasto de sedimentos total
17	$q_{BT}$	gasto de sedimentos por unidad de ancho
18	c	culeridad o velocidad de desplazamiento de las ondulaciones
19	H	altura de las ondulaciones
20	L	longitud de las ondulaciones
21	CONF. OBS.	tipo de configuración observada:
	PP	fondo plano sin arrastre
	R	rizos
	D	dunas
	T	transición
	PPT	fondo plano con transporte de sedimentos
	A	antidunas
	OR	ondas estacionarias

## 7. PARAMETROS Y RELACIONES DE INTERES EN EL ESTUDIO DE LAS CONFIGURACIONES

En este capítulo se presentan los parámetros más usuales en el estudio de las configuraciones de lechos arenosos y las relaciones entre ellos. Con tales relaciones puede verse si es factible expresar un parámetro en términos de otro, y con ello reconocer la posibilidad de espuriedad en un diagrama que correlacione dos o más parámetros.

Parámetros usuales en el estudio de las configuraciones de lechos arenosos:

$$q = \frac{Q}{b}$$

$$\tau_o = \gamma RS$$

$$U_* = \frac{\tau_o}{\rho} = \sqrt{gRS}$$

$$F = \frac{U}{\sqrt{gd}}$$

$$F_R = \frac{U}{\sqrt{gR}}$$



$$F_D = \frac{U}{\sqrt{gD}}$$

$$F_* = \frac{U_*}{\sqrt{gD}}$$

$$\tau_{*c} = \frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma) D}$$

$$\tau_* = \frac{\tau_o}{(\gamma_s - \gamma) D}$$

$$R = \frac{UD}{\nu}$$

$$R_* = \frac{U_* D}{\nu}$$

$$R_g = \frac{D \sqrt{gD}}{\nu}$$

$$f = 8 \left( \frac{U_*}{U} \right)^2$$

$$\Delta = S_s - 1 = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} = \frac{\gamma_s}{\gamma} - 1 = \frac{\rho_s}{\rho} - 1$$

$$D_* = \left( \frac{g}{\nu^2} \right)^{1/3} D$$

$$h_v = \frac{U^2}{2g}$$

Relaciones de interés entre los parámetros anteriores.

$$\tau_o = \left( \frac{U_*}{U} \right)^2 F_D^2 \gamma D = \rho U_*^2$$

$$F^2 = \frac{q^2}{g d^3}$$

$$F_R^2 = F_U^2 \frac{D}{R} = \frac{q^2}{g R^3} \left( \frac{R}{d} \right)^2 = \left( \frac{U}{U_*} \right)^2 S$$

$$\left( \frac{F}{F_D} \right)^2 = \frac{d}{D}$$

$$F_{*}^2 = \frac{R}{D} S = \frac{\tau}{\gamma D} = R^2 \frac{v^2}{g D^3} = \Delta \tau_c \frac{\tau}{\tau_c} = \frac{R^2}{D_*^2} = \left(\frac{R}{R_g}\right)^2 = \tau_* \Delta$$

$$\left(\frac{F_D}{R}\right)^2 = \frac{v^2}{g D^3} = \left(\frac{F_*}{R_*}\right)^2 = \frac{1}{R_g^2}$$

$$\frac{U_*}{\sqrt{gR}} = S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{U}{U_*} = \frac{F_R}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{R^{\frac{1}{4}}}{n\sqrt{g}} = \left(\frac{g}{\tau}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{F_D}{F_*}$$

$$R_* = R \frac{U}{U_*} = R \frac{S^{\frac{1}{2}}}{F_R} = F_* \frac{R}{F_D} = \frac{g^{\frac{1}{2}} D^{\frac{3}{2}}}{v} \left(\frac{RS}{D}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau_* = \frac{R}{D} \frac{S}{\Delta} = \tau_{*c} \frac{\tau}{\tau_c} = \left(\frac{U_*}{U}\right)^2 \frac{F_D^2}{\Delta} = \frac{F_*^2}{\Delta}$$

$$F_R^2 R = 2 h_v$$

$$\frac{F_R}{F_*} = \frac{U}{U_*} \left(\frac{D}{d}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau = \frac{gS}{F_R^2}$$

En otro orden de ideas, cabe mencionar que transformar parámetros en términos de otros parámetros, con el fin de comparar dos métodos gráficos presenta serios inconvenientes. En efecto, para lograr las transformaciones es necesario multiplicar los parámetros por factores unitarios de variables, lo que puede conducir a que se repitan las variables en ambos productos del sistema ya transformado y pueda crearse espuriedad, o bien, amplificarse el grado de espuriedad de la correlación. Por otro lado, en el sistema original la intercorrelación de las variables se debe a un análisis de datos obtenidos experimentalmente, mientras que en el sistema transformado dicha intercorrelación depende de las características del sistema original y de un procedimiento analítico de gabinete.

## 8. CONCLUSIONES

Todo fenómeno natural está relacionado con un grupo de magnitudes que lo gobiernan. Por tanto, al intentar reproducir en laboratorio un cierto fenómeno debe considerarse dicho grupo de magnitudes o variables.

Las variables que intervienen en las configuraciones de lechos arenosos son interdependientes y, por consiguiente, ninguna debe desprejiciarse, ya que están vinculadas unas con otras. Sin embargo, bajo ciertas condiciones, unas variables dominan más que otras; más aún, en ocasiones algunas pueden comportarse como independientes o como dependientes, tal es el caso del transporte de sedimentos en términos de la temperatura del agua y el tipo de configuración (apartado 5): en unas situaciones el transporte de sedimentos es una variable que depende de la viscosidad del agua mientras que en otros casos es una variable independiente.

Por otro lado, a fin de proporcionar diagramas o ecuaciones sencillas para el pronóstico de las formas del fondo, la mayoría de los autores utiliza el teorema  $\pi$  o de Buckingham - Vaschy. Así, establecen grupos adimensionales que ayudan a describir el fenómeno que se trata. Sin embargo, el teorema  $\pi$  no es una garantía, ya que los autores no pueden obtener tales diagramas o ecuaciones sin antes eliminar del análisis algunos productos adimensionales. Esto lo justifican de distintas maneras: en ocasiones argumentan que es muy pequeña la

influencia de los productos eliminados, o que ésta queda contenida en algunos de los demás productos, o bien, suponen que permanecen constantes durante todo el proceso de desarrollo de las configuraciones. Estas hipótesis con frecuencia distorsionan demasiado la realidad. Por tanto, es muy importante indicar siempre las limitaciones de los métodos empíricos y no intentar extrapolarlos. Sería interesante investigar el intervalo de valores en que una cierta variable ejerce mayor influjo en otras, para luego distinguir las variables que no intervienen en determinada condición hidráulica.

Muchos autores se han limitado a describir la granulometría del sedimento mediante un diámetro característico, como el  $D_{50}$ , el  $D_m$ , o el  $D_{75}$ ; sin embargo, de acuerdo con Cruickshank y García Flores (ref 97), es necesario conocer el tipo de distribución granulométrica, o sea la forma como se distribuyen los tamaños de los granos, así como su desviación estándar geométrica o dispersión de tamaños.

Las características hidráulicas y geométricas de los ríos difieren notablemente de las que se crean en canales de laboratorio. Las diferencias más importantes se presentan en la tabla 8.1.

La mayor parte de los datos consignados en la tabla 6.1 pertenece a canales de laboratorio, lo que hace ver la necesidad de medir más en los ríos con lechos arenosos, para estar así en posibilidad de conocer la bondad de los criterios estudiados, al emplearlos para canales naturales.

Casi todos los diagramas empíricos presentados en este trabajo son espurios en cierto grado, ya que contienen variables que se repiten en los ejes coordenados. Desafortunadamente, la gran mayoría de los autores nunca publican completos los datos experimentales sobre los que se basan sus gráficas y, por consiguiente, no es posible determinar el grado de espuriedad de esas relaciones. Cabe mencionar que en ocasiones, aunque existan variables que se repitan en los ejes coordenados de un diagrama, puede haber buena correlación si en la relación existe alguna variable que es preponderante en el fenómeno; en tales situaciones la repetición de variables conlleva a un bajo grado de espuriedad. En otros casos se incluyen algunas variables sólo por la necesidad de representar en forma adimensional los resultados, lo que suele también originar repetición de variables y, en consecuencia, cierto grado de espuriedad. Por tanto, se juzga inadecuado transformar parámetros en términos de otros parámetros, con el fin de com-

parar dos métodos gráficos, ya que al hacerlo se está ignorando el grado de espuriedad de las correlaciones entre variables.

La fuente de los datos es muy diversa, así como la interpretación de resultados y la precisión de las mediciones. Por ello, al utilizar la información es importante buscar los datos más completos o confiables.

De acuerdo con las ideas de varios autores, presentadas en este trabajo, los parámetros que gobiernan las configuraciones pueden ser varios: en las primeras fases de transporte, constituidas por el inicio de arrastre de sedimentos y el régimen de rizos, parece ser que los parámetros que rigen son  $R_*$  y  $\tau_*$ ; en el régimen de dunas puede ser una combinación de números de Reynolds y de Froude; en antidunas, tal parece que gobierna el número de Froude,  $F$ .

Algunos de los criterios aquí expuestos involucran a la velocidad de caída de los sedimentos. La utilidad de esta variable es dudosa, pues representa la caída de partículas en un fluido en reposo, mientras que en las configuraciones de lechos arenosos las partículas caen dentro de un fluido en movimiento. En las refs 2, 7a y 7b se indican algunas incongruencias que pueden presentarse al usar esta variable. Por ello, sería interesante estudiar la velocidad de caída de partículas en una corriente de agua.

A juzgar por la cantidad y el tipo de información sobre la que se basan los criterios aquí estudiados, parece ser que los más apropiados para pronosticar el tipo de régimen o configuración del lecho son el de Garde y Ranga Raju, el de Vanoni y el de ChiEmeka. Para pronosticar la geometría de las formas del fondo, tal parece que el criterio más adecuado es el de Garde y Albertson. Sin embargo, todos ellos no cubren muchas situaciones de interés y, en ciertas condiciones, pueden conducir a pronósticos absurdos.

Los modelos matemáticos para pronosticar las configuraciones parten de un fondo ondulado, es decir, consideran que en la condición inicial el lecho ya está deformado y suponen, generalmente, que el fondo describe trayectorias de tipo senoidal; además, parten de hipótesis que simplifican demasiado los fenómenos que estudian. Por ello, ningún modelo matemático conduce a pronósticos acertados, a no ser que sea calibrado para un determinado tramo de río, lo cual implica contar permanentemente con mediciones confiables para ir modificando y mejorando un determinado modelo.

Por último, en virtud de que el transporte de sedimentos y la resistencia al

flujo están muy ligados con las formas del fondo, para crear un modelo físico o teórico apropiado es necesario conocer la ley que gobierna estos tres fenómenos. Hasta la fecha se desconoce dicha ley, y por tanto, los modelos tienen limitaciones; al paso del tiempo, seguramente esa ley se irá descubriendo con el desarrollo de nuevas teorías y mediante estudios de campo y de laboratorio. Mientras tanto, el pronóstico de las configuraciones de lechos arenosos seguirá siendo un arte.

Tabla 8.1 Características de los ríos y de los canales de laboratorio

RIOS	CANALES DE LABORATORIO
El tirante y el gasto varían en un amplio rango, mientras que la pendiente se mantiene prácticamente constante.	La velocidad del flujo y la pendiente del canal pueden variarse en un amplio rango, no así el tirante y el gasto.
Es posible que el área hidráulica de la sección se incremente por erosión de las márgenes (el ancho puede variar), dependiendo de la magnitud de la velocidad, del tirante y de la geometría de la sección del río.	El ancho de plantilla del canal es constante.
El flujo es transitorio.	El flujo es permanente.
No es posible observar las configuraciones que adopta el fondo, debido a los sedimentos en suspensión y a la turbiedad del agua; sólo es posible observar los efectos que producen en el flujo las formas del lecho.	Las formas que adopta el lecho del canal pueden observarse a través de paredes de cristal.
El efecto de las paredes de la sección es despreciable, ya que generalmente la relación de ancho a tirante es muy grande.	El efecto de las paredes es importante, ya que la relación de ancho a tirante de la sección es pequeña (generalmente $B/d < 10$ ).
En ocasiones se acumulan sedimentos en los cauces, al grado de formar a través de muchos años estratificaciones muy compactas que no permiten el desarrollo de configuraciones.	La compacidad de la capa de sedimentos se selecciona previamente y es constante a lo largo del canal.
No siempre existen estratos de arena suelta, de suficiente espesor para permitir la formación de configuraciones. Además, el espesor de los estratos puede ser muy variable a lo largo del río.	El espesor del estrato de arena se elige de antemano y es constante a lo largo del canal.
En ocasiones los estratos de arena contienen arcillas o combinaciones de distintos materiales.	Se garantiza que el material del lecho sea arena.
La granulometría del material del lecho puede variar en espacio y tiempo, debido, respectivamente, a irregularidades del cauce y al flujo transitorio.	La granulometría de las arenas se selecciona previamente, y vale para todo el estrato en que aparecerán las configuraciones.

## R E F E R E N C I A S

- 1 MAZA, J A y GARCIA FLORES, M, "Hidrodinámica (bases para hidráulica fluvial)", *Serie del Instituto de Ingeniería, UNAM, N° D-20, México (may 1984)*
- 2 GARCIA FLORES, M. *Fricción en cauces arenosos, estado del arte*, Tesis de Maestría en Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México (1982)
- 3 SIMONS, D B y RICHARDSON, E V, "Resistance to flow in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, N° 2485, Vol 86, HY5, EUA (may 1960), 73-99*
- a - EINSTEIN, H A, Vol 87, HY1 (ene 61), 219-221
  - b - BLENCH, T, Vol 87, HY1 (ene 61), 221-228
  - c - LAURSEN, E M y ZERNIAL, G A, Vol 87, HY1 (ene 61), 228-234
  - d - HALLMARK, D E, Vol 87, HY1 (ene 61) 234-236
  - e - MADDOCK, JR T y LANGBEIN, W B, Vol 87, HY1 (ene 61), 237-246
  - f - TAYLOR, R H y BROOKS, N H, Vol 87, HY1 (ene 61), 246-256
  - g - BRUSH, L M, Vol 87, HY1 (ene 61), 256-258
  - h - SIMONS, D B y RICHARDSON, E B, Vol 88, HY
- 4 SIMONS, D B y RICHARDSON, E V, "Forms of bed roughness in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, N° 2816, Vol 87, HY3, EUA (may 1961), 87-105*
- a - NORDIN, C F y CULBERTSON, J K, Vol 87, HY6 (nov 61), 233-238
  - b - JOPLING, A V, Vol 87, HY6 (nov 61), 238-241
  - c - VANONI V y KENNEDY, J F, Vol 87, HY6 (nov 61) 241-247
  - d - SIMONS, D B y RICHARDSON, E V, Vol 88, HY4 (abr 62) (CLAUSURA)
- 5 LANGBEIN, W B, "Hydraulic criteria for sand waves", *Transactions American Geophysical Union, Vol 23, EUA (1942), 615-618*
- 6 RAUDKIVI, A J, *Loose boundary hydraulics*, Pergamon Press, 2a ed, Inglaterra (1976), caps 3, 5 y 6
- 7 LIU H K, "Mechanics of sediment ripple formation", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, N° 1197, Vol 83, HY2, EUA (abr 1957), 1-23*
- a - VANONI, V y BROOKS, N H, 1558, Vol 84, HY1 (feb 58), 17-22
  - b - TINNEY, E R, 1558, Vol 84, HY1 (feb 58), 22-23
  - c - ALBERTSON, M L, SIMONS, D B y RICHARDSON, E B, 1558, Vol 84, HY1 (feb 58), 23-32
  - d - BOGARDI, J L, 1832, Vol 84, HY5 (oct 58), 3-4
  - e - LIU, H K, 1832, Vol 84, HY5 (oct 58), 5-32 (CLAUSURA)
  - f - BOGARDI, J L, 1880, Vol 85, HY1 (ene 59), 3 (ERRATAS)
- 8 GRAF, W, "Hydraulics of Sediment Transport", *Mc Graw Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering*, Nueva York, EUA (1971) cap 11



- 9 GARDE, R J y RANGA RAJU, K G, "Regime criteria for alluvial streams", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 3705, Vol 89, HY6, EUA (nov 1963), 153-164
- a - BISWAS, A K, Vol 90, HY4 (jul 64), 331-332
  - b - RICE, L, Vol 90, HY4 (jul 64), 332-336
  - c - GARDE, R J y RANGA RAJU, K G, Vol 91, HY1 (ene 65) 153-159 (CLAUSURA)
- 10 GARDE, R J y RANGA RAJU, K G, *Mechanics of sediment transportation and alluvial streams problems*, Ed Wiley Eastern Limited, University of Roorkee, Nueva Delhi, India (1977), cap 4
- 11 WILLIAMS, P B y KEMP, P H, "Initiation of ripples on flat sediment beds", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 8042, Vol 97, HY4, EUA (abr 1971), 505-522
- a - TAYLOR, B D, Vol 97, HY11 (nov 71), 1924-1930
  - b - WILLIAMS, P B y KEMP, P H, Vol 98, HY6 (jun 72), 1078-1079 (CLAUSURA)
- 12 BREMAUNTZ, C A, *Correlación espuria en la ingeniería experimental*, Tesis de Maestría en Ingeniería, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM, México (1974)
- 13 BOGARDI, J, *Sediment transport in alluvial streams*, Akademiai Kiado, Budapest, Hungría (1974), cap 1
- 14 VANONI, V A, "Fifty years of sedimentation", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, N° 19054, Vol 110, HY8, EUA (ago 1984), 1022-1057
- 15 GARDE, R J y ALBERTSON, M L, "Sand waves and regimes of flow in alluvial channels", *Proc IAHR*, Vol 4, Montreal, Canadá (1959), 28-SII, 1-7
- 16 YALIN, M S, "Geometrical properties of sand waves", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 4055, Vol 90, HY5, EUA (sep 1964), 105-119
- a - BARR, D I, Vol 91, HY3 (may 65), 343-347
  - b - JOPLING, A V, Vol 91, HY3 (may 65), 348-360
  - c - SENTURK, F, Vol 91, HY3 (may 65), 360-364
  - d - WHITE, C M y McMAHON, B, Vol 91, HY3 (may 65), 364-367
  - e - NORDIN JR C F y ALBERT, J H, Vol 91, HY3 (may 65), 367-374
  - f - YALIN, M S, Vol 91, HY5 (sep 65), 184-190 (CLAUSURA)
- 17 SIMONS, D B, RICHARDSON, E V y HAUSHILD, W L, "Depth discharge relations in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol 88, HY5, EUA (sep 1962)
- 18 BROWNLIE, W R, "Flow depth in sand bed channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, N° 18095, Vol 109, HY7, EUA (jul 1983), 959-990
- 19 SHEN, H W, *River mechanics*, Shen Editor, Ft Collins, Colorado, EUA (1971), caps 6, 7, 9, 10, 20, 21 y 32

- 20 SIMONS, D B, STEVENS, M A y DUKE, J H, "Predicting stages on sand-bed rivers", *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division*, ASCE, N° 9731, Vol 99, WW2, EUA (may 1973), 231-243
- 21 DAVIES, T R H, "Lower flow regime bedforms: Rational Classification", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 16925, Vol 108, HY3, EUA (mar 1982), 343-360
- 22 SOUTHARD, J B, "Representation of bed configurations in depth-velocity-size diagrams", *Journal of Sedimentary Petrology*, Vol 41, N° 4, EUA (dic 1971), 903-915
- 23 BROOKS, N H, "Mechanics of streams with movable beds of fine sand", *Transactions*, ASCE, Vol 123, EUA (1958), 526-549
- 24 CRUICKSHANK, C, "Bed features with uniform flow over a bed of loose sand", *Department of Scientific and Industrial Research (DSIR), Hydraulics Research Station, Report N° int 36*, Wallingford, Berkshire, Inglaterra (1964)
- 25 ZNAMENSKAYA, N S, "Calculations of dimensions and speed of shifting of channel formations", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 2, EUA (1962), 111-116
- 26 ZNAMENSKAYA, N S, "Experimental study of the dune movement of sediment", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 3, EUA (1963), 253-275
- 27 ZNAMENSKAYA, N S, "Changes in forms of river bed sand dunes with the passage of a flood", *Soviet hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 5, EUA (1963), 524-529
- 28 ZNAMENSKAYA, N S, "The use of the laws of sediment dune movement in computing channel deformations", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 5, EUA (1965), 415-432
- 29 ZNAMENSKAYA, N S, "Morphological principle of modelling of river bed process", *Procs XIII Congress of the International Association of Hydraulic Research*, Vol 5-1 (Seminars), Kyoto, Japon (1969)
- 30 STEIN, R A, "Laboratory studies of total load and apparent bed load", *Journal of Geophysical Research*, Vol 70, N° 8, EUA (abr 1965), 1831-1842
- 31 ENGELUND, F, "Hydraulic resistance of alluvial streams", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 4739, Vol 92, HY2, EUA (mar 1966), 315-326
- a - BARR, D I, Vol 92, HY6 (nov 66), 257-260
- b - MADDOCK JR T, Vol 92, HY6 (nov 66), 260-262
- c - BLENCH, T, Vol 93, HY1 (ene 67), 108-111
- d - KENNEDY, J F y ALAM, A M, Vol 93, HY1 (ene 67), 111-117
- e - ENGELUND, F, Vol 93, HY4 (jul 67), 287-296 (CLAUSURA)

- 32 HILL, H M, "Bed forms due to a fluid stream", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 4724, Vol. 92, HY2, EUA (mar 1966), 127-142
- a - BARR, D I, Vol 92, HY6 (nov 66), 226-227
  - b - HILL, H M, Vol 93, HY4 (jul 67), p 278 (CLAUSURA)
- 33 HILL, H M, SRINIVASAN, V S y UNNY JR, T E, "Instability of flat bed in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 6770, Vol 95, HY5, EUA (sep 1969), 1545-1558
- a - MADDOCK JR, T, Vol 96, HY4 (abr 70), 1080-1081
  - b - ALAM, A M Z, Vol 96, HY4 (abr 70), 1081-1085
  - c - NEILL, C R, Vol 96, HY4 (abr 70), 1085-1086
  - d - AKRAM, M y NATARAJAN, P, Vol 96, HY4 (abr 70), 1086-1088
  - e - GESSLER, J, Vol 96, HY4 (abr 70), 1088-1090
  - f - VOLLMERS, H y GIESE, E, Vol 96, HY6 (jun 70) 1357-1362
  - g - RANGA RAJU, K G y GARDE, R J, Vol 96, HY7 (jul 70), 1617-1620
  - h - HILL, H M, SRINIVASAN, V S y UNNY JR, T E, Vol 97, HY3 (mar 71), 443-446 (CLAUSURA)
- 34 GRASS, A J, "Initial instability of fine bed sand", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7139, Vol 96, HY3, EUA (mar 1970), 619-632
- a - GOURLAY, M R, Vol 96, HY12 (dic 70), 2645-2648
  - b - VOLLMERS, H y GIESE, E, Vol 96, HY12 (dic 70), 2649-2654
  - c - GRASS, A J, Vol 97, HY10 (oct 71), 1751-1754 (CLAUSURA)
- 35 BLENCH, T, "Coordination in mobile-bed hydraulics", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 6884, Vol 95, HY9, EUA (nov 1969)
- a - COOPER, R H y PETERSON, A W, Vol 96, HY9 (sep 70), 1880-1886
  - b - LACEY, G, Vol 96, HY9 (sep 70), 1886-1888
  - c - BLENCH, T, Vol 97, HY2 (feb 71), 341-347 (CLAUSURA)
- 36 VANONI, V A, "Factors determining bed forms on alluvial streams", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 10396, Vol 100, HY3, EUA (mar 1974), 363-377
- a - YEN, B C, Vol 101, HY1 (ene 75), 199-201
  - b - THOMAS, A R, Vol 101, HY3 (mar 75), 553-554
  - c - BLENCH, T, Vol 101, HY4, (abr 75), 412-415
  - d - VANONI, V A, Vol 101, HY11 (nov 75), 1435-1440 (CLAUSURA)
- 37 COOPER R H, PETERSON A W y BLENCH, T, "Critical review of sediment transport experiments", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 8873, Vol 98, HY5, EUA (may 1972), 827-843
- 38 WILLIS, J C, COLEMAN, N L y ELLIS, W M, "Laboratory study of transport of fine sand", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 8765, Vol 98, HY3, EUA (mar 1972), 489-501
- a - KALINSKE, A A, Vol 98, HY11 (nov 1972), 2049-2050
  - b - GOPALAKRISHNAN, K y KENNEDY, J F, Vol 99, HY2 (feb 1973), 378-380
- 39 PRATT, C J y SMITH, K V H, "Ripple and dune phases in a narrowly graded sand", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 8912, Vol 98, HYS, EUA (may 1972), 859-874

- 40 PRATT, C J, "Bagnold approach and bed-form development", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 9649, Vol 99, HY1, EUA (ene 1973), 121-137
- 41 CRUICKSHANK, C y MAZA, J A, "Flow resistance in sand bed channels", *International Symposium on River Mechanics, IAHR, Bangkok, Tailandia (1973)*
- 42 CHIEMEKA, G I, "Resistance to flow in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 11352, Vol 101, HY6, EUA (jun 1975), 665-679
- 43 EINSTEIN, H A y BARBAROSSA, N, "River channel roughness", *Transactions, ASCE*, N° 2528, Vol 117, EUA (1952), 1121-1146
- 44 VANONI, V A y BROOKS, N H, "Laboratory studies of the roughness and suspended load of alluvial streams", *California Institute of Technology, Pasadena, Calif. EUA (dic 1957)*
- 45 CHIEMEKA, G I, "Sediment movement and friction in alluvial streams", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Technical notes, Vol 101, HY12, EUA (dic 1975), 1558-1566*
- 46 VAN RIJN, L C, "Sediment transport, part III: Bed Forms and alluvial channels", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 110, HY12, EUA (dic 1984), 1733-1754*
- 47 KORCHOKHA, Y M, "Investigation of the dune movement of sediment on the Polomet River", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union, parte 6, EUA (1968), 541-559*
- 48 YALIN, M S, "On the determination of ripple length", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Technical notes, Vol 103, HY4, EUA (abr 1977), 438-442*  
a - DAVIES, T R H, Vol 104, HY1 (ene 78), 139-140  
b - YALIN, M S, Vol 104, HY9 (sep 78), 1358 (CLAUSURA)
- 49 BENSON, M A, "Spurious correlation in hydraulics and hydrology", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, N° 4393, Vol 91, HY4, EUA (jul 1965), 35-42*
- 50 AKRAM GILL, M, "Height of sand dunes in open channel flows", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, N° 8612, Vol 104, HY12, EUA (dic 1971), 2067-2074*
- 51 KORCHOKHA, Y M, "Investigation of the geometric parameters of sand ridges and estimation of bedload discharge", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union, parte 4, EUA (1970), 339-348*

- 52 YALIN, M S y KARAHAN, E, "Steepness of sedimentary dunes", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 14502, Vol 105, HY4, EUA (abr 1979), 381-392
- a - JAEGGI, M N R, Vol 106, HY1 (ene 80), 230-233
  - b - AKRAM, M, Vol 106, HY1, (ene 80), 233-234
  - c - FREDSE, J H, Vol 106, HY4 (abr 80), 623
  - d - YALIN, M S y KARAHAN, E, Vol 106, HY10 (oct 80), 1693-1695
- 53 UENO, T y UTAMI, T, "Experimental study on the development of ripples and dunes", *Transactions, Japanese Society of Civil Engineers*, Vol 14, Kyoto, Japan (1982), 157-159
- 54 HENDERSON, F M, *Open channel flow*, Ed Macmillan, EUA (1966)
- 55 KENNEDY, J F, "The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 16, N° 4, EUA (1963), 521-545
- 56 MILNE - THOMSON, L M, *Theoretical Hydrodynamics*, Mac Millan, Nueva York, EUA (1960)
- 57 YALIN, M S, "Determination of Kennedy's parameter  $j$  for dunes", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Technical notes, Vol 99, HY8, EUA (ago 1973), 1286-1290
- 58 YALIN, M S, *Mechanics of sediment transport*, Pergamon Press, Inc, Londres, Inglaterra (1972)
- 59 GRANVILLE, W A y SMITH, P F, *Cálculo diferencial e integral*, Ed UTEHA, México (1974), cap 19
- 60 REYNOLDS, A J, "Waves on the erodible bed of an open channel", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 22, N° 1, EUA (1965), 113-133
- 61 HAYASHI, T, "Formations of dunes and antidunes in open channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7056, Vol 96, HY2, EUA (feb 1970), 357-366
- a - FÜHRBÖTER, A, Vol 96, HY11 (nov 70), 2385-2388
  - b - HAYASHI, T, Vol 97, HY8 (jul 71), 1135-1136 (CLAUSURA)
- 62 MERCER, A G, "Analytically determined bed-form shape", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol 97, N° EM1, EUA (1971), 175-180
- 63 MERCER, A G y HAQUE, M I, "Ripple profiles modeled mathematically", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 9618, Vol 99, HY3, EUA (mar 1973), 441-459
- a - LARRAS, J, Vol 99, HY10 (oct 73), 1895
  - b - MERCER, A G y HAQUE, M I, Vol 100, HY5 (may 74), 696 (CLAUSURA)

- 64 FREDSPØE, J, "On the development of dunes in erodible channels", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 64, N° 1, EUA (1974), 1-16
- 65 PARKER, G, "Sediment inertia as cause of river antidunes", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 11127, Vol 101, HY2, EUA (feb 1975), 211-221
- 66 NAKAGAWA, H y TSUJIMOTO, T, "Sand bed instability due to bed load motion", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 15936, Vol 106, HY12, EUA (dic 1980), 2029-2051
- a - SUTHERLAND, A J, PHILLIPS, B C y BELL, R J, Vol 107, HY11 (nov 81), 1571-1573
- b - NAKAGAWA, H y TSUJIMOTO, T, Vol 108, HY11 (nov 82), 1402-1405 (CLAUSURA)
- 67 HOLTORFF, G, "Resistance to flow in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 17316, Vol 108, HY9, EUA (sep 1982), 1010-1028
- 68 SONG, C C, "Modified kinematic model: application to bed forms", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Proc N° 18174*, Vol 109, N° 8, EUA (AGO 1983), 1133-1151
- 69 NORDIN, JR C F y ALGERT, J H, "Spectral analysis of sand waves", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 4910, Vol 92, HY5, EUA (sep 66), 95-114
- a - SEETHARAMIAH, K y RAMAMURTHY, A S, Vol 93, HY3 (may 67), 228-229
- b - PLATE, E J, Vol 93, HY4 (jul 67), 310-316
- c - NORDIN, JR C F y ALGERT, J H, Vol 94, HY5 (sep 68), 1336-1338 (CLAUSURA)
- 70 O'LOUGHLIN, E M y SQUARER, D, "Areal variation of bed form characteristics in meandering streams", *Procs XII Congress of the International Association of Hydraulic Research*, Vol 2, FT COLLINS, COLORADO, EUA (1967)
- 71 SQUARER, D, "Friction factors and bed forms in fluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7245, Vol 96, HY4, EUA (abr 1970), 995-1017
- 72 GRIGG, N S, "Motion of single particles in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7770, Vol 96, HY2, EUA (dic 1970), 2501-2518
- 73 LEE, B K y JOBSON, H E, "Stochastic analysis of dune bed profiles", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 10657, Vol 100, HY7, EUA (jul 1974), 849-867
- a - LEAN, G H y CRICKMORE, M J, Vol 101, HY4 (abr 75), 429-430
- b - LEE, B K y JOBSON, H E, Vol 101, HY11 (nov 75), 1445-1447 (CLAUSURA)
- 74 HUNG, C S y SHEN, H W, "Statistical analysis of sediment motions on dunes", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 14438, Vol 105, HY3, EUA (mar 1979), 213-227

- 75 ENGELUND, F, "Instability of erodible beds", *Journal of Fluid Mechanics*, vol 42, N° 2, EUA (1970), 225-244
- 76 FREDSE, J, "Shape and dimensions of stationary dunes in rivers", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 17267, Vol 108, HY8, EUA (ago 1982), 932-947
- 77 HAQUE, M I y MAHMOOD, K, "Analytical determination of form friction factor", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Proc N° 17888, Vol 109, N° 4, EUA (abr 1983), 590-610
- 78 HAQUE, M I y MAHMOOD, K, "Geometry of ripples and dunes", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Proc N° 19410, Vol 111, N° 1, EUA (ene 1985), 48-63
- 79 RAUDKIVI, A J, "Study of sediment ripple formation", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 3692, Vol 89, HY6, EUA (nov 1963), 15-33
- a - O'LOUGHLIN, E M, Vol 90, HY4 (jul 64), 279-280
  - b - RANGA RAJU, K G y GARDE, R J, Vol 90, HY4 (jul 64), 280-284
  - c - SENTÜRK, F, Vol 90, HY4 (jul 64), 284-289
  - d - MERCER, A G, Vol 90, HY4 (jul 64), 289-292
  - e - SHEMDIN, O H y DRINKER, P A, Vol 90, HY4 (jul 64), 293-295
  - f - RAUDKIVI, A J, Vol 91, HY1 (ene 65), 143-146 (CLAUSURA)
- 80 RAUDKIVI, A J, "Bed forms in alluvial channels", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 26, N° 3, EUA (1966), 507-514
- 81 VANONI, V y HWANG, L, "Relation between bed forms and friction in streams", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 5242, Vol 93, HY3, EUA (may 1967), 121-144
- a - SQUARER, D, Vol 94, HY1 (ene 68), 327-330
  - b - HERBERTSON, J G, Vol 94, HY1 (ene 68), 330-331
  - c - RANGA RAJU, K G y GARDE, R J, Vol 94, HY2 (mar 68), 580-586
  - d - VANONI, V y HWANG, L, Vol 94, HY6 (nov 68), 1524-1527 (CLAUSURA)
- 82 ENGEL, F, "Length of flow separation over dunes", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 16549, Vol 107, HY10, EUA (oct 1981), 1133-1143
- a - DAVIES, T R H, Vol 108, HY7 (jul 82), 884-885
  - b - PULS, W, Vol 109, HY1 (ene 83), 139-140
  - c - ENGEL, P, Vol 109, HY1 (ene 83), 140-141 (CLAUSURA)
- 83 KARAHAN, E y PETERSON, A W, "Visualization of separation over sand waves", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 15652, Vol 106, HY8, EUA (ago 1980), 1345-1352
- a - ENGEL, P y LAU, Y L, Vol 107, HY3 (mar 81), 386-388
- 84 KHANNA, S D, "Experimental investigation of form of bed roughness", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 7623, Vol 96, HY10, EUA (oct 1970), 2029-2040
- a - PRASUHN, A L, Vol 97, HY7 (jul 71), 1146-1148

- 85 CARSTENS, M R y ALTINBILEK, H D, "Bed-material transport and bed forms", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 8890, Vol 98, HY5, EUA (may 1972), 787-794
- 86 VANONI, V A, "Transportation of suspended sediment", *Transactions, ASCE*, N° 2267, Vol 111, EUA (1946), 67-102
- 87 VANONI, V A y NOMICOS, G N, "Resistance properties of sediment laden streams", *Transactions, ASCE*, Vol 125, EUA (1960), 1140-1175
- 88 MELVILLE, B W, "Live-bed scour at bridge piers", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, N° 19136, Vol 110, HY9, EUA (sep 1984), 1234-1247
- 89 SHEN H W, MELLEMA W J y HARRISON A S, "Temperature and Missouri River stages near Omaha", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 13460, - Vol 104, HY1, EUA (ene 1978), 1-20
- 90 CAREY, W C y KELLER, M D, "Sistematic changes in the beds of alluvial rivers", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 1331, Vol 83, HY4, EUA (ago 1957), 1-24
- a - VANONI V, 1616, Vol 84, HY2 (abr 58), 9-11
  - b - LIU, H K, 1616, Vol 84, HY2 (abr 58), 11-15
  - c - CAREY, W C y KELLER, M D, 1832, Vol 84, HY5 (oct 58), 49-50 (CLAUSURA)
- 91 ZNAMENSKAYA, N S, "Experimentation on erodible models", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 5, EUA (1966), 477-486
- 92 SNISHCHENKO, B F, "Movement of sand dunes in natural streams", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 5, EUA (1966), 486-493
- 93 ZNAMENSKAYA, N S, "Effect of average channel formations on the local scourings at bridge piers", *Soviet Hydrology, Selected Papers, American Geophysical Union*, parte 3, EUA (1962), 325-338
- 94 COMMITTEE ON SEDIMENTATION. "Nomenclature for bed forms in alluvial channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 4823, Vol 92, HY3, EUA (may 1966), 51-64
- a - CHITALE, S V, Vol 93, HY1 (ene 67), 127-130
  - b - GALAY, V J y NEILL, C R, Vol 93, HY1 (ene 67), 130-133
  - c - CAREY, W C, Vol 93, HY2 (mar 67), 72-74
  - d - CULBERTSON, J K, Vol 93, HY2 (mar 67), 74-77
  - e - COMMITTEE ON SEDIMENTATION, Vol 94, HY5 (sep 68), 1333-1335 (CLAUSURA)
- 95 GEE, D M, "Bed form response to nonsteady flows", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 11195, Vol 101, HY3, EUA (mar 1975), 437-449
- 96 GARCIA FLORES, M, MARTINEZ, A y MAGAÑA, J A, "Resistencia al flujo y transporte de sedimentos. Estudio Experimental. Búsqueda de la solución al problema de inundaciones de la ciudad de La Paz, B.C.S.", *Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México* (1989)
- 97 CRUICKSHANK, V C y GARCIA FLORES, M, "Determinación del inicio de arrastre para material suelto con granulometría extendida", *IV Congreso Nacional de Hidráulica*, Vol 3, Acapulco, Gro., México (oct 1976), 180-190



## B I B L I O G R A F I A

- ACAROGLU, E R, "Friction factors in solid material laden systems", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 8854, Vol 98, HY4, EUA (abr 1972), 681-699
- ASHIDA, K y TANAKA, Y, "A statistical study of sand waves", *Proc XII Congress of the International Association of Hydraulic Research*, Vol 2, FT COLLINS COLORADO, EUA (1967)
- BLENCH, T, PETERSON A W y COOPER, R H, "Comprehensive graphs of regime data", *International Symposium on River Mechanics, IAHR, Bangkok, Tailandia* (1973)
- COMMITTE ON SEDIMENTATION, "Sediment transportation mechanics: F hydraulic relations for alluvial streams", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7786, Vol 97, HY1, EUA (ene 1971), 101-141
- CRICKMORE, M J, "Effect of flume width on bed-form characteristics", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7077, Vol 96, HY2, EUA (feb 1970), 473-496
- a - HWANG, L S y DIVOKY, D, Vol 97, HY2 (feb 71), 353-358  
b - CRICKMORE, M J, Vol 97, HY2 (feb 71), 358-359 (CLAUSURA)
- CHANG, F F M, "Ripple concentration and friction factor", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 7076, Vol 96, HY2, EUA (feb 1970), 417-430
- a - WANG, C T, Vol 96, HY7 (jul 70), 1658-1659
- CHANG, H Y, SIMONS D B y WOOLHISER, "Flume experiments on alternate bar formation", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol 97, HY2, EUA (feb 1971)
- DAVIES, T R H, "Bedform spacing and flow resistance", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 15258, Vol 106, HY3, EUA (mar 1980), 423-433
- GARDE, R J y RANGA RAJU, K G, "Resistance relationships for alluvial channel flow", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, N° 4869, Vol 92, HY4, EUA (jul 1966), 77-100
- a - BLENCH, T, Vol 93, HY1 (ene 67), 134-139  
b - ZAHIRUL, A M, Vol 93, HY2 (mar 67), 91-96  
c - CHEN, C, Vol 93, HY2 (mar 67), 96-103  
d - HERBERTSON, G y BARR, D I, Vol 93, HY2 (mar 67), 103-106  
e - CHITALE, S V, Vol 93, HY2 (mar 67), 106-108  
f - BISWAS, A N, Vol 93, HY3 (may 67), 203-205  
g - SINGH, B, Vol 93, HY3 (may 67), 206-207  
h - BAYAZIT, M, Vol 93, HY3 (may 67), 207-209  
i - GARDE, R J y RANGA RAJU, K G, Vol 94, HY2 (mar 68), 545-551 (CLAUSURA)
- GRADOWCZYK, M H, "Wave propagation and boundary instability in erodible channels", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 33, N° 1, EUA (1968), 93-112

- GUY, H P, SIMONS, D B y RICHARDSON, E V, "Summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956-1961", Professional Paper 462-I, United States Geological Survey, Washington, D C, EUA (1966)
- JOHNSON, J W, "The importance of side-wall friction in bed load investigations", *Civil Engineering*, ASCE, Vol 12, N° 6, EUA (jun 1942), 329-331
- KARAKI S S, GRAY E E y COLLINS J, "Dual channel stream monitor", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 19906, Vol 111, HYB, EUA (ago 1985)
- MARTINEC, J. "The effect of sand ripples on the increase of river bed roughness", *Procs XII Congress of the International Association of Hydraulic Research*, FT COLLINS COLORADO, EUA (1967), 172-180
- MATAIX, C, *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*, Ed Harla, México (1976), cap 7
- MEHROTRA, S C, "Antidune movement", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Technical notes, Vol 109, HY2, EUA (feb 1983), 302-304
- RAICHLIN, F y KENNEDY J F, "The growth of sediment bedforms from an initially flattened bed", *Procs XI Congress of the International Association of Hydraulic Research*, Vol 3, N° 3.7, LENINGRADO, URSS (1965)
- RANGA RAJU, K G, "Resistance relation for alluvial streams", *La Houille Blanche*, N° 1, 1970
- RANGA RAJU, K G y SONI J P, "Geometry of ripples and dunes in alluvial channels", *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol 14, N° 3, EUA (1976), 241-249
- SAWAI K, "Transformation of sand waves due to the time change of flow conditions", *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, Vol 5, N° 2, EUA (feb 1988), 1-14
- SENTÜRK, H A, "Resistance to flow in sand bed channels", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 13641, Vol 104, HY3, EUA (mar 1978), 421-436  
a - MEHROTRA, S C, Vol 104, HY11 (nov 78), 1563
- SMITH, K V H, "Alluvial channel resistance related to bed form", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, N° 5720, Vol 94, HY1, EUA (ene 1968), 59-69  
a - HERBERTSON, J G, Vol 95, HY1 (ene 69), 473-475  
b - SENTÜRK, F, Vol 95, HY1 (ene 69), 475-477  
c - SMITH, K V H, Vol 95, HY5 (sep 69), 1718-1719 (CLAUSURA)
- SOTELO, G, *Hidráulica General*, Ed Limusa, México (1976), Cap 11