

300616

7



**UNIVERSIDAD LA SALLE**

2ej.

**ESCUELA DE INGENIERIA**  
**Incorporada a la U.N.A.M.**

**DISEÑO DE LARGUEROS CON VIGA**  
**GERBER**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**  
**LICENCIADO EN INGENIERIA CIVIL**  
**P R E S E N T A**  
**JAVIER CORNU GOMEZ**

**MEXICO, D. F.**

**TESIS CON**  
**FALLA DE ORIGEN**

**1988**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

INTRODUCCION .....	5
CAPITULO I.- PUNTOS BASICOS PARA LA ESTRUCTURACION DE UNA - NAVE INDUSTRIAL.	
1.1 Generalidades .....	1
1.2 Datos Necesarios .....	2
1.3 Diferentes Formas en que se presentan los Elementos de- una Nave Industrial. ....	3
CAPITULO II.- DETERMINACION DE CARGAS	
2.1 Tipos de Cargas .....	5
2.2 Cargas Muertas .....	5
2.3 Cargas Vivas .....	5
2.4 Cargas Accidentales .....	6
2.4.1 Determinación de los Valores del Coeficiente de Empu- je. ....	9
2.4.2 Velocidades de Diseño .....	12
CAPITULO III.- ANALISIS Y DISEÑO TRADICIONAL DE LARGUEROS	
3.1 Datos Generales .....	14
3.2 Análisis de Cargas .....	16
3.2.1 Cargas Gravitacionales de la Cubierta y Largueros ...	16
3.2.2 Carga Viva .....	16
3.2.3 Cargas Accidentales .....	17
3.2.3.1. Acción del Viento Normal a las Generatrices .....	17
3.2.3.2. Acción del Viento Paralela a las Generatrices ...	18
3.2.3.3. Elección del Coeficiente C. de Empuje .....	19
3.2.3.4. Cálculo de los Efectos del Viento sobre la Cubier- ta. ....	19
3.3. Elementos Mecánicos en los Largueros .....	20
3.3.1 Elementos Mecánicos Producidos por Cargas Gravitacio- nales .....	20
3.3.1.1 Elementos Mecánicos Debidos a Carga Gravitacional - Permanente. ....	20
3.3.1.2 Elementos Mecánicos Debidos a Carga Gravitacional - y Carga Viva. ....	22

3.3.1.3	Elementos Mecánicos Debidos a Carga Gravitacional, Carga Viva y Granizo .....	23
3.3.1.4	Elementos Mecánicos Debidos a Carga Gravitacional y Colocador. ....	24
3.3.2	Elementos Mecánicos Producidos por Viento .....	25
3.3.3	Diseño de Largueros .....	26
3.3.3.1	Diseño Gravitacional .....	26
3.3.3.2	Diseño por Carga Gravitacional Permanente .....	27
3.3.3.3	Diseño por Carga Gravitacional y Carga Viva .....	27
3.3.3.4	Diseño por Carga Gravitacional, Carga Viva y Granizo. ....	28
3.3.3.1	Diseño por Carga Gravitacional y Colocador .....	28
3.3.3.5	Diseño por Viento .....	29
3.3.4	Revisión por Cortante .....	29
3.3.5	Revisión por Deformación .....	30
3.3.5.1	Revisión por Deformación para Carga Permanente ...	30
3.3.5.2	Revisión por Deformación para Carga E eventual .....	31

#### CAPITULO IV.- ANALISIS Y DISEÑO DE LARGUEROS CON VIGA GERBER.

4.1	Generalidades .....	35
4.2	Definición de la Posición Exacta de las Articulaciones	37
4.3	Definición del Valor del Cortante a lo Largo de la Viga. ....	49
4.4	Diseño de Largueros .....	56
4.4.1	Diseño por Carga Gravitacional Permanente .....	56
4.4.1.1	Diseño del Primero y el Último Tramo .....	56
4.4.1.2	Diseño del Resto de la Viga .....	62
4.4.2	Diseño por Carga Gravitacional y Carga Viva .....	62
4.4.2.1	Diseño del Primero y el Último Tramo .....	62
4.4.2.2	Diseño del Resto de la Viga .....	63
4.4.3	Diseño por Carga Gravitacional, Carga Viva y Granizo	66
4.4.3.1	Diseño del Primero y el Último Tramo de la Viga ..	66
4.4.3.2	Diseño del Resto de la Viga .....	67
4.4.4	Diseño por Carga Gravitacional y Colocador .....	67
4.4.4.1	Diseño del Primero y el Último Tramo .....	67
4.4.4.2	Diseño del Resto de la Viga .....	69

4.4.5	Diseño por Viento .....	70
4.4.5.1	Diseño del Primer y el Ultimo Tramo .....	70
4.4.5.2	Diseño del Resto de la Viga .....	71
4.5	Revisión por Cortante .....	71
4.6	Revisión por Deformación .....	72
4.6.1	Configuración Deformada .....	72
4.6.2	Revisión por Deformación para Carga Permanente .....	74
4.6.3	Revisión por Deformación para Carga Eventual .....	74

#### CAPITULO V.- CONEXIONES Y COMPARATIVA ECONOMICA

5.1	Diseño de la Articulación .....	78
5.2	Comparativa Económica .....	79
5.2.1	Sistema Tradicional .....	79
5.2.2	Viga Gerber .....	80
5.2.3	Comparativa de Peso .....	80
5.2.3.1	Otra Alternativa .....	82
APENDICE "A"	.....	87
CONCLUSIONES	.....	97
BIBLIOGRAFIA	.....	98

## I N T R O D U C C I O N

El empleo de estructuras metálicas en los últimos años, se ha visto disminuido en gran parte debido al alto costo del acero estructural con respecto a otros materiales de construcción, como son: concreto y madera, este hecho ha obligado a los estructuristas a desarrollar sistemas constructivos que optimicen en buena medida el uso del acero. El presente trabajo es una muestra de estas intenciones.

El trabajo de tesis Diseño de Largueros con Viga Gerber se encuentra dividido en 5 capítulos y un apéndice. En el primer capítulo se describe el campo sobre el cual se desarrolla la tesis, que es en general las naves industriales y en particular los largueros: se anotan los elementos constitutivos de una nave industrial y de manera general la forma en que pueden presentarse.

El capítulo 2º muestra la forma de definir las acciones externas (cargas) que actúan sobre los largueros, basándose en los criterios y recomendaciones que ofrece el reglamento de construcciones del D.F.

En el capítulo 3° se diseñan y revisan los largueros contra los elementos mecánicos (Mf y V) obtenidos de las diferentes combinaciones de carga, con el criterio tradicional (viga simplemente apoyada), las secciones propuestas y sus propiedades geométricas y mecánicas se obtienen del Manual AEMSA, las restricciones para diseño están tomadas del R.C.D.F.

El capítulo 4° expone la estructuración con Viga Gerber, la cual logra una reducción de los elementos mecánicos que accionan sobre el larguero, lo cual redundará en una disminución del peso de las secciones con respecto al sistema tradicional; dicha reducción se logra por la introducción de articulaciones -- que minimizan los elementos mecánicos.

En el capítulo 5° se estudia el diseño de la articulación y se establece la comparativa de ahorro en peso entre un sistema y otro, además de exponer otra alternativa para aumentar la eficiencia del sistema Viga Gerber.

En el apéndice "A" se muestra la obtención de las expresiones que dan el valor de las deformaciones del sistema particular de Viga Gerber que se propuso en este trabajo de tesis.

## I.- PUNTOS BASICOS PARA LA ESTRUCTURACION DE UNA NAVE INDUSTRIAL

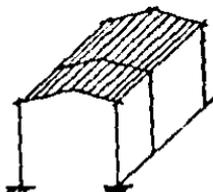
1.1 El Ingeniero Civil tiene la responsabilidad de dar soluciones prácticas, seguras y económicas a los problemas -- que generan las necesidades del hombre, como son: la alimentación, el agua potable, el drenaje, la energía, el techo, el vestido, el transporte, etc.

Dentro de las necesidades del hombre se encuentra la de cubrir un espacio con diferentes fines como son: habitación, oficinas, bodegas, gimnasios, museos, cines, industrias, colegios, comercios, etc.

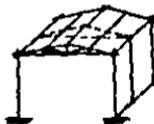
Para la industria una forma práctica y económica de cubrir un espacio son las naves industriales, que generalmente se basan en estructuras de acero, o de acero y concreto, aunque existen también de madera. Las estructuraciones más comunes que se presentan en las naves industriales son:

- a) A base de marcos y largueros

Fig. 1.1



- b) A base de columnas, armaduras y largueros.



En el caso de que el material elegido sea el acero, su alto costo obliga a optimizar al máximo su uso, esto se puede lograr distribuyendo y diseñando lo más adecuadamente posible cada elemento de la estructura, respetando los criterios de seguridad y servicio que marcan los reglamentos.

El material con el cual se construyen los largueros, generalmente es el acero, y tienen una alta incidencia dentro del peso total de la estructura, debido a esto se hace necesaria su optimización.

Para analizar y diseñar los largueros se requiere conocer y definir algunos aspectos de la nave industrial, el inciso 1.2 amplía estos detalles.

## 1.2 DATOS NECESARIOS

Los datos necesarios provienen de varias fuentes como son: el cliente, los reglamentos, los materiales, etc. Se anotan a continuación los más importantes:

a) Proyecto Dimensional: Dentro de este proyecto se deben establecer los siguientes datos:

- \* Dimensiones en planta (ancho - largo)
- \* Dimensiones en elevación (altura - libre)
- \* Ubicación dentro del terreno en general (colindancias)
- \* Ubicación del terreno (tipo de suelo y vientos)

b) Uso del Suelo: se requiere conocer el uso del suelo para determinar cargas vivas y las cargas particulares, como son: gruas viajeras y polipastos.

c) Necesidades de Iluminación, Ventilación y Accesos.

d) Material de la Cubierta: existen varios tipos de materiales con los cuales se puede formar la cubierta como son: losas prefabricadas, láminas de fibro-cemento, láminas metálicas, etc.

e) Materiales Estructurales: Una vez definidos, se requiere conocer su curva esfuerzo-deformación, peso, costo, -- disponibilidad y facilidad de manejo.

Una vez que se conocen todos estos datos, es posible realizar el planteamiento general de soluciones de la estructura.

### 1.3 DIFERENTES FORMAS EN QUE SE PRESENTAN LOS ELEMENTOS DE UNA NAVE INDUSTRIAL.

A) Columnas: de acero , concreto reforzado y mixtas.

B) Armaduras Principales: marcos de alma llena, marcos en celosía y armaduras.

C) Elementos Secundarios: largueros mon-ten  
largueros en celosía

D) Elementos de Liga entre Largueros: sin elementos-- de liga, con elementos de liga al centro del claro, y con elementos de liga a los tercios de los claros

E) Contraventeo: vertical u horizontal por medio de varillas o perfiles estructurales.

F) Desalojo del Agua Pluvial: mediante canalones y bajadas o sólo con caída libre.

En el presente trabajo de tesis sólo se analizaran y diseñaran los elementos del inciso "C" que son los largueros en mon-ten o en celosía.

Este análisis y diseño requiere de la obtención de efectos externos (cargas) que actúan sobre los largueros, la determinación de cargas se detalla en el siguiente capítulo.

## II.- DETERMINACION DE CARGAS

2.1 Los diferentes tipos de cargas que intervienen en el diseño de largueros se pueden agrupar en tres clases que son:

Cargas Muertas

Cargas Vivas

Cargas Accidentales

2.2 Cargas Muertas: son las cargas gravitacionales o sea las debidas a los pesos propios de los elementos como son: la techumbre y los largueros. Los fabricantes de estos elementos proporcionan los pesos por unidad de área o longitud según sea el caso.

2.3 Cargas Vivas: se consideran cargas vivas las fuerzas gravitacionales que obran en una construcción y que no tienen carácter permanente.

El reglamento de construcciones del D.F. especifica para cubiertas las siguientes cargas:

a) Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5%

W	Wa	Wm
15	70	100

b) Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 5% y menor del 20%

W	Wa	Wm
5	20	60

c) Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 20%.

W	Wa	Wm
5	20	30

Siendo  $W_a$  la carga viva instantánea que deberá usarse para el diseño por viento,  $W$  la carga viva máxima que deberá emplearse para el diseño estructural por fuerzas gravitacionales y para calcular asentamientos inmediatos en suelos.

Y finalmente  $W_m$  será la carga media que se utilizará en el cálculo de asentamientos diferidos en materiales poco permeables (limos y arcillas) saturados.

2.4 Cargas Accidentales: las cargas accidentales son - aquellas que pueden presentarse ocasionalmente dentro de la vida útil de la estructura y son generalmente de duración corta.

Las principales cargas accidentales que actúan sobre los largueros son:

- El colocador
- El granizo
- El viento

La carga producida por el colocador queda definida por el peso propio del mismo, más el de su herramienta, normalmente se le asigna un valor de 100 Kg.

La carga del granizo se define en base a un tirante de 5 a 10 cms. dependiendo de las condiciones climáticas del lugar

en que se ubica el proyecto.

Para definir la acción del viento, el reglamento de construcciones del Distrito Federal, proporciona la fórmula (art. 252):

$$P = 0.0055 CAV^2 \text{ ----- 1}$$

en donde:

P es la presión o succión del viento (kg/cm<sup>2</sup>)

C es el factor de empuje (adimensional)

V es la velocidad del viento (Km/hr)

A es el área expuesta unitaria (1 M<sup>2</sup>)

El reglamento añade que P siempre se considerará perpendicular a la superficie en que actúa.

Para la deducción de la fórmula número 1 se supone que el aire es un fluido incompresible y no viscoso por lo que puede aplicarse la ecuación de Bernoulli en la dirección del flujo, lo que equivale a considerar que la energía de presión más la energía cinética, permanecen constantes en cualquier punto.

Aplicando el principio anterior a un punto 1, antes del objeto y a un punto 0, situado en el centro de la cara del objeto expuesto al flujo se tiene:

$$P_0 + 0 = P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \text{ ----- 2}$$

en donde:

P<sub>0</sub> y P<sub>1</sub> son las presiones del aire en los puntos 0 y 1.

V<sub>1</sub> es la velocidad del flujo en el punto 1 y en 0 es nula

1a.

$\rho$  es la densidad del aire

obteniendo el incremento de presión como:

$$\Delta p = P_0 - P^1 \text{ - - - - - } 3$$

se llega a:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \text{ - - - - - } 4$$

Para efectos de diseño interesa la fuerza total ejercida sobre un área dada, esto se obtiene integrando el diagrama de presiones sobre la cara en estudio y se expresa en función de una presión media, resultando así la siguiente expresión:

$$P = \frac{1}{2} C_d \rho v^2 \text{ - - - - - } 5$$

En esta expresión  $C_d$  es el coeficiente de forma, llamado también factor de empuje. Para obtener la fórmula 1 se realizan las siguientes simplificaciones:

La densidad del aire para condiciones estandar de presión y temperatura ( 1 atmósfera de presión y 15° C) vale = - 0.125  $\text{Kg s}^2/\text{m}^2$  por lo que la expresión 5 se transforma en:

$$P = \frac{1}{2} (0.125) C_d v^2 \text{ - - - - - } 6$$

$$P = 0.0625 C_d v^2 \text{ - - - - - } 7$$

que es valida para velocidades en m/s.

Debido a que normalmente la velocidad del viento se expresa en Km/hr la expresión 7 se transforma en:

$$P = 0.0048 C_d v^2 \text{ - - - - - } 8$$

Esta fórmula nos da la presión o succión del viento sobre un elemento dado en condiciones normales de presión y temperatura. La densidad del aire está en función de la presión y la temperatura, por lo tanto varía con la altitud del sitio sobre el nivel del mar. Para tomar en cuenta este cambio, la fórmula 8 debe corregirse por un factor que se obtiene de la expresión siguiente:

$$\frac{B + h}{B + 2h} \text{ - - - - - } 9$$

Donde h es la altitud del sitio en Km; para la Ciudad de México el factor es:

$$\frac{B + 2.2}{B + 2(2.2)} = 0.823$$

al corregir la fórmula 8 se obtiene:

$$P = 0.0040 \text{ Cd } V^2 \text{ - - - } 10$$

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, -- marca el valor de 0.0055 y no 0.0040 como se deduce en la fórmula 8, lo cual se justifica por el alto contenido de polvo del aire del Distrito Federal, lo cual hace variar su densidad.

#### 2.4.1 DETERMINACION DE LOS VALORES DEL COEFICIENTE DE EMPUJE.

El factor de empuje C puede tomar valores positivos o negativos, en caso de que C sea positivo el efecto del viento es un empuje y si C es negativo, se trata entonces de succión sobre el área expuesta.

Los valores de C los determina el Reglamento de Construcciones del D.F. en su artículo 255. Los casos de mayor utilidad para este trabajo de tesis son:

A) Edificios con Planta y Elevación Rectangulares y Cubierta Horizontal:

El Reglamento indica que se distinguen tres zonas la primera que va desde la arista de barlovento hasta una distancia igual a un tercio de la altura de la construcción en esta zona  $C = -1.75$ . En la segunda  $C = -1.00$ , y se extiende desde la arista de Barlovento hasta una y media veces la altura de la construcción y en el resto del techo  $C = -0.40$ .

Estas especificaciones se resumen en el siguiente cuadro.

Cuadro 2.1

ZONA	LONGITUD	C
I	$\frac{1}{3} H$	-1.75
II	1.5 H	-1.00
III	RESTO	-0.40

B) Cubiertas de Dos Aguas

Cuando el viento actúe normal a las generatrices se consideran en la superficie de barlovento tres zonas iguales a las descritas para cubiertas horizontales. Para la definición de las zonas se tomara como H la altura máxima de la construcción.

El coeficiente C se determinará conforme a la siguiente-  
 tabla:

Cuadro 2.2

SUPERFICIE DE BARLOVENTO

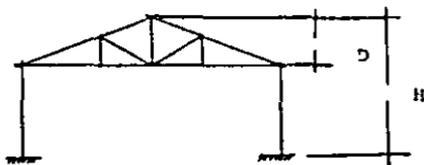
INCLINACION:	ZONA DE BARLOVENTO:	ZONA CENTRAL	ZONA DE SOTAVENTO	ZONA DE BARLOVENTO
Menor de 65°				
si D/H 0.3	$-1.75 + 0.0385 \theta$	$-1.0 + 0.0270 \theta$	$-0.4 + 0.018 \theta$	- 0.68
si D/H 1.0	$0.5 \text{ TAN } \theta \text{ PERO -}$ $\text{NO MAJOR DE } 0.75$	$0.4 \text{ TAN } \theta \text{ PERO -}$ $\text{NO MAJOR DE } 0.75$	$0.25 \text{ TAN } \theta \text{ PERO}$ $\text{NO MAJOR DE } 0.75$	- 0.68
Mayor de 65°	0.75	0.75	0.75	- 0.68

en donde:

$\theta$  = Inclinación de la cubierta en grados.

D/H = Relación entre flecha de la cubierta y altura de la construcción, para valores de D/H entre 0.3 y 1.00 debe interpolarse linealmente.

Fig. 2.1



Cuando el viento actúe paralelamente a las generatrices se-  
 supondrán las zonas y presiones establecidas para cubiertas ho-  
 rizontales, la altura H será la del punto más alto de la construc-  
 ción.

### C) Cubiertas de un Agua

Quando el viento actúe en forma normal a las generatrices horizontales y la cubierta esté orientada hacia el lado de barlovento serán aplicables los coeficientes de la tabla para cubiertas de dos aguas.

Si la cubierta está orientada hacia el lado de sotavento y su inclinación excede de 15° se tomará  $C = -0.68$ . Si su inclinación es menor de 15°, para analizar los efectos de viento actuando paralelamente a las generatrices, se supondrán las zonas y presiones establecidas para cubiertas horizontales.

#### 2.4.2. VELOCIDADES DE DISEÑO.

El Reglamento de Construcciones del D.D.F., especifica en su artículo 253, que la velocidad del viento para el diseño será proporcional a la raíz cúbica de la altura sobre el terreno, lo que da la siguiente expresión:

$$V_d \approx \sqrt[3]{H} \quad \text{--- -- -- -- -- } 10$$

Para las construcciones del grupo B, según la clasificación del artículo 232 del Reglamento, la velocidad a 10 m. de altura, no se tomará menor de 80 km/h. Para edificios del grupo B, en promontorios se supondrá una velocidad mínima de 110 Km/hr. a una altura de 10 m. sobre la cima del promontorio.

Para las construcciones comprendidas dentro del grupo A, del artículo 232 del Reglamento, se incrementarán en 15% por ciento las velocidades mencionadas. Para las del grupo C no se requiere diseño por viento.

### III.- ANALISIS Y DISEÑO TRADICIONAL DE LARGUEROS

#### 3.1 DATOS GENERALES

Para exponer los conceptos que abarcan el análisis y diseño de largueros se tomaran los datos necesarios del siguiente ejemplo de nave industrial.

- A) Largo - 30 m.  
Ancho - 20 m.  
Altura Libre 5 m.
  
- B) Uso del Suelo - Bodega  
Equipo Especial (grúas o polipastos) - Ninguno
  
- C) Material de la Cubierta - Lámina Zintro Calibre 24  
Apoyos a cada 1.45 m.  
(largueros).
  
- D) Tipo de Armadura - Dos Aguas
  
- E) Largueros - Mon Ten
  
- F) Elementos de Liga entre  
Largueros - Al centro del claro o a los tercios  
según lo indique el análisis.
  
- G) Contravento - Horizontal
  
- H) Desalajo del  
Agua Pluvial - Mediante canalones y bajadas.



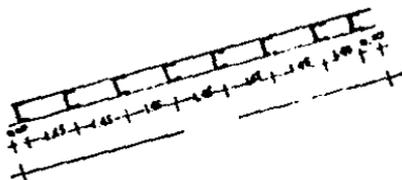
Las condiciones del lugar en cuestion son:

Velocidad del Viento - 120.00 Km/hr.

Granizo - 5 cms.

La distribución de largueros será la siguiente:

Fig. 3.2



Con los datos ya mencionados se puede realizar el análisis de los largueros y de ahí pasar al diseño de los mismos.

### 3.2 ANALISIS DE CARGAS

#### 3.2.1. Cargas Gravitacionales de la Cubierta y Largueros.

Peso de la lámina efectivo =  $\frac{\text{Peso de una lámina}}{\text{Area cubriente efectiva de una lámina con traslapes.}}$  = 6.00 Kg/m<sup>2</sup>

Peso propio del larguero (propuesto) = 6 Kg/m.

#### 3.2.2. CARGA VIVA

La pendiente de la cubierta es igual a:

$$\theta = \text{TAN}^{-1} \frac{2}{10} = 11.3^\circ$$
$$\theta = 11.3^\circ$$

Como  $5^\circ < \theta < 20^\circ$  la carga viva que indica el reglamento es 20 Kg/m<sup>2</sup>.

### 3.2.3. CARGAS ACCIDENTALES

**Granizo:** el tirante de 5 cms. provoca una carga sobre la cubierta igual a

$$0.05 \text{ m.} \times \delta^{\text{a}} \text{ granizo} = 0.05 \times 600 \text{ Kg/m}^3 = 30.00 \text{ Kg/m}^2$$

**Colocador:** como se anotó anteriormente en el capítulo 2 la carga del colocador se define como una carga concentrada de 100 Kg., lo cual incluye el peso del colocador y la herramienta -- que utiliza para colocar los largueros.

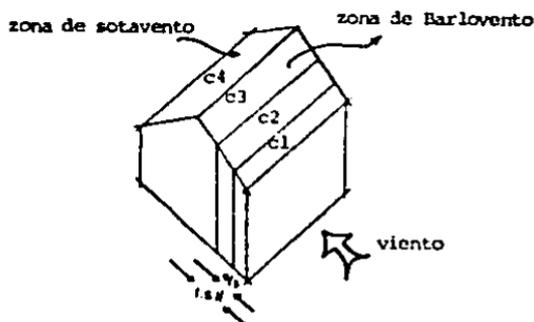
**Viento:** la carga de viento sobre la cubierta queda -- definida por la expresión 1 que es:

$$P = 0.0055 C_d A V_d^2$$

Para definir el coeficiente de empuje  $C_d$  se deben analizar las dos direcciones posibles en las que actúa el viento -- que son: normal a las generatrices y paralelo a las mismas.

#### 3.2.3.1. ACCION DEL VIENTO NORMAL A LAS GENERATRICES.

Fig. 3.3



como en este caso:

$$\theta = 11.3^\circ \leq 65^\circ \text{ y}$$

$$D/H = \frac{2.00}{7.00} = 0.29$$

Los valores del coeficiente de empuje para las diferentes zonas que se distinguen en la cubierta, se calculan con las expresiones del primer renglón del cuadro 2.2 de donde:

Para la superficie de Barlovento

$$\text{Para la zona que abarca hasta } H/3 \quad C_1 = -1.75 + 0.0385 \theta$$

$$\text{Para la zona que abarca hasta } 1.5H \quad C_2 = -1.00 + 0.027 \theta$$

$$\text{Para la zona de sotavento} \quad C_3 = -0.4 + 0.018 \theta$$

$$\text{Para la superficie de Sotavento} \quad C_4 = -0.68$$

Sustituyendo valores:

$$C_1 = -1.75 + 0.0385 (11.3) = -1.31$$

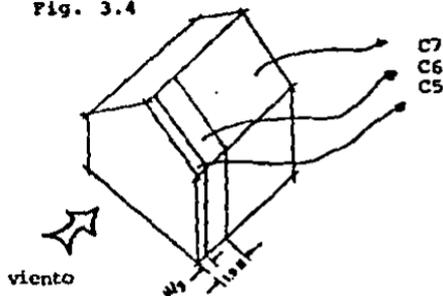
$$C_2 = -1.00 + 0.0270 (11.3) = -0.69$$

$$C_3 = -0.4 + 0.018 (11.3) = -0.20$$

$$C_4 = -0.68$$

### 3.2.3.2. ACCION DEL VIENTO PARALELA A LAS GENERATRICES.

Fig. 3.4



Para este caso los valores del coeficiente de empuje que dan definidos por los que marca el cuadro 2.1, que son:

Para la zona que abarca hasta  $H/3$   $C_5 = -1.75$

Para la zona que abarca hasta  $1.5H$   $C_6 = -1.00$

en el resto  $C_7 = -.040$

3.2.3.3. Si se observan los diferentes valores del coeficiente de empuje, se aprecia que los más desfavorables corresponden a  $C_5$  y  $C_6$ , por lo que, con estos valores se calcularán los efectos del viento.

#### 3.2.3.4. CALCULO DE LOS EFECTOS DEL VIENTO SOBRE LA CUBIERTA.

Para la primera zona que abarca hasta  $H/3 = 7/3 = 2.33$  M.

$$P = 0.0055 (-1.75) (1.00) (120)^2$$

$$P = -138.60 \text{ Kg/m}^2$$

Y para la zona que abarca hasta  $1.5 H = 1.5 (7) = 10.50$ M.

$$P = 0.0055 (-1.00) (1.00) (120)^2$$

$$P = -79.20 \text{ Kg/m}^2$$

En el presente trabajo se aceptará como uniforme el valor de  $P = -79.20 \text{ Kg/cm}^2$  por corresponder a la zona con mayor área abarcada.

Contando ya con las acciones que se ejercen sobre la cubierta el siguiente paso es calcular los efectos que se transmiten a los largueros.

### 3.3 ELEMENTOS MECANICOS EN LOS LARGUEROS

#### 3.3.1. ELEMENTOS MECANICOS PRODUCIDOS POR CARGAS GRAVITACIONALES.

Dentro del análisis por carga gravitacional se encuentran cuatro combinaciones posibles que son:

- a) Carga Gravitacional permanente
- b) Carga gravitacional y carga viva
- c) Carga gravitacional, carga viva y granizo
- d) Carga gravitacional y el colocador.

##### 3.3.1.1. ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A CARGA GRAVITACIONAL PERMANENTE.

La carga gravitacional permanente es la debida al peso de la techumbre más el peso propio del larguero. Multiplicando el peso por metro cuadrado de la techumbre por la separación entre largueros, obtenemos la carga que actúa sobre el larguero.

$$6.00 \text{ Kg} \times 1.45 \text{ m} = 8.70 \text{ Kg/m.}$$

m<sup>2</sup>

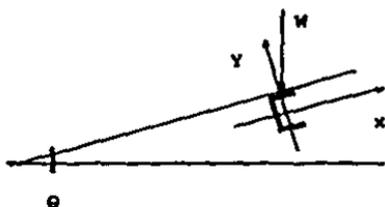
$$\text{Peso propio del larguero} = \frac{6.00 \text{ Kg/m}}{\text{(tentativo)}} \quad 14.70 \text{ Kg/m}$$

$$W = 14.70 \text{ Kg/ml.}$$

Esta carga como todas las gravitacionales actúan en dirección vertical, debido a que la sección se colocará en forma inclinada es necesario proyectar las cargas con respecto -

a los ejes principales de la sección.

Fig. 3.5



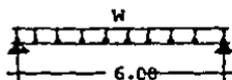
La proyección de la carga sobre cada eje vale.

$$W_y = W \cos \theta = 14.70 \text{ Kg/m} \cdot (\cos 11.3^\circ) = 14.42 \text{ Kg/m}$$

$$W_x = W \sin \theta = 14.70 \text{ Kg/m} \cdot (\sin 11.3^\circ) = 2.88 \text{ Kg/m}$$

El momento flexionante y el cortante máximo son:

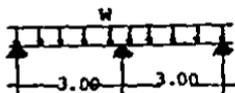
alrededor del eje "x"



$$M_x \text{ max} = \frac{W_y L^2}{8} = \frac{14.42 (6.00)^2}{8} = 64.89 \text{ Kgms} = 6489.00 \text{ Kgcm}$$

$$V_y \text{ max} = \frac{W_y L}{2} = \frac{14.42 (6.00)}{2} = 86.52 \text{ Kg}$$

Alrededor del eje "y" (proponiendo un elemento de liga - al centro del claro).



$$M_y \max = \frac{W_x L^2}{8} = \frac{2.88 (3.00)^2}{8} = 3.24 \text{ Kgm} = 324 \text{ Kgcm}$$

$$V_x \max = \frac{5}{8} W_x L = \frac{5}{8} (2.88) (3.00) = 5.40 \text{ Kg.}$$

### 3.3.1.2. ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A CARGA GRAVITACIONAL Y CARGA VIVA.

Procediendo en forma análoga a la anterior.

$$W = (6.00 \text{ kg/m}^2 + 20.00 \text{ Kg/m}^2) (1.45 \text{ m.}) + 6.00 \text{ Kg/ml.}$$

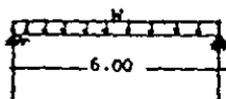
$$W = 43.70 \text{ kg/ml.}$$

Las proyecciones de esta carga son:

$$W_y = W \cos \theta = 43.70 \text{ Kg/ml.} (\cos 11.3^\circ) = 42.85 \text{ kg/ml.}$$

$$W_x = W \sin \theta = 43.70 \text{ Kg/ml.} (\sin 11.3^\circ) = 8.56 \text{ Kg/ml.}$$

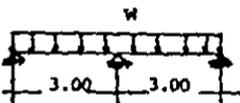
El momento flexionante y el cortante máximo son:  
alrededor del eje "X"



$$M_{x\max} = \frac{W_y L^2}{8} = \frac{42.85 (6.00)^2}{8} = 192.83 \text{ Kgm} = 19,283.00 \text{ kgcm.}$$

$$V_{y\max} = \frac{W_y L}{2} = \frac{42.85 (6.00)}{2} = 128.55 \text{ Kg.}$$

alrededor del eje "y"



$$M_{y\max} = \frac{WxL^2}{8} = \frac{8.56 (3.00)^2}{8} = 9.63 \text{ Kgm} = 963 \text{ Kgcm.}$$

$$V_{y\max} = \frac{5}{8} WxL = \frac{5}{8} (8.56) (3.00) = 16.05 \text{ Kg.}$$

### 3.3.1.3. ELEMENTOS MECANICOS DEBIDO A CARGA GRAVITACIONAL, CARGA VIVA Y GRANIZO.

W = (Peso Lámina + Carga Viva + Granizo) (separación entre largueros) + Peso Propio del Larguero.

$$W = (6.00 \text{ Kg/m}^2 + 20.00 \text{ Kg/m}^2 + 30.00 \text{ Kg/m}^2) (1.45 \text{ m.}) + 6.00 \text{ Kg/ml.}$$

$$W = 87.20 \text{ Kg/ml.}$$

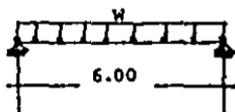
Las proyecciones de esta carga son:

$$W_y = W \cos \theta = 87.20 (\cos 11.3^\circ) = 85.51 \text{ Kg/ml.}$$

$$W_x = W \sin \theta = 87.20 (\sin 11.3^\circ) = 17.09 \text{ Kg/ml.}$$

El momento y el cortante máximo son:

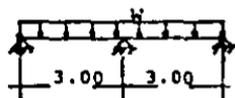
alrededor del eje "x"



$$M_{x\max} = \frac{W_y L^2}{8} = \frac{85.51 (6.00)^2}{8} = 384.80 \text{ Kgm} = 38480 \text{ Kg cm.}$$

$$V_{y\max} = \frac{W_y L}{2} = \frac{85.51 (6.00)}{2} = 256.53 \text{ Kg.}$$

alrededor del eje "y"



$$M_{y\max} = \frac{WxL^2}{8} = \frac{17.09(3.00)^2}{8} = 19.23 \text{ Kgm} = 1923 \text{ Kg cm.}$$

$$V_{x\max} = \frac{5}{8} WxL = \frac{5}{8} (17.09)(3.00) = 32.04 \text{ Kg.}$$

### 3.3.1.4. ELEMENTOS MECANICOS DEBIDO A CARGA GRAVITACIONAL Y COLOCADOR.

W = (Peso Lámina) (Separación entre Largueros)  
+ Peso Propio del Larguero.

W = 14.70 Kg/ml.

P = (Peso del colocador con su herramienta)

P = 100 Kg.

Las proyecciones de estas cargas son:

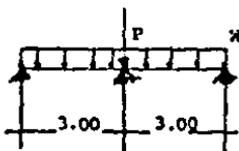
$W_y = W \cos \theta = 14.70 \text{ Kg/ml. (} \cos 11.3^\circ \text{)} = 14.42 \text{ Kg/ml.}$

$W_x = W \sin \theta = 14.70 \text{ Kg/ml. (} \sin 11.3^\circ \text{)} = 2.88 \text{ Kg/ml.}$

$P_y = P \cos \theta = 100 \text{ Kg. (} \cos 11.3^\circ \text{)} = 98.06 \text{ Kg.}$

$P_x = P \sin \theta = 100 \text{ Kg. (} \sin 11.3^\circ \text{)} = 19.59 \text{ Kg.}$

El momento y el cortante máximo son:  
alrededor del eje "x"

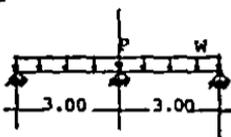


$$M_{x\max} = \frac{W_y L^2}{8} + \frac{P_y L}{4} = \frac{14.42 (6.00)^2}{8} + \frac{98.06 (6.00)}{4} = 211.98 \text{ Kgm.}$$

$$M_{x\max} = 21,198 \text{ Kgcm.}$$

$$V_{y\max} = \frac{W_y L}{2} + \frac{P_y}{2} = \frac{14.42 (6.00)}{2} + \frac{98.06}{2} = 92.29 \text{ Kg.}$$

alrededor del eje "y"



$$M_{y_{\max}} = \frac{WxL}{8} = \frac{2.88 (3.00)^2}{8} \quad 3.24 \text{ Kg/m} = 324 \text{ Kgcm.}$$

$$V_{x_{\max}} = \frac{5}{8} WxL = \frac{5}{8} (2.88) (3.00) = 5.40 \text{ Kg.}$$

### 3.3.2. ELEMENTOS MECANICOS PRODUCIDOS POR VIENTO.

La succión del viento actúa en forma perpendicular a la superficie de la cubierta, por lo que no es necesario proyectarla.

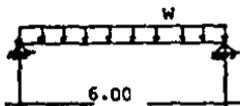


Para obtener la carga que actúa sobre el larguero se multiplica, la succión sobre la cubierta menos el peso de la lámina, por la separación entre largueros y a esta carga se le resta el peso propio del larguero.

$$W_{\text{succ}} = (-79.20 \text{ Kg/m}^2 + 6.00 \text{ Kg/m}^2) (1.45 \text{ m}) + 6.00 \text{ Kg/ml.}$$

$$W_{\text{succ}} = -100.14 \text{ Kg/ml.}$$

Con esta carga calculamos el momento y el cortante máximo.



$$M_{x\max} = \frac{WL^2}{8} = \frac{(-100.14)(6.00)^2}{8} = -450.63 \text{ Kgm} = -45,063 \text{ Kg cm.}$$

$$V_{y\max} = \frac{WL}{2} = \frac{(-100.14)(6.00)}{2} = -300.42 \text{ kg.}$$

Y con esto quedan definidos los elementos mecánicos que se transmiten a los largueros.

### 3.3.3. DISEÑO DE LARGUEROS

Los largueros se diseñarán por flexión y se revisaran -- por cortante y deformación. Dentro del diseño se distinguen el gravitacional y el accidental.

#### 3.3.3.1. DISEÑO GRAVITACIONAL

Para diseñar el larguero por carga gravitacional, se emplea la fórmula de la flexión biaxial, para cada combinación de carga posible, tomando el criterio siguiente:

$$\frac{f_{bx}}{F_b} + \frac{f_{by}}{F_b} \leq 1.00 \quad \text{Para carga permanente}$$

$$\text{y } \frac{f_{bx}}{F_b} + \frac{f_{by}}{F_b} \leq 1.33 \quad \text{Para carga combinada (permanente + accidental)}$$

en donde:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{S_x}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{S_y}$$

Para Mon-Ten

$$F_b = 0.6 F_y = 0.6 (2310 \text{ Kg/cm}^2) = 1386 \text{ Kg/cm}^2$$

### 3.3.3.2. DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL PERMANENTE

$$M_{x\max} = 6489 \text{ Kg cm.}$$

$$M_{y\max} = 324 \text{ Kg cm.}$$

Proponiendo un perfil 3MT 18 con  $S_x = 5.4 \text{ cm}^3$  y  $S_y = 1.87 \text{ cm}^3$   
(3" X 1 3/4")

La fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{6489}{5.4} + \frac{324}{1.87} \leq 1.00$$

$$\frac{1386}{1386} + \frac{1.87}{1386} \leq 1.00$$

$$0.99 \leq 1.00$$

Se acepta 3MT 18 para carga gravitacional permanente.

### 3.3.3.3. DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL Y CARGA VIVA

$$M_{x\max} = 19,283 \text{ Kgcm}$$

$$M_{y\max} = 963 \text{ Kgcm}$$

Proponiendo un perfil 5" X 2" (5MT 14) con  $S_x = 18.28 \text{ cm}^3$  y -  
 $S_y = 4.51 \text{ cm}^3$ , la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{19283}{18.28} + \frac{963}{4.51} \leq 1.00$$

$$\frac{1386}{1386} + \frac{4.51}{1386} \leq 1.00$$

$$0.92 \leq 1.00$$

Se acepta 5" X 2" (5MT 14), para carga gravitacional y carga-viva.

### 3.3.3.4. DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL, CARGA VIVA Y GRANIZO.

$$M_{x\max} = 38480 \text{ Kgcm.}$$

$$M_{y\max} = 1923 \text{ Kgcm.}$$

Proponiendo un perfil 6MT 14 con  $S_x = 27.43 \text{ cm}^3$  y  $S_y = 7.05 \text{ cm}^3$ , la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{38480}{27.43} + \frac{1923}{7.05} \leq 1.33 \text{ (carga combinada)}$$
$$\frac{1386}{1386} \leq 1.33$$
$$1.21 \leq 1.33$$

Se acepta 6MT 14 para carga gravitacional, carga viva y granizo. Otro perfil que cumple la fórmula es el 5 MT 12, pero su peso por metro lineal (5.11 Kg/m) es mayor que el del 6MT 14 (4.53 Kg/m) por lo que es preferible usar el 6MT 14.

#### 3.3.3.4.1 DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL Y COLOCADOR

$$M_{x\max} = 21,198 \text{ Kgcm}$$

$$M_{y\max} = 324 \text{ Kgcm}$$

Proponiendo un perfil 5MT 16 con  $S_x = 14.56 \text{ cm}^3$  y  $S_y = 3.39 \text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{21,198}{14.56} + \frac{324}{3.39} \leq 1.33 \text{ (carga combinada)}$$
$$\frac{1386}{1386} \leq 1.33$$
$$1.12 \leq 1.33$$

Se acepta 5MT 16 para carga gravitacional y colocador.

### 3.3.3.5. DISEÑO POR VIENTO

$$M_{\max} = -45,063 \text{ Kgcm}$$

Para este caso usamos la fórmula  $\frac{M_y}{S_y} \leq 1.33$ , ya que sólo produce flexión en un plano.

Proponiendo un perfil 6MT 14 con  $S_x = 27.43 \text{ cm}^3$ , la fórmula de la flexión queda como sigue:

$$\frac{45,063}{27.43} \leq 1.33$$
$$1386 \quad 1.19 \leq 1.33$$

Se acepta 6MT 14 para carga de viento.

El diseño que rige es el de carga gravitacional, más carga viva, más granizo, y el perfil necesario es el 6MT 14.

Una vez definido el perfil se revisa por cortante y deformación.

### 3.3.4. REVISION POR CORTANTE

Para la revisión por cortante se aplica la siguiente fórmula:

$$f_v = \frac{V}{A} \leq F_v$$

donde;

$f_v$  = esfuerzo cortante medio

$V$  = cortante actuante

$A$  = Área del alma

$F_v = 0.4 f_y = 0.4 (2310 \text{ Kg/cm}^2) = 924 \text{ Kg/cm}^2$

Los cortantes máximos en cada dirección son:

$V_y = +300.42 \text{ Kg.}$

$V_x = 32.40$

de donde:

$F_{Vx} = \frac{V_x}{A_x}$  y  $f_{Vy} = \frac{V_y}{A_y}$

para perfil 6MT 14  $A_x = (2 \times 0.190) (6.35 \text{ cm.}) = 2.41 \text{ cm}^2$   
y  $A_y = 15.24 \text{ cm} (0.190 \text{ cm}) = 2.90 \text{ cm}^2$

$f_{Vx} = \frac{32.04 \text{ Kg}}{2.41 \text{ cm}^2} = 13.29 \text{ Kg/cm}^2 \ll 924 \text{ Kg/cm}^2$

$f_{Vy} = \frac{300.42 \text{ Kg}}{2.90 \text{ cm}^2} = 103.59 \text{ Kg/cm}^2 \ll 924 \text{ Kg/cm}^2$

### 3.3.5. REVISION POR DEFORMACION

La revisión por deformación se realiza para las condiciones de carga permanente sobre el larguero y de carga eventual sobre el mismo.

#### 3.3.5.1. REVISION POR DEFORMACION PARA CARGA PERMANENTE

La carga permanente en la cubierta es la suma de la carga viva, más el peso propio de la lámina:

$$CV = 20 \text{ Kg/m}^2$$

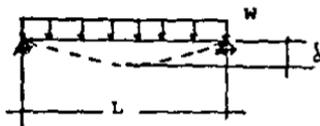
$$\begin{aligned} W_{\text{propio}} \\ \text{l\u00e1mina} &= \frac{6 \text{ Kg/m}^2}{26 \text{ Kg/m}^2} \end{aligned}$$

Si \u00e9sta carga se multiplica por la separaci\u00f3n entre largueros y se le suma el peso propio del larguero se obtiene la carga permanente sobre el mismo.

$$W \text{ permanente} = (26.00 \text{ Kg/m}^2)(1.45 \text{ m}) + 6.00 \text{ Kg/m.}$$

$$W \text{ permanente} = 43.7 \text{ Kg/m.}$$

Considerando el larguero como viga simplemente apoyada y con carga uniformemente repartida sobre el claro, la deformaci\u00f3n m\u00e1xima vale:



$$\delta = \frac{5}{384} \frac{W L^4}{E I} \quad (\text{perfil 6 MT 14 } I_{xx} = 209.02 \text{ cm}^4)$$

sustituyendo valores

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{0.44 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}} (600 \text{ cm})^4}{2.04 \times 10^6 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} (209.02 \text{ cm}^4)}$$

$$\delta = 1.74 \text{ cm.}$$

$$\delta \text{ perm. por carga permanente} \quad \frac{L}{360} = \frac{600}{360} = 1.67 \text{ cms.}$$

$1.74 > 1.67 \text{ cm.}$  por lo que es necesario aumentar el perfil.

Proponiendo un perfil 7MT 16 con  $I_{xx} = 253.23 \text{ cm}^4$

$$f = \frac{5}{384} \frac{0.44 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} (600 \text{ cm.})^4}{2.04 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} (253.23 \text{ cm}^4)}$$

$$f = 1.44 < 1.67 \text{ cm. se acepta 7MT 16 para carga permanen}$$

te.

### 3.3.5.2. REVISION POR DEFORMACION PARA CARCA EVENTUAL

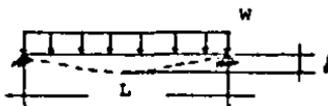
Para evaluar la deformación por carga eventual, se analizan las tres posibles cargas eventuales que son:

- Carga gravitacional, carga viva y granizo.
- Carga gravitacional, y colocador
- Carga de viento.

Para el primer caso (gravitacional, viva y granizo):

$$W = (6.00 \text{ Kg/m}^2 + 20.00 \text{ Kg/m}^2 + 30.00 \text{ Kg/m}^2) (1.45 \text{ m}) + 6.00 \text{ Kg/ml.}$$

$$W = 87.20 \text{ Kg/ml.}$$



$$f = \frac{5}{384} \frac{WL^4}{EI}$$

sustituyendo valores

$$f = \frac{5}{384} \frac{0.872 \text{ Kg/cm} (600 \text{ cm})^4}{2.04 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} (253.23 \text{ cm}^4)}$$

$$f = 2.85 \text{ cm.}$$

$$f \text{ perm. por carga eventual} = \frac{L}{200} = \frac{600 \text{ cm.}}{200} = 3.00 \text{ cms.}$$

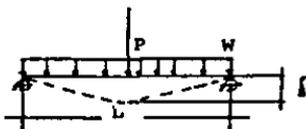
$$3.00 \text{ cm.} \geq 2.85 \text{ cm.}$$

Para el segundo caso:

$$W = (6.00 \text{ Kg/m}^2) (1.45 \text{ m.}) + 6.00 \text{ Kg/ml.}$$

$$W = 14.70 \text{ Kg/m.}$$

$$P = 100 \text{ Kg.}$$



$$\delta = \frac{5}{384} \frac{WL^4}{EI} + \frac{PL^3}{48 EI}$$

sustituyendo valores

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{0.147 \text{ Kg/cm} (600 \text{ cm})^4}{2.04 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} (253.23 \text{ cm}^4)} + \frac{100 \text{ Kg} (600 \text{ cm})^3}{48 (2.04 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}) (253.23 \text{ cm}^4)}$$

$$\delta = 0.48 + 0.87$$

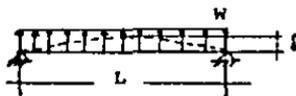
$$\delta = 1.35 \text{ m.}$$

$$\delta \text{ max perm por carga eventual } \frac{L}{200} = \frac{600 \text{ cm.}}{200} = 3 \text{ cm.}$$

$$3.00 \text{ cm.} \geq 1.35 \text{ cm.}$$

Para el tercer caso

$$W = -100.14 \text{ Kg/ml.}$$



$$\delta = \frac{5}{384} \frac{WL^4}{EI}$$

sustituyendo valores

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{-1.0 \text{ Kg/cm} (600)^4}{2.04 \times 10^6 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} (253.23 \text{ cm}^4)}$$

$$\delta = 3.27 \text{ cm} \geq 3.00 \text{ cm.}$$

El perfil puede aceptarse ya que la carga de viento es normalmente de duración corta y al cesar, la sección volverá, a su estado original. Por otra parte el exceso en la deformación es sólo del 9% más que la permisible, por lo que para este trabajo de tesis se acepta el perfil 7MT 16.

#### IV.- ANALISIS Y DISEÑO DE LARGUEROS CON VIGA GERBER

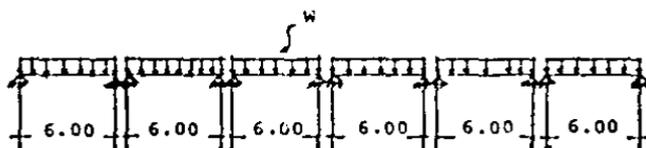
4.1. Las vigas Gerber son vigas que contienen una o más - articulaciones, las articulaciones son apoyos que transmiten -- fuerzas cortantes, pero no son capaces de transmitir momento -- flexionante; con una adecuada distribución de articulaciones -- (cuidando no formar mecanismos) es factible reducir el momento- flexionante que actúa sobre el larguero.

En los siguientes incisos se analiza la posición de las -- articulaciones que permita la reducción de momento flexionante.

#### 4.2. PROPOSICION DE VIGA GERBER (NUMERO Y LOCALIZACION DE ARTICULACIONES).

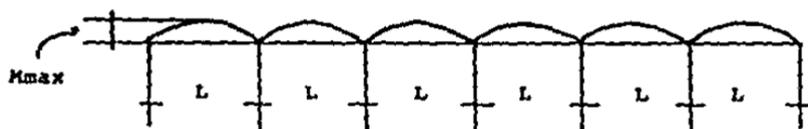
La nave industrial que se ha propuesto cuenta con seis cl ros, por lo que los largueros quedan como sigue:

Fig. 4.1



Si se toma cada larguero como una viga simplemente apoyada se obtiene el siguiente diagrama de momentos:

Fig. 4.2.

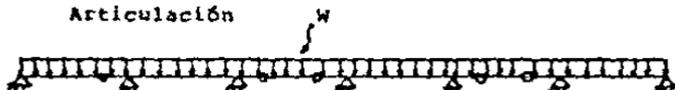


donde:

$$M_{max} = \frac{wL^2}{8}$$

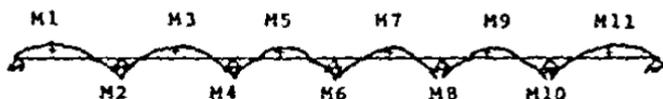
Proponiendo las siguientes articulaciones y dándole continuidad a los largueros se obtiene la siguiente configuración:

Fig. 4.3. Articulación



que da un diagrama de momentos como sigue:

Fig. 4.4.

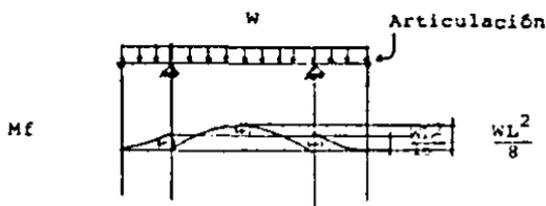


Dependiendo de la colocación de las articulaciones los momentos aumentan o disminuyen por lo que la definición de la posición de las articulaciones en la cual se minimicen los momentos es el problema por resolver.

#### 4.2.1. DEFINICION DE LA POSICION EXACTA DE LAS ARTICULACIONES.

El objetivo de la introducción de articulaciones es el de reducir el momento flexionante, por lo que es importante saber hasta que valor será posible reducir el esfuerzo de flexión. Por la continuidad de los apoyos aparecen momentos negativos - en la viga que compensan a los momentos positivos al centro -- del claro entre apoyos; lo cual se muestra en la siguiente figura:

Fig. 4.5.



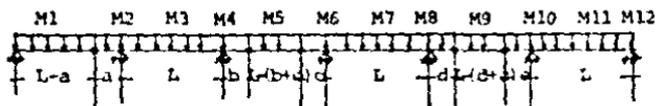
Cuando los momentos negativos tienen el valor de  $\frac{WL^2}{16}$  y se suman al momento isostático que es  $\frac{WL^2}{5}$ , el momento final toma también el valor de  $\frac{WL^2}{16}$  que es valor más conveniente para el nuevo diseño. Si se toma un valor menor a  $\frac{WL^2}{16}$  para momento positivo, el momento negativo adquiere un valor mayor a  $\frac{WL^2}{16}$  lo cual es menos conveniente para el diseño. Lo mismo ocurre si el momento negativo disminuye por abajo de  $\frac{WL^2}{16}$ , entonces el momento positivo aumenta por encima de  $\frac{WL^2}{16}$ .

De aquí se desprende que la reducción máxima de momento -- flexionante a la cual se tiende es  $\frac{WL^2}{16}$ , que es la mitad del

momento como viga simplemente apoyada. (isostático).

Ahora el problema consiste en encontrar la posición de las articulaciones en la que los momentos positivos y negativos --- sean iguales a  $WL^2/16$ . Para este fin se trabaja con la siguiente geometría y cargas:

Fig. 4.6.



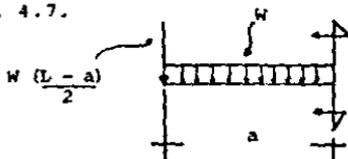
en donde: a, b, c, d, y e: son las distancias a las cuales se colocaran las articulaciones.

L: es la separación entre apoyos

W: es la carga repartida que actúa sobre el larguero.

En la Fig. 4.4 se numeran los valores de momento flexionante máximo, para encontrar el valor de a se debe obtener el valor del momento flexionante no. 2, el cual se encuentra a partir del siguiente diagrama de cuerpo libre:

Fig. 4.7.



La carga concentrada  $\frac{W(L-a)}{2}$  es el valor del cortante que -- transmite la articulación, de donde:

$$MP_2 = \frac{Wa^2}{2} + \frac{W(L-a)(a)}{2}$$

igualando  $MP_2$  a  $WL^2/16$  se obtiene a en función de L:

$$\frac{WL^2}{16} = \frac{Wa^2}{2} + \frac{Wa(L-a)}{2}$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{a^2}{2} + \frac{aL}{2} - \frac{a^2}{2}$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{aL}{2}$$

$$2L^2 = 16aL$$

$$a = \frac{2L^2}{16L}$$

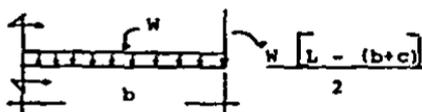
$$a = \frac{L}{8}$$

Y con esto queda definido el valor de a = (L/8) para el -- cual el momento flexionante (MP2) es igual a  $WL^2/16$ .

Para la definición de los valores de b y c, se procede de -- la siguiente manera:

Se obtiene el momento flexionante 4 del siguiente diagrama de cuerpo libre y posteriormente se iguala a  $WL^2/16$  para obte-- ner así a "b" en función de "L" y "C".

Fig. 4.8.



donde:  $\frac{W[L - (b+c)]}{2}$  es el cortante que transmite la articulación.

$$M4 = \frac{Wb^2}{2} + \frac{W[L - (b+c)]}{2} b$$

igualando M4 a  $\frac{WL^2}{16}$

se obtiene:

$$\frac{WL^2}{16} = \frac{Wb^2}{2} + \frac{W[L - (b+c)]}{2} b$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{b^2 + bL - b^2 - cb}{2}$$

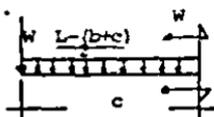
$$\frac{L^2}{16} = \frac{b(L-c)}{2}$$

$$2L^2 = 16b(L - c)$$

$$b = \frac{L^2}{8(L-c)} \quad \dots 1$$

Ahora se obtiene el momento flexionante 6. Y se iguala -- también a  $WL^2/16$ . Para obtener a "c" en función de "L" y "b".

Fig. 4.9.



donde:  $\frac{W[L - (b+c)]}{2}$  es el cortante que transmite la articulación.

$$M_6 = \frac{Wc^2}{2} + W \frac{[L - (b+c)]}{2} c$$

igualando  $M_6$  a  $WL^2/16$

se obtiene:

$$\frac{WL^2}{16} = \frac{Wc^2}{2} + W \frac{[L - (b+c)]}{2} c$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{c^2}{2} + \frac{Lc - bc - c^2}{2}$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{Lc - bc}{2}$$

$$2L^2 = 16 c (L - b)$$

$$c = \frac{L^2}{8 (L-b)} \quad \text{--- 2}$$

Si se sustituye el valor de "b" en la ecuación 2, resulta una ecuación con una incognita la cual es posible resolver:

$$c = \frac{L^2}{8 \left[ L - \frac{L^2}{8(L-c)} \right]}$$

$$c = \frac{L^2}{8 \frac{8L(L-c) - L^2}{8(L-c)}}$$

$$c = \frac{L^2 (L-c)}{8L^2 - 8Lc - L^2}$$

$$c = \frac{L^2 (L-c)}{8(7L - 8c)}$$

$$7Lc - 8c^2 = L^2 - Lc$$

$$7Lc - 8c^2 - L^2 + Lc = 0$$

$$-8c^2 + 8Lc - L^2 = 0$$

dividiendo toda la ecuación entre -8

$$c^2 - Lc + \frac{L^2}{8} = 0 \quad \dots \quad 3$$

Resolviendo la ecuación 3 queda:

$$c = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4(1)\left(\frac{L^2}{8}\right)}}{2}$$

$$c = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{2}}}{2}$$

$$c = \frac{L \pm \sqrt{\frac{L^2}{2}}}{2}$$

$$C_1 = \frac{L + \frac{L}{\sqrt{2}}}{2} = 0.854L$$

$$C_2 = \frac{L - \frac{L}{\sqrt{2}}}{2} = 0.146L$$

De los dos valores que puede tomar C sólo el segundo es posible físicamente, ya que el valor de 0.854 para  $C_1$  al sustituirlo en la ecuación

$$b = \frac{L^2}{8(L - c)}$$

queda como sigue:

$$b = \frac{L^2}{8(L - 0.854L)}$$

$$b = 0.856L$$

lo cual no es posible ya que  $b + c \neq 1.00L$  y con los valores obtenidos  $b + c > 1.00 L$ .

Sustituyendo el valor de  $C = 0.146L$  en la ecuación 2

$$b = \frac{L^2}{8(L - c)} \quad \dots 2$$

queda

$$b = \frac{L^2}{8(L - 0.146L)}$$

$$b = \frac{L^2}{8(0.85L)}$$

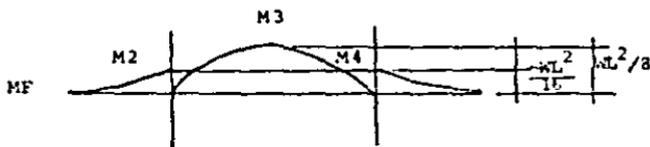
$$b = 0.146L.$$

Con lo cual quedan definidos los valores de  $b$  y  $c$ , con los que los momentos flexionantes 4 y 6 toman el valor de  $WL^2/16$ .

Para fines prácticos se puede considerar el valor de  $b$  y  $c$  como  $0.15 L$ . con el cual es más fácil trabajar.

Una vez que se conocen los valores de los momentos flexionantes 2 y 4 el valor del momento flexionante 3 se obtiene de manera geométrica:

Fig. 4.10



$$M_3 = \frac{WL^2}{8} - \frac{WL^2}{16}$$

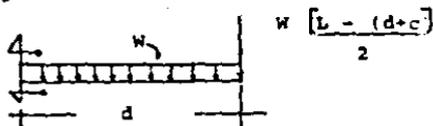
de donde:

$$M_3 = \frac{WL^2}{16}$$

Para obtener los valores de  $d$  y  $e$  se procede de la misma manera que para obtener  $b$  y  $c$ .

Se obtiene  $M_8$  del siguiente diagrama de cuerpo libre y se iguala posteriormente a  $WL^2/16$ .

Fig. 4.10a



donde:

$W \frac{[L - (d+c)]}{2}$  es el cortante que transmite la articulación:

$$M_3 = \frac{Wd^2}{2} + \frac{W [L - (d+c)]}{2} d$$

igualando  $M_3$  a  $\frac{WL^2}{16}$  se obtiene  $d$  en función de  $L$  y  $e$ .

$$\frac{WL^2}{16} = \frac{Wd^2}{2} + \frac{W [L - (d+e)]}{2} d$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{d^2}{2} + \frac{Ld - d^2 - de}{2}$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{Ld - de}{2}$$

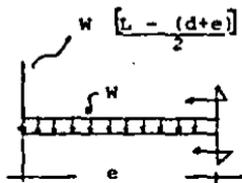
$$2L^2 = 16(Ld - de)$$

$$2L^2 = 16d(L - e)$$

$$d = \frac{L^2}{8(L-e)}$$

Ahora se obtiene  $M_{10}$  del siguiente diagrama de cuerpo libre y posteriormente se iguala a  $WL^2/16$  para obtener  $a$  e en función de  $L$  y  $d$ .

Fig. 4.11



$$M_{10} = \frac{We^2}{2} + w \frac{[L - (d+e)]}{2} e$$

$$\text{si } M_{10} = WL^2/16$$

$$\frac{WL^2}{16} = \frac{We^2}{2} + w \frac{[L - (d+e)]}{2} e$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{e^2}{2} + \frac{eL}{2} - \frac{de}{2} - \frac{e^2}{2}$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{eL - de}{2}$$

$$2L^2 = 16 (eL - de)$$

$$2L^2 = 16e (L - d)$$

$$e = \frac{L^2}{8 (L - d)}$$

Si se observan las ecuaciones para  $d$  y  $e$  se aprecia que representan el mismo caso que para  $b$  y  $c$ , por lo que su solución es:

$$d = 0.15L$$

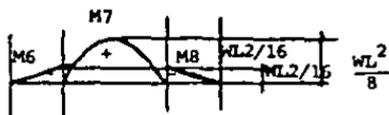
y

$$e = 0.15L$$

Y con esto se tienen las posiciones de las articulaciones con las que se minimizan los momentos. Ahora se obtienen los demás momentos:

Para obtener  $M_7$  se tiene el mismo caso que para  $M_3$ :

Fig. 4.12



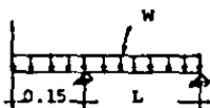
de donde:

$$M_7 = \frac{WL^2}{8} - \frac{WL^2}{16}$$

$$M_7 = \frac{WL^2}{16}$$

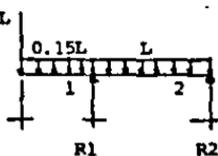
Para obtener el momento flexionante 11 ( $MF_{11}$ ) se tiene lo siguiente:

Fig. 4.13



Primero se obtienen las reacciones del siguiente diagrama de cuerpo libre:

Fig. 4.14



tomando una  $\sum M_2 F = 0 \curvearrowright$  se obtiene  $R_1$  :

$$-0.35 WL (1.15L) - 1.15 WL \left(\frac{1.15L}{2}\right) + R_1 L = 0$$

$$R_1 = 1.06375 WL$$

y tomando una  $\sum F = 0 \uparrow (+)$  se obtiene  $R_2$  :

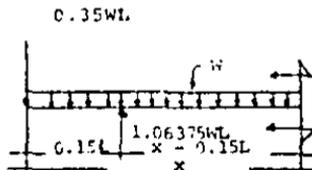
$$-0.35WL - 1.15WL + 1.06375WL + R_2 = 0$$

$$R_2 = 0.43625WL$$

Ya que se tienen las reacciones es posible escribir la --- ecuación de momento flexionante y por medio de maximos y minimos obtener el momento flexionante máximo.

La ecuación de momento del tramo entre apoyos se obtiene - del siguiente diagrama de cuerpo libre:

Fig. 4.15



de donde:

$$M = -0.35WLX - \frac{WX^2}{2} + 1.06375 WL (X - 0.15L)$$

derivando "M" con respecto a "X" y resolviendo por maximos y minimos se obtiene el valor del momento máximo:

$$\frac{dM}{dx} = -0.35WL - WX + 1.06375WL$$

igualando a 0 esta ecuación y resolviendo se obtiene:

$$0 = 0.71375WL - Wx$$

$$x = 0.71375L$$

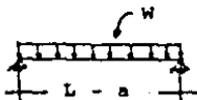
Sustituyendo el valor de "x" en la ecuación de momento se obtiene:

$$M_{max} = 0.09516WL^2$$

con lo que queda definido el valor de  $M_{11} = 0.09516WL^2$

Ahora falta conocer los valores de  $MF_1$ ,  $MF_5$  y  $MF_9$ . Para el momento flexionante 1 se tiene lo siguiente:

Fig. 4.16



de donde:

$$M_1 = W \frac{(L - a)^2}{8}$$

sustituyendo el valor de  $a = L/8$  queda:

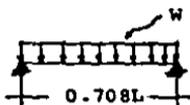
$$M_1 = W \frac{(L - L/8)^2}{8}$$

$$M_1 = W \frac{(7/8L)^2}{8}$$

$$M_1 = \frac{49WL^2}{512}$$

Para  $M_5$  y  $M_9$  se tiene el mismo caso que es:

Fig. 4.17



de donde:

$$M_5 = M_9 = W \frac{[0.708L]^2}{8}$$

$$M_5 = M_9 = \frac{WL^2}{16}$$

Y con esto quedan definidos los valores del momento flexionante a lo largo de la viga. De estos valores sólo dos son diferentes del valor  $WL^2/16$  que son  $M_1 = 49/512 WL^2$  y  $M_{11} = 0.09516 WL^2$  que corresponden al primero y al último tramo de la viga.

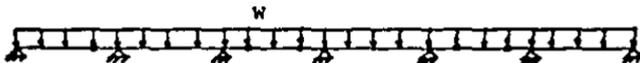
Por economía no se diseñará toda la viga contra el momento máximo, sino solamente el primero y el último tramo de la misma diseñándose el resto contra  $WL^2/16$ .

Los momentos obtenidos hasta ahora corresponden a momentos alrededor del eje "x" para momentos alrededor del eje "y" se -- tendrá la misma configuración de apoyos y cargas que para el -- eje "x" por lo que los momentos alrededor de ese eje se calcula -- rán con las mismas fórmulas que para el eje "x", a menos que se -- propongan elementos de liga.

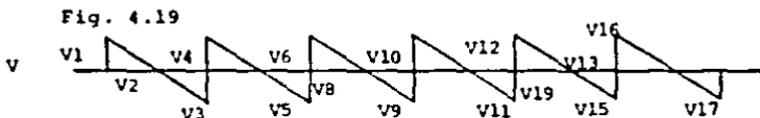
#### 4.3. DEFINICION DEL VALOR DEL CORTANTE A LO LARGO DE LA VIGA.

La configuración general de carga que se tiene de la viga para todas las combinaciones de carga es la siguiente:

Fig. 4.18



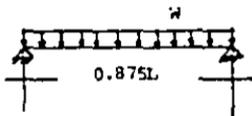
con excepción de la combinación de carga gravitacional y colocador cuyo diagrama de cortante es el siguiente:



Los diferentes valores del cortante son:

Para \$V\_1\$ y \$V\_2\$, del diagrama siguiente se tiene:

Fig. 4.20

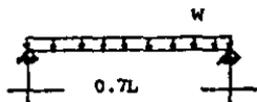


$$V_1 = V_2 = \frac{0.875WL}{2} = 0.4375WL$$

$$V_1 = V_2 = 0.4375WL$$

Para \$V\_7\$, \$V\_8\$, \$V\_{13}\$ y \$V\_{14}\$ se tiene:

Fig. 4.21

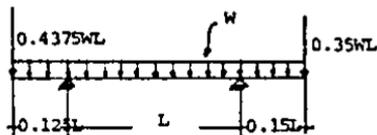


$$V_7 = V_8 = \frac{0.7WL}{2} = 0.35WL$$

$$V_7 = V_8 = V_{13} = V_{14} = 0.35WL$$

Para  $V_3$ ,  $V_4$ ,  $V_5$ , y  $V_6$  se tiene lo siguiente

Fig. 4.22



Primero se obtienen las reacciones en los apoyos de una  $\Sigma$

$$M_1 F = 0 \curvearrowright \text{ se obtiene } R_2$$

$$- 0.4375WL (0.125WL) - R_2 L + 0.35WL (1.15L) + W(1.275L) \frac{1.275L}{2} - 0.125L = 0$$

$$R_2 = -0.9547 WL + 0.4025 WL + 0.6534 WL$$

$$R_2 = 1.00 WL$$

y de una  $\Sigma F = 0 \uparrow (+)$

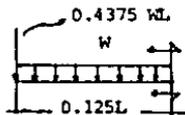
$$-0.4375 WL - 0.35 WL - 1.275 WL + 1.00 WL = R_1$$

$$R_1 = 1.0625 WL$$

Conocidas las reacciones se puede definir el cortante en cualquier punto.

Para  $V_3$  se tiene lo siguiente:

Fig. 4.23



$$\text{de donde: } V_3 = -(0.4375WL + 0.125L)$$

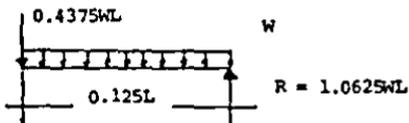
$$V_3 = -0.5625 WL$$

de donde:

$$V_3 = -(0.4375 WL + 0.125WL) \quad V_3 = -0.5625 WL$$

Para  $V_4$  se tiene:

Fig. 4.24

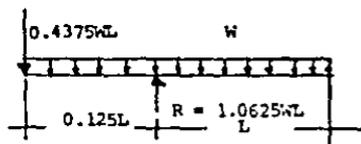


$$V_4 = -0.4375 WL - 0.125 WL + 1.0625 WL$$

$$V_4 = 0.50 WL$$

Para  $V_5$  se tiene:

Fig. 4.25

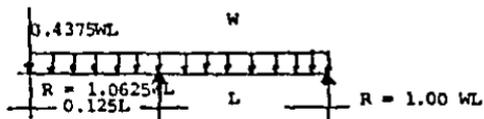


$$V_5 = -0.4375WL - 0.125WL + 1.0625WL - WL$$

$$V_5 = -0.50WL$$

Para  $V_6$  se tiene:

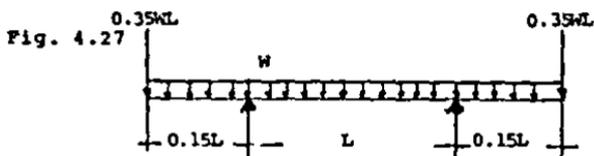
Fig. 4.26



$$V_6 = -0.4375WL - 0.125WL + 1.0625WL - WL + WL$$

$$V_6 = 0.50 WL$$

Para obtener  $V_9$ ,  $V_{10}$ ,  $V_{11}$ , y  $V_{12}$  se tiene lo siguiente:



Por simetría de geometría y cargas las reacciones en los apoyos son iguales, por lo que:

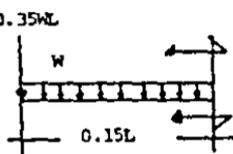
$$R_1 = R_2 = \frac{1.3WL}{2} + 0.35WL$$

$$R_1 = WL$$

Y sólo se necesita encontrar  $V_9$  y  $V_{10}$  que serán iguales - respectivamente a  $V_{11}$  y  $V_{12}$

Para  $V_9$  se tiene:

Fig. 4.28



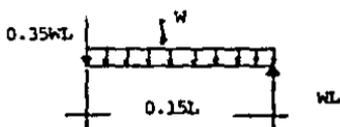
de donde:

$$V_9 = -0.35WL - 0.15WL$$

$$V_9 = -0.50WL = V_{11}$$

Para  $V_{10}$  se tiene lo siguiente:

Fig. 4.29



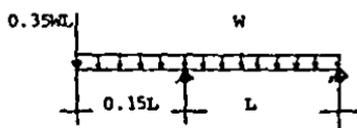
de donde:

$$V_{10} = -0.50WL + WL$$

$$V_{10} = 0.50WL = V_{12}$$

Finalmente para  $V_{15}$ ,  $V_{16}$ , y  $V_{17}$  se tiene lo siguiente:

Fig. 4.30



obteniendo primero una  $\sum M_2 F = 0 \curvearrowright$  queda:

$$-0.35 WL (1.15L) + R_1 L - W \left( \frac{1.15L}{2} \right)^2 = 0$$

$$R_1 = 1.0638WL$$

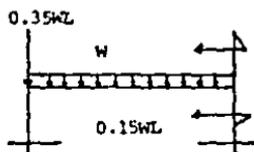
y de una  $\sum F = 0 \uparrow (+)$

$$R_2 = 0.35WL + 1.15WL - 1.0638WL$$

$$R_2 = 0.4362 WL$$

Por lo que para  $V_{15}$  se tiene

Fig. 4.31



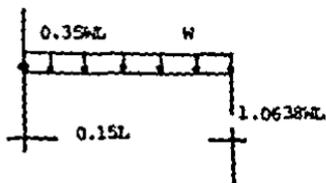
de donde:

$$V_{15} = -0.035 WL - 0.15WL$$

$$V_{15} = -0.50 WL$$

Para  $V_{16}$  se tiene lo siguiente:

Fig. 4.32



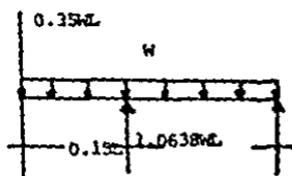
de donde:

$$V_{16} = -0.50WL + 1.0638WL$$

$$V_{16} = 0.5638 WL$$

Y para  $V_{17}$  se tiene lo siguiente:

Fig. 4.33



de donde:

$$V_{17} = 0.5638WL - WL$$

$$V_{17} = -0.4362WL$$

Resumiendo:

Cuadro 4.1

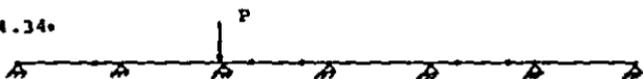
V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
WL	0.44	0.44	0.50	0.50	0.50	0.50	0.35	0.35	0.50	0.50	0.50	0.50	0.35	0.35	0.50	0.50	0.44

Por lo que el mayor valor de cortante con el cual se revisarán las secciones para las diferentes combinaciones de carga - será  $0.5638WL$  con excepción de la combinación de carga gravitacional y colocador.

Para la combinación de carga gravitacional y colocador ---

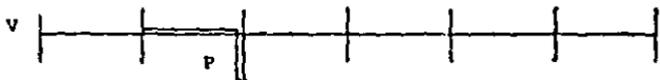
se observa que la posición más desfavorable del colocador es la siguiente:

Fig. 4.34.



Ya que da un diagrama de cortante como sigue:

Fig. 4.35



Por lo que para esta combinación, aplicando el principio de superposición de causas y efectos el cortante máximo es:

$$0.5638WL + P$$

Y con esto quedan definidos los valores del cortante en el eje "y"; para el cortante en "x" se aplicaran las mismas fórmulas que para el eje "y" ya que la distribución de apoyos y cargas es la misma en "y" que en "x".

#### 4.4. DISEÑO DE LARGUEROS

##### 4.4.1. DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL PERMANENTE

##### 4.4.1.1. DISEÑO DEL PRIMERO Y EL ULTIMO TRAMO

Los momentos maximos obtenidos hasta este momento son: para el primer tramo en los dos ejes:

$$M_x \text{ y } M_y = \frac{49}{512} WL^2$$

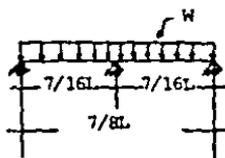
Y para el último tramo en los dos ejes:

$$M_x \text{ y } M_y = 0.09516 WL^2$$

Si se aplican estas expresiones los momentos que se obtienen en el eje "y" (eje de menor momento de inercia) son muy grandes, por lo que es conveniente introducir elementos de liga al centro de los claros con el fin de reducir estos momentos. Al introducir el elemento de liga se hace necesario analizar otra vez estos tramos para momento y cortante en el eje "y"

Para el primer tramo se tiene lo siguiente:

Fig. 4.36



Por lo que:

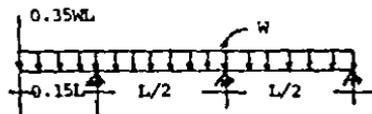
$$M_{\max} = \frac{WL^1}{8} \quad \text{y} \quad V_{\max} = \frac{5}{8} WL^1$$

$$M_{\max} = W \frac{(7/16L)^2}{8} \quad V_{\max} = \frac{5}{8} W(7L)$$

$$M_{\max} = \frac{49}{2048} WL^2 \quad V_{\max} = \frac{35}{128} WL$$

Para el último tramo se tiene lo siguiente:

Fig. 4.37



Primero obtenemos las reacciones:

$$\sum F = 0 \uparrow (+)$$

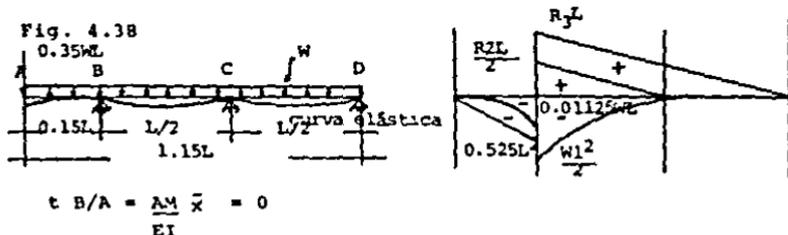
$$R_1 + R_2 + R_3 = 1.50WL \quad \dots 1$$

$$\sum M_3 = 0 \quad \curvearrowright (+)$$

$$R_1 L + R_2 \frac{L}{2} - W \frac{(1.15L)^2}{2} - 0.35WL (1.15L) = 0$$

$$2R_1 + R_2 = 2.1275 WL \quad \dots 2$$

La tercera ecuación que nos permita resolver el sistema se puede obtener por varios métodos, en este trabajo de tesis se emplea el teorema de la desviación tangencial.



Usando el diagrama de momentos por partes se obtiene:

$$\frac{R_3 L^2}{2} \left( \frac{L}{3} \right) + \frac{R_2 L}{2} \left( \frac{L}{2} \right) \left( \frac{L}{2} \right) \left( \frac{L}{3} \right) - \frac{WL^2}{2} \left( \frac{L}{2} \right) \left( \frac{L}{3} \right) - 0.525WL^2 \frac{(0.15L)}{2} \frac{(0.15L)}{3} \dots$$

$$- 0.01125WL \frac{(0.15L)}{3} \frac{(0.15L)}{4} = 0$$

$$\frac{R_3 L^3}{6} + \frac{R_2 L^3}{48} - \frac{WL^4}{24} - \frac{0.0118WL^4}{6} - \frac{0.0003WL^4}{12} = 0$$

$$\frac{R_3 L^3}{6} + \frac{R_2 L^3}{48} = 0.0437 WL^4$$

$$8R_3 L^3 + R_2 L^3 = 2.0956 WL^4$$

$$6R_3 + R_2 = 2.0956 WL \quad \text{--- 3}$$

Resolviendo matricialmente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.50WL \\ 2.1275WL \\ 2.0956WL \end{bmatrix}$$

de donde:

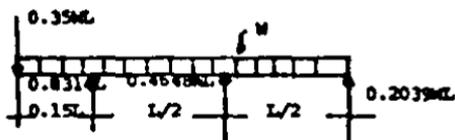
$$R_1 = 0.8314 WL$$

$$R_2 = 0.4648 WL$$

$$R_3 = 0.2039 WL$$

Una vez conocidas las reacciones se puede escribir la ecuación de momento flexionante de la viga y encontrar el valor máximo.

Fig. 4.39



"Para  $0 \leq x \leq 0.15L$ "

$$M = -0.35wLx - \frac{wx^2}{2}$$

Para este tramo el  $M_{max}$  se encuentra en  $x = 0.15L$  por lo que:

$$M_{max} = -0.35wL(0.15L) - \frac{w(0.15L)^2}{2}$$

$$M_{max} = .0638 wL^2$$

"Para  $0.15L \leq x \leq 0.65L$ "

$$M = -0.35 WLx + 0.8314WL (x - 0.15L) - \frac{Wx^2}{2}$$

Para encontrar  $M_{max}$  se utiliza el criterio de máximos y mínimos.

$$\frac{dM}{dx} = -0.35WL + 0.8314WL - Wx$$

$$Wx = 0.4814 WL$$

$$x = 0.4814L$$

Sustituyendo en la ecuación de momento:

$$M = -0.35 WL (0.4814L) + 0.8314WL(0.4814L - 0.15L) - W \frac{(0.4814L)^2}{2}$$

$$M = -0.0088 WL^2$$

Para  $x = 0.65 L$  (momento en el apoyo)

$$M = -0.35 WL (0.65L) + 0.8314WL (0.65L - 0.15L) - W \frac{(0.65L)^2}{2}$$

$$M = -0.0231 WL^2$$

"Para el tramo en que  $0.65L \leq x \leq 1.15L$ "

$$M = -0.35WLx + 0.8314WL (x - 0.15L) + 0.4648 WL(x - 0.65L) - \frac{Wx^2}{2}$$

aplicando máximos y mínimos

$$\frac{dM}{dx} = -0.35 WL + 0.8314 WL + 0.4648 WL - Wx$$

$$Wx = 0.9462 WL$$

$$x = 0.9462L$$

sustituyendo en la ecuación de momento:

$$M = -0.35WL(0.9462L) + 0.8314WL(0.9462L - 0.15L) + 0.4648WL(0.9462L - 0.65L) - W \frac{(0.9462L)^2}{2}$$

$$M = 0.0208 WL^2$$

$$\text{en } x = 1.15L \quad M = 0$$

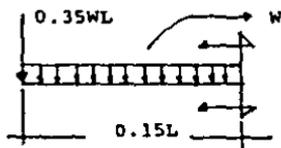
/ con esto se distingue que el valor más desfavorable de -

momento flexionante es:  $M = 0.0638 WL^2$ .

Con esta expresión se calcula el momento alrededor del eje  $\bar{y}$  del último tramo.

El cortante máximo está en el primer apoyo y tiene el siguiente valor:

Fig. 4.40



$$V_{\max} = -0.35 WL - 0.15 WL$$

$$V_{\max} = -0.50 WL$$

Por lo que para el último tramo:

$$M_{\max} = 0.0638 WL^2 \text{ y } V_{\max} = 0.50 WL$$

Para ahorrar cálculos el primero y el último tramo se diseñarán con las expresiones más desfavorables obtenidas para cada eje y tramo con lo que siempre se está del lado de la seguridad, estas expresiones son:

$$M_{x\max} = \frac{49}{512} W_y L^2 \text{ y } M_{y\max} = 0.0638 W_x L^2$$

Sustituyendo valores:

$$M_{x\max} = \frac{49}{512} (14.42 \text{ Kg/m}) (6.00\text{m})^2$$

$$M_{x\max} = 49.68 \text{ Kgcm} = 4968 \text{ Kgcm}$$

y

$$M_{y\max} = 0.0638 (2.88 \text{ Kg/m}) (6.00\text{m})^2$$

$$M_{y\max} = 6.61 \text{ Kgcm} = 661 \text{ Kgcm}$$

Y con estos valores ya conocidos pasamos al diseño. Propo-  
niendo un perfil 3MT18 con  $S_x = 5.40\text{cm}^3$  y  $S_y = 1.87\text{cm}^3$  la fór-  
mula de la flexión biaxial para el primero y el último tramo --  
queda como sigue:

$$\begin{array}{r} \underline{4268} \quad \underline{661} \\ \underline{5.40} + \underline{1.87} \\ 1386 \quad 1386 \leq 1.00 \\ \quad \quad 0.92 \leq 1.00 \end{array}$$

Por lo que se acepta 3MT18 para el primero y el último tra-  
mo de la viga.

#### 4.4.1.2. DISEÑO DEL RESTO DE LA VIGA

Para todo el resto de la viga se propone un perfil 3MT18 -  
con  $S_x = 5.40\text{cm}^3$  y  $S_y = 1.87\text{cm}^3$  con el cual la fórmula de la -  
flexión biaxial queda como sigue:

$$\begin{array}{r} \underline{3245} \quad \underline{648} \\ \underline{5.40} + \underline{1.87} \\ 1386 \quad 1386 \leq 1.00 \\ \quad \quad 0.68 \leq 1.00 \end{array}$$

por lo que se acepta 3MT18 para el resto de la viga.

#### 4.4.2 DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL Y CARGA VIVA.

##### 4.4.2.1. DISEÑO DEL PRIMERO Y EL ULTIMO TRAMO.

$$M_x = \frac{49}{512} W_y L^2 \quad \text{y} \quad M_y = 0.0638 W_x L^2$$

sustituyendo valores

$$M_x = \frac{49}{512} (42.85 \text{ Kg/m}) (6.00 \text{ m})^2$$

$$M_x = 147.63 \text{ Kgm} = 14,763 \text{ kgcm}$$

$$y \text{ My} = 0.0638 (8.56 \text{ kg/m}) (6.00 \text{ m})^2$$

$$M_y = 19.66 \text{ kgm} = 1966 \text{ kgcm}$$

Proponiendo un perfil 6MT16 con  $S_x = 21.85 \text{ cm}^3$  y  $S_y = 5.34 \text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{14763}{21.85} + \frac{1966}{5.34} \leq 1.00$$

$$1386 + 368 \leq 1.00$$

$$0.75 \leq 1.00$$

por lo que se acepta 6MT16 para el primero y el último tramo de la viga.

#### 4.4.2.2. DISEÑO DEL RESTO DE LA VIGA

$$M_x \text{ y } M_y = \frac{WL^2}{16}$$

sustituyendo valores:

$$M_x = \frac{(42.85 \text{ Kg/m}) (6.00 \text{ m})^2}{16}$$

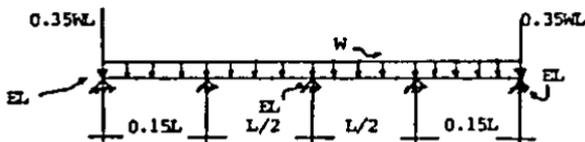
$$M_x = 96.41 \text{ Kgm} = 9641 \text{ kgcm}$$

$$M_y = \frac{(8.56 \text{ kg/m}) (6.00 \text{ m})^2}{16}$$

$$M_y = 19.26 \text{ kgm} = 1926 \text{ kgcm}$$

El momento  $M_y = 1926 \text{ kgcm}$  es muy grande, para reducirlo es necesario introducir los siguientes elementos de la liga:

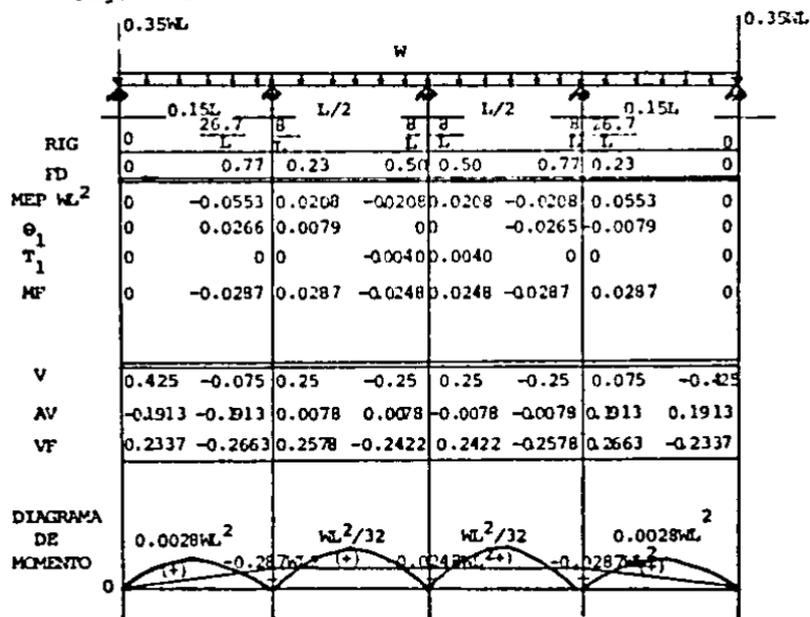
Fig. 4.41



por lo que es necesario encontrar el nuevo valor del momento -- máximo.

Resolviendo la viga por el método de Cross se obtiene:

Fig. 4.42



Para obtener el momento máximo en la primera parte (de 0 - a 0.15L) es necesario escribir la ecuación de Mf y por medio de máximos y mínimos encontrar el valor máximo.

Para  $0 \leq x \leq 0.15L$

$$M = 0.2337 WLx - Wx^2 - 0.35 WLx$$

$$\frac{dM}{dx} = 0.2337 WL - 0.35 WL - Wx$$

igualando a cero y resolviendo:

$$Wx = 0.1163 WL$$

$$x = 0.1163$$

sustituyendo el valor de  $x = 0.1163$  en la ecuación de momento - queda lo siguiente:

$$M = 0.2337 WL (0.1163L) - W(0.1163L)^2 - 0.35WL (0.1163L)$$

$$M_{max} = -0.0271 WL^2$$

de 0 a 0.15L

Para el tramo que va de 0.15L a 0.65L el momento máximo -- se puede obtener geoméricamente a partir del diagrama de momento y tiene el siguiente valor:

$$M_{max} = \frac{WL^2}{32} - 0.0248WL^2$$

$$M_{max} = 0.0065 WL^2$$

De los dos valores máximos obtenidos el más desfavorable-- es  $M = 0.0271 WL^2$ , por lo que con esta expresión se calculará - el momento máximo alrededor del eje "y".

Sustituyendo valores

$$M_y = 0.0271 (8.56 \text{ kg/m}) (6.00\text{m})^2$$

$$M_y = 8.35 \text{ kgm} = 835 \text{ kgcm}$$

Proponiendo un perfil 3MT16 con  $S_x = 9.15\text{cm}^3$  y  $S_y = 3.20\text{cm}^3$   
la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{9641}{1386} + \frac{835}{1386} \leq 1.00$$

$$0.95 \leq 1.00$$

por lo que se acepta 3MT16 para el resto de la viga.

#### 4.4.3. DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL, CARGA VIVA Y GRANIZO.

##### 4.4.3.1. DISEÑO DEL PRIMERO Y EL ULTIMO TRAMO DE LA VIGA.

$$M_x = \frac{49}{512} w_y L^2 \quad \text{y} \quad M_y = 0.0638 w_x L^2$$

sustituyendo valores

$$M_x = \frac{49}{512} (85.51 \text{ Kg/ml}) (6.00\text{m})^2$$

$$M_x = 294.61 \text{ kgm} = 29461 \text{ kgcm}$$

$$\text{y } M_y = 0.0638 (17.09 \text{ Kg/ml}) (6.00\text{m})^2$$

$$M_y = 39.25 \text{ kgm} = 3925 \text{ kgcm}$$

Proponiendo un perfil 7MT16 con  $S_x = 28.48\text{cm}^3$  y  $S_y = 6.33\text{cm}^3$   
la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{29461}{1386} + \frac{3925}{1386} \leq 1.33$$

$$1.19 \leq 1.33$$

por lo que se acepta 7MT16 para el primero y el último tramo

#### 4.4.3.2. DISEÑO DEL RESTO DE LA VIGA

$$M_x = \frac{W y L^2}{16} \quad \text{y} \quad M_y = 0.0271 \cdot W x L^2$$

sustituyendo valores:

$$M_x = \frac{(85.51 \text{ Kg/m})(6.00 \text{ m})^2}{16}$$

$$M_x = 192.40 \text{ Kgm} = 19240 \text{ Kgcm}$$

$$\text{y} \quad M_y = 0.0271 (17.09 \text{ Kg/m})(6.00 \text{ m})^2$$

$$M_y = 16.67 \text{ Kgm} = 1667 \text{ Kg/cm}$$

Proponiendo un perfil 5MT16 con  $S_x = 14.56 \text{ cm}^3$  y  $S_y = 3.39 \text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{19240}{14.56} + \frac{1667}{3.39} \leq 1.33$$
$$1386 + 1386 \leq 1.33$$
$$1.31 \leq 1.33$$

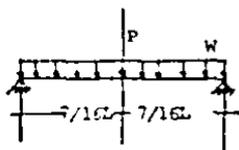
por lo que se acepta 5MT16 para el resto de la viga.

#### 4.4.4. DISEÑO POR CARGA GRAVITACIONAL Y COLOCADOR

##### 4.4.4.1. DISEÑO DEL PRIMERO Y EL ÚLTIMO TRAMO

Para el primer tramo la posición más desfavorable del colocador es al centro del claro con lo que produce un incremento de momento igual a  $PL'/4$  siendo  $L' = 7/2L$ , alrededor del eje "x"

Fig. 4.43

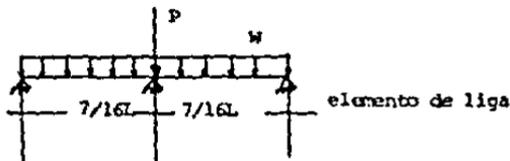


por lo que el momento máximo es:

$$M_{x\max} = \frac{49}{512} WL^2 + \frac{7PL}{32}$$

y en el eje "y" se tiene lo siguiente:

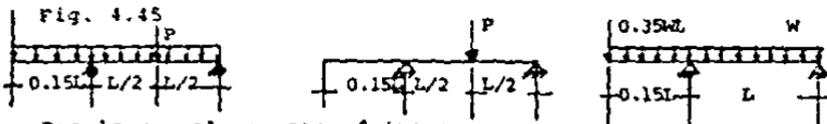
Fig. 4.44



Por lo que la carga "P" no produce momento alrededor del eje "y", y el momento máximo sigue siendo:

$$M_{y\max} = 0.0638 WL^2$$

Para el último tramo la posición más desfavorable del colgador es al centro del claro entre apoyos aplicando el principio de superposición de causas y efectos se tiene:



Por lo que el momento máximo es

$$M_{x\max} = 0.09516 WL^2 + \frac{PL}{4}$$

en el eje "y" se tiene el mismo caso que para el primer tramo por lo que el momento sigue siendo el mismo.

Tomando la expresión de momento más desfavorable de cada tramo y eje, y diseñando contra estos elementos mecánicos siempre se esta del lado de la seguridad, estas expresiones son:

$$M_{x\max} = 0.09516 WL^2 + PL/4 \quad \text{y} \quad M_{y\max} = 0.0638 WL^2$$

sustituyendo valores:

$$M_{x\max} = 0.09516 (14.42 \text{ Kg/m}) (6.00\text{m})^2 + \frac{98.06 \text{ Kg} (6.00\text{m})}{4}$$

$$M_{x\max} = 196.49 \text{ Kgm} = 19649 \text{ Kgcm}$$

$$\text{y } M_y = 0.0638 (2.98 \text{ Kg/m}) (6.00\text{m})^2$$

$$M_y = 661 \text{ Kgcm}$$

Proponiendo un perfil 5MT16 con  $S_x = 14.56 \text{ cm}^3$  y  $S_y = 3.39 \text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{19649}{14.56} + \frac{661}{3.39} \leq 1.33$$

$$\frac{1386}{1386} \leq 1.33$$

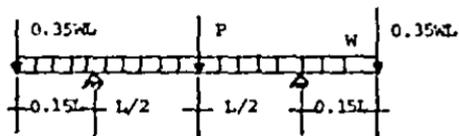
$$1.11 \leq 1.33$$

por lo que se acepta 5MT16 para el primero y el último tramo de la viga.

#### 4.4.4.2. DISEÑO DEL RESTO DE LA VIGA.

La posición del colocador más desfavorable para el diseño es cuando se encuentra al centro del claro entre apoyos. Para el eje "x" la configuración de cargas y apoyos es la siguiente:

Fig. 4.46



por lo que el momento máximo es:

$$M = \frac{WL^2}{16} + \frac{PL}{4}$$

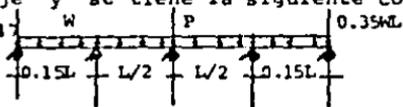
sustituyendo valores:

$$M_x = \frac{(14.42 \text{ Kg/m})(6.00\text{m})^2}{16} + \frac{98.06 \text{ Kg}(6.00\text{m})}{4}$$

$$M_x = 179.54 \text{ Kgcm} = 17954 \text{ Kgcm}$$

En el eje "y" se tiene la siguiente configuración:

Fig. 4.47



por lo que  $M_{y\max} = 0.0271 WL^2$  sustituyendo valores:

$$M_y = 0.0271(2.88\text{Kg/m})(6.00\text{m})^2 = 2.81\text{kgm} = 281\text{ Kgcm}$$

Proponiendo un perfil 5MT18 con  $S_x = 11.74\text{ cm}^3$  y  $S_y = 2.76\text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión biaxial queda como sigue:

$$\frac{17954}{\frac{11.74}{1386}} + \frac{281}{\frac{2.76}{1386}} \leq 1.33$$
$$1.18 \leq 1.33$$

por lo que se acepta 5MT18 para el resto de la viga.

#### 4.4.5 DISEÑO POR VIENTO

##### 4.4.5.1. DISEÑO DEL PRIMERO Y EL ULTIMO TRAMO

La carga de viento actúa perpendicular a la cubierta por lo que sólo produce flexión alrededor del eje "x" el valor máximo de este momento es:

$$M_{x\max} = \frac{49}{512} WL^2$$

sustituyendo valores:

$$M_{x\max} = \frac{49}{512} (100.14\text{ Kg/m})(6.00\text{m})^2$$

$$M_{x\max} = 345.01\text{ Kgcm} = 34501\text{ Kgcm}$$

Proponiendo un perfil 6MT16 con  $S_x = 21.85\text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión queda como sigue:

$$\frac{34501}{\frac{21.85}{1386}} \leq 1.33$$

$$1.14 \leq 1.33$$

por lo que se acepta 6MT16 para el primero y el último tramo.

#### 4.4.5.2. DISEÑO DEL RESTO DE LA VIGA.

Para el resto de la viga el momento flexionante máximo es:

$$M_x = \frac{WL^2}{16}$$

sustituyendo valores

$$M_x = \frac{(100.14 \text{ Kg/m})(6.00\text{m})^2}{16}$$

$$M_x = 225.32 \text{ Kgm} = 22532 \text{ kgcm}$$

Proponiendo un perfil 5MT16 con  $S_x = 14.56 \text{ cm}^3$  la fórmula de la flexión queda como sigue:

$$\frac{22532}{14.56} \leq 1.33$$
$$1386 \leq 1.33$$

por lo que se acepta 5MT16 para el resto de la viga.

#### 4.5 REVISIÓN POR CORTANTE

Los valores de cortante máximos están dados por las expresiones:

$$V = 0.5638 WL \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} \text{carga gravitacional} \\ \text{carga gravitacional y viva} \\ \text{carga gravitacional, viva y grani-} \\ \text{zo.} \\ \text{viento} \end{array}$$

$$\text{y } V = 0.5638 WL + P \text{ para carga gravitacional y colocador.}$$

tabulando se obtiene:

Cuadro 4.2

COMBINACION	kg/m Wx	kg/m Wy	Kg Px	Kg Py	Kg Vx	Kg Vy
GRAVITACIONAL	2.88	14.42	0	0	9.74	48.78
GRAVITACIONAL Y VIVA	3.56	42.85	0	0	28.96	144.95
GRAVITACIONAL, VIVA Y GRANIZO	17.09	85.51	0	0	57.81	289.26
VIENTO	0.00	00.14	0	0	0.00	338.75
GRAVITACIONAL Y CO- ORDENADA	2.88	14.42	19.59	98.06	29.33	146.34

Revisando contra los dos valores de cortante mayores se --  
está de lado de la seguridad, estos son:

$$V_x = 57.81 \text{ Kg y } V_y = 338.75 \text{ Kg}$$

la sección es un perfil 5MT16 con  $A_x = 0.61 \text{ cm}^2$  y  $A_y = 1.54 \text{ cm}^2$   
de donde se debe cumplir que:

$$f_{v_x} = \frac{V_x}{A_x} \leq 924 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{v_y} = \frac{V_y}{A_y} \leq 924 \text{ Kg/cm}^2$$

sustituyendo valores se obtiene:

$$f_{v_x} = \frac{57.81 \text{ Kg}}{0.61 \text{ cm}^2} \leq 924 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{v_y} = \frac{338.75 \text{ Kg}}{1.54 \text{ cm}^2} \leq 924 \text{ Kg/cm}^2$$

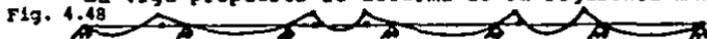
$$f_{v_x} = 94.77 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \leq 924 \text{ Kg/cm}^2 \quad f_{v_y} = 219.97 \text{ Kg/cm}^2 \leq 924 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo que se aceptan las secciones 5MT16 para el resto de  
la viga y 7MT16 para el primero y el último tramo.

#### 4.6 REVISION POR DEFORMACION

##### 4.6.1 CONFIGURACION DEFORMADA

La viga propuesta se deforma de la siguiente manera:



Se observa que las máximas deformaciones ocurren al centro de los claros entre apoyos y en los volados. La obtención de las expresiones que definen el valor numérico de las flechas máximas se detalla en el apéndice "A"; por lo que en este inciso sólo se presentan estas expresiones.

Fig. 4.49



$$\delta_1 = \frac{-5W(0.875L)^4}{384 EI^3 \text{yult}} + \frac{0.000112WL^4}{EI \text{ resto}}$$

$$\delta_2 = \frac{0.000112WL^4}{EI}$$

$$\delta_3 = \frac{-0.005976WL^4}{EI}$$

$$\delta_4 = \frac{0.001035WL^4}{EI}$$

$$\delta_5 = \frac{-5W(0.7L)^4}{384 EI} + \frac{0.001035WL^4}{EI}$$

$$\delta_6 = \delta_8 = \frac{-Pa^2(3L+2a)}{6EI} - \frac{Wa(3a^3+6a^2L-L^3)}{24EI} \quad \text{donde: } P = 0.35WL$$

$$a = 0.15L$$

$$\delta_7 = \frac{PaL(4a+5L)}{24EI} - \frac{5WL^4}{384EI} + \frac{Wa^2L^2}{16EI}$$

$$\delta_9 = \frac{-5W(0.7L)^4}{384 EI} - \frac{Pa^2(3L+2a)}{6 EI} - \frac{Wa(3a^3+6a^2L-L^3)}{24 EI}$$

$$\delta_{10} = \frac{-Pa^2(L+a)}{3 EI} + \frac{WaL^3}{24EI} - \frac{Wa^3(3a+4L)}{24 EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{0.06415 PaL^2}{EI^3 \text{yult}} - \frac{5WL^4}{384EI^3 \text{yult}} + \frac{0.03208Wa^2L^2}{EI^3 \text{yult}}$$

con estas fórmulas pasamos a la revisión

#### 4.6.2. REVISION POR DEFORMACION PARA CARGA PERMANENTE

DATOS:  $W = 43.7 \text{ Kg/m}$

$L = 6.00 \text{ m.}$

$E = 2.04 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$I_{xx} = 92.45 \text{ cm}^4$  (5MT16 para el resto de la viga)

$I_{xx} = 253.23 \text{ cm}^4$  (7MT16 para el 1º y el último tramo)

Tabulando las deformaciones con una calculadora programable se obtiene:

$$\delta_1 = -0.81 \text{ cm} \qquad \delta_6 = 0.32 \text{ cm} \qquad \delta_{11} = -0.99$$

$$\delta_2 = 0.03 \qquad \delta_7 = 0.17 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = 1.81 \text{ cm} \qquad \delta_8 = 0.32 \text{ cm}$$

$$\delta_4 = 0.31 \text{ cm} \qquad \delta_9 = -0.63 \text{ cm}$$

$$\delta_5 = -0.64 \text{ cm} \qquad \delta_{10} = 0.79 \text{ cm}$$

La deformación máxima permisible para carga permanente es  $\frac{L}{360} = \frac{600 \text{ cm}}{360} = 1.67 \text{ cm}$  que es mayor que cualquiera de las deformaciones obtenidas por lo que se aceptan los perfiles (7MT16 1º y último tramo y 5MT16 para el resto) por deformación por carga permanente.

#### 4.6.3. REVISION POR DEFORMACION PARA CARGA EVENTUAL

Para el primer caso:

carga gravitacional, carga viva y granizo.

DATOS:  $W = 87.20 \text{ kg/m}$

$L = 6.00 \text{ m}$

$E = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$I_{xx} = 92.45 \text{ cm}^4$  (5MT16 para el resto de la viga)

$I_{xx} = 253.23 \text{ cm}^4$  (7MT16 para el 1º y el último tramo).

Tabulando las deformaciones con una calculadora programable se obtiene:

$$\begin{array}{lll} \delta_1 = -1.60 & \delta_6 = 0.61 & \delta_{11} = -1.95 \\ \delta_2 = 0.07 & \delta_7 = 0.38 & \\ \delta_3 = -3.58 & \delta_8 = 0.61 & \\ \delta_4 = 0.62 & \delta_9 = -1.26 & \\ \delta_5 = -1.25 & \delta_{10} = 1.56 & \end{array}$$

La deformación máxima permisible por carga eventual es ---

$$\frac{L}{200} = \frac{600\text{cm}}{200} = 3.00 \text{ cm.}$$

Unicamente la deformación 3 es mayor que la permisible, - por lo que no es necesario cambiar los perfiles propuestos. (7MT16 para el 1° y el último tramo, y SMT16 para el resto).

Para el segundo caso:

Carga de Viento:

DATOS:  $W = -100.14 \text{ kg/m}$   
 $L = 6.00 \text{ m}$   
 $E = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$   
 $I_{xx} = 92.45 \text{ cm}^4$  (SMT16 para el resto de la viga)  
 $I_{xx} = 253.23 \text{ cm}^4$  (7MT16 para el 1° y el último tramo).

Tabulando las deformaciones con una calculadora programable se obtiene:

$$\begin{array}{lll} \delta_1 = 1.84 & \delta_6 = -0.70 & \delta_{11} = 2.24 \\ \delta_2 = -0.08 & \delta_7 = -0.44 & \\ \delta_3 = 4.11 & \delta_8 = -0.70 & \\ \delta_4 = -0.71 & \delta_9 = 1.45 & \\ \delta_5 = 1.44 & \delta_{10} = -1.79 & \end{array}$$

La deformación máxima permisible por carga eventual es:

$$\frac{L}{200} = \frac{600\text{cm}}{200} = 3.00 \text{ cm}$$

Como en el caso anterior sólo la deformación  $s = 4.11$  es mayor que la permisible por lo que no es necesario cambiar los perfiles propuestos.

Para el tercer caso:

Carga Gravitacional y Colocador:

Para esta situación es necesario observar la posición más desfavorable del colocador que es:

Fig. 4.50



ya que su efecto coincide con el de la deformación 3 que es la mayor. El incremento en la deformación 3 que produce esta carga es  $\frac{PL^3}{48EI}$  siendo  $P = 100 \text{ Kg}$ .

DATOS:  $W = 14.70 \text{ Kg/m}$   
 $P = 100 \text{ Kg}$   
 $E = 2.04 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$   
 $I_{xx} = 92.45 \text{ cm}^4$  (5MT16 para el resto de la viga).  
 $I_{xx} = 253.23 \text{ cm}^4$  (7MT16 para el 1° y el último tramo).

Tabulando las deformaciones con una calculadora programable se obtiene: (despreciando los efectos del colocador en los volados).

$\delta_1 = -0.27$	$\delta_4 = 0.10$	$\delta_7 = 0.06$	$\delta_{10} = 0.26$
$\delta_2 = 0.01$	$\delta_5 = -0.21$	$\delta_8 = 0.10$	$\delta_{11} = -0.33$
$\delta_3 = -2.99$	$\delta_6 = 0.10$	$\delta_9 = -0.22$	

La deformación máxima permisible por carga eventual es:

$$\frac{L}{200} = \frac{600\text{cm}}{200} = 3.00 \text{ cm.}$$

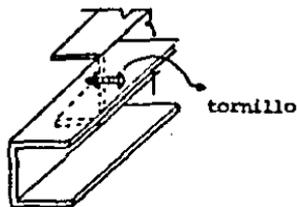
que es mayor que las deformaciones obtenidas, por lo que se aceptan los perfiles propuestos.

## V.- CONEXIONES Y COMPARATIVA ECONOMICA.

### 5.1 DISEÑO DE LA ARTICULACION

La articulación de los diferentes tramos se logra por medio de un tornillo, el cual permitirá la libre rotación de las partes:

Fig. 5.1



El tornillo se propone de algún diámetro comercial y se revisa por cortante y aplastamiento con las siguientes expresiones:

$$fP = \frac{P}{A_{\text{APLAST}}} \leq 0.9 f_y$$

donde: P: fuerza cortante actuante

A<sub>APLAST</sub>: D(e); D = diámetro del tornillo  
e = espesor del alma del larguero

$$y f_v = \frac{P}{A_{\text{tornillo}}} \leq 0.4 f_y$$

donde: P: fuerza cortante actuante

A<sub>tornillo</sub> =  $\frac{\pi D^2}{4}$ ; D = diámetro del tornillo

El esfuerzo cortante máximo sobre las articulaciones corresponde al cortante V<sub>2</sub> que es 0.4375 WL. Y sustituyendo con la carga máxima (carga de viento) se obtiene:

$$P = 0.4375 (100.14 \text{ Kg}) (6.00 \text{ m})$$

$$P = 262.37 \text{ Kg}$$

# ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

proponiendo un tornillo de 1/2" de diámetro se obtiene lo siguiente:

$$fP = \frac{262.87 \text{ Kg}}{0.19 \text{ cm}^2} \leq 2079 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{APLAST} = D(e)$$

$$D = \frac{1}{2}'' = 0.5 (2.54 \text{ cm}) = 1.27 \text{ cm.}$$

$$fP = 1383.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \leq 2079 \text{ Kg/cm}^2 \quad e \text{ (para monten SMT-16)} = 0.15 \text{ cm.}$$

$$\text{APLAST} = 1.27 \text{ cm} (0.15 \text{ cm}) = 0.19 \text{ cm}^2$$

$$0.9 f_y = 0.9 (2310 \text{ kg/cm}^2) = 2079 \text{ kg/cm}^2$$

$$y \quad f_v = \frac{262.87 \text{ kg}}{5.07 \text{ cm}^2} \leq 924 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Atornillo} = T \frac{D^2}{4} = T \frac{(2.54)^2}{4} = 5.07 \text{ cm}^2$$

$$f_v = 51.88 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \leq 924 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo que se aceptan tornillos de 1/2" de diámetro.

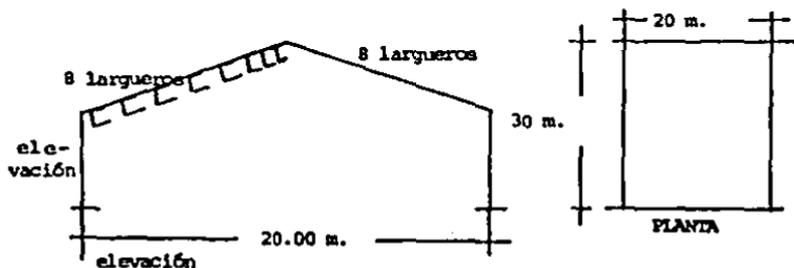
## 5.2 COMPARATIVA ECONOMICA

### 5.2.1 SISTEMA TRADICIONAL

El peso total de los largueros con el sistema tradicional--

es:

Fig. 5.2



$W_{total} = L_{total} \text{ de largueros} \times W/m \text{ de la sección}$

$$W_{total} = 2 \times 8 \times 30 \text{m} \times 4.04 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad (\text{perfil 7MT16}).$$

$$W_{total} = 1939.20 \text{kg}.$$

### 5.2.2. VIGA GERBER

El peso total de los largueros con viga Gerber es:

$$W_{total} = 2 \times 8 (5.25 \text{m}) (4.04 \frac{\text{kg}}{\text{m}}) + 2 \times 8 (6.90 \text{m}) (4.04) + 295.60 \text{m} (2.91 \frac{\text{kg}}{\text{m}})$$
$$\begin{array}{l} \text{Lprimer} \\ \text{tramo} \end{array} \frac{W}{m} \text{ (7MT14)} \quad \begin{array}{l} \text{Último} \\ \text{tramo} \end{array} \frac{W}{m} \text{ (7MT14)} \quad \text{Lresto} \frac{W}{m} \text{ (6MT)} \quad )$$

$$W_{total} = 1616.47 \text{ kg}.$$

### 5.2.3 COMPARATIVA DE PESO

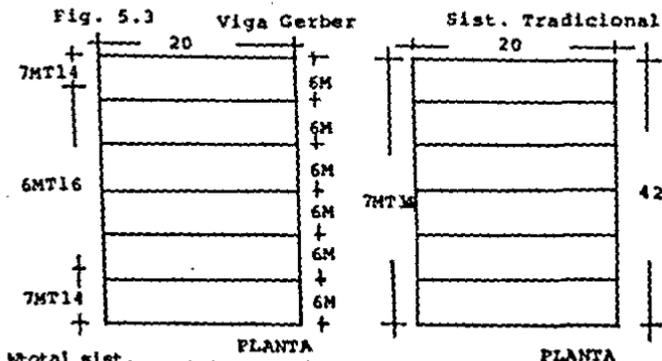
Dividiendo el peso de los largueros con sistema tradicional, entre el peso de los largueros con viga Gerber se obtiene el porcentaje de ahorro del sistema viga Gerber contra el sistema tradicional, en este caso:

$$\text{porcentaje de ahorro} = \left( \frac{1939.20}{1616.47} - 1 \right) 100 = 19.97\%$$

esto es 19.97% de ahorro en peso entre un sistema y otro, en el caso particular que aquí se ha resuelto.

Con respecto al porcentaje de ahorro, éste aumenta al incrementarse el número de claros, esto sucede debido a que la longitud de largueros que se diseña contra  $WL^2/16$  es mayor por lo tanto la incidencia en peso del primero y el último tramo dentro del peso total disminuye.

Para ejemplificar esto, se supone que la nave industrial - que se diseño cuenta con 8 claros en vez de seis, respetando -- las demás condiciones que se habian impuesto, se obtiene lo siguiente:



$$W_{\text{total sist. tradicional}} = 2 \times 8 \times 42 \text{m} \times 4.04 \frac{\text{kg}}{\text{ml}} = 2714.88 \text{ kg}$$

$$L_{\text{total}} \quad (7\text{MT}14)$$

$$W_{\text{total sist. Viga Gerber}} = 2 \times 8 \times (5.25\text{m}) (4.04 \frac{\text{kg}}{\text{m}}) + 2 \times 8 \times 6.90\text{m} (4.04 \frac{\text{kg}}{\text{m}}) + 477.60\text{m} (2.91 \frac{\text{kg}}{\text{m}})$$

$$L_{\text{primer tramo}} \quad \frac{W}{\text{m}} \quad (7\text{MT}14) \quad L_{\text{último tramo}} \quad \frac{W}{\text{m}} \quad (7\text{MT}14) \quad L_{\text{resto}} \quad \frac{W}{\text{m}} \quad (6\text{MT}16)$$

$$W_{\text{total sist. Viga Gerber}} = 2175.19 \text{ Kg}$$

$$\text{Porcentaje de ahorro} = \left( \frac{2714.88 \text{ Kg}}{2175.19} - 1.00 \right) 100 = 24.81\%$$

Por lo que se aprecia que el porcentaje de ahorro en peso aumenta en un 4.84%, con respecto al caso anterior, al límite - en el porcentaje de ahorro es un poco menos de 50%; que es la - disminución de momento flexionante lograda en gran parte de los

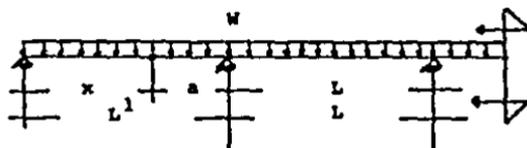
Largueros.

### 5.2.3.1 OTRA ALTERNATIVA

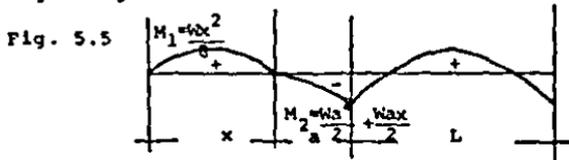
En el presente estudio la longitud de los claros se ha mantenido constante debido a que es una condición impuesta por el modelo que se propuso. Si esta condición no existe, es posible diseñar toda la viga contra la mitad del momento variando la longitud del primero y el último tramo con la condición de que  $M_{max}$  en dichos claros sea también  $WL^2/16$ .

Para el primer tramo se tiene lo siguiente

Fig. 5.4



cuyo diagrama de momento flexionante es:



haciendo  $M_1 = WL^2/16$  se obtiene:

$$\frac{wx^2}{8} = \frac{WL^2}{16}$$

$$16x^2 = 8L^2$$

$$x = \frac{8L^2}{16}$$

$$x = \frac{L}{2}$$

$$x = 0.7071L$$

Sustituyendo a "x" en  $M_2$  e igualando  $\frac{WL^2}{16}$  con  $M_2$  se obtiene:

$$M_2 = \frac{WL^2}{16} = \frac{Wa^2}{2} + \frac{0.7071WL a}{2}$$

$$\frac{L^2}{16} = \frac{a^2}{2} + \frac{0.7071La}{2}$$

$$2L^2 = 16a^2 + 11.3136aL$$

$$16a^2 + 11.3136aL - 2L^2 = 0$$

$$a^2 + 0.7071aL - 0.125L = 0$$

de donde:

$$a = \frac{-0.7071L \pm \sqrt{(0.7071L)^2 - 4(1)(-0.125L)}}{2}$$

$$a = \frac{-0.7071L \pm \sqrt{L^2}}{2}$$

por lo que:

$$a_1 = 0.1464L$$

$$a_2 = 0.8536L$$

El valor de  $a = 0.1464L$  es el más conveniente para el diseño. Sustituyendo valores se obtiene:

$$x = 0.7071L = 0.7071(600\text{cm}) = 424 \text{ cm.}$$

$$y a = 0.1464L = 0.1464(600\text{cm}) = 88 \text{ cm.}$$

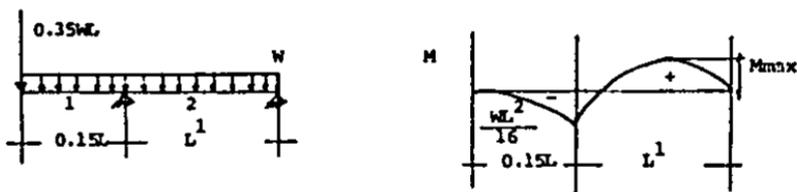
con lo que se define la nueva longitud del primer claro que es:

$$L^1 = 424\text{cm} + 88\text{cm} = 512\text{cm}$$

$$L^1 = 5.12\text{m.}$$

Para el último tramo se tiene lo siguiente:

Fig. 5.6



primero se obtiene la reacción  $R_1$ :

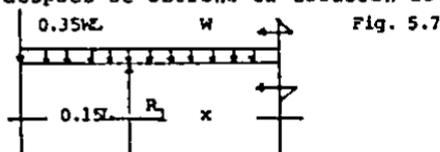
de una  $\sum M_2 P = 0$

$$-0.35WL(0.15L+L^1) - (W)\frac{(0.15L+L^1)^2}{2} + R_1L^1 = 0$$

$$R_1L^1 = 0.35WL(0.15L+L^1) + \frac{W(0.15L+L^1)^2}{2}$$

$$R_1 = 0.35WL(0.15L+L^1) + w \frac{(0.15L+L^1)^2}{2}$$

después se obtiene la ecuación de  $M_f$  del tramo entre apoyos:



de donde:

$$M = -0.35WLx - \frac{Wx^2}{2} + R_1(x - 0.15L)$$

Por medio de máximos y mínimos se encuentra el valor de --  
"x" que hace máximo el momento:

$$\frac{dM}{dx} = -0.35WL - Wx + R_1$$

igualando a cero y resolviendo se obtiene:

$$x = \frac{R_1 - 0.35WL}{W}$$

Substituyendo a "x" =  $\frac{R_1 - 0.35WL}{W}$  en la ecuación de Mf se -

obtiene el momento máximo:

$$M_{\max} = -0.35WL \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} \right] - W \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} \right]^2 + R_1 \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} - 0.15L \right]$$

igualando Mmax a  $WL^2/16$  se obtiene:

$$\frac{WL^2}{16} = -0.35WL \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} \right] - W \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} \right]^2 + \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} - 0.15L \right] R_1$$

simplificando:

$$\frac{WL^2}{16} = -0.35WL (R_1 - 0.35WL) - \frac{(R_1 - 0.35WL)^2}{W} + R_1 \left[ \frac{R_1 - 0.35WL}{W} \right]$$

sustituyendo el valor de  $R_1 = \frac{0.35WL(0.15L + L^1) + \frac{W(0.15 + L^1)^2}{2}}{L^1}$  se ob--

tiene a  $L^1$  en función implícita de L, debido a la dificultad -- que representa despejar el valor de  $L^1$  y a la facilidad que --- presenta de programarse dicha ecuación es más fácil trabajar -- por tanteos para encontrar el valor de  $L^1$  que satisfaga las con-- diciones impuestas.

Tomando los datos de la combinación de carga gravitacional permanente se tiene:

$$W = 14.42 \text{ Kg/m}$$

$$L = 6.00 \text{ m.}$$

y por tanteos se llega a:

Cuadro  
5.1

$L^1$	$R_1$	Mmax	$\frac{WL^2}{16} \text{ (r.m)}$
5	85.93	30.03	32.45
5.1	86.52	31.80	32.45
5.12	86.64	32.15	32.45
5.13	86.70	32.33	32.45

De donde con  $L^1 = 5.13m$  se obtiene que el  $M_{max}$  en el último claro sea también  $WL^2/16$ .

La longitud total de la nave sería:

$$L_{total} = 3 \times 6.00 + 5.12m + 5.13m$$

resto	Lprimer tramo	Lúltimo tramo
-------	---------------	---------------

$L_{total} = 28.25m$  y no  $30.00m$ . como en el caso original.

Suponiendo que las secciones propuestas no variaran se tendría el siguiente porcentaje de ahorro en peso:

$$W_{total \text{ sist. tradicional}} = 2 \times 8 \times 28.25m \times 4.04Kg/m = 1826.08Kg$$

(7MT14)

$$W_{total \text{ sist. viga Gerber}} = 2 \times 8 \times 28.25m \times 2.91Kg/m = 1315.32Kg$$

(8MT16)

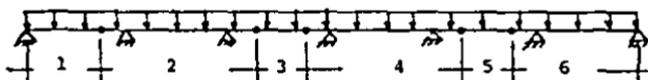
$$\text{Porcentaje de ahorro en peso} = \left( \frac{1826.08}{1315.32} - 1 \right) 100 = 38.83\%$$

que es superior al obtenido con la distribución de claros iguales, y se acerca bastante más al límite de 50% de ahorro en peso.

## APENDICE "A"

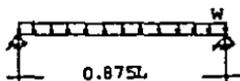
Obtención de las deformaciones de la Viga Gerber propuesta.

### 1.-) Configuración General

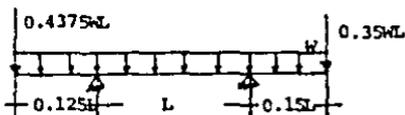


Separando los tramos se tiene:

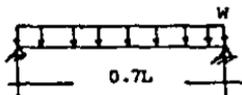
Tramo 1



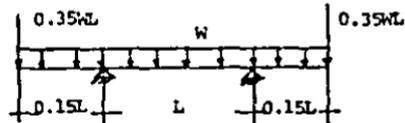
Tramo 2



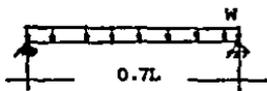
Tramo 3



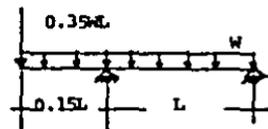
Tramo 4



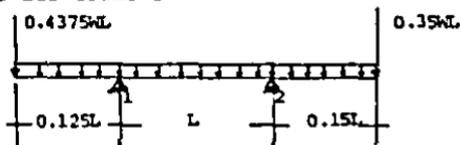
Tramo 5



Tramo 6



2.-) Deformaciones del tramo 2



a) Reacciones

$$\sum M_1 F = 0 \curvearrowright$$

$$-0.4375wL(0.175L) - w\left(\frac{0.125L}{2}\right)^2 - R_2L + 0.35wL(1.15L) + w\left(\frac{L+0.15L}{2}\right)^2 = 0$$

$$-R_2L + 1.00125wL^2 = 0$$

$$R_2 = 1.00125wL$$

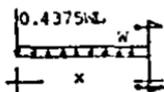
$$\sum F_y = 0 \uparrow$$

$$R_1 = 0.4375wL + 0.35wL + 1.275wL - 1.00125wL$$

$$R_1 = 1.06125wL$$

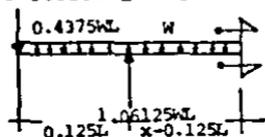
B) Ecuaciones de Mf

de  $0 \leq x \leq 0.125L$



$$\curvearrowright M = -0.4375wLx - \frac{wx^2}{2}$$

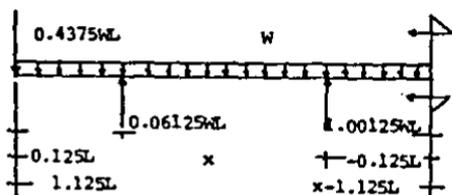
de  $0.125L \leq x \leq 1.125L$



$$\curvearrowright M = -0.4375wLx + 1.06125wL(x-0.125L) - \frac{wx^2}{2}$$

de  $1.125L \leq x \leq 1.275L$

$$\curvearrowright M = -0.4375wLx + 1.06125wL(x-0.125L) + 1.00125wL(x-1.125L) - \frac{wx^2}{2}$$



c) Doble Integración

de 0.125L x 1.125L

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -0.4375 W/L x + 1.06125 W/L (x - 0.125L) - \frac{Wx^2}{2} \quad \text{--- 1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375 W/L x^2}{2} + \frac{1.06125 W/L (x - 0.125L)^2}{2} - \frac{Wx^3}{6} + C_1 \quad \text{--- 2}$$

$$y = \frac{-0.4375 W/L x^3}{6} + \frac{1.06125 W/L (x - 0.125L)^3}{6} - \frac{Wx^4}{24} + C_1 x + C_2 \quad \text{--- 3}$$

si  $x = 0.625L$ ;  $\frac{dy}{dx} = 0$

sust. en 2

$$0 = \frac{-0.4375 W/L (0.625L)^2}{2} + \frac{1.06125 W/L (0.625L - 0.125L)^2}{2} - \frac{W(0.625L)^3}{6} + C_1$$

$$0 = -0.085449 W/L^3 + 0.1326 W/L^3 - 0.040690 W/L^3 + C_1$$

$$C_1 = -0.006571 W/L^3$$

si  $x = 0.125L$   $y = 0$  sust. en 3

$$0 = \frac{-0.4375 W/L (0.125L)^3}{6} - \frac{W(0.125L)^4}{24} - 0.006571 W/L^3 (0.125L) + C_2$$

$$C_2 = 0.000142 W/L^4 + 0.000010 W/L^4 + 0.000815 W/L^4$$

$$C_2 = 0.000967 W/L^4$$

sust.  $C_1$  y  $C_2$  en 2 y 3

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375 W/L x^2}{2} + \frac{1.06125 W/L (x - 0.125L)^2}{2} - \frac{Wx^3}{6} - 0.006571 W/L^3 \quad \text{--- 4}$$

$$y = \frac{-0.4375 W/L x^3}{6} + \frac{1.06125 W/L (x - 0.125L)^3}{6} - \frac{Wx^4}{24} - 0.006571 W/L^3 x + 0.000967 W/L^4 \quad \text{--- 5}$$

sust.  $x = 0.125L$  en 5

$$y = \frac{-0.4375wL(0.125L)^3}{6} - \frac{w(0.125L)^4}{24} - 0.006517wL^3(0.125L) + 0.000967wL^4$$

$$y = -0.000142wL^4 - 0.000010wL^4 - 0.000815wL^4 + 0.000967wL^4$$

$$y = -0.000967wL^4 + 0.000967wL^4$$

$$y = 0$$

sust.  $x = 1.125L$  en 5

$$y = \frac{-0.4375wL(1.125L)^3}{6} + \frac{1.06125wL(1.125L)^3}{6} - \frac{w(1.125L)^4}{24} - 0.006517wL^3 \dots$$

$$(1.125L) + 0.000967wL^4$$

$$y = (-0.103821 + 0.176875 - 0.066742 - 0.007332 + 0.000967) wL^4$$

$$y = -0.000052wL^4 = 0$$

$$y = 0$$

sust.  $x = 0.625L$  en 5

$$y = \frac{-0.4375wL(0.625L)^3}{6} + \frac{1.06125wL(0.625L - 0.125L)^3}{6} - \frac{w(0.625L)^4}{24} - \dots$$

$$0.006517wL^3(0.625L) + 0.000967w(0.625L)^4$$

$$y = -0.017802wL^4 + 0.022109wL^4 - 0.006358wL^4 + (-0.004073 + 0.000148)wL^4$$

$$y = -0.005976wL^4 \quad (Y_{\max} \text{ entre apoyos})$$

sust.  $x = 0.125L$  en 4

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375wL(0.125L)^2}{2} - \frac{w(0.125L)^3}{6} - 0.006517w(0.125L)^3$$

$$\frac{dy}{dx} = (-0.003418 - 0.000326 - 0.000013)wL^3$$

$$\frac{dy}{dx} = -0.003757wL^3 \quad \text{sust. } x = 1.125L \text{ en 4} \quad \frac{dy}{dx} = 0.009948wL^3$$

doble integración

para  $0 \leq x \leq 0.125L$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -0.4375wLx - \frac{wx^2}{2} \dots \dots 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375wLx^2}{2} - \frac{wx^3}{6} + C_1 \dots \dots 2$$

$$y = \frac{-0.4375wLx^3}{6} - \frac{wx^4}{24} + C_1x + C_2 \dots \dots 3$$

$$\text{si } x = 0.125L \quad \frac{dy}{dx} = -0.003418WL^3$$

sustituyendo en 2

$$-0.003418WL^3 = \frac{-0.4375WL(0.125L)^2}{2} - \frac{W(0.125L)^3}{6} + C_1$$

$$C_1 = 0.000325 WL^3$$

si  $x = 0.125L$   $y = 0$  sust. en 3

$$0 = \frac{-0.4375 WL(0.125L)^3}{6} - \frac{W(0.125L)^4}{24} + 0.000325WL^3(0.125L) + C_2$$

$$C_2 = +0.000112WL^4$$

sustituyendo  $C_1$  y  $C_2$  en 2 y 3

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375WLx^2}{2} - \frac{Wx^3}{6} + 0.000325WL^3 \quad \dots \quad 4$$

$$y = \frac{-0.4375WLx^3}{6} - \frac{Wx^4}{24} + 0.000325WL^3x + 0.000112WL^4 \quad \dots \quad 5$$

sustituyendo  $x = 0.125L$  en 5

$$y = \frac{-0.4375WL(0.125L)^3}{6} - \frac{W(0.125L)^4}{24} + 0.000325WL^3(0.125L) + 0.000112WL^4$$

$$y = 0$$

sustituyendo  $x = 0$  en 5

$$y = 0.000112WL^4 \quad (Y_{\max} \text{ en el primer volado } ).$$

doble integración

para  $1.125L \leq x \leq 1.275L$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -0.4375WLx + 1.06125WL(x-0.125L) + 1.00125WL(x-1.125L) - \frac{Wx^2}{2} \quad \dots \quad 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375WLx^2}{2} + \frac{1.06125WL(x-0.125L)^2}{2} + \frac{1.00125WL(x-1.125L)^2}{2} - \frac{Wx^3}{6} + C_1 \quad \dots \quad 2$$

$$y = \frac{-0.4375WLx^3}{6} + \frac{1.06125WL(x-0.125L)^3}{6} + \frac{1.00125WL(x-1.125L)^3}{6} - \frac{Wx^4}{24} + C_1x + \dots$$

$$C_2 \quad \dots \quad 3$$

$$\text{si } x = 1.125L \quad \frac{dy}{dx} = 0.009943wL^3$$

sustituyendo en 2

$$0.009948wL^3 = \frac{-0.4375wL(1.125L)^2}{2} + \frac{1.06125wL(1.125L - 0.125L)^2}{2} - \frac{w(1.125L)^3}{6} + C_1$$

$$C_1 = -0.006517wL^3$$

si  $x = 1.125L$        $y = 0$       sust. en 3

$$0 = \frac{-0.4375wL(1.125L)^3}{6} + \frac{1.06125wL(1.125L - 0.125L)^3}{6} - \frac{w(1.125L)^4}{24} - 0.006517(1.125L) + C_2$$

$$C_2 = 0.001019wL^4$$

sustituyendo  $C_1$  y  $C_2$  en 2 y 3

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-0.4375wLx^2}{2} + \frac{1.06125wL(x-0.125L)^2}{2} + \frac{1.00125wL(x-1.125L)^2}{2} - \frac{wx^3}{6} - \dots$$

$$0.006517wL^3 \quad \dots \quad 4$$

$$y = \frac{-0.4375wLx^3}{6} + \frac{1.06125wL(x-0.125L)^3}{6} + \frac{1.00125wL(x-1.125L)^3}{6} - \frac{wx^4}{24} - \dots$$

$$0.006517wL^3x + 0.001019wL^4 \quad \dots \quad 5$$

sustituyendo  $x = 1.125L$  en 5

$$y = \frac{-0.4375wL(1.125L)^3}{6} + \frac{1.06125wL(1.125L - 0.125L)^3}{6} - \frac{w(1.125L)^4}{24} - \dots$$

$$0.006517wL^3(1.125L) + 0.001019wL^4$$

$$y = 0$$

sustituyendo  $x = 1.275L$  en 5

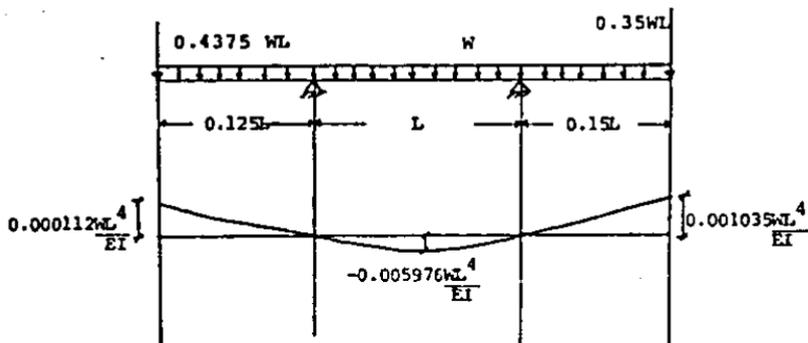
$$y = \frac{-0.4375wL(1.275L)^3}{6} + \frac{1.06125wL(1.275L - 0.125L)^3}{6} + \frac{1.00125wL(1.275L - 1.125L)^3}{6}$$

$$- \frac{w(1.275L)^4}{24} - 0.006517wL^3(1.275L) + 0.001019wL^4$$

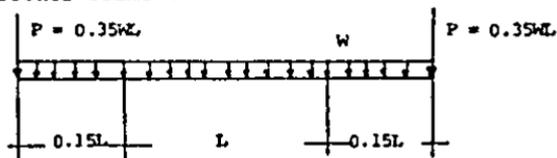
$$y = (-0.151132 + 0.259005 + 0.000563 - 0.110111 - 0.008309 + 0.001019)wL^4$$

$$y = 0.001035 wL^4 \quad (y_{\max} \text{ en el } 2^\circ \text{ volado } )$$

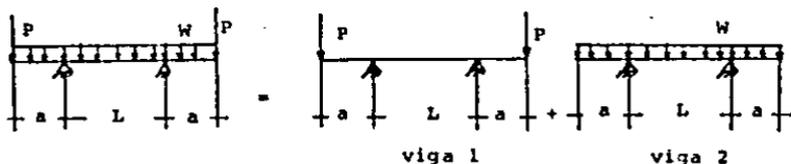
Resumen.



Deformaciones Tramo 4

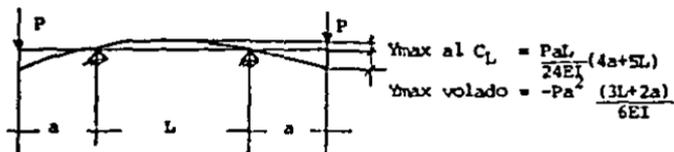


aplicando el principio de superposición, de causas y efectos y generalizando.

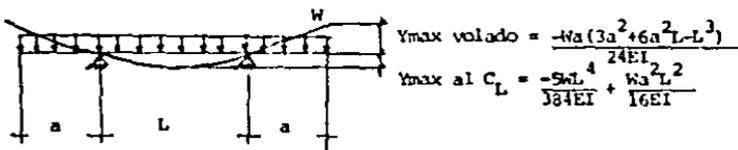


para las vigas 1 y 2 las deformaciones son máximas en los voladros y al centro del claro; se encuentran ya tabuladas en algunos libros.

Para la viga 1 se tiene que:



Para la viga 2 se tiene que:

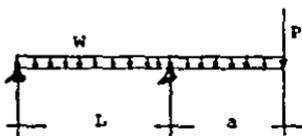


sumando las deformaciones:

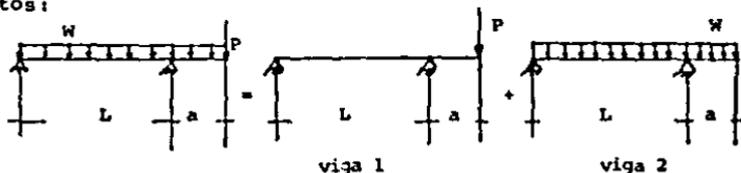
$$y_{\max} \text{ en el volado} = \frac{-Pa^2(3L+2a)}{6EI} - \frac{Wa[3a^3+6a^2L-L^3]}{24EI}$$

$$y_{\max} \text{ al centro del claro entre apoyos} = \frac{PaL(4a+5L)}{24EI} - \frac{5WL^4}{384EI} + \frac{Wa^2L^2}{16EI}$$

Deformaciones del tramo 6

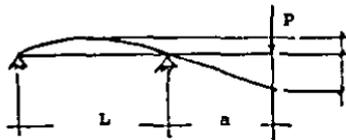


Aplicando el principio de superposición de causas y efectos:



Para las vigas 1 y 2 las deformaciones son máximas en el volado; y entre apoyos estas deformaciones se encuentran ya tabuladas en algunos libros.

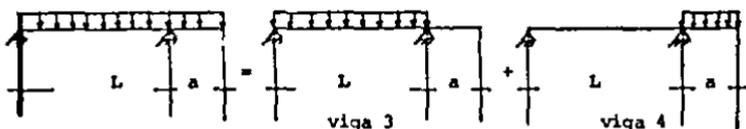
Para la viga 1 se tiene que:



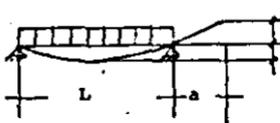
$$Y_{\max} \text{ entre apoyos} = \frac{0.06415PaL^2}{EI}$$

$$Y_{\max} \text{ volado} = \frac{-Pa^2(L+a)}{3EI}$$

Para la viga 2 aplicando el principio de superposición de causas y efectos se tiene lo siguiente:



Para la viga 3 se tiene que:



$$Y_{\max} \text{ volado} = \frac{wL^3}{24EI}$$

$$Y_{\max} \text{ entre apoyos} = \frac{-5wL^4}{384EI}$$

Para la viga 4 se tiene que:



$$Y_{\max} \text{ entre apoyos} = 0.03208 \frac{wL^2}{EI}$$

$$Y_{\max} \text{ volado} = \frac{-wa^3}{24EI} (3a+4L)$$

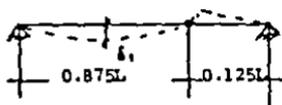
Sumando las deformaciones se obtiene:

$$Y_{\max} \text{ volado} = \frac{-Pa^2(L+a)}{3EI} + \frac{WaL^3}{24EI} - \frac{Wa^3(3a+4L)}{24EI}$$

$$Y_{\max} \text{ entre apoyos} = \frac{0.06415PaL^2}{EI} - \frac{5WL^4}{384EI} + \frac{0.03208Wa^2L^2}{EI}$$

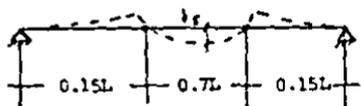
5.-) La deformación máxima de los tramos 1, 3 y 5 son la suma de la deformación propia más la deformación del punto anterior.

Para el tramo 1 es:



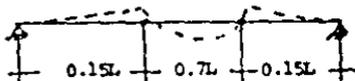
$$\delta_1 = \frac{5W(0.875L)^4}{384EI} + \frac{0.000112WL^4}{EI}$$

Para el tramo 3 es:



$$\delta_3 = \frac{-5W(0.7L)^4}{384EI} + \frac{0.001035WL^4}{EI}$$

Para el tramo 5 es:



$$\delta_5 = \frac{-5W(0.7L)^4}{384EI} - \frac{Pa^2(3L+2a)}{6EI} - \frac{Wa}{24EI} \frac{3a^3+6a^2L-L^3}{24EI}$$

siendo:  $a = 0.15L$

$P = 0.35WL$

## CONCLUSIONES

1.- El sistema Viga Gerber es una opción más económica -- que el sistema tradicional, ya que se obtiene un ahorro en el peso de los largueros.

2.- La economía del sistema se incrementa a mayor longitud de la nave industrial, esto se debe a que el mayor peso del primero y el último tramo incide de menor manera dentro del peso total de los largueros y el ahorro en el resto de la viga aumenta por estar en función de la longitud.

3.- El límite en el ahorro del sistema Viga Gerber es un 50% del peso como viga simplemente apoyada.

4.- Si la longitud de la nave industrial no es una condición determinada es posible aumentar el ahorro en peso, ya que reduciendo la longitud del primero y el último claro se diseña toda la viga contra la mitad del momento flexionante que como viga simplemente apoyada.

5.- La economía lograda por el sistema viga Gerber es -- comparable a los costos indirectos que manejan las compañías constructoras (entre un 24% y un 40%) por lo que una proposición a costo directo del sistema tradicional equivale más o menos a una proposición con indirectos del sistema Viga Gerber

## B I B L I O G R A F I A

- 1.- Manual de Diseño Sísmico de Edificios  
Roberto Meli P.  
Ed. Limusa
- 2.- Reglamento de Construcciones del Distrito Federal.
- 3.- Manual AHMSA de Estructuras Metálicas
- 4.- Mecánica de Materiales  
S.P. TIMOSHENKO  
Ed. JTEHA
- 5.- Mecánica de Materiales  
Egor P. Popov  
Ed. Limusa