UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

INFLUENCIA DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA EN LA CURVA DE MAGNETIZACION Y CICLOS DE HISTERESIS EN FERRITAS.

T E S I S   P R O F E S I O N A L

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

MARIA MAGDALENA MARTINEZ MONDRAGON

Director: Dr. Luis Fernando Magaña Solis

México, D. F.   Octubre de 1988

INDICE

INDICE DE FIGURAS iii

INDICE DE TABLAS vi

RESUMEN vii

INTRODUCCION viii

CAPITULO 1. FERROMAGNETISMO 1

- 1.1 TEMPERATURA DE CURIE 2
- 1.2 MOMENTO MAGNETICO 3
- 1.3 FERRIMAGNETISMO Y ANTIFERROMAGNETISMO 8
- 1.4 INTERACCION DE INTERCAMBIO 9
- 1.5 TEORIA DE DOMINIOS 10
- 1.6 HISTERESIS FERROMAGNETICA 15

CAPITULO 2. MODELOS PARA EL PROCESO DE MAGNETIZACION EN MATERIALES FERROMAGNETICOS. 23

- 2.1 MODELO DE EWING 24
- 2.2 MODELO DE WEISS 27
- 2.3 MODELO DE PARED DE DOMINIO 30

CAPITULO 3. ENERGIA MAGNETOSTATICA 49

CAPITULO 4 CALCULO DEL CICLO DE HISTERESIS 59

- 4.1 ESTIMACION DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA 60
- 4.2 DEFORMACION X' Y ECUACION DEL CAMPO CRITICO CUANDO $E_m = -K\pi(x'_i)$ 63

4.2.1 Expresión para la deformación de la pared con $H > 0$ 63

4.2.2 Ecuación del campo crítico para campos positivos 66

4.2.3 Deformación y campo crítico para campos negativos 70

4.3 EXPRESIONES PARA LA DEFORMACION Y CAMPOS CRITICOS CUNDO $E_m = -K\pi(x'/y)^3$ 73

4.4 MAGNETIZACION 79

CAPITULO 5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES 81

5.1 EFECTO DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA PROPORCIONAL A X'^3 82

5.2 EFECTO DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA PROPORCIONAL A $|\tan\theta|^3$ 84

APENDICE A CONSTRUCCION DEL CICLO DE HISTERESIS 101

BIBLIOGRAFIA 103

INDICE DE FIGURAS

FIGURA

1.1	Densidad de momento magnético espontáneo para Niquel en función de la temperatura.	8
1.2	a) Ferromagnetismo, b) Ferrimagnetismo c) Antiferromagnetismo.	9
1.3	Celdilla de un monocristal de cobalto.	12
1.4	Curvas de magnetización para un cristal particular de cobalto.	12
1.5	Esquematización de los procesos principales de magnetización.	14
1.6	Naturaleza de la pared de dominio.	16
1.7	Origen de los dominios.	17
1.8	Ciclo de histéresis típico.	20
1.9	Clasificación de los ferromagneticos de acuerdo al campo coercitivo.	22
2.1	Arreglo de momentos magnéticos utilizados por Ewing en su cálculo.	26
2.2	Ciclo de histéresis obtenido por Ewing.	26
2.3	Partes principales de la curva de magnetización.	29
2.4	Descripción cualitativa del ciclo de histéresis en el Modelo de Pared de Dominio.	32

2.5 Ciclo de histéresis obtenido en las referencias (17,18). 34

2.6 Deformación positiva de la pared de dominio. 38

2.7 Deformación negativa de la pared e dominio. 42

2.8 Curva de magnetización: a) experimental b) teórica obtenida en las referencias (17,18). 45

2.9 Ciclo de histéresis: a) experimental b) teórico obtenido en las referencias (17,18). 46

2.10 Curva de magnetización para una distribución de grano logarítmica normal. 47

2.11 Ciclo de histéresis para una distribución de grano logarítmica normal. 48

3.1 Dirección no paralela de la pared de dominio con la curva de magnetización. 53

3.2 Patrones de dominios en monocristales. 55

4.1 Angulo θ relacionado con la deforación de la pared de dominio. 62

5.1 Curva de magnetización: ——— experimental; - - - referencias (17,18); ····· con E_m proporcional al cubo de la deformación. 88

5.2 Ciclo de histéresis: - .- . experimental; - - - referencias (17,18); ——— con E_m proporcianal al cubo de la deformación. 90

5.3	Comparación de la parte superior de los ciclos de histeresis: - - - referencias (17,18); ——— con E_m proporcional a x'^{9}.	92
5.4	Variación del ciclo de histéresis con k.	94
5.5	Curva de magnetización: ——— experimental; ······ teórico con E_m proporcional a $\|\tan\theta\|^{8}$; - - - referencias (17,18).	98
5.6	Ciclo de histéresis: - . - . experimental; ——— teórico con E_m proporcional a $\|\tan\theta\|^{9}$; - - - referencias (17,18) .	98
5.7	Comparacion de la parte superior de los ciclos de histéresis: - - - referencias (17,18); ——— teórico con E_m proporcional a $\|\tan\theta\|^{8}$.	100

INDICE DE TABLAS

TABLA

I.1	TEMPERATURAS DE CURIE PARA ALGUNOS MATERIALES FEROMAGNETICOS.	3
I.2	MOMENTO MAGNETICO DE LAS PARTICULAS ELEMENTALES.	7
III.1	DENSIDADES DE ENRGIA MAGNETOSTATICA SUPERFICIAL PARA DIFERENTES CONFIGURACIONES DE DOMINIOS.	57
V.1	VALORES DE LA MAGNETIZACION REMANENTE.	83
V.2	VALORES DEL CAMPO COERCITIVO.	83

RESUMEN

En este trabajo se obtienen nuevas expresiones analíticas para la descripción de la curva de magnetización y ciclos de histéresis para ferritas policristalinas tomando en cuenta, también, la energía magnetostática de la pared de dominio magnético en el Modelo de Pared de Dominio (M.P.D.).

Se proponen dos expresiones para la energía magnetostática. Para cada una de éstas, siguiendo el trabajo de las refs.(3,13,16,17,18), se estudia su efecto en la curva de magnetización y ciclos de histéresis. Y se encuentra mayor concordancia con los resultados experimentales.

De los resultados se concluye que la Energía Magnetostática, siendo una fracción pequeña, del orden de tres por ciento, de la energía total, influye significativamente en la magnitud de la magnetización, para un campo dado, y en la intensidad de los campos coercitivos.

INTRODUCCION

El estudio de los materiales ferri y ferromagnéticos es de gran interés por su siempre creciente aplicación desde el punto de vista tecnológico. Hoy en día se sabe que las sustancias ferri y ferromagnéticas poseen una amplia gamma de propiedades que permiten utilizarlos en tecnologías de amplificadores, memorias (cintas magnéticas, discos flexibles de anclaje digital, etc.), microondas magnéticas, inductores, transformadores, magnetos permanentes, etc.

La principal importancia del estudio del ciclo de histéresis ferromagnética es la relación existente entre la forma del ciclo y las propiedades magnéticas de los materiales, de las que se deduce su aplicación a nivel industrial.

Uno de los problemas fundamentales que se tienen en la aplicación práctica es la pérdida de energía por histéresis, que traducida a pérdidas económicas resulta ser de decenas de miles de dólares, al año.

Este trabajo tiene como objetivo calcular el efecto de la energía magnetostática sobre la curva de magnetización y el ciclo de histéresis, con base en el trabajo desarrollado por Magaña, Escobar y Valenzuela para el modelo de pared de dominio. El propósito es obtener mejores resultados para dichas curvas respecto a las curvas experimentales.

En el capítulo 1 se describe brevemente el ferromagnetismo. Discutimos la importancia de la energía magnetostática en la formación de dominios y del estudio del ciclo de histéresis ferromagnética.

En el capítulo 2 presentamos los modelos más conocidospara describir los procesos de magnetización que pruducen el ciclo de histéresis. Se hace mayor énfasis en el modelo de pared de dominio.

En el capítulo 3 se define la energía magnetostática y presentamos el modelo de polos desarrollado para un mejor análisis magnetostático de los materiales magnéticos. Mencionamos algunos cálculos realizados en monocristales.

En el capítulo 4 se obtienen nuevas expresiones analíticas para la deformación de la pared de dominio y la ecuación del campo crítico, introduciendo la energía magnetostática en el análisis energético del grano y en la evaluación de campo crítico.

En el capítulo 5 se presentan los resultados y conclusiones obtenidos en este trabajo.

Se incluye un apéndice en el que se discute la construcción del ciclo de histéresis para el modelo de pared de dominio.

1

FERROMAGNETISMO

Es bien sabido que un imán es capaz de atraer al hierro debido a que presenta un campo magnético, por sí solo. Existen cuerpos sólidos, al igual que el imán, que tienen un momento magnético espontáneo, aún en ausencia de campo magnético aplicado y, por lo tanto, pueden ser utilizadas como fuentes macroscópicas de campo magnético. Estas sustancias son llamadas *ferromagnéticas*.

I.1 TEMPERATURA DE CURIE

El ferromagnetismo no existe a todas las temperaturas. El momento magnético espontáneo del material ferromagnético va disminuyendo por el caos térmico, al aumentar la temperatura, anulándose totalmente al alcanzar una temperatura, llamada temperatura de Curie T_c. Dicha temperatura es característica de cada material, tabla I.1. Por arriba de la temperatura de Curie el material se vuelve paramagnético. Esto significa que los momentos magnéticos de los átomos o moléculas que constituyen el material se encuentran orientados al azar, y pueden solamente ser alineados bajo la aplicación de un campo magnético externo. En la Fig.1.1 se observa el cambio de la densidad de momento magnético espontáneo M_s, también conocida como magnetización espontánea, en función de la temperatura para el niquel Ni.

Tabla I.1

Nombre	Composición	T_c (^{o}C)
hierro	0.2 (impurezas)	770
hierro purificado	0.05 (impurezas)	770
Silicio-Hierro	4 Si	690
Cobalto	99 Co	1120
Níquel	99 Ni	358
Grano-orientado Fe-Si	3 Si	740
Aleación 1040	3 Mo, 14 Cu, 72 Ni	290

Tabla I.1. Temperaturas de Curie para algunos materiales.

La destrucción del momento magnético espontáneo es producto de la agitación térmica. Al incrementar la temperatura la energía de agitación térmica es más grande que la energía debida a la interacción entre espines.

De lo anterior se puede decir que la temperatura de Curie, T_c, separa el estado paramagnético del material a $T > T_c$ del estado ferromagnético a $T < T_c$.

El comportamiento de la susceptibilidad magnética en la región paramgnética arriba del punto de Curie queda descrita a través de la Ley de Curie-Weiss:

$$\chi = \frac{M}{H_o} = \frac{C}{T - T_c} \tag{1.1}$$

donde H_o es el campo magnético aplicado y C es la constante de Curie. Esta relación se obtiene utilizando la idea de "campo malecular" de Weiss. Analizando la ecuación (1.1) se tiene:

1) Cuando $T \to T_c$ entonces $\chi \to \infty$, de manera que $H_o \to 0$, sin ser $M = 0$, lo cual implica la existencia de magnetización espontánea en el estado ferromagnético.

2) Cuando $T > T_c$ entonces $\chi > 0$, describiendo la fase paramgnética del material.

Es necesario aclarar que todo material ferromagnético es paramagnético, pero no todo material paramagnético es ferromagnético.

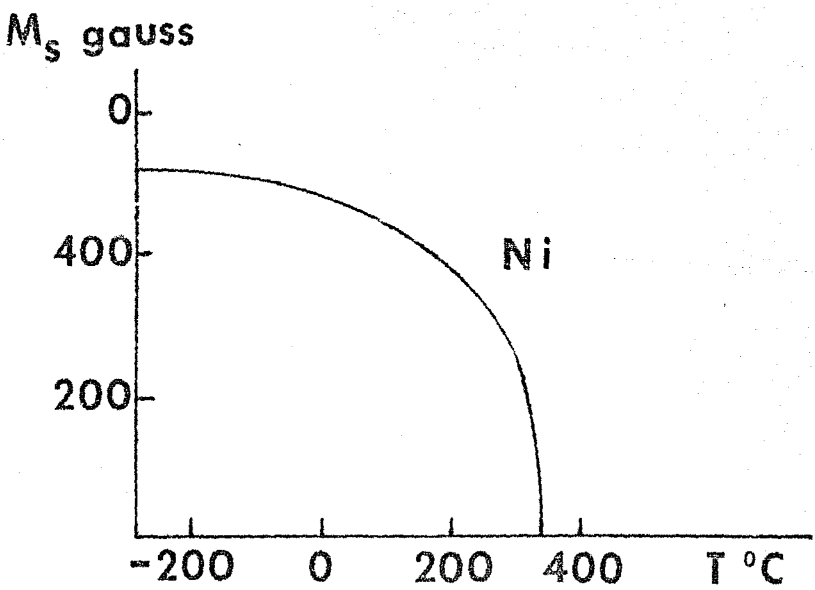


Fig. 1. 1 Densidad de momento magnutico espontâneo para Niquel en función de la temperatura.

Asi, un material ferromagnético sujeto a una temperatura constante $T < T_c$, poseerá un momento magnético espontáneo. Esto es consecuencia del comportamiento interno de las fuentes microscópicas de campo magnético[1].

12 MOMENTO MAGNETICO

Los imanes más elementales son los electrones, protones y neutrones. Estas partículas, llamadas partículas elementales, tienen espín con magnitud un medio y momento magnético, pero el momento magnético del electrón es muchas veces mayor que el del protón y el del neutrón, por lo que son los electrones los que desempeñan un papel prioritario en las propiedades magnéticas de las sustancias, tabla I.1[4].

La magnetización de las substancias magnéticas tienen dos posibles origenes atómicos: el momento orbital, consecuencia de los electrones alrededor del núcleo, y el espin, momento de giro inherente a la propia partícula.[2,3] Esto se ha comprobado experimentalmente a través del efecto giromagnético y mediante resonancia magnética.[2,4]

[1]Los campos magnéticos a diferencia de los campos electricos no son producidos por cargas. Las cargas magnéticas no se han podido encontrar en la naturaleza, anque se espera hallarlas algún día.

Tabla I.1

Particula	Simbolo	Espin	Momento magnético erg/Gs
Electrón	e	1/2	$\frac{e\hbar}{2m_e c} = 0.9\cdot 10^{-20}$
Protón	p	1/2	$2.8\frac{e\hbar}{2m_p c} = 1.3\cdot 10^{-23}$
Neutrón	n	1/2	$1.9\frac{e\hbar}{2m_n c} = 0.9\cdot 10^{-23}$

Tabla 2. Momento magnético de las particulas elementales

Existen atómos que presentan un momento magnético nulo en virtud de tener todas sus capas electrónicas llenas, por ejemplo los gases inertes. Sin embargo, la mayoría posee un momento magnético total distinto de cero y son llamados átomos magnéticos. El momento magnético electrónico elemental es

$$\mu_\beta = \frac{e\hbar}{2m_e c} \qquad (1.2)$$

y se denomina magnetón de Bohr. Un electrón no puede tener un momento magnético inferior a μ_β, (μ_β = 9.27 X 10^{-21} erg/gaus). El momento magnético, m, de un átomo, si L es el momento orbital total de los electrones, y el de espin es S, está dado por:

$$m = g\,\mu_\beta\,J \qquad (1.3)$$

donde $J = L + S$ es el momento angular total; g es el llamado factor de Landé ó relación giromagnética.

$$g = 1 + \frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)} \qquad (1.4)$$

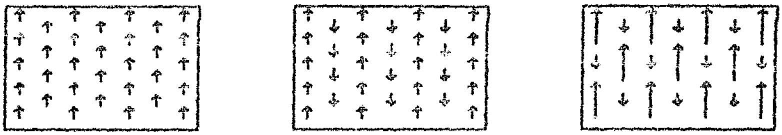
(J sólo puede tomar valores semienteros: 0, 1/2, 1, 3/2,...).

En las sustancias ferromagnéticas casi todo el momento es debido al espín de los electrones entonces g estará muy cerca de 2, (para el hierro g = 1.94 [1,6]).

Los espines en un material ferromagnético se encuentran alineados paralelamente como consecuencia de la acción de fuerzas de intercambio entre los espines de los electrones, ésto lleva a que un ferromagneto tenga un momento magnético espontáneo.

1.3 FERRIMAGNETISMO Y ANTIFERROMAGNETISMO

Es necesario aclarar que los feromagnéticos no son los únicos materiales que presentan tales arreglos , también los *antiferromagnéticos* y *ferrimagnéticos*, Fig.1.2. Estos materiales tienen momentos magnéticos ordenados en un arreglo antiparalelo, la diferencia entre ambos estriba en que los ferrimagnéticos, al igual que los ferromagnéticos, poseen un momento magnético espontáneo, mientras que los antiferromagnéticos tienen un momento magnético total nulo. Esto se debe a que las interacciones de intercambio favorecen el alineamiento antiparalelo de los momentos magnéticos adyacentes.



(a) (b) (c)

Fig. 1.2 (a) ferromagnetismo, (b) antiferromagnetismo, (c) ferrimagnetismo

14 INTERACCION DE INTERCAMBIO

La interacción de intercambio es isotrópica y su intensidad depende del valor de la energía electrostática de los electrones. En el caso de la interacción interatómica la integral de intercambio depende sustancialmente de la distancia interatómica.

La energía de intercambio de dos átomos i y j con espines S_i y S_j, respectivamente, está dada por [3,5]

$$U = -2J(S_i \cdot S_j) = -2JS_iS_j \cos\theta \qquad (1.5)$$

donde θ es el ángulo entre los espines. El parámetro J es la integral de intercambio y está intimamente relacionada con las configuraciones paralelas y antiparalelas de los momentos magnéticos. La configuración de espin depende fuertemente de la energía: se realiza aquella que posee menor energía. Para $J<0$ es favorable la disposición antiparalela (*Antiferomagnetismo*), y para $J>0$ ocurre la disposición paralela (*Ferromagnetismo*). Así se puede decir que el ferromagnetismo es producto de fenómenos cuánticos (las fuerzas de intercambio).

El campo de intercambio con la energía entre dos espines dada por la ecuación (1.5), recibe el nombre de modelo de Heisenberg. Sin embargo, la idea de que el alineamiento de los momentos magnéticos se debía a un campo interno ("campo molecular") fue propuesta por Pierre Weiss en 1907. El llamado "campo molecular" de Weiss se considera netamente de origen magnético, mientras que Heisenberg le da un caracter electrostático.

1.5 TEORIA DE DOMINIOS.

En una pieza ferromagnética no todos los momentos magnéticos están alineados en la misma dirección. Realmente, se encuentra dividido internamente en pequeñas regiones llamadas "*dominios*", y es en ellos donde ocurre el alineamiento paralelo, motivo por el cual la magnetización local M_s está saturada. La existencia de dominios magnéticos fue sugerida por Weiss al mismo tiempo que su "teoría del campo molecular". La magnetización total M_T de la muestra es producto de la suma de las magnetizaciones en los distintos dominios, cuyas direcciones no son necesariamente paralelas. Así, la magnetización total cero en una muestra macroscópica se sigue de una orientación azarosa de las diferentes magnetizaciones locales. Experimentalmente se ha comprobado la existencia de los dominios y determinado que las propiedades magnéticas dependen de la estructura cristalina del material. Las direcciones de la magnetización en cada dominio quedan determinadas por los ejes del cristal o esfuerzos locales.[6] Esto es consecuencia de la "Anisotropía Magnetocristalina".[10,5] La energía relacionada con la anisotropía del cristal recibe el nombre de "Energía de Anisotropía" o "Energía Magnetocristalina". Esta energía tiende a alinear a lo largo de cierto eje cristalográfico la magnetización de un dominio.[10] Tales ejes se conocen como ejes de fácil magnetización. Al magnetizar una muestra ferromagnética (aplicandole un campo magnético) a lo largo de una dirección arbitraria se encuentra que se requiere una energía mayor para saturarla que la necesaria para magntetizarla a lo largo de los ejes de fácil magnetización. Como ejemplo consideremos el caso del cobalto,Co, el cual es un cristal hexagonal y uniaxial, la dirección de fácil magnetización queda determinada por el eje hexagonal, Fig.1.3. Las curvas de magnetización para un cristal particular de cobalto son mostradas en la Fig.1.4.

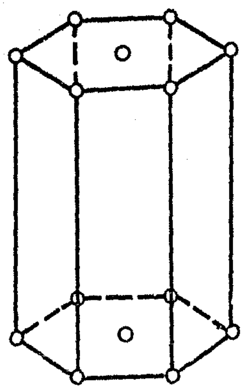


Fig. 1.3 Celdilla de un monocistal de cobalto.

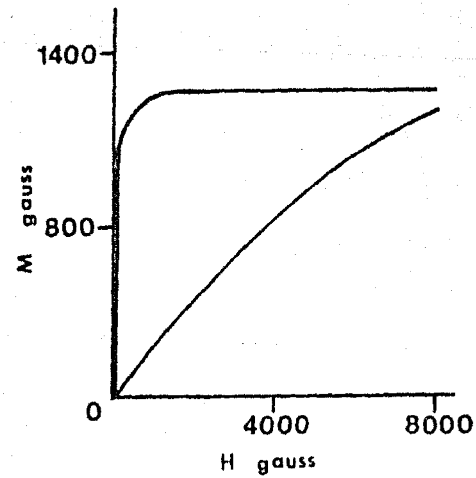


Fig. 1.4 Curvas de magnetización para un cristal particular de cobalto.

La magnetización resultante del cuerpo ferromagnético cambia bajo la acción de un campo magnético aplicado como consecuencia de dos procesos independientes: por cambio en las direcciones de magnetización de los dominios, debido a la rotación de los momentos magnéticos en dirección del campo; ó por incremento en el volumen de los dominios que están favorablemente orientados en dirección del campo aplicado , Fig.1.5. Se considera que en campos no muy intensos los cambios en la magnetización se deben principalmente al desplazamiento de las fronteras de dominio mientras que en campos más fuertes se debe principalmente a la rotación de las direcciones de magnetización.[10] Experimentalmente se ha comprobado el crecimiento y disminución de los dominios bajo la aplicación de campos magnéticos.

La frontera entre dos domonios es llamada "Pared de Bloch" ó "Pared de Dominio". Esta pared es una región de transición en la que el momento magnético gira gradualmente a otra nueva en el curso de unos cientos de átomos, Fig.1.6[4,6] . Su estructura es tal que permite pasar de un dominio a otro con la menor pérdida de energía. La energía de la pared depende sustancialmente de la energía de intercambio y de la energía de anisotropía.

El origen de los dominios reside en la competencia entre las diferentes contribuciones a la energía con la finalidad de minimizar la energía total del sistema. Las principales

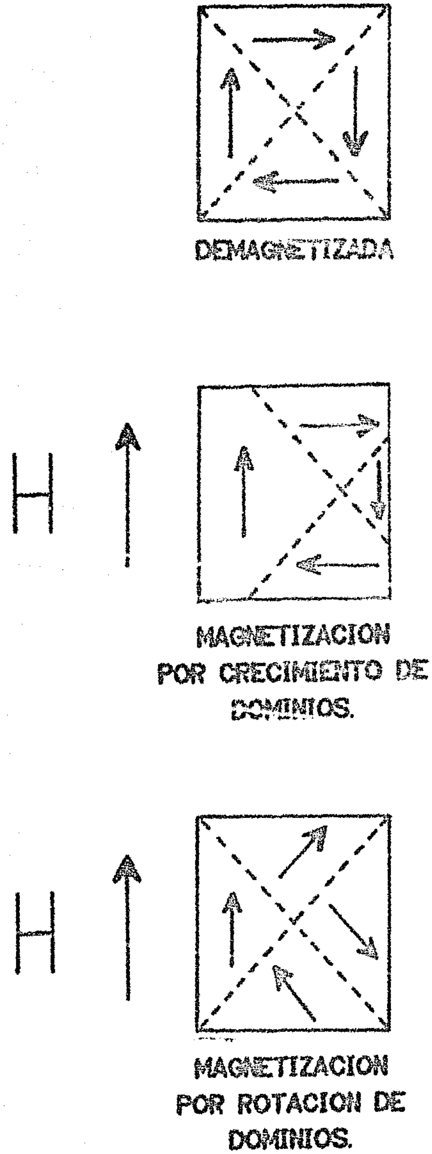


Fig.1.5 Esquematización de los principales mecanismos de magnetización

contribuciones a la formación de dominios son: Energía de Intercambio, Energía de Anisotropía y Energía Magnetostática.

El efecto de la energía magnetostática en la formación de dominios fue analizado por Landau y Lifshitz en 1935. La energía magnetostática es producto de la interacción entre "*cargas magnéticas*" en el material. (en el tercer capítulo se hace referencia a ello).

Si se tiene un cristal con dominio único, Fig.1.7a, la energía magnetostática será grande debido a los "*polos magnéticos*" en la superficie. La energía de intercambio es baja ya que todos los espines estan alineados. Para disminuir su energía, el cristal se va dividiendo en dominios, Fig.1.7b, hasta llegar a una configuración de energía mínima, Fig.1.7c.

1.6 HISTERESIS FERROMANETICA

Los materiales ferromagnéticos poseen una propiedad de ***histéresis.*** Esta se manifiesta como una curva cerrada bivaluada en la magnetización,**M**, respecto al campo aplicado, **H**. Esta curva es el *ciclo de histéresis*. En la Fig.1.8 se muestran un ciclo de histéresis típico. El área encerrada por la curva es una medida de las pérdidas de energía en el proceso de magnetización. Esta expresión fenomenológica de los cuerpos ferromagnéticos es de gran

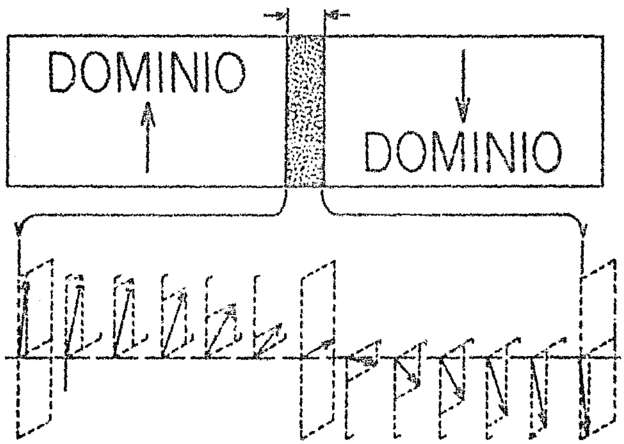


Fig. 1.6 Naturaleza de la pared de dominio.

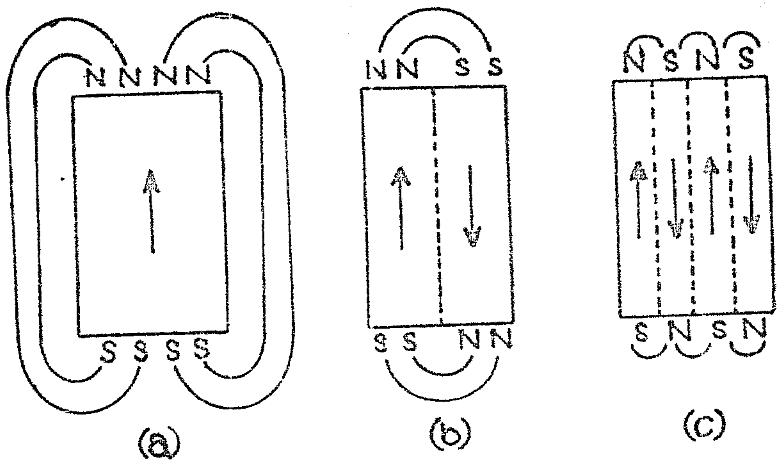


Fig. 1.7 Origen de los dominios.

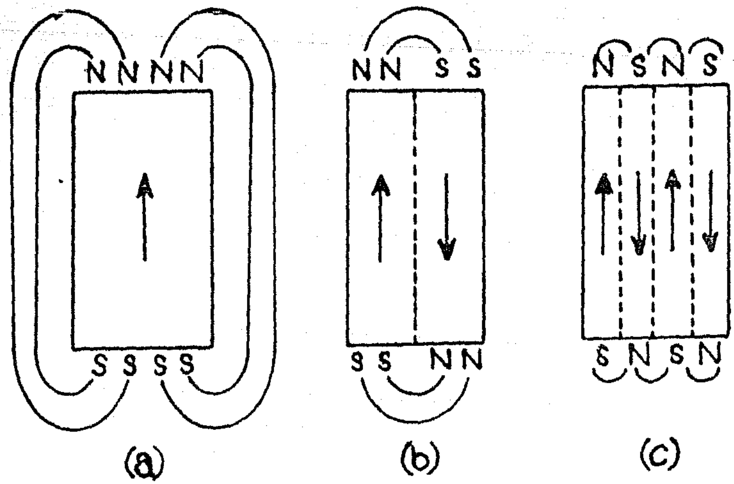


Fig. 1.7 Origen de los dominios.

importancia en la aplicación tecnológica de dichos materiales, debido a que su forma involucra una serie de parámetros tanto macroscópicos como microscópicos[8,19]. Dentro de los parámetros explícitos que proporciona el ciclo de histéresis está la "fuerza coercitiva" o "campo coercitivo", H_c, que es, quizá, la propiedad más sensitiva de los materiales ferromagnéticos sobrela que se puede influir durante la preparación de la muestra. El proceso de magnetización de un material ferromagnético está dividido en dos partes: un proceso reversible y otro irreversible. La separación entre estos dos procesos queda determinada por el campo crítico, H_{cr}.

Al someter una muestra ferromagnética demagnetizada a un campo magnético aplicado desde $H=0$, hasta un campo máximo, H_m, se obtiene la curva OB, Fig.1.8. De O a A la magnetización es prácticamente lineal y reversible. De A a B la magnetización es irreversible. Si ahora se disminuye el campo magnético hasta anularlo se obtiene a parte BC, observándose que no es posible regresar sobre la curva inicial,y además el valor de la magnetización, cuando el campo es cero, no se anula. Este valor recibe el nombre de magnetización remanente, M_r. Al aumentar el campo magnético negativamente, a partir del punto C, se encuentra que la magnetización de la muestra se anula para un cierto valor del campo, $H \neq 0$, conocido como campo coercitivo y se obtiene la sección de la curva CD. Aumentando aún más el campo hasta $-H_s$, se alcanza nuevamente la saturación de la muestra, y la parte DE. Si nuevamente anulamos el campo y luego lo aumentamos hasta H_B obtenemos la porción EFB. Y así el ciclo completo de histéresis.

Durante el proceso de histéresis se suministra la energía necesaria para producir los cambios en la magnetización. Como consecuencia de las pérdidas de ésta por disipación de calor se requiere un gasto mayor. Como ya se mencionó, la pérdida de energía es proporcional al área encerrada por el ciclo de histéresis, y viene dada por:

$$W = \oint H \, dM \qquad (1.6)$$

Este es uno de los principales problemas que se tienen en la aplicación práctica de los materiales ferromagnéticos. En la fabricación de nuevos materiales de este tipo, en general, se pretende disminuir las pérdidas de energía por histéresis. El ancho del ciclo de histéresis, dado por el campo coercitivo, puede usarse para clasificar a los materiales ferromagnéticos en dos : materiales ferromagnéticos *duros* y materiales ferromagnéticos *blandos*. La Fig.1.9 muestra un esquema de estos.

Los ferromagnéticos con campos coercitivos grandes son muy buenos magnetos permanentes; aquellos con valor intermedio son

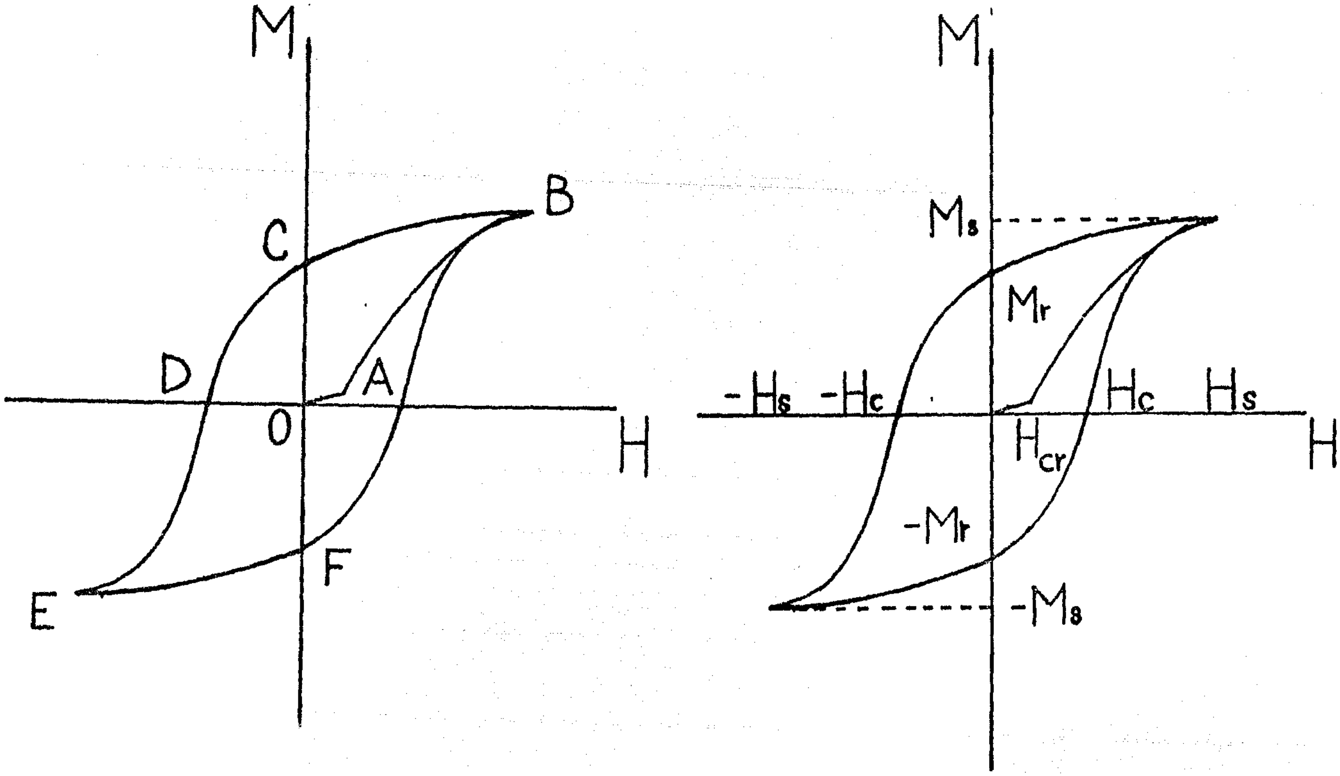


Fig. 1.8 Ciclo de histéresis típico.

útiles en tecnología de memorias; los que tienen campos coercitivos muy pequeños son útiles como inductores y trnsformadores. En verdad sus aplicaciones son muy numerosas, simplemente se desea ejemplificar su utilidad.

Uno de los problemas de la teoría asociada a los materiales ferromagnéticos consiste en interpretar las características del ciclo de histéresis, principalmente la coercitividad, en términos del estado físico del material y predecir métodos a través de los cuales éstos puden ser modificados. De este modo, la tarea se concentra en tratar de determinar cuantitativamente los factores físicos relevantes.

Se han propuesto algunos modelos para predecir la magnetización y ciclo de histéresis de los materiales ferromagnéticos. En el siguiente capítulo se presentan los más importantes.

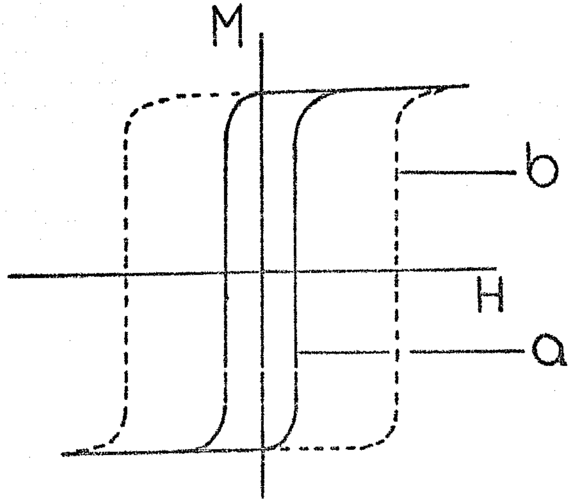


Fig. 1.9 Clasificación de los materiales ferromagnéticos de acuerdo a su campo coercitivo: a) duros, b) blandos.

2

MODELOS PARA EL PROCESO DE MAGNETIZACION EN MATERIALES FERROMAGNETICOS

2.1 MODELO DE EWING

Ewing fue el primero en tratar de explicar el fenoméno magnético en términos de las fuerzas entre átomos.[5,6] Supuso que cada átomo era un magneto permanente libre de rotar en cualquier dirección en torno de su centro. Las orientaciones de los diferentes magnetos con respecto al campo y a cada uno de los demás se debía completamente a la fuerza magnética mutua. Para un arreglo lineal de estos magnetos calculó el ciclo de histéresis y la curva de magnetización, además realizó experimentos usando un modelo que contenia 130 magnetos distribuidos en los puntos de una red cuadrada plana.

Los cálculos para una cadena lineal muestran que conforme la magnitud del campo se incrementa gradualmente a partir de cero los magnetos giran en forma continua y linealmente, después ocurre un cambio repentino en orientación para finalizar con una rotación continua más lenta hasta que los magnetos queden paralelos a la dirección del campo aplicado.

El método general de Ewing puede ilustrarse calculando el ciclo de histéresis y la curva de magnetización para una cadena lineal infinita de magnetos paralelos igualmente espaciados.

Cada magneto se considera de igual longitud l y con momento magnético μ_A; se calcula la energía total (puramente magnética) por magneto tomando en cuenta la interacción entre magnetos más las interacción con el campo aplicado H cuya dirección guarda un ángulo θ_o respecto a la dirección inicial de los magnetos. Buscando una configuración estable se minimiza la energía total respecto al ángulo θ para valores dados de H y θ_o. Ewing llega a la relación

$$\frac{d}{d\theta}\left[W - H\mu_A \cos(\theta_o - \theta) \right] = 0 \tag{2.1}$$

con la camponente de magnetización paralela a H

$$M = M_s \cos(\theta_o - \theta) \tag{2.2}$$

y M_s es la magnetización de saturación.

En su arreglo, Ewing considera que la mitad de los magnetos se encuentran paralelos y orientados opuestamente a la otra mitad, también paralelos, Fig.2.1. De esta forma en un principio tiene un sistema demagnetizado. La forma de la curva de magnetización y ciclo de histéresis obtenidas por Ewing con este modelo se observan en la Fig.2.2.

El modelo de Ewing es un modelo simple. El avance en el estudio de la estructura interna de los materiales ha permitido comprobar que el campo coercitivo H_c, por ejemplo para el hierro,

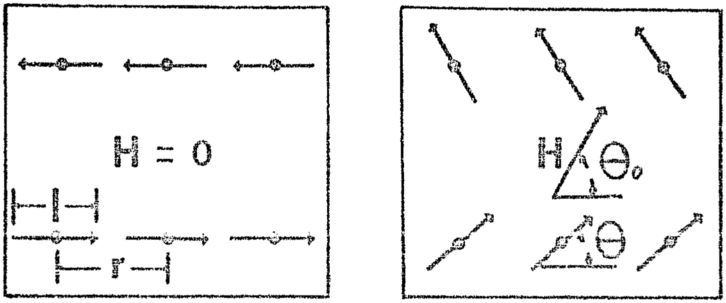


Fig. 2.1 Arreglo de momentos magnéticos utilizado por Ewing en su cálculo.

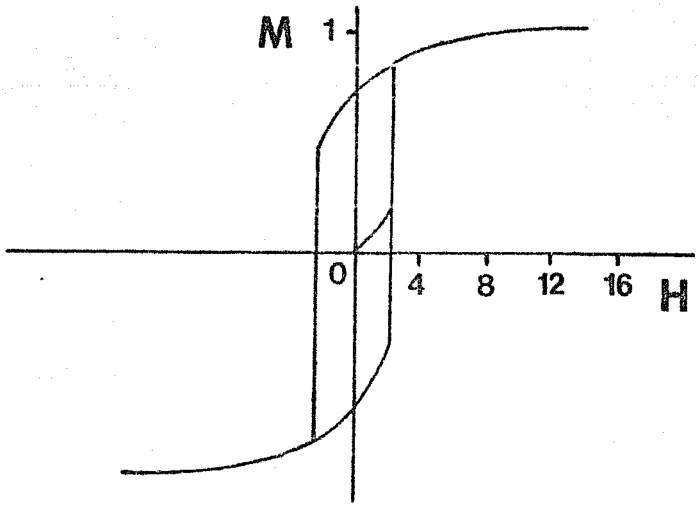


Fig. 2.2 Ciclo de histéresis obtenido por Ewing.

calculado con el método de Ewing es un millón de veces más grande que cualquier valor obtenido experimentalmente, y la permeabilidad inicial μ_0 que para este modelo es cercana a la unidad, experimentalmente sus valores se encuentran en el intervalo de 150 a 20 000.

En términos generales, el modelo de Ewing explica mas a un paramagneto que a un ferromagneto. En este modelo se obtiene que la energía potencial magnética es docientas veces menor que la energía de agitación térmica.

2.2 MODELO DE WEISS

Buscando una respuesta al comportamiento de los materiales ferromagnéticos Pierre Weiss en 1907 propuso un método cualitativo en el que considera a los materiales ferromagnéticos formados por "dominios magnéticos" los cuales se encuentran totalmente magnetizados localmente como consecuencia de un fuerte "campo molecular" de origen magnético que contrarresta la agitación térmica, $H=\lambda M$. La magnitud estimada para el campo molecular es del orden de 10^7 Oersted para el hierro, sin embargo el campo magnético que produce un ión de Fe sobre sus primeros vecinos en del orden de 10^3 Oersted. Esto muestra que no es adecuado el origen que se propone para este campo. Actualmente se sabe que el origen del campo molecular está en la fuerza de interacción mecánico-cuántica, (Heisenberg 1926)[10]. Estas suposiciones fueron las bases para el desarrollo de la Teoría de Dominios, a través de la cual es posible dar una explicación cualitativa de la curva de magnetización y ciclo de histéresis, suponiendo como principales procesos de magnetización el desplazamiento de fronteras de dominio (paredes de Bloch) y la rotacion de momentos magnéticos.[4,10] Estos procesos a su vez son clasificados como reversibles o irreversibles. En cada una de las tres partes principales de la curva de magnetización: a, b, y c, Fig.2.3, se consideran como mecanismos predominantes los siguientes:

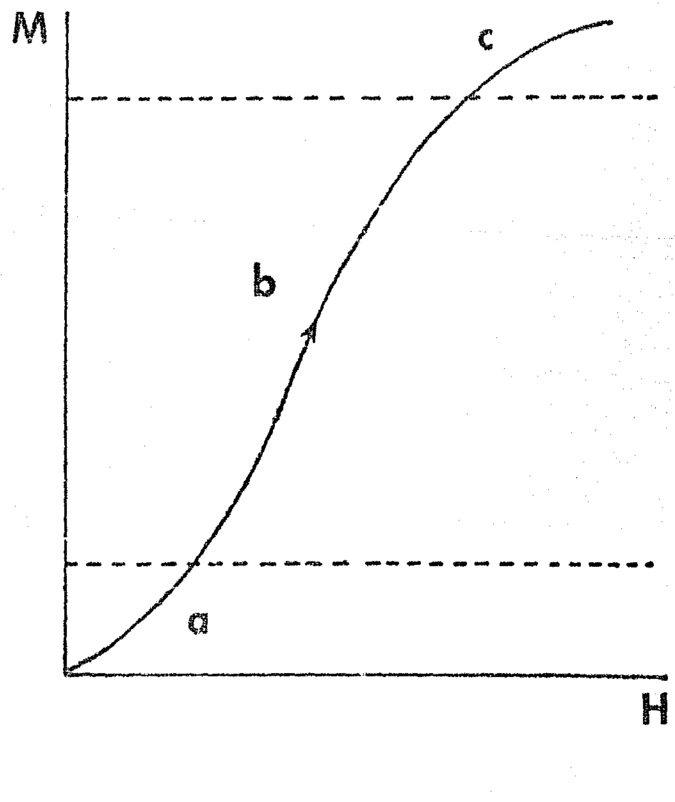
a) desplazamiento reversible de las paredes de Bloch (campos pequeños).

b) desplazamiento irreversible de las paredes de Bloch (campos fuertes).

c) rotación reversible de los momentos magnéticos (en los dominios no favorecidos con la dirección de aplicación del campo).

La irreversibilidad se asocia a pérdidas de energía por calor debido al efecto Brakhausen[8,4], producto de las imperfecciones cristalinas que obstruyen el desplazamiento de las pardes, y a la magnetostricción (cambio en las dimensiones del material), que tiene como consecuencia el efecto de histéresis.

Fig. 2.3 Partes principales de la curva de la curva de magnetización.



2.3 MODELO DE PARED DE DOMINIO

Este modelo tiene su base en la Teoría de Dominios. Se ha aplicado en ferritas en los trabajos de Globus [8,18], en 1963, y ha ido enriqueciéndose bajo las modificaciones establecidas por Escobar, Magaña y Valenzuela, desde 1981. Ha sido utilizado con objeto de predecir la curva de magnetización y ciclos de histéresis en ferritas policristalinas. Considera como ingrediente principal de magnetización el desplazamiento de la pared de dominio, y también el diámetro granular medio D, parámetro fundamental en las propiedades magnéticas del material. Actualmente se tienen expresiones analíticas para la curva de magnetización y ciclos de histéresis [8,13,17,18]. También se han hecho cálculos tomando en cuenta la distribución de tamaño de grano, considerando que un policristal esta constituido por una variedad de granos de formas y tamaños diferentes [16,17,18].

En las referencias (3,13,15) la muestra policristalina se representa por medio de un grano esférico dividido diametralmente en dos partes por una pared de dominio de 180° anclada a la frontera del grano (se tienen dos dominios de magnetizaciones opuestas y paralelas al plano de la pared). El próceso de magnetización e histéresis se puede explicar cualitativamente en la forma siguiente : En el estado demagnetizado $M_T=0$, la pared de dominio está en una posición diametral. Al aplicar un campo magnético de baja intensidad, la pared sufre una deformación elástica reversible que la abomba, Fig.2.4a, dando lugar al proceso de magnetización reversible.

Si la intensidad de campo externo continúa incrementando, la fuerza total F_T, de la pared aumenta, provocando que para cierto valor del campo dicha fuerza supere la fuerza que ancla a la pared en la frontera del grano, y ocurra un desprendimiento. Este campo es llamado campo crítico H_{cr}, y separa el proceso de magnetización reversible del irreversible. Para valores del campo aplicado mayores que H_{cr} la pared se desplaza abombada a través del grano hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio a una distancia z, respecto al centro del grano, Fig.2.4b, y la pared queda nuevamente anclada. Si ahora se anula el campo magnético externo la deformación de la pared desaparece, recuperando otra vez su forma plana pero se mantiene en la misma posición z. Así el volumen relativo de los dominios es diferente, y por lo tanto la magnetización total no es cero a campo aplicado cero. Esto explica la existencia de la magnetización remanente, M_r, Fig.2.4c.

Al aplicar nuevamente un campo, pero ahora negativo respecto a la aplicación inicial, la pared se abombará también con una deformación en sentido opuesto, Fig.2.4d. Análogamente, la pared permanece anclada hasta que el campo alcance un valor que desancle a la pared y viaje hasta una posición simétrica respecto al centro

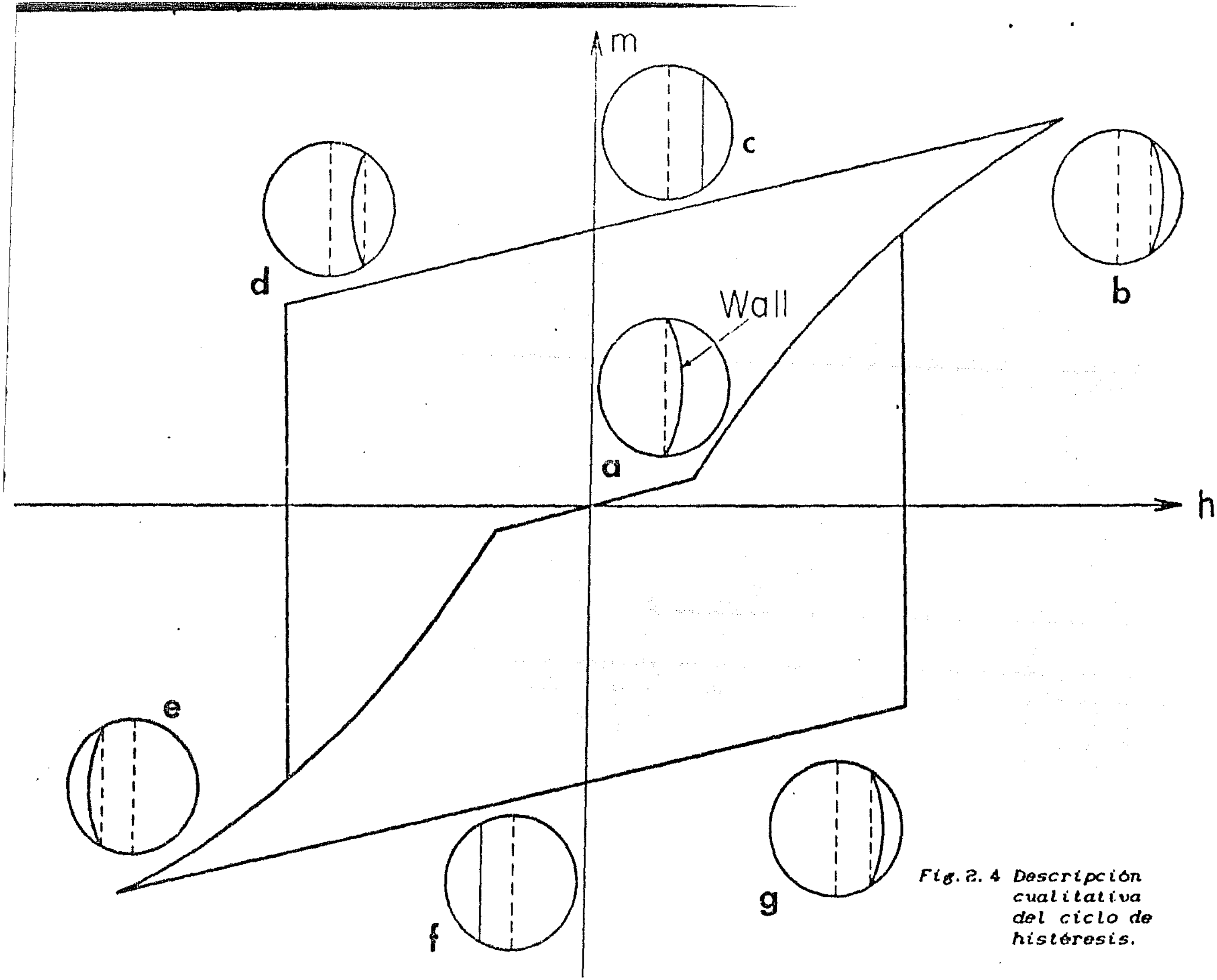


Fig. 2.4 Descripción cualitativa del ciclo de histéresis.

del grano, Fig.2.4e, lugar en el cual la fuerza de anclaje y desanclaje nuevamente se equilibran. Suprimiendo el campo, la pared recupera su forma plana y se obtiene una magnetización remanente negativa, $-M_r$. Incrementando otra vez positivamente el campo, obtenemos el ciclo de histéresis completo.

La curva de magnetización y ciclo de histéresis obtenidas de esta manera tienen características muy semejantes a las curvas y ciclos experimentales. Por ejemplo, el brazo CD del ciclo es más corto que el BC, una característica que está presente en los ciclos experimentales. Tal diferencia es consecuencia de la falta de simetría en los valores del campo crítico para desplazar la pared. Fig.2.5. Otra aspecto importante es que dependen de ciertos parámetros asociados con el material, tales como el diámetro del grano D, la magnetización de saturación M_s, la fuerza por unidad de longitud f, la energía por unidad de área γ. La expresión para el campo crítico inicial, $H_{cro} = 2f/M_sD$, primero obtenida por Globus[8,20], ha sido verificada por Valenzuela[34]. Este es un resultado importante porque ha permitido un cierto control de los procesos de magnetización a través del campo crítico. Mediante un tratamiento térmico adecuado es posible controlar el tamaño de grano y así aumentar o disminuir el valor de H_{cro}.

En el modelo de pared de dominio (M.P.D.) las expresiones analíticas de la curva de magnetizacinn y ciclo de histéresis se obtienen a partir de hacer un análisis energético del grano. La

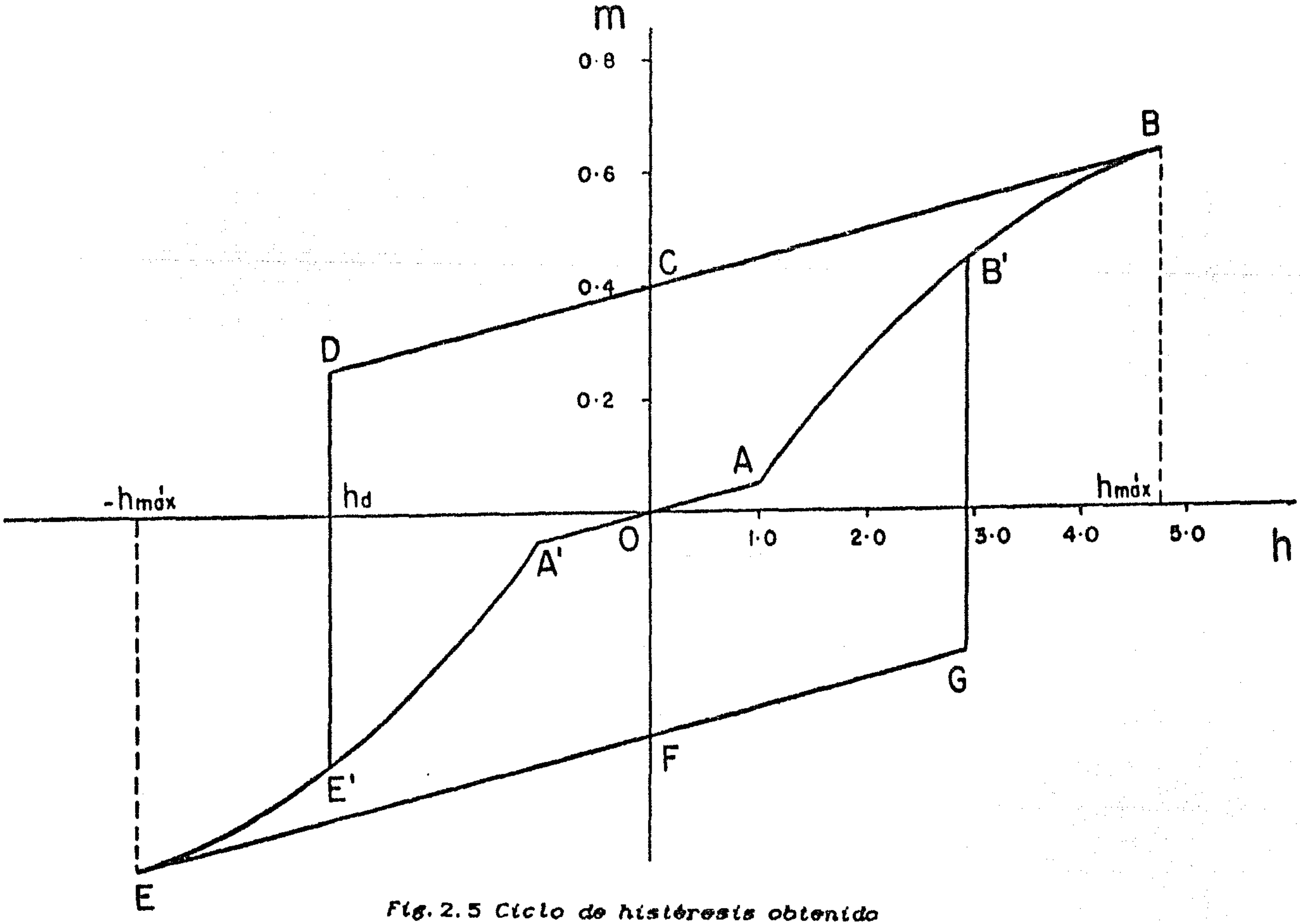


Fig. 2.5 Ciclo de histéresis obtenido en las referencias (17,18).

deformación x de la pared [D,S], Fig.2.6, que determina su estado de equilibrio para cada posición z, se determina minimizando el cambio en la energía total del grano, ΔE_T, con respecto a x. Este cambio en la energía contiene dos términos: uno representa el cambio en la energía magnética, ΔE_{mag}, y el otro está asociado con el cambio en la energía superficial de la pared, ΔE_{sup}. De modo que el cambio en la energía total queda expresado como

$$\Delta E_T = \Delta E_{mag} + \Delta E_{sup} \tag{2.3}$$

Para iniciar el cálculo se supone que la pared de dominio se encuentra desplazada una distancia z con respecto al centro del grano, y abombada debido a la aplicación de un campo magnético H, H es diferente de cero. Los cambios en las energías quedan dados como

$$\Delta E_{mag} = -\ 2M_s H \Delta V \tag{2.4}$$

$$\Delta E_{sup} = \gamma \Delta A \tag{2.5}$$

donde ΔV es el volumen del grano encerrado entre la forma inicial de la pared (forma plana) y la forma final (forma abombada); representada por la región sombreada con diagonales en la Fig.2.6, ΔA es el cambio del área de la pared. Las expresiones para ΔA y ΔV son, respectivamente:

$$\Delta A = \Pi X^2 \tag{2.6}$$

$$\Delta V = \Pi X(3Y^2+X^2)/6 \tag{2.7}$$

Al minimizar el cambio en la energía total con respecto a x, se obtiene la siguiente expresión para la deformación

$$x = (\gamma/M_s H)\left\{ 1 - \left[1 - M_s^2 H^2 \; (r^2 - z^2 \;)/\gamma \right]^{1/2} \right\} \tag{2.8}$$

expresándola en términos de variables reducidas

$$\lambda = (1/2\eta h)\left\{ 1 - \left[1 - 4\eta^2 h^2 (0.25-\zeta^2) \right]^{1/2} \right\} \tag{2.9}$$

donde $\lambda = X/D$; $\eta = f/\gamma$; $\zeta = Z/D$; $h = H/H_{cro}$; $H_{cro} = 2f/M_s D$ y f es la fuerza de anclaje por unidad de longitud, que se opone al movimiento de la pared. D, f, γ, H_{cro} son constantes.

La expresión de la magnetización para cada posición de equilibrio x, con la pared situada en z, en términos de variables reducidas viene dada por

$$m = M/M_s = 2\lambda\left\{3(0.25-\zeta^2)+\lambda^2\right\} \tag{2.10}$$

Haciendo $\zeta = 0$ se tiene la expresión para la magnetización inicial, parte reversible, variando h desde cero hasta uno, obteniendo el valor de λ, para cada valor de h, por medio de la ecuación (2.9). En este caso se denota λ por λ_o.

$$m_o = 2\lambda_o(0.25-\lambda_o^2) \tag{2.11}$$

Para esta región reversible, la expresión para la susceptibilidad magnética puede obtenerse a partir de la ecuación (2.11), considerando que $h \ll 1$.

$$\chi_m = -\frac{1}{8}\,\frac{M_s^2 D}{\gamma} \tag{2.12}$$

La obtención del campo crítico necesario para desplazar la pared desde cualquier posición dentro del grano se lleva acabo considerando primero el cambio total en la energía, ΔE_T, como consecuencia de desplazar la pared desde $z = 0$ a cualquier otra posición z, dentro del grano.

$$\Delta E_T = -2M_s H\Delta V + \gamma\Delta A \tag{2.13}$$

Las expresiones para ΔV y ΔA, ahora son

$$\Delta V = \pi\left\{\frac{x}{2}\,(r^2 - z^2) + \frac{x^3}{6} + r^2 z - \frac{z^3}{3}\right\} \tag{2.14}$$

$$\Delta A = \pi\left\{x^2 - x_o^2 - z^2\right\} \tag{2.15}$$

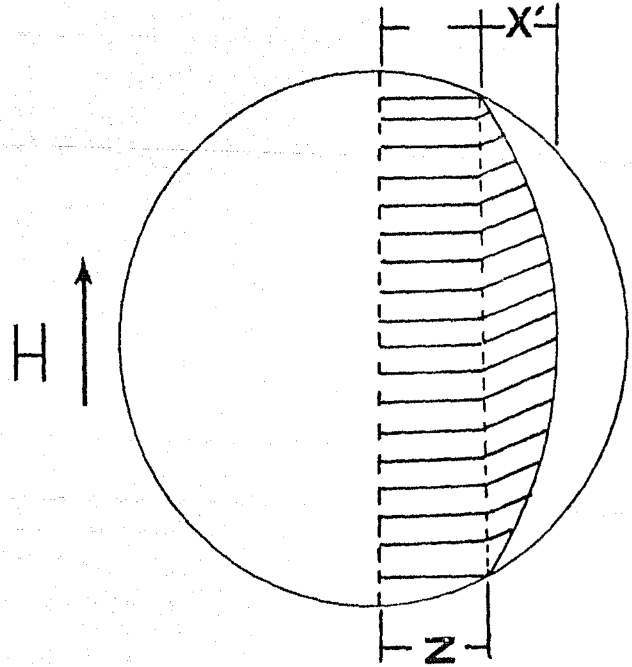


Fig. 2.6 Deformación positiva de la pared de dominio.

ΔV esta representada por la parte sombreada con líneas horizontales en la Fig.2.6.

El campo crítico se alcanza cuando la fuerza total F_T, que nace del cambio en la energía total, iguala, en magnitud, a la componente horizontal de la fuerza de anclaje F_a''. La fuerza total está compuesta por la fuerza magnética sobre la pared F_m, y la fuerza neta de oposición al desplazamiento de la pared como consecuencia del cambio irreversible en la energía superficial producto de la destrucción de cierta área de la pared al desplazarla, F_e.

La expresión para la fuerza magnética se obtiene a partir de

$$F_m = -\frac{d}{dz}\left[\Delta E_{mag}\right] \qquad (2.17)$$

dando

$$F_m = 2M_s H\pi(r^2 - z^2)\left\{1-(zM_s H/\gamma)+\left[1- M_s^2 H^2 (r^2 - z^2)/\gamma^2\right]^{1/2}\right\} \qquad (2.18)$$

F_e se obtiene considerando que el trabajo hecho por esta fuerza es igual al cambio en la energía superficial

$$F\,dz = \gamma\, d(\Delta A) \qquad (2.19)$$

Llegando a la siguiente relación para F_e

$$F_e = (-2\pi\gamma z)+\left[1 - \left(M_s^2 H^2/\gamma^2\right)\left(r^2-z^2\right)\right]^{1/2} \qquad (2.20)$$

La fuerza F''_a es la componente de la fuerza total de anclaje F_a dirigida opuestamente al movimiento de la pared de dominio [17,18]. La magnitud de esta fuerza es

$$F_a = 2\pi\left(r^2 - z^2\right)f/r \qquad (2.21)$$

La relación que proporciona el valor del campo crítico para cada valor de z, se obtiene a partir de la condición de campo crítico;

$$F_T = F_a \qquad (2.22)$$

Esta expresión en términos de variables reducidas es

$$h\left\{1 - (2\eta h\zeta)\left[1 - 4\eta^2 h^2\left(0.25-\zeta^2\right)\right]^{1/2}\right\} - g(h,\zeta) = 0 \qquad (2.23)$$

donde

$$g(h,\zeta) = 1 + \zeta \div \left\{2\eta\left(0.25-\zeta^2\right)\left[1 - 4\eta^2 h^2\left(0.25-\zeta^2\right)\right]^{1/2}\right\} \qquad (2.24)$$

Esta ecuación puede ser resuelta numéricamente para ζ, dado un valor de h.

En cuanto a la magnetización asociada con el movimiento de la pared, se obtiene de la definición de magnetización

$$M = \frac{2M_s\Delta V}{V} \qquad (2.25)$$

ΔV esta dada por la ecuación (2.14). La expresión para la magnetización en términos de variables reducidas es

$$m = 2\lambda\left\{3\left[0.25-\zeta^2\right] + \lambda^2\right\} + 3\zeta - 4\zeta^3 \qquad (2.26)$$

Esta ecuación contiene características importantes:

1. Existencia de magnetización remanente: Si ζ es fija y h, tiende a cero, ($h \to 0$), entonces la pared tiende a perder deformación, ($\lambda \to 0$, pared plana), por lo tanto

$$m_r(\zeta) = 3\zeta - 4\zeta^3 \qquad (2.27)$$

concordando con $m_r(0) = 0$.

2. Si $\zeta \to 1/2$ (condición de saturación de la muestra), entonces $\lambda \to 0$, lo que implica que $m \to 1$, por lo tanto $M = M_s$.

La obtención de las ecuaciónes que permiten tener el ciclo de histéresis completo se lleva a cabo a través de un proceso análogo al seguido para $h > 0$, con la única diferencia que ahora se considera $h < 0$ y la pared abombada en sentido opuesto, Fig.2.7. La expresión para la deformación reducida de equilibrio es ahora

$$\lambda = (-1/2\eta|h|)\left\{1 - \left[1 - 4\eta^2h^2\left[0.25-\zeta^2\right]\right]^{1/2}\right\} \qquad (2.28)$$

donde $|h|$ es el valor absoluto de h (< 0).

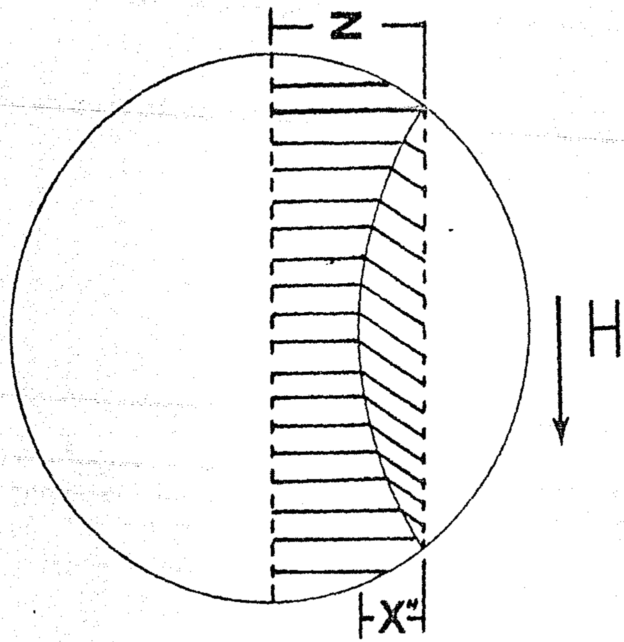


Fig. 2.7 Deformación negativa de la pared de dominio.

La expresión para la magnetización en esta configuración también esta dada por la ecuación (2.26) con λ dada por la ecuación (2.28).

El valor del campo crítico necesario para desplazar la pared dentro del grano se obtiene nuevamente a partir del cambio en la energía total, ΔE_T, y la condición de campo crítico, $F_T = F_m + F_e = F''_c$. Las expresiones para F''_c y F_e vienen dadas por las ecuaciones (2.21) y (2.20), respectivamente. Para obtener la fuerza magnética se considera ahora al volumen $\Delta V'$, parte sombreada con horizontales en la Fig.2.6, y la derivada se toma respecto a $-z$. La expresión para la fuerza magnética es

$$F_m = 2M\ |H|\pi\ \left[r^2 - z^2\right]\left\{1 + \left[z\ M\ |H|/\gamma\right] + \left[1 - M^2\ H^2\left(r^2 - z^2\right)\right]^{1/2}\right\} \qquad (2.29)$$

La ecuación para el campo crítico, en términos de variables reducidas, es

$$|h|\left\{1 + \left[2|h|\zeta\eta\right] + \left[1 - 4\eta^2 h^2\left[0.25 - \zeta^2\right]\right]^{1/2}\right\} - g(h,\zeta) = 0 \qquad (2.30)$$

$g(h,\zeta)$ queda dada por la ecuación (2.24).

Haciendo un análisis comparativo de los resultados obtenidos por medio de las ecuaciones (2.23) y (2.30) se deduce que es más fácil desplazar la pared de dominio hacia el centro que hacia la frontera del grano [8,19]. También se puede concluir que la pared al desanclarse se movera hacia el centro del grano hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio, que ocurrirá después que la pared haya pasado a través del centro del grano y la fuerza de anclaje paralela aumente hasta igualar en valor a la fuerza total [8,12].

De las ecuaciones (2.23) y (2.30) se obtiene que cuando $\zeta \to 0$ entonces $|h_{cr}| = |H|/H_{cr} = 1$, reflejando que los cálculos satisfacen esta condición de simetría presentes en los ciclos de histéresis reales. El *Ciclo de Histéresis y Curva de Magnetización* obtenidas con este método se presentan el la Fig.2.5. Una comparación entre los resultados teóricos y experimentales se muestran en la Fig.2.8 y en la Fig.2.9. Los resultados experimentales corresponden a YIG ($Y_3 Fe_5 O_{12}$, granate de Itrio-hierro).

Este procedimento también se ha aplicado a granos de forma elipsoidal, demostrando que la curva de magnetización y ciclos de histéresis dependen de la forma del grano y orientación [17,18]. Considerando que la distribución de tamaño de grano podía contribuir a la forma del la curva de magnetización y ciclos de histéresis se han elaborado varios cálculos utilizando diferentes funciones de distribución. Se han considerado distribuciones de tamaño de grano esférico [14,16,19,17]. Sus resultados muestran una mejor predicción de los datos experimentales, en comparación con la predicción hecha para un

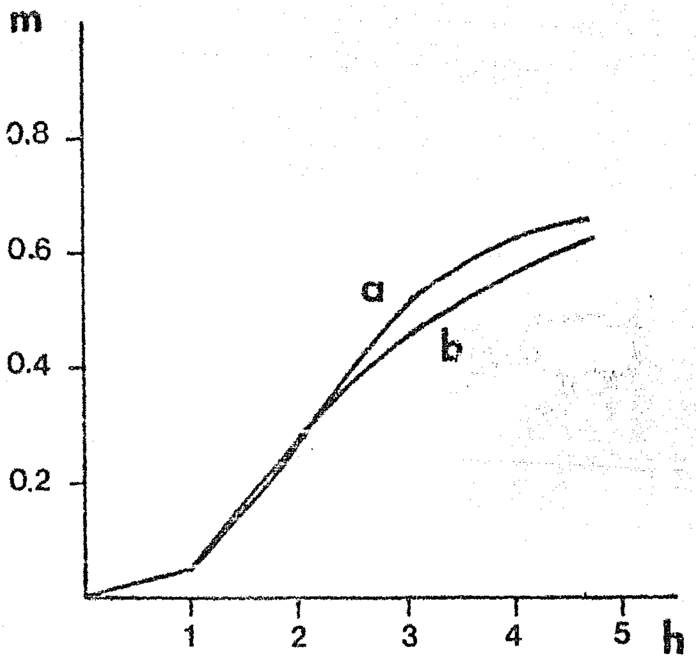


Fig. 2.8 Curva de magnetización: a) experimental, b) teórica obtenida en las referencias (17,18).

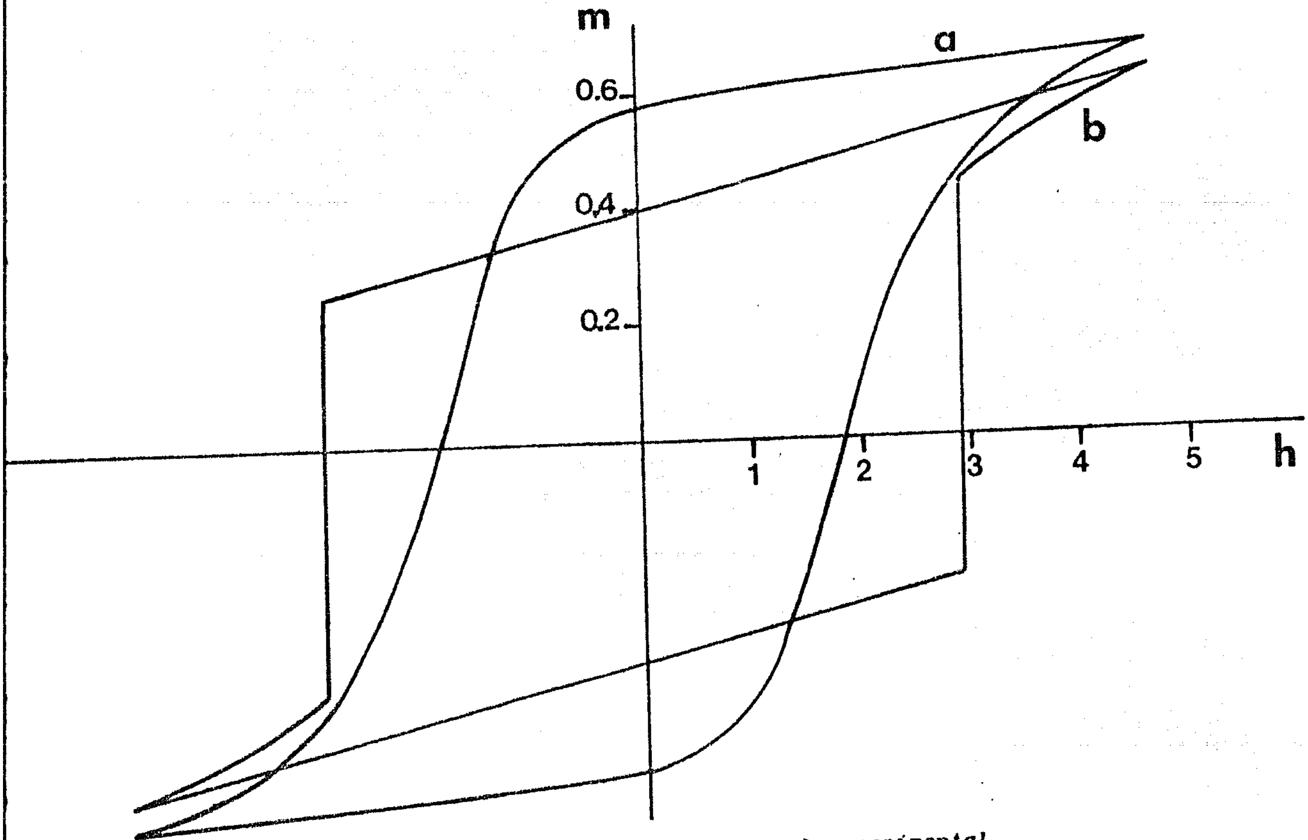


Fig. 2.9 Ciclo de histéresis: a) experimental, b) teórico obtenido en las referencias (17,18).

solo grano, y otra cosa muy importante, el *ciclo de histéresis* predicho ya no presenta una inversión brusca en el punto crítico D, Fig.2.6, como ocurre para un solo grano, sino que se obtiene un redondeo. Las mejores predicciones las obtuvieron con la función de ditribución logarítmica normal [17,18]. En las Figs.(2.10 y 2.11) se presenta una camparación entrelos resultados calculados para la función de distribución logarítmica normal y los resultados experimentales.

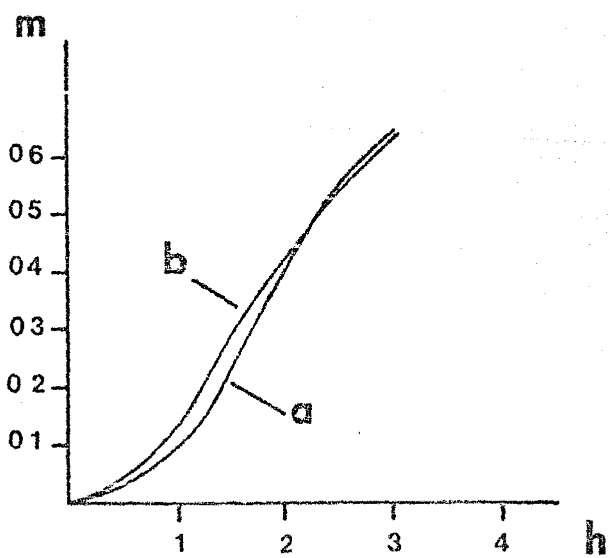


Fig. 2.10 Curva de magnetización: a) experimental, b) para una distribución de grano logarítmica normal.

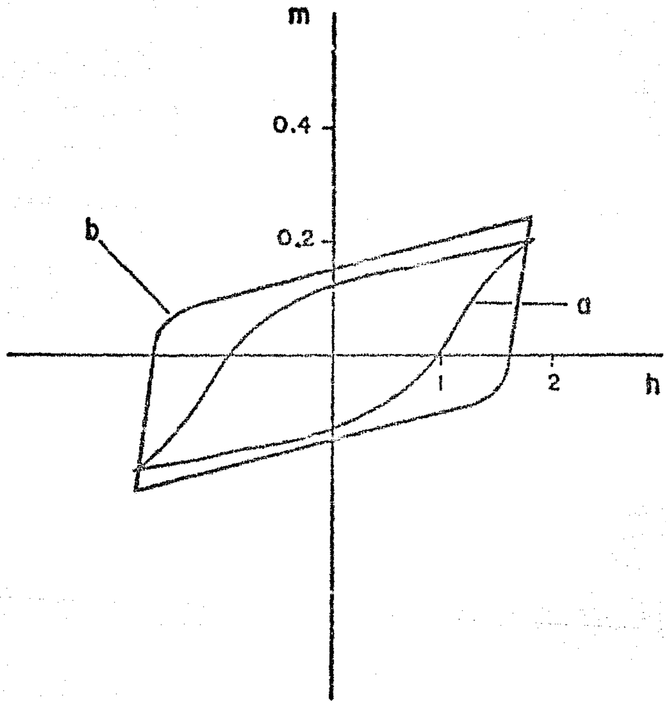


Fig. 2.11 Ciclo de histéresis: a) experimental, b) para una distribución de grano logarítmica normal.

3

ENERGIA MAGNETOSTATICA

El origen de los dominios en materiales ferromagnéticos tiene su base en la competencia entre las diferentes contribuciones a la energía : de anisotropía, de intercambio y magnetostática. La participación de un término magnetostático en la energía fue considerada por Landau y Lifshitz en 1935 [2,10] al llevar a cabo por primera vez un tratamiento teórico de la "estructura de dominios". Mas tarde, en 1944, haciendo la suposición de que existe un número mínimo de polos magnéticos en las fronteras internas y externas que delimitan los dominios, Néel [1] realizó cálculos detallados de "estructuras de dominio" de muestras de monocristales de diferentes formas geométricas. En 1949 Williams, Bozorth y Schocley [32] presentaron un trabajo en el que obtuvieron, por vez primera, estructuras de dominio bien definidas utilizando monocristales de Hierro-Silicio. Además mostraron que las estructuras de dominio observadas coincidian con las predicciones teóricas dadas por Landau, Lifshitz y Néel. Trabajos posteriores realizados por Chikazumi y Suzuki[33], Goodenough[23], etc. refuerzan la teoría y en particular se puede apreciar la importante participación de la energía magnetostática en la formación de las "estructuras de dominio".

La energía magnetostática también es conocida como energía de demagnetización o energía dipolar magnética. Esta energía es producto de la interacción entre *"polos magnéticos libres"*.

Es bien sabido que en la naturaleza no existe carga magnética. Sin embargo es posible proponer un modelo que nos facilite el análisis magnetostático para materiales magnéticos, en el cual el concepto de polos magnéticos ó carga magnética sea utilizada. Este modelo llamado *"modelo de polo"* surge de la analogía que puede establecerse con el caso electrostático.

De las ecuaciones de Maxwell para el campo de inducción magnética **B** se deduce que el campo magnético **H** producido por materiales *ferromagnéticos* puede concebirse como un campo magnetostático irrotacional cuyas fuentes proporcionan una densidad de fuente magnética denotada por ρ_m que está definida como menos la divergencia de la magnetizacion **M** [7,8,9].

$$\nabla\cdot \mathbf{H} = -\nabla\cdot \mathbf{M} = \rho_m \tag{3.1}$$

Una unidad de esta densidad de carga equivalente es usualmente conocida como *unidad de polo magnético*. Este campo puede ser derivado de un potencial escalar magnético Φ_m

$$\mathbf{H} = -\nabla\Phi_m \tag{3.2}$$

Este potencial queda expresado como

$$\Phi_m = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\mathbf{M}\cdot d\mathbf{S}}{r} - \int_V \frac{\nabla\cdot\mathbf{M}}{r}\, dV \tag{3.3}$$

deduciendo que queda tal potencial en términos de una densidad de polo volumétrica ($\rho_m = -\nabla\cdot M$) y una densidad de polo superficial ($\sigma_m = M\cdot n$), equivalentes.

La existencia de polo en el volumen puede ser atribuida a dos mecanismos : dentro de un dominio la distribución puede ser inducida por un cambio de ángulo de la magnetización, también puede ocurrir que exista una distribución neta de polos inducida a lo largo de una pared entre dos dominios si la pared no es paralela a la dirección de la magnetización [2,7], Fig.3.1.

Como el campo diverge en los lugares en donde existen polos entonces en estos lugares debe satisfacerse la ecuación de Poisson

$$\nabla^2\Phi_m = -\rho_m \tag{3.4}$$

en los puntos donde no ocurren debe cumplirse la ecuación de Laplace

$$\nabla^2\Phi_m = 0 \tag{3.5}$$

Así el potencial Φ_m puede ser calculado con la ecuación (3.3) ó las ecuaciones (3.4) y (3.5) por medio de las condiciones de frontera.

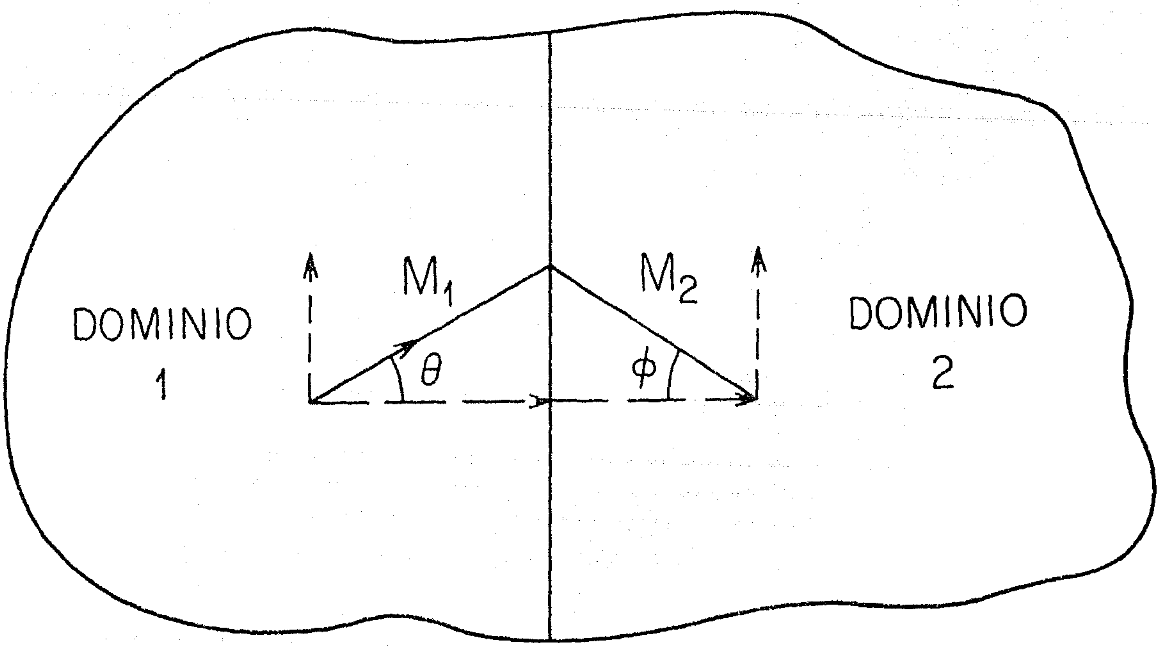


Fig. 3.1 Dirección no paralela de la magnetización con la pared de dominio.

La energía magnetostática para una distribición de polos dada es

$$E_m = \frac{1}{2} \int_V \rho_m \Phi_m \, dV \tag{3.6}$$

Expresándola en términos de $\mathbf{M}$ y $\mathbf{H}$ en lugar de ρ_m y Φ_m, se tiene

$$E_m = -\frac{1}{2} \int_V (\mathbf{M}\cdot\mathbf{H}) \, dV \tag{3.7}$$

$\mathbf{H}$ es el campo dentro del material.

Se han realizado varios cálculos para la energía magnetostática en algunas estructuras de dominios . Por ejemplo, Kittel calculó la energía magnetostática de la distribución de polos de un patrón de ajedrez, el de un patrón circular y el de un patrón de barras[2,10], Fig.3.2. Williams et. al. para los patrones de dominios en cristales de Silicio-Hierro[11], Chikazumi y Susuki para los dominios de laberinto producidos por esfuerzos[12], Goodenough para lospatrones de onda[21]. Los resultados obtenidos en estos cálculos para la enrgía magnetostática por unidad de área se muestran en la tabla III.1 De los resultados es claro que la energía magnetostática es proporcional a la densidad de carga magnética y a algún prámetro fijo relacionado con la dimensión del dominio multiplicado por un factor que depende de la geometría de la muestra.

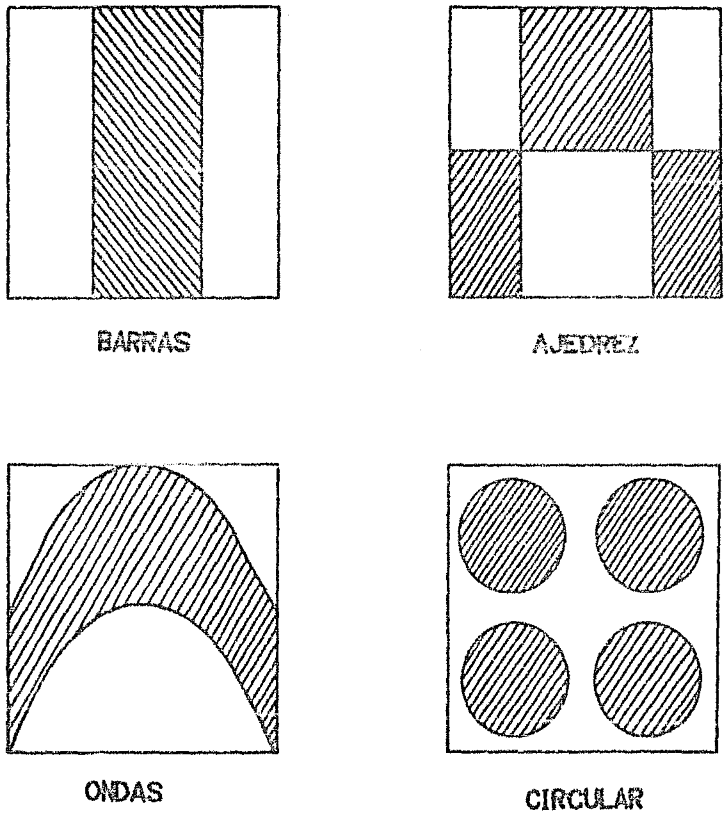


Fig. 3. 2 Patrones de domonio en monocristales.

Ziljstra[59], al analizar el proceso de magnetización en polvos de Samario-Cobalto (SmCo), en el que considera como mecanismo principal el movimiento de la pared de dominio, concluye que la conductividad dependerá de los puntos de anclaje en las fronteras del grano. Esta conclusión está basada en sus resultados tanto experimentales como teóricos en los que deduce que $\chi \propto H_c^{-2}$, donde χ es la susceptibilidad reversible y H_c el campo coercitivo.

En su cálculo considera inicialmente el cambio en la energía del sistema

$$\Delta E = \gamma \; \Delta A - 2HM_s \Delta V$$

y desprecia el término asociado a la energía magnetostática producto de la curvatura de la pared al estimar que esta es aproximadamente un treintavo (1/30) de la energía de anisotropía más la energía de intercambio. En su estimación encuentra que

$$E_m \approx \frac{m^2}{\alpha} \frac{1}{\alpha^2} = 0.01 \; \alpha\rho^2$$

donde α es la distancia entre puntos de anclaje, ρ es la densidad superficial del la pared de dominio, m es la carga magnética alternada separada una distancia del orden de α.

Tabla III.1

Patrón	Densidad Superficial de Energía Magnetostática (erg/cm^2)
Barras Paralelas	$0.852\ M_s^2 d$
Ajedrez	$0.53\ M_s^2 d$
Cilíndricos	$0.374\ M_s^2 d$
Laberinto	$-\dfrac{\pi\, m^2 c}{8 \tan \psi}\left[1-\dfrac{\pi^2}{12 \tan^2 \psi}\right]$; $\psi > 57.5^\circ$ $-m^2 c$; $\psi \ll 57.5^\circ$

Tabla 3. Densidades de energía magnetostática superficial para diferentes configuraciones de dominios.

En este trabajo no despreciamos la contribución de la energía magnetostática de la pared de dominio durante el proceso de magnetización. Basados en el trabajo de Ziljstra, suponemos que el cambio en la energía magnetostática es del orden de un treintavo del cambio total en la energía del sistema. Proponemos dos expresiones para la energía magnetostática ; en la primera consideramos que es proporcional al cubo de la deformación de la pared x'; en la segunda que es proporcional al cubo de la razón (x'/y). Con esto esperamos enriquecer los resultados analíticos para la curva de magnetización y ciclos de histéresis ferromagnéticos obtenidos en el modelo de pared de dominio.

4

CALCULO DEL CICLO DE HISTERESIS

4.1 ESTIMACION DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA

Siguiendo las mismas bases físicas que el Modelo de Pared de Dominio obtenemos nuevas expresiones analíticas para la Curva de Magnetización y Ciclos de Histéresis al introducir la contribución de la energía magnetostática al cambio en la energía total del sistema. La energía magnetostática debida a las fronteras de grano no se considera, se supone la existencia de continuidad a través de las fronteras de granos.

Por primera vez es tomada en cuenta la energía magnetostática en un tratamiento analítico del proceso de magnetización, en general, no se considera en la mayor parte de los trabajos sobre el tema. El objetivo central de esta tesis consiste en analizar su efecto.

El cálculo de la energía magnetostática depende fuertemente de la geometría de las paredes de dominio. Hasta ahora se han hecho cálculos para algunas configuraciones con geometría simple. En el Modelo de Pared de Dominio se presentaron ciertas dificultades en la obtención del potencial en la pared de dominio. Un problema crucial es establecer la forma de la pared de Bloch, que separa los dominios magnetizados a 180°, fuera de cada grano esférico de la muestra. Por ello, en principio, consideramos adecuado hacer una estimación de ella y ver la forma en que afecta a la curva de magnetización y ciclos de histéresis.

Hacemos dos estimaciones para la energía magnetostática. En la primera la consideramos proporcional al cubo de la deformación x', inspirados en que la energía magnetostática para un casquete esférico es proporcional al cubo del radio del casquete :

$$E_m = - K\pi x'^3 \qquad (4.1)$$

En la segunda propuesta se supone que la energía magnetostática es proporcional al cubo de la tangente del ángulo θ que es el ángulo entre AB y AC, Fig.4.1. Esta proposición esconsecuencia de que la energía debe depender de los parámetros relacionados con la pared e inspirados en el cálculo hecho por Chikazumi para dominios de laberinto[42] :

$$E_m = - K_o\pi \left(\frac{x'}{y}\right)^3 \qquad (4.2)$$

donde $(x'/y)^3 = \tan\theta$.

La constante de proporcionalidad en cada caso se eligió, siguiendo a Ziljstra, de tal manera que el cambio en la energía magnetostática fuese menor a un treintavo de la enrgía total del sistema :

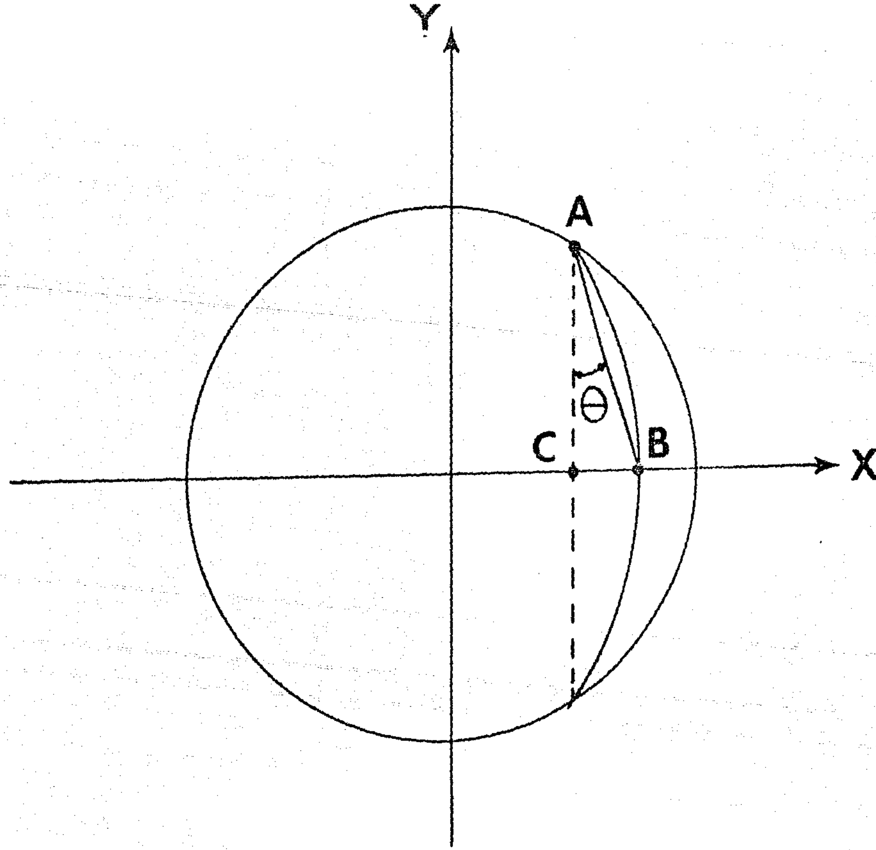


Fig. 4.1 Angulo θ relacionado con la deformación de la pared.

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta E_T} \leq \frac{1}{30} \qquad (4.3)$$

El signo menos esta relacionado con la creación de la "carga magnética".

Las relaciones analiticas ya obtenidas en la ref.(17,18) con $\beta=1$ se recuperan al anular el término magnetostático (constante de proporcionalidad cero).

4.2 DEFORMACION X' Y ECUACION DEL CAMPO CRITICO CUANDO $E_m = -Kn(x')^{\beta}$.

4.2.1 Expresión para la deformación de la pared con $H > 0$.

Es necesario obtener la relación que da el abombamiento para el cual la pared está en equilibrio. Tal como ya se mencionó en el capitulo 2, para este cálculo consideramos a la pared localizada a una distancia z del centro del grano y aplanada. La aplicación de un campo magnético H le producirá un abombamiento. El equilibrio se alcanza cuando el cambio total en la energía del sistema es mínimo respecto a la deformación x'.

$$\frac{\partial \Delta E_T}{\partial x'} = 0 \qquad (4.4)$$

De acuerdo a la ecuación (2.3) e introduciendo el cambio en la energía magnetostática el cambio total en la energía del sistema es:

$$\Delta E_T = \Delta E_{mag} + \Delta E_{sup} + \Delta E_m \tag{4.5}$$

El primer y segundo término del miembro derecho están dados por las ecuaciones (2.4) y (2.5), respectivamente. El tercer término ΔE_m representa el cambio en la energía magnetostática. Como en ausencia de campo magnético la pared tiene forma plana, Fig.2.6, entonces no hay contribución a la energía magnetostática, y por tanto el cambio en esta energía es

$$\Delta E_m = E_{m_f} - E_{m_i} = - K\pi(x')^8 \tag{4.6}$$

Así, el cambio en la energía total es

$$\Delta E_T = - 2M_s H\Delta V + \gamma\Delta A - K\pi(x')^8 \tag{4.7}$$

ΔA y ΔV están dadas por las ecuaciones (2.6) y (2.7), respectivamente.

De las ecuaciones (4.4) y (4.7) se obtiene la siguiente ecuación cuadrática

$$- (M_s H+3K)(x')^2 + 2\gamma x' - M_s Hy^2 = 0 \tag{4.8}$$

De lo que se obtiene la siguiente expresión para el valor de x' que minimiza ΔE_T para un valor de z y H dados

$$\frac{\gamma}{(M_s H+3K)} \left\{1 - \left[1 - \frac{M_s H}{\gamma^2}\left[M_s H+3K\right]\left[r^2-z^2\right]\right]^{1/2}\right\} \qquad (4.9)$$

Empleando variables reducidas,(ver capitulo 2)

$$\lambda = \left\{\frac{x}{D}\right\} = \frac{1}{2\eta(h+3k)} \left\{1 - \left[1 - 4\eta^2 h\left[h+3k\right]\left[0.25-\zeta^2\right]\right]^{1/2}\right\} \qquad (4.10)$$

donde

$$k = \frac{K}{M_s H} \qquad (4.11)$$

El valor de la deformación cuando la pared esta en el centro del grano para cierto valor de $h < 1$ se obtiene haciendo $\zeta = 0$ y queda expresada como

$$\lambda_o = \frac{1}{2\eta(h+3k)} \left\{1 - \left[1 - (h-3k)\eta^2 h\right]^{1/2}\right\} \qquad (4.12)$$

Nótese que cuando se tiene $h = 0$ no se tiene deformación lo cual es de esperarse. Si hacemos $h = 1$ en esta ecuación se tiene el valor para cuando ocurre el campo critico inicial H_{cro}.

$$\lambda_{cro} = \frac{1}{2\eta(1+3k)} \left\{1 - \left[1 - \eta^2(1+3k)\right]^{1/2}\right\} \qquad (4.13)$$

4.2.2 Ecuación del campo crítico para campos positivos.

Para cada posición z de la pared existe un valor del campo, llamado campo crítico para el cual la pared se desplaza [9,18]. Como ya se mencionó este valor se alcanza cuando la magnitud de la fuerza total iguala a la magnitud de la componente horizontal de la fuerza de anclaje F''_a, ref.(17,18).

Para empezar debemos establecer la expresión para el cambio en la energía total ΔE_T.

$$\Delta E_T = \Delta E_{mag} + \Delta E_{sup} + \Delta E_m$$

Recuérdese que en este caso ΔE_T corresponde al cambio desde que la pared de dominio se encuentra centrada en el grano de forma plana hasta la nueva posición de la pared localizada a una distancia z del centro del grano y abombada [9,18].

De acuerdo a las ecuaciones (2.13) y (4.6)

$$\Delta E_T = - 2M_s H\Delta V + \gamma\Delta A - K\pi(x')^2 \qquad (4.14)$$

donde ΔV y ΔA están dadas por las ecuaciones (2.14) y (2.15), respectivamente, y x' por la ecuación (4.9), Fig.2.7.

La fuerza total asociada con este cambio en la energía tiene dos contribuciones : la fuerza magnética F_m y la fuerza neta de oposición al desplazamiento de la pared F_a. La fuerza magnética está formada, a su vez, por la fuerza producto de la magnetización, F_{mag}, y la fuerza asociada con la formación de carga magnética, F_{m}. Así

$$F_{m} = F_{mag} + F_{m} \qquad (4.15)$$

De este modo la fuerza total F_{T} tiene la siguiente expresión

$$F_{T} = F_{mag} + F_{m} + F_{e} \qquad (4.16)$$

La fuerza magnética se obtiene a partir de la relación[3,18]

$$F_{m} = -\frac{d}{dz}(\Delta E_{mag}) - \frac{d}{dz}(\Delta E_{m}) \qquad (4.17)$$

donde

$$F_{mag} = -\frac{d}{dz}(\Delta E_{mag}) = \frac{d}{dz}(2M_{s}H\Delta V) \qquad (4.18)$$

$$F_{m} = -\frac{d}{dz}(\Delta E_{m}) = \frac{d}{dz}(K\pi\ x'^{3}) \qquad (4.19)$$

Al llevar a cabo las derivadas y después de un mucho de álgebra, obtenemos las siguientes expresiones

$$F_{mag} = 2M_{s}H\pi\left\{\left[r^{2}-z^{2}\right]\left[1-l(H,z)\right]+\frac{\gamma z}{j(H,z)}\left[q(H,z)-1\right]\left[1-p(H,z)\right]\right\} \qquad (4.20)$$

donde

$$j(H,z) = M_{s}H + 3K \qquad (4.21)$$

$$q(H,z) = \frac{M_{s}H + K}{j(H,z)} \qquad (4.22)$$

$$\rho(H,z) = \left[1 - \frac{M_s H}{\gamma^2}\left(r^2 - z^2\right) j(H,z)\right]^{1/2} \tag{4.23}$$

$$l(H,z) = \frac{\left[M_s H + K\right]\left[1 + q(H,z)\right]}{\rho(H,z)} \tag{4.24}$$

$$F_m = \frac{3K\pi M_s H\gamma z}{2\,[\,j(H,z)\,]^2}\,\frac{\left[1-\rho(H,z)\right]^2}{\rho(H,z)} \tag{4.25}$$

La expresión para la fuerza de oposición F_s, relacionada al cambio irreversible en al energía superficial, se obtiene a partir de la relación (2.28), donde ΔA está dada por la ecuación (2.25) y x' por la ecuación (4.9).

$$F_s = -\frac{2\,M_s H\pi\gamma z}{j(H,z)\,\rho(H,z)} \tag{4.26}$$

Así, a partir de las ecuaciones (4.20), (4.25) y (4.26) tenemos la fuerza total, F_T, y podemos obtener la ecuación para el campo crítico. De acuerdo a la ecuación (2.22), la condición para campo crítico es

$$F_{mag}(H,z) + F_e(H,z) + F_m(H,z) = F''_\alpha(z) \tag{4.27}$$

donde F''_α está dada por la ecuación (2.21). Nótese que el campo magnético H corresponde ahora al campo crítico para cada valor de z. Desarrollando encontramos que la ecuación para campo crítico utilizando variables reducidas está dada por

$$h\left[1 - u(h,\zeta) - w(h,\zeta)\right] - g(h,\zeta) = 0 \qquad (4.28)$$

donde

$$c(h) = (h + 3k) \qquad (4.29)$$

$$t(h,\zeta) = \left[1 - 4\eta^2 h\left[0.25-\zeta^2\right] c(h)\right]^{1/2} \qquad (4.30)$$

$$u(h,\zeta) = \frac{\eta h\zeta(h+2k)}{c(h)\ t(h,\zeta)} \qquad (4.31)$$

$$w(h,\zeta) = \frac{3k\zeta}{2\eta\left[0.25-\zeta^2\right]c(h)} \left[\frac{5}{4} - t(h,\zeta)\right] \qquad (4.32)$$

$$g(h,\zeta) = 1 + \frac{h\zeta}{2\eta\left[0.25-\zeta^2\right]c(h)\ t(h,\zeta)} \qquad (4.33)$$

El campo crítico reducido h que satisface (4.28) para cada valor de ζ se obtiene numéricamente.

Hasta el momento sólo hemos obtenido la expresión para la deformación y la ecuación de campo crítico para campos positivos, $H > 0$, ahora es necesario obtenerlas para campos negativos, $H < 0$, lo que corresponde a la aplicación de campos en dirección opuesta.

4.2.3 Deformación y campo crítico para campos negativos.

La pared de dominio inicialmente considerada plana y a una distancia z del centro del grano, se abombará ahora hacia la izquierda, Fig.2.8.

Nuevamente buscamos la expresión para la deformación x' que minimice el cambio total de la energía ΔE_T. De acuerdo al tratamiento anterior

$$\Delta E_T = \Delta E_{mag} + \Delta E_{sup} + \Delta E_m$$

donde

$$\Delta E_{mag} = 2M_s|H|\Delta V \qquad (4.34)$$

$$\Delta E_m = -K\pi|(x')|^3 = K\pi(x')^3 \qquad (4.35)$$

Consideramos $|x'|$ en la ecuación (4.35), tomando en cuenta que la energía magnetostática de la pared debe ser negativa tanto para un abombamiento hacia la derecha como para la izquierda. El cambio en el volumen ΔV esta dado por la ecuación (2.7).

Así el cambio total en la energía es

$$\Delta E_T = 2M_s|H|\Delta V + \gamma\Delta A + K\pi(x')^3 \qquad (4.36)$$

La ecuación de la deformación reducida que proporciona una configuración estable de la pared es

$$\lambda' = -\frac{1}{2\eta(|h|+k)}\left\{1 - \left[1 - 4\eta^2|h|\left(|h|+3k\right)\left(0.25-\zeta^2\right)\right]^{1/2}\right\} \qquad (4.37)$$

La ecuación que proporciona el campo crítico para cada valor de z se obtiene de manera semejante al caso cuando $H > 0$; aplicando la condición de campo crítico $F_T = F''_\sigma$.

En esta parte el cambio en la total en la energía viene dado por

$$\Delta E_T = 2M_s|H|\Delta V' + \gamma\Delta A + K\pi(x')^3 \qquad (4.38)$$

$\Delta V'$ ahora corresponde al área sombreada con lineas horizontales en la Fig.2.7.

$$\Delta V' = \pi\left[-x'\left(r^2-z^2\right) - \frac{x'^3}{3} + zr^2 - \frac{z^3}{3}\right] \qquad (4.38)$$

La fuerza total esta dada por

$$F'_T = F'_m + F'_s$$

La expresión obtenida para la fuerza magnética, F_m, derivando respecto a $z = -z'$, tiene dos componentes : F'_m y F'_{mag}. La primera está dado por

$$F'_{mag} = 2M_s|H|\pi\left\{\left(r^2-z^2\right)\left[1+a(H)\left(1+b(H)\right)\right] - \frac{rz}{a(H)}\left(b(H)-1\right)\left(1-r(H)\right)\right\} \qquad (4.40)$$

donde

$$\alpha(H) = M_s|H| + 3K \qquad (4.41)$$

$$b(H) = \frac{M_s|H|}{\alpha(H)} \qquad (4.42)$$

$$r(H) = \left[1 - \frac{M_s|H|}{\gamma^2}\left(r^2 - z^2\right)\alpha(H)\right]^{1/2} \qquad (4.43)$$

$$d(H) = \frac{M_s|H|z}{2\gamma\ r(H)} \qquad (4.44)$$

El segundo término queda

$$F'_m = -\frac{3K\pi\gamma z\ b(H)}{2\alpha(H)r(H)}\left[1 - r(H)\right]^2 \qquad (4.45)$$

La expresión para la fuerza de oposición F_s es

$$F_s = -\frac{2\pi\gamma z\ b(H)}{r(H)} \qquad (4.46)$$

Así, aplicando la condición de campo crítico, obtenemos la siguiente expresión para el campo crítico, en términos de varibles reducidas

$$|h|\left[1 + u'(h,\zeta) - w'(h,\zeta)\right] - g'(h,\zeta) = 0 \qquad (4.47)$$

donde

$$c'(h) = (|h| + 3h) \qquad (4.48)$$

$$t'(h,\zeta) = \left[1 - 4\eta^2 |h| \left(0.25-\zeta^2\right) c'(h)\right]^{1/2} \qquad (4.49)$$

$$u'(h,\zeta) = \frac{\eta |h| \zeta (2|h|+3h)}{c'(h)\;t'(h,\zeta)} \qquad (4.50)$$

$$w'(h,\zeta) = \frac{3h\zeta}{2\eta\left(0.25-\zeta^2\right)[c'(h)]^2}\left(\frac{3}{4} - t'(h,\zeta)\right) \qquad (4.51)$$

$$g'(h,\zeta) = 1 + \frac{|h|\zeta}{2\eta\left(0.25-\zeta^2\right)c'(h)\;t'(h,\zeta)} \qquad (4.52)$$

La ecuación(4.47) ha de resolverse numéricamente.

A partir de un tratamiento semejante obtuvimos las expresiones analíticas para la curva de magnetización y ciclos de histéresis cuando la energía magnetostática es proporcional al cubo de la tangente de θ dada por

$$\tan\theta = \frac{x'}{y}$$

4.3 EXPRESIONES PARA LA DEFORMACION Y CAMPOS CRITICOS CUANDO $E_m = -K\,\eta_0\,(x'/y)^3$

El cambio en la energía total es

$$\Delta E_T = \Delta E_{mag} + \Delta E_{sup} + \Delta E_m$$

ΔE_{mag}, ΔE_{sup} y ΔE_m quedan representadas por las ecuaciones (2.4), (2.5) y (4.2), respectivamente. La ecuación para la deformación que proporciona una configuración de equilibrio de la pared, en términos de variables reducidas es

$$\lambda = \frac{\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2}}{2\eta\, c''(h,\zeta)} \left[1 - t''(h,\zeta) \right] \qquad (4.53)$$

donde

$$c''(h,\zeta) = h\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2} - 3k_o \qquad (4.54)$$

$$t''(h,\zeta) = \left[1 - \frac{4\eta^3 h\; c''(h,\zeta)}{\left[0.25-\zeta^2\right]^{1/2}}\right]^{1/2} \qquad (4.55)$$

$$k_o = K_o \,/\, M_s H\, D^3 \qquad (4.56)$$

La ecuación para el campo crítico cuando se tienen campos positivos se obtiene por medio de la condición d campo crítico.

$$F_T = F_{mag} + F_s + F_m = F''_a$$

donde

$$F_{mag} = 2M_s H\pi\left\{\left[r^2-z^2\right]\left[1+\frac{1}{2}\, d'(H,z)\right]+\frac{d'(H,z)}{2}\, x(H,z)-zx(H,Z)\right\} \qquad (4.57)$$

$$F_m = -\frac{3K_o\pi\, [x(H,z)]^2}{\left[r^2-z^2\right]^{3/2}}\left[d'(H,z) + \frac{z\; x(H,z)}{\left[r^2-z^2\right]}\right] \qquad (4.58)$$

$$F_s = 2\pi\gamma\, \left[x(H,z)\; d'(H,z) - z\right] \qquad (4.59)$$

con

$$o(H,z) = M_s H\left[r^2-z^2\right]^{3/2} + 3K_o \qquad (4.60)$$

$$\rho'(H,z) = \left[1 - \frac{M_s H\ o(H,z)}{\gamma^2\left[r^2-z^2\right]^{1/2}}\right]^{1/2} \qquad (4.61)$$

$$x(H,z) = \frac{\gamma\left[r^2-z^2\right]^{3/2}}{o(H,z)}\left[1 - \rho'(H,z)\right] \qquad (4.62)$$

$$d'(H,z) = -\frac{9\gamma z K_o\left[r^2-z^2\right]^{1/2}}{[o(H,z)]^2} - \frac{M_s Hz\left[2M_s H\left[r^2-z^2\right]^{3/2} - 3K_o\right]}{2\gamma\ o(H,z)\ \rho'(H,z)} \qquad (4.63)$$

F''_a queda determinada por la ecuación (2.21). Así, la ecuación que ha de satisfacer el campo crítico h para cada valor de ζ es

$$h\left[1 + \frac{d''(h,\zeta)}{2}\left[1 + \frac{[\lambda(h,\zeta)]^2}{0.25-\zeta^2}\right] - \frac{\zeta\ \lambda(h,\zeta)}{0.25-\zeta^2}\right] - g''(h,\zeta) = 0 \qquad (4.64)$$

donde $d''(h,\zeta)$ es la misma ecuación $d'(H,z)$ pero expresada en variables reducidas, $\lambda(h,\zeta)$ está dada por la ecuación (4.53).

$$d''(h,\zeta) = -\frac{9k_o\zeta\left[0.25-\zeta^2\right]^{1/2}}{2\eta\ [c''(h,\zeta)]^2}\left[1-t''(h,\zeta)\right] - \frac{\eta h\zeta\left[2h\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2} + 3k_o\right]}{c''(h,\zeta)\ t''(h,\zeta)}$$

$$g''(h,\zeta) = 1 + \frac{1}{2\left[0.25-\zeta^2\right]}\left[n(h,\zeta) - s(h,\zeta)\right] \tag{4.65}$$

$$n(h,\zeta) = \zeta\left[\frac{1}{\eta} - \frac{3k_o[\lambda(h,\zeta)]^2}{\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2}}\right] \tag{4.66}$$

$$s(h,\zeta) = d''(h,\zeta)\lambda(h,\zeta)\left[\frac{1}{\eta} + \frac{3k_o\lambda(h,\zeta)}{\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2}}\right] \tag{4.67}$$

Los valores de h para cada valor de ζ que satisface la ecuación (4.64) se encuentran numéricamente.

Para campos negativos se encuentra que la deformación que minimiza el cambio total en la energía ΔE_T dado por[1]

$$\Delta E_T = 2M_s|H|\Delta V + \gamma\Delta A + K_o u\,[\tan\theta]^3 \tag{4.68}$$

expresado en términos de variables reducidas es

$$\lambda = \frac{\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2}}{2\eta\, j''(h,\zeta)}\left[1 - l''(h,\zeta)\right] \tag{4.69}$$

donde

[1] Obsérvese que estamos considerando a la energía magnetostática también negativa para un abombamiento izquierdo.

$$j''(h,\zeta) = |h| \left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2} + 3k_o \tag{4.70}$$

$$\iota''(h,\zeta) = \left[1 - \frac{4\zeta^2 |h| \; j''(h,\zeta)}{\left[0.25-\zeta^2\right]^{1/2}}\right]^{1/2} \tag{4.71}$$

La ecuación de campo crítico para campos opuestos ó negativos al considerar la condición de campo crítico

$$F_T = F_{mag} + F_a + F_m = F''_a$$

con las fuerzas dadas por

$$F_{mag} = 2M_s |H| \pi \left\{ \left[r^2-z^2\right] \left[1 - \frac{1}{2} \varrho''(H,z)\right] - \frac{\varrho''(H,z)}{2} x''(H,z) + z x''(H,z) \right\} \tag{4.72}$$

$$F_m = - \frac{3K_o \pi \, [x''(H,z)]^2}{\left[r^2-z^2\right]^{3/2}} \left[\varrho''(H,z) + \frac{z \; x''(H,z)}{\left[r^2-z^2\right]}\right] \tag{4.73}$$

$$F_s = 2\pi\gamma \left[x''(H,z) \; \varrho''(H,z) - z\right] \tag{4.74}$$

con

$$\sigma''(H,z) = M_s |H| \left[r^2-z^2\right]^{3/2} + 3K_o \tag{4.75}$$

$$\rho''(H,z) = \left[1 - \frac{M_s |H| \; o''(H,z)}{\gamma^2 \left[r^2 - z^2 \right]^{1/2}} \right]^{1/2} \qquad (4.76)$$

$$x''(H,z) = \frac{\gamma \left[r^2 - z^2 \right]^{3/2}}{o''(H,z)} \left\{ 1 - \rho''(H,z) \right\} \qquad (4.77)$$

$$q''(H,z) = \frac{(-9\gamma z K_o) \left[r^2 - z^2 \right]^{1/2}}{[o''(H,z)]^2} - \frac{M_s |H| z \left[2M_s |H| \left[r^2 - z^2 \right]^{3/2} + 3K_o \right]}{2\gamma \; o''(H,z) \; \rho''(H,z)} \qquad (4.78)$$

tiene la siguiente expresión, en función de variables reducidas:

$$|h| \left[1 - \frac{q'(h,\zeta)}{2} \left\{ 1 + \frac{[\lambda'(h,\zeta)]^2}{0.25 - \zeta^2} \right\} + \frac{\zeta \; \lambda'(h,\zeta)}{0.25 - \zeta^2} \right] - g''(h,\zeta) = 0 \qquad (4.79)$$

donde $q'(h,\zeta)$ es la misma ecuación $q''(H,z)$ pero expresada en variables reducidas, $\lambda'(h,\zeta)$ está dada por la ecuación (4.69).

$$q'(h,\zeta) = - \frac{9k_o \zeta \left[0.25 - \zeta^2 \right]^{1/2}}{2\eta \; [j''(h,\zeta)]^2} \left\{ 1 - l''(h,\zeta) \right\} - \frac{\eta |h| \zeta \left[2h \left[0.25 - \zeta^2 \right]^{3/2} + 3k_o \right]}{j''(h,\zeta) \; l''(h,\zeta)}$$

$$g_e''(h,\zeta) = 1 + \frac{1}{2\left[0.25 - \zeta^2 \right]} \left[n'(h,\zeta) - s'(h,\zeta) \right] \qquad (4.80)$$

$$n'(h,\zeta) = \zeta\left[\frac{1}{\eta} - \frac{3k_o[\lambda'(h,\zeta)]^3}{\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2}}\right] \qquad (4.81)$$

$$s'(h,\zeta) = q'(h,\zeta)\lambda'(h,\zeta)\left[\frac{1}{\eta} + \frac{3k_o\lambda'(h,\zeta)}{\left[0.25-\zeta^2\right]^{3/2}}\right] \qquad (4.82)$$

Análogamente, la ecuación (4.79) debe resolverse numéricamente para determinar el campo crítico asociado a cada valor de ζ.

4.3 MAGNETIZACION

Las expresiones analíticas para la magnetización en su parte reversible e irreversible están dadas por las ecuaciones (2.10) y (2.26), en ese orden. La diferencia es que ahora deben utilizarse las nuevas expresiones obtenidas para la deformación y el campo crítico en cada caso.

Analizando las expresiones para el campo crítico obtenidas para ambas estimaciones se encuentra que también existe simetría en el valor del campo crítico inicial H_{cro}. En los dos casos el valor absoluto de dicho campo es $2f/M_sD$.

Además, de los resultados numéricos calculados para $|h|$ por medio de (4.28) y (4.47) como por (4.64) y (4.79) se observa que el valor absoluto del campo magnético crítico para una ζ dada, es mayor cuando la pared se desplaza hacia la frontera del grano que si lo hace hacia el centro del mismo [9,10,47,48]. Así que retomamos la interpretación física dada en estas referencias. (ver capítulo 2).

Tenemos ya el conjunto de relaciones necesarias para construir la curva de magnetización y ciclos de histéresis para cada caso. El método para hacerlo se explica en el apéndice A.

RESULTADOS

Y

CONCLUSIONES

Los resultados teóricos se calcularon manteniendo fijo el valor del parámetro η, (η = 0.136). Los resultados experimentales utilizados para comparación son los obtenidos para una ferrita de YIG (Granate de Itrio-hierro). Nuestros resultados también son comparados con los de la referencia (17,18) para un grano esférico (β=1). Como ya se mencionó, los valores de los parámetros k y k_o han sido seleccionados de acuerdo a la condición dada por la ecuación (4.3). Los resultados que nos aproximan más a los resultados experimentales son k = 0.60 y k_o = 0.20.

5.1 EFECTO DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA PROPORCIONAL A X'^{B}

En la Fig.5.1 se comparan nuestra primera predicción teórica de la curva de magnetización con la de la referencia (17,18) y una curva experimental. Puede observarse que nuestra predicción de la curva de magnetización da mejores resultados para campos grandes ($H > 3H_{cro}$).

Si ahora analizamos la Fig.5.2 al contrastar las dos predicciones teóricas para el ciclo de histéresis con el experimental, se encuentra que nuestra predicción además de poseer las características más importantes de los ciclos de histéresis experimentales, los mejora. Por ejemplo, la magnetización remanente m_r, alcanzada en nuestro trabajo es más grande, tabla V.1.

Tabla V.1

	m_r
Experimental	0.585
Ref. (17,18)	0.397
Con $E_m \propto x'^a$	0.433
Con $E_m \propto [\tan\theta]^a$	0.376

Tabla V.1 Valores de la magnetización remanente

El campo coercitivo también mejora, ahora es más pequeño, aproximándose más al valor experimental, tabla V.2.

Tabla V.2

	h_c
Experimental	1.833
Ref. (17,18)	2.942
Con $E_m \propto x'^a$	2.276
Con $E_m \propto [\tan\theta]^a$	2.679

Tabla V.2 Valores del campo coercitivo

También el brazo CD del ciclo es aún más corto que el brazo BC, Fig.5.3, efecto que permite mayor coincidencia con el ciclo experimental. Esto significa que la falta de simetría en los valores del campo magnético crítico para desplazar la pared crece aún más. Ahora el campo crítico necesario para desplazar la pared hacia el centro del grano será más pequeño.

Asimismo, en la Fig.5.4 se presentan ciclos de histéresis y curvas de magnetización para diferentes valores de k. Nótese que los ciclos de histéresis y curvas de magnetización se modifican al cambiar k. Además, es importante resaltar, que conforme aumenta el valor de k mejores resultados teóricos se obtienen. Un aumeto en k significa mayor porcentaje del cambio en la energía magnetostática respecto al cambio en la energía total.

En seguida presentamos el análisis correspondiente a la influencia de la segunda expresión para la energía magnetostática, y después contrastamos resultados.

52 EFECTO DE LA ENERGIA MAGNETOSTATICA PROPORCIONAL A $[\tan \theta]^{a}$

Para esta segunda expresión se observa de la Fig.5.5 que la curva de magnetización teórica obtenida en este caso es muy semejante a la de la ref.(17,18). Para campos próximos al campo máximo los valores de la magnetización son ligeramente más grandes.

En cuanto a los ciclos de histéresis de la Fig.5.6 puede observarse que el ciclo actual posee las mismas características que el ciclo de histéresis obtenido sin considerar la energía magnetostática. Ahora el valor alcanzado para el campo coercitivo es más pequeño y, por lo tanto, más próximo al experimental, tabla V.2.

El brazo CD se hace más corto mejorando así los resultados teóricos, Fig.5.7. Sin embargo el valor calculado para la magnetización remanente m_r es más pequeño, tabla V.1, alejándose del experimental.

Es claro que la introducción de la energía magnetostática en la energía total del sistema mejora las predicciones teóricas. Evidentemente la expresión que da resultados más próximos a los experimentales es la primera : energía magnetostática proporcional al cubo de la deformación.

La energía magnetostática favorece la magnetización y la disminución del campo coercitivo como consecuencia de la tendencia del sistema a disminuir dicha energía. A mayor curvatura de la pared de dominio, mayor densidad de carga magnética, $\sigma = M \cdot n$, y por lo tanto mayor energía magnetostática. Para disminuir ésta es necesario reducir la deformación de la pared x'; la forma de hacerlo es desplazando la pared a una nueva posición.

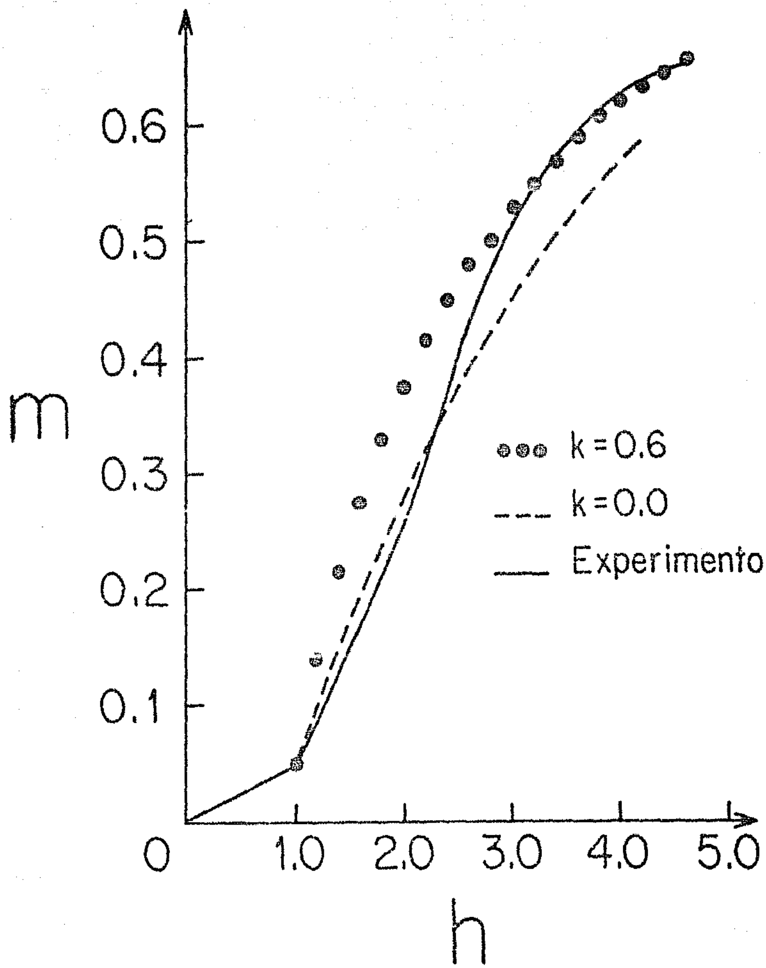
El acortamiento del brazo CD Figs.5.3y 5.7 se debe a la disminución del campo coercitivo.

Finalmente, la comparación de los nuevos resultados teóricos con los experimetales parece indicar que a pesar de que la contribución de la energía magnetostática a la energía total es pequeña, sus efectos no son despreciables. La magnetización toma valores más altos acercandose más a los experimentales.

En cuanto a las estimaciones para la energía magnetostática, es claro que la curva de magnetización en su parte irreversible da mejores resultados para campos grandes. La otra estimación es ligeramente diferente a la calculada en la referencias 17 y 18.

Para dar una expresión de la energía magnetostática más formal es necesario establecer una forma de la frontera que separa a los medios magnetizados a 180° y que represente adecuadamente el comportamiento fuera del grano. De tal forma que pueda calcularse la energía magnetostática formalmente, utilizando las condiciones de frontera y resolviendo la ecuación de Laplace y Poison. Esto será material para un estudio futuro.

Fig. 5.1 Curva de magnetización: ——— experimental; – – – referencias (17,19); •••••• con E_m proporcional al cubo de la deformación.



0.6
0.5
0.4
m
0.3
0.2
0.1
0
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
h
k=0.6
k=0.0
Experimento

Fig. 5.2 Ciclo de histéresis: - . - . experimental; — — — *referencias* (17,18); ····· *con* E_m *proporcional al cubo de la deformación.*

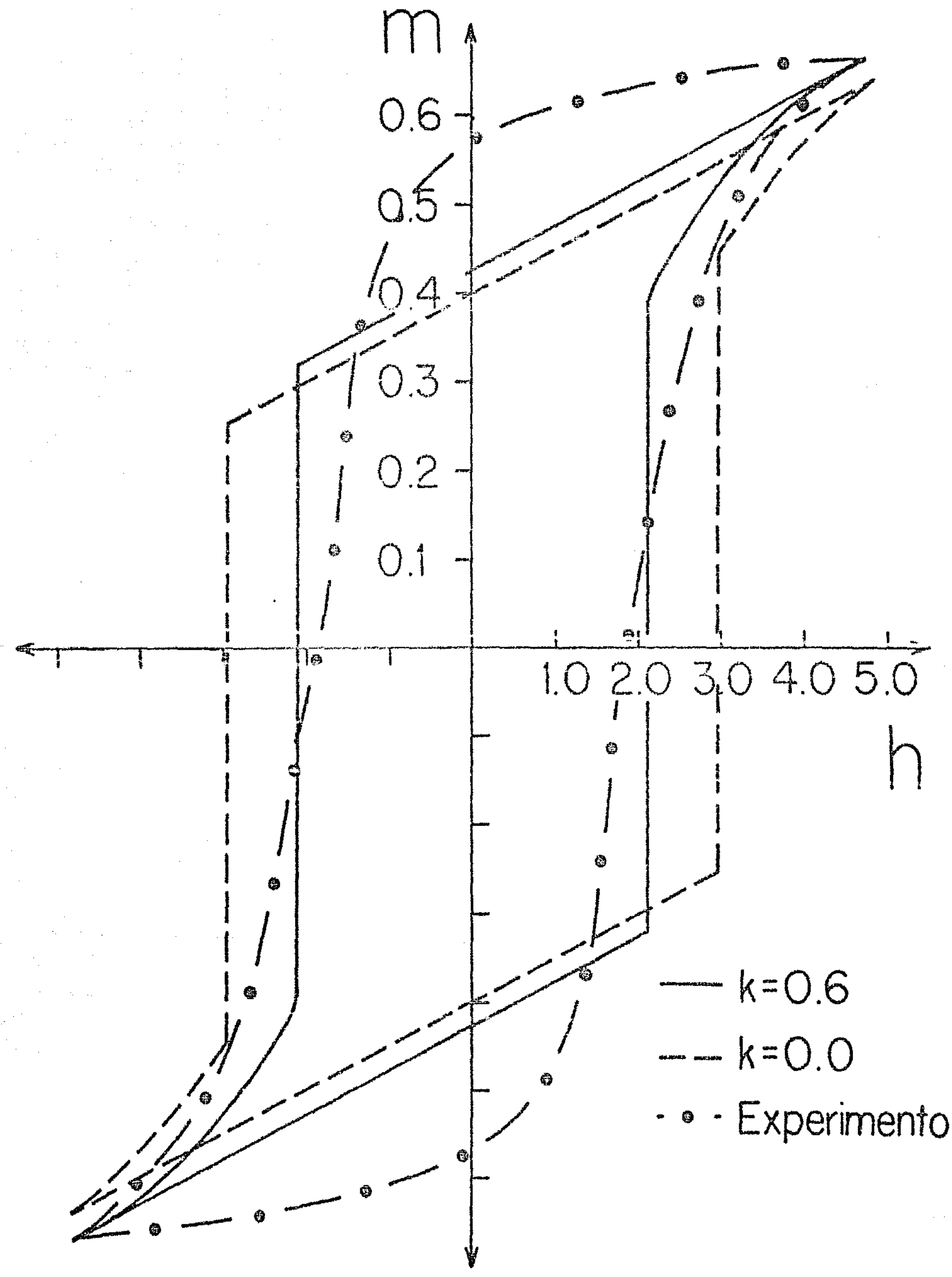

m
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
1.0 2.0 3.0 4.0 5.0
h
k=0.6
k=0.0
Experimento

Fig. 5.3 Comparación de la parte superior de los ciclos de histéresis: – – – referencias (17,18); ——— con E_m proporcional a x'^5.

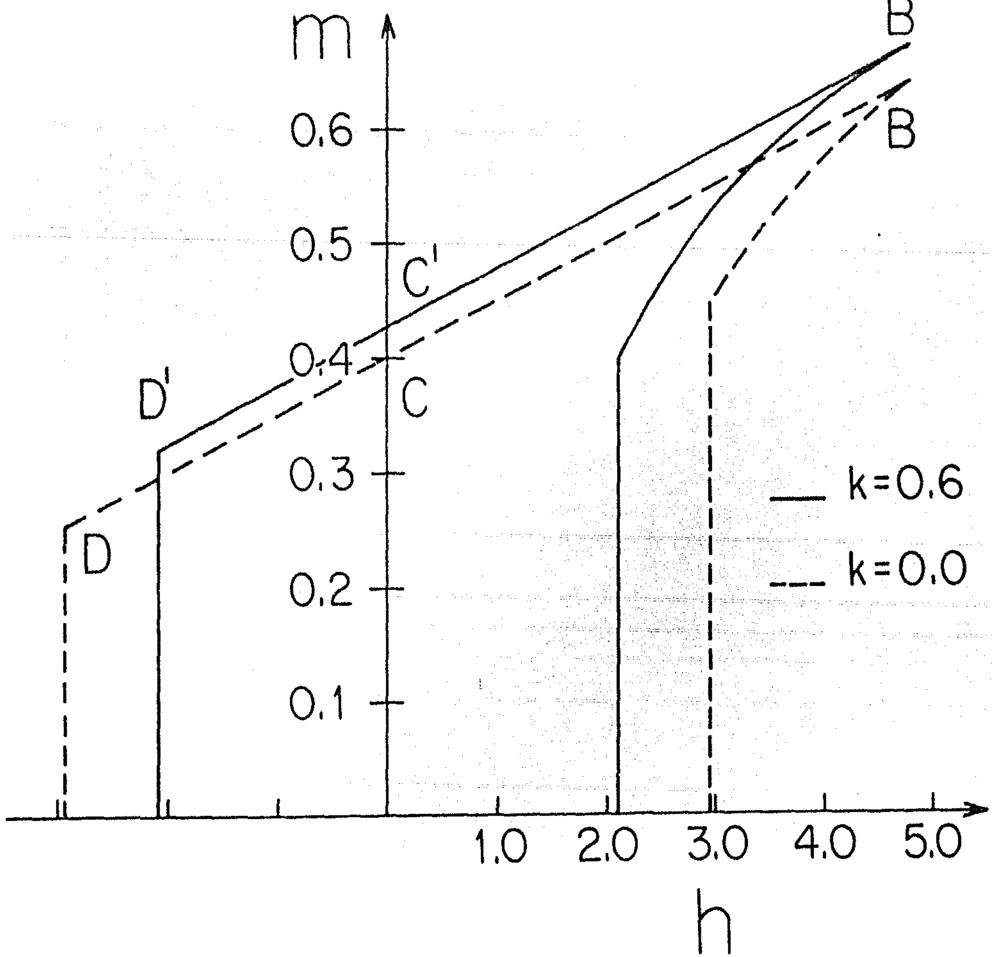

m
B'
B
C'
C
D'
D
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
k=0.6
k=0.0
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
h

Fig. 5.4 Variación del ciclo de histéresis con k.

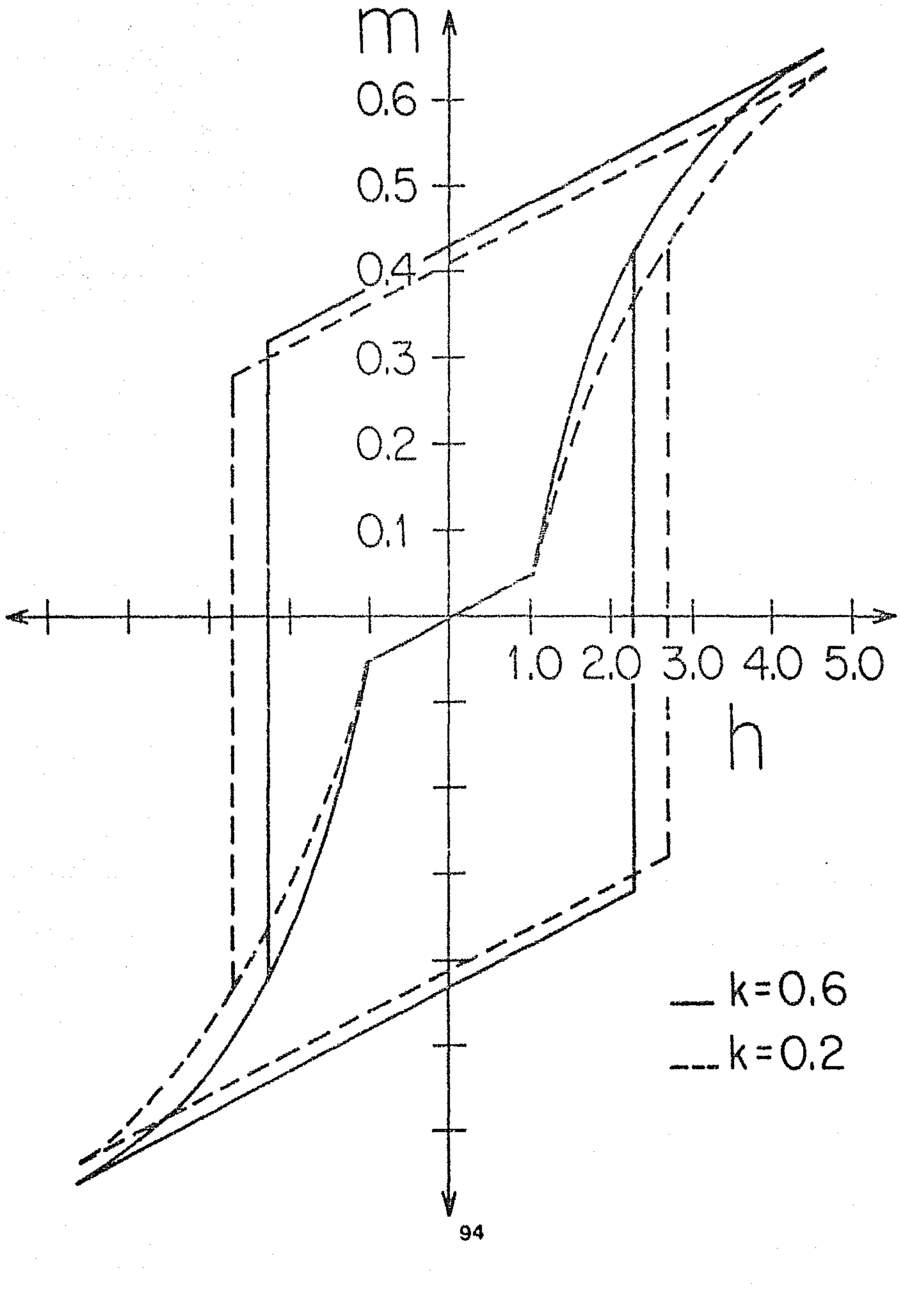

m
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
1.0 2.0 3.0 4.0 5.0
h
k=0.6
k=0.2

Fig. 5.9 Curva de magnetización: ——— experimental;
····· teórico con E_m proporcional a $[\tan\theta]^3$;
- - - referencias (17,18).

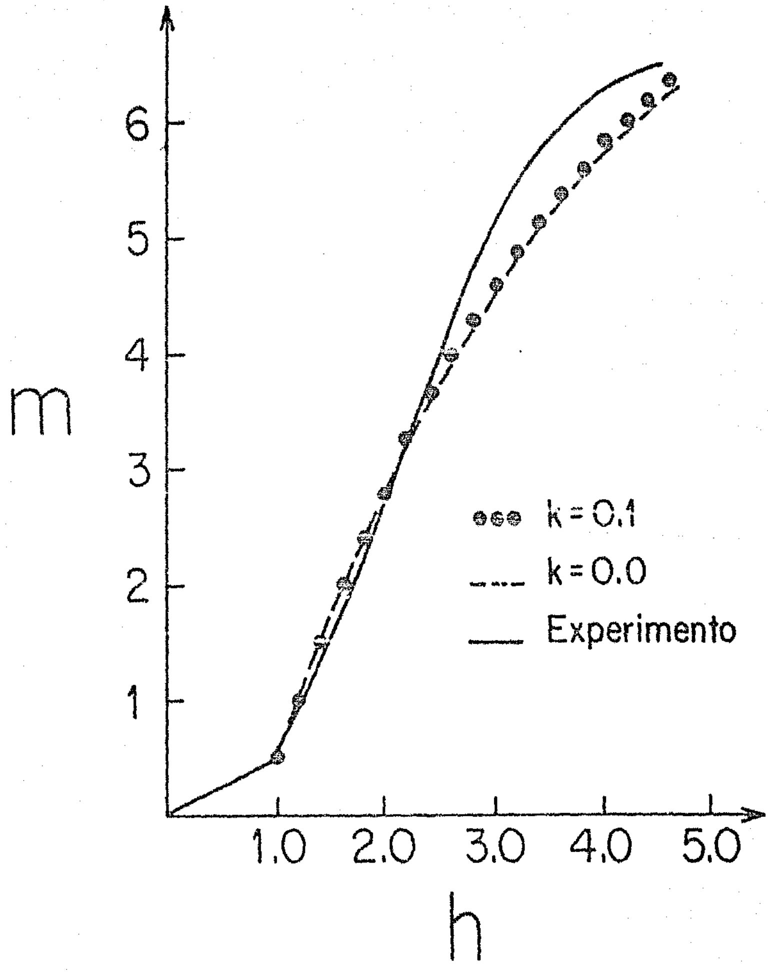

m
6
5
4
3
2
1
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
h
k = 0.1
k = 0.0
Experimento

Fig. 5.8 Ciclo de histéresis: - . - . *experimental;*
——— *teórico con E_m proporcional a $[\tan\theta]^3$;*
- - - *referencias (17,18).*

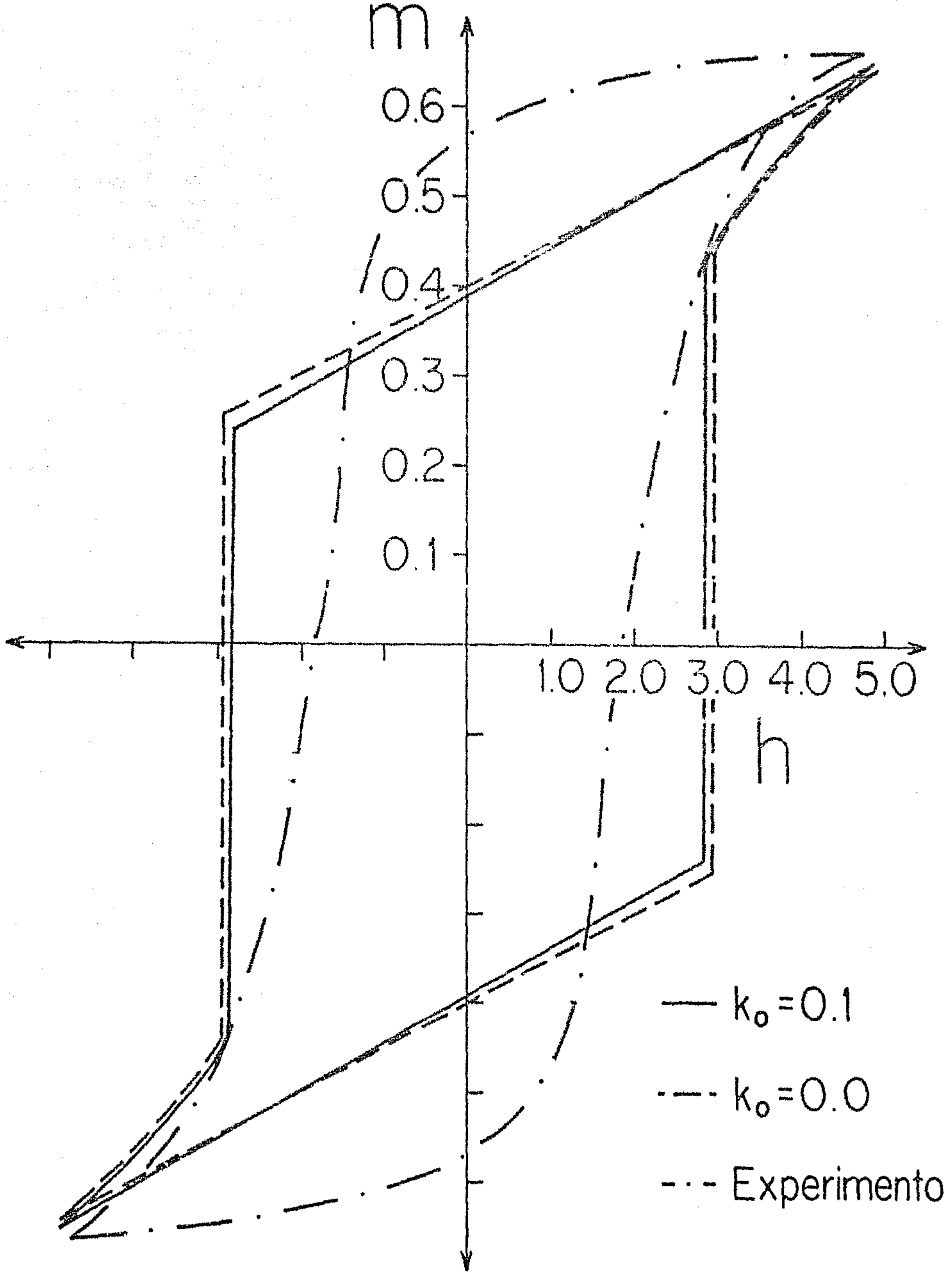
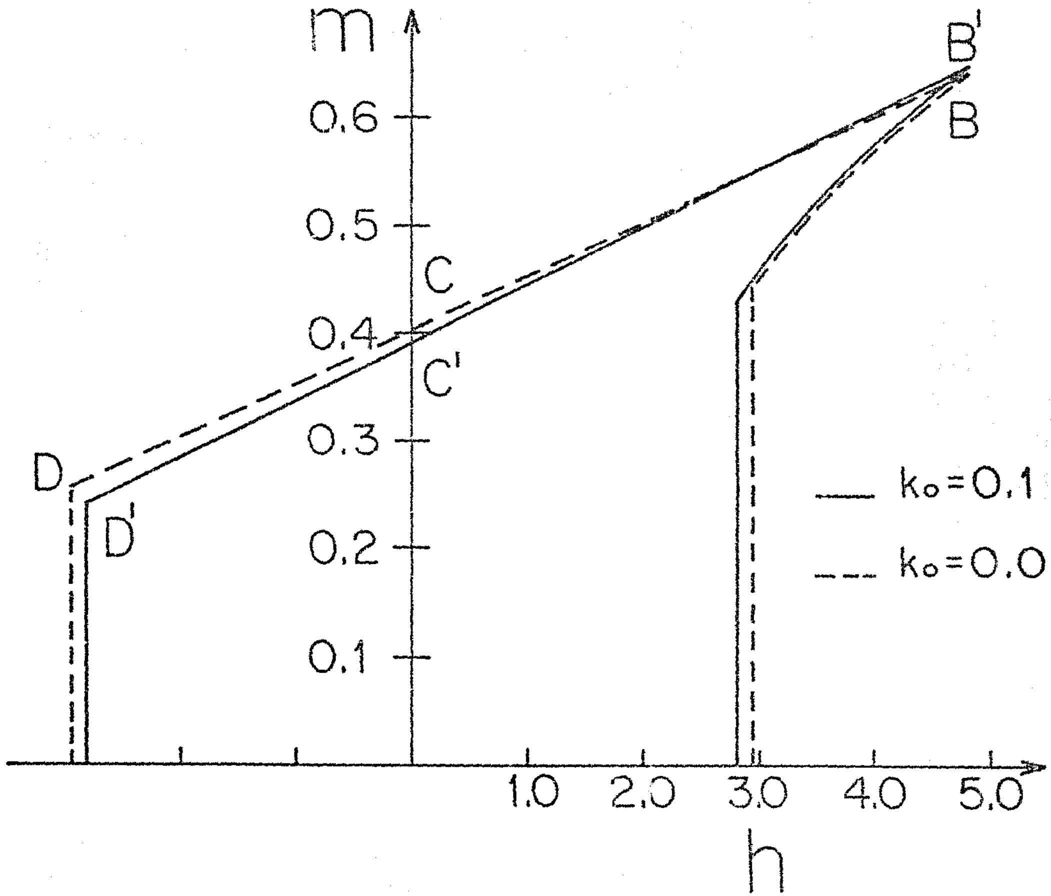
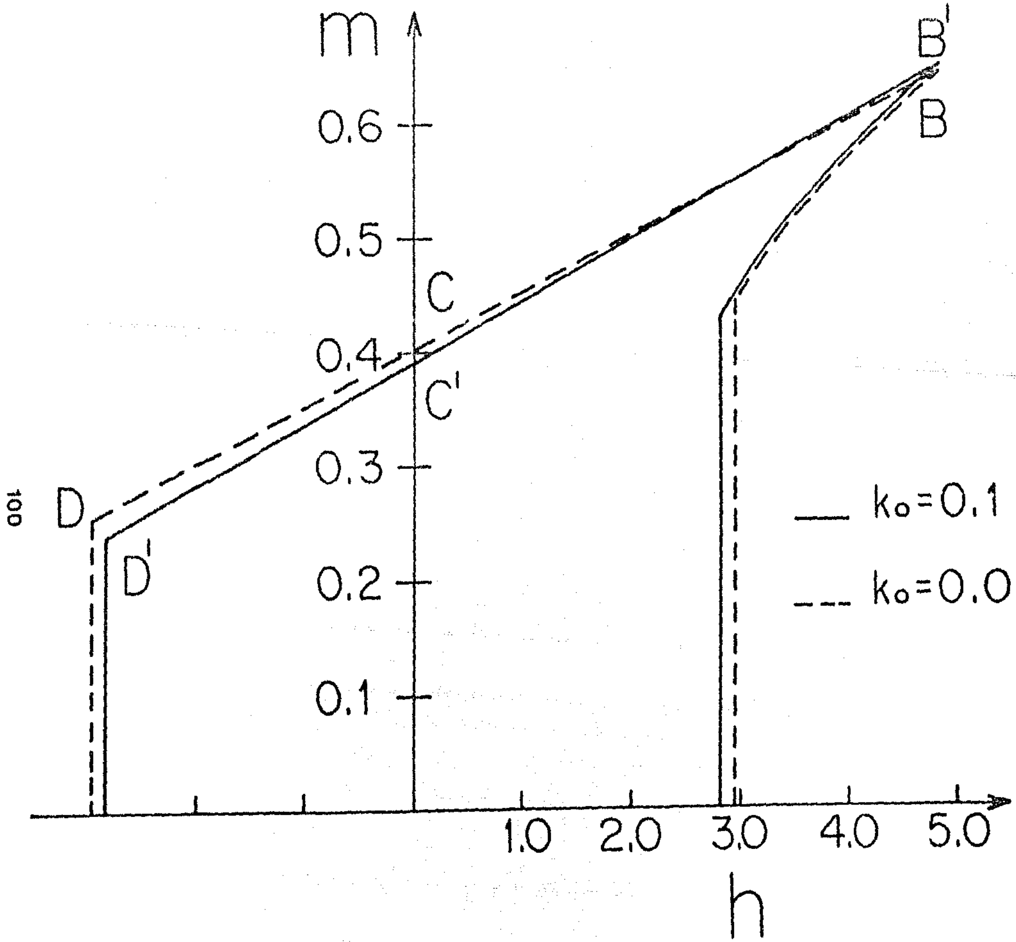

m
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
h
$k_o = 0.1$
$k_o = 0.0$
Experimento

Fig. 5.7 Comparación de la parte superior de los ciclos de histéresis: - - - referencias (17,18); ——— teórico con E_m proporcional a $[\tan\theta]^3$.


m
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
B'
B
C
C'
D
D'
$k_o=0.1$
$k_o=0.0$
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
h


m
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
B'
B
C
C'
D
D'
k_o=0.1
k_o=0.0
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
h

APENDICE A

En las siguentes líneas explicaremos la construcción de la curva de magnetización y ciclo de histéresis a partir del modelo de pared de dominio. Para su descripción nos basaremos en la figura 2.5.

La parte reversible OA se grafica por medio de la ecuación 2.10 haciendo $\zeta = 0$. λ ,$(\lambda > 0)$,estará dada por la correspondiente expresión obtenida para cada caso particular. El campo h se varía desde cero hasta uno.

La parte irreversible AB se obtiene a través de la ecuación 2.26. Para obtener ζ primero se resuelve la ecuación característica de campo crítico, para cada valor particular de h. En esta parte h se varía en forma ascendente desde $h > 1$ hasta un valor máximo particular h_{max}. Dados ζ y h se sustituyen en la expresión para λ y, finalmente, se obtiene la magnetización.

BC se traza por medio de la ecuación 2.26. Ahora se mantiene ζ fija y se varía h decrecientemente hasta anularlo.

La sección CD se traza con la ecuación 2.26. Se utiliza la expresión para $\lambda < 0$. ζ se mantiene fija y el campo se aumenta nagativamente desde cero hasta un valor particular del campo h_D, conocido como campo coercitivo. Este valor del campo se calcula a través de la ecuación para campos críticos negativos. Es el campo necesario para desplazar a la pared hacia el centro del grano.

En el punto D la pared se desancla al aplicar un campo h_D, y alcanza una nueva posición de equilibrio en E'. La magnetización salta del valor que tiene en D, al valor que tiene en E'.

Si el campo aplicado es $-h_{max}$, llegamos al punto E con una magnetización dada por el negativo del valor de ella en el punto B. Es calro que la magnetización seguirá la trayectoria DE'E.

La construcción del resto del ciclo, sección EFGB'B, es análoga a la de la sección BCDE'E, pero con el valor del campo correspondiente.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Kagánov, V. Tsukérnik; La Naturaleza del Magnetismo; Mir; Moscú (1985).

2. Soshim Chikazumi; Physics of Magnetism; Wiley, New York (1964).

3. M. A. Escobar; Predicción Analitica del Ciclo de Histéresis Ferromagnética (Tésis profesional); México (1983).

4. Richard M. Bozorth; Ferromagnetism; D. Van Nostrand Company, Inc.; New York (1953).

5. C. Kittel; Itroduction to Solid State Physics; fifth edition; Wiley; New York (1976).

6. Reitz-Milford; Fundamentos de la Teoría Electromagnética; UTEHA; Primera edición; México (1981).

7. J. K. Watson; Applications of Magnetism; Wiley; New York (1980).

8. E. Della Torre, C. V. Lango; The Electromagnetic Field; Allyn and Bacon; Boston (1969).

9. J. D. Jackson; Classical Electrodynamics; Second edition; Wiley; New York (1975).

10. C. Kittel; Physical Theory of Ferromagnetic Domains; R. of Modern Physics; 21 [4], 541 (1959).

11. H. J. Williams, S. M. Bozorth, W. Schockley; Magnetic Domain Patterns on Single Crystals of Silicon Iron; Phys. Rev., 75 [1], 155 (1948).

12. Soschim Chikazumi, Kenzo Suzuki; On the Maze Domain of Silicon Iron - Crystal; Journal of the Physical Society of Japan; 10 [7], 523 (1955).

13. M. A. Escobar, R. Valenzuela, L. F. Magaña; Analitical prediction of the magnetization and the ferromagnetic hysteresis loop; J. Appl. Phys. 54 [10], 5938 (1983).

14. M. A. Escobar, L. F. Magaña, R. Valenzuela; Effect of the grain size distribution on the magnetization curve; J. Appl. Phys. 57 [61], 2142 (1985).

15. L. F. Magaña; Calculation of the shape of the magnetic domain wall; Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 60, 318 (1986).

16. L. F. Magaña, M. A. Escobar, R. Valenzuela; Effect of the Grain Size Distribution on the Ferromagnetic Hysteresis Loop; Phys. Stat. Sol., 97, 875 (1986).

17. L. F. Magaña, M. A. Escobar, J. L. VÁzquez; Influnce of the shape of the grain on the magnetic curve and the ferromagnetic hysteresis loop; Journal of Magnetic and Magnetic Materials; 62, 17 (1986).

18. M. A. Escobar; Efecto de la distribución de tamaño de grano sobre la curva de magnetización y ciclo de histéresis (Tesis de Maestría en Ciencias); UNAM, México (1985).

19. H. Zijlstra; Domain-Wall Processes in Sm Co Powders; J. Appl. Phys., 41 [12], 4881 (1970).

20. C. Kittel; Theory of the Structure of Ferromagnetic Domains in Films and Small Particles; Phys. Rev., 70[11,12], 965 (1946).

21. John B. Goodenough; Interpretation of Domain Patterns Recently Found in BiMn and SiFe Alloys; Phys. Rev., 102 [2], 356 (1956)