



24  
7  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA DE  
COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO  
REFORZADO EN FLEXOCOMPRESION  
BIAXIAL CUMPLIENDO REQUISITOS  
DE RIGIDEZ Y RESISTENCIA

T E S I S  
D U E P R E S E N T A  
JUAN ALDASORO ROBLES  
PARA ASPIRAR AL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL

FALLA DE ORIGEN

México, D. F.

1989



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA DE  
COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO  
REFORZADO EN FLEXOCOMPRESIÓN BIAJIAL  
CUMPLIENDO REQUISITOS DE RIGIDEZ Y  
RESISTENCIA**

## **CONTENIDO**

Agradecimientos .....	IV
-----------------------	----

### **CAPITULO I Introducción.**

A. Antecedentes.....	1
B. Objetivos.....	6

### **CAPITULO II Procedimiento general de cálculo.**

A. Introducción.....	9
B. Comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión .....	10
C. Concepto de rigidez efectiva de columnas de concreto reforzado sujetas a flexocompresión biaxial.....	11
D. Hipótesis simplificadoras para el cálculo de la rigidez efectiva.....	12
E. Cálculo de la fuerza resultante del concreto en compresión.....	15
F. Procedimiento exacto.....	19
1. Caso I. Triangular.....	19

2. Caso IIA. Trapezoidal.....	26
3. Caso IIB. Trapezoidal.....	28
4. Caso III. Pentagonal.....	30
5. Caso IV. Rectangular.....	32
G. Algunas comprobaciones de las fórmulas.....	34
1. Caso I.....	34
2. Caso II-A.....	36
3. Caso IV.....	38
H. Cálculo de la resultante total respecto a los ejes centroidales.....	45
I. Cálculo de la excentricidad.....	45
J. Cálculo del momento total alrededor del eje neutro.....	46
K. Cálculo de la curvatura.....	46
L. Cálculo de la rigidez efectiva.....	46
M. Cálculo de la fuerza resultante del acero.....	47
N. Ejemplo numérico para calcular la contribución del acero.....	49

---

### CAPITULO III Programa de computadora.

A. Introducción.....	50
B. Explicación detallada del programa.....	52
C. Definiciones.....	57
D. Tipos de problemas que se pueden resolver.....	59
E. Error en el cálculo.....	61
F. Advertencia.....	62

---

### CAPITULO IV Ejemplos.

A. Ejemplo 1. Tipo de problema "REVISAR-I".....	63
B. Ejemplo 2. Tipo de problema "REVISAR-II".....	71
C. Comparación de resistencia con otros métodos.....	92
D. Conclusiones de la comparación de resistencias.....	106
E. Comparación de resistencias con	

pruebas experimentales.....	107
F. Comparación de rigidez con otros métodos.....	109
G. Conclusiones de la comparación de rigideces.....	118
<hr/>	
<b>CAPITULO V Conclusiones.....</b>	<b>119</b>
<hr/>	
Referencia bibliográfica .....	122
<hr/>	
Apéndice A. Diagrama de flujo .....	124
<hr/>	
Apéndice B. Listado del programa .....	143
<hr/>	
Apéndice C. Normas técnicas complementarias .....	167
<hr/>	



Por lo anterior, un elemento puede alcanzar su resistencia bajo innumerables combinaciones de carga axial y momento flexionante. Estas combinaciones varían desde una carga axial máxima,  $P_0$ , de tensión o compresión y un momento nulo, hasta un momento  $M_0$ , de flexión pura. El lugar geométrico de las combinaciones de carga axial y momento flexionante con las que un elemento puede alcanzar su resistencia, se representa gráficamente por medio de un *diagrama de interacción*. La figura 2 muestra un diagrama típico para una sección rectangular con refuerzo simétrico. Cualquier punto en la curva de trazo continuo representa una combinación de momento y carga axial que hace que el elemento alcance su resistencia.

Puede observarse que, si únicamente se aplica carga axial a compresión, el valor máximo, o resistencia, correspondería al punto  $P_{0c}$ . De igual manera, la carga máxima a tensión sería la correspondiente a  $P_{0t}$ . Si la sección se sujetara sólo a momento flexionante, el máximo que podría aplicarse sería el marcado con  $M_0$ . Nótese que el máximo momento flexionante que la sección es capaz de resistir no es el que corresponde a una carga axial nula.

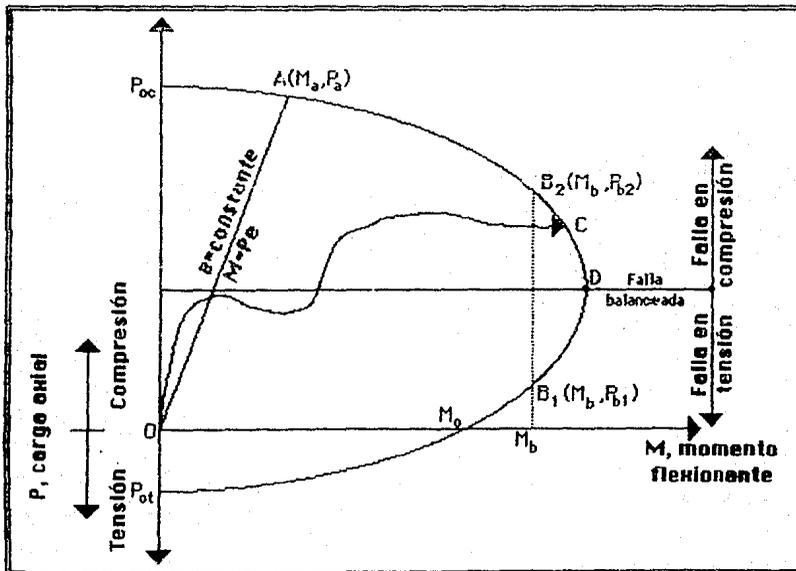


Figura 2. Diagrama de interacción típico para una sección rectangular.

Cuando al aumentar la carga externa el momento y la carga axial crecen en la misma proporción, la historia de carga queda representada por una recta desde el origen, con una pendiente igual al cociente  $P/M = 1/e$ . Para las combinaciones de carga representadas por una recta OA de la figura 2, la resistencia correspondería a la combinación  $M_b$ ,  $P_b$ . En la figura se observa también que para un mismo momento,  $M_b$ , existen dos valores de carga axial que hacen que las secciones alcancen su resistencia. Finalmente, la línea OC representa una historia de carga cualquiera.

El diagrama de interacción de la figura 2 corresponde a un elemento definido perfectamente en su geometría y materiales y representa el conjunto de valores de acciones interiores máximas que el elemento es capaz de soportar. El conocimiento necesario para llegar a esta representación se ha ido acumulando de investigaciones experimentales sobre el comportamiento de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión y carga axial. Estos estudios abarcan desde ensayos en vigas simplemente apoyadas con cargas concentradas simétricas, hasta ensayos en elementos de concreto reforzado sujetos a compresión axial y a compresión excéntrica. También se han llevado a cabo algunos estudios, mucho más reducidos, de elementos sujetos a flexotensión. Con base en esta información, ha sido posible elaborar teorías apoyadas en hipótesis razonables, por medio de las cuales se puede predecir la resistencia de un elemento con un grado tolerable de precisión.

Se han hecho varias sugerencias para calcular la resistencia a flexión biaxial, conocidas las resistencias uniaxiales. Una expresión tomada de las NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS,<sup>1</sup> deducida por Bresler, para la resistencia de una columna cargada biaxialmente es

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_{RO}}}$$

donde

- $P_R$  carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$ .
- $P_{RO}$  carga axial resistente de diseño, suponiendo  $e_x = e_y = 0$ .
- $P_{Rx}$  carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad  $e_x$  en el plano de simetría.
- $P_{Ry}$  carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad  $e_y$  en el plano de simetría.

<sup>1</sup> Ver la referencia bibliográfica 3 o el Apéndice C.

Esta expresión tiene la desventaja de ser más adecuada para una revisión que para el diseño. Otro método de diseño es por medio de gráficas de interacción biaxiales en flexocompresión de elementos de concreto reforzado.<sup>2</sup> En la actualidad se puede predecir la resistencia de un elemento de concreto reforzado sujeto a flexión y carga axial con un error no mayor de 15 por ciento de la capacidad real que se obtendría si dicho elemento se ensayara hasta la falla. En casos con flexión en torno a sólo uno de los ejes principales, el error es del orden del 10 por ciento. Esta aproximación es satisfactoria para fines de diseño.

Los miembros a compresión sujetos sólo a carga axial son raros, si acaso existen. Todas las columnas están sujetas a algún momento flexionante, el cual puede ser debido a los extremos restringidos que parten del piso monolítico o de las vigas, o debido a una excentricidad accidental en conexiones imperfectas o a la variación de los materiales.

Si bien los criterios para calcular la resistencia han mejorado, no puede decirse lo mismo para el caso de la rigidez; esto es evidente cuando se determinan en campo los periodos de vibración de una estructura de concreto, ya que generalmente estos no coinciden con los valores teóricos calculados con las propiedades de rigidez asignadas a los elementos estructurales durante el análisis. Como estos valores de rigidez asignados no son verificados una vez que se dimensiona la estructura, los valores reales de rigidez seguramente diferirán de los supuestos y más aún las rigideces relativas entre los miembros, por lo que la estructura analizada es diferente de la dimensionada y de ahí lo que se menciona al principio de párrafo.

Se ha querido soslayar el hecho antes mencionado diciendo que por las redistribuciones de esfuerzos que ocurren en toda estructura hiperestática, no es de gravedad efectuar el análisis y dimensionamiento estructural como si fueran dos aspectos sin relación alguna; sin embargo, si se quieren realizar diseños más realistas y hacer uso óptimo de los materiales, es necesario tomar en cuenta que la rigidez de los elementos de concreto reforzado varía con parámetros tales como:

1. Nivel de flexocompresión.
2. Cuantía y distribución del acero de refuerzo.
3. Resistencia del concreto y del acero.
4. Flexión alrededor de dos ejes perpendiculares.

Los criterios actuales para calcular la rigidez son muy burdos y en el mejor de los casos, sólo tratan de tomar en cuenta, aún cuando de una manera simplista, uno o cuando más, dos de los parámetros antes mencionados.

---

<sup>2</sup> Ver las referencias bibliográficas 1, 2 y 5.

Los procedimientos más utilizados para calcular la rigidez de elementos de concreto son los presentados por el American Concrete Institute (ACI). Estos métodos se recomiendan básicamente para calcular deformaciones en el caso de vigas, o para calcular cargas críticas en el caso de columnas; sin embargo, en ninguna parte se menciona que se utilicen estas rigideces para el análisis estructural.

En los métodos del ACI hay que distinguir dos aspectos que se consideran: uno de ellos es el que se refiere a aspectos de larga duración (deformaciones diferidas, pérdida de rigidez con el tiempo, etc.) y el otro son los efectos instantáneos, de estos últimos se hará énfasis en esta tesis.

El ACI recomienda calcular la rigidez equivalente o efectiva  $E_{ef}$  como:

$$E_{ef} = \frac{E_c I_g}{5} + E_s I_s \quad (1)$$

donde

- $E_c$  módulo de elasticidad del concreto, se tienen varias expresiones para calcularlo, el más común en nuestro medio es de  $\alpha\sqrt{f'_c}$ ; para concreto tipo 1,  $\alpha = 14000$ ; para concreto tipo 2,  $\alpha = 8000$ .
- $I_g$  momento de inercia de la sección gruesa del concreto.
- $E_s$  módulo de elasticidad del acero de refuerzo.
- $I_s$  momento de inercia del acero de refuerzo.

Las NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS, también recomienda la expresión anterior, aunque menciona que  $E_c$  debe calcularse como  $\alpha\sqrt{f'_c}$ ; para concreto tipo 1,  $\alpha = 14000$ ; para concreto tipo 2,  $\alpha = 8000$ . Investigaciones recientes hacen ver que este valor  $E_c$  es alto para los concretos fabricados con agregados obtenidos de zonas aledañas al Distrito Federal; se ha sugerido valores entre  $7500\sqrt{f'_c}$  y  $8500\sqrt{f'_c}$ .

El ACI también acepta que se calcule la rigidez efectiva con la expresión:

$$E_{ef} = 0.4E_c I_g \quad (2)$$

que como se puede comprender, éste último procedimiento es más conservador y burdo que al aplicar la expresión (1), la cual a su vez no toma en cuenta, al menos explícitamente, variables tales como el nivel de la carga, la excentricidad de la misma, etcétera; además, el módulo de elasticidad del

concreto ( $E_c$ ) puede tener grandes variaciones, según sea la expresión que se utilice para el cálculo.

Para calcular el parámetro  $EI$  de elementos en flexión, el ACI recomienda la siguiente expresión para cuando se desean calcular las deflexiones de un elemento.

$$EI_{ef} = E_c \left\{ \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \right\} \quad (3)$$

donde

- $M_{cr}$  momento de agrietamiento de la sección transversal.
- $M_a$  momento para el que se quiere calcular la deflexión.
- $I_{cr}$  momento de inercia de la sección agrietada transformada.

esta expresión fue desarrollada para el cálculo de  $EI$  en el rango de  $E_c I_g$  y  $E_c I_{cr}$ , poniéndola en función del nivel de agrietamiento, dado por el cociente  $M_{cr}/M_a$ .

En miembros continuos, el ACI sugiere promediar simplemente los valores determinados para las secciones de máximo momento positivo y negativo. El reglamento del Distrito Federal, recomienda promediar el obtenido en cada extremo del elemento más dos veces el calculado para la sección central. Otro método de diseño es por medio de gráficas de rigidez.<sup>3</sup>

La incongruencia de los métodos antes descritos es que generalmente se calcula para las vigas mayor rigidez que para las columnas.

### B. Objetivos.

La Ingeniería Estructural pretende, dentro de sus múltiples propósitos, diseñar estructuras seguras tratando de predecir su comportamiento ante la combinación de diferentes acciones a las que se verá sometida a lo largo de su vida útil. En forma general, se pueden establecer las siguientes etapas dentro del proceso de diseño:

1. Selección de la estructuración.
2. Selección de los materiales.
3. Determinación de las cargas.
4. Cálculo de los elementos mecánicos.
5. Dimensionamiento de los elementos.
6. Revisión del funcionamiento de la estructura bajo cargas de servicio.

<sup>3</sup> Ver la referencia bibliográfica 4.

Para el caso de una estructura de concreto, una vez que se ha escogido la estructuración (disposición de elementos resistentes) más adecuada y se han seleccionado las cargas que actuarán sobre la estructura, se pasa a realizar el análisis de la misma, es decir, la determinación de los elementos mecánicos; para esto se supone que se conocen las solicitaciones que actúan sobre la estructura, así como su geometría, características de los materiales que la forman y las rigideces de las secciones transversales de los miembros.

Este último parámetro, rigidez, es muy importante porque según sea su variación relativa entre los miembros que forman la estructura, será la distribución de los elementos mecánicos de diseño. En muchas ocasiones la elección previa de las dimensiones se realiza con base en la experiencia del diseñador; sin embargo, en esta etapa no se considera si la sección está o no agrietada, ni la contribución del acero de refuerzo a la rigidez, así como tampoco el efecto del nivel de flexocompresión al que se encontrará sujeto el elemento.

Una vez conocida las fuerzas internas que actúan sobre la estructura, se procede a determinar el refuerzo de las secciones originalmente propuestas, así como su posición; en contadas ocasiones se varía la sección transversal inicial y cuando esto sucede generalmente no se vuelve a analizar la estructura. Cabe en este instante mencionar, que todo lo anterior se realiza olvidándose de la rigidez inicialmente propuesta.

Desde este punto de vista de diseño, resulta entonces prácticamente imposible dimensionar una sección para que sea capaz de resistir las acciones externas (fuerza axial y momentos flexionantes) y que simultáneamente cumpla con la rigidez que se propuso inicialmente para el análisis. Esto implica que la estructura dimensionada no corresponda, en la mayoría de los casos, a la analizada, y por lo tanto se obtendrá un comportamiento diferente al esperado. Esto ha sido evidente durante mediciones realizadas en edificios para determinar su periodo de vibración.

Por las consideraciones hechas anteriormente, resulta obvio que el diseño de una estructura de concreto reforzado debe ser esencialmente un procedimiento de aproximaciones sucesivas para satisfacer ambos objetivos: resistencia y rigidez.

Por otra parte, para el cálculo de la resistencia del concreto es común utilizar la hipótesis del bloque equivalente, con el objeto de desarrollar métodos sencillos de cálculo. Los reglamentos de construcción recurren a hipótesis simplificadoras en las cuales se fija un valor de la deformación unitaria máxima útil de concreto, y donde se definen diagramas de esfuerzos de compresión, de tal manera que el área del diagrama de esfuerzos y la posición de la resultante de compresión, sean semejantes a las que correspondería a una distribución real. La hipótesis del bloque equivalente de esfuerzos sólo es aplicable a secciones rectangulares en flexocompresión uniaxial; su extrapolación a otro tipo de comportamiento no está plenamente

justificado; además, para calcular la rigidez, a cualquier nivel de esfuerzos, esta hipótesis no es aplicable, ya que sólo es válida cuando el elemento alcanza su resistencia a una deformación unitaria máxima. Por lo tanto, es necesario recurrir a la curva "real" esfuerzo-deformación del concreto, que nos permite calcular su estado de esfuerzo para cualquier deformación unitaria.

Además, es difícil realizar el análisis y diseño de secciones de columnas con flexión biaxial, debido a que es necesario un procedimiento de pruebas y ajustes para encontrar la inclinación y profundidad del eje neutro que satisfaga las ecuaciones de equilibrio. Por lo general, el eje neutro no es perpendicular a la excentricidad resultante. En el diseño se puede suponer una sección transversal y un arreglo del refuerzo, e ir corrigiendo sucesivamente el área de esfuerzos hasta que la capacidad de la sección se aproxime al valor requerido. En consecuencia, es impráctico utilizar directamente las ecuaciones en el diseño sin la ayuda de una computadora.

Por lo expuesto en párrafos anteriores, surgió la idea de desarrollar un programa de computadora que permitiera calcular el valor de la resistencia y rigidez del elemento de concreto en función del nivel de flexocompresión, de la geometría de la sección transversal y de la cuantía y disposición del acero de refuerzo. En años anteriores se desarrollaron investigaciones que resolvieron el problema para el caso de flexocompresión uniaxial. Con el afán de obtener un modelo que represente en forma más "exacta" el comportamiento real de la estructura por analizar, se realiza el presente trabajo cuyo objetivo es desarrollar el diseño con ayuda de la computadora, que permita calcular la resistencia y rigidez efectiva de columnas de concreto reforzado cuando están sometidas a flexocompresión biaxial.

El criterio que se seguirá es aquel en el que el requisito de rigidez se debe cumplir bajo condiciones de cargas de servicio, debido a que el 99% de la vida útil de la estructura es para estas condiciones y sólo para la acción de sismos de gran intensidad se llegará probablemente a la resistencia, estado para el cual el análisis convencional que se realiza no tiene significado alguno, ya que éste se realiza para condiciones "elásticas". La resistencia se calcula para cuando el concreto está a punto de alcanzar su deformación de falla.



**PROCEDIMIENTO GENERAL DE CÁLCULO**

**1. Introducción.**

Una columna ha sido definida como un miembro usado principalmente para soportar cargas de compresión axial con una proporción de altura a la menor dimensión lateral de 3 o mayor. Los elementos de concreto mas cortos podrían no ser reforzados y tratarlos como cimentaciones de mampostería. Las columnas de concreto reforzado son principalmente de dos tipos, clasificadas de acuerdo a la manera en la cual las varillas de refuerzo longitudinal están lateralmente soportadas. La columnas de estribos son, generalmente de forma cuadrada, rectangular o circular, en la cual las varillas de refuerzo longitudinal son sujetadas por estribos laterales generalmente espaciados a cierta longitud como se muestra en la figura 3a.

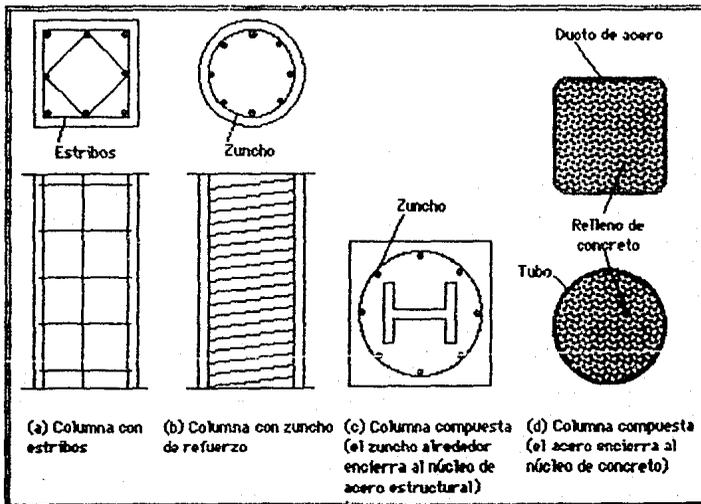


Figura 3. Tipos de columnas.

La columna zunchada es la que generalmente es de forma cuadrada o circular, en la cual el refuerzo longitudinal de las varillas están arregladas en círculos y envueltas en una espiral continua, generalmente con separación de

5 o 7 cm, como se muestra en la figura 3b. Una columna compuesta es aquella en la cual un perfil estructural de acero, tubular o rectangular es usada con o sin varillas longitudinales. Un arreglo de una columna común podría contener un perfil completamente ahogado en el concreto, la cual está adicionalmente reforzada con ambos refuerzos longitudinales y laterales (zuncho o estribos) como se muestra en la figura 3c. En un segundo tipo de columnas compuestas el acero podría estar entubado en un corazón de concreto, el cual podría o no tener varillas de refuerzo longitudinal, como se muestra en la figura 3d.

### **B. Comportamiento y modos de falla de elementos sujetos a flexocompresión.**

El tipo de espécimen usado en investigaciones de elementos sujetos a flexocompresión es semejante al que aparece en la figura 4, donde se indica esquemáticamente el refuerzo usual y una posible configuración de agrietamiento. Generalmente la carga  $P$  se aplica a una excentricidad constante. Esto hace que toda la zona prismática del espécimen esté sujeta a una carga axial y a un momento flexionante que crece en la misma proporción, hasta el colapso.

Existen dos modos principales de falla de elementos sujetos a flexocompresión: falla en compresión y falla en tensión.

En el primer caso la falla se produce por aplastamiento del concreto. El acero del lado más comprimido fluye, en tanto que el del lado opuesto no fluye en tensión.

El segundo modo de falla se produce cuando el acero de un lado fluye en tensión antes de que se produzca el aplastamiento del concreto en el lado opuesto, más comprimido.

El tipo de falla depende esencialmente de la relación entre momento y carga axial en el colapso. En el diagrama de interacción mostrado en la figura 2, el punto **D** separa la zona de falla en compresión de la falla en tensión, recibe el nombre de **punto de falla balanceada**.

Se ha observado que el efecto del refuerzo helicoidal sobre la resistencia disminuye apreciablemente en cuanto la carga axial tiene cierta excentricidad, aunque la hélice aumenta la ductilidad del elemento.

También en este caso cabe hacer notar que las mediciones de deformaciones han indicado que éstas varían casi linealmente a lo largo del peralte, es decir, las secciones transversales se mantienen planas antes y después de la deformación; esto ha servido para desarrollar los procedimientos de diseño más comunes.

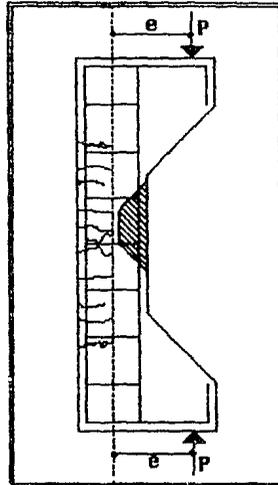


Figura 4. Especimen para ensayo en flexocompresión con agrietamiento típico.

**C. Concepto de rigidez efectiva de columnas de concreto reforzado sujetas a flexocompresión biaxial.**

El valor de la pendiente de la curva ( $M-\phi$ ) de un elemento en flexocompresión, se denomina rigidez efectiva en flexión. Para un material elástico-lineal, la gráfica  $M-\phi$  es una recta, por lo que el valor de su rigidez no varía al cambiar la carga axial o la excentricidad de dicha carga. Para un material de comportamiento no lineal, como lo es el concreto reforzado, la gráfica momento-curvatura no es una recta, por lo que el valor de la rigidez varía con la magnitud de la carga axial y con la excentricidad de dicha carga. La curva para una determinada excentricidad sería como la que se muestra en la figura 5.

Si la figura 5 se define en forma discreta, la rigidez efectiva se puede calcular con la ecuación siguiente:

$$E I_{ef} = \frac{\Delta M}{\Delta \phi}$$

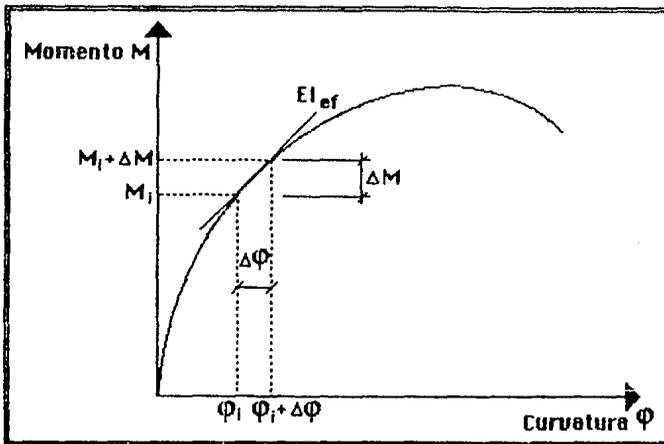


Figura 5. Diagrama Momento-Curvatura.

#### D. Hipótesis simplificadoras para el cálculo de la rigidez efectiva.

Para el cálculo de la rigidez efectiva se consideraron las hipótesis que se utilizan para el diseño por resistencia de elementos de concreto reforzado. Entre las más importantes están:

1. Las deformaciones en el refuerzo y en el concreto son directamente proporcionales a la distancia del eje neutro. Esto es, la distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana. Esta hipótesis permite calcular la deformación unitaria para cualquier fibra de la sección si se fija la posición del eje neutro y un punto de deformación unitaria conocida, como se muestra en la figura 6.

2. El concreto no resiste esfuerzos de tensión longitudinal. El concreto tiene una resistencia a la tensión (directa o por flexión) que varía de 10 a 15% de la resistencia a la compresión ( $f_c$ ), pero para fines prácticos no se incluye en la resistencia de miembros con porcentajes normales de refuerzo.

3. Se conocen las características esfuerzo-deformación del acero. Se considera comportamiento elastoplástico, en el cual los esfuerzos son directamente proporcionales a la deformación unitaria hasta el esfuerzo de fluencia  $f_y$ ; después, permanece constante para deformaciones mayores. Se desprecia la zona de endurecimiento por deformación.

## Procedimiento General de Cálculo

13

Se considera en la parte elástica-lineal un módulo de elasticidad igual a 2,000,000 kg/cm<sup>2</sup>. Para el cálculo de los esfuerzos en el acero, en este trabajo se tomarán las tres etapas siguientes:

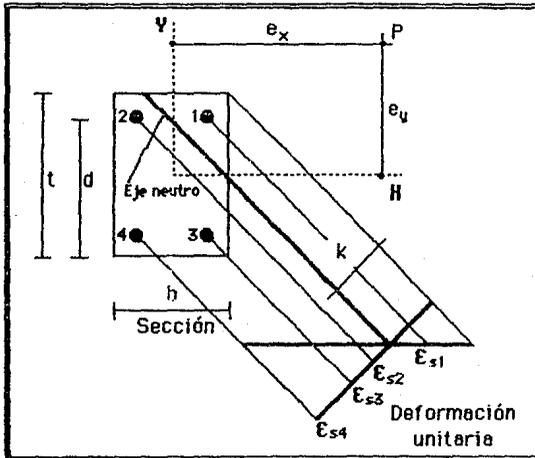


Figura 6. Distribución de deformaciones unitarias para el caso de flexión biaxial.

- si  $\epsilon_s \geq \epsilon_y$  entonces  $f_s = f_y$   
 si  $\epsilon_s < \epsilon_y$  y  $\epsilon_s > -\epsilon_y$  entonces  $f_s = \epsilon_s E_s$   
 si  $\epsilon_s \leq -\epsilon_y$  entonces  $f_s = -f_y$

donde,

- $f_s$  esfuerzo en el acero para una deformación unitaria  $\epsilon_s$  en el rango elástico, en kg/cm<sup>2</sup>.  
 $f_y$  esfuerzo de fluencia en el acero, en kg/cm<sup>2</sup>.  
 $E_s$  módulo de elasticidad en el acero, en kg/cm<sup>2</sup>.  
 $\epsilon_s$  deformación unitaria en el acero, adimensional.  
 $\epsilon_y$  deformación unitaria del acero para el esfuerzo de fluencia, adimensional.

## Procedimiento General de Cálculo

14

4. Se conocen las características esfuerzo-deformación del concreto. Se han propuesto diferentes distribuciones para la relación esfuerzo-deformación unitaria del concreto, tales como la triangular, la rectangular, la parabólica, etc., llevando todas ellas a resultados aproximados en cuanto al cálculo de la resistencia, no siendo así en el cálculo de giros y deformaciones, y por lo tanto de rigideces, en donde la forma de la curva esfuerzo-deformación del concreto, influye considerablemente.

En este trabajo se define a la curva esfuerzo-deformación del concreto mediante la siguiente ecuación:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

donde

- $f_c$  esfuerzo en el concreto para una determinada deformación unitaria, en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .
- $f'_c$  resistencia máxima a la compresión del concreto, en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .
- $E_s$  módulo de elasticidad en el acero, en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .
- $E$  deformación unitaria del concreto, adimensional. En esta tesis se utiliza el valor de 0.003 para calcular la resistencia y es variable para calcular la rigidez.
- $E_0$  deformación unitaria del concreto para el esfuerzo máximo  $f_c$ , adimensional. En esta tesis se utiliza el valor de 0.002 tanto para calcular la resistencia como la rigidez.

7. Existe adherencia entre el concreto y el acero en la zona de compresión. Por tal razón, la deformación unitaria del acero es la misma que la del concreto adyacente, es decir, no existe corrimientos relativos entre el acero y el concreto que lo rodea. Es importante hacer notar que durante los desarrollos no se consideran las deformaciones debidas a la contracción del concreto y al flujo plástico ya que existen diversos requisitos que establecen los distintos reglamentos de diseño de concreto para minimizar o tomar en cuenta dichos conceptos.

Con estas hipótesis ha sido posible desarrollar diagramas de interacción para calcular la resistencia uniaxial o biaxial de columnas de concreto reforzado.

### **E. Cálculo de la fuerza resultante del concreto en compresión.**

El reglamento de construcción hace hipótesis simplificadoras respecto a la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del concreto y al valor de la deformación unitaria máxima útil de éste para fines de cálculo de la resistencia. En rigor, la resistencia puede determinarse sin necesidad de recurrir a estas hipótesis si se conoce la curva esfuerzo-deformación del concreto. Además el cálculo es más aproximado y se puede saber a que esfuerzos está sometido el concreto para cualquier deformación, con lo cual se puede calcular el diagrama  $M-\phi$  y de éste la rigidez a cualquier nivel de carga. La determinación de la resultante de los esfuerzos de compresión en el concreto y de su posición, puede hacerse integrando el volumen de esfuerzos. Esta resultante depende del ancho y peralte de la sección, de la profundidad e inclinación del eje neutro, de la resistencia del concreto, de la deformación unitaria del concreto, y de esta deformación para el esfuerzo máximo  $f_c$ . A continuación se muestra, con fines ilustrativos, una manera de obtener el volumen de esfuerzos o la resultante total a compresión del concreto. **Los momentos en el siguiente cálculo están referidos al origen, pero para obtener el momento para calcular la resistencia por flexión, al igual que para calcular la rigidez, deben referirse a los ejes centroidales.**

Supongamos que tenemos las siguientes características de una columna (ver la figura 7):

**DATOS:**

Ancho = 40 cm

Peralte = 60 cm

Inclinación del eje neutro con respecto a la horizontal =  $5^\circ$

Profundidad del eje neutro = 25 cm

$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

Deformación unitaria del concreto para el esfuerzo máximo  $\epsilon_c = 0.002$

Deformación unitaria, cualquiera, del concreto  $\epsilon = 0.003$

**SOLUCION:**

**NOTA:** El método numérico que se utiliza aquí para el cálculo es sólo aplicable a este problema en particular y aproximado, pues si se quiere tener más aproximación se deberá calcular más secciones que las dos que aquí se toman, la  $A_1$  y la  $A_2$ . Esta simplificación que se hace se debe a que la sección, en compresión de la columna vista en planta, se asemeja casi a un rectángulo.

$$\cos 5^\circ = \frac{25.00}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{25.00}{\cos 5^\circ} = 25.10^{[4]} \text{ cm}$$

$$\tan 5^\circ = \frac{25.10}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{25.10}{\tan 5^\circ} = 286.84 \text{ cm } (\beta \text{ es el cateto opuesto a } \alpha)$$

Por triángulos semejantes

$$\frac{25.10}{286.84} = \frac{\alpha_1}{286.84 - 40.00} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{25.10}{286.86} (286.84 - 40.00) = 21.60 \text{ cm}$$

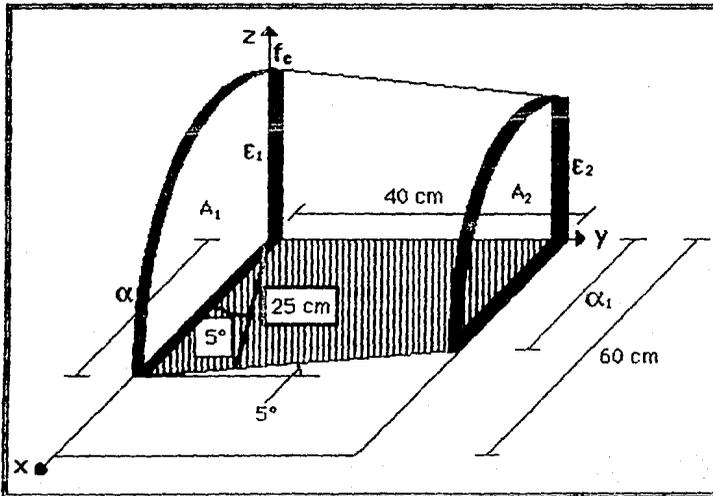


Figura 7. Volumen de esfuerzos.

En la figura 8a se muestran la distribución de las deformaciones unitarias proporcionales del concreto ( $\epsilon$ ), referidas al eje  $y$ , que se obtienen con la ecuación:

<sup>4</sup> De aquí en adelante, los resultados están redondeados y tomando todos los dígitos que es capaz de almacenar la computadora, por esto algunas veces si se hacen los cálculos con la calculadora, resultará que no coinciden exactamente debido al truncamiento.

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha - x}{\alpha} ; x \text{ es la distancia desde el eje } y$$

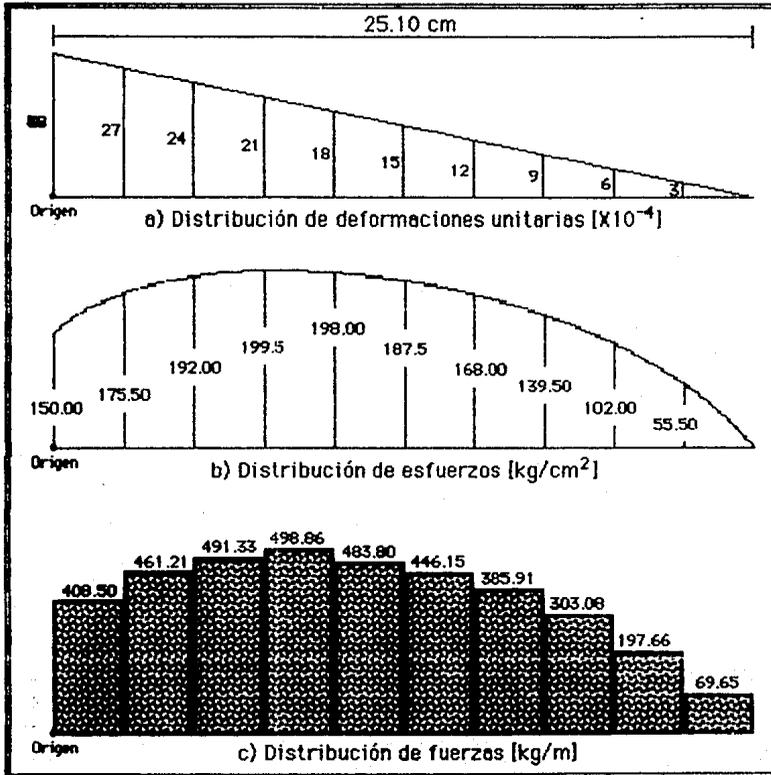


Figura 8. Determinación de acciones internas por el procedimiento numérico usando la curva esfuerzo-deformación.

En la figura 8.b se muestra la distribución de esfuerzos del concreto ( $f_c$ ), que se obtienen con la ecuación:

## Procedimiento General de Cálculo

18

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

En la figura 8.c se muestran la distribución de fuerzas (F) del concreto. Se calculan obteniendo el promedio de alturas de cada rectángulo y multiplicándolo por la base, que es  $\alpha$  dividido entre 10 secciones, que se escogieron de manera arbitraria. Es decir,

$$F = \frac{f_{ci} + f_{ci+1}}{2} \frac{\alpha}{10.00}$$

De la figura anterior podemos tabular los valores y de aquí obtener los momentos y el centro de gravedad del volumen de esfuerzos.

Deformación Adimensional	Esfuerzos Kg/cm <sup>2</sup>	Fuerzas kg/cm	Brazo <sup>5</sup> cm	Momento kg-cm/cm
0.0003	55.50	69.65	23.84	1660.86
0.0006	102.00	197.66	21.33	4217.13
0.0009	139.50	303.08	18.82	5705.53
0.0012	168.00	385.91	16.32	6296.16
0.0015	187.50	446.15	13.81	6159.14
0.0018	198.00	483.80	11.30	5464.55
0.0021	199.50	498.86	8.79	4382.51
0.0024	192.00	491.33	6.28	3083.11
0.0027	175.50	461.21	3.77	1736.47
0.0030	150.00	408.50	1.26	512.67

$$\Sigma F_1 = 3746.17$$

$$\Sigma M_{1y} = 39218.13$$

De la misma manera se procede para los cálculos de la sección A<sub>2</sub> y resulta:

$$\Sigma F_2 = 2756.28$$

$$\Sigma M_{2y} = 26685.04$$

La fuerza total promedio de todo el volumen que encierra la figura es

$$F = \frac{\Sigma F_1 + \Sigma F_2}{2} (\text{Ancho}) = \frac{3746.17 + 2756.28}{2} (40.00) = 130049.08 \text{ kg}$$

<sup>5</sup> El brazo de palanca va del centro del bloque de fuerzas hasta el origen.

El centro de gravedad se calcula como:

$$y = \frac{\frac{\sum M_{1u} + \sum M_{2u}}{2} (\text{Ancho})}{F} = \frac{\frac{39218.13 + 26685.04}{2} (40.00)}{130049.08} = 10.14 \text{ cm}$$

$$x = \frac{\text{ancho}}{2} = \frac{40.00}{2} = 20 \text{ cm}$$

Con la fuerza que ejerce el volumen de esfuerzos y el centroide referido al origen, pueden calcularse los momentos referidos a cualquier eje.

### F. Procedimiento exacto.

Se distinguen 5 casos en función de la profundidad e inclinación del eje neutro.

**Cabe recordar que aquí los momentos y los centros de gravedad están referidos al origen, pero para el cálculo de los momentos flexionantes resistentes y de la rigidez, se tendrán que referir a los ejes centroidales.**

#### 1. Caso I. Triangular (Figuras 9 y 10).

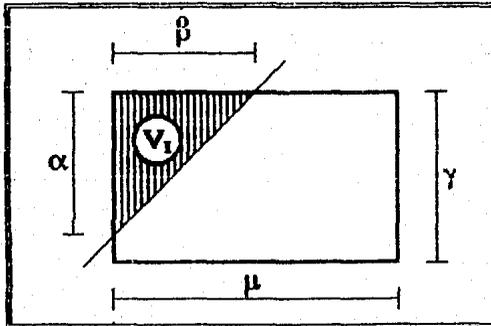


Figura 9. Caso I.



$$\frac{\epsilon}{y} = \frac{\epsilon_1}{\beta_1} \Rightarrow \epsilon = \frac{\epsilon_1}{\beta_1} y \quad (1)$$

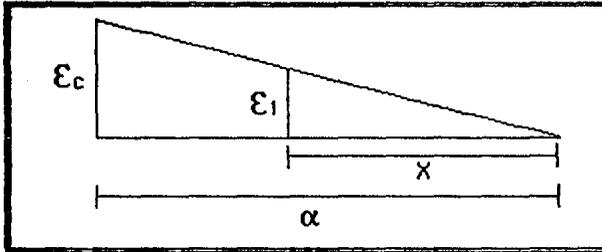


Figura 12. Deformación del concreto en función de la variación X.

De la figura 12:

$$\frac{\epsilon_1}{X} = \frac{\epsilon_c}{\alpha} \Rightarrow \epsilon_1 = \frac{\epsilon_c}{\alpha} X \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación 2 en la 1 resulta:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_c X y}{\alpha \beta_1} \quad (3)$$

De la figura 8:

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\alpha} X \quad (4)$$

Sustituyendo la ecuación 4 en la 3 resulta:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_c X y}{\alpha \frac{\beta}{\alpha} X} = \frac{\epsilon_c}{\beta} y \quad (5)$$

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\epsilon}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (6)$$

Sustituyendo la ecuación 5 en la 6 resulta:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\epsilon_c y}{\epsilon_o \beta} - \left( \frac{\epsilon_c y}{\epsilon_o \beta} \right)^2 \right] \quad (7)$$

La ecuación anterior, es la que define la variación de  $f_c$  en función de solamente  $y$ , con lo cual se ahorra mucho trabajo, pues de esta manera no se tiene que incluir la variable  $x$ . Por lo tanto el volumen se obtiene integrando la siguiente ecuación:

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} \int_0^{f_c \left[ \frac{2\epsilon_c y}{\epsilon_o \beta} - \left( \frac{\epsilon_c y}{\epsilon_o \beta} \right)^2 \right]} dz \, dy \, dx$$

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} f'_c \left[ \frac{2\epsilon_c y}{\epsilon_o \beta} - \left( \frac{\epsilon_c y}{\epsilon_o \beta} \right)^2 \right] dy \, dx$$

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \left[ f'_c \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o \beta} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} y \, dy - f'_c \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_o^2 \beta^2} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} y^2 \, dy \right] dx$$

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \left[ f'_c \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o \beta} \frac{y^2}{2} \Big|_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} - f'_c \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_o^2 \beta^2} \frac{y^3}{3} \Big|_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} \right] dx$$

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \left[ f'_c \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o \beta} \frac{\left( \frac{\beta x}{\alpha} \right)^2}{2} - f'_c \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_o^2 \beta^2} \frac{\left( \frac{\beta x}{\alpha} \right)^3}{3} \right] dx$$

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \left[ r'_c \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0 \beta} \frac{\beta^2 x^2}{2\alpha^2} - r'_c \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2 \beta^2} \frac{\beta^3 x^3}{3\alpha^3} \right] dx$$

$$V_1 = \int_0^{\alpha} \left[ r'_c \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0 \beta} \frac{\beta^2 x^2}{2\alpha^2} - r'_c \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2 \beta^2} \frac{\beta^3 x^3}{3\alpha^3} \right] dx$$

$$V_1 = \left[ r'_c \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0 \beta} \frac{\beta^2 x^3}{6\alpha^2} - r'_c \frac{\epsilon_c^2}{\epsilon_0^2 \beta^2} \frac{\beta^3 x^4}{12\alpha^3} \right]_0^{\alpha}$$

$$V_1 = r'_c \beta \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left[ \frac{x^3}{3\alpha^2} - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \frac{x^4}{12\alpha^3} \right]_0^{\alpha}$$

$$V_1 = r'_c \beta \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left[ \frac{\alpha^3}{3\alpha^2} - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \frac{\alpha^4}{12\alpha^3} \right]$$

$$V_1 = r'_c \beta \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left[ \frac{\alpha^3}{3\alpha^2} - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \frac{\alpha^4}{12\alpha^3} \right]$$

$$V_1 = r'_c \alpha \beta \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)$$

Cálculo de los momentos:

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} r'_c \left[ \frac{2\epsilon_c y}{\epsilon_0 \beta} - \left( \frac{\epsilon_c y}{\epsilon_0 \beta} \right)^2 \right] (\beta_1 - y) dz dy dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} (\beta - y) r_0 \left[ \frac{2\epsilon_c y}{\epsilon_0 \beta} - \left( \frac{\epsilon_c y}{\epsilon_0 \beta} \right)^2 \right] dy dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} \left[ \frac{\beta x}{\alpha} \frac{2\epsilon_c y}{\epsilon_0 \beta} - \frac{\beta x}{\alpha} \frac{2\epsilon_c^2 y^2}{\epsilon_0^2 \beta^2} - \frac{2y\epsilon_c y}{\epsilon_0 \beta} + \frac{y\epsilon_c^2 y^2}{\epsilon_0^2 \beta^2} \right] dy dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \int_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} \left[ \frac{2\epsilon_c x y}{\epsilon_0 \alpha} - \frac{\epsilon_c^2 x y^2}{\epsilon_0^2 \alpha \beta} - \frac{2\epsilon_c y^2}{\epsilon_0 \beta} + \frac{\epsilon_c^2 y^3}{\epsilon_0^2 \beta^2} \right] dy dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \left[ \frac{2\epsilon_c x y^2}{2\epsilon_0 \alpha} - \frac{\epsilon_c^2 x y^3}{3\epsilon_0^2 \alpha \beta} - \frac{2\epsilon_c y^3}{3\epsilon_0 \beta} + \frac{\epsilon_c^2 y^4}{4\epsilon_0^2 \beta^2} \right]_0^{\frac{\beta x}{\alpha}} dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \left[ \frac{2\epsilon_c x \beta^2 x^2}{2\epsilon_0 \alpha \alpha^2} - \frac{\epsilon_c^2 x \beta^3 x^3}{3\epsilon_0^2 \alpha \beta \alpha^3} - \frac{2\epsilon_c \beta^3 x^3}{3\epsilon_0 \beta \alpha^3} + \frac{\epsilon_c^2 \beta^4 x^4}{4\epsilon_0^2 \beta^2 \alpha^4} \right] dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \left[ \frac{\epsilon_c \beta^2 x^3}{\epsilon_0 \alpha^3} - \frac{\epsilon_c^2 \beta^3 x^4}{3\epsilon_0^2 \alpha^4} - \frac{2\epsilon_c \beta^3 x^3}{3\epsilon_0 \alpha^3} + \frac{\epsilon_c^2 \beta^2 x^4}{4\epsilon_0^2 \alpha^4} \right] dx$$

$$M_{x1} = \int_0^{\alpha} \left[ \frac{\epsilon_c \beta^2 x^3}{3\epsilon_0 \alpha^3} - \frac{\epsilon_c^2 \beta^2 x^4}{12\epsilon_0^2 \alpha^4} \right] dx$$

$$M_{xl} = f'_c \beta^2 \frac{E_c}{E_0} \left[ \frac{x^4}{12\alpha^3} - \frac{E_c}{E_0} \frac{x^5}{60\alpha^4} \right]_0^\alpha$$

$$M_{xl} = f'_c \beta^2 \frac{E_c}{E_0} \left[ \frac{\alpha^4}{12\alpha^3} - \frac{E_c}{E_0} \frac{\alpha^5}{60\alpha^4} \right]$$

$$M_{xl} = f'_c \alpha \beta^2 \frac{E_c}{E_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{E_c}{E_0} \right)$$

De igual manera se calculan todas las demás ecuaciones, por lo tanto:

$$M_{yi} = f'_c \alpha^2 \beta \frac{E_c}{E_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{E_c}{E_0} \right)$$

Centros de gravedad:

$$x_i = \frac{M_{yi}}{V_i}$$

$$y_i = \frac{M_{xl}}{V_i}$$

2. Caso IIA. Trapezoidal (Figuras 13 y 14).

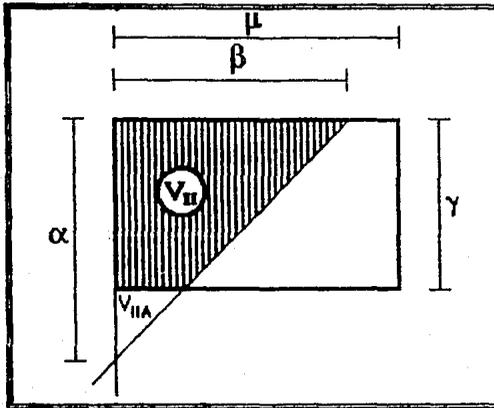


Figura 13. Caso IIA.

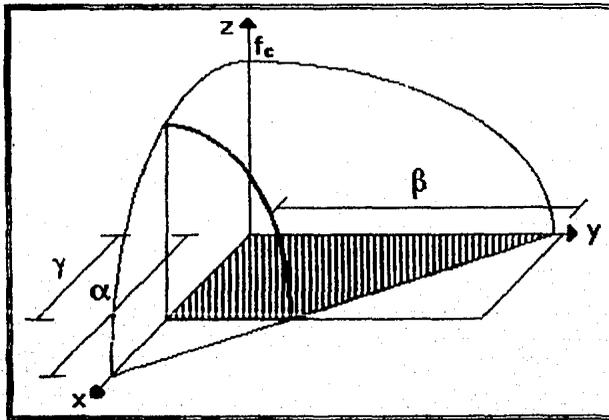


Figura 14. Volumen de esfuerzos para el Caso IIA.

$$\alpha_1 = \alpha - \gamma; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma); \quad E = E_c \frac{\alpha_1}{\alpha}$$

## Procedimiento General de Cálculo

27

$$v_{IIA} = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$m_{x_{IIA}} = f'_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$m_{y_{IIA}} = f'_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$x_{IIA} = \frac{m_{y_{IIA}}}{v_{IIA}}$$

$$y_{IIA} = \frac{m_{x_{IIA}}}{v_{IIA}}$$

$$m_{y_{IIA}} = v_{IIA}(y + x_{IIA})$$

$$v_{II} = v_I - v_{IIA} \quad (\text{Para } v_I \text{ véase el caso I)}$$

$$m_{x_{II}} = m_{x_I} - m_{x_{IIA}} \quad (\text{Para } m_{x_I} \text{ véase el caso I)}$$

$$m_{y_{II}} = m_{y_I} - m_{y_{IIA}} \quad (\text{Para } m_{y_I} \text{ véase el caso I)}$$

$$x_{IIA} = \frac{m_{y_{II}}}{v_{II}}$$

$$y_{IIA} = \frac{m_{x_{II}}}{v_{II}}$$

3. Caso IIB. Trapezoidal (Figuras 15 y 16).

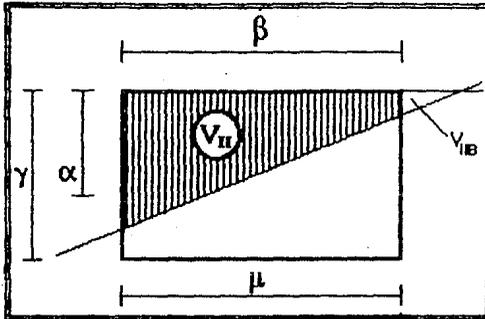


Figura 15. Caso IIB.

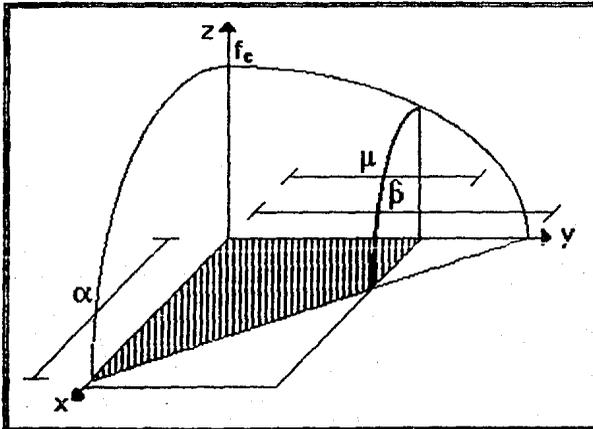


Figura 16. Volumen de esfuerzos para el Caso IIB.

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}(\beta - \mu); \quad \beta_1 = \beta - \mu; \quad \epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha}$$

$$V_{IIB} = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$m_x = f'_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$m_{y_{IIB}} = f'_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$x_{IIB} = \frac{m_{y_{IIB}}}{V_{IIB}}$$

$$y_{IIB} = \frac{m_x}{V_{IIB}}$$

$$m_{x_{IIB}} = V_{IIB}(\mu + y_{IIB})$$

$$V_{IIA} = V_I - V_{IIB} \quad (\text{Para } V_I \text{ véase el caso I)}$$

$$m_{x_{II}} = m_{x_I} - m_{x_{IIB}} \quad (\text{Para } m_{x_I} \text{ véase el caso I)}$$

$$m_{y_{II}} = m_{y_I} - m_{y_{IIB}} \quad (\text{Para } m_{y_I} \text{ véase el caso I)}$$

$$x_{IIB} = \frac{m_{y_{II}}}{V_{II}}$$

$$y_{IIB} = \frac{m_{x_{II}}}{V_{II}}$$

4. Caso III. Pentagonal (Figuras 17 y 18).

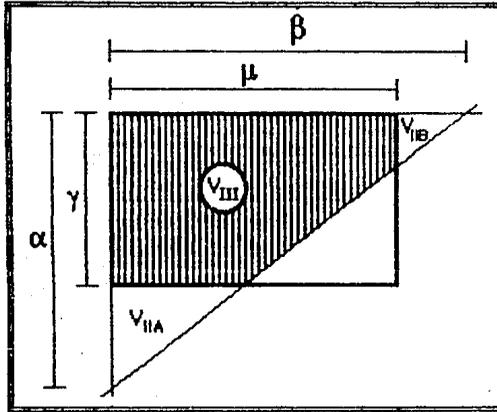


Figura 17. Caso III.

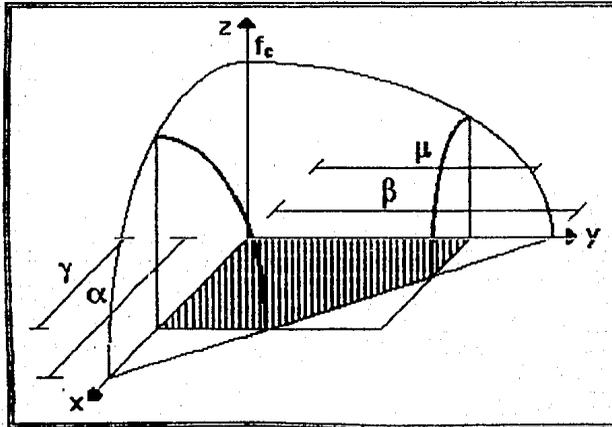


Figura 18. Volumen de esfuerzos para el Caso III.

$$V_{III} = V_I - V_{IIA} - V_{IIB}$$

(Para  $V_I$ ,  $V_{IIA}$  y  $V_{IIB}$  véanse los casos anteriores)

## Procedimiento General de Cálculo

31

$$mx_{III} = mx_I - mx_{IIA} - mx_{IIB}$$

(Para  $mx_I$ ,  $mx_{IIA}$  y  $mx_{IIB}$  véanse los casos anteriores)

$$my_{III} = my_I - my_{IIA} - my_{IIB}$$

(Para  $my_I$ ,  $my_{IIA}$  y  $my_{IIB}$  véanse los casos anteriores)

$$x_{III} = \frac{my_{III}}{y_{III}}$$

$$y_{III} = \frac{mx_{III}}{x_{III}}$$

5. Caso III. Rectangular (Figuras 19 y 20).

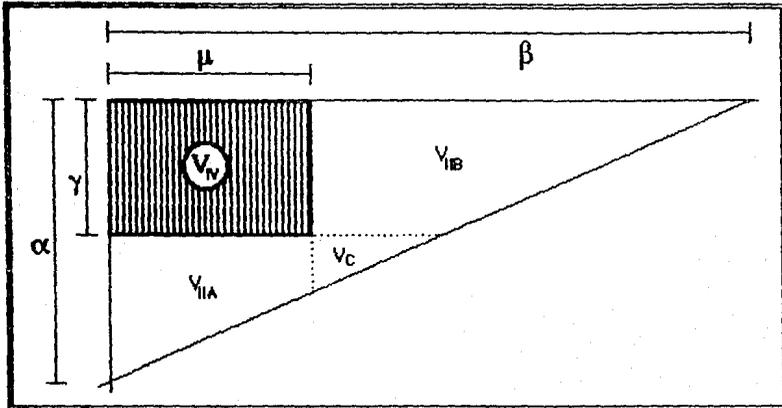


Figura 19. Caso IV.

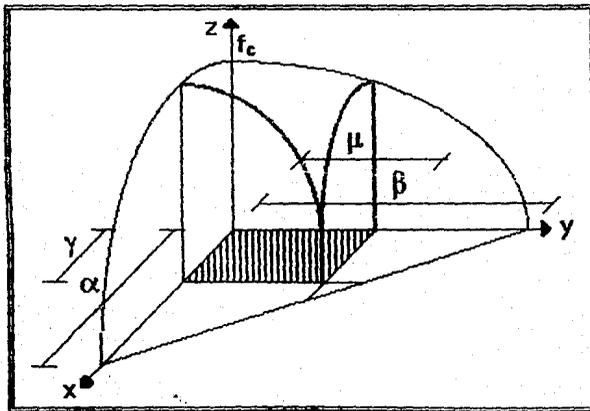


Figura 20. Volumen de esfuerzos para el Caso IV.

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}(\beta - \mu) - \gamma;$$

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma) - \mu;$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha}$$

$$v_c = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$m_x = f'_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$m_y = f'_c \alpha_1^2 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$$

$$x_c = \frac{m_y}{v_c}$$

$$y_c = \frac{m_x}{v_c}$$

$$m_{xc} = v_c(\mu + y_c)$$

$$m_{yc} = v_c(y + x_c)$$

$$v_{IV} = v_I - v_{IIA} - v_{IIB} + v_C$$

(Para  $v_I$ ,  $v_{IIA}$  y  $v_{IIB}$  véanse los casos anteriores)

$$m_{xIV} = m_{xI} - m_{xIIA} - m_{xIIB} + m_{xc}$$

(Para  $m_{xI}$ ,  $m_{xIIA}$  y  $m_{xIIB}$  véanse los casos anteriores)

$$m_{yIV} = m_{yI} - m_{yIIA} - m_{yIIB} + m_{yc}$$

(Para  $m_{yI}$ ,  $m_{yIIA}$  y  $m_{yIIB}$  véanse los casos anteriores)

$$x_{IV} = \frac{m_{yIV}}{v_{IV}}$$

$$y_{IV} = \frac{m_{xIV}}{v_{IV}}$$

## G. Algunos comprobaciones de las fórmulas.

Es necesario comprobar que las fórmulas que vamos a usar estén correctas haciéndoles algunas pruebas, hasta donde sea posible, para no caer en graves errores. Una manera eficaz de probar estas ecuaciones es por medio de integral numérica. Sin embargo se puede hacer uso de otros procedimientos menos complicados. Dependiendo de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\epsilon_c$  se nos pueden presentar volúmenes sencillos, como un tetraedro ortogonal, un prisma triangular y un ortoedro.

### 1. Caso 1

En el Caso 1, cuando la deformación del concreto es pequeña, la curva de esfuerzo-deformación se puede suponer que es una recta por lo que el volumen de esfuerzos del concreto es el de un tetraedro ortogonal (figura 21).

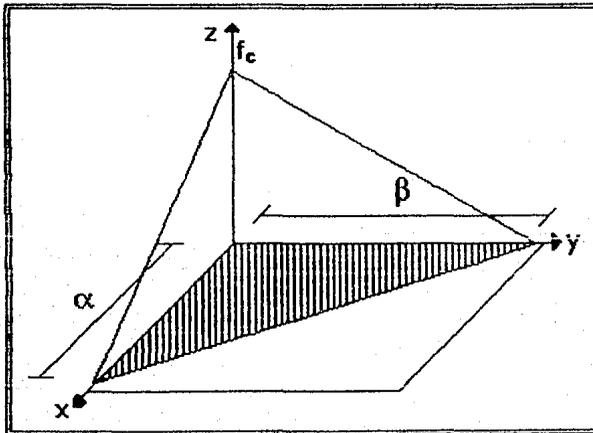


Figura 21. Tetraedro ortogonal.

Si  $\alpha = 40$  cm,  $\beta = 60$  cm,  $\epsilon_c = 0.00001$ ,  $\epsilon_0 = 0.002$  y  $f'_c = 200$  kg/cm<sup>2</sup>

Volumen de esfuerzos

Usando las fórmulas geométricas

$$v = \frac{1}{6} \alpha \beta f_c$$

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2c_c}{e_0} - \left( \frac{e_c}{e_0} \right)^2 \right] = 200 \left[ \frac{2(0.00001)}{0.002} - \left( \frac{0.00001}{0.002} \right)^2 \right] = 1.995 \text{ kg/cm}^2$$

$$v = \frac{1}{6} (40)(60)(1.995) = 798.0 \text{ kg} \quad [1]$$

Usando la fórmula obtenida por integración

$$v = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{e_c}{e_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{e_c}{e_0} \right) = 200(40)(60) \frac{0.00001}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.00001}{0.002} \right) = 799.0 \text{ kg; casi igual que el valor [1]}$$

**Centros de gravedad**

Usando las fórmulas geométricas

$$x = \frac{\alpha}{4} = \frac{40}{4} = 10.0 \text{ cm} \quad [2]$$

$$y = \frac{\beta}{4} = \frac{60}{4} = 15.0 \text{ cm} \quad [3]$$

Usando la fórmula obtenida por integración

$$my = f'_c \alpha^2 \beta^2 \frac{e_c}{e_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{e_c}{e_0} \right) = 200(40)^2(60) \frac{0.00001}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00001}{0.002} \right) = 7992.0 \text{ kg-cm}$$

$$x = \frac{my}{v} = \frac{7992.00}{799.00} = 10.0; \text{ igual que el valor [2]}$$

$$mx = f'_c \alpha^2 \beta^2 \frac{e_c}{e_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{e_c}{e_0} \right) = 200(40)(60)^2 \frac{0.00001}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00001}{0.002} \right) = 11988.0 \text{ kg-cm}$$

$$y = \frac{mx}{v} = \frac{11988.0}{799.0} = 15.0; \text{ igual que el valor [3]}$$

2. Caso II-A

En este caso,<sup>6</sup> cuando  $\alpha$  es muy grande y la deformación del concreto es pequeña, la curva esfuerzo-deformación se supone que es una recta, por lo cual el volumen de esfuerzos es el de un prisma triangular (figura 22).

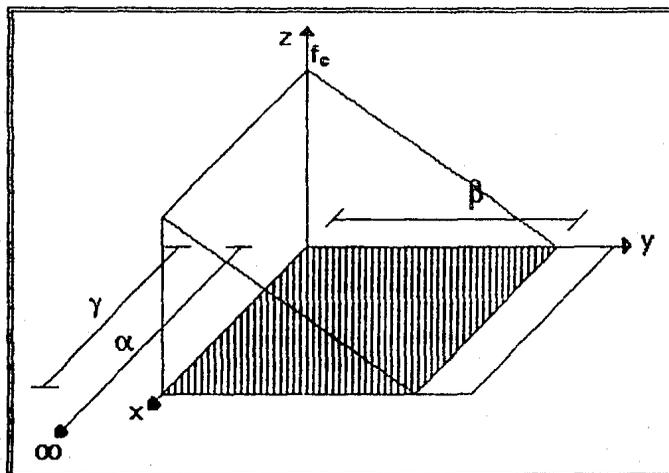


Figura 22. Prisma triangular.

Si  $\alpha = 10000$  cm,  $\beta = 60$  cm,  $\gamma = 40$  cm

$E_c = 0.00001$ ,  $\epsilon_0 = 0.002$  y  $f_c = 200$  kg/cm<sup>2</sup>

Volumen de esfuerzos

Usando las fórmulas geométricas

$$V = \frac{1}{2} \beta \gamma f_c$$

$$f_c = f_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] = 200 \left[ \frac{2(0.00001)}{0.002} - \left( \frac{0.00001}{0.002} \right)^2 \right] = 1.995 \text{ kg/cm}^2$$

$$v = \frac{1}{2} (60)(40)(1.995) = 2394.0 \text{ kg} \quad [4]$$

<sup>6</sup> Para el caso II-B y III la comprobación es de manera similar.

Usando la fórmula obtenida por integración

$$v_I = \rho_c \alpha \beta \frac{e_c}{e_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{e_c}{e_0} \right) = 200(10000)(60) \frac{0.00001}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.00001}{0.002} \right) = 199750.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \gamma = 10000 - 40 = 9960 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma) = \frac{60}{10000}(10000 - 40) = 59.76 \text{ kg}$$

$$E = \rho_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.00001 \frac{9960}{10000} = 0.00000996$$

$$v_{IIA} = \rho_c \alpha_1 \beta_1 \frac{e}{e_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{e}{e_0} \right) = 200(9960)(59.76) \frac{0.00000996}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.00000996}{0.002} \right) = 197363.6 \text{ kg}$$

$$v_{II} = v_I - v_{IIA} = 199750.0 - 197363.6 = 2386.4 \text{ kg; casi igual que el valor [4]}$$

**Centros de gravedad**

Usando las fórmulas geométricas

$$x = \frac{y}{2} = \frac{40}{2} = 20.0 \text{ cm} \quad [5]$$

$$y = \frac{\beta}{3} = \frac{60}{3} = 20.0 \text{ cm} \quad [6]$$

Usando la fórmula obtenida por integración

$$mx_I = \rho_c \alpha \beta^2 \frac{e_c}{e_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{e_c}{e_0} \right) = 200(10000)(60)^2 \frac{0.00001}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00001}{0.002} \right) = 2997000.0 \text{ kg-cm}$$

$$mx_{IIA} = \rho_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{e}{e_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{e}{e_0} \right) = 200(9960)(59.76)^2 \frac{0.00000996}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00000996}{0.002} \right) = 2949346.8 \text{ kg-cm}$$

$$mx_{II} = mx_I - mx_{IIA} = 2997000.0 - 2973083.9 = 47653.2 \text{ kg}$$

$$y = \frac{mx_{II}}{v_{II}} = \frac{47653.2}{2386.4} = 19.97 \text{ cm; casi igual que el valor [6]}$$

$$my_{II} = \rho_c \alpha^2 \beta \frac{e_c}{e_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{e_c}{e_0} \right) = 200(10000)^2(60) \frac{0.00001}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00001}{0.002} \right) = 499500000 \text{ kg-cm}$$

$$m_y = f'_c \alpha_y^2 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = 200(59.76)(9960)^2 \frac{0.00000996}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00000996}{0.002} \right)$$

$$= 491557792.4 \text{ kg-cm}$$

$$x_{IIA} = \frac{m_y}{v_{IIA}} = \frac{491557792.4}{197363.6} = 2490.6 \text{ cm}$$

$$m_{yIIA} = v_{IIA}(\gamma + x_{IIA}) = 197363.6(40 + 2490.6) = 499452336.4 \text{ kg-cm}$$

$$m_{yIIA} = m_{yIA} - m_{yIIA} = 499500000 - 499452336.4 = 47663.6 \text{ kg-cm}$$

$$y = \frac{m_{yII}}{v_{II}} = \frac{47663.6}{2386.4} = 19.97 \text{ cm; casi igual que el valor [5]}$$

### 3. Caso IV

En el Caso IV, para cualquier deformación del concreto, y cuando el eje neutro se encuentra muy lejos del origen, el volumen de esfuerzos del concreto es el de un ortoedro (figura 23).

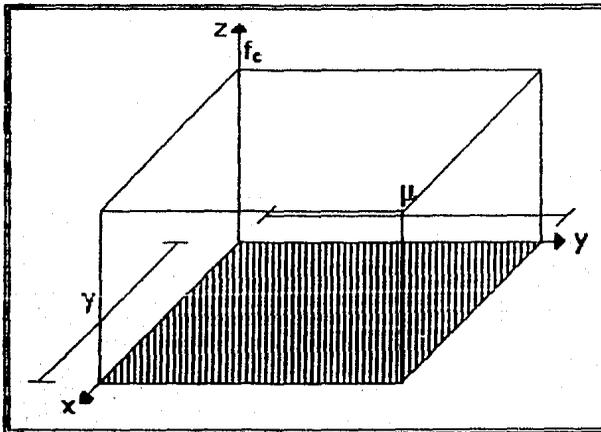


Figura 23. Ortoedro.

Si  $\alpha = 10000 \text{ cm}$ ,  $\beta = 10000 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 40 \text{ cm}$ ,  $\mu = 60 \text{ cm}$

$E_c = 0.001$ ,  $E_0 = 0.002$  y  $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

## Volumen de esfuerzos

Usando las fórmulas geométricas

$$v = \gamma \mu f_c$$

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right] = 200 \left[ \frac{2(0.001)}{0.002} - \left( \frac{0.001}{0.002} \right)^2 \right] = 150.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$v = (40)(60)(150) = 360000 \text{ kg} \quad [7]$$

Usando la fórmula obtenida por integración

$$V_N = V_I - V_{IIA} - V_{IIB} + V_C$$

$$V_I = f'_c \alpha \beta \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right) = 200(10000)(10000) \frac{0.001}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.001}{0.002} \right) = 2916666624.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \gamma = 10000 - 40 = 9960 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha} (\alpha - \gamma) = \frac{10000}{10000} (10000 - 40) = 9960.0 \text{ kg}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9960}{10000} = 0.000996$$

$$V_{IIA} = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right) = 200(9960)(9960) \frac{0.000996}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.000996}{0.002} \right) = 2883452928.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta} (\beta - \mu) = \frac{10000}{10000} (10000 - 60) = 9940.0 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \beta - \mu = 10000 - 60 = 9940.0 \text{ cm}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9940}{10000} = 0.000994$$

$$V_{IIB} = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right) = 200(9940)(9940) \frac{0.000994}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.000994}{0.002} \right) = 2866935808.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta} (\beta - \mu) - \gamma = \frac{10000}{10000} (10000 - 60) - 40 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma) - \mu = \frac{10000}{10000}(10000 - 40) - 60 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9900}{10000} = 0.00099$$

$$V_c = f'_c \alpha_1 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = 200(9900)(9900) \frac{0.00099}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.00099}{0.002} \right) = 2834081536.0 \text{ kg}$$

$$V_M = 2916666624.0 - 2883452928.0 - 2866935808.0 + 2834081536.0 = 359424.0 \text{ kg; casi igual que el valor [7]}$$

## Centros de gravedad

Usando las fórmulas geométricas

$$x = \frac{Y}{2} = \frac{40}{2} = 20.0 \text{ cm} \quad [8]$$

$$y = \frac{\beta}{2} = \frac{60}{2} = 30.0 \text{ cm} \quad [9]$$

Usando la fórmula obtenida por integración

$$mx_M = mx_I - mx_{IIA} - mx_{IIB} + mx_C$$

$$mx_I = f'_c \alpha \beta^2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) = 200(10000)(10000)^2 \frac{0.001}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.001}{0.002} \right) = 7499999608832.0 \text{ kg-cm}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \gamma = 10000 - 40 = 9960.0 \text{ cm; } \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma) = \frac{10000}{10000}(10000 - 40) = 9960.0 \text{ kg}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9960}{10000} = 0.000996$$

$$mx_{IIA} = f'_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = 200(9960)(9960)^2 \frac{0.000996}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.000996}{0.002} \right) = 7383998267392.0 \text{ kg-cm}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}(\beta - \mu) = \frac{10000}{10000}(10000 - 60) = 9940.0 \text{ cm; } \beta_1 = \beta - \mu = 10000 - 60 = 9940.0 \text{ cm}$$

## Procedimiento General de Cálculo

41

$$\varepsilon = \varepsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9940}{10000} = 0.000994$$

$$m_x = f_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right) = 200(9940)(9940)^2 \frac{0.000994}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.000994}{0.002} \right) = 7326493835264.0 \text{ kg-cm}$$

$$y = \frac{m_x}{v_{II B}} = \frac{7326493835264.0}{2866935808.0} = 2555.5 \text{ cm}$$

$$m_{xII} = v_{II B}(\mu + y) = 2866935808.0(60 + 2555.5) = 7498509983744.0 \text{ kg-cm}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta} (\beta - \mu) - \gamma = \frac{10000}{10000} (10000 - 60) - 40 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\alpha} (\alpha - \gamma) - \mu = \frac{10000}{10000} (10000 - 40) - 60 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9900}{10000} = 0.00099$$

$$m_x = f_c \alpha_1 \beta_1^2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right) = 200(9900)(9900)^2 \frac{0.00099}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00099}{0.002} \right) = 7212474302464.0 \text{ kg-cm}$$

$$y = \frac{m_x}{v_{II B}} = \frac{7212474302464.0}{2834081536.0} = 2544.9 \text{ cm}$$

$$m_{xI} = v_{II B}(\mu + y) = 2834081536.0(40 + 2544.9) = 7382519194624.0 \text{ kg-cm}$$

$$m_{xIV} = 7499999608832.0 - 7383998267392.0 - 7498509983744.0 + 7382519194624.0 = 10552320.0 \text{ kg-cm}$$

$$y = \frac{m_{xIV}}{v_{II}} = \frac{10552320.0}{359424.0} = 29.4 \text{ cm; casi igual que el valor [9]}$$

$$m_{yIV} = m_{yI} - m_{yIIA} - m_{yIIB} + m_{yC}$$

$$m_{yI} = f_c \alpha^2 \beta \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) = 200(10000)^2(10000) \frac{0.001}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.001}{0.002} \right) = 7499999608832.0 \text{ kg-cm}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \gamma = 10000 - 40 = 9960.0 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma) = \frac{10000}{10000}(10000 - 40) = 9960.0 \text{ kg}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9960}{10000} = 0.000996$$

$$m_{y_1} = f_c \alpha_1^2 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = 200(9960)^2(99460) \frac{0.000996}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.000996}{0.002} \right) = 7383998267392.0 \text{ kg-cm}$$

$$x = \frac{m_y}{v_{IIA}} = \frac{7383998267392.0}{2883452928.0} = 2560.8 \text{ cm}$$

$$m_{y_{IA}} = v_{IIA}(\gamma + x) = 2883452928.0(60 + 2560.8) = 7499336384512.0 \text{ kg-cm}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}(\beta - \mu) = \frac{10000}{10000}(10000 - 60) = 9940.0 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \beta - \mu = 10000 - 60 = 9940.0 \text{ cm}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9940}{10000} = 0.000994$$

$$m_{y_{IB}} = f_c \alpha_1^2 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = 200(9940)^2(9940) \frac{0.000994}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.000994}{0.002} \right) = 7326493835264.0 \text{ kg-cm}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}(\beta - \mu) - \gamma = \frac{10000}{10000}(10000 - 60) - 40 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}(\alpha - \gamma) - \mu = \frac{10000}{10000}(10000 - 40) - 60 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.001 \frac{9900}{10000} = 0.00099$$

$$m_y = f_c \alpha_1^2 \beta_1 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = 200(9900)(9900)^2 \frac{0.00099}{0.002} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \frac{0.00099}{0.002} \right) = 7212474302464.0 \text{ kg-cm}$$

$$x = \frac{m_y}{v_{IIB}} = \frac{7212474302464.0}{2834081536.0} = 2544.9 \text{ cm}$$

$$m_{y_{IB}} = v_{IIB}(\gamma + x) = 2834081536.0(40 + 2544.9) = 7382519194624.0 \text{ kg-cm}$$

## Procedimiento General de Cálculo

43

$$m_{IV} = 7499999608832.0 - 7499336384512.0 - 77326493835264.0 + \\ + 7382519194624.0 = 6952960.0 \text{ kg-cm}$$

$$x = \frac{m_{IV}}{V_{II}} = \frac{6952960.0}{359424.0} = 19.3 \text{ cm, casi igual que el valor [8]}$$

Para este caso, también se puede hacer una comprobación con las gráficas de interacción<sup>7</sup> en la que la columna está sujeta a compresión pura.

Con los mismos datos anteriores, pero ahora con  $\epsilon_c = 0.003$ ,  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  y una área de acero de  $228.57 \text{ cm}^2$  tenemos los siguientes resultados:

$$f''_c = 0.8 * 0.85 * 250 = 170 \text{ kg/cm}^2; \quad f^*_c = 0.8 * 250 = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$p = \frac{228.57}{40 \times 60} = 0.095238; \quad q = \frac{p f_{II}}{f''_c} = \frac{0.095238 \times 4200}{170} = 2.35; \quad \frac{e_{II}}{h} = 0$$

De cualquier gráfica<sup>8</sup> de la referencia antes mencionada, obtenemos que  $K = 3.2$ , por lo tanto:

$$P = K F_p b h f''_c = (3.2)(0.7)(40)(60)(170) = 913920 \text{ kg} \quad [10]$$

Usando la fórmula obtenida por integración

$$V_W = V_I - V_{IIA} - V_{IIB} + V_C$$

$$V_I = f^*_c \alpha \beta \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right) = 200(10000)(10000) \frac{0.003}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.003}{0.002} \right) = \\ = 6250000364.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \gamma = 10000 - 40 = 9960 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha} (\alpha - \gamma) = \frac{10000}{10000} (10000 - 40) = 9960.0 \text{ kg}$$

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.003 \frac{9960}{10000} = 0.002988$$

<sup>7</sup> Ver la referencia bibliográfica 1.

<sup>8</sup> Por estar la columna sometida a sólo compresión, es decir, los valores de los momentos flexionantes son nulos.

## Procedimiento General de Cálculo

44

$$V_{BA} = f^* c \alpha_1 \beta_1 \frac{e}{e_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{e}{e_0} \right) = 200(9960)(9960) \frac{0.002988}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.002988}{0.002} \right) = 6190119936.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta} (\beta - \mu) = \frac{10000}{10000} (10000 - 60) = 9940.0 \text{ cm}; \quad \beta_1 = \beta - \mu = 10000 - 60 = 9940.0 \text{ cm}$$

$$E = E_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.003 \frac{9940}{10000} = 0.002982$$

$$V_{BB} = f^* c \alpha_1 \beta_1 \frac{e}{e_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{e}{e_0} \right) = 200(9940)(9940) \frac{0.002982}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.002982}{0.002} \right) = 6160271360.0 \text{ kg}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta} (\beta - \mu) - \gamma = \frac{10000}{10000} (10000 - 60) - 40 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\alpha} (\alpha - \gamma) - \mu = \frac{10000}{10000} (10000 - 40) - 60 = 9900.0 \text{ cm}$$

$$E = E_c \frac{\alpha_1}{\alpha} = 0.003 \frac{9900}{10000} = 0.00297$$

$$V_C = f^* c \alpha_1 \beta_1 \frac{e}{e_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{e}{e_0} \right) = 200(9900)(9900) \frac{0.00297}{0.002} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \frac{0.00297}{0.002} \right) = 6100754944.0 \text{ kg}$$

$$V_{IV} = 6190119936.0 - 6190119936.0 - 6160271360.0 + 6100754944.0 = 364032.0 \text{ kg}$$

Por lo tanto, incluyendo el acero:

$$P = (0.7)(364032 + 228.57 \times 4200) = 926818.2 \text{ kg; casi igual que el valor [10]}$$

### II. Cálculo de la resultante total respecto a los ejes centroidales.

Para calcular la resistencia es necesario obtener los momentos alrededor de los ejes centroidales.

El momento total resultante con respecto a los ejes centroidales se obtuvo con el valor de la suma algebraica de las contribuciones del concreto y del acero.

Las ecuaciones son las siguientes:

$$M_{tx} = M_{cx} + M_{scx} + M_{stx}$$

$$M_{ty} = M_{cy} + M_{scy} + M_{sty}$$

$$P = C_t - T_t$$

donde

$M_{tx}$	momento total resultante alrededor del eje x.
$M_{ty}$	momento total resultante alrededor del eje y.
$M_{cx}$ y $M_{cy}$	momentos del concreto alrededor de los ejes x y y respectivamente.
$M_{scx}$ y $M_{scy}$	momentos del acero en compresión alrededor de los ejes x y y respectivamente.
$M_{stx}$ y $M_{sty}$	momentos del acero en tensión alrededor de los ejes x y y respectivamente.
$P$	carga axial resultante.
$C_t$	fuerza total de compresión.
$T_t$	fuerza total de tensión.

### I. Cálculo de la excentricidad.

Conocidos los momentos flexionantes y las fuerzas axiales, se determinaron las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$  como el cociente del momento correspondiente entre la fuerza total.

$$e_x = \frac{M_{ty}}{P}$$

$$e_y = \frac{M_{tx}}{P}$$

## Procedimiento General de Cálculo

46

### J. Cálculo del momento total resultante alrededor del eje neutro.

El momento total resultante con respecto al eje neutro se obtuvo a partir de los momentos calculados alrededor de los ejes centroidales.

La ecuación es la siguiente:

$$M_{txy} = \sqrt{M_{tx}^2 + M_{ty}^2}$$

donde

$M_{txy}$  momento total resultante alrededor del eje neutro.

### K. Cálculo de la curvatura.

La curvatura se determina con la relación de la deformación unitaria de la fibra más alejada del eje neutro en compresión ( $\epsilon_c$ ) y de la profundidad del eje neutro ( $k$ ), según se muestra en la ecuación siguiente:

$$\Phi = \frac{\epsilon_c}{k}$$

### L. Cálculo de la rigidez efectiva.

La rigidez efectiva  $(EI)_{ef}$  se calculó como el cociente del momento correspondiente ( $M_{txy}$ ) entre la curvatura ( $\Phi$ ).

$$EI_{ef} = \frac{\frac{M_{txy}(i) - M_{txy}(i-1)}{\Phi(i) - \Phi(i-1)} + \frac{M_{txy}(i+1) - M_{txy}(i)}{\Phi(i+1) - \Phi(i)}}{2}$$

## M. Cálculo de la fuerza resultante del acero.

Se distinguen 4 casos: acero fluyendo en tensión o compresión y acero menor al esfuerzo de fluencia en tensión o compresión. Para las deformaciones menores a la de fluencia, la resultante del acero se calculó multiplicando la deformación unitaria por el módulo de elasticidad del acero, en caso contrario, el esfuerzo es igual al de fluencia.

Se mencionó dentro de las hipótesis simplificatorias que se conocen las características esfuerzo-deformación del acero. Por ello, para tomar en cuenta la contribución del acero, bastará con encontrar el esfuerzo al que se ha sometido, para determinar su localización en el rango elástico o plástico y con ello la fuerza resultante.

El esfuerzo al que está sometida cada varilla, depende de la deformación unitaria que sufre la misma, y ésta a su vez, es función de la distancia al eje neutro. La fuerza será de compresión o de tensión según sea la localización de la varilla.

$$k = H \cos \theta$$

$h_i = k - (x_i \sin \theta + y_i \cos \theta)$ ; las coordenadas se miden a partir de la esquina superior izquierda.

Si  $h_i \geq 0$  se tendrá fuerzas de compresión en el acero

Si  $h_i < 0$  se tendrá fuerzas de tensión en el acero

Por triángulos semejantes:  $\epsilon_i = \frac{\epsilon_c}{k} h_i$

Si  $\epsilon_i \geq \epsilon_y$  entonces  $f_s = f_y$

Si  $\epsilon_i < \epsilon_y$  y  $\epsilon_i > -\epsilon_y$  entonces  $f_s = \epsilon_i E$

Si  $\epsilon_i \leq -\epsilon_y$  entonces  $f_s = -f_y$

La distancia del eje X al centro de la varilla en la dirección Y es:

$$D_x = \frac{Y}{2} - y_i$$

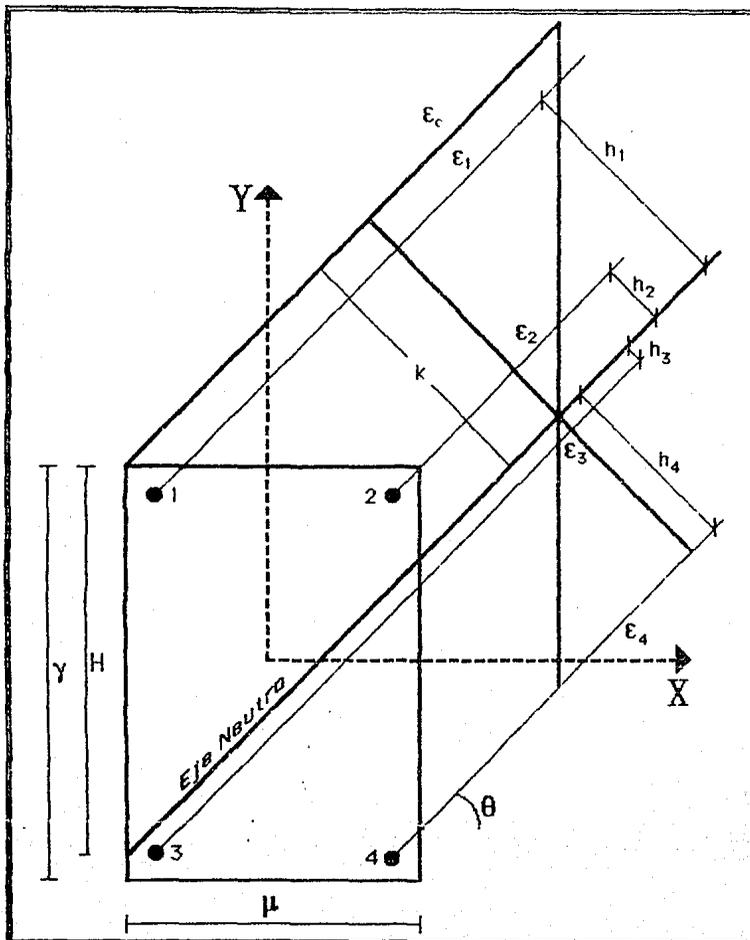


Figura 12. Deformación del acero (los ejes  $X$  y  $Y$  son los ejes centroidales).

La distancia del eje  $Y$  al centro de la varilla en la dirección  $X$  es:

## Procedimiento General de Cálculo

49

$$b_y = \frac{I_x}{2} - x_i$$

El momento alrededor del eje neutro se calcula como:

$$M_{xy} = h_j f_{si}$$

El momento alrededor del eje centroidal X se calcula como:

$$M_x = b_x f_{si}$$

El momento alrededor del eje centroidal Y se calcula como:

$$M_y = b_y f_{si}$$

### N. Ejemplo numérico para calcular la contribución del acero.

El siguiente ejemplo se hará en base a la figura 12 y con los siguientes datos:

$$\epsilon_c = 0.003; \gamma = 70 \text{ cm}; \mu = 50 \text{ cm}; \theta = 45^\circ; H = 65 \text{ cm}$$

$$\text{Varillas } *6 \rightarrow \text{área} = \frac{\pi}{4} (0.0792)6^2 = 2.239 \text{ cm}^2$$

V	X <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub>	h <sub>i</sub>	E <sub>i</sub>	f <sub>si</sub>	b <sub>x</sub>	b <sub>y</sub>	M <sub>xy</sub>	M <sub>x</sub>	M <sub>y</sub>
1	5	5	38.89	0.00254	9405.2	30	20	365768.2	282156.0	188104.0
2	45	5	10.61	0.00069	1384.6	30	-20	14690.6	41538.0	27692.0
3	5	65	-3.54	-0.00023	-461.5	-30	20	1633.7	13845.0	9230.0
4	45	65	-31.82	-0.00208	-4153.8	-30	-20	132173.9	124614.0	83076.0
Σ					6174.5			514266.4	462153.0	308102.0



---

**PROGRAMA DE COMPUTADORO**

---

**A. Introducción.**

El programa de computadora está diseñado para permitir al usuario ejecutar el análisis o diseño de columnas de concreto. En una análisis, el usuario revisa una columna existente. En este caso, el usuario provee las dimensiones, calibre de las barras de acero, las propiedades de los materiales y la colocación del acero de refuerzo en la sección, explícitamente por medio de coordenadas o implícitamente con el recubrimiento. También, la carga axial y los momentos para condiciones de diseño y de servicio están disponibles. El programa entonces calcula la resistencia para condiciones de diseño y la rigidez para condiciones de servicio, proporcionales a las condiciones requeridas.

En el caso de diseño, el usuario provee las dimensiones y las propiedades de los materiales. El calibre de las barras de acero y su colocación se determina de manera iterativa hasta que la resistencia y rigidez de la sección satisfaga los requisitos de diseño.

Si alguno de los requerimientos mínimos del Reglamento no se cumplen, un mensaje de error se muestra al usuario, en la mayoría de los casos con opción para corregirlo. Los límites del porcentaje de acero que recomienda el Reglamento están incluidos en el programa, si no se cumplen se muestra un mensaje de advertencia y/o recomendación. Si se llega a un diseño satisfactorio, el programa presenta la resistencia y rigidez requerida por el usuario.

El procedimiento que se utiliza en este programa es un método iterativo computarizado que se muestra para el diseño y/o análisis de columnas rectangulares de concreto reforzado sujetas a carga axial y a momento flexionante biaxial. El método, a diferencia de técnicas de aproximación disponibles anteriormente, asegura el equilibrio y la compatibilidad de la solución final. La relación entre la profundidad y el ángulo de inclinación del eje neutro en una sección y la correspondiente posición de la combinación de carga y momentos flexionantes ha sido observada con detalle. Esto conduce a un eficiente algoritmo convergente el cual, por lo tanto, permite el diseño de columnas de concreto reforzado con momentos biaxiales de una manera eficiente y racional no disponible previamente. Los ejemplos muestran generalmente buena concordancia con los resultados de varios métodos aproximados ya establecidos, con los resultados de soluciones con procedimientos exactos y con las pruebas experimentales.

Es claro que la mayoría de las soluciones previas disponibles para el caso de momento biaxial de columnas han asumido que el refuerzo longitudinal era aproximadamente uniforme en cada lado. Cuando una técnica aproximada es utilizada, esta aproximación es necesaria. Sin embargo, cuando una aproximación más racional es empleada, como se presenta aquí, tal asunción no es necesaria. En varios de los ejemplos dados es claro que al agrupar el refuerzo uniformemente en las cuatro caras de la columna se produce un diseño más eficiente.

En el **Apéndice A** se presenta el diagrama de flujo<sup>9</sup> del algoritmo, que se utiliza para resolver problemas de columnas que cumplan simultáneamente requisitos de rigidez y resistencia. Este diagrama de flujo no incluye todo el detalle para comprender con exactitud cómo se resuelven los problemas, esto se hizo con la intención de no aburrir o perder en la complejidad al lector.

Si se necesita más detalle, puede verse el listado del programa "BRESLER"<sup>10</sup> que se anexa en el **Apéndice B** o ver el siguiente inciso. El programa está escrito en FORTRAN 77.<sup>11</sup> ¿Por qué en FORTRAN 77? porque es uno de los lenguajes más ampliamente utilizados en el mundo, está disponible en casi todas las computadoras, tiene un alto grado de portabilidad, es decir, transferibilidad, de una computadora a otra y alta velocidad de cálculo.

Aunque el programa está diseñado de tal manera que se puede resolver un problema leyendo de pantalla y escribiendo en pantalla, existe la opción de leer de un archivo y escribir en pantalla, leer de un archivo y escribir en archivo o leer de pantalla y escribir en archivo.

El compilador que se utilizó para diseñar el programa fue el **Microsoft FORTRAN** para **Apple Macintosh** el cual es una implementación completa de FORTRAN 77. Contiene todas las características del lenguaje del marco FORTRAN.

Esta tesis presume el conocimiento del lenguaje FORTRAN y de la operación general de la computadora que se vaya a utilizar.

---

<sup>9</sup> Ver la referencia bibliográfica 6.

<sup>10</sup> Se le asignó este nombre al programa en honor a Boris Bresler, que fue uno de los investigadores que más contribuyeron al entendimiento del comportamiento de las columnas de concreto reforzado.

<sup>11</sup> Ver la referencia bibliográfica 9 y 10.

## B. Explicación detallada del programa.

### Programa Principal

#### **Líneas 00001-00036**

Presentación del listado.

#### **Líneas 00037-00042**

Definición de variables.

#### **Líneas 00043-00082**

Pregunta cuál dispositivo de entrada y de salida se utilizará y se asignan los valores respectivos a las variables; 5 es la clave para leer de archivo; 6 es la clave para escribir en archivo y 9 es la clave para leer o escribir en pantalla.

#### **Líneas 00083-00088**

Lee el número de problemas a resolver. Si se leen los datos de un archivo, el número de problemas a resolver será el especificado, de otra manera el programa resolverá el número de problemas hasta que se indique de pantalla el final.

#### **Línea 00089**

Se inicia el ciclo iterativo.

#### **Líneas 00090-00123**

Lee e imprime los datos constantes para cualquier tipo de problema.

#### **Líneas 00124-00184**

Lee e imprime los datos para el problema tipo "REVISAR-I"

#### **Líneas 00185-00213**

Lee e imprime los datos para el problema tipo "REVISAR-II"

#### **Líneas 00214-00234**

Para cualquier otro caso que no sea de los anteriores, el programa leerá otro grupo de datos para resolver otro problema.

#### **Líneas 00235-00244**

Calcula el factor de reducción del concreto.

### **Líneas 00245-00246**

Asigna la letra 'n' a la variable alfanumérica "cam". Esto se hace con el fin de saber si se ha cambiado alguno de los datos de entrada originales; si es así, se mostrará cuáles son aquellos que se modificaron.

### **Línea 00247**

Si la variable "tipo" es igual a 'REVISAR-I' el programa se dirige a la etiqueta 73.

### **Líneas 00248-00269**

Si la variable "tipo" es igual a 'REVISAR-II' se distribuyen las varillas en las cuatro caras de la columna uniformemente.

### **Líneas 00270-00316**

Revisa si se está cumpliendo completamente con el Reglamento. En algunos casos se modifican los datos de entrada y en otros sólo se imprime un mensaje.

### **Líneas 00317-00322**

Calcula la resistencia para condiciones de diseño.

### **Línea 00323**

Si la carga de servicio es cero no se calcula la rigidez.

### **Líneas 00324-00351**

Calcula la rigidez para condiciones de servicio.

### **Líneas 00352-00356**

Imprime la carga de diseño y la rigidez dada como dato. Imprime la resistencia y la rigidez calculada.

### **Líneas 00357-00422**

Pregunta si se quiere cambiar algún parámetro. Si es afirmativo se modifica el parámetro que se haya elegido.

### **Líneas 00423-00468**

Se imprimen los datos de entrada que se han modificado en el transcurso del diseño.

## **Líneas 00469-00482**

Si la variable 'tipo' es igual a 'REVISAR-I' se imprime los resultados definitivos del diseño para este caso.

## **Líneas 00483-00492**

Si la variable 'tipo' es igual a 'REVISAR-II' se imprime los resultados definitivos del diseño para este caso.

## **Líneas 00493-00511**

Pide información para decidir si se continua con otros problemas o da por terminado el proceso.

## **Subprograma FUERZAS**

### **Líneas 00512-00519**

Definición de variables.

### **Línea 00520**

Calcula el seno y el coseno de teta, con el fin de ahorrar tiempo, ya que de otra manera es muy tardado estar calculando estas funciones trigonométricas cada vez que se requiera para calcular los esfuerzos del acero.

### **Líneas 00521-00535**

Calcula las fuerzas y momentos del acero.

### **Línea 00436**

Asigna a la variable  $\epsilon_0$  la deformación unitaria del concreto para cuando éste alcanza su resistencia máxima.

### **Líneas 00537-00540**

Calcula la fuerza, los momentos y los centroides del concreto para el 'Caso I'.

### **Líneas 00541-00551**

Calcula la fuerza, los momentos y los centroides del concreto para el 'Caso II-A'.

**Líneas 00552-00562**

Calcula la fuerza, los momentos y los centroides del concreto para el 'Caso II-B'.

**Líneas 00563-00577**

Calcula la fuerza, los momentos y los centroides del concreto para el 'Caso III'.

**Líneas 00578-00599**

Calcula la fuerza, los momentos y los centroides del concreto para el 'Caso IV'.

**Líneas 00600-00606**

Se suman las fuerzas y los momentos del acero y del concreto. Se multiplican por el factor de resistencia de 0.7. Se regresa al programa principal.

**Subprograma CALCULO**

**Líneas 00607-00613**

Definición de variables.

**Línea 00615**

Calcula el ángulo de inclinación del eje neutro.<sup>12</sup>

**Líneas 00616-00617**

Asegura que el ángulo de inclinación del eje neutro esté entre 2 y 88°.

**Líneas 00618-00625**

Determina las profundidades del eje neutro. A estas profundidades se rastrea la solución al problema.

**Líneas 00626-00634**

Llama al subprograma FUERZA y guarda los resultados que más se acerquen a la solución del problema.

---

<sup>12</sup> Esta fórmula se obtuvo ajustando una curva, de manera experimental, a la solución de más de docientos problemas que abarcaran los casos más comunes de excentricidades y barriendo la inclinación del eje neutro 90° de grado en grado y variando la profundidad del eje neutro cada 0.01 del peralte.

### **Líneas 00635-00647**

Se rastrea la solución en +2 y -2 grados del ángulo que se calculó, pero sólo si es necesario, ya que si el "porcentaje de diferencia"<sup>13</sup> es menor de 5% se regresa al programa principal.

### **Subprograma VOL**

#### **Líneas 00648-00651**

Definición de variables.

#### **Línea 00652**

Calcula el volumen de esfuerzos.

#### **Línea 00653**

Calcula el momento alrededor del eje X centroidal.

#### **Línea 00654**

Calcula el momento alrededor del eje Y centroidal.

#### **Líneas 00655-00657**

Calcula las coordenadas de la fuerza resultante. Regresa al programa principal.

### **Subprograma TABLA**

#### **Líneas 00658-00663**

Definición de variables.

#### **Líneas 00664-00671**

Calcula el área de las varillas para las siguientes combinaciones: variando las varillas de cuatro en cuatro hasta veinte y los calibres de dos en dos hasta doce.

#### **Líneas 00672-00679**

Se ordenan las áreas anteriores en forma creciente.

---

<sup>13</sup> Ver el concepto en el inciso D de este capítulo.

**Línea 00680**

Calcula el porcentaje de acero de la columna.

**Líneas 00681-00697**

Imprime las varillas, el calibre, el área, el porcentaje de las áreas calculadas anteriormente y el rango en que éstas se encuentran. Regresa al programa principal.

**C. Definiciones.**

- Nombre de la columna. Es la clave o referencia, que por conveniencia, debe asignarse a la columna que se ha de diseñar o revisar.

- Tipo de problema. Es la clave que se le da al programa para resolver alguno de los dos tipos de problemas. Existen dos casos, según como se dé la distribución del acero:

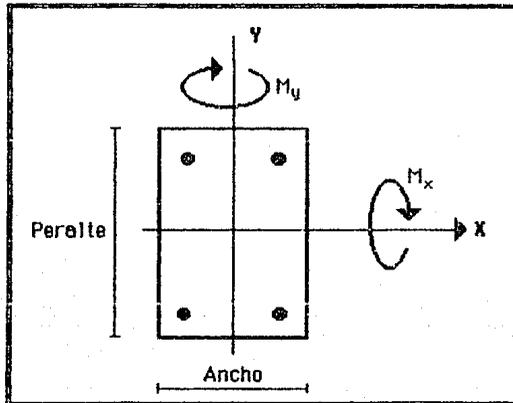


Figura 25.

**REVISAR-I:** Se revisa el problema, dando el número de varillas, el calibre y las coordenadas de cada una de éstas. El número máximo de varillas que se pueden colocar es de 64 del calibre que se quiera, en octavos de pulgada.

**REVISAR-II:** Se revisa el problema, dando la cantidad y el calibre del acero. El programa coloca la misma cantidad de varillas en cada lado de

las caras de la columna. El número máximo de varillas que se pueden colocar es de 64, del calibre que se quiera, en octavos de pulgada.

- Ancho. Es el lado menor de la columna. Ver figura 25.
- Peralte. Es el lado mayor de la columna. Ver figura 25.
- Carga de diseño. Fuerza axial de diseño obtenida de un análisis convencional.
- Momento de diseño X. Momento flexionante de diseño, alrededor del eje X, obtenida de un análisis convencional. Ver figura 25.
- Momento de diseño Y. Momento flexionante de diseño, alrededor del eje Y, obtenida de un análisis convencional. Ver figura 25.
- Carga de servicio. Fuerza axial de diseño obtenida de un análisis convencional.
- Momento de servicio X. Momento flexionante de servicio, alrededor del eje X, obtenida de un análisis convencional. Ver figura 25.
- Momento de servicio Y. Momento flexionante de servicio, alrededor del eje Y, obtenida de un análisis convencional. Ver figura 25.

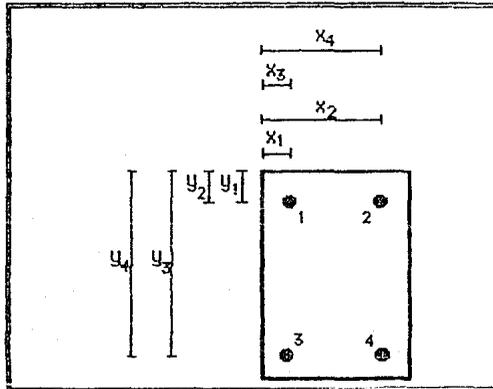


Figura 26.

- Resistencia del concreto ( $f'_c$ ). Esfuerzo especificado del concreto a compresión,  $\text{kg}/\text{cm}^2$ . Ver NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS o el Apéndice C.
- Resistencia del acero ( $f_y$ ). Esfuerzo especificado de fluencia del acero,  $\text{kg}/\text{cm}^2$ . Ver NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS o el Apéndice C.
- Recubrimiento. Es el espesor de concreto que separa a la varilla de la intemperie. Ver NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS o el Apéndice C.

— Cantidad de varillas. Es el número de varillas de refuerzo longitudinal. El porcentaje de acero debe estar entre los límites que marca el Reglamento.

— Calibre de las varillas. Diámetro de las varillas de refuerzo longitudinal, en octavos de pulgada.

— Coordenadas de cada varilla. Es la separación en cm del origen local **al centro** de cada varilla. Primero la coordenada  $x$  y luego la  $y$ , ver la figura 26, donde se muestra en qué punto se encuentra el origen.

#### D. Tipos de problemas que se pueden resolver.

— "REVISAR-I". Se revisa el problema, dando el número de varillas, el calibre y las coordenadas de cada una de las varillas. El número máximo de varillas que se pueden colocar es de 64 del calibre que se quiera, en octavos de pulgada.

#### Datos:

Nombre de la columna [hasta 15 caracteres],

Tipo de problema [REVISAR-I, REVISAR-II],

Ancho ( $mu^{14}$  o  $\mu^{15}$ ) [en centímetros (cm)],

Peralte total (gama o  $\gamma$ ) [en centímetros (cm)],

Carga última de diseño ( $pu$  o  $P_u$ ) [en toneladas (ton)],

Momento último de diseño X ( $m_x$  o  $m_x$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],

Momento último de diseño Y ( $m_y$  o  $m_y$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],

Carga de servicio ( $ps$  o  $P_s$ ) [en toneladas (ton)],

Momento de servicio X ( $m_{xs}$  o  $m_{xs}$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],

Momento de servicio Y ( $m_{ys}$  o  $m_{ys}$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],

Rigidez (sólo para tener la información a la mano),

Resistencia del concreto ( $f_{pc}$  o  $f_c$ ) [en kilogramos sobre centímetro cuadrado ( $kg/cm^2$ )],

Resistencia del acero ( $f_y$  o  $f_y$ ) [en kilogramos sobre centímetro cuadrado ( $kg/cm^2$ )],

Cantidad de varillas,

Calibre de las varillas [en octavos de pulgada],

Coordenadas de cada varilla [en centímetros (cm)]

<sup>14</sup> Es la forma como aparece en el programa.

<sup>15</sup> Es la forma como aparece en la explicación de la teoría.

**Significado del resultado:****Resultado:**

Porcentaje de acero [área de acero entre el área transversal de la columna {‰}],

Área de acero [centímetros cuadrados (cm<sup>2</sup>)],

Ángulo de inclinación del eje neutro [grados (°)],

Profundidad del eje neutro [centímetros (cm)],

Resistencia última de la columna calculada [toneladas (ton)],

Momento último calculado X [en toneladas-metro (ton-m)],

Momento último calculado Y [en toneladas-metro (ton-m)],

Porcentaje de diferencia {‰}, se calcula como:

$$\text{Porcentaje de diferencia} = \left( \frac{|e_x - e_{xc}|}{e_x} + \frac{|e_y - e_{yc}|}{e_y} \right) \times 100$$

donde,

$e_x$  y  $e_y$       excentricidades dadas como dato, para condiciones de servicio.

$e_{xc}$  y  $e_{yc}$     excentricidades calculadas, para condiciones de servicio.

Rigidez efectiva para condiciones de servicio [toneladas-metro cuadrado (ton-m<sup>2</sup>)]

- **REVISAR-II**. Se revisa el problema, dando la cantidad y el calibre del acero. El programa coloca la misma cantidad de varillas en cada lado de las caras de la columna. El número máximo de varillas que se pueden colocar es de 64, del calibre que se quiera, en octavos de pulgada.

**Datos:**

Nombre de la columna [hasta 15 caracteres],

Tipo de problema [REVISAR-I, REVISAR-II],

Ancho ( $\mu$  o  $\mu$ ) [en centímetros (cm)],

Peralte total (gama o  $\gamma$ ) [en centímetros (cm)],

Carga última de diseño ( $P_u$  o  $P_d$ ) [en toneladas (ton)],

Momento último de diseño X ( $m_x$  o  $m_x$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],

Momento último de diseño  $X$  ( $m_{x}$  o  $m_{y}$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],  
 Carga de servicio ( $P_s$  o  $P_d$ ) [en toneladas (ton)],  
 Momento de servicio  $X$  ( $m_{xs}$  o  $m_{ys}$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],  
 Momento de servicio  $Y$  ( $m_{ys}$  o  $m_{xs}$ ) [en toneladas-metro (ton-m)],  
 Rigidez (sólo para tener la información a la mano),  
 Resistencia del concreto ( $f_{pc}$  o  $f'_c$ ) [en kilogramos sobre centímetro cuadrado (kg/cm<sup>2</sup>)],  
 Resistencia del acero ( $f_y$  o  $f_u$ ) [en kilogramos sobre centímetro cuadrado (kg/cm<sup>2</sup>)],  
 Cantidad de varillas,  
 Calibre de las varillas [en octavos de pulgada],  
 Recubrimiento ( $r$  o  $r_e$ ) [en centímetros (cm)]

## Significado del resultado:

### Resultado:

Porcentaje de acero [área de acero entre el área transversal de la columna (%)],  
 Área de acero [centímetros cuadrados (cm<sup>2</sup>)],  
 Angulo de inclinación del eje neutro [grados (°)],  
 Profundidad del eje neutro [centímetros (cm)],  
 Resistencia última de la columna calculada [toneladas (ton)],  
 Momento último calculado  $X$  [en toneladas-metro (ton-m)],  
 Momento último calculado  $Y$  [en toneladas-metro (ton-m)],  
 Porcentaje de diferencia (%),  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio [toneladas-metro cuadrado (ton-m<sup>2</sup>)],  
 Coordenadas de cada varilla [en centímetros (cm)]

### E. Error en el cálculo.

— Se aprecia en el parámetro "Porcentaje de diferencia". Si éste es menor de 10%, el error en el cálculo de la resistencia y la rigidez, es despreciable. Es recomendable que este valor no pase de 10%. Si para ciertas condiciones no se alcanza un valor menor o igual, se deben cambiar algunos parámetros para tratar de alcanzarlo. El programa encuentra la solución al problema, más rápido y más aproximado, cuando la distribución de las varillas es uniforme y cuando el recubrimiento no es mayor de 10% del peralte. El tiempo de ejecución depende, principalmente, de la cantidad de varillas.

### **F. Advertencia.**

— El autor de este programa no garantiza su ejecución, si no es el que se muestra en el listado ni tampoco si el programa y los datos no son introducidos correctamente. Cualquier uso del programa para resolver problemas como los que se muestran es de absoluta responsabilidad del usuario, así como si la información de salida es correcta o incorrectamente interpretada.

EJEMPLOS

### A. Tipo de problema: "REVISAR-I"

**OBJETIVO:** Calcular la resistencia y la rigidez de una columna con las siguientes características:

**Datos:**

Nombre de la columna: 4.2.2

Carga de diseño: 105.6 ton

Momento de diseño alrededor del eje X: 33.79 ton-m

Momento de diseño alrededor del eje Y: 12.67 ton-m

Carga de servicio: 55 ton

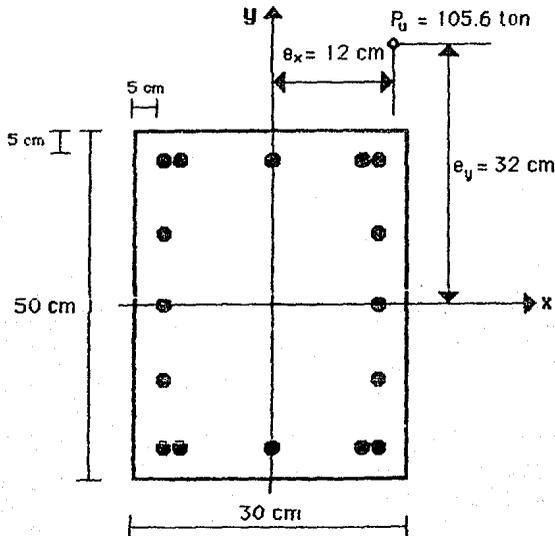
Momento de servicio alrededor del eje X: 14.0 ton-m

Momento de servicio alrededor del eje Y: 9.0 ton-m

$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

16 varillas de 8 octavos de pulgada



**NOTA:** En los ejemplos que se ilustran a continuación se presenta primero cómo se trabaja con archivos (entrada y salida) y posteriormente cómo se trabaja en pantalla (entrada y salida).

Al correr el programa lo primero que aparecerá en la pantalla será el mensaje que se muestra a continuación. El programa pregunta si se quiere leer información del archivo o de la pantalla, si es de un archivo teclear la letra A o a, si es de la pantalla teclear la letra P o p. Luego pregunta si se quiere guardar los resultados definitivos en un archivo o mostrarse en la pantalla, si es en un archivo teclear la letra A o a, si es en la pantalla teclear la letra P o p.

¿Leer de archivo [A ó a] o de pantalla [P ó p]?  
 P  
 ¿Escribir en archivo [A ó a] o en pantalla [P ó p]?  
 P

## LECTURA DE ARCHIVO

### Número de problemas

Nombre de la columnas, Tipo de problema, Ancho, Peralte, Carga de diseño, Momento de diseño H, Momento de diseño Y, Carga de servicio, Momento de servicio H, Momento de servicio Y, Rigidez, Resistencia del concreto ( $f'_c$ ), Resistencia del acero ( $f_y$ )

Varillas, Calibre

1
4.2.2,REVISAR-1,30,50,105.6,33.79,12.67,55,14,9,1,300,4200
16,8
6.27,6.27
8.81,6.27
15,6.27
21.19,6.27
23.73,6.27
6.27,15.64
23.73,15.64
6.27,25

23.73,25
6.27,24.37
23.73,24.37
6.27,43.73
8.81,43.73
15,43.73
21.19,43.73
23.73,43.73

### SALIDA AL ARCHIVO

Archivo de entrada: Ej 1 Data  
 Archivo de salida : Ej 1 Resu

Nombre de la columna: 4.2.2

**DATOS:**

**Tipo de problema: REVISAR-1**

**Ancho: 30.00**

**Peralte: 50.00**

**Carga de diseño: 105.600**

**Momento de diseño H: 33.79**

**Momento de diseño Y: 12.67**

**Carga de servicio: 55.000**

**Momento de servicio H: 14.00**

**Momento de servicio Y: 9.00**

**Rigidez: 2500.0**

**Resistencia del concreto: 300.0**

**Resistencia del acero: 4200.0**

**Varillas: 16**

**Calibre: 8.00**

**Coordenadas de las varillas:**

Varilla x 1: 6.27	Varilla y 1: 6.27
Varilla x 2: 8.81	Varilla y 2: 6.27
Varilla x 3: 15.00	Varilla y 3: 6.27
Varilla x 4: 21.19	Varilla y 4: 6.27
Varilla x 5: 23.73	Varilla y 5: 6.27
Varilla x 6: 6.27	Varilla y 6: 15.64

Varilla x 7: 23.73	Varilla y 7: 15.64
Varilla x 8: 6.27	Varilla y 8: 25.00
Varilla x 9: 23.73	Varilla y 9: 25.00
Varilla x10: 6.27	Varilla y10: 34.37
Varilla x11: 23.73	Varilla y11: 34.37
Varilla x12: 6.27	Varilla y12: 43.73
Varilla x13: 8.81	Varilla y13: 43.73
Varilla x14: 15.00	Varilla y14: 43.73
Varilla x15: 21.19	Varilla y15: 43.73
Varilla x16: 23.73	Varilla y16: 43.73

**RESULTADOS:****Porcentaje de acero: 5.41%****Area de acero: 81.10****Angulo de inclinación del eje neutro: 52.48°****Profundidad del eje neutro: 74.41****Resistencia última de la columna: 88.261****Momento último calculado H: 28.24****Momento último calculado Y: 10.01****Porcentaje de diferencia: 5.51****Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2028.8**

## COMENTARIO

La columna no resiste la carga de diseño ni cumple con la rigidez requerida, por lo tanto, hay que cambiar algún parámetro. La cantidad de acero no se puede incrementar mientras no se aumente el ancho o el peralte, pues el porcentaje de acero no debe ser mayor que 6% y como se puede ver, para este ejemplo, casi rebasa el porcentaje máximo. Otra alternativa es aumentar la resistencia del concreto o disminuir el recubrimiento en caso de que se pueda.

# LECTURA DE PANTALLA

## Ejemplos 67

- ¿Leer de archivo (A ó a) o de pantalla (P ó p)?  
 p) \_\_\_\_\_ Si escribe A tendrá que especificar el nombre del archivo.
- ¿Escribir en archivo (A ó a) o en pantalla (P ó p)?  
 p) \_\_\_\_\_ Si escribe A tendrá que especificar el nombre del archivo.
- ¿Nombre de la columna?  
 4.2.2 } \_\_\_\_\_ Puede ser hasta 15 caracteres sin espacios.
- ¿Tipo de problema REVISAR-I o REVISAR-II?  
 REVISAR-I } \_\_\_\_\_ No se deben de dejar espacios entre caracteres. No confundir la letra l (i latina) con el número 1 (uno).
- ¿Ancho?  
 30
- ¿Paralte?  
 50
- ¿Carga de diseño?  
 105.6
- ¿Momento de diseño X?  
 33.79 } \_\_\_\_\_ Alrededor del eje X centroidal.
- ¿Momento de diseño Y?  
 12.67 } \_\_\_\_\_ Alrededor del eje Y centroidal.
- ¿Carga de servicio?  
 55
- ¿Momento de servicio X?  
 14
- ¿Momento de servicio Y?  
 9
- ¿Rigidez?  
 2500 } \_\_\_\_\_ Este dato es sólo para tener el valor a la mano.
- ¿Resistencia del concreto?  
 300
- ¿Resistencia del acero?  
 4200
- ¿Varillas?  
 16
- ¿Calibre?  
 8
- ¿Coordenadas de la varilla 1?  
 6.27, 6.27 } \_\_\_\_\_ Se deben dar las coordenadas X y Y en el mismo renglón separadas por una coma.
- ¿Coordenadas de la varilla 2?  
 8.81, 6.27
- ¿Coordenadas de la varilla 3?  
 15.6.27
- ¿Coordenadas de la varilla 4?  
 21.19, 6.27
- ¿Coordenadas de la varilla 5?  
 23.73, 6.27
- ¿Coordenadas de la varilla 6?  
 6.27, 15.64
- ¿Coordenadas de la varilla 7?  
 23.73, 15.64
- ¿Coordenadas de la varilla 8?  
 6.27, 25
- ¿Coordenadas de la varilla 9?  
 23.73, 25
- ¿Coordenadas de la varilla 10?  
 6.27, 34.37
- ¿Coordenadas de la varilla 11?  
 23.73, 34.37
- ¿Coordenadas de la varilla 12?  
 6.27, 43.73

¿Coordenadas de la varilla 13?  
8.81,43.73

¿Coordenadas de la varilla 14?  
15,43.73

¿Coordenadas de la varilla 15?  
21.19,43.73

¿Coordenadas de la varilla 16?  
23.73,43.73

# SALIDA A LA PANTALLA

**Ejemplos 69**

Nombre de la columna: 4.2.2  
 DATOS:  
 Tipo de problema: REVISAR-1  
 Ancho: 30.00  
 Peralta: 50.00  
 Carga de diseño: 105.600  
 Momento de diseño X: 33.79  
 Momento de diseño Y: 12.67  
 Carga de servicio: 55.000  
 Momento de servicio X: 14.00  
 Momento de servicio Y: 9.00  
 Rigidez: 2500.0  
 Resistencia del concreto: 300.0  
 Resistencia del acero: 4200.0  
 Varillas: 16  
 Calibre: 8.00

Se muestran los datos para revisar si se han dado correctamente.

[Return] para continuar } Se suspende el programa hasta apretar la tecla [Return] o en otras computadoras [Enter].

Coordenadas de las varillas:

Varilla x 1: 6.27	Varilla y 1: 6.27
Varilla x 2: 8.81	Varilla y 2: 6.27
Varilla x 3: 15.00	Varilla y 3: 6.27
Varilla x 4: 21.19	Varilla y 4: 6.27
Varilla x 5: 23.73	Varilla y 5: 6.27
Varilla x 6: 6.27	Varilla y 6: 15.64
Varilla x 7: 23.73	Varilla y 7: 15.64
Varilla x 8: 6.27	Varilla y 8: 25.00
Varilla x 9: 23.73	Varilla y 9: 25.00
Varilla x10: 6.27	Varilla y10: 34.37
Varilla x11: 23.73	Varilla y11: 34.37
Varilla x12: 6.27	Varilla y12: 43.73
Varilla x13: 8.81	Varilla y13: 43.73
Varilla x14: 15.00	Varilla y14: 43.73
Varilla x15: 21.19	Varilla y15: 43.73
Varilla x16: 23.73	Varilla y16: 43.73

[Return] para continuar

Columna: 4.2.2

Calculando la resistencia

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 105.600 }  
 Rigidez dato: 2500.0 }

Valores de resistencia que hay que comparar.

**RESULTADOS:**

Porcentaje de acero: 5.41%  
 Area de acero: 81.10  
 Angulo de inclinación del eje neutro: 52.48°  
 Profundidad del eje neutro: 74.41  
 Resistencia última de la columna: 88.261 }  
 Momento último calculado X: 28.24  
 Momento último calculado Y: 10.01  
 Porcentaje de diferencia: 5.51  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2028.8 }

Valores de rigidez que hay que comparar.

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Ancho (A o a)

Peralte (P o p)

Varillos (Múltiplo de 4) (U o u)

Calibre de la varilla (D o d)

Coordenadas (C o c)

Ningún cambio (N o n)

n

Ningún cambio

Sino es alguna de la letras olave anteriores  
se mostrará nuevamnete todo el menú.

RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 5.41%

Area de acero: 81.10

Angulo de inclinación del eje neutro: 52.48°

Profundidad del eje neutro: 74.41

Resistencia última de la columna: 88.261

Momento último calculado X: 28.24

Momento último calculado Y: 10.01

Porcentaje de diferencia: 5.51

Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2028.8

¿Quiere continuar? Sí (S o s) o No (N o n)

n

Problemas terminados

**B. Tipo de problema: "REVISAR-II"**

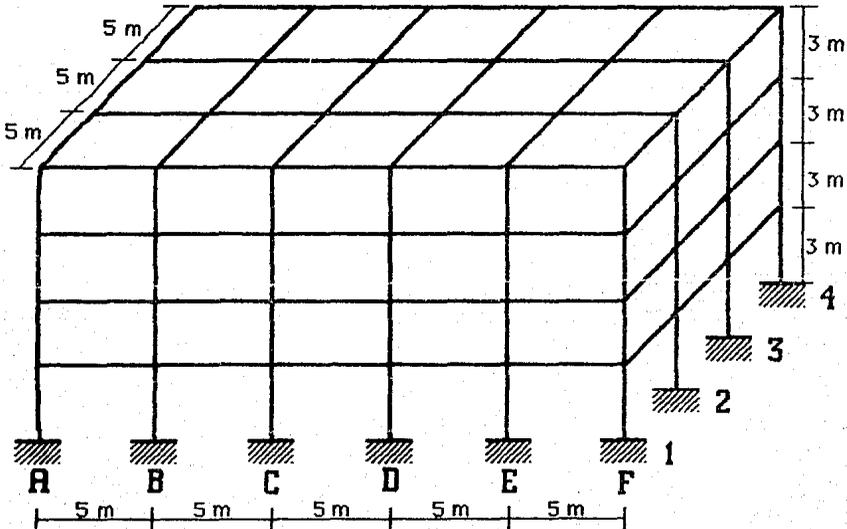
OBJETIVO: Para la estructura que se muestra a continuación, se requiere que las columnas D1, D2, D3 y D4 cumplan requisitos de resistencia y que las rigideces relativas sean las mismas, ya que las cargas y momentos fueron obtenidos de un análisis en donde se supuso la misma  $EI$  para cada columna.:

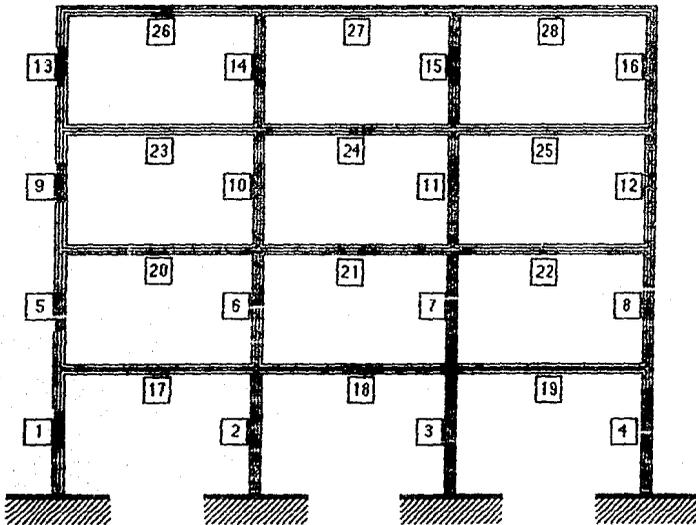
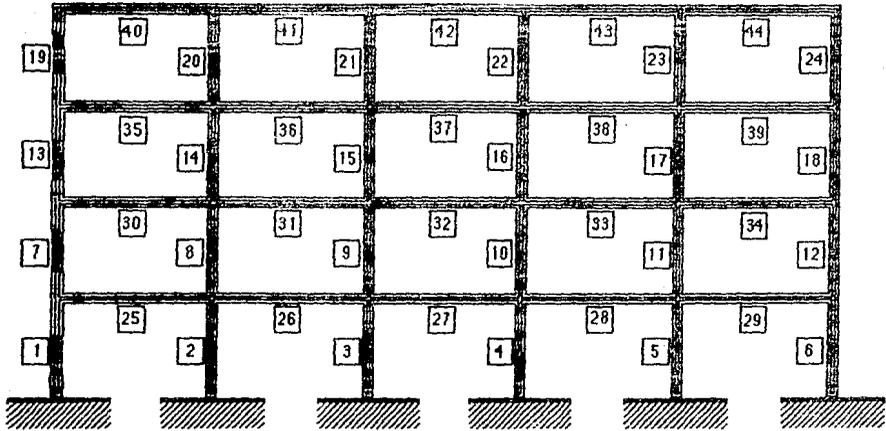
**Datos:**

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

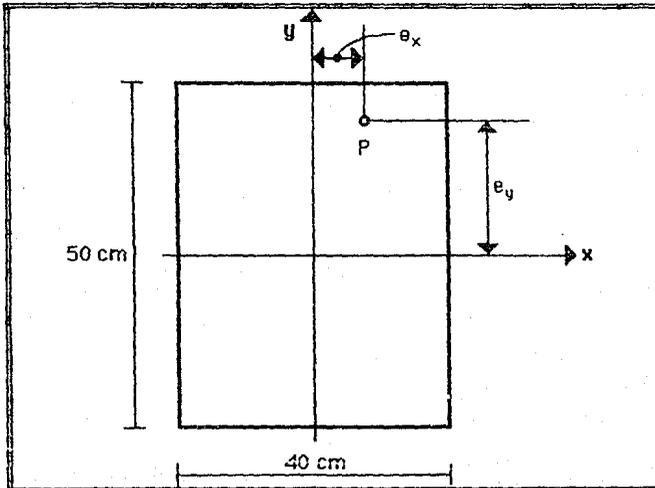
Recubrimiento: 3 cm





De un análisis estructural de marcos planos, como los que se muestran anteriormente, se obtuvieron los siguientes elementos mecánicos para cargas de diseño y para condiciones de servicio:

Columna	$P_u$	$M_{xu}$	$M_{yu}$	$P_s$	$M_{xs}$	$M_{ys}$
D1	132.611	13.125	9.224	100.807	3.478	2.126
D2	193.221	16.909	9.224	138.126	0.225	2.126
D3	191.621	16.661	9.224	128.126	0.225	2.126
D4	150.595	12.951	9.224	104.807	3.478	2.126



Croquis de la sección transversal.

**NOTA:** En los ejemplos que se ilustran a continuación se presenta primero cómo se trabaja con archivos (entrada y salida) y posteriormente cómo se trabaja en pantalla (entrada y salida).

## LECTURA DE ARCHIVO

<b>Número de problemas</b>
<b>Nombre de la columnas, Tipo de porblema, Ancho, Peralte, Carga de diseño, Momento de diseño H, Momento de diseño Y, Carga de servicio, Momento de servicio H, Momento de servicio Y, Rigidez, Resistencia del concreto (<math>f_c</math>), Resistencia del acero (<math>f_y</math>)</b>
<b>Varillas, Calibre, Recubrimiento</b>

<b>4</b>
<b>D1,REVISAR-11,40,50,132.611,13.125,9.224,100.807,3.478,2.126,1,200,4200</b>
<b>8,6,3</b>
<b>D2,REVISAR-11,40,50,193.221,16.909,9.224,138.126,,225,2.126,1,200,4200</b>
<b>8,6,3</b>
<b>D3,REVISAR-11,40,50,191.621,16.661,9.224,128.126,,225,2.126,1,200,4200</b>
<b>8,6,3</b>
<b>D4,REVISAR-11,40,50,150.595,12.951,9.224,104.807,3.478,2.126,1,200,4200</b>
<b>8,6,3</b>

## SALIDA AL ARCHIVO

Archivo de entrada: Edificio Data

Archivo de salida : Edificio Resu

**Nombre de la columna: D1**

**DATOS:**

**Tipo de problema: REVISAR-11**

**Ancho: 40.00**

**Peralte: 50.00**

**Carga de diseño: 132.611**

**Momento de diseño H: 13.13**

**Momento de diseño Y: 9.22**

**Carga de servicio: 100.807**

**Momento de servicio H: 3.48**

**Momento de servicio Y: 2.13**

**Rigidez: 1.0**

**Resistencia del concreto: 200.0**

**Resistencia del acero: 4200.0**

**Varillas: 8**  
**Calibre: 6.00**  
**Recubrimiento: 3.00**

**Datos de entrada cambiados:**  
**Momento de servicio Y: 2.52**

**RESULTADOS:**

**Porcentaje de acero: 1.14%**  
**Área de acero: 22.81**  
**Ángulo de inclinación del eje neutro: 49.22°**  
**Profundidad del eje neutro: 95.69**  
**Resistencia última de la columna: 133.594**  
**Momento último calculado H: 13.31**  
**Momento último calculado Y: 9.35**  
**Porcentaje de diferencia: 1.27**  
**Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2945.5**

**Coordenadas de las varillas:**

Varilla x 1: 3.95	Varilla y 1: 3.95
Varilla x 2: 20.00	Varilla y 2: 3.95
Varilla x 3: 36.05	Varilla y 3: 3.95
Varilla x 4: 3.95	Varilla y 4: 46.05
Varilla x 5: 20.00	Varilla y 5: 46.05
Varilla x 6: 36.05	Varilla y 6: 46.05
Varilla x 7: 3.95	Varilla y 7: 25.00
Varilla x 8: 36.05	Varilla y 8: 25.00

**Nombre de la columna: D2**

**DATOS:**

**Tipo de problema: REVISAR-11**  
**Ancho: 40.00**  
**Peralte: 50.00**  
**Carga de diseño: 193.221**  
**Momento de diseño H: 16.91**  
**Momento de diseño Y: 9.22**  
**Carga de servicio: 138.126**  
**Momento de servicio H: .23**  
**Momento de servicio Y: 2.13**  
**Rigidez: 1.0**  
**Resistencia del concreto: 200.0**  
**Resistencia del acero: 4200.0**

**Varillas: 8**  
**Calibre: 6.00**  
**Recubrimiento: 3.00**

**Datos de entrada cambiados:**  
**Momento de servicio H: 3.45**  
**Momento de servicio Y: 3.45**  
**Varillas: 16**  
**Calibre: 6.00**

**RESULTADOS:**  
**Porcentaje de acero: 2.28%**  
**Area de acero: 45.62**  
**Angulo de inclinación del eje neutro: 43.14°**  
**Profundidad del eje neutro: 87.79**  
**Resistencia última de la columna: 193.781**  
**Momento último calculado H: 17.30**  
**Momento último calculado Y: 9.50**  
**Porcentaje de diferencia: 4.71**  
**Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2908.9**

**Coordenadas de las varillas:**

Varilla x 1: 3.95	Varilla y 1: 3.95
Varilla x 2: 11.98	Varilla y 2: 3.95
Varilla x 3: 20.00	Varilla y 3: 3.95
Varilla x 4: 28.02	Varilla y 4: 3.95
Varilla x 5: 36.05	Varilla y 5: 3.95
Varilla x 6: 3.95	Varilla y 6: 46.05
Varilla x 7: 11.98	Varilla y 7: 46.05
Varilla x 8: 20.00	Varilla y 8: 46.05
Varilla x 9: 28.02	Varilla y 9: 46.05
Varilla x10: 36.05	Varilla y10: 46.05
Varilla x11: 3.95	Varilla y11: 14.48
Varilla x12: 3.95	Varilla y12: 25.00
Varilla x13: 3.95	Varilla y13: 35.52
Varilla x14: 36.05	Varilla y14: 14.48
Varilla x15: 36.05	Varilla y15: 25.00
Varilla x16: 36.05	Varilla y16: 35.52

**Nombre de la columna: B3**

**DATOS:**

**Tipo de problema: REVISAR-II**

**Ancho: 40.00**  
**Peralte: 50.00**  
**Carga de diseño: 191.621**  
**Momento de diseño H: 16.66**  
**Momento de diseño Y: 9.22**  
**Carga de servicio: 128.126**  
**Momento de servicio H: .23**  
**Momento de servicio Y: 2.13**  
**Rigidez: 1.0**  
**Resistencia del concreto: 200.0**  
**Resistencia del acero: 4200.0**  
**Varillas: 8**  
**Calibre: 6.00**  
**Recubrimiento: 3.00**

**Datos de entrada cambiados:**  
**Momento de servicio H: 3.20**  
**Momento de servicio Y: 3.20**  
**Varillas: 16**

#### **RESULTADOS:**

**Porcentaje de acero: 2.28%**  
**Area de acero: 45.62**  
**Angulo de inclinación del eje neutro: 42.49°**  
**Profundidad del eje neutro: 86.88**  
**Resistencia última de la columna: 196.685**  
**Momento último calculado H: 17.28**  
**Momento último calculado Y: 9.26**  
**Porcentaje de diferencia: 3.27**  
**Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 3104.7**

#### **Coordenadas de las varillas:**

Varilla x 1: 3.95	Varilla y 1: 3.95
Varilla x 2: 11.98	Varilla y 2: 3.95
Varilla x 3: 20.00	Varilla y 3: 3.95
Varilla x 4: 28.02	Varilla y 4: 3.95
Varilla x 5: 36.05	Varilla y 5: 3.95
Varilla x 6: 3.95	Varilla y 6: 46.05
Varilla x 7: 11.98	Varilla y 7: 46.05
Varilla x 8: 20.00	Varilla y 8: 46.05
Varilla x 9: 28.02	Varilla y 9: 46.05
Varilla x10: 36.05	Varilla y10: 46.05
Varilla x11: 3.95	Varilla y11: 14.46

Varilla x12:	3.95	Varilla y12:	25.00
Varilla x13:	3.95	Varilla y13:	35.52
Varilla x14:	36.05	Varilla y14:	14.48
Varilla x15:	36.05	Varilla y15:	25.00
Varilla x16:	36.05	Varilla y16:	35.52

**Nombre de la columna: 04**

**DATOS:**

**Tipo de problema: REVISAR-II**

**Ancho: 40.00**

**Peralte: 50.00**

**Carga de diseño: 150.595**

**Momento de diseño H: 12.95**

**Momento de diseño Y: 9.22**

**Carga de servicio: 104.807**

**Momento de servicio H: 3.48**

**Momento de servicio Y: 2.13**

**Rigidez: 1.0**

**Resistencia del concreto: 200.0**

**Resistencia del acero: 4200.0**

**Varillas: 8**

**Calibre: 6.00**

**Recubrimiento: 3.00**

**Datos de entrada cambiados:**

**Momento de servicio H: 3.48**

**Momento de servicio Y: 2.62**

**Varillas: 20**

**Calibre: 4.00**

**RESULTADOS:**

**Porcentaje de acero: 1.27%**

**Area de acero: 25.34**

**Angulo de inclinación del eje neutro: 48.54°**

**Profundidad del eje neutro: 99.34**

**Resistencia última de la columna: 152.519**

**Momento último calculado H: 13.19**

**Momento último calculado Y: 9.07**

**Porcentaje de diferencia: 3.46**

**Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2982.3**

**Coordenadas de las varillas:**

Varilla x 1:	3.63	Varilla y 1:	3.63
Varilla x 2:	10.18	Varilla y 2:	3.63
Varilla x 3:	16.73	Varilla y 3:	3.63
Varilla x 4:	23.27	Varilla y 4:	3.63
Varilla x 5:	29.82	Varilla y 5:	3.63
Varilla x 6:	36.36	Varilla y 6:	3.63
Varilla x 7:	3.63	Varilla y 7:	46.36
Varilla x 8:	10.18	Varilla y 8:	46.36
Varilla x 9:	16.73	Varilla y 9:	46.36
Varilla x10:	23.27	Varilla y10:	46.36
Varilla x11:	29.82	Varilla y11:	46.36
Varilla x12:	36.36	Varilla y12:	46.36
Varilla x13:	3.63	Varilla y13:	12.18
Varilla x14:	3.63	Varilla y14:	20.73
Varilla x15:	3.63	Varilla y15:	29.27
Varilla x16:	3.63	Varilla y16:	37.82
Varilla x17:	36.36	Varilla y17:	12.18
Varilla x18:	36.36	Varilla y18:	20.73
Varilla x19:	36.36	Varilla y19:	29.27
Varilla x20:	36.36	Varilla y20:	37.82

## LECTURA DE PANTALLA

### Ejemplos

80

¿Leer de archivo (A ó a) o de pantalla (P ó p)?

P)

Si escribe A tendrá que especificar el nombre del archivo.

¿Escribir en archivo (A ó a) o en pantalla (P ó p)?

P)

Si escribe A tendrá que especificar el nombre del archivo.

¿Nombre de la columna?

D1

Puede ser hasta 15 caracteres sin espacios.

¿Tipo de problema REVISAR-I o REVISAR-II?

REVISAR-II)

No se deben dejar espacios entre caracteres. No confundir la letra l (l latina) con el número 1 (uno).

¿Ancho?

40

¿Peralte?

50

¿Carga de diseño?

132.611

¿Momento de diseño X?

13.13)

Alrededor del eje X centroidal.

¿Momento de diseño Y?

9.22)

Alrededor del eje Y centroidal.

¿Carga de servicio?

100.807

¿Momento de servicio X?

3.48

¿Momento de servicio Y?

2.13

¿Rigidez?

1)

Este dato es sólo para tener el valor a la mano.

¿Resistencia del concreto?

200

¿Resistencia del acero?

4200

¿Varillas?

8

¿Calibre?

6

¿Recubrimiento?

3

De la misma manera se dan los datos de las columnas D2, D3 y D4.

# SALIDA A LA PANTALLA

Ejemplos 81

Nombre de la columna: D1  
DATOS:  
Tipo de problema: REVISAR-11  
Ancho: 40.00  
Peralte: 50.00  
Carga de diseño: 132.611  
Momento de diseño X: 13.13  
Momento de diseño Y: 9.22  
Carga de servicio: 100.807  
Momento de servicio X: 3.48  
Momento de servicio Y: 2.13  
Rigidez: 1.0  
Resistencia del concreto: 200.0  
Resistencia del acero: 4200.0  
Varillas: 8  
Calibre: 6.00  
Recubrimiento: 3.00

Se muestran los datos para revisar si se han dado correctamente.

[Return] para continuar } Se suspende el programa hasta apretar la tecla [Return] o en otras computadoras [Enter].

Columna: D1

Calculando la resistencia

La excentricidad de servicio X no debe ser menor que 0.05 del peralte ni menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 132.611 }  
Rigidez dato: 1.0

Valores de resistencia que hay que comparar. Como se puede observar se cumple la resistencia.

RESULTADOS:  
Porcentaje de acero: 1.14%  
Área de acero: 22.81  
Ángulo de inclinación del eje neutro: 49.22°  
Profundidad del eje neutro: 95.69  
Resistencia última de la columna: 133.594 }  
Momento último calculado X: 13.31  
Momento último calculado Y: 9.35  
Porcentaje de diferencia: 1.27  
Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2945.5 }

3000

Valores de rigidez que hay que comparar. Se tiene que alcanzar en las siguientes columnas una rigidez que sea cerca de 3000, siempre y cuando no resulte una rigidez más alta que ésta en las otras columnas.

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Ancho [A o a]

Peralte [P o p]

Varillas (múltiplo de 4) [V o v]

Calibre de la varilla [D o d]

Recubrimiento [R o r]

Ningún cambio [N o n]

n)

Ningún cambio

Si no es alguna de las letras claves anteriores se mostrará nuevamente todo el menú.

Datos de entrada cambiados:

Momento de servicio Y: 2.52

## RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 1.14%  
 Área de acero: 22.81  
 Ángulo de inclinación del eje neutro: 49.22°  
 Profundidad del eje neutro: 95.69  
 Resistencia última de la columna: 133.594  
 Momento último calculado X: 13.31  
 Momento último calculado Y: 9.35  
 Porcentaje de diferencia: 1.27  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2945.5

{Return} para continuar

Coordenadas de las varillas:

Varilla x 1: 3.95	Varilla y 1: 3.95
Varilla x 2: 20.00	Varilla y 2: 3.95
Varilla x 3: 36.05	Varilla y 3: 3.95
Varilla x 4: 3.95	Varilla y 4: 46.05
Varilla x 5: 20.00	Varilla y 5: 46.05
Varilla x 6: 36.05	Varilla y 6: 46.05
Varilla x 7: 3.95	Varilla y 7: 25.00
Varilla x 8: 36.05	Varilla y 8: 25.00

{Return} para continuar

Nombre de la columna: D2 } — Se da comienzo a otro problema.

DATOS:

Tipo de problema: REVISAR-II  
 Ancho: 40.00  
 Peralte: 50.00  
 Carga de diseño: 193.221  
 Momento de diseño X: 16.91  
 Momento de diseño Y: 9.22  
 Carga de servicio: 138.126  
 Momento de servicio X: 12.3  
 Momento de servicio Y: 2.13  
 Rigidez: 1.0  
 Resistencia del concreto: 200.0  
 Resistencia del acero: 4200.0  
 Varillas: 8  
 Calibre: 6.00  
 Recubrimiento: 3.00

{Return} para continuar

Columna: D2

Calculando la resistencia

La excentricidad de servicio Y no debe ser menor que 0.05 del peralte ni menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.

La excentricidad de servicio X no debe ser menor que 0.05 del peralte ni menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 193.221 }  
 Rigidez dato: 1.0

Valores de resistencia que hay que comparar. Como se puede ver, no cumple el requisito de resistencia.

RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 1.14%  
 Área de acero: 22.81  
 Ángulo de inclinación del eje neutro: 43.14°  
 Profundidad del eje neutro: 85.65  
 Resistencia última de la columna: 158.078 }  
 Momento último calculado X: 13.72  
 Momento último calculado Y: 7.50  
 Porcentaje de diferencia: 1.41  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 1983.6 }

3000

Valores de rigidez que hay que comparar. Como se puede ver, no cumple el requisito de rigidez.

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Ancho [A o a]  
 Peralte [P o p]  
 Varillas (múltiplo de 4) [U o u]  
 Calibre de la varilla [D o d]  
 Recubrimiento [R o r]  
 Ningún cambio [N o n]  
 v )

Para tratar de cumplir con los requisitos anteriores se aumenta el número de varillas.

Varillas	Calibre	Área	Porcentaje	
4	4	5.07	.25	Porcentaje menor que el mínimo
8	4	10.14	.51	
4	6	11.40	.57	
12	4	15.21	.76	
4	8	20.28	1.01	
8	6	22.81	1.14	Porcentaje actual )
20	4	25.34	1.27	Se observa que todavía estamos lejos del porcentaje máximo, por lo tanto, se puede aumentar el número de varillas.
4	10	31.68	1.58	
12	6	34.21	1.71	
8	8	40.55	2.03	
16	6	45.62	2.28	
20	6	57.02	2.85	
12	8	60.83	3.04	
8	10	63.36	3.17	
16	8	81.10	4.06	
8	12	91.24	4.56	
12	10	95.04	4.75	
20	8	101.38	5.07	
16	10	126.72	6.34	Porcentaje mayor que el máximo
12	12	136.86	6.84	Porcentaje mayor que el máximo
20	10	158.40	7.92	Porcentaje mayor que el máximo
16	12	182.48	9.12	Porcentaje mayor que el máximo
20	12	226.10	11.40	Porcentaje mayor que el máximo

¿Número de varillas (múltiplo de 4)?

16 )

Se aumenta de 8 a 16 varillas.

Repetir el menú [M o m]

Si no se indica nada el programa entiende que se debe calcular la resistencia y la rigidez nuevamente con los datos que se han cambiado.

Columna: D2

Calculando la resistencia

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 193.221 }  
 Rigidez dato: 1.0

Valores de resistencia que hay que comparar. Como se puede ver, cumple el requisito de resistencia.

RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 2.28%  
 Área de acero: 45.62

## Ejemplos 84

Angulo de inclinación del eje neutro: 43.14°  
 Profundidad del eje neutro: 87.79  
 Resistencia última de la columna: 193.781 }  
 Momento último calculado X: 17.30  
 Momento último calculado Y: 9.50  
 Porcentaje de diferencia: 4.71  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2908.9 }

3000

Valores de rigidez que  
 hay que comparar.  
 Como se puede ver,  
 cumple el requisito de  
 rigidez.

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Ancho (A o a)

Penalite (P o p)

Varillas (múltiplo de 4) (U o u)

Calibre de la varilla (D o d)

Recubrimiento (R o r)

Ningún cambio (N o n)

n }

Ningún cambio

Se indica que ya no hay más cambios. Con el  
 diseño propuesto ahora, se cumplen los  
 requisitos de rigidez y resistencia. De la  
 misma manera, en forma iterativa, se diseñan  
 las siguientes dos columnas. Hay que poner  
 mucha atención en que los datos cambiados,  
 como son los momentos, no difieran tanto de  
 los datos originales, porque de esta forma se  
 está resolviendo otro problema.

Datos de entrada cambiados:

Momento de servicio X: 3.45

Momento de servicio Y: 3.45

Varillas: 16

Calibre: 8.00

RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 2.28%

Área de acero: 45.62

Angulo de inclinación del eje neutro: 43.14°

Profundidad del eje neutro: 87.79

Resistencia última de la columna: 193.781

Momento último calculado X: 17.30

Momento último calculado Y: 9.50

Porcentaje de diferencia: 4.71

Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2908.9

(Return) para continuar

Coordenadas de las varillas:

Varilla x 1: 3.95	Varilla y 1: 3.95
Varilla x 2: 11.98	Varilla y 2: 3.95
Varilla x 3: 20.00	Varilla y 3: 3.95
Varilla x 4: 28.02	Varilla y 4: 3.95
Varilla x 5: 36.05	Varilla y 5: 3.95
Varilla x 6: 3.95	Varilla y 6: 46.05
Varilla x 7: 11.98	Varilla y 7: 46.05
Varilla x 8: 20.00	Varilla y 8: 46.05
Varilla x 9: 28.02	Varilla y 9: 46.05
Varilla x 10: 36.05	Varilla y 10: 46.05
Varilla x 11: 3.95	Varilla y 11: 14.48
Varilla x 12: 3.95	Varilla y 12: 25.00
Varilla x 13: 3.95	Varilla y 13: 35.52
Varilla x 14: 36.05	Varilla y 14: 14.48
Varilla x 15: 36.05	Varilla y 15: 25.00
Varilla x 16: 36.05	Varilla y 16: 35.52

(Return) para continuar

Nombre de la columna: D3

DATOS:

Tipo de problema: REVISAR-11

Ancho: 40.00

Peralte: 50.00  
 Carga de diseño: 191.621  
 Momento de diseño X: 16.66  
 Momento de diseño Y: 9.22  
 Carga de servicio: 128.126  
 Momento de servicio X: .23  
 Momento de servicio Y: 2.13  
 Rigidez: 1.0  
 Resistencia del concreto: 200.0  
 Resistencia del acero: 4200.0  
 Varillas: 8  
 Calibre: 6.00  
 Recubrimiento: 3.00

(Return) para continuar

Columna: D3

Calculando la resistencia

La excentricidad de servicio Y no debe ser menor que 0.05 del peralte ni menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.

La excentricidad de servicio X no debe ser menor que 0.05 del peralte ni menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 191.621  
 Rigidez dato: 1.0

#### RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 1.14%  
 Área de acero: 22.81  
 Ángulo de inclinación del eje neutro: 43.49°  
 Profundidad del eje neutro: 86.15  
 Resistencia última calculada X: 156.759  
 Momento último calculado X: 13.71  
 Momento último calculado Y: 7.61  
 Porcentaje de diferencia: 1.41  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2179.5

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Ancho (A o a)

Peralte (P o p)

Varillas (Múltiplo de 4) (V o v)

Calibre de la varilla (D o d)

Recubrimiento (R o r)

Ningún cambio (N o n)

V

Varillas	Calibre	Área	Porcentaje	
4	4	5.07	.25	Porcentaje menor que el mínimo
8	4	10.14	.51	
4	6	11.40	.57	
12	4	15.21	.76	
4	8	20.28	1.01	Porcentaje actual
8	6	22.81	1.14	
20	4	25.34	1.27	
4	10	31.68	1.58	
12	6	34.21	1.71	
8	8	40.55	2.03	

16	6	45.52	2.28
20	6	57.02	2.85
12	8	60.83	3.04
8	10	63.36	3.17
16	8	81.10	4.06
8	12	91.24	4.50
12	10	95.04	4.75
20	8	101.38	5.07
16	10	126.72	6.34
12	12	136.86	6.84
20	10	158.40	7.92
16	12	182.48	9.12
20	12	228.10	11.40

Porcentaje mayor que el máximo  
 Porcentaje mayor que el máximo

¿Número de varillas (múltiplo de 4)?

16

Repetir el menú (M o m)

Columna: D3

Calculando la resistencia

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 191.621

Rigidez dato: 1.0

RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 2.28%

Area de acero: 45.62

Angulo de inclinación del eje neutro: 42.49°

Profundidad del eje neutro: 86.88

Resistencia última de la columna: 196.685

Momento último calculado X: 17.28

Momento último calculado Y: 9.26

Porcentaje de diferencia: 3.27

Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 3104.7

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Anecho (A o a)

Peralte (P o p)

Varillas (múltiplo de 4) (U o u)

Calibra de la varilla (D o d)

Recubrimiento (R o r)

Ningún cambio (N o n)

n

Ningún cambio

Datos de entrada cambiados:

Momento de servicio X: 3.20

Momento de servicio Y: 3.20

Varillas: 16

RESULTADOS:

Porcentaje de acero: 2.28%

Area de acero: 45.62

Angulo de inclinación del eje neutro: 42.49°

Profundidad del eje neutro: 86.88

Resistencia última de la columna: 196.685

Momento último calculado X: 17.28  
 Momento último calculado Y: 9.26  
 Porcentaje de diferencia: 3.27  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 3104.7

[Return] para continuar

Coordenadas de las varillas:

Varilla x 1: 3.95	Varilla y 1: 3.95
Varilla x 2: 11.98	Varilla y 2: 3.95
Varilla x 3: 20.00	Varilla y 3: 3.95
Varilla x 4: 28.02	Varilla y 4: 3.95
Varilla x 5: 36.03	Varilla y 5: 3.95
Varilla x 6: 3.95	Varilla y 6: 46.05
Varilla x 7: 11.98	Varilla y 7: 46.05
Varilla x 8: 20.00	Varilla y 8: 46.05
Varilla x 9: 28.02	Varilla y 9: 46.05
Varilla x10: 36.05	Varilla y10: 46.05
Varilla x11: 3.95	Varilla y11: 14.48
Varilla x12: 3.95	Varilla y12: 25.00
Varilla x13: 3.95	Varilla y13: 35.52
Varilla x14: 36.05	Varilla y14: 14.48
Varilla x15: 36.05	Varilla y15: 25.00
Varilla x16: 36.05	Varilla y16: 35.52

[Return] para continuar

Nombre de la columna: D4

DATOS:

Tipo de problema: REVISAR-11

Ancho: 40.00

Penalite: 50.00

Carga de diseño: 150.595

Momento de diseño X: 12.95

Momento de diseño Y: 9.22

Carga de servicio: 104.807

Momento de servicio X: 3.48

Momento de servicio Y: 2.13

Rigidez: 1.0

Resistencia del concreto: 200.0

Resistencia del acero: 4200.0

Varillas: 8

Calibre: 6.00

Recubrimiento: 3.00

[Return] para continuar

Columna: D4

Calculando la resistencia

La excentricidad de servicio X no debe ser menor que 0.05 del penalite ni menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 150.595

Rigidez dato: 1.0

**RESULTADOS:**

Porcentaje de acero: 1.14%  
 Área de acero: 22.81  
 Ángulo de inclinación del eje neutro: 43.08°  
 Profundidad del eje neutro: 77.01  
 Resistencia última de la columna: 131.353  
 Momento último calculado X: 15.01  
 Momento último calculado Y: 8.02  
 Porcentaje de diferencia: 1.80  
 Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2710.5

**Ejemplos 88**

¿Quiere cambiar algún parámetro?

- Ancho [A o a]
- Peralte [P o p]
- Varillas (múltiplo de 4) [U o u]
- Calibre de la varilla [D o d]
- Recubrimiento [R o r]
- Ningún cambio [N o n]

v

Varillas	Calibre	Área	Porcentaje	
4	4	5.07	.25	Porcentaje menor que el mínimo
8	4	10.14	.51	
4	6	11.40	.57	
12	4	15.21	.76	
4	8	20.28	1.01	
8	6	22.81	1.14	Porcentaje actual
20	4	25.34	1.27	
4	10	31.68	1.58	
12	6	34.21	1.71	
8	8	40.55	2.03	
16	6	45.62	2.28	
20	6	57.02	2.85	
12	8	60.83	3.04	
8	10	63.36	3.17	
16	8	81.10	4.06	
8	12	91.24	4.56	
12	10	95.04	4.75	
20	8	101.38	5.07	
16	10	126.72	6.34	Porcentaje mayor que el máximo
12	12	136.86	6.84	Porcentaje mayor que el máximo
20	10	158.40	7.92	Porcentaje mayor que el máximo
16	12	182.48	9.12	Porcentaje mayor que el máximo
20	12	228.10	11.40	Porcentaje mayor que el máximo

¿Número de varillas (múltiplo de 4)?

20

Repetir el menú [M o m]

m

¿Quiere cambiar algún parámetro?

- Ancho [A o a]
- Peralte [P o p]
- Varillas (múltiplo de 4) [U o u]
- Calibre de la varilla [D o d]
- Recubrimiento [R o r]
- Ningún cambio [N o n]

d

Varillas	Calibre	Área	Porcentaje	
4	4	5.07	.25	Porcentaje menor que el mínimo
8	4	10.14	.51	
4	6	11.40	.57	
12	4	15.21	.76	
4	8	20.28	1.01	
8	6	22.81	1.14	

20	4	25.34	1.27	
4	10	31.68	1.58	
12	6	34.21	1.71	
8	8	40.55	2.03	
16	6	45.62	2.28	
20	6	57.02	2.85	Porcentaje actual
12	8	60.83	3.04	
8	10	63.36	3.17	
16	8	81.10	4.06	
8	12	91.24	4.56	
12	10	95.04	4.75	
20	8	101.36	5.07	
16	10	126.72	6.34	Porcentaje mayor que el máximo
12	12	136.85	6.84	Porcentaje mayor que el máximo
20	10	158.40	7.92	Porcentaje mayor que el máximo
16	12	182.48	9.12	Porcentaje mayor que el máximo
20	12	228.10	11.40	Porcentaje mayor que el máximo

¿Nuevo calibre?

4

Repetir el menú (M o m)

Columna: 04

Calculando la resistencia

Calculando la rigidez

Resistencia dato: 150.595

Rigidez dato: 1.0

**RESULTADOS:**

Porcentaje de acero: 1.27%

Área de acero: 25.34

Ángulo de inclinación del eje neutro: 48.54°

Profundidad del eje neutro: 99.11

Resistencia última de la columna: 152.519

Momento último calculado X: 13.19

Momento último calculado Y: 9.07

Porcentaje de diferencia: 3.46

Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2982.3

¿Quiere cambiar algún parámetro?

Ancho (A o a)

Peralte (P o p)

Varillas (múltiplo de 4) (V o v)

Calibre de la varilla (D o d)

Recubrimiento (R o r)

Ningún cambio (N o n)

n

Ningún cambio

**Datos de entrada cambiados:**

Momento de servicio X: 3.48

Momento de servicio Y: 2.62

Varillas: 20

Calibre: 4.00

**RESULTADOS:**

Porcentaje de acero: 1.27%

Área de acero: 25.34  
Ángulo de inclinación del eje neutro: 48.54°  
Profundidad del eje neutro: 99.11  
Resistencia última de la columna: 152.519  
Momento último calculado X: 13.19  
Momento último calculado Y: 9.07  
Porcentaje de diferencia: 3.46  
Rigidez efectiva para condiciones de servicio: 2982.3.

Ejemplos 90

(Return) para continuar

Coordenadas de las varillas:

Varilla x 1: 3.63	Varilla y 1: 3.63
Varilla x 2: 10.18	Varilla y 2: 3.63
Varilla x 3: 16.73	Varilla y 3: 3.63
Varilla x 4: 23.27	Varilla y 4: 3.63
Varilla x 5: 29.82	Varilla y 5: 3.63
Varilla x 6: 36.36	Varilla y 6: 3.63
Varilla x 7: 3.63	Varilla y 7: 46.36
Varilla x 8: 10.18	Varilla y 8: 46.36
Varilla x 9: 16.73	Varilla y 9: 46.36
Varilla x 10: 23.27	Varilla y 10: 46.36
Varilla x 11: 29.82	Varilla y 11: 46.36
Varilla x 12: 36.36	Varilla y 12: 46.36
Varilla x 13: 3.63	Varilla y 13: 12.18
Varilla x 14: 3.63	Varilla y 14: 20.73
Varilla x 15: 3.63	Varilla y 15: 29.27
Varilla x 16: 3.63	Varilla y 16: 37.82
Varilla x 17: 36.36	Varilla y 17: 12.18
Varilla x 18: 36.36	Varilla y 18: 20.73
Varilla x 19: 36.36	Varilla y 19: 29.27
Varilla x 20: 36.36	Varilla y 20: 37.82

(Return) para continuar

Problemas terminados

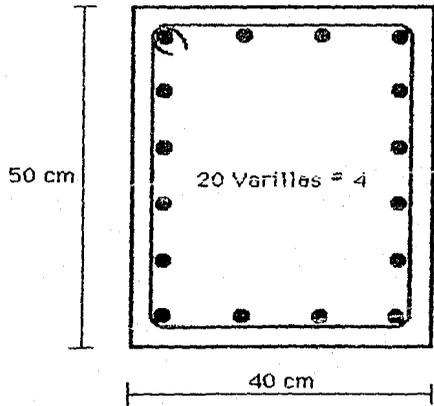
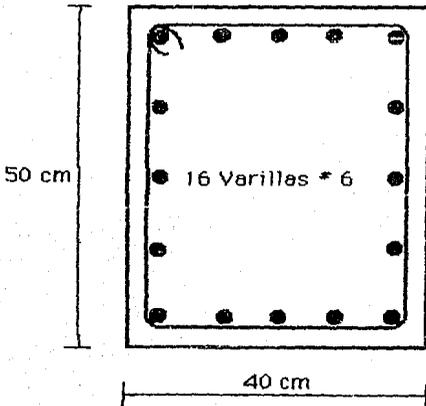
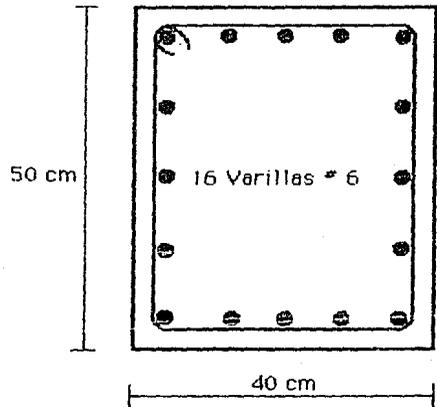
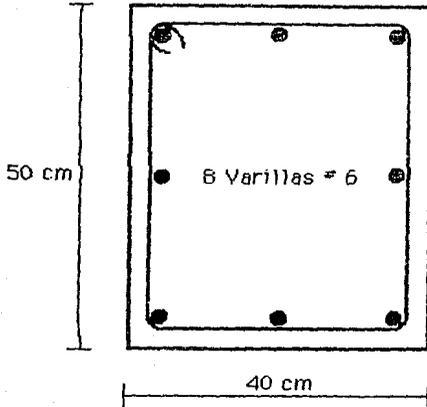
## COMENTARIO

Como se puede ver este programa está diseñado para proveer al usuario de una herramienta que sea capaz de llegar al diseño de la columna fácilmente, pero que cumpla requisitos de resistencia y rigidez simultáneamente. Este programa provee de un método más simple y lógico para el diseño de columnas bajo carga axial y momento biaxial.

Es además posible llegar a un diseño satisfactorio con sólo cambiar algunos de los parámetros de la columna.

Algo que cabe remarcar es que varias columnas pueden tener distintos armados para la misma rigidez, pues ésta depende de los elementos mecánicos que sobre ellas actúen. Lo dicho anteriormente se puede ver claramente en el croquis de armado en la siguiente página.

# Croquis de armado



### C. Comparación de resistencias con otros métodos.

#### Columna 4.2.2. Ejemplo 1.

1. Programa de computadora.

$$P_R = 88.261 \text{ ton}$$

2. Fórmula de Bresler.<sup>16</sup>

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_{R0}}} \quad [1]$$

$$F_R = 0.7$$

$$A_c = 30 \times 50 = 1500 \text{ cm}^2$$

$$f''_c = 0.8 \times 0.85 \times 300 = 204 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 81.10 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$q = \frac{p f_y}{f''_c} = \frac{81.10}{1500} \frac{4200}{204} = 1.11$$

Cálculo de  $P_{R0}$

$$P_{R0} = F_R(A_c f''_c + A_s f_y) = 0.7(1500 \times 204 + 81.10 \times 4200) = 452634 \text{ kg} = 452.634 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Rx}$

$$\frac{d}{h} = \frac{25}{30} = 0.833$$

$$e_x = \frac{M_u}{P} = \frac{10.01}{88.261} = 0.11 \text{ m} = 11 \text{ cm}$$

<sup>16</sup> Ver las referencias bibliográficas 1, 2 y 5. En este caso, para resolver los problemas por medio de la fórmula de Bresler, se utilizó la referencia bibliográfica 2, CARGA AXIAL Y FLEXION EN UNA DIRECCION, Refuerzo uniformemente distribuido, figuras 9 a 12. Ver en la introducción de esta tesis más información sobre esta fórmula.

$$\frac{e_x}{h} = \frac{11}{30} = 0.37$$

De la figura 12, para  $\frac{d}{h} = 0.80$ :  $K = 0.70$

De la figura 11, para  $\frac{d}{h} = 0.85$ :  $K = 0.85$

Interpolando para  $\frac{d}{h} = 0.833$ ;

$$K_x = 0.70 + \frac{(0.85 - 0.70)(0.833 - 0.80)}{0.85 - 0.80} = 0.799$$

$$P_{Rx} = K_x F_R b h f_c = 0.799 \times 0.7 \times 30 \times 50 \times 204 = 171146 \text{ kg} = 171146 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Ry}$

$$\frac{d}{h} = \frac{45}{50} = 0.90$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{28.24}{88.261} = 0.32 \text{ m} = 32 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{32}{50} = 0.64$$

De la figura 10, para  $\frac{d}{h} = 0.90$ :  $K = 0.6$

$$P_{Ry} = K_y F_R b h f_c = 0.6 \times 0.7 \times 30 \times 50 \times 204 = 128520 \text{ kg} = 128.520 \text{ ton}$$

Sustituyendo en la ecuación [1]

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{171.146} + \frac{1}{128.520} - \frac{1}{452.634}} = 73.412 \text{ ton}$$

$$f = \frac{88.261}{73.412} = 1.202; \quad 20.2\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

3. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Rectángulo equivalente.<sup>17</sup>

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{11}{30} < \frac{32}{50} \Rightarrow 0.37 < 0.64$$

$$\frac{d}{b} = \frac{25}{30} = 0.833$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x h}{e_y b} = \frac{11 \cdot 50}{32 \cdot 30} = 0.573$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.50$  se obtiene  $K = 0.40$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 1.00$  se obtiene  $K = 0.30$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.573$

$$K = 0.40 + \frac{(0.30 - 0.40)(0.573 - 0.50)}{1.00 - 0.50} = 0.385$$

$$P_r = K F_{pbh} f'_c = 0.385 \times 0.7 \times 30 \times 50 \times 204 = 82553 \text{ kg} = 82.553 \text{ ton}$$

$$f = \frac{88.261}{82.553} = 1.069; \quad 6.9\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

4. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Curva real del concreto.<sup>18</sup>

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{11}{30} < \frac{32}{50} \Rightarrow 0.37 < 0.64$$

<sup>17</sup> Ver las referencias bibliográficas 1, 2 y 5. En este caso, para resolver los problemas se utilizó la referencia bibliográfica 2, CARGA AXIAL Y FLEXION EN DOS DIRECCIONES, Refuerzo uniformemente distribuido, figuras 41 a 52.

<sup>18</sup> Ver las referencias bibliográficas 1 y 2. En este caso, para resolver los problemas por medio de diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial, se utilizó la referencia bibliográfica 1.

$$\frac{d}{b} = \frac{25}{30} = 0.833$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x h}{e_y b} = \frac{11.50}{32.30} = 0.573$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.50$  se obtiene  $K = 0.46$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.75$  se obtiene  $K = 0.40$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.573$

$$K = 0.46 + \frac{(0.40 - 0.46)(0.573 - 0.50)}{0.75 - 0.50} = 0.442$$

$$P_R = K F_R b h f''_c = 0.442 \times 0.7 \times 30 \times 50 \times 204 = 94676 \text{ kg} = 94.676 \text{ ton}$$

$$f = \frac{94.676}{88.261} = 1.073; \quad 7.3\% \text{ mayor que el resultado obtenido con el programa.}$$

### Columna D1. Ejemplo 2.

1. Programa de computadora.

$$P_R = 133.594 \text{ ton}$$

2. Fórmula de Bresler.

$$F_R = 0.7$$

$$A_c = 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^2$$

$$f''_c = 0.8 \times 0.85 \times 200 = 136 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 22.81 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$q = \frac{p f_y}{f''_c} = \frac{22.81}{2000} \frac{4200}{136} = 0.35$$

Cálculo de  $P_{R0}$

$$P_{R0} = F_R(A_c f''_c + A_s f_y) = 0.7(2000 \times 136 + 22.81 \times 4200) = 257461 \text{ kg} = 257.461 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Rx}$

$$\frac{d}{h} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{9.35}{133.594} = 0.07 \text{ m} = 7 \text{ cm}$$

$$\frac{e_x}{h} = \frac{7}{40} = 0.175$$

De la figura 10, para  $\frac{d}{h} = 0.90$ :  $K = 0.90$

De la figura 9, para  $\frac{d}{h} = 0.95$ :  $K = 0.95$

Interpolando para  $\frac{d}{h} = 0.925$ :

$$K_x = 0.90 + \frac{(0.95 - 0.90)(0.925 - 0.90)}{0.95 - 0.90} = 0.925$$

$$P_{Rx} = K_x F_R b h f''_c = 0.925 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 176120 \text{ kg} = 176.120 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Ry}$

$$\frac{d}{h} = \frac{47}{50} = 0.94$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{13.31}{133.594} = 0.10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{10}{50} = 0.20$$

De la figura 10, para  $\frac{d}{h} = 0.90$ :  $K = 0.83$

De la figura 9, para  $\frac{d}{h} = 0.95$ :  $K = 0.87$

Interpolando para  $\frac{d}{h} = 0.94$ ;

$$K_y = 0.83 + \frac{(0.87 - 0.83)(0.94 - 0.90)}{0.95 - 0.90} = 0.862$$

$$P_{Ry} = K_y F_{Rb} h f_c = 0.862 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 164125 \text{ kg} = 164.125 \text{ ton}$$

Sustituyendo en la ecuación [I]

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{176.120} + \frac{1}{164.125} + \frac{1}{257.461}} = 126.794 \text{ ton}$$

$$f = \frac{133.594}{126.794} = 1.054; \quad 5.4\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

3. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Rectángulo equivalente.

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{7}{40} < \frac{10}{50} \Rightarrow 0.175 < 0.20$$

$$\frac{d}{b} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x h}{e_y b} = \frac{7 \cdot 50}{10 \cdot 40} = 0.875$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.50$  se obtiene  $K = 0.75$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 1.00$  se obtiene  $K = 0.60$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.875$

$$K = 0.75 + \frac{(0.60 - 0.75)(0.875 - 0.50)}{1.00 - 0.50} = 0.638$$

$$P_R = K F_R b h f'_c = 0.638 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 121380 \text{ kg} = 121.380 \text{ ton}$$

$$f = \frac{133.594}{121.380} = 1.101; \quad 10.1\% \text{ menor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

4. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Curva real del concreto.

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{7}{40} < \frac{10}{50} \Rightarrow 0.175 < 0.20$$

$$\frac{d}{b} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x}{e_y} \frac{h}{b} = \frac{7}{10} \frac{50}{40} = 0.875$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.75$  se obtiene  $K = 0.76$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 1.00$  se obtiene  $K = 0.69$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.875$

$$K = 0.76 + \frac{(0.69 - 0.76)(0.875 - 0.75)}{1.00 - 0.75} = 0.725$$

$$P_R = K F_R b h f'_c = 0.725 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 138040 \text{ kg} = 138.040 \text{ ton}$$

$$f = \frac{138.040}{133.594} = 1.033; \quad 3.3\% \text{ mayor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

### Columna B2 y B3. Ejemplo 2.

1. Programa de computadora.

$$P_R = 196.685 \text{ ton}$$

2. Fórmula de Bresler.

$$F_R = 0.7$$

$$A_c = 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^2$$

$$f''_c = 0.8 \times 0.85 \times 200 = 136 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 45.62 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$q = \frac{p f_y}{f''_c} = \frac{45.62}{136} \frac{4200}{2000} = 0.70$$

Cálculo de  $P_{R0}$

$$P_{R0} = F_R(A_c f''_c + A_s f_y) = 0.7(2000 \times 136 + 45.62 \times 4200) = 324523 \text{ kg} = 324.523 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Rx}$

$$\frac{d}{h} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{14.37}{196.685} = 0.7 \text{ m} = 7 \text{ cm}$$

$$\frac{e_x}{h} = \frac{7}{40} = 0.175$$

De la figura 9, para  $\frac{d}{h} = 0.95$ :  $K = 1.15$

De la figura 10, para  $\frac{d}{h} = 0.90$ :  $K = 1.10$

Interpolando para  $\frac{d}{h} = 0.925$ ;

$$K_x = 1.15 + \frac{(1.10 - 1.15)(0.925 - 0.95)}{0.90 - 0.95} = 1.125$$

$$P_{Rx} = K_x F_R b h f''_c = 1.125 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 214200 \text{ kg} = 214.200 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Ry}$

$$\frac{d}{h} = \frac{47}{50} = 0.94$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{26.01}{196.685} = 0.13 \text{ m} = 13 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{13}{50} = 0.26$$

De la figura 9, para  $\frac{d}{h} = 0.95$ :  $K = 0.98$

$$P_{Ry} = K_y F_R b h f''_c = 0.98 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 186592 \text{ kg} = 186.592 \text{ ton}$$

Sustituyendo en la ecuación [1]

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{214.200} + \frac{1}{186.592} - \frac{1}{324.523}} = 143.960 \text{ ton}$$

$$f = \frac{196.685}{143.960} = 1.366; \quad 36.6\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

3. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Rectángulo equivalente.

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{7}{40} < \frac{13}{50} \Rightarrow 0.175 < 0.26$$

$$\frac{d}{b} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x}{e_y} \frac{h}{b} = \frac{7}{13} \frac{50}{40} = 0.673$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.50$  se obtiene  $K = 0.86$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 1.00$  se obtiene  $K = 0.73$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.563$

$$K = 0.86 + \frac{(0.73 - 0.86)(0.563 - 0.50)}{1.00 - 0.50} = 0.844$$

$$P_R = K F_R b h f''_c = 0.844 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 160625 \text{ kg} = 160.625 \text{ ton}$$

$$f = \frac{196.685}{160.625} = 1.224; \quad 22.4\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

4. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Curva real del concreto.

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{7}{40} < \frac{13}{50} \Rightarrow 0.175 < 0.26$$

$$\frac{d}{b} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x}{e_y} \frac{h}{b} = \frac{7}{13} \frac{50}{40} = 0.673$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.50$  se obtiene  $K = 0.96$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.75$  se obtiene  $K = 0.90$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.563$

$$K = 0.96 + \frac{(0.90 - 0.96)(0.563 - 0.50)}{0.75 - 0.50} = 0.945$$

$$P_R = K F_R b h f''_c = 0.945 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 179.928 \text{ kg} = 179.928 \text{ ton}$$

$$f = \frac{196.685}{179.928} = 1.093; \quad 9.3\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

#### Columna B4. Ejemplo 2.

1. Programa de computadora.

$$P_R = 152.519 \text{ ton}$$

2. Fórmula de Bresler.

$$F_R = 0.7$$

$$A_c = 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^2$$

$$f''_c = 0.8 \times 0.85 \times 200 = 136 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 25.34 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$q = \frac{p f_y}{f''_c} = \frac{60.83}{136} \frac{4200}{2000} = 0.39$$

Cálculo de  $P_{R0}$

$$P_{R0} = F_R(A_c f''_c + A_s f_y) = 0.7(2000 \times 136 + 25.34 \times 4200) = 264900 \text{ kg} = 264.900 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Rx}$

$$\frac{d}{h} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$e_x = \frac{M_x}{P} = \frac{9.07}{152.519} = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{e_x}{h} = \frac{6}{40} = 0.15$$

De la figura 9, para  $\frac{d}{h} = 0.95$ :  $K = 1.00$

De la figura 10, para  $\frac{d}{h} = 0.90$ :  $K = 0.95$

Interpolando para  $\frac{d}{h} = 0.925$ ;

$$K_x = 1.00 + \frac{(0.95 - 1.00)(0.925 - 0.95)}{0.90 - 0.95} = 0.975$$

$$P_{Rx} = K_x F_R b h f''_c = 0.975 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 185640 \text{ kg} = 185.640 \text{ ton}$$

Cálculo de  $P_{Ry}$

$$\frac{d}{h} = \frac{47}{50} = 0.94$$

$$e_y = \frac{M_y}{P} = \frac{13.19}{152.519} = 0.11 \text{ m} = 11 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{11}{50} = 0.22$$

De la figura 9, para  $\frac{d}{h} = 0.95$ :  $K = 0.88$

De la figura 10, para  $\frac{d}{h} = 0.90$ :  $K = 0.84$

Interpolando para  $\frac{d}{h} = 0.94$ ;

$$K_x = 0.88 + \frac{(0.84 - 0.88)(0.94 - 0.95)}{0.90 - 0.95} = 0.872$$

$$P_{Ry} = K_y F_{Rb} h f''_c = 0.872 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 166029 \text{ kg} = 166.029 \text{ ton}$$

Sustituyendo en la ecuación [1]

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{185.640} + \frac{1}{166.029} + \frac{1}{264.900}} = 130.979 \text{ ton}$$

$$f = \frac{152.519}{130.979} = 1.164; \quad 16.4\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

3. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Rectángulo equivalente.

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{6}{40} < \frac{11}{50} \Rightarrow 0.15 < 0.22$$

$$\frac{d}{b} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x h}{e_y b} = \frac{6 \cdot 50}{11 \cdot 40} = 0.68$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

$$\text{Para } \frac{R_x}{R_y} = 0.50 \text{ se obtiene } K = 0.70$$

$$\text{Para } \frac{R_x}{R_y} = 1.00 \text{ se obtiene } K = 0.65$$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.68$ ;

$$K = 0.70 + \frac{(0.65 - 0.70)(0.68 - 0.50)}{1.00 - 0.50} = 0.682$$

$$P_R = K F_R b h f_c = 0.682 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 129853 \text{ kg} = 129.853 \text{ ton}$$

$$f = \frac{152.519}{129.853} = 1.175; \quad 17.5\% \text{ menor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

4. Diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial. Curva real del concreto.

$$\frac{e_x}{b} < \frac{e_y}{h} \Rightarrow \frac{6}{40} < \frac{11}{50} \Rightarrow 0.15 < 0.22$$

$$\frac{d}{b} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{e_x h}{e_y b} = \frac{6 \cdot 50}{11 \cdot 40} = 0.68$$

Con las gráficas de la referencia antes mencionada:

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.50$  se obtiene  $K = 0.85$

Para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.75$  se obtiene  $K = 0.73$

Interpolando para  $\frac{R_x}{R_y} = 0.68$ ;

$$K = 0.85 + \frac{(0.73 - 0.85)(0.68 - 0.50)}{0.75 - 0.50} = 0.764$$

$$P_R = K F_R b h f_c = 0.764 \times 0.7 \times 40 \times 50 \times 136 = 145389 \text{ kg} = 145.389 \text{ ton}$$

$$f = \frac{152.519}{145.389} = 1.049; \quad 4.9\% \text{ menor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

### D. Conclusiones de la comparación de resistencias.

De la inspección de la *Tabla 1*, puede concluirse que sólo se tiene buena aproximación con los cálculos hechos con las gráficas para flexocompresión biaxial. De hecho, los resultados deberían ser los mismos puesto que el programa y estas gráficas fueron desarrollados sobre las mismas bases teóricas. Con respecto al criterio convencional la diferencia es significativa.

Utilizando la fórmula de Bresler y los diagramas de interacción de elementos de concreto reforzado sujetos a flexocompresión biaxial (rectángulo equivalente), como se puede ver, nos conduce a resultados conservadores.

Las diferencias que existen entre la carga obtenida por medio de gráficas y las obtenidas por medio del programa pueden tener su principal explicación en la falta de precisión en la lectura de la gráfica. Pero aún así, el error promedio es casi 20% con Bresler y sin embargo no mayor de 2% con gráficas para flexocompresión biaxial.

Al comparar las cargas teóricas calculadas con el programa y otros métodos analíticos propuestos por muchos investigadores, se ha visto que el programa generalmente lleva a cabo capacidades de cargas últimas similares.

*Tabla 1*

Columna	$P_p^{19}$	$P_p^{20}$	$P_{GR}^{21}$	$P_{GR}^{22}$	$P_p/P_p$	$P_p/P_{GR}$	$P_p/P_{GR}$
4.2.2.	88.261	73.412	82.553	94.676	1.202	1.069	0.932
D1	133.594	126.794	121.380	138.040	1.054	1.101	0.968
D2 y D3	196.685	143.960	160.625	179.928	1.366	1.224	1.093
D4	152.519	130.979	129.853	145.389	1.164	1.175	1.049
Promedio:					1.189	1.142	1.011

<sup>19</sup> Resistencia calculada con el programa.

<sup>20</sup> Resistencia calculada con las fórmula de Bresler.

<sup>21</sup> Resistencia calculada con las gráficas para flexocompresión biaxial. Rectángulo equivalente.

<sup>22</sup> Resistencia calculada con las gráficas para flexocompresión biaxial. Curva real del concreto.

### E. Comparación de resistencia con pruebas experimentales.<sup>23</sup>

Se puede concluir que el análisis, revisión y diseño de columnas de concreto reforzado bajo momentos flexionantes combinados y carga axial con el programa "Bresler" concuerda de manera satisfactoria con el análisis estático y con el Reglamento de Construcción. En el caso de columnas de concreto reforzado cargadas biaxialmente, de sección cuadrada o rectangular, los resultados de la teoría y del programa muestran que el método puede ser usado para predecir la resistencia última de las columnas con razonable precisión.

La **Tabla 2** presenta algunos estudios comparativos de la carga última  $P$  para columnas de concreto reforzado con estribos cargadas uniaxial y biaxialmente. Es evidente, por lo que se muestra en la **Tabla 2** que el programa puede razonablemente determinar la carga última, como se muestra, al ser comparadas con las pruebas actuales de columnas empotradas en sus extremos. Sin embargo, para predecir la carga última de las columnas usando este programa, los diagramas de interacción para carga axial y momento flexionante alrededor de los ejes centroidales no son necesarios. Los ejemplos anteriores son ilustrados para mostrar que se pueden analizar las columnas bajo carga axial y momentos biaxiales con sólo determinar la carga axial y los momentos flexionantes y de la cual la capacidad de carga última de la columna puede ser encontrada usando el programa propuesto.

El programa está expuesto para proveer una alternativa de análisis, revisión y diseño de columnas de concreto reforzado con carga axial y momentos flexionantes biaxiales. La precisión de los resultados basados en el programa propuesto son comparados con unas 34 pruebas experimentales. Los resultados de este estudio muestra que el programa presentado da una herramienta analítica más simple para determinar la resistencia última de las columnas que la de otros métodos. El programa también provee una aproximación más lógica sobre aquellos dados por la carga reciproca (fórmula de Bresler).

---

<sup>23</sup> Estas pruebas experimentales fueron tomadas del ACI STRUCTURAL JOURNAL, TECHNICAL PAPER, March-April 1988. En esta referencia se muestra con todo detalle todas las características de cada columna.

Tabla 2

Investigador experimental	Columna tipo No.	Resultado de la prueba	Análisis por programa	$\frac{P(\text{prueba})}{P(\text{programa})}$
Bresler	B4.13	14.530	15.682	0.927
Bresler	B5.13	14.530	13.566	1.071
Bresler	B6.13	7.720	7.638	1.011
Bresler	B7.13	9.530	9.331	1.021
Hsu	HS1.14	2.930	3.000	0.977
Hsu	HS2.14	5.410	4.825	1.121
Hsu	S1.18a	9.530	8.936	1.066
Hsu	S2.18a	11.260	10.550	1.067
Hsu	H1.18c	6.310	6.148	1.026
Hsu	H2.18c	5.360	4.538	1.181
Hsu	H3.18c	6.170	7.110	0.868
Hudson	H11.15	32.690	27.634	1.183
Heimdahl y Bianchini	BR1.20	35.410	29.650	1.194
Heimdahl y Bianchini	BR3.20	19.200	16.082	1.194
Heimdahl y Bianchini	BR1.20	33.140	30.107	1.101
Heimdahl y Bianchini	BR2.20	34.960	30.696	1.139
Heimdahl y Bianchini	BR3.20	17.250	15.537	1.110
Heimdahl y Bianchini	BR4.20	16.250	15.478	1.050
Heimdahl y Bianchini	CR1.20	35.500	34.433	1.031
Heimdahl y Bianchini	CR2.20	34.280	34.433	0.996
Heimdahl y Bianchini	CR3.20	17.570	15.181	1.157
Heimdahl y Bianchini	CR4.20	16.800	15.181	1.107
Heimdahl y Bianchini	CR5.20	8.400	7.460	1.126
Heimdahl y Bianchini	CR6.20	8.580	7.460	1.150
Anderson y Lee	SC4.17	6.130	6.439	0.952
Anderson y Lee	SC9.17	6.490	5.736	1.132
Rosaurthy	B1.19a	64.200	59.634	1.077
Rosaurthy	B2.19a	78.770	76.811	1.026
Rosaurthy	B3.19a	54.480	51.611	1.056
Rosaurthy	B4.19a	40.410	37.058	1.090
Rosaurthy	B5.19a	61.060	62.304	0.980
Rosaurthy	B6.19a	37.740	34.334	1.099
Rosaurthy	B2.19b	40.860	34.767	1.175
Rosaurthy	B4.19b	69.460	62.696	1.108
<b>Promedio:</b>				1.076

**E. Comparación de rigidez con otros métodos.****Columna 4.2.2. Ejemplo 1.**

1. Programa de computadora.

$$E_{ef} = 2029 \text{ ton-m}^2$$

2. Gráficas.<sup>24</sup>

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{9}{55} = 0.16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{14}{55} = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{e_x} = \frac{16}{25} = 0.643$$

$$\frac{e_y}{t} = \frac{16}{30} = 0.533$$

$$\frac{d}{t} = \frac{25}{30} = 0.833$$

$$\frac{P}{bt^3 r_c^*} = \frac{55000}{50 \times 30 \times 240} = 0.153$$

$$\text{Para } \frac{e_y}{e_x} = 0.50$$

$$\text{De la figura A.58, para } q=1.0: \frac{E_{ef}}{bt^3 r_c^*} = 62$$

$$\text{De la figura A.59, para } q=1.4: \frac{E_{ef}}{bt^3 r_c^*} = 75$$

Interpolando para 1.11 ;

$$\frac{E_{ef}}{bt^3 r_c^*} = 62 + \frac{(75 - 62)(1.11 - 1.00)}{1.4 - 1.00} = 65.575$$

<sup>24</sup> En este caso, para resolver los problemas por medio de diagramas de interacción, se utilizó la referencia bibliográfica 4.

$$\text{Para } \frac{e_y}{e_x} = 0.75$$

$$\text{De la figura A.88, para } q=1.0: \frac{E_{ef}}{bt^3r_c^3} = 58$$

$$\text{De la figura A.87, para } q=1.4: \frac{E_{ef}}{bt^3r_c^3} = 75$$

Interpolando para 1.11 ;

$$\frac{E_{ef}}{bt^3r_c^3} = 58 + \frac{(75 - 58)(1.11 - 1.00)}{1.4 - 1.00} = 62.675$$

Interpolando para 0.643 ;

$$\frac{E_{ef}}{bt^3r_c^3} = 65.575 + \frac{(62.675 - 65.575)(0.643 - 0.50)}{0.75 - 0.50} = 64.334$$

$$E_{ef} = 64.334 \times 50 \times 30^3 \times 240 = 2.084 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{ef} = 2084 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{2084}{2029} = 1.027; \text{ 2.7\% mayor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

## 2. Reglamento del D. D. F. Primer método.<sup>25</sup>

$$E_{ef} = 0.4E_c I_g \quad [2]$$

donde

$E_c$  módulo de elasticidad del concreto, se tienen varias expresiones para calcularlo, la que se usará para calcular la rigidez efectiva de estos problemas será la de  $14000\sqrt{f_c}$ , por ser concreto tipo 1.

$I_g$  momento de inercia de la sección gruesa del concreto.

$$E_c = 14000\sqrt{f_c} = 14000\sqrt{300} = 242487 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_g = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12} 30 \times 50^3 = 312500 \text{ cm}^4$$

<sup>25</sup> Ver en la introducción de esta tesis más información sobre esta fórmula.

Sustituyendo en la ecuación [2]

$$E_{\text{ef}} = 0.4 \times 242487 \times 312500 = 3.03 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{\text{ef}} = 3030 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{3030}{2029} = 1.493; \quad 49.4\% \text{ mayor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

2. Reglamento del D. D. F. Segundo método.<sup>26</sup>

$$E_{\text{ef}} = \frac{E_c I_g}{5} + E_s I_s \quad [3]$$

donde

$E_c$  módulo de elasticidad del concreto, se tienen varias expresiones para calcularlo, la que se usará para calcular la rigidez efectiva de estos problemas será la de  $14000\sqrt{f'_c}$ , por ser concreto tipo 1.

$I_g$  momento de inercia de la sección gruesa del concreto.

$E_s$  módulo de elasticidad del acero de refuerzo.

$I_s$  momento de inercia del acero de refuerzo.

$$I_s = \sum_{i=1}^n \Delta_i X_i^2 = \Delta_i \sum_{i=1}^n X_i^2$$

$$I_s = \frac{81.10}{12} (10 \times 18.73^2 + 4 \times 9.36^2) = 26077 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [3]

$$E_{\text{ef}} = \frac{242487 \times 312500}{5} + 2000000 \times 26077 = 6.37 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{\text{ef}} = 6730 \text{ ton-m}^2$$

<sup>26</sup> Ver en la introducción de esta tesis más información sobre esta fórmula.

$$f = \frac{6730}{2029} = 3.317; \quad 231.7\% \text{ mayor que el resultado obtenido con el programa.}$$

### Columna D1. Ejemplo 2.

#### 1. Programa de computadora.

$$E_{lef} = 2946 \text{ ton-m}^2$$

#### 2. Gráficas.

$$e_x = \frac{M_u}{P} = \frac{2.52}{100.807} = 0.025 \text{ m} = 2.5 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{3.48}{100.807} = 0.035 \text{ m} = 3.5 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{e_x} = \frac{2.5}{3.5} = 0.714$$

$$\frac{e_y}{t} = \frac{2.5}{40} = 0.06$$

$$\frac{d}{t} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{P}{bt^3 f_c} = \frac{100807}{50 \times 40 \times 160} = 0.315$$

Para  $\frac{e_y}{e_x} = 0.75$

De la figura A.51, para  $q=0.2$ :  $\frac{E_{lef}}{bt^3 f_c} = 50$

De la figura A.52, para  $q=0.6$ :  $\frac{E_{lef}}{bt^3 f_c} = 74$

Interpolando para 0.35 ;

$$\frac{E_{lef}}{bt^3 f_c} = 50 + \frac{(74 - 50)(0.35 - 0.20)}{0.6 - 0.20} = 59$$

$$E_{\text{ef}} = 59 \times 50 \times 34^3 \times 160 = 3.021 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{\text{ef}} = 3021 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{3021}{2946} = 1.025; \quad 2.5\% \text{ mayor que el resultado obtenido con el programa.}$$

2. Reglamento del D. D. F. Primer método.

$$E_c = 8000\sqrt{f_c} = 8000\sqrt{200} = 113137 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_g = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}40 \times 50^3 = 416667 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [2]

$$E_{\text{ef}} = 0.4 \times 113137 \times 416667 = 1.886 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{\text{ef}} = 1.886 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{2946}{1886} = 1.562; \quad 56.2\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

2. Reglamento del D. D. F. Segundo método.

$$I_s = \frac{2281}{12} (6 \times 21.05^2) = 5054 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [3]

$$E_{\text{ef}} = \frac{113137 \times 416667}{5} + 2000000 \times 5054 = 1.954 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{\text{ef}} = 1954 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{2946}{1954} = 1.508; \quad 50.8\% \text{ menor que el resultado obtenido con el programa.}$$

**Columna B2 y B3. Ejemplo 2.**

1. Programa de computadora.

$$E_{Ief} = 3105 \text{ ton-m}^2$$

2. Gráficas.

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{3.45}{138.126} = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{3.45}{138.126} = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{e_x} = \frac{3}{3} = 1.00$$

$$\frac{e_y}{t} = \frac{3}{40} = 0.08$$

$$\frac{d}{t} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{P}{bt f_c^3} = \frac{138126}{50 \times 40 \times 160} = 0.43$$

Para  $\frac{e_y}{e_x} = 1.00$

De la figura A.22, para  $q=0.6$ :  $\frac{E I e f}{b t^3 f_c^3} = 70$

$$E_{Ief} = 70 \times 50 \times 40^3 \times 160 = 3.584 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{Ief} = 3584 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{3584}{3105} = 1.154; \quad 15.4\% \text{ mayor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

2. Reglamento del D. D. F. Primer método.

$$E_c = 8000\sqrt{f'_c} = 8000\sqrt{200} = 113137 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_g = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12} 40 \times 50^3 = 416667 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [2]

$$E_{ef} = 0.4 \times 113137 \times 416667 = 1.886 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{ef} = 1886 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{3105}{1886} = 1.646; \quad 64.6\% \text{ menor que el resultado} \\ \text{obtenido con el programa.}$$

2. Reglamento del D. D. F. Segundo método.

$$I_s = \frac{45.62}{12} (10 \times 21.05^2 + 4 \times 10.52^2) = 25538 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [3]

$$E_{ef} = \frac{113137 \times 416667}{5} + 2000000 \times 25538 = 6.050 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{ef} = 6050 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{6050}{3105} = 1.949; \quad 94.9\% \text{ mayor que el resultado} \\ \text{obtenido con el programa.}$$

#### Columna B4. Ejemplo 2.

1. Programa de computadora.

$$E_{ef} = 2982 \text{ ton-m}^2$$

## 2. Gráficas.

$$e_x = \frac{M_y}{P} = \frac{2.62}{104.807} = 0.025 \text{ m} = 2.5 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_x}{P} = \frac{3.45}{104.807} = 0.033 \text{ m} = 3.3 \text{ cm}$$

$$\frac{e_y}{e_x} = \frac{2.5}{3.3} = 0.758$$

$$\frac{e_y}{t} = \frac{2.5}{40} = 0.063$$

$$\frac{d}{t} = \frac{37}{40} = 0.925$$

$$\frac{P}{bt^3f_c^*} = \frac{104807}{50 \times 40 \times 160} = 0.33$$

Para  $\frac{e_y}{e_x} = 0.75$

De la figura A.52, para  $q=0.6$ :  $\frac{E_{ef}}{bt^3f_c^*} = 75$

De la figura A.51, para  $q=0.2$ :  $\frac{E_{ef}}{bt^3f_c^*} = 50$

Interpolando para 0.39 ;

$$\frac{E_{ef}}{bt^3f_c^*} = 75 + \frac{(50 - 75)(0.39 - 0.60)}{0.20 - 0.60} = 61.875$$

$$E_{ef} = 61.875 \times 50 \times 40^3 \times 160 = 3.168 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{ef} = 3168 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{3.168}{2982} = 1.062; \text{ 6.2\% mayor que el resultado}$$

obtenido con el programa.

2. Reglamento del D. D. F. Primer método.

$$E_c = 8000\sqrt{f'_c} = 8000\sqrt{200} = 113137 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_g = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}40 \times 50^3 = 416667 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [2]

$$E_{I_{ef}} = 0.4 \times 113137 \times 416667 = 1.886 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{I_{ef}} = 1886 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{2982}{1886} = 1.581; \quad 58.1\% \text{ menor que el resultado} \\ \text{obtenido con el programa.}$$

2. Reglamento del D. D. F. Segundo método.

$$I_s = \frac{25.35}{12} (12 \times 21.37^2 + 4 \times 1282^2 + 4 \times 4.27^2) = 13114 \text{ cm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación [3]

$$E_{I_{ef}} = \frac{113137 \times 416667}{5} + 2000000 \times 13114 = 3.566 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

$$E_{I_{ef}} = 3566 \text{ ton-m}^2$$

$$f = \frac{3566}{2982} = 1.196; \quad 19.6\% \text{ mayor que el resultado} \\ \text{obtenido con el programa.}$$

### B. Conclusiones de la comparación de rigideces.

Se nota en la *Tabla 3* que los valores de las rigideces obtenidos con el programa y los obtenidos con las gráficas son prácticamente los mismos.

También se muestra que los procedimientos actuales para calcular la rigidez de columnas son muy burdos y no toman en cuenta las variables más importantes que influyen en el cálculo de la rigidez del elemento de concreto.

Las diferencias que existen entre la carga obtenida por medio de gráficas y las obtenidas por medio del programa pueden tener su principal explicación en la falta de precisión en la lectura de la gráfica.

De hecho, los resultados del programa y las gráficas deberían ser iguales puesto que fueron desarrollados sobre las mismas bases teóricas.

*Tabla 3*

Columna	$R_p^{27}$	$R_g^{28}$	$R_1^{29}$	$R_2^{30}$	$R_p/R_g$	$R_p/R_1$	$R_p/R_2$
4.2.2.	2029	2084	3030	6730	0.974	0.670	0.301
D1	2946	3021	1886	1954	0.975	1.562	1.508
D2 y D3	3105	3584	1886	6050	0.866	1.646	0.513
D4	2982	3168	1886	3566	0.941	1.581	0.838
Promedio:					0.939	1.365	0.790

27 Rigidez calculada con el programa.

28 Rigidez calculada con gráficas.

29 Rigidez calculada con el Reglamento del D. F. Primer método.

30 Rigidez calculada con el Reglamento del D. F. Segundo método.



---

## CONCLUSIONES

---

Es todavía grande la incertidumbre que se tiene en el diseño estructural, desde la evaluación de las cargas verticales: vivas y muertas; las accidentales: viento y sismo, hasta los procedimientos de análisis y dimensionamiento. En el diseño estructural se ha hecho hincapié en el desarrollo de métodos de análisis de estructuras, pero se han llevado a cabo estudios limitados sobre los valores probables de las cargas que actúan. Es aquí donde se pueden cometer los mayores errores y donde nuestro conocimiento es más escaso. La estimación debidas al peso propio puede hacerse con relativa precisión: los errores no serán mayores del 10 por ciento, si se han evaluado con cuidado los volúmenes de los materiales y los pesos volumétricos. En lo que respecta a cargas vivas, los errores en la estimación pueden ser del 100 por ciento o aún mayores. La carga viva está especificada comúnmente en los reglamentos de construcción como carga equivalente repartida de manera uniforme, con distintas intensidades de acuerdo con el uso considerado. Estos valores equivalentes se basan en estudios limitados. Los efectos de las cargas equivalentes en la estructura pueden ser muy diferentes de los efectos de las cargas reales.

Las hipótesis simplificatorias que se hacen en las distintas etapas dan lugar a que el comportamiento real difiera del esperado, pareciéndose más a medida que las hipótesis de partida se puedan modelar matemáticamente mejor. La sobresimplificación no siempre garantiza que se tenga mayor seguridad en una estructura, porque el refuerzo extra puede no estar colocado ni en la posición ni en los elementos más adecuados.

Por lo antes expuesto, se puede afirmar que a medida que conozcamos mejor cada una de las etapas del diseño estructural, las incertidumbres serán menores y los procedimientos de análisis y dimensionamiento serán más racionales.

El presente trabajo es una contribución a mejorar el dimensionamiento de columnas de concreto y para precisar con mayor certidumbre el comportamiento que éstas tendrán bajo condiciones de carga última y de servicio; en la etapa actual hay todavía que hacer algunos cambios para que sea más eficiente e interactúe con ciertos programas de análisis de manera automática; aunque también hay que considerar el problema de la rigidez de vigas, el cual se tratará en una investigación posterior.

Lo aquí mostrado hace ver la importancia cada vez mayor del uso de herramientas computacionales para mejorar la calidad y eficiencia del diseño. Un examen de los beneficios que pueden derivarse del empleo de *Software* indica que el Ingeniero Civil debe aprender a trabajar con estos programas, con objeto de permanecer en una posición competitiva, ya sea como individuo o como empresario. El uso correcto de los programas ahorra tiempo, mano de obra y dinero. Tanto en lo que se refiere al empleo de manuales y ayudas de diseño, como al de los programas de computadoras, el diseñador debería tener grabado en su mente los siguientes mandamientos:

- Nunca uses una de estas herramientas si no sabes en qué teoría se basa, qué hipótesis tiene implícitas y qué limitaciones existen para su uso.
- Después asegúrate que es aplicable a tu caso particular, cuida que se puedan tener los datos que se requieren para su empleo y pon atención en emplear las unidades correctas.
- Una vez obtenidos los resultados, examínalos críticamente, ve si son razonables; si es posible compruébalos con otros procedimientos aproximados que estés convencido de que no hay errores gruesos en el proceso.
- Analiza qué aspectos no han sido tomados en cuenta en ese proceso y asegúrate de que no alteran el diseño.

En la forma en que están actualmente los programas, es necesario introducir los datos columna por columna, pero en un futuro piensa mejorarse para que todos los datos provenientes del análisis (en este caso los datos de las columnas) sean almacenados en archivos y de aquí tomados para los diseños definitivos de columnas de concreto.

La importancia de este trabajo proviene del hecho de que hace posible considerar los dos aspectos que definen el comportamiento último y bajo condiciones de servicio: resistencia y rigidez. El primero es importante para asegurar la resistencia de la estructura bajo condiciones del sismo de diseño; mientras que el poder cumplir con la rigidez supuesta en el análisis asegura que la estructura se comportará como conceptualmente se ideó, cumpliendo con los límites establecidos por los reglamentos para condiciones de servicio y posiblemente, extrapolando mediante el factor de comportamiento sísmico, prever su comportamiento en cuanto a deformaciones para condiciones últimas.

Al comparar la resistencia se observó que se tienen diferencias significativas con los valores calculados con el procedimiento convencional (fórmula de Bresler); esta diferencia se debe a que el criterio del rectángulo equivalente estrictamente es válido cuando el eje neutro es paralelo a uno de los lados del rectángulo (ver referencia 7). Este inconveniente se elimina al

trabajar con la curva "real" de comportamiento del concreto. Con respecto a las rigideces las expresiones que presenta el ACI (D. F.) conducen a valores de rigidez considerablemente diferentes a los obtenidos de trabajar con la curva "real" de comportamiento del concreto; lo anterior es obvio, ya que los reglamentos mencionados no toman en cuenta muchas de las variables que influyen en el problema.

Uno puede justificadamente agregar que, para muchos fenómenos vitales, las matemáticas proveen el único conocimiento que tenemos. De hecho, algunas ciencias están basadas solamente de una colección de teorías matemáticas adornadas con unos cuantos hechos físicos. El hombre hoy en día usa las teorías Newtonianas para enviar personas a la luna, para enviar naves espaciales, para fotografiar planetas tales como Marte y Saturno y para lanzar satélites que circundan la Tierra (una idea que se le ocurrió a Newton). Toda la planeación basada en teorías matemáticas funcionan perfectamente. Cualquier desventura sería resultado de la falla del mecanismo humano.

## REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

1. Hernández Basilio, Oscar, Alonso García, Javier, **Flexocompresión de Elementos de Concreto Reforzado Gráficas de Interacción**, Instituto de Investigaciones Eléctricas, México, **Diciembre de 1985**.

2. Meli, Roberto, Rodríguez, Mario, **Gráficas para Diseñar Columnas de Concreto Reforzado**, México, Instituto de Ingeniería.

3. GACETA OFICIAL DEL DISTRITO FEDERAL, **NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO**, MEXICO, D. F., 26 DE NOVIEMBRE DE 1987.

4. García Jarqui, Luis Javier Alonso, Jean Perrilliat, Raúl, **Rigidez Efectiva en Columnas de Concreto en Flexocompresión Biaxial**, México, D. F., Universidad Ibero-americana, **1984**.

5. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal, **Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, Series del Instituto de Ingeniería No. 401**, México, Instituto de Ingeniería, UNAM, **1977**.

6. Forsythe, Keenan, Organick, **Lenguajes de Diagramas de Flujo**, Primera Edición, México, LIMUSA, **1973**.

7. Park, R, Paulay, T, **Estructuras de concreto Reforzado**, Primera Edición, México, LIMUSA, **1986**.

8. González Cuevas, Oscar, Robles, Francisco, **Concreto Reforzado**, Segunda Edición, México, LIMUSA, **1985**.

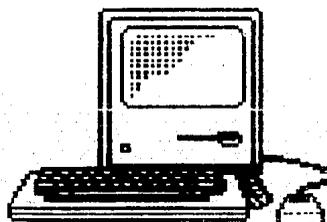
9. Luthe, Olivera, Schutz, Métodos Numéricos, Primera Edición, México, LIMUSA, **1978**.

10. Davis, Gordon, Hoffmann, Thomas, FORTRAN 77, Segunda Edición, México, McGraw-Hill de México, **1984**.

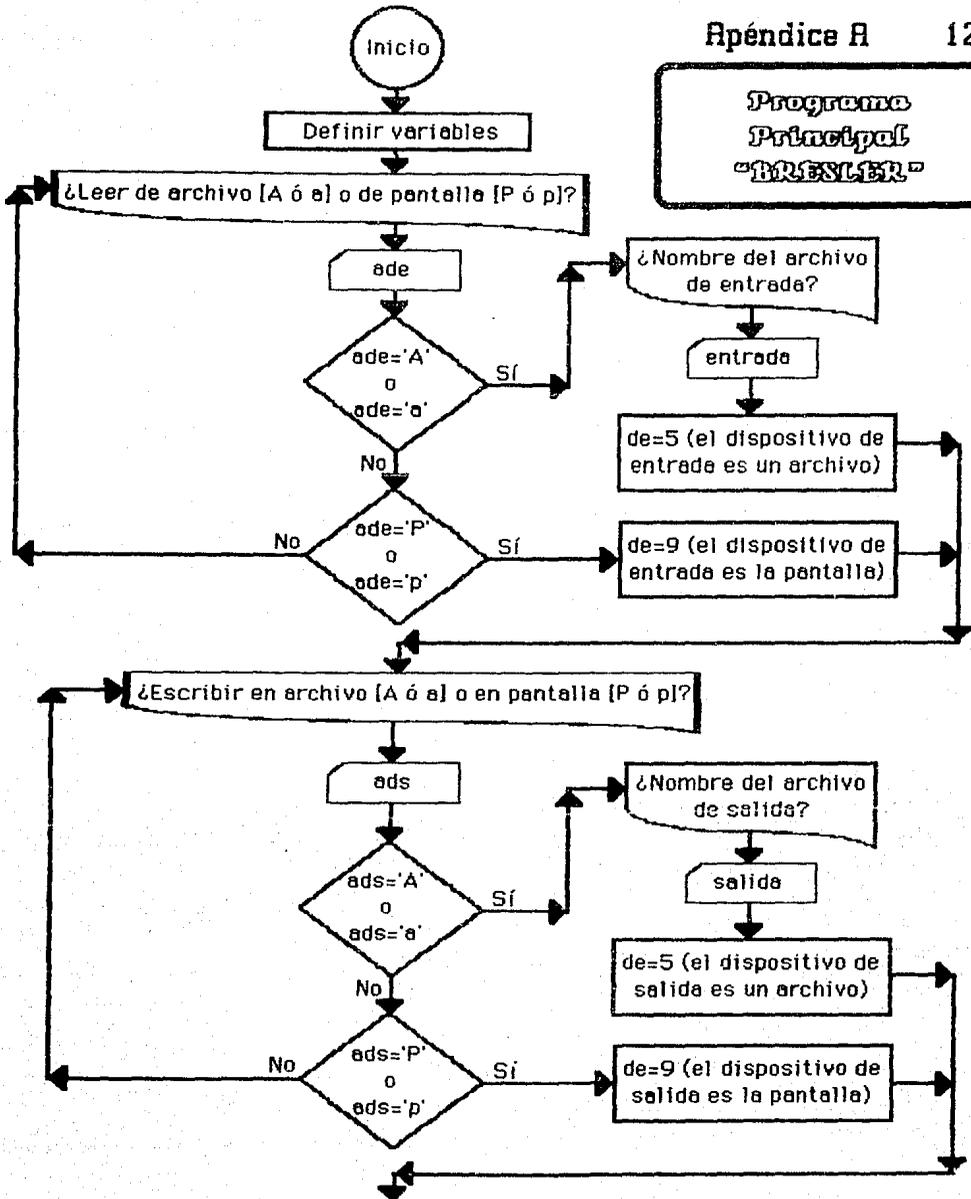
11. Wang, Chu-Kia, Salomon, Charles, Reinforced Concrete Design, Fourth Edition, New York USA, Harper & Row, **1985**.

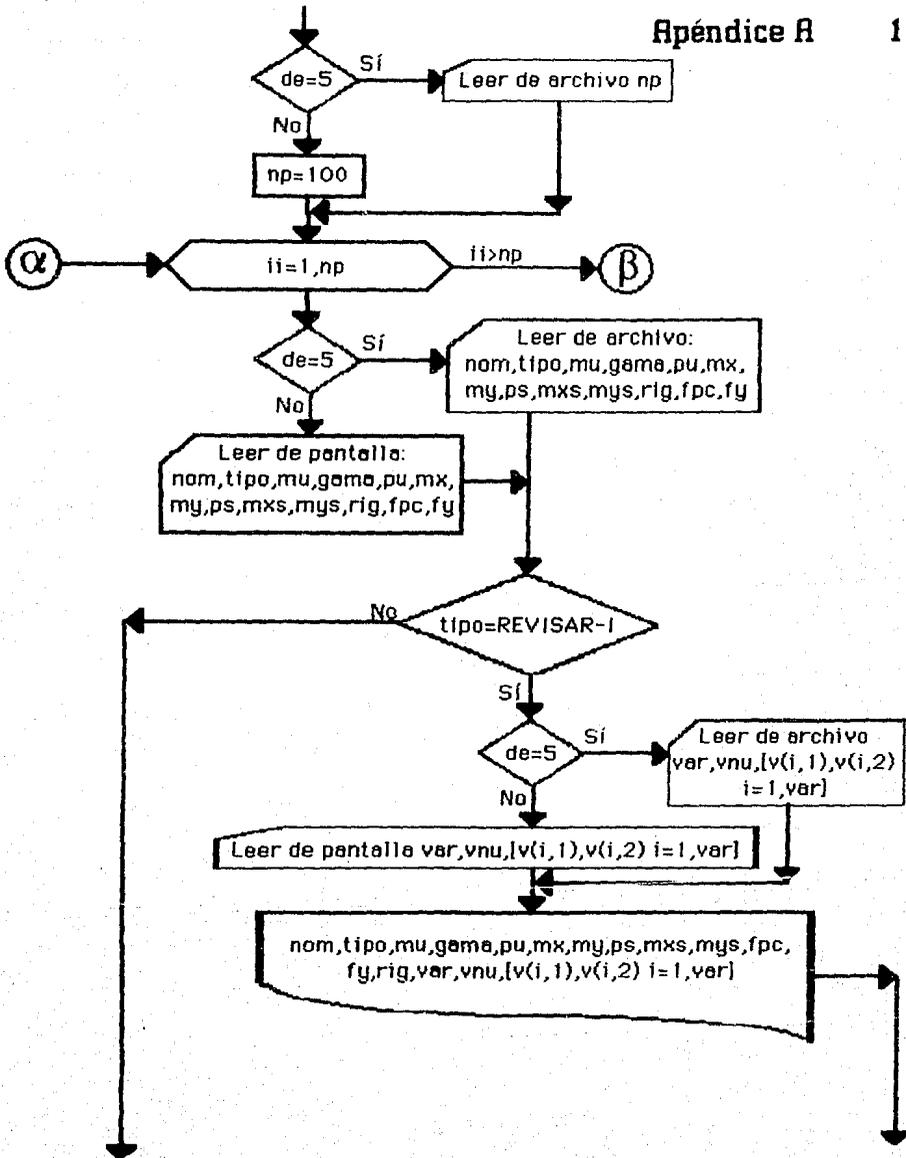
# Apéndice A

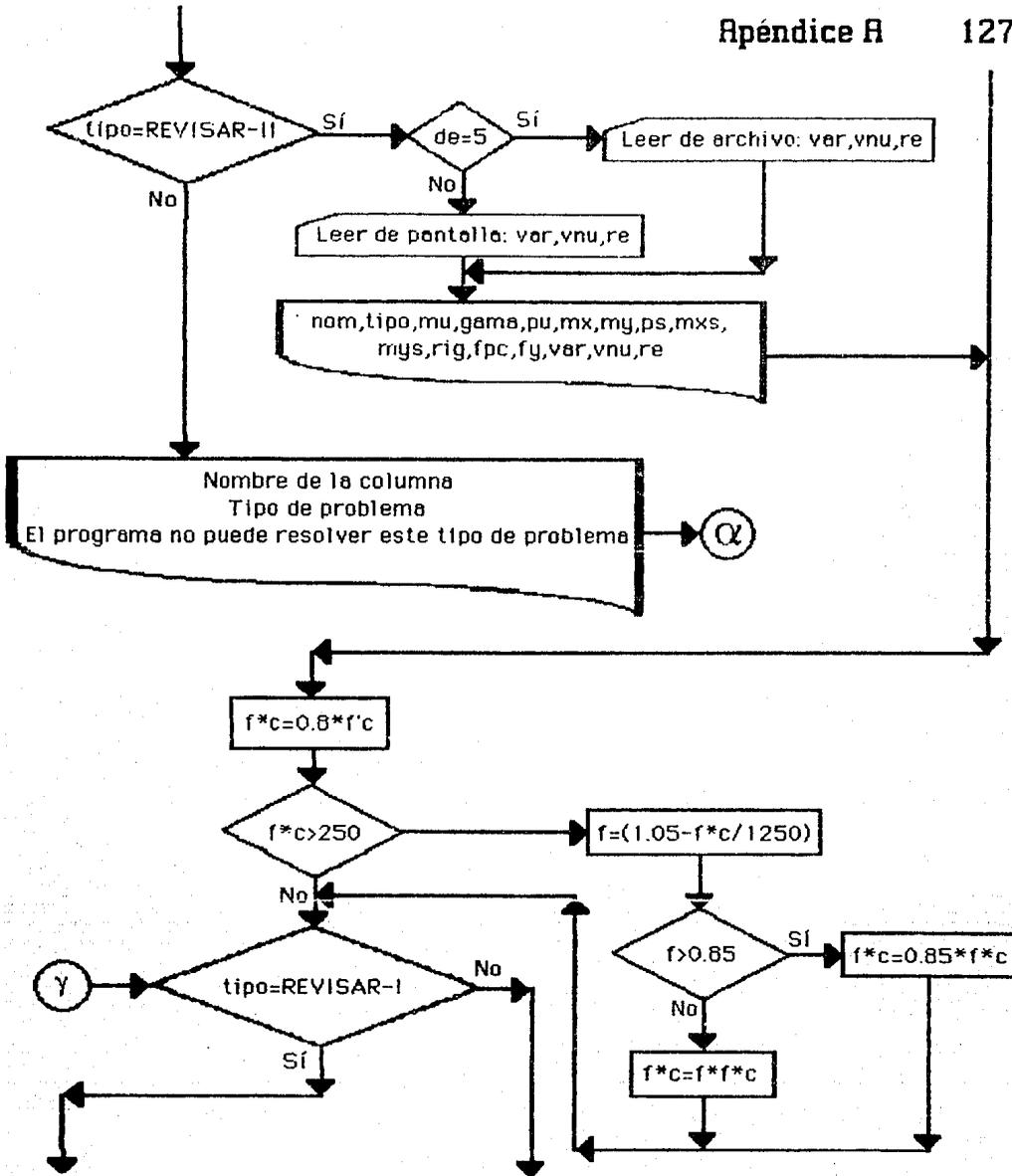
## DIAGRAMAS DE FLUJO

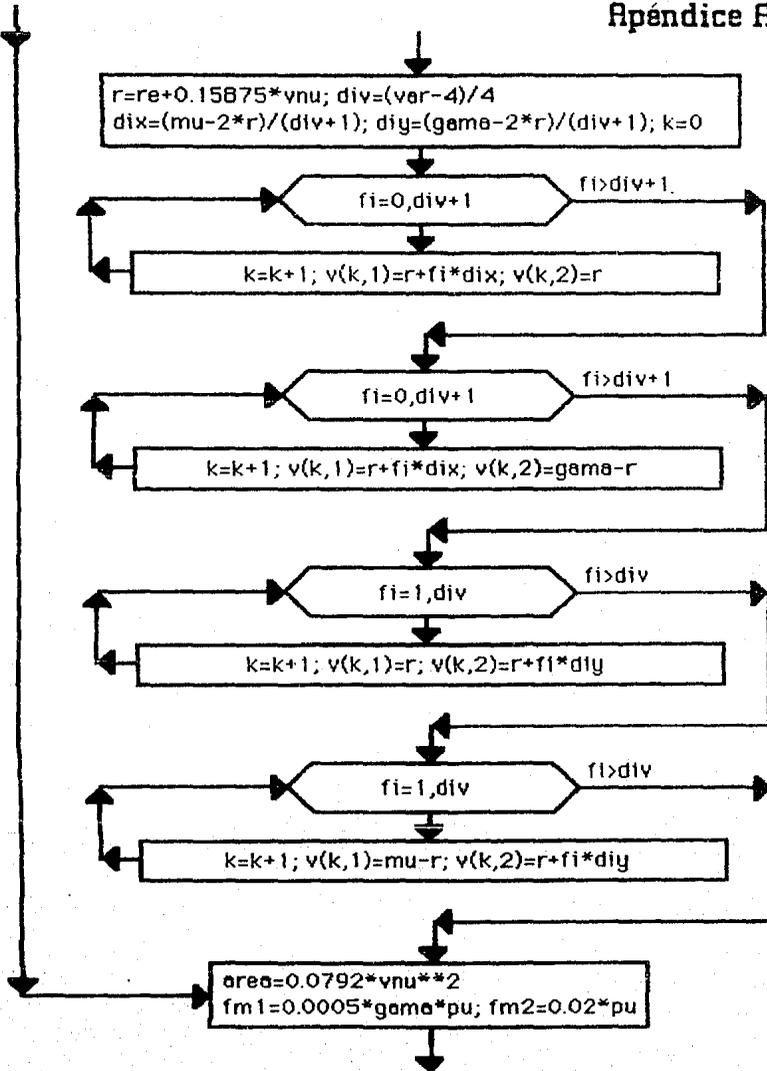


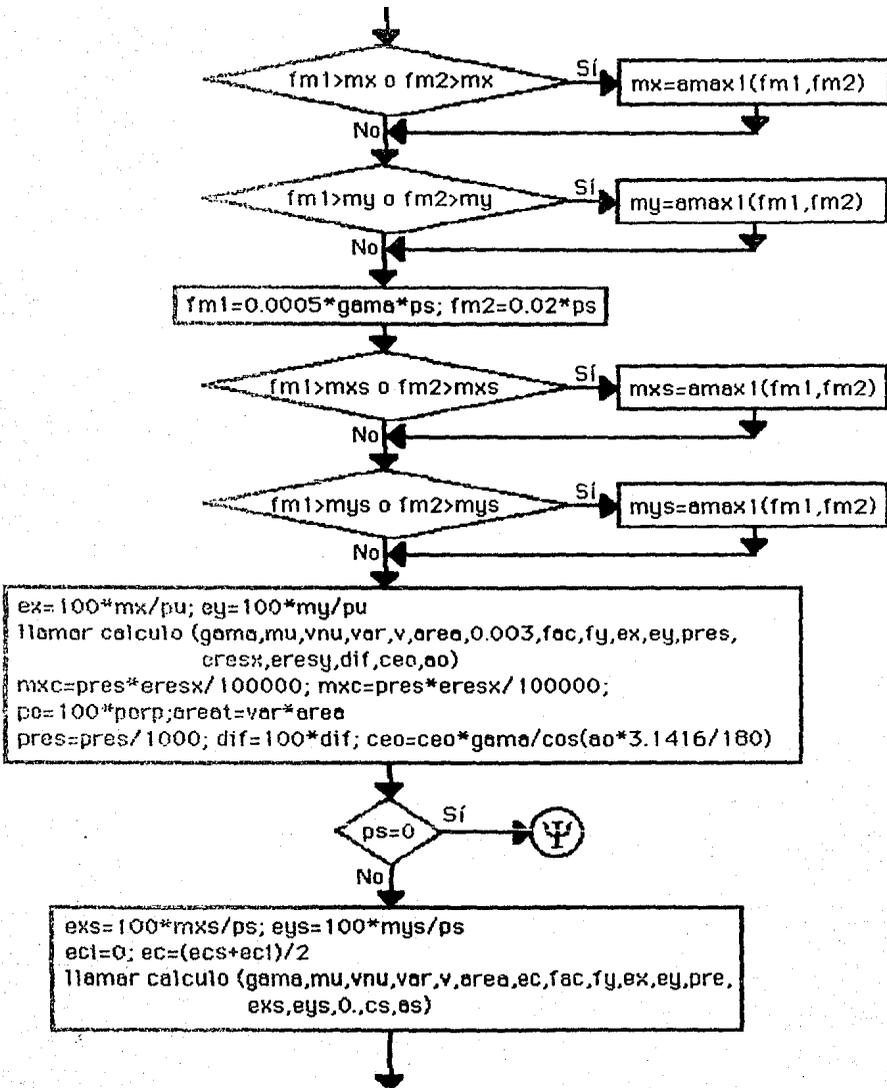
**Programa  
Principal  
"BRESLER"**

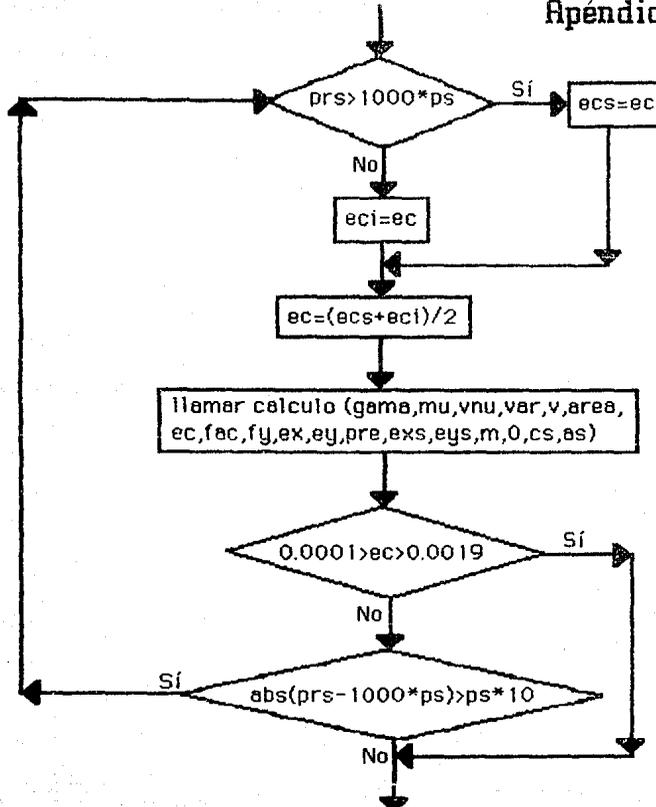








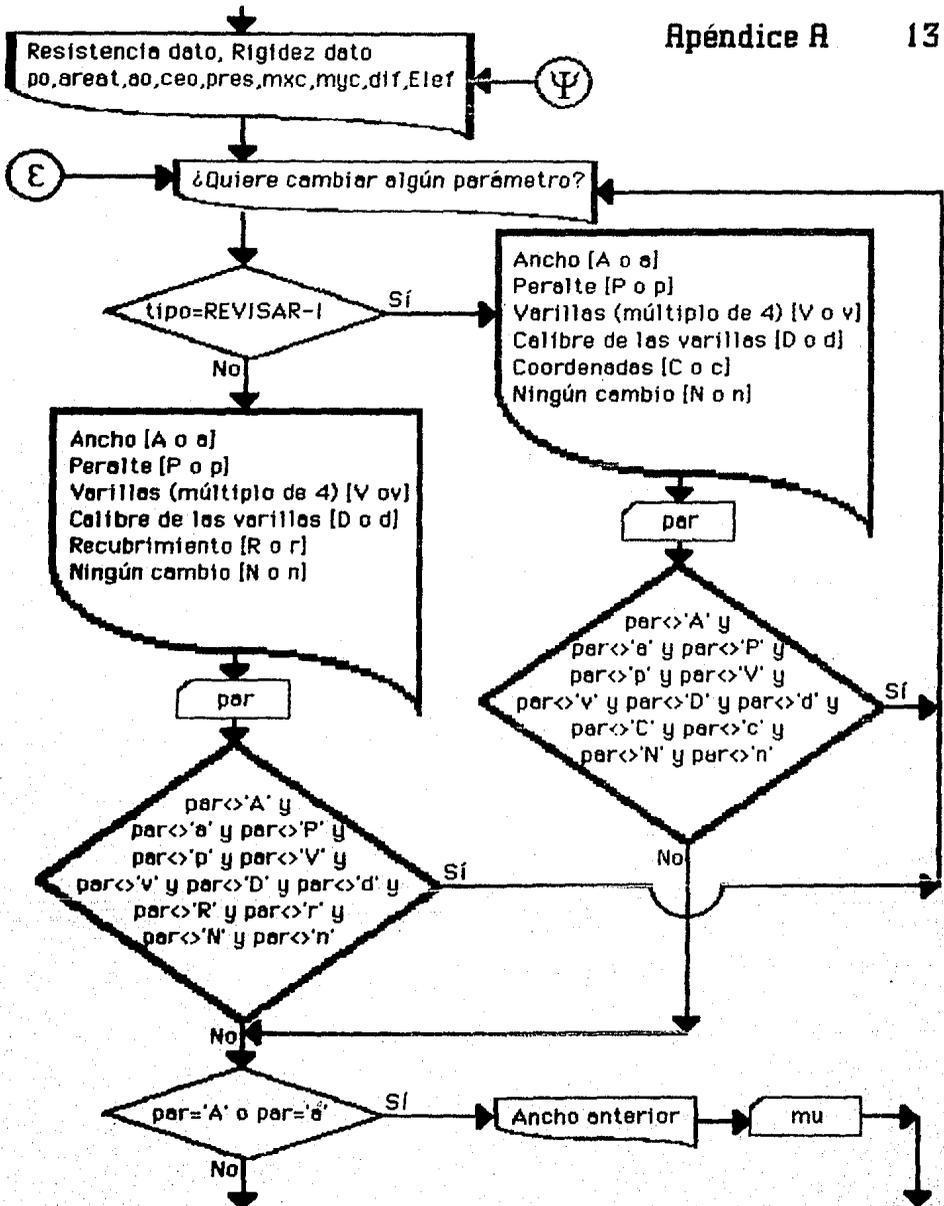


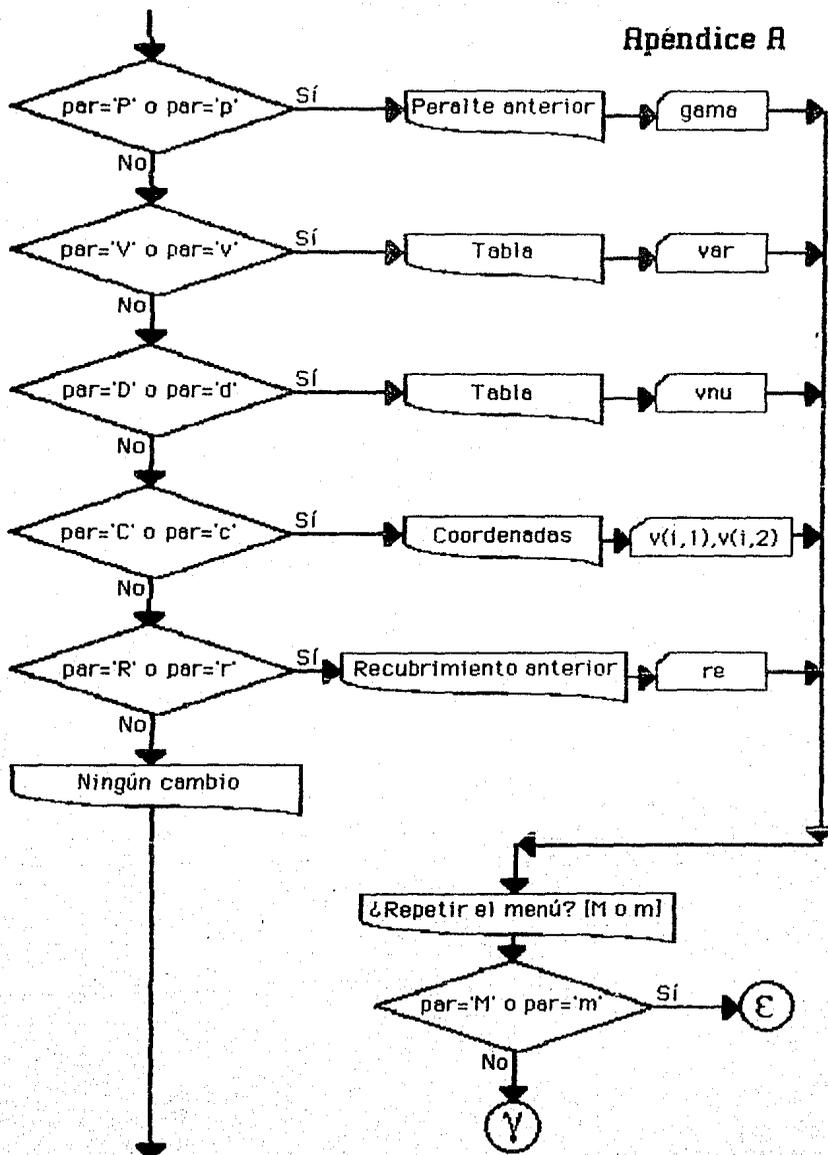


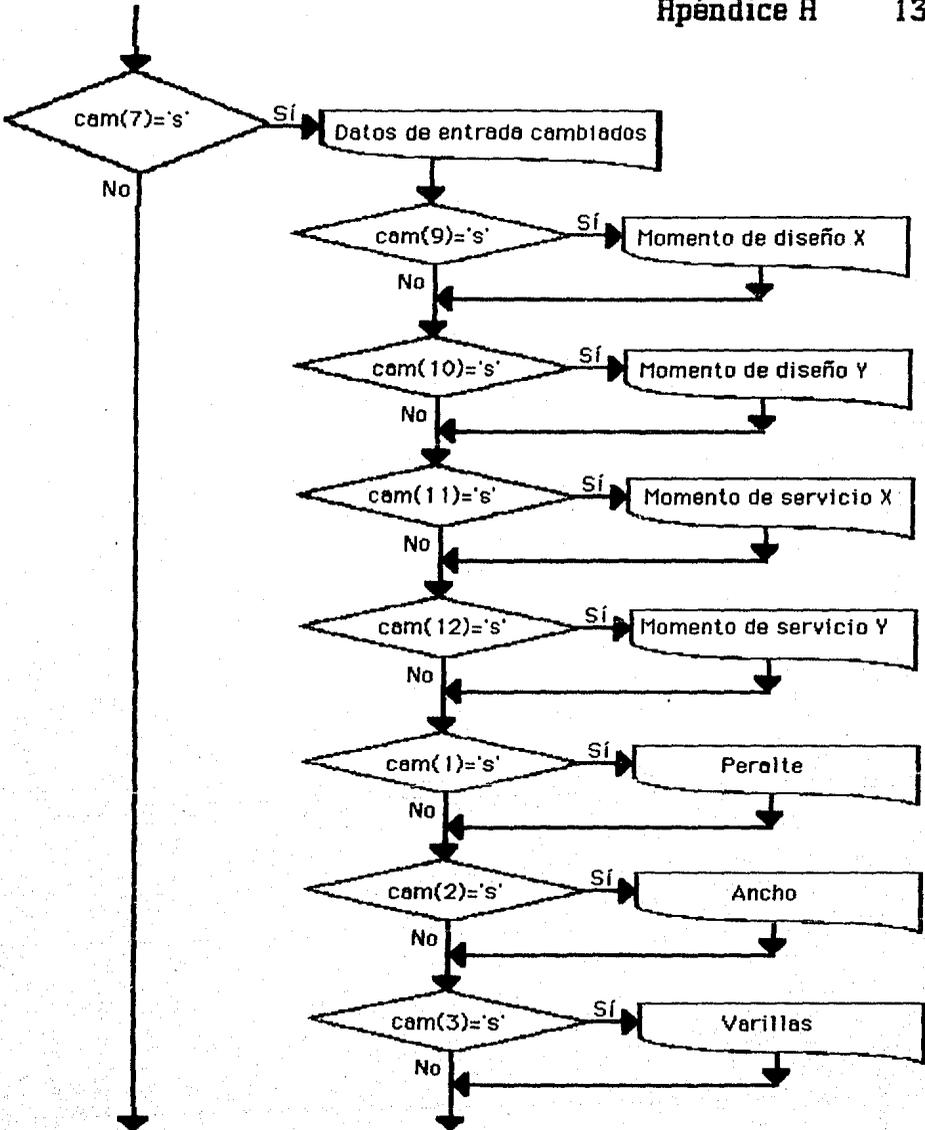
```

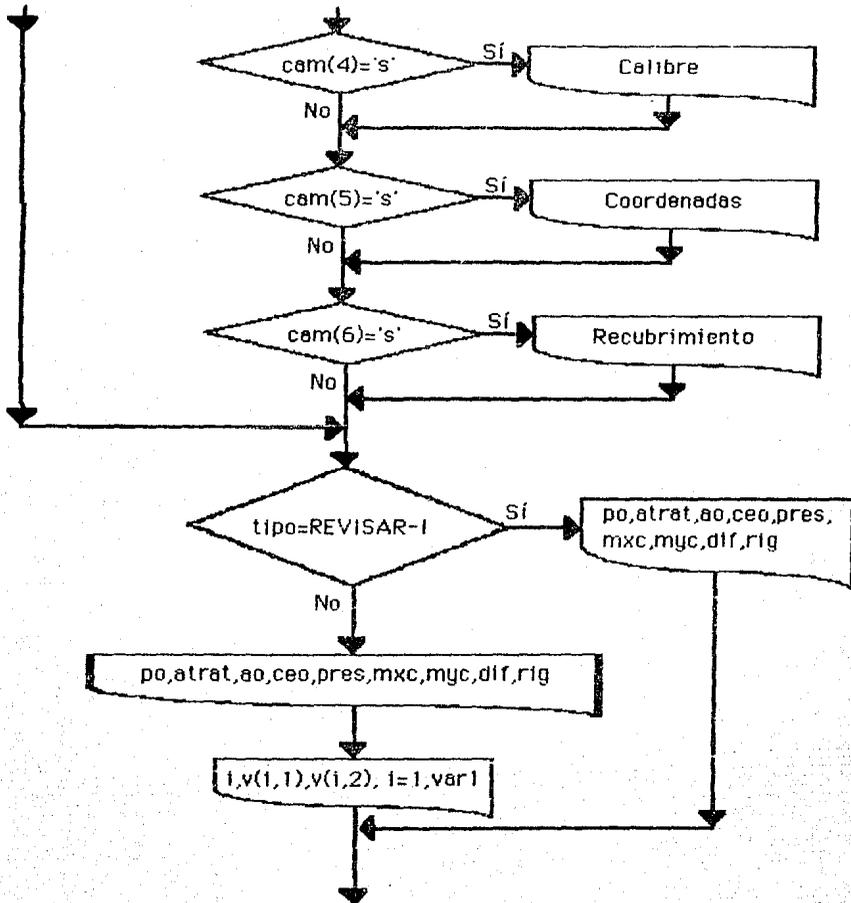
teta = as * π / 180; kd = cs * gama * cos(teta)
fi = ec / kd
eci = ec + 0.00001
llamar fuerzas (gama, mu, cs, teta, eci, var, v, area, fac, fy, prs, exs, eys)
fi1 = eci / kd
ec0 = ec - 0.00001
llamar fuerzas (gama, mu, cs, teta, ec0, var, v, area, fac, fy, prs, exs, eys)
fi0 = ec0 / kd
Elef = ((m - m0) / (fi - fi0) + (m1 - m) / (fi1 - fi)) / 2
    
```

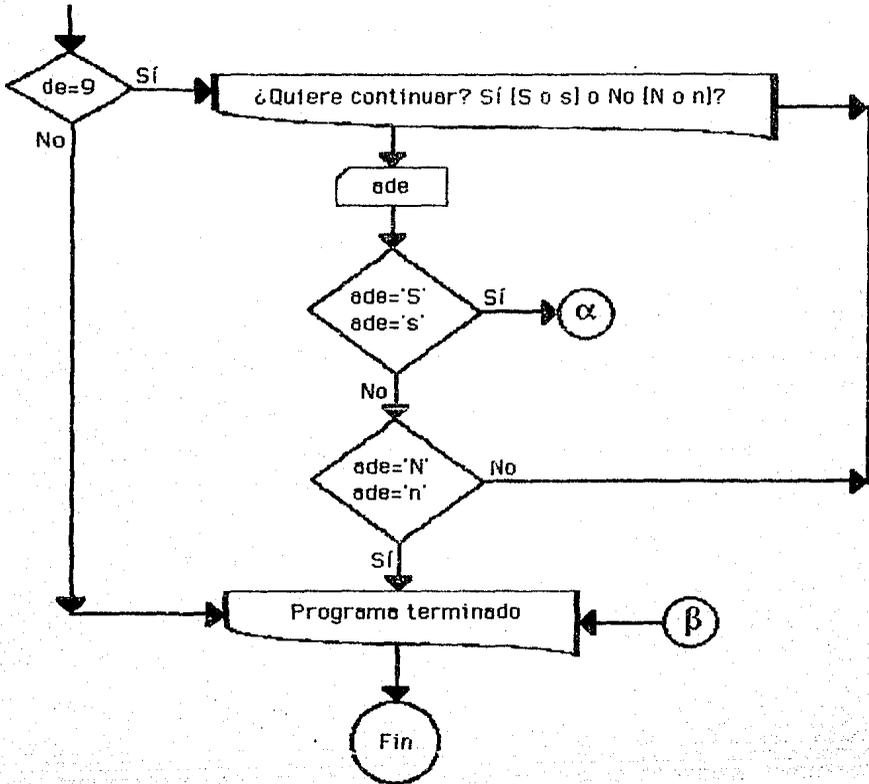




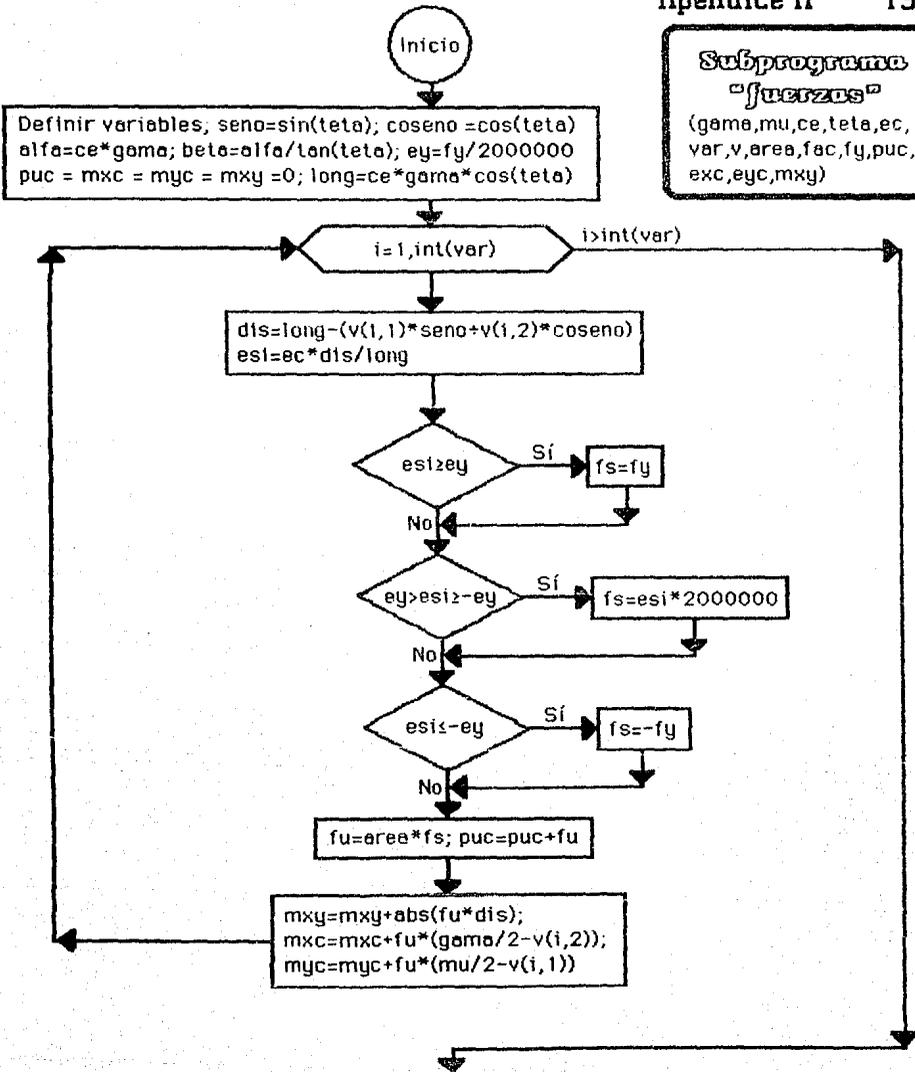


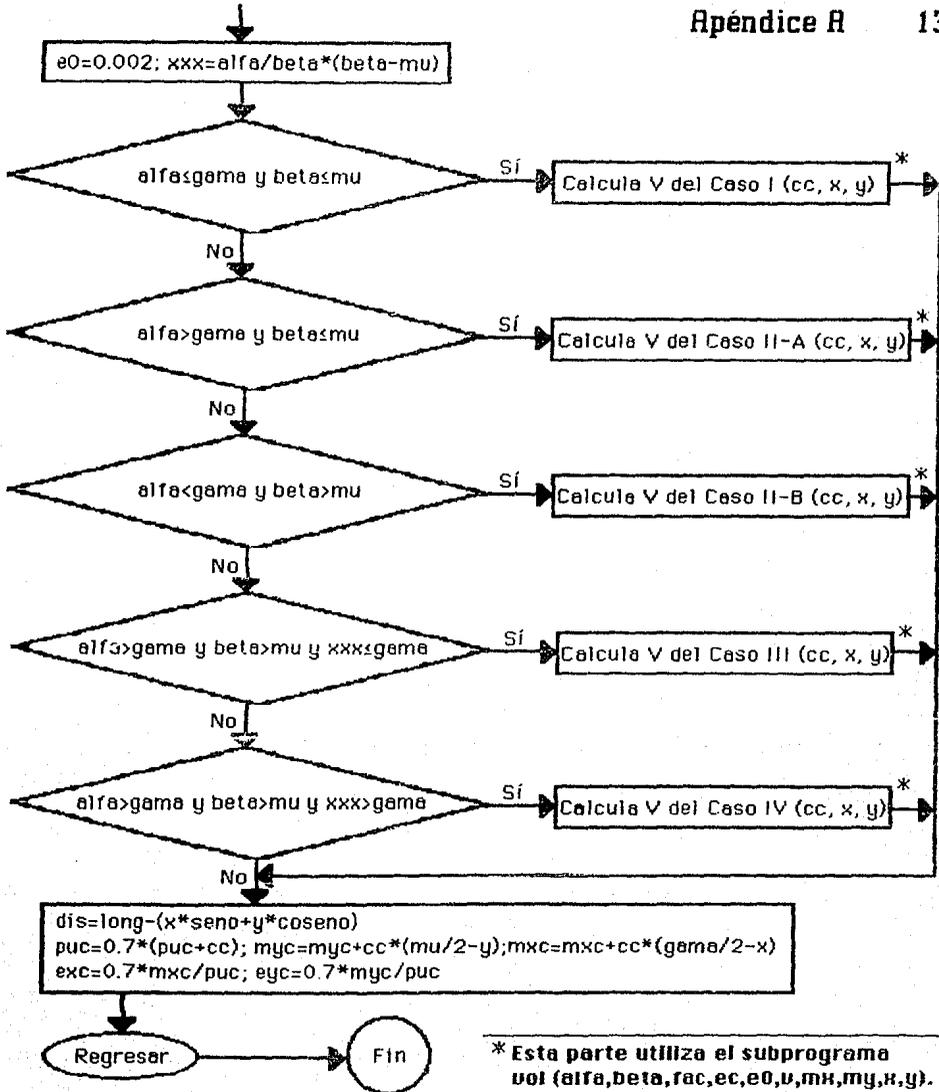






**Subprograma**  
**"fuerzas"**  
 (gama,mu,ce,teta,ec,  
 var,v,area,fac,fy,puc,  
 exc,eyc,mxy)



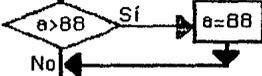
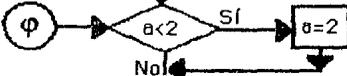


\* Esta parte utiliza el subprograma vol (alfa,beta, rac,ec,e0,v,mh,my,h,y). Para más detalle ver el listado.

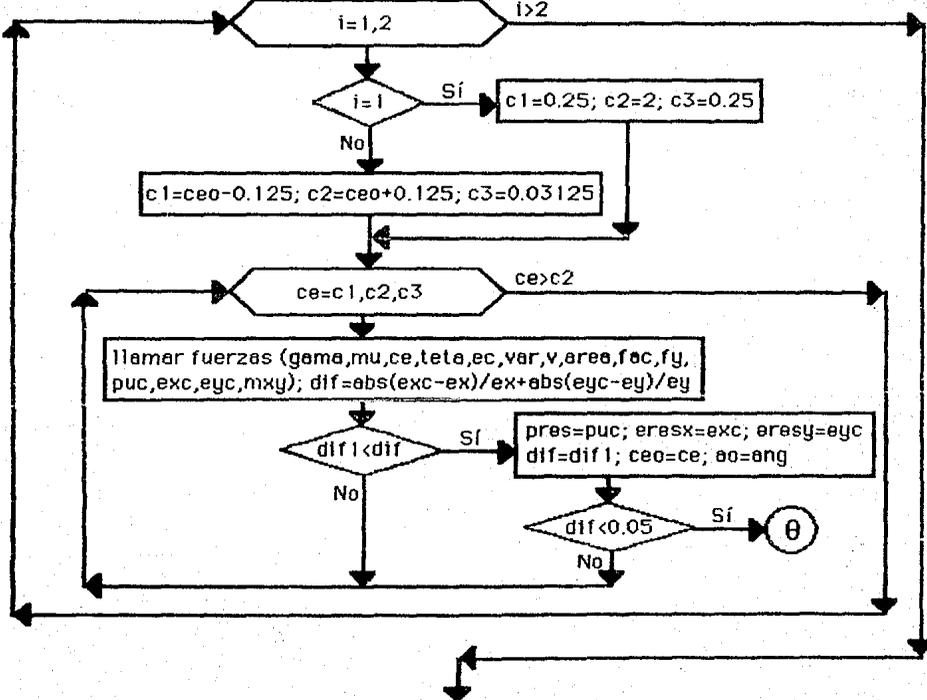
**Subprograma calculo**  
 (gama,mu,vnu,var,v,area,ec,fac,fy,ex,  
 ey,pres,eresx,eresy,mxy,dif,ceo,ao)

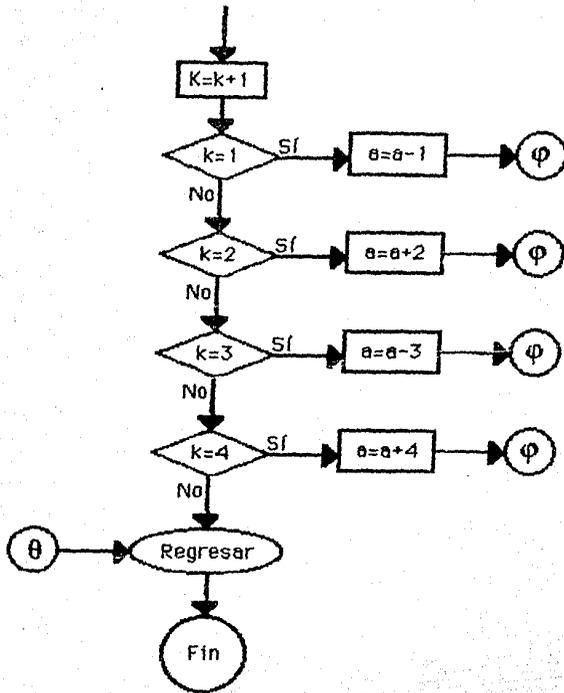


Definir variables;  $k=0$ ;  $a=\text{atan}(ey/ex)**0.84*(\text{gama}/\text{mu})**1.99)*180/\pi$

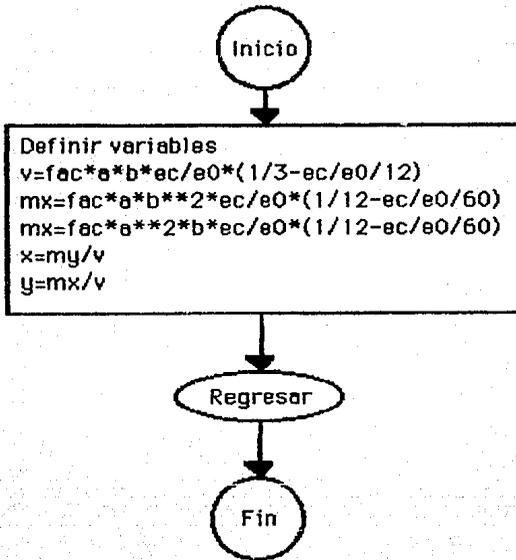


teta=ang\* $\pi$ /180; dif=1000

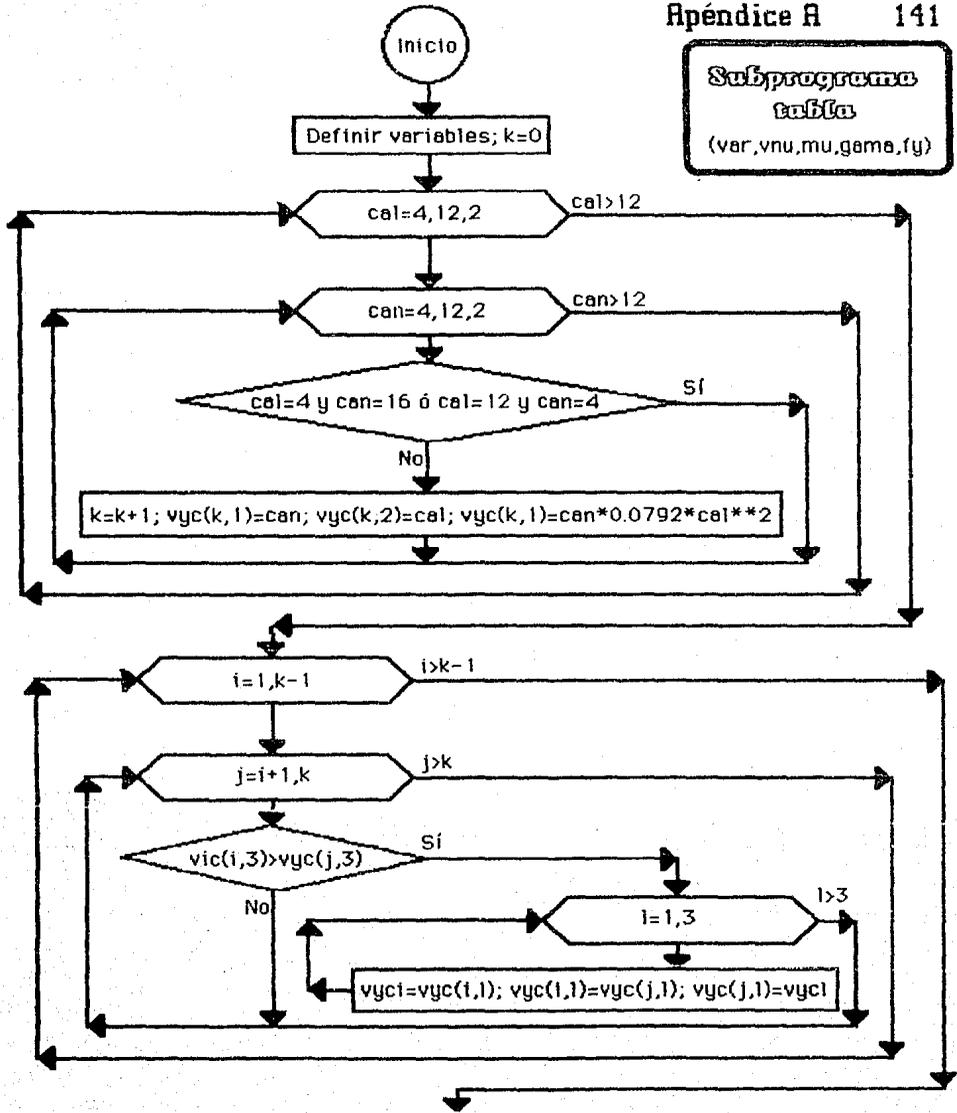


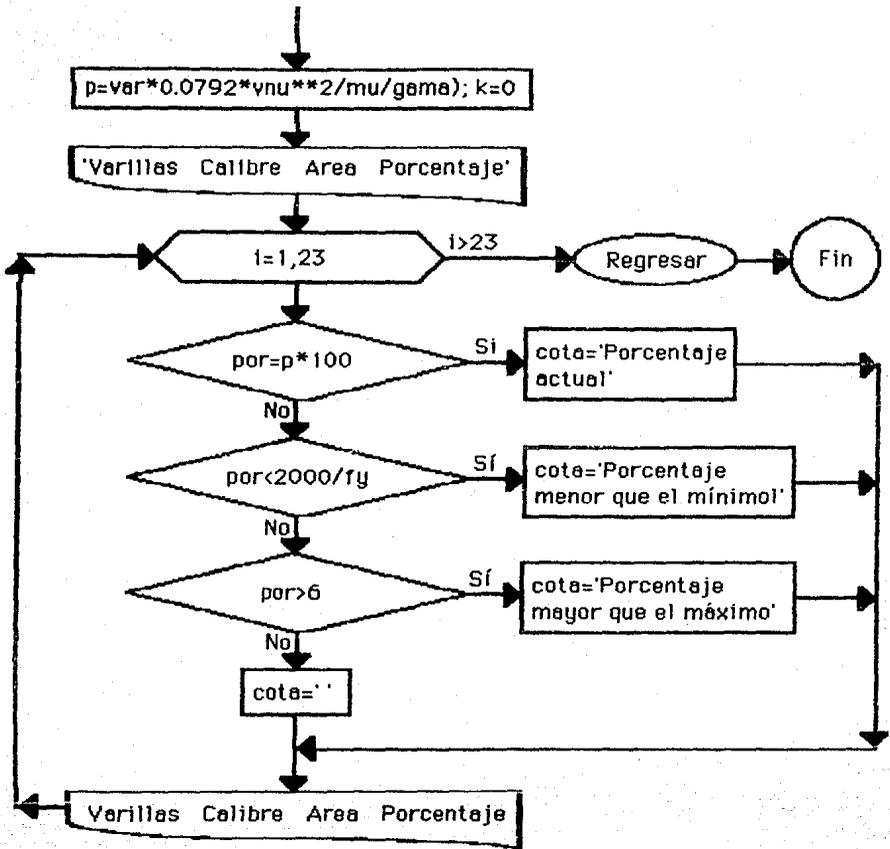


**Subprograma**  
**vol**  
(a,b,fac,ec,e0,v,mx,my,x,y)



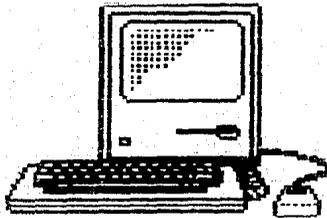
**Subprograma**  
**tabla**  
(var, vnu, mu, gama, fy)





# Apéndice B

## LISTADO DEL PROGRAMA







```
00076      write(6,*)
00077      ds=6
00078      else if (ads.eq.'P'.or.ads.eq.'p') then
00079          ds=9
00080      else
00081          goto 6
00082      end if
00083 *      Leer el número de problemas a resolver
00084      if (de.eq.5) then
00085          read (5,*) np
00086      else
00087          np=100
00088      end if
00089      do 10 ii=1,np
00090          write (9,*)
00091 *      Leer el tipo de problema
00092      if (de.eq.5) then
00093          read (5,*) nom,tipo,mu,gama,pu,mx,my,ps,mxs,mys,rig,fp,c,fc
00094      else
00095          write (9,*) '¿Nombre de la columna?'
00096          read (9,*) nom
00097 7      write (9,*) '¿Tipo de problema REVISAR-I o REVISAR-II?'
00098          read (9,*) tipo
00099          if (tipo.eq.'REVISAR-I'.or.tipo.eq.'REVISAR-II') goto 8
00100          goto 7
00101 8      write (9,*) '¿Ancho?'
00102          read (9,*) mu
00103          write (9,*) '¿Peralte?'
00104          read (9,*) gama
00105          write (9,*) '¿Carga de diseño?'
00106          read (9,*) pu
00107          write (9,*) '¿Momento de diseño H?'
00108          read (9,*) mx
00109          write (9,*) '¿Momento de diseño Y?'
00110          read (9,*) my
00111          write (9,*) '¿Carga de servicio?'
00112          read (9,*) ps
00113          write (9,*) '¿Momento de servicio H?'
00114          read (9,*) mxs
00115          write (9,*) '¿Momento de servicio Y?'
00116          read (9,*) mys
00117          write (9,*) '¿Rigidez?'
00118          read (9,*) rig
```

```

00119 write (9,*) '¿Resistencia del concreto?'
00120 read (9,*) fpc
00121 write (9,*) '¿Resistencia del acero?'
00122 read (9,*) fy
00123 end if
00124 if (tipo.eq.'REVISAR-1') then
00125 * Leer e imprimir datos para revisar, dando la
00126 * cantidad y distribución del acero
00127 if (de.eq.5) then
00128 read (5,*) var,unu
00129 do 11 i=1,int(var)
00130 11 read (5,*) v(i,1),v(i,2)
00131 else
00132 write (9,*) '¿Varillas?'
00133 read (9,*) var
00134 write (9,*) '¿Colibre?'
00135 read (9,*) unu
00136 do 12 l=1,int(var)
00137 write (9,*) ' ¿Coordenadas de la varilla',i,?'
00138 12 read (9,*) v(i,1),v(i,2)
00139 write (9,*)
00140 end if
00141 if (ds.eq.6) then
00142 write (6,*)
00143 write (9,15) nom,tipo,mu,gama,pu,mx,my,ps,mxs,mys,rig,fpc,fy
00144 write (9,23) int(var),unu
00145 write (9,*)
00146 pause '[Return] para continuar'
00147 write (9,*)
00148 write (9,*) ' Coordenadas de las varillas:'
00149 do 16 i=1,int(var)
00150 16 write (9,18) i,v(i,1),i,v(i,2)
00151 write (9,*)
00152 pause '[Return] para continuar'
00153 end if
00154 write (ds,15) nom,tipo,mu,gama,pu,mx,my,ps,mxs,mys,rig,fpc,fy
00155 15 format (' Nombre de la columna: ',a15,/,
00156 * ' DATOS:',/,
00157 * ' Tipo de problema: ',a15,/,
00158 * ' Ancho:',f7.2,/,
00159 * ' Peralte:',f7.2,/,
00160 * ' Carga de diseño:',f9.3,/,
00161 * ' Momento de diseño R:',f7.2,/,

```

```

00162 * ' Momento de diseño Y:',f7.2,/,
00163 * ' Carga de servicio:',f9.3,/,
00164 * ' Momento de servicio H:',f7.2,/,
00165 * ' Momento de servicio V:',f7.2,/,
00166 * ' Rigidez:',f9.1,/,
00167 * ' Resistencia del concreto:',f6.1,/,
00168 * ' Resistencia del acero:',f7.1)
00169 write (ds,23) int(var),unu
00170 23 format (' Varillas:',i3,/,
00171 * ' Calibre:',f6.2)
00172 if (ds.ne.6) then
00173 write (9,*)
00174 pause '[Return] para continuar'
00175 end if
00176 write (ds,*)
00177 write (ds,*) ' Coordinadas de las varillas:'
00178 do 17 l=1,int(var)
00179 17 write (ds,18) l,v(i,1),l,v(i,2)
00180 18 format (' Varilla n',i2,':',f6.2,10a,'Varilla y',i2,':',f6.2)
00181 if (ds.ne.6) then
00182 write (9,*)
00183 pause '[Return] para continuar'
00184 end if
00185 else if (tipo.eq.'REVISAR-11') then
00186 * Leer e imprimir datos para revisar, dando el
00187 * número de varillas y el calibre.
00188 if (de.eq.5) then
00189 read (5,*) var,unu,re
00190 else
00191 write (9,*) '¿Varillas?'
00192 read (9,*) var
00193 write (9,*) '¿Calibre?'
00194 read (9,*) unu
00195 write (9,*) '¿Recubrimiento?'
00196 read (9,*) re
00197 end if
00198 if (ds.eq.6) then
00199 write (9,15) nom,tipo,mu,gama,pu,mx,my,ps,mxs,mys,rig,fpc,fy
00200 write (9,22) int(var),unu,re
00201 write (9,*)
00202 pause '[Return] para continuar'
00203 end if
00204 write (ds,15) nom,tipo,mu,gama,pu,mx,my,ps,mxs,mys,rig,fpc,fy

```

```

00205      write (ds,22) int(var),vnu,re
00206 22    format (' Varillas:',i3,/,
00207      * ' Calibre:',f6.2,/,
00208      * ' Recubrimiento:',f5.2)
00209      if (ds.ne.6) then
00210      write (9,*)
00211      pause 'Return] para continuar'
00212      end if
00213      else
00214 *      Cualquier otro caso de los anteriores no puede resolverse
00215      if (ds.eq.6) then
00216      write (9,*)
00217      write (9,*) 'Nombre de la columna',nom
00218      write (9,*) 'Tipo de problema: ',tipo
00219      write (9,*) 'El programa no puede resolver este
00220 * tipo de problema'
00221      write (9,*)
00222      pause 'Return] para continuar'
00223      end if
00224      write (ds,*)
00225      write (ds,*) 'Nombre de la columna',nom
00226      write (ds,*) 'Tipo de problema: ',tipo
00227      write (ds,*) 'El programa no puede resolver este
00228 * tipo de problema'
00229      if (ds.ne.6) then
00230      write (9,*)
00231      pause 'Return] para continuar'
00232      end if
00233      goto 10
00234      end if
00235 *      Calcular el factor de reducción del concreto
00236      fac=.8*fc
00237      if (fac.gt.250.) then
00238      f=(1.05-fac/1250.)
00239      if (f.gt.0.85) then
00240      fac=.85*fac
00241      else
00242      fac=f*fac
00243      end if
00244      end if
00245      do 30 l=1,7
00246 30      cam(l)='n'
00247 19      if (tipo.eq.'REVISAR-1') goto 73

```

```

00248 *   Distribuir las varillas en las cuatro caras uniformemente
00249     r=re+.15875*unu
00250     div=(var-4.)/4.
00251     dih=(mu-2.*r)/(div+1.)
00252     diy=(gama-2.*r)/(div+1.)
00253     k=0
00254     do 40 fi=0.,div+1.
00255     k=k+1
00256     v(k,1)=fl*dih+r
00257 40   v(k,2)=r
00258     do 50 fi=0.,div+1.
00259     k=k+1
00260     v(k,1)=r+fi*dih
00261 50   v(k,2)=gama-r
00262     do 60 fi=1.,div
00263     k=k+1
00264     v(k,1)=r
00265 60   v(k,2)=r+fi*diy
00266     do 70 fi=1.,div
00267     k=k+1
00268     v(k,1)=mu-r
00269 70   v(k,2)=r+fi*diy
00270 73   area=.0792*unu**2
00271     write (9,*)
00272     write (9,*) 'Columna: ',nom
00273     write (9,*)
00274     write (9,*) 'Calculando la resistencia'
00275     write (9,*)
00276     fm1=.0005*gama*pu;fm2=.02*pu
00277     if (fm1.gt.mx.or.fm2.gt.mx) then
00278     write (9,*) 'La excentricidad de diseño Y no debe ser
00279 * menor que 0.05 del peralte ni'
00280     write (9,*) 'menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.'
00281     mx=amax1(fm1,fm2);com(9)='s';com(7)='s'
00282     write (9,*)
00283     end if
00284     if (fm1.gt.my.or.fm2.gt.my) then
00285     write (9,*) 'La excentricidad de diseño X no debe ser
00286 * menor que 0.05 del peralte ni'
00287     write (9,*) 'menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.'
00288     my=amax1(fm1,fm2);com(10)='s';com(7)='s'
00289     write (9,*)
00290     end if

```

```

00291      fm1=.0005*goma*ps;fm2=.02*ps
00292      if (fm1.gt.mxs.or.fm2.gt.mxs) then
00293      write (9,*) 'La excentricidad de servicio y no debe ser
00294      * menor que 0.05 del peralte ni'
00295      write (9,*) 'menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentaria.'
00296      mxs=omax1(fm1,fm2);cam(11)='s';cam(7)='s'
00297      write (9,*)
00298      end if
00299      if (fm1.gt.mys.or.fm2.gt.mys) then
00300      write (9,*) 'La excentricidad de servicio si no debe ser
00301      * menor que 0.05 del peralte ni'
00302      write (9,*) 'menor que 2 cm, se tomará la mínima reglamentario.'
00303      mys=omax1(fm1,fm2);cam(12)='s';cam(7)='s'
00304      write (9,*)
00305      end if
00306      p=var*area/mu/gama
00307      if (p.lt.20./fy) write (9,*) 'El porcentaje de acero no debe ser
00308      * menor que 20/fy'
00309      if (p.gt..06) write (9,*) 'El porcentaje de acero no debe ser
00310      * mayor que 0.06'
00311      if (gama/mu.gt.4.) write (9,*) 'La relación entre la dimensión
00312      * transversal mayor y la menor no excederá de 4'
00313      if (gama.lt.20.or.mu.lt.20.) write (9,*) 'La dimensión
00314      * transversal menor será por lo menos igual a 20 cm'
00315      write (9,*)
00316      write (9,*)
00317      ex=100.*mx/pu;ey=100.*my/pu
00318      call calculo (gama,mu,var,v,area,.003,fac,fy,
00319      * ex,ey,pres,eresk,eresy,0.,dif,ceo,ao)
00320      mxk=pres*eresk/100000.;myc=pres*eresy/100000.
00321      areat=var*area;pres=pres/1000.;po=areat/mu/gama*100.
00322      dif=100.*dif;ceo=ceo*gama/cos(ao*3.1416/180.)
00323      if (ps.eq.0.) goto 92
00324      write (9,*) 'Calculando la rigidez'
00325      write (9,*)
00326      ecs=100.*ms/ps;eys=100.*mys/ps
00327      eci=0.;ecs=.002;ec=(ecs+eci)/2.
00328      call calculo (gama,mu,var,v,area,ec,fec,fy,
00329      * ecs,eys,prs,0.,0.,m,0.,cs,as)
00330      90      if (prs.gt.1000.*ps) then
00331      ecs=ec
00332      else
00333      eci=ec

```

```

00334      end if
00335      ec=(ecs+eci)/2.
00336      coll calculo (gama,mu,var,v,area,ec,fac,fg,
00337      * ehs,ey,prs,0.,0.,m,0.,cs,as)
00338      if (abs(ec-ecs).lt..0001.or.abs(ec-eci).lt..0001) goto 100
00339      if (abs(prs-1000.*ps).gt.ps*10.) goto 90
00340 100      teta=as*3.1416/180.
00341      kd=cs*gama*cos(teta)
00342      fl=ec/kd
00343      eci=ec+.00001
00344      coll fuerzas (gama,mu,cs,teta,eci,var,v,area,
00345      * fac,fg,prs,ehs,ey,m1)
00346      fi1=eci/kd
00347      ec0=ec-.00001
00348      coll fuerzas (gama,mu,cs,teta,ec0,var,v,area,
00349      * fac,fg,prs,ehs,ey,m0)
00350      fl0=ec0/kd
00351      E1ef=((m-m0)/(f1-fl0)+(m1-m)/(f11-f1))/2.e7
00352 92      write (9,301) pu,rig
00353 301      format ('Resistencia dato:',f9.3,/, 'Rigidez dato:',f9.1)
00354      write (9,*)
00355      write (9,32) po,areat,ao,ceo,prs,mhc,myc,dif,E1ef
00356 350      write (9,*)
00357      write (9,*) '¿Quiere cambiar algún parámetro?'
00358      if (tipo.eq.'REVISAR-1') then
00359 351      write (9,*) 'Ancho [A o a]'
00360      write (9,*) 'Peralte [P o p]'
00361      write (9,*) 'Varillas (múltiplo de 4) [U o u]'
00362      write (9,*) 'Calibre de la varilla [D o d]'
00363      write (9,*) 'Coordenadas [C o c]'
00364      write (9,*) 'Ningún cambio [N o n]'
00365      read (9,*) par
00366      if (par.ne.'A'.and.par.ne.'a'.and.par.ne.'P'.and.
00367      * par.ne.'p'.and.par.ne.'U'.and.par.ne.'u'.and.
00368      * par.ne.'D'.and.par.ne.'d'.and.par.ne.'C'.and.
00369      * par.ne.'c'.and.par.ne.'N'.and.par.ne.'n') goto 351
00370      else
00371 352      write (9,*) 'Ancho [A o a]'
00372      write (9,*) 'Peralte [P o p]'
00373      write (9,*) 'Varillas (múltiplo de 4) [U o u]'
00374      write (9,*) 'Calibre de la varilla [D o d]'
00375      write (9,*) 'Recubrimiento [R o r]'
00376      write (9,*) 'Ningún cambio [N o n]'

```

```

00377     read (9,*) par
00378     if (par.ne.'R'.and.par.ne.'a'.and.par.ne.'P'.and.
00379 * par.ne.'p'.and.par.ne.'U'.and.par.ne.'u'.and.
00380 * par.ne.'D'.and.par.ne.'d'.and.par.ne.'R'.and.
00381 * par.ne.'r'.and.par.ne.'N'.and.par.ne.'n') goto 352
00382     end if
00383     if (par.eq.'R'.or.par.eq.'a') then
00384     write (9,*) 'Ancho anterior:',mu
00385     write (9,*) '¿Nuevo ancho?'
00386     read (9,*) mu
00387     cam(1)='s';cam(7)='s'
00388     else if (par.eq.'P'.or.par.eq.'p') then
00389     write (9,*) 'Peralte anterior:',gama
00390     write (9,*) '¿Nuevo peralte?'
00391     read (9,*) gama
00392     cam(2)='s';cam(7)='s'
00393     else if (par.eq.'U'.or.par.eq.'u') then
00394     call tabla (var,vnu,mu,gama,fy)
00395     write (9,*) '¿Número de varillas (múltiplo de 4)?'
00396     read (9,*) var
00397     cam(3)='s';cam(7)='s'
00398     else if (par.eq.'D'.or.par.eq.'d') then
00399     call tabla (var,vnu,mu,gama,fy)
00400     write (9,*) '¿Nuevo calibre?'
00401     read (9,*) vnu
00402     cam(4)='s';cam(7)='s'
00403     else if (par.eq.'C'.or.par.eq.'c') then
00404     do 330 i=1,int(var)
00405     write (9,18) i,v(i,1),i,v(i,2)
00406     write (9,*) '¿Nuevas coordenadas?'
00407 330   read (9,*) v(i,1),v(i,2)
00408     cam(5)='s';cam(7)='s'
00409     else if (par.eq.'R'.or.par.eq.'r') then
00410     write (9,*) 'Recubrimiento anterior:',re
00411     write (9,*) '¿Nuevo recubrimiento?'
00412     read (9,*) re
00413     cam(6)='s';cam(7)='s'
00414     else
00415     write (9,*) 'Ningún cambio'
00416     write (9,*)
00417     goto 300
00418     end if
00419     write (9,*) 'Repetir el menú [M o m]'

```

```
00420      read (9,*) par
00421      if (par.eq.'M'.or.par.eq.'m') goto 350
00422      goto 19
00423 300    if (cam(7).eq.'s') then
00424      write (ds,*)
00425      write (ds,*) ' Datos de entrada cambiados:'
00426      if (cam(9).eq.'s') then
00427      write (ds,460) mx
00428 460    format (' Momento de diseño H:',f7.2)
00429      end if
00430      if (cam(10).eq.'s') then
00431      write (ds,470) my
00432 470    format (' Momento de diseño Y:',f7.2)
00433      end if
00434      if (cam(11).eq.'s') then
00435      write (ds,480) mhs
00436 480    format (' Momento de servicio H:',f7.2)
00437      end if
00438      if (cam(12).eq.'s') then
00439      write (ds,490) mys
00440 490    format (' Momento de servicio Y:',f7.2)
00441      end if
00442      if (cam(1).eq.'s') then
00443      write (ds,410) mu
00444 410    format (' Peralte:',f7.2)
00445      end if
00446      if (cam(2).eq.'s') then
00447      write (ds,420) gama
00448 420    format (' Ancho:',f7.2)
00449      end if
00450      if (cam(3).eq.'s') then
00451      write (ds,430) int(var)
00452 430    format (' Varillas:',i3)
00453      end if
00454      if (cam(4).eq.'s') then
00455      write (ds,440) unu
00456 440    format (' Cellbre:',f6.2)
00457      end if
00458      if (cam(5).eq.'s') then
00459      write (ds,*) ' Coordenadas'
00460      do 445 i=1,int(var)
00461 445    write (ds,18) i,v(i,1),i,v(i,2)
00462      end if
```

```

00463     if (cam(6).eq.'s') then
00464     write (ds,450) re
00465 450   format (' Recubrimiento:',f5.2)
00466     end if
00467     write (ds,*)
00468     end if
00469     if (tipo.eq.'REVISAR-1') then
00470     write (ds,*)
00471     write (ds,32) po,areat,ao,ceo,pres,mhc,myc,dif,ElEf
00472 32   format (' RESULTADOS:',/,
00473 * ' Porcentaje de acero:',f6.2,'% ',/,
00474 * ' Area de acero:',f8.2,/,
00475 * ' Angulo de inclinación del eje neutro:',f6.2,'° ',/,
00476 * ' Profundidad del eje neutro:',f7.2,/,
00477 * ' Resistencia última de la columna:',f9.3,/,
00478 * ' Momento último calculado H:',f7.2,/,
00479 * ' Momento último calculado V:',f7.2,/,
00480 * ' Porcentaje de diferencia:',f7.2,/,
00481 * ' Rigidez efectivo para condiciones de servicio:',f9.1)
00482     else
00483     write (ds,32) po,areat,ao,ceo,pres,mhc,myc,dif,ElEf
00484     write (ds,*)
00485     if (ds.eq.9) then
00486     pause '[Return] para continuar'
00487     write (9,*)
00488     end if
00489     write (ds,*) ' Coordenadas de las varillas:'
00490     do 35 i=1,int(ivar)
00491 35   write (ds,10) i,v(i,1),i,v(i,2)
00492     end if
00493     write (ds,*)
00494     write (ds,*)
00495     if (de.eq.5.and.ds.eq.9) pause '[Return] para continuar'
00496     if (de.eq.9) then
00497 37   write (9,*) '¿Quiere continuar? Sí [S o s] o No [N o n]'
00498     read (9,*) ade
00499     if (ade.eq.'S'.or.ade.eq.'s') then
00500     goto 5
00501     else if (ade.eq.'N'.or.ade.eq.'n') then
00502     goto 110
00503     else
00504     goto 37
00505     end if

```

```

00506      end if
00507 10   continue
00508 110  write (9,*)
00509      write (9,*) 'Problemas terminados'
00510      stop
00511      end
    
```

Symbol and Label Tables for: BRESLE

SYMBOL	TYPE	ADDRESS	COMMON
u	REAL	0000150	
ca	CHARACTER*1	0000150	
t ipo	CHARACTER*15	0000164	
no	CHARACTER*15	00001203	
entrada	CHARACTER*15	00001222	
salida	CHARACTER*15	00001241	
par	CHARACTER*1	00001260	
ade	CHARACTER*1	00001261	
ads	CHARACTER*1	00001262	
mu	REAL	00001264	
mx	REAL	00001270	
my	REAL	00001274	
mxs	REAL	00001300	
mys	REAL	00001304	
mxs	REAL	00001310	
myc	REAL	00001314	
kd	REAL	00001320	
m0	REAL	00001324	
m	REAL	00001330	
ml	REAL	00001334	
de	INTEGER	00001340	
ds	INTEGER	00001344	
np+	INTEGER	00001350	
ii+	INTEGER	00001354	
gana+	REAL	00001360	
pu+	REAL	00001364	
ps+	REAL	00001370	
nig+	REAL	00001374	
fpct	REAL	00001400	
fy+	REAL	00001404	
var+	REAL	00001410	
unut	REAL	00001414	
l+	INTEGER	00001420	

re+	REAL	00001424
fac+	REAL	00001430
f+	REAL	00001431
r+	REAL	00001410
div+	REAL	00001444
dix+	REAL	00001450
diy+	REAL	00001454
k+	INTEGER	00001460
fi+	REAL	00001464
area+	REAL	00001470
fa1+	REAL	00001474
fa2+	REAL	00001500
p+	REAL	00001504
ex+	REAL	00001510
ey+	REAL	00001514
pres+	REAL	00001520
eresx+	REAL	00001524
eresy+	REAL	00001530
dif+	REAL	00001534
ceo+	REAL	00001540
ao+	REAL	00001544
areat+	REAL	00001550
po+	REAL	00001554
exs+	REAL	00001560
eys+	REAL	00001564
eci+	REAL	00001570
ecs+	REAL	00001574
ec+	REAL	00001600
prs+	REAL	00001604
ca+	REAL	00001610
as+	REAL	00001614
teta+	REAL	00001620
eci+	REAL	00001624
fil+	REAL	00001630
ec0+	REAL	00001634
fi0+	REAL	00001640
Elef+	REAL	00001644

**STORAGE  
LOCAL**

**MEMORY  
936**

**LABEL  
5**

**ADDRESS  
0000000374**

**LABEL  
4**

**ADDRESS  
0000000772**

3	0000001206	6	0000001506
2	0000002110	291	0000002752
292	0000003106	10	0000051400
7	0000004366	8	0000004750
11	0000007656	12	0000010574
16	0000012234	15	0000013254
23	0000014230	17	0000015010
18	0000015222	22	0000020256
30	0000023102	19	0000023150
40	0000023634	50	0000024040
60	0000024226	70	0000024440
73	0000024540	90	0000033224
100	0000033764	92	0000034604
301	0000034720	350	0000035320
351	0000035566	352	0000037442
330	0000044224	300	0000045634
460	0000046230	470	0000046432
480	0000046634	490	0000047040
410	0000047244	420	0000047432
430	0000047626	440	0000050014
445	0000050234	450	0000050604
32	0000051304	35	0000053110
37	0000053720	110	0000054412

Program Unit: FUERZA

Entry: 00054602

```

00512 *   Subprograma para calcular la fuerza, del concreto y del
00513 *   acero, y los momentos producidos por éstas
00514   subroutine fuerzas (goma,mu,ce,
00515 *   teta,ec,var,u,area,fac,fy,puc,mxc,myc,mxy)
00516   dimension v(64,2)
00517   real mxc,myc,mu,m,long,mx,my,mxll,myll,mxlll,mylll,
00518 *   mxllb,myllb,mxll,myll,mxlll,mylll,mxllv,myllv,mxc,myc,
00519 *   mxy
00520   seno=sin(teta);coseno=cos(teta)
00521   alfa=ce*goma
00522   beta=alfa/(seno/coseno)
00523   ey=fy/2000000.
00524   puc=0.;mxc=0.;myc=0.;mxy=0.
00525   long=ce*goma*coseno
00526   do 100 i=1,int(var)
00527   dis=long-(v(i,1)*seno+v(i,2)*coseno)

```

```

00528     esi=ec*dis/long
00529     if (esi.ge.ey) fs=fy
00530     if (esi.lt.ey.and.esi.gt.-ey) fs=esi*2000000.
00531     If (esi.le.-ey) fs=-fy
00532     fu=area*fs
00533     puc=puc+fu
00534     mxc=mxс+fu*(gama/2.-v(i,2))
00535 100   myc=myc+fu*(mu/2.-v(i,1))
00536     e0=.002
00537     ххх=alfa/beta*(beta-mu)
00538 *     Caso I
00539     if (alfa.le.gama.and.beta.le.mu) then
00540     call vol (alfa,beta,fac,ec,e0,cc,mxI,myI,x,y)
00541 *     Caso IIA
00542     else if (alfa.gt.gama.and.beta.le.mu) then
00543     call vol (alfa,beta,fac,ec,e0,vI,mxI,myI,x,y)
00544     alfa1=alfa-gama;beta1=beta/alfa*(alfa-gama)
00545     e=ec*alfa1/alfa
00546     call vol (alfa1,beta1,fac,e,e0,vIIA,mxIIA,myIIA,xIIA,yIIA)
00547     myIIA=vIIA*(gama+хIIA)
00548     cc=vI-vIIA
00549     mxII=mxI-mxIIA
00550     myII=myI-myIIA
00551     х=myII/cc;y=mxII/cc
00552 *     Caso IIB
00553     else if (alfa.le.gama.and.beta.gt.mu) then
00554     call vol (alfa,beta,fac,ec,e0,vI,mxI,myI,x,y)
00555     alfa1=alfa/beta*(beta-mu);beta1=beta-mu
00556     e=ec*alfa1/alfa
00557     call vol (alfa1,beta1,fac,e,e0,vIIB,mxIIB,myIIB,xIIB,yIIB)
00558     mxIIB=vIIB*(mu+yIIB)
00559     cc=vI-vIIB
00560     mxII=mxI-mxIIB
00561     myII=myI-myIIB
00562     х=myII/cc;y=mxII/cc
00563 *     Caso III
00564     else if (alfa.gt.gama.and.beta.gt.mu.and.ххх.le.gama) then
00565     call vol (alfa,beta,fac,ec,e0,vI,mxI,myI,x,y)
00566     alfa1=alfa-gama;beta1=beta/alfa*(alfa-gama)
00567     e=ec*alfa1/alfa
00568     call vol (alfa1,beta1,fac,e,e0,vIIA,mxIIA,myIIA,xIIA,yIIA)
00569     myIIA=vIIA*(gama+хIIA)
00570     alfa1=alfa/beta*(beta-mu);beta1=beta-mu

```

```

00571 e=ec*alfa/alfa
00572 call voi (alfa,beta,fac,e,e0,v11B,mx11B,my11B,x11B,y11B)
00573 mx11B=v11B*(mu+y11B)
00574 cc=v1-v11A-v11B
00575 mx111=mx1-mx11A-mx11B
00576 my111=my1-my11A-my11B
00577 x=my111/cc;y=mx111/cc
00578 * Caso 1B
00579 else
00580 call voi (alfa,beta,fac,ec,e0,v1,mx1,my1,x,y)
00581 alfa1=alfa-gama;beta1=beta/alfa*(alfa-gama)
00582 e=ec*alfa/alfa
00583 call voi (alfa1,beta1,fac,e,e0,v11A,mx11A,my11A,x11A,y11A)
00584 my11A=v11A*(gama+v11A)
00585 alfa1=alfa/beta*(beta-mu);beta1=beta-mu
00586 e=ec*alfa/alfa
00587 call voi (alfa1,beta1,fac,e,e0,v11B,mx11B,my11B,x11B,y11B)
00588 mx11B=v11B*(mu+y11B)
00589 alfa1=alfa/beta*(beta-mu)-gama
00590 beta1=beta/alfa*(alfa-gama)-mu
00591 e=ec*alfa/alfa
00592 call voi (alfa1,beta1,fac,e,e0,vC,mxC,myC,xC,yC)
00593 mxC=vC*(mu+yC)
00594 myC=vC*(gama+xC)
00595 cc=v1-v11A-v11B+vC
00596 mx11V=mx1-mx11A-mx11B+mxC
00597 my11V=my1-my11A-my11B+myC
00598 x=mx11V/cc;y=mx11V/cc
00599 end if
00600 puc=.7*(puc+cc)
00601 myc=.7*(myc+cc*(mu/2.-y))
00602 mxc=.7*(mxc+cc*(gama/2.-x))
00603 enc=mxc/puc;eyc=myc/puc
00604 mny=sqrt(mnc**2+myc**2)
00605 return
00606 end
    
```

Symbol and Label Tables for: FUERZA

SYMBOL	TYPE	ADDRESS	COMMON
gama	REAL	DUMMY	
mu	REAL	DUMMY	
ce	REAL	DUMMY	

teta	REAL	DUMMY
ec	REAL	DUMMY
var	REAL	DUMMY
v	REAL	DUMMY
area	REAL	DUMMY
fac	REAL	DUMMY
fy	REAL	DUMMY
puc	REAL	DUMMY
exc	REAL	DUMMY
eyc	REAL	DUMMY
mxy	REAL	DUMMY
mxc	REAL	00000010
myc	REAL	00000014
m	REAL	00000020
long	REAL	00000024
mx	REAL	00000030
my	REAL	00000034
mxI	REAL	00000040
myI	REAL	00000044
mxIIA	REAL	00000050
myIIA	REAL	00000054
mxIIB	REAL	00000060
myIIB	REAL	00000064
mxII	REAL	00000070
myII	REAL	00000074
mxIII	REAL	00000100
myIII	REAL	00000104
mxIV	REAL	00000110
myIV	REAL	00000114
mxC	REAL	00000120
myC	REAL	00000124
seno+	REAL	00000130
coseno+	REAL	00000134
alfa+	REAL	00000140
beta+	REAL	00000144
ey+	REAL	00000150
i+	INTEGER	00000154
dis+	REAL	00000160
esi+	REAL	00000164
fs+	REAL	00000170
fu+	REAL	00000174
eD+	REAL	00000200
xxx+	REAL	00000204

cc+	REAL	00000210
x+	REAL	00000214
y+	REAL	00000220
vl+	REAL	00000224
alfal+	REAL	00000230
beta1+	REAL	00000234
e+	REAL	00000240
v11A+	REAL	00000244
x11A+	REAL	00000250
y11A+	REAL	00000254
v11B+	REAL	00000260
x11B+	REAL	00000264
y11B+	REAL	00000270
vC+	REAL	00000274
xC+	REAL	00000300
yC+	REAL	00000304

	STORAGE	MEMORY		
	LOCAL	200		
LABEL		ADDRESS	LABEL	ADDRESS
100		0000055714		

Program Unit: CALCUL      Entry: 00063074

```

00607 *   Subprograma que controla el ángulo y profundidad del
00608 *   eje neutro, así como el valor más cercano a la solución
00609 *   del problema
00610   subroutine calculo (gama,mu,var,v,area,ec,fac,fy,
00611 *   ex,ey,pres,eresx,eresy,mxy,dif,ceo,a)
00612   dimension v(64,2)
00613   real mu,mxy,mom
00614   k=0
00615   a=atan((ey/ex)**.84*(gama/mu)**1.99)*57.296
00616 20   if (a.lt.2.) a=2.
00617   if (a.gt.88.) a=88.
00618   dif=1000.
00619   teta=a*3.1416/180.
00620   do 80 i=1,2
00621   if (l.eq.1) then
00622   c1=.25;c2=2.;c3=.25
00623   else

```

```

00624      c1=ce0-.125;c2=ce0+.125;c3=0.03125
00625      end if
00626      do 80 ce=c1,c2,c3
00627      call fuerzas (gama,mu,ce,teta,ec,var,v,area,
00628      * fac,fy,puc,enc,eyc,mom)
00629      dif1=abs(abs(enc)-em)/em+abs(abs(eyc)-ey)/ey
00630      if (dif1.lt.dif) then
00631      pres=puc;eresx=enc
00632      eresy=eyc;dif=dif1;ce=ce;mxxy=mom
00633      if (dif.lt.0.05) return
00634      end if
00635 80    continue
00636      k=k+1
00637      if (k.eq.1) then
00638      a=a-1.;goto 20
00639      elseif (k.eq.2) then
00640      a=a+2.;goto 20
00641      elseif (k.eq.3) then
00642      a=a-3.;goto 20
00643      elseif (k.eq.4) then
00644      a=a+4.;goto 20
00645      end if
00646      return
00647      end
    
```

Symbol and Label Tables for: CALCUL

SYMBOL	TYPE	ADDRESS	COMMON
gama	REAL	DUMMY	
mu	REAL	DUMMY	
var	REAL	DUMMY	
u	REAL	DUMMY	
area	REAL	DUMMY	
ec	REAL	DUMMY	
fac	REAL	DUMMY	
fy	REAL	DUMMY	
ex	REAL	DUMMY	
ey	REAL	DUMMY	
pres	REAL	DUMMY	
eresx	REAL	DUMMY	
eresy	REAL	DUMMY	
mxxy	REAL	DUMMY	
dif	REAL	DUMMY	

ceo	REAL	DUMMY
a	REAL	DUMMY
moa	REAL	00000020
k+	INTEGER	00000024
teta+	REAL	00000030
i+	INTEGER	00000034
c1+	REAL	00000040
c2+	REAL	00000044
c3+	REAL	00000050
ce+	REAL	00000054
puc+	REAL	00000060
exc+	REAL	00000064
eyc+	REAL	00000070
dif1+	REAL	00000074

<b>STORAGE</b>	<b>MEMORY</b>
<b>LOCAL</b>	<b>64</b>

<b>LABEL</b>	<b>ADDRESS</b>	<b>LABEL</b>	<b>ADDRESS</b>
20	0000063246	80	0000064342

Program Unit: VOL      Entry: 00064672

```

00648 *   Subprograma para calcular los volúmenes de esfuerzos del
00649 *   concreto, momentos y centros de gravedad
00650   subroutine vol (a,b,fac,ec,e0,u,mx,my,x,y)
00651     real mx,my
00652     u=fac*a*b*ec/e0*(1./3.-ec/e0/12.)
00653     mx=fac*a*b**2*ec/e0*(1./12.-1./60.*ec/e0)
00654     my=fac*a**2*b*ec/e0*(1./12.-1./60.*ec/e0)
00655     u=mx/y;y=mx/u
00656     return
00657     end
    
```

Symbol and Label Tables for: VOL

SYMBOL	TYPE	ADDRESS	COMMON
a	REAL	DUMMY	
b	REAL	DUMMY	
fac	REAL	DUMMY	
ec	REAL	DUMMY	
e0	REAL	DUMMY	

v	REAL	DUMMY
mx	REAL	DUMMY
my	REAL	DUMMY
x	REAL	DUMMY
y	REAL	DUMMY

Program Unit: TABLA

Entry: 00065514

```

00658 *   Subprograma para calcular e imprimir en pantalla en que
00659 *   rango de porcentaje se encuentra el acero de refuerzo.
00660   subroutine tabla (var,unu,mu,gama,fy)
00661   dimension vyc(23,3)
00662   real mu
00663   character cota*30
00664   k=0
00665   do 26 cal=4.,12.,2.
00666   do 26 can=4.,20.,4.
00667   if (cal.eq.4..and.can.eq.16..or.
00668 *   cal.eq.12..and.can.eq.4.) goto 26
00669   k=k+1
00670   vyc(k,1)=can;vyc(k,2)=cal;vyc(k,3)=can*.0792*cal**2
00671 26   continue
00672   do 27 i=1,k-1
00673   do 27 j=i+1,k
00674   if (vyc(i,3).gt.vyc(j,3)) then
00675   do 29 l=1,3
00676   vycl=vyc(i,l);vyc(i,l)=vyc(j,l)
00677 29   vyc(j,l)=vycl
00678   end if
00679 27   continue
00680   p=var*.0792*unu**2/mu/gama
00681   write (9,341)
00682 341   format (5x,'Varillas',3x,'Calibre',5x,'Area',5x,'Porcentaje')
00683   do 310 i=1,23
00684   por=vyc(i,3)/mu/gama*100.
00685   if (por.eq.p*100.) then
00686   cota='Porcentaje actual'
00687   else if (por.lt.2000./fy) then
00688   cota='Porcentaje menor que el mínimo'
00689   else if (por.gt.6.) then
00690   cota='Porcentaje mayor que el máximo'
00691   else

```

```

00692      cota=' '
00693      end if
00694 310   write (9,320) int(vyc(i,1)),int(vyc(i,2)),vyc(i,3),por,cota
00695 320   format (5x,i5,5x,i5,5x,f7.2,5x,f7.2,3x,a30)
00696      return
00697      end
    
```

Symbol and Label Tables for: TABLA

SYMBOL	TYPE	ADDRESS	COMMON
var	REAL	DUMMY	
vnu	REAL	DUMMY	
nu	REAL	DUMMY	
gama	REAL	DUMMY	
fy	REAL	DUMMY	
vyc	REAL	0000060	
cota	CHARACTER*30	00000504	
k+	INTEGER	00000542	
cal+	REAL	00000546	
can+	REAL	00000552	
i+	INTEGER	00000556	
j+	INTEGER	00000562	
l+	INTEGER	00000566	
vycl+	REAL	00000572	
p+	REAL	00000576	
por+	REAL	00000602	

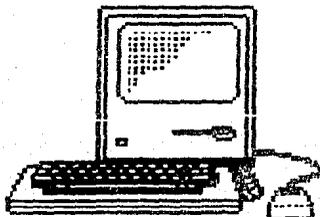
STORAGE LOCAL      MEMORY 390

LABEL	ADDRESS	LABEL	ADDRESS
26	0000066072	27	0000066532
29	0000066466	341	0000066722
310	0000067540	320	0000070024

\*\*\*\*\* 0 errors

# Apéndice C

## NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS



**APÉNDICE C****NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS.**

A continuación se muestran algunos requisitos mínimos con que deben cumplir las columnas de concreto reforzado. Estos fueron tomados de las **NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO. MEXICO, D. F., 26 DE NOVIEMBRE DE 1987.**

**1.3.2 Efectos de esbeltez****a) Conceptos preliminares**

Restricción lateral de los extremos de columnas. Se supondrá que una columna tiene sus extremos restringidos lateralmente cuando forma parte de un entrepiso donde la rigidez lateral de contravientos, muros u otros elementos que den restricción lateral no sea menor que el 85 por ciento de la rigidez total de entrepiso. Además, la rigidez de cada diafragma horizontal (losa, etc) a los que llega la columna, no debe ser menor que diez veces la rigidez de entrepiso del marco a que pertenece la columna en estudio. La rigidez de un diafragma horizontal con relación a un eje de columnas se define como la fuerza que debe aplicarse al diafragma en el eje en cuestión para producir una flecha unitaria sobre dicho eje, estando el diafragma libremente apoyado en los elementos que dan restricción lateral (muros, contravientos, etc.).

Longitud libre,  $H$ , de un miembro a flexocompresión. Es la distancia libre entre elementos capaces de darle al miembro apoyo lateral. En columnas que soporten sistemas de piso formados por vigas y losas,  $H$  será la distancia entre el piso y la cara inferior de la viga más peraltada que llega a la columna en la dirección en que se considera la flexión. En aquellas que soporten losas planas,  $H$  será la distancia libre entre el piso y la sección en que la columna se une al capitel, al ábaco o a la losa, según el caso.

Longitud efectiva,  $H'$ , de un miembro a flexocompresión. La longitud efectiva de miembros con extremos restringidos lateralmente puede determinarse con el nomograma de la figura 1.1a para el cual  $K < 1$ ; la de miembros cuyos extremos no están restringidos lateralmente, con el nomograma de la figura 1.1b para  $K > 1$ .

**b) Miembros en los que pueden desprejarse los efectos de esbeltez.**

En miembros con extremos restringidos lateralmente, los efectos de esbeltez pueden desprejarse cuando la relación entre  $H'$  y el radio de giro,  $r$ , de la sección en la dirección considerada es menor que  $34-12M_1/M_2$ . Este criterio también se aplica a miembros con extremos no restringidos lateralmente en estructuras sujetas sólo a cargas verticales que no produzcan desplazamientos laterales apreciables (en la expresión anterior  $M_1$  es el menor y  $M_2$  el mayor de los momentos en los extremos del miembro; el cociente  $M_1/M_2$  es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura sencilla y negativo cuando lo hace en curvatura doble; si  $M_1 = M_2 = 0$ , el cociente  $M_1/M_2$  se tomará igual a 1.0).

En miembros con extremos no restringidos lateralmente en estructuras sujetas sólo a cargas verticales cuando éstas causen desplazamientos laterales apreciables, los efectos de esbeltez pueden desprejarse si  $H'/r$  es menor de 22.

En miembros con extremos no restringidos lateralmente que formen parte de una estructura sujeta a cargas verticales y laterales, los efectos de esbeltez debidos a las deformaciones causadas por las cargas laterales pueden desprejarse cuando el desplazamiento de entrepiso dividido entre la distancia de elevaciones correspondiente, no es mayor que 0.08 veces la relación entre la fuerza cortante de entrepiso y la suma de las cargas muertas y vivas especificadas multiplicadas por el factor de carga que corresponda, acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado. Para saber si pueden desprejarse los efectos de esbeltez causados por las deformaciones debidas a las cargas verticales, se aplicará lo dicho en los párrafos anteriores para miembros con extremos no restringidos lateralmente; en este caso  $M_1$  y  $M_2$  son los momentos menor y mayor en los extremos del miembro originados sólo por las cargas verticales.

**c) Limitaciones para  $H'/r$ .**

Cuando  $H'/r$  sea mayor que 100, deberá efectuarse un análisis de segundo orden de acuerdo con lo prescrito en e).

**d) Momentos de diseño.**

Los miembros sujetos a flexocompresión en los que, de acuerdo con b), no puedan desprejarse los efectos de esbeltez, se dimensionará para la carga axial de diseño  $P_u$ , obtenida de un análisis convencional y un momento amplificado,  $M_c$ , obtenido aproximadamente con el procedimiento que se sigue:

$$M_c = F_{ab}M_{2b} + F_{es}M_{2s} \quad (1.1)$$

donde

$$F_{ab} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.0 \quad (1.2)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (1.3)$$

$$P_c = \frac{F_R \pi^2 EI}{(H')^2} \quad (1.4)$$

$$EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{1 + u} \quad (1.5)$$

$$F_{es} = 1 + \frac{\frac{W_u}{h}}{\frac{R}{Q} - 1.2 \frac{W_u}{h}} \quad (1.6)$$

- u relación entre el máximo momento de diseño por carga muerta y el máximo momento de diseño total.
- W<sub>u</sub> suma de las cargas de diseño, muertas o vivas (cargas especificadas en el Título VI del Reglamento multiplicadas por el factor de carga correspondiente), acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado.
- R Rigidez de entrepiso, definida como la fuerza cortante de ese entrepiso dividida entre el desplazamiento relativo de los niveles que lo limitan, provocado por la fuerza cortante mencionada (suma de rigideces de entrepiso de todos los marcos de la estructura en la dirección analizada).
- Q cantidad adimensional definida en las Normas T. C. para diseño por sismo. Cuando los desplazamientos laterales sean debido a acciones distintas del sismo, se tomará Q=1.0.
- h altura de entrepiso, entre ejes.

$M_{2b}$  es el mayor de los momentos de diseño en los extremos del miembro, en valor absoluto, causado por aquellas cargas que no dan lugar a desplazamientos laterales apreciables; se obtiene de un análisis convencional y ésta multiplicado por el factor de carga correspondiente. Este momento no se tomará menor que el que resulte de aplicar la excentricidad mínima prescrita en 2.1.3a).  $M_{2s}$  es el mayor de los momentos de diseño de los extremos del miembro, en valor absoluto, causado por aquellas cargas que dan lugar a desplazamientos laterales apreciables; se obtiene de un análisis elástico convencional y ésta multiplicado por el factor de carga correspondiente.

En una estructura restringida lateralmente los momentos  $M_{2s}$  son nulos.

En una estructura no restringida lateralmente sujeta sólo a carga vertical, usualmente los momentos  $M_{2s}$  son nulos, a menos que por asimetría de la geometría y/o de las cargas, el desplazamiento lateral sea apreciable. En este último caso, todos los momentos pueden multiplicarse por  $F_{8s}$ .

En una estructura no restringida lateralmente sujeta a cargas verticales y horizontales, si las cargas verticales solas no causan desplazamiento lateral apreciable, los momentos por ellas generados se multiplican por  $F_{8s}$  y los causados por las cargas laterales, por  $F_{8s}$ ; si las cargas verticales solas producen un desplazamiento lateral apreciable, los momentos generados por ellas y los debidos a cargas horizontales se multiplican por  $F_{8s}$ .

En estructuras cuyas columnas no tienen restringidos lateralmente sus extremos, las vigas y otros elementos en flexión se dimensionará para resistir los momentos amplificados de los extremos de las columnas. Cuando la torsión de un entrepiso sea significativa se iniciará en la determinación de los efectos de esbeltez.

### **e) Análisis de segundo orden**

Este procedimiento consiste en obtener las fuerzas y momentos internos tomando en cuenta los efectos de las deformaciones sobre dichas fuerzas y momentos, así como la influencia de la carga axial en las rigideces. Se puede aplicar cualquiera que sea el valor de  $H/r$ .

### 1.4.1 Concreto

El concreto empleado para fines estructurales puede ser de dos clases: clase 1, con peso volumétrico en estado fresco superior a  $2.2 \text{ ton/m}^3$ , y clase 2, con peso volumétrico en estado fresco comprendido entre 1.9 y  $2.2 \text{ ton/m}^3$ .

Para las obras clasificadas como del grupo A o B1, según se define en el artículo 174 del Reglamento, se usará concreto clase 1. El Corresponsable de Seguridad Estructural podrá permitir el uso de concreto clase 2 para dichas obras, si demuestra que el comportamiento estructural será satisfactorio e incluye esta justificación en la memoria de cálculo.

#### a) Materiales componentes para concretos clase 1 y 2

En la fabricación de los concretos, clase 1 o 2, se empleará cualquier tipo de cemento portland que sea congruente con la finalidad y características de la estructura y que cumpla con los requisitos especificados en la norma NOM C 1. También se podrá emplear cemento portland-puzolana, PUZ 1, que cumpla con la norma NOM C 2.

Los agregados pétreos deberán cumplir con los requisitos de la norma NOM C 111 con las modificaciones y adiciones establecidas en 11.3.3.

El agua de mezclado deberá ser limpia y cumplir con los requisitos de la norma NOM C 122. Si contiene sustancias en solución o en suspensión que la enturbien o le produzcan olor o sabor fuera de lo común, no deberá emplearse.

Podrá usarse aditivos a solicitud expresa del usuario o a propuesta del productor, en ambos casos con la autorización del Corresponsable en Seguridad Estructural, o del Director de Obra cuando no se requiera de Corresponsable. Los aditivos deberán cumplir con los requisitos de la norma NOM C 255.

#### b) Resistencia a compresión

Los concretos clase 1 tendrán una resistencia especificada,  $f'_c$ , igual o mayor que  $250 \text{ kg/cm}^2$ . La resistencia especificada de los concretos clase 2 será inferior a  $250 \text{ kg/cm}^2$ . En ambos casos deberá comprobarse que el nivel de resistencia del concreto estructural de toda construcción cumpla con la resistencia especificada. Se admitirá que un concreto cumple con la resistencia especificada si satisface los requisitos prescritos en 11.3. El Corresponsable en Seguridad Estructural o el Director de Obra, cuando el trabajo no requiera de Corresponsable, podrá autorizar el uso de resistencia,  $f'_c$ , distinta de las antes mencionadas.

Para diseñar se usará el valor nominal,  $f^*_c$ , determinado con la expresión siguiente:

Para concretos clase 1 y 2

$$f^*_c = 0.8f_c \quad (1.7)$$

El valor  $f^*_c$  es, en parte, una medida de la resistencia del concreto en la estructura. Para que sea válida la expresión (1.7) deben cumplirse los requisitos de transporte, colocación, compactación y curado prescrito por el reglamento en el inciso 11.3.

Se hace hincapié en que el proporcionamiento de un concreto debe hacerse para una resistencia media,  $f_c$ , mayor que la especificada,  $f'_c$ , y que dicha resistencia media es función del grado de control que se tenga al fabricar el concreto.

#### 1.4.2 Acero

Como refuerzo ordinario para concreto pueden usarse barras de acero y/o malla soldada de alambre. Las barras serán corrugadas, con la salvedad que se indica adelante, y deben cumplir con las normas NOM B6 o NOM B294; o B 457; se tomarán en cuenta las restricciones al uso de algunos de estos aceros incluidos en las presentes Normas Complementarias. La malla cumplirá con la norma NOM B290. Se permite el uso de barra lisa de 6.4 mm de diámetro (No. 2) para estribos (donde así se indique en el texto de estas normas), conectores de elementos compuestos y como refuerzo para fuerza cortante por fricción (véase 2.1.5i). El acero de presfuerzo cumplirá con las normas NOM B292 o NOM B293.

Para elementos secundarios y losas apoyadas en su perímetro, se permite el uso de barras que cumplan con las normas B18, B32 y B72.

El módulo de elasticidad del acero de refuerzo ordinario, se supondrá igual a  $2 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>; el de torones de presfuerzo se supondrá igual a  $1.9 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>.

En el cálculo de resistencias se usará los esfuerzos de fluencia mínimos,  $f_y$ , establecidos en las normas citadas.

## 1.6 Factores de resistencia

De acuerdo con el Título VI del Reglamento, las resistencias deben afectarse por un factor de reducción,  $F_R$ . Con las excepciones indicadas en el texto de esas Normas, los factores de resistencia tendrán los valores siguientes. Para flexión valdrá 0.9 y 0.8 para cortante y torsión. En flexocompresión,  $F_R$  se tomará igual a 0.8 cuando el núcleo esté confinado con un zuncho que cumpla con los requisitos de 4.2.4, o con estribos que cumplan los requisitos de 5.3.4b), y también cuando el elemento falle en tensión. Si el núcleo no está confinado y la falla es en compresión,  $F_R$  se supondrá igual a 0.7. Para aplastamiento  $F_R$  valdrá 0.7.

### 2.1.3 Flexocompresión

En toda sección sujeta a flexocompresión se dimensionará para la combinación más desfavorable de carga axial y momento, incluyendo los efectos de esbeltez. El dimensionamiento puede hacerse a partir de las hipótesis generales de 2.1.1, o bien con diagramas de interacción construidos de acuerdo con ellas. El factor de resistencia,  $F_R$ , se aplicará a la resistencia a carga axial y a la resistencia a flexión.

#### a) Excentricidad mínima

La excentricidad de diseño no será menor de  $0.05 h \geq 2$  cm, donde  $h$  es la dimensión de la sección en la que se considera la flexión.

### 3.4 Recubrimiento

En elementos no expuestos a la intemperie, el recubrimiento libre de toda barra de refuerzo o tendón de presfuerzo no será menor que su diámetro, ni menor que lo señalado a continuación.

En columnas y trabes, 2.9 cm; en losas 1.5, y en cascarones, 1.0 cm.

Si las barras forman paquetes, el recubrimiento libre, además, no será menor que 1.5 veces el diámetro de la barra más gruesa del paquete.

En elementos estructurales colados contra el suelo, el recubrimiento libre mínimo, además de cumplir con los requisitos anteriores, será de 5 cm si no se usa plantilla, y de 3 cm si se usa plantilla.

En elementos prefabricados no se van a quedar expuestos a la intemperie, el recubrimiento libre del refuerzo sin presforzar no será menor

que 1.5 cm, ni que el diámetro de la barra o que 1.5 veces el diámetro de la barra más gruesa del paquete, en su caso; en losas y cascarones prefabricados puede ser no menor que 1.0 cm ni el diámetro de la barra.

En elementos estructurales que van a quedar expuestos a la intemperie, se duplicarán los valores de los párrafos anteriores.

Los recubrimientos antes señalados se incrementarán en miembros expuestos a agentes agresivos (ciertas sustancias o vapores industriales, terreno particularmente corrosivo, etc.).

## 4.2 Columnas

### 4.2.1 Geometría

La relación entre la dimensión transversal mayor de una columna y la menor no excederá de 4. La dimensión transversal menor será por lo menos igual a 20 cm. En su caso, se respetará la dimensión mínima prescrita en 5.3.1.

### 4.2.2 Refuerzo mínimo y máximo

La relación entre el área de refuerzo vertical y el área total de la sección no será menor que  $20/f_y$  ( $f_y$  en  $\text{kg/cm}^2$ ), ni mayor que 0.06. El número mínimo de barras será seis en columnas circulares y cuatro en rectangulares.

### 4.2.3 Requisitos para el refuerzo transversal

El refuerzo transversal de toda columna no será menor que el necesario por resistencia a fuerza cortante y torsión, en su caso, y debe cumplir con los requisitos mínimos de los párrafos siguientes. Además, en los tramos donde se prevean articulaciones plásticas no será inferior al prescrito en 4.8.

Todas las barras o paquetes de barras longitudinales debe restringirse contra el pandeo con estribos o zunchos con separación no mayor que  $850/\sqrt{f_y}$  veces el diámetro de la barra o de las barras más delgadas del paquete ( $f_y$  en  $\text{kg/cm}^2$ , es el esfuerzo de fluencia de las barras longitudinales), 48 diámetros de la barra del estribo, ni que la mitad de la menor dimensión de la columna. La separación máxima de estribos se reducirá a la mitad de la antes indicada

en una longitud no menor que la dimensión transversal máxima de la columna, un sexto de su altura libre, ni que 60 cm, arriba y abajo de cada unión de columnas con traves o losas, medida a partir del respectivo plano de intersección. En los nudos se aplicará lo dispuesto en 4.2.5.

Los estribos se dispondrán de manera que cada barra longitudinal de esquina y una de cada dos consecutivas de la periferia tengan un soporte lateral suministrado por el doblez de un estribo con un ángulo interno no mayor de  $135^\circ$ . Además, ninguna barra que no tenga soporte lateral debe distar más de 15 cm de una barra soportada lateralmente. Cuando 6 o más varillas estén repartidas uniformemente sobre una circunferencia se pueden usar anillos circulares rematados como se especifica en 3.1.3 o con suficiente traslape para desarrollar su esfuerzo de fluencia; también pueden usarse zunchos cuyos traslapes y anclajes cumplan con los requisitos de 4.2.4.

La fuerza de fluencia que pueda desarrollar la barra de un estribo o anillo no será menor que 6 centésimas de la fuerza de fluencia de la mayor barra o el mayor paquete longitudinal que restringe. Los estribos rectangulares se rematarán de acuerdo con lo prescrito en 3.1.3.

Para dar restricción lateral a barras que no sean de esquina, pueden usarse grapas formadas por barras rectas cuyos extremos terminan en un doblez a  $135^\circ$  alrededor de la barra o paquete restringido, seguido de un tramo recto con longitud no menor que 10 diámetros de la barra de la grapa. Las grapas se colocarán perpendiculares a las barras o paquetes que restringen y a la cara más próxima del miembro en cuestión. La separación máxima de las grapas se determinará con el criterio descrito antes para estribos.