

29/194



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

" DISEÑO DE ELEMENTOS DE MADERA SUJETOS A FLEXION Y CARGA AXIAL".

Tesis Profesional

Que para obtener el Titulo de INGENIERO CIVIL presenta

RAMON MIGUEL RIBA RAMIREZ



LACITEMA

Jalapa, Ver.

1989

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**DISEÑO DE ELEMENTOS DE MADERA  
SUJETOS A FLEXIÓN Y CARGA AXIAL**

**1. INTRODUCCION Y OBJETIVOS**

**2. ESTABILIDAD DE COLUMNAS**

**2.1 Introducción**

**2.2 Modelos de resistencia de columnas**

**2.3 Combinación de momento y carga axial**

**3. TEORIAS PARA EXPLICAR EL COMPORTAMIENTO  
DE LA MADERA DURANTE LA FLEXOCOMPRESION**

**3.1 Introducción**

**3.2 Modelos de comportamiento mecánico**

**3.3 Efectos de tamaño y distribución del esfuerzo**

**3.4 Fórmulas para columnas de madera**

**4. TRATAMIENTO SEGUN DIFERENTES REGLAMENTACIONES**

**4.1 Introducción**

**4.2 National Forest Products Association, "National Design  
Specification for Wood Construction"**

- 4.3 Canadian Standards Association, "Engineering Design in Wood (Limit States Design)"
- 4.4 Ontario Ministry of Transportation and Communications, "Ontario Highway Bridge Design Code"
- 4.5 British Standards Institution, "Structural Use of Timber"
- 4.6 International Council for Building Research Studies and Documentation, "Structural Timber Design Code"
- 4.7 Junta del Acuerdo de Cartagena, "Manual de Diseño para Maderas del Grupo Andino"

5. NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS  
PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION  
DE ESTRUCTURAS DE MADERA

- 5.1 Descripción y alcance
- 5.2 Método de diseño
- 5.3 Diseño de columnas
- 5.4 Ejemplos de diseño

**6. COMPARACION ENTRE DISEÑOS BASADOS  
EN LOS DISTINTOS REGLAMENTOS**

- 6.1 Introducción**
- 6.2 Análisis de resultados**
- 6.3 Conclusiones**
- 6.4 Propuesta de disposiciones**

**FIGURAS**

**BIBLIOGRAFIA**

**APENDICE: Ejemplos de diseño**

## 1. INTRODUCCION Y OBJETIVOS

La madera es uno de los materiales privilegiados por la naturaleza por sus propiedades, abundancia y distribución. Sus propiedades le permiten, bajo condiciones adecuadas, competir favorablemente con otros materiales de construcción en estructuras bajas y ligeras; tiene una relación de resistencia a peso extraordinariamente alta y sus propiedades de capacidad de absorción de energía le permiten un buen comportamiento ante cargas dinámicas como sismos e impacto. Es fácilmente trabajable cuando se utiliza en estructuras autoconstruidas, en las que generalmente no se cuenta con mano de obra calificada, y se adapta bien al uso en sistemas constructivos prefabricados. Su ligereza permite economía en su transporte y la hace adecuada para la edificación de viviendas y otras edificaciones, en las que no requiere cimentaciones voluminosas.

En el cuadro 1.1 se indican los valores de resistencia específica de algunos materiales de construcción. La resistencia específica de un material se define como la carga que puede soportar un volumen unitario ante un conjunto dado de solicitaciones (Bodig y Jayne 1982). El concreto es notablemente ineficiente ante las solicitaciones enumeradas en el cuadro citado; su preferencia en la construcción se debe a su moldeabilidad, bajo costo respecto al acero y su resistencia al fuego. La madera logra su mejor desempeño en flexión y tensión, en tanto que los metales son particularmente eficientes en corte y compresión siempre y cuando no se involucre el pandeo.

Además, según Ericsson (1974) la producción de madera consume para su conversión de materia prima a material de construcción 200 veces menos

CUADRO 1.1 CAPACIDADES DE CARGA ESPECIFICAS PARA ALGUNOS MATERIALES\*

MATERIAL	D (1)	E (2)	E/D <sup>3</sup> (3)	MOR (4)	MOR/D <sup>2</sup> (5)	T <sub>u</sub> (6)	T <sub>u</sub> /D (7)	C <sub>u</sub> (8)	C <sub>u</sub> /D (9)	V (10)	V/D (11)
Acero dulce	7.80	2.1	4.42	4650	76.4	4650	596.2	4650	596.2	2320	297.4
Duraluminio	2.80	0.703	32.00	3860	492.3	3860	1378.0	3860	1378.0	1900	678.6
Concreto	2.30	0.175	14.38	50	9.5	28	12.2	20	193.1	28	12.2
Asbesto- cemento	1.60	0.126	30.76	170	66.4	135	84.4	350	218.8	110	68.8
Abeto Dou- glas	0.48	0.137	1258.00	860	3733.0	860	1792.0	520	1083.0	82	170.8
Balsa	0.13	0.042	19 210.00	112	6627.0	---	---	112	861.5	---	---

- (1) Densidad (g/cm<sup>3</sup>)  
 (2) Módulo de elasticidad (kg/cm<sup>2</sup>)  
 (3) Rigidez específica (x 10<sup>3</sup>)  
 (4) Módulo de ruptura (kg/cm<sup>2</sup>)  
 (5) Resistencia específica a la flexión  
 (6) Resistencia a la tensión (kg/cm<sup>2</sup>)  
 (7) Resistencia específica a la tensión (kg/cm<sup>2</sup>)  
 (8) Resistencia a la compresión (kg/cm<sup>2</sup>)  
 (9) Resistencia específica a la compresión  
 (10) Resistencia al corte (kg/cm<sup>2</sup>)  
 (11) Resistencia específica al corte

\* Bodig y Jayne (1982). Mechanics of wood and wood composites. Van Nostrand

CUADRO 1.1 CAPACIDADES DE CARGA ESPECIFICAS PARA ALGUNOS MATERIALES\*

MATERIAL	D (1)	E (2)	E/D <sup>3</sup> (3)	MOR (4)	MOR/D <sup>2</sup> (5)	T <sub>u</sub> (6)	T <sub>u</sub> /D (7)	C <sub>u</sub> (8)	C <sub>u</sub> /D (9)	V (10)	V/D (11)
Acero dulce	7.80	2.1	4.42	4650	76.4	4650	596.2	4650	596.2	2320	297.4
Duraluminio	2.80	0.703	32.00	3860	492.3	3860	1378.0	3860	1378.0	1900	678.6
Concreto	2.30	0.175	14.38	50	9.5	28	12.2	20	193.1	28	12.2
Asbesto- cemento	1.60	0.126	30.76	170	66.4	135	84.4	350	218.8	110	68.8
Acero Dou- glas	0.48	0.137	1238.00	860	3733.0	860	1792.0	520	1083.0	82	170.8
Balsa	0.13	0.042	19 210.00	112	6627.0	---	---	112	861.5	---	---

(1) Densidad (g/cm<sup>3</sup>)

(2) Modulo de elasticidad (kg/cm<sup>2</sup>)

(3) Rigidez especifica (x 10<sup>3</sup>)

(4) Modulo de ruptura (kg/cm<sup>2</sup>)

(5) Resistencia especifica a la flexion

(6) Resistencia a la tension (kg/cm<sup>2</sup>)

(7) Resistencia especifica a la tension (kg/cm<sup>2</sup>)

(8) Resistencia a la compresion (kg/cm<sup>2</sup>)

(9) Resistencia especifica a la compresion

(10) Resistencia al corte (kg/cm<sup>2</sup>)

(11) Resistencia especifica al corte

\* Bodig y Jayne (1982). Mechanics of wood and wood composites. Van Nostrand



energía que la del tabique, 30 veces menos que la del concreto y 1200 veces menos que la del acero, por tonelada.

Sin embargo, la madera presenta al diseñador y al constructor una variedad de problemas técnicos. Debe a su origen natural una gran variabilidad en sus propiedades fisicomecánicas. Esta variabilidad puede ser consecuencia de las condiciones de crecimiento, la variación entre especies o el desarrollo de defectos durante su procesamiento. Además, la madera es un material anisótropo, no homogéneo y de comportamiento no completamente elástico lineal. Sus propiedades se ven alteradas también por la variación de su contenido de humedad y su densidad, entre otros factores, como las condiciones de servicio a que esté sometida y la duración de la carga. El fuego es aún el principal peligro en estructuras de madera, aunque se ha demostrado que secciones resistentes de madera no pierden su resistencia aún después de que elementos similares de acero han fallado bajo altas temperaturas. A pesar de todo, constituye una alternativa para numerosos problemas constructivos y de diseño, si se conocen sus propiedades, la forma de optimizarlas y los medios para prolongar su vida útil.

En la actualidad son muchos los países que emplean madera para fines constructivos en gran escala. En el continente americano, sin embargo, solamente los países anglosajones poseen una tradición constructiva con madera. Los países latinoamericanos, salvo algunas excepciones, no la emplean sino en antiguos diseños tradicionales y con técnicas de construcción rudimentarias, o como material para obras falsas y cimbras,

lo que propicia su rechazo como material de construcción tanto en sistemas tecnificados para producción de estructuras especiales como en programas de autoconstrucción de vivienda para habitantes de escasos recursos. Recientemente se han hecho esfuerzos notables en algunos países para conocer las propiedades de las maderas locales y producir tecnología adecuada para su uso. Los países miembros del Acuerdo de Cartagena han elaborado Normas de construcción con madera y un manual y ayudas de diseño diversas. Otros, como Chile y Brasil poseen ya conocimiento e infraestructura para la utilización y exportación de grandes volúmenes de coníferas y latifoliadas, respectivamente.

En México el valor de la madera extraída alcanzó los 9100 millones de pesos en 1984 (CNIDS, 1985). Pese a esto aún no se utiliza la madera como material de construcción de manera extensa y regular. No se confía en ella debido al poco conocimiento que se tiene acerca de sus propiedades y comportamiento ante el fuego, el biodeterioro y el desgaste provocado por el uso. Por otra parte uno de los problemas con que se topaba el diseñador que quería emplear madera en su obra era la escasez de información acerca de esfuerzos de diseño, comportamiento mecánico o problemas de diseño o constructivos comunes. A la fecha, sin embargo, se ha generado una considerable cantidad de información de interés tanto para el constructor como para el usuario. Actualmente se cuenta con una nueva versión de las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera (DDF 1988), formulada en el formato de diseño por estados límite y actualizada según el estado del conocimiento en el mundo. Además, existen ya las Normas Oficiales "Calificación y

Clasificación de Madera de Pino en Usos Estructurales" (NOM 1985) y "Dimensiones de la Madera Aserrada para su Uso en la Construcción" (NOM 1983), así como un proyecto de Norma para calificación, clasificación y comportamiento para tableros a base de madera para uso estructural (Dávalos et al. 1988). Estas Normas y otras publicaciones complementarias son el resultado del trabajo desarrollado durante los últimos diez años en el Laboratorio de Ciencia y Tecnología de la Madera (LACITEMA) y otras instituciones como la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco (UAM-A), la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY), la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) de Morelia, el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales (INIF) en México, D.F. y el Instituto de Madera, Celulosa y Papel (IMCP) de Guadalajara. Su aplicación, aunque paulatina, permitirá un uso más racional y efectivo de la madera en aplicaciones estructurales. Sería conveniente para ello establecer mecanismos ágiles para la transferencia de tecnología y la retroalimentación entre las instituciones generadoras y el público potencialmente usuario, por medio de las instituciones de enseñanza superior y las asociaciones de profesionales, entre otras. La comunicación que resulte será muy útil para el mejoramiento y actualización de éstas y otras publicaciones.

Este trabajo tiene tres objetivos principales. En primer lugar se hará un breve resumen de los modelos matemáticos empleados para describir la flexocompresión en columnas ideales, así como del estado del conocimiento en el tratamiento de la flexocompresión en columnas de

madera. Posteriormente se revisarán las disposiciones de algunas reglamentaciones de Canadá, E.U.A., Europa y Sudamérica referentes al diseño de miembros bajo flexión y carga axial combinadas.

El objetivo final del trabajo será el análisis de la parte de las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera en su versión actual, sobre flexión y carga axial combinadas y la ilustración de su uso para el diseño mediante varios ejemplos.

En este estudio se tratarán solamente columnas macizas de sección rectangular en madera de coníferas, debido a que son las que aparecen con más frecuencia en la construcción con madera en las condiciones particulares de México.

## 2. ESTABILIDAD DE COLUMNAS

### 2.1 Introducción

La estabilidad por pandeo de un elemento estructural depende tanto de su geometría como de la rigidez del material con que está hecho. Para columnas de material elástico lineal se sabe que su capacidad de carga es directamente proporcional a su rigidez a la flexión e inversamente proporcional al cuadrado de su longitud. Para materiales cuyas relaciones esfuerzo-deformación se aparten del comportamiento lineal, el tratamiento analítico se hace mucho más complejo y casi siempre es necesario recurrir a métodos numéricos para su solución. Hasta ahora la solución analítica exacta sólo es posible para unos cuantos casos sencillos.

Excepto los elementos sometidos a tensión pura, todas las estructuras y sus elementos estarán sujetos a inestabilidad por pandeo bajo ciertas condiciones de carga. El pandeo es la condición en la cual ocurre un cambio en la configuración del elemento que provoca un aumento progresivo en sus deflexiones, fuerzas y momentos internos del elemento hasta que ocurre la falla. En general es difícil el análisis del pandeo. Para simplificarlo se recurre a las siguientes hipótesis:

- i) El comportamiento del material es perfectamente elástico lineal.
- ii) Se presentan pequeñas deformaciones durante el pandeo.
- iii) La carga es estática y se encuentra perfectamente alineada con el eje inicial del miembro.
- iv) El eje es inicialmente recto.

- v) El miembro está aislado de otros elementos estructurales.
- vi) No existe combinación de modos de pandeo (flexotorsión, por ejemplo).
- vii) El material es completamente homogéneo.

Sólo algunos materiales cuyas características se controlan durante su fabricación, como el acero y otros metales, se aproximan a la suposición de homogeneidad, lo que no sucede con la madera y el concreto armado, por ejemplo.

Para columnas de material elástico no lineal y materiales elastoplásticos en que el pandeo ocurre más allá del límite elástico existen soluciones convencionales (Bleich 1952; Mc Guire, 1968; Chen y Atsuta, 1976a, b) y soluciones mediante el uso del método del elemento finito (Bleau 1984), aunque aún no se puede hablar de una teoría unificada que explique el comportamiento de elementos estructurales durante el pandeo inelástico.

## 2.2 Modelos matemáticos de elementos en compresión axial

La falla en columnas cortas o robustas ocurre por aplastamiento, de manera que su capacidad de carga está en función de la resistencia del material. En columnas largas o esbeltas, en cambio, la falla es por inestabilidad. Sin embargo, conforme aumenta la esbeltez de una columna corta, ocurre una transición hacia una falla de tipo mixto entre aplastamiento y estabilidad. A las columnas de este último tipo se les denomina intermedias. La resistencia de columnas largas se predice con

precisión con la fórmula de Euler, pero el cálculo de la resistencia de columnas intermedias siempre ha sido tema de mucha discusión para todos los materiales. Las primeras fórmulas para columnas fueron expresiones empíricas válidas solo en el intervalo donde se "ajustaban" a los resultados de pruebas. Posteriormente se desarrollaron fórmulas como la fórmula de la secante y la fórmula de Rankine, o de Rankine-Gordon, que enlazaron con éxito relativo las dos ramas de la curva de capacidad de carga-relación de esbeltez. Más adelante otras fórmulas incluyeron el efecto de cargas excéntricas y desviaciones del eje recto, como la fórmula de Perry-Robertson (Mattem 1986). A continuación se hace un breve resumen de los modelos más importantes desarrollados.

#### Modelo de Euler

La fórmula original de Euler se utiliza casi universalmente, a pesar de que sólo es aplicable a elementos de material elástico lineal y homogéneo, en los que la carga permanece estática, concéntrica y alineada paralelamente al eje original del miembro (fórmula 2.1.a). Describe bien los resultados de pruebas en columnas esbeltas pero pierde precisión y sobrestima la capacidad del elemento cuando los esfuerzos en el material exceden el límite de proporcionalidad.

$$f_u = (\pi^2 E) / (kL/r)^2 \quad (2.1.a)$$

donde:  $f_u$  = esfuerzo máximo teórico que la columna puede soportar

- E = módulo de elasticidad del material
- L = longitud del elemento
- k = factor de longitud efectiva que depende de las condiciones de fijación de la columna
- r = radio de giro de la sección

El producto de este esfuerzo máximo por el área de la sección transversal del elemento proporciona el valor de la carga axial con la cual ocurrirá el pandeo (fórmula 2.1.b).

$$P_c = (\pi^2 EI) / (kL)^2 \quad (2.1.b)$$

#### Fórmula parabólica

Johnson (1873) propuso la siguiente fórmula, válida tanto para columnas cortas como esbeltas e intermedias. Evidentemente es demasiado conservadora para columnas esbeltas, al igual que la fórmula rectilínea, por lo que en su tiempo se prefería utilizar la fórmula de Euler en este caso.

$$f_u = f - q(\frac{L}{r})^2 \quad (2.2)$$

- donde f = esfuerzo limitante en compresión
- q = coeficiente que depende de las condiciones de fijación en los extremos del elemento



El esfuerzo limitante puede tomarse como la resistencia al aplastamiento del material, como el esfuerzo admisible en compresión u otro valor que se juzgue conveniente.

#### Fórmula rectilínea

Propuesta por Johnson (1886) era válida únicamente en el intervalo  $30 < \ell/r < 120$ . La fórmula es

$$f_u = f - \beta(\ell/r) \quad (2.3)$$

donde  $f$  = esfuerzo limitante en compresión

$\beta$  = coeficiente que dependía de la geometría del elemento

$\ell/r$  = relación de esbeltez

$$\ell = kL$$

Trautwine (1913) ha recopilado una lista interesante, desde el punto de vista histórico, de diversos valores de  $k$ ,  $\beta$ ,  $q$  y otros parámetros relacionados con estas fórmulas (fig. 2.1).

#### Modelo de Euler-Engesser

La introducción del módulo de elasticidad tangente propuesta por Engesser en 1889 permitió extender el uso de la fórmula de Euler a materiales elásticos no lineales y tratar esfuerzos en el intervalo inelástico con más precisión (fórmula 2.4). El módulo de elasticidad tangente se define como la pendiente de la curva esfuerzo-deformación en un punto determinado. En el intervalo elástico lineal es constante y se le conoce simplemente como módulo de Young. La desventaja de este modelo

es que requiere conocer en detalle la forma de la curva esfuerzo-deformación para calcular el módulo de elasticidad en un punto cualquiera de ella. Además, no toma en cuenta la posibilidad de que existan defectos internos del material y otras irregularidades que ocasionan dispersión de los resultados de pruebas respecto a la teoría. Actualmente se ha ensayado un gran número de piezas de diversos materiales que confirman este modelo con una amplia confiabilidad (fig. 2.2).

$$f_u = (\pi^2 E_t) / (kL/r)^2 \quad (2.4)$$

donde  $E_t$  = módulo de elasticidad tangente

#### Fórmula de la secante

Su deducción está muy relacionada con el modelo de Euler, pues parte de la configuración deformada del elemento. Sin embargo, merece ser considerada como una fórmula empírica, debido a las suposiciones sobre las cuales está basada (Buchanan 1984). Se ha usado para calcular el esfuerzo máximo de compresión en columnas cargadas excéntricamente y en rigor sólo es apropiada para materiales elásticos lineales, aunque se ha utilizado para enlazar la curva de Euler para materiales elásticos con los valores de resistencia de columnas cortas (fórmula 2.5.a). Esta misma fórmula puede modificarse para calcular el esfuerzo máximo en columnas con desviaciones iniciales del eje recto (fig. 2.3), suponiendo una configuración sinusoidal de amplitud máxima  $a$  (fórmula 2.5.b). Su principal ventaja es que requiere una sola expresión sencilla para todo

el intervalo de esbelteces, además de prescribir una excentricidad inicial mínima.

$$f_u = (P/A)[1 + (ec/r^2) \cdot \sec(\sqrt{2r P/AE})] \quad (2.5.a)$$

$$f_u = (P/A)[1 + (ec/r^2) \cdot (1/(1 - P/P_c))] \quad (2.5.b)$$

- donde
- P = carga axial sobre el elemento
  - A = Área de la sección transversal
  - e = excentricidad de la carga axial
  - c = distancia del centroide de la sección a la fibra más alejada
  - a = desviación inicial del eje recto
  - P<sub>c</sub> = carga crítica de Euler (fórmula 2.1.b)

#### Modelo de Rankine-Gordon

Esta fórmula fue propuesta por Rankine en 1878 y mejorada posteriormente por Gordon (Timoshenko 1953) suponiendo una configuración deformada del elemento y la proporcionalidad entre las flechas por flexión y la cantidad  $L^2/c$ , donde L es la longitud del elemento y c es la distancia máxima del centroide de la sección a la fibra más alejada en compresión (Trautwine 1913). Es aplicable sólo a columnas cargadas concéntricamente y su criterio de falla es por esfuerzo limitante en compresión. La fórmula es

$$f_u = f / (1 + m(L/r)^2) \quad (2.6)$$

donde  $f$  = esfuerzo limitante en compresión  
 $m$  = factor que depende de las características  
del material y de la geometría del elemento

Se ha recomendado el uso de esta fórmula con los valores  $f = 18,000$  psi y  $m = 1/18,000$  para el intervalo  $120 < L/r < 200$  (AISC 1949). Tetraajer (1903) demostró que el uso del factor  $m$  constante no predecía resultados apegados a la realidad, ya que en realidad este factor disminuye conforme crece  $L/r$ , aunque por lo general se desprecia la diferencia.

#### Modelo de Perry-Robertson

Ayrton y Perry (1898) demostraron que podía aproximarse el efecto de una carga excéntrica en un miembro recto mediante la suposición de una curvatura inicial. Robertson, en 1925, la empleó para explicar los resultados de pruebas en varios materiales (Buchanan 1984). La limitación principal de esta fórmula es la suposición de comportamiento elástico lineal a la falla. Presenta la ventaja de considerar por separado los efectos causados por deflexión inicial, excentricidad de la carga y cargas transversales, respectivamente. El criterio de falla en este modelo, representado mediante la fórmula 2.7, es un esfuerzo limitante en compresión.

$$f_u = [f_c + (n+1)f_e]/2 - \sqrt{[f_c + (n+1)f_e]^2/2 - f \cdot f_e} \quad (2.7)$$

donde  $n = ca/r^2$

$f_e$  = esfuerzo crítico de Euler (fórmula 2.1.a)

$c$  = distancia del centroide de la sección a la fibra más alejada

los demás términos son los definidos previamente.

### 2.3 Combinación de momento y carga axial

En general es prácticamente imposible cargar un miembro concéntricamente. Análogamente la fabricación de miembros estructurales está sujeta a imperfecciones que originan desviaciones del eje recto, variación de propiedades mecánicas a lo largo de su fuste, etc. Todo esto produce la aparición de momentos que reducen la capacidad de carga teórica de la columna. Además, casi todos los miembros en compresión se ven influidos por la concurrencia de otros elementos, como las vigas, que provocan momentos en uno u otro sentido.

Los esfuerzos en una sección transversal de una columna esbelta no se pueden calcular mediante la superposición de los esfuerzos de compresión directa y los de compresión por flexión, pues el momento flexionante asociado a la excentricidad o a la deflexión inicial se amplifica en proporción no lineal conforme la carga se aproxima a la crítica de Euler. Timoshenko (1945) demostró que esta amplificación se puede expresar con suficiente aproximación mediante la expresión.

$$d = 1/(1 - P/P_E) \quad (2.8)$$

donde  $d$  = factor de amplificación de momento por esbeltez  
 $P$  = carga axial sobre el elemento  
 $P_E$  = carga crítica de pandeo de Euler (fórmula 2.1.b)

Esta expresión subestima la amplificación real de momentos si en la sección ocurre plastificación, de modo que en rigor sólo es adecuada para materiales elásticos lineales.

Mc Guire (1968) sugiere para el caso de momentos iguales en los extremos la expresión más precisa

$$d = (1 + \psi P/P_E)/(1 - P/P_E) \quad (2.9)$$

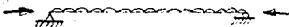
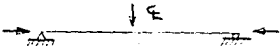
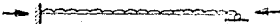
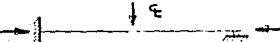
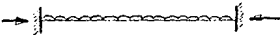
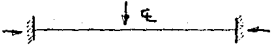
donde  $\psi = (P_E \cdot y_f/M_f) - 1$   
 $y_f$  = deflexión máxima por flexión únicamente  
 $M_f$  = momento flexionante máximo

si se hace  $C_m = 1 + \psi P/P_E$  la expresión 2.9 queda

$$d = C_m/(1 - P/P_E) \quad (2.10)$$

El cuadro 2.1 resume algunos valores de  $\psi$  y  $C_m$

CUADRO 2.1 VALORES DE  $\psi$  Y  $C_m$  PARA ALGUNAS CONDICIONES DE CARGA EN VIGAS COLUMNA (Mc GUIRE 1968).

Condición de carga	$\psi$	$C_m$
	0.0	1.0
	-0.2	$1 - 0.2 P/P_E$
	-0.3	$1 - 0.3 P/P_E$
	-0.4	$1 - 0.4 P/P_E$
	-0.4	$1 - 0.4 P/P_E$
	-0.6	$1 - 0.6 P/P_E$

Para tener en cuenta el efecto de momentos diferentes  $M_1$  y  $M_2$  en los extremos puede calcularse un "momento equivalente" (Masonnett 1947)

$$M_{eq} = C_m \cdot M_2 \quad (2.11)$$

donde  $C_m = \sqrt{a + b(M_1/M_2) + c(M_1/M_2)^2}$  (2.12)

$M_1, M_2$  = momentos menor y mayor en los extremos  
respectivamente

a, b, c = constantes que dependen del valor relativo  
de las cargas críticas de los modos sucesivos de pandeo

Salvatori (1966) propone la expresión

$$C_m = 1/[a - b(M_1/M_2) + c(M_1/M_2)^2] \quad (2.13)$$

$$C_m \geq 0.435$$

En el cuadro 2.2 se comparan los valores de a, b y c según varias referencias

CUADRO 2.2 VALORES PARA LOS COEFICIENTES DE  $C_m$

referencia	a	b	c
Masonhett (1947)	0.27	0.46	0.27
AISC (1969)	0.30	0.40	0.30
Salvatori (1966)	1.75	-1.05	0.30

Mc Guire (1968) sugiere la expresión lineal simplificada



$$C_m = 0.60 + 0.40(M_1/M_2) \geq 0.40 \quad (2.14)$$

que ha sido adoptada por numerosos reglamentos en el continente americano (AISC 1969, ACI 1971, CSA 1980, DDFb, DDFc, DDFd). En la figura 2.4 se comparan las curvas obtenidas con los valores de a, b y c del cuadro 2.2 y la fórmula simplificada. Puede verse que para todos los casos esta última es conservadora y permite un cálculo sencillo del momento equivalente.

En miembros a compresión la interacción entre momento y carga axial se toma en cuenta a través de la ecuación lineal general

$$(P_u/P_r) + (M_{ux}/M_{rx}) + (M_{uy}/M_{ry}) \leq 1 \quad (2.15)$$

donde  $P_u$ ,  $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$  son la sollicitación de carga axial concéntrica para miembros cortos ( $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$  son los momentos actuantes amplificados en las direcciones x e y, respectivamente)  $P_r$ ,  $M_{rx}$ ,  $M_{ry}$  son las resistencias a carga axial y momentos en dirección x e y respectivamente. La ecuación (2.15) es muy conservadora por lo general, ya que no permite al elemento entrar en el intervalo inelástico. Se ha intentado aproximar la forma de la superficie de interacción real para carga axial constante mediante expresiones de la forma

$$(M_{xu}/M_{rx})^m + (M_{yu}/M_{ry})^n \leq 1 \quad (2.16)$$

donde m, n son coeficientes que dependen de las variables intrínsecas del material y de un gran número de variables externas (Bresler 1960).

Sin embargo aún no se cuenta con suficientes estudios experimentales y analíticos como para incorporarlas a los reglamentos de diseño.

Sin embargo aún no se cuenta con suficientes estudios experimentales y analíticos como para incorporarlas a los reglamentos de diseño.

### 3) TEORIAS PARA EXPLICAR EL COMPORTAMIENTO DE LA MADERA EN FLEXOCOMPRESION

#### 3.1) Introducción

El comportamiento mecánico real de la madera en tensión y compresión es muy diferente del supuesto en los reglamentos de construcción y manuales de diseño. Estos están basados por lo general en hipótesis de comportamiento elástico lineal y en los resultados de pruebas con madera libre de defectos, en condiciones muy distintas de las halladas en la madera de tamaño estructural. En ésta la resistencia tiende a disminuir conforme la longitud, el  $\beta$ raite o la anchura aumentan, y es afectada seriamente por la presencia de defectos como nudos, grietas, madera de reacción y otros. El contenido de humedad y la duración de la carga afectan también la resistencia de la madera de tamaño estructural, pero en la mayoría de los reglamentos se toma en cuenta su efecto de manera muy rudimentaria, debido a la escasez de información disponible.

Hasta hace poco se tomaba la resistencia de diseño a la flexión como equivalente a la resistencia a la tensión obtenida de los resultados de pruebas con pequeñas probetas libres de defectos, suponiendo que se trataba de una interpretación conservadora de los resultados de pruebas. Actualmente se admite que la resistencia de la madera a la tensión tiende a disminuir conforme crecen las dimensiones de la sección transversal o la longitud de la pieza. Las resistencias obtenidas de pruebas en elementos de tamaño estructural suelen diferir mucho de las anteriores.

Sólo recientemente se han hecho intentos para la clasificación de madera de tamaño comercial para fines estructurales en Canadá y otros países (Madsen et al., 1976, 1978a,b,c,d). En México se llevó a cabo un extenso programa de pruebas en elementos de tamaño estructural con madera de pinos de varias dimensiones (Echenique-Manrique et al. 1980, 1981, 1982, 1984, 1986), cuyos resultados permitieron establecer los esfuerzos de diseño en las Normas Técnicas Complementarias para estructuras de madera (DDF 1988b) y reglas de clasificación y calificación adecuadas (Ordóñez y Dávalos 1985, NDM 1985).

### 3.2 Modelos de comportamiento mecánico en flexión y compresión

En la madera ocurren numerosos fenómenos asociados a su comportamiento mecánico, como la relación esfuerzo-deformación parcialmente lineal en compresión y la ductilidad de su falla, el carácter no completamente frágil de la falla a tensión y la influencia de la distribución del esfuerzo y el tamaño de las piezas sobre la resistencia, entre los más importantes.

Desde el siglo XVIII a la fecha, el diseño de vigas y columnas de madera se ha hecho suponiendo un comportamiento elástico lineal a la falla y tomando el eje neutro al centro de la sección, lo que está lejos de corresponder a la realidad.

El diagrama de esfuerzos típico en una sección de una viga de madera libre de defectos sometida a una carga progresiva tiene la forma dibujada en la figura 3.1. En una primera fase los esfuerzos siguen una trayectoria lineal tanto en tensión como en compresión y el eje neutro

está al centro de la sección (fig. 3.1.a). A medida que aumentan los esfuerzos y la madera en compresión comienza a fluir el eje neutro se desplaza hacia la cara en tensión y aumenta el esfuerzo en ésta, como se observa en la figura 3.1.b, aunque todavía hay zonas en compresión que no han alcanzado la fluencia. Cuando la deformación en la zona de compresión ha alcanzado valores altos (fig. 3.1.c) comienza a decrecer el esfuerzo en compresión progresivamente hacia el centro de la sección y la viga falla por tensión súbitamente.

En la figura 3.2 se compara el diagrama de esfuerzo-deformación real típico de una pieza de madera sometida a compresión (fig. 3.2.a) con varios modelos propuestos para su estudio. El primero de ellos fue propuesto por Neely (1898) y muestra una distribución bilineal de esfuerzos y deformaciones, suponiendo un comportamiento perfectamente elastoplástico (fig. 3.2.b).

Moe (1961) propuso la curva simplificada de la figura 3.2.c, como una aproximación al comportamiento observado en vigas de madera laminada.

Bazan (1980) propuso una curva bilineal (fig. 3.2.d), en la cual supone que la pendiente de la rama descendiente puede tomarse como el valor que produce el máximo momento flexionante para cualquier profundidad del eje neutro en la sección. Este parámetro, sin embargo, influye marcadamente en la predicción de la resistencia a la flexión.

Ylinen (1956) propuso la ecuación 3.1 que describe la curva esfuerzo-deformación con una aproximación muy buena. La curva resultante (fig. 3.2.e) tiene como tangente al módulo de Young en el origen y es tangente a la línea de esfuerzo máximo en compresión bajo grandes

deformaciones.

$$e = (1/E) \{ cf - (1-c)f_c \cdot \ln(1-f/f_c) \} \quad (3.1)$$

donde  $e$  = deformación

$f$  = esfuerzo

$f_c$  = máximo esfuerzo en compresión

$E$  = módulo de elasticidad

$c$  = parámetro que determina la forma de la curva.

O'Halloran (1973) ha propuesto la expresión más sencilla

$$f = E \cdot e - A \cdot e^n \quad (3.2)$$

$$n = r/(r - 1)$$

$$A = E/n(r \cdot f_c/E)^{n-1}$$

donde  $f_c$  = esfuerzo máximo

$A, n$  = constantes determinadas mediante el  
ajuste de la ecuación a un conjunto dado  
de datos experimentales.

$r$  = razón de deformación al esfuerzo pico a deformación  
equivalente en condiciones elásticas

La expresión de D'Halloran no predice correctamente la forma de la curva bajo grandes deformaciones plásticas (fig. 3.2.f). El comportamiento de la madera en este intervalo es determinante para poder predecir su resistencia a la flexión con precisión.

Glos (1978) propuso la siguiente expresión para la relación esfuerzo-deformación en compresión

$$f = \frac{e/e_1 + G_1(e/e_1)^7}{G_2 + G_3(e/e_1) + G_4(e/e_1)^7} \quad (3.3)$$

$$G_1 = f_s/6E(1 - f_s/f_c)$$

$$G_2 = 1/E$$

$$G_3 = 1/f_c - 7/(6E)$$

$$G_4 = G_1/f_s$$

donde  $f$  = esfuerzo  
 $e$  = deformación  
 $E$  = módulo de elasticidad  
 $f_c$  = esfuerzo máximo en compresión  
 $f_s$  = esfuerzo asintótico en compresión para  $e$  grande  
 $e_1$  = deformación al esfuerzo máximo

Los parámetros mencionados se obtienen mediante ecuaciones de correlación entre propiedades de la madera fácilmente medibles como



densidad, contenido de humedad, razón de nudos a madera sana y porcentaje de madera de compresión (fig. 3.2.g).

### 3.3 Fórmulas para columnas de madera

#### Fórmula de Newlin y Trayer

En el continente americano Newlin y Trayer (1925) propusieron la curva de la figura 3.3. En ella se observa el comportamiento de las columnas largas tal como lo predice la fórmula de Euler para materiales elásticos lineales. Para columnas cortas, la falla ocurre por aplastamiento de la madera. Para columnas de longitud intermedia propusieron originalmente una curva de octavo grado, que describía el comportamiento de un grupo grande de columnas de Picea sitchensis. Actualmente se emplea por lo general una fórmula de cuarto grado que enlaza las dos ramas de la curva y que describe también el comportamiento de la madera de otras especies (fórmulas 3.4.a, b y c).

$$f_u = f_c; \quad \ell/d \leq 10 \quad (3.4.a)$$

$$f_u = f_c [1 - (1/3) ((\ell/d)/K)^4]; \quad 10 < \ell/d < K \quad (3.4.b)$$

$$f_u = n \cdot E / (\ell/d)^2; \quad \ell/d > K \quad (3.4.c)$$

$$K = n \cdot E / f_c \quad (3.4.d)$$

donde:  $f_u$  = carga máxima teórica que la columna puede soportar  
 $f_c$  = esfuerzo de aplastamiento de la madera  
 $K$  = parámetro que compara la rigidez del material con su resistencia  
 $m, n$  = parámetros de ajuste de la curva a grupos de datos experimentales

#### Fórmula de Perry-Robertson para madera

En este modelo están basados el reglamento británico (BSI 1983) y el de la comunidad económica europea para madera (Crubilé et al. 1985), el reglamento modelo para países europeos (CIB 1983) y el reglamento danés (DIF 1983). La deducción de la fórmula 2.7 parte de considerar por separado las flechas  $y_0, y_1, y_2$  causadas por deflexión inicial, excentricidad de la carga axial y carga transversal respectivamente. Para miembros con carga transversal, los esfuerzos combinados de compresión y flexión deben satisfacer la expresión

$$l = f/f_c + (nf+f_B)/f_f(1-f_B/f_B) \quad (3.5.a)$$

donde:  $f$  =  $P/A$ , esfuerzo nominal en compresión  
 $f_c$  = resistencia de la madera a la compresión  
 $n$  =  $ca/r^2$  factor que toma en cuenta desviaciones del eje recto  
 $f_B$  = esfuerzo nominal en flexión

$f_f$  = resistencia de la madera a la flexión

$f_e$  = esfuerzo crítico de Euler

para miembros sin carga transversal  $f_a = 0$ , por lo que

$$1 = f/f_c + nf/f_f(1-f/f_e) \quad (3.5.b)$$

Si se igualan 3.5.a y 3.5.b para eliminar n, se obtiene una expresión que representa la interacción entre flexión y carga axial

$$1 = f_a/[f_f(1-(f_p/f_c)(f/f_e))] + f/f_p \quad (3.6)$$

donde:  $f_p$  = esfuerzo limitante en compresión

Finalmente

$$f_p = \frac{f_c}{2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{f_c}{f_f} n \right) f_c + \sqrt{\left[ \frac{f_c}{2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{f_c}{f_f} n \right) f_c \right]^2 + f_f f_c} \quad (3.7.a)$$

Burgess (1980) ha demostrado la utilidad de este enfoque para deducir la fórmula 3.7.b para madera en flexotensión, que es congruente con las suposiciones anteriores y que permite un diseño más económico de miembros en tensión (Mettem 1986).

$$t_p = \frac{t_t}{2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{t_t}{f_f} n \right) f_e + \sqrt{\left[ \frac{t_t}{2} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{t_t}{f_f} n \right) f_e \right]^2 + f_f t_t} \quad (3.7.b)$$

donde:  $t_p$  = esfuerzo máximo en el elemento  
 $t_t$  = resistencia de la madera a la tensión  
 $f_e$  = esfuerzo de Euler  
 $f_f$  = resistencia de la madera a la flexión  
 $n = ca/r^2$   
 $c$  = distancia del centroide a la fibra más alejada  
 $a$  = desviación inicial del eje recto  
 $r$  = radio de giro de la sección

Robertson (1925) y Sunley (1955) informan que prácticamente todos los resultados de las pruebas realizadas por ellos caen dentro de las curvas obtenidas dentro del intervalo  $0.001\frac{\ell}{r} < n < 0.003\frac{\ell}{r}$ . En el reglamento inglés (BSI 1983) se ha elegido el valor  $n = 0.005\frac{\ell}{r}$ .

#### Fórmula de Malhotra y Mazur

Uno de los modelos que más se han aproximado al comportamiento real de las columnas de madera ha sido el propuesto por Malhotra y Mazur (1970). En este modelo se ha empleado el módulo de elasticidad tangente basado en la expresión 3.1. La fórmula es

$$f_u = \frac{\pi^2 E + f_c (\ell/r)^2}{2c (\ell/r)^2} - \sqrt{\frac{[\pi^2 E + f_c (\ell/r)^2]^2 - 4\pi^2 E c (\ell/r)^2}{4c^2 (\ell/r)^4}} \quad (3.8)$$

donde:  $f_u$  = máximo esfuerzo axial en la columna  
 $r$  = radio de giro.

$f_c$  = esfuerzo de aplastamiento de la madera

$c$  = parámetro que define la forma de la curva

#### Fórmula de Rankine modificada

Neubauer (1973) propuso la siguiente fórmula para columnas de madera, obtenida mediante el ajuste a un grupo de datos de pruebas en madera de abeto libre de defectos:

$$f_u = f_c / [1 + (1/n) \cdot (f_c/E) (l/d)^3] \quad (3.9)$$

donde  $d$  = menor dimensión de la sección transversal

$n$  = parámetro de ajuste que oscila entre 50

dado por Neubauer y 40 utilizado por Buchanan (1984).

#### 3.4 Efectos de tamaño y de distribución del esfuerzo

A diferencia de su comportamiento en compresión, la resistencia de la madera a la tensión presenta características frágiles difíciles de estudiar mediante los métodos deterministas convencionales. Sin embargo, se puede explicar mejor en términos estadísticos. El modelo de Weibull (1939) para la predicción de la resistencia de materiales frágiles supone al material como un sistema compuesto por un gran número de elementos, sin compartición de carga entre ellos y con una distribución estadística de su resistencia. El material fallará cuando el esfuerzo aplicado alcance la resistencia del elemento más débil.

Weibull demostró que la resistencia de este sistema compuesto podía describirse a través de una función de probabilidad acumulada de tipo exponencial. Esta función muestra cómo la resistencia del sistema disminuye conforme crece el volumen de material bajo esfuerzo o varía de acuerdo con la distribución del esfuerzo en su interior.

El término 'efecto de distribución de esfuerzo' se refiere al hecho de que para miembros de un tamaño determinado, el esfuerzo máximo a la falla tiende a disminuir conforme aumenta la proporción del miembro sometido a esfuerzos altos. Debido a esto se han observado mayores esfuerzos máximos en compresión o tensión durante una prueba de flexión respecto a los esfuerzos máximos durante una prueba de compresión o tensión pura.

### 3.5 Modelo elastoplástico de interacción

Buchanan (1984) ha desarrollado un modelo numérico para la predicción de la resistencia de elementos de madera en flexocompresión. Está basado en suposiciones relativamente simples sobre la relación esfuerzo-deformación en compresión, como el modelo de Bazan (1980) para compresión inelástica e incorpora efectos de tamaño según una versión modificada de la teoría original de Weibull. A la fecha el modelo de Buchanan ha sido verificado experimentalmente para algunos tamaños con resultados satisfactorios; sin embargo, es difícil aún esperar su aplicación en reglamentos a corto plazo, debido a las dificultades teóricas y limitaciones materiales que deben enfrentarse.

La figura 3.4 muestra el diagrama de interacción de una sección típica según este modelo. Buchanan *et al.* (1985) han propuesto varios métodos alternativos para diseño de columnas basados en este modelo y empleando la fórmula de Rankine modificada, diagramas de interacción y algunas fórmulas empíricas para la amplificación de momentos que toman en cuenta las propiedades particulares de la madera.

Este modelo predice por una parte el comportamiento de una sección transversal de forma arbitraria y además la resistencia de una columna de esta sección transversal, esbeltez cualquiera y sujeta una condición predeterminada de carga axial y momentos en los extremos.

El procedimiento que se emplea para determinar la envolvente de falla de la sección bajo carga axial y momento flexionante es similar al usado para secciones de concreto reforzado (Park y Paulay 1980). En éste se parte de las dimensiones de la sección transversal del elemento (fig. 3.5.a), a la que se ha aplicado previamente curvatura para obtener deformaciones y esfuerzos de acuerdo con las propiedades del material seleccionado (fig. 3.5.b,c,d). Posteriormente se obtienen las fuerzas y momentos internos en la sección mediante métodos de integración numérica (fig. 3.5.e,f,g).

Para determinar el comportamiento del elemento ante flexión y carga axial se calcula la deflexión de la columna. De este modo se determina la máxima excentricidad  $e$  a la cual puede ser aplicada cierta carga axial. El procedimiento es el siguiente.

Se selecciona una combinación de carga axial y momento ( $P, M_0$ ) que produce la falla de la sección (fig. 3.6). Para la carga axial escogida

se hace el momento al centro del claro igual a  $M_0$ . La deflexión al centro del claro es entonces  $e + \Delta = M_0/P$ .

La curva "elástica" se obtiene por pasos para cada segmento de longitud  $\Delta x$  (fig. 3.7). La deflexión  $v_0$  y la pendiente  $v'_0$  se conocen en el centro del claro. El momento  $M_1$  a la mitad del segmento 1 ( $x = x_1$ ) es aproximadamente

$$M_1 = P(v_0 + \Delta x/2) \quad (3.10)$$

La curvatura ( $u$ ) se obtiene de un diagrama momento-curvatura calculado previamente (fig. 3.8). Se supone, además, que la curvatura es constante a lo largo de todo el segmento y suficientemente pequeña como para verificar que  $u = v''$ .

El desplazamiento,  $v_2$  y la pendiente en el punto siguiente ( $x = x_2$ ) se calculan como

$$v_2 = v_0 + v'_0(x) - u_1(\Delta x)^2/2 \quad (3.11)$$

$$v'_2 = v'_0 - u_1(\Delta x) \quad (3.12)$$

El momento  $M_2$  se calcula ahora como el producto  $P(v_2)$ .

El procedimiento se repite hasta cubrir toda la longitud de la columna. La distancia del extremo de la columna a la línea de la carga axial representa la excentricidad  $e_0$  a la cual esta carga producirá la curva calculada.



Para determinar el tipo de falla que produciría esta combinación de carga axial y momento, se repite todo el procedimiento anterior haciendo  $M_0 = M_1$  ( $M_1 < M_0$ ) para generar una segunda curva elástica y la correspondiente excentricidad en el extremo  $e_1$ . Si  $e_1 < e_0$ , como se ilustra en la figura 3.7.b, se desechan la curva y excentricidades obtenidas la segunda vez y el resultado de la primera combinación representa una falla por resistencia para esta carga  $P$  y excentricidad máxima  $e_0$ . Si por el contrario  $e_1 > e_0$ , como en la figura 3.7.c, entonces ambos cálculos indican que se trata de configuraciones inestables. La excentricidad máxima se halla entonces reduciendo sucesivamente la el momento al centro del claro y repitiendo el proceso hasta que la excentricidad en el centro alcance un máximo y comience a disminuir. Esta excentricidad máxima es el valor buscado y la resistencia del elemento estará limitada por una falla por inestabilidad.

Los resultados que se obtienen para combinaciones de carga axial y momento al centro del claro ( $P, e +1$ ) se muestran en la figura 3.9.a. Las combinaciones de carga axial y momento en los extremos ( $P, e$ ) se muestran en la figura 3.9.b.

#### 4 TRATAMIENTO SEGUN DIFERENTES REGLAMENTACIONES

##### 4.1 Introducción

Se resumen en este capítulo las indicaciones más importantes sobre flexión y carga axial combinadas de seis reglamentos. En el Apéndice I de este trabajo se presentan ejemplos resumidos y comentados del diseño de tres elementos de madera típicos sometidos a flexión y carga axial, para mostrar los detalles relevantes de su uso y compararlos entre sí.

Los reglamentos de E.U.A. (NFPA 1977), Inglaterra (BSI 1984) y los países del Pacto Andino (JAC 1982) están formulados en el formato de esfuerzos permisibles y solamente el canadiense (CSA 1984), el aplicable en la provincia de Ontario (OMTC 1983a) y el europeo (CIB 1983) especifican diseño al límite. Todos ellos se apoyan en reglas de clasificación para madera estructural y cuentan con reglas para tamaños preferenciales de las secciones disponibles en sus mercados.

En el formato tradicional de diseño por esfuerzos de trabajo se efectúan pruebas en pequeñas probetas libres de defectos. A los valores de resistencia obtenidos se les afecta multiplicándolos por medio de factores que toman en cuenta el efecto de la duración de la carga y otras condiciones de servicio y finalmente se les divide por el factor de seguridad que se considere apropiado. Los valores que resultan son los máximos admisibles y no deben ser excedidos como resultado de las sollicitaciones que soporte la estructura o elemento. Desde hace aproximadamente tres años se comenzaron a realizar en los E.U.A. programas de ensayos en elementos de tamaño estructural que permitirán un mejor

conocimiento del comportamiento estructural del material. Sin embargo, los reglamentos actualmente en vigor en este país emplea aún la metodología tradicional.

En el enfoque de diseño al límite, por el contrario, se supone a la resistencia distribuida estadísticamente conforme a algún modelo matemático apropiado, del cual se deducen los llamados factores de reducción de resistencia, que toman en cuenta la probabilidad y tipo de falla de acuerdo con el nivel y condiciones de carga seleccionados.

Actualmente existe la tendencia de cambiar los formatos de los reglamentos hacia el diseño al límite. Entre las ventajas que se derivan de esto están en primer lugar el considerar las características de los materiales sobre una base más racional y metodológicamente más correcta. Permite también la incorporación de información nueva de manera sencilla. Por último facilita el proceso estadístico de los datos de resistencia y permite la utilización de procedimientos probabilistas más precisos para estimar las resistencias de diseño.

En general los reglamentos actuales no representan adecuadamente el comportamiento de la madera y lo aproximan al de otros materiales, como acero y concreto. Por lo regular ignoran la posibilidad de fallas a tensión y no toman en cuenta el efecto positivo que tiene la compresión sobre la resistencia de miembros inicialmente en flexión al reducir los esfuerzos en la cara de tensión y por consiguiente la posibilidad de una falla frágil.

Otra característica común a todos los reglamentos incluidos en este estudio es la falta de un modelo adecuado para el cálculo del factor de

amplificación de momentos por efectos de esbeltez. Las expresiones utilizadas comúnmente subestiman la amplificación de momentos debido al comportamiento plástico de la madera en compresión en etapas cercanas a la falla.

Por otra parte es prácticamente imposible cargar concéntricamente un elemento de madera debido a las imperfecciones y curvatura que presenta invariablemente. Solo hasta hace poco algunos reglamentos, como el de puentes de Ontario han abordado el problema prescribiendo excentricidades y flechas iniciales mínimas, pero faltan aún estudios experimentales y teóricos para elaborar disposiciones adecuadas al respecto.

#### 4.2 E.U.A.: National Forest Products Association 'National Design Specification for Wood Construction' (NFPA)

Este reglamento (NFPA 1982), escrito en el formato de valores permisibles, permite el cálculo de columnas con carga concéntrica y distingue tres intervalos de esbeltez: cortas, intermedias y largas. La transición entre columnas cortas e intermedias se toma en  $\beta/d = 11$ . La fórmula general de este reglamento considera por separado los efectos de carga axial, momentos debidos a excentricidad y momentos debidos a cargas laterales. Sus suposiciones básicas son:

- a) Configuración deformada en curva sinusoidal.
- b) Comportamiento elástico lineal a la falla.
- c) Criterio de falla en compresión por esfuerzo limitante.

Estas suposiciones son más aplicables a madera libre de defectos que a madera de tamaño estructural, dado que no toma en cuenta la posibilidad de la falla por tensión.

Para miembros con carga axial concéntrica las ecuaciones básicas son

$$F'_c = F_c; \quad \ell/d \leq 11 \quad (4.1.a)$$

$$F'_c = F_c [1 - (1/3) ((\ell/d/K)^4)]; \quad 11 < \ell/d < K \quad (4.1.b)$$

$$F'_c = 0.300 \cdot E / (\ell/d)^2; \quad \ell/d > K \quad (4.1.c)$$

$$K = 0.671 \sqrt{E/F_c} \quad (4.1.d)$$

donde  $F'_c$  = esfuerzo permisible en compresión para una columna concéntricamente cargada

$F_c$  = esfuerzo permisible en compresión de la madera

$K$  = límite de esbeltez entre columnas intermedias y largas en el cual la resistencia de la columna calculada es de las dos terceras partes de la resistencia de una columna corta.

$\ell/d$  = relación de esbeltez del elemento

Para miembros con carga axial y flexión combinadas la fórmula es

$$\frac{P/A}{F_c} + \frac{M/S + P/A(\delta + 1.55J)(e/d)}{F_b - P/A} \leq 1 \quad (4.2.a)$$

donde

$$J = \frac{\ell/d - 11}{K - 11} \quad 0 \leq J \leq 1 \quad (4.2.b)$$

y

- donde
- P = carga axial en el miembro
  - A = área de la sección transversal
  - M = momento flexionante aplicado
  - B = módulo de sección elástico
  - e = excentricidad de la carga
  - d = dimensión de la sección transversal en la dirección considerada
  - F<sub>c</sub> = esfuerzo admisible en compresión
  - F<sub>b</sub> = esfuerzo admisible en flexión

Buchanan (1984) muestra que para columnas poco esbeltas ( $\ell/d = 10$ ) existen áreas por debajo de la seguridad para cargas axiales altas y áreas demasiado conservadoras para niveles bajos de carga axial. El reglamento especifica también una resistencia a la flexión del 80% de la predicha por el modelo numérico de Buchanan en columnas de  $\ell/d \geq 20$ , de modo que resulta también demasiado conservadora y no representa adecuadamente el comportamiento del miembro bajo cargas cercanas a la carga última (fig. 4.1).

4.3 Canadá: Canadian Standards Association 'Engineering Design in Wood (Limit States Design)' (CAN)

El esquema de este reglamento (CSA 1984) prescribe diseño por estados límite, pero no difiere mucho de la versión anterior, escrita en el formato de esfuerzos permisibles. Permite el diseño de columnas cargadas concéntricamente y las divide también en cortas, intermedias y largas. El límite entre las dos primeras es  $l/d = 10$ .

Las expresiones para diseño son

$$P_R = \phi F_C A (K_D K_{SC} K_T) K_H K_C \quad (4.3)$$

donde

$P_R$  = capacidad del elemento a la compresión

$\phi$  = factor de resistencia

$F_C$  = resistencia especificada a la compresión paralela al grano

$A$  = área de la sección transversal

$K_D$  = factor por duración de carga

$K_{SC}$  = factor por condición de servicio

$K_T$  = factor por tratamiento

$K_H$  = factor por compartición de carga

$K_C$  = factor por esbeltez

Los factores por resistencia y por esbeltez son, respectivamente

a) para  $\frac{\ell}{d} \leq 10$

$$\phi = 0.75$$

$$K_C = 1.00$$

(4.4.a)

b) cuando  $10 < \frac{\ell}{d} < C_k$

$$\phi = 0.75$$

$$K_C = 1 - 1/3[(\ell/d)/C_k]^4$$

(4.4.b)

c) cuando  $C_k < \frac{\ell}{d} < 50$

$$\phi = 0.55$$

$$K_C = [(\ell^2)/12(\ell/d)^2][E_C K_{SE}/F_C(K_D K_{SC})K_H]$$

(4.4.c)

donde

$$C_k = (0.9 E_C K_{SE})/[F_C(K_D K_{SC})K_H]$$

$E_C$  = módulo de elasticidad para diseño de elementos en compresión (igual a 0.74E para elementos de madera aserrada clasificados visualmente)

$K_{SE}$  = factor por condición de servicio para módulo de elasticidad

Si el elemento está solicitado simultáneamente por flexión, debe cumplir con la expresión

$$\frac{P_t}{P_R} + \frac{M_t}{M_R} \leq 1 \quad (4.5)$$

donde

$P_t, M_t$  son acciones de diseño

$$M_R = \phi F_b S (K_D K_{sb} K_{zb} K_G) K_H K_L$$



- $\phi$  = factor de resistencia (igual a 0.7)
- $F_b$  = resistencia especificada a la flexión
- $S$  = módulo de sección del elemento
- $K_{sb}$  = factor por condición de servicio
- $K_{zb}$  = factor por tamaño o peralte
- $K_G$  = factor por clasificación
- $K_L$  = factor por estabilidad lateral

Este es uno de los reglamentos que cuenta con mejor base experimental y teórica. Su versión actual fue elaborada con el apoyo de un extenso programa de pruebas que abarcó todas las maderas comercializadas para usos estructurales. Sin embargo, algunas de sus suposiciones no son consistentes con el comportamiento real de columnas observado experimentalmente. Según Buchanan (1984) sobrestima la resistencia de columnas intermedias cargadas axialmente (fig. 4.2), aunque conforme crece la esbeltez disminuye la discrepancia con las observaciones experimentales en columnas sujetas a momento y carga axial combinados (fig. 4.3). Por otra parte, tanto este reglamento como el reglamento NFPA-1982 carecen de una fórmula única válida para todo el intervalo, lo que hace muy engorroso el cálculo. La suposición de comportamiento elástico durante la combinación de carga axial y flexión subestima notablemente la capacidad del elemento para relaciones de esbeltez corta y larga. Por último, no se proporciona una metodología adecuada para calcular la amplificación de momentos debida a la esbeltez.

4.4 Canada: Ontario Ministry of Transportation and Communications  
'Ontario Highway Bridge Design Code' (OHBDC)

Este reglamento (OHTC 1982) es innovador en muchos aspectos, dado que elimina el diseño de columnas cargadas concéntricamente. De hecho, exige una excentricidad mínima de 0.05 veces la dimensión correspondiente en la sección transversal. Además, prevé una deflexión inicial de  $L/500$ , donde  $L$  es la longitud sin restricción del miembro. El formato de este reglamento es semejante al de muchos reglamentos para concreto y acero usados en la actualidad. Supone comportamiento elástico de la madera a la falla y una relación de interacción lineal muy conservadora. El miembro diseñado debe cumplir con la expresión

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m}{1 - P/P_E} \frac{M}{M_u} \leq 1 \quad (4.6)$$

donde

$P$  = carga axial de diseño

$M$  = momento de diseño

$P_u$  = resistencia del material a la compresión.

$M_u$  = resistencia del material a la flexión.

$P_E$  = carga de pandeo de Euler.

$C_m$  = factor de momento equivalente igual a

$$C_m = 0.4 + 0.6 M_1/M_2 \geq 0.4 \quad (4.7)$$

$M_1, M_2$  = momentos en los extremos mínimo y máximo,  
respectivamente

$C_m = 1$  si existe carga lateral o si los momentos en los  
extremos son iguales

Los efectos de esbeltez se toman en cuenta a partir de

$$kL_U/r \geq 60 - 20(M_1/M_2) \quad \text{para miembros no arriostrados y}$$

$$kL_U/r \geq 40 \quad \text{para miembros arriostrados}$$

Los momentos por excentricidad y encorvadura son respectivamente

$$M_a = P \cdot 0.05d$$

$$M_b = P \cdot L_U / 500$$

donde  $r$  = radio de giro del elemento en la dirección del análisis  
 $d$  = dimensión de la sección transversal en la dirección del  
análisis  
 $L_U$  = longitud sin arriostramiento lateral

La limitación en la relación de esbeltez es  $kL_U / r \leq 120$ .

Aunque es mucho más consecuente con el comportamiento real de los  
miembros de madera, dado que es imposible exigir concentricidad de la  
carga en una columna de madera, produce diseños extraordinariamente

conservadores cuando se trata de miembros cortos sujetos a cargas axiales de menos del 60% de su capacidad a compresión y no conservadores para cargas arriba del 80% de la misma (fig. 4.4). Para columnas más esbeltas el patrón se repite, pero tiende a disminuir la discrepancia conforme crece la esbeltez. Por otro lado, los efectos de esbeltez se consideran independientemente de los correspondientes al material en sí, aunque lo hace de una manera indirecta por medio del factor de amplificación de esfuerzos.

#### 4.4 Gran Bretaña: British Standards Institution 'Structural Use of Timber' BSI

Este reglamento también está escrito en el formato de esfuerzos permisibles y supone que los esfuerzos siempre estarán en el intervalo elástico (BSI 1983). Permite el diseño de columnas cargadas concéntricamente, aunque prevé el efecto de posibles excentricidades y encoaduras mediante la razón  $\eta = e'c/i^2$ , donde  $e$  es la excentricidad,  $c$  es la distancia de la fibra más alejada del eje neutro e  $i$  es el valor del radio de giro. El criterio de falla es por un esfuerzo limitante en compresión e ignora por completo la posibilidad de una falla a tensión.

La fórmula general para elementos bajo flexión y carga axial es

$$\frac{s_{ma}}{s_{madm} \left( 1 - \frac{1.5s_{ca}}{s_e} K_{12} \right)} + \frac{s_{ca}}{s_{cadm}} \leq 1 \quad (4.8)$$

$$K_{12} =$$

$$\text{donde } \left( 1 + \frac{(1 + \eta)\pi^2 E}{3\lambda^2 s_c} \right) - \sqrt{\left( 1 + \frac{(1 + \eta)\pi^2 E}{3\lambda^2 s_c} \right)^2 - \frac{\pi^2 E}{3\lambda^2 s_c}} \quad (4.9)$$

$\sigma_{ma}$  = esfuerzo de flexión aplicado

$\sigma_{madm}$  = esfuerzo permisible en flexión

$\sigma_{ca}$  = esfuerzo de compresión aplicado

$\sigma_{cadm}$  = esfuerzo permisible en compresión (incluye  $K_{12}$ )

$\sigma_e$  = esfuerzo crítico de Euler

El factor de reducción de resistencia es una versión modificada de la fórmula de Perry-Robertson y depende de la relación de esbeltez y la razón de módulo de elasticidad a esfuerzo permisible en compresión. En esta expresión el valor de  $\eta$  es 0.005.

Se especifica el uso del factor de reducción de resistencia  $K_{12}$  cuando la relación de esbeltez del miembro exceda de 5. La relación de esbeltez de los elementos diseñados mediante este reglamento no debe sobrepasar 150.

Aunque el cálculo  $K_{12}$  puede parecer engorroso, se proporciona una tabla (Tabla 20 del reglamento BSI) con los valores respectivos para diferentes relaciones de esbeltez y relaciones rigidez-resistencia.

#### 4.5 Países europeos: International Council for Building Research Studies and Documentation 'Structural Timber Design Code' CIB

Este reglamento está formulado en el formato de estados límite y permite la posibilidad de emplear diseño plástico de elementos, aunque no

proporciona elementos analíticos o normativos para ello, sino que se limita a las fórmulas de interacción lineales usadas convencionalmente en otros reglamentos (CIB 1983).

Las fórmulas básicas son

$$s_c/f_{c0} + s_m/f_m \leq 1 \quad (4.10)$$

$$k_E = s_E/f_{c0} + \pi^2 E_0 / (f_{c0} l^2) \quad (4.11)$$

$$k_C = 0.5 \left[ (1 + (1 + n \lambda \frac{f_{c0}}{f_m}) k_E) - \sqrt{(1 + (1 + n \lambda \frac{f_{c0}}{f_m}) k_E)^2 - 4 k_E^2} \right] \quad (4.12)$$

- donde
- $s_c$  = esfuerzo de compresión aplicado
  - $s_m$  = esfuerzo de flexión aplicado
  - $f_{c0}$  = resistencia de la madera a la compresión paralela
  - $f_m$  = resistencia de la madera a la flexión
  - $k_C$  = factor de reducción por esbeltez (fórmula 4.9)
  - $k_E$  = esfuerzo crítico de Euler
  - $E_0$  = módulo de elasticidad característico

Se supone una curvatura inicial producida por una excentricidad máxima de la carga axial igual a  $e = n \cdot r$ , donde  $n$  es un factor adimensional (no se da mayor información);  $l$  es la relación de esbeltez y  $r$  es el radio de giro de la sección.

La esbeltez se limita a  $l/r = 170$  en miembros principales y  $l/r = 200$

para miembros secundarios. Asimismo, determina la longitud efectiva como la distancia entre puntos de momento nulo adyacentes, entre los cuales el elemento se encuentra en curvatura simple.

Larsen (1986) ha mostrado que las formulas para columnas empleadas en este reglamento, el británico y otros como el de la comunidad económica europea y el reglamento danés (DIF 1983) son esencialmente las mismas.

4.6 Países miembros del Pacto Andino: Junta del Acuerdo de Cartagena  
'Manual de Diseño para Maderas del Grupo Andino' (JAC)

Está escrito en el formato de valores permisibles y no presenta características notables que lo distinguan del reglamento de la NFFA, salvo los valores de los parámetros de ajuste correspondientes a las resistencias de las maderas de la región. Se apoya en una norma de clasificación visual sencilla que especifica una sola clase de madera estructural y agrupa las maderas en tres grupos de resistencias A, B y C respectivamente.

El criterio para establecer la división entre columnas intermedias y largas es la misma que establece la NFFA, es decir la relación de esbeltez para la cual la carga admisible es igual a dos tercios la carga de aplastamiento. El valor de  $\ell/r$  que separa las columnas cortas de las intermedias es 10 y especifica una relación de esbeltez máxima de 50. Las ecuaciones proporcionadas para columnas con carga concéntrica son

$$N_{adm} = F_c \cdot A$$

$$\ell/d \leq 10 \quad (4.13.a)$$

$$N_{adm} = F_c \cdot A \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} \right) \left( \frac{\ell/d}{C_k} \right)^4 \right] \quad 10 < \frac{\ell}{d} < C_k \quad (4.13.b)$$

$$N_{adm} = 0.329 E \cdot A / \left( \frac{\ell}{d} \right)^2 \quad C_k < \frac{\ell}{d} < 50 \quad (4.13.c)$$

$$C_k = 0.7025 E / F_c$$

donde  $N_{adm}$  = carga admisible en el miembro

$F_c$  = esfuerzo admisible de compresión

$A$  = área de la sección transversal

$C_k$  = factor que compara la resistencia del material con su rigidez

$E$  = módulo de elasticidad

Para elementos sometidos a flexocompresión establece

$$N/N_{adm} + k_m \cdot M / (Z \cdot F_m) < 1 \quad (4.14)$$

donde

$$k_m = 1 / (1 - 1.5N/N_{CR}) \quad (4.15.a)$$

$$N_{CR} = \pi^2 EI / (k \cdot \ell)^2 \quad (4.15.b)$$

$N$  = carga axial aplicada

$M$  = momento aplicado

$Z$  = módulo de sección



$k_m$  = factor de amplificación de momentos

$N_{cr}$  = carga crítica de Euler

$I$  = momento de inercia de la sección en la dirección considerada

$k$  = factor de longitud efectiva

El comentario a este reglamento indica que la fórmula 4.15.a es similar a la utilizada por algunos reglamentos para acero y concreto (AISC 1969, ACI 1977). Con respecto al factor de amplificación de momento se admite en el mismo texto que la fórmula 4.15.a da resultados aceptablemente aproximados para cargas de hasta 60% de la carga crítica. No hay posibilidad de tomar en cuenta momentos diferentes en los extremos, en el caso de existir curvatura doble, lo que produce diseños excesivamente conservadores.

Este reglamento no provee recomendaciones sobre excentricidad mínima o curvatura inicial. En lugar de ello adopta el criterio de modificar el factor de seguridad en columnas largas solamente.

En general este reglamento está muy poco documentado y en la parte dedicada a la flexocompresión no proporciona referencias consistentes. Otro reglamento similar a este es el chileno, cuyas recomendaciones varían muy poco.

## 5 NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE ESTRUCTURAS DE MADERA (NTCM)

### 5.1 Descripción y alcance

La versión actual de las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera está escrita en el formato de diseño por estados límite, al contrario de la versión anterior, que era la única de las normas técnicas complementarias que conservaba el formato de esfuerzos permisibles. Están basadas en estudios analíticos y experimentales efectuados en Canadá, los E.U.A., Europa, Sudamérica y en extensos programas de pruebas y resultados experimentales obtenidos en México. La decisión de cambiar de un formato a otro fue motivada por las ventajas que ofrece el formato de estados límite. En primer lugar se uniforman los niveles de seguridad y confiabilidad de estructuras construidas con materiales diferentes mediante la selección de factores de reducción de resistencia apropiados. De este modo se evitan también errores derivados de emplear criterios de análisis y diseño diferentes y se facilita la labor del proyectista. La incorporación de información nueva sobre los materiales de construcción puede hacerse fácilmente modificando los valores de los factores de reducción y modificación de resistencia.

Estas Normas cubren el diseño de estructuras de madera con elementos de sección rectangular que cumplen con la Norma NOM C-224-1983 "Dimensiones de la madera aserrada para su uso en construcción", así como con

madera contrachapada (triplay), cuya descripción se encuentra en las mismas normas y otros trabajos (Chávez 1984, Dávalos et al. 1988). Sin embargo, las NTCM no prohíben el uso de otras secciones no cubiertas por ésta. La Norma sobre dimensiones mencionada intenta hacer más racional el uso de la madera al prescribir dimensiones preferenciales para las secciones empleadas en construcción y evitar así el desperdicio y la anarquía de criterios entre productores. La figura 5.1 muestra la comparación entre estas dimensiones y las empleadas en los E.U.A.

Las NTCM dividen a las maderas en cinco grupos de resistencia, de los cuales dos corresponden a coníferas y se designan como A y B respectivamente y los demás comprenden las maderas latifoliadas y las agrupan como I, II y III. La decisión de agrupar todas las coníferas en dos grandes grupos en lugar de asignar valores de resistencia por especie obedeció al hecho de que no hubo variaciones estadísticas significativas entre las propiedades mecánicas entre las coníferas de diversas regiones del país (Echenique-Manrique et al., 1980, 1981, 1982, 1984, 1986). En Canadá (Madsen 1978) y en Sudáfrica (Knuffel 1983) se llevaron a cabo programas de pruebas similares que arrojaron las mismas conclusiones. A las latifoliadas, sin embargo, se las agrupó en función de su rigidez, ya que a diferencia de las coníferas, sus valores de módulo de elasticidad caben dentro de un amplio intervalo y muchas de sus propiedades mecánicas parecen estar relacionadas con éste (Araujo 1988).

La clasificación de la madera es indispensable debido a que los defectos de crecimiento que aparecen en ella tales como nudos, rajaduras, picaduras de insectos y desviación del grano, entre otros, afectan la

resistencia de la pieza que los contiene.

La clasificación de la madera de coníferas se lleva a cabo de acuerdo con la Norma NOM C-239-1985 "Calificación y clasificación visual para madera de pino en usos estructurales", cuyas reglas producen madera perteneciente a uno de dos grupos estructurales A o B. La madera clasificada como A contiene muy pocos defectos y por lo tanto sus propiedades mecánicas serán superiores a las de la madera del grupo B, que admite la ocurrencia de un número mayor de defectos. La madera de latifoliadas se clasifica de acuerdo con las reglas incluidas en el Apéndice I de las NTCM, que es resultado de los trabajos realizados en la Universidad Autónoma de Yucatán (Araujo 1988, Cerón et al. 1988). Estas reglas producen madera de una sola clase, es decir que la madera clasificada satisfactoriamente con estas reglas es apta para propósitos estructurales; las piezas que resultan aptas se clasifican después de acuerdo con su módulo de elasticidad en uno de los tres grupos de resistencias especificadas.

Las NTCM no cubren el diseño de elementos de madera laminada encolada, debido a su aplicación relativamente limitada ni el uso estructural de tableros a base de madera (excepto los de triplay), debido a la escasa información sobre sus propiedades. Sin embargo el Departamento del D.F. autoriza su uso siempre y cuando se fundamente adecuadamente.

## 5.2 Método de diseño

La resistencia de diseño de un miembro ante una acción determinada se obtiene multiplicando el valor especificado de resistencia,  $f_u$ , por el

factor de reducción de resistencia,  $F_R$ , los factores de modificación de resistencia  $K_1, K_2, \dots, K_1, \dots, K_n$  y la propiedad geométrica correspondiente (Área, momento de inercia o módulo de sección),  $R$  (ec. 5.1).

$$R = F_R f'_u (K_1 K_2 \dots K_1 \dots K_n) \cdot R \quad (5.1)$$

Al producto  $f'_u (K_1 K_2 \dots K_1 \dots K_n)$  se le llama valor de resistencia modificada y se le designa por el símbolo genérico  $f_u$ , con lo cual la ec. 5.1 se puede reescribir

$$R = F_R f_u \cdot R \quad (5.2)$$

La resistencia así calculada deberá ser mayor o igual que la suma de acciones de diseño,  $\Sigma d_i$ , que actúan sobre el miembro, multiplicadas por los factores de carga correspondientes (ec. 4.2).

$$R \geq FC \Sigma d_i \quad (5.3)$$

A continuación se hará una breve descripción de los factores involucrados en la ecuación de diseño 5.1.

#### Factores de reducción de resistencia $F_R$

Estos factores toman en cuenta la variabilidad de las propiedades mecánicas de la madera según un grado de confiabilidad determinado. Su

valor depende también del tipo de falla involucrado y la cantidad de información analítica y experimental sobre la acción determinada.

CUADRO 5.1 FACTORES DE REDUCCION DE RESISTENCIA PARA MADERA  
MACIZA Y MADERA CONTRACHAPADA,  $F_R$  (TABLA 2.4 NTCH-88)

ACCION	PRODUCTO	
	Madera maciza	Madera contrachapada
Flexión	0.8	0.8
Tensión paralela	0.7	0.7
Compresión paralela	0.7	0.7
Compresión en el plano de las chapas	0.7	0.7
Compresión perpendicular	0.9	0.9
Cortante paralelo a la fibra	0.7	0.7
Cortante a través del espesor y en el plano de las chapas	0.7	0.7

Valores de resistencia especificada  $f'_u$  para madera de coníferas

Los valores de resistencia en flexión, tensión y compresión paralela al grano para las dos clases de madera de coníferas se obtuvieron a través de un extenso programa de pruebas en madera de pino efectuado durante 8 años con material proveniente de los estados de Durango, Chihuahua y México (Echenique-Manrique *et al* 1980, 1981, 1984, 1986). Los valores que aparecen en el cuadro 5.3 (Tabla 2.4 de las NTCH-1987) corresponden al 5º percentil de la distribución estadística de resistencias halladas en los programas de pruebas descritos anteriormente y modificados por contenido de humedad y duración de carga. Los valores especificados para las demás propiedades son semejantes a los que aparecen en los reglamentos

de Canadá y E.U.A., debido a la falta de datos experimentales. Sin embargo son consistentes con las referencias consultadas y se consideraron adecuados de acuerdo con el estado del conocimiento y con la práctica común.

**CUADRO 5.2 VALORES ESPECIFICADOS DE RESISTENCIAS Y MÓDULOS DE ELASTICIDAD DE MADERAS DE ESPECIES CONIFERAS (kg/cm<sup>2</sup>)**

		CLASE	
		A	B
Flexión	$f'_{fu}$	170	100
Tensión paralela a la fibra	$f'_{tu}$	115	70
Compresión paralela a la fibra	$f'_{cu}$	120	95
Compresión perpendicular a la fibra	$f'_{nu}$	40	40
Cortante paralelo a la fibra	$f'_{vu}$	15	15
Módulo de elasticidad promedio	$E_{0.50}$	100,000	80,000
Módulo de elasticidad correspondiente al 5 <sup>o</sup> percentil	$E_{0.05}$	65,000	50,000

**Factores de Modificación de Resistencia-  $K_1$**

Los valores especificados de resistencia y rigidez indicados en las tablas 2.1, 2.2 y 2.3 de las NTCH deben ser modificados por los siguientes factores, que toman en cuenta la calidad de la madera y las condiciones de servicio a que estará sometida la estructura o el elemento.

#### Factor por contenido de humedad $K_h$

Las propiedades mecánicas de la madera varían con su contenido de humedad. Son constantes para contenidos de humedad mayores o iguales al llamado punto de saturación de la fibra (como se denomina el estado en que las paredes celulares de la madera están completamente saturadas de agua, pero no los huecos del interior de la célula). Para la mayoría de las maderas esta condición se verifica a un contenido de humedad de entre el 25% y el 35%. Por debajo de este límite los valores de resistencia y rigidez sufren un incremento sustancial.

#### Factor por duración de carga $K_d$

Se ha determinado experimentalmente que la madera resista durante lapsos cortos cargas considerablemente mayores a las que resistiría durante periodos prolongados. Los valores de resistencia especificados en las tablas 2.1, 2.2 y 2.3 de las NTCM corresponden a pruebas de duración comprendida entre 3 y 5 minutos. El factor por duración de carga toma en cuenta esta propiedad de la madera y asigna porcentajes de incremento o reducción en la resistencia especificada para algunas de las combinaciones de carga más usuales.

#### Factor por compartición de carga $K_c$

Es frecuente encontrar en estructuras de madera sistemas formados por cierto número de elementos paralelos y estrechamente espaciados (sistemas de piso, cubiertas y muros, entre otros), de modo que su desempeño en conjunto mejora las propiedades de cada elemento individual. El factor



por compartición de carga asigna un 15% adicional al valor especificado de resistencia si se trata de sistemas que cumplan esencialmente con lo dispuesto en el inciso 2.4.1 de las NTCM.

#### Factor por peralte $K_p$

Permite un incremento en los valores de resistencia y rigidez especificados si el peralte del elemento tiene 140 mm o menos, debido a la mayor probabilidad de encontrar defectos en un peralte grande que en uno de tamaño reducido (Ver inciso 3.3 de este trabajo).

#### Factor por clasificación $K_{c1}$

Es aplicable sólo a madera maciza de coníferas, debido a que no se dispone aún de estudios suficientes para extender su uso a otros productos. Este factor representa el rigor con que fue clasificado el material. Como se señala en la introducción de este capítulo, las reglas generales permiten un número relativamente mayor de defectos en la pieza y por lo tanto requieren de una evaluación más conservadora de sus propiedades. Las reglas especiales, en cambio, determinan un material con defectos menores y propiedades superiores. El valor asignado al factor  $K_{c1}$  está también en función del avance en el conocimiento de las propiedades de cada tamaño estructural. En México se han estudiado más extensamente las secciones con grosor de 38 mm y en menor escala las de dimensiones 87 x 87 mm y 87 x 190 mm. Para otras secciones se especifica el uso de la regla general.

#### Factor por condición de apoyo o compartición de carga en cortante $K_v$

Se puede aumentar el valor especificado de resistencia al cortante en una sección crítica del apoyo de una viga continua o en los apoyos de un sistema de vigas con compartición de carga por dos razones. En el primer caso, es menor la probabilidad de aparición de rajaduras que causan gran reducción a la resistencia al cortante. En el segundo se considera que es muy improbable la falla de un miembro individual por cortante dado el trabajo de conjunto.

#### Factor por recorte $K_r$

Si en una viga se hacen recortes o rebajos se producen concentraciones de esfuerzos que disminuyen la resistencia de la sección al cortante. Las fórmulas 3.8 a 3.10 de las NTCM toman en cuenta este efecto en recortes hechos en ángulo recto, aunque son conservadoras si el recorte se hace de manera gradual.

#### Factor por taseño de la superficie de apoyo $K_a$

La madera sometida a compresión perpendicular a la fibra tiende a deformarse dúctilmente. De esta forma, el aplastamiento de las fibras inmediatas a la zona comprimida aumenta el área sobre la que se aplica la carga.

### 5.3) Diseño de columnas

Las expresiones particulares para diseño de columnas incluyen resistencias de diseño, intervalos de esbeltez, la fórmula de interacción

lineal y expresiones para el cálculo de momentos por excentricidad y encorvadura.

Sustituyendo en la ecuación 5.3 de este capítulo los símbolos apropiados se pueden expresar las resistencias de diseño como sigue:

#### Resistencia a carga axial $P_R$

La resistencia de diseño a compresión de un miembro se obtiene como

$$P_R = F_R f_{cu} A \quad (4.3)$$

donde

$$F_R = 0.7 \text{ (Tabla 2.4 de las NTCM)}$$

$$f_{cu} = f'_{cu} (K_h K_d K_c K_p K_{c1}) \text{ (incisos 2.4 y 2.4.1)}$$

$f'_{cu}$  = resistencia especificada a la compresión (Tabla 2.1 de las NTCM)

$A$  = Área de la sección transversal

#### Resistencia a la flexión $M_R$

La resistencia de diseño a la flexión de un miembro se obtiene como

$$M_R = F_R f_{fu} S_e \quad (4.4)$$

donde

$$F_R = 0.8 \text{ (Tabla 2.4 de las NTCM)}$$

$$f_{fu} = f'_{fu} (K_h K_d K_c K_p K_{c1}) \text{ (incisos 2.4 y 2.4.1)}$$

$f'_{fu}$  = resistencia especificada a la flexión (Tabla 2.1 de

- las NTCH
- S = módulo de sección
- $\phi$  = factor de estabilidad lateral según el inciso 3.2.3 de las NTCH

#### Carga crítica de pandeo $P_{cr}$

Se obtiene por medio de la fórmula de Euler tradicional.

$$P_{cr} = F_R(\pi^2 E_{0.05} I) / (kL_u)^2$$

donde

- $E_{0.05}$  = módulo de elasticidad correspondiente al 5º percentil
- I = momento de inercia de la sección en la dirección considerada
- $kL_u$  = longitud efectiva de pandeo;  $L_u$  es la longitud total entre soportes capaces de proporcionar restricción al giro y al desplazamiento

Debido a que las NTCH especifican diseño por flexión a pesar de que el análisis no haya indicado la presencia de momento, siempre se hace uso de la fórmula de interacción

$$\frac{P_u}{P_R} + \frac{M_u}{M_R} \leq 1 \quad (5.3)$$

donde

$P_U$  = carga última de diseño, igual a la carga de servicio multiplicada por el factor de carga apropiado.

$M_C$  =  $M_D$  momento de diseño en una sección

$M_D$  = máximo momento sin amplificar en una sección, igual al momento de servicio multiplicado por el factor de carga apropiado

es un factor de amplificación de momentos debido a esbeltez y se calcula como

$$= C_m / (1 - P_U / P_{CR}) \quad (5.4)$$

donde

$$C_m = 0.6 + M_1 / M_2 \geq 0.4$$

en elementos sin carga transversal

y arriostrados contra desplazamientos horizontales; en caso contrario se toma igual a la unidad

$M_1$ ,  $M_2$  son momentos en los extremos del elemento mínimo y máximo, respectivamente;  $M_1$  es positivo si provoca curvatura simple y negativo en caso contrario

#### Limitaciones por esbeltez

Se especifica en las NTCM que si la esbeltez de un miembro no excede los siguientes valores, puede omitirse el cálculo de los efectos de esbeltez, ya que para valores menores que los indicados en las ecuaciones

4.5 y 4.6 la amplificación es menor al 5% y puede despreciarse

$$kL_u/r \leq 60 + 20(M_1/M_2) \quad (4.5)$$

para miembros arriostrados contra el desplazamiento lateral y

$$kL_u/r \leq 40 \quad (4.6)$$

para miembros sin arriostrar.

La relación de esbeltez de los elementos a compresión no debe exceder de 120.

#### Momentos por excentricidad y encorvadura

Se especifica una excentricidad mínima igual a  $0.05d$ , donde  $d$  es la dimensión paralela a la cual en que se está llevando a cabo el análisis. Se supone también que el miembro tiene una encorvadura inicial equivalente a la longitud sin restricción lateral dividida entre 300

$$e_b = L_u/300$$

Para flexión biaxial combinada con compresión y para tensión combinada con flexión, en todos los casos especifica la fórmula usual de interacción lineal.

#### 5.4) Ejemplos de diseño

En este inciso se presentan tres casos típicos de uso de elementos de madera en estructuras. En todos ellos se ha supuesto que ambos extremos están articulados y restringidos contra el desplazamiento lateral. En los tres casos la flexión es alrededor de un solo eje y la sección no presenta problemas de pandeo lateral. En el primer ejemplo se trata la sección 8.7 X 8.7 cm, comúnmente llamada "polín" y cuya aplicación más conocida es como soporte de cimbras y otras obras falsas. La longitud seleccionada corresponde a las condiciones típicas de construcción de una casa habitación.

El segundo ejemplo corresponde a la sección 3.8 X 8.7 cm, conocida popularmente como "pie derecho". En estructuras de madera se le encuentra principalmente formando parte de sistemas de muros y algunas cubiertas ligeras y de claro corto. El sistema de muro del ejemplo se encuentra sometido a la acción de carga vertical de entrepiso y presión horizontal uniforme de viento.

El tercer ejemplo trata la sección 6.4 X 29.0 cm, llamada "tablón" y cuya aplicación más frecuente es en cubiertas de piso. En este caso esta sección forma parte de una columna espaciada en la cuerda superior de una armadura de gran claro sometida a la acción de cargas vivas y muertas de cubierta para instalación deportiva.

## 6. COMPARACION ENTRE DISEÑOS BASADOS EN DIFERENTES REGLAMENTOS

### 6.1 Introducción

Se presenta aquí un resumen de los resultados de diseño del capítulo anterior y se compara con los correspondientes al aplicar los seis reglamentos descritos en el capítulo cuatro. Se seleccionaron las especies y clases de madera cuyos valores de resistencia y rigidez más se aproximan a los especificados para la madera de coníferas clases A y B. Además, se procuró cubrir un intervalo amplio de propiedades diferentes en el caso de los reglamentos de Canadá y E.U.A., que son los que cuentan con mayor base empírica y teórico-experimental.

En el primer ejemplo los parámetros de comparación son las propiedades mecánicas, la capacidad del elemento en compresión simple y un parámetro llamado aquí índice de seguridad que se describe en el inciso siguiente. Se incluye también la especificación de diseño por momentos causados por excentricidad o encorvadura.

Por simplicidad se ha denominado como  $F_b$ ,  $F_c$  y  $E$  a los valores de resistencia o valor admisible en flexión, compresión y módulo de elasticidad respectivamente en los cálculos con los diferentes reglamentos, dado que cada uno de ellos tiene nomenclatura específica.

En el segundo ejemplo se comparan el factor de amplificación  $\lambda$  y las razones  $f_c/F_c$ ,  $f_b/F_b$  y la suma de ellas, que no es otra cosa que la fórmula de interacción mencionada en todos los reglamentos. Estos cocientes representan el porcentaje de la capacidad del elemento que han



consumido la sollicitación por compresión y flexión, respectivamente.

En el tercer ejemplo se descartó el uso del factor de amplificación  $\Delta$ , pues debido a las dimensiones del elemento en la dirección del pandeo la amplificación era prácticamente despreciable.

En el ejemplo tres se tomaron valores diferentes de resistencia y rigidez para el cálculo. Esto es debido a que algunos reglamentos, como el de la NFPA, el OHBDC y el CAN especifican valores menores cuando se trata de piezas de grandes dimensiones.

La nomenclatura abreviada para los diferentes reglamentos es la siguiente

MEXICO - RDF/NTCM  
E.U.A. - ANSI/NFPA  
CANADA - NBC/CAN  
ONTARIO - NBC/OHBDC  
SUDAMERICA - JAC  
INGLATERRA - BSI  
EUROPA - CIB

La nomenclatura utilizada para las especies de los reglamentos OHBDC, CAN y NFPA es la siguiente:

SPF SS Spruce-Pine-Fir Select Structural  
DFL SS Douglas Fir-Larch Select Structural  
DFL #1 Douglas Fir-Larch Number 1  
JP #1,2 Jack Pine Number 1 and 2  
PPS SS Ponderosa Pine, Sugar Pine Select Structural  
WHM #1 Western Hemlock Number 1  
NAS SS North Aspen Select Structural

## 6.2 Análisis de los resultados

Se puede comparar el grado de seguridad involucrado en los reglamentos examinados mediante las ecuaciones de diseño fundamentales de ambos métodos de diseño como sigue.

De las ecuaciones 5.2 y 5.3

$$F_R f_u \bar{N} \geq FC \Sigma d_i$$

por otra parte, del formato de esfuerzos admisibles se tiene

$$f_a / F_S \bar{N} \geq \Sigma d_i$$

donde  $f_a$  = esfuerzo básico de la propiedad que se trate

$F_S$  = factor de seguridad

igualando ambas expresiones para el término  $d_i$  se tiene

$$\frac{F_R f_u \bar{N}}{FC} \geq \frac{f_a \bar{N}}{F_S}$$

entonces, si  $f_u \bar{N} = f_a \bar{N}$

$$F_S \geq FC / F_R$$

Para las condiciones citadas en el enunciado del problema 1, el RDF

especifica  $FC = 1.4$  y el valor de  $F_R$  en compresión es 0.7, de modo que  $FC/F_R = 2.0$ . Los valores para comparación por los demás reglamentos se indican en el cuadro 6.1.

CUADRO 6.1. INDICES DE SEGURIDAD ESTRUCTURAL  
PARA COMBINACION DE CARGA MUERTA MAS VIVA EN CIMBRAS

Reglamento	$F_S$	$FC/F_R$
RDF/NTCM	----	2.00
NBC/OHBDC	----	1.20
NBC/CAN	----	1.96
ANSI/NFPA	1.25	----
JAC/PADT	1.66	----
BSI	1.25	----
CIB	----	----

Por otra parte, del examen del cuadro 6.2 se puede observar el efecto de la prescripción de carga excéntrica y encorvadura. De los seis reglamentos examinados solamente el mexicano (RDF/NTCM) y el de Ontario (NBC/OHBDC) exigen expresamente considerar excentricidad y encorvadura. De los demás, solamente el inglés (BSI) y el europeo (CIB) consideran indirectamente esta posibilidad a través de la fórmula de Perry-Robertson. El de los E.U.A. (ANSI/NFPA), el canadiense (NBC/CAN) y el del Pacto Andino (JAC/PADT) admiten el cálculo de columnas cargadas concéntricamente.

Las especies identificadas en el cuadro 6.2 como SPF #1 del reglamento CAN y DFL 1,2 del OHBDC se pueden comparar con los resultados para la clase A y B de las NTCM respectivamente.

A pesar de tener un índice de seguridad elevado, el resultado obtenido usando el reglamento canadiense para Spruce-Pine-Fir #1 es 12% mayor que el obtenido con el reglamento mexicano, debido a que no exige considerar excentricidades o encorvaduras. En el segundo caso la carga última obtenida por el reglamento OHBDC es 30% superior a la correspondiente a la clase B debido principalmente a su índice de seguridad relativamente bajo.

En el caso del reglamento NFPA se reflejan los efectos de un índice de seguridad moderado combinado con el uso de disposiciones sobre columnas con carga concéntrica. Por ejemplo, la carga admisible obtenida para especies marcadas con PPS 88 multiplicada por 1.25 es 12% mayor que la obtenida por el reglamento OHBDC para DFL 1,2.

Los reglamentos inglés y sudamericano son aparentemente los más conservadores. En el ambos casos los valores asignados de módulo de elasticidad son bajos en comparación con los del NFPA para especies con resistencias a la compresión similares. Los valores especificados de módulo de elasticidad del reglamento sudamericano son semejantes a los de las NTCM para maderas latifoliadas, lo que explica la similitud entre los resultados de ambos reglamentos.

Las cargas utilizadas para la revisión del pie derecho del problema 2 se resumen en el cuadro 6.3. Las mayores fueron las especificadas por los reglamentos de E.E.U.U. y Canadá. Para el reglamento CIB se utilizaron las cargas del reglamento inglés, debido a que no se encontró información sobre factores de carga en los reglamentos europeos consultados (DIF, 1983, Crubilé et al., 1985).

CUADRO 6.2 RESUMEN DE RESULTADOS DEL EJEMPLO 11

REGLAMENTO	CLASE	F <sub>b</sub>	F <sub>c</sub>	E	P	
RDF/NTCM	A	170	120	65000	2790	
	B	100	95	50000	1995	
NBC/OHBDC	SPF SS	163	148	71200	3511	
	JPN 1,2	117	107	61200	2790	
	DFL 1,2	102	92	96900	2595	
NBC/CAN	DFL SS	210	188	128520	3905	
	DFL #1	118	168	111180	3400	
	SPF SS	193	134	113220	3443	
	SPF #1	140	120	104040	3154	
	NAS SS	124	103	84660	2590	
	NAS #1	82	91	76500	2340	
ANSI/WWUB	DFL SS	148	112	126540	3556	
	DFL #1	123	88	126540	3476	
	WHM SS	127	102	112480	3160	
	WHM #1	110	81	112480	3120	
	PPS SS	98	74	84360	2370	
	PPS #1	84	60	84360	2333	
	JAC/PADT-R	A	210	145	95000	3018
		B	150	110	75000	2382
C		100	100	55000	1747	
BSI/	SC 5	102	89	72420	1767	
	SC 4	77	81	67320	1619	
	SC 3	54	69	59160	1402	
CIB/	SC 15	153	148	46920	2393	
	SC 10	97	102	35700	1786	

**CUADRO 6.3. CARGAS VIVAS PARA PISOS Y CARGAS DE VIENTO**

REGLAMENTO	FORMATO *	CV (1)	CM (1)	CW (2)	FC (5)	P (4)	M (5)
RDF	D L	40	40	67	1.1	370	3033
NBC	D L	194	50	67	**	406	3571
ANSI	E P	200	50	67	***	245	3930
BSI	E P	76.5	52	67	---	313	2880
JAC	E P	200	50	67	---	380	3000
CIB	D L	76.5	52	67	****	313	2880

(1) CV = carga viva [kg/m<sup>2</sup>]; CM = carga muerta [kg/m<sup>2</sup>]

(2) CM = carga de viento [kg/m<sup>2</sup>]

(3) FC = factor de carga en reglamentos por estados límite

(4) P = carga axial sobre el elemento

(5) M = momento flexionante por carga horizontal

\* DL: diseño por estados límite; EP: diseño por esfuerzos permisibles

\*\*  $1.25CM + 0.7[1.50(CV + CW)]$

\*\*\*  $1.20CM + 0.5CV + 1.3CW$

\*\*\*\* no se encontró información acerca de factores de carga en reglamentos europeos

CUADRO 6.4 RESUMEN DE RESULTADOS DEL EJEMPLO 21.

REGLAMENTO	CLASE	F. AMP.	$f_c/F_c$	$f_b/F_b$	SUMA
RDF/NTCH	A	1.21	0.06	0.30	0.36
	B	1.30	0.10	0.67	0.77
NBC/DHBC	SPF SS	1.20	0.09	0.37	0.46
	JP #1,2	1.24	0.13	0.54	0.67
	DFL #1,2	1.24	0.12	0.62	0.74
NBC/CAN	DFL SS	---	0.20	0.22	0.42
	DFL #1	---	0.23	0.39	0.62
	SPF SS	---	0.25	0.24	0.49
	SPF #1	---	0.28	0.33	0.61
	NAS SS	---	0.34	0.39	0.73
	NAS #1	---	0.34	0.59	0.93
ANSI/NFPA	DFL SS	---	0.15	0.38	0.53
	DFL #1	---	0.15	0.45	0.60
	WHM SS	---	0.17	0.44	0.61
	WHM #1	---	0.17	0.51	0.68
	PPS SS	---	0.23	0.56	0.79
	PPS #1	---	0.23	0.67	0.90
JAC/PADT	A	1.15	0.21	0.34	0.55
	B	1.20	0.27	0.54	0.81
	C	1.23	0.31	0.82	1.13
BSI/	SC 5	1.05	0.24	0.34	0.58
	SC 4	1.05	0.25	0.43	0.68
	SC 3	1.06	0.30	0.65	0.95
CIB/	SC 10	1.10	0.26	0.76	1.02
	SC 15	1.10	0.20	0.47	0.67

CUADRO 6.5. CARGAS DE DISEÑO PARA CUBIERTAS

REGLAMENTO	FORMATO	CV	CM	FC	$W_u$	$Q_{cs}$	$Q_{ci}$	P
					(3)	(4)	(5)	(6)
RDF/NTCM	D L	40	40	1.4	112	450	112	10427
NBC/ONBDC	D L	100	40	*	169	676	100	14398
ANSI/NFPA	E P	67	40	**	155	620	112	13857
BSI/	E P	76.5	37	---	120	480	80	10390
JAC/PADT	E P	50	44	---	100	400	80	8905
CIB/	D L	76.5	37	***	120	480	80	10390

(3)  $W_u$  = carga uniforme factorizada [kg/m<sup>2</sup>]

(4)  $Q_{cs}$  = carga en cada nudo de la cuerda superior [kg]

(5)  $Q_{ci}$  = carga en cada nudo de la cuerda inferior [kg]

(6) P = carga axial en el elemento más esforzado de la armadura [kg]

\*  $1.25CM + 0.7[1.50(CV + CM)]$

\*\*  $1.20CM + 0.5CV + 1.3CW$

\*\*\* no se encontró información acerca de factores de carga en reglamentos europeos



CUADRO 6.6. RESUMEN DE RESULTADOS DEL EJEMPLO 3.1

REGLAMENTO	CLASE	F <sub>b</sub>	F <sub>c</sub>	E	f <sub>c</sub> /F <sub>c</sub>	f <sub>b</sub> /F <sub>b</sub>	SUMA
RDF/NTCM	A	170	120	65000	0.42	0.26	0.68
	B	100	95	50000	0.53	0.45	0.98
NBC/OHBDC	SPF SS	163	148	712000	0.29	0.07	0.36
	JP #1,2	117	107	61200	0.40	0.09	0.49
	DFL #1,2	102	92	61200	0.47	0.18	0.64
NBC/CAN	DFL SS	210	188	128520	0.28	0.07	0.35
	DFL #1	118	168	111180	0.31	0.12	0.43
	SPF SS	193	134	113220	0.39	0.08	0.46
	SPF #1	140	120	104040	0.43	0.10	0.53
	NAS SS	124	103	84660	0.50	0.12	0.62
	NAS #1	82	91	76500	0.57	0.18	0.75
ANSI/NDS	DFL SS	127	98	126540	0.37	0.07	0.44
	DFL #1	105	88	126540	0.47	0.08	0.55
	WHM SS	109	91	112480	0.40	0.08	0.48
	WHM #1	95	81	112480	0.45	0.09	0.54
	PPS SS	84	67	84360	0.55	0.11	0.66
	PPS #1	74	60	84360	0.61	0.12	0.73
JAC/PADT	A	210	145	95000	0.17	0.03	0.20
	B	150	110	75000	0.22	0.04	0.26
	C	100	80	55000	0.30	0.06	0.36
BSI/	SC 5	102	89	72400	0.40	0.07	0.47
	SC 4	77	81	67320	0.44	0.10	0.54
	SC 2	54	69	59160	0.51	0.14	0.65
CIB/	SC 15	153	148	46920	0.21	0.05	0.26
	SC 10	97	102	35700	0.34	0.08	0.42

El factor de amplificación de momentos,  $\lambda$ , fue conservador en los reglamentos NTCH y OHBDC. En los reglamentos CAN y NFPA se omitió debido a que carecen de una fórmula adecuada para su cálculo. En los reglamentos europeos (BSI y CIB) la amplificación de momentos no tuvo una influencia importante.

El efecto de las disposiciones sobre diseño por momentos debidos a excentricidad y encorvadura se refleja en los resultados de los reglamentos NTCH y OHBDC. La proporción utilizada de la capacidad a la flexión del elemento ( $f_b/F_b$ ) es del 54%, en especies marcadas como JP #1,2 (OHBDC), mientras que en NAS SS (CAN) llega sólo al 39%. En cambio, la reducción de capacidad a compresión por esbeltez en este último es mayor; debido a esto el valor de la fracción  $f_c/F_c$  llega al 34%, contra 13% del OHBDC.

### 6.3) Conclusiones

- a) La mayoría de los reglamentos sobre estructuras de madera carece de una comprensión adecuada del comportamiento de elementos de madera en flexocompresión y por lo tanto establece mecanismos de diseño muy conservadores para garantizar la seguridad de las estructuras que los contienen.
- b) En muchos reglamentos se sigue utilizando una metodología anticuada para establecer los esfuerzos de diseño para miembros

madera de tamaño estructural a partir de valores de resistencia de pequeñas probetas libres de defectos. Por ejemplo, el reglamento NFPA incorporo hasta su edición de 1977 valores de resistencia a la tensión diferentes de los de resistencia a la flexión.

c) Solamente algunos reglamentos toman en cuenta la posibilidad de aparición de excentricidades y encorvaduras en columnas capaces de provocar momentos no previstos en el análisis estructural. Las reglas de clasificación utilizadas en los diferentes reglamentos permiten cierto grado de encorvadura en las piezas, por lo que es posible esperar momentos debidos a esta causa.

d) Todos los reglamentos actuales ignoran la posibilidad de fallas por tensión en columnas y suponen un comportamiento elástico lineal en compresión a la falla.

La versión actual de las NTCM representa un avance mayor con respecto a la antigua versión en cuanto a método de diseño, conocimiento de las propiedades del material, fundamentos teóricos, actualización de acuerdo con el estado del conocimiento actual y suposiciones básicas. Su formato y alcances son suficientes para facilitar e incluso estimular el diseño de estructuras de madera por parte de proyectistas debido principalmente a su sencillez y semejanza con las expresiones para diseño de columnas de las Normas técnicas complementarias para acero y concreto.

Sin embargo es necesario revisar algunos aspectos de estas

disposiciones sobre diseño de columnas que merecen más atención en una futura versión de las NTCM con el objeto de producir estructuras más seguras y a la vez más económicas.

Los comentarios que siguen y la propuesta de disposiciones de diseño para columnas resumen la comparación entre resultados de diseño por los siete reglamentos tratados y la información analítica y experimental hallada en las referencias citadas.

#### Comentarios

El enfoque de diseño, el procedimiento y las suposiciones para el tratamiento de la flexocompresión en las NTCM son semejantes a las disposiciones del reglamento OHBDC-1983. Al igual que éste, emplea un método aproximado para el cálculo del momento amplificado. Este método, aunque sencillo y de manejo fácil para el diseñador no refleja correctamente el comportamiento de la madera en flexocompresión por las razones expuestas en los capítulos anteriores. El uso del factor de amplificación  $\delta$  indicado en la ecuación (5.8) tiende a subestimar la amplificación de momento cuando la sección alcanza cierto grado de plastificación (fig. 6.1.a). Buchanan *et al.* (1984) sugieren el uso de la expresión empírica

$$\delta = (1 + P/P_U) / (1 - P/P_U) \quad (6.1)$$

modificada por el factor  $C_m = 0.6 + 0.4(M_1/M_2)$  cuando los momentos en los extremos sean de signo contrario (fig. 6.1.b).

En las limitaciones por esbeltez (párrafo 3.3.3.3) las NTCM establecen que en elementos arriostrados los efectos de esbeltez pueden despreciarse si

$$kL_U/r \leq 60 - 20(M_1/M_2)$$

esto supone que la longitud sin soporte lateral será  $kL_U/2$ , debido a que los momentos en los extremos producen curvatura doble. Esta configuración deformada tiende a ser inestable si la carga axial se aproxima a la carga crítica de pandeo, por lo que ante cualquier perturbación ocurrirá un "rebote" hacia la configuración con curvatura simple y longitud sin soporte lateral  $L_U$ , es decir, el doble de la que se supuso originalmente.

Por otra parte en los Comentarios a las NTCM se justifica la afirmación de que la amplificación de momentos en la columna es menor que 5% cuando la relación de esbeltez no sobrepase los límites señalados por las ecuaciones 5.9 y 5.10. Esto no se verifica en el ejemplo 3, en el cual la relación de esbeltez es de 38 y la amplificación de momento llega al 15%. La relación entre la resistencia a compresión del material y su rigidez debe ser como máximo 0.0003 para que se verifique esta afirmación y la correspondiente a madera de coníferas es seis veces mayor.

En general la parte de las NTCM dedicada a la flexocompresión se basa en suposiciones simples y muy conservadoras, como interacciones

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

- 79 -

lineales entre carga axial y momento flexionante, ausencia de pandeo torsional, etc. Sin embargo, según Buchanan (1984) estas mismas suposiciones conducen a situaciones inseguras cuando el miembro se encuentra sujeto a tasas altas de carga axial, pues se sobrestima su resistencia, especialmente en miembros de poca esbeltez  $kL/r \leq 60$ ).

Por otra parte, de acuerdo con Buchanan, las disposiciones de las NTCH aproximan bien el comportamiento real de columnas largas ( $kL/r > 70$ ), siempre y cuando se tome para la fórmula de interacción el valor  $0.9P_R$ . Para columnas cortas ( $kL/r < 40$ ) deben buscarse disposiciones o expresiones más consistentes con la realidad, debido a la discrepancia que existe entre la suposición de interacción lineal y los resultados experimentales. Una posible solución puede ser el uso de fórmulas de interacción bilineales de la forma

$$(M_D / B M_R) = (1 - P_U / P_R) \quad (6.2)$$

donde B es el valor donde la recta que aproxima la envolvente de falla corta el eje de las abscisas (figura 6.2).

Sin embargo, hace falta llevar a cabo un programa de pruebas con elementos de tamaño estructural para verificar estas hipótesis y desarrollar modelos más aproximados a la realidad.

Otro aspecto que necesita más atención en la fórmula de interacción es la metodología para la comprobación de los requisitos de estabilidad y resistencia de elementos a compresión. La fórmula 5.3 "comprueba" simultáneamente resistencia y estabilidad al suponer que todas las fallas serán por resistencia del material, ya que el término  $P_U / P_R$  expresa la razón de carga última a resistencia al aplastamiento y no resistencia a

compresión de una columna con una esbeltez dada. En la figura 6.3 se muestra una comparación entre la capacidad de un elemento cuya relación de interacción para  $\frac{kl_u}{r} = 0$  es la recta  $P_{RO}-D-M_R$ , de acuerdo con las disposiciones de las NTCM (curva  $P_{R_S}-B-M_R$ ) y con las fórmulas de interacción para columnas de acero (curva  $P_{R_S}-A-M_R$ ), donde  $P_{R_S}$  es la capacidad a compresión de una columna disminuida por alguna fórmula conveniente (Euler, Rankine, etc.). De acuerdo con estas últimas, la envolvente de falla del material es la recta la columna puede admitir un momento en los extremos (no amplificado) igual al indicado por el punto A, que corresponde a un momento al centro del claro (amplificado) indicado por el punto C. La curva producida por las NTCM sugiere que el elemento puede admitir un momento en los extremos igual a B, que si es amplificado puede llegar al punto D, que señala una combinación de momento y carga axial causante de falla en el material.

Las NTCM no hacen mención específica del tratamiento de columnas espaciadas o armadas, sino que se limita a establecer que "...En el caso de columnas compuestas de dos o más elementos, la esbeltez se considerará de manera independiente para cada elemento a no ser que se prevea un dispositivo que una los extremos de los elementos rigidamente y espaciadores adecuados...". Otros reglamentos, como el de los E.U.A., el canadiense, el británico y el europeo poseen disposiciones muy claras al respecto e incluso, en el caso de estos dos últimos, permiten diferenciar situaciones en las cuales los conectores en los extremos son clavos, pernos o pegamento y proporciona valores de reducción de resistencia para

cada caso o de incremento si el grosor de los separadores supera el de las piezas unidas por ellos.

En general puede decirse que si bien estas disposiciones son conservadoras tanto desde el punto de vista de los factores de reducción de resistencia como del tratamiento elástico de la madera, no cubren con seguridad todas las situaciones comunes en que la madera se encuentra sujeta a flexión y carga axial combinadas.

A continuación se presenta una propuesta para la parte sobre flexocompresión de una posible versión posterior de las NTCM. En ella se resalta la necesidad de contar con modelos más aproximados al fenómeno y parámetros más fidedignos para representar adecuadamente las características de los materiales. Las adiciones o modificaciones al texto original de las NTCM en su versión actual se señalan con ennegrecido.

Esta propuesta se basa principalmente en los trabajos de Buchanan (1984) y Buchanan et al (1985) y está apoyada en la comparación de los resultados de diseño obtenidos mediante la aplicación de los siete reglamentos para madera citados en este trabajo. Para su aplicación deben realizarse programas de pruebas muy extensos y estudios analíticos que hagan posible la adaptación del modelo elastoplástico con efectos de tamaño a las maderas mexicanas cubiertas por las NTCM. La deducción de los valores y expresiones propuestos cae fuera de los límites de este trabajo, por lo que no se detallan los cálculos necesarios para obtener algunos de los parámetros propuestos; para información más detallada



acerca del modelo mencionado pueden consultarse las referencias citadas.

Las modificaciones propuestas comprenden los siguientes aspectos:

- a) uso de factores de reducción de resistencia mayores para representar mejor las características mecánicas de la madera;
- b) el uso de fórmulas de interacción bilineales para columnas cortas y de expresiones linealizadas para columnas cuya esbeltez obligue a considerar amplificación de momentos;
- c) el uso de un factor de amplificación de momentos que tome en cuenta el comportamiento inelástico de la madera en compresión;
- d) la distinción en la fórmula de interacción entre fallas por resistencia del material y fallas por inestabilidad propiamente dicha;
- e) la consideración de fallas a tensión en la madera y su cuantificación por medio de los efectos de tamaño; y
- f) la consideración del trabajo de conjunto de diferentes elementos estructurales como un sistema que mejora las propiedades de los elementos individuales.

#### 6.4) Propuesta de disposiciones

##### 3.3 Miembros sujetos a combinaciones de momento y carga axial de compresión

###### 3.3.1 Requisito general

Toda columna deberá dimensionarse como miembro sujeto a flexo-compresión independientemente de que el análisis no haya indicado la presencia de momento.

###### 3.3.2 Resistencia a carga axial

La resistencia a compresión de diseño,  $P_R$ , que deberá usarse en las fórmulas de interacción de los incisos 3.3.4 y 3.4.2 se obtendrá por medio de la expresión

$$P_R = F_R f_{cu} A \quad (3.11) \quad (A)$$

donde:  $F_R$  = factor de reducción de resistencia (tabla 2.4)

$f_{cu}$  =  $f'_{cu} K_h K_d K_c K_p K_{cl}$  (incisos 2.4 y 2.4.1)

$A$  = Área de la sección

###### 3.3.3 Efectos de esbeltez en columnas macizas

Los efectos de esbeltez se tomarán en cuenta a través de la amplificación de momentos de acuerdo con lo previsto en el inciso 3.3.5.

### 3.3.3.1 Longitud sin soporte lateral

La longitud sin soporte lateral,  $L_u$ , de miembros bajo compresión se tomará como la distancia centro a centro entre soportes laterales capaces de proporcionar una fuerza de restricción lateral por lo menos igual al cuatro por ciento de la carga axial sobre el miembro o bien como la distancia entre puntos de momento flexionante nulo donde el análisis así lo indique y exista restricción lateral por elementos de cubierta sujetos al miembro como se indica en el párrafo 3.4.2. Esta fuerza también deberá ser suficiente para resistir los efectos de los momentos en los extremos y las cargas laterales que pudieran existir.

### 3.3.3.2 Longitud efectiva

Los miembros en compresión se dimensionarán considerando una longitud efectiva,  $L_e = k L_u$ . Para miembros bajo compresión arriostrados contra desplazamientos laterales se tomará  $k = 1$ , salvo que se justifique un valor menor. Para miembros en compresión sin arriostramiento contra desplazamientos laterales, se determinará por medio de un análisis.

### 3.3.3.3 Limitaciones

(a) Para miembros no arriostrados, los efectos de esbeltez podrán despreciarse si

$$k L_u / r \leq 20$$

(B)

donde:  $r$  = radio de giro mínimo de la sección

(b) Para miembros arriostrados, los efectos de esbeltez podrán despreciarse si

$$kL_U / r \leq 40 - 20 \frac{M_1}{M_2}$$

donde:  $r$  = radio de giro mínimo de la sección

$M_1, M_2$  = momentos actuantes en los extremos multiplicados por el factor de carga apropiado.  $M_1$  es el momento menor y se considera negativo cuando  $M_1$  y  $M_2$  producen curvatura doble.  $M_2$  es el momento mayor y siempre se considera positivo

(c) No se admiten valores de  $kL_U / r$  superiores a 120.

### 3.3.4 Formula de interacción para flexión uniaxial

Los miembros sujetos a compresión y flexión uniaxial deberán satisfacer la siguiente condición

$$(M_C / BM_R) \leq (1 - P_U / P_R)$$

$$M_C \leq M_R$$

en columnas con  $kL_U / r < 50$  y

$$\frac{0.9P_U}{P_R} + \frac{M_C}{M_R} \leq 1 \quad (3.12) \quad (C)$$

en columnas con esbeltez mayor

donde:  $M_C$  = momento amplificado que se aplicará para diseño con la carga axial  $P_U$

$P_U$  = carga axial última de diseño que actúa sobre el elemento y es igual a la carga de servicio multiplicada por el factor de carga apropiado

$$B = Q(f_{tu}/f_u) \quad (D)$$

### 3.3.5 Determinación del momento amplificado

El valor de  $M_C$  se determinará por medio del siguiente procedimiento

$$M_C = \delta M_D, \text{ pero no menor que } M_1 \quad (3.13)$$

donde:  $M_D$  = máximo momento sin amplificar que actúa sobre el miembro en compresión y es igual al momento de servicio multiplicado por el factor de carga apropiado

$$\delta = \frac{C_m \cdot (1 + P_U/P_{CR})}{1 - P_U/P_{CR}} \quad (E)$$

El valor de la carga crítica de pandeo  $P_{CR}$  se obtendrá con la expresión

$$P_{cr} = F_R \frac{\pi^2 E O.05 I}{(kL_U)^2} K_c K_h \quad (3.15) \quad (F)$$

donde:  $F_R$  = factor de reducción de resistencia (tabla 2.4)

Para miembros restringidos contra el desplazamiento y sin cargas transversales entre apoyos, el valor de  $C_m$  podrá tomarse igual a

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2}, \quad \text{pero no menor que } 0.4 \quad (3.16)$$

Para otros casos tómesese  $C_m = 1.0$

$M_1$  y  $M_2$  tienen el mismo significado que en 3.3.3.3

### 3.3.6 Momentos en los extremos

Todos los miembros bajo compresión deberán dimensionarse para excentricidades en cada extremo iguales o mayores que

- a) Las correspondientes al máximo momento asociado a la carga axial.
- b) 0.05 de la dimensión del miembro paralela al plano de flexión considerado. Se supone que esta excentricidad ocasiona flexión uniaxial y curvatura simple únicamente.

### 3.3.7 Momentos debidos a encorvadura

Todos los miembros bajo compresión deberán dimensionarse para una excentricidad

$$e_b = \frac{L_u}{300} \quad (3.17)$$

considerando que dicha excentricidad se presenta a la mitad de la distancia entre soportes laterales. Se considerará que los momentos por encorvadura actúan en el mismo plano y en el mismo sentido que los momentos del inciso 3.3.6.

### 3.3.8 Elementos en compresión combinada con flexión que formen parte de sistemas estructurales (G)

### 3.3.9 Columnas espaciadas (H)

### 3.3.10 Fórmula de interacción para flexión biaxial

Cuando un miembro bajo compresión se encuentre sujeto a flexión respecto a ambos ejes principales, el momento de diseño respecto a cada eje se amplificará multiplicando por  $\beta$ , calculada de acuerdo con las condiciones de restricción y rigidez a la flexión respecto al eje en cuestión.

Los miembros bajo compresión sujetos a flexión biaxial deberán satisfacer la siguiente condición

$$\frac{F_u}{P_R} + \frac{M_{xua}}{M_{xR}} + \frac{M_{yua}}{M_{yR}} \leq 1 \quad (3.18)$$

donde:  $M_{xua}$  = momento amplificado respecto al eje X  
 $M_{yua}$  = momento amplificado respecto al eje Y  
 $M_{xR}$  = resistencia de diseño a momento respecto al eje X  
 $M_{yR}$  = resistencia de diseño a momento respecto al eje Y

#### 3.4 Miembros sujetos a combinaciones de momento y carga axial de tensión

##### 3.4.1 Momentos en los extremos

Todos los miembros bajo tensión deberán dimensionarse para excentricidades en cada extremo iguales o mayores que

- a) Las correspondientes al máximo momento asociado a la carga axial
- b) 0.05 de la dimensión del elemento paralela al plano de flexión considerado. Se supone que esta excentricidad ocasiona flexión uniaxial y curvatura simple únicamente.

##### 3.4.2 Momentos debidos a encurvadura

Todos los elementos bajo tensión deberán dimensionarse para una excentricidad



$$e_b = \frac{L_u}{500} \quad (3.17) \quad (I)$$

considerando que dicha excentricidad se presenta a la mitad de la distancia entre soportes laterales. Se considerará que los momentos por encorvadura actúan en el mismo plano y en el mismo sentido que los momentos del inciso 3.3.6.

#### 3.4.3 Momento uniaxial y tensión

Los miembros sujetos a momento uniaxial y tensión deberán satisfacer la siguiente condición

$$\frac{T_u}{T_R} + \frac{M_u}{M_R} \leq 1 \quad (3.18) \quad (J)$$

donde los numeradores son acciones de diseño y los denominadores son resistencias de diseño.

#### 3.4.4 Momento biaxial y tensión

Los miembros sujetos a momento biaxial y tensión deberán satisfacer la siguiente condición

$$\frac{T_u}{T_R} + \frac{M_{xua}}{M_{xR}} + \frac{M_{yua}}{M_{yR}} \leq 1 \quad (3.20)$$

donde:  $M_{xua}$  = momento respecto al eje X

$M_{yua}$  = momento respecto al eje Y

$M_{xR}$  = resistencia de diseño a momento respecto al eje X

$M_{yR}$  = resistencia de diseño a momento respecto al eje Y

NOTAS:

- (A) El factor de reducción de resistencia en compresión podría ser mayor para la ecuación 3.11 de este capítulo y prever una reducción de resistencia por esbeltez con alguna fórmula adecuada para elementos esbeltos. Esto cubriría con mayor aproximación los requisitos de seguridad tanto en el caso de elementos cortos como en el caso de columnas esbeltas.
- (B) Para efectos prácticos la amplificación de momentos puede considerarse despreciable si es menor que 15%. La esbeltez máxima para que se verifique esta afirmación es aproximadamente  $kL_y/r = 25$  si se usa la amplificación calculada con la ecuación 5.8. Si se usa la ecuación 6.1 la esbeltez máxima es 20. Se considera adecuado dar este valor como mínimo para garantizar la seguridad contra fallas por inestabilidad.
- (C) En elementos cortos la envolvente de falla tiende a aproximarse a la curva exterior de la figura 6.4. Esta curva puede aproximarse aceptablemente mediante la recta  $P_R-B$  y la vertical que la corta en el punto de abscisa  $M_R$  (figura 6.2).

- (D) Esta reducción en la capacidad de carga de columnas esbeltas toma en cuenta la forma de las curvas de la figura 6.4 a partir de la esbeltez indicada y se aproxima adecuadamente a los resultados experimentales. El valor de  $Q$  puede hallarse entonces a partir de las características mecánicas del material y de la geometría del diagrama de interacción.
- (E) Expresión empírica usada por Buchanan con base en valores "típicos" de  $E/f_c = 300$  y una deformación máxima en compresión de 0.01. Esta expresión amplifica el valor del momento que ocurre en el centro del claro y lo aproxima mejor a su valor real (fig. 6.1.b). La amplificación aumenta linealmente hasta el doble de la obtenida con la fórmula tradicional conforme la carga axial se aproxima a la carga crítica.
- (F) El uso del factor por duración de carga  $k_d$  es una manera indirecta de afectar el valor del módulo de elasticidad de la madera, debido a que este es el único parámetro mecánico del material que interviene en el cálculo de la carga crítica de pandeo del elemento. En la fórmula 3.15 se propone omitir el factor por duración de carga ya que, de acuerdo con el texto de las NTCM los valores de módulo de elasticidad no se incrementan por duración de carga (pie de

página, Tabla 2.6 página 15 de las NTCM), lo que está de acuerdo con las reglamentaciones examinadas aquí.

- (G) En elementos que se encuentran unidos convenientemente formando parte de otros sistemas estructurales, tales como muros a base de tableros unidos con pie-derechos, cuerdas superiores de armaduras clavadas en toda su longitud a sistemas continuos de cubierta y otros similares, tiene lugar un "trabajo de equipo" cuyo efecto es similar al obtenido en sistemas con compartición de carga. Por esta razón convendría "premiar" el desempeño de tales sistemas con factores de incremento convenientes que reflejaran este efecto positivo.
- (H) El comportamiento de las columnas espaciadas difiere en cierta medida del de las columnas macizas; depende de las condiciones de fijación en los extremos y de las dimensiones de los separadores, por lo que su tratamiento es muy extenso y cae fuera de los límites de este trabajo.
- (I) En la práctica debe ser tan difícil cargar concéntricamente un elemento en compresión como en tensión, con la diferencia de que en este último caso el efecto no es tan desfavorable. En un elemento en flexotensión ocurre una disminución del momento flexionante igual al producto de la

carga de tensión multiplicada por la deflexión debida al momento actuante. Sin embargo, esta disminución puede ser superada por el efecto contrario que produciría una excentricidad accidental (juntas mal ejecutadas, conectores faltantes, contracciones dimensionales desiguales, etc.) o una encorvadura en el sentido desfavorable del elemento.

- (J) En este inciso deben tomarse en cuenta los efectos de tamaño en la resistencia del elemento a tensión. Estos efectos modifican la curvatura de la rama inferior ( $M_R-T_R$ ) de la curva de la figura 6.4.

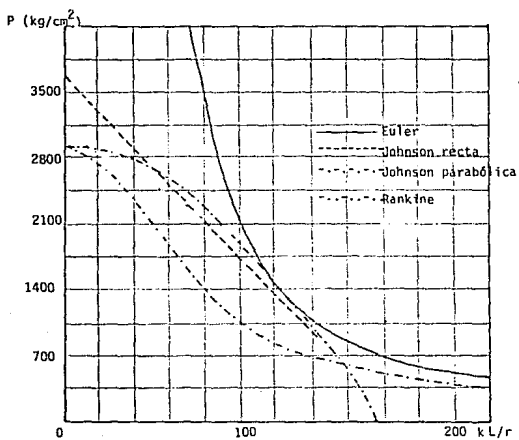


Figura 2.1 Resistencia de columnas de acero según Trautwine (1913)

$f_u$  (ksi)

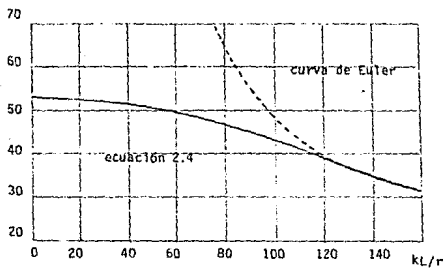


Figura 2.2 Modelo de Euler- Engesser y curva de Euler para columnas de aluminio (tomado de Mc Guire, 1968)

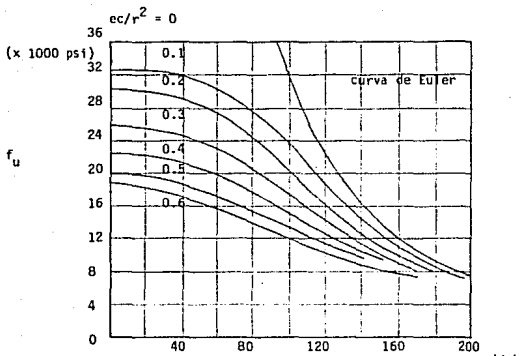


Figura 2.3 Resistencia de columnas de acero de acuerdo con la fórmula de la secante (ecuación 2.5.b), tomado de Timoshenko (1963).



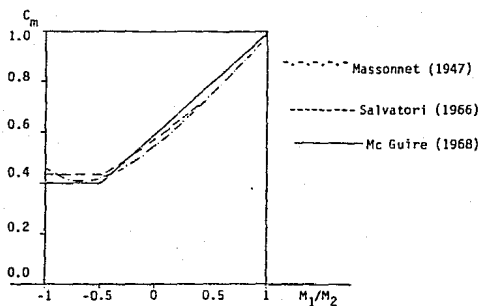
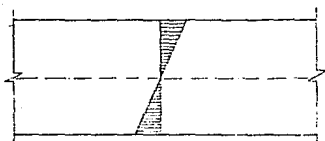
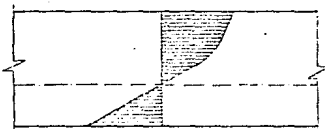


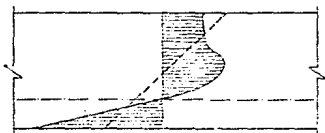
Figura 2.4 Valor del factor de momento equivalente  $C_m$  según varios autores.



(a)



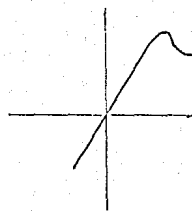
(b)



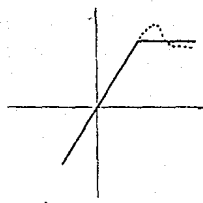
(c)

Figura 3.1 Esfuerzos en una viga de madera sometida a flexión

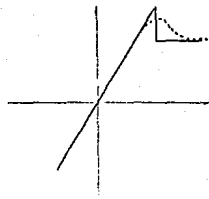
—— distribución real  
 - - - - - distribución supuesta



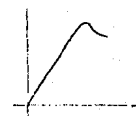
(a)



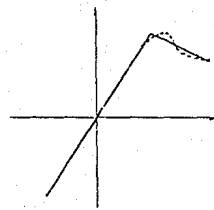
(b)



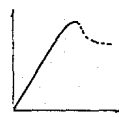
(c)



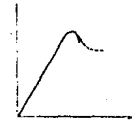
(g)



(d)

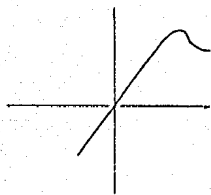


(e)

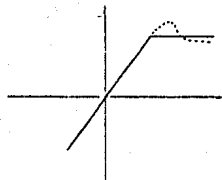


(f)

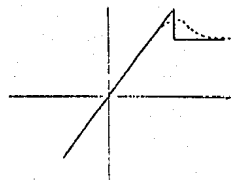
Figura 3.2 Curvas esfuerzo-deformación real y según diversos autores (tonada de Buchanan, 1984).



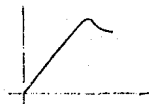
(a)



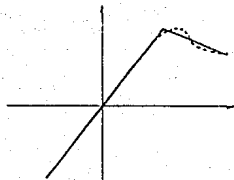
(b)



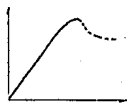
(c)



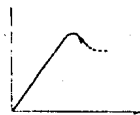
(g)



(d)



(e)



(f)

Figura 3.2 Curvas esfuerzo-deformación real y según diversos autores (tomada de Buchanan, 1984).

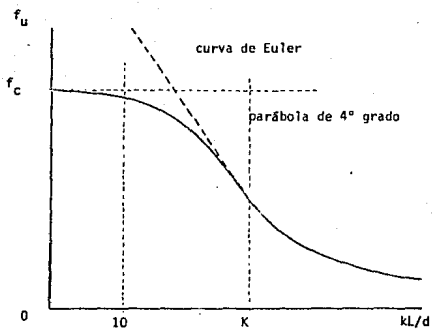


Figura 3.3 Resistencia de columnas de madera

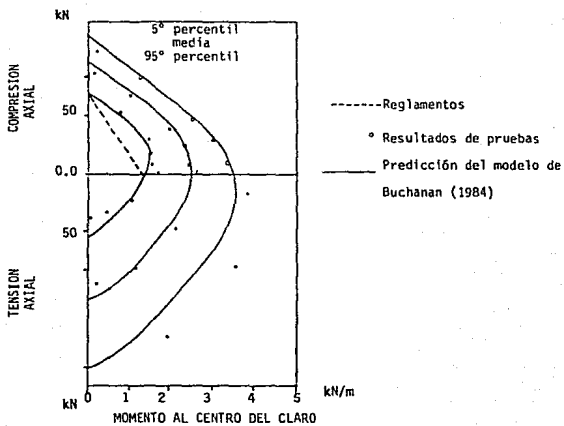


Figura 3.4 Diagrama de interacción para elementos de madera según Buchanan (1984)

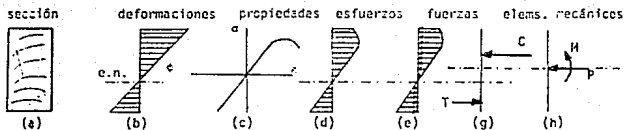


Figura 3.5 Obtención de elementos mecánicos en una sección transversal por medio de las relaciones esfuerzo-deformación del material (tomado de (Buchanan 1984))

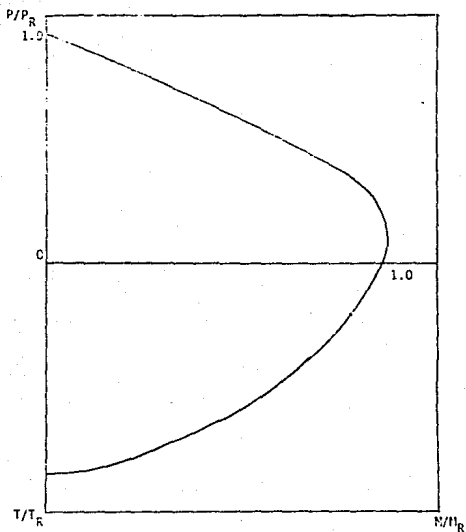


Figura 3.6 Envolvente de falla para la sección sujeta a carga axial y flexión combinadas obtenida con el procedimiento descrito en el párrafo 3.5 (tomada de (Buchanan 1984))



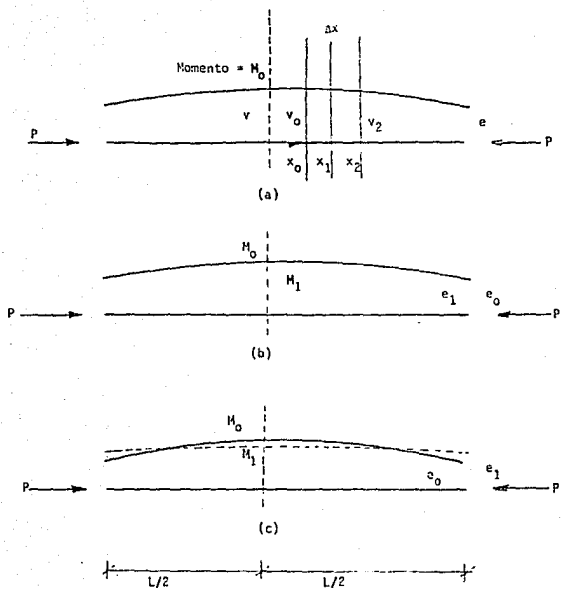


Figura 3.7 Curvas de deflexión de columnas para determinar estabilidad (tomada de Buchanan 1984)

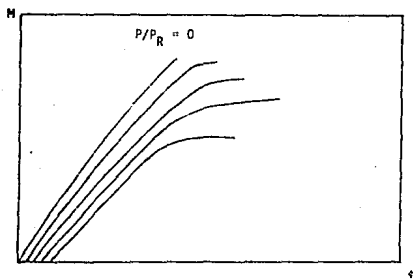


Figura 3.6 Relación típica entre momento-curvatura y carga axial. La capacidad a flexión decrece conforme aumenta la carga sobre la sección (tomada de Buchanan 1984).

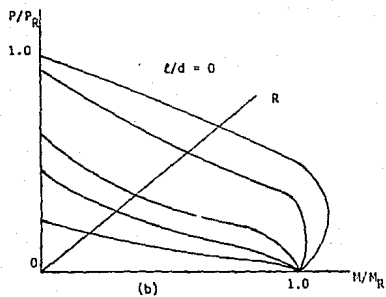
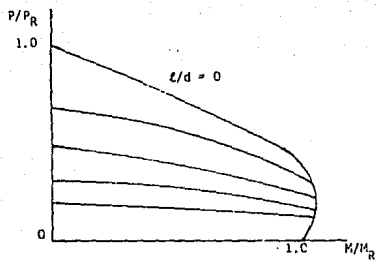


Figura 3.9 Diagrama de interacción para elementos de madera obtenidos mediante el método elastoplástico. (tomada de Buchanan 1964)

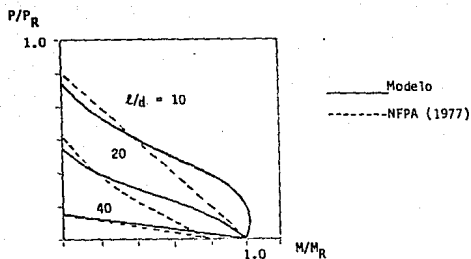


Figura 4.1 Diagrama de interacción de columnas de madera según Buchanan (1984) y predicción de la resistencia según el reglamento NFPA (1977)

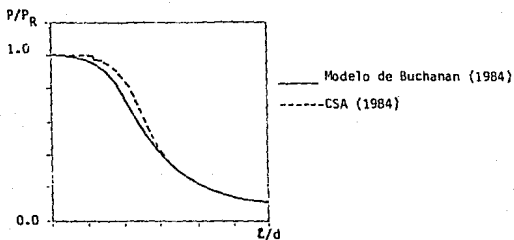


Figura 4.2 Resistencia a carga axial en columnas de madera según Buchanan (1984) y predicción de la resistencia según el reglamento CSA (1984).

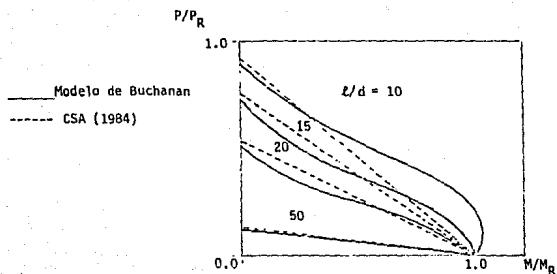


Figura 4.3 Diagrama de interacción de columnas de madera según Buchanan (1984) y predicción de la resistencia según el reglamento CSA (1984).

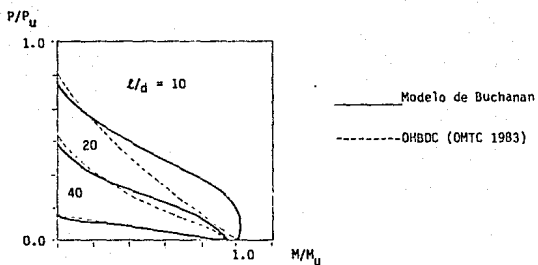


Figura 4.4 Diagrama de interacción de columnas de madera según Buchanan (1984) y predicción de la resistencia según el reglamento OHBDC (OMTC 1983).

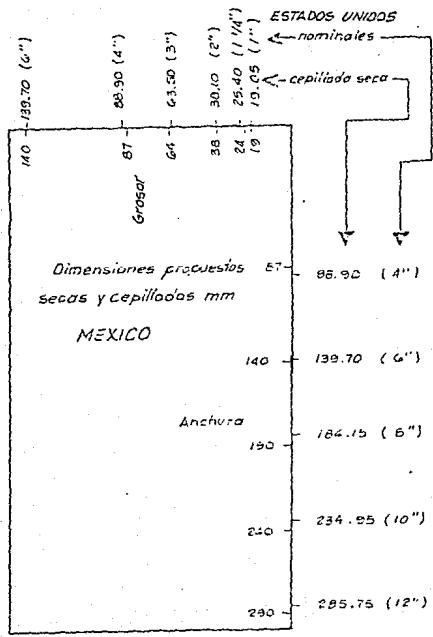


Figura 5.1 Comparación entre las dimensiones especificadas en la Norma NOM-C-224-1983 "Dimensiones de la madera aserrada para su uso en construcción" (NOM 1983) y las utilizadas en los E.U.A.

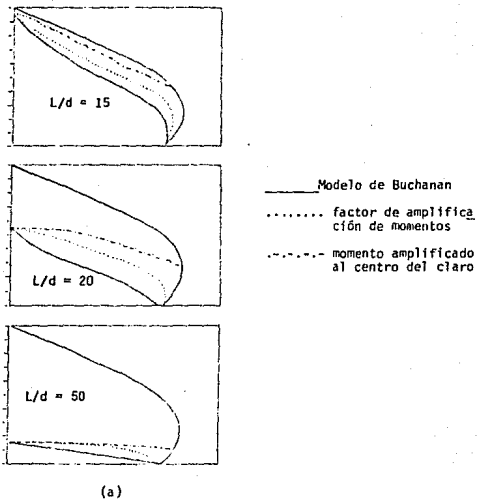
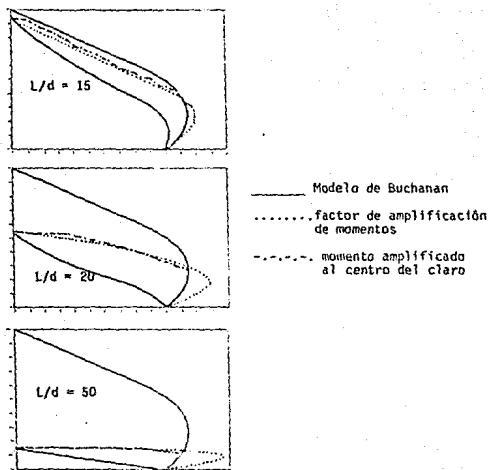


Figura 6.1. Factor de amplificación de momentos  $\delta$  según la expresión 5.8 y momento amplificado según Buchanan (1984).





(b)

Figura 6.1 (continuación)

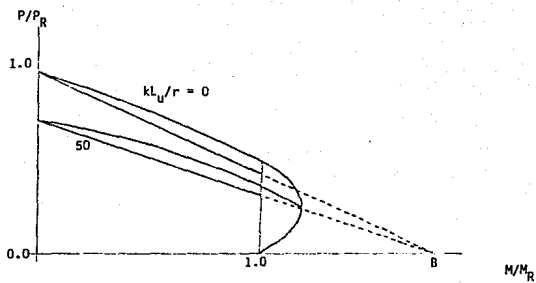


Figura 6.2 Aproximación propuesta al diagrama de interacción según el modelo de Buchanan (1984) para la modificación de las NTCM

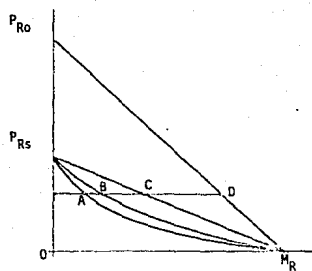


Figura 6.3 Diagrama de interacción para columnas de madera según los reglamentos OHBDC (OMTC 1983), NTCM (DDF 1988b) y fórmulas para columnas de acero.

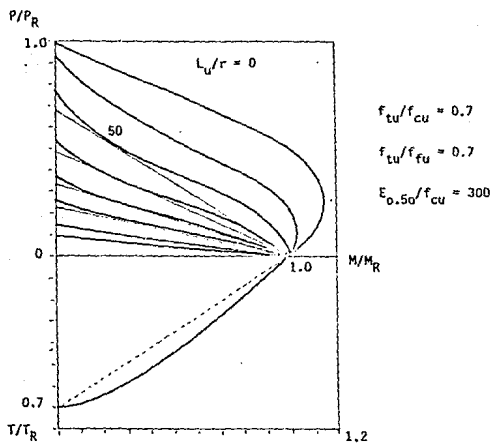


Figura 6.4 Diagrama de interacción para madera con las características mecánicas señaladas al margen según Buchanan (1984)

## BIBLIOGRAFIA

- ACI 1971. Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71). American Concrete Institute, Detroit. p. 78.
- AISC 1969. Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel Buildings. American Institute for Steel Construction. Nueva York.
- AITC 1974. Timber Construction Manual. American Institute of Timber Construction. Ed. John Wiley & Sons, Inc. pp. 4.1- 4.181.
- ANSI 1982. Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. American National Standards Institute, Inc. New York.
- Araujo, M.O. 1988 Calificación, clasificación y obtención de valores de diseño de maderas tropicales mexicanas. Tesis de maestría. Universidad Autónoma de Yucatán. Mérida. 130 pp.
- Bazan, I.M., 1980. Ultimate Bending Strength of Timber Beams. Ph. D. Dissertation. Nova Scotia Tech. College. Halifax, N.S. 269 p.
- Beinecke, L. A. 1986. "Analysis and design of wood trusses". Wood Engineering Design Concepts. Clark C. Heritage Memorial Series. Forest Products Laboratory-The University of Wisconsin-Extension. Madison, WI. pp. 434-438.
- Bleau, R. 1984 "Comportement des Poutre-Colonnes en Bois". Tesis de maestría. Departamento de Ingeniería civil de la Universidad de Sherbrooke, Quebec.
- Sleich, F., 1952. Buckling Strength of Metal Structures. Mc Graw-Hill Book Co. Nueva York. 508 p.
- Bresler, B. 1960. Design Criteria for Reinforced Concrete Columns Under Axial Loads and Biaxial Bending. Journal ACI, Vol. 57, Nov. 1960, p. 481-490.
- Breyer, D.E. 1980. Design of Wood Structures. Ed. Mc.Graw-Hill, Nueva York, pp. 1-116, 181-230.
- Bryant, A. 1987. "Built-up columns". Journal of Structural Engineering, Vol 113, Nº 12, Ene 1987.
- BSI 1984. Structural Use of Timber, Part 2, Code of Practice for Permissible Stress Design, Materials and Workmanship BS:5268. British Standards Institution. Bracknell, Inglaterra.
- Buchanan, A. H. 1984. "Design of sawn timber members for combined bending and axial loading". Proceedings of Pacific Timber

Engineering Conference. Vol II. Timber Design Theory. Auckland pp.588-595.

- Buchanan, A. H. 1984. "Strength model and design methods for bending and axial load interaction in timber members". PhD Thesis. University of British Columbia. Vancouver. pp. 1-298.
- Buchanan, A., Johns, K., Madsen, B. 1985. "Column design methods for timber engineering". International Council for Building Research Studies and Documentation. Work Commission W-18 Meeting Eighteen. Beit Oren, Israel. pp. 1-53.
- Buchanan, A. 1986. "Combined bending and axial loading in lumber." Journal of Structural Engineering, Vol 112, Nº 12, Dic 1986.
- Burgess, H.J., 1980. Ties With Lateral Loads. Proc. IUFRO Wood Engineering Group SS:02. Oxford. Inglaterra.
- CSA 1984. Engineering Design in Wood (Limit States Design). CAN-086. 1-1984. Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario.
- Carmichael, E. N. 1984. Timber Engineering, Practical Design Studies. Ed. E. & F. N. spon, Ltd. London. pp. 37-61.
- Cerón, C.M. 1988. Calificación, clasificación y obtención de valores de diseño de maderas tropicales mexicanas. Informe técnico final al CONACYT. Mérida.
- CIB 1983. Structural Timber Design Code. International Council for Studies and Documentation. Working Commission W-18. Publication 66. Rotterdam.
- CNIDS 1985. Anuario de la producción forestal 1985. Cámara Nacional de las Industrias Derivadas de la Silvicultura. México, D.F.
- Crisswell, M.E. 1986. "Design of columns". Wood Engineering Design Concepts. Clark C. Heritage Memorial Series. Forest Products Laboratory-The University of Wisconsin-Extension. Madison, Wi. pp. 291-438.
- Crubilé, P., et al. 1985. Common Unified Rules for Timber Structures. Eurocode 5. October.
- Chávez, G.A. 1985. Análisis de las propiedades mecánicas en flexión estática de tableros contrachapados de madera de pino. Tesis profesional. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia. pp. 75.
- Chen, W.F. T. Atsuta 1976a. Theory of Beam Columns. Vol. 1. In-Plane Behaviour and Design. McGraw-Hill Book Co. Nueva York. 732p.
- Chen, W.F. T. Atsuta 1976a. Theory of Beam Columns. Vol. 2. Space

- Behaviour and Design. McGraw-Hill Book Co. Nueva York. 513p.
- Dávalos, R. 1964. "Diseño de estructuras de madera". Información general. Nota Técnica Nº 1 Segunda versión. INIREB-LACITEMA. Xalapa, México.
- Dávalos, S. R., Ordóñez, V., R. Echenique-Manrique, F. Robles 1984. "Stress Grading of Mexican Pine Lumber. IUFRO Timber Engineering Group Meeting 65-02. Dec. 10-15. Xalapa, Mexico.
- Dávalos, R., Ricalde, M., Ordóñez, V., Perez, V. 1988. Anteproyecto de Norma Oficial Mexicana. Norma de comportamiento para tableros de madera de uso estructural. LACITEMA-INIREB. Xalapa, Ver. Documento interno.
- DIF 1983. Dansk Ingenior forening. Structural Use of Timber. Traducción al inglés del del reglamento danés para uso estructural de la madera, DS 413. Teknisk Forlag Normstyrelsens Publikationer NP-158-T. Copenhagen.
- DDF 1987a. Reglamento de construcciones del Distrito Federal. Departamento del Distrito Federal. México, D.F. pp. 1-100
- DDF 1987b. Normas Técnicas Complementarias 'Diseño y Construcción de Estructuras de Madera'. Departamento del Distrito Federal. México, D.F. pp. 1-43.
- DDF 1987c. Normas Técnicas Complementarias 'Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto'. Departamento del Distrito Federal. México, D.F. pp. 1-43.
- DDF 1987d. Normas Técnicas Complementarias 'Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas'. Departamento del Distrito Federal. México, D.F. pp. 1-43.
- De Grace, R.F. 1986. Commentary on CSA Standard CAN-084.1-M84. Engineering Design in Wood (Limit States Design). Canadian Standards Association. Rexdale, Ontario.
- Echenique-Manrique, R., F. Robles, R. Dávalos. 1980. "Final Report to IDRC. Timber Grading (Mexico). F.N. 3-P-78-0065.
- Echenique-Manrique, R., Dávalos, R., F. Robles, 1981. "Visual Grading of Structural Pine Lumber in Mexico." Part 1. 17<sup>th</sup> IUFRO World Congress. Subject Group S5.02.00 Wood Engineering. Kyoto, Japan. Sep. 6-17, 1981.
- Echenique-Manrique, R., F. Robles, R. Dávalos. 1982. "Progress Report to IDRC. Timber Grading (Mexico). Phase II. F.N. 3-P-80-0167.
- Echenique-Manrique, R., F. Robles, R. Dávalos. 1984. "Final Report to IDRC. Timber Grading (Mexico). Phase II. F.N. 3-P-80-0167.

- Echenique-Manrique, R., F. Robles, R. Dávalos. 1986. "Informe Técnico al IDRC. Timber Grading (Mexico). Phase II. F.N. 3-P-83-0126.
- Ericsson, B. 1974. "Trainformation - 1300 foretags gemensam marknadsberending", Vach-och Vatten Byggaren. Estocolmo. 1/2.
- JAC 1982. Manual de Diseño para Maderas del Grupo Andino. Junta del Acuerdo de Cartagena. Lima. pp. 8-2 - 9-34.
- Keenan, F.J. 1988. Limit States Design of Wood Structures. Morrison Hershfeld Ltd. Toronto. 532 pp.
- Keenan, F.J., M. Tejada. 1987. Maderas Tropicales como Material de Construcción en los Países del Grupo Andino de América del Sur. IDRC-TS49s. Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo, CIID. Bogotá. pp. 59-104.
- Knuffel, W.E. 1983. The Determination of Design Stresses for the Various Grades of South African Sawn Timber. Part II: In-Grade Testing of SA Pine Visual Grades. CSIR Special Report MQUT 240. 63 pp.
- Larsen, H.J. 1984. "Instability of columns and beams". Proceedings of Pacific Timber Engineering Conference. Vol II. Timber Design Theory. Auckland, N.Z. pp.569-579.
- LTIC 1980. Timber Design Manual Metric Edition. Laminated Timber Institute of Canada. Ottawa.
- Madsen, B., P.C. Nielsen 1976. In-Grade Testing: Size Investigations on Lumber Subjected to Bending. Structural Research Series Rep. Nº 15. Department of Civil Engineering. University of British Columbia. Vancouver.
- Madsen, B., P.C. Nielsen 1978a. In-Grade Testing: Bending Tests in Canada June 1977-May 1978. Structural Research Series Rep. Nº 25. Department of Civil Engineering. University of British Columbia. Vancouver.
- Madsen, B., P.C. Nielsen 1978b. In-Grade Testing: Tension Tests in Canada. Department of Civil Engineering. University of British Columbia. Vancouver.
- Madsen, B., P.C. Nielsen 1978c. In-Grade Testing: Size Investigations on Lumber Subjected to Bending. Structural Research Series Rep. Nº 15. Department of Civil Engineering. University of British Columbia. Vancouver.
- Madsen, B., P.C. Nielsen 1978d. In-Grade Testing: Size Investigations on Lumber Subjected to Bending. Structural Research Series Rep. Nº 15. Department of Civil Engineering. University of British Columbia. Vancouver.
- Malhotra, S.K. 1984. "Analysis and design of solid and built-up timber



- compression members". Proceedings of Pacific Timber Engineering Conference. Vol II. Timber Design Theory. Auckland, N.Z. pp.580-587.
- Maihotra, S.K., S.J. Mazur. 1970. Buckling Strength of Solid Timber Columns. Transactions of the Engineering Institute of Canada. Publicada on Engineering Journal. 13 (A-4):I-VII.
- Masonnett, C. 1947. Le flambage des barres a section ouverte et a parois minces. Hommage Fac. Sci. Appl. a L'Assoc. des Ingenieurs Sortis de L'Ecole de Liege... Liege
- McGuire, W. 1968. Steel Structures. Mc. Graw-Hill. Nueva York
- Mattem, C. A. 1986. Structural Timber Design and Technology. Timber Research and Development Association. Ed. Longman Scientific & Technical. Essex. pp 181-276.
- Moe, J., 1961 The Mechanism of Failure of Wood in Bending. Publication Int'l. Assoc for Bridge and Structural Engineering. 21:163-178.
- NBC 1985. National Building Code of Canada. Associate Comittee on the National Building Code. National Research Council of Canada. Ottawa.
- NCH 1977 Nch 1198Eof.77 Madera. Construcciones en madera. Cálculo. Instituto Nacional de Normalización. Santiago. 117 pp.
- Neely, S.T. 1998. Relation of Compression-Edgewise to Breaking Load of Beams. Progress in Timber Physics. USDA Div. of For. Circ. Nº 18; pp.13-17.
- Neubauer, L.W. 1973. A Realistic and Continuous Wood Column Formula. Forest Products Journal. 23 (3): 38-44.
- Newlin, J.A., G.W. Trayer. 1925. Stress in Wood Members Subjected to Combined Column and Beam Action. Nat. Adv. Comm. Aero. Report Nº 186. Reimpresión como USDA For. Serv. FPL Report Nº 1311. 1941. 13 pp.
- NFPA 1977. National Design Specification for Wood Construction. National Forest Products Association. Washington, D.C.
- NFPA 1978. Design Values for Wood Construction. National Forest Products Association. Washington, D.C.
- NOM 1983. Dimensiones de la madera aserrada para su uso en la construcción. Norma Oficial Mexicana NOM C-224-1983. Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, México, D.F.
- NOM 1985. Calificación y clasificación de madera de pino para usos estructurales. Norma Oficial Mexicana NOM C-239-1985. Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, México, D.F.

- OHTC 1983a. Ontario Highway Bridge Design Code. Ontario Ministry of Transportation and Communication. Highway Engineering Division. Toronto.
- OHTC 1983b. Ontario Highway Bridge Design Code Commentary. Ontario Ministry of Transportation and Communication. Highway Engineering Division. Toronto.
- Ordoñez, C.V., R. Dávalos. 1985. "Manual de Clasificación visual para madera estructural de pino". Nota Técnica No. 12. INIREB-LACITEMA. Xalapa, Ver. México.
- Park, R., Paulay, T. 1980. Estructuras de Concreto Reforzado. Limusa, México, D.F., pp. 123-198.
- Popov, E.P. 1982. Introducción a la Mecánica de Sólidos. Limusa, México, D.F., pp. 593-622
- Robertson, A. 1925. The Strength of Struts. Sel. Eng. Pap. Inst. Civ. Eng. N° 28.
- Robles, F. 1984. "Usos estructurales de la madera en México". La Madera y su Uso en la Construcción. N° 5. INIREB-LACITEMA. Xalapa, México.
- Robles, F., R. Dávalos, M. Ricalde. 1988. Comentarios a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Madera, Versión 1987. Instituto Nacional de Investigaciones Sobre Recursos Bioticos-Laboratorio de Ciencia y Tecnología de la Madera. Xalapa, México. pp. 1-116. En prensa.
- Salvatori, 1966. Guide to Design Criteria for Metal Compression Members. Column Research Council, Engineering Foundation. John Wiley & Sons. Nueva York.
- Sunley, J.G. 1955. The Strength of Timber Struts. Forest Products Research Special Report N° 9. HMSO, Londres.
- Tetmajer, L. 1903. Die gesetze der knickung-und der zusammengesetzten Druckfestigkeit der technisch wichtigsten baustoffe. 3ª ed. Leipzig.
- Timoshenko, S.P. 1945. Resistencia de materiales. Espasa-Calpe. Madrid. p. 46-53.
- Timoshenko, S.P. 1953. History of the Strength of Materials. Ed. Mc.Graw-Hill. Singapur.
- Timoshenko, S.P., J.M. Gere 1963. Theory of Elastic Stability. Ed. Mc.Graw-Hill. Singapur. pp. 1-236.
- TRADA 1984. Design examples to BS 5268; part 2. Timber Research and Development Association. Hughenden Valley, Inglaterra. pp. 1-90.

- Trautwine, J.C. 1913. Manual del Ingeniero. Casa Editorial Garnier Hermanos. Paris. pp. 527-528f.
- UBC 1979. Uniform Building Code. International Conference of Building Officials. Whittier, CA.
- Weibull, W. 1939. A Statistical Theory of the Strength of Materials. Proceedings of the Royal Swedish Institution for Engineering Research. N<sup>o</sup> 151. Estocolmo.
- WWPA 1979. Western Woods Use Book. Western Wood Products Association. Portland. pp. 21-152.
- Zahn, J.J. 1986. "Design of wood members under combined load". Journal of Structural engineering, Vol. 112, N<sup>o</sup> 9, Sep. pp. 2109 - 2125.

### EJEMPLO 1

---

**PROBLEMA:** Revisar el polín que se ilustra en la figura. Su longitud es de 244 cm, tiene una sección de 8.7 X 8.7 y será utilizado en una cimbra para losa de concreto de 10 cm de espesor.

Obtener primero su carga axial última de diseño y compararla con la carga de diseño por carga viva más muerta proveniente del colado y de los aditamentos y equipo necesarios.

---

### DATOS:

- a) usar madera clase B, por reglas especiales
  - b) separación entre polines  $s = 122$  cm en ambos sentidos
  - c) suponer madera húmeda, contenido de humedad  $CH > 18\% \pm 2\%$
  - d) arriostrado convenientemente contra desplazamientos laterales
-

NORMAS: RDF/NTCM

MADERA: CLASE B

$f'_{tu}$	$f'_{cu}$	$E_{0.05}$	
100	95	50.000	[Kg/cm <sup>2</sup> ]

ESBELTEZ

como el elemento está arriostrado contra desplazamientos horizontales en sus extremos, la esbeltez máxima para poder despreciar la amplificación de momentos es

$$\frac{kL_u}{r} \leq 60 - 20(H_1/H_2) \quad (3.3.3.3.b)$$

$k = 1$  , por estar articulado en ambos extremos

$$L_u = 244 \text{ cm}$$

$$r = d/\sqrt{12} = 8.7/3.46 = \underline{2.51 \text{ cm}}$$

---

como el elemento no está sujeto a momentos en sus extremos, excepto los originados por excentricidad,  $M_1 = M_2$  con lo que  $M_1/M_2 = 1$ ; entonces

$$60 - 20(1) = \underline{40}$$

$$4 \quad \frac{1 \times 244}{2.51} = \underline{97} > 40$$

∴ no se pueden despreciar los efectos de esbeltez.

por otra parte

$$\frac{kl_u}{r} < 120 \quad (3.3.3.3.c)$$

$$97 < 120 \quad \checkmark$$

∴ pasa la limitación por esbeltez

---

RESISTENCIAS MODIFICADAS

Compresión:  $f_{cu} = f'_{cu} (k_h k_d k_c k_p k_{cl})$

$$= 95 (0.8 \times 1.25 \times 1 \times 1.15 \times 1)$$

$$= 95 \times 1.15$$

$$= \underline{109 \text{ kg/cm}^2}$$

Carga crítica:

el valor de módulo de elasticidad debe modificarse por el factor por clasificación  $k_{cl}$  y por factor por peralte  $k_p$ . En este caso  $k_{cl} = 1$ , por uso de reglas especiales y  $k_p = 1.1$ , porque el peralte es menor a 140 mm (Tablas 2.7 y 2.8)

entonces

$$E_{0.05} \times k_{cl} \times k_p = 50,000 \times 1 \times 1.1$$

$$= \underline{55,000 \text{ kg/cm}^2}$$

además, de la fórmula 3.15 de las NTCH

$$k_h \times k_d \times k_c = 0.8 \times 1.25 \times 1 = \underline{1.00}$$

---

Flexión :  $f_{fu} = f_{fu} (k_h k_d k_c k_p k_a)$

$$= 100 (0.8 \times 1.25 \times 1 \times 1.75 \times 1)$$

$$= 100 \times 1.25$$

$$= \underline{125 \text{ kg/cm}^2}$$


---

RESISTENCIAS DE DISEÑO

Compresión :  $P_R = F_R f_{cn} A$  (fórmula 3.11)

$$= 0.7 \times 109 \times 75.7$$

$$= \underline{5790 \text{ kg}}$$

Carga crítica :  $P_{cr} = F_R \frac{\pi^2 E_{os} I}{(k L_u)^2} (k_h k_d k_c)$  (fórmula 3.15)

$$= 0.7 \frac{9.87 \times 55,000 \times 477}{(1 \times 244)^2} (1)$$

$$= \underline{3045 \text{ kg}}$$


---



---

Flexión:  $M_{12} = F_{12} f_{ju} S \phi$  (fórmula 3.2)

$$= 0.8 \times 125 \times 110 \times 1$$

$$= \underline{11,000 \text{ Kg} \cdot \text{cm}}$$


---

MOMENTOS POR EXCENTRICIDAD Y ENCORVADURA

excentricidad:  $e = 0.05d$  (3.3.6. b)

$$= 0.05 \times 8.7$$

$$= \underline{0.44 \text{ cm}}$$

encorvadura:  $e_b = L_u / 300$

$$= 244 / 300$$

$$= \underline{0.81 \text{ cm}}$$

momento total por excentricidad  
y encorvadura:

$$M_o = P_u \times (0.44 + 0.81)$$

$$= \underline{1.25 P_u}$$


---

---

AMPLIFICACIÓN DE MOMENTOS

el momento amplificado se determina como

$$M_c = \delta M_o \quad (\text{fórmula 3.13})$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - P_u/P_{cr}} \quad (\text{fórmula 3.14})$$

el valor del coeficiente  $C_m$  está dado por

$$C_m = 0.6 + 0.4 (M_1/M_2) \quad (\text{fórmula 3.16})$$

pero  $M_1 = M_2$

$$\text{entonces } C_m = 0.6 + 0.4(1) = \underline{1.0}$$

finalmente

$$\delta = \frac{1}{1 - P_u/3045}$$

---

---

FÓRMULA DE INTERACCIÓN

$$\frac{P_u}{P_R} + \frac{M_u}{M_R} \leq 1 \quad (\text{fórmula 3.12})$$

Sustituyendo y resolviendo:

$$\frac{P_u}{5790} + \frac{1.25 P_u / (1 - P_u / 3045)}{11,000} \leq 1$$

$$\underline{P_u = 1995 \text{ Kg}}$$

---

CARGAS

Vivas : 150 Kg/m<sup>2</sup> personal

250 Kg/m<sup>2</sup> equipo

$$CV = 400 \text{ Kg/m}^2$$

(Art. 200,  
p. 74 RDF)

Carga viva concentrada adicional :

$$Q_v = 150 \text{ Kg}$$

Muertas : 30 Kg/m<sup>2</sup> peso propio

240 Kg/m<sup>2</sup> losa de concreto de

10 cm de espesor

$$CM = 270 \text{ Kg/m}^2$$

Factor de carga : FC = 1.4

(Art. 194,  
p. 71 RDF)

$$w_u = FC (CV + CM)$$

$$= 1.4 (400 + 270) = 938 \text{ Kg/m}^2$$

$$Q_{vu} = 1.4 \times 150 = 210 \text{ Kg}$$

---

Carga en cada polín :

$$P_u = w_u \times A_T + Q_{su}$$

como el espaciamiento  $s$  en cada dirección es

$$s = 122 \text{ cm}$$

$$A_T = 1.22^2 = 1.49 \text{ m}^2$$

entonces

$$P_u = 938 \times 1.49 + 210 = \underline{1610 \text{ kg}}$$

$$\underline{1610 < 1995} \quad \checkmark$$

---

## EJEMPLO 2

---

**PROBLEMA:** Revisar los pies-derechos del muro mostrado en la figura. El muro está sometido a la acción de carga axial vertical de entrepiso y carga horizontal por viento. Los pies derechos están espaciados a cada 61 cm y su cara en compresión está restringida en toda su longitud por un ferre de madera contrachapado. La estructura se destinará a vivienda unifamiliar.

---

### DATOS:

- a) madera clase B, por reglas especiales
  - b) la madera está seca
  - c) existe compartición de carga entre elementos verticales
  - d) claro del piso entre muros igual a 500 cm
-

---

CARGAS

$$\text{vivas: } C_V = 170 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{muertas: } C_H = 50 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{de viento: } C_W = 67 \text{ Kg/m}^2$$

(Art. 199,  
p. 72 RDF)

Combinación de carga: muerta + viva + viento

el factor de carga es entonces  $FC = 1.1$  (Art. 194,  
p. 71 RDF)

carga vertical:

$$\begin{aligned} W_u &= FC (C_V + C_H) \\ &= 1.1 (170 + 50) = 242 \text{ Kg/m}^2 \end{aligned}$$

$$P_u = W_u \times A_T$$

$$A_T = (5 \times 0.61) / 2 = 1.53 \text{ m}^2$$

entonces

$$P_u = 242 \times 1.53 = \underline{\underline{370 \text{ Kg}}}$$

---

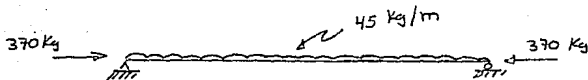
carga horizontal:

$$\begin{aligned}c w_u &= F_c \times c w \\ &= 1.1 \times 67 = 74 \text{ Kg/m}\end{aligned}$$

ancho tributario:  $a_T = 0.61 \text{ m}$

entonces  $w_{w_u} = 74 \times 0.61 = \underline{45 \text{ Kg/m}}$

cada pie derecho estara cargado como sigue



el momento flexionante máximo provocado por la carga de viento es

$$M = \frac{w l^2}{8} = \frac{0.45 \times 244^2}{8} = \underline{3346 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$



ESBELTEZ

el elemento está restringido contra desplazamientos en su dirección débil debido al recubrimiento, entonces el pandeo ocurrirá alrededor del eje de inercia mayor

$$\frac{KL_u}{r} = \frac{1 \times 244}{2.51} = \underline{97} < 120 \quad \checkmark$$

pasa la limitación por esbeltez

el elemento está restringido también contra desplazamientos laterales en sus extremos y no está solicitado por momentos en éstos,

entonces

$$M_1 = M_2$$

$$4. \quad 60 - 20(M_1/M_2) = 60 - 20(1) \\ = 40$$

$$97 > 40$$

∴ no se pueden ignorar los efectos de esbeltez

---

RESISTENCIAS MODIFICADAS

compresión:  $f_{cu} = f_{cu} (k_h k_d k_c k_p k_{cl})$

$$= 95 (1 \times 1.33 \times 1.15 \times 1.15 \times 1)$$
$$= 95 \times 1.76$$
$$= \underline{167 \text{ Kg/cm}^2}$$

carga crítica:

como en el caso anterior, el factor por peralte,  $k_p$  y el factor por clasificación son 1.1 y 1.0, respectivamente.

entonces

$$E_{0.05} \times k_p \times k_{cl} = 50,000 \times 1.1 \times 1$$
$$= \underline{55,000 \text{ Kg/cm}^2}$$

además

$$k_h \times k_d \times k_c = 1 \times 1.33 \times 1.15 = \underline{1.53}$$

---

---

flexión:  $f_{fu} = f_{fu} (K_h K_d K_c K_p K_{cl})$

$$= 100 (1 \times 1.33 \times 1.15 \times 1.25 \times 1)$$

$$= 100 \times 1.91$$

$$= \underline{191 \text{ Kg/cm}^2}$$


---

RESISTENCIAS DE DISEÑO

compresión:  $P_r = F_r f_{cu} A$

$$= 0.7 \times 167 \times 33.1$$

$$= \underline{3865 \text{ Kg}}$$

carga crítica:  $P_{cr} = F_r \frac{\pi^2 E_s I}{(K L_u)^2} (K_h K_d K_c)$

$$= 0.7 \frac{9.87^2 \times 55,000 \times 209}{(1 \times 244)^2} (1.53)$$

$$= \underline{2040 \text{ Kg}}$$


---

---

flexión:  $M_R = F_R f_{ju} S \phi$

$$= 0.8 \times 191 \times 48 \times 1$$

$$= \underline{7334 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$


---

MOMENTOS POR EXCENTRICIDAD Y ENCORVADURA

excentricidad:  $e = 0.05d$

$$= 0.05 \times 8.7 = \underline{0.44 \text{ cm}}$$

encorvadura:  $e_b = L_u/300$

$$= 244/300 = \underline{0.81 \text{ cm}}$$

momento total por excentricidad  
y encorvadura:

$$M_e + M_b = P_u (e + e_b)$$

$$= 370 (1.25) = \underline{463 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$

momento al centro del claro:

$$M_o = M + M_e + M_b$$

$$= 3346 + 463 = \underline{3810 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$


---

AMPLIFICACION DE MOMENTOS

momento amplificado:

$$M_c = \delta M_0$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - P_u/P_{cr}}$$

$C_m = 1$ , por existir carga transversal

$$P_u = 370 \text{ Kg}$$

entonces

$$\delta = \frac{1}{1 - 370/2040} = \underline{1.22}$$

$$M_c = 1.22 \times 3810 = \underline{4654 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$

FÓRMULA DE INTERACCIÓN

$$\frac{P_u}{P_R} + \frac{M_c}{M_R} \leq 1$$

$$\frac{370}{3865} + \frac{4654}{7334} = 0.10 + 0.63$$

$$= \underline{0.73} < 1 \quad \checkmark$$

EJEMPLO 3:

---

PROBLEMA: Revisar la sección propuesta para el elemento 1-2 de la armadura de la figura. La condición de carga es por combinación de carga viva más muerta. El elemento se encuentra restringido contra desplazamientos en el sentido transversal por largueros a cada tercio de su longitud. Efectuar la revisión solamente en el sentido del eje de inercia mayor del elemento.

---

DATOS

- a) armaduras a cada 200 cm
  - b) contenido de humedad  $CH < 13 \pm 2\%$
  - c) cubierta de lámina de asbesto-cemento ondulada
  - d) usar madera de coníferas clase 3 por reglas generales
-

Cuerda superior :  $W_u = FC (CV + CM)$

$CV = 40 \text{ Kg/m}^2$  (Art 159, p 73 ROP)

$CM = 40 \text{ Kg/m}^2$

$FC = 1.4$

(Art 154, p 71 ROP)

$W_u = 1.4(40+40) = \underline{112 \text{ Kg/m}^2}$

Carga en cada m<sup>2</sup> :  $S = W_u \times A_T$

$A_T = 2 \times 2 = 4 \text{ m}^2$

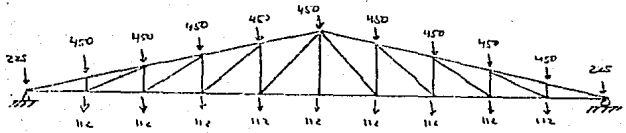
$S = 112 \times 4 = 448 \approx \underline{450 \text{ Kg/m}^2}$

Cuerda inferior :

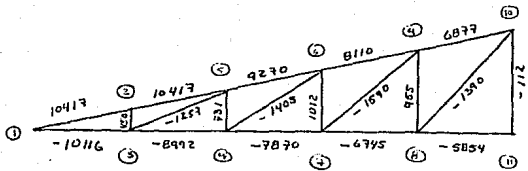
$S_i = FC \times CM^{\#}$

$CM^{\#} = 80 \text{ Kg}$  (peso de planchón más lámpara)

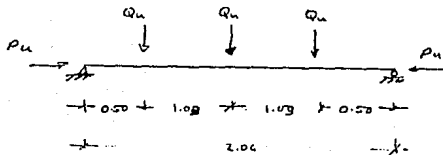
$S_i = 1.4 \times 80 = \underline{112 \text{ Kg}}$



RESULTADOS DEL ANALISIS



Cargas en el elemento ①-⑥ :



$$P_u = 10417 \text{ kg}$$

$$Q_u = w_u \times A_T = 112 \times 1 \times 2 = 224 \text{ kg}$$



---

el momento al centro del claro es

$$M = \frac{Q_u l}{4} + \frac{Q_u l}{4} = \frac{Q_u l}{2}$$
$$= 224 \times 206 / 2 = \underline{23,072 \text{ Ky}\cdot\text{cm}}$$

---

### ESBELTEZ

se trata de una columna espaciada, por lo que se analizará cada elemento por separado y se tomará la resistencia del conjunto como la suma de las resistencias individuales

i) tomando el giro alrededor del eje x-x

$$k = 1$$

$$L_u = 206 \text{ cm}$$

$$r = 8.4 \text{ cm}$$

$$\frac{kL_u}{r} = \frac{1 \times 206}{8.4} = 24.5 < 120 \quad \checkmark$$

---

---

el elemento se encuentra restringido contra desplazamientos laterales en sus extremos y no tiene momentos aplicados en éstos, como en los ejemplos anteriores

entonces, de la ec. 3.3.3.3. b de las NTCM

$$24.5 < 40$$

y se pueden despreciar los efectos de esbeltez

ii) tomando el giro alrededor del eje y-y

$$k = 1$$

$$L_u = 206/3 = 68.7$$

$$\approx 70 \text{ cm}$$

$$r = 1.85 \text{ cm}$$

$$\frac{kL_u}{r} = \frac{1 \times 70}{1.85} = 38.2 < 40$$

también podemos despreciar los efectos de esbeltez, aunque se tomará esta relación de esbeltez para

---

---

diseño y se calculará de todas formas la amplificación de momentos

---

### RESISTENCIAS MODIFICADAS

compresión:  $f_{cu} = f'_{cu} (K_h K_d K_e K_p K_{cl})$

$$= 95 (1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 0.8)$$
$$= 95 \times 0.8$$
$$= \underline{76 \text{ Kg/cm}^2}$$

carga crítica:

el factor de modificación por clasificación,  $K_{cl}$  para módulo de elasticidad vale 0.9, por uso de reglas generales; el factor por peralte  $K_p$  es igual a la unidad, ya que  $d > 140 \text{ mm}$

entonces

$$F_{c0.05} \times K_{cl} \times K_p = 50,000 \times 0.9 \times 1 = \underline{45,000 \text{ Kg/cm}}$$

---

---


$$\begin{aligned}
 \text{flexión: } f_{fu} &= f_{fu}^i (K_h K_d K_c K_p K_{cl}) \\
 &= 100 (1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 0.8) \\
 &= 100 \times 0.8 \\
 &= \underline{80 \text{ Kg/cm}^2}
 \end{aligned}$$


---

### RESISTENCIAS DE DISEÑO

$$\begin{aligned}
 \text{compresión: } P_R &= F_R f_{cu} A \\
 &= 0.7 \times 76 \times 186 = \\
 &= \underline{9895 \text{ Kg}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{carga crítica: } P_{cr} &= F_R \frac{\pi^2 E_{0.05} I}{(KL_u)^2} \\
 &= 0.7 \frac{9.87 \times 45000 \times 634}{(1 \times 70)^2} (1) \\
 &= \underline{40,200 \text{ Kg}}
 \end{aligned}$$


---

flexión:  $M_R = F_R f_{fu} \leq \varphi$

cálculo del factor de estabilidad lateral,  $\varphi$

$$C_s = \sqrt{\frac{L_u d}{b^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{70 \times 29}{6.4^2}} = \underline{7.04 > 6}$$

$$C_k = \sqrt{\frac{E_{0.05}}{f_{cu}}}$$

$$= \sqrt{\frac{45000}{76}} = \underline{24.3} < \quad \checkmark$$

como  $6 < C_s < C_k$

$$\varphi = 1 - 0.3 \left( \frac{C_s}{C_k} \right)^4$$

$$= 1 - 0.3 \left( \frac{7.04}{24.3} \right)^4 = \underline{0.998 \approx 1}$$

entonces  $M_R = 0.8 \times 80 \times 897 \times 1$

$$= \underline{57,417 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$

---

MOMENTOS POR EXCENTRICIDAD Y ENCORVADURA

excentricidad :  $e = 0.05d$   
 $= 0.05 \times 29 = \underline{1.45 \text{ cm}}$

encorvadura:  $e_b = L_u / 300$   
 $= 206 / 300 = \underline{0.69 \text{ cm}}$

momento total por excentricidad y encorvadura :

$$\begin{aligned} M_e + M_b &= P_u (e + e_b) \\ &= 5210 (1.45 + 0.69) \\ &= \underline{11,132 \text{ Kg.cm}} \end{aligned}$$

el momento por cargas de cubierta en cada elemento es

$$M/2 = 23,072 / 2 = 11,536 \text{ Kg.cm}$$

entonces

$$\begin{aligned} M_0 &= M/2 + M_e + M_b \\ &= 11,536 + 11,132 = \underline{22,668 \text{ Kg.cm}} \end{aligned}$$

---

---

AMPLIFICACION DE MOMENTOS

$$M_c = \delta M_0$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - P_u/P_{cr}}$$

$C_m = 1$ , dado que existen cargas entre los apoyos

$$\delta = \frac{1}{1 - 5210/40200} = \underline{1.15}$$

$$M_c = 1.15 \times 22,668 = \underline{26,042 \text{ Kg}\cdot\text{cm}}$$

---

FÓRMULA DE INTERACCIÓN

$$\frac{P_u}{P_R} + \frac{M_c}{M_R} \leq 1$$

$$\frac{5210}{9895} + \frac{26042}{57417} = 0.53 + 0.45$$

$$= \underline{0.98 < 1} \quad \checkmark$$


---