

2770  
2050 DE 2000  
ASISTENCIA AL 70



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**"ANÁLISIS DE DEFORMACIONES  
EN SUELOS GRANULARES"**

**T E S I S**

Que para obtener el título de  
**INGENIERO CIVIL**  
p r e s e n t a

**HECTOR SILVESTRE SANDOVAL VALLE**

México, D. F.

**TESTIS CON  
FALLA EN ORIGEN**

1989



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**" ANALISIS DE DEFORMACIONES  
EN SUELOS GRANULARES "**

**I N D I C E**

- I.- INTRODUCCION.**
- II.- ANTECEDENTES.**
  - II.1 Esfuerzos y Deformaciones de los Suelos.**
  - II.2 Asentamiento de Cimentaciones.**
  - II.3 Cimentaciones sobre Zapatas.**
- III.- PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION ( PTD ).**
  - III.1 Módulo de Deformación.**
  - III.2 Prueba Triaxial de Deformación (PTD).**
- IV.- ANALISIS LINEAL DE DEFORMACIONES.**
  - IV.1 Procedimiento de Cálculo.**
- V.- ANALISIS NO LINEAL DE DEFORMACIONES.**
  - V.1 Relación Esfuerzo-Deformación No Lineal.**
  - V.2 Procedimiento de Análisis.**
- VI.- EJEMPLO DE APLICACION.**
- VII.- CONCLUSIONES.**

## I.- INTRODUCCION .

El estudio de cimentaciones de estructuras apoyadas sobre suelos granulares presenta, entre otros aspectos, el problema de la determinación de los asentamientos de la cimentación, del cual hoy en día no se tienen resultados satisfactorios de acuerdo con las teorías conocidas. Ya que éstas están limitadas a ciertas condiciones del suelo, debido quizá a que no se toman en cuenta factores que influyen en las deformaciones de un suelo granular.

Definamos primeramente que se entiende por suelo granular: un suelo granular es aquél formado por partículas sólidas individuales, que se apoyan directamente unas sobre otras formando una estructura simple y cuya rigidez como masa se incrementa al aumentar la presión de confinamiento sobre él. Como ejemplos de suelos granulares tenemos a las gravas, las arenas y los limos no plásticos.

El estudio presentado en este trabajo abarca el análisis de deformación de un suelo granular, así como los factores que influyen en este. Viendo este análisis desde un punto de vista lineal y no lineal, refiriéndose básicamente al comportamiento de la masa de suelo granular y no considera, de manera explícita, la deformación individual de cada partícula.

El contenido de este trabajo se inicia con el conocimiento de antecedentes que servirán para una mayor comprensión de éste. En el capítulo III se continúa con el estudio del módulo de deformación, así como el conocimiento de la realización de la prueba triaxial de deformación (PTD), de donde se obtiene el módulo de deformación. En el capítulo IV se muestra el análisis lineal de deformación, así como su procedimiento de cálculo (Dr. Zeevaert, 1973). En el capítulo V -

se ilustra el análisis de deformación no lineal, así como su procedimiento de cálculo (M. en Ing. Deméneghi). El capítulo VI muestra un ejemplo de aplicación, en donde se analiza un suelo granular, para diferentes condiciones de cimentación, tomando en cuenta los análisis lineal y no lineal. Finalmente, en el capítulo VII tenemos las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos del ejemplo de aplicación.

Es conveniente señalar que las teorías expuestas en este trabajo se pueden ir mejorando conforme a la experiencia que se vaya adquiriendo, tanto en aplicación, manejo y un conocimiento pleno del suelo.

## II.- ANTECEDENTES .

### II.1 Esfuerzos y Deformaciones de los Suelos .

Las relaciones entre esfuerzos y deformaciones determinan en los suelos el asentamiento de las estructuras soportadas por éstos, como asimismo el cambio de presión o empuje provocado por pequeños movimientos de los muros de retención u otros elementos de soporte.

La relación entre esfuerzos y deformaciones es mucho más compleja en los suelos que en los materiales manufacturados, como el acero, por ejemplo. Mientras que para el acero dicha relación puede ser descrita adecuadamente, para muchos propósitos ingenieriles, por medio de dos constantes que expresan el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson, los valores correspondientes para los suelos son función del esfuerzo, la deformación, el tiempo y varios factores más. Aún más para los suelos, la determinación experimental de esos valores es mucho más difícil. Las investigaciones necesarias se llevan a cabo por medio de ensayos de compresión triaxial.

#### II.1.1 Descripción del Aparato Triaxial .

En una prueba triaxial, una muestra cilíndrica de suelo se somete a una presión hidrostática de confinamiento igual en todas las direcciones, conocida como presión de cámara, a la cual se agrega una presión axial que puede ser variada independientemente de la anterior.

Los elementos esenciales del aparato triaxial se muestran esquemáticamente en la fig. 2.1. La superficie cilíndrica de la muestra se cubre con una membrana de goma sellada a un pedestal en la parte inferior y a una cabeza en la parte superior. El conjunto está contenido en una cámara, dentro de la

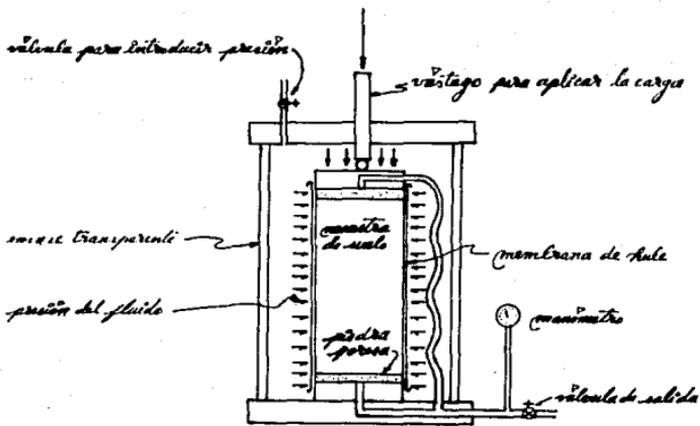


Figura 2.1 Cámara de Compresión Triaxial

cual se puede admitir agua bajo cualquier presión deseada, - presión que actúa lateralmente en la superficie cilíndrica - de la muestra a través de la membrana de goma y verticalmente a través de la cabeza. La carga axial adicional se aplica por medio de un pistón que pasa a través de la tapa de la cámara. Un disco poroso colocado contra la base de la muestra está comunicado con el exterior por medio de una tubería, de tal modo que, a través de esta conexión, se puede medir la - presión del agua contenida en los poros de la muestra si no se permite su drenaje. Alternativamente, cuando se permite - el drenaje a través de la conexión, se puede determinar la - cantidad de agua que pasa al interior o al exterior de la -- muestra durante el ensayo. Las deformaciones verticales de - la probeta, que se producen con el incremento de las cargas, se miden por medio de un dialmicrómetro.

Un ensayo corriente tiene usualmente dos etapas: primero, aplicación de la presión de cámara, y segundo, adición de la carga axial.

#### II.1.2 Condiciones Drenadas y No Drenadas .

Las características esfuerzo-deformación de los suelos, - como sus relaciones presión volumen, dependen mucho de que - el contenido de agua pueda o no ajustarse al esfuerzo. Se reconocen dos condiciones extremas: la condición drenada, para la cual el cambio de presión se aplica tan lentamente, res--pecto a la capacidad de drenaje del suelo, como para que no se produzca ningún exceso de presión de poros, y la condi--ción no drenada, durante la cual los esfuerzos se cambian --tan rápidamente, con respecto a la posibilidad que el suelo tiene para drenar, que no produce disipación alguna de la -- presión de poros. Estas condiciones raramente se presentan -

en el terreno. Pero se pueden producir en el laboratorio, y por representar condiciones límites, constituyen guías valiosas para entender el comportamiento de las masas de suelo.

Ensayo drenado con aumento de la presión axial .

Los ensayos en los cuales se permite la total disipación de la presión de poros se conocen como ensayos drenados. En un ensayo drenado se permite primero consolidar o expandir - la muestra libremente bajo una presión hidrostática de confinamiento  $p_3$  (fig. 2.2a) hasta que dicha presión de cámara se ha transformado totalmente en una presión efectiva  $p_3$  que soporta la estructura granular del suelo. Las deformaciones asociadas con la presión  $p_3$  provienen solamente de un cambio de volumen y, para un material isotrópico, son iguales en todas las direcciones.

Tan pronto se ha concretado la consolidación bajo  $p_3$ , comienza la parte final del ensayo. La presión axial se aumenta por pequeños incrementos, para que no se produzcan presiones de poro apreciables dentro de la probeta. Para arenas sueltas o arcillas normalmente consolidadas de baja sensibilidad, la relación entre la deformación axial y la diferencia de presión axial  $\Delta_p$  se muestra por medio de la línea llena de la figura 2.2b. Los correspondientes cambios de volumen se representan con la línea llena de la figura 2.2c. El volumen decrece continuamente con el aumento de  $\Delta_p$  y se aproxima a un valor límite.

Si se realiza un ensayo similar sobre una muestra de arena densa o una arcilla altamente preconsolidada, la curva es fuerza-deformación que corresponde a un aumento de presión - axial  $\Delta_p$  tiene la forma indicada en la figura 2.2d. La curva que representa el cambio de volumen (fig. 2.2e) es notablemen

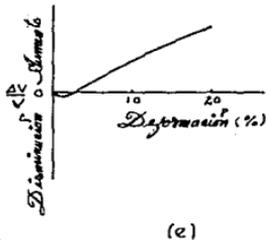
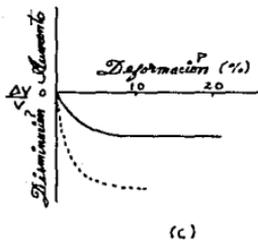
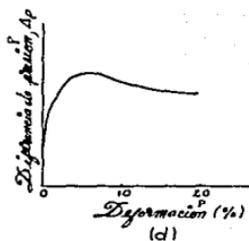
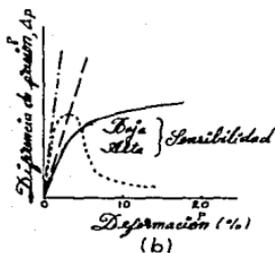
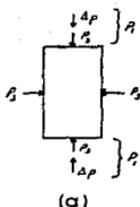


Figura 2.2 Comportamiento de una probeta triaxial saturada cuando se incrementa la presión vertical  $\Delta P$  (a) Espesores principales que actúan sobre la probeta; (b) y (c) Diferencia de presión y cambio de volumen en función de la deformación específica para arena suelta y arcilla normalmente consolidada; (d) y (e) Diferencia de presión y cambio de volumen en función de la deformación específica para arena densa y arcilla altamente preconsolidada.

te diferente de aquella que corresponde a una arena suelta o a una arcilla normalmente consolidada (fig. 2.2c). El volumen decrece durante los primeros incrementos de carga, pero, con el incremento de la deformación, la muestra aumenta de volumen y, para deformaciones grandes, éste es mayor que el volumen inicial a pesar de que la muestra se ha acortado en la dirección vertical. La tendencia del volumen al aumentar bajo un incremento de la presión axial, se conoce como Dilatación.

Resulta evidente que existe un valor particular intermedio de la densidad relativa de una arena, situado entre los estados denso y suelto, para la cual la arena va a experimentar, en condiciones drenadas, un pequeño cambio de volumen.

La razón que explica la diferencia en las características del cambio de volumen de los materiales puede visualizarse fácilmente tratándose de arenas. Si una arena está en estado suelto, una distorsión tiende a provocar el deslizamiento relativo de sus granos para adoptar una posición más apretada. Por el contrario, si los granos de arena están ya inicialmente en una disposición muy apretada, no se produce la distorsión de la muestra sin un incremento de la distancia entre los centros de sus partículas, a menos que los granos individualmente se rompan.

La inclinación de la tangente (esfuerzo-deformación) en el punto de origen de las curvas b y d de la figura 2.2 se denomina Módulo Tangente Inicial  $E_i$  de la probeta. Para pequeñas diferencias de presión,  $\Delta p$ , la relación esfuerzo-deformación de los suelos se aproxima bastante a la de un material perfectamente elástico y homogéneo con módulo de elasticidad  $E$ , aunque su valor, para todos los suelos, aumenta con la

presión de consolidación  $p_c$  de acuerdo con la relación:

$$E_i = C \cdot \bar{p}_c \quad (2.1)$$

La siguiente figura muestra esta relación para arenas, -- donde se puede ver que, para las arenas sueltas, el coeficiente  $C$  es independiente de  $p_c$  y aproximadamente igual a -- 100, ya que, para las arenas densas, dicho coeficiente es al -- to para valores de  $p_c$  bajos y decrece con el aumento de  $p_c$ .

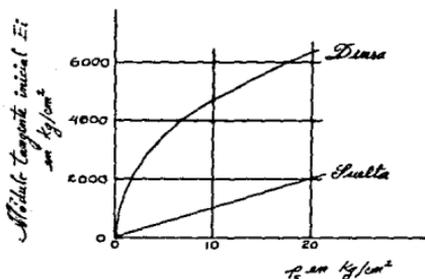


Figura 2.3

Ensayos consolidados no drenados con aumento de la presión axial.

Un ensayo en el cual, después que la muestra ha sido inicialmente llevada a equilibrio hidrostático bajo la presión de confinamiento  $p_3$ , no se permite la disipación de presión de poros, se conoce como un ensayo consolidado no drenado. -- Los resultados obtenidos de este tipo de ensayo sobre una -- muestra inicialmente saturada de arena suelta, se muestran -- en la fig. 2.4b a d (curvas llenas). Las curvas punteadas se refieren a arcillas de alta sensibilidad. Después de permiti-- tir el drenaje para que la muestra llegue al equilibrio bajo la presión de confinamiento  $p_3$ , se cierran las conexiones de

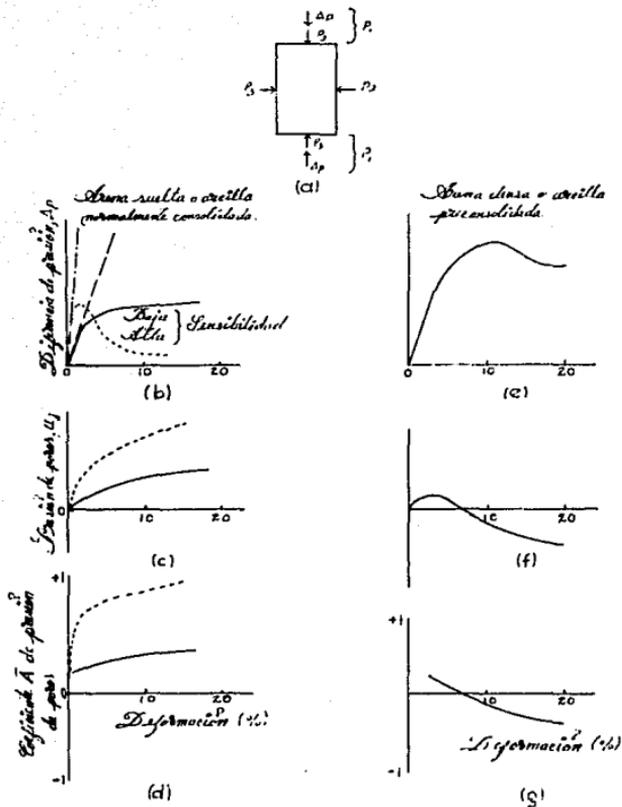


Figura 3.4 Comportamiento de una probeta binaria saturada sometida a un ensayo consolidado no drenado o drenado que se incrementa la deformación  $\Delta p$  de presión vertical. (a) Espesores principales; (b), (c) y (d) Diagramas de presión, presión de poros y coeficiente de presión de poros  $A$  como funciones de la deformación específica; (e), (f) y (g) Diferencia de presión, presión de poros y coeficiente de presión de poros  $A$  como funciones de la deformación específica.

drenaje. Si aumentamos la presión axial  $p_1 = \Delta_p + p_3$  en forma continua o por incrementos, se obtiene la relación entre la diferencia esfuerzo  $\Delta_p$  y la deformación específica que muestra la fig. 2.4b .

A medida que la deformación específica aumenta, la presión de poros  $u_d$ , asociada con la diferencia de presión  $\Delta_p$ , aumenta (fig. 2.4c). La relación entre la presión de poros  $u_d$  producida por la diferencia de presión, y la diferencia de presión misma se conoce como el coeficiente de presión de poros  $\bar{A}$  (Skempton, 1954):

$$\bar{A} = \frac{u_d}{\Delta_p} \quad (2.2)$$

En la mayoría de las arenas sueltas y de las arcillas normalmente consolidadas no sensitivas, para bajas deformaciones específicas, el valor de  $\bar{A}$  es menor que uno, pero aumenta con éstas hasta alcanzar aproximadamente la unidad, para mantenerse, para deformaciones crecientes, en este valor a través de la mayor parte del ensayo. En cambio, en arenas extremadamente sueltas y en arcillas extrasensitivas, la aplicación de la diferencia de la presión axial puede tender a causar el derrumbe de la estructura metaestable del material. Se obtienen en este caso las líneas punteadas de las figs. 2.4b a d y el valor de  $\bar{A}$  puede exceder la unidad.

Cuando se realizan ensayos triaxiales consolidados no drenados sobre una arena densa o una arcilla altamente preconsolidada, los resultados obtenidos se muestran en las figs. 2.4e a g. La primera muestra la relación entre la diferencia de presión axial  $\Delta_p$  y la deformación específica. En cuanto a la presión de poros, para pequeñas deformaciones específicas, suele aumentar positivamente, pero, para deformaciones mayores, tiende a disminuir y tornarse negativa con respecto a -

la presión atmosférica (fig. 2.4f). La disminución de la presión de poros va asociada a la dilatación del suelo. Sin embargo, como no se puede producir un cambio de volumen porque el drenaje está impedido, la tendencia a la absorción desarrolla una deficiencia de presión en el agua contenida en los poros.

El coeficiente  $\bar{A}$  correspondiente a esta situación tiene valor positivo para bajas deformaciones específicas, pero disminuye con el aumento de la deformación y se puede tornar negativa (fig. 2.4g). En este caso, el comportamiento de materiales densos o preconsolidados difiere radicalmente del que corresponde a los materiales sueltos o normalmente consolidados.

La inclinación de la tangente al origen de la curva llena o de la curva punteada de la fig. 2.4b representa el módulo tangente inicial  $E_{iu}$  para el suelo en estado consolidado no drenado. Durante un ensayo consolidado no drenado de una muestra de arena suelta o de una arcilla normalmente consolidada, la presión de poros permanece positiva durante todo el ensayo.

En la fig. 2.3, la curva  $E_{iu}$  para arena suelta estaría situada por debajo de la línea  $E_i$  de ésta, mientras que, para arena densa, se situaría por encima de la línea  $E_i$  correspondiente.

### II.1.3 Relaciones Esfuerzo-Deformación bajo condiciones de presiones variables.

En la práctica de la ingeniería, la carga que actúa sobre los suelos situados debajo de la mayoría de las estructuras, varía periódicamente entre un valor inferior y un superior, como lo son aquellos correspondientes al peso propio más la

sobrecarga. Tanto la experiencia como los ensayos de laboratorio han mostrado que la reducción y subsecuente reaplicación de la presión de un suelo de cualquier tipo va asociado con un aumento de deformación específica como lo indica la - fig. 2.5 para una probeta confinada de arena relativamente densa. No obstante, la magnitud del aumento disminuye al incrementarse el número de ciclos de presión. Por ello, al calcular en asentamiento final de las estructuras que soportan cargas muy variables, como los elevadores de granos o las vi as gruas, las consecuencias acarrear las variaciones de carga deben ser consideradas especialmente.

## II.2 Asentamiento de Cimentaciones .

### II.2.1 Cimentaciones sobre Suelos no Estratificados.

Cuando el subsuelo de una cimentación es homogéneo, el peso de un edificio produce no solo una compresión del mismo - sino que se origina además una deformación lateral. Por ello una parte del asentamiento puede considerarse como un acorta miento vertical del estrato cargado debido a una disminución de su volumen, y la otra como un acortamiento adicional originado por una deformación o cedencia lateral.

Cuando el subsuelo es perfectamente elástico y homogéneo hasta una gran profundidad, el asentamiento debido a la deformación lateral sería considerablemente mayor que el producido por la disminución de volumen. Para una intensidad dada de la carga, el asentamiento de superficies de la misma forma geométrica aumentaría en simple proporción con el ancho - de las mismas.

Tratándose de asentamientos producidos por deformación de suelos debe hacerse una distinción entre las cargas que descansan sobre arcillas y aquellas que lo hacen sobre arenas.

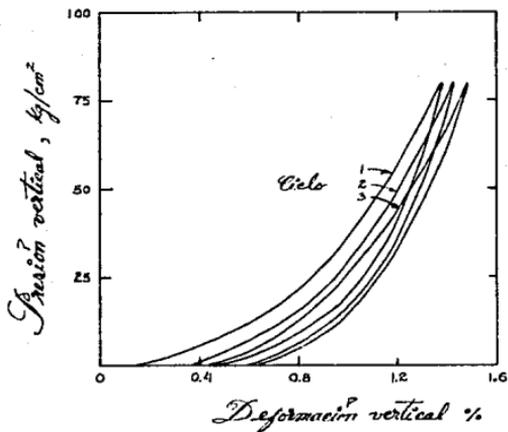


Figura 2.5 Relación entre presión y deformación verticales para una gruesa uniforme moderadamente densa sometida a una carga vertical repetida (Henderson).

En las primeras, el asentamiento debido a la deformación lateral es muy pequeño comparado con el asentamiento total. Si por el contrario, la cimentación descansa sobre estratos de limo inorgánico o de arena, la segunda parte del asentamiento suele ser mayor que la primera.

Para poder determinar la influencia que ejerce el tamaño del área cargada y el nivel de aguas freáticas (NAF) sobre el asentamiento de bases cimentadas en arenas sin cohesión, se deben considerar los factores que determinan en el material la relación entre esfuerzos y deformaciones mencionadas anteriormente.

El asentamiento de una base de ancho  $B$  disminuye con el aumento del valor medio del módulo tangente inicial  $E_1$  de la arena situada entre la base y una profundidad aproximadamente igual a  $B$  debajo de la misma. Por su parte el módulo tangente inicial de una arena aumenta, según la fig. 2.3, con el incremento de la presión efectiva de confinamiento.

A una profundidad dada, por debajo de la superficie de la arena, la presión de confinamiento es aproximadamente proporcional a la presión efectiva originada por la cubierta. Si el NAF sube de una profundidad mayor que  $B$ , debajo de la cota de cimentación, hasta alcanzar la superficie de la arena, la presión de confinamiento disminuye aproximadamente en un 50 %. El asentamiento, por lo tanto, en términos generales se duplica.

Para una presión dada, transmitida a la cota de cimentación, la profundidad de la masa de arena sujeta a compresión y deformación aumenta a medida que lo hace el ancho de la zapata. Por otro lado, la capacidad de carga de la zapata y el valor medio del módulo tangente inicial de la arena también aumenta. Como consecuencia de estos factores contrapuestos,

el asentamiento varía con el ancho de la zapata en la forma aproximada en que lo indica la curva de la fig. 2.6 .

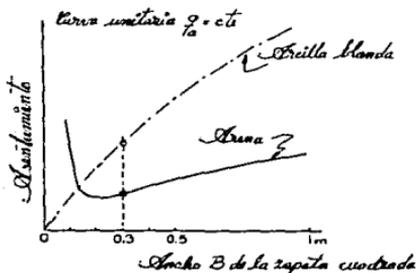


Figura 2.6

En la práctica, la magnitud del asentamiento de zapatas cimentadas en arena no puede ser prevista en función de los resultados de ensayos de laboratorio sobre muestras de suelo. Puede, sin embargo, ser estimada por medio de reglas semiempíricas basadas, en parte, en las relaciones generales descritas más arriba y, en parte, en las relaciones que se ha observado existen entre los asentamientos y los resultados obtenidos de simples ensayos efectuados en el terreno, tales como los ensayos de penetración.

## II.3 Cimentaciones sobre Zapatas .

### II.3.1 Antecedentes .

En el proyecto de una cimentación sobre zapatas, lo más importante es el determinar la máxima presión que puede aplicársele al suelo situado debajo de las zapatas sin que se produzca la rotura del suelo o un asentamiento excesivo. Antes del conocimiento de la Mecánica de Suelos, la determinación de esta presión se basaba en la experiencia y en un conocimiento inadecuado de las propiedades y del comportamiento

to de los suelos.

Debido a esto los edificios y estructuras construidos se derrumbaban o en algunos casos quedaban distorsionados.

Ante este tipo de problemas y la necesidad de disponer de un procedimiento más seguro, aplicable a todas las condiciones del subsuelo, se desarrolló en varios países (durante --- 1870), el concepto de " Presión Admisible " que se basó en el hecho evidente de que, bajo condiciones bastante similares de suelo, las zapatas que transmiten presiones de alta intensidad al subsuelo sufren asentamientos mayores que aquellas que transmiten presiones de baja intensidad. Con esta idea se tomó como presión admisible del suelo o capacidad de carga admisible a aquella presión máxima para la cual no se ha producido daño estructural alguno.

Debido a que las cimentaciones no se comportaban satisfactoriamente según la presión admisible seleccionada de tablas para este tipo de suelo (tablas elaboradas empíricamente), se hizo necesario verificar la presión admisible del suelo en base a los resultados de ensayos de carga.

Un ensayo de carga se ejecuta aumentando la carga sobre una placa, por pequeños incrementos, y midiendo los asentamientos resultantes. La placa descansa en el fondo de una excavación al nivel de la cota de cimentación. Según sea la preferencia la placa se rodea de un cajón y se rellena el pozo hasta la altura a que la zapata quedara enterrada (fig. 2.7a) o, en caso contrario, el pozo se hace lo suficientemente grande como para que la placa descansa en medio de una área plana. Los resultados de ensayo se representan por curvas presión-asentamiento (fig. 2.7b).

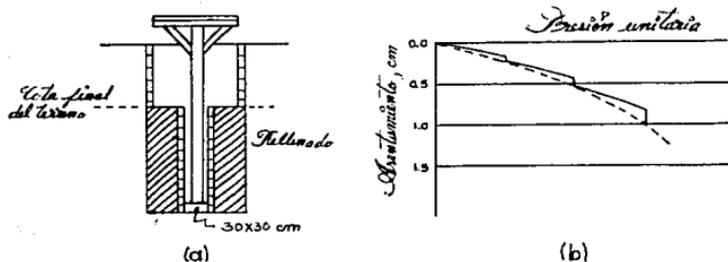


Figura 2.7 (a) Dispositivo de ensayo para determinar la relación entre la presión unitaria y el asentamiento de una placa de ensayo, con el fin de elegir la presión admisible del suelo; (b) uno de los gráficos comúnmente utilizados para representar los resultados del ensayo de carga.

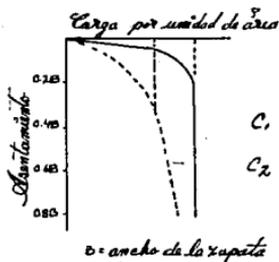


Figura 2.8 Relación entre intensidad de la carga y asentamiento de una zapata sobre suelo denso o compactado ( $C_1$ ) y sobre suelo suelto o blando ( $C_2$ ).

### II.3.2 Métodos utilizados para realizar ensayos de carga.

1er. Método.- Consiste en cargar una placa cuadrada o circular de una dimensión cualquiera. La carga admisible  $q_a$  por unidad de área se considera igual a una fracción, - usualmente un medio de la presión promedio sobre la placa en el momento de producirse la rotura. Este método - se objeta por varias razones: en primer lugar, si la -- curva carga-asentamiento se asemeja a  $C_2$  (fig. 2.8), no existe ninguna carga definida de rotura; en segundo lugar, el tamaño del área cargada, puede ejercer una gran influencia sobre la capacidad unitaria de carga. Por -- ello podemos obtener valores distintos de  $q_a$  para un -- mismo suelo.

2do. Método.- Consiste en cargar una placa que cubre una --- área de 30x30 cm. La presión admisible  $q_a$  se define arbitrariamente, como la mitad de aquella carga unitaria que produce un hundimiento de la placa igual a media -- pulgada. Este método resulta preferible al anterior, -- puesto que se obtiene el mismo valor para  $q_a$  en distintos ensayos, para un mismo suelo.

A pesar de la ejecución y aplicación cuidadosa de ensayos de carga, se han producido varias fallas completas de las cimentaciones de estructuras. Por ello, para reducir el riesgo de un proyecto defectuoso, la presión admisible del suelo de be elegirse no solo en función de los ensayos de carga o sus equivalentes, sino también en función de las características del perfil del subsuelo y de las de la cimentación misma.

El procedimiento a seguir debe ser adaptado a las condi- ciones del subsuelo que revelan excavaciones exploratorias,

y en particular, dicho procedimiento depende de la Profundidad Activa. Esta se refiere a la profundidad a la cual la carga sobre la zapata altera el estado de presión en el suelo en una cantidad suficiente como para producir una contribución perceptible en su asentamiento.

La profundidad activa depende no solo del tamaño de la zapata y de la carga que soporta, sino también, en alto grado, del perfil del subsuelo y de las propiedades físicas de los suelos que constituyen cada uno de sus estratos. Si el módulo tangente inicial del suelo aumenta con la profundidad, a contar de la cota de cimentación, la profundidad activa no excede el ancho B de la zapata; pero si por el contrario el suelo se hace más blando con la profundidad, la profundidad activa puede resultar igual a varias veces el ancho.

En lo siguiente se tratará lo referente al tipo de condición del subsuelo, que en este caso es una arena o arena y grava.

La tabla 1 nos muestra las presiones admisibles del suelo en el caso de arenas que prevalecían antes de 1930 y aún se siguen utilizando. Estas presiones, hoy en día son inadecuadas, ya que es necesario que la presión admisible del suelo se relacione con aquellas propiedades y condiciones que tienen una gran influencia significativa sobre el comportamiento de la arena bajo carga. Estas propiedades y condiciones son la densidad relativa y la posición del NAF con respecto a la cota de cimentación de las zapatas.

La densidad relativa tiene influencia decisiva sobre el ángulo de fricción  $\phi$  y sobre la forma de la curva carga-asentamiento. Esta densidad debe estimarse con ensayos normales de penetración, utilizando la tabla 2.

	$q_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )
1 arena suelta .....	0.5
8 arena medianamente compacta.....	2.0
11 arena fina, firme y seca.....	2.5-3
17 arena gruesa muy compacta.....	3-6
24 grava y arena gruesa en mantos de gran espesor.....	5-8

T a b l a 1

No. de golpes N	Densidad relativa
0-4 .....	muy suelta
4-10 .....	suelta
10-30 .....	medianamente compacta
30-50 .....	compacta
50 .....	muy compacta

T a b l a 2

La posición que el NAP ocupa con respecto al plano de cimentación tiene influencia, tanto en la capacidad de carga a rotura de la arena como en el asentamiento.

De acuerdo con las consideraciones teóricas y de las características esfuerzo-deformación de la arena, el asentamiento de zapatas cuadradas, que ejercen igual presión unitaria sobre una arena homogénea, aumenta con el ancho de la zapata en la forma que muestra la figura 2.6(curva llena).

Para el proyecto de zapatas de estructuras de edificios - de oficinas, casas de departamentos o fábricas, puede tomarse como presión admisible aquella que produzca en la zapata más grande un asentamiento de 2.5 cm.

Método aproximado para elegir la Presión Admisible en arena.  
- Presión Admisible en arena seca y en arena húmeda.

El asentamiento de una zapata apoyada en arena seca o en

arena húmeda depende principalmente de la densidad relativa de la arena y del ancho de la zapata. La determinación directa de la densidad relativa de arenas es difícil y lenta. En la práctica, la densidad relativa se estima utilizando medios indirectos, como los ensayos de penetración y los ensayos de carga.

Para determinar la presión admisible en función de los resultados de ensayos normales de penetración se estima primeramente, en forma aproximada, el ancho B de la zapata más grande. Entre la cota de cimentación y la profundidad B, a contar de la misma, debe realizarse un ensayo de penetración a cada 75 cm de profundidad. El término medio de los N (No. de golpes) de esta zona indica la densidad relativa de la arena situada dentro de la profundidad activa. Si los ensayos realizados en distintas excavaciones proporcionan diferentes valores de N, para determinar la presión admisible debe utilizarse el menor de los términos medios.

Determinado el valor de N, la presión admisible se obtiene por medio de la gráfica de la fig. 2.9, en la cual las curvas representan la relación entre el ancho B de la zapata y la presión del suelo que produce un asentamiento de la misma igual a 2.5 cm, siempre y cuando la zapata descansa sobre una arena para la cual N tenga el valor indicado en la curva que se utiliza.

#### - Presión Admisible en arena saturada.

Si una zapata descansa en arena saturada muy suelta, un choque de cualquier naturaleza puede producir una licuación espontánea, y con ello el hundimiento de la zapata. El cambio rápido del nivel del NAF ha causado ocasionalmente un gran hundimiento en arena suelta. Por ello, si una arena es muy suelta ( $N \leq 5$ ), las cimentaciones deben cimentarse sobre -

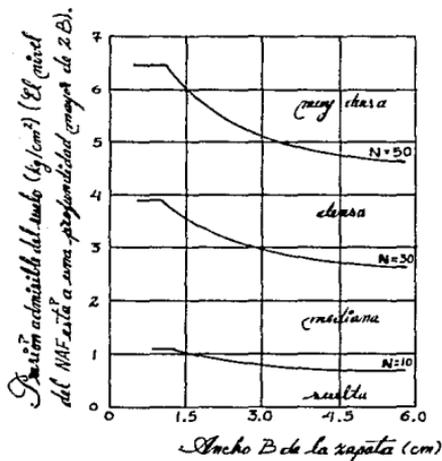
pilotes, o en caso contrario, la arena debe ser compactada.

Cuando  $N \geq 5$ , para una arena en su estado natural, o si la arena ha sido compactada, la presión admisible  $q_a$  sobre la misma debe elegirse en forma de que el asentamiento no exceda 2.5 cm. Cuando para esto se utilice la fig. 2.9, debe considerarse el efecto que la supresión, o sea la saturación -- del suelo, ejerce sobre el asentamiento. La determinación de la presión que causará un asentamiento de la zapata igual a 2.5 cm, utilizando la fig. 2.9, se lleva de la siguiente manera: si la relación de la profundidad  $D_f/B$  de las zapatas -- es pequeña, los valores obtenidos de la figura deben reducirse a la mitad. Si al contrario, la relación es cercana a la unidad, se pueden tolerar  $2/3$  de dichos valores, pues el --- efecto que el peso del suelo de cubierta ejerce sobre el --- asentamiento compensa en parte el aumento debido a la saturación.

La determinación de la presión admisible en arena por medio de la fig. 2.9 nos proporciona valores que están relacionados con las propiedades y condiciones significativas del suelo y no con aquellos sin importancia. Esto permite que el proyectista adapte en forma aproximada, las presiones sobre el suelo al asentamiento diferencial que la estructura tolere, además que se puede ir mejorando a medida que el conocimiento y la experiencia aumentan.

Debido a que la presión admisible en arenas por medio de ensayos de carga es muy cara, laboriosa, cuidadosa y requiere gran número de ensayos debe considerarse solo en obras -- muy importantes, donde el costo de los ensayos es pequeña en comparación del costo total de la obra.

Las reglas superadas para la determinación de estos valores satisfacen la condición de que el asentamiento máximo no excederá 2.5 cm y el diferencial 2 cm.



*Figura 2.9 Gráfico para determinar la presión admisible del suelo para zapatas en arena, en función de los resultados de ensayos normales de penetración.*

### III.- PRUEBAS TRIAXIALES DE DEFORMACION ( PTD ).

Con el objeto de estudiar la deformabilidad de un suelo granular en función del confinamiento, así como permitir la cedencia lateral del suelo, el Dr. Leonard Zeevaert ( 1973 ) utiliza el concepto de módulo de deformación, definido como el cociente de la deformación unitaria vertical  $\epsilon$  entre el esfuerzo que la produce  $\sigma_z$ , para un cierto valor de presión de confinamiento  $p_c$ .

#### III.1.- Módulo de Deformación.

La determinación de esta propiedad mecánica se lleva a cabo en el laboratorio en muestras representativas de los materiales del subsuelo. Las muestras deben ser inalteradas en suelos cohesivos. Cuando el material es no cohesivo, la determinación de esta propiedad mecánica es más complicada, dado que será necesario el estudio de varios estados de compactación, y estimar de estos resultados el módulo de deformación el cual corresponde al estado de compactación y al estado de esfuerzos en el cual el suelo es encontrado. Las muestras sufren disturbios, los cuales deben ser tomados en cuenta en la interpretación de los resultados de la prueba. La extracción de muestras cúbicas inalteradas se dificulta cuando el material a estudiarse se encuentra a gran profundidad y debajo del nivel de aguas freáticas (NAF).

La investigación de las propiedades de esfuerzo-deformación de los materiales del suelo se pueden generalizar aceptando que los materiales tienen diferentes propiedades mecánicas solo en dos direcciones, es decir, en la dirección normal a los planos de estratificación y paralelos a ellos. Bajo estas condiciones, llamamos  $M_z$  = módulo de deformación li-

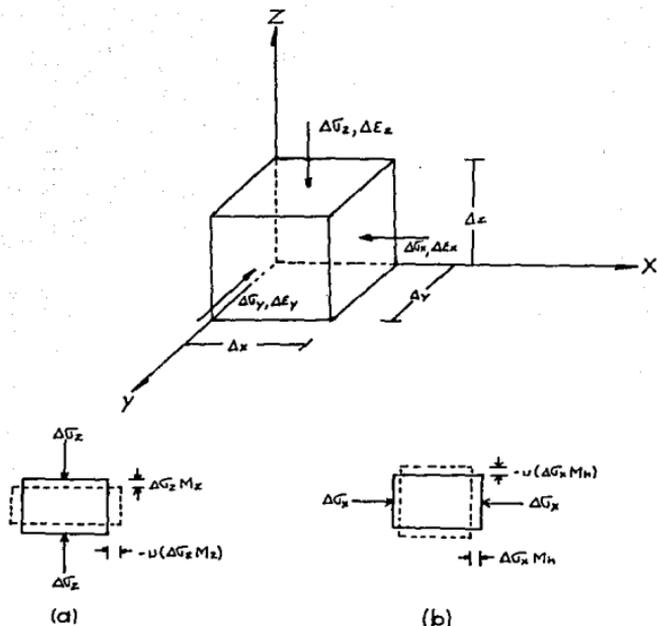


Figura 3.1 Estado de esfuerzos y deformaciones en un punto.

neal en la dirección vertical; y  $M_h$  = módulo de deformación lineal en la dirección horizontal. La fig. 3.1 presenta a un elemento del subsuelo al cual se le aplica un incremento de esfuerzo  $\Delta\sigma_z$ , de aquí que el incremento de deformación será  $M_z \Delta\sigma_z$ , y en los planos perpendiculares  $XZ$  y  $YZ$  la deformación es :

$$-v \Delta\sigma_z M_z$$

donde  $\nu$  es el módulo de Poisson, y será considerado como un valor fijo válido para las direcciones horizontal y vertical respectivamente. El esfuerzo  $\Delta\sigma_x$  produce un incremento de deformación  $M_h \Delta\sigma_x$  en la dirección  $X$  y  $-\nu M_h \Delta\sigma_x$  en la dirección perpendicular. De la misma manera encontramos expresiones cuando los esfuerzos se incrementan en la dirección de  $\sigma_y$ .

Podemos concluir que cuando los esfuerzos se incrementan en las tres direcciones, el incremento de deformación correspondiente en una sola dirección se expresa como :

$$\Delta\epsilon_z = M_z \Delta\sigma_z - \nu M_h \Delta\sigma_y - \nu M_h \Delta\sigma_x \quad (3.1)$$

y las direcciones  $X$  y  $Y$  :

$$\Delta\epsilon_y = M_h \Delta\sigma_y - \nu M_h \Delta\sigma_x - \nu M_z \Delta\sigma_z \quad (3.2)$$

$$\Delta\epsilon_x = M_h \Delta\sigma_x - \nu M_h \Delta\sigma_y - \nu M_z \Delta\sigma_z \quad (3.3)$$

Simplificando y arreglando términos, podemos escribir para las tres direcciones perpendiculares lo siguiente :

$$\Delta\epsilon_z = \left[ 1 - \nu \frac{M_h}{M_z} \cdot \frac{\Delta\sigma_z + \Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_z} \right] M_z \cdot \Delta\sigma_z \quad (3.4)$$

$$\Delta\epsilon_y = \left[ 1 - \nu \left( \frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_y} + \frac{M_z}{M_h} \cdot \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_y} \right) \right] M_h \cdot \Delta\sigma_y \quad (3.5)$$

$$\Delta\epsilon_x = \left[ 1 - \nu \left( \frac{\Delta\sigma_y}{\Delta\sigma_x} + \frac{M_z}{M_h} \cdot \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_x} \right) \right] M_h \cdot \Delta\sigma_x \quad (3.6)$$

De estas expresiones, distintos casos de deformación en un punto pueden ser analizados.

1er. Caso.- Cuando el material es sometido a un incremento de esfuerzos  $\Delta\sigma_z, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_x$  y las condiciones de deformación no se restringen, es decir, la deformación toma lugar libremente. Entonces las ecs 3.4, 3.5 y 3.6 representan el incremento de deformación, estando --

estas en función del incremento de esfuerzos aplicado y de las propiedades mecánicas del material.

2do. Caso.- Cuando la deformación unitaria es cero en una dirección horizontal, es decir,  $\Delta \epsilon_y = 0$  y  $\Delta \epsilon_x \neq 0$ , entonces esta condición se obtiene de la ec 3.6 :

$$1 = \nu \left( \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_y} + \frac{M_z}{M_h} \cdot \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_y} \right) \quad (3.7)$$

de la cual la relación de incremento de esfuerzos -- queda como :

$$\frac{\Delta \sigma_y}{\Delta \sigma_x} = \nu \left( \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_z} + \frac{M_z}{M_h} \right) \quad (3.8)$$

y

$$\frac{\Delta \sigma_y}{\Delta \sigma_x} = \nu \left( 1 + \frac{M_z}{M_h} \cdot \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_x} \right) \quad (3.9)$$

sustituyendo en las ecs 3.4 y 3.6 y arreglando términos, las expresiones para deformación plana quedan :

$$\Delta \epsilon_z = (1 + \nu) \left[ 1 - \nu \left( 1 + \frac{M_h}{M_z} \cdot \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_z} \right) \right] M_z \cdot \Delta \sigma_z \quad (3.10)$$

$$\Delta \epsilon_x = (1 + \nu) \left[ 1 - \nu \left( 1 + \frac{M_z}{M_h} \cdot \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_x} \right) \right] M_h \cdot \Delta \sigma_x \quad (3.11)$$

3er. Caso.- El material se confina para la deformación lateral cero en ambas direcciones horizontales, es decir,  $\Delta \epsilon_x = \Delta \epsilon_y = 0$ . Usando las ecs 3.5 y 3.6, la relación de incremento de esfuerzos será :

$$\frac{\Delta \sigma_y}{\Delta \sigma_z} = \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot \frac{M_z}{M_h} \quad , \quad \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \sigma_z} = \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot \frac{M_z}{M_h} \quad (3.12)$$

sustituyendo su valor en la ec 3.4, la ec queda :

$$\Delta \epsilon_z = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \cdot M_z \cdot \Delta \sigma_z \quad (3.13)$$

De la ec 3.13 se observa que la deformación unitaria vertical no depende de la relación  $M_H/M_Z$ ; sin embargo, es una función de la relación de Poisson. Estas condiciones representan en la naturaleza a un depósito de suelo o sedimentos cargados infinitamente en su superficie. Esta condición además representa el caso en la naturaleza de un depósito de suelo muy compresible en la dirección vertical pero altamente estratificado en la dirección horizontal. Cuando son estratos horizontales constituidos de materiales muy rígidos que no permiten desplazamientos horizontales, en las cuales  $M_H/M_Z = 0$  se puede aplicar la ec 3.13.

Para ilustrar numericamente estos casos de anisotropía, consideramos un valor de  $\nu = 0.25$  y una relación del módulo de deformación  $M_H/M_Z = 1/3$ . Además que la relación de incremento de esfuerzos en dirección horizontal y vertical es  $\Delta \sigma_x / \Delta \sigma_z = \Delta \sigma_y / \Delta \sigma_z = 1/2$ . Bajo estas circunstancias se establece el primer caso :

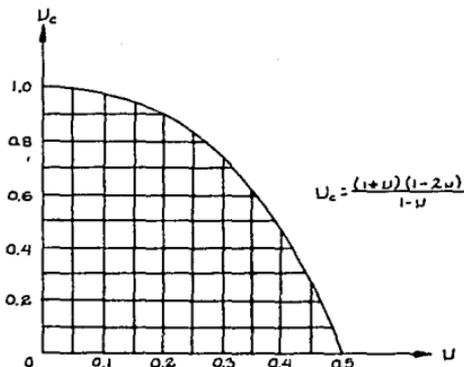
$$\Delta \epsilon_z = 0.2 M_z \cdot \Delta \sigma_z$$

En caso que el material se confine a una deformación horizontal cero, y usando los mismos valores :

$$\Delta \epsilon_z \doteq 0.835 M_z \cdot \Delta \sigma_z$$

por consiguiente se concluye que dependiendo del tipo de confinamiento, la deformación puede ser diferente para el mismo valor del módulo de deformación lineal  $M_z$ . La fig. 3.2 muestra el valor de :

$$\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} = \mu_c \quad (3.14)$$



*Figura 3.2 Relación teórica del coeficiente unitario de compresibilidad volumétrica con el módulo de deformación lineal.*

de la cual se nota que en caso de confinamiento total y  $U=0.5$  la deformación es cero, es decir, el material no puede deformarse en la dirección vertical cuando los desplazamientos laterales están totalmente restringidos. Para aclarar esta situación estudiemos la compresión volumétrica de un sedimento:

$$\Delta \epsilon_v = \frac{\Delta V_v}{V} \quad (3.15)$$

donde  $V_v$  es el cambio de volumen en los vacíos de un material sujeto a cierto incremento de esfuerzos, y  $V$  es el volumen total. Cuando el cambio en esfuerzos  $\Delta \sigma_z$ ,  $\Delta \sigma_y$ ,  $\Delta \sigma_x$  toma lugar, el material sufre una deformación volumétrica:

$$\Delta \varepsilon_v = \Delta \varepsilon_z + \Delta \varepsilon_y + \Delta \varepsilon_x \quad (3.16)$$

Por lo tanto la deformación volumétrica es igual a la suma de las deformaciones lineales en las 3 direcciones perpendiculares. Si los valores de los incrementos de las deformaciones dados por las ecs 3.4, 3.6 y 3.7 que expresan los incrementos de deformación en las 3 direcciones se sustituyen en la ec 3.16, se establece la expresión para la deformación volumétrica :

$$\Delta \varepsilon_v = (1-2\nu) \left[ 1 + \frac{Mh}{M_z} \cdot \frac{(\Delta \sigma_y + \Delta \sigma_x)}{\Delta \sigma_z} \right] M_z \Delta \sigma_z \quad (3.17)$$

de la cual se observa que para un material incompresible --- cuando  $\Delta \varepsilon_x = 0$  la relación de Poisson toma el valor de  $\nu = 0.5$ .

Las deformaciones volumétricas unitarias y lineales se pueden comparar para el caso de un material totalmente confinado.

Los esfuerzos necesarios para el confinamiento están dados por la ec 3.12, por lo tanto sustituyendo sus valores en la deformación volumétrica :

$$\Delta \varepsilon_v = \left[ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \right] M_z \Delta \sigma_z \quad (3.18)$$

Esta ecuación es idéntica a la ec 3.13 por lo que podemos concluir que para condiciones de confinamiento cero la deformación lateral  $\Delta \varepsilon_v = \Delta \varepsilon_z$ . Además, el coeficiente unitario de compresibilidad volumétrica definido por Terzaghi en la teoría de consolidación se define como :

$$m_v = \frac{\Delta \varepsilon_v}{\Delta \sigma_z}$$

Usando la anterior ec, se obtiene la siguiente relación entre el coeficiente unitario de compresibilidad volumétrica y

Compresibilidad $m_v$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )		$\nu$	Sedimentos
<i>muy alta</i>	<i>mayor que 0.1</i>	0.43 a 0.35	Arcillas y limos sueltos
<i>alta</i>	0.1-0.02	0.35 a 0.30	Arcillas y limos, arena limosa suelta. Suelos residuales y pólvora volcánica.
<i>media</i>	0.02-0.005	0.30 a 0.25	Arcillas y limos compactos, arcillas finas, suelos residuales y sedimentos de volcanes y otros.
<i>baja</i>	0.005-0.002	0.25	arenas, limos compactos, suelos arcillosos. Sedimentos compactos y bien graduados.
<i>muy baja</i>	<i>menor que 0.002</i>	0.25	arenas, suelos gruesos. Sedimentos compactos arcillosos, cementados y bien graduados.

Tabla 1

el módulo de deformación lineal :

$$\frac{m_v}{M_z} = \nu_c \quad (3.19)$$

En la fig. 3.2, puede verse que para valores de la relación de Poisson de 0.42 correspondiente a un depósito confinado de arcilla, se tiene aproximadamente que la relación  $m_v/\sqrt{E_z} = 0.39$ .

La tabla 1 nos muestra valores que se pueden tener para el coeficiente unitario de compresibilidad volumétrica y para la relación de Poisson, para diferentes sedimentos.

### III.2 Prueba Triaxial de Deformación (PTD).

La PTD es una prueba muy importante para el conocimiento pleno del módulo de deformación  $E_z$  definido como el cociente de  $\epsilon$  entre  $\bar{\sigma}_z$ , correspondiente a la presión  $p_c$ . Para la realización de esta prueba, se estima primeramente mediante alguna prueba de campo la compacidad del depósito de suelo granular. Posteriormente se obtiene la ley de resistencia del suelo en el laboratorio mediante la prueba multitriaxial, -- utilizando para ésta la misma compacidad que se estimó en el campo.

A continuación se forma una probeta de suelo, con la misma compacidad estimada de campo y se somete finalmente a la prueba triaxial de deformación (PTD), la cual es una prueba drenada, que se lleva a cabo de la siguiente manera (fig. 3.3) la probeta de suelo se coloca en el aparato triaxial con una relación de vacíos inicial  $e_0$ , posteriormente se le aplica una presión inicial de confinamiento  $p_{c1}$  y se permite que la probeta se estabilice bajo este esfuerzo volumétrico y nueva relación de vacíos  $e_1$ ; después, manteniendo aplicada  $p_{c1}$  se aplica un esfuerzo desviador (axial)  $\bar{\sigma}_{z1}$  hasta la mitad del esfuerzo desviador de falla (estimado éste a partir de la ley de resistencia). Se determina la ley esfuerzo-deformación para la carga  $\bar{\sigma}_{z1}$  y luego se remueve  $\bar{\sigma}_{z1}$  determinando la ley esfuerzo-deformación para la descarga (fig. 3.4). Con este -- procedimiento se conoce, para la presión de confinamiento --  $p_{c1}$ , la deformación total elastoplástica  $\epsilon_1$ , la deformación elástica  $\epsilon_{e1}$  y la deformación plástica  $\epsilon_{pl}$  ( $\epsilon_1 = \epsilon_{e1} + \epsilon_{pl}$ ), ocasionadas por el incremento  $\bar{\sigma}_{z1}$ . Dándonos también el módulo secante de deformación  $M_{z1}$  o sea la relación entre  $\epsilon_1$  y  $\bar{\sigma}_{z1}$ . Todo esto correspondiente a la presión de confinamiento  $p_{c1}$ .

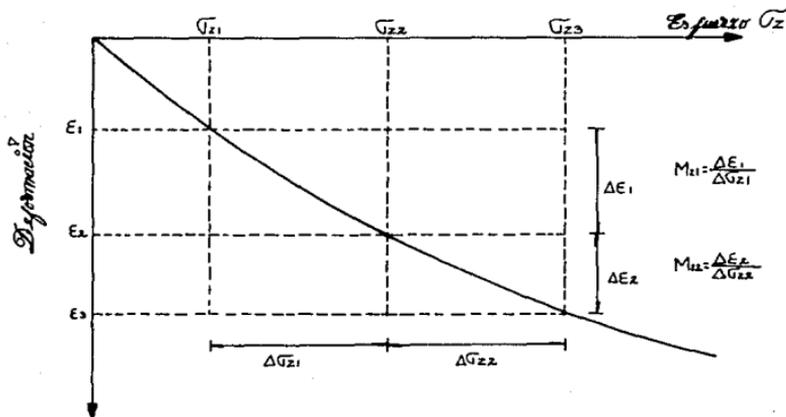


Figura 3.3 Resultados de una prueba triaxial de deformación PTD.

y a la relación de vacíos  $e_1$ . Luego se pasa a la segunda etapa de la prueba, dando un incremento de presión de confinamiento  $p_{c2}$ ; con lo que la probeta queda sujeta a una presión de confinamiento  $p_{c2} = p_{c1} + p_{c1}$ . Después de que la probeta se estabiliza bajo esta nueva presión de confinamiento, un nuevo pequeño incremento de esfuerzo vertical  $\sigma_{z2}$ , llevado este hasta la mitad del esfuerzo desviador de falla, se aplica, manteniendo constante  $p_{c2}$ . Se determina la ley esfuerzo-deformación bajo la carga  $\sigma_{z2}$  (fig. 3.4) y luego se remueve ésta, obteniéndose la ley esfuerzo-deformación, para la descarga. Con esto conocemos  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_{e2}$  y  $\epsilon_{p2}$  ( $\epsilon_2 = \epsilon_{e2} + \epsilon_{p2}$ ), para la presión  $p_{c2}$ , ocasionadas por  $\sigma_{z2}$ . Obteniéndose  $M_{z2} = \epsilon_2 / \sigma_{z2}$ . Luego se pasa a la tercera etapa incrementando la --

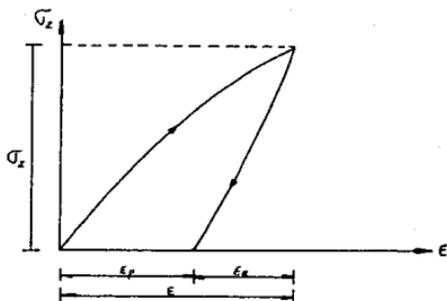


Figura 3.4 Curva esfuerzo-deformación<sup>P</sup> para la carga y la descarga, en una prueba triaxial de deformación<sup>P</sup> (PTD).

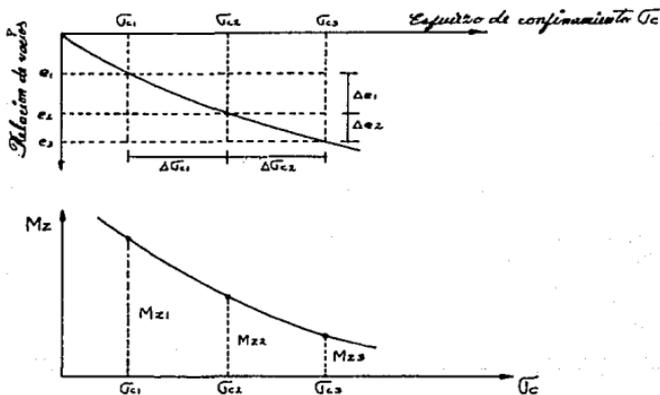


Figura 3.5 Determinación<sup>P</sup> en laboratorio del módulo de deformación<sup>P</sup> (Nevins 1973).

presión de confinamiento y así sucesivamente, para el rango de esfuerzos deseado.

Los valores así obtenidos se grafican como se muestra en la fig. 3.5, de la cual  $M_z$  vs  $p_c$  y  $M_z$  vs  $e$  pueden ser estudiadas. Una gran ventaja de este procedimiento es que, el -- consistir en una prueba triaxial se permite la cedencia lateral del suelo, fenómeno éste tan importante a considerar en la deformación de suelos granulares.

#### IV.- ANALISIS LINEAL DE DEFORMACIONES.

Este análisis toma muy en cuenta el confinamiento y la tendencia lateral del suelo (Dr. Zeevaert, 1973), definiendo el módulo lineal de deformación  $M_z$ , como el cociente de la deformación unitaria vertical  $\epsilon$  entre el esfuerzo que la produce  $\sigma_z$ , para una cierta presión de confinamiento  $p_c$ . Este módulo se estudió en el capítulo anterior, así como su obtención en el laboratorio.

Partiendo de esto se tiene que para correlacionar el estado de esfuerzos en el campo con las pruebas triaxiales, es necesario estudiar la relación teórica entre ambos. Para este propósito, se toma un esfuerzo vertical efectivo  $\bar{\sigma}_z$  en el campo, a una cierta profundidad  $z$ , se incrementa  $\Delta\bar{\sigma}_z$ , y como tal se incrementan los esfuerzos  $\Delta\bar{\sigma}_x$  y  $\Delta\bar{\sigma}_y$  en la dirección horizontal, a causa de la aplicación de  $\Delta\bar{\sigma}_z$ . El incremento de deformación en ese punto es:

$$\Delta\epsilon_z = M_z \cdot \Delta\bar{\sigma}_z - \nu M_h \Delta\bar{\sigma}_y - \nu M_h \Delta\bar{\sigma}_x \quad (4.1)$$

Arreglando términos convenientemente se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\epsilon_z}{\Delta\bar{\sigma}_z} &= \frac{M_z \Delta\bar{\sigma}_z}{\Delta\bar{\sigma}_z} - \frac{\nu M_h \Delta\bar{\sigma}_y}{\Delta\bar{\sigma}_z} - \frac{\nu M_h \Delta\bar{\sigma}_x}{\Delta\bar{\sigma}_z} \\ \Delta\epsilon_z &= \left[ M_z - \nu M_h \left( \frac{\Delta\bar{\sigma}_x + \Delta\bar{\sigma}_y}{\Delta\bar{\sigma}_z} \right) \right] \Delta\bar{\sigma}_z \\ \frac{\Delta\epsilon_z}{M_z} &= \left[ \frac{M_z}{M_z} - \nu \frac{M_h}{M_z} \left( \frac{\Delta\bar{\sigma}_x + \Delta\bar{\sigma}_y}{\Delta\bar{\sigma}_z} \right) \right] \Delta\bar{\sigma}_z \end{aligned}$$

Finalmente tenemos la expresión de la deformación vertical en ese punto, que es la siguiente:

$$\Delta\epsilon_z = \left[ 1 - \frac{\nu M_h}{M_z} \left( \frac{\Delta\bar{\sigma}_x + \Delta\bar{\sigma}_y}{\Delta\bar{\sigma}_z} \right) \right] M_z \Delta\bar{\sigma}_z \quad (4.2)$$

De aquí se tiene, que el módulo lineal de deformación ---

equivalente impuesto bajo este incremento de esfuerzos es:

$$\bar{M}_z = \left[ 1 - \nu \frac{M_h}{M_z} \left( \frac{\Delta G_x + \Delta G_y}{\Delta G_z} \right) \right] M_z \quad (4.3)$$

donde  $M_z$  es el módulo lineal de deformación para el esfuerzo volumétrico inicial,  $\bar{U}_z$  es el esfuerzo vertical efectivo en el campo.

De la ecuación 4.2 se obtiene la expresión utilizada para el cálculo de la deformación de un suelo granular, de una manera lineal:

$$\Delta \epsilon_z = \left[ 1 - \nu \frac{M_h}{M_z} \left( \frac{\Delta G_x + \Delta G_y}{\Delta G_z} \right) \right] M_z \Delta G_z$$

Suponiendo que el suelo tiene un comportamiento elástico y además es isótropo se tiene que  $M_h = M_z$ , por lo tanto tenemos:

$$\Delta \epsilon_z = \left[ 1 - \nu \left( \frac{\Delta G_x + \Delta G_y}{\Delta G_z} \right) \right] M_z \Delta G_z$$

$$\Delta \epsilon_z = M_z \left[ \Delta G_z - \nu \Delta G_z \left( \frac{\Delta G_x + \Delta G_y}{\Delta G_z} \right) \right]$$

de esta manera se tiene la expresión que nos servirá para el cálculo de deformaciones:

$$\Delta \epsilon_z = M_z \left[ \Delta G_z - \nu (\Delta G_x + \Delta G_y) \right] \quad (4.4)$$

#### IV.1.- Procedimiento de Cálculo.

En base a los resultados de las pruebas triaxiales de deformación (PTD), se obtienen las deformaciones elástica, --- plástica y total ( $\epsilon_e$ ,  $\epsilon_p$  y  $\epsilon_t$ ). Con estos valores se calculan los módulos de deformación elástico, plástico y total dividiendo cada uno de estos entre el esfuerzo desviador respectivo:

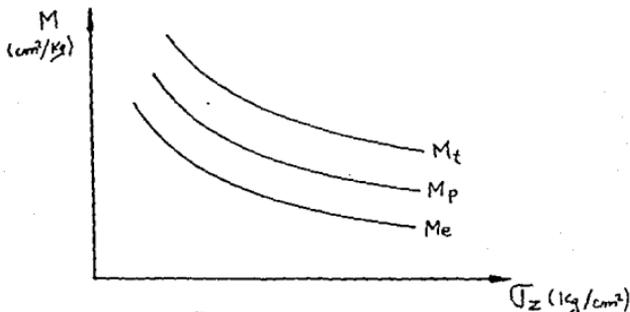
$$M_{ez} = \frac{\epsilon_e}{U_z} \quad , \quad (\text{cm}^2 / \text{kg})$$

$$M_{pz} = \frac{\epsilon_p}{U_z} \quad , \quad (\text{cm}^2 / \text{kg})$$

$$M_{tz} = \frac{\epsilon_z}{\sigma_z} \quad (\text{cm}^2/\text{kg})$$

haciendo esto mismo, para cada uno de los esfuerzos desviadores aplicados.

Posteriormente se grafican estos valores, en donde los módulos van en las ordenadas y los esfuerzos desviadores en las abscisas.



*Gráfico 1*

Obtenida esta gráfica se procede a calcular la deformación y finalmente el asentamiento que se presentará en el suelo en estudio.

Prosiguiendo con este cálculo, obtenemos  $p_{z0}$  (obtenida del diagrama de presiones) y se calcula  $p_{c0}$  :

$$p_{c0} = \frac{1+2k_0}{3} p_{z0}$$

se determinan después los esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  con las expresiones respectivas mencionadas en el capítulo V. Se obtiene:

$$\Delta p_c = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

y

$$P_{cm} = P_{co} + \frac{1}{2} \Delta P$$

con el valor de  $p_{cm}$  y de la gráfica 1 se determina el módulo lineal de deformación promedio.

Finalmente con los valores obtenidos y sustituyendo estos en la siguiente expresión se obtiene la deformación buscada:

$$\Delta E_z = Mz \left[ \overline{G}_z - \nu (\overline{G}_x + \overline{G}_y) \right]$$

Por lo tanto el asentamiento que se presentará en un determinado suelo granular en estudio será:

$$S = \Delta E_z \cdot H$$

donde H es el espesor de arena.

## V.- ANALISIS NO LINEAL DE DEFORMACIONES.

Este análisis tiene como finalidad la determinación de la deformación de un suelo granular, considerando principalmente el efecto del confinamiento en la rigidez de la masa de suelo y de la cedencia lateral.

La deformabilidad de un suelo granular depende fundamentalmente de dos factores que son: (1) su compacidad y (2) la presión de confinamiento a la que está sometido, influyendo estos factores en la rigidez de la masa de suelo.

### V.1.- Relación Esfuerzo-Deformación No Lineal.

Consideremos un elemento de suelo granular seco, homogéneo, de pequeño espesor  $h_0$ , sometido a un estado de presión inicial debido a peso propio (fig. 5.1a). Consideremos que el estado de presión se puede sustituir por una presión de confinamiento equivalente  $p_{c0}$  (fig. 5.1b), dada por el promedio de las tres presiones  $p_{z0}$ ,  $p_{x0}$  y  $p_{y0}$ .

$$p_c = \frac{1}{3} (p_{z0} + p_{x0} + p_{y0}) \quad (5.1)$$

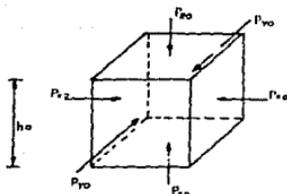
En general se acepta en Mecánica de Suelos que las presiones horizontales  $p_{x0}$  y  $p_{y0}$  son iguales entre sí y proporcionales a la presión vertical  $p_{z0}$ :

$$p_{x0} = p_{y0} = k_0 p_{z0}$$

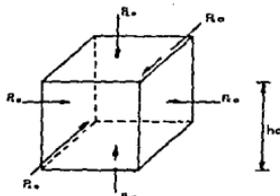
en donde  $k_0$  es el coeficiente de presión en reposo del suelo. Sustituyendo en (1):

$$p_c = \frac{1}{3} (p_{z0} + k_0 p_{z0} + k_0 p_{z0})$$
$$p_c = \frac{1 + 2k_0}{3} p_{z0} \quad (5.2)$$

Demos ahora incrementos de esfuerzo  $\bar{U}_z$ ,  $\bar{U}_x$  y  $\bar{U}_y$  sobre el elemento, tal como se ilustra en la fig. 5.2. El efecto de estos incrementos de esfuerzo en la presión de confinamiento es el siguiente: la presión inicial  $p_{c0}$  se ve incrementada en un valor  $\Delta p_c$ , dando lugar a un nuevo valor de  $p_c$  que vale:



a) Elemento de suelo sujeto a un estado inicial de presión debido a peso propio.



b) Elemento de suelo sometido a una presión de confinamiento equivalente  $R_0$ .

$$R_0 = \frac{1}{3} (P_{x_0} + P_{y_0} + P_{z_0}) = \frac{1 + \mu \cdot K_0}{3} P_{z_0}$$

$K_0 =$  coeficiente de presión de reposo

Figura 5.1 Elemento de suelo sometido a un estado de presión inicial

$$p_c = p_{c_0} + \Delta p_c \quad (5.3)$$

En términos generales se acepta que  $\Delta p_c$  es igual al esfuerzo normal en el plano octaédrico, o sea, es igual al promedio de los incrementos de esfuerzo:

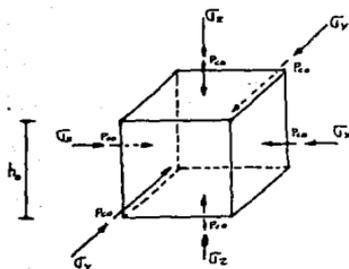
$$\Delta p_c = \frac{1}{3} (\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{3} \sigma_z + \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y)$$

Dado que a final de cuentas de la presión de confinamiento puede no ser exactamente igual al promedio mencionado, -- consideremos que está dado por:

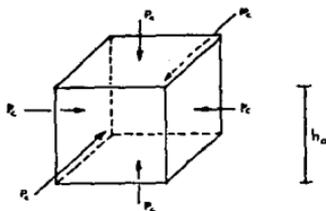
$$\Delta p_c = b_1 \sigma_z + b_2 (\sigma_x + \sigma_y) \quad (5.4)$$

en donde, dada la experiencia actual con que se cuenta para suelos granulares  $b_1 = 1/3$  y  $b_2 = 1/3$ .

Suponiendo que el espesor  $h_0$  del elemento de suelo es suficientemente pequeño para que la relación del esfuerzo hori



a) Elemento sujeto a una presión de confinamiento  $p_{e0}$  y a incrementos de esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ .



b) Elemento sometido a una presión de confinamiento equivalente.  
 $p_e = p_{e0} + \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$

Figura 5.2. Elemento de suelo sometido a incrementos de esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ .

zontal al esfuerzo vertical sea constante, se tiene:

$$a_1 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad ; \quad a_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} \quad (5.5)$$

es decir

$$\sigma_x = a_1 \sigma_z \quad ; \quad \sigma_y = a_2 \sigma_z \quad (5.6)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.6) en la ecuación (5.4):

$$\begin{aligned} \Delta p_e &= b_1 \sigma_z + b_2 (a_1 \sigma_z + a_2 \sigma_z) \\ \Delta p_e &= [b_1 + b_2 (a_1 + a_2)] \sigma_z \\ \Delta p_e &= c \sigma_z \end{aligned} \quad (5.7)$$

siendo:

$$c = b_1 + b_2 (a_1 + a_2) \quad (5.8)$$

Por efectos de los incrementos de esfuerzo  $\bar{\sigma}_z$ ,  $\bar{\sigma}_x$  y  $\bar{\sigma}_y$ , - el elemento de suelo de espesor  $h_0$  sufre una deformación vertical, la cual es ocasionada por un esfuerzo resultante de - estos tres incrementos, que denominaremos esfuerzo "deformador"  $\bar{\sigma}_e$  y que consideramos está dado por:

$$\bar{\sigma}_e = \bar{\sigma}_z - \nu \bar{\sigma}_x - \nu \bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_z - \nu (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y) \quad (5.9)$$

siendo  $\nu$  la relación de Poisson.

Aceptando nuevamente que el espesor  $h_0$  del elemento de - suelo es suficientemente pequeño para que se mantenga constante la relación entre el esfuerzo horizontal y el esfuerzo vertical, se tiene:

$$a_1 = \bar{\sigma}_x / \bar{\sigma}_z \quad ; \quad a_2 = \bar{\sigma}_y / \bar{\sigma}_z \quad (5.5)$$

$$\bar{\sigma}_x = a_1 \bar{\sigma}_z \quad ; \quad \bar{\sigma}_y = a_2 \bar{\sigma}_z \quad (5.6)$$

sustituyendo las ecs. (5.6) en la ec. (5.9):

$$\bar{\sigma}_e = \bar{\sigma}_z - \nu (a_1 \bar{\sigma}_z + a_2 \bar{\sigma}_z) = [1 - \nu (a_1 + a_2)] \bar{\sigma}_z \quad (5.10)$$

$$\bar{\sigma}_e = f \bar{\sigma}_z \quad (5.11)$$

siendo

$$f = 1 - \nu (a_1 + a_2) \quad (5.12)$$

Es decir, el esfuerzo resultante de  $\bar{\sigma}_z$ ,  $\bar{\sigma}_x$  y  $\bar{\sigma}_y$ , llamado esfuerzo "deformador"  $\bar{\sigma}_e$ , que ocasiona la deformación vertical del elemento (fig. 5.2), está dado por las expresiones (5.11) y (5.12).

Estando el elemento de suelo sometido a una nueva presión de confinamiento  $p_c$  (ec. 5.3), demos ahora pequeños incrementos  $d\bar{\sigma}_z$ ,  $d\bar{\sigma}_x$  y  $d\bar{\sigma}_y$  (fig. 5.3). De acuerdo con la experiencia con que se cuenta actualmente referente al comportamiento de suelos granulares, el autor propone la siguiente expresión -

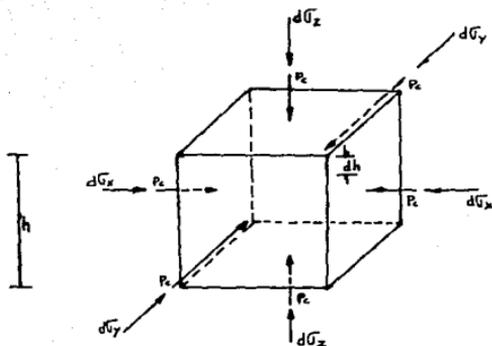


Figura 5.3 Elemento sujeto a incrementos diferenciales de esfuerzos  $d\sigma_x$ ,  $d\sigma_y$  y  $d\sigma_z$ .

para evaluar la deformación vertical del elemento (fig. 5.3):

$$\frac{dh}{h} = -M \frac{\sigma_e^{r-1} d\sigma_e}{[p_c^r + (\Delta H)^r]^{r/r}} \quad (5.13)$$

pero  $\Delta p_c = c\sigma_z$   
por lo tanto:

$$\frac{dh}{h} = -M \frac{\sigma_e^{r-1} d\sigma_e}{[p_c^r + c^r \sigma_z^r]^{r/r}} \quad (5.14)$$

Se puede ver que la deformación está dada por tres parámetros que son:

- El coeficiente M, llamado módulo de deformación, el cual es una magnitud que mide la deformabilidad de la masa de suelo granular a medida que el material es más deformable (menos rígido), el valor de M es mayor.
- El exponente r, denominado módulo de esfuerzo, que toma en cuenta la influencia del esfuerzo "deformador"

$\bar{U}_e$  (ec. 5.11); al aumentar  $r$  aumenta el efecto de  $\bar{U}_e$  sobre la deformación vertical.

- El exponente  $s$ , llamado módulo de confinamiento, el cual es un parámetro que mide la influencia de la presión de confinamiento en la deformación; al aumentar la influencia de la presión de confinamiento en la disminución de la deformabilidad del suelo, se incrementa el valor de  $s$ .

Tomando en cuenta que:

$$\begin{aligned} \bar{U}_e &= f \bar{U}_z \\ d\bar{U}_e &= f d\bar{U}_z \end{aligned} \quad (5.11)$$

Sustituyendo en la ec. (5.14):

$$\begin{aligned} \frac{dh}{h} &= -M \frac{(f \bar{U}_z)^{1-r} f d\bar{U}_z}{(P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{2/r}} = -M f^r \frac{\bar{U}_z^{r-1} d\bar{U}_z}{(P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{2/r}} \\ \frac{dh}{h} &= -M f^r \frac{1}{c^r} \frac{c^r \bar{U}_z^{r-1} d\bar{U}_z}{(P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{2/r}} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Al variar el esfuerzo vertical de 0 a  $\bar{U}_z$ , el elemento de suelo disminuye su espesor  $h$  del valor inicial  $h_0$  al valor final  $h_f$  (fig. 5.4). Por lo tanto, para hallar la deformación total del elemento de suelo debemos integrar la ec. (5.15) de  $h_0$  a  $h_f$  el primer miembro y de 0 a  $\bar{U}_z$  el segundo miembro:

$$\begin{aligned} \int_{h_0}^{h_f} \frac{dh}{h} &= -\frac{M}{r} \left(\frac{f}{c}\right)^r \int_0^{\bar{U}_z} \frac{r c^r \bar{U}_z^{r-1} d\bar{U}_z}{(P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{2/r}} \\ [\text{Ln } h]_{h_0}^{h_f} &= -\frac{M}{r} \left(\frac{f}{c}\right)^r \left[ \frac{(P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{-\frac{r}{r} + 1}}{-\frac{r}{r} + 1} \right]_0^{\bar{U}_z} \\ \text{Ln} \left(\frac{h_f}{h_0}\right) &= -\frac{M}{r(1-\frac{r}{r})} \left(\frac{f}{c}\right)^r \left[ (P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{1-\frac{r}{r}} - (P_o^r)^{1-\frac{r}{r}} \right] \\ \frac{h_f}{h_0} &= \exp \left\{ -\frac{M}{(1-\frac{r}{r})} \left(\frac{f}{c}\right)^r \left[ (P_o^r + c^r \bar{U}_z^r)^{1-\frac{r}{r}} - (P_o^r)^{1-\frac{r}{r}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.16)$$

en donde;  $\exp. = e =$  base de los logaritmos naturales.

Llamamos  $\delta$  a la deformación vertical del elemento (fig. 5.4).

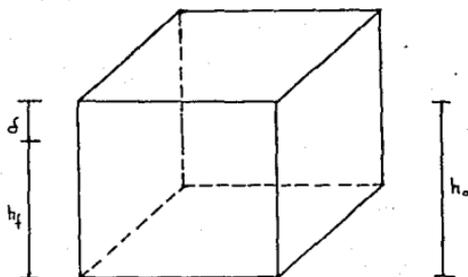


Figura 5.4 Deformación vertical del elemento.

$$\delta = h_0 - h_f \quad h_f = h_0 - \delta$$

Dividiendo entre  $h_0$ :

$$\frac{h_f}{h_0} = 1 - \frac{\delta}{h_0} = 1 - \epsilon \quad (5.17)$$

en donde  $\epsilon$  es la deformación unitaria del elemento, definida como  $\epsilon$  entre  $h_0$ :

$$\epsilon = \delta / h_0 \quad (5.18)$$

Sustituyendo la ec.(5.17) en la ec.(5.16):

$$\epsilon = \frac{\delta}{h_0} = 1 - \exp \left\{ -\frac{M}{r(1-\frac{s}{r})} \left( \frac{z}{c} \right)^r \left[ (P_0^s + c^r G z^r)^{1-\frac{s}{r}} - (P_0^s)^{1-\frac{s}{r}} \right] \right\} \quad r \neq 0; s \neq r \quad (5.19)$$

La deformación vertical  $\delta$  del elemento vale:

$$\delta = \left\{ 1 - \exp \left\{ -\frac{M}{r(1-\frac{s}{r})} \left( \frac{z}{c} \right)^r \left[ (P_0^s + c^r G z^r)^{1-\frac{s}{r}} - (P_0^s)^{1-\frac{s}{r}} \right] \right\} \right\} h_0 \quad (5.20)$$

Las ecs. 5.19 y 5.20 son válidas para  $r \neq 0$  y  $s \neq r$ . Para el caso particular en que  $s=r$  la ec. 5.14 queda:

$$\frac{dh}{h} = -M \frac{G_e^{r-1} dG_e}{P_{e0}^r + c^r G_e^r} \quad (5.21)$$

Procediendo de manera análoga:

$$\xi = \frac{\delta}{h_0} = 1 - \left( \frac{P_{e0}^r + c^r G_e^r}{P_{e0}^r} \right) - \frac{M}{r} \left( \frac{t}{\tau} \right)^r \quad (5.22)$$

$$\delta = \left[ 1 - \left( \frac{P_{e0}^r + c^r G_e^r}{P_{e0}^r} \right) - \frac{M}{r} \left( \frac{t}{\tau} \right)^r \right] h_0 \quad (5.23)$$

Las ecs. 5.21, 5.22 y 5.23 se emplean cuando  $s=r$  en la ec. 5.14.

El autor ha encontrado que la ec. 5.14 se puede aplicar - tanto a la componente elástica como a la componente plástica de la deformación, entendiéndose por deformación elástica aquella que se recupera después de remover el esfuerzo aplicado y por deformación plástica aquella que no se recupera, por lo tanto:

$$\delta_e = \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{M_e}{r_e \left( 1 - \frac{2r_e}{r_e} \right)} \left( \frac{t}{\tau} \right)^{r_e} \left[ \left( P_{e0}^{r_e} + c^{r_e} G_e^{r_e} \right)^{1 - \frac{2r_e}{r_e}} - \left( P_{e0}^{r_e} \right)^{1 - \frac{2r_e}{r_e}} \right] \right] \right\} h_0 \quad (5.20a)$$

en donde  $\delta_e$  deformación elástica.

$$\delta_p = \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{M_p}{r_p \left( 1 - \frac{2r_p}{r_p} \right)} \left( \frac{t}{\tau} \right)^{r_p} \left[ \left( P_{e0}^{r_p} + c^{r_p} G_e^{r_p} \right)^{1 - \frac{2r_p}{r_p}} - \left( P_{e0}^{r_p} \right)^{1 - \frac{2r_p}{r_p}} \right] \right] \right\} h_0 \quad (5.20b)$$

en donde  $\delta_p$  deformación plástica.

Los valores de los parámetros de deformación  $M$ ,  $r$ ,  $s$  de la ec. 5.19, tanto para la parte elástica como para la parte plástica, dependen del tipo de suelo y de su compacidad. Con el objeto de dar al lector una idea de su orden de magnitud, en la tabla 1 se presentan magnitudes aproximadas de estos - parámetros.

Vale la pena destacar que el procedimiento desarrollado - en los párrafos anteriores es un enfoque general de relación esfuerzo-deformación, aplicable no sólo a suelos granulares, sino también a otros tipos de materiales. Por ejemplo, ha--- ciendo  $r=1$  y  $s=0$  en la ec. 5.14, obtenemos:

$$\frac{dh}{h} = -M d\bar{\sigma}$$

la cual es la ley esfuerzo-deformación de un material linealmente elástico (ley de Hooke), en el que la deformación no depende de la presión de confinamiento.

El método también se puede aplicar al cálculo de la deformación a largo plazo de arcillas blandas saturadas normalmente consolidadas, en las cuales se ha observado que los módulos de esfuerzo  $\bar{r}$  y de confinamiento  $s$  valen 1:  $s=r=1$ . Por lo tanto, para estos depósitos se emplea la ec. 5.23:

$$\bar{\sigma} = \left[ 1 - \frac{(P_{r0} + c^* \bar{\sigma}_z^*)^{-\frac{c^*}{P_{r0}} (\frac{h}{h_0})^r}}{P_{r0}} \right] h_0 \quad (5.24)$$

La deformación a largo plazo de una arcilla blanda se debe principalmente a cambio de volumen, siendo pequeña la tendencia lateral, es decir, las deformaciones horizontales se pueden despreciar considerandolas nulas; por consiguiente se cumple:

$$\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y = \frac{\nu}{1-\nu} \bar{\sigma}_z \quad ; \quad p_x = p_y = \frac{\nu}{1-\nu} p_z$$

Además en un suelo compresible los esfuerzos horizontales en la fase sólida son bajos comparados con los verticales, - por lo que  $\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y \approx 0$  y  $p_x = p_y \approx 0$ . De lo anterior, en un sólido muy compresible por cambio de volumen  $\nu=0$  de las ecs.(5.6):

$\bar{\sigma}_x = a_1 \bar{\sigma}_z$  y  $p_x = a_2 p_z$ , lo que implica  $a_1 = a_2 = 0$ . Sustituyendo estos resultados en las ecs. 5.1, 5.8 y 5.12:

$$P_0 = 1/3 P_z \quad (1) \quad ; \quad c = b_1 + b_2 (a_1 + a_2) = b \quad (2) \quad ; \quad f = 1 - \nu (a_1 + a_2) = 1 \quad (12)$$

Tomando como es usual  $b=1/3$ , queda  $c=b_1=1/3$ .

Sustituyendo los resultados anteriores en la ec. 5.24.

$$\bar{\sigma} = \left[ 1 - \frac{(P_{r0} + \frac{1}{3} \bar{\sigma}_z^*)^{-3M}}{P_{r0}} \right] h_0 = \left[ 1 - \frac{(P_{r0} - \bar{\sigma}_z^*)^{-3M}}{P_{r0}} \right] h_0$$

la cual es la ec. de Juárez Badillo, para el análisis de la deformación unidimensional en arcillas normalmente consolidadas con  $\gamma = 3M$ , siendo  $\gamma$  el coeficiente de compresibilidad de Juárez Badillo.

## V.2.- Procedimiento de Análisis.

El método visto anteriormente nos permite calcular las deformaciones verticales del suelo, bajo diferentes tipos de cimentación y diferentes condiciones de carga. La deformación vertical de un elemento de suelo, tanto para la componente elástica, como para la plástica, esta dada por la expresión 5.20.

$$S = \left\{ 1 - \exp \left[ - \frac{M}{r(1-\nu)} \left( \frac{H}{c} \right)^r \left[ (P_{10} + c' \sigma_z')^{-\frac{r}{s}} - (P_{20}')^{-\frac{r}{s}} \right] \right] \right\} h_0 \quad (5.20)$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{c}}{\sigma_z}; \quad a_2 = \frac{\sqrt{H}}{\sigma_z} \quad (s); \quad c = b_1 + b_2(a_1 + a_2) \quad (w) \quad f = 1 - \nu (a_1 + a_2) \quad (12)$$

Se puede ver que en estas expresiones intervienen los siguientes parámetros:  $M$ ,  $s$ ,  $r$ ,  $\nu$ ,  $b_1$  y  $b_2$ . A continuación se muestra la determinación de dichos parámetros.

El valor de  $\nu$  (relación de Poisson) se puede tomar de la tabla 2 (Zeevaert), tanto para la deformación elástica, como para la plástica.

Para fines prácticos, se pueden tomar para suelos granulares  $b_1 = b_2 = 1/3$ , para las deformaciones elásticas y plásticas.

Los parámetros  $M$ ,  $r$  y  $s$  varían con el tipo de suelo y con su compacidad, por lo que es necesario determinarlos mediante pruebas de campo y pruebas de laboratorio.

Estos parámetros se pueden hallar mediante pruebas triaxiales de deformación (PTD), vista anteriormente en el capítulo III.

Con los resultados de la PTD se pueden determinar las magnitudes de  $r$ ,  $s$  y  $M$ , tanto para la componente elástica como

para la plástica.

El valor de  $r$  se obtiene de acuerdo con la forma de las curvas esfuerzo-deformación (fig. 5.7) de las diferentes etapas de la PTD,  $r$  varía entre 1.8 y 2.0.

La determinación de  $s$  y  $M$  para la deformación elástica la podemos hacer despejando  $M$  de la ec. 5.19:

$$M = - \frac{r(1-\frac{1}{2})L\eta(1-\epsilon)}{\left(\frac{1}{2}\right)^r \left[ (R_e^2 + C^2 \sigma_e^2)^{-\frac{1}{2}} - (R_e^2)^{-\frac{1}{2}} \right]} \quad (5.25)$$

Supongamos ahora un valor de  $s_e$ , más o menos acorde con el tipo de suelo y su compacidad. De la primera etapa de la PTD conocemos  $\epsilon_{e1}$  y  $\bar{\sigma}_{z1}$ , las cuales, con el valor de  $s_e$  supuesto, lo sustituimos en la ec. 5.25, con lo que obtenemos un valor de  $M_{e1}$ . Repetimos este proceso, para las otras etapas de la PTD, siempre utilizando el valor de  $s_e$  supuesto. Con estos tendremos tantos valores de  $M_e$  como etapas en la prueba, es decir, tenemos una muestra de  $M_e$ , determinamos la media y la desviación estándar de esta muestra, así como su coeficiente de variación ( $cv = S/\bar{M}_e$ ).

Luego repetimos este proceso con diferentes valores supuestos de  $s_e$ ; el valor supuesto de  $s_e$  que tenga el menor coeficiente de variación de la muestra de valores de  $M_e$  será el valor de  $s_e$  correspondiente al suelo ensayado. La media de esta muestra será el valor del  $M_e$  del suelo en el laboratorio.

Para hallar los valores de  $s_p$  y  $M_p$  se procede de una manera totalmente análoga a la que se llevó a cabo para determinar  $s_e$  y  $M_e$ .

Con una PTD se determinan los valores de los parámetros elásticos  $r_e$ ,  $s_e$ ,  $M_e$  y de los parámetros plásticos  $r_p$ ,  $s_p$  y  $M_p$  en el laboratorio. Sin embargo para tener mayor precisión

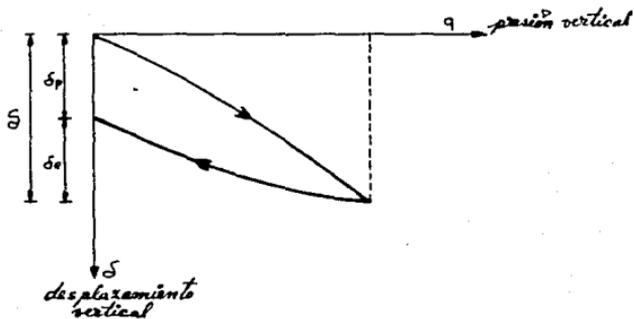


Figura 5.5 Curva presión vertical - desplazamiento vertical para la carga y la descarga, en una placa de placa.

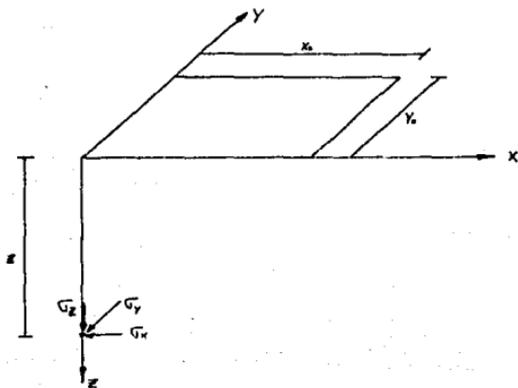
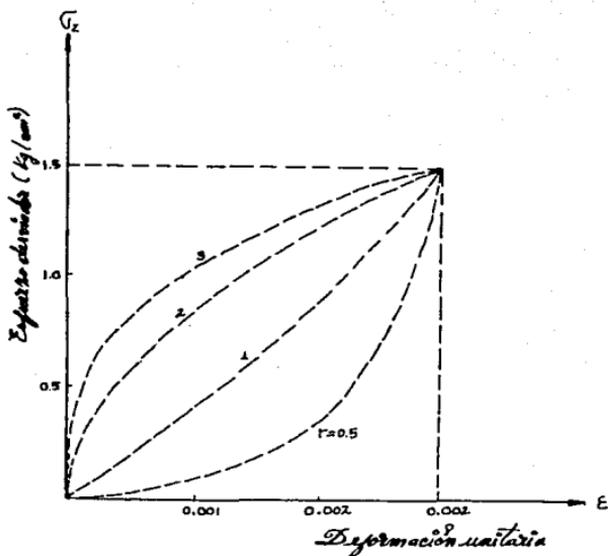


Figura 5.6 Incremento de esfuerzo bajo la espina de un rectángulo cargado, en un medio semi-infinito.



*Figura 5.7 Forma de la curva espanto derivador-deformación unitaria, para diferentes valores de  $\nu$ .*

conviene realizar además pruebas de campo, sobre todo para afinar, la estimación de los módulos de deformación  $M_e$  y  $M_p$ . Estos ensayos de campo pueden ser las pruebas de placa. Para esto, se determina con algún método la capacidad de carga última del suelo y se lleva a cabo una prueba de placa, cargando al suelo con una presión  $q$  igual a la mitad de la capacidad de carga última; con esto se obtiene la relación presión aplicada-desplazamiento vertical del suelo en el campo, para la carga (fig. 5.5). Luego se remueve esta carga y se obtiene la ley presión aplicada-desplazamiento vertical para la des-

carga. De esta manera se conocen los valores del desplazamiento total vertical  $\delta$  (fig. 5.5), del desplazamiento vertical elástico  $\delta_e$  y del desplazamiento vertical plástico  $\delta_p$  ( $\delta = \delta_e + \delta_p$ ). Los módulos  $M_e$  y  $M_p$  de campo se pueden calcular por tanteos, utilizando las ecs. 5.20a y 5.20b a partir de los valores de  $\delta_e$  y  $\delta_p$  medidos respectivamente.

Los asentamientos de las cimentaciones apoyadas sobre sus granulares se pueden calcular utilizando los valores de  $r_e$ ,  $s_e$ ,  $r_p$  y  $s_p$  de laboratorio, obtenidos de la PTD y los valores de  $M_e$  y  $M_p$  obtenidos de las pruebas de placa. Para hacerlo, se utiliza la ec. 5.20a, con lo que se obtiene  $\delta_e$ . Luego se emplea la ec. 5.20b hallandose  $\delta_p$ . El asentamiento total  $\delta$  de la cimentación valdrá:

$$\delta = \delta_e + \delta_p \quad (5.26)$$

El empleo de las ecs. para determinar las deformaciones del suelo, requiere el conocimiento de los incrementos de esfuerzo  $\bar{G}_z$ ,  $\bar{G}_x$  y  $\bar{G}_y$ , los cuales se proporcionan a continuación (fig. 5.6), para un medio semiinfinito, homogéneo, isotrópico y linealmente elástico.

El incremento de esfuerzo vertical  $\bar{G}_z$ , bajo la esquina de un rectángulo cargado con una presión  $q$  en la superficie, vale:

$$\bar{G}_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{x^2+z^2} + \frac{1}{y^2+z^2} \right) \cdot \frac{xyz}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + \text{ang} \text{ tang} \left( \frac{xy}{z(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \right) \right] \quad (5.27)$$

El incremento de esfuerzo horizontal  $\bar{G}_x$  (fig. 5.6), bajo la esquina de un rectángulo cargado vale (Dashkó y Kagán):

$$\bar{G}_x = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} \frac{m^2}{(m^2+n^2)\sqrt{m^2+n^2}} - \text{ang} \text{ tang} \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{m} + (1-2\nu) \left( \text{ang} \text{ tang} \frac{1}{m} - \text{ang} \text{ tang} \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{mn} \right) \right] \quad (5.28)$$

El incremento de esfuerzo horizontal  $\bar{G}_y$ , bajo la esquina de un rectángulo cargado, vale (Dashkó y Kagán):

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{11}{z} \frac{mn}{(1+n^2)\sqrt{m^2+n^2}} - \text{ang} \frac{1}{\text{ang} m} \frac{\sqrt{m^2+n^2}}{m} + (1-2\nu) \left( \text{ang} \frac{1}{\text{ang} m} - \text{ang} \frac{1}{\text{ang} m} \frac{m\sqrt{m^2+n^2-1}}{11} \right) \right] \quad (5.29)$$

donde:  $m = x_0/y_0$  y  $n = z/y_0$ .

Estado	Componente	Modulo de Deformación <sup>1</sup>	r	s	v	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	
Suolto	Elastica	0.00209 (cm <sup>2</sup> /kg) <sup>0.5</sup>	0.00060 (m <sup>2</sup> /t) <sup>0.5</sup>	1.8	1.3	0.26	1/3	1/3
	Plastica	0.00077 (cm <sup>2</sup> /kg) <sup>0.5</sup>	0.00189 (m <sup>2</sup> /t) <sup>0.5</sup>	1.8	1.5	0.25	1/3	1/3
Compacto	Elastica	0.000819 (cm <sup>2</sup> /kg) <sup>0.5</sup>	0.000259 (m <sup>2</sup> /t) <sup>0.5</sup>	1.8	1.3	0.25	1/3	1/3
	Plastica	0.00117 (cm <sup>2</sup> /kg) <sup>0.5</sup>	0.000536 (m <sup>2</sup> /t) <sup>0.5</sup>	1.8	1.5	0.25	1/3	1/3

Tabla 1 Valores aproximados de los parámetros de deformabilidad de un suelo granular.

Tipo de suelo	Relación de Poisson u
Pelvo volcánico suolto	0.3
Limas compactas, sedimentos silíceos finos, sedimentos volcánicos semicompactos, aluviales finos.	0.3 a 0.25
arena, limas compactas, suelo aluviales, sedimentos compactos lico graduados.	0.25
arena con gruesa, sedimentos aluviales compactos, cementados y lico graduados.	0.25

Tabla 2 Valores de la relación de Poisson para diferentes tipos de suelo (Keeswert 1973).

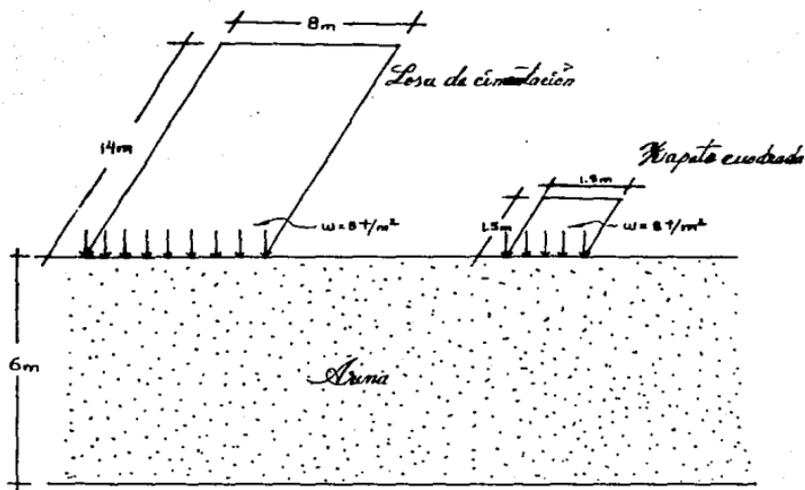
VI.- EJEMPLO DE APLICACION .

Calcular los asentamientos que se tendrán en una cimentación a base de una losa de cimentación y en otra cimentación a base de zapatas cuadradas desplantadas éstas sobre un depósito homogéneo de arena seca de grano medio, en estado medianamente suelto a suelto, de peso volumétrico igual a  $1.85 \text{ t/m}^3$ . Aplique los análisis lineal y no lineal tratados anteriormente.

Se tiene que la capacidad de carga última  $q_d$  es igual a  $30 \text{ t/m}^2$ .

Se tomaron muestras alteradas representativas del suelo y se llevaron al laboratorio. Reproduciendo la compacidad de campo, se realizaron pruebas triaxiales de deformación (PTD) de acuerdo con el procedimiento de laboratorio de Zeevaert (1973); los resultados se indican a continuación:

Etapa	Presión de conf. $p_c$ , $\text{kg/cm}^2$	Esf. dev. $\sigma_z$ , $\text{kg/cm}^2$	Def. tot. $\epsilon$	Def. plás. $\epsilon_p$	Def. elás. $\epsilon_e$
1	0.5	0.48	0.0035	0.0012	0.0023
2	1.0	0.875	0.0055	0.0026	0.0029
3	1.5	1.466	0.0082	0.0040	0.0042



Asentamientos en la losa de cimentación.

— Análisis no lineal.—

$\mu = 0.25$  (relación de Poisson)

$r = 1.6$  (de acuerdo con la forma de las curvas esfuerzo-deformación de la PTD).

$c = 1/3$

$b_1 = b_2 = 1/3$

$f = 1$  (en prueba triaxial).

El módulo de deformación  $M$  se calcula utilizando las ecs. 5.5, 5.8, 5.12, 5.25; mostradas en el capítulo V.

Para la determinación del valor  $M$  para las diferentes etapas, se supone una magnitud de  $s$  y se calculan los valores de  $M$ , empleando la ec.5.25.

Iniciemos por la componente plástica. A continuación se indican los cálculos de  $M_p$ :

$s_p$	1	2	3	Media $M_p$	Des. Est. $S_p$	c.v.
0.3	0.00512	0.00522	0.00398	0.00477	0.00069	0.14442
0.4	0.00488	0.00524	0.00417	0.00474	0.00054	0.11346
0.5	0.00450	0.00527	0.00436	0.00471	0.00049	0.10403 *
0.6	0.00422	0.00529	0.00457	0.00469	0.00053	0.11632
0.7	0.00396	0.00531	0.00478	0.00468	0.00068	0.14534
0.53	0.00436	0.00528	0.00446	0.00470	0.00050	0.10740

De los resultados obtenidos, el valor de  $s_p$  que implica el menor coeficiente de variación (cv) de  $M_p$  es 0.5, por lo tanto  $s_p = 0.5$ , concluyendo entonces que:

$$M_p = 0.00471 (\text{cm}^2/\text{kg})^{1/2} = 0.00471 (\text{cm}^2/\text{kg})^{1/2}$$

Prosiguiendo de la misma manera para la componente elástica

$s_e$	1	2	3	Media $M_e$	Des. Est. $S_e$	c.v.
0.8	0.00711	0.00593	0.00925	0.00610	0.00094	0.15401
0.9	0.00667	0.00597	0.00830	0.00603	0.00059	0.09732
1.0	0.00625	0.00600	0.00879	0.00600	0.00023	0.04167
1.1	0.00586	0.00602	0.00602	0.00597	0.00009	0.01547
1.2	0.00549	0.00603	0.00630	0.00593	0.00041	0.06971
1.3	0.00513	0.00607	0.00659	0.00594	0.00073	0.12276
1.05	0.00603	0.00601	0.00588	0.00598	0.00009	0.01488 *

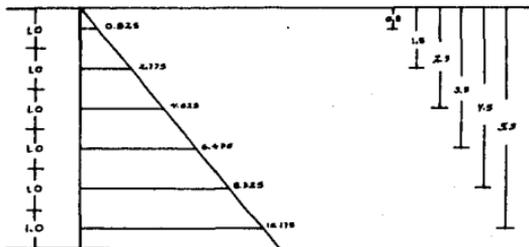
Por lo tanto:  $s_e = 1.05$  y :

$$M_e = 0.00598 (\text{cm}^2/\text{kg})^{0.55} = 0.00598 (\text{cm}^2/\text{kg})^{0.55}$$

Resumiendo los resultados tenemos:

	s	r	M
plástico	0.5	1.6	0.00471 ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ ) <sup>0.55</sup>
elástico	1.05	1.6	0.00598 ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ ) <sup>0.55</sup>

-- Diagrama de presiones --



Con los valores obtenidos y utilizando las ecs. 5.2, 5.20, 5.20b, 5.27, 5.28, 5.29; se calcula el hundimiento que se tendrá. La siguiente tabla indica los cálculos realizados:

$\frac{P}{L \cdot Z}$	$h_e$	$Z$	$P_{10}$	$P_e$	$G_z$	$G_x$	$G_y$	$\delta_e$	$\delta_y$	$\delta_c$
	m	m	$\text{t/m}^2$	$\text{t/m}^2$	$\text{t/m}^2$	$\text{t/m}^2$	$\text{t/m}^2$	cm	cm	cm
1	1.0	0.5	0.825	0.67833	7.99282	5.47324	4.48793	0.609900	0.621015	1.230815
2	1.0	1.5	2.775	2.03500	7.83006	3.49679	3.49374	0.392568	0.491931	0.614499
3	1.0	2.5	4.620	3.39167	7.37349	1.91749	2.78201	0.215386	0.360838	0.576229
4	1.0	3.5	6.465	4.74833	6.69806	0.99828	1.70850	0.137866	0.271117	0.510393
5	1.0	4.5	8.310	6.10500	5.94102	0.49280	1.13695	0.064422	0.206006	0.292933
6	1.0	5.5	10.155	7.46167	5.20024	0.18245	0.73970	0.044422	0.148410	0.209832

$$E = 1460889 \cdot 2.074327 \cdot 3.535186 \text{ err}$$

$$\delta_t = 3.53 \text{ cm}$$

-- Análisis lineal.--

De la tabla de datos tenemos:

$$\epsilon_t = \text{Deformación unitaria} = 0.35 \% = 0.0035$$

$$\epsilon_e = \text{Deformación unitaria} = 0.23 \% = 0.0023$$

$$\epsilon_p = \text{Deformación unitaria} = 0.12 \% = 0.0012$$

dividiendo estos valores entre el primer esfuerzo desviador igual a  $0.5 \text{ kg/cm}^2$ , obtenemos los módulos de deformación:

$$M_t = 0.0035/0.5 = 0.0070 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$M_e = 0.0023/0.5 = 0.0046 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$M_p = 0.0012/0.5 = 0.0024 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

de la misma manera procedemos para el segundo esfuerzo desviador igual a  $1.0 \text{ kg/cm}^2$

$$\epsilon_t = 0.0055 \quad M_t = 0.0055$$

$$\epsilon_e = 0.0029 \quad M_e = 0.0029$$

$$\epsilon_p = 0.0026 \quad M_p = 0.0026$$

finalmente para el tercer esfuerzo desviador igual a  $1.5 \text{ kg/cm}^2$

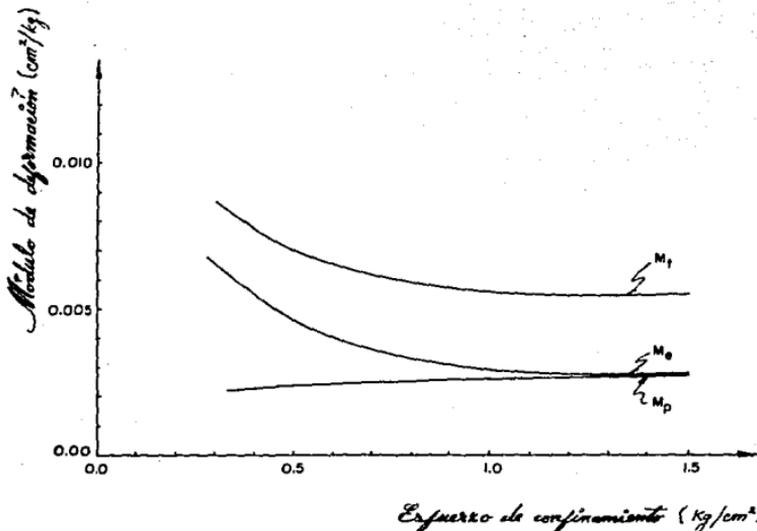
$$\epsilon_t = 0.0082 \quad M_t = 0.0055$$

$$\epsilon_e = 0.0042 \quad M_e = 0.0028$$

$$\epsilon_p = 0.0040 \quad M_p = 0.0027$$

resumiendo los resultados tenemos:

$Gz$ $\text{kg/cm}^2$	$M_t$ $\text{cm}^2/\text{kg}$	$M_e$ $\text{cm}^2/\text{kg}$	$M_p$ $\text{cm}^2/\text{kg}$
0.5	0.0070	0.0046	0.0024
1.0	0.0055	0.0029	0.0026
1.5	0.0055	0.0028	0.0027



*Grafico 1 Forma de las curvas de los modulos de deformacion elastico, plastico y total obtenidos.*

Prosiguiendo tenemos la siguiente tabla que muestra los cálculos realizados:

Subtamb.	h <sub>o</sub> m	z m	P <sub>so</sub> t/m <sup>2</sup>	P <sub>o</sub> t/m <sup>2</sup>	$\bar{U}_z$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{U}_x$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{U}_y$ t/m <sup>2</sup>	$\Delta P_c$ t/m <sup>2</sup>	R <sub>m</sub> t/m <sup>2</sup>	M <sub>primo</sub> cm <sup>2</sup> /kg	Ez	$\delta$ cm
1	1.0	0.5	0.925	0.61833	7.99281	5.49824	4.68783	6.09866	3.707663	0.00900	0.004188	0.41576
2	1.0	1.5	2.725	2.03500	7.82006	3.40839	3.49336	4.902820	4.988135	0.00335	0.004483	0.41825
3	1.0	2.5	4.625	3.99167	7.32343	1.91749	3.48601	3.925643	5.354492	0.00625	0.004231	0.42340
4	1.0	3.5	6.425	4.74833	6.69806	0.99838	1.70550	3.133880	6.315220	0.00640	0.003859	0.38591
5	1.0	4.5	8.325	6.10500	5.84402	0.99250	1.13635	2.516327	7.363399	0.00620	0.003531	0.35340
6	1.0	5.5	10.125	7.44167	5.20034	0.18245	0.73970	2.04983	8.482088	0.00580	0.002882	0.28825

$$\Sigma = 2.32495 \text{ cm}$$

$$\Delta p_c = 1/3 (\bar{U}_x + \bar{U}_y + \bar{U}_z) = 1/3(5.49524 + 4.68793 + 7.99282) = 6.058663$$

$$p_{cm} = p_{co} + \Delta p_c / 2 = 0.67833 + 6.058663 / 2 = 3.707662 \text{ t/m}^2$$

$M_{prom}$  : se obtiene de la gráfica 1 (tomando el valor de  $p_{cm}$  en  $kg/cm^2$ ).

$$\epsilon_z = H [\bar{U}_z - \nu (\bar{U}_x + \bar{U}_y)] = 0.00080 [7.99282 - 0.25(5.49524 + 4.688)] \\ = 0.004358$$

$$\delta = \epsilon_z \times h_o = 0.004358 \times 100 = 0.435762 \text{ cm.}$$

Por lo tanto  $\delta = 2.32 \text{ cm.}$

Asentamientos en la zapata cuadrada.

-- Análisis no lineal.--

Tomando los mismos datos del problema anterior tenemos:

$$\begin{array}{ll} s_p = 0.5 & s_e = 1.05 \\ r_p = 1.6 & r_e = 1.6 \\ M_p = 0.00471 & M_e = 0.00598 \end{array}$$

En base a estos valores calculamos el hundimiento que se tendrá:

Substrato	$h_o$ m	$z$ m	$h_u$ t/m <sup>2</sup>	$R_u$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{U}_z$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{U}_x$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{U}_y$ t/m <sup>2</sup>	$\delta_e$ cm	$\delta_p$ cm	$\delta_e$ cm	
1	1.0	0.5	0.925	0.67833	6.90139	1.41742	1.41792	0.5318	0.5168	1.0486	
2	1.0	1.5	2.775	2.03500	2.68886	0	0	0.0796	0.0966	0.1762	
3	1.0	2.5	4.625	3.39167	1.19524	0	0	0.0136	0.0080	0.0216	
4	1.0	3.5	6.475	4.74833	0.65163	0	0	0.0037	0.0028	0.0065	
5	1.0	4.5	8.325	6.10500	0.48562	0	0	0.0013	0.0028	0.0041	
6	1.0	5.5	10.175	7.46167	0.27557	0	0	0.0006	0.0014	0.0020	
								$\Sigma$	0.6316	0.6324	1.2640

$$\delta_t = 1.26 \text{ cm.}$$

-- Análisis lineal.--

Tomando datos del problema anterior (análisis lineal), tenemos la siguiente tabla de los cálculos realizados para la obtención de los hundimientos:

SP Sección	h m	z m	P <sub>ca</sub> t/m <sup>2</sup>	P <sub>co</sub> t/m <sup>2</sup>	Σz t/m <sup>2</sup>	Σx·Σy t/m <sup>2</sup>	ΔP <sub>c</sub> t/m <sup>2</sup>	P <sub>cm</sub> t/m <sup>2</sup>	M <sub>prom.</sub> cm <sup>2</sup> /kg	ε <sub>x</sub>	δ cm
1	10	0.5	0.925	0.61833	6.90139	1.41742	3.2454	2.3010	0.0095	0.0055	0.890
2	10	1.5	1.775	2.03500	2.88884	0	0.8963	2.9832	0.0092	0.0025	0.250
3	10	2.5	4.675	3.39167	1.9524	0	0.3984	3.5959	0.0081	0.0010	0.100
4	10	3.5	6.475	4.74833	0.65163	0	0.2172	4.8549	0.0071	0.0005	0.050
5	10	4.5	8.325	6.10500	0.40562	0	0.1352	6.1726	0.0065	0.0003	0.030
6	10	5.5	10.175	7.46167	0.27557	0	0.0919	7.5076	0.0060	0.0002	0.020

Σ 1.040 cm.

Por lo tanto  $\delta = 1.04 \text{ cm.}$

## VII.- CONCLUSIONES .

El trabajo realizado consistió básicamente en el estudio de la deformación de un suelo granular, visto de dos maneras diferentes, el lineal y el no lineal. Para que conocidas estas deformaciones se pueda obtener el asentamiento que tendrá la cimentación en estudio. Ya que resulta de mucha importancia el conocimiento del asentamiento, para que en base a este asentamiento se diseñe estructuralmente la cimentación a utilizar y la estructura en sí, y así la estructura soportada por esta cimentación funcione satisfactoriamente.

Debido a que las teorías conocidas para el cálculo de asentamientos en un suelo granular, se encuentran limitadas a ciertas condiciones del suelo granular, se realizó este trabajo contemplando las condiciones no tomadas en cuenta en las teorías conocidas: como por ejemplo el conocimiento pleno del suelo, de las cargas aplicadas, de los tipos de cimentación empleados, etc. Además de que por medio de este trabajo se pueden conocer las deformaciones elástica, plástica y total de la cimentación, así como sus asentamientos respectivos.

Se puede ver además que los resultados obtenidos del ejemplo de aplicación (capítulo VI), resultan satisfactorios para el tipo de cimentación analizado en este. Ya sean estos resultados del análisis lineal o del análisis no lineal.

Una cosa importante que mencionar resulta ser que para el conocimiento de los parámetros  $r$ ,  $s$  y  $M$  que intervienen en el análisis no lineal, se tienen que realizar algunas iteraciones, por lo cual se recomienda programar las ecuaciones utilizadas en él, para una mayor rapidez de cálculo de estos parámetros, ya sea en una computadora o en una calculadora -

de bolsillo programable.

La elección de utilizar cualquiera de los dos análisis -- vistos en este trabajo, se le deja al ingeniero siempre y -- cuando tenga un conocimiento pleno del problema que tenga -- que resolver.

Una de las ventajas de los métodos lineal y no lineal de deformación es que permiten determinar las propiedades de de formación del suelo en el laboratorio, para que, una vez conocidas estas propiedades, se utilicen para calcular los --- asentamientos de una zapata, una losa, etc. Este procedimien to es un avance sobre otros métodos basados en correlaciones empíricas, que proporcionan la capacidad de carga de un sue lo en base a el número de golpes de la prueba de penetración estándar, como eléctrico, etc.

B I B L I O G R A F I A .

Deméneghi A., " Análisis de Deformaciones en Suelos Granulares ", Rev. Ingeniería, Nueva Época, Vol. LIV, No. 3, pp. 34-38, 1984.

Juárez Badillo E. y Rico A., Mecánica de Suelos, Tomo II, cap. II, Ed. Limusa, 1967.

Terzaghi K. y Peck R. B., La Mecánica de Suelos en la -- Ingeniería Práctica, ( Traducción O. Moretto ), --- arts. 15, 41, 44 y 54, Ed. El Ateneo, 1955.

Zeevaert L., Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, chap. II, Van Nostrand Reinhold, 1973.