

01172
1
201



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
Facultad de Ingeniería

ALGORITMO PARA LA SIMULACION NUMERICA DE
TRANSITORIOS HIDRAULICOS EN CONDUCTOS A PRESION.

NAHUN HAMED GARCIA VILLANUEVA

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA

(Aprovechamientos Hidráulicos)

1992

Ciudad Universitaria



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. INTRODUCCION	3
2. ANTECEDENTES	5
2.1 CAUSAS Y EFECTOS DEL FLUJO TRANSITORIO	6
2.1.1. CAUSAS	5
2.1.2. EFECTOS.	6
2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES.	7
2.2.1 ECUACION DINAMICA O DE MOVIMIENTO	8
2.2.2 ECUACION DE CONTINUIDAD	13
3. ALGORITMO.	21
3.1 ECUACIONES CARACTERISTICAS.	21
3.2 ESQUEMA NUMERICO.	25
4. CONDICIONES DE FRONTERA.	30
4.1 TANQUE DE CARGA CONSTANTE O VARIABLE.	33
4.1.1. TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ARRIBA (Sin considerar carga de velocidad ni pérdidas por entrada).	33
4.1.2 TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ABAJO (Sin considerar carga de velocidad ni pérdidas por salidas)	36

4.1.3. TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ARRIBA.	
(Considerando la influencia de la carga de velocidad y pérdidas locales)	39
4.1.4 TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ABAJO.	
(Considerando la influencia de la carga de velocidad y pérdidas locales). . . .	41
4.2 TAPA CIEGA.	43
4.3 VALVULA DESCARGANDO A LA ATMOSFERA.	44
4.4. VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA CONOCIDA	
(Considerando despreciables las pérdidas locales y la carga de velocidad)	47
4.5 VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA CONOCIDA.	
(Considerando la influencia de las pérdidas menores y la carga de velocidad).	51
4.6 VALVULA ENTRE DOS CONDUCTOS	59
4.7 UNION DE TUBERIAS EN SERIE.	65
4.8 UNION DE TUBERIAS EN RAMAL.	67

4.9 CAMARAS DE OSCILACION	70
4.9.1 OBJETIVOS FUNDAMENTALES DE LAS CAMARAS DE OSCILACION	72
4.9.2 TIPOS DE CAMARA DE OSCILACION	73
4.9.3 LOCALIZACION DE LOS TANQUES	78
4.9.4. DIMENSIONES DE UN TANQUE DE OSCILACION	78
4.9.5 MODELACION DE UN TANQUE DE OSCILACION	80
4.9.6 CAMARA DE AIRE	88
4.9.7 TANQUE UNIDIRECCIONAL	101
4.10 SISTEMAS DE BOMBEO	109
4.10.1 ASPECTOS GENERALES SOBRE BOMBAS	110
4.10.2 BOMBA EN UN CARCAMO	115
(Operación normal con su velocidad de diseño)	
4.10.3 BOMBA ENTRE DOS TUBERIAS	118
(Operando con su velocidad de diseño)	
4.10.4 FUNCIONAMIENTO GENERAL DE LAS BOMBAS	121
4.10.4.1. ECUACIONES CARACTERISTICAS	122

4.10.4.1.1 CARACTERIZACION GENERAL DE UNA FAMILIA DE BOMBAS GEOMETRICAMENTE SEMEJANTES . . .	123
4.10.4.1.2 VELOCIDAD ESPECIFICA.	125
4.10.4.1.3. CURVAS CARACTERISTICAS.	127
4.10.4.2 ECUACION DINAMICA DE LA MAQUINA.	134
4.10.4.3 ECUACIONES PARA LA SIMULACION.	135
4.10.4.4 BOMBA EN CARCAMO	137
4.10.4.5 BOMBA ENTRE DOS CONDUCTOS.	145
4.11 TURBINAS	149
4.12 NOTA SOBRE SEPARACION DE COLUMNA	152
5. EJEMPLOS DE APLICACION	155
5.1 EJEMPLO No. 1	156
5.2 EJEMPLO No. 2	164
5.3 EJEMPLO No. 3	173
5.4 EJEMPLO No. 4	186

5.5 EJEMPLO No. 5 195

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 203

7. BIBLIOGRAFIA EMPLEADA. 204

ANEXO

DESCRIPCION DEL PROGRAMA. 210

MANUAL DE USUARIO 213

PROGRAMA DE COMPUTO

PRESENTACION

En los últimos años con el advenimiento de las computadoras, el estudio y simulación numérica de los fenómenos transitorios en conductos a presión ha despertado gran interés entre los especialistas en Ingeniería Hidráulica, a tal grado que, en la actualidad, ya se cuenta con un amplio acervo bibliográfico y en algunas universidades del país se ofrecen cursos sobre el mismo.

Siguiendo esta tendencia y tomando en cuenta la importancia del tema, en este trabajo se presenta un esquema numérico, de segundo orden, para la simulación de los efectos transitorios en conductos a presión, como son los producidos por maniobras planeadas o no controladas en diversos dispositivos hidráulicos, tales como: válvulas, bombas, tanques, turbinas y cámaras de oscilación.

El objetivo fundamental del trabajo es el de ofrecer una introducción en esta área de la Hidráulica y adicionalmente proporcionar un programa que podrá servir como material de apoyo para la mejor comprensión y profundización del tema.

El trabajo se encuentra estructurado en 6 capítulos y un anexo con el contenido que se indica a continuación:

- Capítulo 1. Es una breve introducción al trabajo.
- Capítulo 2. Se describe primeramente el fenómeno y las causas y efectos que lo producen, para pasar posteriormente al estudio detallado de las ecuaciones fundamentales que lo representan.
- Capítulo 3. Se desarrolla y describe el algoritmo propuesto para la simulación numérica.
- Capítulo 4. Se estudia y desarrolla la modelación numérica de diversas condiciones de frontera.
- Capítulo 5. Se presentan una serie de simulaciones, referentes a problemas propuestos, las cuales son realizadas con auxilio del programa de cómputo que se anexa al trabajo.
- Capítulo 6. Se dan algunas conclusiones y recomendaciones.
- Anexo. Se proporciona el programa de cómputo desarrollado y su manual de usuario.

El trabajo ha sido elaborado de tal manera que se deberá leer en forma secuencial ya que a medida que se avanza en el mismo se utiliza información mencionada con anterioridad.

1. INTRODUCCION

Conforme aumenta la necesidad de operar los sistemas hidráulicos de conducción se manifiesta la importancia que tiene el estudio de problemas ocasionados por la presencia de fenómenos transitorios. Los transitorios hidráulicos en conductos forzados pueden producir presiones cuyas magnitudes son peligrosamente altas, ruido excesivo, fatiga en los materiales, desgastes por cavitación, etc. En algunos casos estos efectos pueden ser destructivos, como es por ejemplo lo que sucede en ciertos sistemas de conducción a presión en que el fenómeno transitorio puede ocasionar vibraciones y resonancia.

El análisis de los efectos transitorios en los sistemas hidráulicos requiere el cálculo de presiones y velocidades durante la operación no permanente del sistema, o sea, durante el fenómeno transitorio, el cual puede ser producido por el ajuste de una válvula en una línea de conducción, el paro o arranque de una bomba, el disparo de una turbina, entre otras causas.

El estudio de un flujo no permanente es, en general, más complejo que el de un permanente. En efecto al considerar el tiempo como una variable adicional las ecuaciones resultantes son diferenciales expresadas en derivadas parciales en vez de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Como se verá posteriormente, la solución de las ecuaciones diferenciales resultantes no puede ser realizada en forma directa para la mayoría de las condiciones iniciales y de frontera, y por lo tanto es necesario recurrir a técnicas numéricas de solución, en las cuales resulta idónea la utilización de la computadora digital debido a su gran capacidad de memoria y su alta velocidad de cálculo.

En este trabajo se estudia el flujo no permanente en conductos a presión como un problema unidimensional empleando para su análisis las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad. Las ecuaciones diferenciales resultantes se resuelven con auxilio de técnicas numéricas usando esquemas en diferencias finitas.

2. ANTECEDENTES

2.1 CAUSAS Y EFECTOS DEL FLUJO TRANSITORIO.

El flujo transitorio es generado por cualquier acción que modifique las condiciones de presión o velocidad en un flujo establecido. Estas acciones pueden ser planeadas o accidentales.

2.1.1 CAUSAS

Algunas de las principales causas que producen efectos transitorios en los conductos a presión son:

- a) Apertura o cierre de válvulas
- b) Arranque o paro de bombas
- c) Variación en los niveles de almacenamiento de un vaso que alimenta una línea de tubería o conducción
- d) Ondas en un almacenamiento que alimenta una línea de conducción
- e) Ruptura de tuberías
- f) Vibraciones de válvulas
- g) Maniobras de bombas
- h) Variación de la potencia de una turbina por aceptación o rechazo de carga
- i) Vibración en los alabes de una turbina o en los impulsores de una bomba

2.1.2 EFECTOS

En el flujo transitorio los efectos más significativos son las variaciones de presión de gran intensidad y corta duración, por ejemplo:

a) En operación de válvulas

- a.1) Cierre. Produce una sobrepresión hacia aguas arriba y una caída de presión hacia aguas abajo.
- a.2) Apertura. Produce caída de presión hacia aguas arriba y sobrepresión hacia aguas abajo.

b) En operación de turbinas

- b.1) Rechazo de carga. Produce efectos similares al cierre de una válvula.
- b.2) Admisión de carga. Produce efectos similares a la apertura de una válvula.
- b.3) Operación a potencia constante

c) Operación de bombas.

- c.1) Arranque. Produce sobrepresión hacia aguas abajo.
- c.2) Paro. Se genera una onda de presión negativa que viaja hacia aguas abajo

2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES.

Para la deducción de las ecuaciones que modelan el flujo transitorio en conductos a presión, se aplican a un volumen de control dentro del flujo los principios de conservación de masa y de conservación de la cantidad de movimiento (segunda ley de Newton). Las variables dependientes que se consideran son el nivel H de la línea de cargas piezométricas respecto a un plano horizontal de comparación y la velocidad media V en cualquier sección transversal del conducto; por otra parte, las variables independientes están constituidas por la distancia X medida a lo largo del eje de la línea de conducción teniendo como origen el extremo aguas arriba de la misma, y el tiempo t , de esta manera se tiene que $H = f(X,t)$ y $V = f(X,t)$. Se considera que la fricción (esfuerzo cortante entre el líquido y las paredes del conducto) es proporcional al cuadrado de la velocidad.

Las consideraciones y simplificaciones que se adoptan para la deducción de las ecuaciones fundamentales, aplicables a un conducto de sección circular, son las siguientes:

- a) El flujo es unidimensional
- b) La distribución de velocidades en una sección transversal del conducto es uniforme, por lo tanto, se acepta una velocidad media representativa
- c) Las ecuaciones para el cálculo de pérdidas por fricción a flujo establecido se consideran válidas para el flujo transitorio

- d) La deformación del líquido y la de las paredes del conducto se apegan a la ley de Hooke, o sea, se consideran elásticos
- e) El coeficiente de pérdidas, de la fórmula que se utilice, se considera constante durante el transitorio
- f) La celeridad de la onda de presión no cambia con el transitorio
- g) El sistema siempre está lleno de líquido, por lo tanto, se tendrá una sola fase líquida
- h) La tubería es prismática

2.3.1 ECUACION DINAMICA O DE MOVIMIENTO

Para aplicar la segunda Ley de Newton en dirección axial de la tubería, se toma como volumen de control (figura 2.1) un elemento de fluido entre dos secciones transversales separadas entre sí una distancia dx

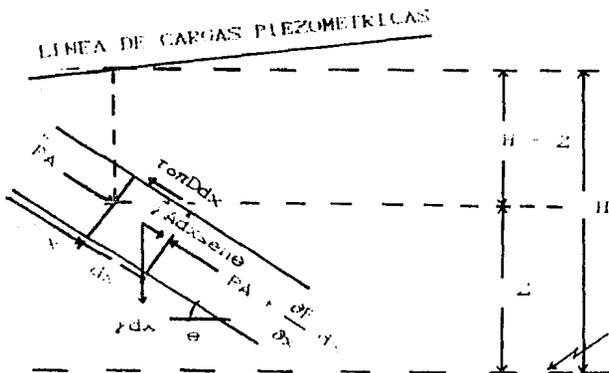


FIGURA 2.1

Por la segunda ley de Newton, para la componente en x, se tiene que:

$$\Sigma F_x = ma \quad (2.1)$$

sustituyendo las fuerzas actuantes indicadas en la figura 2.1

$$\Sigma F_x = PA - \left(PA + A \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) - \tau_0 \pi D dx + \gamma A dx \text{ sen } \theta$$

por otra parte de la propiedad de densidad específica se tiene:

$$m = \rho A dx$$

y siendo que la aceleración se puede expresar como:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

al sustituir estas dos últimas relaciones en (2.1) se obtiene:

$$PA - PA - A \frac{\partial P}{\partial x} dx - \tau_0 \pi D dx + \gamma A dx \text{ sen } \theta = \rho A dx \frac{dV}{dt}$$

dividiendo entre la masa del elemento, $\rho A dx$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A} + \frac{\gamma}{\rho} \text{ sen } \theta = \frac{dV}{dt} \quad (2.2)$$

si se toma en cuenta que $\frac{\gamma}{\rho} = g$ y siendo para sección

circular $A = \frac{\pi D^2}{4}$, la ecuación (2.2) se puede expresar de

la forma siguiente:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{r_0^4}{\rho D} + g \operatorname{sene} \theta = \frac{dV}{dt} \quad (2.3)$$

al considerar el nivel de la línea de cargas piezométricas, siendo $P = \rho g(H-Z)$, se tiene

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right)$$

si además $\frac{\partial Z}{\partial x} = -\operatorname{sene} \theta$

resulta

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \operatorname{sene} \theta \right)$$

de tal manera que al sustituir esta expresión en (2.3), se obtiene

$$-g \frac{\partial H}{\partial x} - g \operatorname{sene} \theta - \frac{r_0^4}{\rho D} + g \operatorname{sene} \theta = \frac{dV}{dt}$$

$$-g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{r_0^4}{\rho D} = \frac{dV}{dt} \quad (2.4)$$

del balance de fuerzas en un flujo permanente (figura 2.2) a través de una tubería se tiene como resultado:

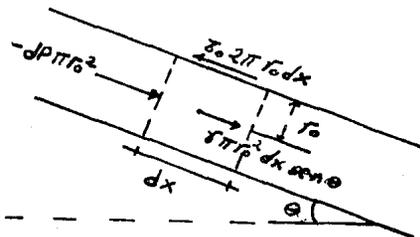


FIGURA 2.2

$$-dP[\rho r_0^2 + \gamma \pi r_0^2 dx \operatorname{sene} \theta] = \tau_0 2\pi r_0 dx$$

de donde al despejar τ_0 se tiene

$$\tau_0 = -\frac{r_0}{2} \frac{dP}{dx} + \frac{\gamma r_0 \operatorname{sene} \theta}{2} \quad (2.5)$$

la cual es válida para flujo laminar o turbulento.

Si por otra parte se considera que

$$dp = \gamma d(h-Z) = \gamma dH - \gamma dZ = \gamma dH + \gamma dx \operatorname{sene} \theta$$

y siendo que la ecuación de Darcy-Weisbach, adoptada para la evaluación de las pérdidas se puede escribir como

$$\gamma dH = -\gamma h f = -f \frac{dx}{2r_0} \rho \frac{V^2}{2}$$

al combinar estas dos últimas relaciones se obtiene

$$dp = -f \frac{dx}{2r_0} \rho \frac{V^2}{2} + \gamma dx \operatorname{sene} \theta$$

de tal manera que sustituyendo esta expresión resultante en (2.5), se tiene que

$$\tau_0 = \frac{f \frac{dx}{2r_0} \rho \frac{V^2}{2}}{dx} \frac{r_0}{2} - \frac{\gamma r_0 \operatorname{sene} \theta}{2} + \frac{\gamma r_0 \operatorname{sene} \theta}{2}$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} = f \frac{V^2}{8} \quad (2.6)$$

sustituyendo (2.6) en (2.4)

$$-g \frac{\partial H}{\partial x} - f \frac{V^2}{2D} = \frac{dV}{dt}$$

como la fricción se opone al movimiento y este puede cambiar de dirección durante el transitorio, V^2 se deberá escribir como $V|V|$ con el fin de conservar el signo apropiado.

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{V|V|}{2D} + \frac{dV}{dt} = 0$$

al desarrollar la derivada total $\frac{dV}{dt}$ se llega a:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{V|V|}{2D} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (2.7)$$

que es la ecuación dinámica o de movimiento.

Esta ecuación también puede ser expresada en función del gasto de la siguiente manera:

dado que

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \text{y} \quad V = \frac{Q}{A}$$

se tiene al sustituir en (2.7)

$$g \frac{\partial H}{\partial x} = f \frac{Q|Q|}{2DA^2} + \frac{Q}{A} \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$$

multiplicando por A^2 se obtiene finalmente:

$$gA^2 \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2D} + Q \frac{\partial Q}{\partial x} + A \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

2.3.2 ECUACION DE CONTINUIDAD

Esta ecuación se obtiene al aplicar el principio de conservación de masa, el cual indica que el flujo de masa que sale menos el flujo de masa que entra a un volumen de control es igual al cambio en la masa almacenada dentro de este. Al aplicar este principio a un volumen de control (figura 2.3) por el cual pasa un flujo no permanente se obtiene:

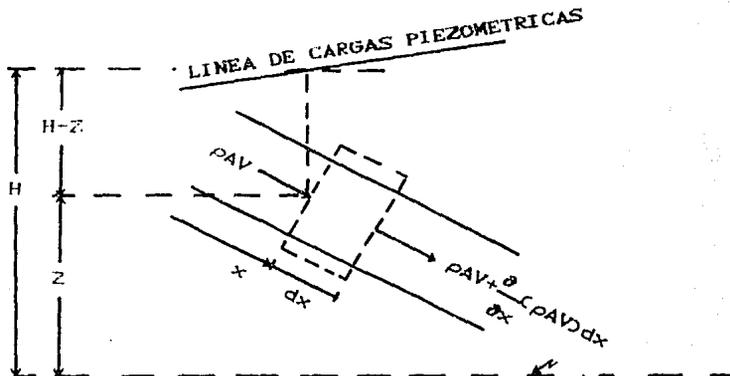


FIGURA 2.3

$$\rho AV - \left[\rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx \right] = \frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t}$$

es decir:

$$- \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx = \frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t}$$

como dx no es función del tiempo

$$- \frac{\partial (\rho AV)}{\partial x} dx = \frac{\partial (\rho A)}{\partial t} dx$$

dividiendo entre dx y desarrollando las derivadas parciales.

$$- \rho A \frac{\partial v}{\partial x} - \rho v \frac{\partial A}{\partial x} - VA \frac{\partial \rho}{\partial x} = \rho \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

factorizando

$$\rho \left[v \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} \right] + A \left[v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

si se sustituye:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

se obtiene

$$\rho \left[\frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial A}{\partial t} \right] + A \left[\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

dado que, por definición de derivada total

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial A}{\partial t} \quad \text{y} \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

al sustituir en (2.9) se obtiene:

$$\rho \frac{dA}{dt} + A \frac{d\rho}{dt} + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

dividiendo entre ρA

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

considerando que el Área es función de la presión P y de la longitud X, o sea $A=A(P,x)$, se tiene que

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial P} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$

por otra parte, para un conducto prismático

$$\frac{\partial A}{\partial x} = 0$$

así que la expresión para dA/dt se reduce a:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial P} \frac{dP}{dt}$$

por lo que al sustituir en (2.10) se obtiene:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial P} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

La compresibilidad de un líquido se expresa mediante el módulo de elasticidad volumétrica. Si la presión de un volumen unitario de líquido se incrementa en dP , el volumen cambiará en $-dv$; al cociente $-vd\rho/dv$ se le conoce como módulo de elasticidad volumétrica K. Entonces, para cualquier volumen de líquido, se tiene

$$K = - \frac{dP}{dv/v}$$

donde v es el volumen del elemento de fluido sujeto al cambio de presión dP

como

$$\frac{dv}{v} = \frac{dvs}{vs}$$

siendo v_s el volumen específico e igual al recíproco de la densidad

$$v_s = 1/\rho$$

por lo tanto

$$\frac{dv}{v} = \frac{dv_s}{v_s} = \frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{1/\rho} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

al sustituir en (2.12) se llega a

$$k = \frac{dP}{d\rho/\rho} \quad (2.13)$$

la cual se puede expresar también como

$$\frac{K}{\rho} = \frac{dP/dt}{d\rho/dt}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = \frac{1}{K} \frac{dP}{dt}$$

resultando, al sustituir en (2.11)

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial P} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{K} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{K} \frac{dP}{dt} \left[1 + \frac{K}{A} \frac{\partial A}{\partial P} \right] + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.14)$$

respecto a la elasticidad del conducto, la rapidez con que cambia la fuerza de tensión por unidad de longitud está dada por $(D/2) dp/dt$, ver figura 2.4

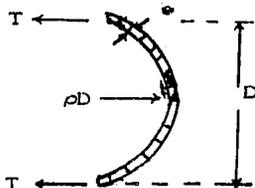


FIGURA 2.4

si esta cantidad se divide entre el espesor de la pared del conducto e , se obtendrá la rapidez con que cambia el esfuerzo unitario

$$\left(\frac{D}{2e}\right) \frac{dP}{dt}$$

si a su vez, esta cantidad se divide entre el módulo de elasticidad de Young para el material del tubo, resulta la rapidez de cambio de la deformación unitaria

$$\frac{D}{2eE} \frac{dP}{dt}$$

al multiplicar este resultado por el radio del conducto $D/2$ se obtiene la rapidez de expansión radial; finalmente, al multiplicar por el perímetro πD , resulta la rapidez de crecimiento del área transversal del tubo

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{D}{eE} \frac{dP}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = A \frac{D}{eE} \frac{dP}{dt}$$

por tanto

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE} \frac{dP}{dt} \quad (2.15)$$

anteriormente se indicó que

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial P} \frac{dP}{dt}$$

al sustituir en (2.15) se obtiene:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial P} \frac{dP}{dt} = \frac{D}{eE} \frac{dD}{dt}$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial P} = \frac{D}{eE}$$

sustituyendo en (2.14)

$$\frac{1}{K} \frac{dP}{dt} \left(1 + \frac{KD}{eE} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

dividiendo y multiplicando por ρ el primer término de esta ecuación

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} \left[\frac{\rho}{K} \left(1 + \frac{KD}{eE} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

dividiendo entre $(\rho/K) \left(1 + \frac{KD}{eE} \right)$ se llega a

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + \frac{K/\rho}{\left(1 + \frac{KD}{eE} \right)} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

es conveniente expresar esta ecuación en la forma

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} = a^2 \frac{dV}{dx} = 0 \quad (2.16)$$

en donde:

$$a^2 = \frac{K/\rho}{\left(1 + \frac{KD}{eE} \right)}$$

siendo "a" la celeridad con que viaja la onda de presión en el conducto.

multiplicando la ecuación (2.16) por ρ

$$\frac{dP}{dt} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.17)$$

si

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial P}{\partial t}$$

se obtiene, al sustituir en (2.17)

$$\frac{\partial P}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial P}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.18)$$

por otro lado como $P = \rho g(H-Z)$

se tendrá

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial Z}{\partial t} \right)$$

si además

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = -\text{sene} \quad \text{y} \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = 0$$

se obtiene

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \text{sene} \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t}$$

sustituyendo en (2.18)

$$\rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \text{sene} \right) \frac{dx}{dt} + \rho g \frac{\partial H}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

dividiendo entre ρg y considerando $V = \frac{dx}{dt}$

se llega finalmente a:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \text{sene} \right) V + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

ordenando:

$$V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \text{sene} = 0 \quad (2.19)$$

que es la ecuación de continuidad para un líquido compresible en un tubería elástica.

la ecuación (2.19) también puede ser expresada en función del gasto de la siguiente manera:

dado que

$$V = \frac{Q}{A}, \quad \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x}$$

al sustituir en (2.19)

$$\frac{Q}{A} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{Q}{A} \text{sene} = 0$$

y multiplicando, finalmente, por A se obtiene

$$Q \frac{\partial H}{\partial x} + A \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial Q}{\partial x} + Q \text{sene} = 0 \quad (2.20)$$

3. ALGORITMO

3.1 ECUACIONES CARACTERISTICAS

Las ecuaciones gobernantes, obtenidas en el capítulo 2, son las siguientes.

$$L1 = g \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + f \frac{v|v|}{2D} = 0$$

$$L2 = v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + v \operatorname{sen} \theta = 0$$

Cada una de ellas contiene dos incógnitas (H y V) dependientes de las variables X y t. Por tanto para su solución es necesario resolverlas simultáneamente, para lo que se utiliza, en este caso, el método de las características.

Con el método de las características es posible transformar el sistema de ecuaciones diferenciales parciales en un sistema de ecuaciones diferenciales totales.

Planteando una combinación lineal de las dos ecuaciones básicas

$$L1 + \lambda L2 = 0$$

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + f \frac{v|v|}{2D} + \lambda \left(v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + v \operatorname{sen} \theta \right) = 0$$

$$\lambda \left[\frac{\partial H}{\partial x} \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[\frac{\partial v}{\partial x} \left(v + \lambda \frac{a^2}{g} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] + f \frac{v|v|}{2D} + \lambda v \operatorname{sen} \theta = 0 \quad (3.1)$$

si se tiene por definición de derivada total, que:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

aceptando la proposición siguiente

$$\frac{dx}{dt} = v + \frac{g}{\lambda}$$

se tendrá entonces que el primer término que aparece entre paréntesis en la ecuación (3.1) será igual a la derivada total dH/dt .

si por otra parte se acepta también que

$$\frac{dx}{dt} = v + \frac{a^2}{g} \lambda$$

en este caso se tendrá que el segundo término que aparece entre paréntesis es igual a la derivada total dv/dt .

con base en lo anterior, resulta:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) + \frac{\partial H}{\partial t} \quad \text{si} \quad \frac{dx}{dt} = v + \frac{g}{\lambda} \quad (3.2)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \left(v + \frac{a^2}{g} \lambda \right) + \frac{\partial V}{\partial t} \quad \text{si} \quad \frac{dx}{dt} = v + \frac{a^2}{g} \lambda \quad (3.3)$$

igualando (3.2) con (3.3), se obtiene

$$v + \frac{g}{\lambda} = v + \frac{a^2}{g} \lambda$$

$$\lambda^2 = \frac{g}{a}$$

$$\lambda = \pm \frac{g}{a}$$

que es el valor característico de λ para el cual las ecuaciones básicas son linealmente dependientes.

De lo anterior se concluye que:

para $\lambda = g/a$ se obtiene

$$\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + f \frac{V|V|}{2D} + \frac{g}{a} V \operatorname{sen} \theta = 0 \quad (A)$$

la cual es válida si

$$\frac{dx}{dt} = v + \frac{g}{a} a = v + a \quad (B)$$

que representa la característica positiva C^+

y para $\lambda = -g/a$ se obtiene

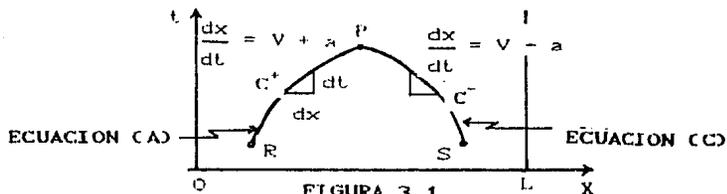
$$-\frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dv}{dt} + f \frac{V|V|}{2D} - \frac{g}{a} V \operatorname{sen} \theta = 0 \quad (C)$$

lo cual es válida si

$$\frac{dx}{dt} = v - \frac{g}{a} a = v - a \quad (D)$$

representando la característica negativa C^- .

Con el fin de comprender el significado de estas cuatro ecuaciones, es conveniente representar la solución en un plano $x - t$, como muestra la figura 3.1.



Si se considera que V y H se conocen en los puntos R y S del plano (figura 3.1). La curva C^+ es una gráfica de la ecuación (B) y la ecuación (A) es válida a lo largo de cualquier curva característica C^+ , de la misma manera la curva C^- es la gráfica de la ecuación (D), y la ecuación (C) es válida a lo largo de C^- .

Las ecuaciones (A) y (C) contienen cada una dos incógnitas para cada punto conocido a lo largo de sus características, pero en la intersección P de ambas curvas C^+ y C^- , las dos ecuaciones se pueden resolver una vez que se obtienen los valores de V_p y H_p . En este punto de intersección las ecuaciones (B) y (D) también se pueden resolver para X y t . De esta manera la solución se va obteniendo a lo largo de las curvas características, partiendo de condiciones conocidas y encontrando nuevas intersecciones en las que se determinan la velocidad y la carga para tiempos posteriores.

En los cálculos de los fenómenos transitorios en conductos a presión, por lo general, la influencia de V dentro de las ecuaciones (B) y (D), es tan pequeña comparada con el valor de la celeridad, a que se puede despreciar. En estas condiciones, las líneas características resultan ser rectas con pendiente $\pm a$ (figura 3.2), donde a es la celeridad con que viaja la onda de presión a lo largo de la tubería.

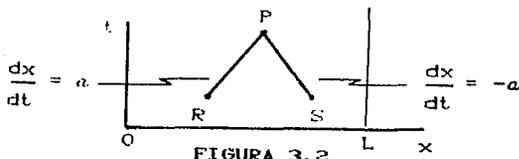
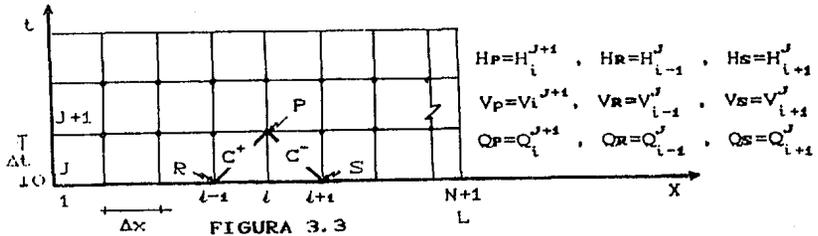


FIGURA 3.2

3.2 ESQUEMA NUMERICO

Se considera que la tubería está constituida de N segmentos iguales, conociéndose inicialmente V y H en cada sección transversal que divide a dos tramos consecutivos.



la solución se efectúa en las intersecciones de las líneas características, indicadas con los puntos negros en el plano $x - t$ (figura 3.3), se debe observar que la solución sólo se puede llevar a cabo en una región limitada, a menos que se dé información respecto a alguna condición externa como función del tiempo, en $x = 0$ o $x = L$ (inicio y final de la tubería); este aspecto se analizará detalladamente en la sección referente a condiciones de frontera.

De la malla de la figura 3.3, en la cual se considera $V \approx 0$, se concluye que el incremento de tiempo en los cálculos está dado por la condición:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = a$$

de donde

$$\Delta t = \Delta x/a$$

por lo tanto se tendrá que la condición de estabilidad del esquema numérico de solución, está dada por

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{a}$$

que es la conocida relación de Courant. (ref 3).

Adicionalmente, si se utiliza una malla de este tipo, es decir con Δx y Δt constantes, se conocerán x y t en cada intersección y por lo tanto ya no será necesario considerar más las ecuaciones (B) y (D).

Multiplicando la ecuación (A) por $\frac{a}{g} dt$ e integrando a lo largo de la característica C^+ , se obtiene

$$\frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + f \frac{a}{g} \frac{V|V|}{2D} + V \operatorname{sen} \theta = 0 \quad (3.4)$$

$$\int_R^P \frac{dH}{dt} dt + \frac{a}{g} \int_R^P \frac{dV}{dt} dt + f \frac{a}{g 2D} \int_R^P V|V| dt + \operatorname{sen} \theta \int_R^P V dt = 0 \quad (3.5)$$

Con el fin de lograr un modelo numérico de segundo orden la integración de los últimos dos términos de la ecuación (3.5) se realiza con el método de integración numérica de los trapecios.

(3.6)

$$H_P - H_R + \frac{a}{g} (V_P - V_R) + \frac{fa}{g 2D} \left(\frac{V_P |V_P| + V_R |V_R|}{2} \right) \Delta t + \operatorname{sen} \theta \left(\frac{V_P + V_R}{2} \right) \Delta t = 0$$

con un procedimiento semejante, al integrar la ecuación (C) se obtiene:

(3.7)

$$H_P - H_S - \frac{a}{g}(V_P - V_S) - \frac{fa}{g2D} \left(\frac{V_P |V_P| + V_S |V_S|}{2} \right) \Delta t + \text{sene} \left(\frac{V_P + V_S}{2} \right) \Delta t = 0$$

Para solucionar el sistema de ecuaciones formado por la (3.6) y la (3.7), se realiza el procedimiento siguiente:

(3.8)

$$H_P - H_R + \frac{a}{g}(V_P - V_R) + f \frac{a}{g4D} (V_P |V_P| + V_R |V_R|) \Delta t + \text{sene} \frac{1}{2} (V_P + V_R) \Delta t = 0$$

(3.9)

$$H_P - H_S - \frac{a}{g}(V_P - V_S) - f \frac{a}{g4D} (V_P |V_P| + V_S |V_S|) \Delta t + \text{sene} \frac{1}{2} (V_P + V_S) \Delta t = 0$$

restando (3.9) a (3.8)

$$H_S - H_R + \frac{a}{g}(2V_P - V_R - V_S) + f \frac{a}{g4D} (2V_P |V_P| + V_S |V_S| + V_R |V_R|) \Delta t + \frac{1}{2} \text{sene} (V_R - V_S) \Delta t = 0$$

multiplicando por $\frac{g}{a}$ y ordenando términos

$$\frac{f \Delta t}{2D} V_P^2 + 2V_P + \frac{g}{a} \left(H_S - H_R + \frac{\Delta t}{2} \text{sene} \theta (V_R - V_S) \right) +$$

$$+ \frac{f \Delta t}{4D} (V_S |V_S| + V_R |V_R|) - V_R - V_S = 0$$

obsérvese que si se toma

(3.10.a)

$$C = \frac{g}{a} \left[H_2 - H_1 + \frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen}(\alpha) (V_{R2} - V_{R1}) \right] + \frac{f \Delta t}{4D} (V_{R2} |V_{R2}| + V_{R1} |V_{R1}|) - V_{R2} - V_{R1}$$

se obtiene

$$\left(\frac{f \Delta t}{2D} \right) V_P^2 + 2 V_P + C = 0$$

y siendo V_P la incógnita, se tendrá una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$V_P = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - \frac{2f \Delta t}{D} C}}{\frac{f \Delta t}{D}}$$

$$V_P = \frac{2D}{f \Delta t} \left[\pm \sqrt{1 - \frac{f \Delta t}{2D} C} - 1 \right]$$

$$\text{haciendo } B = \frac{2D}{f \Delta t} \quad (3.10.b)$$

$$V_P = B \left[\pm \sqrt{1 - \frac{C}{B}} - 1 \right] \quad (3.11)$$

En esta expresión se toma el signo positivo, ya que de lo contrario implicaría que la velocidad fuera siempre en sentido contrario al flujo establecido.

$$V_P = B \left[\sqrt{1 - \frac{C}{B}} - 1 \right]$$

por otra parte si se suman (3.8) y (3.9) se obtiene

$$2 H_P - H_R - H_S + \frac{a}{g}(V_S - V_R) + f \frac{a \Delta t}{g 4 D} (V_R |V_R| - V_S |V_S|) + \frac{\Delta T}{2} \operatorname{sen} \theta (2V_P + V_R + V_S) = 0$$

despejando H_P

(3.12)

$$H_P = \frac{1}{2} \left[H_R + H_S - \frac{a}{g}(V_S - V_R) - f \frac{a \Delta t}{g 4 D} (V_R |V_R| - V_S |V_S|) - \frac{\Delta T}{2} \operatorname{sen} \theta (2V_P + V_R + V_S) \right]$$

El procedimiento de solución a seguir es: calcular con auxilio de (3.11) el valor de V_P y posteriormente el valor de H_P con auxilio de la (3.12), otra alternativa para calcular H_P sería simplemente despejarla de 3.6 o 3.7 una vez conocida V_P .

Es importante enfatizar que esta formulación es válida únicamente para nudos centrales o sea interiores a la malla.

4. CONDICIONES DE FRONTERA

La ecuación (3.7) válida para la característica negativa C^- , permite tener una relación entre las dos incógnitas Q_{p1} y H_{p1} en el extremo aguas arriba de la tubería (figura 4.1).

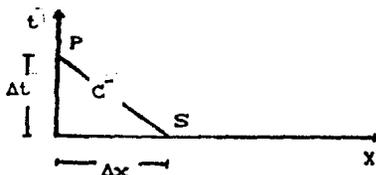


FIGURA 4.1

Puesto que se tiene una ecuación con dos incógnitas en el punto P, se deriva la necesidad de una condición exterior a la tubería, que relacione la respuesta de la conducción con el comportamiento de la frontera. Esta condición externa puede ser, entre otras:

- Un valor constante de una de las variables. Puede ser, por ejemplo, la carga de un vaso de almacenamiento.
- Una relación de variación específica de una de las variables con respecto al tiempo es, por ejemplo, la relación de gastos contra el tiempo al abrir o cerrar una válvula.
- Una relación algebraica entre las dos variables es, por ejemplo, la relación de $Q - H$ en el arranque de una bomba.

- d) Una condición en la forma de una ecuación diferencial. Puede ser por ejemplo, la inclusión en el problema de la ecuación de oscilación de masa en los tanques de oscilación.
- e) Algunas condiciones de frontera pueden, incluso, tener en cuenta variables adicionales; por ejemplo, la velocidad de una bomba centrífuga conectada a la tubería. Para estos casos se requieren dos ecuaciones independientes, las cuales en combinación con la ecuación (3.7) permiten obtener las tres incógnitas en cada paso.

Para el extremo aguas abajo de la línea de tubería (figura 4.2), la ecuación (3.6), para las características C^+ , permite relacionar las variables H_{n+1} y Q_{n+1}

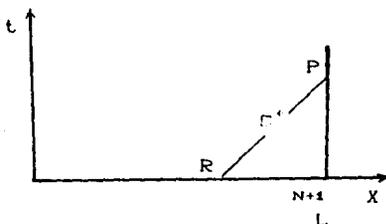


FIGURA 4.2

En este caso también se requiere alguna condición externa que especifique a una de las variables; esta condición

puede ser del mismo tipo que las condiciones anotadas para el caso de la frontera aguas arriba.

Así pues, se puede definir el término "condición de frontera" como la condición que priva en cada extremo de la tubería en el tiempo, y puede ser la parte final del sistema en un vaso de almacenamiento, una válvula, una tapá ciega, etc. o puede estar constituída por la unión con otra tubería, una bomba, una valvula o algún otro dispositivo diferente. La ecuación (3.6) corresponde a la característica C^+ y se utiliza para enlazar la condición particular aguas abajo, y de manera análoga la ecuación (3.7) se emplea para enlazar la condición de frontera aguas arriba a lo largo de la característica C^- .

En este capítulo se estudian las condiciones de frontera más comunes que se presentan en los transitorios hidráulicos en conductos a presión.

4.1 TANQUE DE CARGA CONSTANTE O VARIABLE

4.1.1 Tanque en el extremo aguas arriba. (Sin considerar carga de velocidad ni pérdida por entrada)

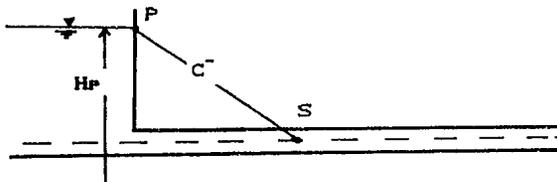


figura 4.3

Durante el transitorio es válida (figura 4.3):

$$H_P = \text{constante} \quad \text{o} \quad H_P = f(t)$$

donde $f(t)$ es una función conocida.

de la ecuación (3.7)

$$H_P - H_S - \frac{a}{g}(V_P - V_S) - \frac{fa}{2gD} \left[\frac{V_P |V_P| + V_S |V_S|}{2} \right] \Delta t + \text{sene} \theta \left[\frac{V_P + V_S}{2} \right] \Delta t = 0$$

al ordenar términos se llega a

$$-\frac{fa\Delta t}{4gD} V_P^2 + \left(\frac{\Delta t}{2} \text{sene} \theta - \frac{a}{g} \right) V_P + H_P - H_S + \frac{a}{g} V_S - \frac{\Delta t fa}{4gD} V_S |V_S| + \frac{\Delta t}{2} \text{sene} \theta V_S = 0$$

dividiendo entre $\left(\frac{\Delta t}{2} \text{sene} \theta - \frac{a}{g} \right)$

$$- \frac{fa \Delta t}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta - \frac{a}{g}\right) 4g D} V_P^2 + V_P + \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta - \frac{a}{g}\right)} \left[H_P - H_S + \right. \\ \left. + \frac{a}{g} V_S - \frac{\Delta t fa}{4g D} V_S |V_S| + \frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta V_S \right] = 0$$

Definiendo

$$M = \frac{fa \Delta t}{4g D}, \quad U = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta - \frac{a}{g}\right)}, \quad W = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta + \frac{a}{g}\right)}$$

Se obtiene

$$(MU) V_P^2 + V_P + U \left[H_P - H_S + \frac{a}{g} V_S + M V_S |V_S| + \frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta V_S \right] = 0$$

Realizando operaciones

$$(MU) V_P^2 + V_P + U \left[H_P - H_S + \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta + \frac{a}{g} \right) V_S + M V_S |V_S| \right] = 0$$

$$(MU) V_P^2 + V_P + U \left[H_P - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.1)$$

Si se denota:

$$K = U \left[H_P - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right]$$

Al sustituir en (4.1) se obtiene

$$(MU) V_P^2 + V_P + K = 0$$

La cual es una ecuación cuadrática, con soluciones:

$$V_p = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4MJK}}{2 MJ}$$

En este caso el signo positivo es el único que tiene significado físico, por lo tanto:

$$V_p = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1-4MJK-1}}{MJ} \quad (4.2)$$

En resumen para esta condición de frontera, se conoce $H_p=f(t)$ y se procede a calcular el valor de V_p con la expresión (4.2) en la cual:

$$M = - \frac{fa\Delta t}{4g D}$$

$$U = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g}\right)}, \quad W = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{a}{g}\right)}$$

$$K = U \left[H_p - H_s + V_s \left(\frac{1}{W} + M |V_s| \right) \right]$$

4.1.2 TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ABAJO.

(Sin considerar carga de velocidad ni pérdidas por salida)

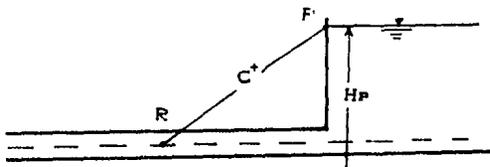


FIGURA 4.4

Durante el transitorio se conocen (figura 4.4):

$$H_p = \text{cte} \quad \text{ó} \quad H_p = f(t)$$

De la ecuación (3.6)

$$H_p - H_R + \frac{a}{g}(V_p - V_R) + f \frac{a}{2gD} \left[\frac{V_p |V_p| + V_R |V_R|}{2} \right] \Delta t + s \operatorname{sen} \theta \left[\frac{V_p + V_R}{2} \right] \Delta t = 0$$

Ordenando términos

$$\frac{fa\Delta t}{4gD} V_p^2 + \left[\frac{a}{g} + \frac{\Delta t}{2} s \operatorname{sen} \theta \right] V_p + H_p - H_R - \frac{a}{g} V_R + f \frac{a\Delta t}{4gD} V_R |V_R| + \frac{\Delta t}{2} s \operatorname{sen} \theta V_R = 0$$

Dividiendo entre $\left[\frac{a}{g} + \frac{\Delta t}{2} s \operatorname{sen} \theta \right]$

$$\frac{fa\Delta t}{4gD \left[\frac{a}{g} + \frac{\Delta t}{2} s \operatorname{sen} \theta \right]} V_p^2 + V_p + \frac{1}{\left[\frac{a}{g} + \frac{\Delta t}{2} s \operatorname{sen} \theta \right]} \left[H_p - H_R + \left[\frac{\Delta t}{2} s \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g} \right] V_R + \right.$$

$$\left. + \frac{fa\Delta t}{4gD} V_R |V_R| \right] = 0$$

Recordando que

$$M = - \frac{fa\Delta t}{4gD},$$

$$U = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g}\right)}$$

Y

$$W = \frac{1}{\left(\frac{a}{g} + \frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta\right)}$$

Se obtiene, realizando operaciones:

$$- MW V_P^2 + V_P + W \left[H_P - H_R + \frac{V_R}{U} - M |V_R| \right] = 0$$

$$- MW V_P^2 + V_P + W \left[H_P - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M |V_R| \right) \right] = 0 \quad (4.3)$$

Si se asigna

$$Z = W \left[H_P - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M |V_R| \right) \right]$$

Al sustituir en (4.3) se obtiene la ecuación

$$- MW V_P^2 + V_P + Z = 0$$

Cuyas soluciones están dadas por:

$$V_P = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4MWZ}}{-2MW}$$

Tomando una vez más raíz con signo positivo

$$V_p = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 + 4MNZ} - 1}{MN} \quad (4.4)$$

En resumen, para esta condición de frontera, conocido H_p o $H_p=f(t)$ se procede a calcular V_p con la expresión (4.4) en la cual:

$$M = -\frac{fa\Delta t}{4gD}$$

$$U = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta - \frac{a}{g}\right)}$$

$$W = \frac{1}{\left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sene} \theta + \frac{a}{g}\right)}$$

$$Z = W \left[H_p - H_n + V_n \left(\frac{1}{U} - M |V_n| \right) \right]$$

4.1.3 TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ARRIBA.

(Considerando la influencia de la carga de velocidad y las pérdidas locales)

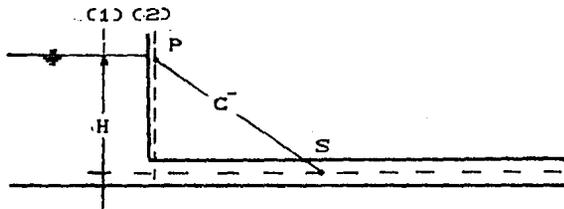


FIGURA 4.5

Durante el transitorio es válida (figura 4.5)

$$H = \text{cte} \quad \text{ó} \quad H = f(t)$$

Donde $f(t)$ es una función conocida

De la aplicación de la ecuación de la energía entre las secciones (1) y (2) se deduce que:

$$H_P = H - \frac{V_P^2}{2g} (1 + K_e) \quad (4.5)$$

Donde K_e es el coeficiente de pérdida.

Al sustituir (4.5) en (4.1) se obtiene

$$MUV_P^2 + V_P + U \left[H_P - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M|V_S| \right) \right] = 0$$

$$MUV_P^2 + V_P + U \left[H - \frac{V_P^2}{2g} (1 + K_e) - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M|V_S| \right) \right] = 0$$

Ordenando términos

$$\left[MU - \frac{U(1+Ke)}{2g} \right] V_P^2 + V_P + U \left[H - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] = 0$$

$$U \left[M - \frac{(1+Ke)}{2g} \right] V_P^2 + V_P + K = 0$$

La cual es una ecuación cuadrática cuya solución es

$$V_P = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 - 4U \left[M - \frac{1+Ke}{2g} \right] K} - 1}{U \left[M - \frac{(1+Ke)}{2g} \right]}$$

Denotando:

$$N_e = \frac{1 + Ke}{2g}$$

Se obtiene finalmente

$$V_P = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 - 4U (M - N_e) K} - 1}{U (M - N_e)} \quad (4.6)$$

En resumen, para esta condición de frontera una vez calculado V_P con auxilio de la ecuación (4.6) se procede a calcular H_P con la siguiente ecuación.

$$H_P = H - V_P^2 N_e \quad (4.7)$$

4.1.4 TANQUE EN EL EXTREMO AGUAS ABAJO.

(Considerando la carga de velocidad y las pérdidas locales)

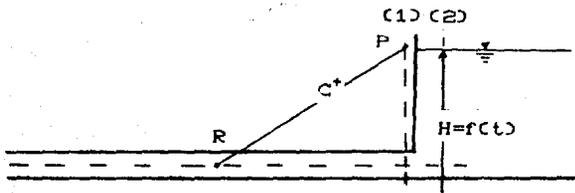


FIGURA 4.6

Durante el transitorio es válida (figura 4.6):

$$H = \text{cte} \quad \text{o} \quad H = f(t)$$

Donde $f(t)$ es una función conocida.

De la aplicación de la ecuación de la energía entre las secciones (1) y (2) se obtiene:

$$H_P = H + \left(\frac{K_S - 1}{2g} \right) V_P^2$$

y denotando

$$N_S = \frac{K_S - 1}{2g}$$

se obtiene

$$H_p = H + N_s V_p^2 \quad (4.8)$$

sustituyendo esta expresión en la ecuación (4.3)

$$- MWV_p^2 + V_p + W \left[H + N_s V_p^2 - H_n + V_n \left(\frac{1}{U} - M |V_n| \right) \right] = 0$$

ordenando términos se obtiene

$$(WN_s - MW)V_p^2 + V_p + W \left[-H_n + V_n \left(\frac{1}{U} - M |V_n| \right) \right] = 0$$

$$(WN_s - MW)V_p^2 + V_p + Z = 0$$

que es una ecuación cuadrática cuyas soluciones son:

$$V_p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(WN_s - MW)Z}}{2(WN_s - MW)}$$

considerando el signo positivo

$$V_p = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 - 4WZ(N_s - M)} - 1}{W(N_s - M)} \quad (4.9)$$

en conclusión para esta condición de frontera se calcula V_p con auxilio de la ecuación (4.9) y posteriormente H_p con auxilio de la (4.8).

4.2 TAPA CIEGA

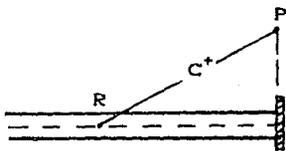


FIGURA 4.7

Durante el transitorio $V_P = 0$ (figura 4.7)

La ecuación (4.3), obtenida para la característica positiva, es:

$$- MWV_P^2 + V_P + W \left[H_P - H_R + V_R \left(\frac{1}{G} - M|V_R| \right) \right] = 0$$

Dado que $V_P = 0$, la ecuación anterior se simplifica a:

$$H_P - H_R + V_R \left(\frac{1}{G} - M|V_R| \right) = 0$$

∴

$$H_P = H_R - V_R \left(\frac{1}{G} - M|V_R| \right) \quad (4.10)$$

con la que puede calcularse la carga en la frontera.

4.3 VALVULA DESCARGANDO A LA ATMOSFERA.

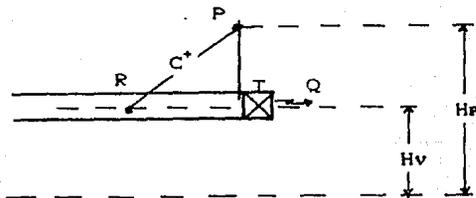


FIGURA 4.8

Para este caso se considera válida la ecuación de descarga de un orificio (figura 4.8).

$$Q = C_d A \sqrt{2g H}$$

siendo H la carga sobre el orificio.

Así, para flujo establecido, se tendrá

$$Q_o = C_{d_o} A_o \sqrt{2g (H_o - H_v)}$$

y para flujo transitorio

$$Q_p = C_d A \sqrt{2g (H_p - H_v)}$$

la relación Q_p/Q_o será:

$$\frac{Q_p}{Q_o} = \frac{C_d A}{C_{d_o} A_o} \frac{\sqrt{2g} \sqrt{H_p - H_v}}{\sqrt{2g} \sqrt{H_o - H_v}}$$

$$\frac{Q_p}{Q_o} = \frac{CdA}{Cd_o A_o} \frac{\sqrt{H_p - H_v}}{\sqrt{H_o - H_v}}$$

si se denota

$$\tau = \frac{CdA}{Cd_o A_o}$$

la ecuación anterior se puede escribir:

$$Q_p = \tau \frac{Q_o}{\sqrt{H_o - H_v}} \sqrt{H_p - H_v}$$

elevando al cuadrado

$$Q_p^2 = \frac{\tau^2 Q_o^2}{(H_o - H_v)} (H_p - H_v)$$

si se define

$$C_v = \frac{\tau^2 Q_o^2}{2(H_o - H_v)}$$

se obtiene la expresión:

$$Q_p^2 = 2C_v (H_p - H_v)$$

despejando H_p

$$H_p = \frac{Q_p^2}{2C_v} + H_v$$

o bien:

$$H_P = \frac{V_P^2 A^2}{2 C_v} + H_v \quad (4.11)$$

sustituyendo (4.11) en (4.3)

$$- MWV_P + V_P + W \left[\frac{V_P^2 A^2}{2 C_v} + H_v - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M|V_R| \right) \right] = 0$$

y ordenando términos

$$\left(\frac{WA^2}{2 C_v} - MW \right) V_P^2 + V_P + W \left[H_v - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M|V_R| \right) \right] = 0$$

que es una ecuación cuadrática cuya solución es:

$$V_{P2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \left[\frac{WA^2}{2C_v} - MW \right] W \left[H_v - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M|V_R| \right) \right]}}{2 \left[\frac{WA^2}{2C_v} - MW \right]} \quad (4.12)$$

Para esta condición V_P será siempre positiva ya que no se puede presentar gasto hacia aguas arriba de la válvula.

En resumen para esta condición de frontera se calcula V_P con la ecuación (4.12) y posteriormente H_P con la (4.11). El valor de τ se obtiene de datos proporcionados por el fabricante de las válvulas, ya que depende de los coeficientes de descarga.

4.4 VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA CONOCIDA.
 (considerando despreciables las pérdidas locales y la
 carga de velocidad)

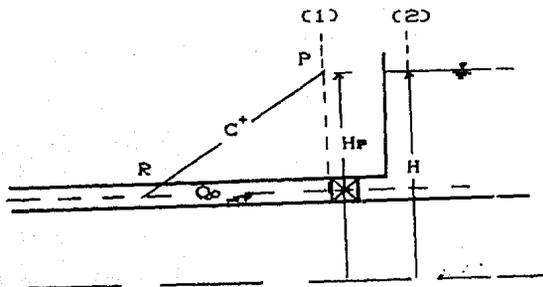


FIGURA 4.9

Durante el transitorio se conocen (figura 4.9):

$$H = \text{cte} \quad \text{o} \quad H = f(t)$$

Para este caso puede presentarse flujo inverso, o sea, del tanque hacia la línea de conducción.

a) FLUJO POSITIVO.

Despreciando pérdidas y la carga de velocidad entre las secciones (1) y (2) de la figura 4.9, el gasto se puede evaluar como:

$$Q_p = C_d A \sqrt{2g (H_p - H)}$$

con un procedimiento semejante al del inciso anterior, se obtiene

$$H_p = \frac{V_p^2 A^2}{2C_v} + H \quad (4.13)$$

siendo

$$C_v = \frac{\tau^2 Q_o^2}{(H_o - H_p)}$$

y la solución esta dada por

$$V_p = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \left[\frac{WA^2}{2C_v} - MW \right] W \left[V_p \left(\frac{1}{L} - M |V_p| \right) + H - H_a \right]}}{2 \left[\frac{WA^2}{2C_v} - MW \right]} \quad (4.14)$$

en resumen, cuando el flujo es positivo se calcula V_p con la expresión (4.14) y posteriormente H_p con auxilio de la (4.13)

b) FLUJO INVERSO.

Despreciando las pérdidas y la carga de velocidad entre las secciones (1) y (2) de la figura 4.9. Para flujo inverso el gasto se evalúa con la expresión siguiente:

$$Q_P = - C_d A \sqrt{2g (H - H_P)}$$

por lo tanto, con un procedimiento semejante al anterior se obtiene

$$H_P = H - \frac{V_P^2 A^2}{2C_v} \quad (4.15)$$

en donde

$$C_v = \frac{\tau^2 Q_o^2}{(H_o - H_T)}$$

y la solución está dada por la ecuación:

$$V_P = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \left[\frac{WA^2}{2C_v} + MW \right] W \left[V_R \left(\frac{1}{U} - H |V_R| \right) + H - H_R \right]}}{-2 \left[\frac{WA^2}{2C_v} + MW \right]} \quad (4.16)$$

donde H_r es el nivel del tanque en flujo establecido, es decir antes de que ocurra el transitorio.

Así se tendrá que, cuando el flujo es inverso, se evaluará V_r con la expresión (4.16) y posteriormente H_r con auxilio de la (4.15).

Es importante notar que para este caso la dirección de flujo es hacia aguas arriba de la conducción, por lo que se debe tomar la velocidad con signo negativo.

4.5 VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA CONOCIDA.

(considerando la influencia de las pérdidas menores y la carga de velocidad)

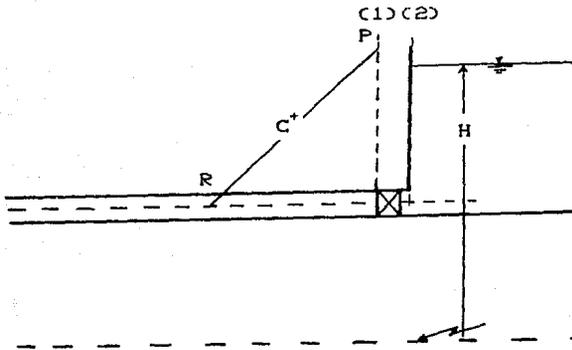


FIGURA 4.10

Durante el transitorio se conocerá (figura 4.10):

$$H = \text{cte} \quad \text{o} \quad H = f(t)$$

De la aplicación de la ecuación de la energía entre las secciones (1) y (2) de la figura 4.10 se tiene:

Para flujo establecido se obtiene:

$$H_2 = H_1 + \frac{V_0^2}{2g} (K_s - 1)$$

si se considera válida la ley de descarga de un orificio, se tendrá:

$$Q_0 = C_{d_0} A_0 \sqrt{(H_0 - H_2) 2g}$$

$$Q_0 = C_{d_0} A_0 \sqrt{\left[H_0 - H_2 + \frac{V_0^2}{2g} (1 - K_E) \right] 2g}$$

a. - PARA FLUJO TRANSITORIO POSITIVO.

$$H_2 = H + \frac{V_P^2}{2g} (K_E - 1)$$

$$Q_P = C_d A \sqrt{\left[H_P - H + \frac{V_P^2}{2g} (1 - K_E) \right] 2g}$$

la relación Q_P/Q_0 es

$$\frac{Q_P}{Q_0} = \frac{C_d A \sqrt{2g \left[H_P - H + \frac{V_P^2}{2g} (1 - K_E) \right]}}{C_{d_0} A_0 \sqrt{2g \left[H_0 - H_2 + \frac{V_0^2}{2g} (1 - K_E) \right]}}$$

haciendo operaciones

$$\frac{Q_P}{Q_0} = \frac{C_d A}{C_{d_0} A_0} \sqrt{\frac{H_P - H + \frac{V_P^2}{2g} (1 - K_E)}{H_0 - H_2 + \frac{V_0^2}{2g} (1 - K_E)}}$$

$$Q_P = \frac{\tau Q_0}{\sqrt{H_0 - H_E + \frac{V_0^2}{2g}(1 - K_E)}} \sqrt{H_P - H + \frac{V_P^2}{2g}(1 - K_S)}$$

$$Q_P^2 = \frac{\tau^2 Q_0^2}{\left[H_0 - H_E + \frac{V_0^2}{2g}(1 - K_E) \right]} \left[H_P - H + \frac{V_P^2}{2g}(1 - K_S) \right]$$

definiendo

$$2C_v = \frac{\tau^2 Q_0^2}{H_0 - H_E + \frac{V_0^2}{2g}(1 - K_E)}$$

se obtiene, haciendo operaciones:

$$Q_P^2 = 2C_v \left[H_P - H + \frac{V_P^2}{2g}(1 - K_S) \right]$$

$$A^2 V_P^2 = 2C_v H_P - 2C_v H + 2C_v V_P^2 \left(\frac{1 - K_S}{2g} \right)$$

$$2C_v H_P = A^2 V_P^2 - 2C_v V_P^2 \left(\frac{1 - K_S}{2g} \right) + 2C_v H$$

$$H_P = \frac{V_P^2 \left[A^2 - 2C_v \left(\frac{1 - K_s}{2g} \right) \right] + 2 C_v H}{2 C_v}$$

$$H_P = \frac{V_P^2 \left[A^2 + 2C_v \left(\frac{K_s - 1}{2g} \right) \right] + H}{2 C_v}$$

$$H_P = V_P^2 \left[\frac{A^2}{2C_v} + \frac{K_s - 1}{2g} \right] + H$$

$$H_P = V_P^2 \left(\frac{A^2}{2C_v} + N_s \right) + H$$

$$H_P = H + \left(\frac{A^2}{2C_v} + N_s \right) V_P^2 \quad (4.17)$$

sustituyendo (4.17) en (4.3)

$$-M W V_P^2 + V_P + W \left[\left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) V_P^2 + H - H_R \left(\frac{1}{U} - M |V_R| \right) \right] = 0$$

y ordenando términos:

$$\left[W \left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) - M W \right] V_P^2 + V_P + W \left[H - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M |V_R| \right) \right] = 0$$

$$\left[W \left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) - M W \right] V_P^2 + V_P + Z = 0$$

que es una ecuación cuadrática cuya solución es:

$$V_p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \left[W \left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) - MW \right] Z}}{2 \left[W \left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) - MW \right]}$$

$$V_p = \frac{1}{2} \frac{\pm \sqrt{1 - 4 \left[W \left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) - MW \right] Z} - 1}{\left[W \left(N_s + \frac{A^2}{2C_v} \right) - MW \right]} \quad (4.18)$$

dado que el flujo es positivo V_p siempre será positiva.

Para este caso de flujo positivo, se calcula V_p con auxilio de la expresión (4.18) y posteriormente H_p con la ecuación (4.17).

b.- PARA FLUJO TRANSITORIO INVERSO SE TIENE

$$H_z = H - \frac{V_p^2}{2g} (1 + K_e)$$

por lo tanto

$$Q_p = CdA \sqrt{\left[H_p + H - \frac{V_p^2}{2g} (1 + K_e) \right] 2g}$$

la relación Q_P/Q_0 es:

$$\frac{Q_P}{Q_0} = \frac{C_d A \sqrt{2g \left[H - \frac{V_P^2}{2g} (1 + K_e) - H_P \right]}}{C_d A_0 \sqrt{2g \left[H_0 - H_P + \frac{V_P^2}{2g} (1 - K_e) \right]}}$$

haciendo operaciones:

$$Q_P^2 = 2C_v \left[H - H_P - \frac{V_P^2}{2g} (1 + K_e) \right]$$

$$Q_P^2 = 2C_v H - 2C_v H_P - 2C_v N_e V_P^2$$

$$A^2 V_P^2 = 2C_v H - 2C_v H_P - 2C_v N_e V_P^2$$

$$V_P^2 (A^2 + 2C_v N_e) = 2C_v H - 2C_v H_P$$

despejando H_P

$$H_P = \frac{2C_v H - (A^2 + 2C_v N_e) V_P^2}{2C_v}$$

$$H_P = H - \left(\frac{A^2}{2C_v} + N_e \right) V_P^2 \quad (4.19)$$

sustituyendo en (4.3)

$$-F W V_P^2 + V_P + W \left[H - \left(\frac{A^2}{2C_v} + N_e \right) V_P^2 - H_P + V_n \left(\frac{1}{U} - M |V_n| \right) \right] = 0$$

ordenando términos, se obtiene:

$$\left[-MW - W\left(\frac{A^2}{2C_v} + N_e\right) \right] V_P^2 + V_P + W\left[H - H_R + V_R \left(\frac{1}{U} - M|V_{RW}| \right) \right] = 0$$

$$W\left[-M - \left(\frac{A^2}{2C_v} + N_e\right) \right] V_P^2 + V_P + Z = 0$$

que es una ecuación cuadrática cuya solución es

$$V_P = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4W\left[-M - \left(\frac{A^2}{2C_v} + N_e\right)\right]Z}}{2W\left[-M - \frac{A^2}{2C_v} - N_e\right]}$$

$$V_P = \frac{1}{2} \frac{\pm \sqrt{1 - 4W\left[-M - \frac{A^2}{2C_v} - N_e\right]Z} - 1}{W\left[-M - \frac{A^2}{2C_v} - N_e\right]}$$

$$V_P = \frac{1}{2} \frac{\pm \sqrt{1 - 4ZW\left[-M - \frac{A^2}{2C_v} - N_e\right]} - 1}{W\left[-M - \frac{A^2}{2C_v} - N_e\right]} \quad (4.20)$$

dado que el flujo es inverso se toma el valor negativo de V_p .

La secuencia de cálculo para este caso se realiza evaluando V_p con la ecuación (4.20) y posteriormente H_p con la (4.19).

4.6 VALVULA ENTRE DOS CONDUCTOS

Para este caso se manejan dos condiciones de frontera, simultáneamente (figura 4.11).

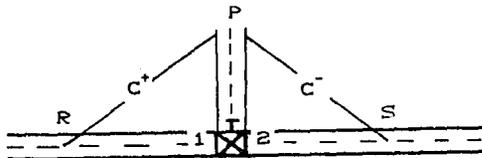


FIGURA 4.11

Consideraciones para el análisis

a). No se presenta almacenamiento en la válvula. Por lo tanto el gasto que entra es igual al gasto que sale, o sea, se satisface la ecuación de continuidad:

$$Q_{P1} = Q_{P2} = Q_P$$

b). Se acepta como válida la ecuación de descarga de un orificio

$$Q_P = \frac{cdA Q_0}{cd_0 A_0 \sqrt{H_1 - H_2}} \sqrt{H_{P2} - H_{P1}} \quad \text{para flujo positivo}$$

$$Q_P = \frac{cdA Q_0}{cd_0 A_0 \sqrt{H_1 - H_2}} \sqrt{H_{P2} - H_{P1}} \quad \text{para flujo inverso}$$

operando algebraicamente y denotando

$$Cv = \frac{1}{2} \frac{\tau^2 Q^2 o}{(H_1 - H_2)}$$

Se obtiene

$$Q^2_P = 2Cv (H_{P1} - H_{P2}) \quad \text{flujo positivo}$$

$$Q^2_P = 2Cv (H_{P2} - H_{P1}) \quad \text{flujo inverso}$$

Despejando H_{P1} de ambas relaciones

$$H_{P1} = H_{P2} + \frac{Q^2_P}{2Cv} \quad \text{flujo positivo (4.21)}$$

$$H_{P1} = H_{P2} - \frac{Q^2_P}{2Cv} \quad \text{flujo inverso (4.22)}$$

A lo largo de la característica positiva C^+ (lado izquierdo de la válvula en la figura 4.11) se deberá cumplir la ecuación (4.3) y para la negativa C^- (hacia la derecha de la válvula) la ecuación (4.1) o sea, en este caso, se deben satisfacer las ecuaciones:

$$- M_1 U_1 V_{P1}^2 + V_{P1} + U_1 \left[H_{P1} - H_R + V_R \left(\frac{1}{U_1} - M_1 |V_R| \right) \right] = 0$$

$$M_2 U_2 V_{P2}^2 + V_{P2} + U_2 \left[H_{P2} - H_S + V_S \left(\frac{1}{U_2} + M_2 |V_S| \right) \right] = 0$$

De acuerdo a la ecuación de continuidad $V=Q/A$, las ecuaciones anteriores se pueden expresar en la forma:

$$-\frac{M_1 W_1 Q_P^2}{A_1^2} + \frac{Q_P}{A_1} + W_1 \left[H_{P1} - H_R + V_R \left(\frac{1}{U_1} - M_1 |V_R| \right) \right] = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{M_2 U_2 Q_P^2}{A_2^2} + \frac{Q_P}{A_2} + U_2 \left[H_{P2} - H_S + V_S \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.24)$$

Multiplicando (4.23) por A_1 y (4.24) por A_2 y procediendo posteriormente a restarlas, se obtiene

$$\left(\frac{M_2 U_2}{A_2} + \frac{M_1 W_1}{A_1} \right) Q_P^2 + U_2 A_2 \left[H_{P2} - H_S + V_S \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_S| \right) \right] -$$

$$- W_1 A_1 \left[H_{P1} - H_R + V_R \left(\frac{1}{U_1} - M_1 |V_R| \right) \right] = 0$$

denotando

$$\alpha_1 = U_2 A_2 \left[V_S \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_S| \right) - H_S \right] - W_1 A_1 \left[V_R \left(\frac{1}{U_1} - M_1 |V_R| \right) - H_R \right]$$

$$\alpha_0 = \frac{M_2 U_2}{A_2} + \frac{M_1 W_1}{A_1}$$

Se obtiene

$$\alpha_0 Q_P^2 + U_2 A_2 H_{P2} - W_1 A_1 H_{P1} + \alpha_1 = 0 \quad (4.25)$$

Sustituyendo (4.21) en (4.25) y simplificando

$$\left(a_0 - \frac{W_1}{2C_V} \right) Q^2_P + (U_2 - A_2 - W_1 A_1) H P_2 + a_1 = 0$$

Despejando $H P_2$

$$H P_2 = \frac{\left(\frac{W_1}{2C_V} - a_0 \right)}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} Q^2_P - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \quad (4.26)$$

Sustituyendo en (4.24) y ordenando algebraicamente

$$\left[\frac{M_2 U_2}{A_2^2} + \frac{U_2}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \left(\frac{W_1}{2C_V} - a_0 \right) \right] Q^2_P + \frac{Q_P}{A_2} + U_2 \left[V_S \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_S| \right) - H S - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \right] = 0 \quad (4.27)$$

denotando

$$A_1^* = U_2 \left[\frac{M_2}{A_2} + \frac{A_2}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \left(\frac{W_1}{2C_V} - a_0 \right) \right]$$

$$C_1^* = A_2 U_2 \left[V_S \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_S| \right) - H S - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \right]$$

Se obtiene, al sustituir en (4.27)

$$(A_1^*) Q^2_P + Q_P + C_1^* = 0$$

Ecuación cuadrática cuya solución es:

$$Q_p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 (A^*_{11}) (C^*_{11})}}{2 (A^*_{11})} \quad (4.28)$$

Dado que el flujo es positivo Q_p será positivo.

Por lo tanto, para este caso de flujo positivo, Q_p se evalúa con la expresión (4.28), H_{p2} con la (4.26), H_{p1} con la (4.21) y finalmente las velocidades con las siguientes expresiones:

$$V_{p1} = Q_p/A_1$$

$$V_{p2} = Q_p/A_2$$

4.6.2 FLUJO INVERSO

Sustituyendo (4.22) en (4.25), se obtiene

$$a_0 Q_p^2 + U_2 A_2 H_{p2} - W_1 A_1 H_{p2} + W_1 \frac{Q_p^2}{2C_v} + a_1 = 0$$

$$\left(a_0 + \frac{W_1}{2C_v} \right) Q_p^2 + \left(U_2 - W_1 \right) H_{p2} + a_1 = 0$$

Despejando H_{p2}

$$H_{p2} = \frac{\left(a_0 + \frac{W_1}{2C_v} \right) Q_p^2}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \quad (4.29)$$

Sustituyendo en (4.24) y ordenando términos se tiene

$$\left[\frac{M_2 U_2}{A_2^2} + \frac{U_2}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \left(a_0 + \frac{W_1}{2C_v} \right) \right] Q_P^2 + \frac{Q_P}{A_2} + U_2 \left[V_0 \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_0| \right) - \right. \\ \left. - H_0 - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \right] = 0 \quad (4.30)$$

Denotando

$$A^*_2 = U_2 \left[\frac{M_2}{A_2} + \frac{A_2}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \left(\frac{W_1}{2C_v} + a_0 \right) \right]$$

Se obtiene, al sustituir en (4.30)

$$(A^*_2) Q_P^2 + Q_P + C^*_1 = 0$$

Ecuación cuya solución esta dada por:

$$Q_P = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(A^*_2)(C^*_1)}}{2(A^*_2)} \quad (4.31)$$

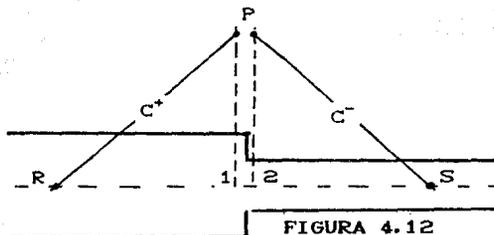
En este caso Q_P es negativo

En resumen Q_P se evalúa con (4.31), H_{P2} con (4.29), H_{P1} con (4.22) y finalmente las velocidades con las expresiones:

$$V_{P1} = Q_P / A_1$$

$$V_{P2} = Q_P / A_2$$

4.7 UNION DE TUBERIAS EN SERIE



Para el análisis de esta condición de frontera (figura 4.12) se hacen las consideraciones siguientes.

a). No hay almacenamiento en la unión, por lo tanto

$$Q_P = Q_{P1} = Q_{P2}$$

b). Se desprecia la pérdida local que se origina en la unión

$$H_{P1} + \frac{Q^2_{P1}}{2gA^2_1} = H_{P2} + \frac{Q^2_{P2}}{2gA^2_2}$$

Ordenando y despejando H_{P1}

$$H_{P1} = H_{P2} + \frac{Q^2_P}{2g} \left[\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right] \quad (4.32)$$

Sustituyendo en (4.25), se obtiene

$$\left[a_0 - \frac{W_1}{2g} \left[\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right] \right] Q_P^2 + (U_2 - W_1) H_{P2} + a_1 = 0 \quad (4.33)$$

Despejando H_{P2} de (4.33)

$$H_{P2} = \frac{\left[\frac{W_1}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - a_0 \right]}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \quad Q_P^2 - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \quad (4.34)$$

Sustituyendo (4.34) en (4.24), se llega a:

$$U_2 \left[\frac{M_z}{A_2} + \frac{A_z}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \left[\frac{W_1}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - a_0 \right] \right] Q_P^2 + Q_P + A_z U_2 \left[V_B \left(\frac{1}{W_2} + M_z |V_B| \right) - H_B - \frac{a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \right] = 0 \quad (4.35)$$

Denotando

$$A^*_{23} = U_2 \left[\frac{M_z}{A_2} + \frac{A_z}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \left[\frac{W_1}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - a_0 \right] \right] \quad (4.36)$$

se obtiene, al sustituir (4.36) en (4.35), la siguiente relación

$$(A^*_{23}) Q_P^2 + Q_P + C^*_{11} = 0 \quad (4.37)$$

Ecuación cuadrática cuya solución esta dada por:

$$Q_P = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(A^*_{23})(C^*_{11})}}{2(A^*_{23})} \quad (4.38)$$

Por lo tanto, el procedimiento de evaluación se resume al cálculo de Q_P con la expresión (4.38), H_{P2} con la (4.34), H_{P1} con la (4.32) y finalmente las velocidades V_{P1} y V_{P2} con auxilio de las relaciones siguientes:

$$V_{P1} = Q_P / A_1 \quad (4.39)$$

$$V_{P2} = Q_P / A_2 \quad (4.40)$$

4.8 UNION DE TUBERIAS EN RAMAL

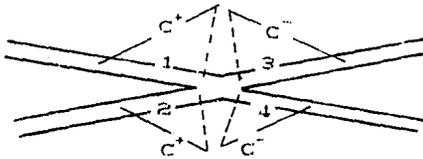


FIGURA 4.13

Para esta condición de frontera (figura 4.13) se adoptan las consideraciones siguientes para su análisis

a) Se cumple continuidad en la unión, o sea se cumple

$$Q_{P1} + Q_{P2} + Q_{P3} + Q_{P4} = 0$$

de donde

$$Q_{P1} = -Q_{P2} - Q_{P3} - Q_{P4} \quad (4.41)$$

b) Se considera que no hay discontinuidad de la energía en la unión, por lo tanto, despreciando pérdidas locales, se obtiene.

$$H_{P1} + \frac{Q_{P1}^2}{2gA^2_1} = H_{P2} + \frac{Q_{P2}^2}{2gA^2_2} = H_{P3} + \frac{Q_{P3}^2}{2gA^2_3} = H_{P4} + \frac{Q_{P4}^2}{2gA^2_4}$$

de donde

$$Q_{P2} = \left[H_{P1} - H_{P2} + \frac{Q_{P1}^2}{2gA^2_1} \right] \frac{2gA^2_2}{|Q_{P2}|} \quad (4.42)$$

$$Q_{P1} = \left(H_{P1} - H_{P3} + \frac{Q_{P1}^2}{2gA^2} \right) \frac{2gA^2}{|Q_{P3}|} \quad (4.43)$$

$$Q_{P1} = \left(H_{P1} - H_{P4} + \frac{Q_{P1}^2}{2gA^2} \right) \frac{2gA^2}{|Q_{P4}|} \quad (4.44)$$

por otra parte, al aplicar la ecuación (4.3) a las características positivas de los tubos (1) y (2) resulta, al despejar H_{P1} :

$$H_{P1} = \frac{M_1 U_1 V_{P1}^2 - V_{P1}}{W_1} + H_{R1} - V_{R1} \left(\frac{1}{U_1} - M_1 |V_{R1}| \right)$$

$$H_{P1} = \frac{M_1 U_1 \frac{Q_{P1} |Q_{P1}|}{A^2} - \frac{Q_{P1}}{A_1}}{W_1} + H_{R1} - V_{R1} \left(\frac{1}{U_1} - M_1 |V_{R1}| \right) \quad (4.45)$$

$$H_{P2} = \frac{M_2 W_2 \frac{Q_{P2} |Q_{P2}|}{A^2} - \frac{Q_{P2}}{A_2}}{W_2} + H_{R2} - V_{R2} \left(\frac{1}{U_2} - M_2 |V_{R2}| \right) \quad (4.46)$$

y al aplicar la ecuación (4.1) a las características negativas de los tramos (3) y (4), se obtiene:

$$H_{P3} = - \left(\frac{M_3 U_3}{A^2} \frac{Q_{P3} |Q_{P3}|}{Q_{P3}} + \frac{Q_{P3}}{A_3} \right) U_3 + H_{S3} - V_{S3} \left(\frac{1}{W_3} + M_3 |V_{S3}| \right) \quad (4.47)$$

$$H_{r4} = - \left[\frac{M_4 U_4}{A^2_4} Q_{P4} + \frac{Q_{P4}}{A_4} \right] U_4 + H_{S4} - V_{S4} \left[\frac{1}{W_4} + M_4 |V_{S4}| \right] \quad (4.48)$$

De lo anterior se concluye que se tiene un sistema de ocho ecuaciones no lineales (4.41), (4.42), (4.43), (4.44), (4.45), (4.46), (4.47) y (4.48) a solucionar, siendo las incógnitas Q_{P1} , Q_{P2} , Q_{P3} , Q_{P4} , H_{r1} , H_{r2} , H_{r3} , y H_{r4} .

De manera semejante se plantearía el sistema de R ecuaciones con R incógnitas para el caso de R/2 ramificaciones.

4.9 CAMARAS DE OSCILACION

Una cámara de oscilación se puede definir como un pozo piezométrico de sección amplia, de forma cualquiera, conectado en su parte inferior a una galería de conducción, su objetivo primordial es disminuir los efectos del golpe de ariete, que se presentan ante cualquier maniobra, efectuada en la conducción.

En las maniobras de cierre o apertura de válvulas ubicadas en el extremo aguas abajo de una tubería, se generan ondas de presión que se transmiten desde la válvula hasta la cámara de oscilación (ubicada en una posición aguas arriba de la válvula), donde son reflejadas. Estas ondas de presión son tan rápidas que no afectan instantáneamente el nivel de la cámara, por lo que la oscilación de masa en la misma, (la cual es mucho más lenta que la onda de presión) se considera como fenómeno independiente. Ante un cierre, el agua que circula en la conducción es derivada hacia la cámara y el nivel de la misma se eleva, esta sobreelevación genera un gradiente que frena el agua en la conducción, hasta invertir el sentido del flujo. El nivel en la cámara disminuye y el sentido del flujo se vuelve a invertir. Estas oscilaciones son amortiguadas, a través del tiempo, por los efectos de cortante entre el líquido y las paredes del túnel o línea de conducción y las de la cámara hasta establecerse un equilibrio en el nivel.

Las cámaras de oscilación pueden ser de distintos tipos y formas, en función a la capacidad que se requiera para disminuir los efectos del golpe de ariete.

Desde el punto de vista teórico, el funcionamiento de una cámara de oscilación en una instalación hidroeléctrica o en una de bombeo es el mismo.

En la figura 4.14 puede observarse una disposición común de una cámara de oscilación en sistemas hidroeléctricos.

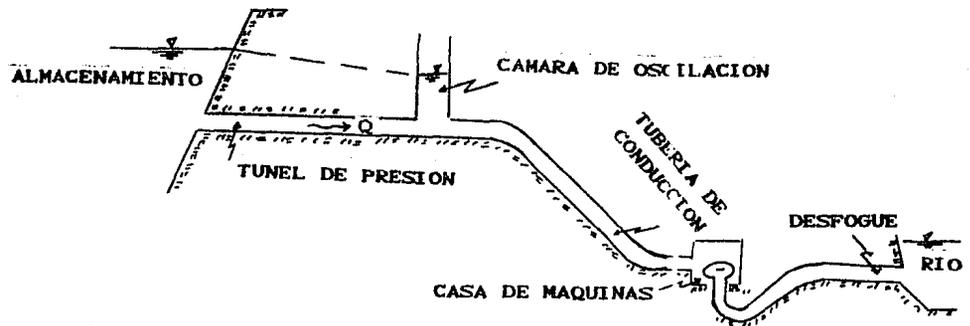


FIGURA 4. 14

4.9.1 OBJETIVOS FUNDAMENTALES DE LAS CAMARAS DE OSCILACION

Las principales funciones de una cámara de oscilación son:

- a) Disminuir las fluctuaciones de presión debidas al rechazo de carga o aceptación de carga en un turbina. Un funcionamiento semejante se tiene para amortiguar los efectos del paro o arranque de bombas.

- b) Mejorar las características de regulación para la operación de turbinas y bombas. Esto es debido a que funciona como un almacenamiento para regular la carga de operación de una turbina y proporcionar agua para el caso del disparo de una bomba.

4.9.2 TIPOS DE CAMARAS DE OSCILACION

Se han desarrollado una gran variedad de cámaras de oscilación; la elección del tipo de cámara adecuada se determina buscando una solución óptima desde los puntos de vista de funcionamiento hidráulico, económico, constructivo, etc.

Una clasificación de los diversos tipos de cámara es la siguiente:

a) De acuerdo a su posición relativa a la casa de máquinas.

a.1) Cámara aguas arriba (figura 4.14). Por lo general se colocan en la unión de la tubería de presión con el túnel, lo más cercano posible de las turbinas.

a.2) Cámara aguas abajo (figura 4.15). Se emplea cuando el túnel de desfogue es largo y descarga bajo presión; este diseño se justifica para:

a.2.1) Prevenir la separación de la columna de agua en el túnel de succión y/o en el túnel de desfogue en el caso de un cierre rápido.

a.2.2) Prevenir la presión excesiva en el tubo de succión y/o en el túnel de desfogue, en el caso de una apertura rápida.

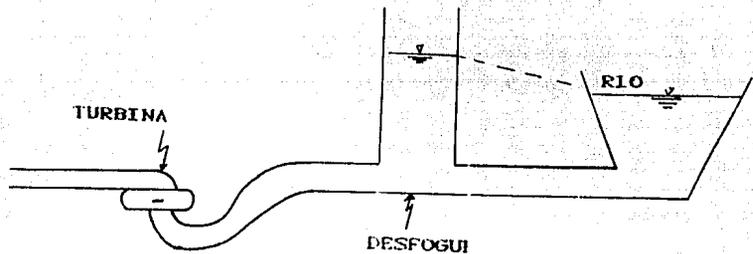


FIGURA 4. 15

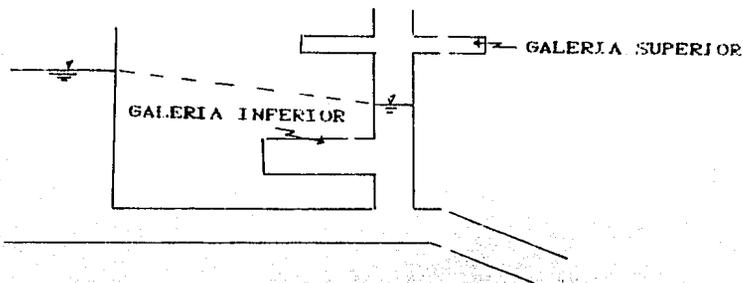
b) De acuerdo con su diseño hidráulico.

b.1) Cámara de oscilación simple. Es una cámara de sección uniforme, la cual debe ser dimensionada para contener la máxima oscilación sin derramar y la mínima sin permitir la entrada de aire al sistema.

La utilización práctica de esta cámara está limitada por razones económicas, ya que al diseñarlas resultan cámaras demasiado grandes, y su empleo se reduce a sistemas con cargas bajas y a longitudes de tunel cortas.

b.2) Cámaras con galerías o expansiones (figura 4.16).

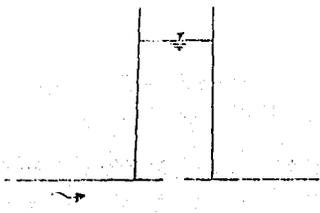
Este tipo de cámaras se emplean cuando se tienen cargas estáticas altas o túneles de gran longitud y se desean evitar oscilaciones demasiado grandes.



CAHARA CON GALERIAS O EXPANSIONES

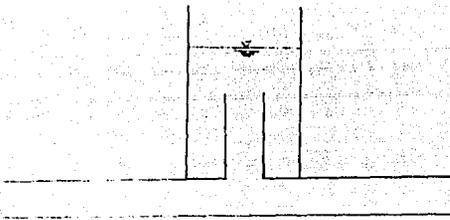
FIGURA 4. 16

b.3) Cámaras con orificios (figura 4.17). En estas, la unión entre la cámara y el conducto se encuentra restringida por un orificio, cuya finalidad es reducir la amplitud y duración de las oscilaciones, lo que favorece la estabilidad mediante las pérdidas que produce el estrangulamiento.



CAMARA CON ORIFICIO
FIGURA 4. 17

b.4) Cámara diferencial o Johnson (figura 4.18). Es una cámara especial formada de dos partes; un tubo central con orificios en su parte inferior, cuyo diámetro es aproximadamente igual al del túnel y una cámara principal. Al presentarse un rechazo de carga, el nivel en el tubo central sube rápidamente produciendo la desaceleración requerida; mientras tanto, el líquido en la cámara principal responde lentamente. Cuando la turbina toma carga, el nivel en el tubo central cae rápidamente proporcionando una pronta respuesta al acelerar el líquido en la tubería de presión.

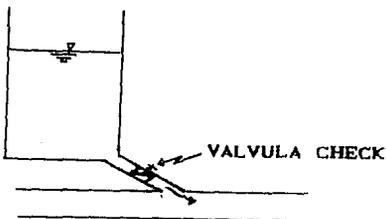


CAMARA DIFERENCIAL
FIGURA 4. 18

b.5) Tanque unidireccional (figura 4.19). Este tipo de cámara es muy empleado para amortiguar los efectos de golpe de ariete producidos por un paro de bomba. Funcionan en un solo sentido, para proporcionar carga, teniendo la ventaja de ser de una altura considerablemente menor que los tanques de oscilación comunes.

Algunas de las desventajas de éste son:

- 1) Requieren un dispositivo para ser llenados después de usarse.
- 2) Tienen en general varias válvulas check, las cuales están sujetas a mantenimiento y cuidado de su buen funcionamiento.

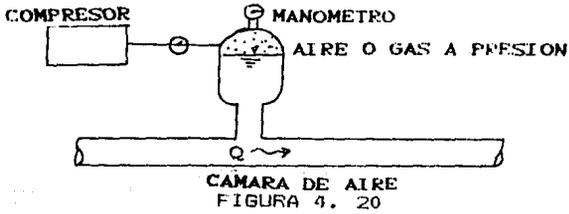


TANQUE UNIDIRECCIONAL
FIGURA 4. 19

b.6) Cámaras de aire (figura 4.20)

Este tipo de dispositivos presenta algunas desventajas como son:

- a) Continuo cuidado de la presión del aire
- b) Llenar de aire después de operar



4.9.3 LOCALIZACION DE LOS TANQUES

Para definir la ubicación de los tanques de oscilación se recomienda realizar primeramente una simulación numérica del fenómeno transitorio sin tanques, posteriormente proponer la colocación de estos en zonas que presenten problemas y volver a realizar otra simulación para verificar si se elimina el mismo.

En la práctica, por lo general, es recomendable colocar tanques cerca de las turbinas y las bombas.

4.9.4 DIMENSIONES DE UN TANQUE DE OSCILACION

Para definir las dimensiones de un tanque de oscilación, es necesario realizar una serie de simulaciones de su funcionamiento con diferentes valores de las mismas y con base en los resultados elegir las más adecuadas; un procedimiento para llevar a cabo lo anterior, es el siguiente:

- a) Proponer un área (área de Thoma o mayor)
- b) Calcular, con auxilio de la simulación de la oscilación de masa en el tanque, los siguientes indicadores:
 1. Nivel máximo (simulación de rechazo de carga en turbinas)
 2. Nivel mínimo (simulación de demanda de carga en turbinas)
 3. Estabilidad

c) Con base a los resultados del inciso anterior determinar la altura del tanque:

$$\text{ALTURA} = N. \text{ MAXIMO} - N. \text{ MINIMO} + \text{BORDO LIBRE}$$

Se recomienda un bordo libre mayor o igual a medio metro.

d) Calcular el costo del pozo

e) Proponer otra área y repetir los incisos b, c y d.

f) Finalmente se procede a realizar una gráfica de área-costo (figura 4.21).

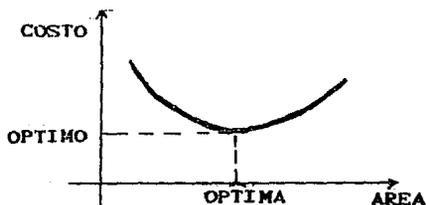


FIGURA 4. 21

El procedimiento descrito es para una determinada posición propuesta, siendo esta posición variable se deberá hacer un análisis para la localización óptima (figura 4.22):

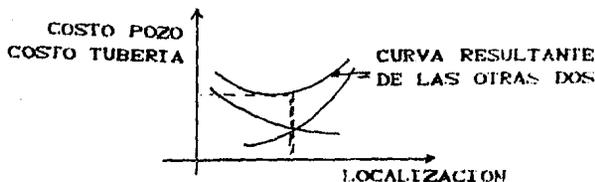


FIGURA 4. 22

4.9.5 MODELACION DE UN TANQUE DE OSCILACION

En este tipo de tanques (figura 4.23) para su simulación se aceptan las siguientes consideraciones:

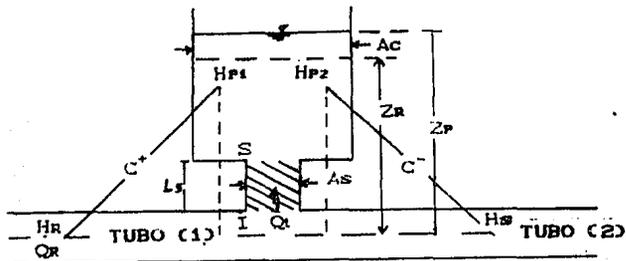


FIGURA 4. 23

a) Carga común

$$H_p = H_{p1} = H_{p2} \quad (4.49)$$

b) Las pérdidas por fricción se pueden evaluar con la ecuación de Darcy.

c) Por continuidad se cumple

$$Q_{p1} = Q_{p2} + Q_{tr} \quad (4.50)$$

∴

$$Q_{tr} = Q_{p1} - Q_{p2} \quad (4.51)$$

Analizando el diagrama de cuerpo libre (figura 4.24) del volumen comprendido entre las secciones I, S (achurado figura 4.41), se tiene que las fuerzas actuantes sobre el mismo son:

$$P_s = \gamma A_s (Z - L_s - H_0)$$

$$PI = \gamma As (H-H_0)$$

$$PI - P_s = \gamma As H - \gamma As (Z - L_s)$$

$$W = \gamma As L_s$$

$$F_f = \gamma As hf = \gamma As f \frac{L_s}{D_s} \frac{V_s^2}{2g}$$

$$F_f = \frac{\gamma As f L_s Q_t |Q_t|}{2g D_s As^2}$$

$$F_f = \frac{\gamma f L_s Q_t |Q_t|}{2g D_s As^2}$$

$$F_f = \frac{2\gamma f L_s Q_t |Q_t|}{g \pi D_s^3}$$

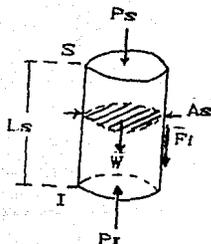


FIGURA 4. 24

Siendo la masa

$$m = \frac{\gamma}{g} As L_s$$

Y la aceleración

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{As} \frac{dQ_t}{dt}$$

Al aplicar la segunda ley de Newton, se obtiene

$$\sum F = ma$$

Si la suma de fuerzas esta dada por $\sum F = P_r - P_s - W - F_f$,
entonces se debe cumplir

$$P_r - P_s - W - F_f = ma$$

Sustituyendo las expresiones correspondientes

$$\gamma_{As} H - \gamma_{As} (Z - L_s) - \gamma_{As} L_s - \frac{\gamma_{2f} L_s}{g \pi D_s^3} Q_t |Q_t| = \frac{\gamma_{As} L_s}{g} \frac{1}{A_s} \frac{dQ_t}{dt}$$

Simplificando y dividiendo entre γ_{As} , se llega a:

$$H - Z - \frac{2f L_s}{g \pi D_s^3} \frac{Q_t |Q_t|}{A_s} = \frac{L_s}{g A_s} \frac{dQ_t}{dt} \quad (4.52)$$

Por otra parte

$$\text{Siendo } v = \frac{Q_t}{A_t} = \frac{dx}{dt}$$

Al integrar con respecto a t en el intervalo de tiempo comprendido entre t_R y t_P , se obtiene

$$Z_P - Z_R = \frac{1}{A_t} \int_{t_R}^{t_P} Q_t dt$$

Integrando el segundo miembro con auxilio del método de los trapecios

$$Z_P - Z_R = \frac{\Delta t}{A_t} \left[\frac{Q_{tP} + Q_{tR}}{2} \right]$$

$$Z_P = Z_R + \frac{\Delta t}{A_t} \left[\frac{Q_{tP} + Q_{tR}}{2} \right] \quad (4.53)$$

De (4.52) se obtiene

$$\frac{dQ_s}{dt} = \frac{gA_s}{L_s} \left[H-Z - \frac{2f L_s}{g\pi D_s^5 A_s} Q_t |Q_t| \right]$$

Integrando con respecto a t en el intervalo t_R a t_P

$$Q_{sP} - Q_{sR} = \frac{gA_s}{L_s} \int_{t_R}^{t_P} \left[H-Z - C_s Q_t |Q_t| \right] dt$$

$$\text{En donde } C_s = \frac{2f L_s}{g\pi D_s^5 A_s}$$

Para integrar el segundo miembro de la expresión anterior se utiliza el método de los trapecios obteniéndose:

$$Q_{tP} - Q_{tR} = \frac{gA_s \Delta t}{2L_s} \left[H_R + H_P - Z_R - Z_P - C_s (Q_{tR} |Q_{tR}| + Q_{tP} |Q_{tP}|) \right]$$

Sustituyendo (4.53) en esta última relación

$$Q_{tP} - Q_{tR} = \frac{gA_s \Delta t}{2L_s} \left[H_R + H_R - Z_R - Z_R - \frac{\Delta t}{2A_T} (Q_{tP} + Q_{tR}) - \right.$$

$$\left. - C_s (Q_{tR} |Q_{tR}| + Q_{sP} |Q_{sP}|) \right]$$

Ordenando términos, se llega a:

$$C_s Q_{tP} |Q_{tP}| + \left(C_t + \frac{\Delta t}{2A_T} \right) Q_{tP} - H_R - H_P + 2Z_R + \left(\frac{\Delta t}{2A_T} - C_t \right) Q_{tR} +$$

$$+ C_s Q_{tR} |Q_{tR}| = 0$$

(4.54)

$$\text{En donde } C_T = \frac{g A_S \Delta t}{2 L_S}$$

Dividiendo entre C_S y asignando

$$T_0 = \frac{1}{C_S} \left[2Z_R - H_R + \left(\frac{\Delta t}{2A_T} - C_T \right) Q_{LP} \right] + Q_{LP} |Q_{LP}|$$

La ecuación (4.54) se simplifica expresándose como:

$$Q_{LP} |Q_{LP}| + \frac{1}{C_S} \left(C_t + \frac{\Delta t}{2A_T} \right) Q_{LP} - \frac{H_P}{C_S} + T_0 = 0$$

Denotando

$$C_T = \frac{1}{C_S} \left(C_t + \frac{\Delta t}{2A_T} \right)$$

Se obtiene

$$Q_{LP} |Q_{LP}| + C_T |Q_{LP}| - \frac{H_P}{C_S} + T_0 = 0 \quad (4.55)$$

Sustituyendo (4.51) en (4.55)

$$(Q_{P1} - Q_{P2}) |Q_{P1} - Q_{P2}| + C_T (Q_{P1} - Q_{P2}) - \frac{H_P}{C_S} + T_0 = 0 \quad (4.56)$$

Recordando que por continuidad $Q = AV = (\pi D^2/4)V$, la ecuación (4.56) se puede expresar en la forma:

$$\frac{\pi D^2}{4} (V_{P1} - V_{P2}) |V_{P1} - V_{P2}| + C_T \frac{\pi D^2}{4} (V_{P1} - V_{P2}) - \frac{H_P}{C_S} + T_0 = 0$$

$$(V_{P1}-V_{P2}) |V_{P1}-V_{P2}| + (CT) (V_{P1}-V_{P2}) - \frac{4}{\rho D^2 C_s} H_P + \frac{4T0}{\rho D^2} = 0$$

$$H_P = \frac{\rho D^2 C_s}{4} \left[(V_{P1}-V_{P2}) |V_{P1}-V_{P2}| + (CT) (V_{P1}-V_{P2}) + \frac{4T0}{\rho D^2} \right] \quad (4.57)$$

Adicionalmente las ecuaciones (3.8) y (3.9) se pueden expresar como:

$$H_P - H_R + \frac{a}{g} (V_{P1} - V_R) + f \frac{a \Delta l}{g 4D} (V_{P1} |V_{P1}| + V_R |V_R|) +$$

$$+ \frac{\Delta l}{2} \operatorname{sen} \theta (V_{P1} + V_R) = 0$$

$$H_P - H_S - \frac{a}{g} (V_{P2} - V_S) - \frac{f a \Delta l}{g 4D} (V_{P2} |V_{P2}| + V_S |V_S|) +$$

$$+ \frac{\Delta l}{2} \operatorname{sen} \theta (V_{P2} + V_S) = 0$$

Ordenando términos, este par de ecuaciones se transforma en:

$$f \frac{a \Delta l}{g 4D} V_{P1} |V_{P1}| + \left(\frac{\Delta l}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{a}{g} \right) V_{P1} + H_P + f \frac{a}{g} \frac{\Delta l}{4D} V_R |V_R| +$$

$$+ \left(\frac{\Delta l}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g} \right) V_R - H_R = 0 \quad (4.58)$$

$$f \frac{a \Delta t}{g 4 D} V_{P2} |V_{P2}| - \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g} \right) V_{P2} - H_P - f \frac{a \Delta t}{g 4 D} V_S |V_S| -$$

$$- \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{a}{g} \right) V_S + H_S = 0 \quad (4.59)$$

Sustituyendo (4.57) en (4.58) y (4.59)

$$f \frac{a \Delta t}{g 4 D} V_{P1} |V_{P1}| + \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{a}{g} \right) V_{P1} + \frac{\pi D^2 C_S}{4} \left[(V_{P1} - V_{P2}) |V_{P1} + V_{P2}| + \right.$$

$$\left. + (C_T) (V_{P1} - V_{P2}) + \frac{4 T O}{\pi D} \right] + f \frac{a}{g} \frac{\Delta t}{4 D} V_R |V_R| + \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g} \right) V_R -$$

$$- H_R = 0 \quad (4.60)$$

$$f \frac{a}{g 4 D} V_{P2} |V_{P2}| - \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g} \right) V_{P2} - \frac{\pi D^2 C_S}{4} \left[(V_{P1} - V_{P2}) |V_{P1} - V_{P2}| + \right.$$

$$\left. + (C_T) (V_{P1} - V_{P2}) + \frac{4 T O}{\pi D} \right] - f \frac{a}{g} \frac{\Delta t}{4 D} V_S |V_S| - \left(\frac{\Delta t}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{a}{g} \right) V_S +$$

$$+ H_S = 0 \quad (4.61)$$

Como puede observarse, las ecuaciones (4.60) y (4.61) forman un sistema de dos ecuaciones no lineales cuyas incógnitas son V_{P1} y V_{P2} ; por lo que para su solución se deberá emplear una técnica numérica iterativa de solución.

En resumen la secuencia de cálculo para la simulación de este tipo de condición de frontera, será el siguiente:

a).- Se soluciona el sistema de ecuaciones no lineales formando por las expresiones (4.60) y (4.61) con lo cual se obtienen V_{P1} y V_{P2} .

b).- Se calcula H_P con auxilio de la ecuación (4.57)

c).- Se calcula $Q_{P1} = V_{P1}A$ y $Q_{P2} = V_{P2}A$

d).- Se calcula $Q_{TP} = Q_{P1} - Q_{P2}$

e).- Finalmente se calcula Z_P con auxilio de (4.53)

4.9.6 CAMARA DE AIRE

Para el estudio de la simulación de una cámara de aire (figura 4.25) se aceptan las consideraciones siguientes.

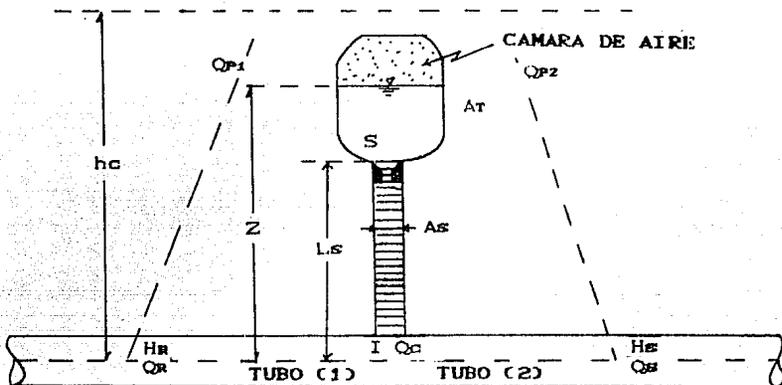


FIGURA 4. 25

a). Carga común

$$H_{P1} = H_{P2} = H_P \quad (4.62)$$

b). Por continuidad

$$Q_{P1} = Q_{P2} + Q_{CP} \quad (4.63)$$

c). La masa de aire encerrada en la cámara se comporta de acuerdo a la siguiente relación politrópica para un gas perfecto.

$$H_{Pa} V_{Pa}^m = H_{Oa} V_{Oa}^m \quad (4.64)$$

en donde

H_{Pa}^* Presión absoluta del aire encerrado al final del intervalo de tiempo considerado.

V_{Pa} Volumen de aire encerrado al final del intervalo de tiempo.

H_{Pi}^* Presión absoluta del aire al inicio del intervalo de tiempo considerado, o sea, corresponde a las condiciones iniciales.

V_{Pi} Volumen de aire encerrado al inicio del intervalo de tiempo considerado.

m Exponente de la ecuación politrópica de los gases cuyo valor fluctúa entre 1 y 1.4 para una expansión adiabática e isotérmica del aire. Es usual tomar para fines de cálculo un valor promedio de $m = 1.2$

d). Las pérdidas locales por efecto del orificio se pueden evaluar con auxilio de la expresión siguiente.

$$h_o = K_o Q_c |Q_c|$$

En donde K_o es un coeficiente de pérdida local por orificio, cuyo valor cambia según el sentido del flujo.

El valor de este coeficiente es mayor cuando se presenta flujo hacia la cámara que cuando sale de la misma.

e) Las pérdidas por fricción se evalúan con auxilio de la ecuación de Darcy.

$$h_f = f \frac{8L_s}{9} \frac{Q_c |Q_c|}{\pi^2 D_s^5}$$

Tomando un diagrama de cuerpo libre (figura 4.26 del volumen de control (achurado en la figura 4.25) comprendido entre las secciones I e S, se tiene que las fuerzas actuantes sobre el mismo son:

P_s = Fuerza de presión en la cara superior

P_i = Fuerza de presión en la cara inferior

F_f = Fuerza de fricción entre el líquido y el conducto.

F_o = Fuerza debida a la resistencia al flujo producida el orificio

W = Fuerza de peso

Por lo tanto la suma de fuerzas actuantes está dada por

$$\sum F = P_i - P_s - F_f - F_o + W$$

Estas fuerzas se pueden evaluar con auxilio de las expresiones siguientes

$$P_s = \gamma A_s (h_c - H_o)$$

$$P_i = \gamma A_s (H - H_o)$$

$$P_i - P_s = \gamma A_s = \gamma A_s H - \gamma A_s H_o$$

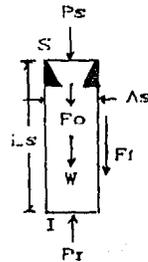


FIGURA 4. 26

$$F_f = \gamma h_f A_w = \gamma f \frac{8L_s}{9} \frac{Q_c |Q_c|}{\pi^2 D^5} A_w$$

$$F_o = \gamma h_o A_s = \gamma K_o Q_c |Q_c| A_s$$

$$W = \gamma L_s A_s$$

Por otro lado de acuerdo a la segunda ley de Newton, se deberá cumplir que

$$\sum F = ma \quad (4.65)$$

En donde

$$m = \rho L_s A_s \text{ (Masa acumulada en el volumen de control)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{A_s} \frac{dQ_c}{dt} \quad \text{(aceleración)}$$

Por lo tanto al sustituir las expresiones correspondientes en (4.65), se obtiene

$$-\gamma hc A_s + \gamma H A_s - \gamma f \frac{8 L_s}{g} \frac{Q_c |Q_c|}{\pi^2 D_s^5} |A_s - \gamma K_o Q_c |Q_c| A_s - \gamma L_s A_s = \rho L_s \frac{dQ_c}{dt}$$

Dividiendo entre γA_s , se llega a

$$-hc + H - f \frac{8 L_s}{g} \frac{Q_c |Q_c|}{\pi^2 D_s^5} - K_o Q_c |Q_c| - L_s = \frac{L_s}{g A_s} \frac{dQ_c}{dt} \quad (4.66)$$

Adicionalmente se tiene que

$$hc = Z + \frac{H^* - P_a}{\gamma} \quad (4.67)$$

En donde P_a es la presión atmosférica local

Sustituyendo (4.67) en (4.66)

(4.68)

$$-Z - \frac{H^* - P_a}{\gamma} + H - f \frac{8 L_s}{g} \frac{Q_c |Q_c|}{\pi^2 D_s^5} - K_o Q_c |Q_c| - L_s = \frac{L_s}{g A_s} \frac{dQ_c}{dt}$$

Simplificando

$$-Z-L_s+H-\frac{H^*-P_a}{\gamma} - \left[\frac{fBL_s}{g\pi^2 D_s^5} - K_o \right] Q_c |Q_c| = \frac{L_s}{gA_s} \frac{dQ_c}{dt}$$

$$\frac{dQ_c}{dt} = \frac{gA_s}{L_s} \left[H-L_s-Z - \frac{H^*-P_a}{\gamma} - \left[\frac{fBL_s}{g\pi^2 D_s^5} - K_o \right] Q_c |Q_c| \right] \quad (4.69)$$

Integrando numéricamente con auxilio de la técnica de los trapecios entre los límites t_R a t_P , se obtiene.

$$Q_{CP} = Q_{CR} + \frac{gA_s \Delta t}{2L_s} \left[-Z_R - Z_P - 2L_s - \frac{H_P^* - P_a}{\gamma} + \frac{H_R^* - P_a}{\gamma} - \left[\frac{fBL_s}{g\pi^2 D_s^5} - K_o \right] (Q_{CR} |Q_{CR}| + Q_{CP} |Q_{CP}|) + H_R + H_P \right] \quad (4.70)$$

Si además se acepta que dentro de la cámara de aire se cumple la siguiente relación:

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{Q_c}{AT}$$

Al integrar numéricamente, esta última relación entre los límites t_R a t_P se tiene

$$Z_P = Z_R + \frac{\Delta t}{2AT} (Q_{CR} + Q_{CP}) \quad (4.71)$$

De tal manera que al sustituir (4.71) en (4.70) se llega

a

$$Q_{CP} = Q_{CR} + \frac{gA_s \Delta t}{2L_s} \left[-Z_R - Z_R - \frac{\Delta t}{2AT} (Q_{CR} + Q_{CP}) - 2L_s \frac{H_{Pa}^* - P_a}{\gamma} - \frac{H_{Ra}^* - P_a}{\gamma} - \left(\frac{fBL_s}{g\pi^2 D^5 s} - K_o \right) (Q_{CR} |Q_{CR}| + Q_{CP} |Q_{CP}|) + H_R + H_P \right]$$

Simplificando:

$$Q_{CP} = Q_{CR} - \frac{gA_s \Delta t}{L_s} Z_R + \frac{PA_s \Delta t}{\rho L_s} - \frac{gA_s \Delta^2 t}{4L_s AT} (Q_{CR} + Q_{CP}) - gA_s \Delta t + \frac{gA_s \Delta t}{2L_s} (H_R + H_P) - \left(\frac{fBL_s}{g\pi^2 D^5 s} - K_o \right) \frac{gA_s \Delta t}{2L_s} (Q_{CR} |Q_{CR}| + Q_{CP} |Q_{CP}|) - \frac{A_s \Delta t}{2\rho L_s} (H_{Pa}^* + H_{Ra}^*) \quad (4.72)$$

Recordando de la relación politrópica (ecuación 4.64) que

$$H_{Pa}^* = \frac{H_{Oa}^* v_{Oa}^m}{v_P^m a} \quad (4.73)$$

Por lo tanto se tendrá también que:

$$H_{Pa}^* = \frac{H_{Oa}^* V_{Oa}^m}{V_{Pa}^m} \quad (4.74)$$

Así, al sumar (4.73) con (4.74) se obtiene

$$H_{Pa}^* + H_{Ra}^* = H_{Oa}^* V_{Oa}^m \left(\frac{1}{V_{Pa}^m} + \frac{1}{V_{Ra}^m} \right) \quad (4.75)$$

Considerando también, en forma aproximada, que

$$\frac{dV}{dt} = Q_c$$

Al integrar numéricamente en el intervalo t_a a t_f , se obtiene

$$V_{Pa} = V_{Ra} + (Q_{Ca} + Q_{Cf}) \frac{\Delta t}{2} \quad (4.76)$$

Sustituyendo (4.76) en (4.75)

$$H_{Pa}^* + H_{Ra}^* = H_{Oa}^* V_{Oa}^m \left[\frac{1}{\left[V_{Ra} + (Q_{Ca} + Q_{Cf}) \frac{\Delta t}{2} \right]^m} + \frac{1}{V_{Ra}^m} \right] \quad (4.77)$$

Obsérvese que esta expresión puede ser sustituida en (4.72) con lo cual se llega a:

$$\begin{aligned}
Q_{CP} = Q_{CR} - \frac{gA\Delta t}{L_s} Z_R - gA\Delta t + \frac{PaA\Delta t}{\rho L_s} - \frac{gA\Delta t^2}{4L_sA\tau} (Q_{CR} + Q_{CP}) + \\
+ \frac{gA\Delta t}{2L_s} (H_R + H_P) - \left(\frac{fBL_s}{g\pi^2 D^5} - K_0 \right) \frac{gA\Delta t}{2L_s} (Q_{CR} |Q_{CR}| + \\
+ Q_{CP} |Q_{CP}|) - \frac{A\Delta t}{2L_s \rho} H_{0a}^* V_{0a}^m \left[\frac{1}{\left[V_{Ra} + (Q_{CR} + Q_{CP}) \frac{\Delta t}{2} \right]^m} + \right. \\
\left. + \frac{1}{V_{Ra}^m} \right] \quad (4.78)
\end{aligned}$$

Pasando los términos conocidos en el instante t_a al miembro derecho de esta ecuación, se tiene

$$\begin{aligned}
\left(1 + \frac{gA\Delta t^2}{4L_sA\tau} \right) Q_{CP} + \left(\frac{fBL_s}{g\pi^2 D^5} - K_0 \right) \frac{gA\Delta t}{2L_s} Q_{CP} |Q_{CP}| - \frac{gA\Delta t}{2L_s} H_P + \\
+ \frac{A\Delta t}{2L_s \rho} H_{0a}^* V_{0a}^* \left[\frac{1}{\left[V_{Ra} + (Q_{CR} + Q_{CP}) \frac{\Delta t}{2} \right]^m} \right] = -\frac{gA\Delta t}{L_s} Z_R - gA\Delta t + \\
+ \frac{PaA\Delta t}{\rho L_s} - \frac{gA\Delta t^2}{4L_sA\tau} (Q_{CR} - \frac{fBL_s}{g\pi^2 D^5} - K_0) \frac{gA\Delta t}{2L_s} Q_{CR} |Q_{CR}| - \frac{A\Delta t}{2L_s \rho} \\
\frac{H_{0a} V_{0a}^m}{V_{Ra}^m} + \frac{gA\Delta t}{2L_s} H_R + Q_{CR} \quad (4.79)
\end{aligned}$$

Y recordando de la ecuación (4.63) que

$$Q_{CR} = Q_{P1} - Q_{P2} \quad (4.80)$$

Se obtiene

$$\left(1 + \frac{gDs^2 \Delta t^2}{4LsD\tau^2}\right) (Q_{P1} - Q_{P2}) + \left(\frac{f2\Delta t}{\Pi D s^3} - Kog\Pi D^2 s \Delta t\right) (Q_{P1} - Q_{P2})$$

$$|Q_{P1} - Q_{P2}| - \frac{g\Pi D^2 s}{8Ls} H_R + \frac{\Pi D^2 s \Delta t}{8Ls\rho} Ho_a^* V_o_a^m$$

$$\left[\frac{1}{\left[V_{Ra} + (Q_{CR} + Q_{P1} - Q_{P2}) \frac{\Delta t}{2} \right]^m} \right] = Q_{CR} - \frac{g\Pi D^2 s \Delta t}{4Ls} Z_R - \frac{g\Pi D^2 \Delta t}{4} +$$

$$+ \frac{Pa\Pi D^2 \Delta t}{4\rho Ls} - \frac{gD^2 s \Delta t^2}{4LsD^2 \tau} Q_{CR} - \left(\frac{f2\Delta t}{\Pi D^3 s \Delta} - \frac{Kog\Pi D^2 s \Delta t}{8Ls} \right) |Q_{CR}| -$$

$$- \frac{\Pi D^2 s \Delta t}{8Ls\rho} Ho_a^* V_o_a^m + \frac{g\Pi D^2 s \Delta t}{8Ls} H_R$$

Si el segundo miembro se toma igual a una constante CA la cual es conocida en el tiempo t_R , la ecuación anterior se puede expresar en la forma

$$\left(1 + \frac{gD^2 s \Delta t^2}{4LsD^2 T}\right) (Q_{P1} - Q_{P2}) + \left(\frac{f2\Delta t}{\pi D^3 s} - \frac{K_0 g \pi D^2 s \Delta t}{8Ls}\right) (Q_{P1} - Q_{P2})$$

$$|Q_{P1} - Q_{P2}| - \frac{g \pi D^2 s \Delta t}{8Ls} H_P + \frac{\pi D^2 s \Delta t}{8Ls \rho} H_{0a}^* V_{0a}^m$$

$$\left[\frac{1}{\left[V_{Ra} + (Q_{CR} + Q_{P1} - Q_{P2}) \frac{\Delta t}{2} \right]} \right] = CA$$

Despejando H_P

$$H_P = \frac{8Ls}{g \pi D^2 s} \left\{ \left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{gD^2 s \Delta t}{4LsD^2 T} + \left(\frac{2f}{\pi D^3 s} - \frac{K_0 g \pi D^2 s}{8Ls} \right) |Q_{P1} - Q_{P2}| \right] \right.$$

$$(Q_{P1} - Q_{P2}) + \frac{\pi D^2 s}{8Ls} H_{0a}^* V_{0a}^m \left[\frac{1}{\left[V_{Ra} + (Q_{CR} + Q_{P1} - Q_{P2}) \frac{\Delta t}{2} \right]^m} \right] -$$

$$\left. - \frac{CA}{\Delta T} \right\}$$

(4.81)

Adicionalmente, por continuidad, se tiene que $Q=AV$, por tanto la ecuación (4.81) se expresa como

$$H_r = \frac{8L_s}{g \pi D^2 s} \left\{ \left[\frac{1}{\Delta t} + \frac{g D^2 s \Delta t}{4 L_s D^2 r} \right] + \left[\frac{2f}{\pi D^5 s} - \frac{K_o g \pi D^2 s}{8 L_s} \right] \frac{\pi D^2}{4} [V_{P1} - V_{P2}] \right\}$$

$$\frac{\pi D^2}{4} (V_{P1} - V_{P2}) + \frac{\pi D^2 s}{8 L_s \rho} H_o a^* V_o a^m$$

$$\left[\frac{1}{\left\{ V_{Ra} + \left[\frac{\pi D^2}{4} V_{P1} - \frac{\pi D^2}{4} V_{P2} \right] \frac{\Delta t}{2} \right\}^m} \right] - \frac{CA}{\Delta t} \quad (4.82)$$

Obsérvese que en esta ecuación se tienen 3 incógnitas (H_r , V_{P1} y V_{P2}), por tanto para cuantificar su valor deberá ser resuelta simultáneamente con las ecuaciones (4.58) y (4.59).

En resumen para el análisis del efecto y comportamiento hidráulico de una cámara de aire, como la mostrada, se deberá seguir la secuencia que se indica a continuación:

a) Se resuelve el sistema de ecuaciones no lineales formado por las ecuaciones (4.82), (4.58) y (4.59); con lo cual se obtiene H_r , V_{P1} y V_{P2}

b) Se evalúan:

$$Q_{P1} = \frac{\pi D^2}{4} V_{P1}, \quad H_{P1} = H_r$$

$$Q_{P2} = \frac{\pi D^2}{4} V_{P2}, \quad H_{P2} = H_P$$

c) Se calcula $Q_{CP} = Q_{P2} - Q_{P1}$

d) Se calcula $Z_P = Z_R + \frac{2\Delta t}{\pi D^2 \tau} (Q_{CR} + Q_{CP})$

e) Se calcula $V_{Pa} = V_{Ra} + \frac{\Delta t}{2} (Q_{CR} + Q_{CP})$

f) Finalmente se pueden evaluar también

$$H_{Pa}^* = \frac{H_{0a}^* V_{0a}^m}{V_{Pa}^m}$$

y

$$h_{CP} = Z_P + \frac{H_{Pa}^* - P_a}{\gamma}$$

Con lo cual se completa toda la información del comportamiento hidráulico de la cámara para el tiempo t_P .

4.9.7 TANQUE UNIDIRECCIONAL

Un tanque unidireccional muestra la disposición de la figura 4.27

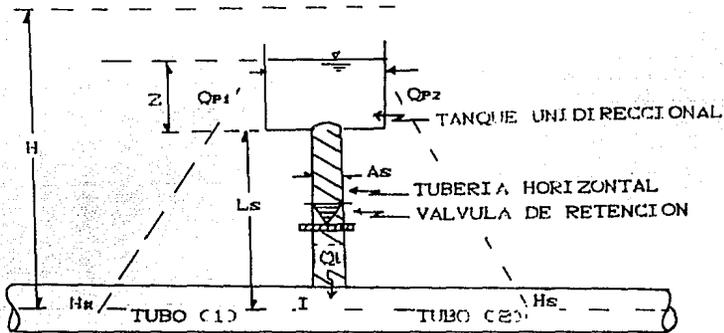


FIGURA 4. 27

Para el estudio de este dispositivo se aceptan las siguientes consideraciones:

a) Carga común (4.83)

$$H_{p1} = H_{p2} = H_p$$

b) Por continuidad (4.84)

$$Q_{p1} = Q_{p2} + Q_{up}$$

c) Durante el transitorio sólo hay flujo del tanque hacia la conducción

Tomando un diagrama de cuerpo libre (figura 4.28 del

volumen de control (anchurado en la figura 4.27) comprendido entre las secciones I e S, se tiene que las fuerzas actuantes sobre el mismo son:

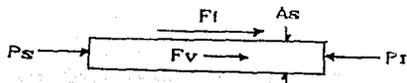


FIGURA 4. 28

Por lo tanto la suma de fuerzas actuantes está dada por

$$F = P_I - P_s - F_f - F_v$$

Dichas fuerzas se pueden evaluar con auxilio de las siguientes expresiones

$$P_I = \gamma A_s (H - H_0)$$

$$P_s = \gamma A_s (Z - H_0)$$

∴

$$P_I - P_s = \gamma A_s H - \gamma A_s Z$$

$$F_f = \gamma \frac{f B L_s}{g} \frac{Q_l |Q_l|}{n^2 D^5} A_s$$

$$F_v = K_v Q_l |Q_l|$$

Por otro lado de acuerdo a la segunda ley de Newton, se debe cumplir la relación

$$\sum F = ma \quad (4.85)$$

En donde

$m = \rho L_s A_s$ (masa acumulada en el volumen de control)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{A_s} \frac{dQ_t}{dt} \quad (\text{aceleración})$$

Por tanto al sustituir las expresiones correspondientes en (4.85), se obtiene

$$\gamma A_s H - \gamma A_s Z - \gamma f \frac{8L_s}{g} \frac{Q_t |Q_t|}{\pi^2 D_s^5} A_s - \gamma K_v Q_t |Q_t| A_s = \rho L_s \frac{dQ_t}{dt}$$

Dividiendo entre γA_s

$$H-Z - \frac{f8L_s}{g} \frac{Q_t |Q_t|}{\pi^2 D_s^5} - K_v Q_t |Q_t| = \frac{L_s}{g A_s} \frac{dQ_t}{dt}$$

Despejando $\frac{dQ_t}{dt}$

$$\frac{dQ_t}{dt} = \frac{g A_s}{L_s} \left[H-Z-f \frac{8L_s}{g} \frac{Q_t |Q_t|}{\pi^2 D_s^5} - K_v Q_t |Q_t| \right]$$

Integrando numéricamente, con auxilio del método de los trapecios, entre el intervalo $t_x \leq t \leq t_r$ se obtiene

$$Q_{LP} = Q_{LR} \frac{gAs\Delta t}{2Ls} \left\{ H_P + H_R - Z_P - Z_R - \left(f \frac{8Ls}{g\pi^2 D^5 s} + K_v \right) (Q_{LP} |Q_{LP}| + Q_{LR} |Q_{LR}|) \right\}$$

Adicionalmente dentro del tanque se acepta que

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q_L}{A_T}$$

La cual al ser integrada numéricamente se expresa como

$$Z_P = Z_R + \frac{\Delta t}{2\Delta T} (Q_{LP} + Q_{LR}) \quad (4.86)$$

De tal manera que al sustituir en (4.85) se llega a:

$$Q_{LP} = Q_{LR} + \frac{gAs\Delta t}{2Ls} \left\{ H_P + H_R - Z_R - Z_R - \frac{\Delta t}{2\Delta T} (Q_{LP} + Q_{LR}) - \left(f \frac{8Ls}{g\pi^2 D^5 s} + K_v \right) (Q_{LP} |Q_{LP}| + Q_{LR} |Q_{LR}|) \right\}$$

Pasando al miembro izquierdo todos los términos que corresponden al tiempo t_p , se obtiene

$$\left(\frac{2L_s}{gAs\Delta t} + \frac{\Delta t}{2A\tau}\right)Q_{LP} + \left(f \frac{8L_s}{g\pi^2 D_s^5} + K_v\right)Q_{LP}|Q_{LP}| - H_p = \left(\frac{2L_s}{gAs\Delta t} - \frac{\Delta t}{2A}\right)Q_{LR} - \left(f \frac{8L_s}{g\pi^2 D_s^5} + K_v\right)Q_{LR}|Q_{LR}| + H_R \quad (4.87)$$

Si se asigna

$$C_T = \left(\frac{2L_s}{gAs\Delta t} - \frac{\Delta t}{2A\tau}\right)Q_{LR} - \left(f \frac{8L_s}{g\pi^2 D_s^5} + K_v\right)Q_{LR}|Q_{LR}| + H_R$$

Entonces la ecuación (4.87) se reduce a

$$\left(\frac{2L_s}{gAs\Delta t} + \frac{\Delta t}{2A\tau}\right)Q_{LP} + \left(f \frac{8L_s}{g\pi^2 D_s^5} + K_v\right)Q_{LP}|Q_{LP}| - H_p = C_T \quad (4.88)$$

Recordando, de la ecuación (4.84), que $Q_{LP} = Q_{P1} - Q_{P2}$ al sustituir en (4.88) se obtiene

$$\left(\frac{2L_s}{gAs\Delta t} + \frac{\Delta t}{2A\tau}\right)(Q_{P1} - Q_{P2}) + \left(f \frac{8L_s}{g\pi^2 D_s^5} + K_v\right)(Q_{P1} - Q_{P2})|Q_{P1} - Q_{P2}| - H_p = C_T$$

$$- H_p = C_T$$

Despejando H_p

$$H_P = \left(\frac{2Ls}{gA\Delta t} + \frac{\Delta t}{2A\tau} \right) (Q_{P1} - Q_{P2}) + \left(f \frac{BLs}{g\pi^2 Ds^5} + K_V \right) (Q_{P1} - Q_{P2}) |Q_{P1} - Q_{P2}| -$$

- C_T (4.89)

De acuerdo a la ecuación de continuidad se tiene que Q=AV, por tanto la (4.89) se puede expresar también como:

$$H_P = \left(\frac{2Ls D^2}{g Ds^2 \Delta t} + \frac{\Delta t D^2}{2 D\tau^2} \right) (V_{P1} - V_{P2}) + \left(\frac{f Ls D^4}{2g Ds^5} - \frac{\pi^2 D^4 K_V}{16} \right) (V_{P1} -$$

- V_{P2}) |V_{P1} - V_{P2}| - C_T (4.90)

Si se sustituye esta expresión en (4.58) y (4.59) se llega a

$$f \frac{a\Delta t V_{P1}}{g4D} |V_{P1}| + \left(\frac{\Delta t \operatorname{sen}\theta + a}{2g} \right) V_{P1} + \left(\frac{2Ls D^2}{g Ds^2 \Delta t} + \frac{\Delta t D^2}{2 D\tau^2} \right) (V_{P1} - V_{P2}) +$$

$$+ \left(\frac{f Ls D^4}{2g Ds^5} - \frac{\pi^2 D^4 K_V}{16} \right) (V_{P1} - V_{P2}) |V_{P1} - V_{P2}| - C_T + f \frac{a}{g} \frac{\Delta t}{4D} V_R |V_R| +$$

$$+ \left(\frac{\Delta t \operatorname{sen}\theta - a}{2g} \right) V_R - H_R = 0 \quad (4.91)$$

$$f \frac{a \Delta l}{g 4D} |V_{P2}| - \left(\frac{\Delta l}{2} \operatorname{sen} \theta - \frac{a}{g} \right) V_{P2} - \left[\frac{2L \operatorname{sen}^2 \theta}{g D \operatorname{sen}^2 \Delta l} + \frac{\Delta l D^2}{2 D r^2} \right] (V_{P1} - V_{P2}) -$$

$$- \left[\frac{f L \operatorname{sen}^4 \theta}{2g D \operatorname{sen}^3} - \frac{\pi^2 D^4 K_v}{16} \right] (V_{P1} - V_{P2}) |V_{P1} - V_{P2}| + C_T - f \frac{a \Delta l}{g 4D} |V_S| -$$

$$- \left(\frac{\Delta l}{2} \operatorname{sen} \theta + \frac{a}{g} \right) |V_S + H_S| = 0 \quad (4.92)$$

Las ecuaciones (4.91) y (4.92) forman un sistema de dos ecuaciones no lineales cuyas incógnitas son V_{P1} y V_{P2} .

En resumen para el análisis del efecto y comportamiento hidráulico de un tanque unidireccional, se deberá seguir la secuencia siguiente:

- a). Resolver el sistema de ecuaciones no lineales formado por la (4.91) y la (4.92) con lo cual se obtiene el valor de V_{P1} y V_{P2}
- b) Calcular H_P con auxilio de (4.90)
- c). Calcular

$$Q_{P1} = \frac{\pi D^2}{4} V_{P1}, \quad H_{P1} = H_P$$

$$Q_{P2} = \frac{\pi D^2}{4} V_{P2}, \quad H_{P2} = H_P$$

d). Calcular $Q_{IP} = Q_{P1} - Q_{P2}$

e). Calcular $Z_P = Z_R + \frac{\Delta t}{2A_t} (Q_{IP} + Q_{IR})$

f). Este procedimiento se repite para cada intervalo de tiempo considerado.

4.10 SISTEMA DE BOMBEO

En este sub-capítulo se presenta el estudio del comportamiento transitorio de las bombas, cuando estas se encuentran en un cárcamo o entre dos conductos (figuras 4.29 y 4.30).

a) Bombas en un cárcamo

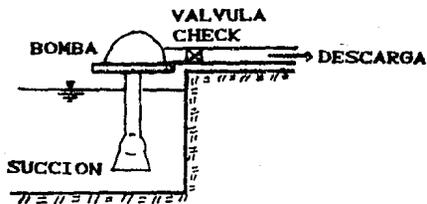


FIGURA 4. 29

b) Bombas entre dos tuberías



FIGURA 4. 30

4.10.1. ASPECTUS GENERALES SOBRE BOMBAS

Antes de entrar en la deducción de las expresiones que permiten simular los efectos transitorios en bombas, es conveniente recordar algunos aspectos fundamentales sobre el funcionamiento hidráulico de las mismas.

a). Carga dinámica de la bomba.

La carga dinámica de una bomba se define como la suma de la carga estática, más la carga de velocidad, más las pérdidas por conducción (ver figuras 4.31 y 4.32).

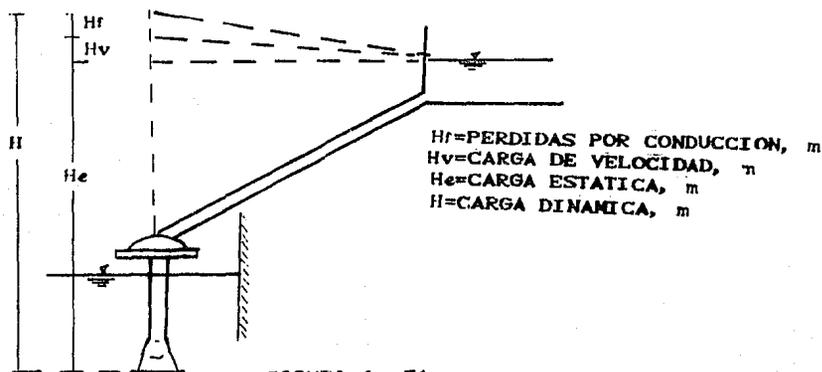


FIGURA 4. 31

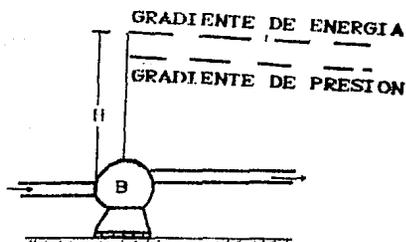


FIGURA 4. 32

b). Curva característica para bombas en operación normal con su velocidad de diseño.

Los diferentes parámetros del funcionamiento de una bomba son interdependientes. Sus variaciones se representan por curvas que son características de cada bomba.

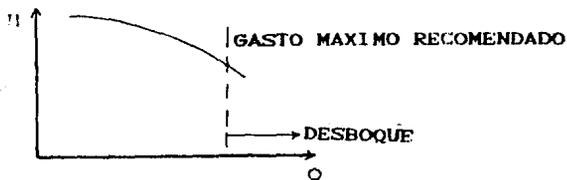


FIGURA 4. 33

Cuando la bomba está trabajando en operación normal con su velocidad de diseño, la variación de la carga en función del gasto se acostumbra representar por una curva (figura 4.33), del mismo modo se representa la variación de la eficiencia en función del gasto y una tercera curva representa las variaciones de potencia en función del mismo gasto.

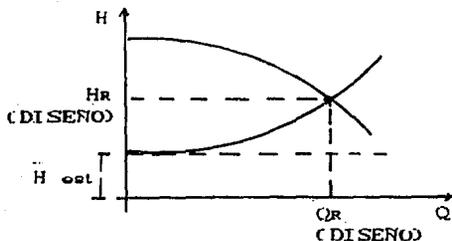


FIGURA 4. 34

Es erróneo considerar que una bomba trabaja bajo una caída constante. La presión de operación está en función del gasto extraído (figura 4.34), esta presión se determina de la curva característica, por lo tanto es absolutamente necesario, al estudiar el funcionamiento hidráulico de una bomba, conocer estas curvas. Generalmente, esta documentación es proporcionada por los fabricantes de la bomba.

c). Dentro del funcionamiento de una bomba se pueden presentar los casos siguientes:

- Operación normal con su velocidad de diseño.
- Arranque de la bomba.
- Paro normal de la bomba.
- Disparo o paro de la bomba por falta de energía.
- Disparo - arranque - disparo.

A continuación se describe el proceso normal para el arranque y paro de una bomba.

c.1). Arranque normal de bomba.

- El sistema deberá estar lleno de agua antes del arranque
- Con la valvula (ubicada en la descarga) cerrada se arranca la bomba.
- Se produce un transitorio dentro de la bomba.

- Una vez que la bomba alcanza su velocidad de diseño, entonces se inicia la apertura gradual de la válvula.
- Se produce un transitorio por apertura gradual de la válvula y se considera que la bomba sigue su curva característica.

C.2). Paro normal de bomba.

- El sistema se encuentra operado normalmente, es decir a flujo establecido.
- Se inicia el cierre gradual de la válvula con lo que se produce un transitorio por cierre de válvula y se considera que la bomba sigue su curva característica.
- Una vez cerrada la válvula se corta la energía a la bomba lo que genera un transitorio en la misma

4.10.2 BOMBA EN UN CARCAMO (operando con su velocidad de diseño)

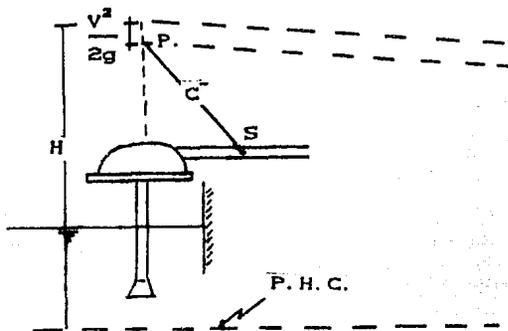


FIGURA 4. 35

Si se considera por simplificación despreciables las pérdidas en el sistema y adicionalmente se supone que no hay válvula en la descarga, se cumple al aplicar la ecuación de la energía (figura 4.35), que:

$$H = H_r + \frac{V_r^2}{2g}$$

De donde

$$H_P = H - \frac{V_P^2}{2g} \quad (4.93)$$

Si se ajusta a los datos de la curva características de la bomba una ecuación que los correlacione, se tendrá definida una ecuación de la forma:

$$H = F(Q) \quad \text{ó} \quad Q = F(H) \quad (4.94)$$

sustituyendo (4.94) en (4.93)

$$H_P = F(Q) - \frac{V_P^2}{2g}$$

$$H_P = F(V_P A) - \frac{V_P^2}{2g} \quad (4.95)$$

Sustituyendo (4.95) en (4.1), se obtiene

$$M U V_P^2 + V_P + U \left[f (V_P A) - \frac{V_P^2}{2g} - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] = 0$$

$$U \left[\left(M - \frac{1}{2g} \right) V_P^2 + f (V_P A) \right] + V_P + U \left[V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) - H_S \right] = 0 \quad (4.96)$$

Una vez conocida la función $f(V_eA)$ se sustituye en esta última ecuación, con lo cual se obtiene una ecuación no lineal en V_e a solucionar, resolviendo la ecuación (4.96) se obtiene V_e y posteriormente se procede a calcular H_e con la ecuación (4.95)

Es importante tener en cuenta que, para arranque en operación normal V_e es siempre positiva

4.10.3 BOMBA ENTRE DOS TUBERIAS (operando con su velocidad de diseño)

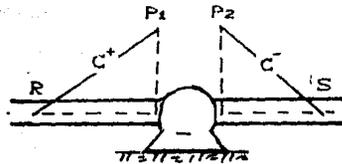


FIGURA 4. 36

para la simulación se supone que no hay válvula en la descarga (figura 4.36) y adicionalmente se aceptan las siguientes hipótesis:

a). No hay almacenamiento en la bomba, por lo tanto:

$$Q_P = Q_{P1} = Q_{P2}$$

b). Si se desprecian las pérdidas en el sistema la carga en la bomba está dada por:

$$H = H_{P1} + \frac{V_{P1}^2}{2g} - H_{P2} - \frac{V_{P2}^2}{2g}$$

$$H = H_{P1} - H_{P2} + \frac{Q^2_P}{2g} \left(\frac{1}{A^2_2} - \frac{1}{A^2_1} \right) \quad (4.97)$$

$$H_{P2} = H + H_{P2} + \frac{Q_P^2}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) \quad (4.98)$$

Para la deducción de las ecuaciones que simulan el comportamiento transitorio se procede como se muestra a continuación:

Sustituyendo (4.97) en (4.25)

$$a_0 Q_P^2 + U_2 A_2 H_{P2} - W_1 A_1 \left[H + H_{P2} + \frac{Q_P^2}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) \right] + a_4 = 0 \quad (4.99)$$

Despejando H_{P2}

$$H_{P2} = \frac{\left[\frac{W_1}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - a_0 \right] Q_P^2}{(U_2 A_2 - W_1 A_1)} + \frac{W_1 A_1 H - a_4}{(U_2 A_2 - W_1 A_1)} \quad (4.100)$$

Sustituyendo en (4.24) y ordenando términos, se llega a:

$$U_2 \left[\frac{M_2}{A_2^2} + \frac{\frac{W_1}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - a_0}{(U_2 A_2 - W_1 A_1)} \right] Q_P^2 + \frac{Q_P}{A_2} + U_2 \left[\frac{W_1 A_1 H - a_4}{(U_2 A_2 - W_1 A_1)} - \right.$$

$$\left. -H_s + V_s \left(\frac{1}{W_2} + M_2 |V_s| \right) \right] = 0 \quad (4.101)$$

Dado que $H=f(Q_P)$, se debe sustituir la expresión correspondiente en (4.101), con lo cual se obtiene una

ecuación no lineal, en Q_P , a solucionar.

Una vez conocido Q_P se procede a calcular:

$$V_{P1} = Q_P/A_1$$

$$V_{P2} = Q_P/A_2$$

H_{P2} con la ecuación (4.100)

y finalmente H_{P1} con la (4.98)

4.10.4 FUNCIONAMIENTO GENERAL DE LAS BOMBAS.

En el subcapítulo 4.10.1 se presentó una breve introducción sobre el funcionamiento hidráulico de las bombas y posteriormente en los incisos 4.10.2 y 4.10.3 se estudió la metodología necesaria para simular los efectos transitorios que ocurren debido a perturbaciones hidráulicas en el sistema durante las cuales las bombas siguen su curva característica de diseño, o sea, para una velocidad de rotación fija. Sin embargo, como se indicó en el mismo subcapítulo, cuando se tiene ubicada una planta de bombeo en un extremo o sección intermedia de una tubería y ocurre que se dispara, o arranca, entonces, se produce en el sistema planta-conducción un transitorio hidráulico. Lo anterior obliga a que el análisis de los efectos transitorios incluya tanto la evaluación de la carga piezométrica a lo largo de la conducción; así como la evaluación de la velocidad de rotación de la turbomáquina impuesta por el flujo transitorio. Para efectuar este estudio falta incorporar a la teoría desarrollada en los sub-capítulos 4.10.1 y 4.10.2 los efectos transitorios en el interior del sistema de bombeo.

Antes de entrar a la deducción de las expresiones que permiten simular los efectos transitorios en los sistemas de bombeo, es conveniente recordar algunos aspectos sobre el funcionamiento hidráulico interno de las mismas.

4.10.4.1 ECUACIONES CARACTERISTICAS

En el interior de una bomba se produce una transformación de potencia mecánica (usualmente proporcionada por un motor eléctrico o de combustión interna) en potencia hidráulica; esto implica que el líquido que fluye pase de una zona de menor presión (succión) a una zona de mayor presión (descarga). En la actualidad, dada su complejidad, aún no es posible describir matemáticamente el fenómeno físico que se presenta. No obstante haciendo uso de datos experimentales y de la teoría de similitud entre bombas con semejanza geométrica, es posible caracterizar completamente el comportamiento de estas familias de máquinas.

4.10.4.1 CARACTERIZACION GENERAL DE UNA FAMILIA DE BOMBAS GEOMETRICAMENTE SEMEJANTES

Se considera que una familia de máquinas hidráulicas geoméricamente semejantes se puede caracterizar mediante las variables siguientes.

ρ Densidad del flujo

D Diámetro característico

M Velocidad de giro del rodete

Q Gasto

Dado que estas variables describen toda condición particular de operación, existe una función f_1 entre ellas y la diferencia de carga total H entre la succión y la descarga, y otra función f_2 entre las mismas variables y el par M que se ejerce sobre el eje de la máquina.

De lo anterior se tiene que:

$$H = f_1 (\rho, D, N, Q) \quad (4.102)$$

$$M = f_2 (\rho, D, N, Q) \quad (4.103)$$

A estas relaciones se les conoce como las ecuaciones características de la máquina y se determinan experimentalmente mediante ensayos a flujo permanente. Es importante notar y aceptar que siendo los datos obtenidos en pruebas estacionarias su validación para ser usados en problemas transitorios está dada por una amplia experiencia acumulada, la cual indica que, dentro de los límites de rapidez de los fenómenos de interés práctico los datos son útiles.

Por el teorema de Buckingham o Teorema Π , se tiene que (4.102) y (4.103) se pueden formular en función de tantos números adimensionales como el total de variables en juego menos el número de variables básicas. Siendo que las variables básicas son aquellas que permiten formar números adimensionales con cada una de las restantes, al elegir como variables de este tipo A , ρ , D y N , los números adimensionales que resultan son:

$$\Pi_1 = \frac{Q}{ND^3} \quad (4.104)$$

$$\Pi_2 = \frac{H\gamma}{\rho N^2 D^2} \quad (4.105)$$

$$\Pi_3 = \frac{M}{\rho D^3 N^2} \quad (4.106)$$

De aquí se tiene que, las ecuaciones (4.102) y (4.103) pueden formularse en función de Π_1 , Π_2 y Π_3 como:

$$\Pi_2 = g_1(\Pi_1) \quad (4.107)$$

$$\Pi_3 = g_2(\Pi_1) \quad (4.108)$$

Se denominan puntos de operación homólogos en una familia de bombas semejantes aquellos en que Π_1 , Π_2 y Π_3 tienen el mismo valor; esto significa que basta que en (4.107) y (4.108) Π_1 tome el mismo valor para definir un par de puntos homólogos.

4.10.4.1.2 VELOCIDAD ESPECIFICA

Si se define como rendimiento hidráulico de la máquina

(η)

$$\eta = \frac{P_h}{P_m}$$

donde

$P_h = Q H \gamma$ (Potencia hidráulica entregada al fluido)

$P_m = MN$ (Potencia mecánica entregada al eje de rotación)

o sea que η también puede expresarse en la forma

$$\eta = \frac{QH\gamma}{MN} \quad (4.109)$$

Si se sustituyen en (4.109) a los cocientes de variables por sus expresiones en función de los números Π , resulta

$$\eta = \frac{\Pi_1 \Pi_2}{\Pi_3} \quad (4.110)$$

Si adicionalmente se consideran (4.107) y (4.108) en (4.110), se concluye que

$$\eta = \eta (\Pi_4) \quad (4.111)$$

Lo cual indica que en puntos de operación homóloga se tiene el mismo rendimiento.

Experimentalmente se ha comprobado que existe un sólo máximo en la función (4.111) para máquinas industriales. Por lo anterior el η máximo ocurre para el mismo valor de

Π_1 en todas las bombas de la familia; esto significa que los puntos de máximo rendimiento son homólogos en una familia de máquinas semejantes. Este resultado permite caracterizar a la familia por medio de la terna Π_1 , Π_2 y Π_3 correspondientes al punto de máximo rendimiento y adicionalmente, por lo indicado en (4.107) y (4.108), sería entonces suficiente con conocer Π_1 para caracterizar a la familia. Habitualmente no se toma Π_1 para la caracterización sino el producto

$$\Pi_1^{1/2} \cdot \Pi_2^{-3/4} = N_R Q_R^{1/2} [H_g]_R^{-3/4} = N_s \quad (4.112)$$

Donde el subíndice R indica que son valores correspondientes al punto de mayor rendimiento. Este producto se denomina "Velocidad específica" de la familia.

Comúnmente, en la práctica, N_s se representa en las siguientes unidades:

-SISTEMA INTERNACIONAL

N_R en r.p.m

Q_R en m^3/s

H_g en m de columna de líquido, lo cual indica que se considera únicamente H .

Por tanto, la fórmula usual para el cálculo de N_s es

$$N_s = N_R \frac{Q_R^{1/2}}{H_R^{3/4}} \quad (4.113)$$

4.10.4.1.3 CURVAS CARACTERISTICAS

Para el análisis numérico de las bombas es necesario, como se verá posteriormente, manejar las funciones g_1 y g_2 durante la simulación. Es común trabajar con dichas funciones transformadas ligeramente como se indica a continuación.

Si bien (4.107) y (4.108) representan por medio de tres variables a las familias, por costumbre los fabricantes de las bombas aún utilizan una representación de cuatro variables, las cuales son:

$$v = \frac{Q}{Q_R} \quad (4.114)$$

$$\alpha = \frac{N}{N_R} \quad (4.115)$$

$$\xi = \frac{H}{H_R} \quad (4.116)$$

$$\beta = \frac{M}{M_R} \quad (4.117)$$

Por lo tanto de acuerdo a las definiciones (4.104), (4.105) y (4.106); se obtiene

$$\frac{\nu}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} = \Pi_1 \quad (4.118)$$

$$\frac{\xi}{\alpha^2} \cdot \Pi_{2R} = \Pi_2 \quad (4.119)$$

$$\frac{\beta}{\alpha^2} \cdot \Pi_{3R} = \Pi_3 \quad (4.120)$$

Aplicando las relaciones (4.107) y (4.108), se tiene que

$$\frac{\xi}{\alpha^2} \Pi_{2R} = g_1 \left(\frac{\nu}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} \right)$$

$$\frac{\beta}{\alpha^2} \Pi_{3R} = g_2 \left(\frac{\nu}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} \right)$$

Las cuales pueden reordenarse en la forma

$$\xi = g_1 \left(\frac{\nu}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} \right) \frac{\alpha^2}{\Pi_{2R}} \quad (4.121)$$

$$\beta = g_2 \left(\frac{\nu}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} \right) \frac{\alpha^2}{\Pi_{3R}} \quad (4.122)$$

Las expresiones (4.121) y (4.122), al ser representadas en un plano cartesiano con ν en abscisas y α en ordenadas, definen el denominada "Diagrama de Knapp". Los elementos

de este diagrama se ilustran en la figura (4.37), en la cual se indican todas las posibles condiciones de operación de una bomba.

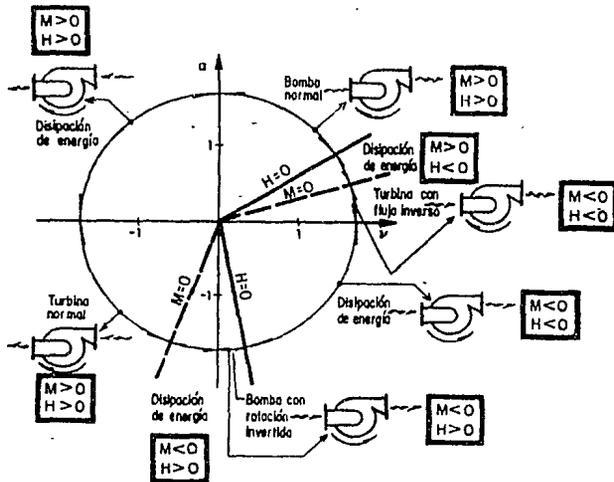


FIGURA 4. 37

$v > 0$ El gasto entra por la succión.

$v < 0$ El gasto entra por la descarga

$\alpha > 0$ La máquina gira en sentido directo

$\alpha < 0$ La máquina gira en sentido inverso

$H > 0$ La presión es mayor en la descarga que en la succión

$H < 0$ La presión es mayor en la succión que en la descarga

$M > 0$ El par aplicado desde el exterior en el eje de la máquina es directo

$M < 0$ El par aplicado desde el exterior en el eje de la máquina es inverso

Así, por ejemplo, las curvas de operación deducidas de las expresiones (4.121) y (4.122) para diversos valores constantes de ζ y β tienen la forma que se muestra en la figura (4.38), en la cual

$$\zeta = C_1 \text{ con } -100\% \leq C_1 \leq 250\%$$

$$\beta = C_2 \text{ con } -200\% \leq C_2 \leq 250\%$$

Es importante notar que ζ , β , v y α están expresados en forma de porcentaje como las ecuaciones (4.125) y 4.122 depende de Π_{1a} , Π_{2a} y Π_{3a} ello indica que cada familia de máquinas posee su diagrama propio.

Del diagrama se puede apreciar que todo punto posible de operación de la máquina tiene su representación geométrica en el mismo. Por tanto todo comportamiento transitorio de la máquina estará representado en el diagrama por una curva en el plano v , α . Para todo punto de esa curva el diagrama de Knapp o sea las expresiones (4.121) y (4.122) suministran los valores de ζ (carga porcentual) y β (par o momento porcentual) que corresponden a ese punto. Es importante indicar que las expresiones (4.121) y (4.122) se determinan experimentalmente en un banco de prueba para una máquina de la familia, siendo las pruebas estacionarias. Por lo tanto, la aplicación del diagrama para el estudio de un fenómeno transitorio de evolución muy rápida sólo ha sido valuada por una amplia experiencia práctica que indica que las expresiones y el diagrama son aplicables a pesar

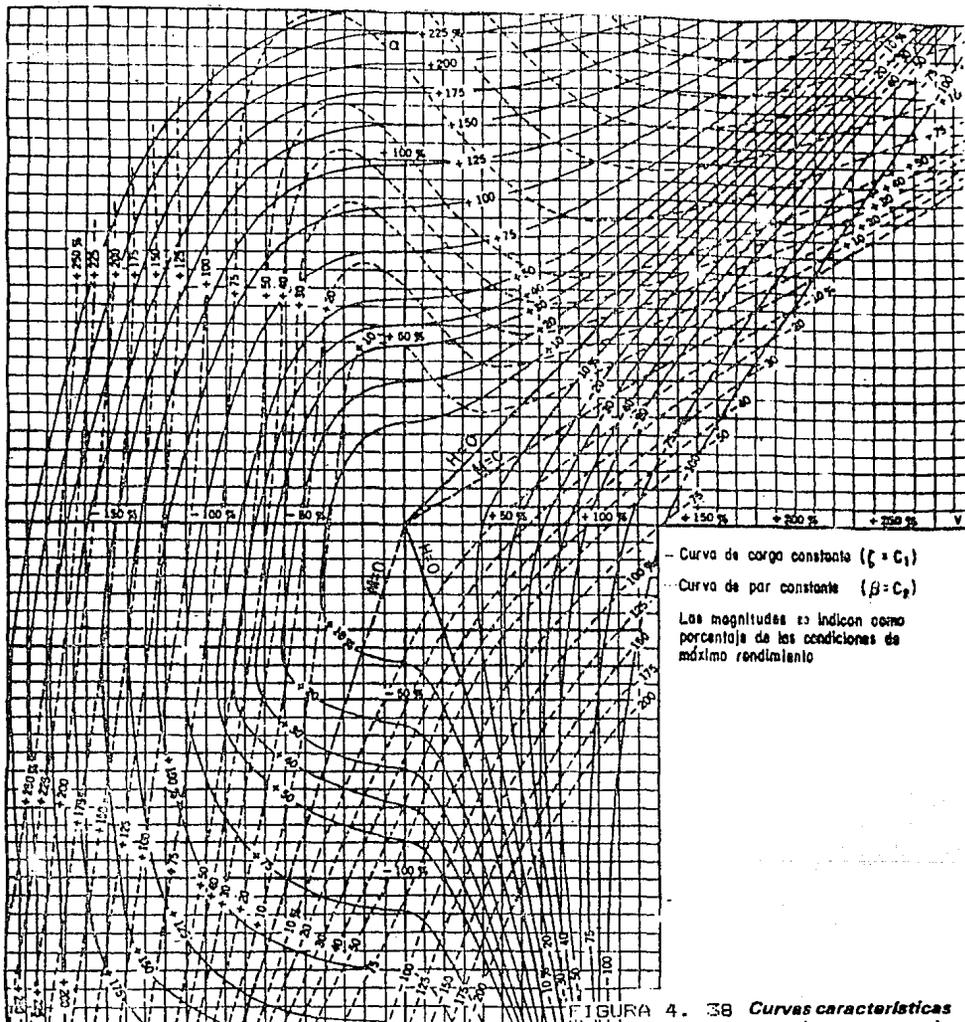


FIGURA 4. 38 *Curvas características completas para una bomba de doble succión con $N_2 = 34.81$ (SI).*

de estar basados en ensayos estacionarios.

Si se multiplican ambos miembros de las relaciones

(4.121) y (4.122) por $(v^2 + \alpha^2)^{-1}$ se obtiene

$$\frac{\xi}{v^2 + \alpha^2} = g_1 \left(\frac{v}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} \right) \frac{\alpha^2}{\Pi_{2R} (v^2 + \alpha^2)}$$

$$\frac{\beta}{v^2 + \alpha^2} = g_2 \left(\frac{v}{\alpha} \cdot \Pi_{1R} \right) \frac{\alpha^2}{\Pi_{3R} (v^2 + \alpha^2)}$$

Recordando que Π_{2R} y Π_{3R} estan definidos por Π_{1R} y este queda determinado a través de la velocidad específica Ns , se concluye que

$$\frac{\xi}{v^2 + \alpha^2} = G_1 \left(\frac{v}{\alpha}, Ns \right) \quad (4.123)$$

$$\frac{\beta}{v^2 + \alpha^2} = G_2 \left(\frac{v}{\alpha}, Ns \right) \quad (4.124)$$

La razón para construir estas funciones con $v^2 + \alpha^2$, es para evitar la posible anulación del denominador en algún paso del cálculo numérico, que se lleva a cabo durante la simulación del transitorio.

Adicionalmente para que las funciones sean biunívocas se utiliza una variable θ , que relaciona v y α , siendo

$$\theta = \text{arc tg } \frac{\alpha}{v} \quad ; \quad 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \quad (4.125)$$

En consecuencia las relaciones (4.125) y (4.124) se pueden expresar en la forma

$$\frac{\xi}{v^2 + \alpha^2} = F_\xi (\theta, Ns) \quad (4.126)$$

$$\frac{\beta}{v^2 + \alpha^2} = F_\beta (\theta, Ns) \quad (4.127)$$

En la figura (4.39) se representan esquemáticamente estas relaciones y en la misma se señalan las diferentes zonas de operación que se observan en un diagrama de Knapp.

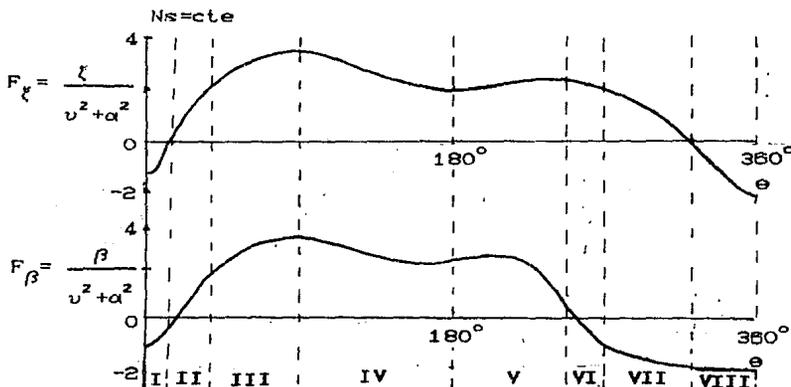


FIGURA 4. 39

- I Turbina con flujo invertido
- II disipación de energía
- III Bomba normal
- IV Disipación de energía
- V Turbina normal
- VI Disipación de energía
- VII Bomba de rotación invertida
- VIII Disipación de energía

Como puede apreciarse, estas funciones permiten representar por dos curvas una información equivalente a la del diagrama de Knapp. Para pasar de un diagrama de cuatro cuadrantes a las curvas anteriores basta trazar sobre el diagrama de Knapp rectas que partan del origen con α/v constante; todos los puntos que queden sobre una misma recta dan un solo valor de $\zeta/(v^2+\alpha^2)$ al cortar curvas con $\zeta=\text{cte}$ y otro valor de $\beta/(v^2+\alpha^2)$ al cortar las curvas $\beta=\text{cte}$.

4.10.4.2 ECUACION DINAMICA DE LA MAQUINA

Otra ecuación adicional que se debe tomar en cuenta es la llamada ecuación dinámica de la máquina. En esta ecuación se toma en consideración el tiempo y relaciona la aceleración angular del rodete de la bomba con el momento aplicado sobre las masas en rotación, siendo su formulación la siguiente:

$$I \frac{dN}{dt} = Mr \quad (4.128)$$

donde

I suma de los momentos de inercia del rotor del motor eléctrico, del eje y el cople, del rodete de la bomba y del fluido en rotación.

Mr par o momento total aplicado desde el exterior sobre las masas en rotación. Se puede representar como la suma algebraica del momento aplicado por los campos magnéticos giratorios sobre el rotor del motor eléctrico (M_e) y el momento aplicado por el fluido exterior al rodete de la bomba sobre este (M). En régimen establecido $M=M_e$ y por lo tanto $dn/dt=0$, esto significa $N = \text{cte}$.

N velocidad angular del rodete

4.10.4.3 ECUACIONES PARA LA SIMULACION

De acuerdo a lo visto en los incisos 4.10.4.1 y 4.10.4.2 las ecuaciones de la máquina son:

$$\frac{\xi}{v^2 + \alpha^2} = F_{\xi} (\theta, N_s) \quad (4.129)$$

$$\frac{\beta}{v^2 + \alpha^2} = F_{\beta} (\theta, N_s) \quad (4.130)$$

$$I \frac{dN}{dt} = M_0 - M \quad (4.131)$$

Dado que para cada familia de bombas semejantes N_s permanece constante, entonces en las ecuaciones (4.129) y (4.130) se tienen cuatro variables (v, α, ξ, β) cuando el problema trata sobre una misma familia y dado que cuando se produce una falla en el sistema de alimentación del motor que mueve la bomba se tiene $M_0=0$, siendo este el caso más desfavorable y el de mayor interés en los sistemas de bombeo, ya que se produce el cambio más drástico del gasto que circula en un cierto tiempo, la ecuación (3.131) se reduce a:

$$I \frac{dN}{dt} = -M \quad (4.132)$$

Si se multiplica y divide (4.132) por N_R y M_R se obtiene

$$-I \frac{N_R}{M_R} \cdot \frac{dN}{dt} = M \cdot \frac{N_R}{M_R} \quad (4.133)$$

Y recurriendo a las relaciones (4.114) a (4.117) la ecuación (4.133) se transforma en

$$-I \frac{N_R}{M_R} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \beta \quad (4.134)$$

por lo tanto las nuevas ecuaciones de la máquina serán (4.129), (4.130) y (4.134). Obsérvese que en ellas aparecen únicamente las variables (v, α, ξ, β) . No obstante esta simplificación, todavía se tienen cuatro variables y tres ecuaciones por lo que se requiere una ecuación mas para que el sistema sea determinado.

La ecuación faltante es la ecuación que relaciona la succión y la tubería de descarga, la cual depende de la ubicación de la bomba. En este trabajo se estudiarán únicamente los casos de una bomba en cárcamo y el de una bomba entre dos conductos.

4.10.4.4 BOMBA EN CARCAMO

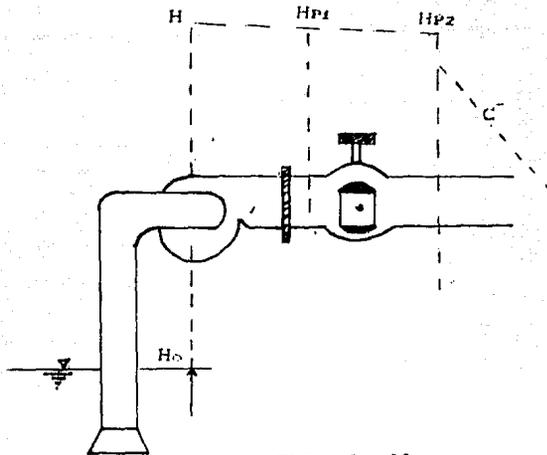


FIGURA 4. 40

Si se consideran despreciables las pérdidas locales y la carga de velocidad en el sistema mostrado en la figura 4.40, se tiene

$$H_0 = H_{P1} - H \quad (4.135)$$

Si adicionalmente se supone que no se presenta almacenamiento en la válvula y se acepta como válida la ecuación de descarga de un orificio para simular su funcionamiento, entonces se deberá cumplir.

$$Q_P = \frac{C_d A Q_0}{C_d A \sqrt{H_1 - H_2}} \sqrt{H_{P1} - H_{P2}} \quad \text{flujo positivo}$$

$$Q_P = \frac{CdA Q_0}{Cd A \sqrt{H_1 - H_2}} \sqrt{H_{P2} - H_{P1}} \quad \text{flujo inverso}$$

Operando algebraicamente y denotando

$$C_v = \frac{1}{2} \frac{\tau^2 Q_0^2}{(H_1 - H_2)}$$

Se obtiene

$$Q_{P2}^2 = 2C_v (H_{P1} - H_{P2}) \quad \text{flujo positivo}$$

$$Q_{P2}^2 = 2C_v (H_{P2} - H_{P1}) \quad \text{flujo inverso}$$

Despejando H_{P1} de ambas relaciones

$$H_{P1} = H_{P2} + \frac{Q_{P2}^2}{2C_v} \quad \text{flujo positivo (4.136)}$$

$$H_{P1} = H_{P2} - \frac{Q_{P2}^2}{2C_v} \quad \text{flujo inverso (4.137)}$$

Sustituyendo H_{P1} en (4.135), se obtiene

$$H_0 = H_{P2} + \frac{Q_{P2}^2}{2C_v} - H \quad \text{flujo positivo (4.138)}$$

$$H_0 = H_{P2} - \frac{Q_{P2}^2}{2C_v} - H \quad \text{flujo inverso (4.139)}$$

Si por simplificación se asigna $H_P = H_{P2}$, las expresiones anteriores resultan:

$$H_o = H_p + \frac{Q^2 P}{2C_v} - H \quad \text{flujo positivo (4.140)}$$

$$H_o = H_p - \frac{Q^2 P}{2C_v} - H \quad \text{flujo inverso (4.141)}$$

Es importante hacer notar que en muchos casos no se conoce la Ley de cierre de la válvula, pero a cambio se conoce el coeficiente de pérdida local en la válvula (K_v), de donde las ecuaciones (4.140) y (4.141) resultantes en este caso serían:

$$H_o = H_p + K_v Q_p^2 - H \quad (4.140)^*$$

$$H_o = H_p - K_v Q_p^2 - H \quad (4.141)^*$$

Obsérvese que de la igualación de las ecuaciones (4.140) con (4.140)* y (4.141) con (4.141)* se puede obtener una relación directa entre K_v y C_v , siendo ésta:

$$C_v = \frac{1}{2K_v}$$

Debe tomarse en cuenta que K_v no es adimensional ya que en este caso incluye implícitamente las unidades de la aceleración de la gravedad y los del área hidráulica, y por consecuencia sus unidades son seg^2/m^5 .

De lo anterior se concluye que para los casos en que el dato conocido sea K_v , fácilmente se obtiene a partir del mismo C_v y por lo tanto se puede utilizar la metodología que se está planteando para la simulación.

Dado que la bomba se encuentra en el extremo aguas arriba, entonces en el punto (2) se deberá satisfacer la característica negativa, lo cual indica que se aplica la ecuación (4.1), siendo ésta

$$MUV^2_P + V_P + U \left[H_P - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.142)$$

La cual, en función del gasto se expresa en la forma

$$\frac{MU}{A^2} Q_P^2 + \frac{Q_P}{A} + U \left[H_P - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.143)$$

Si se despeja H_P de (4.140) y (4.141) y se sustituyen en (4.143), se obtiene:

Para flujo positivo

$$U \left(\frac{M}{A^2} - \frac{1}{2Cv} \right) Q_P^2 + \frac{Q_P}{A} + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] + UH = 0 \quad (4.144)$$

Para flujo inverso

$$U \left(\frac{M}{A^2} + \frac{1}{2Cv} \right) Q_P^2 + \frac{Q_P}{A} + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] + UH = 0 \quad (4.145)$$

Por otro lado, de acuerdo a las ecuaciones (4.114) y (4.116), se tiene $Q_P = v_P Q_S$ y $H = \zeta_P H_S$, por lo que al sustituir en las ecuaciones anteriores se obtiene:

Flujo positivo

$$U \left(\frac{M}{A^2} - \frac{1}{2Cv} \right) Q_R^2 v^2_P + \frac{Q_R v_P}{A} + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] +$$

$$+ U H_R \zeta_P = 0 \quad (4.146)$$

Flujo inverso

$$U \left(\frac{M}{A^2} + \frac{1}{2Cv} \right) Q_R^2 v^2_P + \frac{Q_R v_P}{A} + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] +$$

$$+ U H_R \zeta_P = 0 \quad (4.147)$$

Si adicionalmente se escribe la ecuación (4.134) en diferencias finitas, se obtiene

$$\beta_P = -2I \frac{N_R}{M_R} \frac{\alpha_P - \alpha}{\Delta t} - \beta \quad (4.148)$$

donde α y β son valores de las mismas variables evaluadas en el tiempo $t - \Delta t$

Recordando, de (4.129) y (4.130), que

$$\zeta_P = (v^2_P + \alpha^2_P) F_\zeta \quad (4.149)$$

$$\beta_P = (v^2_P + \alpha^2_P) F_\beta \quad (4.150)$$

Al sustituir en las ecuaciones (4.146) a (4.147) se llega a:

Flujo positivo

$$U \left[\frac{M}{A^2} - \frac{1}{2Cv} \right] Q_R^2 v_P^2 + \frac{Q_{RUP}}{A} + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] + \\ + U H_R (v_P^2 + \alpha^2 P) F_\xi = 0 \quad (4.151)$$

Flujo inverso

$$U \left[\frac{M}{A^2} + \frac{1}{2Cv} \right] Q_R^2 v_P^2 + \frac{Q_{RUP}}{A} + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] + \\ + U H_R (v_P^2 + \alpha^2 P) F_\xi = 0 \quad (4.152)$$

$$2I \frac{N_R}{M_R} \frac{\alpha P - \alpha}{\Delta t} + \beta + (v_P^2 + \alpha P^2) F_\beta = 0 \quad (4.153)$$

Para aproximar las funciones F_ξ y F_β resulta recomendable utilizar la técnica de interpolación cúbica de trazador, de tal manera que dichas funciones se pueden expresar en la forma:

$$F_\xi = a_j + b_j(\theta_P - \theta_j) + c_j(\theta_P - \theta_j)^2 + d_j(\theta_P - \theta_j)^3 \quad (4.154)$$

$$F_\beta = a_j + b_j(\theta_P - \theta_j) + c_j(\theta_P - \theta_j)^2 + d_j(\theta_P - \theta_j)^3 \quad (4.155)$$

en donde $j = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, n-1$

siendo n el número de puntos elegidos para representar

las funciones (ver figura 4.41).

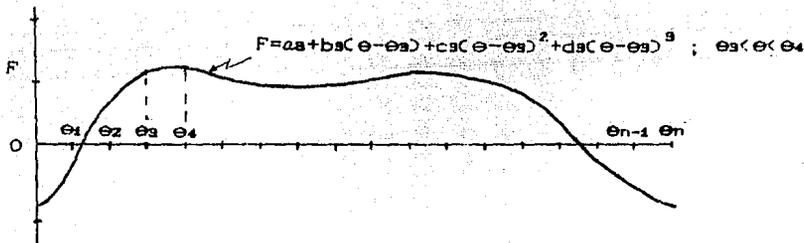


FIGURA 4. 41

por lo tanto al sustituir (4.154) y (4.155) en (4.151),
(4.152) y (4.153) se obtiene

flujo positivo

(4.156)

$$U \left[\frac{M}{A^2} - \frac{1}{2Cv} \right] Q_R^2 v_F^2 + \frac{Q_R}{A} v_F + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] +$$

$$+ U H_R (v_F^2 + \alpha_F^2) \left[a_{2j} + b_{2j} (e_F - e_j) + c_{2j} (e_F - e_j)^2 + d_{2j} (e_F - e_j)^3 \right] = 0$$

flujo inverso

(4.157)

$$U \left[\frac{M}{A^2} + \frac{1}{2Cv} \right] Q_R^2 v_F^2 + \frac{Q_R}{A} v_F + U \left[H_0 - H_S + V_S \left(\frac{1}{W} + M |V_S| \right) \right] +$$

$$+ U H_R (v_F^2 + \alpha_F^2) \left[a_{2j} + b_{2j} (e_F - e_j) + c_{2j} (e_F - e_j)^2 + d_{2j} (e_F - e_j)^3 \right] = 0$$

$$2I \frac{N_R}{M_R} \frac{\alpha_F - \alpha}{\Delta t} + \beta + (v_F^2 + \alpha_F^2) \left[a_{2j} + b_{2j} (e_F - e_j) + \right.$$

$$\left. + c_{2j} (e_F - e_j)^2 + d_{2j} (e_F - e_j)^3 \right] = 0 \quad (4.158)$$

siendo α_r , de acuerdo a la ecuación (4.125), igual a

$$\alpha_r = \arctan \frac{v_p}{u_p} ; 0 \leq \alpha_r \leq 360^\circ$$

y

$$\alpha_j = \arctan \frac{v_j}{u_j} ; j = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

Entonces las ecuaciones (4.156) y (4.158) o (4.157) y (4.158), dependiendo de la dirección del flujo, formarán un par de ecuaciones no lineales a resolver cuyas incógnitas son α_r y v_r .

En resumen, para llevar a cabo la simulación, se resuelve el sistema (4.156) - (4.158) o el (4.157)-(4.158) con lo cual se obtienen α_r y v_r , posteriormente se calculan α_r y β_r con auxilio de las relaciones (4.149) y (4.150) y a continuación se valúan Q_r y H con las expresiones $Q_r = v_r Q_a$, $H = \zeta_r H_a$; para finalmente proceder a calcular H_r con auxilio de la expresión

$$H_r = H_0 + H - \frac{Q_r^2}{2C_v} \quad \text{flujo positivo}$$

$$H_r = H_0 + H - \frac{Q_r^2}{2C_v} \quad \text{flujo inverso}$$

Adicionalmente se podría evaluar $V_r = Q_r/A$

4.10.4.5 BOMBA ENTRE DOS CONDUCTOS

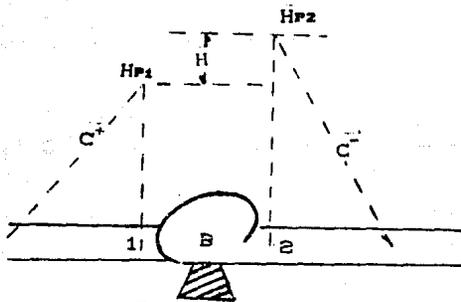


FIGURA 4. 42

En el sistema mostrado en la figura 4.42 se consideran válidas las condiciones impuestas en el subcapítulo 4.9.2, por lo tanto es aplicable la ecuación (4.14)

$$U_2 \left[\frac{M_z}{A_2^2} + \frac{W_1 \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) - a_0}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} \right] Q_F^2 + \frac{Q_F}{A_2} + U_2 \left[\frac{W_1 A_1 H - a_1}{(U_2 - A_2 - W_1 A_1)} - \right.$$

$$\left. - H_s + V_s \left[\frac{1}{W_2} + M_z |V_s| \right] \right] = 0 \quad (4.159)$$

Y si de acuerdo a las ecuaciones (4.112) y (4.116), se tiene que $Q_F = v_F Q_a$ y $H = \xi_F H_a$, entonces al sustituir en (4.159) se obtiene

$$U_x \left[\frac{M_z}{A_z^2} + \frac{W_1 \left(\frac{1}{A_z^2} - \frac{1}{A_1^2} \right)^{-a_0}}{(U_z - A_z - W_1 A_1)} \right] Q_R^2 v_P^2 + \frac{Q_R}{A_z} v_P +$$

$$+ U_z \left[\frac{W_1 A_1 H_R \zeta^{\xi - a_1}}{(U_z - A_z - W_1 A_1)} - H_S + V_S \left(\frac{1}{W_z} + M_z |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.160)$$

Y recordando, de (4.123), que

$$\zeta_{EP} = (v_P^2 + a_P^2)^{\frac{1}{2}}$$

Al sustituir en (4.158), se llega a:

$$U_x \left[\frac{M_z}{A_z^2} + \frac{W_1 \left(\frac{1}{A_z^2} - \frac{1}{A_1^2} \right)^{-a_0}}{(U_z - A_z - W_1 A_1)} \right] Q_R^2 v_P^2 + \frac{Q_R}{A_z} v_P +$$

$$+ U_z \left[\frac{W_1 A_1 H_R (v_P^2 + a_P^2)^{\frac{1}{2}} \zeta^{-a_1}}{(U_z - A_z - W_1 A_1)} - H_S + V_S \left(\frac{1}{W_z} + M_z |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.161)$$

Por lo que, siendo

$$F_e = a_{1j} + b_{1j}(\theta_P - \theta_j) + c_{1j}(\theta_P - \theta_j)^2 + d_{1j}(\theta_P - \theta_j)^3 \quad (4.162)$$

Al sustituir en (4.161), se obtiene

$$U_x \left[\frac{M_z}{A_z^2} + \frac{W_1 \left(\frac{1}{A_z^2} - \frac{1}{A_1^2} \right)^{-a_0}}{(U_z - A_z - W_1 A_1)} \right] Q_R^2 v_P^2 + \frac{Q_R}{A_z} v_P + U_z \left[$$

$$\frac{W_1 A_1 H_R (v_P^2 + a_P^2)^{\frac{1}{2}} \left[a_{1j} + b_{1j}(\theta_P - \theta_j) + c_{1j}(\theta_P - \theta_j)^2 + d_{1j}(\theta_P - \theta_j)^3 \right] - a_1}{(U_z - A_z - W_1 A_1)}$$

$$- H_S + V_S \left(\frac{1}{W_z} + M_z |V_S| \right) \right] = 0 \quad (4.163)$$

Esta ecuación (4.163) forma con la (4.158) un par de ecuaciones no lineales que se deben resolver para obtener v_F y ω_F .

En conclusión, para la simulación se deberá seguir la siguiente secuencia de cálculo:

a) Solucionar el sistema no lineal formado por las ecuaciones (4.158) y (4.153), con lo cual se obtiene ω_F y v_F .

b) Calcular ξ_F y β_F con las relaciones (4.149) y (4.150)

c) Calcular Q_F y H con las expresiones $Q_F = v_F Q_a$, $H = \xi_F H_a$

d) Evaluar H_{F2} con auxilio de la (4.100)

e) Evaluar H_{F1} con la ecuación (4.99)

f) Finalmente se pueden evaluar también V_{F1} y V_{F2} como:

$$V_{F1} = Q_F / A_1$$

$$V_{F2} = Q_F / A_2$$

4.11 TURBINAS

Las turbinas para su estudio se clasifican, de la siguiente manera:

a). IMPULSO (PELTON)

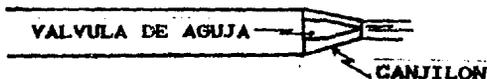


FIGURA 4. 43

Este tipo de turbina (figura 4.43) se usa comúnmente cuando se tienen cargas mayores a 50 m. ($H_r > 50$ m.)

La simulación de este tipo de turbina es similar a la de una válvula descargando a la atmósfera (descarga libre).

b) REACCION

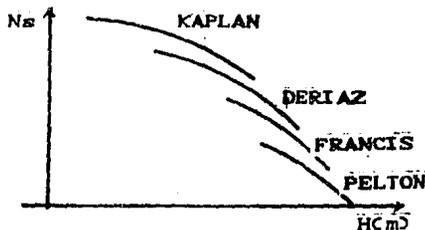


FIGURA 4. 44

Este tipo de turbinas se emplea comúnmente cuando se tienen cargas comprendidas entre 20 y 70 m.

NOMBRE	CARGA USUAL
DERIAZ	20-200 m.
FRANCIS	20-100 m.
KAPLAN	< 90 M.

Para la elección de la turbina más adecuada es útil conocer su velocidad específica, la cual se define como:

$$N_s = \frac{N \sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

N , RPM
H , m
P , KW

Una vez conocida dicha velocidad se utilizan gráficas proporcionadas por los fabricantes de las turbinas, que son del tipo mostrado en la figura 4.44:

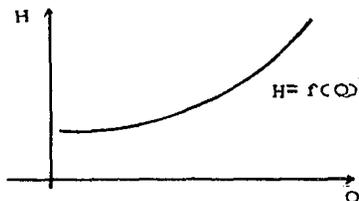


FIGURA 4. 45

Cuando las turbinas (excepto Pelton) se encuentran funcionando presentan, dentro de su rango de operación una relación entre la carga y el gasto turbinado (figura 4.45).

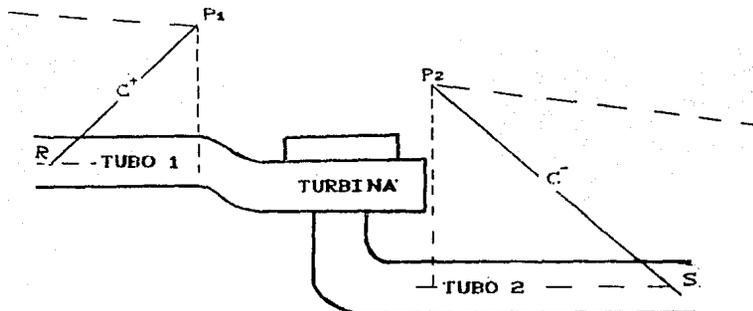


FIGURA 4. 46

A continuación se deducen las ecuaciones necesarias para la simulación de una turbina de reacción (figura 4.46).

CONSIDERACIONES:

- No existe almacenamiento en la turbina (figura 4.46), por lo tanto:

$$Q_P = Q_{P1} = Q_{P2}$$

- Se desprecian las pérdidas locales en el sistema, por lo que:

$$H = H_{P1} - H_{P2} + \frac{V_{P1}^2}{2g} - \frac{V_{P2}^2}{2g}$$

$$H = H_{P1} - H_{P2} + \frac{Q_P}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right)$$

$$H_p = H + H_{rz} + \frac{Q_p}{2g} \left(\frac{1}{A^2_2} - \frac{1}{A^2_1} \right)$$

Obsérvese que estas consideraciones son las mismas que se hicieron para el caso de una bomba en operación normal entre dos tuberías, por lo tanto, la formulación obtenida para ese caso es válida para el análisis de turbinas de reacción.

Se entiende que en la ecuación (4.101) se usará la relación $H = f(Q)$ correspondiente a la turbina.

4.12 NOTA SOBRE SEPARACION DE COLUMNA

Durante un transitorio hidráulico debido por ejemplo al cierre de una válvula o paro de una bomba, la presión en el interior de la tubería puede reducirse en un instante dado y llegar a ser tal que el tramo de conducción donde se presenta dicha reducción trabaje a la compresión del líquido (figura 4.47)

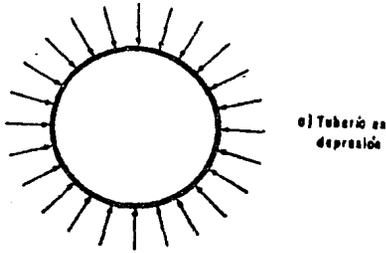


FIGURA 4. 47

si la presión llega a ser lo suficientemente baja se podría presentar la falla de la pared de la tubería por pandeo hasta alcanzar el colapso, tal como se muestra en la figura (4.48)

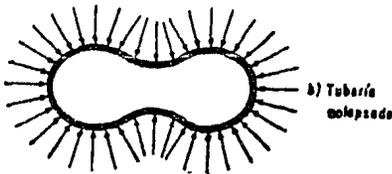


FIGURA 4. 48

En el caso de que la tubería no se colapse por pandeo, o sea, que soporte la depresión; el descenso de la presión en el interior del fluido puede alcanzar la presión de vaporización del agua para la temperatura ambiente y dar origen a la formación de burbujas de vapor. Esta situación por sí sola no es peligrosa, pero si lo es el fenómeno subsecuente en el tiempo. Si una burbuja de vapor originada por una onda de depresión, es sometida a una presión superior a la de vaporización, esta reducirá rápidamente su volumen y podrá llegar a ocasionarse una implosión de la misma, lo cual implica que las columnas líquidas separadas originalmente por la burbuja choquen entre sí en forma violenta, este fenómeno puede producir sobrepresiones altamente peligrosas en el lugar del impacto.

El incremento de presión que puede sobrevenir como producto del choque de columnas se puede evaluar en forma aproximada con la relación

$$|\Delta h| = \frac{a}{g} |\Delta v|$$

Obsérvese que si se considera $|\Delta v| = 1$, $a = 1000$ m/s y $g = 10$ m/s² se tendrá una sobrepresión equivalente a 100 m de columna de agua. Este sencillo análisis numérico muestra la importancia de evitar que se presente separación de columna en las conducciones que no estén diseñadas para soportar sus efectos.

Las versiones de las ecuaciones fundamentales de conservación de masa y de conservación de cantidad de movimiento que se presentan en este trabajo no toman en consideración la posibilidad de la existencia de una región de vapor o sea de una mezcla de gas y líquido, por lo tanto no es factible con dichas ecuaciones simular el fenómeno de separación de columna.

Por lo anterior es importante indicar que toda simulación realizada con el modelo presentado en este trabajo será correcta mientras no se presenten presiones menores a la de vaporización; la simulación será correcta hasta el momento en que numéricamente se presenta dicha depresión.

Para profundizar en este tema se recomienda la referencia ó en la cual se presentan las ecuaciones que describen al fenómeno y algunos modelos numéricos de simulación de separación de columna.

5. EJEMPLOS DE APLICACION

En este capítulo se presentan una serie de ejemplos, cuyo objetivo fundamental es mostrar los resultados de la aplicación de algunos de los modelos numéricos vistos en los capítulos anteriores. Adicionalmente, se podrá apreciar la utilidad práctica de los programas de cómputo elaborados para su solución.

Para entender el planteamiento y nomenclatura de los problemas es indispensable leer el Manual del Usuario del Programa de Cómputo.

5.1 EJEMPLO No. 1

Se pide evaluar los efectos transitorios que se originan debido al cierre de válvula en el sistema mostrado en la figura siguiente. La alimentación está dada por un tanque de carga constante.

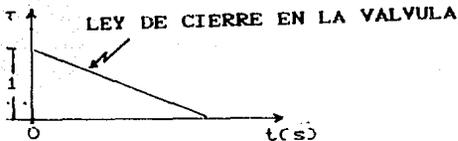
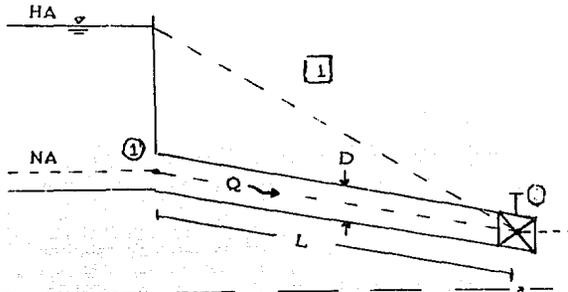


FIGURA 5.1

Datos complementarios para la simulación (presentados de acuerdo a la nomenclatura del manual del usuario)

NT = 1	(Número de tramos)
NN = 2	(Número de nudos)
G = 9.81 m/s ²	(Gravedad)
TT = 40 s	(Tiempo total del cálculo)
TA = 1 s	(Incremento de tiempo)
PV = -9.75 m	(Presión de vaporización)

CONDICIONES INICIALES (TRAMO 1)

LT(1) = 5000 m	(Longitud de tramo)
D(1) = 0.75 m	(Diámetro del conducto)
F(1) = 0.015 m	(Factor de fricción)
A(1) = 1000 m/s	(Celeridad)
QE(1) = 0.5 m ³ /s	(Gasto establecido)
NA(1) = 100 m	(Nivel aguas arriba)
NB(1) = 95 m	(Nivel aguas abajo)
HA(1) = 111.535 m	(Nivel Piezométrico aguas arriba)
HB(1) = 105 m	(Nivel piezométrico aguas abajo.)

DISPOSITIVOS EN LOS NUDOS:

NUDO 1	TANQUE AGUAS ARRIBA
DI(1) = "H1(T)"	(Nombre)
DI(1) = 1	(Subrutina)
NT(1) = 1	(No. de tramos que une)
TR(1,1) = 1	Tramo relacionado)
DT(1,1) = -1	(Ubicación de tramo)
KE(1) = .1	(Coef. de pérdida)
KS(1) = .1	(Coef. de pérdida)

NUDD 2

VALVULA DESCARGANDO A LA ATMOSFERA

DI*(2) = "V1(X)"	(Nombre)
DI(2) = 4	(Subrutina)
NT(2) = 1	(No. de tramos que une)
TR(2,1) = 1	(Tramo relacionado)
DT(2,1) = 1	(Ubicación de tramo)
KE(2) = 0	(Coef. de pérdida)
KS(2) = 0	(Coef. de pérdida)

FUNCIONES DE RELACION

RELACION CARGA-TIEMPO EN EL TANQUE

FN H(T) = 111.535

RELACION τ -TIEMPO EN LA VALVULA

AH = 10 : QE = 0.5

FN V(X) = 1 - t/50 , 0 ≤ t ≤ 50

FN V(X) = 0 , t ≥ 50

Una vez conocidos los datos anteriores y habiendo sido cargado el programa con los mismos; algunos de los resultados obtenidos de la simulación correspondiente, son los que se muestran en forma gráfica a continuación.

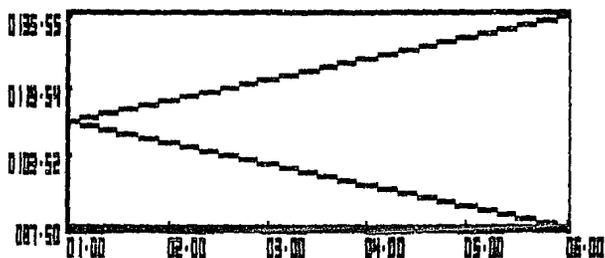
ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M

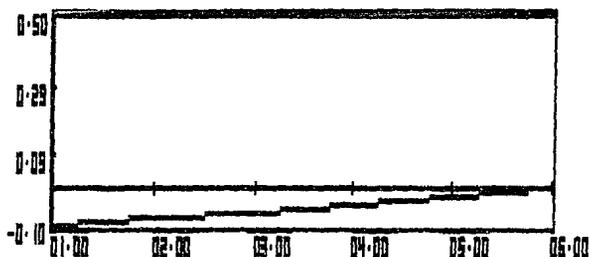


ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



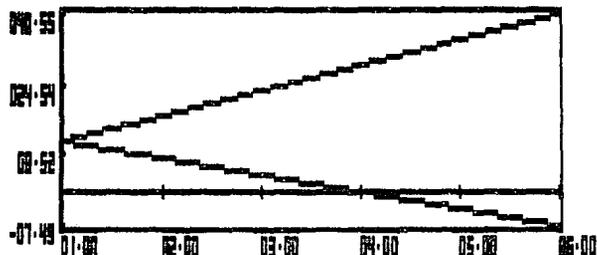
ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA DE PRESION (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M

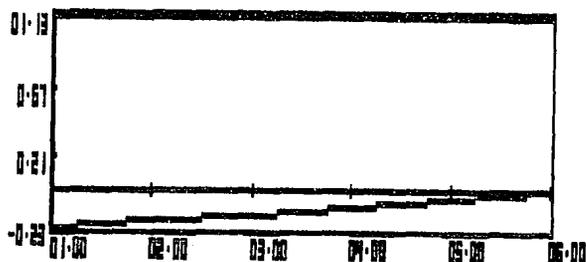


ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: VELOCIDAD (M/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 1

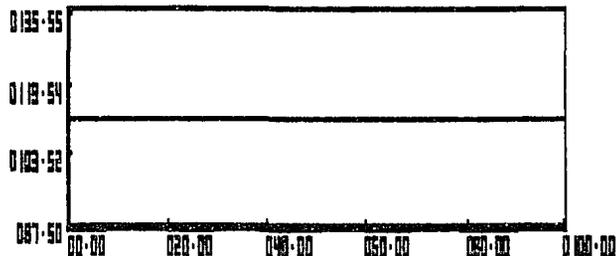
ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

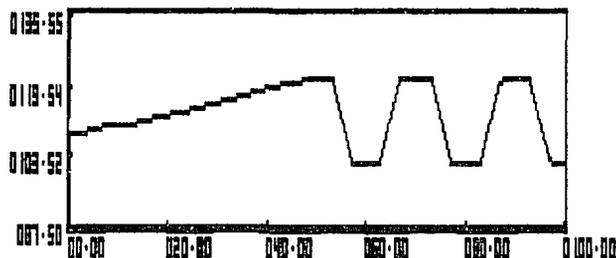
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



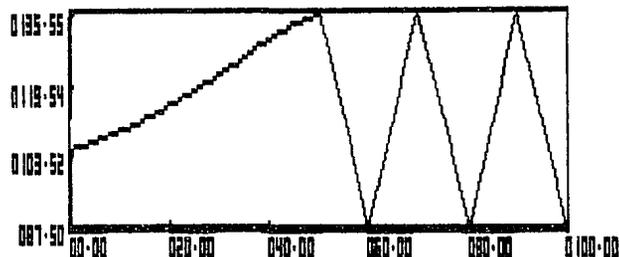
SECCION= 3

UBICACION= 2000 M



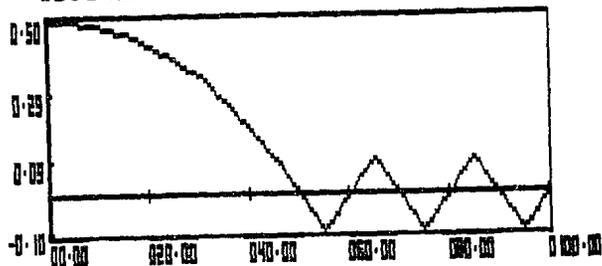
SECCION= 6

UBICACION= 5000 M

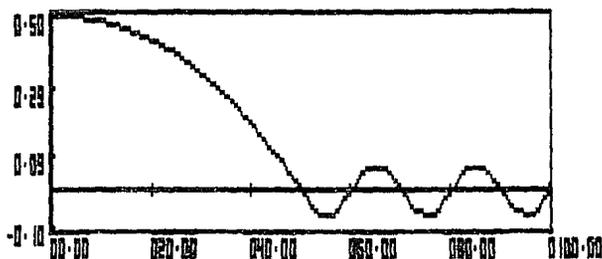


SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

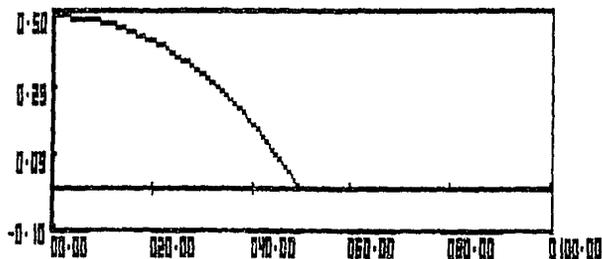
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 3
UBICACION= 2000 M



SECCION= 6
UBICACION= 5000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 1

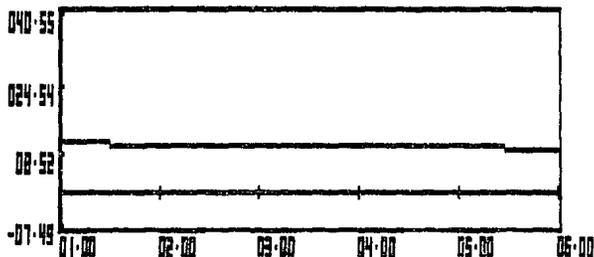
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA DE PRESION (M)

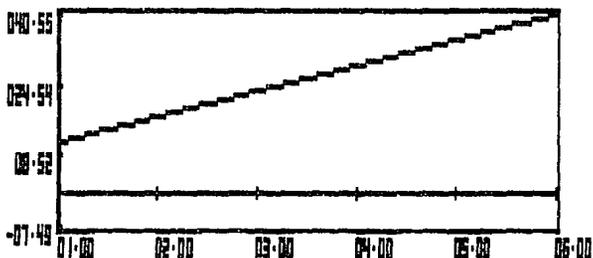
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M

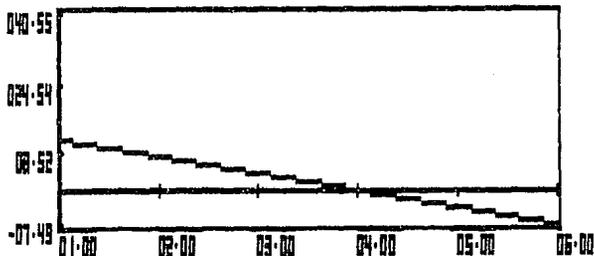
TIEMPO= 0 SEG.



TIEMPO= 50 SEG.



TIEMPO= 60 SEG.



5.2 EJEMPLO No. 2

Se pide evaluar los efectos transitorios que se originan debido al cierre de válvula y la variación de carga en el tanque aguas arriba del sistema mostrado en la figura siguiente.

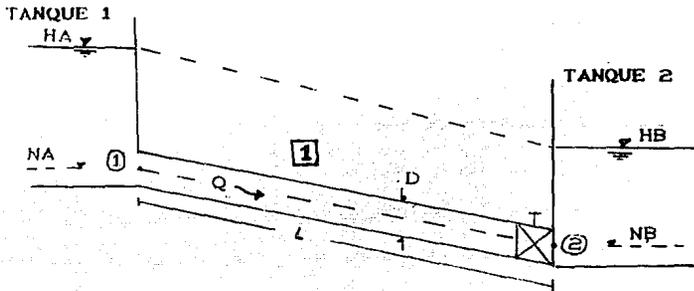


FIGURA 5.2

VARIACION DE CARGA EN EL TANQUE AGUAS ARRIBA

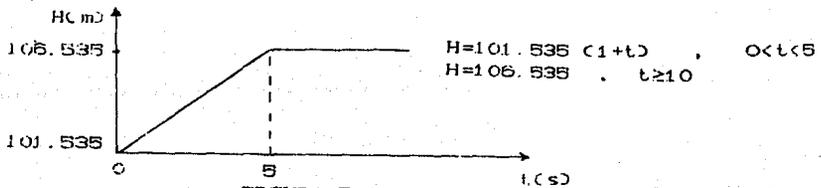


FIGURA 5.3

LEY DE CIERRE EN LA VALVULA

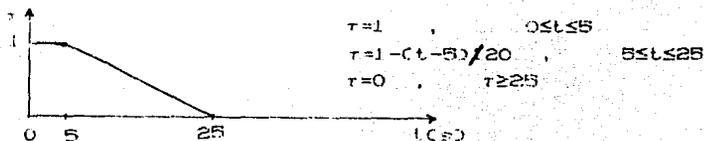


FIGURA 5.4

Datos complementarios para la simulación numérica
(presentados de acuerdo a la nomenclatura del manual del
usuario)

NT = 1 (Número de tramos)
NN = 2 (Número de nudos)
G = 9.81 m/s² (Gravedad)
PV=-9.75 m (Presión de vaporización)
TT = 100 s (Tiempo total de cálculo)
TA = 1 s (Incremento de tiempo)

DATOS Y CONDICIONES INICIALES DEL TRAMO 1

LT(1) = 5000 m
D(1) = 0.75 m
F(1) = 0.015
A(1) = 1000 m/s
QE(1) = 0.5 m³/s
NA(1) = 100 m
NB(1) = 90 m
HA(1) = 111.535 m
HB(1) = 105 m

DISPOSITIVOS EN LOS NUDDOS:

NUDDO 1 TANQUE AGUAS ARRIBA

$$DI\$(1) = "H1(T)"$$

$$DI(1) = 1$$

$$NT(1) = 1$$

$$TR(1,1) = 1$$

$$DT(1,1) = -1$$

$$KE(1) = .2$$

$$KS(1) = .11$$

NUDDO 2 VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE

$$DI\$(2) = "V1(X)H2(t)"$$

$$DI(2) = 5$$

$$NT(2) = 1$$

$$TR(2,1) = 1$$

$$DT(2,1) = 1$$

$$KE(2) = 0.12$$

$$KS(2) = 0.15$$

FUNCIONES DE RELACION

RELACION CARGA-TIEMPO EN EL TANQUE AGUAS ARRIBA

$$FNH(T) = 111.535 - (Ht) \quad , \quad 0 \leq t \leq 5$$

$$FNH(T) = 116.535 \quad , \quad t \geq 5$$

RELACION τ -TIEMPO EN LA VALVULA

$$AH = 10 : QE = 0.5$$

$$FNV(X) = 1 \quad , \quad 0 \leq t \leq 5$$

$$FNV(X) = 1 - (t-5)/45 \quad , \quad 5 \leq t \leq 50$$

$$FNV(X) = 0 \quad , \quad t \geq 50$$

RELACION CARGA-TIEMPO EN EL TANQUE AGUAS ABAJO

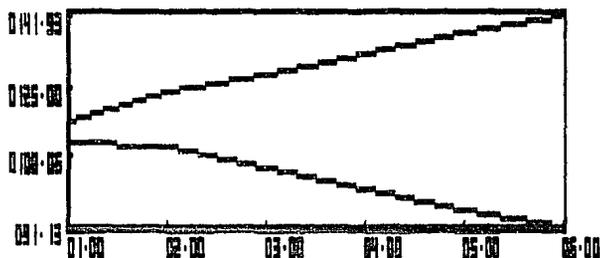
$$FNH(T) = 105 \quad , \quad t \geq 0$$

Parte de los resultados numéricos del problema se observan en las gráficas que se presentan a continuación.

7

ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

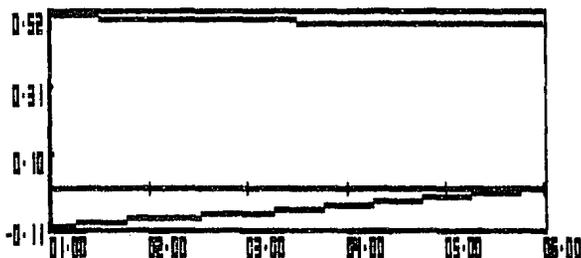
SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



8

ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA DE PRESION (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

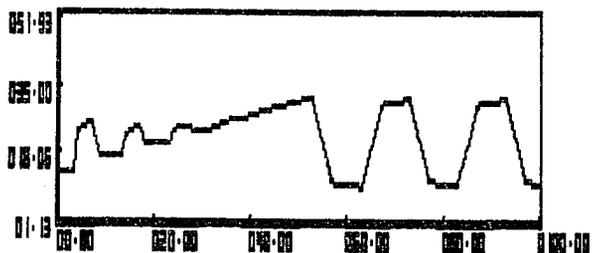
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



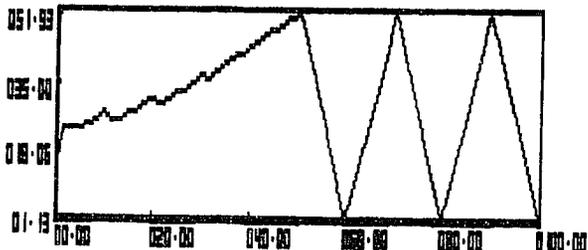
SECCION= 3

UBICACION= 2000 M



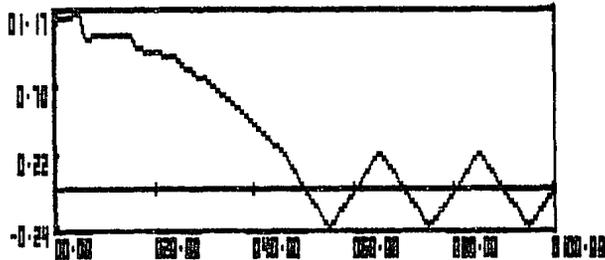
SECCION= 6

UBICACION= 5000 M

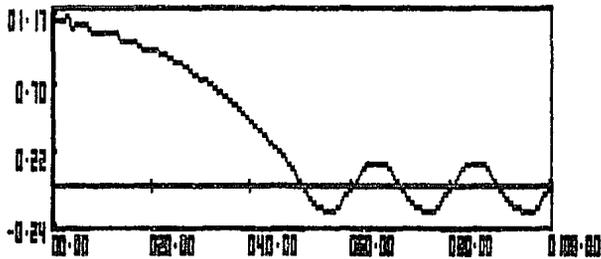


SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: VELOCIDAD (M/S)

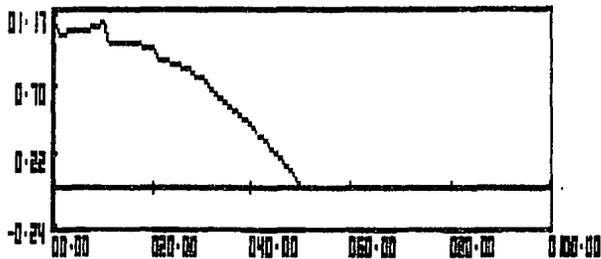
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 3
UBICACION= 2000 M

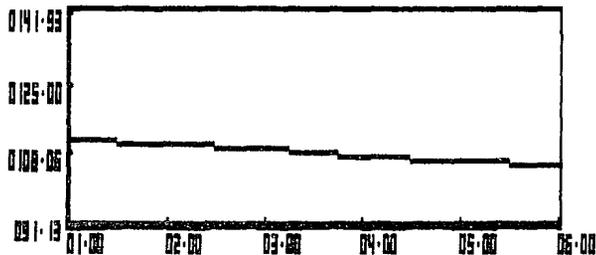


SECCION= 6
UBICACION= 5000 M

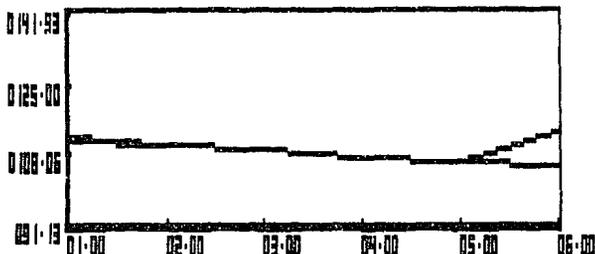


SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

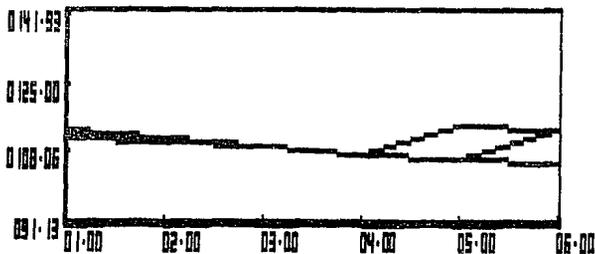
SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M
TIEMPO= 0 SEG.



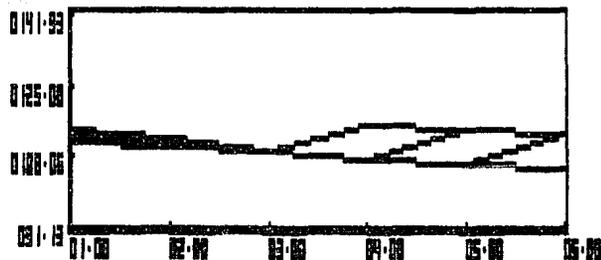
TIEMPO= 1 SEG.



TIEMPO= 2 SEG.



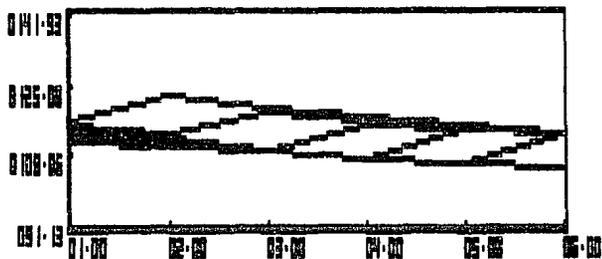
TIEMPO= 3 SEG.



TIEMPO= 4 SEG.



TIEMPO= 5 SEG.



5.3 EJEMPLO No. 3

Simular los efectos transitorios que se originan por la apertura y cierre de las válvulas en el sistema mostrado en la figura siguiente, se supone que la bomba se encuentra trabajando en operación normal a su velocidad de rotación de diseño.

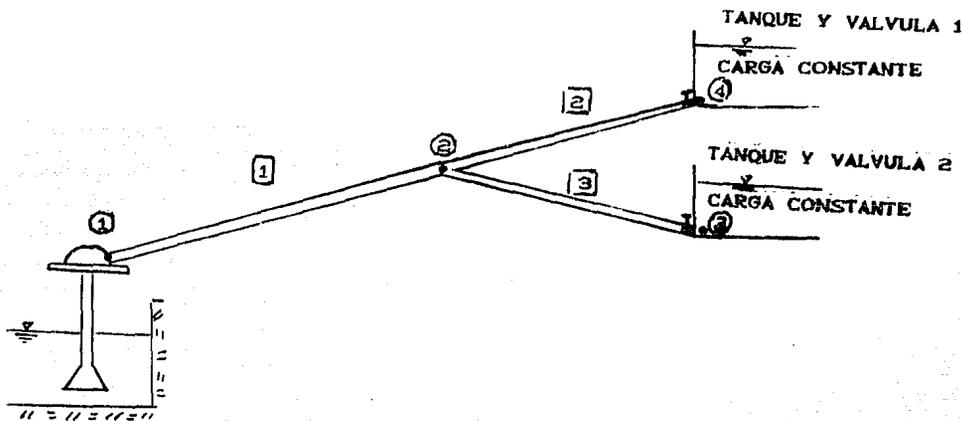


FIGURA 5.5

CURVA CARACTERISTICA DE LA BOMBA

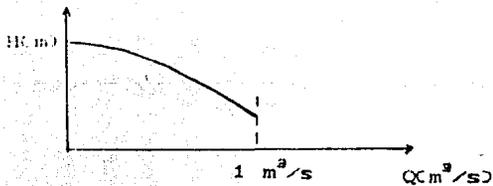


FIGURA 5.6

RELACION DE CIERRE DE LA VALVULA 1

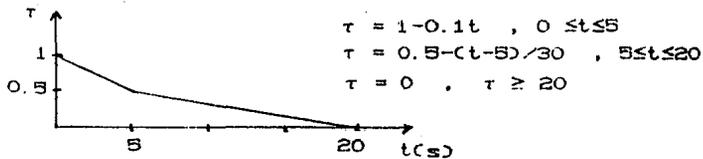


FIGURA 5.7

RELACION DE APERTURA DE LA VALVULA 2

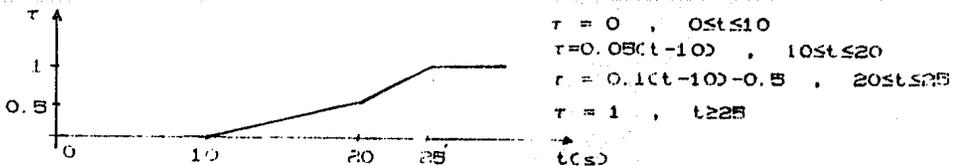


FIGURA 5.8

Datos complementarios para la simulación numérica
(presentados de acuerdo a la nomenclatura del manual del
usuario)

NT = 3

NN = 4

G = 9.81 m²/s

PV = -9.75 m

TT = 100 s

TA = 1 s

Datos para el tramo 1

LT(1) = 5000 m

D(1) = 0.75 m

F(1) = 0.015

A(1) = 1000 m/s

QE(1) = 0.5 m³/s

NA(1) = 30 m

NB(1) = 40 m

HA(1) = 51.535 m

HB(1) = 45 m

Datos para el tramo 2

$$LT(2) = 2000 \text{ m}$$

$$D(2) = 1.0 \text{ m}$$

$$F(2) = 0.015$$

$$A(2) = 1000 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$QE(2) = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$NA(2) = 40 \text{ m}$$

$$NB(2) = 40 \text{ m}$$

$$HA(2) = 45 \text{ m}$$

$$HB(2) = 44.38 \text{ m}$$

Datos para el tramo 3

$$LT(3) = 2200 \text{ m}$$

$$D(3) = 0.5 \text{ m}$$

$$F(3) = 0.013$$

$$A(3) = 1100 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$QE(3) = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$NA(3) = 40 \text{ m}$$

$$NB(3) = 10 \text{ m}$$

$$HA(3) = 45 \text{ m}$$

$$HB(3) = 45 \text{ m}$$

DISPOSITIVOS EN LOS NUDOS

NUDO 1

BOMBA EN CARCAMO

$$DI(1) = "B1(X)"$$

$$DI(1) = 9$$

$$NT(1) = 1$$

$$TR(1,1) = 1$$

$$DT(1,1) = -1$$

$$KE(1) = 0$$

$$KS(1) = 0$$

NUDO 2

UNION DE TUBERIAS EN RAMAL

$$DI(2) = "TR(X)"$$

$$DI(2) = 8$$

$$NT(2) = 3$$

$$TR(2,1) = 1$$

$$DT(2,1) = 1$$

$$TR(2,2) = 2$$

$$DT(2,2) = -1$$

$$TR(2,3) = 3$$

$$DT(2,3) = -1$$

$$KE(2) = 0$$

$$KS(2) = 0$$

NUDO 3

VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA
CONSTANTE

$$DI*(3) = "V1(X)H1(X)"$$

$$DI(3) = 5$$

$$NT(3) = 1$$

$$TR(3,1) = 2$$

$$DT(3,1) = 1$$

$$KE(3) = 0.1$$

$$KB(3) = 0.1$$

NUDO 4

VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA
CONSTANTE

$$DI*(4) = "V2(X)H2(X)"$$

$$DI(4) = 5$$

$$NT(4) = 1$$

$$TR(4,1) = 3$$

$$DT(4,1) = 1$$

$$KE(4) = 0.1$$

$$KB(4) = 0.1$$

FUNCIONES DE PERTINENCIA

Relación H-H en la bomba

$$FN_{BO}(X) = 100.012691 - 126.898086 \alpha + 59.8853948 \alpha^2$$

Relación τ -t en la válvula 1

$$AH = 3.34, \quad QE = 0.5$$

$$FN_{V(X)} = 0, \quad 0 \leq t \leq 5$$

$$FN_{V(X)} = 1 - 0.1t, \quad 5 \leq t \leq 10$$

$$FN_{V(X)} = 0.5 - (t-10)130, \quad 10 \leq t \leq 25$$

$$FN_{V(X)} = 0, \quad t \geq 25$$

Relación τ -t en la válvula 2

$$AH = 5.7316, \quad QE = 0.5$$

$$FN_{V(X)} = 0.05 t, \quad 0 \leq t \leq 10$$

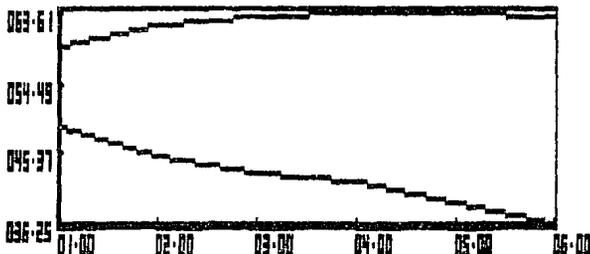
$$FN_{V(X)} = 0.1 (t-20) - 0.5, \quad 10 \leq t \leq 15$$

$$FN_{V(X)} = 1, \quad t \geq 15$$

Parte de los resultados de esta simulación, se presentan a continuación en forma de gráficas.

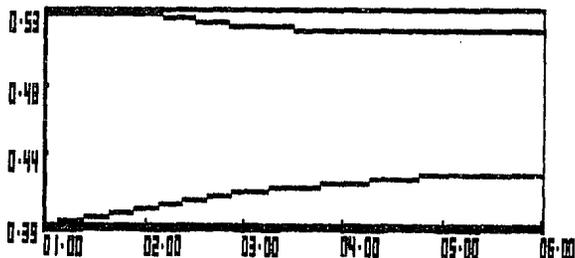
ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



?

SIMULACION EN EL TRAMO 1

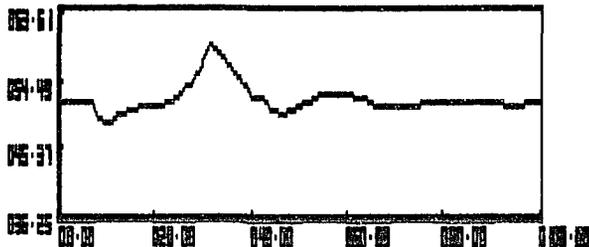
ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

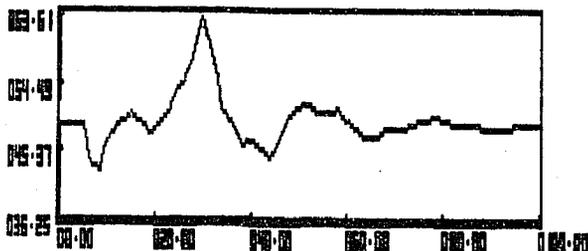
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



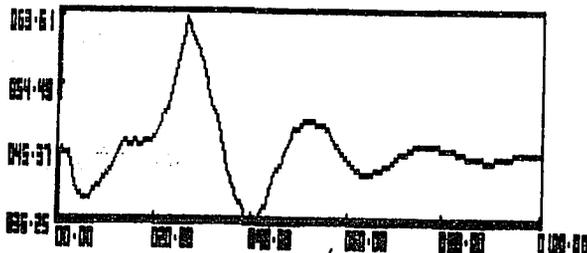
SECCION= 3

UBICACION= 2000 M



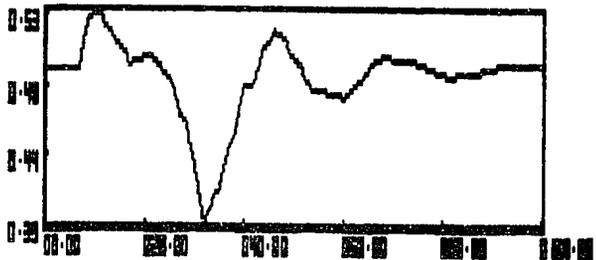
SECCION= 6

UBICACION= 5000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

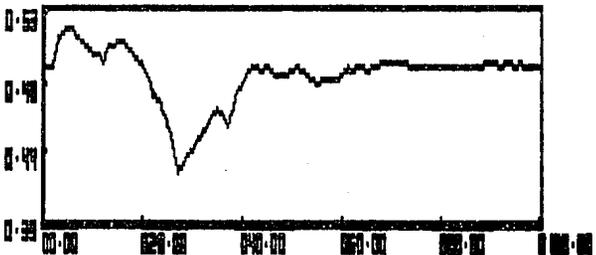
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 3
UBICACION= 2000 M

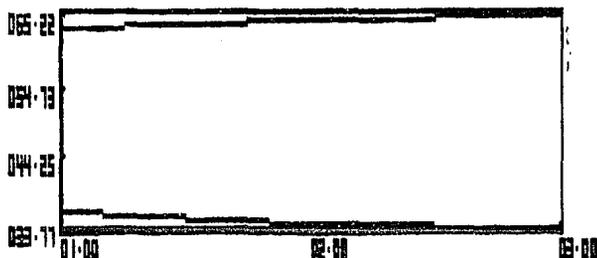


SECCION= 6
UBICACION= 5000 M



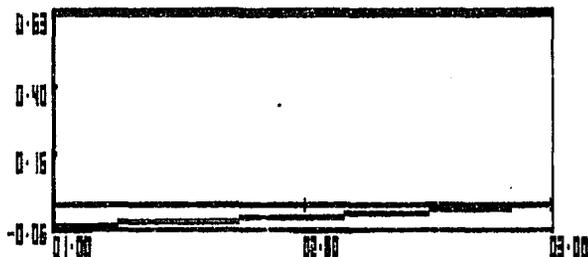
? ■ ENVOLVENTE EN EL TRAMO 2
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



? ■ ENVOLVENTE EN EL TRAMO 2
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: VELOCIDAD (M/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 2

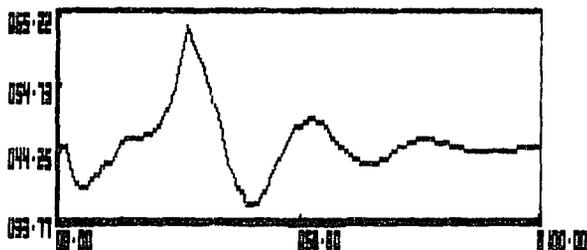
ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

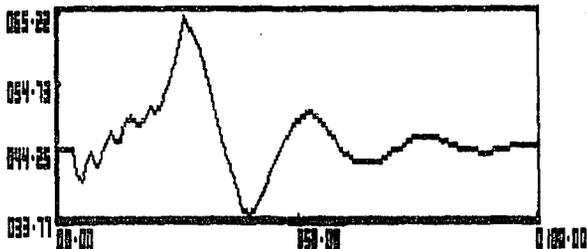
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



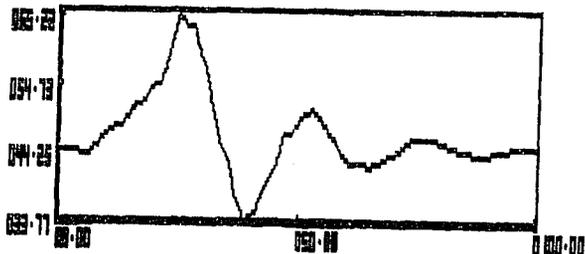
SECCION= 2

UBICACION= 1000 M



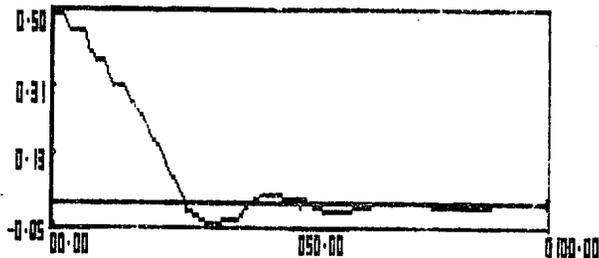
SECCION= 3

UBICACION= 2000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 2
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

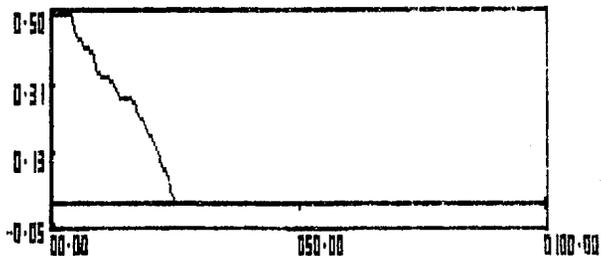
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1000 M



SECCION= 3
UBICACION= 2000 M



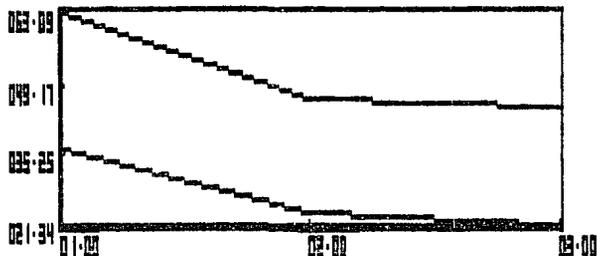
ENVOLUENTE EN EL TRAMO 3

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1100 M

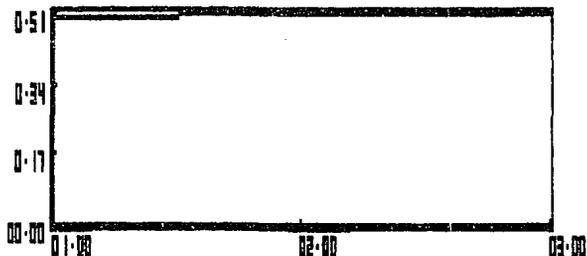


ENVOLUENTE EN EL TRAMO 3

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1100 M

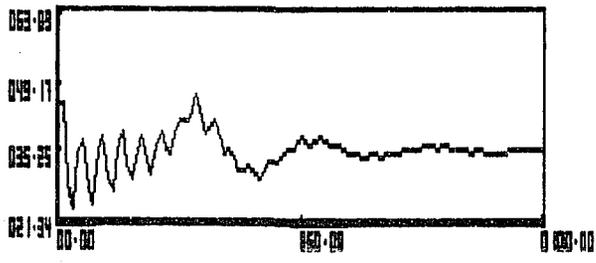


SIMULACION EN EL TRAMO 3
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

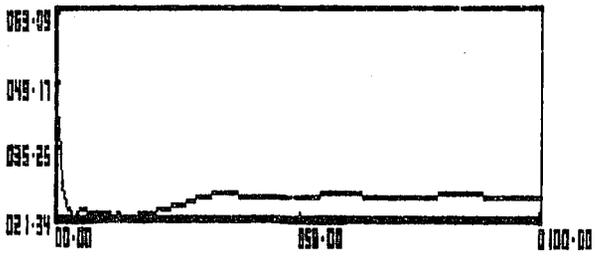
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1100 M

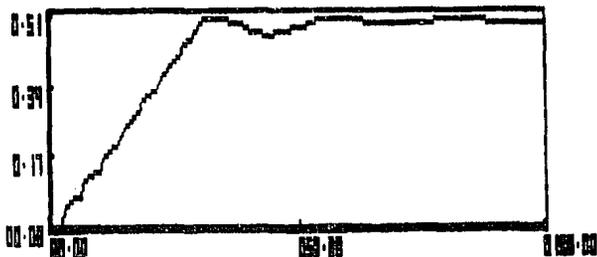


SECCION= 3
UBICACION= 2200 M



SIMULACION EN EL TRAMO 3
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

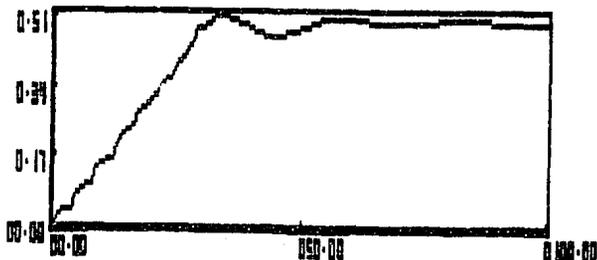
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1100 M



SECCION= 3
UBICACION= 2200 M



5.4 EJEMPLO No. 4

Se pide evaluar los efectos transitorios que se originan debido al cierre de la válvula en el sistema mostrado en la figura siguiente. Es interesante notar que este problema es semejante al del ejemplo No. 1, pero con la diferencia de haber incluido una cámara de oscilación cuya finalidad es la de amortiguar los incrementos de presión en el conducto.

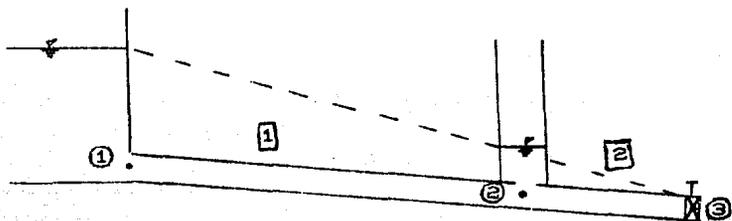
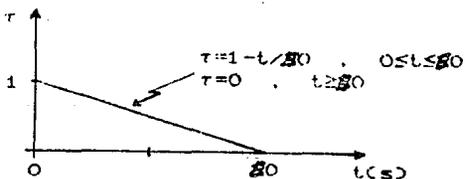


FIGURA 5.9

RELACION DE CIERRE DE LA VALVULA



DATOS COMPLEMENTARIOS

NT = 2

NN = 3

G = 9.81 m²/s

PV = -9.75 m

TT = 100 s

TA = 1 s

Datos para el tramo 1

LT(1) = 3000 m

D(1) = 0.75 m

F(1) = 0.015

A(1) = 1000 m/s

QE(1) = 0.5 m²/s

NA(1) = 100 m

NB(1) = 97 m

HA(1) = 111.535 m

HB(1) = 107.614 m

Datos para el tramo 2

LT(2) = 2000 m

D(2) = 0.75 m

F(2) = 0.015

A(2) = 100 m/s

QE(2) = 0.5 m²/s

NA(2) = 97 m

NB(2) = 95 m

HA(2) = 107.614 m

HB(2) = 105 m

DISPOSITIVOS EN LOS NUDOS

NUDO 1

TANQUE AGUAS ARRIBA

$DI\$(1) = "HI(T)"$

$DI(1) = 1$

$NT(1) = 1$

$TR(1,1) = 1$

$DT(1,1) = -1$

$KE(1) = 0.1$

$KS(1) = 0.1$

NUDO 2

TANQUE DE OSCILACION

$DI\$(2) = "C1(X)"$

$DI(2) = 12$

$NT(2) = 2$

$TR(2,1) = 1$

$DT(2,1) = 1$

$TR(2,2) = 2$

$DT(2,2) = -1$

$KE(2) = 0$

$KS(2) = 0$

$$DI(3) = "V1(X)"$$

$$DI(3) = 4$$

$$NT(3) = 1$$

$$TR(3,1) = 2$$

$$DT(3,1) = 1$$

$$KE(3) = 0$$

$$KS(3) = 0$$

FUNCIONES DE RELACION Y DATOS ESPECIALES.

Relación H-t en el tanque

$$FN H(T) = 111.535$$

Relación τ -t en la válvula

$$AH = 10 : QE = 0.5$$

$$FN V(X) = 1-t/50 \quad , \quad 0 \leq t \leq 50$$

$$FN V(X) = 0 \quad , \quad t \geq 50$$

DATOS ESPECIALES PARA EL TANQUE

$$FC = 0.015$$

$$LS = 1 \text{ M}$$

$$DS = 0.5 \text{ m}$$

$$AS = 0.2 \text{ m}^2$$

$$AC = 9 \text{ m}^2$$

$$ZR(Z) = 107.614 \text{ m}$$

$$QT(Z) = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

Parte de los resultados obtenidos de la simulación se presentan en las gráficas siguientes:

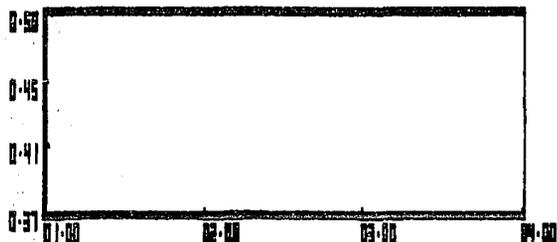
? ■
ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



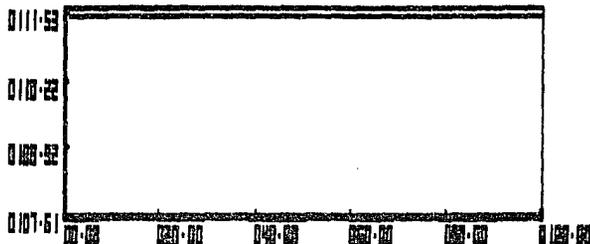
? ■
ENVOLVENTE EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M.

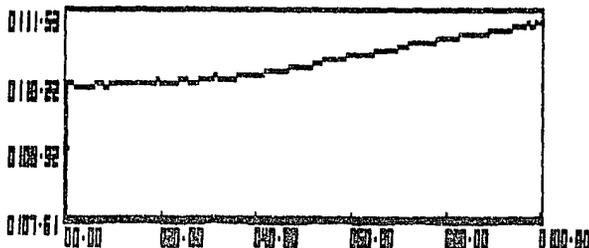


SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)
NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

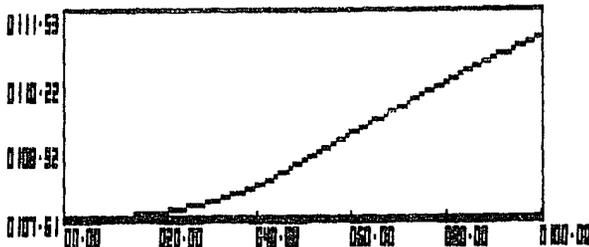
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1000 M

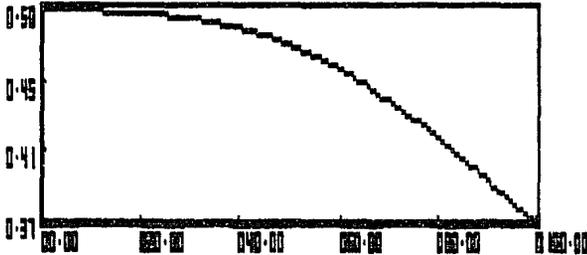


SECCION= 4
UBICACION= 3000 M

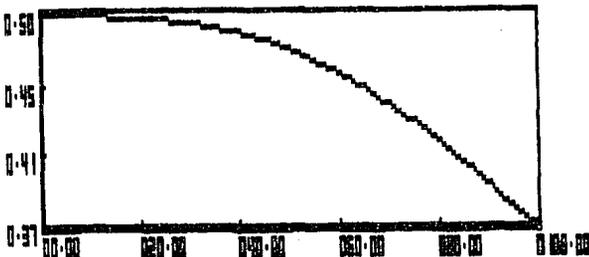


SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

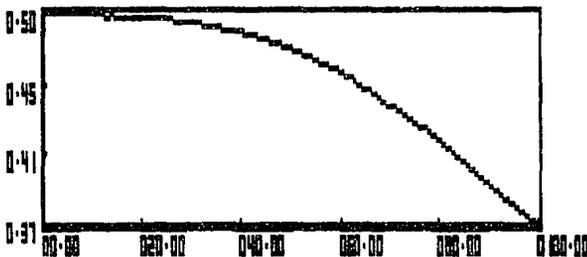
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1000 M



SECCION= 4
UBICACION= 3000 M



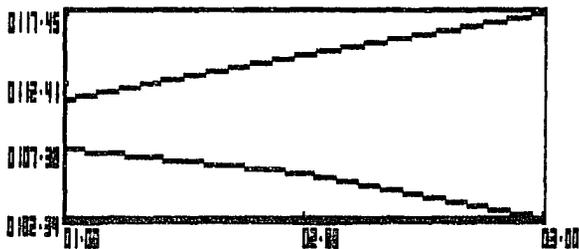
ENVELOVENTE EN EL TRAMO 2

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M

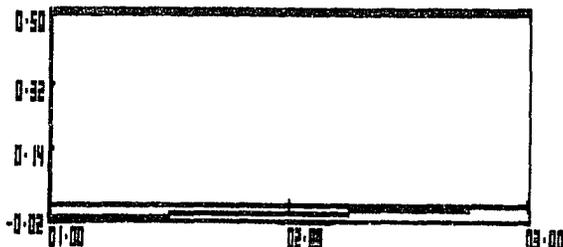


ENVELOVENTE EN EL TRAMO 2

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 2

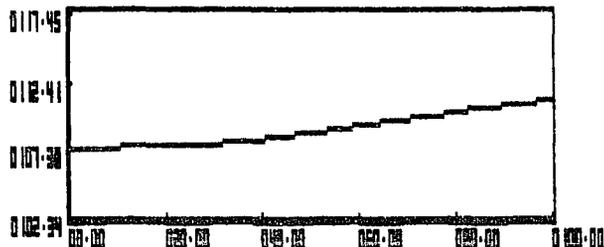
ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION

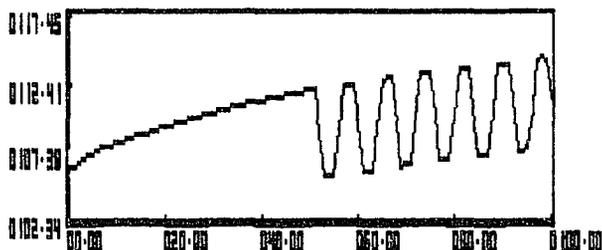
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



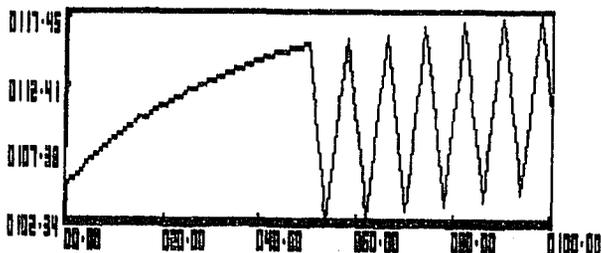
SECCION= 2

UBICACION= 1000 M



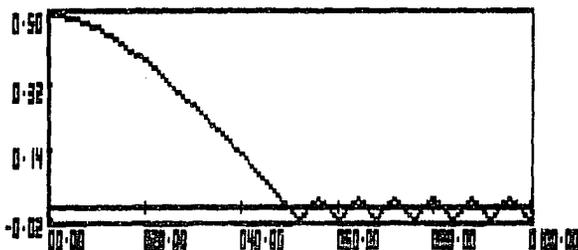
SECCION= 3

UBICACION= 2000 M

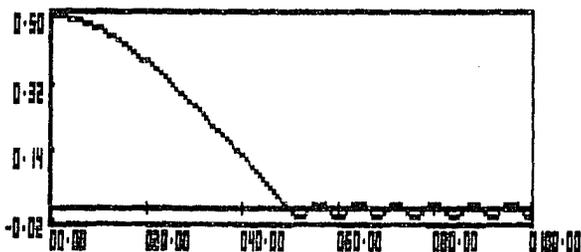


SIMULACION EN EL TRAMO 2
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

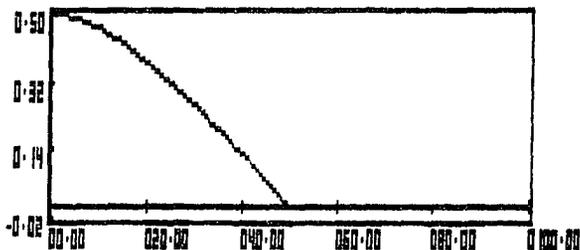
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1000 M



SECCION= 3
UBICACION= 2000 M



3.5 EJEMPLO No. 5

Se pide evaluar los efectos transitorios que se originan debido al paro de la bomba del sistema mostrado en la siguiente figura, en este caso se considerara el efecto transitorio en la turbomáquina.

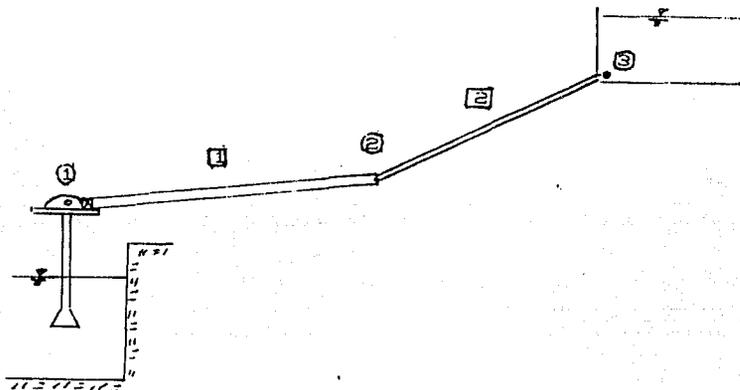
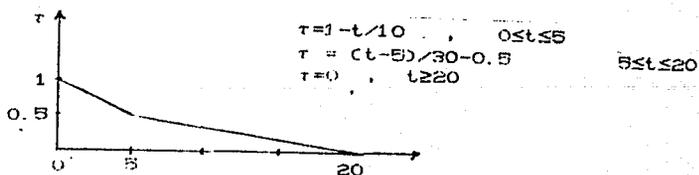


FIGURA 3.10

Relación de cierre de la válvula



DATOS COMPLEMENTARIOS

$$NT = 2$$

$$NN = 3$$

$$G = 9.81 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$PV = -9.75 \text{ m}$$

$$IT = 100 \text{ s}$$

$$TA = 1 \text{ s}$$

DATOS PARA EL TRAMO 1

$$LT(1) = 8000 \text{ m}$$

$$D(1) = 2.10 \text{ m}$$

$$F(1) = 0.012$$

$$A(1) = 1000 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$QE(1) = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$NA(1) = 100 \text{ m}$$

$$NB(1) = 105 \text{ m}$$

$$HA(1) = 178 \text{ m}$$

$$HB(1) = 177.223 \text{ m}$$

DATOS PARA EL TRAMO 2

$$LT(2) = 2000 \text{ m}$$

$$D(2) = 1.5 \text{ m}$$

$$F(2) = 0.012$$

$$A(2) = 1000 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$QE(2) = 2.0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$NA(2) = 105 \text{ m}$$

$$NB(2) = 120 \text{ m}$$

$$HA(2) = 177.223 \text{ m}$$

$$HB(2) = 176.70 \text{ m}$$

DISPOSITIVOS EN LOS NUDOS

NUDO 1 PLANTA EN CARCAMO

DI*(1) = "P1(Q)"

DI(1) = 15

NT(1) = 1

TR(1,1) = 1

DT(1,1) = -1

KE(1) = 0

KS(1) = 0

NUDO 2 UNION DE TUBERIAS EN SERIE

DI*(2) = "T8(X)"

DI(2) = 7

NT(2) = 2

TR(2,1) = 1

DT(2,1) = 1

TR(2,2) = 2

DT(2,2) = -1

KE(2) = 0

KS(2) = 0

NUDO 3 TANQUE AGUAS ABAJO

DI*(3) = "H1(T)"

DI(3) = 2

NT(3) = 1

TR(3,1) = 2

DT(3,1) = 1

KE(3) = 0.1

KS(3) = 0.1

FUNCIONES DE RELACION Y DATOS ESPECIALES

Relación τ en la válvula

$$FN V(X) = 1 - t/10, \quad 0 \leq t \leq 5$$

$$FN V(X) = (t-5)/30 - 0.5, \quad 5 \leq t \leq 20$$

$$FN V(X) = 0, \quad t \geq 20$$

Relación H-t en el tanque

$$FN H(T) = 176.700.$$

Datos especiales para la planta de bombeo

$$NR = 1188 \text{ rpm}$$

$$I = 198.75 \text{ kgm}^2$$

$$Q_A = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_A = 80 \text{ m}$$

$$Q_o = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_o = 98 \text{ m}$$

$$H_i = 178 \text{ m}$$

$$H_s = 177.999 \text{ m}$$

$$n = 0.8$$

$$Ns = 62.81$$

Datos de las curvas características

F_ξ	θ_ξ	F_β	θ_β
-0.6	0	-1.1	0
0.0	30	0.2	30
1.0	60	0.7	60
1.5	90	0.75	90
1.25	150	1.40	150
0.55	210	0.60	210
0.40	240	-0.2	240
0.20	270	-1.25	270
-0.70	330	-2.0	330
-0.80	345	-1.7	345
-0.75	360	-1.1	360

? ■

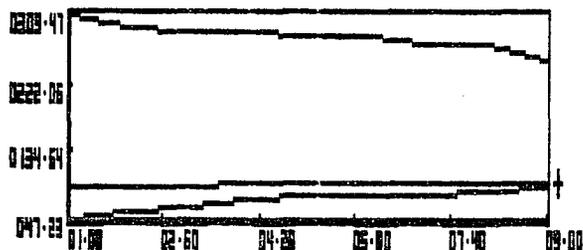
ENVOLUENTE EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: SE PRESENTAN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION (+)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



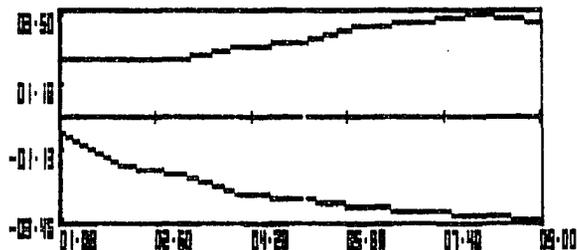
? ■

ENVOLUENTE EN EL TRAMO 1

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 1

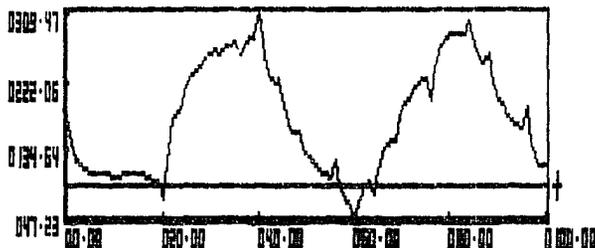
ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: SE PRESENTAN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION (+)

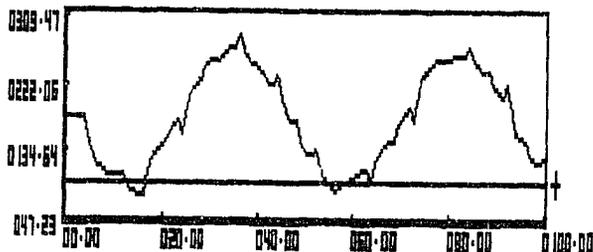
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



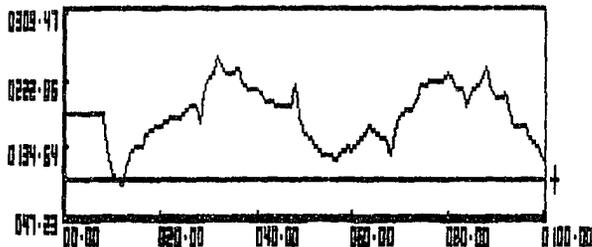
SECCION= 5

UBICACION= 4000 M



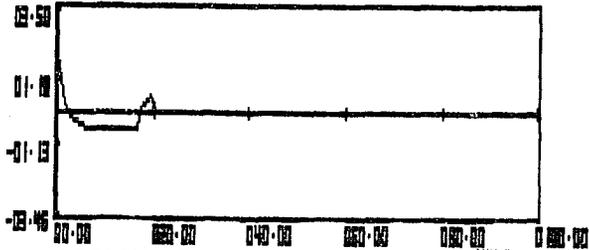
SECCION= 9

UBICACION= 8000 M

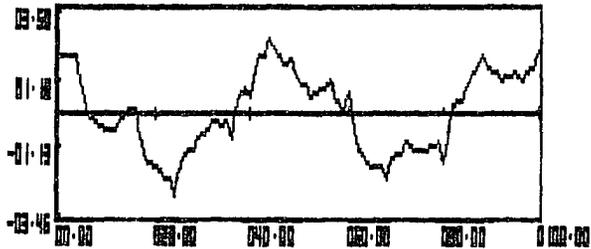


SIMULACION EN EL TRAMO 1
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

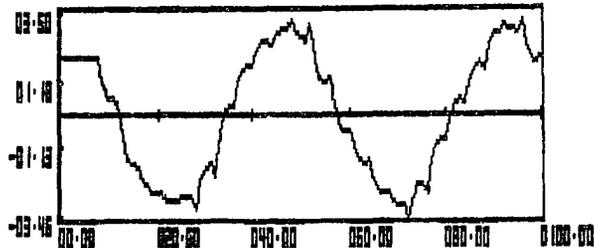
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 5
UBICACION= 4000 M



SECCION= 9
UBICACION= 8000 M



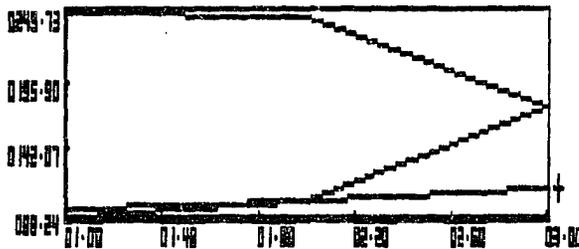
ENVOLVENTE EN EL TRAMO 2

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: SE PRESENTAN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION (+)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M

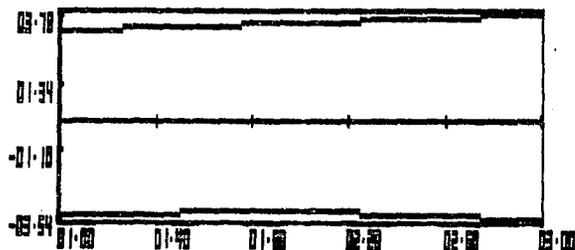


ENVOLVENTE EN EL TRAMO 2

ABSCISAS: CONDUCCION SECCIONADA

ORDENADAS: GASTO (M³/S)

SEPARACION ENTRE SECCIONES= 1000 M



SIMULACION EN EL TRAMO 2

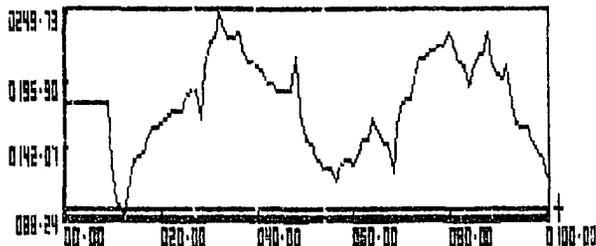
ABSCISAS: TIEMPO (S)

ORDENADAS: CARGA PIEZOMETRICA (M)

NOTA: SE PRESENTAN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION (+)

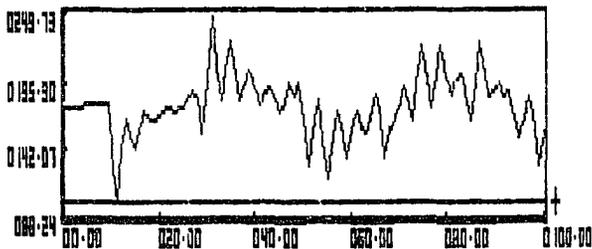
SECCION= 1

UBICACION= 0 M



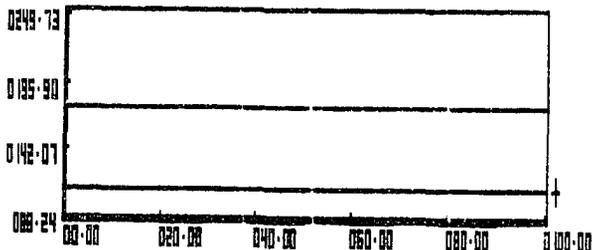
SECCION= 2

UBICACION= 1000 M



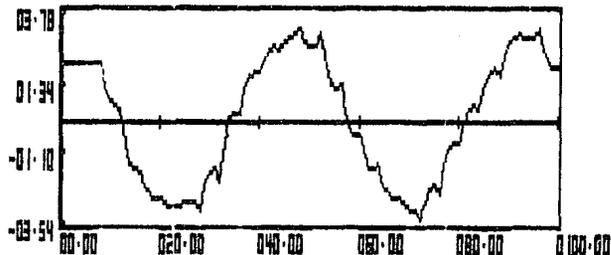
SECCION= 3

UBICACION= 2000 M

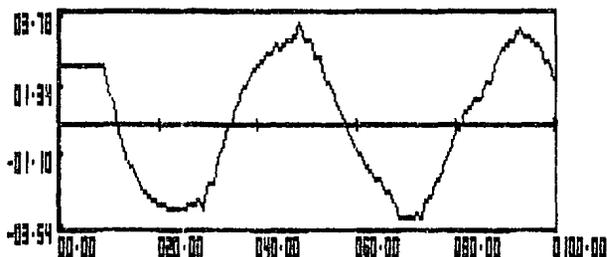


SIMULACION EN EL TRAMO 2
ABSCISAS: TIEMPO (S)
ORDENADAS: GASTO (M³/S)

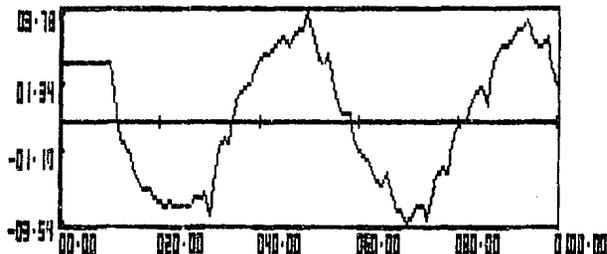
SECCION= 1
UBICACION= 0 M



SECCION= 2
UBICACION= 1000 M



SECCION= 3
UBICACION= 2000 M



6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Considerando que el principal objetivo de este trabajo, es que sirva de material de apoyo para la comprensión de los fenómenos transitorios en conductos a presión; se puede concluir que se ha cumplido adecuadamente con tal fin.

Adicionalmente, es importante indicar que el algoritmo presentado proporciona resultados muy parecidos a los obtenidos con otras técnicas numéricas de solución, como son las que se estudian en los cursos de transitorios hidráulicos en conductos a presión.

No obstante lo indicado en el párrafo anterior, se recomienda la comprobación experimental de los resultados obtenidos numéricamente con el algoritmo propuesto; por ahora, el programa de cómputo se considera útil para fines didácticos.

7. BIBLIOGRAFIA EMPLEADA.

1. Paz Soldar G. "Notas de la Cátedra Transitorios Hidráulicos en Conductos a Presión", U.N.A.M., México 1984.

En este curso se estudian los fenómenos transitorios en conductos a presión iniciando con las ecuaciones básicas de los mismos, posteriormente se presentan algunos métodos de cálculo analítico simplificados y otros de tipo gráfico, para finalmente estudiar con profundidad el método de las características incluyendo una gran cantidad de técnicas de simulación para diversas condiciones frontera.

Reconocimiento.

En esta tesis, gran parte de la representación de las condiciones de frontera ha sido basada en los métodos de simulación estudiados durante el curso.

2. Berezowsky V.M. "notas de la Cátedra Transitorios Hidráulicos", U.N.A.M., México 1984.

En esta materia se estudian los fenómenos transitorios más comunes que se presentan en la Ingeniería Hidráulica. Durante el curso se deducen las ecuaciones fundamentales para los diversos problemas que se ven durante el mismo, así se llegan a formular,

por ejemplo, las ecuaciones de oscilación de masa en tanques de oscilación, las ecuaciones básicas de continuidad y cantidad del movimiento para la simulación de transitorios hidráulicos en conductos a presión y las ecuaciones de Saint-Venant. Otro de los aspectos importantes que se estudian durante el curso son la aplicación de diversos métodos de solución como son las técnicas de Runge-Kutta para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y métodos en diferencias finitas, las cuales se utilizan para la solución de una gran variedad de problemas prácticos que se plantean durante el curso.

Reconocimiento.

Para el desarrollo de esta tesis se utilizó gran cantidad del material didáctico obtenido durante el curso, especialmente en lo que concierne al tema de cámaras de oscilación.

3. Martínez A.P., Aparicio M.J. "Notas de la Cátedra de Métodos Numéricos", U.N.A.M., México 1983.

Durante este curso, se estudian detalladamente las diversas técnicas de solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales, no lineales, diferenciales, ordinarias y diferenciales parciales. Adicionalmente se resuelven numéricamente una gran cantidad de

problemas referentes a la Ingeniería Hidráulica, por lo que este curso es sumamente útil para todo estudiante interesado en la simulación numérica de diversos problemas de la física-matemática enfocada a la hidráulica.

Reconocimiento.

Para el desarrollo del modelo numérico que se propone en esta tesis fueron fundamentales los conocimientos adquiridos durante este curso.

4. Guarga R., Sánchez B., Carmona R. y Aguilar L. "Diseño y Operación Hidráulicos de Conducciones de Agua a Presión", U.N.A.M., México 1987 (Publicación en prensa elaborada para la S.A.R.H.)

Esta es tal vez una de las publicaciones más completas que se han elaborado sobre transitorios hidráulicos en sistemas de bombeo. Este trabajo además de estar basado en una rica y bien elegida recopilación bibliográfica cuenta con una gran cantidad de aportaciones de los autores, resultado de una larga investigación teórico-práctica llevada a cabo por los mismos. Algunos de los aspectos mejor tratados en esta obra son los referentes a tanques unidireccionales y a la simulación numérica de plantas de bombeo.

Reconocimiento.

El desarrollo de los temas sobre plantas de bombeo y tanques unidireccionales presentados en esta tesis contienen una gran cantidad del material de esta publicación.

5. Wylie, E.B. y Streeter, V.L. "Fluid Transients", Mc Graw-Hill, 1978.

Este libro proporciona al lector diversas técnicas y sub-rutinas numéricas de cálculo sobre transitorios hidráulicos a presión. Es útil en el sentido de que describe de una forma simple los algoritmos de cálculo sin profundizar en el fenómeno físico, lo cual conduce a una fácil programación de los mismos. No obstante esta ventaja puede ser contraproducente cuando no se tiene un conocimiento básico del fenómeno.

Reconocimiento.

El estudio de los algoritmos y programas que aparecen en este libro fue útil en el desarrollo del programa de este trabajo.

6. Chaudhry, M.H. "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold, 1979.

Esta obra es tal vez la más conocida sobre fenómenos transitorios hidráulicos, incluye una gran cantidad de problemas prácticos y una adecuada descripción teórica de los fenómenos transitorios aunque de manera breve. Este libro ofrece al lector un conocimiento más o menos detallado sobre los fenómenos transitorios, se incluye una gran cantidad de programas para ser utilizados en diversos problemas prácticos.

Reconocimiento.

Esta obra fue realmente muy útil y sirvió de guía en prácticamente todo el desarrollo de la tesis.

7. Burden L. R y Faires J.D., "Análisis Numérico", Grupo Editorial Iberoamericano, 1985.

Esta es una obra bastante completa sobre métodos numéricos, incluye una gran cantidad de algoritmos de fácil comprensión que permiten y facilitan una codificación fácil y rápida de los mismos a cualquier lenguaje de programación.

Reconocimiento.

Esta publicación fue muy útil como auxiliar para llevar a cabo la solución numérica de las ecuaciones necesarias durante la elaboración del programa de

cómputo. Adicionalmente la idea de manejar trazadores cúbicos para representar las curvas características de las bombas se adoptó después de haber leído el capítulo 3 de esta obra, en donde se estudia lo referente a interpolación y aproximación polinómica.

A N E X O

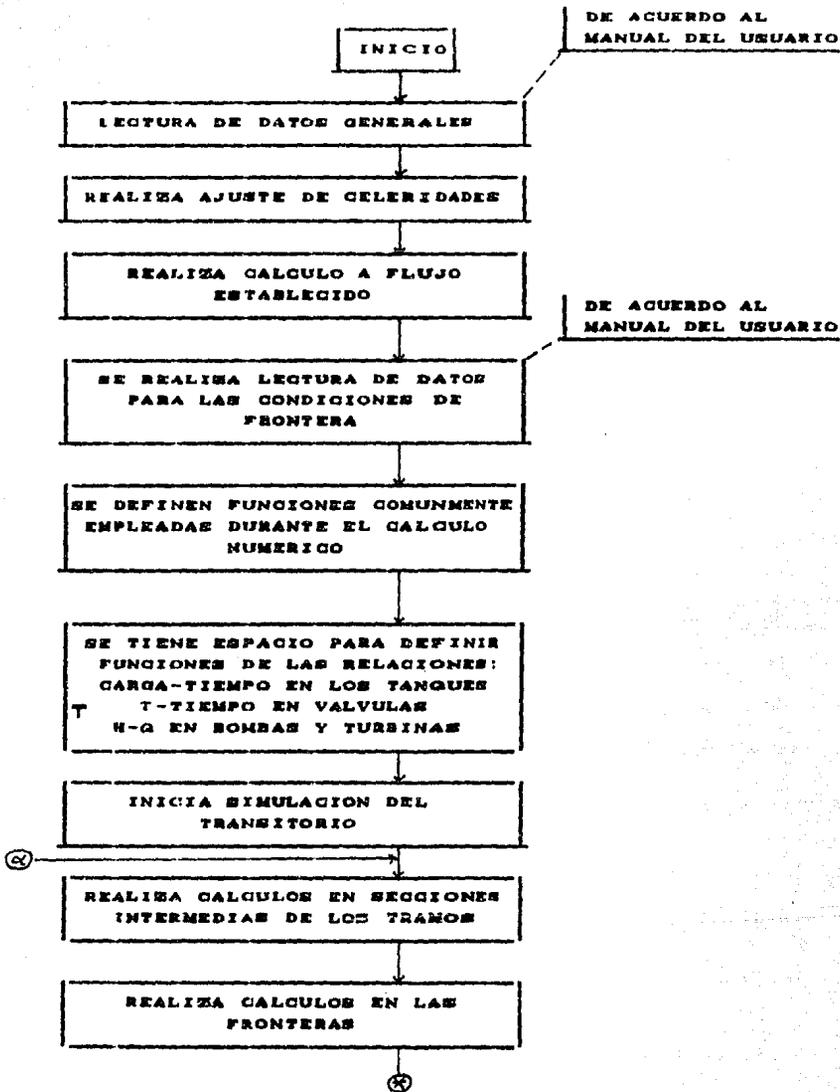
DESCRIPCION DEL PROGRAMA

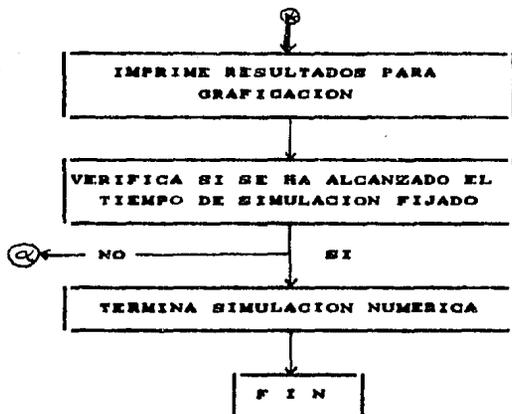
Con el fin de complementar la teoría presentada en el cuerpo principal de este trabajo, adicionalmente, se elaboró un programa de cómputo en lenguaje basic.

El objetivo fundamental de dicho programa es el de servir como material de apoyo didáctico para los estudiantes interesados en el tema.

El programa fue desarrollado de tal manera que sea posible modificar e incrementar las condiciones iniciales y de frontera que se pueden plantear en diversos problemas propuestos. Adicionalmente permite visualizar, inmediatamente después del cálculo de los efectos transitorios, la simulación gráfica de los mismos; situación que resulta un verdadero auxiliar en la comprensión misma del fenómeno.

A continuación se presenta una descripción diagramática del programa por medio de bloques ordenados de acuerdo a la estructuración del mismo.





Para visualizar gráficamente los resultados obtenidos, basta simplemente correr el programa complementario de graficación, el cual fue desarrollado específicamente para este fin.

Con el propósito de dar a conocer los programas desarrollados, a continuación se presenta el manual del usuario de los mismos y sus listados correspondientes.

MANUAL DEL USUARIO

Programa de simulación numérica

1. NOMBRE DEL PROGRAMA

TRANSHID

2. LENGUAJE

BASIC

3. LECTURA DE DATOS

Se realiza por medio de la instrucción "Read-Data".

A partir de la línea 20 000 se deberán proporcionar los datos en el orden que se indica a continuación.

a). Datos Generales

Número de tramos (NT)

Número total de nudos (NN)

Gravedad (G)

Presión de vaporización (PV)

Tiempo total de cálculo (TT)

Incremento de tiempo (AT)

b). Datos para cada tramo (desde I=1 hasta NT)

Longitud [LT(I)]

Diámetro [D(I)]

Factor de fricción [F(I)]

Celeridad [A(I)]

Pérdida a flujo establecido [QE(I)]

Nivel de tramo aguas arriba [NA(I)]

Nivel de tramo aguas abajo [NB(I)]

Nivel piezométrico aguas arriba [HA(I)]

Nivel piezométrico aguas abajo [HB(I)]

c) Datos de cada dispositivo que se tiene como condición de frontera en cada nudo (desde I=1 hasta NN).

Nombre del dispositivo [DI\$(I)] . Ver tabla A anexa

Número de subrutina [DI(I)] Ver tabla B anexa

Número de tramos relacionados con el nudo [NT(I)]

(c.1). Características de los tramos que convergen [desde MM=1 hasta NT(I)]

Número de tramo relacionado [TR(I,MM)]

Dirección del tramo [DT(I,MM)]. -1 aguas abajo, +1 aguas arriba

(c.2). Pérdidas en el dispositivo

Pérdida por entrada [KE(I)] . Si no existe dar ϕ

Pérdida por salida [KB(I)] . Si no existe dar ϕ

d). Número de plantas de bombeo (no operación normal) en la línea 20490 se deberá indicar el número de plantas de bombeo, en caso de no existir dar ϕ (cero).

4. INTRODUCCION DE FUNCIONES ESPECIALES O DE RELACION

4.1 FUNCIONES DE RELACION CARGA-TIEMPO EN LOS TANQUES

A partir de la línea 610 se dispone de 10 líneas para definir la relación que existe entre la carga y el tiempo en cada tanque o almacenamiento, así por ejemplo en el caso de existir dos tanques en el sistema, siendo:

H1 (t) el tanque número 1

H2 (t) el tanque número 2

Si se tiene por condición de frontera que la carga en el tanque $H_1(T)$ está relacionada con el tiempo en la forma

$H = 125$ para todo $t \geq 0$

Entonces basta introducir en la línea 610 las siguientes instrucciones

```
610 DEF FN H(T) = 125: RETURN
```

Por otro lado, si para el tanque $H_2(T)$, se deben cumplir las relaciones

$H = 100 + 2t$ para $0 \leq t \leq 5$

$H = 110$ para $t \geq 5$

Entonces bastará introducir las siguientes instrucciones, entre las líneas 620-630.

```
620 IF T ≥ 5 THEN 625
```

```
622 DEF FN H(T) = 100 + 2*T : RETURN
```

```
625 DEF FN H(T) = 110 : RETURN
```

4.2. FUNCIONES DE LA RELACION COEF. DE VALVULA (τ) -- TIEMPO EN LAS VALVULAS

De la misma manera que para la relación carga-tiempo en los tanques, para las relaciones coef. de válvula-tiempo se disponen de 10 líneas a partir de la 710.

Así por ejemplo, en el caso de que en la válvula VI (X) se tengan que cumplir las siguientes relaciones:

$$\tau = 1 - t/10 \text{ para } t \leq 10$$

$$\tau = 0 \text{ para } t \geq 10$$

Con una carga sobre la válvula (AH) igual a 10 m para un gasto establecido (QE) de $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$

Entonces bastará incluir las siguientes instrucciones en el programa.

```
710 AH = 10 : QE = 0.5
```

```
711 IF T >= 10 THEN 715
```

```
712 DEF FN V(x) = 1 - t/10 : RETURN
```

```
715 DEF FN V(x) = 0 : RETURN
```

Obsérvese que en los múltiplos de 10 (710, 720, ..., 790), se deberán proporcionar los valores de la carga sobre la válvula y el gasto a flujo establecido para condición permanente y apertura total de válvula.

4.3 FUNCIONES CARACTERISTICAS DE LAS BOMBAS EN OPERACION NORMAL

Para las relaciones características (H-Q) de las bombas en operación normal se cuenta con espacios de 10 líneas a partir de la línea B10, así por ejemplo, para el caso de dos bombas B1(Q) y B2(Q) en que se deban cumplir las relaciones:

Relación en la bomba B1(Q)

$$H = 10 + 0.5 Q + 0.7 Q^2 \text{ para } Q \geq 0$$

Relación en la bomba B2(Q)

$$H = 15 + 0.8Q^2 \text{ para } Q \geq 0$$

Bastará anexar las siguientes líneas al programa:

```
B10 DEF FN BQ(Q) = 10 + 0.5*Q+0.7*Q/12: RETURN
```

```
B20 DEF FN BQ(Q) = 15 + 0.8*Q/12: RETURN
```

4.4 FUNCIONES CARACTERISTICAS DE LAS TURBINAS EN OPERACION NORMAL.

Se cuenta con espacios de 10 líneas para cada una de las relaciones características H-Q de las turbinas en operación normal. Los espacios disponibles se toman a partir de la línea 910, así por ejemplo, para el caso de una turbina T1(Q) en que se deba cumplir la relación

$$H = 100 - 2.5 Q - 0.5 Q^2$$

Bastará anexar al programa la línea

910 DEF FN TU(Q) = 100 -2.5*Q-0.5*Q/12: RETURN

4.5 DATOS ESPECIALES PARA TANQUES DE OSCILACION

Se cuenta con espacios de 10 líneas para proporcionar los datos especiales, correspondientes a cada tanque que exista en el sistema. Los espacios disponibles se toman a partir de la línea 1010.

Por ejemplo, para el caso de dos tanques con los siguientes datos (Para t = 0)

TANQUE No. 1

$$A_c = 5 \text{ m}$$

$$A_s = 0.196 \text{ m}^2$$

$$D_s = 0.5 \text{ m}$$

$$L_s = 0.25 \text{ m}$$

$$Z_a = 10 \text{ m}$$

$$Q_L = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$f = 0.012$$

TANQUE No. 2

$$A_c = 16 \text{ ,}$$

$$A_s = 0.785 \text{ m}^2$$

$$D_s = 1 \text{ m}$$

$$L_s = 0.3 \text{ m}$$

$$Z_a = 12 \text{ m}$$

$$Q_L = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$f = 0.017$$

Se incluirán en el programa las siguientes líneas:

```
1010 AC = 5. AS=0.196 : DS=0.5 : LS=0.25 : FC=0.012
```

```
1015 IF T > TA THEN 1017
```

```
1016 ZR(Z) = 10 : QT(Z) = 0
```

```
1017 RETURN
```

```
1020 AC =16 : AS = 0.785 : DS=1 : LS=0.3 : FC=0.017
```

```
1025 IF T >TA THEN 1027
```

```
1026 ZR(Z) = 12 . QT(Z) = 0
```

```
1027 RETURN
```

4.6 DATOS ESPECIALES PARA CAMARAS DE AIRE

También se cuenta, al igual que el caso de tanques de oscilación, con 10 líneas, a partir de la 1110, para introducir los datos especiales para cada cámara.

Por ejemplo, para el caso de una cámara de aire con los siguientes datos correspondientes al inicio del transitorio ($t=0$).

$A_r = 1.5 \text{ m}$

$f_{is} = 0.2 \text{ m}^2$

$D_w = 0.5 \text{ m}$

$L_s = 2.0 \text{ m}$

$Z_r = 2.5 \text{ m}$

$$Q_c = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = 101.9 \text{ Kg } \epsilon \text{eg}^2/\text{m}^4$$

$$K_o = 0.2$$

$$P_a = 10336 \text{ kg}/\text{m}^2$$

$$f = 0.012$$

$$H_{oa}^* = 15000 \text{ kg}/\text{m}^2$$

$$V_{oa}^* = 5 \text{ m}^3$$

$$m = 1.2$$

Se incluirá en el programa las siguientes líneas

1110 AC=1.5 : AB=0.2 : DS=0.5 : LS=2.0 : RO=101.9 :

 KD=0.2 : PA=0336 : FC=0.012 : M=1.2 : HO=15000 : VO=5

1115 IF T > AT THEN 1117

1116 RH(Z) = HO : RV (Z) = VO

1117 RETURN

4.7 DATOS PARA TANQUE UNIDIRECCIONAL

Se cuenta con espacio de 10 líneas, a partir de la 1210, para proporcionar los datos especiales correspondientes a cada tanque considerado en el sistema.

Por ejemplo, para el caso de un tanque unidireccional con los siguientes datos

Ar = 10 m
As = 0.2 m
Ds = 0.5 m
Ls = 5 m
Zr = 2.5 m
Qt = 0
Kv = 0.2
f = 0.012

Se incluirán en el programa las siguientes líneas.

```
1210 AC=10 : AS=0.2 : DS=0.5 : LS=5 : KV=0.2 : FC=0.012  
1215 IF T > TA THEN 1217  
1216 ZR(Z) = 2.5 : QT(Z) = 0  
1217 RETURN
```

4.8 DATOS ESPECIALES PARA UNA PLANTA DE BOMBEO EN CARCAMO.

Se cuenta con un espacio de 10 líneas, a partir de la 1310, para proporcionar los datos especiales correspondientes a cada planta de bombeo en cárcamo que se tenga en el sistema. Por ejemplo para el caso de un sistema con los siguientes datos.

$N_R = 1190$ rpm (velocidad de giro a máximo rendimiento)
 $I = 200$ Kgm^2 (momento de inercia)
 $Q_R = 2$ m^3/s (gasto a máximo rendimiento)
 $H_R = 100$ m (diferencias de carga total a máximo rendimiento)
 $Q_o = 2$ m^3/s (gasto al inicio de la simulación, flujo establecido).
 $H_o = 20$ m (Nivel de succión)
 $H_1 = 120$ m (carga de presión antes de la válvula, para flujo establecido)
 $H_2 = 117$ m (carga de presión después de la válvula, para flujo establecido)
 $N = 0.8$ (eficiencia)
 $N_s = 60$ (velocidad específica)

Con una válvula que tiene una ley de cierre igual a:

$$\tau = 1 - t/10, \quad 0 \leq t \leq 5$$

$$\tau = (t-5)/30 - 0.5, \quad 5 \leq t \leq 20$$

$$\tau = 0, \quad t \geq 20$$

Se incluirán en el programa las siguientes líneas

1310 $N_R = 1190$: $I_R = 200$: $Q_R = 2$: $H_R = 100$: $Q_o = 1.5$: $H_o = 20$:

$H_1 = 119$: $H_2 = 117$: $EF = 0.8$: $N_s = 60$

1311 IF T > 5 THEN 1315

1312 IF T <= 20 THEN 1314

1313 IF FN V(X) = 0

1314 DEF FN V(X) = (T+5)/30-0.5:RETURN

1315 DEF FN V(X) = 1-T/10 : RETURN

Adicionalmente, a estos datos, se incluirán a partir de la línea 20500 las relaciones discretas de las curvas características expresadas en la forma $F_{\xi} - \theta_i$ y $F_{\beta_i} - \theta_i$, las cuales deben ser de N_s . Para esto se elegirán 10 valores de parejas de datos para cada curva y se introducirán en forma secuencial con la instrucción data a partir de la línea 20500.

20500 $F_{\xi_1}, \theta_{\xi_1}, F_{\beta_1}, \theta_{\beta_1}, F_{\xi_2}, \theta_{\xi_2}, F_{\beta_2}, \theta_{\beta_2}, \text{etc.}$

En el caso de varias plantas se darán en las primeras líneas los datos de la primer planta, posteriormente los de la segunda y así sucesivamente.

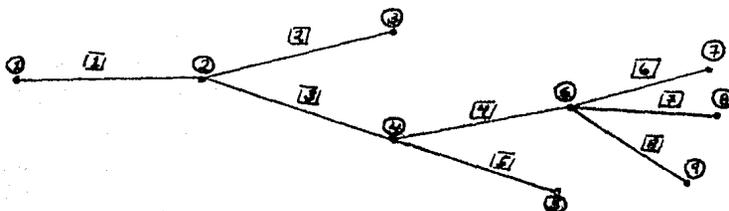
NUMERACION DE TRAMOS Y NUDOS

La numeración deberá realizarse en forma creciente partiendo del número 1, tanto para nudos como para tramos, recomendándose utilizar la siguiente presentación:

n Tramo , n = número de tramo

m nudo , m = número de nudo

Así, por ejemplo se tiene la siguiente red



Es importante numerar tanto los nudos como los tramos ya que este aspecto es indispensable para ordenar adecuadamente los datos en base al manual del usuario.

Obsérvese que aunque la numeración es bastante aleatoria, es recomendable realizarla lo mas ordenada posible ya que esto permitirá interpretar mas fácilmente los resultados numéricos que proporcionan los programas de cómputo.

TABLAS

TABLA A

DI\$ (I)

DISPOSITIVO	NOMBRE
TANQUE DE CARGA CONSTANTE O VARIABLE	"Hn (T) "
TAPA CIEGA	"Tc (X) "
VALVULA	"Vn (X) "
VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE	"Vn (X) Hn (T) "
UNION DE TUBERIAS EN SERIE	"Ts (X) "
UNION DE TUBERIAS EN RAMAL	"Tr (X) "
BOMBA (VELOCIDAD DE ROTACION DE DISEÑO)	"Bn (Q) "
TURBINA (VELOCIDAD DE ROTACION DE DISEÑO)	"Tn (Q) "
TANQUE DE OSCILACION	"Cn (X) "
CAMARA DE AIRE	"An (X) "
TANQUE UNIDIRECCIONAL	"Un (X) "
PLANTA DE BOMBEO EN CARCAMO	"Pn (X) "
PLANTA DE BOMBEO ENTRE CONDUCTOS	"En (X) "

Notas sobre la Tabla A:

En los nombres n tomará los valores de 1 a 10, como máximo, dependiendo de la cantidad de dispositivos del mismo tipo que existan en el sistema. Por ejemplo, en el caso de que se tengan tres válvulas y dos tanques, entonces se tendrán los siguientes nombres:

"V1(X)", "V2(X)", "V3(X)H1(T)", "H2(T)"

Nótese que se ha considerado que la tercer válvula descarga al tanque número uno.

Es muy importante tener en cuenta que el valor de n , que se integra en el nombre, está relacionado con las funciones de relación y/o los datos especiales. Así, por ejemplo, el nombre "VI(X)" indica que se consideraran las funciones de relación $r-t$ definidas entre las líneas 710-719, el nombre "V2(X)" las definidas entre las líneas 720-729 y "V3(X)" las definidas entre la 730-739. Obsérvese que esto coincide con la disposición de líneas indicadas en el manual del usuario.

Con base en lo anterior, el programador deberá tener cuidado de definir las funciones y/o proporcionar los datos especiales, en el programa, tomando en cuenta el número n dado en el nombre de cada dispositivo que lo requiera.

DISPOSITIVO	No. DE SUBROUTINA
TANQUE AGUAS ARRIBA	1
TANQUE AGUAS ABAJO	2
TAPA CIEGA	3
VALVULA DESCARGANDO A LA ATMOSFERA	4
VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE	5
VALVULA ENTRE DOS CONDUCTOS	6
UNION DE TUBERIAS EN SERIE	7
UNION DE TUBERIAS EN RAMAL	8
BOMBA EN CARCAMA (OPERACION NORMAL)	9
BOMBA ENTRE DOS CONDUCTOS (OPERACION NORMAL)	10
TURBINA DE REACCION (OPERACION NORMAL)	11
TANQUE DE OSCILACION	12
CAMARA DE AIRE	13
TANQUE UNIDIRECCIONAL	14
PLANTA DE BOMBEO EN CARCAMO	15
PLANTA DE BOMBEO ENTRE DOS CONDUCTOS	16

Notas sobre la Tabla B:

Es importante indicar correctamente el número de subrutina ya que en esta se realiza la simulación del dispositivo que se tiene en la frontera considerada.

LISTADO DEL PROGRAMA PRINCIPAL

```

1 REM "TEMA: ANALISIS NUMERICO DE EFECTOS TRANSITORIOS EN CONDUCTOS A PRESION"
2 REM "ELABORO: NAHUN HAMED GARCIA VILLANUEVA"
3 CLEAR
4 REM LECTURA DEL NUMERO DE TRAMOS (NT) Y DEL NUMERO DE NUDOS TOTAL (NN)
5 READ NT, NN: TN=NT+2: TT=NN+2
6 DIM TT(TN), NA(TN), NB(TN), HA(TN), HB(TN), LT(TN), D(TN), F(TN), A(TN), QE(TN), H(TN, 20
, 2), Q(TN, 20, 2), V(TN, 20, 2), SE(TN), DI*(TT), DI(TT), NT(TN), TR(TT, TN), DT(TT, TN), KE(TT
), KS(TT), AP(TN)
10 REM LECTURA DE LA GRAVEDAD, PRESION DE VAPORIZACION, TIEMPO DE CALCULO Y INCREM
ENTO DE TIEMPO
20 READ G, PV, TT, TA: XT=INT(TT/TA+.5) : PVP=PV
23 REM LECTURA DE DATOS DE CADA TRAMO: LONGITUD, DIAMETRO, FAC. FRICC., CELERIDA
D, GASTO ESTABLECIDO, NIVEL DE TRAMO AGUAS ARRIBA, NIVEL DE TRAMO AGUAS ABAJO, N
IVEL PIEZOMETRICO AGUAS ARRIBA, NIVEL PIEZOMETRICO AGUAS ABAJO
25 FOR I=1 TO NT: READ LT(I), D(I), F(I), A(I), QE(I), NA(I), NB(I), HA(I), HB(I): SE(I)
=(NA(I)-NB(I))/LT(I): NEXT I
100 REM INICIA AJUSTE DE CELERIDADES
105 J=1
110 FOR I=1 TO NT: Z(I)=0: NEXT I
120 I=1
130 FOR J=1 TO NT
140 IF Z(J)<>0 THEN 180
150 AP(J)=LT(J)/I/TA
160 IF ABS(AP(J)-A(J))>(.03*A(J)) THEN 180
170 A(J)=AP(J): R=R+1: Z(J)=J: AX(J)=A(J)*TA: N(J)=I+1
180 NEXT J
190 IF R=NT THEN 236
195 IF I=20 THEN 210
200 I=I+1: GOTO 130
210 R=0: TA=TA-TA/4
220 FOR DP=1 TO NT: Z(DP)=0: NEXT DP
230 GOTO 120
235 REM INICIA APERTURA DE ARCHIVOS DE DATOS PARA CADA TRAMO HACIA DISCO
236 FOR I=1 TO NT: I$="C:\TRAMO"+STR$(I)
237 OPEN "O", #1, I$
239 WRITE #1, N(I), XT, TA, AX(I), PVP
240 CLOSE #1
242 NEXT I
245 REM INICIA CALCULO A FLUJO ESTABLECIDO
246 DIM ZP(NT+1)
247 FOR K=1 TO NT: ZP(K)=(NA(K)-NB(K))/(N(K)-1): NEXT K
250 FOR I=1 TO NT
260 AH=(HA(I)-HB(I))/(N(I)-1)
270 FOR J=1 TO N(I)
280 H(I, J, 1)=HA(I)-(J-1)*AH
290 Q(I, J, 1)=QE(I): V(I, J, 1)=QE(I)/(3.1416*D(I)^2/4)
300 NEXT J: NEXT I
305 K=1: GOTO 2222
310 REM INICIA LECTURA DE DATOS Y DEFINICION DE FUNCIONES REQUERIDAS PARA LA SIMU
LACION DEL TRANSITORIO
330 REM SE LEE EL TIPO DE DISPOSITIVO QUE SE TIENE EN CADA NUDO
340 FOR I=1 TO NN: READ DI*(I), DI(I), NT(I)
345 FOR MM=1 TO NT(I): READ TR(I, MM), DT(I, MM): NEXT MM: READ KE(I), KS(I): NEXT I

```

```

346 REM "SE LEE EL NUMERO DE PLANTAS DE BOMBEO Y SUS FUNCIONES CARACTERISTICAS"
347 READ NP: IF NP=0 THEN 350
348 DIM AB(10,2,NP), BB(10,2,NP), CB(10,2,NP), DB(10,2,NP), XB(10,2,NP), AL(10,2), AI(
10,2), LI(10,2), MI(10,2), ZI(10,2), AH(10,2)
349 FOR I=1 TO NP:FOR J= 0 TO 10:READ AB(J,1,I),XB(J,1,I),AB(J,2,I),XB(J,2,I):NE
XT J:NEXT I:GOSUB 1800
350 REM 2.-SE CALCULAN CONSTANTES DE TRAMO
360 FOR I=1 TO NT:B(I)=2*D(I)/F(I)/TA:M(I)=(-F(I)*A(I)*TA/G/4/D(I)):U(I)=1/(TA/2
*SE(I)-A(I)/G):W(I)=1/(A(I)/G+TA/2*SE(I)):NEXT I
400 REM 3.- SE DEFINEN FUNCIONES COMUNMENTE EMPLEADAS DURANTE EL TRANSITORIO
410 DEF FN HR(X)=H(I,J-1,K-1)
420 DEF FN HS(X)=H(I,J+1,K-1)
430 DEF FN VS(X)=V(I,J+1,K-1)
440 DEF FN VR(X)=V(I,J-1,K-1)
450 DEF FN C(X)=G/A(I)*(HS-HR+TA/2*SE(I)*(VR-VS))+F(I)*TA/4/D(I)*(VS*ABS(VS)+VR*
ABS(VR))-VR-VS
460 DEF FN VP(X)=B(I)*((1-FN C(X)/B(I))^.5-1)
470 DEF FN HP(X)=1/2*(HR+HS-A(I)/G*(VS-VR)+M(I)*(VR*ABS(VR)-VS*ABS(VS))-TA/2*SE(
I))*(2*VP+VR+VS)
480 DEF FN QP(X)=VP*3.1416*D(I)^2/4
500 DEF FN K(X)=U(I)*(HP-HS+VS*(1/W(I)+M(I)*ABS(VS)))
510 DEF FN Z(X)=W(I)*(HP-HR+VR*(1/U(I)-M(I)*ABS(VR)))
520 DEF FN FR(X)=HR+(M(I)*W(I)*VP^2-VP)/W(I)-VR*(1/U(I)-M(I)*ABS(VR))
525 DEF FN Y(X)=U(I)*(VS*(1/U(I)+M(I)*ABS(VS))-HS)+W(I)*(VR*(1/U(I)-M(I)*ABS(VR)
-HR)
530 GOTO 1900
600 REM 4.- SE DEFINEN FUNCIONES DE LA RELACION CARGA-TIEMPO EN LOS TANQUES
601 UD=0:DH=600
602 UD=UD+1:DH=DH+10:DH$="H"+STR$(UD)+"(T)"
603 IF DH$<>DI$(Z) THEN 602
604 DH=(DH-600)/10:ON DH GOTO 610,620,630,640,650,660,670,680,690
610 DEF FN H(T)=176.7006:RETURN
620 DEF FN H(T)=20.3691:RETURN
630 DEF FN H(T)=*****:RETURN
690 DEF FN H(T)=*****:RETURN
700 REM 5.- SE DEFINEN FUNCIONES DE LAS RELACIONES Q-TIEMPO EN LAS VALVULAS
701 UD=0:DH=700
702 UD=UD+1:DH=DH+10:DH$="V"+STR$(UD)+"(X)"
703 IF DH$<>DI$(Z) THEN 702
704 DH=(DH-700)/10:ON DH GOTO 710,720,730,740,750,760,770,780,790
710 AH=10:QE=.5
711 IF T<20 THEN 715
712 DEF FN V(X)=0:RETURN
715 DEF FN V(X)=1-T/20:RETURN
720 AH=5.7316:QE=.5
721 IF T<10 THEN 725
722 IF T<15 THEN 724
723 DEF FN V(X)=1:RETURN
724 DEF FN V(X)=.1*(T-10)+.5:RETURN
725 DEF FN V(X)=.05*T:RETURN
790 DEF FN V(X)=*****:RETURN
800 REM 6.- SE DEFINEN FUNCIONES CARACTERISTICAS DE LAS BOMBAS
801 UD=0:DH=800
802 UD=UD+1:DH=DH+10:DH$="B"+STR$(UD)+"(Q)"
803 IF DH$>>DI$(Z) THEN 802
804 DH=(DH-800)/10:ON DH GOTO 810,820,830,840,850,860,870,880,890

```

```

810 DEF FN BD(X)=100.0126791#-126.898086##QP+59.86##QP^2:RETURN
890 DEF FN BO(X)=*****:RETURN
900 REM 7.- SE DEFINEN FUNCIONES CARACTERISTICAS DE LAS TURBINAS
901 UD=0:DH=900
902 UD=UD+1:DH=DH+10:DH$="T"+STR$(UD)+"(Q)"
903 IF DH$<>DI$(Z) THEN 902
904 DH=(DH-900)/10:DN DH GOTO 910,920,930,940,950,960,970,980,990
910 DEF FN TI(X)=*****:RETURN
990 DEF FN TI(X)=*****:RETURN
1000 REM"8. SE INTEGRAN DATOS REQUERIDOS PARA LA SIMULACION DE TANQUES DE OSCILA
CION"
1001 UD=0:DH=1000
1002 UD=UD+1:DH=DH+10:DH$="C"+STR$(UD)+"(X)"
1003 IF DH$<>DI$(Z) THEN 1002
1004 DH=(DH-1000)/10:DN DH GOTO 1010,1020,1030,1040,1050,1060,1070,1080,1090
1010 FC=.015:LS=1:DS=.5:AS=.2:AC=9
1011 IF T(Z)=1 THEN RETURN
1012 ZR(Z)=107.614:QT(Z)=0:RETURN
1100 REM "9. SE INTEGRAN DATOS PARA CAMARAS DE AIRE"
1200 REM "10. SE INTEGRAN DATOS PARA TANQUES UNIDIRECCIONALES"
1300 REM "11. SE INTEGRAN DATOS REQUERIDOS PARA LA SIMULACION DE PLANTAS DE BOMB
EO (DE ACUERDO AL MANUAL DE USUARIO)"
1301 UD=0:DH=1300
1302 UD=UD+1:DH=DH+10:DH$="P"+STR$(UD)+"(X)"
1303 IF DH$<>DI$(Z) THEN 1302
1304 DH=(DH-1300)/10:DN DH GOTO 1310,1320,1330,1340,1350,1360,1370,1390
1310 NR=1188:R=198.75:QR=2:HR=80:QO=2:HO=98:HI=178:7999:NS=62.81:EF=.8:H
A=HR:FE=EF
1311 IF T<5 THEN 1317
1312 IF T<20 THEN 1316
1313 DEF FN V(X)=0:RETURN
1316 DEF FN V(X)=.5-(T-5)/30:RETURN
1317 DEF FN V(X)=1-T/10:RETURN
1320 REM"RETURN"
1390 REM"RETURN"
1800 REM"SE DEFINEN LOS TRAZADORES CUBICOS DE LAS FUNCIONES CARACTERISTICAS DE L
AS PLANTAS DE BOMBEO"
1805 FOR UD=1 TO NP:FOR P=0 TO 10:AL(P,1)=AB(P,1,UD):AL(P,2)=AB(P,2,UD):NEXT P
1810 FOR P=1 TO 10:AH(P-1,1)=XB(P,1,UD)-XB(P-1,1,UD):AH(P-1,2)=XB(P,2,UD)-XB(P-1
,2,UD):NEXT P
1815 FOR P=1 TO 9
1820 AI(P,1)=3*(AL(P+1,1)*AH(P-1,1)-AL(P,1)*(XB(P+1,1,UD)-XB(P-1,1,UD)))+AL(P-1,1
)*AH(P,1)/AH(P-1,1)/AH(P,1)
1825 AI(P,2)=3*(AL(P+1,2)*AH(P-1,2)-AL(P,2)*(XB(P+1,2,UD)-XB(P-1,2,UD)))+AL(P-1,2
)*AH(P,2)/AH(P-1,2)/AH(P,2)
1830 NEXT P
1835 LI(0,1)=1:LI(10,2)=1:MI(0,1)=0:MI(0,2)=0:ZI(0,1)=0:ZI(0,2)=0
1840 FOR P=1 TO 9
1845 LI(P,1)=2*(XB(P+1,1,UD)-XB(P-1,1,UD))-AH(P-1,1)*MI(P-1,1)
1850 LI(P,2)=2*(XB(P+1,2,UD)-XB(P-1,2,UD))-AH(P-1,2)*MI(P-1,2)
1855 MI(P,1)=AH(P,1)/LI(P,1):MI(P,2)=AH(P,2)/LI(P,2)
1860 ZI(P,1)=(AI(P,1)-AH(P-1,1)*ZI(P-1,1))/LI(P,1):ZI(P,2)=(AI(P,2)-AH(P-1,2)*ZI
(P-1,2))/LI(P,2)
1865 NEXT P
1870 LI(10,1)=1:LI(10,2)=1:ZI(10,1)=0:ZI(10,2)=0:CB(10,1,UD)=0:CB(10,2,UD)=0
1875 FOR P=9 TO 0 STEP-1
1880 CB(P,1,UD)=ZI(P,1)-MI(P,1)*CB(P+1,1,UD):CB(P,2,UD)=ZI(P,2)-MI(P,2)*CB(P+1,2
,UD)

```

```

1885 BB(P,1,UD)=(AL(P+1,1)-AL(P,1))/AH(P,1)-AH(P,1)*(CB(P+1,1,UD)+2*CB(P,1,UD))/
3:BB(P,2,UD)=(AL(P+1,2)-AL(P,2))/AH(P,2)-AH(P,2)*(CB(P+1,2,UD)+2*CB(P,2,UD))/3
1890 DB(P,1,UD)=(CB(P,1,UD)-CB(P,1,UD))/3/AH(P,1):DB(P,2,UD)=(CB(P+1,2,UD)-CB(P,
2,UD))/3/AH(P,2)
1895 NEXT P:NEXT UD:RETURN
1900 K=2:KT=KT+1:T=TA*KT:FOR I=1 TO NT
1910 FOR J=2 TO (N(I)-1)
2000 REM "INICIA SIMULACION DEL TRANSITORIO"
2010 REM 1. CALCULO EN NUDOS INTERIORES
2050 HS=FN HS(X):HR=FN HR(X):VS=FN VS(X):VR=FN VR(X):VP=FN VP(X):HP=FN HP(X):QP=
FN QP(X):H(I,J,K)=HP:V(I,J,K)=VP:Q(I,J,K)=QP
2100 NEXT J:NEXT I
2150 REM 2. INICIA CALCULO EN LAS FRONTERAS
2170 REM ELECCION DE DISPOSITIVO:I=0
2180 Z=Z+1
2190 DH DI(Z) GOSUB 3000,3500,4000,4500,5000,5500,6000,6500,7000,7500,8000,8500,
9000,9500,10000,10500,11000,11500,12000,12500,13000,13500
2200 IF Z=NN THEN 2180
2205 Z=0
2210 REM INICIA IMPRESION Y ARCHIVO DE RESULTADOS EN DISCO
2220 FOR I=1 TO NT:FOR J=1 TO N(I):H(I,J,K-1)=H(I,J,K):V(I,J,K-1)=V(I,J,K):Q(I,J
,K-1)=Q(I,J,K):NEXT J:NEXT I
2222 FOR I=1 TO NT:I$="C:TRAMO"+STR$(I)
2224 JFEN I$ FOR APPEND AS #1
2225 FOR J=1 TO N(I):WRITE #1,T,H(I,J,K),V(I,J,K),Q(I,J,K),(H(I,J,K)-(NA(I)-ZP(I
)*(J-1))):NEXT J
2226 CLOSE #1
2227 NEXT I
2228 IF T=0 THEN 310
2230 IF T<TT THEN 1900
2235 CLOSE
2240 REM TERMINA SIMULACION DE TRANSITORIO
2245 PRINT"DESEA VER GRAFICAS DE RESULTADOS SI/NO=":INPUT R$:IF R$<>"SI" THEN 2
248
2246 CHAIN"GRAFOTES"
2247 CLS
2248 PRINT"SE DA POR TERMINADO EL PROCESO DE CALCULO"
2250 END
3000 REM SUBRRUTINA TANQUE AGUAS ARRIBA
3005 I=TR(Z,1):NE=(1+KE(Z))/(2*9.810001)
3010 GOSUB 601
3020 HP=FN H(T)
3030 J=1
3040 HS=FN HS(X)
3050 VS=FN VS(X)
3060 VP=1/2/(U(I)*(M(I)-NE))*((1-4*(M(I)-NE)*U(I)*FN K(X))^(1/2)-1)
3065 HP=HP-VP*NE*ABS(VP)
3070 H(I,J,K)=HP:V(I,J,K)=VP:Q(I,J,K)=FN QP(X)
3080 RETURN
3500 REM"SUBRRUTINA TANQUE AGUAS ABAJO"
3505 I=TR(Z,1):NS=(KS(Z)-1)/(2*9.810001)
3510 GOSUB 601
3520 HP=FN H(T)
3530 J=N(I)
3540 HR=FN HR(X)

```

```

3550 VR=FN VR(X)
3560 VP=1/2/W(I)/(NS-M(I))*((1-4*W(I))*(NS-M(I))*FN Z(X))^(1/2)-1)
3570 HP=HP+VP*ABS(VP)*NS
3580 H(I,J,K)=HP*V(I,J,K)=VP*Q(I,J,K)=VP*3.1416*D(I)^2/4
3590 RETURN
4000 REM SUBRRUTINA TAPA CIEGA
4005 I=TR(Z,1)
4010 VP=0
4020 J=N(I)
4030 HR=FN HR(X)
4040 VR=FN VR(X)
4045 J=N(I)
4050 HP=HR-VR*(1/U(I)-M(I))*ABS(VR)
4060 H(I,J,K)=HP*V(I,J,K)=VP*Q(I,J,K)=FN QP(X)
4070 RETURN
4500 REM SUBRRUTINA VALVULA DESCARGANDO A LA ATMOSFERA
4505 I=TR(Z,1):J=N(I):GOSUB 700:HP=NB(I)
4507 HR=FN HR(X)
4508 VR=FN VR(X)
4510 AI=3.1416*D(I)^2/4
4515 IF FN V(X)>0 THEN 4520
4516 VP=0:GOTO 4530
4520 CV=FN V(X)^2*QE^2/2/AH:AR=(W(I)*AI^2/CV/2-M(I)*W(I))*2
4525 VP=(-1+(1-2*AR*FN Z(X))^(1/2))/AR
4530 HP=FN PR(X)
4540 H(I,J,K)=HP*V(I,J,K)=VP*Q(I,J,K)=FN QP(X)
4550 RETURN
5000 REM SUBRRUTINA VALVULA DESCARGANDO A UN TANQUE DE CARGA CONOCIDA
5007 DD#=DI*(Z):DI*(Z)=LEFT$(DD#,6):GOSUB 700
5008 DI*(Z)=RIGHT$(DD#,6):GOSUB 600:DI*(Z)=DD#
5010 I=TR(Z,1):J=N(I):NS=(KS(I)-1)/2/B:AI=3.1416*D(I)^2/4:NE=(KE(I)+1)/2/B
5015 HR=FN HR(X)
5016 VR=FN VR(X)
5025 HP=FN H(T)
5026 IF FN V(X)>0 THEN 5030
5027 VP=0:GOTO 5070
5030 CV=FN V(X)^2*QE^2/AH
5050 VV=W(I)*(NS+AI^2/CV-M(I))
5055 IF (1-4*VV*FN Z(X))<0 THEN 5100
5060 VP=(-1+(1-4*VV*FN Z(X))^(.5))/2/VV
5070 HP=FN PR(X)
5080 GOTO 5200
5100 VV=W(I)*(-M(I)-AI^2/CV-NE)*FN Z(X):VP=(-1+(1-4*VV)^(.5))/2/VV/FN Z(X)
5110 HP=FN PR(X)
5200 H(I,J,K)=HP*V(I,J,K)=VP*Q(I,J,K)=FN QP(X)
5220 RETURN
5500 REM"SUBRRUTINA VALVULA ENTRE DOS CONDUCTOS"
5505 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4:HA=HB(I):VR=FN VR(X):HR=FN HR(X)
5510 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=3.1416*D(I)^2/4:HB=HA(I):HB=FN HS(X):VS=FN VS(X)
5520 GOSUB 700
5525 B3=U2*A2*VB*(1/W2+M2*ABS(VS))-HB)-W1*A1*(VR*(1/U1-M1*ABS(VR))-HR)
5530 C1=A2*U2*(VB*(1/W2+M2*ABS(VS))-HB-B3/(U2-W1))
5540 CV=FN V(X)^2*QE^2/AH/2

```

```

5550 A0=M2*U2/A2+M1*W1/A1
5560 A3=U2*(M2/A2+A2/(U2-W1))*(W1/2/CV-A0)
5565 Z3=1
5570 IF (1-4*A3*C1)>0 THEN 5590
5580 A3=U2*(M2/A2+A2/(U2-W1))*(W1/2/CV+A0)
5585 Z3=0
5590 OP=(-1+(1-4*A3*C1)^.5)/2/A3
5600 IF Z3=0 THEN 5700
5610 H2=(W1/2/CV-A0)/(U2-W1)*QP^2-B3/(U2-W1)
5620 H1=H2+QP^2/2/CV:GOTO 5750
5700 H2=(A0+W1/2/CV)/(U2-W1)*QP^2-B3/(U2-W1)
5710 H1=H2-QP^2/2/CV
5750 V1=QP/A1:V2=QP/A2
5760 I=TR(Z,1):J=N(I):V(I,J,K)=V1:H(I,J,K)=H1:Q(I,J,K)=QP:I=TR(Z,2):J=1:V(I,J,K)
=V2:H(I,J,K)=H2:Q(I,J,K)=QP
5780 RETURN
6000 REM "SUBRRUTINA UNION DE TUBERIAS EN SERIE"
6005 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4
6007 VR=FN VR(X)
6008 HR=FN HR(X)
6010 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=3.1416*D(I)^2/4
6015 HS=FN HS(X):VS=FN VS(X)
6020 A3=U2*(M2/A2+A2/(U2*A2-W1*A1))*(W1/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)-M2*U2/A2-M1*W1/A1)
6030 B3=U2*A2*(VS*(1/W2+M2*ABS(VS))-HS)-W1*A1*(VR*(1/U1-M1*ABS(VR))-HR)
6040 C1=A2*U2*(VS*(1/W2+M2*ABS(VS))-HS-B3/(U2*A2-W1*A1))
6050 A0=M2*U2/A2+M1*W1/A1
6060 OP=(-1+(1-4*A3*C1)^.5)/2/A3
6070 V1=QP/A1:V2=QP/A2
6080 H2=(W1/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)-A0)/(U2*A2-W1*A1)*QP^2-B3/(U2*A2-W1*A1)
6090 H1=H2+QP^2/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)
6100 I=TR(Z,1):J=N(I):V(I,J,K)=V1:H(I,J,K)=H1:Q(I,J,K)=QP:I=TR(Z,2):J=1:V(I,J,K)
=V2:H(I,J,K)=H2:Q(I,J,K)=QP
6110 RETURN
6500 REM"SUBRRUTINA UNION DE TUBERIAS EN RAMALES"
6505 KS=0:CS=0
6510 FOR MM=1 TO NT(Z)
6520 I=TR(Z,MM)
6530 IF DT(Z,MM)=1 THEN 6600
6540 J=1:HS=FN HS(X):VS=FN VS(X):A=3.1416*D(I)^2/4:QS=VS*A
6550 KS(I)=QS-G/A(I)*A*HS-F(I)*TA/2/D(I)/A*QS*ABS(QS):CS(I)=G*A/A(I):KS=KS-KS(I)
:CS=CS(I)+CS
6560 GOTO 6650
6600 J=N(I):HR=FN HR(X):VR=FN VR(X):A=3.1416*D(I)^2/4:QR=VR*A
6610 KS(I)=QR+G/A(I)*A*HR-F(I)*TA/2/D(I)/A*QR*ABS(QR):CS(I)=-G*A/A(I):KS=KS+KB(I)
:CS=-CS(I)+CS
6650 NEXT MM
6670 HP=KS/CS
6680 FOR MM=1 TO NT(Z)
6690 I=TR(Z,MM)
6700 IF DT(Z,MM)=1 THEN 6750
6710 J=1:H(I,J,K)=HP:Q(I,J,K)=KS(I)+CS(I)*HP:V(I,J,K)=Q(I,J,K)/(3.1416*D(I)^2/4)
:GOTO 6770
6750 J=N(I):H(I,J,K)=HP:Q(I,J,K)=KS(I)+CS(I)*HP:V(I,J,K)=Q(I,J,K)/(3.1416*D(I)^2
/4)
6770 NEXT MM

```

```

6780 RETURN
7000 REM "SURRUTINA BOMBA EN CARCAMO (OPERACION NORMAL CON SU VELOCIDAD DE DISE
ND)"
7010 I=TR(Z,1):J=1:GOSUB 800
7020 HS=FN HS(X):VS=FN VS(X):AI=3.1416*D(I)^2/4
7030 DEF FN BC(X)=U(I)*(M(I)-1/2/G)*QP^2/AI^2+FN BO(Q)+QP/AI+U(I)*(VS*(1/W(I)+
N(I)*ABS(VS))-HS)
7040 LI=VS*AI:LS=VS*AI*(1+.05)
7050 QP=LI:FI=FN BC(X)
7060 QP=LS:FS=FN BC(X)
7065 IF FI*FS<0 THEN 7070
7067 LI=LI*(1-.05):LS=LS*(1+.05):GOTO 7050
7070 LM=(LI+LS)/2:QP=LM:FM=FN BC(X)
7075 IF ABS(FM)<=.001 THEN 7200
7080 IF FM*FI<0 THEN 7100
7090 FI=FM:LI=LM:GOTO 7070
7100 FS=FM:LS=LM:GOTO 7070
7200 HF=FN BO(X)-QP^2/2/G/AI^2
7300 VP=QP/AI
7400 H(I,J,K)=HP:Q(I,J,K)=QP*V(I,J,K)=VP
7450 RETURN
7500 REM "SUBRRUTINA BOMBA ENTE DOS CONDUCTOS (OPERACION NORMAL CON SU VELOCIDA
DE DISENO)"
7510 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4:HR=FN HR(X):VR=
FN VR(X)
7520 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=3.1416*D(I)^2/4
7525 HS=FN HS(X):VS=FN VS(X)
7530 GOSUB 800
7540 B3=U2*A2*(VS*(1/W2+M2*ABS(VS))-HS)-W1*A1*(VR*(1/U1-M1*ABS(VR))-HR)
7545 AO=M2*U2/A2+M1*W1/A1
7550 DEF FN BC(X)=U2*(M2/A2^2+(W1/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)-AO)/(U2-W1))*QP^2+QP/A2+U2
*((W1*FN BO(X)-B3)/(U2-W1)-HS+VS*(1/W2+M2*ABS(VS)))
7560 LI=1E-10:LS=20
7570 QP=LI:FI=FN BC(X):QP=LS:FS=FN BC(X)
7580 LM=(LI+LS)/2:QP=LM:FM=FN BC(X)
7590 IF ABS(FM)<=.0001 THEN 7650
7600 IF FM*FI<0 THEN 7630
7610 FI=FM:LI=LM:GOTO 7580
7630 FS=FM:LS=LM:GOTO 7580
7650 V1=QP/A1:V2=QP/A2
7660 H2=(W1/2/G*(1/A2^2-1/A1^2))*QP^2/(U2-W1)+(W1*FN BO(X)-A3)/(U2-W1)
7670 H1=FN BO(X)+H2+QP^2/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)
7680 I=TR(Z,1):J=N(I):V(I,J,K)=V1:H(I,J,K)=H1:Q(I,J,K)=QP:I=TR(Z,2):J=1:V(I,J,K)
=V2:H(I,J,K)=H2:Q(I,J,K)=QP
7690 RETURN
8000 REM"SUBRRUTINA TURBINA DE REACCION (OPERACION NORMAL CON SU VELOCIDAD DE DI
SENO):
8010 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4:HR=FN HR(X):VR=
FN VR(X)
8020 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=3.1416*D(I)^2/4:HS=FN HS(X):VS=FN
VS(X)
8030 GOSUB 900
8040 B3=U2*(VS*(1/W2+M2*ABS(VS))-HS)-W1*(VR*(1/U1-M1*ABS(VR))-HR)
8045 AO=M2*U2/A2^2+M1*W1/A1^2
8050 DEF FN BC(X)=U2*(M2/A2^2+(W1/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)-AO)/(U2-W1))*QP^2+QP/A2+U2
*((W1*FN TI(X)-B3)/(U2-W1)-HS+VS*(1/W2+M2*ABS(VS)))

```

```

8060 LI=1E-10:LS=200
8070 QP=LI:FI=FN BC(X):QP=LS:FS=FN BC(X)
8080 LM=(LI+LS)/2:QP=LM:FM FN BC(X)
8090 IF ABS(FM)<=.0001 THEN 8150
8100 IF FM*FI<0 THEN 8130
8110 FI=FM:LI=LM:GOTO 8080
8130 FS=FM:LS=LM:GOTO 8080
8150 V1=QP/A1:V2=QP/A2
8160 H2=(W1/2/G*(1/A2^2-1/A1^2))*QP^2/(U2-W1)+(W1*FN B0(X)-A3)/(U2-W1)
8170 H1=FN B0(X)+H2+QP^2/2/G*(1/A2^2-1/A1^2)
8180 I=TR(Z,1):J=N(I):V(I,J,K)=V1:H(I,J,K)=H1:Q(I,J,K)=QP:I=TR(Z,2):J=1:V(I,J,K)
=V2:H(I,J,K)=H2:Q(I,J,K)=QP
8190 RETURN
8500 REM "SUBRRUTINA CAMARA DE OSCILACION "
8505 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4:D1=D(I):VR=FN V
R(X):HR=FN HR(X)
8520 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=D(I)^2*3.1416/4:D2=D(I):H5=FN HS(X)
):VS=FN VS(X)
8540 GOSUB 1000
8545 T(Z)=1
8550 CS=2*FC*LS/G/3.1416/DS^3/AS
8560 CT=6*AS*TA/2/LS
8565 J=2:HP=FN HR(X)
8570 QT=1/CS*(2*ZR(Z)-HP+(TA/2/AC-CT)*QT(Z))+QT(Z)*ABS(QT(Z))
8580 CT=1/CS*(CT+TA/2/AC)
8590 L1=VR:V2=VS:Z1=.5*VR:Z2=.5*VS:L2=V2:V3=V1:V4=V2
8595 DEF FN G1(X)=(V1-V2)*ABS(V1-V2)
8596 DEF FN G2(X)=(V1-V2)*ABS(V1-V2)
8600 DEF FN G(X)=V1/M1/W1/ABS(V1)+3.1416*D1^2*CS/4/M1/ABS(V1)*(FN G1(X)+CT*(V1-V
2))+4*QT/3.1416/D1^2)-VR*ABS(VR)/ABS(V1)+VR/M1/U1/ABS(V1)-HR/M1/ABS(V1)-V1
8610 DEF FN G3(X)=-V2/U2/M2/ABS(V2)-3.1416*D2^2*CS/4/M2/ABS(V2)*(FN G2(X)+CT*(V1
-V2))+4*QT/3.1416/D2^2)-V5*ABS(V5)/ABS(V2)-VS/W2/M2/ABS(V2)+HS/M2/ABS(V2)-V2
8615 V1=L1:F1=FN G(X):V1=Z1:F2=FN G(X):IF F1*F2<0 THEN 8617
8616 Z1=Z1-L1:L1=L1+L1:GOTO 8615
8617 V1=(Z1+L1)/2:F3=FN G(X):IF ABS(F3)<.00501 THEN 8626
8618 IF F3*F1<0 THEN 8620
8619 L1=V1:F1=F3:GOTO 8617
8620 Z1=V1:GOTO 8617
8626 V2=L2:F1=FN G3(X):V2=Z2:F2=FN G3(X):IF F1*F2<0 THEN 8628
8627 Z2=Z2-L2:L2=L2+L2:GOTO 8626
8628 V2=(Z2+L2)/2:F3=FN G3(X):IF ABS(F3)<.00501 THEN 8645
8629 IF F3*F1<0 THEN 8631
8630 L2=V2:F1=F3:GOTO 8628
8631 Z2=V2:GOTO 8628
8645 IF ABS(V1-V3)<.001 AND ABS(V2-V4)<.001 THEN 8650
8646 Z1=.5*V1:Z2=.5*V2:V3=V1:V4=V2:L1=V1:L2=V2:GOTO 8615
8650 HP=3.1416*D1^2*CS/4*(V1-V2)*ABS(V1-V2)+CT*(V1-V2)+4*QT/3.1416/D1^2)
8654 Q1=V1*A1:Q2=V2*A1
8655 I=TR(Z,1):J=N(I):V(I,J,K)=V1:H(I,J,K)=V1:H(I,J,K)=Q1:I=TR(Z,2):J=1:V(I,J,K)
=V2:H(I,J,K)=HP:Q(I,J,K)=Q2
8670 QT=Q1-Q2
8680 ZR(Z)=ZR(Z)+TA/AC*(QT+QT(Z))/2
8690 QT(Z)=QT
8695 RETURN
9000 REM "SUBRRUTINA CAMARA DE AIRE"

```

```

9005 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4:D1=D(I):VR=FN V
R(X):HR=FN HR(X)
9020 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=3.1416*D(I)^2/4:D2=D(I):HS=FN HS(
X):VS=FN VS(X)
9040 GOSUB 1100
9042 FI=3.1416
9045 CA=QC+G*PI*DS^2/TA*ZR/4/LS-G*PI^2*TA/4-PA*PI*D1^2*TA/4/RO/LS+G*DS^2*TA^2*QC
/4/LS/DT^2-(FC*2*TA/PI/DS^3-KO*G*PI*DS^2*TA/8/LS)*QC*ABS(QC)+PI*DS^2+TA/8/LS/RO*
HO*VO^N/RV^M-G*PI*DS^2*TA*RH/8/LS
9050 DEF FN CA(X)=8*LS/G/PI/DS^2*((1-G*DS^2*(AT)/LS/DT^2+(FC*2/PI/DS^2-KO*G*PI*D
S^2/8/LS)*PI*D1^2/4/ABS(V1-V2))*PI*D1^4*(V1-V2)-PI*DS^2/8/LS/RO*HO*VO*(1/(VR+(Q
C+PI*D1^2/4*V1-FI*D1^4/V2)*(TA)/2)^M-CA/(TA))
9055 V1=VR:V2=VS:Z1=VR:Z2=VS
9060 V1=V1/W1/M1/ABS(V1)+FN CA(X)/M1/ABS(V1)-VR*ABS(VR)/ABS(V1)+VR/U1/M1/ABS(V1)
-HR/U1/ABS(V1)
9070 V2=-V2/U2/M2/ABS(V2)-FN CA(X)/M2/ABS(V2)-VS/M2/W2/ABS(V2)+HS/M2/ABS(V2)
9080 IF ABS(V1-Z1)>.0001 AND ABS(V2-Z2)<.0001 THEN 9100
9090 Z1=V1:Z2=V2:GOTO 9060
9100 HF=FN CA(X):Q1=PI*D1^2/4*V1:H1=HP:H2=HP:Q2=PI*D1^2/4*V2
9110 QC=Q1-Q2
9120 ZF=ZR+2*TA/PI/DT^2*(QR+QC)
9130 RV=RV+TA/2*(QC+QR)
9140 FH=HO*VO/RV
9150 CH=ZF+(FH-PA)/1000
9160 RETURN
9500 REM "SUBRRUTINA TANQUE UNIDIRECCIONAL"
9505 I=TR(Z,1):J=N(I):M1=M(I):U1=U(I):W1=W(I):A1=3.1416*D(I)^2/4:D1=D(I):VR=FN V
R(X):HR=FN HR(X)
9520 I=TR(Z,2):J=1:M2=M(I):U2=U(I):W2=W(I):A2=3.1416*D(I)^2/4:D2=D(I):HS=FN HS(
X):VS=FN VS(X)
9540 GOSUB 1200
9542 FI=3.1416
9550 CT=(2*LS/G/AS/(AT)-(AT)/2/TA)*QT-(FC*8*LS/G/PI^2/DS^5+KV)*QT*ABS(QT)+HR
9555 V1=VR:V2=VS:Z1=VR:Z2=VS
9560 V1=1/M1/ABS(V1)*(W1*V1+(2*LS*D1^2/G/DS^2/(AT)+(AT)*D1^2/2/DT^2)*(V1-V2)+(F
C*LS*D1^4/2/G/DS^5-PI^2*D1^2*KV/16)*(V1-V2)*ABS(V1-V2)-CT-M1*VR*ABS(VR)+U1*VR-HR
)
9570 V2=1/M2/ABS(V2)*(-U2*V2-(2*LS*D1^2/G/DS^2/(TA)+(TA)*D1^2/2/DT^2*(V1-V2)-(FC
*LS*D1^4/2/G/DS^5-PI^2*D1^2*KV/16)*(V1-V2)*ABS(V1-V2)+CT+M2*VS*ABS(VS)-W2*VS+HS)
9580 IF ABS(V1-Z1)<.0001 AND ABS(V2-Z2)<.0001 THEN 9600
9590 Z1=V1:Z2=V2:GOTO 9560
9600 HF=(2*LS*D1^2/G/DS^2/(TA)+(AT)*D1^2/2/DT^2)*(V1-V2)*(FC*LS*D1^4/2/G/DS^5-PI
^2*D1^4*KV/16)*(V1-V2)*ABS(V1-V2)-CT
9610 Q1=FI*D1^2/4*V1:H1=HP:Q2=PI*D1^2/4*V2:H2=HP
9620 ZP=ZR+(AT)/2/TA*(QT+QR)
9630 RETURN
10000 REM"SUBRRUTINA PLANTA DE BOMBEO EN CARCAMO"
10010 I=TR(Z,1):J=1:AR=3.1416*D(I)^2/4:S=-1
10020 GOSUB 1300
10023 NR=QR*HR*1000/EF/NR/2/3.1416*60
10025 HS=FN HS(X):VS=FN VS(X)
10030 CZ(UD)=CZ(UD)+1:IF CZ(UD)>1 THEN 10045
10040 QD(UD)=QD:NO=NS*HA^(3/4)/QD^L5:MO=1000*QD*HA/FE/NO/2/3.1416*60:AZ(UD)=1:BZ
(UD)=1:NO(UD)=NR:VP(UD)=1
10045 VP=VP(UD):AP=AZ(UD):GOSUB 10400

```

```

10110 CV=FN V(X)^2*QD^2/2/(H1-H2)
10112 IF CV=0 THEN CV=1E-08
10115 IF (FN V(X))<=.00001 THEN VP(UD)=.000001
10118 DEF FN TC(X)=AB(P,X,UD)+BB(P,X,UD)*(FN Q(X)-XB)+CB(P,X,UD)*(FN O(X)-XB)^2+
DB(P,X,UD)*(FN O(X)-XB)^3
10120 DEF FN DP(VP)=VP*QR/AR+U(I)*(M(I)/AR^2+S/2/CV)*QR^2*VP*ABS(VP)+U(I)*(HO-HS
+VS*(1/W(I)+M(I)*ABS(VS)))+U(I)*HR*(VP^2+AP^2)*FN TC(1)
10125 DEF FN AP(AP)=AZ(UD)-TA*MR*9.810001/2/IR/NR/2/3.1416*60*(BZ(UD)+(VP^2+AP^2
)*FN TC(2))
10127 GOTO 10144
10130 VP=1
10131 X=1:P1=VP:P2=VP-VP/22:GP=VP
10132 IF P1=0 THEN P1=.000001
10133 IF P2=0 THEN P2=.000001
10134 VP=P1:GOSUB 10400:WP=FN DP(VP):VP=P2:GOSUB 10400:YP=FN DP(VP)
10135 VP=P1-WP*(P2-P1)/(YP-WP):GOSUB 10400:MX=FN DP(VP):IF ABS(MX)<.00001 THEN 1
0144
10137 GP=VP:P1=P2:P2=VF:GOTO 10132
10144 X=2:GOSUB 10400:PA=FN AP(AP)
10150 IF ABS((AP-PA)/AP)<=.001 THEN 10180
10160 AP=PA:GOSUB 10400:PA=FN AP(AP)
10163 IF ABS((AP-PA)/AP)>.00001 THEN 10160
10164 IF (FN V(X))<=.000002 AND VP<=.000002 THEN 10180
10165 AP=PA:GOTO 10130
10180 AZ(UD)=AP
10183 IF (FN V(X))<=.000002 THEN VP=.000001
10184 VP(UD)=VP
10190 EP(UD)=(VP^2+AP^2)*FN TC(1)
10200 BZ(UD)=(VP^2+AP^2)*FN TC(2)
10205 IF (FN V(X))<.000002 THEN VP=0
10210 QP=VP*QR:H=EP(UD)*HR:VP=QP/AR:HP=HS-M(I)*(VS*ABS(VS)+VP*ABS(VP))-(VS/W(I)+
VP/U(I))
10213 PRINT"QP="QP,"HP="HP
10215 ND(UD)=AP*NR
10220 H(I,J,K)=HP:V(I,J,K)=VP:Q(I,J,K)=QP
10230 RETURN
10400 IF VP>=0 AND AP>=0 THEN 10450
10410 IF VP<0 AND AP>0 THEN 10460
10420 IF VP<0 AND AP<0 THEN 10470
10430 DEF FN O(X)=360-(ATN(ABS(AP/VP)))*180/3.1416:GOTO 10480
10450 DEF FN O(X)=ATN(AP/VP)*180/3.1416:GOTO 10480
10460 DEF FN O(X)=180-ATN(ABS(AP/VP))*180/3.1416:GOTO 10480
10470 DEF FN O(X)=180+ATN(AP/VP)*180/3.1416
10480 P=-1
10481 P=P+1
10485 IF FN O(X)>XB(P,1,UD) THEN 10481
10486 IF P=0 THEN P=P+1
10487 P=P-1:XB=XB(P,1,UD)
10500 RETURN
20000 DATA 2,3,9.81,-9.75,100,1,8000,2,1,.012,1000,2,100,105,178,177.2234,2000,1
.5,.012,1000,2,0,105,120,177.2234,176.7006
20010 DATA "P 1(X)",15,1,1,-1,0,0,"T S(X)",7,2,1,1,2,-1,0,0,"H 1(T)",2,1,2,1,.1,
.1
20015 DATA 1
20020 DATA -.6,0,-1.1,0,0,30,.2,30,1,60,.7,60,1.5,90,.75,90,1.25,150,1.4,150,.55
,210,.6,210,.4,240,-.2,240,.2,270,-1.25,270,-.7,330,-2,330,-.8,345,-1.7,345,-.75
,360,-1.1,360

```

LISTADO DEL PROGRAMA DE GRAFICACION

```

1 REM "TEMA: GRAFICACION DE EFECTOS TRANSITORIOS EN CONDUCTOS A PRESION"
2 REM "ELABORO: NAHUN HAMED GARCIA VILLANUEVA"
4 CLS:GOSUB 12000
5 N1=3 :N2=5 :KEY OFF:CLS
10 SU=68:IZ=36:IN=118:DE=296
12 ND=2
15 GOSUB 13000
20 IF EW =2 THEN 100
21 IF EW=3 THEN 300
22 FOR I=1 TO TD :IF I<>1 THEN 40
25 SCREEN 2:GOSUB 10000
27 X=INT(IZ/4)-4:Y=INT(SU/8)-3:LOCATE Y-3,X:PRINT"SIMULACION EN EL TRAMO "STR$(U
Y):LOCATE Y-2,X:PRINT"ABSCISAS: "EW$:LOCATE Y-1,X:PRINT "ORDENADAS: "EL$
28 IF EL<>1 AND EL <>4 THEN 30
29 LOCATE Y,X:PRINT"NOTA: "FVP$
30 LINE(IZ-1,SU-1)-(DE+1,IN+1),3 ,B
40 YZ=YZ+1:XL= INT(IZ/4)-4:YL=INT(SU/8)-1:LOCATE YL,XL:PRINT"SEPARACION ENTRE SE
CCIONES="XI" M":LOCATE YL+1,XL:PRINT"
":LOCATE Y
L+1,XL:PRINT"TIEMPO=";YZ*AX" SEG."
45 FOR J=1 TO NN :XR=J:GOSUB 200:NEXT J
50 LOCATE 1,1:INPUT MW:WQ=0:IF MW<>0 THEN 65:REM"DAR O PARA SUSPENDER GRAFICACIO
N"
60 GOTO 13000:REM SUSPENDE GRAFICACION
65 IF SP=2 THEN 70
66 RE=2:FOR J= 1 TO NN : XR= J: GOSUB 200:NEXT J:WQ=0:RE=1
67 MAR=1:GOSUB 10410
70 NEXT I: GOTO 13000
100 FOR J=1 TO NN :IF J<>1 THEN 125
110 SCREEN 2 :GOSUB 10000
115 X=INT(IZ/4)-4:Y=INT(SU/8)-3:LOCATE Y-3,X:PRINT"SIMULACION EN EL TRAMO "STR$(
UY):LOCATE Y-2,X:PRINT"ABSCISAS: "EW$:LOCATE Y-1,X:PRINT "ORDENADAS: "EL$
116 IF EL<>1 AND EL<>4 THEN 120
117 LOCATE Y,X:PRINT"NOTA: "FVP$
120 LINE (IZ-1,SU-1)-(DE+1,IN+1),1 ,B
125 YZ=YZ+1:XL=INT(IZ/4):XL=INT(IZ/4)-4:YL=INT(SU/8)-1:LOCATE YL,XL:PRINT"SECCIO
N=";J:LOCATE YL+1,XL:PRINT"UBICACION="XI*(J-1)" M"
130 FOR I=1 TO TD :XR=T(I,J):GOSUB 200:NEXT I
140 LOCATE 1,1 :INPUT MW:WQ=0:IF MW<>0 THEN 155:REM DAR O PARA SUSPENDER GRAFICA
CION"
150 GOTO 13000:REM SUSPENDE GRAFICACION
155 IF SP=2 THEN 160
156 RE=2:FOR I=1 TO TD :XR=T(I,J):GOSUB 200: NEXT I:WQ=0:RE=1
157 MAR=1:GOSUB 10410
160 NEXT J: GOTO 13000
200 ON EL GOTO 210,220,230,240,245,247,248
210 YR=H(I,J):GOTO 250
220 YR=V(I,J):GOTO 250
230 YR=O(I,J):GOTO 250
240 YR=F(I,J):GOTO 250
245 YR=ENG(J):GOTO 250
247 YR=ENP(J):GOTO 250
248 YR=FVP(JJ)
250 GOSUB 10750:GOSUB 10760:GOSUB 10770
260 RETURN
300 REM "GRAFICACION DE ENVOLVENTES"
325 SCREEN 2:GOSUB 10000
327 X=INT(IZ/4)-4:Y=INT(SU/8)-3:LOCATE Y-3,X:PRINT"ENVOLVENTE EN EL TRAMO "STR$(
UY):LOCATE Y-2,X:PRINT"ABSCISAS: "EW$:LOCATE Y-1,X:PRINT "ORDENADAS: "EL$

```

```

328 IF EL<>1 AND EL <>4 THEN 330
329 LOCATE Y,X:PRINT"NOTA: "PVP$
330 LINE (IZ-1,SU-1)-(DE+1,IN+1),3 ,B
340 YZ=YZ+1:XL= INT(IZ/4)-4:YL=INT(SU/8)-1:LOCATE YL,XL:PRINT"SEPARACION ENTRE S
ECCIONES="XI" M"
341 FOR J=1 TO NN:ENG(J)=-1E+10:ENP(J)=1E+10:NEXT J
342 FOR I=1 TO TD:FOR J=1 TO NN:XR=J
343 ON EL GOSUB 410,420,430,440
344 IF YR>ENG(J) THEN ENG(J)=YR
345 IF YR<ENP(J) THEN ENP(J)=YR
346 NEXT J:NEXT I
347 EL=5:SF=2:RE=1
350 FOR J=1 TO NN:XR=J:GOSUB 200:NEXT J:WQ=0
354 EL =6
355 FOR J=1 TO NN:XR=J:GOSUB 200:NEXT J
365 LOCATE 1,1:INPUT MW
370 GOTO 13000:REM SUSPENDE GRAFICACION
410 YR=H(I,J):RETURN
420 YR=V(I,J):RETURN
430 YR=Q(I,J):RETURN
440 YR=P(I,J):RETURN
2222 SCREEN 0:CLS
2750 REM REDONDEO EXPONENCIAL
2775 REM X1=NUM. A REDONDEAR
2780 REM X2=DIGITOS DECIMALES
2785 REM X1$=NUMERO REDONDEADO
2795 ZE$="000000000000000000000000000000"
2800 IF X1<0 THEN X2$="-":X1=ABS(X1):GOTO 2810
2805 X2$=""
2810 X1$=STR$(X1)
2815 FOR IX=1 TO LEN (X1$)
2820 IF MID$(X1$,IX,1)<>"E" THEN GOTO 2840
2825 X3=IX
2830 X4=VAL(RIGHT$(X1$,LEN(X1$)-X3))
2835 X1$=LEFT$(X1$,X3-1):GOTO 2850
2840 NEXT IX
2845 X4=0
2850 X5=0
2855 FOR IX=1 TO LEN (X1$)
2860 IF MID$(X1$,IX,1)=". "THEN 2875
2865 NEXT IX
2870 X1$=X1$+"."
2875 X5=IX
2880 X6=LEN(X1$)-X5
2885 IF X4>0 THEN X1$=MID$(X1$,1,X5-1)+MID$(X1$,X5+1,X6)+MID$(ZE$,1,X4-X6)+"."+M
ID$(ZE$,1,X2):X5=X5+X4:GOTO 2935
2890 IF X4=0 THEN 2920
2895 X4= ABS (X4)
2900 X6=X5-1
2905 X1$="0."+MID$(ZE$,1,X4-X6)+MID$(X1$,1,X6)+MID$(X1$,X5+1,LEN(X1$)-X5)+MID$(Z
E$,1,X2)
2910 X5=2
2915 GOTO 2935
2920 IF X5=0 THEN X1$=X1$+"." :X5=LEN(X1$)
2925 IF X5=1 THEN X1$="0"+X1$:X5=2
2930 X1$=X1$+MID$(ZE$,1,X2)
2935 X1$=X2$+MID$(X1$,1,X5+X2)

```

```

2940 IF RIGHT$(X1$,1)=". " THEN X1$=LEFT$(X1$,LEN(X1$)-1):RETURN
2950 RETURN
10000 REM RUTINA DE GRAFICACION
10010 REM SU=VAL SUPERIOR PANTALLA
10020 REM IN=VAL INFERIOR PANTALLA
10030 REM IZ=VAL IZQUIERDO PANTALLA
10040 REM DE=VAL DERECHO PANTALLA
10050 REM GX=MAX VALOR DE X
10060 REM GY=MAX VALOR DE Y
10070 REM PX=MIN VALOR DE X
10080 REM PY=MIN VALOR DE Y
10090 REM N1=DIVS EJE Y
10100 REM N2=DIVS EJE X
10110 REM ND=NUM DEC ESCALA
10140 REM INICIA IMPRESION DE EJES COORDENADOS
10150 REM
10240 NV=5:REM PUNTOS VERTICALES
10250 XR=0:YR=0
10260 GOSUB 10750:GOSUB 10760:REM CALC XP,YP
10280 OX=XP
10310 OY=YP
10312 IF OX<IZ THEN OX=IZ
10314 IF OX>DE THEN OX=DE
10316 IF OY>(IN) THEN OY =IN
10318 IF OY<SU THEN OY=SU
10320 LINE (OX,SU)-(OX,IN),1:REM EJE Y
10325 IF PY<0 THEN SIG=-1
10326 IF PY>0 THEN SIG=1
10330 FOR YR=GY TO PY-SIG*.0001*PY STEP(PY-GY)/N1
10340 GOSUB 10760:REM CALC YP
10350 IF OX=IZ THEN PSET(OX+1,YP),1:GOTO 10395
10360 IF OX=DE THEN PSET(OX-1,YP),1:GOTO 10395
10390 LINE(OX-1,YP)-(OX+1,YP),1:REM RAYITA EJE Y
10395 X1=YR:X2=ND:GOSUB 2750
10396 NT=LEN(X1$)*4
10397 H=IZ-LEN(X1$)*4-3:V=YP:GOSUB 11000
10400 NEXT YR
10410 LINE(IZ,OY)-(DE,OY),1:REM EJE X
10413 LE=EL
10415 IF EL<>1 AND EL <>4 THEN 10498
10417 IF PRP=>PVP THEN 10498
10419 IF MAR =1 THEN 10431
10421 FOR JJ=1 TO NN:ENG(JJ)=1E+10:ENP(JJ)=1E+10:NEXT JJ
10422 FOR II=1 TO TD:FOR JJ=1 TO NN
10423 ON EL GOSUB 10450,10451,10452,10460
10425 IF YR<ENP(JJ) THEN ENP(JJ)=YR
10426 IF P(II,JJ)<ENG(JJ) THEN ENG(JJ)=P(II,JJ)
10427 NEXT JJ:NEXT II
10430 FOR JJ=1 TO NN:PVP(JJ)=ENP(JJ)-ENG(JJ)+PVP:NEXT JJ
10431 IF EW=2 THEN CM=CM+1
10432 IF EW=2 THEN PVP=PVP(CM)
10433 IF EW=2 AND MAR=1 THEN YP =VPV
10434 IF EW=2 AND MAR=1 THEN LINE(IZ,YP)-(DE,YP),0:LINE (DE+4,YP)-(DE+8,YP),0:LI
NE(DE+6,YP+3)-(DE+6,YP-3),0
10435 IF EW=2 THEN 10494
10440 EL=7:RE=1
10445 FOR JJ=1 TO NN:XR=JJ:GOSUB 200:NEXT JJ:WQ=0:EL=LE:GOTO 10496
10450 YR=H(II,JJ):RETURN

```

```

10460 YR=P(II, JJ):RETURN
10494 XR=1:YR=PVP:GOSUB 10760
10495 VPV=YR:LINE (IZ, YP)-(DE, YP), 1:REM EJE DE VAPORIZACION
10496 LINE (DE+4, YP)-(DE+8, YP), 1:LINE (DE+6, YP+3)-(DE+6, YP-3), 1
10497 PVP=PVZ
10498 IF MAR<>1 THEN 10500
10499 RETURN
10500 FOR XR=PX TO GX+.0001*GX STEP (GX-PX)/N2
10510 GOSUB 10750:REM CALC XP
10560 IF OY=SU THEN PSET(XP, OY+1), 1:GOTO 10569
10565 IF OY=(IN) THEN PSET(XP, OY-1), 1:GOTO 10569
10568 LINE(XP, OY-1)-(XP, OY+1), 1: REM RAYITA EJE X
10569 X1=XR:X2=ND:GOSUB 2750
10570 NT=LEN(X1#)*4
10571 H=XP:V=IN+3:GOSUB 11000
10572 NEXT XR
10660 RETURN
10750 XP=((XR-GX)/(PX-GX))*(IZ-DE)+DE:RETURN
10760 YP=((YR-GY)/(PY-GY))*(IN-SU)+SU:RETURN
10770 IF XP<IZ OR XP > DE OR YP <SU OR IN < YP THEN 10800
10775 WQ=WQ+1
10776 IF RE=1 THEN 10779
10777 IF SP=1 THEN 10900
10778 RETURN
10779 IF WQ>1 THEN 10786
10780 LINE(XP, OY)-(XP, YP)
10781 GOTO 10790
10786 LINE(XP, YP)-(QX, OY)
10790 QX=XP:QY=YP
10800 RETURN
10900 IF WQ>1 THEN 10940
10910 LINE(XP, OY)-(XP, YP), 0
10920 GOTO 10950
10940 LINE(XP, YP)-(QX, OY), 0
10950 QX=XP:QY=YP
10960 RETURN
11000 REM RUTINA IMPRESION DE NUMEROS Y LETREROS
11010 REM RUTINA IMPRESION DE UN NUMERO EN LA POSICION H,V
11020 REM X1$=VALOR
11030 REM X2=NUM. DE DECIMALES
11040 REM NT=NUM. DE DIGITOS MAX.
11050 REM H=POS. HORIZONTAL
11060 REM V= POS VERTICAL
11100 REM IMPRESION CON DRAW
11180 FOR IX=1 TO LEN(X1$)
11190 X$= MID$(X1$, IX, 1)
11200 IF X$="." THEN GOSUB 11360:GOTO 11230
11210 IF X$="-" THEN GOSUB 11370:GOTO 11230
11220 ON VAL(X$)+1 GOSUB 11260, 11270, 11280, 11290, 11300, 11310, 11320, 11330, 11340, 1
1350
11230 H=H+4:REM SIG. CARACTER
11240 NEXT IX
11250 RETURN
11260 LINE (H, V)-(H+2, V), 2:LINE -( H+2, V+4), 2:LINE -( H, V+4), 2:LINE -(H, V), 2: RE
TURN
11270 LINE (H+2, V)-(H+2, V+4), 2:RETURN
11280 LINE ( H, V)-(H+2, V), 2:LINE -( H+2, V+2), 2:LINE -(H, V+2), 2:LINE -(H, V+4), 2:L
INE -( H+2, V+4), 2:RETURN

```

```

11290 LINE ( H,V)-(H+2,V),2:LINE -( H+2,V+2),2:LINE -( H,V+2),2:LINE ( H+2,V+2)
-(H+2,V+4),2:LINE -(H,V+4),2:RETURN
11300 LINE ( H,V)-(H,V+2),2:LINE -( H+2,V+2),2:LINE ( H+2,V)-(H+2,V+4),2:RETURN
11310 LINE ( H+2,V)-(H,V),2:LINE -( H,V+2),2:LINE -( H+2,V+2),2:LINE-( H+2,V+4),
2:LINE -( H,V+4),2:RETURN
11320 LINE ( H+2,V)-(H,V),2:LINE -( H,V+4),2:LINE -(H+2,V+4),2:LINE -( H+2,V+2),
2:LINE -( H,V+2),2:RETURN
11330 LINE ( H,V)-(H+2,V),2:LINE -( H+2,V+4),2:RETURN
11340 LINE ( H,V)-(H+2,V),2:LINE -(H+2,V+4),2:LINE -( H,V+4),2:LINE -( H,V),2:P
SET ( H+1,V+2),2:RETURN
11350 LINE ( H,V+4)-(H+2,V+4),2:LINE -( H+2,V),2:LINE -(H,V),2:LINE -( H,V+2),2
:LINE -( H+2,V+2),2:RETURN
11360 PSET ( H+1,V+2),2:RETURN
11370 LINE ( H,V+2)-(H+2,V+2),2:RETURN
12000 REM"LECTURA DE ARCHIVOS"
12010 REM SE FIDE EL NOMBRE DEL ARCHIVO A GRAFICAR
12015 PRINT"INTRODUZCA EL NUMERO DE TRAMO A GRAFICAR =";INPUT UY:S$="C:TRAMO"+S
TR$(UY)
12016 PVP$="SI"
12020 OPEN"1",#1,S$
12040 INPUT #1,NN,TD,AX,XI,PVP:PRP=PVP:PVZ=PVP
12045 TU=TD+1:NU=NN+1:TD=TD+1
12050 DIM T(TU,NU),H(TU,NU),V(TU,NU),Q(TU,NU),P(TU,NU),ENG(NU),ENP(NU),PVP(NU)
12060 FOR I=1 TO TD:FOR J=1 TO NN:INPUT #1,T(I,J),H(I,J),V(I,J),Q(I,J),P(I,J):NE
XT J:NEXT I
12070 CLOSE #1
12100 RETURN
13000 PX=0:GX=NN:WD=0:CM=0:MAR=0:CLS
13005 IF DL=0 THEN 13010
13006 SCREEN 2:WIDTH 80
13007 INPUT "DESEA VER OTRAS GRAFICAS S/N?";T$:IF T$="S" THEN 13010
13008 PRINT"SE CONCLUYE PRESENTACION":PRINT"ADIOS":END
13010 PRINT "VARIABLE A GRAFICAR (INDIQUE POR SU NUMERO)?"
13020 PRINT "1.- ALTURA PIEZOMETRICA (M)":PRINT"2.-VELOCIDAD (M/S)":PRINT "3.-GA
STO (M^3/S)":PRINT "4.-CARGA DE PRESION (M)":INPUT "ELECCION=";EL
13025 IF EL =1 THEN EL$="CARGA PIEZOMETRICA (M)"
13026 IF EL=2 THEN EL$="VELOCIDAD (M/S)"
13027 IF EL=3 THEN EL$="GASTO (M^3/S)"
13028 IF EL=4 THEN EL$="CARGA DE PRESION (M)"
13030 PRINT"TIPO DE GRAFICA (INDIQUE POR SU NUMERO)?"
13035 PRINT"1.-TRAMO COMPLETO":PRINT"2.-PARA CADA UNA DE LAS "NN" SECCIONES DEL
CANAL":PRINT"3.-ENVOLVENTE DEL TRAMO":INPUT "ELECCION=";EW:RE=1:IF EW=3 THEN 130
37
13036 PRINT"PRESENTACION DE LAS GRAFICAS (INDIQUE POR NUMERO)?:PRINT"1.-SIMPLES
":PRINT"2.-SUPERPUESTAS":INPUT "ELECCION=";SP:RE=1
13037 CLS:IF EW<>2 THEN EW$="CONDUCCION SECCIONADA "
13038 IF EW=2 THEN EW$="TIEMPO (S) "
13039 YZ=-1:DL=1
13040 IF EW=2 THEN GX=AX*(TD-1)
13045 IF EW<>2 THEN PX=1
13046 IF PVP#<"SI" THEN 13050
13047 PVP$="NO SE TIENEN PRESIONES MENORES A LA DE VAPORIZACION": FOR I=1 TO TD:
FOR J=1 TO NN:IF P(I,J)<PRP THEN PRP=P(I,J)
13048 NEXT J:NEXT I:IF PRP<PVP THEN PVP$="SE PRESENTAN PRESIONES MENORES A LA DE
VAPORIZACION (+)"
13050 GY=1E-15:PY=1E+15
13060 FOR I=1 TO TD : FOR J=1 TO NN
13080 ON EL GOSUB 14000,14100,14200,14300

```

```
13090 NEXT J:NEXT I: GOTO 20
14000 IF H(I,J)> GY THEN GY= H(I,J)
14010 IF H(I,J)<PY THEN PY=H(I,J)
14020 RETURN
14100 IF V(I,J) >GY THEN GY=V(I,J)
14110 IF V(I,J)<PY THEN PY=V(I,J)
14120 RETURN
14200 IF Q(I,J) >GY THEN GY=Q(I,J)
14210 IF Q(I,J)<PY THEN PY=Q(I,J)
14220 RETURN
14300 IF P(I,J) >GY THEN GY=P(I,J)
14310 IF P(I,J)<PY THEN PY=P(I,J)
14320 RETURN
```