881201 9/25

# UNIVERSIDAD ANAHUAC


ESCUELA DE ACTUARIA

Con Estudios Incorporados a la Universidad Nacional Autónoma de México


VINCE IN BONO MALUM

# EL PROBLEMA DE REQUERIMIENTO DE AUTORIZACION PARA TRANSACCIONES CON TARJETA DE CREDITO



T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

Actuario

P R E S E N T A


VICTOR JAVIER RODRIGUEZ MUÑOZ


MEXICO, D. F. 1989

INDICE Página

INTRODUCCION 1

CAPITULO I "Teoria de Toma de Decisiones" 6

1.1 Probabilidad Subjetiva 8

1.2 Utilidad 11

1.2.1 Definición de la Función de Utilidad 14

1.2.2 Función de Pérdida 17

CAPITULO II "Presentación de un Modelo para la Toma de Decisiones" 24

CAPITULO III "El Problema de Requerimiento de Autorización para una Tarjeta de Crédito" 27

3.1 Entorno de un Sistema de Autorización para una Tarjeta Crédito 27

3.1.1 Familiarización con el Sistema y los Límites de Piso 27

3.1.2 Costos Involucrados en un Sistema de Autorización 29

3.1.3 Presentación de la Problemática 30

3.1.3.1 Descripción del Problema 30

3.1.3.2 Hipotesis de Trabajo 30

3.1.3.3 Variables que intervienen en el Problema 30

3.1.3.4 Análisis de la Facturación de una Tarjeta de Crédito 33

CAPITULO IV "Solución al Problema Particular" 38

CAPITULO V Conclusiones 41

BIBLIOGRAFIA 43

# El Problema de Requerimiento de Autorización para Transacciones con Tarjeta de Crédito

## INTRODUCCION

En economias como la de nuestro pais, existen sistemas financieros desarrollados para la compra de bienes en forma comoda, estipulándose un plazo determinado para saldar el adeudo, ya sea mediante pagos parciales proporcionales al total del monto adeudado en fechas previamente determinadas o mediante un unico pago a una fecha acordada, a los cuales se les añadira un cargo extra (costo del financiamiento), denominado "Interés". El nombre común para este mecanismo de compra es Sistema de Crédito o Credito sencillamente.

El Crédito tiene variantes dentro de una gama similar a las necesidades que lo crearon, existiendo Creditos: Personales, Bancarios, Hipotecarios, etc.. Los cuales causaran el pago de intereses por parte del solicitante.

Los Bancarios son diversos, y dentro de ellos la **"Tarjeta de Crédito"** servirá como base para el presente trabajo, siendo este instrumento el que permite disponer de crédito en el corto plazo, para transacciones comerciales de monto mediano y pequeño sin la necesidad de un pago inmediato y en efectivo.

Uno de los problemas con que se encuentran las empresas emisoras de Tarjeta de Crédito es saber hasta que cantidad puede un comercio recibir el pago con la tarjeta, sin precisar una autorización especial por parte del emisor de la misma.

La institucion que respalda a este instrumento será la encargada de dictar las reglas con respecto a su manejo, siempre con la aprobación de la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros, pretendiendo hacer mas atractiva su Tarjeta para el público usuario, bajo la reglamentación de esta Comisión, procurando conjuntar los siguientes factores: Comodidad, Riesgo, Imagen, etc.; lo cual genera el problema antes mencionado.

Buscando realizar un trabajo que sea una herramienta útil, más que un simple reporte informativo de la resolución del problema, se presentará la perspectiva de la forma en que fue atacado.

Entrando un poco en la historia de la Tarjeta de Crédito en México, situamos su nacimiento a mediados de los años 60's, teniendo buena aceptación inicial, logrando su total integración a la economía Mexicana en los años 70's, con la existencia de 3 netamente Mexicanas (Bancomático hoy Bancomer, Banamex y Carnet), así como filiales de tarjetas extranjeras.

Hoy día, aparte de tarjetas bancarias de Crédito, existen muchos establecimientos comerciales que han emitido su propio instrumento, lo que ha llevado a un uso diario de este sistema de pago en la vida de la economía Mexicana. Conociendo la situación inflacionaria imperante, donde el dinero pierde su poder adquisitivo rapidamente, la gente recurre al crédito, siendo el de mayor preferencia la tarjeta, que permite efectuar compras sin tener que pagar en efectivo, en ese momento, contando con un lapso aproximado de 30 días (promedio) para saldar este consumo.

La estructura de este trabajo comienza en el capitulo I donde se da una introduccion a las teorias y herramientas estadísticas que se estudiaron para desarrollar esta postura en forma general. Los capitulos II y III dan a conocer un modelo de uso general desde su planteamiento y creación, así como una solución general.

A su vez se mencionara como se obtuvieron los datos a usar en el modelo. En el capitulo IV se da una solucion, dentro de las existentes, al problema de Requerimiento de Autorizacion. Terminando este trabajo con el capitulo de Conclusiones acerca del resultado obtenido.

Es pertinente hacer mención que las funciones empleadas seran funciones de distribución de probabilidad pertenecientes a la familia Gama cuyo manejo sera comun a lo largo de este trabajo y una definición de las mismas ayudara al lector:

**Definicion:** Sea X una variable aleatoria continua que toma sólo valores no negativos. Decimos que X tiene una distribución de probabilidades Gama si su función de densidad de probabilidad esta dada por:

$$f(x) = \frac{a}{\Gamma(r)} (ax)^{r-1} e^{-ax} \quad x,r,a > 0$$

$$= 0 \text{ , para cualquier otro valor.}$$

Se presentan algunas funciones de densidad Gama con diferentes valores para a y r en la gráfica 1.

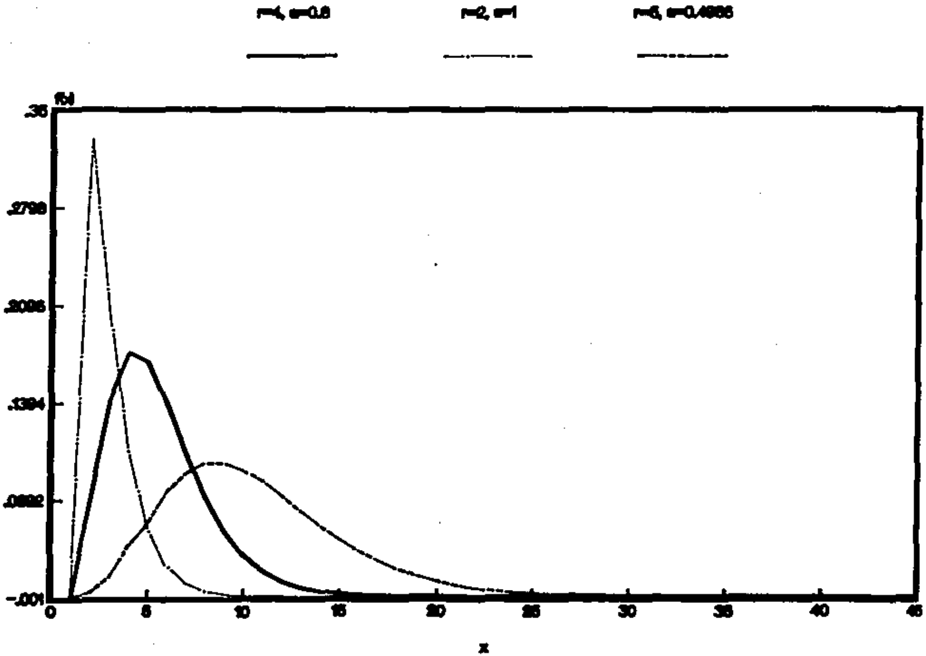
**Definicion:** Sea X una variable aleatoria continua que sólo toma valores no negativos. Decimos que X tiene una distribución Ji-cuadrada con "n" grados de libertad si tiene una distribucion Gama con parametros $a=\frac{1}{2}$ y $r=n/2$ donde "n" es un entero positivo, y se denotara por:

$$f(x) = \frac{1}{2^{n/2}\,\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} \quad x > 0$$

Algunas funciones de densidad de Ji-cuadrada con diferentes grados de libertad se ilustran en la grafica 2.

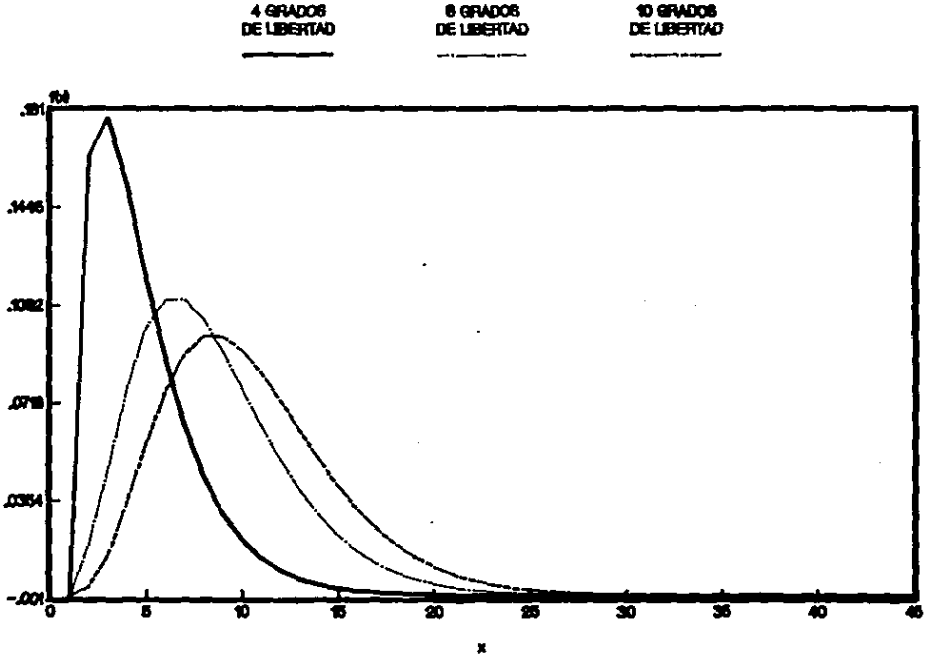
FUNCIONES DE DENSIDAD

DE UNA DISTRIBUCION GAMA CON DISTINTOS VALORES PARA "a" Y "r"



FUNCIONES DE DENSIDAD

DE UNA DISTRIBUCION JI-CUADRADA CON VARIOS G. DE LIBERTAD



# CAPITULO I

## *TEORIA DE TOMA DE DECISIONES*

En la vida diaria cuando se presenta la necesidad de tomar una decision, se busca la forma de recabar y analizar la mayor cantidad de información posible, concerniente a la situación sobre la cual se tiene que optar, para así tratar de buscar el resultado que sea más favorable a los gustos e intereses de la persona que toma la decisión. Los métodos a utilizar para conocer más acerca de los posibles resultados a obtener, cuando se vaya a tomar una decisión, pueden ser muy variados, partiendo desde la experiencia personal hasta el empleo de metodos y técnicas estadísticas, sin descontar la combinación de los mismos.

El caso de la experiencia personal no será objeto de estudio en el presente trabajo, ya que cada persona tiene sus preferencias y conocimientos, en los cuales basará las decisiones que tome. Ahora bien, el uso de un método estadístico para tomar decisiones, será expuesto. Se sabe que al trabajar en la vida real, no es siempre posible asociar algunos eventos de origen muy complicado con modelos estadísticos o matemáticos, debido a que el mundo no se comporta como marca la teoría, por tanto la búsqueda de un modelo que asocie las observaciones con los resultados del mismo, resulta laborioso y dificulta el estudio. Como una solucion a lo anteriormente expuesto se plantea la alternativa de asociar o hacer analogías entre los eventos reales y situaciones de fácil manejo que ya han sido estudiadas ampliamente, buscando la relacion entre unos y otros; tomando como marco de referencia la experiencia de la persona que trabaja en el problema. Las analogías ayudaran a entender el problema y su medio ambiente, pero no a resolver totalmente el mismo, ya que suelen no ser perfectas y sus características no garantizan ser idénticas a las del evento en estudio.

Por esto será de gran ayuda intentar construir una lista que este integrada por la mayor cantidad de situaciones posibles a obtener, con las decisiones del investigador, pretendiendo que esta sea exhaustiva.

Es claro que existe el factor de incertidumbre en estas asociaciones por tanto es recomendable un analisis, para llegar a una medida del mismo. Considerando esta forma auxiliar para modelar eventos, una vez asociado el modelo, se debe saber que factores contemplar, para evaluar las consecuencias de este tipo de Decisiones, es decir tratar de saber que ganancia o pérdida que reportan al decisor. Es por esto que al usar esta forma de tomar decisiones se precisa el estudio de dos conceptos, que se exponen a continuación: Probabilidad Subjetiva y Utilidad.

## 1.1 Probabilidad Subjetiva.

La Probabilidad Subjetiva, ayudará a encontrar y asociar una medida a la incertidumbre en el suceso de un evento (no al evento mismo), siendo esta la causa del adjetivo "Subjetiva", ya que la probabilidad no se asocia con el evento directamente, sino mediante la relación que el investigador otorgue entre el conjunto de probabilidades y el de resultados, basandose para ello en su experiencia, así podrá entonces asignar probabilidades o medidas de incertidumbre inicialmente, a los eventos en los cuales basara sus calculos posteriores, de acuerdo a su creencia y conocimiento acerca de que tan factibles son estos eventos. Es por esto que se definirá una relación que permita comparar todos los eventos en un conjunto A, desde el punto de vista de la factibilidad de su ocurrencia; entonces dentro de este conjunto formado por todos los eventos posibles, se asume que toda persona podra decir que tan factible es el suceso de un evento de A con respecto a otro evento en este conjunto, o si son igualmente factibles, de acuerdo a su criterio. La simbologia para esta relación sera (DeGroot M. H. Optimal Statistical *Decisions*, P. 70):

Sean a y b dos eventos en A entonces

"$a \prec b$" indica que la ocurrencia de b es más factible que la de a.

"$a \sim b$" significa que a y b son igualmente factibles de ocurrir.

"$a \preceq b$" cuyo significado será: a no es más factible que b.

Se define a su vez que los símbolos $a \prec b$ y $b \succ a$ significan lo mismo, así como sucede entre $a \preceq b$ y $b \succeq a$.

Con el supuesto de que todos los eventos en A se pueden comparar se deduce que para todo evento en A alguna de las tres relaciones anteriores existe, así como otras propiedades para esta relación entre eventos (consultar DeGroot M. H. Optimal Statistical Decisions, P. 70-76).

Ahora se procurara poder asociar una medida numérica a la factibilidad de ocurrencia de un evento en A, bajo el supuesto de que esta medida es su probabilidad. cualquier probabilidad asignada deberá tener la siguiente propiedad: $a \leqslant b$ si y solo si $p(a) \leq p(b)$. Ahora bien toda probabilidad "p" que cumpla con esta propiedad se dice que se adecúa a la relación $\leqslant$, procurando que p sea única (DeGroot M. H. Optimal Statistical Decisions. P.70-76).

El hecho asignar la probabilidad a un suceso indica cuanto más factible es la ocurrencia de este evento con respecto a otro, pero determinar esta probabilidad p sobre A presenta la dificultad que se planteó al inicio de esta exposición, así que el investigador optará por buscar otra clase de eventos, dígase los que pertenezcan a un conjunto C con las siguientes dos propiedades: 1) para cada evento en C se tiene ya una probabilidad conocida; 2) para todo número p $(0 \leq p \leq 1)$ existe un evento c en C con probabilidad p. Cuando se logre definir C, todo lo que resta al investigador, para asignar una probabilidad a los eventos en A, es buscar aquel evento en C que presente la siguiente propiedad: "$a \sim c$" y considerar la probabilidad de "c" para "a".

Para construir este espacio de probabilidades C, con una amplia clase de eventos, cuya probabilidad carezca de restricciones y sea conocida, se puede considerar un experimento auxiliar para lograr una distribución Uniforme en el intervalo $[0,1]$ (Lindley D. V., Principios de la Teoria de la Decisión, P.25-28):

Si se imagina entonces que el conjunto C pertenece al intervalo $[0,1]$ y se tiene que la relación $A \sim C$ se cumple, entonces se puede definir $p(A)=|C|$ ($|C|$ indica la magnitud de C), como dicho experimento.

Esta distribución uniforme en $[0,1]$, facilitará el ampliar el conjunto de resultados con experimentos auxiliares los cuales permitan la obtención de cualquier valor p, para asociar esta probabilidad a los eventos de A, es decir, se genera la distribución uniforme apropiada, para las necesidades del trabajo.

Con base en esta resolución es permisible utilizar la relación entre los eventos de A y C. Un hecho que se da por cierto es que la distribucion p es una distribucion de probabilidades (DeGroot M. H., Optimal Statistical Decisions, P. 78-81).

El planteamiento se ha llevado, hasta el momento, relacionando dos eventos entre si, y no se ha considerado el caso de condicionar, preferencias de ocurrencia entre estos dos hechos, al suceso de un tercer evento, lo que es posible y se plantea a continuación (DeGroot M. H., Optimal Statistical Decisions, P.82): si a, b y d son tres eventos en A y ademas se sabe que la relación $\lesssim$ se mantiene, no solo se puede considerar $a \lesssim b$ sino tambien la relacion $(a|d) \lesssim (b|d)$, (el simbolo "|" significa "dado"), y la expresión en conjunto significa que: "b" se prefiere a "a" dado que el evento "d" ocurrió (esto es condicion necesaria). Por comodidad de exposición, se dira que todo lo planteado con antelación se mantiene para los casos en que exista condicionalidad entre las preferencias, la que llevará a expresar las probabilidades de la siguiente manera : Para a, b y d eventos en A, $P(d)>0$, $(a|d) \lesssim (b|d)$ si y sólo si $P(a|d) \leq P(b|d)$.

Se pide que $P(d)>0$, para exigir que la factibilidad de ocurrencia del evento "d" tenga relevancia para el decisor.

Una vez terminada esta breve introducción a la idea de Probabilidad Subjetiva (para detalles ver bibliografía), se procede a definir un concepto para medir las consecuencias de una decisión, o sea la Utilidad de la misma.

## 1.2 Utilidad.

Por Utilidad se entenderá el resultado numérico de las consecuencias, que se dan cuando se ha tomado una decisión. Una vez que se ha planteado el concepto de Probabilidad Subjetiva, esta claro que mediante ésta se representarán las suposiciones que el decisor tiene acerca del comportamiento del problema, con base en la información que posee del mismo, pero su Utilidad estara subordinada a sus gustos, preferencias y espectativas. El resultado a obtener cuando se ha tomado una decisión se denominará recompensa "r", y se supone que pertenece a un conjunto que contiene todas las posibles recompensas, llamado "R"; estas posibles recompensas pueden ser complicadas ya que no siempre son dinero y bienes, e incluso pueden ser situaciones o cosas que no se desean.

Dentro de este conjunto **R** puede tenerse por ejemplo: boletos para un concierto, mercancia de un supermercado, un resultado médico, una condena a muerte, etc.; procurando que todas las recompensas esten bien definidas, para poder de esta manera, plantear comparaciones analogas a las que se expusieron en la Probabilidad Subjetiva, y así poder fijar diferencias entre dos recompensas $r_1$ y $r_2$ que pertenecen al conjunto **R**, para lo cual se define la relación " $\overset{\bullet}{\preceq}$ " y se tiene: $r_1 \overset{\bullet}{\prec} r_2$ para señalar que se prefiere $r_2$ sobre $r_1$, $r_1 \overset{\bullet}{\sim} r_2$ para indicar que $r_1$ y $r_2$ son equivalentes, y $r_1 \overset{\bullet}{\precneqq} r_2$ dice que $r_1$ no se prefiere sobre $r_2$.

Como suposicion básica para la "preferencia entre recompensas" está el no considerar a todas las recompensas en **R** como equivalentes, con el fin de evitar situaciones completamente triviales.

Por su naturaleza, en la mayor parte de los problemas, el decisor no puede elegir la recompensa que desea, pero en cambio si puede seleccionar la distribucion de probabilidades que va a asociar al problema, para que su recompensa se apegue mas a sus deseos, como ejemplos están: la situación económica de un pais, la temperatura a lo largo de un mes en alguna región, etc., ya que fijando algunos factores se pueden esperar ciertos resultados.

Dado que el decisor siempre buscará la mayor cantidad de información acerca del problema que trata, su recompensa la puede fijar como el monto de información que logra a través de la experimentación bien definida.

Así tomará en cuenta distribuciones de probabilidad que lo lleven a obtener un determinado tipo de recompensas, dígase **A**, dentro de todo el conjunto **R** y entonces sólo le preocuparan las recompensas que sean resultado de la distribución de probabilidad con la cual esté trabajando.

Como se restringe el trabajo a una área **A**, determinada dentro de todos los resultados en **R**, las utilidades se expresarán (para lograr generalidad en la exposición) por medio de una integral sobre esta área (si la distribución de probabilidades es discreta se utiliza una suma $\Sigma$ ), la cual involucra a una distribución de probabilidad p y una función "g" de tal forma que la integral asociada a la recompensa será:

$$\int_{A} g(r)\, dp(r)\ ,$$

donde la función "g" se asocia a los resultados de las decisiones que se pudiesen tomar y "r" pertenece al subconjunto A; fijando todos los datos que se han manejado para definir este conjunto de resultados, las preferencias del investigador se transformarán en preferencias entre distribuciones de probabilidad, ya que preferirá aquella distribución p que le aporte la mejor recompensa, y el investigador no tendrá que tomar en cuenta los eventos particulares que generaron estas distribuciones.

Por tanto, cuando se pretenda comparar distribuciones de probabilidad de **p** ( **p** es la clase de todas las distribuciones de probabilidad en **R** ) se hará en forma análoga a la comparación entre recompensas (si $p_1$ y $p_2$ se comparan, se escribe: $p_1 \overset{*}{<} p_2$ para decir que $p_2$ se prefiere a $p_1$, $p_1 \overset{*}{\sim} p_2$ para indicar que $p_1$ y $p_2$ son equivalentes, y $p_1 \overset{*}{\leq} p_2$ para decir que $p_1$ no se prefiere sobre $p_2$).

Ahora bien se asume que el decisor podrá generar un orden completo, de acuerdo a sus preferencias, dentro del conjunto p de distribuciones de probabilidad, para poder decir que probabilidad se prefiere más y cual menos.

### 1.2.1 Definición de la función de Utilidad.

Ahora se definirá una funcion que proporcione la medida numérica del resultado que se obtiene bajo una determinada distribucion de probabilidad, lo que lleva a poder discriminar entre las diferentes distribuciones de probabilidad "p" a escoger. Dicha función se define a continuación:

$$E(g|p)=\int_{\mathbf{R}} g(r)\, dp(r).$$

Escrita así, esta función E (Esperanza o valor esperado), asociara a la funcion g(r) con la distribución de probabilidades p(r) sobre el conjunto **R**, por tanto si se reemplaza g por U (por comodidad del lenguaje), se tiene que U(r) es la utilidad de r. Se dice que U es la función de Utilidad, para la relación $\overset{\bullet}{\leq}$, si tiene la siguiente propiedad:

Sean $p_1$, $p_2$ en p dos distribuciones tal que ambas esperanzas $E(U|p_1)$ y $E(U|p_2)$ existen, entonces $p_1 \overset{\bullet}{\leq} p_2$ si y solo si $E(U|p_1) \leq E(U|p_2)$.

Para cada número r en **R**, el número U(r) se llamará Utilidad de r, lo cual proporciona un marco de comparación entre distribuciones de probabilidad, ya que una distribución de probabilidad sera preferida a otra si y sólo si la utilidad bajo la primera distribución es mayor que bajo la segunda. Si existe el número E(U|p), para toda distribución p en p, es llamado utilidad de p.

Debido a las características de la función U de utilidad, las transformaciones lineales de la forma: $aU+b$ con $a>0$, seran también funciones de utilidad (DeGroot M. H., Optimal Statistical Decisions, P. 90-92.).

Como ejemplo del manejo de la utilidades y preferencias se presenta el siguiente juego que involucra 4 loterias (DeGroot, M. H., Optimal Statistical Decisions, P. 93-94):

(a) Suponga que se tiene la oportunidad de escoger cualquiera de las dos siguientes loterías:

. En la lotería 1 la recompensa es de $500,000.00 con certeza.

. En la lotería 2 las posibles recompensas serán:

$2,500,000.00 con probabilidad 0.10

$ 500,000.00 con probabilidad 0.89

$ 0.00 con probabilidad 0.01

¿ Qué lotería escogería Ud.? Ud. no puede perder bajo ninguna circunstancia y se asume que las recompensas estan libres de impuestos.

(b) Sean ahora las siguientes dos loterías para escoger:

. En la lotería 3 las posibles recompensas pueden ser:

$ 500,000.00 con probabilidad 0.11

$ 0.00 con probabilidad 0.89

. En la lotería 4 las recompensas estan entre :

$2,500,000.00 con probabilidad 0.10

$ 0.00 con probabilidad 0.90

¿ Cual lotería prefiere Ud.?

En la resolución de este tipo de problemas se ve claramente como la preferencias entre utilidades se manifiestan en forma diferente de acuerdo a la persona y sus intereses, como respuesta a estas 4 loterías se ha visto que quien opta por la lotería 1 sobre la lotería 2 lo hará tambien por la 4 sobre la 3 y los razonamientos son al parecer:

Se prefiere la loteria 1 debido a que existe certeza en la recompensa y la número 4 ya que no existe mucha diferencia entre las probabilidades que se manejan 0.89 y 0.90.

Un aspecto muy interesante de este ejemplo es el manejo de tan sólo 3 cantidades diferentes, como recompensa monetaria, situación para la cual una breve discusión es relevante. Suponga que las funciones de utilidad U, de una persona, sobre el conjunto de las posibles recompensas satisface las desigualdades:

$$U(\$2{,}500{,}000) > U(\$500{,}000) > U(\$0).$$

Entonces, con base en el razonamiento correspondiente a las preferencias entre las loterias del ejemplo, se sigue que esta persona preferira la loteria 1 sobre la 2 si y sólo si prefiere la 3 sobre la 4. Dado que este resultado entra en conflicto con lo que se ha observado, que en la realidad sucede, la contradicción indicará que dicha función de *Utilidad* no existe para mucha gente bajo las condiciones que se suponen. Ademas podemos decir que aqui la funcion de Utilidad no depende solamente de la ganancia o pérdida monetaria que representa sino también la posible frustración que se daría si una persona escogiendo la loteria 2 sobre la 1 desafortunadamente perdiera ya que su recompensa no solo es de $0 pesos sino el hecho de pensar que podía haber escogido de otra forma y ganar, lo cual condicionara sus próximas respuestas para evitar las posibles situaciones de burla, que haya pasado debido a su decisión en este juego. Así pues vemos que en funciones de Utilidad se pueden involucrar sentimientos personales, por tanto es correcto concluir que la definición de una función de Utilidad, se hace en forma muy personal y de acuerdo a los propios intereses.

### 1.2.2 Función de Pérdida.

Los temas planteados anteriormente muestran como el investigador tiene la forma para seleccionar sus distribuciones de probabilidad dentro de una cierta clase sobre un conjunto R de recompensas. De aqui el investigador escogerá, de ser posible, la decisión que maximice la utilidad esperada $E(U|p)$.

En este tipo de problemas se ha hecho muy común especificar como *Pérdida*, para cada recompensa r en R, al valor negativo de su *Utilidad*, por tanto, para cada resultado $w \in \Omega$ y cada decisión $d \in D$ la *Pérdida* $L(w,d)$ se define como:

$$L(w,d)=-U[\sigma(w,d)].$$

El número $L(w,d)$ representa la pérdida cuando el resultado obtenido es w y el investigador tomo la decisión d y $\sigma(w,d)$ es la recompensa que se obtiene con una decisión d y una respuesta w.

Por tanto si desea la mayor esperanza de utilidad debe minimizar la esperanza de pérdida y viceversa. La forma de expresar la esperanza de Pérdida ó Riesgo $r(p,d)$ para cualquier decisión $d \in D$ se especificará por la ecuación:

$$E[L(w,d)]=r(p,d)=\int_{\Omega} L(w,d)\, dp(w)$$

Donde $r(p,d)$ será el riesgo que se tiene al tomar la decision d con una función de probabilidad p, esta expresión es analoga a la expresión para la esperanza de utilidad. La integral se manejará en los casos en que p se distribuye en forma continua, ya que para una distribución discreta bastará el uso de una suma $\Sigma$. Con todo lo planteado el problema se reducira a escoger una d en D tal que $E(L(w,d))$, alcance su valor mínimo.

Ejemplo 1 (DeGroot, M.H., Optimal Statistical Decisions, P.123-124):

Suponga que el conjunto $\Omega$ contenga dos números 0 y 1, y que el conjunto de decisiones D contiene todos los números d que pertenecen al intervalo $0 \leq d \leq 1$. Suponga también que la función de pérdida L está definida para toda $w \in \Omega$ y $d \in D$ por la siguiente ecuacion:

$$L(w,d)=|w-d|^{\beta}$$

Donde ß es un entero positivo, la distribución p de probabilidades, donde p en p será tal que $Pr(w=0)=3/4$ y $Pr(w=1)1/4$.

Consideremos primero el caso en que $\beta=1$, entonces para toda d en D el riesgo $r(p,d)$ se da por la ecuación:

$$\begin{aligned} r(p,d) &= Pr(w=0)L(0,d) + Pr(w=1)L(1,d) \\ &= (3/4)|0-d| + (1/4)|1-d| \\ &= (3/4)d + (1/4) - (1/4)d \\ &= (1/2)d + (1/4). \end{aligned}$$

Claramente se observa que el mínimo se encuentra cuando $d=0$ ya que $r(p,0)=1/4$. Considerando el ejemplo se dirá que para cualquier distribución p de parametro W, el riesgo *Bayesiano* $r^*(p)$ se define como el mayor limite inferior para los riesgos $r(p,d)$ para todas las decisiones $d \in D$, por tanto:

$$r^*(p)=\inf_{d \in D} r(p,d) \qquad (1)$$

Cualquier decision $d^*$ cuyo riesgo sea igual a $r^*$ se llamara decisión Bayesiana bajo la distribución p. de tal forma que $d^*$ será decisión Bayesiana si y sólo si $r(p,d)=r^*(p)$.

Si la distribucion del parámetro w es p. cualquier decision Bayesiana sobre p será una decision optima para el investigador, pues el riesgo no puede ser menor para otra decision. Puede existir el caso en que la decision Bayesiana no se encuentre en D, ó sea que ninguna d en D alcance el ínfimo (se utiliza el concepto ínfimo para no perder generalidad) en la ecuación (1), de aqui el investigador buscará aquel valor d en D que acerque mas el riesgo $r(p,d)$ a $r^*(p)$.

En el ejemplo anterior, si el espacio de decisiones D se hubiese definido por el intervalo $0 \leq d \leq 1$ el riesgo Bayesiano $r^*(p)$ seguiria siendo 1/4 pero en D ninguna decisión seria Bayesiana. Retomando lo planteado en el ejemplo anterior se trabajara ahora con $\beta > 1$ en la función de Pérdida con lo cual se tiene:

$$r(p,d)=(3/4)d^{\beta} + (1/4)(1-d)^{\beta}.$$

El valor de d que minimice $r(p,d)$ se obtiene por diferenciación con respecto a d, llegando al siguiente resultado:

$$d^* = (1+3^{(1/(\beta-1))})^{-1}.$$

Ejemplo 2: Funciones de Pérdida.

Este ejemplo pretende emplear, tomando como base un problema sencillo, la teoría antes expuesta, en el cual no resulte difícil determinar todas las funciones de pérdida y calcular todos sus riesgos.

Una empresa que renta microcomputadores tiene la opción de comprar 10 maquinas usadas, todas en las mismas condiciones. De estas diez un número $\beta$ trabajará sin problema alguno 1000 horas por lo que, de ser así, la compañía ganará 10000p pesos y en el caso que fallen perderá 10000q pesos. Se deben tomar dos decisiones una relativa a la compra del equipo y otra acerca de la obtencion de información sobre $\beta$, la prueba sera así: se usará una computadora y si trabaja 1000 horas se considera satisfactorio el resultado y será fracaso en caso contrario (sólo se puede probar una computadora debido a la capacidad de las instalaciones). El costo de hacer la prueba ascendera a: 10000r pesos. Determinar la función de riesgo para las posibles decisiones.

Plantearemos el problema de la siguiente manera:

. El espacio muestral X tiene sólo dos elementos

$x_1$ = resultado satisfactorio.

$x_2$ = resultado no satisfactorio.

. La distribucion sobre X para cada entero $\beta$ de 0 a 10 será

$$P_\beta(x_1) = \beta/10$$

$$P_\beta(x_2) = 1-(\beta/10)$$

. El espacio de decisiones tiene también 2 elementos

$d_1$ = comprar las 10 maquinas.

$d_2$ = no comprar.

. La función de pérdida L esta dada por la economía de la situación y

$$L(d_1)= r - \beta p + (10-\beta)q$$

$$L(d_2)= r$$

. Las 6 posibles funciones de decisión y sus riesgos son :

i) $d'_1$= No comprar bajo ningún resultado de la prueba, con lo cual

$d'_1(x_1)=d'_1(x_2)=d_2$, y con base en este hecho la función de riesgo queda:

$R_{d1}(\beta)= r$ , para toda $\beta$.

ii) $d'_2$= Comprar sin importar el resultado de la prueba así

$d'_2(x_1)=d'_2(x_2)=d_1$ y la función de riesgo es:

$R_{d'2}(\beta)= r - \beta p + (10-\beta)q$.

iii) $d'_3$= comprar solo si el resultado de la prueba es satisfactorio de aquí

$d'_3(x_1)=d_1$, $d'_3(x_2)=d_2$. Para lo cual tenemos

$L(d'_3(x_1),\beta)= r - \beta p + (10-\beta)q$ $(\beta=1,2,3,...,10)$,

$L(d'_3(x_2),\beta)=r$, ya que $P_\beta(x_1)=\beta/10$ y $P_\beta(x_2)=1-(\beta/10)$ tenemos que la función de riesgo es:

$$R_{d'3}(\beta)=(\beta/10)(r - \beta p + (10-\beta)q) + (1-\beta/10)r.$$

iv) $d'_4$= comprar si el resultado de la prueba nos es satisfactorio así

$d'_4(x_1)=d_2$ y $d'_4(x_2)= d_1$ y las funciones L quedarán

$L(d'_4(x_1),\beta)=r$,

$L(d'_4(x_2),\beta)=r - \beta p + (10-\beta)q$ $(\beta=1,2,3,...,10)$, teniendo

$P_\beta(x_1)=\beta/10$, y $P_\beta(x_2)=1-\beta/10$ y la función de riesgo queda

$$R_{d'4}(\beta)=(\beta/10)r + (r - \beta p + (10-\beta)q)[1 - \beta/10]$$

v) $d'_5$= no hacer la prueba y no comprar con esta decisión la función de riesgo

$R_{d'5}(\beta)=0$

vi) $d'_6$= no hacer la prueba y comprar

$$R_{d'6}(\beta)=[(10-\beta)q-\beta p]$$

. Suponiendo valores para las variables involucradas r=1, p=2 y q=3 tendremos los siguientes resultados:

$$R_{d'1}(\beta)= 1$$

$$R_{d'2}(\beta)=1 - 2\beta + (10-\beta)3$$

$$=1 - 2\beta + 30 - 3\beta$$

$$=31 - 5\beta$$

$$R_{d'3}(\beta)=\beta/10[31 - 5\beta] + [1 - (\beta/10)]1$$

$$=1 + 3\beta - 1/2\beta^2$$

$$R_{d'4}(\beta)=\beta/10 - (1 - \beta/10)(31 - 5\beta)$$

$$=1/2\beta^2 - 8\beta + 31$$

$$R_{d'5}(\beta)=0$$

$$R_{d'6}(\beta)= 30 - 5\beta.$$

Solución Bayesiana del problema.

Debido a que el investigador no puede minimizar la pérdida uniformemente con respecto a la incertidumbre, bastara que proponga una distribucion a priori para el espacio de parametros $\Omega$, la cual exprese sus suposiciones acerca de los resultados a obtener antes de hacer alguna observación, de esta forma las dificultades tienden a desaparecer. Una vez hecho esto, el investigador debe calcular el riesgo esperado $R'_{d'}$ (correspondiente a la distribución a priori), para cualquier función de decisión d', y la mejor sera aquella con el menor riesgo esperado o riesgo Bayesiano. Dicha función de decisión es la llamada solución Bayesiana al problema, en este problema de computadoras, si suponemos una distribución a priori tal que todos los valores entre 0 y 10 sean igualmente probables tendremos

$$P(\beta=r)= 1/11 \ (r=0,1,2,...,10)$$

para esta distribución tenemos que $E(\beta)= 5$ y $E(\beta^2)=35$ por lo que tanto las funciones de riesgo esperado quedaran:

$$R'_{d'1}= 1$$

$$R'_{d'2}= E(R_{d'2}(\beta))=E[31-5\beta]=6$$

$$R'_{d'3}= -1.5$$

$$R'_{d'4}= 8.5$$

$$R'_{d'5}= 0$$

$$R'_{d'6}= (1/11)[\ \Sigma(-2\beta + 3(10-\beta))]=5.$$

Facilmente se puede distinguir como la solución Bayesiana relativa a esta distribución a priori a $R'_{d'3}$. Se debe aclarar que al tratar otra persona el problema anterior puede proponer su distribución apriori de acuerdo a sus ideas y por tanto el mínimo riesgo esperado podria estar dado por otra función. De aqui se infiere que el punto de vista Bayesiano considera los pensamientos e ideas que el investigador tiene, acerca del problema que trata al proponer una distribución a priori.

# CAPITULO II

## *PRESENTACION DE UN MODELO PARA LA TOMA DE DECISIONES*

En este capítulo se propondrá un modelo para la toma de decisiones, el cual, proporcione una herramienta, que se pueda manejar a traves de funciones de distribución de probabilidad, para visualizar la función de Pérdida asociada al mismo, así como los posibles componentes de dicha funcion. Se sugiere con una funcion de pérdida L(ß,d) que tenga un valor en pesos, una distribución de probabilidad p a la cual se asocian eventos, y cantidades en calidad de premios digase "c" si se rebasa una cuota d y "k" si se permanece por abajo o inclusive d, siendo esta d la base para evaluar.

Así la función de pérdida queda de la siguiente manera, siendo ß una cantidad de compra se define L(ß,d) como:

$$L(\beta,d)= L(d)=\begin{cases} kD \ \text{ si } \ \beta \leq d \\ \\ c \ \text{ si } \ \beta > d \end{cases}$$

Ahora se construye la función de la esperanza de pérdida, (como se hizo en el capitulo anterior p.19), quedando escrita como sigue:

$$E[L(d)]= kdPr(\beta\leq d) + cPr(\beta>d) \qquad (1)$$

Li paso siguiente será encontrar el minimo, de esta función sobre las posibles cantidades d, siguiendo el procedimiento básico de la diferenciación, para obtener el minimo de una función, se tiene que:

$$E'(L(d))= kF(d) + kdf(d) - cf(d)$$

(donde $F(d)= Pr(\beta\leq d)$ y $f(d)= Pr'(\beta\leq d)$) y agrupando factores:

$$E'(L(d))= kF(d) + f(d)(kd-c)$$

Una vez obtenida la primera derivada, de la funcion E(L(d)), se procederá a igualarla a cero

$$E'(L(d)) = kF(d) + f(d)(kd-c) = 0 \qquad (2)$$

y despejar d para obtener su valor, donde E(L(d)) es minima.

Con la intencion de mostrar el procedimiento se usará alguna distribución F(d), proponiendose trabajar con una función Gama, para presentar la metodología y buscar el minimo de E(L(d)).

Con la función de distribución de probabilidades Gama (definida en la introduccion) se tiene que :

$$F(x) = \int_0^x \frac{a}{\Gamma(r)} (au)^{r-1} \, e^{-au} \, du \quad r>0, a>0.$$

$$f(x) = \frac{a}{\Gamma(r)} (ax)^{r-1} \, e^{-ax} \quad r>0, a>0.$$

donde $\Gamma(r)$ es la función matemática Gama.

$$E'(L(d)) = k \int_0^d \frac{a}{\Gamma(r)} (au)^{r-1} \, e^{-au} \, du$$

$$+ (kd-c) \frac{a}{\Gamma(r)} (ad)^{r-1} \, e^{-ad}$$

de donde

$$E'(L(d))= k \frac{a^r}{\Gamma(r)} \int_0^d u^{r-1} e^{-au}\, du$$

$$+(kd-c) \frac{a}{\Gamma(r)} d^{r-1} e^{-ad}$$

Si se supone que r es un entero positivo, la función matemática Gama bajo este supuesto se evalúa fácilmente, ya que $\Gamma(r)=(r-1)!$ y en la integral se tiene:

$$E'(L(d))=k \left[ \frac{a^r}{\Gamma(r-1)!} \left[ \frac{-e^{-au}}{a} \left[ u^{r-1} \frac{(r-1)u^{r-2}}{-a} + \ldots + \frac{(-1)^{r-1}\,(r-1)!}{-a^{r-1}} \right]_0^d \right] \right] +$$

$$+\left[ (kd-c) \frac{a^r}{\Gamma(r-1)!} d^{r-1} e^{-ad} \right].$$

Es importante hacer notar que para poder resolver esta ecuacion se tendria que evaluar un polinomio, y para poder hacerlo debemos tener valores tanto para r como para a. Se concluye, este capitulo, mencionando que todo este desarrollo queda abierto, pues se necesitan datos para poder obtener una solucion, situación que se presenta adelante en esta exposición (Capitulo IV).

## CAPITULO III.

*El Problema del Requerimiento de Autorización para una Tarjeta de Crédito.*

### 3.1 Entorno de un Sistema de Autorización para una Tarjeta de Crédito

### 3.1.1 Familiarización con el Sistema y los Limites de Piso.

El medio ambiente de un Sistema de tarjeta de Credito tiene facetas muy variadas, las cuales intervienen en forma muy importante para la consecución del objetivo del sistema: *lograr que los comercios realicen sus transacciones mediante la aceptación de la tarjeta de crédito en forma de pago*; ya que asi se generan los ingresos para el sistema por concepto de comisión sobre transaccion, que son los que mantendrán el respaldo a esta tarjeta por parte de la institucion bancaria.

Lograr la recepción y por ende la facturacion de una tarjeta de crédito, no es labor sencilla y puede fracasar con tan sólo una parte de los servicios que no se desempeñe a toda su capacidad como podria ser: promoción, servicio de autorizaciones, atencion a comercios, etc.

Con este panorama es fácil distinguir que deben existir departamentos encargados de actividades operacionales y otros de actividades relativas a imagen, sin negar la posibilidad de la existencia de departamentos que unan ambas caracteristicas, éste es el caso del departamento de autorizaciones de un sistema de tarjeta de crédito, el cual durante su desempeño juega un papel muy importante sobre la imagen de la tarjeta y la seguridad del sistema. El problema a tratar en esta tesis se encargara de abordar una situación que tiene influencia directa en el desempeño del departamento antes mencionado, los limites de piso para recepcion de transacciones.

Por limite de piso se deberá entender aquella cantidad que se comunica a los comercios será la que rija el monto máximo de una transaccion con la tarjeta en dicho establecimiento, ya que al ser ésta rebasada sera necesario solicitar autorizacion para recibir la tarjeta como forma de pago. Los comercios poseen un comunicado llamado "boletín" en el cual se avisa de todas aquellas tarjetas, que debido a circunstancias no deben ser aceptadas en ningún caso, las cuentas que rebasan el límite de piso pero que no aparecen en el boletín serán las únicas que precisarán de ser autorizadas, ya que para cualquier transacción cuya cantidad no rebase el límite de piso, la revision del boletín será suficiente para considerar válida la tarjeta en el caso de no aparecer en él. De aquí se llega a la siguiente pauta : "Tener Límites de Piso adecuados para agilizar los movimientos y evitar una sobrecarga de trabajo en el departamento encargado de autorizar, será una medida que contribuya a la preferencia en el uso de la tarjeta".

Como suposición basica, se tiene que, el emisor está dispuesto a correr un riesgo de fraude, pero obtendra una ganancia en cuanto a la imagen que tenga el usuario acerca del sistema, lo cual repercute de manera directa en el manejo que el tarjetahabiente dé a su cuenta y será factible que incremente los movimientos efectuados con su tarjeta.

Con este marco de referencia se genera la siguiente pregunta que da origen a esta tesis:

"¿Cual es el limite de piso es adecuado para transacciones ?".

Con base en una revisión de los límites de piso existentes en un sistema de tarjeta de credito (bancario) se observó que existen cerca de 200 límites diferentes. Los cuales además varían dependiendo de la región de la República en la cual esta vigente. La fijación de limites se considero empirica, ya que no se tuvo conocimiento de un estudio para la proposicion de limites, sino solamente el uso de la experiencia que posee el departamento encargado de fijarlos.

3.1.2 Costos involucrados en un Sistema de Autorizaciones.

Los costos de los cuales podemos hablar son los físicos y los de hora-hombre, para los primeros se asignó: salarios, gastos por telefonía, emisión del boletín catorcenal y renta de locales, con un monto total superior a los 50 millones de pesos, de gasto mensual (en los meses que abarcó este estudio Abr-Jun 86).

Por costos hora-hombre se entenderán aquellos que ocasionaron un desvío de los recursos humanos existentes para proporcionar el servicio a establecimientos, como ejemplo se citan todos los minutos cuyo desperdicio fue ocasionado por llamadas que no debieron de entrar al sistema, ya que podrían haber sido aceptadas con la sola revisión del boletín, pero el problema no queda ahí, ya que también se deteriora la imagen pues si algún comercio intentara comunicarse, existiendo una sobrecarga de trabajo inútil, la próxima vez podrá sugerir el uso de otra tarjeta cuya recepción sea más ágil, no se precisa de ser un experto en tarjeta de crédito para entender que tan sólo con lo planteado anteriormente existe un desvío de recursos, a evitar con base en una buena decisión acerca de el grado de seguridad y comodidad que buscaremos para situar un límite de piso adecuado.

### 3.1.3 Presentación de la Problemática

#### 3.1.3.1 Descripcion del Problema

Debido al gran número y complicado manejo de los limites de piso existentes, el emisor de la tarjeta posee una duda acerca de la seguridad, confiabilidad y comodidad en su uso, pues carece de un fundamento para revisarlos y decretar si los limites existentes son adecuados o no, a la vez que no se posee un método para proposición de pautas para optar por un nuevo limite.

#### 3.1.3.2 Hipótesis de Trabajo.

Mediante la elaboración y manejo de un modelo de toma de decisiones de forma tal que: se minimicen los costos por autorización, se determine una zona de alto riesgo, se presenten alternativas para el manejo de variables que intervendrán en el modelo; se llegara a la decision que nos lleve a poder proponer una pauta para generar limites de piso, logrando así una solución al problema que dá origen al presente trabajo.

#### 3.1.3.3 Variables que intervienen en el Problema.

Buscando un modelo, el cual se adapte a la situacion que se ha descrito anteriormente, de forma tal que el problema se maneje desde el punto de vista de los costos existentes. En primera instancia se explican la estructura y función de las variables que intervendran:

Comodidad : Por tal se entendera que solo una pequeña parte de las transacciones requieran de ser autorizadas. Dado que se puede asociar el costo que representan las autorizaciones con la comodidad, se plantea esta relación mediante el siguiente cociente:

$$C = \frac{\text{Costo total de atención de llamadas del periodo}}{\text{Número promedio de llamadas del periodo}}$$

Por lo tanto la comodidad estará asociada a una cantidad cuya participación en el modelo se restringe a los movimientos que necesiten autorización.

"Riesgo" : Representará la cantidad de operaciones fraudulentas que se pueden esperar con un limite de piso "L" ya sea en forma accidental o intencional, de tal suerte que se asociara con la variable K expresada por esta división:

$$K = \frac{\text{Numero de fraudes (prom. mensual)}}{\text{Número total de transacciones del periodo}}$$

Representando así una cantidad que influirá en todos los casos que permanezcan abajo o inclusive el limite "L".

Región de Alto Riesgo: La existencia de esta zona se da solamente en la parte de la curva comprendida por abajo del Limite de Piso "L", ya que en la otra parte de la curva siempre requerira de ser autorizada la transacción, aqui no se corre ningún riesgo debido al soporte técnico que posee el emisor. Así pués la parte de interés será solamente en el intervalo de 0 a "L", en este intervalo los fraudes se dan en la zona más cercana al limite de Piso por lo cual con un sencillo analisis se detecto que los montos de los fraudes se presentaban en promedio al rededor de una cantidad igual al 92% del limite de piso "L" existente.

Con base en esto se define la funcion g(L) de la siguiente manera:

$$g(L) = (0.92)L$$

donde L es el Limite de Piso.

### 3.1.3.4 Análisis de la Facturación de una Tarjeta de Crédito.

Una vez que se plantearon las variables que se usarán, se analizará la facturación y como base se tomará una muestra de los montos facturados, durante un día en establecimientos afiliados a un sistema de tarjeta de crédito. Para seleccionar el giro, con el cual trabajar, se utilizó la siguiente tabla de evaluación de comercios:

Evaluación de Comercios

Escala de Riesgo

| Giro | Calif. |
|---|---|
| Autoservicio | 10 |
| Tiendas Departamentales | 8 |
| Rest., Bares y Centros Nocturnos | 8 |
| Hoteles y Moteles | 6 |
| Zapaterías | 6 |
| Boutiques | 4 |
| Otros | 2 |

Ya que dio la pauta para saber en que giro se presenta el mayor riesgo en una operación y que por su naturaleza puede considerarse como un fraude, es conveniente hacer notar que los fraudes con los que en este trabajo se trata, difieren un poco del concenso general de fraude, ya que de una forma u otra en el 95 % de los casos se recupera el monto defraudado, dado que en la mayor parte de los casos la causa es desconocimiento, de la situación, lo cual no quiere decir que esto no tenga un costo dentro del sistema que respalde a la tarjeta y tampoco que el sistema esté dispuesto a aceptar cuentas morosas. Una vez hecha esta observación se procede a explicar la muestra que se obtuvo y como se dividió para su estudio:

a) De una muestra total de 5000 montos facturados se observó que 3299 pertenecían al giro de Autoservicios, detalle que aunado a la escala de riesgo llevo a analizar este giro en particular.

b) Esta muestra fué a nivel nacional, ya que se contaba con el acceso a esta información, vía listados de transacciones de una compañía que respalda a una tarjeta.

c) Se dividió la muestra en cuatro categorías de monto facturado por sugerencia de las personas con las que se tuvo contacto y que son las siguientes cantidades ($ en 1986):

1) 0 - 10,000

2) 10,001 - 15,000

3) 15,001 - 20,000

4) 20,001 o Mas.

d) De aquí se procedió a determinar la frecuencia existente en cada categoría lo que aportó los siguientes resultados:

1) 1,830 casos

2) 990 casos

3) 358 casos

4) 121 casos

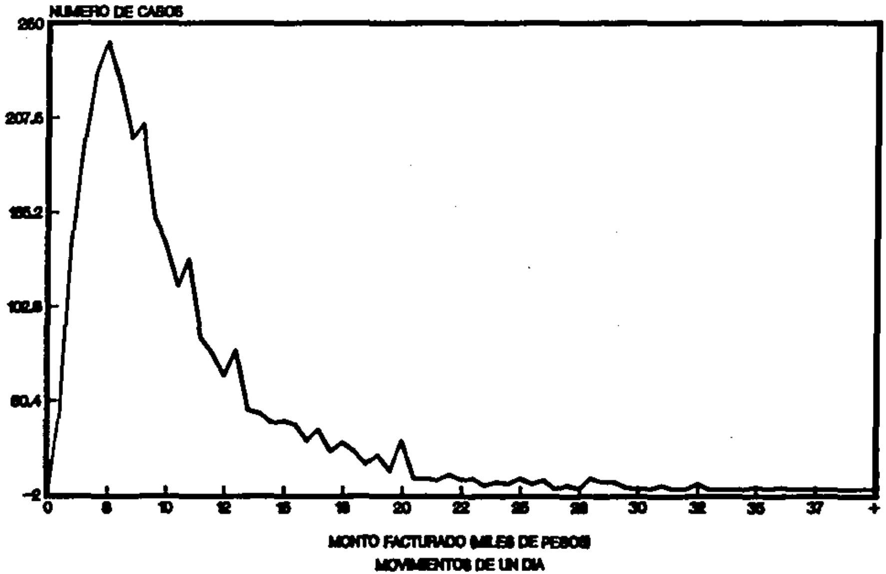
e) Con base en estos datos anteriores lo que se hizo fue graficar los montos facturados, para obtener una idea acerca del tipo de curva que presenta, y poder así sugerir que distribución de probabilidades se podría usar en este problema (Ver gráfica 3), es decir, la función de probabilidad asociada a la muestra.

Con la observación de la grafica, es facil, presentar la hipotesis de trabajo H0, "la facturación se ajusta a una distribución *Gama*", una vez que esto se expuso al experto (en tarjeta de crédito) con el cual se tuvo contacto, considero buena la hipótesis para este trabajo, y una vez realizadas las pruebas de ajuste de la curva de facturación, se sugirieron los siguientes valores a=0.4966 y r=5 (grafica 4) para los parámetros de Gama.

## FACTURACION DE UNA TARJETA DE CREDITO

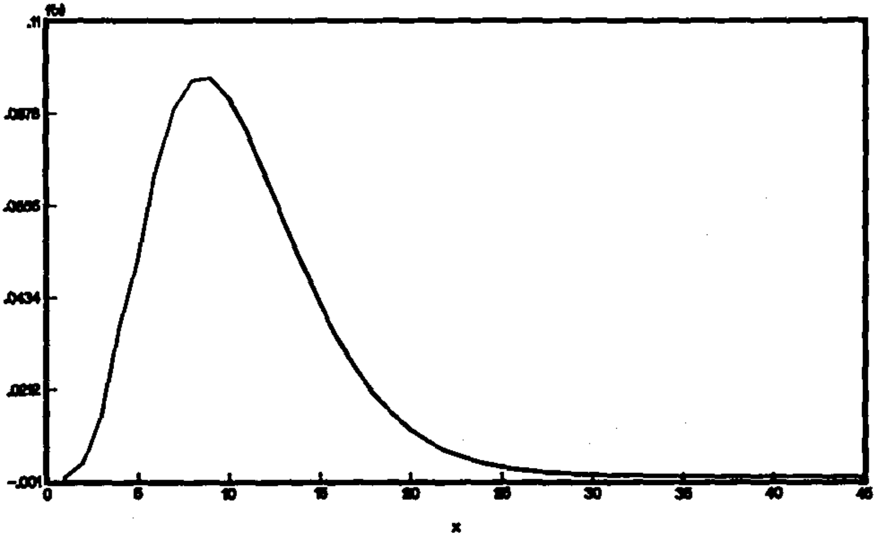
### (CORRESPONDIENTE AL GIRO DE AUTOSERVICIOS)

FACTURACION



FUNCION DE DENSIDAD

DE UNA DISTRIBUCION GAMA CON a=0.4955 Y r=5



## CAPITULO IV.

*Solución al Problema Particular.*

Se tienen ya las bases para tratar el problema de requerir autorización para transacciones con tarjeta de crédito, empleando la teoría expuesta en los capitulos anteriores, y proponer una solución a la pregunta que da origen a esta Tesis: ¿ Cual es el limite de piso adecuado para transacciones ?, el planteamiento del problema será el siguiente:

. Se tienen dos posibles eventos en el espacio X de las facturaciones (números reales mayores a 0):

$E_1$ monto facturado menor o igual al limite de piso.

$E_2$ monto facturado mayor al limite de piso.

. El espacio de decisiones D está dado por los números reales, múltiplos de 100, entre 15000 y 80000.

. En un contexto como el presente, donde la decisión debe hacerse sin conocer el resultado $\theta$ del experimento, $\theta$ es llamado parámetro, perteneciente al conjunto $\Omega$ de todos sus posibles valores, llamado espacio de parámetros, se necesita una distribución de probabilidades para asociar con este espacio $\Omega$, para tal efecto se pueden seguir varios procedimientos, aqui se mencionaran dos: 1) El método Bayesiano para el cual se considera la distribucion bajo la cual se tiene el muestreo y con ella se genera la función de verosimilitud $l(x|\theta)$(multiplicando n veces la distribucion de probabilidades del muestreo), se propone entonces una función de distribucion a priori, digase $\Pi(\theta)$ y el producto de estas dos funciones $\Pi(\theta)$ y $l(x|\theta)$ será una función conjunta la cual, aportara el numerador de la igualdad propuesta en el teorema de Bayes (DeGroot H.M. Optimal Statistical Decisions P.12), una vez obtenida esta función de distribución a posteriori $\Pi(\theta \mid x)$, se empleara en la evaluación de la esperanza de la funcion de perdida.

Este procedimiento se aplicó, en la resolución de este problema, pero se presentaron problemas para la evaluacion, incluso de la función de verosímilitud($l(x|\theta)= a^{rn}/\Gamma(r)^n x^{n(r-1)} e^{-a\Sigma x}$ ,donde $\theta=(a,r)$), ya que no se vio como manejarla, debido a que proviene de una Gama (distribución aceptada para la muestra de acuerdo, con el experto en tarjeta de credito), una vez desarrollados varios intentos en los cuales no se pudo distinguir una distribución 'conocida', se decidió no seguir con este proceso, ya que no se pudo resolver adecuadamente y como el objetivo de este trabajo es una solución se recurrió a la experiencia ( del experto en tarjeta de crédito).

2) Trabajar recurriendo a la experiencia y proponer la función de probabilidades a utilizar, en este caso la situación fue la siguiente: ya planteado el problema al experto, recomendo el uso de la distribucion de la muestra de facturación pues la consideró muy buena, esta es Gama(0.4996,5) (como se recordara de la pág. 40), situación que convierte el problema de estadistico a probabilistico. El uso de esta información sobre el pasado para predecir el futuro es permisible en este mercado (facturación de tarjeta de crédito) en un plazo no mayor a tres meses (la explicación se presenta en las conclusiones) transcurrido el cual se tendra que muestrear nuevamente.

. La función de pérdida se define a continuación:

$$L(X,d) = \begin{cases} kg(d) & X \leq d \\ c & X > d \end{cases}$$

Donde "k" representa la variable asociada con el "riesgo", "c" se relaciona con la comodidad y g(d) con la región de alto riesgo (definidas en el capitulo III,pág. 36), y X con un monto facturado, ademas el factor kg(d) se asocia con $E_1$, y $E_2$ se asocia con c. Las constantes 'c' y 'k' se valúan de acuerdo a su definicion, para 'c' utilizando un costo total de atencion de 50 millones de pesos y un número promedio de llamadas de 190,840 cuya división da un valor de 262.00 pesos. Siendo este el costo promedio por llamada, en el periodo en estudio. La constatante 'k' será el cociente entre 45,382 fraudes (promedio) y el promedio de transacciones del periodo 3'816,800, siendo este valor igual a 0.01189. Es importante recalcar que estos datos fueron proporcionados por el sistema de tarjeta de crédito con el cual se tuvo contacto.

Ahora el paso siguiente será evaluar el valor esperado de L(D):

$$E(L(d))= kg(d)P\leq d) \ + \ cP(X>d)$$

Substituyendo g(d) por su valor,tenemos que E(L(d)) queda:

$$E(L(d))= (0.92)kdP(X\leq d) + c(1-P(X\leq d))$$

de donde

$$E(L(d))= (0.92)kdP(X\leq d) + c - cP(X\leq d)$$

Cuando se obtiene E'(L(d)) se llega a

$$E'(L(D)) = (0.92)kF(D) + (0.92)Dkf(D) - cf(D)$$

(la substitución de $P(X\leq d)$ por F(d) y $P'(X\leq d)$ por f(d) es igual que en el capitulo II)

Ahora se procede a substituir las constantes "c" y "k".con lo que E'(L(d)) se representa como:

$$E'(L(d))=(0.92)(0.01189)F(d) + (0.92)d(0.01189)f(d) - (262.00)f(d)$$

El próximo paso es igualar E'(L(d)) a cero y buscar el valor de "d" dentro de esa igualdad, mismo que será el que minimice a E(L(d)), con la ayuda de una computadora se llevo a cabo esta evaluación y el valor de "d" donde E(L(d)) alcanza el minimo es $26,095.00, es decir la minima esperanza para la perdida se alcanza en esta decisión, de tal forma se puede decir que el limite existente es elevado, ya que presenta una diferencia de $3,905.00. Se da ahora una pauta para poder decidir si se cambia un limite existente o no, ya que el nuevo limite posee las caracteristicas que se desean para contestar la pregunta que es el origen de esta tesis. De aquí el investigador de acuerdo a todo lo expuesto tiene una base para tomar la Decisión.

# CAPITULO V.

## *Conclusiones*

Con lo expuesto en esta tesis, se plantea un curso alterno para la proposición y fijacion de limites de piso a transacciones con tarjeta de crédito, con otro punto de vista acerca del medio ambiente en el cual se desarrollan las operaciones. Ya que se trabajó con una distribución de probabilidades Gama para los montos facturados (para los cuales se aceptaba una distribucion Normal), situación que modificó las ideas que se tenian para la fijacion de limites de piso; además se reinició un interés por comunicar oportuna y eficazmente los limites de piso, con la intencion de recobrar la confianza de los establecimientos en este limite, ya que se trabaja con un riesgo conocido, pretendiendo evitar ambigüedades y dudas en la duracion del mismo. Estas situaciones ocasionarón una revalorizacición de: la imagen de la tarjeta, del departamento encargado de autorizaciones y del empleo adecuado del boletin catorcenal, todo esto con miras a reducir los costos en que se incurre durante la operación normal de la tarjeta. Dichos costos se utilizan en las definiciones de las constantes 'c' y 'k' (por periodos), a su vez se propuso la zona de alto riesgo, así como la utilización de la tabla de evaluación de riesgo por giro, que ya existia, siendo esto de gran utilidad en este trabajo.

Para uso futuro, del modelo, se detectó una caracteristica particular de este mercado: en intervalos de tiempo, no mayores a tres meses, el comportamiento de la facturación, se mantiene similar, situación que permite la utilización de la misma distribución de probabilidades, con un posible cambio de escala, para efectuar un pronóstico.

Ahora bien si existiese, un movimiento de orden inflacionario (situación que afecta directamente a la facturación) la curva sólo presentaria un corrimiento sobre el eje x, pues las facturaciones de monto de pequeño tienden a desaparecer cuando aumentan los precios e ingresan nuevos montos de mayor importe. Las constantes 'c' y 'k', debido a que su definicion las liga a los costos del sistema, presentaran un ajuste ya que los costos se ven afectados directamente por los movimientos de alza en nuestra economia; queda ahora por ver la funcion g(L) misma que al ser representada como una razón porcentual del monto situado como limite, se ajustara en forma automatica; todo esto se debe a las definiciones que, para cada una de estas constantes, se dan en esta tesis. El comparar el limite vigente con el propuesto, para el giro de autoservicios, deja ver una diferencia significativa, que aunada a las dudas existentes acerca de la efectividad del limite vigente, generaron la inquietud de revisar los limites, a esta situacion no se tuvo acceso por impedimentos de orden legal, cabe mencionar que variantes en las definiciones de las partes de la función de pérdida, pueden acarrear diferentes resultados. La alta administracion, de la empresa con que se tuvo contacto, al principio considero un desvío de recursos la realización de este trabajo, pero una vez que se obtuvieron los primeros resultados, incremento su interés por el tema. Se debe aclarar que para obtener información actualizada, existen impedimentos, situacion que ocasiono que los datos pertenezcan al año de 1986 y que dificulta una comparación actualizada.

## BIBLIOGRAFIA


DeGroot M.H. "Optimal Statistical Decisions", McGraw Hill.
E.U.A., 1970

Feller W. "Introducción a la Teoria de Probabilidades y sus Aplicaciones", Limusa.
Mexico, 1983.

Lindley D.V. "Principios de la Teoria de la Decision", Vicens-Vines.
España, 1977.

Meyer P.L. "Probabilidad y Aplicaciones Estadisticas", Fondo Educativo Interamericano.
Mexico, 1980.

Mood A.M., Graybill F.A. y Boes D.C. "Introduction to the Theory of Statistics",
McGraw Hill.
Mèxico, 1983.