

01180

24.1

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

RESPUESTA SISMICA EN DEPOSITOS ESTRATIFICADOS DE SUELO BLANDO

MIGUEL ANTONIO BRAVO DIAZ

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERIA

( MECANICA )

CIUDAD UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE 1988

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

Se presenta un método de frontera para estudiar la respuesta sísmica de depósitos bidimensionales de suelo blando con estratificación horizontal y geometría arbitraria, ante incidencia de ondas armónicas SH. No obstante que se resuelve el problema elástico lineal, se considera de manera aproximada el comportamiento viscoelástico del medio. El método hace uso de sistemas completos de soluciones para construir los campos de desplazamientos. Para el campo en la región no acotada se utilizan funciones de Green para un semiespacio. Para el campo en el medio estratificado se usan ondas planas representadas en términos del número de onda discreto. Como en este caso los estratos son paralelos, se utiliza el método de la matriz propagadora que permite que las condiciones de continuidad de desplazamientos y esfuerzos en las interfaces de los estratos, y la condición de superficie libre en la región estratificada se satisfagan de manera automática. A las condiciones de continuidad de desplazamientos y esfuerzos en la interfaz depósito-semiespacio se les aplica un tratamiento numérico, de forma tal que su error cuadrático sea mínimo. Esto conduce a evaluar numéricamente una integral de frontera. Se comparan resultados con los obtenidos con una solución analítica y con el método de elementos finitos. La comparación con la solución analítica muestra estabilidad de la so

lución y ambas exhiben una buena concordancia de los resultados. De estas y muchas otras pruebas se obtienen reglas empíricas sobre la asignación de valores a los parámetros de discretización numérica. Con objeto de mostrar el efecto de la irregularidad lateral en la respuesta en la frecuencia de un depósito estratificado de suelo blando, se presenta primero una comparación entre un modelo unidimensional y uno bidimensional para varios ángulos de incidencia. Posteriormente se estudia el efecto de la posición y el ángulo de incidencia en la respuesta en frecuencia del modelo bidimensional. Se analiza después la influencia de la irregularidad lateral en la respuesta en el tiempo de una señal. Se presentan estudios paramétricos en el dominio del tiempo para el depósito bidimensional considerando para ello distintos ángulos de incidencia y diferentes señales. Finalmente se muestra un procedimiento que combina este método con una solución geométrica que es adecuada y económica en alta frecuencia. Este procedimiento híbrido de mezclado de funciones en el dominio de la frecuencia permite obtener, para una clase de depósitos aluviales, sismogramas sintéticos confiables en todo el rango de frecuencias de interés en problemas prácticos de ingeniería sísmica para una clase de depósitos aluviales.

## ABSTRACT

A boundary method is presented to study the seismic response of soft soil stratified deposits of arbitrary shape under incidence of harmonic SH waves. Nevertheless the linear elastic problem is solved, viscoelastic behavior of the media is approximately considered. The procedure uses complete systems of solutions to build the displacement fields. For the field in the unbounded region, Green's functions for a half-space are used. For the field in the stratified media, plane waves expressed in terms of the discrete wave number are utilized. In this case, the matrix propagator method is used because the strata are parallel. This method allows that both, boundary conditions of continuity of displacements and tractions among the strata, and free boundary conditions in the stratified region be automatically satisfied. Boundary conditions of continuity of displacements and tractions in the deposit-half-space interface are numerically treated in such a way that the mean-square error be minimum. To assess the performance of the method, results are compared with those obtained with an analytical solution and the finite element method. Comparison with the analytical solution shows stability of the solution and both exhibit good agreement. Empirical rules are proposed to assess the calculation parameters. In order to show the effect of lateral irregularity of the stratified de-

posit in the frequency domain, a comparison is presented between a one-dimensional model and a two-dimensional one for several incidence angles. Then, the effect of the location and the incidence angle in the frequency domain of the two-dimensional model is studied. The influence of lateral irregularity is analyzed in the time domain response for a transient signal. Finally, a procedure that combines this rigorous method with an adequate and unexpensive approximate ray solution is presented. This hybrid procedure of merging functions in the frequency domain, allows to obtain reliable synthetic accelerograms and seismograms for a class of alluvial deposits in all the range of frequencies of interest in practical problems of earthquake engineering.

**RESUMEN**

**ABSTRACT**

1	INTRODUCCION .....	1
2	FORMULACION DEL PROBLEMA .....	9
3	SOLUCION NUMERICA .....	16
4	RESULTADOS .....	19
5	CONCLUSIONES .....	33
6	RECONOCIMIENTOS .....	36
7	REFERENCIAS .....	37

**TABLA**

**FIGURAS**

## 1. INTRODUCCION

Los efectos de las condiciones locales del terreno pueden influir significativamente en la respuesta sísmica de las edificaciones humanas, por lo que es conveniente considerarlos en la evaluación del riesgo sísmico.

La influencia de la topografía y geología local en las características del movimiento sísmico ha sido reconocida desde mediados de este siglo. Ya en un estudio pionero de Gutenberg (1957) se establece que los depósitos sedimentarios están generalmente expuestos a una mayor amplificación y que los registros sísmicos en tales sitios son más largos y complejos que los obtenidos en terreno firme. Tal es el caso del Valle de México. El comportamiento sísmico de los depósitos lacustres ha sido estudiado por numerosos investigadores ( e.g., Rosenblueth, 1952; Bustamante, 1954; Zeevaert, 1964; Herrera *et al.*, 1965 ). Es mucho lo que se ha aprendido de estos trabajos, tanto acerca del fenómeno de amplificación dinámica del movimiento, como de las características y comportamiento dinámico de las arcillas. Sin embargo, los desastrosos efectos que distintos temblores han ocasionado en la zona lacustre del valle muestran que aún se ignora mucho y que es necesario profundizar los estudios en este tema. En particular, para reproducir adecuadamente algunas características del

fenómeno de amplificación dinámica, se ha utilizado el modelo escalar unidimensional de propagación de ondas de cortante en medios estratificados ( Romo y Seed, 1986 ). Con él se han obtenido espectros de respuesta comparables con los calculados a partir de registros de temblores en sitios de origen lacustre de la Ciudad de México. Sin embargo, este modelo no permite reproducir características como la duración y amplificación del movimiento cuando se considera como señal de excitación una registrada en terreno firme que tenga poca influencia de la estratigrafía local ( Pérez-Rocha, *et al.*, 1987 ).

Recientemente, el análisis de datos experimentales relativos a la amplificación local ( Tucker y King, 1979; Griffiths y Bollinger, 1979 ) y observaciones de los daños producidos por temblores, han permitido mostrar que las irregularidades laterales pueden generar movimientos fuertes y dispares en sitios relativamente cercanos. Estudios realizados en Skopje, Yugoslavia, a raíz del temblor del 26 de julio de 1963 ( Poeski, 1969 ), sugieren que el enfocamiento de la energía sísmica por interfaces irregulares generó grandes amplificaciones del movimiento en zonas limitadas de la ciudad. Los estudios emprendidos como consecuencia de los daños ocasionados por los sismos de septiembre de 1985 en la Ciudad de México muestran que, si bien la respuesta unidimensional de los estratos más superficiales es importante, los efectos de la irregularidad lateral no pueden despreciarse. Las irregularidades laterales son, en muchos casos, un ingrediente fundamental para explicar la distribución de daños originados por los sismos. Como lo señalan Bard y Bouchon (1980a, b), en el estudio de los efectos de sitio es importante distinguir cuatro fenómenos: el efecto de la amplificación de los desplazamientos producidos por el contraste de impedancias entre los medios; la resonancia mecánica de estratos planos a las frecuencias críticas; la no linealidad de la respuesta del terreno, cuyo principal efecto es la atenuación de las altas frecuencias; y la influencia de las heterogeneidades laterales geológicas y topográficas que pueden originar atrapamiento y enfocamiento de la energía así como ondas superficiales.

A continuación se hace una revisión de las técnicas propuestas para estudiar estos problemas con fines predictivos y, en ese contexto, se presenta un método para estudiar el problema de amplificación dinámica en depósitos bidimensionales estratificados de suelo blando.

## 1.1 SOLUCIONES ANALITICAS

La respuesta sísmica de depósitos de suelo blando con irregularidades laterales se ha estudiado con modelos matemáticos sencillos mediante soluciones analíticas. Así, usando el método de separación de variables se han obtenido soluciones exactas para estudiar la difracción de ondas SH por depósitos aluviales con geometrías semicircular ( Trifunac, 1971 ) y semielíptica ( Wong y Trifunac, 1974 ). No obstante su relativa simplicidad, estos modelos permiten observar complicados fenómenos de interferencia que seguramente también se presentan en valles aluviales reales.

## 1.2 MÉTODOS NUMÉRICOS

Las escasas soluciones analíticas existentes contrastan con una gran diversidad de métodos aproximados los cuales, debido a las hipótesis adoptadas, tienen rangos de aplicación definidos. En general, los métodos aproximados permiten la solución de problemas cada vez más cercanos a la naturaleza del fenómeno de amplificación. Esto se debe en gran parte a la disponibilidad de computadoras de gran capacidad y velocidad que llevan a cabo cálculos que de otra manera sería imposible realizar. Recientemente se ha presentado una revisión de algunos de los métodos numéricos disponibles para estudiar el efecto de las irregularidades laterales en depósitos sedimentarios ( Sánchez-Sesma, 1987 ).

### 1.2.1 Soluciones geométricas

Los métodos geométricos, utilizando teoría de rayos, han permitido estudiar el movimiento del terreno en depósitos sedimentarios con interfaces irregulares ( Jackson, 1971; Hong y HelMBERGER, 1977; Lee y Langston, 1983; Rial, 1984, Sánchez-Sesma, et al., 1988 ). Estos proporcionan soluciones en el tiempo con un reducido esfuerzo computacional y, no obstante que son aproximados porque desprecian la difracción, proporcionan resultados confiables en alta frecuencia, lo que permite observar con claridad la importancia de la parte geométrica de la solución.

### 1.2.2 Métodos de dominio

Los métodos de elementos finitos ( *e. g.*, Streeter *et al.*, 1974; Smith, 1975; Joyner, 1975 ) y de diferencias finitas ( *e. g.*, Boore, 1972; Harmsen y Harding, 1981 ) permiten modelar depósitos de geometrías complicadas y con comportamiento no lineal de los materiales. En ambos métodos la ecuación diferencial que gobierna el movimiento se satisface de manera discreta en el dominio considerado. Sin embargo, la discretización del dominio, que debe ser más y más fina a medida que la frecuencia aumenta, y la necesidad de introducir fronteras ficticias para simular regiones no acotadas, limita el uso de estas técnicas pues los requerimientos de proceso y memoria son muy grandes. Podría esperarse que los avances en la computación aumenten la aplicabilidad de estas técnicas a corto plazo.

### 1.2.3 Métodos de frontera

Por otra parte se han desarrollado técnicas, llamadas de frontera, que son especialmente adecuadas para problemas como el de propagación de ondas, ya que permiten incorporar regiones no acotadas evitando con ello la introducción de fronteras ficticias. De esta forma el tratamiento numérico se reduce a satisfacer de manera aproximada las condiciones de frontera. Sin embargo, hay que hacer notar que estas técnicas están limitadas a problemas homogéneos y lineales relativamente simples. Uno de estos métodos es el del número de onda discreto ( Aki y Larner, 1970 ), que consiste en representar los campos de desplazamientos mediante una superposición de ondas planas de amplitudes complejas desconocidas propagándose en muchas direcciones. El movimiento se obtiene al hacer una integración sobre el número de onda horizontal y, bajo la suposición de periodicidad horizontal de la irregularidad, la integral se reemplaza por una suma infinita. Al truncar esta suma y aplicar las condiciones de continuidad de desplazamientos y tracciones en la interfaz, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales simultáneas para los coeficientes desconocidos. Bard y Bouchon ( 1980a, b ) aplicaron este método para analizar la respuesta sísmica de depósitos sedimentarios considerando varios parámetros reológicos y geometrías. El estudio muestra el importante papel que juega una interfaz no plana la cual produce, cuando las longitudes de onda son comparables con la profundi

dad del valle, ondas superficiales de amplitud mucho mayor que la asociada con la señal incidente. Para fuertes contrastes de impedancia entre los sedimentos y el semiespacio, los resultados obtenidos en el tiempo presentan una larga duración del movimiento dentro del depósito, producida por la generación local de ondas superficiales reflejadas varias veces en los extremos del valle. Estos mismos autores ( Bard y Bouchon, 1985) estudiaron también, con este método, la resonancia bidimensional de depósitos sedimentarios y encuentran que, tanto las frecuencias de resonancia bidimensionales como los valores de amplificación, difieren de lo que se obtiene con un modelo unidimensional.

Existen otras dos principales aproximaciones en los métodos de frontera. Una de ellas está basada en el uso de sistemas completos de soluciones ( Trefftz, 1926 ) y la otra en el uso de las ecuaciones integrales de frontera ( Cruse y Rizzo, 1968 ). El método de sistemas completos utiliza, para construir la solución, una combinación lineal de funciones linealmente independientes, no necesariamente ortogonales, que satisfacen la ecuación diferencial gobernante. Los coeficientes desconocidos se calculan de manera tal que las condiciones de frontera se satisfagan de manera aproximada. El desarrollo de este método ha sido guiado por una reciente teoría algebraica de problemas de valores en la frontera ( Herrera, 1984 ). En el problema elastodinámico las funciones deben satisfacer la ecuación reducida de Navier y, cuando se trata de medios no acotados, deben además cumplir con la condición de irradiación de energía elástica al infinito. Esta técnica se ha usado para estudiar la difracción de ondas SH por irregulares superficiales ( Sánchez-Sesma y Rosenbluth, 1979; Sánchez-Sesma y Esquivel, 1979; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982; England *et al.*, 1980 ), la respuesta sísmica ante incidencia de ondas P, SV y de Rayleigh por cañones ( Bravo, 1983; Sánchez-Sesma *et al.*, 1985 ) y por depósitos aluviales ( Dravinski, 1982a, b; Bravo y Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma, 1983; Bravo y Sánchez-Sesma, 1988 ). Con este método se ha estudiado también la difracción de ondas por medios estratificados de geometría irregular ( Dravinski y Mossessian, 1987 ).

La versatilidad de las técnicas de frontera permite su acoplamiento con métodos de dominio ( elemento finito o diferencias finitas ), de forma tal que el procedimiento híbrido resultante combina las cualidades de ambas técnicas ( Zienkiewicz *et al.*, 1977). Más aun, la incorporación de las técnicas de domi

nio y de frontera en un esquema unificador puede lograrse a través del método de los residuos pesados ( Ayala y Gómez, 1979; Herrera, 1984 ). Como un ejemplo de este procedimiento híbrido, Wong *et al.* (1985) y Mossessian y Dravinski (1987) combinan los sistemas completos de soluciones con el método de elementos finitos para estudiar la respuesta sísmica de irregularidades superficiales. La simplicidad de esta formulación de frontera ha permitido estudiar un problema sencillo de interacción dinámica ( Bravo y Sánchez-Sesma, 1987 ) como uno de difracción de ondas elásticas.

Por otra parte, el método de las ecuaciones integrales de frontera es aplicable cuando se conoce una solución fundamental o función de Green de la ecuación diferencial que gobierna el fenómeno. Se utiliza entonces la solución para reformular el problema de valores en la frontera como una ecuación integral ( o un sistema de ecuaciones integrales acopladas ) sobre la frontera del dominio del problema. En esta formulación integral del campo de desplazamientos, las soluciones fundamentales representan las contribuciones, tanto de las fuerzas de cuerpo como de las tracciones y desplazamientos en la frontera, al desplazamiento en un punto dado del medio analizado. Así, usando una representación integral de frontera propuesta por Banaugh y Goldsmith ( 1963 ), Wong y Jennings ( 1975 ) obtuvieron la respuesta sísmica de un cañón con geometría arbitraria. Las soluciones fundamentales que utilizan son funciones de Green para un semiespacio de forma tal que la ecuación integral puede reducirse a una integral finita que se resuelve numéricamente. Por otra parte, Sills ( 1978 ) utilizó el teorema de Green para representar el campo de desplazamientos en un punto interior del dominio con funciones de Green para el espacio completo. Al aproximar este punto interior a la frontera obtiene, en el límite, una representación integral del desplazamiento en la frontera. Con este método estudió la difracción de ondas por un promontorio.

Mediante un teorema de representación para el campo de desplazamientos ( Aki y Richards, 1980 ) Kawase (1988) estudió la respuesta de un cañón semicircular ante incidencia de ondas de cuerpo y de Rayleigh. Las funciones de singularidad en esta formulación integral ( funciones de Green para el semiespacio ) las obtiene por medio del número de onda discreto y son la versión discreta de la solución obtenida por Lamb ( 1904 ). El método de la ecuación integral de frontera usado por Bouchon *et al.* (1988) para estudiar la propagación

de ondas en medios estratificados con interfaces irregulares, se basa en la representación de las interfaces mediante distribuciones de fuerzas de cuerpo cuya irradiación es equivalente al campo de ondas difractado que producen las fronteras irregulares. Las funciones de Green se evalúan por el método del número de onda discreto. Se introducen matrices propagadoras para relacionar las distribuciones de fuerzas en las interfaces. Este método basado en una doble discretización ( en los dominios del espacio y del número de onda ), conduce a un sistema de ecuaciones lineales simultáneas que puede descomponerse en una combinación de matrices de estrato. La solución requiere así de la inversión de una matriz en cada interfaz.

También se han desarrollado procedimientos híbridos que combinan el método de las ecuaciones integrales de frontera con el método del elemento finito. Van Den Berg ( 1987 ) calcula la respuesta de una inclusión irregular finita en un semiespacio elástico ante incidencia de ondas SH. En este método híbrido el campo de ondas en la región acotada se formula mediante elementos finitos, mientras que el movimiento en el semiespacio se describe en términos de la representación integral.

### 1.3 METODO PROPUESTO

En este trabajo se presenta un método que permite estudiar la respuesta sísmica de depósitos aluviales bidimensionales de geometría arbitraria con estratificación horizontal ante incidencia de ondas armónicas, utilizando el método de frontera de los sistemas completos de soluciones. No obstante que aquí sólo se analizan ejemplos para el caso de ondas SH, el método puede extenderse al estudio de la respuesta sísmica de depósitos estratificados bidimensionales y tridimensionales axisimétricos, ante incidencia de ondas P y SV. Las soluciones que forman estos sistemas completos, satisfacen la ecuación para comportamiento elástico lineal del material. Con objeto de considerar entonces de manera aproximada el amortiguamiento viscoso, se introduce el módulo de rigidez complejo. El campo de desplazamientos en el semiespacio se construye con una serie de funciones de Green cuyas singularidades se localizan fuera de la región de interés. Para el campo de desplazamientos en el medio estratificado se utiliza una familia completa de ondas planas representadas en términos del nú-

mero de onda discreto. Dado que en este caso los estratos son paralelos, es posible utilizar el método de la matriz propagadora ( Haskell ) que permite satisfacer de manera automática las condiciones de continuidad de desplazamientos y tracciones en las interfaces de los estratos y la condición de superficie libre en la región estratificada. Las condiciones restantes por satisfacer en la frontera depósito-semiespacio, se tratan numéricamente tal que el error cuadrático sea mínimo; ello conduce a evaluar una integral de frontera. Dicha integral se calcula numéricamente con una regla de cuadratura gaussiana.

Con objeto de evaluar la bondad del método se presentan algunas comparaciones hechas con resultados obtenidos mediante una solución analítica y otra técnica numérica. Para mostrar el efecto de la irregularidad lateral en la respuesta, se presentan comparaciones en los dominios de la frecuencia y del tiempo entre un modelo unidimensional y uno bidimensional estratificados. Se estudia también el efecto de la posición y el ángulo de incidencia en la respuesta en frecuencia del modelo bidimensional. Se presentan entonces estudios paramétricos para el modelo bidimensional en el dominio del tiempo. Finalmente se muestra un procedimiento que combina, en el dominio de la frecuencia, soluciones de este método con las de una técnica aproximada de rayos para cierta clase de depósitos aluviales.

## 2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Considérese un semiespacio elástico lineal, homogéneo e isótropo E y un depósito superficial de suelo blando R de geometría arbitraria con estratificación horizontal, como se muestra en la figura 1. Se denota con  $\partial_1 R$ ,  $\partial_1 E$  y  $\partial R = \partial E$  respectivamente, a las fronteras libres de las regiones R y E y a la frontera común a ambos medios.

Se pretende encontrar el campo de desplazamientos  $v$  en la dirección normal al plano x-z de la figura 1, tanto en la frontera  $\partial_1 R$  como en la porción de  $\partial_1 E$  cercana a la región estratificada ante un frente plano de ondas armónicas SH. Se considera que las ondas arriban al depósito con un cierto ángulo de incidencia  $\theta$  medido a partir del eje vertical. El desplazamiento satisface la ecuación bidimensional de Helmholtz ( Achenbach, 1973 )

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + k^2 v = 0 \quad (1)$$

donde  $k = \omega / \beta =$  número de onda,  $\omega =$  frecuencia circular,  $\beta = \sqrt{\mu_0 / \rho} =$  velocidad de propagación de las ondas de cortante,  $\mu_0 =$  módulo de rigidez al cortante y  $\rho =$  densidad de masa.

En este modelo de comportamiento elástico lineal, la única forma de disipar energía es mediante la irradiación al infinito en el semiespacio E. Sin embargo, la disipación mediante la fricción entre partículas es importante, inclusive en niveles de comportamiento elástico; conviene por ello incluir, aún de manera aproximada, esta disipación adicional de energía considerando un modelo viscoelástico lineal.

Se han obtenido curvas esfuerzo-deformación a partir de pruebas de carga cíclica en muestras de suelo ( Woods, 1970 ). En el rango de interés práctico, estas curvas son independientes de la frecuencia y presentan un comportamiento histerético. Estos ciclos histeréticos son de forma elíptica, donde la pendiente del eje principal mayor corresponde a  $\mu_0$  y la relación entre los ejes principales depende de un factor de amortiguamiento interno  $\xi$ , llamado amortiguamiento histerético. Dado que  $\xi$  no depende de la frecuencia, es posible entonces incluirlo en la formulación elástica, introduciendo el concepto de módulo de rigidez complejo  $\mu$  como

$$\mu = \mu_0 ( 1 - 2\xi^2 + 2i\xi \sqrt{1 - \xi^2} ) \quad (2)$$

Este modelo viscoelástico lineal funciona adecuadamente en el dominio de la frecuencia. De esta manera se incluye en la formulación elástica el amortiguamiento interno del material.

Considérese que el desplazamiento tiene una dependencia armónica del tiempo dada por

$$v(x, z, t) = v(x, z, \omega) e^{i\omega t} \quad (3)$$

donde  $i = \sqrt{-1}$  y  $t$  = tiempo. De ahora en adelante se omitirá por simplicidad el factor  $e^{i\omega t}$ .

Sean  $v_E$  y  $v_R$  los campos de desplazamientos que son solución de la ec (1) en las regiones E y R, respectivamente. Las condiciones de frontera que se deben satisfacer en este problema son la continuidad de desplazamientos y tracciones en la interfaz  $\partial R = \partial E$  y tracción nula en ambas superficies libres  $\partial_1 R$  y  $\partial_1 E$ , las cuales pueden expresarse respectivamente como

$$v_E = v_R \quad \text{en } \partial R = \partial E \quad (4a)$$

$$t_E = t_R \quad \text{en } \partial R = \partial E \quad (4b)$$

$$t_R = 0 \quad \text{en } \partial_1 R \quad (5)$$

$$t_E = 0 \quad \text{en } \partial_1 E \quad (6)$$

donde  $t_E$  y  $t_R$  son las tracciones asociadas con las regiones E y R, respectivamente. La tracción es el esfuerzo asociado con una dirección particular;  $t_E = \mu_E \partial v_E / \partial n$  y  $t_R = \mu_R \partial v_R / \partial n$ , donde  $n =$  vector normal a la superficie en la cual se evalúa el esfuerzo. Además, el campo de desplazamientos  $v_E$  debe cumplir con la condición de irradiación al infinito (Sommerfeld, 1949; Kupradze, 1965). El campo de desplazamientos se forma mediante la superposición de la solución de campo libre, esto es la solución en ausencia de irregularidad, con los campos difractado y refractado producidos por la presencia del depósito estratificado. En el semiespacio esto puede escribirse como

$$v_E = v^{(0)} + v^{(d)} \quad (7)$$

donde  $v^{(0)}$  = solución de desplazamientos de campo libre y  $v^{(d)}$  = solución de desplazamientos del campo difractado. En la región estratificada se tiene

$$v_R = v^{(r)} \quad (8)$$

donde  $v^{(r)}$  = solución de desplazamientos del campo refractado.

## 2.1 DESPLAZAMIENTOS DEL CAMPO LIBRE

La solución de desplazamientos del campo libre  $v^{(0)}$  para la región E; que aparece en la ec (7), se forma mediante la superposición de ondas planas armónicas incidentes

$$v_1 = e^{-i\omega(x \sin \theta / \beta_E - z \cos \theta / \beta_E)} \quad (9)$$

y reflejadas

$$v_2 = e^{-i\omega(x\text{sen}\theta/\beta_E + z\text{cos}\theta/\beta_E)} \quad (10)$$

por la superficie libre del semiespacio. En las ecuaciones (9) y (10)  $\beta_E = \beta$  de la región E. Así, se tiene la solución de campo libre

$$v^{(0)} = v_1 + v_2 \quad (11)$$

que puede escribirse como

$$v^{(0)} = 2 \cos(\omega z \text{cos}\theta/\beta_E) e^{-i\omega x \text{sen}\theta/\beta_E} \quad (12)$$

Esta expresión satisface la ec (1) y la condición de tracción nula en  $z = 0$ .

## 2.2 DESPLAZAMIENTOS DEL CAMPO DIFRACTADO

Los desplazamientos del campo difractado  $v^{(d)}$  generado por la presencia de la irregularidad se pueden expresar mediante una combinación lineal de funciones de Green (soluciones fundamentales) que cumplan con la condición de irradiación al infinito y la de tracción nula en  $\partial_1 E$  ( ec. 6 ). Estas soluciones fundamentales representan fuentes lineales que propagan ondas SH cilíndricas en dirección radial a partir de su origen, único punto donde son singulares.

De esta forma, el campo difractado puede representarse por

$$v^{(d)} = \sum_{n=1}^N A_n G_n \quad (13)$$

donde  $A_n$  = coeficiente complejo desconocido y  $G_n$  = función de Green para una fuente lineal en el semiespacio. Esta función está dada por

$$G_n = \frac{1}{4} \left[ H_0^{(2)} \left( \frac{\omega}{\beta_E} r_n \right) + H_0^{(2)} \left( \frac{\omega}{\beta_E} r_n' \right) \right] \quad (14)$$

donde  $r_n = \left[ (x-x_n)^2 + (z-z_n)^2 \right]^{1/2}$  y  $r'_n = \left[ (x-x_n)^2 + (z+z_n)^2 \right]^{1/2}$  son, respectivamente, las distancias del punto de observación a la fuente lineal y a la imagen de la fuente ( Aquí  $(x, z)$  y  $(x_n, z_n)$  son las coordenadas del punto de observación y de la fuente, respectivamente ). En la ec. (14)  $H_0^{(2)}(\cdot) =$  función de Hankel de segunda especie y orden cero.

Con objeto de representar de una manera aproximada el campo difractado, las fuentes lineales se colocan a lo largo de una línea próxima y paralela a la frontera  $\partial R = \partial E$ , localizada fuera de la región E ( debido a su singularidad ). Esta representación de las ondas difractadas es la versión discreta de la ecuación integral de Helmholtz de primera especie que resulta de expresar el campo difractado en términos de una representación integral ( Sánchez-Sesma y Rosenblueth, 1979; Sánchez-Sesma y Esquivel, 1979 ).

### 2.3 DESPLAZAMIENTOS DEL CAMPO REFRACTADO

El campo de desplazamientos en la región estratificada, ec. (8), se construye con una combinación lineal de ondas planas propagándose en todas direcciones, mediante una representación con números de onda horizontales discretos. Para el caso de medios horizontalmente estratificados esto puede hacerse en términos de matrices propagadoras ( Thomson, 1950; Haskell, 1953 ) mediante las cuales el campo de desplazamientos y esfuerzos se expresa en función de los valores de estas cantidades en las fronteras del estrato. De esta forma se satisfacen automáticamente las condiciones de frontera, de continuidad de desplazamientos y tracciones, entre los estratos, y de tracción nula en la superficie libre  $\partial_1 R$ . Así, el desplazamiento en R se escribe como

$$u_R = \sum_{m=-M}^M B_m \ell_1(k_m, z, \omega) e^{-ik_m x} \Delta k, \quad (15a)$$

donde  $B_m =$  coeficiente complejo desconocido y  $\ell_1(k_m, z, \omega) =$  primer elemento del vector *desplazamiento-esfuerzo* para ondas de Love ( Aki y Richards, 1980 ) para el número de onda horizontal discreto  $k_m$ . La ec (14.a) es una discretización de la expresión

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B(k) \ell_1(k, z, \omega) e^{-ikx} dk \quad (15b)$$

con  $k_m = m \Delta k$  ( $\Delta k \leq \pi / a$  con objeto de evitar problemas con la periodicidad implícita en la discretización; aquí  $a =$  semiancho de la irregularidad) y  $k_H$  tal que en el estrato más blando se tengan solo ondas homogéneas. Esta última consideración se basa en la completez del sistema de ondas planas usado para representar el campo de desplazamientos en la región acotada ( Sánchez-Sesma, et al., 1982 ). El vector  $(\ell_1, \ell_2)^T$  es solución de una ecuación diferencial vectorial de primer orden obtenida a partir de la ecuación de movimiento (ec. 1) cuando se hace

$$v = \ell_1(k, z, \omega) e^{-ikx} \quad (16)$$

y

$$\mu \frac{\partial v}{\partial z} = \ell_2(k, z, \omega) e^{-ikx} \quad (17)$$

En un medio compuesto de estratos horizontales homogéneos, el vector *desplazamiento-esfuerzo* a una cierta profundidad  $z$ , puede expresarse en términos de la matriz propagadora  $P(z, z_0)$  y del vector *desplazamiento-esfuerzo* a la profundidad  $z_0$ , como

$$\begin{Bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{Bmatrix}_z = P(z, z_0) \begin{Bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{Bmatrix}_{z_0} \quad (18)$$

Mediante una aplicación repetida de la ec (18) se obtiene que

$$P(z, z_0) = P(z, z_{j-1}) P(z_{j-1}, z_{j-2}) \dots P(z_1, z_0) \quad (19)$$

para  $z_j \geq z \geq z_{j-1}$ , esto es, para  $z$  localizado en el  $j$ -ésimo estrato. La matriz propagadora para un estrato homogéneo está dada por

$$P(z, z_{j-1}) = \begin{bmatrix} \cos \eta_j (z - z_{j-1}) & (\eta_j \mu_j)^{-1} \sin \eta_j (z - z_{j-1}) \\ -\eta_j \mu_j \sin \eta_j (z - z_{j-1}) & \cos \eta_j (z - z_{j-1}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

donde  $\eta_j = \left[ \omega^2 / \beta_j^2 - k_m^2 \right]^{1/2}$ . En la ecuación anterior  $\mu_j = \mu$  y  $\beta_j = \beta$  en el  $j$ -ésimo estrato.

De esta forma los campos de desplazamientos  $v_E$  y  $v_R$  satisfacen la ecuación de movimiento ( ec. 1 ) y todas las condiciones de frontera del problema, excepto la continuidad de desplazamientos y tracciones en la interfaz común a ambas regiones  $\partial R = \partial E$  ( ecs. 4 ). Para satisfacer esta última condición, y debido a que ello no puede hacerse en forma analítica, es necesario recurrir a un tratamiento numérico.

### 3. SOLUCION NUMERICA,

Los coeficientes indeterminados  $A_n$  y  $B_m$  de las combinaciones lineales de soluciones de la ec. (1) para el campo difractado ( ec. 13 ) y el campo refractado ( ec. 15a ), respectivamente, se determinan a partir de las condiciones de frontera que falta satisfacer; continuidad de desplazamientos y tracciones entre las regiones R y E. Estas condiciones se satisfarán de tal forma que su error cuadrático

$$\epsilon = \int_{\partial R} \left\{ |u_E - u_R|^2 + c \left| \mu_E \frac{\partial u_E}{\partial n} - \mu_R \frac{\partial u_R}{\partial n} \right|^2 \right\} dS \quad (21)$$

sea mínimo. En la ec. ( 21 )  $n$  denota el vector normal a la superficie  $\partial R = \partial E$  y  $c$  = constante de normalización.

Para que  $\epsilon$  sea mínimo, se debe tener que

$$\frac{\partial c}{\partial A_n^*} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

y

$$\frac{\partial c}{\partial B_m} = 0, \quad m = -M, -M+1, \dots, M \quad (23)$$

donde el asterisco significa complejo conjugado. Ello conduce a un sistema de ecuaciones lineales simultáneas con la estructura siguiente

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

donde  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$  y  $a_{22}$  son submatrices de orden  $(N) \times (N)$ ,  $(N) \times (2M + 1)$ ,  $(2M + 1) \times (N)$  y  $(2M + 1) \times (2M + 1)$  respectivamente;  $b_1$  y  $b_2$  son vectores de orden  $(N) \times (1)$  y  $(2M + 1) \times (1)$ , respectivamente. Los elementos de tales submatrices y vectores son

$$(a_{11})_{l,n} = \int_{\partial R = \partial E} \left[ G_l G_n + c \mu_E^2 \frac{\partial G_l^*}{\partial n} \frac{\partial G_n}{\partial n} \right] dS \quad l, n = 1, \dots, N \quad (25)$$

$$(a_{12})_{l,m} = (a_{21})_{m,l}^* = - \int_{\partial R = \partial E} \left[ G_l^* L_m + c \mu_E \mu_R \frac{\partial G_l^*}{\partial n} \frac{\partial L_m}{\partial n} \right] dS \quad l = 1, \dots, N, \\ \dots \dots m = -M, \dots, M \quad (26)$$

$$(a_{22})_{q,m} = \int_{\partial R = \partial E} \left[ L_q^* L_m + c \mu_R^2 \frac{\partial L_q^*}{\partial n} \frac{\partial L_m}{\partial n} \right] dS \quad q, m = -M, \dots, M \quad (27)$$

$$(b_1)_l = - \int_{\partial R = \partial E} \left[ G_l^* v^{(0)} + c \mu_E^2 \frac{\partial G_l^*}{\partial n} \frac{\partial v^{(0)}}{\partial n} \right] dS \quad l = 1, \dots, N \quad (28)$$

y

$$(b_2)_q = \int_{\partial R = \partial E} \left[ L_q^* v^{(0)} + c \mu_R \mu_E \frac{\partial L_q}{\partial n} \frac{\partial v^{(0)}}{\partial n} \right] dS \quad q = \dots M, \dots M \quad (29)$$

En las ecs (26), (27) y (29)  $L_m = \ell_1(k_m, z, \omega) e^{ik_m x}$  y  $L_q = \ell_1(k_q, z, \omega) e^{ik_q x}$ .

Al efectuar las integrales (26), (27) y (29) se han elegido los números de onda horizontales discretos de forma que se encuentren igualmente espaciados dentro de un rango que abarque solo ondas planas homogéneas para el campo de desplazamientos en el estrato más blando.

Una vez evaluados numéricamente los coeficientes de la matriz y del vector de términos independientes de la ec. (24) se resuelve esta y se determinan los coeficientes  $A_n$  y  $B_m$ . Esto permite ahora evaluar los campos de desplazamientos tanto en la región E (ec. 7) como en la región R (ec. 8).

## 4. RESULTADOS

### 4.1 COMPARACION DEL METODO CON OTRAS SOLUCIONES

#### 4.1.1 Solución analítica

Con objeto de evaluar la precisión del método que aquí se presenta, se comparan resultados con los obtenidos con una solución analítica que utiliza el método de separación de variables ( Trifunac, 1971 ). El modelo estudiado consiste de un depósito cilíndrico semicircular homogéneo como el que se muestra en la figura 2. Los casos estudiados corresponden a dos valores de la frecuencia adimensional  $\eta = 0.50$  y  $1.00$  que se define como

$$\eta = \omega a / \pi \beta_E \quad (30)$$

y dos ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ$  y  $60^\circ$ . En la ec. (30)  $a$  = semiancho del depósito.

Para mostrar el efecto de la asignación de los parámetros de discretización en la precisión y convergencia de la solución, en la tabla 1 se presentan

resultados con tres juegos de parámetros y se comparan con la solución analítica. Se eligieron cinco puntos sobre la superficie libre en los cuales se evalúa la solución:  $x/a = \pm 1.5, \pm 0.5$  y  $0.0$ .

De los resultados mostrados se observa que al aumentar la frecuencia de análisis, es necesario aumentar el valor de los parámetros de discretización para asegurar una buena aproximación a la solución. Esto resulta claro si consideramos que al aumentar la frecuencia, la longitud de onda del campo de desplazamientos se reduce; entonces, si en un análisis se desea que el número de puntos de discretización en la frontera  $\partial R = \partial E$  permanezca constante por unidad de longitud equivalente a una longitud de onda, la discretización de la frontera deberá ser cada vez más fina. Por otra parte, los resultados también muestran que para una frecuencia y un ángulo fijos, la convergencia del método no es uniforme en todos los puntos sobre la superficie libre; en particular, es en la vecindad de los bordes del depósito en donde la solución converge más lentamente.

#### 4.1.2 Solución con un método de dominio

La segunda comparación de esta técnica es con el método de elementos finitos (Bielak, comunicación personal) para el caso de un depósito con variación de las propiedades con la profundidad. El modelo usado para comparación, que se muestra en la figura 3, consiste de un depósito cilíndrico semicircular con una variación lineal con la profundidad del módulo de rigidez al cortante y una relación de densidades constante con respecto al semiespacio.

En la figura 4 se presentan las amplitudes del desplazamiento en el rango  $-1.0 \leq x/a \leq 1.0$  sobre la superficie libre para un valor de la frecuencia adimensional  $\eta = 0.50$  y dos ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ$  y  $\theta = 60^\circ$ . Los resultados se obtuvieron considerando la región R compuesta de cincuenta estratos del mismo espesor. Para este ejemplo, el aumento del número de estratos (esto es, una discretización más fina para simular más fielmente la variación de las propiedades en la región R) prácticamente no modifica los resultados.

Con respecto a la elección del valor de los parámetros utilizados en la

aproximación numérica, la experiencia obtenida de las dos comparaciones anteriores y de otras muchas pruebas que aquí no se presentan, muestra que no es sencillo dar una regla general de asignación de parámetros. Esta situación se debe a que la frecuencia de análisis, la relación de impedancias entre los estratos y el semiespacio, y la geometría del depósito juegan un papel muy importante en la asignación adecuada de parámetros. Estos factores obligan entonces a que para cada modelo deban realizarse algunas pruebas para definir juegos de valores de los parámetros, confiables en un rango de frecuencias. Sin embargo es posible establecer, con base en razonamientos sobre la física del problema, algunas cotas mínimas generales sobre estos parámetros. Así, por ejemplo, conviene que al hacer la integración gaussiana de las condiciones de frontera en la interfaz  $\partial R = \partial E$ , la longitud de cada segmento sobre el que se efectúa la integración numérica sea de dimensiones comparables a la longitud de la onda más corta; entonces el número de segmentos en que debe subdividirse la frontera, multiplicado por tres puntos gaussianos por segmento, dará una estimación razonable del número mínimo de puntos de colocación sobre la frontera.

Por otra parte, la elección adecuada de los parámetros de discretización se refleja en la evaluación del error cuadrático de la solución (ec.21). Nuevamente, de la experiencia de las pruebas realizadas, se puede afirmar que una solución aceptable tendrá un error cuadrático medio normalizado, evaluado a lo largo de toda la frontera  $\partial R = \partial E$ , menor a 8%. La normalización consiste en dividir desplazamientos y tracciones residuales entre un desplazamiento y un esfuerzo, respectivamente, que caracterize al campo libre.

## 4.2 RESPUESTA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

### 4.2.1 Comparación con un modelo unidimensional

Para mostrar el efecto de la irregularidad lateral en la respuesta en la frecuencia de un depósito de suelo blando, se estudia un modelo de depósito cilíndrico de sección parabólica compuesto de dos estratos, tal como se muestra en la figura 5a. El depósito tiene un ancho de 10,500 m y una profundidad máxima de 446 m. Los espesores máximos de los estratos y la propiedades mecánicas consideradas de los distintos materiales son

	ESPESOR ( m )	VELOCIDAD $\beta$ ( m/seg )	PESO ESPEC. $\gamma$ ( ton/m <sup>3</sup> )	AMORTIGUAMIENTO $\xi$
ESTRATO 1	46	428	1.6	0.025
ESTRATO 2	400	600	1.7	0.020
SEMIESPACIO	---	1500	2.0	0.000

Se comparan primeramente los resultados entre un modelo unidimensional ( 1-D ) compuesto de dos estratos con las mismas propiedades del modelo bidimensional ( 2-D ). Los espesores de los estratos del modelo 1-D ( figura 5b ) corresponderían a los de un sondeo localizado en el centro del depósito 2-D, esto es, en  $x/a = 0.0$ .

Los resultados de estas comparaciones se presentan en términos de funciones de transferencia. La función de transferencia (  $H(\omega)$  ) es una gráfica de frecuencia vs amplitud, que muestra la relación de amplitudes del desplazamiento en algún punto sobre la superficie libre del depósito con respecto al desplazamiento de campo libre en el interior del medio (  $| v/v_0 |$  ), ante incidencia de ondas armónicas SH en un rango de frecuencias.

En la figura 6 se muestran las funciones de transferencia del modelo 1-D en el rango de frecuencias de 0 a 1.1 Hz, para cinco ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$ . Estas funciones presentan un mismo patrón de comportamiento y solamente hay diferencias en las amplitudes de las ordenadas; se muestra con ello que la forma de la función de transferencia en el modelo 1-D es prácticamente insensible al ángulo de incidencia. Observamos en esta figura que cada función presenta sólo dos frecuencias de resonancia en el rango mostrado y que sus amplitudes decrecen a medida que aumenta el ángulo de incidencia, medido a partir de la vertical. En las figuras 7 a 11 se presentan por parejas las funciones de transferencia 1-D y 2-D para cada uno de los ángulos de incidencia y para el mismo rango de frecuencias de la figura 6. La comparación entre ambos modelos muestra que la respuesta 2-D es siempre más compleja, ya que en todos los casos se presentan más frecuencias de resonancia ocasionadas por el confinamiento lateral del modelo. Se observa también que el comportamiento similar entre las funciones 1-D no se presenta entre las funciones 2-D; así, en la figura 7 para  $\theta = 0^\circ$  hay en el modelo 2-D ocho frecuencias de resonancia mientras que para  $\theta = 15^\circ, 30^\circ$  y  $45^\circ$  ( figuras 8, 9 y 10 respectivamente

te ) hay siete frecuencias de resonancia, y para  $\theta = 60^\circ$  ( figura 11 ) hay sólo seis. En general, las frecuencias de resonancia del modelo 1-D no coinciden exactamente con las del modelo 2-D. Así, mientras que para  $\theta = 0^\circ$  y  $15^\circ$  la frecuencia fundamental del modelo 2-D es más alta que la del modelo 1-D, para  $\theta = 30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  la situación es a la inversa. Además, de todas las frecuencias de resonancia del modelo 1-D, la frecuencia fundamental es la de mayor amplitud, independientemente del ángulo de incidencia; esta situación no persiste en el caso de modelo 2-D, ya que en el rango de frecuencias estudiado, sólo para  $\theta = 60^\circ$  ( figura 11 ) la frecuencia de resonancia fundamental es la de mayor amplitud.

A pesar de las marcadas diferencias de comportamiento entre ambos modelos es posible observar también, al menos en este ejemplo, un efecto notable consistente en que la función de transferencia 2-D puede considerarse, según se aprecia en las figuras, como una función 1-D a la que está adicionada otra función. Esta otra función sería entonces exclusivamente imputable a la difracción múltiple producida por la irregularidad lateral.

#### 4.2.2 Efecto de la posición de las estaciones y del ángulo de incidencia

Para mostrar ahora el efecto de la posición de las estaciones y del ángulo de incidencia en la respuesta en frecuencia del modelo 2-D se exhiben en las figuras 12 a 16 resultados para cinco ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , respectivamente, del modelo de depósito de sección parabólica mostrado en la figura 5a. En cada una de las figuras 12 a 16 se presentan tres funciones de transferencia en el rango de 0 a 1 Hz correspondientes a las estaciones sobre la superficie del depósito estratificado colocadas en  $x = -2625$  m ( $x/a = -0.5$ ),  $x = 0$  m ( $x/a = 0$ ) y  $x = 2625$  m ( $x/a = 0.5$ ). Puede observarse en las figuras 12 a 14 ( $\theta = 0^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $30^\circ$ , respectivamente), que la frecuencia de resonancia fundamental correspondiente a la estación  $x/a = 0.0$  (centro del depósito) es en los tres casos la de mayor amplitud de todas las las frecuencias de resonancia presentes en cada una de las tres figuras. Para el caso  $\theta = 45^\circ$  ( figura 15 ) la frecuencia fundamental de la función evaluada en  $x/a = 0.5$  es la de mayor amplitud. Para  $\theta = 60^\circ$  ( figura 16 ) la frecuencia de mayor amplitud, no solo de esa figura sino también de las cuatro anterio-

res, es la frecuencia de resonancia fundamental correspondiente a la estación  $x/a = -0.5$ .

Otro aspecto que merece mencionarse en estas comparaciones entre funciones de transferencia evaluadas en distintos puntos y para diferentes ángulos de incidencia, es el de la energía asociada con la función. Dado que la respuesta en frecuencia de la señal refleja la capacidad del depósito de amplificar o reducir el movimiento mediante el enfocamiento de la energía que recibe, es posible identificar entonces, para un cierto ángulo de incidencia, aquellos puntos sobre la superficie del depósito en los que se concentra la energía. De esta manera, para una mayor área bajo la curva de la función de transferencia, la energía recibida es mayor. Por ejemplo, para  $\theta = 0^\circ$  ( figura 12 ), la energía recibida en los tres puntos para los cuales se calculó la función de transferencia es aproximadamente la misma. Sin embargo, a medida que aumenta el ángulo de incidencia, la energía tiende a concentrarse del lado incidente del depósito, llegando a su valor más alto para  $\theta = 60^\circ$  en la estación  $x/a = -0.5$  ( figura 16 ).

#### 4.3 RESPUESTA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Los resultados presentados hasta ahora en términos de funciones de transferencia  $H(\omega)$ , nos muestran el efecto de la estratigrafía y topografía ( para el caso bidimensional ) locales, cuando inciden ondas armónicas SH con dependencia del tiempo dada por el factor  $e^{i\omega t}$ . Esta respuesta en frecuencia es importante ya que permite observar ciertas características del fenómeno de amplificación dinámica. Sin embargo, es también importante estudiar este fenómeno cuando inciden señales de tiempo  $f(t)$  ( e.g. acelerogramas, sismogramas ) más complejas. Con objeto de introducir el efecto que la estratigrafía y geología locales producen en la señal  $f(t)$  se recurre a la integral de Fourier ( e.g. Newland, 1975 ), que permite expresar dicha señal como

$$f(t) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (31)$$

donde  $f(\omega)$  = transformada de Fourier de  $f(t)$ .

Entonces la historia de desplazamientos en algún punto de la superficie

del medio estratificado puede obtenerse como

$$v(t) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) H(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (32)$$

donde  $H(\omega)$  es la función de transferencia en el punto de la superficie en donde interesa conocer el movimiento.

#### 4.3.1 Comparación con el modelo unidimensional

Se muestra ahora para el modelo de depósito estratificado, el efecto de la irregularidad lateral en la respuesta en el tiempo de una señal transitoria. Los modelos 1-D y 2-D estudiados son los mismos que se consideran en la sección 4.2.1 cuando se comparan resultados en el dominio de la frecuencia ( figura 5a para el modelo 2-D y figura 5b para el modelo 1-D ).

Se utilizan dos señales transitorias, conocidas como pulsos de Ricker, que se muestran en las figuras 17a y 18a, y cuyas expresiones analíticas son

$$f_1(t) = c ( a^2 - 0.5 ) e^{-a^2} \quad (33a)$$

y

$$f_2(t) = c a e^{-a^2} \quad (34a)$$

respectivamente, donde  $a = \pi ( t - t_s ) / t_p$ . Aquí  $t_s$  = tiempo de retraso del inicio de la señal y  $c$  = constante de normalización de amplitud de la señal. El parámetro  $t_p$  corresponde al inverso multiplicativo (  $1/t_p$  ) de la abscisa para la cual la transformada de Fourier del pulso ( esto es, la representación de la señal en el dominio de la frecuencia ) adquiere la amplitud máxima. Por esta razón  $t_p$  se conoce como periodo característico del pulso. En las figuras 17b y 18b se exhiben también las amplitudes en frecuencia de las señales dadas por las ecs. (33a) y (34a) respectivamente, y cuyas expresiones analíticas son

$$f_1(\omega) = -(c/\pi) t_p b^2 c^{-b^2} e^{-i\omega t_s} \quad (33b)$$

y

$$f_2(\omega) = -1 (c/\pi) t_p b e^{-b^2} e^{-i\omega t_s} \quad (34b)$$

respectivamente, donde  $b = (\omega / 2\pi) t_p$ .

En las figuras 19 y 20 se muestran las respuestas en el tiempo, para las señales  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  ( ecs. 33a y 34a ) respectivamente, de los modelos 1-D y 2-D. En cada figura se muestran resultados para cuatro valores de  $t_p = 2, 3, 4$  y 5 seg, y cinco ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$ . Estos cálculos fueron hechos usando la transformada rápida de Fourier ( Cooley y Tukey, 1965 ) con una frecuencia máxima  $f_{\max} = 1.0$  Hz ( conocida también como frecuencia de Nyquist ). De los resultados de ambas figuras se observa que hay notable diferencia entre la respuesta 1-D y 2-D. El movimiento en la superficie libre del modelo 1-D es simple y está formado básicamente por el pulso incidente amplificado y modificado en su parte final al que le sigue, en algunos casos, un movimiento amortiguado de escasa amplitud. La respuesta para el modelo 2-D es más compleja; en efecto, dicha respuesta está formada por el pulso incidente amplificado y modificado, en general, en forma ligeramente distinta a la del caso 1-D; sin embargo, la segunda parte del movimiento, constituida principalmente por las ondas difractadas por la irregularidad, es muy importante en algunos casos. Por ejemplo, para  $t_p = 2$  y 3 seg hay arribos bien identificados de las ondas generadas por la irregularidad lateral. Estas llegadas secundarias de energía producen un alargamiento de la duración con respecto a la respuesta del modelo 1-D hasta en más de ocho segundos en ciertos casos, con amplitudes máximas superiores incluso a la amplitud máxima de la llegada directa del pulso.

Otra importante diferencia entre los resultados 1-D y 2-D es que mientras que la segunda parte de la respuesta 1-D es de menor amplitud a medida que aumenta el ángulo de incidencia ( inclusive para algunos casos en que  $\theta = 60^\circ$ , tal segunda parte es nula ), la respuesta 2-D es de mayor amplitud al aumentar el ángulo de incidencia.

#### 4.3.2 Comportamiento de un depósito bidimensional

Se presentan ahora resultados en el dominio del tiempo para el caso de incidencia de las señales  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  ( ecs. 33a y 34a ) en el depósito estra-

tificado mostrado en la figura 5a. Se utiliza nuevamente la transformada rápida de Fourier con  $f_{\max} = 1.1$  Hz. Se analizan 81 estaciones igualmente espaciadas sobre la superficie libre del depósito, en el rango  $-5250 \text{ m} \leq x \leq 5250 \text{ m}$  ( la distancia entre estaciones adyacentes es de 131.25 m ). En las figuras 21, 22 y 23 se presentan los resultados para los ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $60^\circ$  respectivamente, para la señal  $f_2(t)$ . En cada figura se muestran las respuestas en el tiempo de las 81 estaciones para cuatro periodos característicos del pulso  $t_p = 1, 2, 3$  y 4 seg. De los resultados mostrados se observa que después del arribo directo del pulso, llegan ondas que tienen como origen los extremos del depósito. Esta llegada secundaria de energía puede en algunos casos viajar a todo lo ancho del depósito, lo que produce desplazamientos del terreno registrados hasta quince segundos después del primer arribo ( por ejemplo: para  $\theta = 0^\circ$  con  $t_p = 2$  seg en la figura 21; para  $\theta = 30^\circ$  con  $t_p = 1$  y 2 seg en la figura 22; para  $\theta = 60^\circ$  con  $t_p = 1$  seg en la figura 23 ). En algunas estaciones se observa también que, no obstante que la duración del movimiento producida por el arribo directo llega a ser de entre cinco y ocho segundos para un modelo unidimensional, para el modelo bidimensional la duración continua del movimiento fuerte alcanza hasta los quince segundos ( por ejemplo: para  $\theta = 60^\circ$  con  $t_p = 2, 3$  y 4 seg en la figura 23 ). Por otra parte, a medida que el ángulo de incidencia de la señal es mayor, las ondas generadas por el extremo del depósito más oculto al frente de onda incidente son de menor amplitud. Se observa también que la energía difractada por las orillas se dispersa más a medida que viaja por el medio, mientras más grande es el periodo característico de la señal.

Finalmente, en esta sección se presentan resultados evaluados en las mismas 81 estaciones del depósito bidimensional estratificado, considerando ahora que la señal incidente es de la forma  $f_1(t)$ . En las figuras 24 y 25 se muestran las respuestas de las estaciones cuando  $t_p = 3$  y 4 seg, respectivamente. En cada figura se exhiben resultados para cuatro ángulos de incidencia:  $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$ . De la comparación de resultados correspondientes al mismo periodo característico del pulso y mismo ángulo de incidencia para las funciones  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  usados como señal de entrada, es evidente la semejanza de la respuesta del depósito a la llegada de las ondas difractadas; la duración de los movimientos es también similar.

#### 4.4 SOLUCIONES HÍBRIDAS PARA ALTA FRECUENCIA

##### 4.4.1 Descripción del método para alta frecuencia

Los resultados presentados en las secciones anteriores muestran claramente la diferencia de respuestas, en los dominios de la frecuencia y del tiempo, entre un modelo unidimensional y uno bidimensional de un depósito estratificado de suelo blando. Se exhibió también la variabilidad de la respuesta en el tiempo del depósito 2-D, cuando la señal incidente cambia en su contenido de frecuencias y en su ángulo de llegada.

Estos resultados, aunados a los numerosos estudios realizados sobre el tema, muestran la importancia del efecto de las irregularidades laterales en la respuesta sísmica de depósitos de suelo blando. Sin embargo, es claro también que la aplicación de estos modelos en aspectos prácticos de la ingeniería sísmica ( evaluación del riesgo sísmico, estudios de microzonificación y diseño sísmico ) requiere aún de grandes esfuerzos. Ello es debido principalmente a que el costo que hay que pagar por considerar hipótesis menos restrictivas es el uso de grandes recursos de cómputo. En particular, en el método aquí usado, ya se ha comentado sobre la necesidad de considerar que el valor de los coeficientes de discretización del modelo numérico debe ser acorde con la física del problema si se desean obtener resultados confiables. Ello implica que a medida que la frecuencia de análisis aumenta, la integración del error cuadrático sobre la frontera  $\partial R = \partial E$  se torna más fina, y también que el campo difractado por la irregularidad, y el campo refractado en la región estratificada de deben ser más fieles. Así, el sistema de ecuaciones lineales ( ec. 24 ) crece también al aumentar la frecuencia. Las pruebas hasta ahora realizadas indican que la aplicación en problemas prácticos del método aquí utilizado se encuentra restringida a frecuencias que difícilmente pueden exceder de pocos Hertz.

Se han obtenido resultados confiables y con muy poco esfuerzo computacional sobre la respuesta sísmica de depósitos de suelo blando con un método basado en la teoría geométrica de rayos ( Sánchez-Sesma *et al.*, 1988 ). Se ha encontrado que para cuñas con ángulos de la forma  $\pi / 2N$  donde  $N = 1, 3, 5, \dots$  apoyadas sobre una base rígida con movimiento armónico dado por  $u_0 \exp(i\omega t)$ , el movimiento en la superficie puede construirse con una suma de ondas planas que

parten simultáneamente del vértice con ángulos  $\pm \theta_j$  para  $j = 0, 1, 2, \dots, M$  y  $M = (N-1)/2$ . Para esta selección del ángulo de la cuña no hay difracción. En la figura 26 se muestra una familia completa de rayos para una cuña de ángulo  $\pi / 2N = 18^\circ$  ( $N = 5$ ). Es claro de la observación de la figura que el número de rayos que contribuyen a la solución en cada punto es igual a  $N$ .

Los resultados anteriores pueden extenderse a una base rígida con movimiento armónico sobre la que se apoya un depósito triangular simétrico formado por dos cuñas iguales de la forma  $\pi / 2N$ , donde  $N = 3, 5, 7, \dots$ . En la figura 27 se presenta la forma del depósito para el caso  $N = 5$ . Para un valor de  $N$  dado, existen  $(N+1)/2$  familias de trayectorias de rayos que en sus extremos son normales a la base rígida. Estas  $(N+1)/2$  familias de trayectorias tienen longitudes  $L_j = 2a \cos \theta_j$ , con  $j = 0, 1, 2, \dots, M$ , donde  $a =$  semiancho del depósito y  $M = (N-1)/2$ . El ancho de la banda en la cual es válida una determinada trayectoria de rayos es  $W_j = L_j \tan \pi/2N$ . En la figura 28 se muestran las tres familias de rayos o bandas para el caso  $N = 5$ . En ella se exhiben también los dobleces ejecutados por las trayectorias de los rayos de la banda central. De esta manera la contribución al desplazamiento en un punto de los rayos asociados con cada banda que cruzan por ese punto, constituye la solución completa del problema, siempre que se consideren que la difracción producida por el vértice central es despreciable y que no haya transferencia de energía de una banda a otra. Puesto que cada banda es normal a la base en sus extremos, se puede considerar como una membrana de longitud  $L_j$  y ancho  $W_j$  con movimiento prescrito en sus extremos.

Esta solución puede extenderse en su aplicación para considerar de una manera aproximada una base elástica y distintos ángulos de incidencia de las ondas planas de arriba. Esto puede hacerse si en las condiciones de frontera de los extremos de las bandas se consideran coeficientes de transmisión y reflexión apropiados. En la figura 29 se muestran de manera esquemática estas nuevas condiciones de frontera de la ecuación unidimensional de onda para un rayo asociado con una de las bandas y que tiene como puntos extremos A y B, para una onda plana con ángulo de incidencia  $\gamma$ .

#### 4.4.2 Mezclado de señales en el dominio de la frecuencia

Con objeto de evaluar la precisión de este método aproximado de rayos que no considera difracción, se muestra una comparación de resultados con el método presentado en el capítulo 2. Aquí se han considerado: un depósito triangular como el de la figura 30a ( ángulo de la cuña  $\pi / 2N = 18^\circ$ ); un ángulo de incidencia  $\gamma = 0^\circ$ ; una frecuencia adimensional de análisis  $\eta = \omega a / \pi \beta_E = 10$ ; una relación de impedancias entre el semiespacio y el depósito triangular de 25; una relación de velocidades de propagación de las ondas de cortante entre semiespacio y depósito de 10; y un amortiguamiento del material del depósito  $\xi = 0.02$ . Los resultados se presentan en la figura 31 y muestran una buena concordancia entre ambos métodos.

El tiempo de cálculo requerido para este ejemplo evaluado con el método de rayos es insignificante ( sólo algunos segundos de CPU en una computadora Burroughs 7800 ) en comparación con el utilizado por el método riguroso. Además, al aumentar la frecuencia de análisis, el tiempo de cálculo requerido por el método de rayos para evaluar la solución prácticamente no varía. Ello permite entonces obtener cálculos en alta frecuencia a un costo muy bajo. Sin embargo, acompañadas a estas virtudes, existen también limitaciones fuertes que no permiten extender el método a aplicaciones más amplias. Por ejemplo, solo pueden estudiarse ciertas geometrías de depósitos para las cuales los ejes de las cuñas no produzcan difracción; los resultados sólo son confiables cuando el contraste de impedancias entre el semiespacio y el depósito es grande; el depósito debe ser homogéneo. Además, dado que en baja frecuencia la difracción producida por el vértice central es importante, los resultados en ese rango de frecuencias son poco confiables. Para salvar esta última limitación se ha ideado un procedimiento híbrido que consiste en combinar en el dominio de la frecuencia funciones de transferencia obtenidas con el método riguroso y el simplificado. De esta manera, se aprovecha la bondad de cada método en el rango de frecuencias para el que es confiable, obteniéndose una función de transferencia bastante precisa en todo el espectro de frecuencias de interés para aplicaciones prácticas en ingeniería sísmica ( 0 - 30 Hz ).

Para ilustrar este procedimiento híbrido se ha considerado como ejemplo el depósito triangular de 5000 m de ancho de la figura 30b. En las figuras 32

y 33 se presentan las funciones de transferencia evaluadas sobre la superficie libre en  $x = 0$  ( centro del depósito ) para los ángulos  $\gamma = 0^\circ$  y  $15^\circ$ , respectivamente. En cada figura se muestran tres funciones de transferencia; la primera se ha obtenido con el método riguroso en el rango 0 a 3 Hz; la segunda corresponde al método de rayos que se calculó en el intervalo 0 a 10.24 Hz, no obstante que se muestra sólo en el rango 0 a 5 Hz; la tercera función es el resultado de combinar ambas señales en el intervalo 2.4 a 3 Hz de la siguiente forma ( Bingham et al., 1967 )

$$g(\omega) = \begin{cases} g_1(\omega) , & 0 \text{ Hz} \leq f \leq 2.4 \text{ Hz} \\ g_1(\omega) \cos(\arg) + g_2(\omega) ( 1 - \cos(\arg) ) , & 2.4 \text{ Hz} \leq f \leq 3.0 \text{ Hz} \\ g_2(\omega) , & 3.0 \text{ Hz} \leq f \leq 10.24 \text{ Hz} \end{cases} \quad (35)$$

donde  $g(\omega)$  = función de transferencia resultante de la mezcla;  $g_1(\omega)$  = función de transferencia evaluada con el método riguroso;  $g_2(\omega)$  = función de transferencia calculada con el método de rayos;  $\arg = (\pi/2) (f - f_1) / (f_f - f_1)$ ;  $f_1$  y  $f_f$  = frecuencias menor y mayor del rango de mezclado de las señales, respectivamente ( en este caso  $f_1 = 2.4 \text{ Hz}$  y  $f_f = 3.0 \text{ Hz}$  ).

Los resultados presentados muestran que a medida que la frecuencia es mayor, el comportamiento de ambas funciones  $g_1(\omega)$  y  $g_2(\omega)$  es cada vez más similar. Además, las frecuencias de resonancia más prominentes coinciden en ambas funciones, aunque sus magnitudes difieran sustancialmente; de hecho, el método de rayos tiende sistemáticamente a sobreestimar las ordenadas espectrales en baja frecuencia.

#### 4.4.3 Acelerogramas sintéticos

Se presentan finalmente algunos resultados en el dominio del tiempo con objeto de evaluar la respuesta sísmica del modelo de la figura 31 considerando funciones de transferencia híbridas. La señal transitoria original es el componente N-S del acelerograma del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación Tacubaya ( TACY ) en la Ciudad de México. Dicha estación está localizada en terreno firme. Al usar la transformada rápida de

Fourier, la frecuencia máxima de corte aquí usada fue  $f_{\text{max}} = 10.24 \text{ Hz}$ .

Para mostrar las diferencias en el dominio del tiempo de las funciones de transferencia del método de rayos e híbrida, en las figuras 34 y 35 se presentan, respectivamente, los acelerogramas y sismogramas sintéticos calculados en las estaciones sobre la superficie libre del depósito localizadas en  $x/a = \pm 1.0, \pm 0.8, \pm 0.6, \pm 0.4, \pm 0.2$  y  $0.0$ . La incidencia de la señal es vertical. En ambas figuras es notable la diferencia en las amplitudes de la respuesta correspondiente a las bajas frecuencias, como resultado de la diferencia en las ordenadas espectrales de ambas funciones de transferencia. Tanto el acelerograma como el sismograma evaluados en  $x/a = \pm 1.0$  son prácticamente la señal de entrada. En el caso del sismograma usado como señal de entrada, este se obtuvo a partir de integrar dos veces con respecto al tiempo el acelerograma corregido por la línea base ( Mena, et al., 1986 ). De los resultados en el tiempo obtenidos a partir de la función de transferencia híbrida, se observa que la respuesta varía de una estación a otra. En particular, las aceleraciones máximas no son las mismas ni se producen al mismo tiempo. Se observa también que la parte intensa del movimiento es de una duración mayor en las estaciones localizadas cerca del centro del depósito que en las estaciones cercanas al borde.

Finalmente, para mostrar el efecto del ángulo de incidencia en la respuesta sísmica del depósito considerado en esta sección, se presentan en las figuras 36 y 37 y en las figuras 38 y 39, respectivamente, los acelerogramas y sismogramas evaluados en las mismas once estaciones de las dos figuras anteriores (  $x/a = \pm 1.0, \pm 0.8, \pm 0.6, \pm 0.4, \pm 0.2, 0.0$  ) para dos ángulos de incidencia:  $\gamma = 30^\circ$  y  $60^\circ$ . Nuevamente se observa que la duración del movimiento fuerte es mayor cerca del centro del depósito que cerca de los bordes de este.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un método que permite estudiar la respuesta sísmica de depósitos bidimensionales estratificados de suelo blando ante incidencia de ondas SH. Se considera un comportamiento elástico lineal del suelo y se considera de manera aproximada el amortiguamiento interno del material. Se trata de un método de frontera que utiliza un sistema completo de soluciones para construir los campos de desplazamientos. El procedimiento combina el método de las fuentes lineales para formar el campo en el semiespacio, con los métodos de la matriz propagadora y del número de onda discreto para la región estratificada. La comparación de resultados con otras dos técnicas muestra una buena concordancia y estabilidad de la solución. El método puede extenderse al estudio de la respuesta sísmica de depósitos estratificados bidimensionales y tridimensionales axisimétricos, ante incidencia de ondas P y SV.

En el dominio de la frecuencia, la comparación de resultados entre un modelo bidimensional estratificado y el unidimensional equivalente muestra diferencias significativas. Así mientras que para distintos ángulos de incidencia la forma de la función de transferencia del modelo 1-D es prácticamente la misma ( solo hay diferencias en las amplitudes de las ordenadas ), en las funcio-

nes 2-D este comportamiento no se presenta. Además las funciones 2-D son siempre más complejas al presentar frecuencias de resonancia adicionales a las 1-D como resultado del confinamiento lateral del modelo. De la comparación de resultados de ambos modelos es posible observar también que la función de transferencia 2-D puede considerarse como una función 1-D a la que se encuentra adicionada otra función; esta última es entonces producto del efecto de las ondas generadas por la irregularidad lateral. Conviene explorar esta idea que podría ser útil en el modelado híbrido de depósitos 2-D y 3-D.

Con respecto al efecto de la posición y del ángulo de incidencia en la respuesta en frecuencia del modelo 2-D aquí estudiado, se tiene que para ángulos de incidencia hasta de  $30^\circ$  la frecuencia fundamental correspondiente a la función de transferencia evaluada en el centro del depósito es siempre mayor que las frecuencias fundamentales correspondientes a las otras estaciones dentro del depósito aquí analizadas. Sin embargo, para ángulos de incidencia mayores de  $30^\circ$  este patrón de comportamiento ya no se presenta. Por otra parte desde el punto de vista de la energía asociada a las funciones de transferencia, se tiene que a medida que el ángulo de incidencia es mayor, la energía recibida por el depósito tiende a concentrarse del lado incidente.

En las comparaciones de resultados en el dominio del tiempo entre el modelo 2-D y el correspondiente 1-D estudiados se tienen también importantes diferencias. Para el modelo 1-D el movimiento producido por un pulso está formado por la señal incidente amplificada y modificada en su parte final, seguida por un movimiento amortiguado. Para la respuesta del modelo 2-D a la misma señal, la primera parte es similar a la respuesta 1-D, pero la segunda parte tiene la contribución de las ondas difractadas que en general alargan la duración del movimiento con respecto a la duración de la respuesta 1-D. Incluso en algunos casos, la amplitud máxima de la respuesta producida por el campo difractado es mayor que la amplitud máxima asociada a la incidencia directa del pulso. Además al aumentar el ángulo de incidencia, la segunda parte de la respuesta 1-D disminuye en amplitud; sin embargo para el modelo 2-D, la segunda parte de la respuesta es de mayor amplitud a medida que aumenta el ángulo de incidencia. Esto es un claro efecto de la frontera lateral.

De los estudios paramétricos llevados a cabo para el modelo 2-D, los re-

sultados muestran que después del arribo directo del pulso, llegan ondas que se generan en los extremos del depósito y que en algunos casos pueden viajar a todo lo ancho de este. Ello produce que en algunas estaciones el movimiento se alargue significativamente. Se tiene también que a medida que el periodo característico de la señal incidente es mayor, la energía difractada por los extremos se dispersa más a medida que viaja por el depósito. Para dos pulsos distintos pero con energía similar, dado un ángulo de incidencia, la respuesta del medio a la llegada de la energía difractada por los bordes es parecida.

No obstante que el método permite obtener resultados que muestran el importante efecto que puede tener la irregularidad lateral en la respuesta sísmica de depósitos estratificados de suelo blando, su aplicación en aspectos prácticos de la ingeniería sísmica requiere aún de grandes esfuerzos. Esta limitación es debida principalmente a los grandes requerimientos de cómputo. Pruebas realizadas muestran que su aplicación se encuentra restringida a frecuencias que difícilmente exceden de pocos Hertz.

Finalmente de las comparaciones de las funciones de transferencia para cierta clase de valles aluviales obtenidas con el método aquí usado y un método aproximado de rayos que no considera difracción, se tiene que ambos métodos coinciden en las abscisas correspondientes a las frecuencias de resonancia. Sin embargo con el método aproximado se sobrestiman, significativamente en muchos casos, las ordenadas asociadas a las frecuencias de resonancia en el rango de bajas frecuencias. Se propone entonces una técnica híbrida de mezclado de señales que aprovecha la bondad de cada uno de los dos métodos en el rango de frecuencias para el que son confiables. De esta combinación de funciones en el dominio de la frecuencia, resulta una función de transferencia bastante precisa en todo el rango de frecuencias de interés para aplicaciones prácticas en ingeniería sísmica. A partir de estos fructíferos resultados se puede generalizar esta técnica híbrida para otros métodos de solución del problema de amplificación dinámica en modelos 2-D y 3-D, pero que abarcan restringidos rangos de frecuencias.

## 6. RECONOCIMIENTOS

Agradezco a mi maestro y amigo Francisco J. Sánchez-Sesma la supervisión de esta tesis, así como a J. Avilés, S. Chávez-Pérez, R. Chicurel, S. Fuentes Maya, I. Herrera y E. Rosenblueth por sus atinadas observaciones y sugerencias.

Un especial reconocimiento al Instituto de Ingeniería de la UNAM por todo el apoyo brindado durante la realización de este trabajo.

#### REFERENCIAS

Achenbach, J.D. (1973). *Wave propagation in elastic solids*, North-Holland Publishing Co., Nueva York.

Aki, K. y Larner, K.L. (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, 933-954.

Aki, K. y Richards, P.G. (1980). *Quantitative Seismology: Theory and Methods*, W.H. Freeman and Co., San Francisco, California.

Ayala, G.A. y Gómez, R. (1979). A general procedure for solving three dimensional elasticity problems in geomechanics, en *Numerical Methods in Geomechanics* ( Editor W. Witke ), Balkema, Rotterdam, Holanda.

Banaugh, R.P. y Goldsmith, W. (1963). Diffraction of steady elastic waves by surfaces of arbitrary shape, *J. Appl. Mech.*, Vol. 12, 589-597.

Bard, P.Y. y Bouchon, M. (1980a). The seismic response of sediment-filled valleys, part I. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 70, 1263-1286.

Bard, P.Y. y Bouchon, M. (1980b). The seismic response of sediment-filled valleys, part II. The case of incident P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 70, 1921-1941.

Bard, P.Y. y Bouchon M. (1985). The two dimensional resonance of sediment-filled valleys, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 75, 519-541.

Bingham, C., Godfrey, M.D. y Tukey, J.W. (1967). Modern techniques of power spectrum estimation, *IEEE Trans. Audio and Electroacustics*, Vol. AU-15, No. 2, 56-66.

Boore, D.M. (1972). Finite differences methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials, en *Methods in Computational Physics*, Vol. 11 ( Editor B.A. Bolt ), Academic Press, Nueva York.

Bouchon, M., Campillo M. y Gaffet, S. (1988). A boundary integral equation-discrete wavenumber representation method to study wave propagation in multilayered media having irregular interfaces, Sometido al *Bull. Seism. Soc. Am.* para su posible publicación.

Bravo, M.A. (1983). Difracción de ondas elásticas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico con irregularidades, *Tesis de Maestría en Ingeniería ( Mecánica Teórica y Aplicada )*, Facultad de Ingeniería, UNAM. México.

Bravo, M.A. y Sánchez-Sesma, F.J. (1983). Respuesta sísmica de irregularidades topográficas como un problema de difracción, *Informe Técnico*, Instituto de Ingeniería, UNAM. México.

Bravo, M.A. y Sánchez-Sesma, F.J. (1987). Trefftz's method for vibration of a rigid plate, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE*, Vol. 113, 885-892.

Bravo, M.A. y Sánchez-Sesma, F.J. (1988). Seismic response of alluvial valleys for incident P, SV and Rayleigh waves, aprobado para su publicación en el *Int. J. of Soil Dyn. and Earthquake Eng.*

Bustamante, J. (1954). Response spectra of earthquakes on very soft clay, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 54, 855-866.

Cooley, J.W. y Tukey J.W. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex Fourier Series, *Math. compt.*, Vol. 19, 297-301.

Cruse, T.A. y Rizzo, F.J. (1968). A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamics problem. I., *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 22, 244-259.

Dravinski, M. (1982a) Scattering of SH waves by subsurface topography, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE*, Vol. 108, 1-17.

Dravinski, M. (1982b). Influence of interface depth upon strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 72, 597-614.

Dravinski, M. y Mossessian, T.K. (1987). Scattering of plane harmonic P, SV and Rayleigh waves by dipping layers of arbitrary shape, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 77, 212-235.

England, R., Sabina, F.J. y Herrera, I. (1980). Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, *Phys. Earth Planet. Interiors*, Vol.11, 148-157.

Griffiths, O.W. y Bollinger, G.A. (1979). The effect of the Appalachian Mountain topography on seismic waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 69, 1081-1105.

Gutenberg, B. (1957). Effects of ground on earthquake motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 47, 221-250.

Harmsen, S.C. y Harding, S.T. (1981). Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 71, 655-670.

Haskell, N.A. (1953). The dispersion of surface waves in multilayered media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 43, 17-34.

Herrera, I. (1984). *Boundary Methods: An Algebraic Theory*, Pitman Advanced Publishing Program, Boston, Massachusetts.

Herrera, I., Rosenblueth, E. y Rascón, O. (1965). Earthquake spectrum prediction for the valley of Mexico, *Proc. 3rd. Conf. Earthquake Eng.*, Auckland and Wellington, Nueva Zelanda.

Hong, T.L. y Helmberger, D.V. (1977). Glorified optics and wave propagation in non planar structures, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 67, 1313-1330.

Jackson, P.S. (1971). The focusing of earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 61, 685-695.

Joyner, W.B. (1975). A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 65, 1337-1357.

Kawase, H. (1988). Time domain response of a semicircular canyon for incident SV, P and Rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 78, 1415-1437.

Kupradze, V.D. (1965). *Potential Methods in the Theory of Elasticity*, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalén, Israel.

Lamb, H. (1904). On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid, *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, Vol. A203, 1-42.

Lee, J.J. y Langston, C.A. (1983). Wave propagation in a three-dimensional circular basin, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 73, 1637-1655.

Mena, E., Carmona, C., Delgado, R., Alcántara, L. y Domínguez, O. (1986). Catálogo de acelerogramas procesados del sismo del 19 de septiembre de 1985. Parte I: Ciudad de México. *Serías del Instituto de Ingeniería*. No. 497. UNAM. México.

Mossessian, T.K. y Dravinski, M. (1987). Application of a hybrid method for scattering of P, SV and Rayleigh waves by near-surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 77, 1784-1803.

Pérez-Rocha, L.E., Sánchez-Sesma, F.J. y Bravo, M.A. (1987). Influencia de las condiciones locales en la duración de los temblores y su importancia en ingeniería sísmica, *Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, A50-A60, Querétaro, Qro. México.

Poceski, A. (1969). The ground effects of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 59, 1-29.

Rial, J.A. (1984). Caustic and focusing produced by sedimentary basins. Application of catastrophe theory to earthquake seismology, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, Vol. 79, 923-938.

Romo, M.P. y Seed, B. (1986). Analytical modelling of dynamic soil response in the Mexico earthquakes, *Factors Involved and Lessons Learned*, sep 19-21, México.

Rosenblueth, E. (1952). Teoría del diseño sísmico sobre mantos blandos, *Ediciones ICA, Series B*, Vol. 14, 3-12, México.

Sánchez-Sesma, F.J. (1983). Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 73, 1621-1636.

Sánchez-Sesma, F.J. (1987). Site effects on strong ground motion, *Soil Dyn. and Earthquake Eng.*, Vol. 6, 124-132.

Sánchez-Sesma, F.J. y Esquivel, J.A. (1979). Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 69, 1107-1120.

- Sánchez-Sesma F.J. y Rosenblueth, E. (1979). Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident plane SH waves, *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 7, 441-450. \*
- Sánchez-Sesma, F.J., Herrera, I. y Avilés, J. (1982). A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 72, 473-490.
- Sánchez-Sesma, F.J., Bravo, M.A. y Herrera, I. (1985). Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 75, 263-269.
- Sánchez-Sesma, F.J., Chávez-García, F.J. y Bravo, M.A. (1988). Seismic response of a class of alluvial valleys for incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 78, 83-95.
- Sills, L.B. (1978). Scattering of horizontally polarized shear waves by surface irregularities, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, Vol. 54, 319-348.
- Smith, W.D. (1975). The application of finite element analysis to body wave propagation problems, *J. R. Astr. Soc.*, Vol. 42, 747-768.
- Sommerfeld, A. (1949). *Partial Differential Equations in Physics*, Academic Press, Inc., Nueva York.
- Streeter, V.L., Wylie, E.B. y Richard, F.E. Jr. (1974). Soil motion computations by characteristics method, *Proc. Am. Soc. Civil Eng., J. Geotech. Eng. Div.*, Vol. 100, 247-263.
- Thomson, W.T. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, *J. Appl. Phys.*, Vol. 21, 89-93.
- Trefftz, E. (1926). Ein Gegenstruck zum Ritzchen Vergaren, *Proc. 2nd. Int. Congress on Applied Mechanics*, Zurich, Suiza.

Trifunac, M.D. (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 61, 1755-1770.

Tucker, B. y King, J. (1979). Some experimental observations of the response of sediment-filled valleys to weak and strong earthquake motion, *Earthquakes Notes*, Vol. 49, 73.

Van Den Berg, A.P. (1987). A hybrid method for the solution of seismic wave propagation problems, *Geologica Ultraiectina* No. 49, Institute of Earth Sciences, Dep. of Theoretical Geophysics, Utrecht, Holanda.

Wong, H.L. y Jennings, P.C. (1975). Effects of canyon topography on strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 65, 1239-1257.

Wong, H.L. y Trifunac, M.D. (1974). Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 64, 1389-1408.

Wong, K.C., Shah, A.H. y Datta, S.K. (1985). Diffraction of elastic waves in a half-space. II. Analytical and numerical solutions, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 75, 69-91.

Woods, R.D. (1970). Measurement of dynamic soil properties, *Proc. of the ASCE Geotech. Eng. Div., Specially Conf. on Earthquake Eng. and Soil Dynamics*, 91-178.

Zeevaert, L. (1964). Strong ground motions recorded during earthquakes of May 11th and 19th, 1962 in Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 54, 209-231.

Zienkiewicz, O.C., Kelly, D.W. y Bettess, P. (1977). The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 11, 355-377.

TABLA I

Resultados obtenidos para el campo de desplazamientos en algunos puntos del modelo de la figura 2. Las frecuencias normalizadas de análisis son:  $\eta = 0.50$  y  $1.00$ . Los ángulos de incidencia considerados son:  $\theta = 0^\circ$  y  $60^\circ$ . Para cada punto estudiado se presentan tanto la solución obtenida con tres juegos de parámetros de discretización numérica como la solución analítica.

	PARÁMETROS L=12, M=16, N=6			PARÁMETROS L=24, M=31, N=10			PARÁMETROS L=48, M=61, N=20			SOLUCIÓN ANALÍTICA	
	PARTE REAL	PARTE IMAG.		PARTE REAL	PARTE IMAG.		PARTE REAL	PARTE IMAG.		PARTE REAL	PARTE IMAG.
x/a	$\eta = 0.50, \theta = 0^\circ$										
-1.5	2.64584	0.22911		2.64596	0.22906		2.64596	0.22906		2.64596	0.22907
-0.5	0.49475	-1.93390		0.49476	-1.93391		0.49475	-1.93391		0.49476	-1.93391
0.0	-1.12101	-3.35703		-1.12101	-3.35702		-1.12101	-3.35702		-1.12101	-3.35702
x/a	$\eta = 0.50, \theta = 60^\circ$										
-1.5	-0.04799	2.24290		-0.04788	2.24285		-0.04788	2.24285		-0.04789	2.24289
-0.5	1.82760	2.23092		1.82760	2.23090		1.82760	2.23090		1.82760	2.23090
0.0	-1.12101	-3.35701		-1.12101	-3.35702		-1.12101	-3.35702		-1.12101	-3.35702
0.5	-3.90959	-5.05051		-3.90959	-5.05054		-3.90959	-5.05054		-3.90959	-5.05055
1.5	-1.61893	0.35063		-1.61882	0.35059		-1.61882	0.35059		-1.61882	0.35060
x/a	$\eta = 1.00, \theta = 0^\circ$										
-1.5	2.65748	-0.00495		2.70002	-0.37558		2.69971	-0.37567		2.70021	-0.37559
-0.5	-1.37279	-1.31175		-1.15423	-1.37286		-1.15417	-1.37281		-1.15422	-1.37283
0.0	-3.46165	1.38817		-3.40986	1.37185		-3.40990	1.37184		-3.40990	1.37184
x/a	$\eta = 1.00, \theta = 60^\circ$										
-1.5	-1.05390	-0.14315		-1.01811	-0.54652		-1.01891	-0.54709		-1.01822	-0.54662
-0.5	3.15529	-1.51345		3.41992	-1.61947		3.41984	-1.61947		3.41995	-1.61945
0.0	-3.45849	1.38805		-3.40991	1.37186		-3.40990	1.37184		-3.40990	1.37184
0.5	0.63637	1.79147		0.86424	1.74014		0.86421	1.74012		0.86421	1.74011
1.5	-1.31145	1.65105		-1.26429	1.25965		-1.26462	1.25982		-1.26454	1.25965

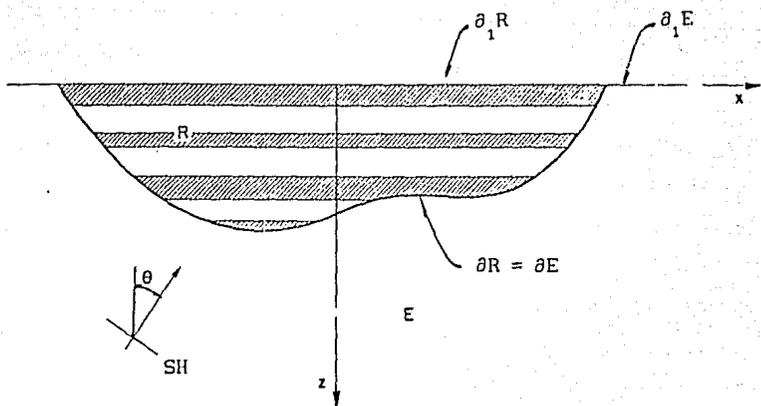


Figura 1. Depósito cilíndrico horizontalmente estratificado en la superficie de un semiespacio elástico.

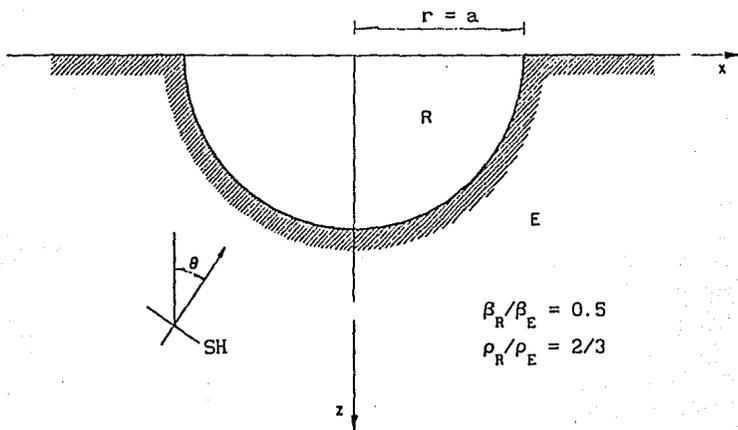


Figura 2. Depósito cilíndrico semicircular homogéneo considerado para comparación de resultados con Trifunac (1971).

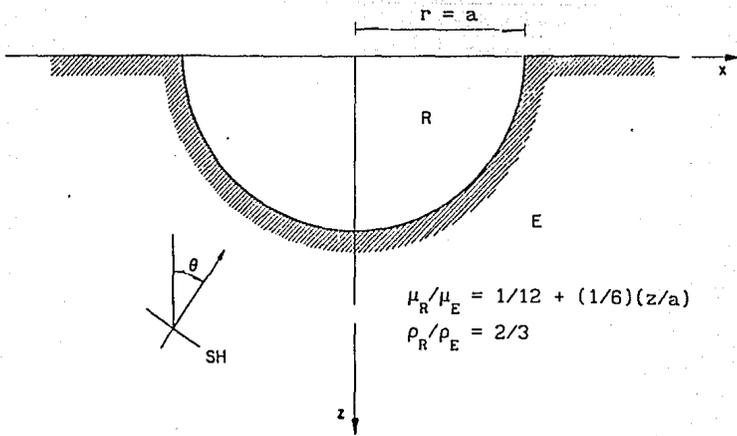


Figura 3. Depósito cilíndrico circular con variación de sus propiedades con la profundidad, considerado para comparación de resultados con Bielak ( comunicación personal ).

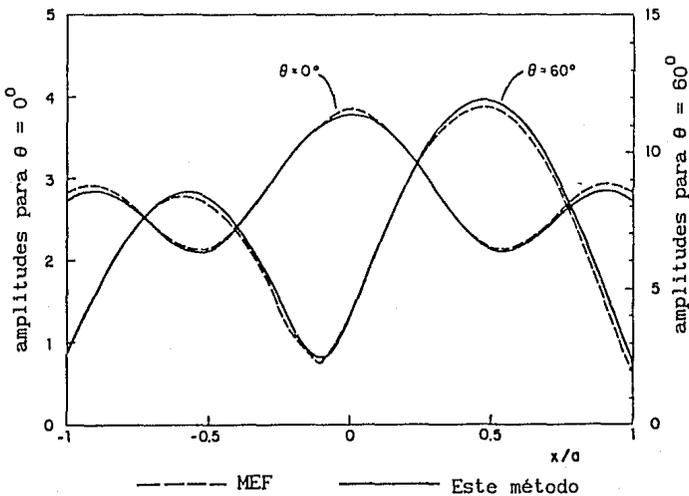


Figura 4. Amplitudes del desplazamiento horizontal en la superficie libre del depósito de la figura 3. La frecuencia normalizada es  $\eta = 0.50$  y los ángulos de incidencia son  $\theta = 0^\circ$  y  $60^\circ$ . Comparación de resultados con el método aquí presentado y el método del elemento finito (MEF) (Bielak, 1987; comunicación personal ).

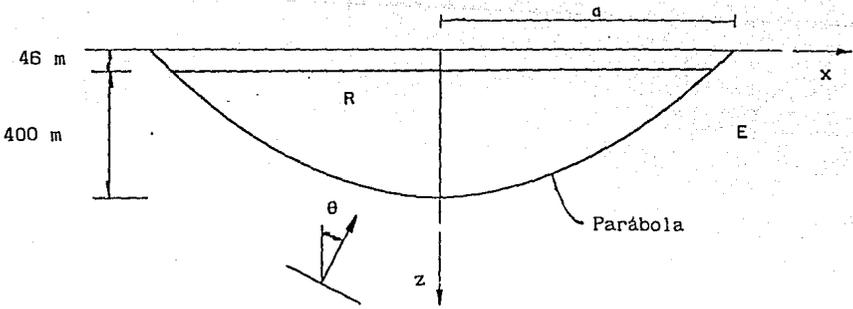


Figura 5a Depósito cilíndrico estratificado con frontera  $\partial R = \partial E$  de forma parabólica. Las velocidades de las ondas de cortante y los pesos específicos aquí considerados son, respectivamente:  $\beta_1 = 428$  m/s,  $\beta_2 = 600$  m/s,  $\beta_E = 1500$  m/s; y  $\gamma_1 = 1.6$  ton/m<sup>3</sup>,  $\gamma_2 = 1.7$  ton/m<sup>3</sup>,  $\gamma_E = 2.0$  ton/m<sup>3</sup>. Los amortiguamientos usados para los estratos son:  $\xi_1 = 0.025$  y  $\xi_2 = 0.020$ . Los subíndices 1 y 2 denotan los estratos superior e inferior, respectivamente. El subíndice E denota el semiespacio.

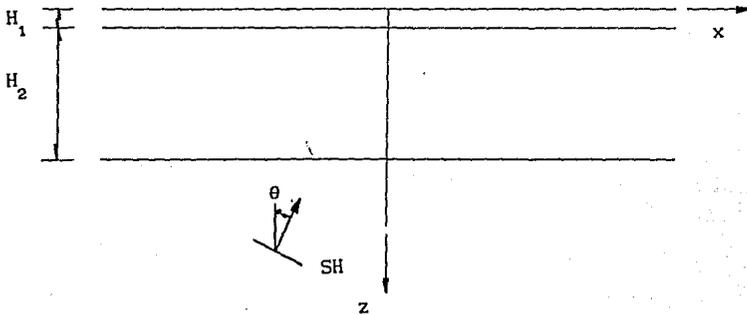


Figura 5b Modelo estratificado unidimensional correspondiente a un sondeo localizado en el centro del depósito bidimensional de la figura 5a. Los espesores de los estratos superior e inferior son, respectivamente:  $H_1 = 46$  m y  $H_2 = 400$  m. Las velocidades de las ondas de cortante, los pesos específicos y los amortiguamientos de los estratos son los mismos del depósito 2-D.

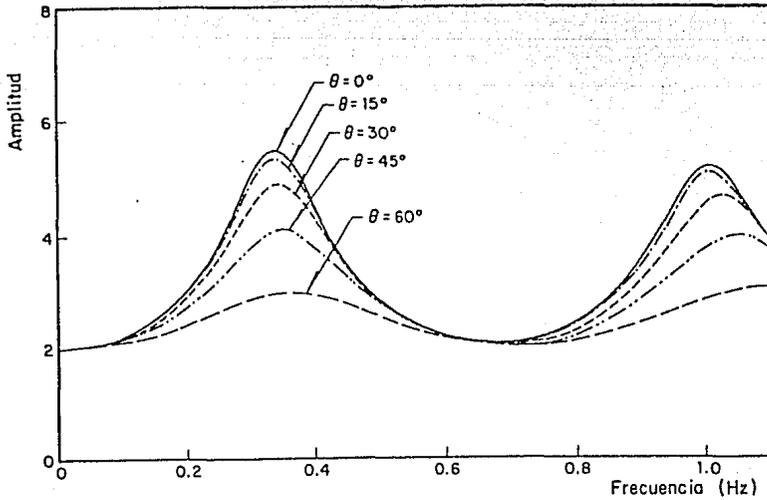


Figura 6. Funciones de transferencia para el modelo estratificado unidimensional de la figura 5b. para cinco ángulos de incidencia:  $\theta = 0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .

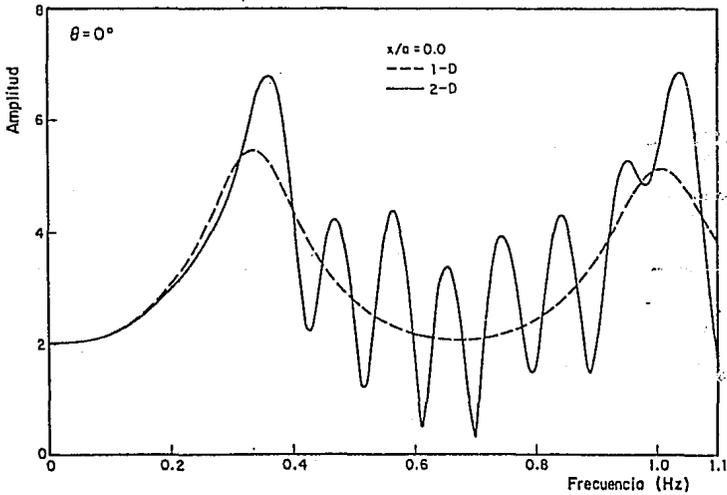


Figura 7. Funciones de transferencia correspondientes a los modelos 1-D y 2-D (en  $x/a = 0.0$ ) de las figuras 5b. y 5a., respectivamente. Ángulo de incidencia  $\theta = 0^\circ$ .

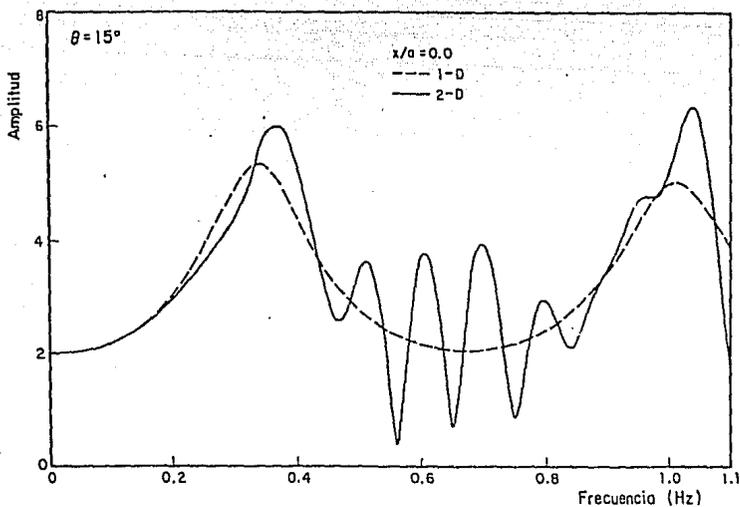


Figura 8. Funciones de transferencia correspondientes a los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de las figuras 5b. y 5a., respectivamente. Ángulo de incidencia  $\theta = 15^\circ$ .

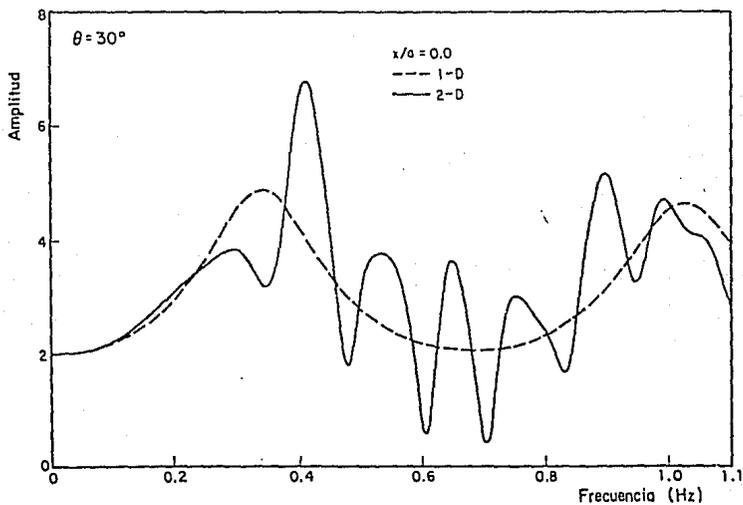


Figura 9. Funciones de transferencia correspondientes a los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de las figuras 5b. y 5a., respectivamente. Ángulo de incidencia  $\theta = 30^\circ$ .

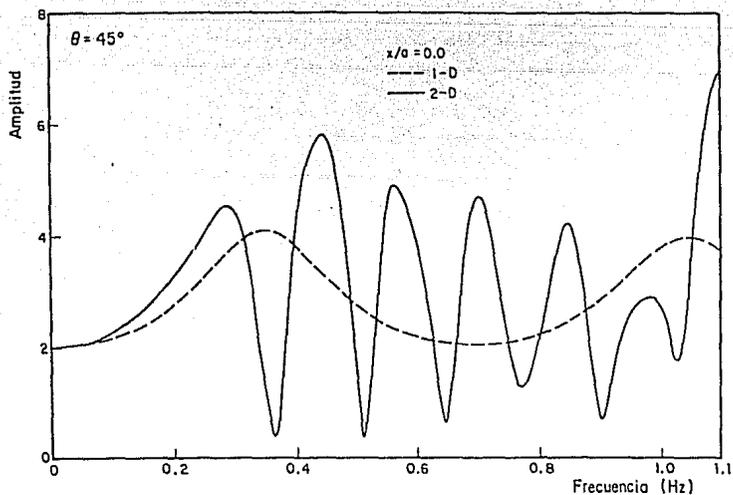


Figura 10. Funciones de transferencia correspondientes a los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de las figuras 5b. y 5a., respectivamente. Ángulo de incidencia  $\theta = 45^\circ$ .

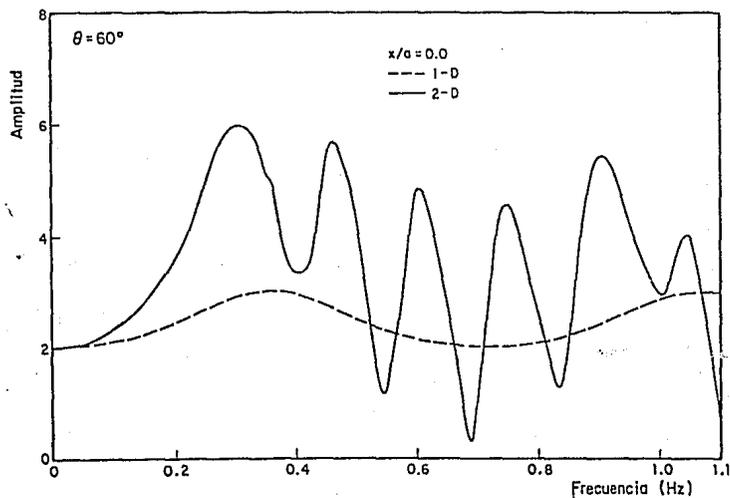


Figura 11. Funciones de transferencia correspondientes a los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de las figuras 5b. y 5a., respectivamente. Ángulo de incidencia  $\theta = 60^\circ$ .

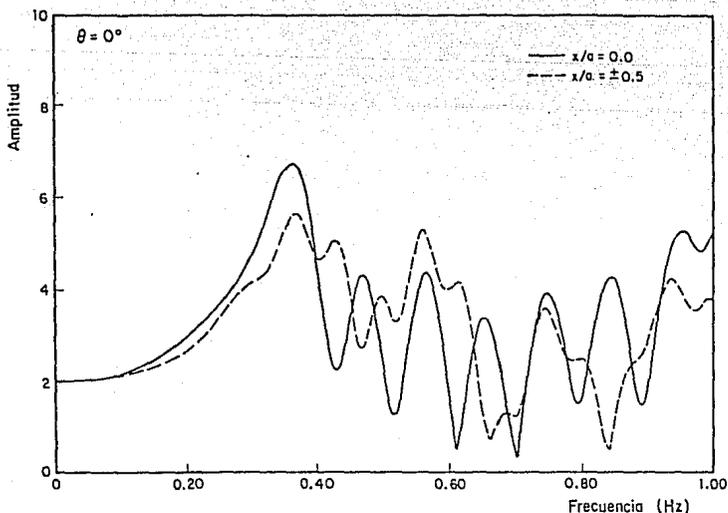


Figura 12. Funciones de transferencia correspondientes al modelo 2-D de la figura 5a. evaluadas en tres estaciones localizadas en la superficie libre del depósito:  $x = -2625$  m ( $x/a = -0.5$ ),  $x = 0$  m ( $x/a = 0$ ) y  $x = 2625$  m ( $x/a = 0.5$ ). Ángulo de incidencia  $\theta = 0^\circ$ .

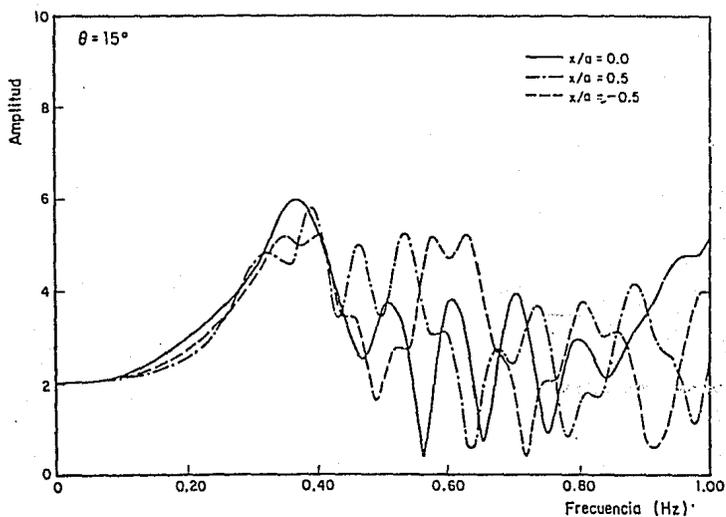


Figura 13. Funciones de transferencia correspondientes al modelo 2-D de la figura 5a. evaluadas en tres estaciones localizadas en la superficie libre del depósito:  $x = -2625$  m ( $x/a = -0.5$ ),  $x = 0$  m ( $x/a = 0$ ) y  $x = 2625$  m ( $x/a = 0.5$ ). Ángulo de incidencia  $\theta = 15^\circ$ .

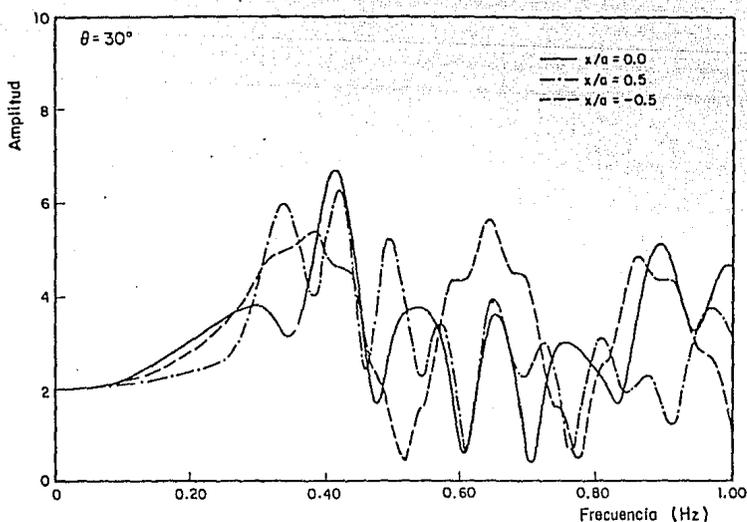


Figura 14. Funciones de transferencia correspondientes al modelo 2-D de la figura 5a. evaluadas en tres estaciones localizadas en la superficie libre del depósito:  $x = -2625$  m ( $x/a = -0.5$ ),  $x = 0$  m ( $x/a = 0$ ) y  $x = 2625$  m ( $x/a = 0.5$ ). Ángulo de incidencia  $\theta = 30^\circ$ .

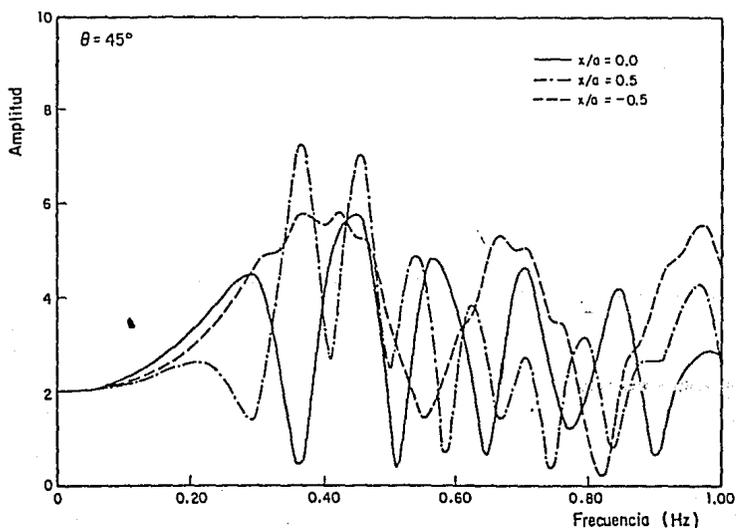


Figura 15. Funciones de transferencia correspondientes al modelo 2-D de la figura 5a. evaluadas en tres estaciones localizadas en la superficie libre del depósito:  $x = -2625$  m ( $x/a = -0.5$ ),  $x = 0$  m ( $x/a = 0$ ) y  $x = 2625$  m ( $x/a = 0.5$ ). Ángulo de incidencia  $\theta = 45^\circ$ .

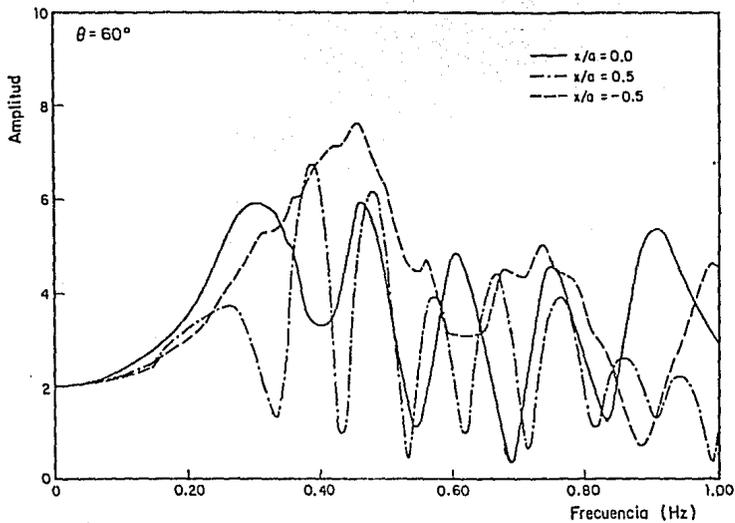
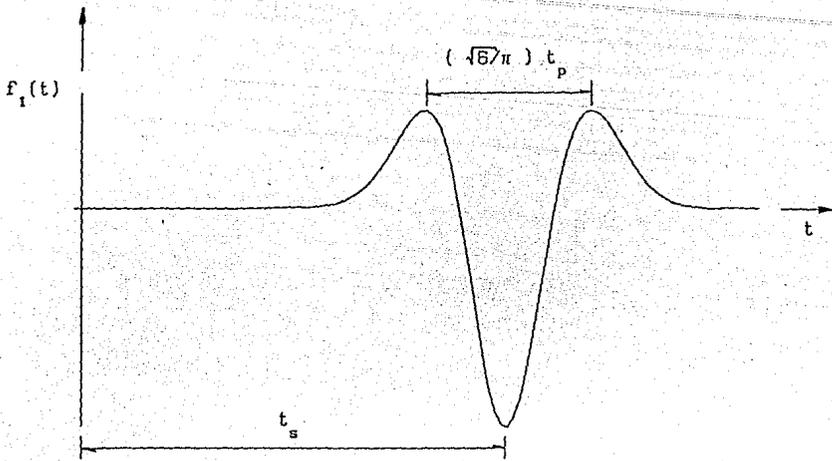
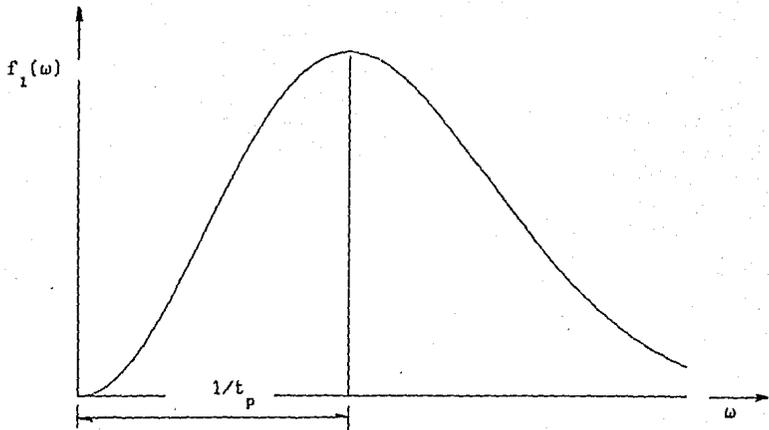


Figura 16. Funciones de transferencia correspondientes al modo E-D de la figura 5a. evaluadas en tres estaciones localizadas en la superficie libre del depósito:  $x = -2625$  m ( $x/a = -0.5$ ),  $x = 0$  m ( $x/a = 0$ ) y  $x = 2625$  m ( $x/a = 0.5$ ). Ángulo de incidencia  $\theta = 60^\circ$ .



a) Representación de la señal  $f_1$  en el dominio del tiempo

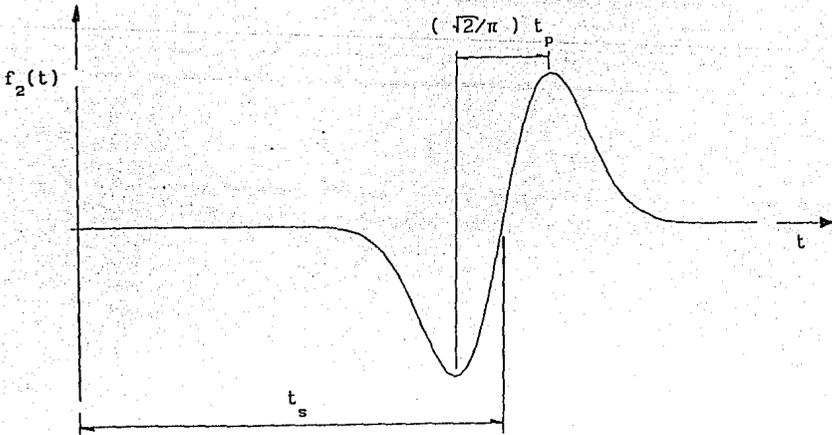
$$f_1(t) = c (a^2 - 0.5) e^{-a^2}$$



b) Representación de la señal  $f_1$  en el dominio de la frecuencia

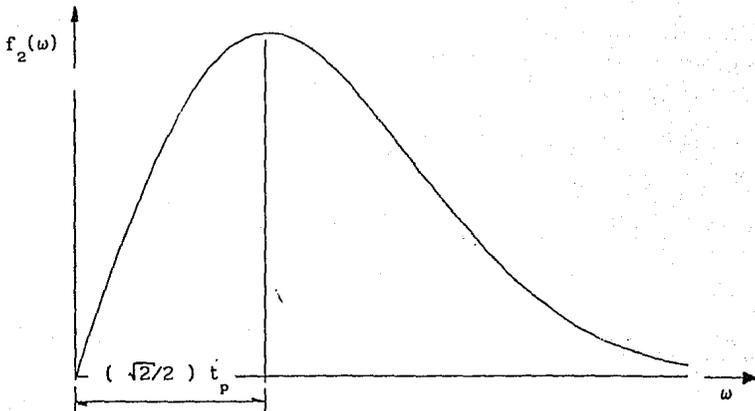
$$f_1(\omega) = -(c/\pi) t_p b^2 e^{-b^2} e^{-i\omega t_s}$$

Figura 17. Señal transitoria  $f_1$  utilizada para estudiar la respuesta en el tiempo de los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de la figura 5. Aquí  $a = \pi ( t - t_s ) / t_p$  ;  $b = ( \omega / 2\pi ) t_p$  ;  $t_s$  = tiempo de retraso del inicio de la señal y  $t_p$  = "periodo característico" del pulso.



a) Representación de la señal  $f_2$  en el dominio del tiempo

$$f_2(t) = c a e^{-a^2 t^2}$$



b) Representación de la señal  $f_2$  en el dominio de la frecuencia

$$f_2(\omega) = -i (c/\pi) t_p b e^{-b^2} e^{-i\omega t_s}$$

Figura 18. Señal transitoria  $f_2$  utilizada para estudiar la respuesta en el tiempo de los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de la figura 5. Aquí  $a = \pi (t - t_s)/t_p$  ;  $b = (\omega / 2\pi) t_p$  ; y  $t_s$  = tiempo de retraso del inicio de la señal.

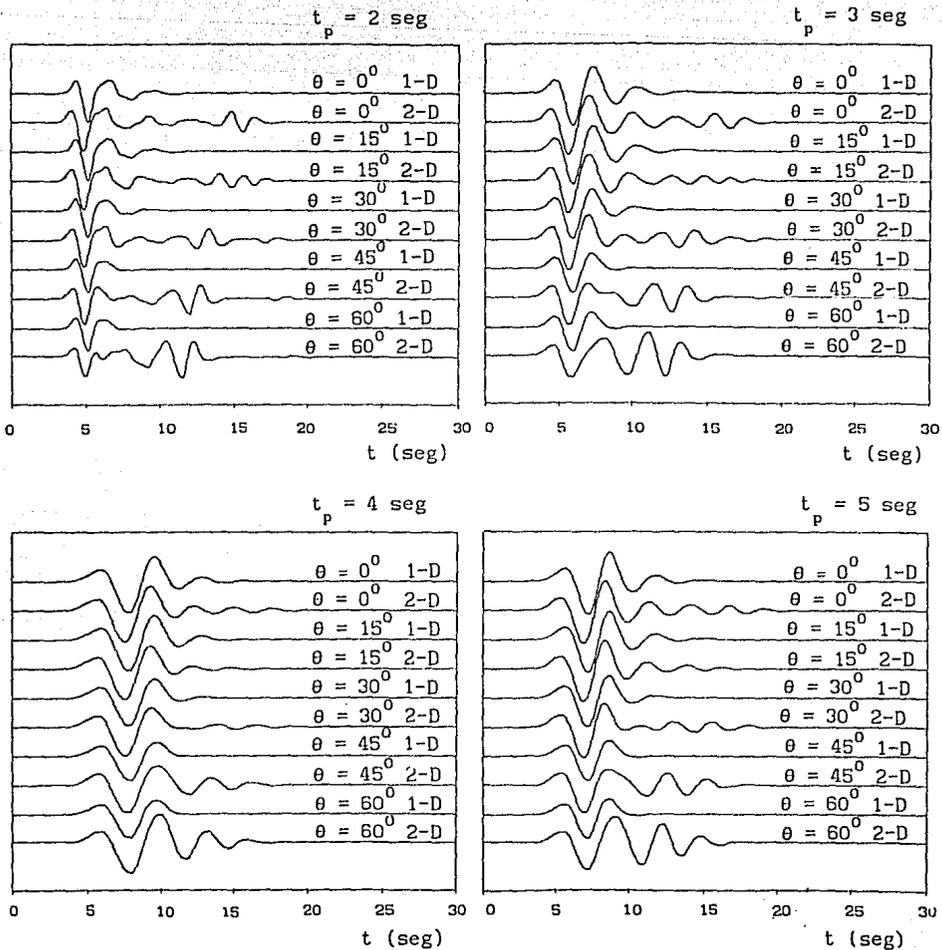


Figura 19. Respuesta en el tiempo de los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de la figura 5. La señal incidente es  $f_1(t)$  de la figura 17a. Resultados para cuatro valores de  $t = 2, 3, 4$  y  $5$  seg. Ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$ .

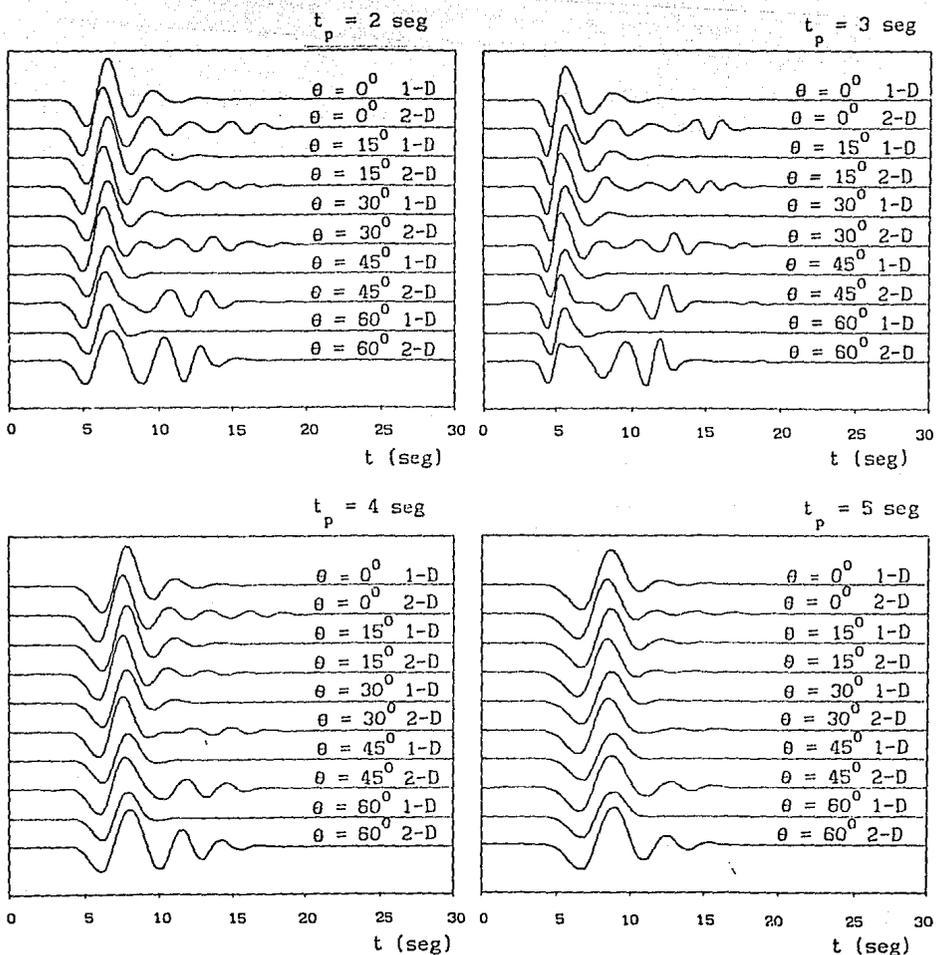


Figura 20. Respuesta en el tiempo de los modelos 1-D y 2-D ( en  $x/a = 0.0$  ) de la figura 5. La señal incidente es  $f_2(t)$  de la figura 18a. Resultados para cuatro valores de  $t = 2, 3, 4$  y  $5$  seg. Ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$ .

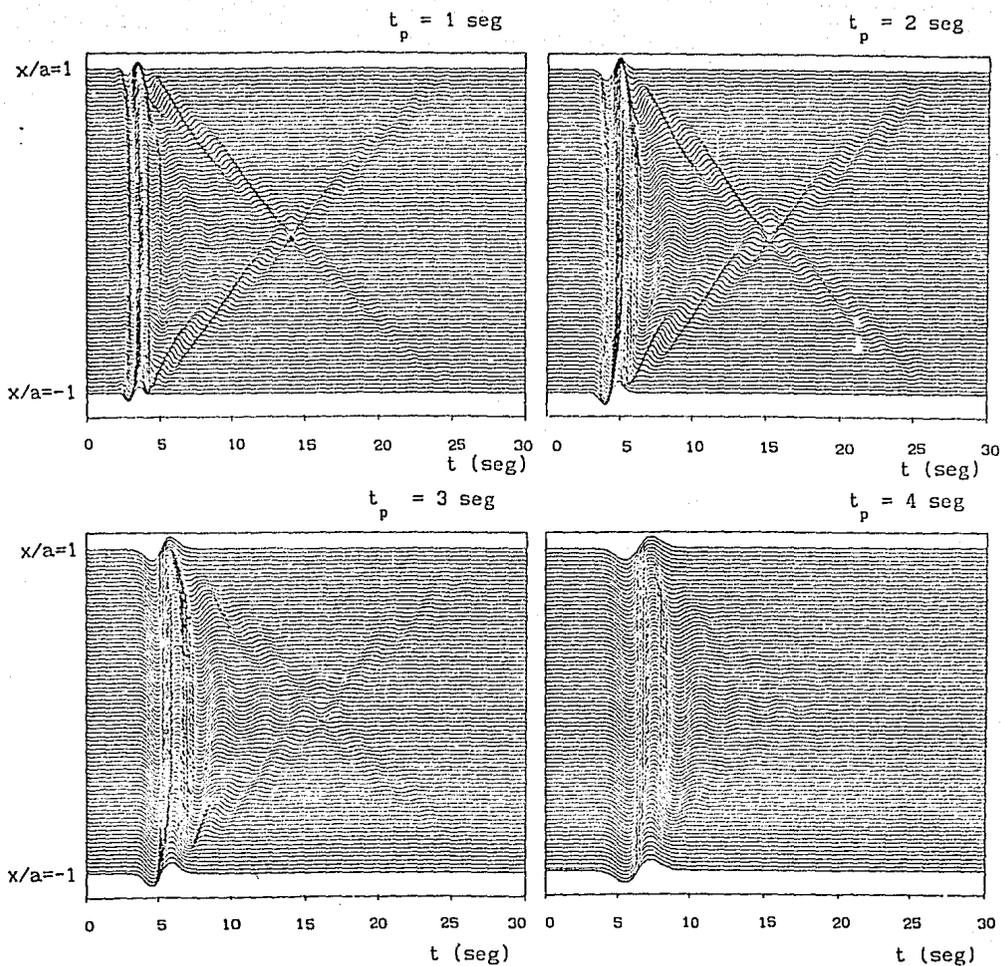


Figura 21. Respuesta en el tiempo del modelo estratificado 2-D de la figura 5a. La señal incidente es  $f_2(t)$  de la figura 18a. Ángulo de incidencia  $\theta = 0^\circ$ . Resultados para cuatro valores de  $t_p = 1, 2, 3$  y 4 seg. Se analizan 81 estaciones equiespaciadas localizadas en el rango  $-5250 \text{ m} \leq x \leq 5250 \text{ m}$  ( $-1.0 \leq x/a \leq 1.0$ ). La distancia entre estaciones es de 131.25 m.

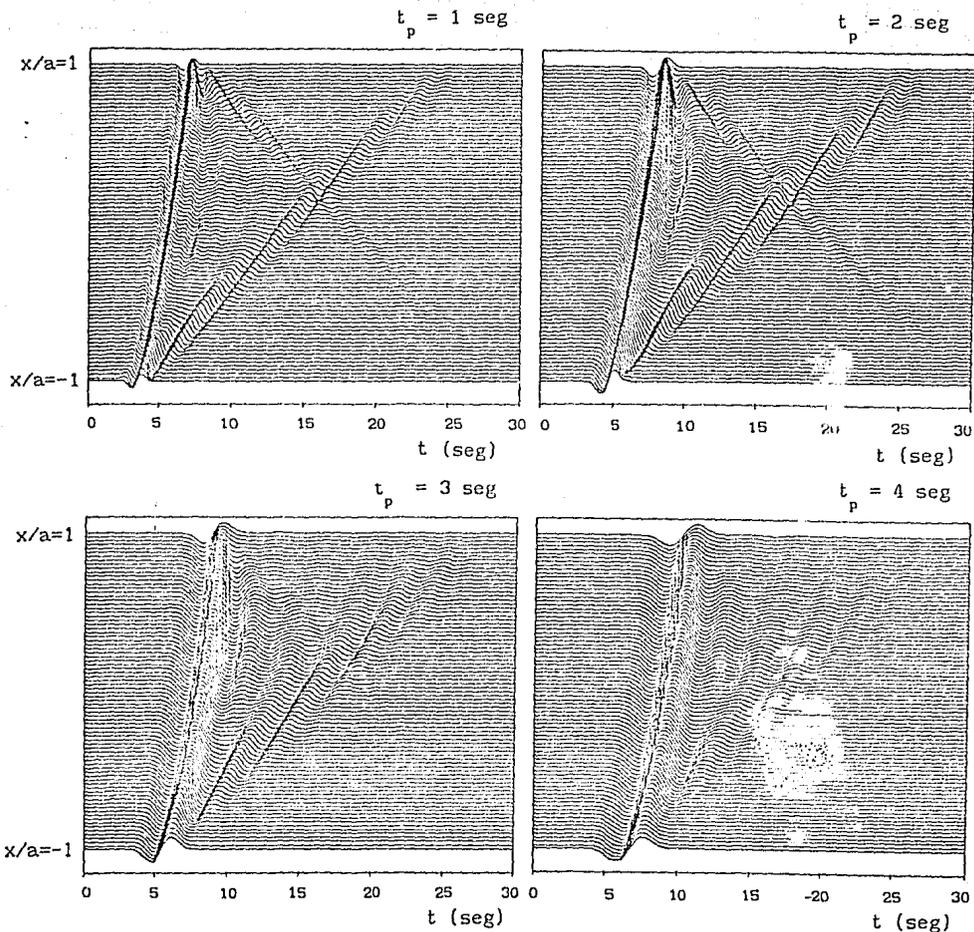


Figura 22. Respuesta en el tiempo del modelo estratificado 2-D de la figura 5a. La señal incidente es  $f_2(t)$  de la figura 18a. Ángulo de incidencia  $\theta = 30^\circ$ . Resultados para cuatro valores de  $t_p = 1, 2, 3$  y 4 seg. Se analizan 81 estaciones equiespaciadas localizadas en el rango  $-5250 \text{ m} \leq x \leq 5250 \text{ m}$  ( $-1.0 \leq x/a \leq 1.0$ ). La distancia entre estaciones es de 131.25 m.

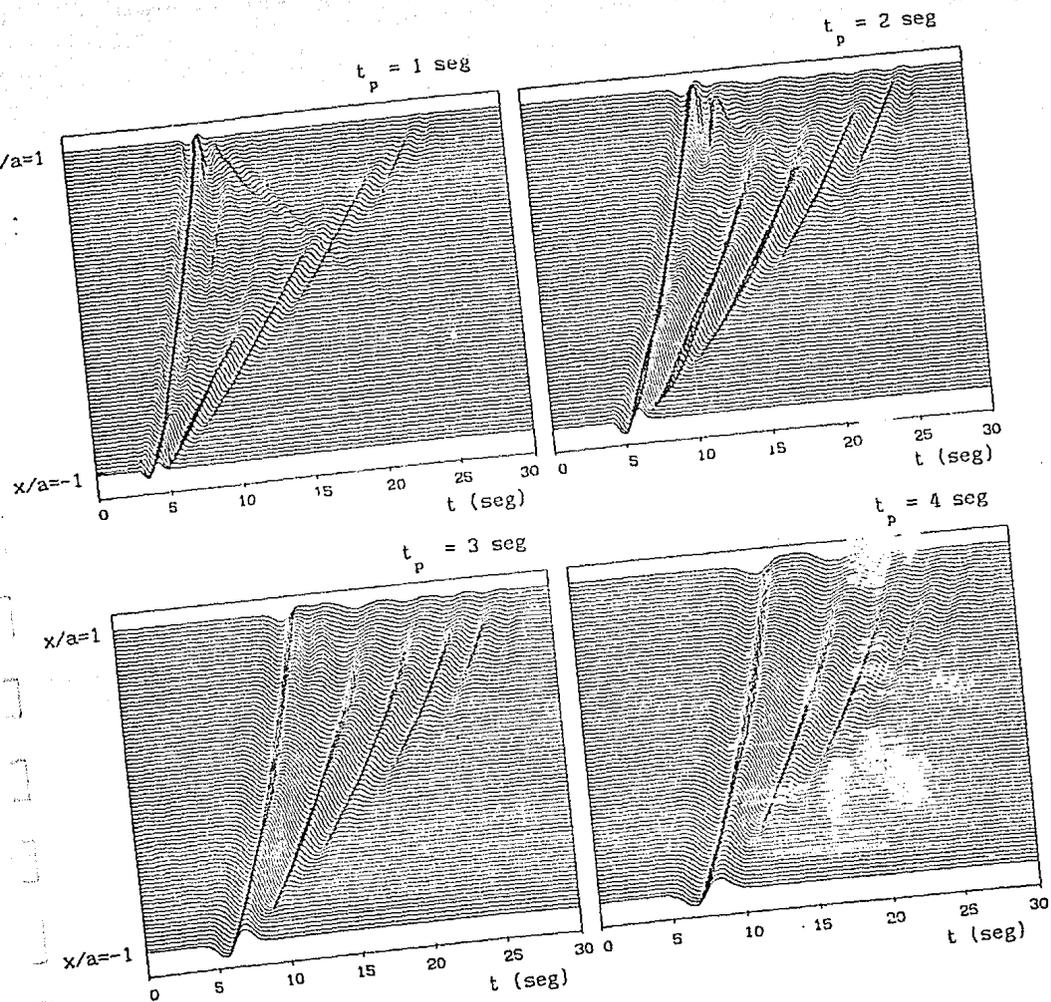


Figura 23. Respuesta en el tiempo del modelo estratificado 2-D de la figura 5a. La señal incidente es  $f_2(t)$  de la figura 18a. Ángulo de incidencia  $\theta = 60^\circ$ . Resultados para cuatro valores de  $t_p = 1, 2, 3$  y 4 seg. Se analizan 81 estaciones equiespaciadas localizadas en el rango  $-5250 \text{ m} \leq x \leq 5250 \text{ m}$  ( $-1.0 \leq x/a \leq 1.0$ ). La distancia entre estaciones es de 131.25 m.

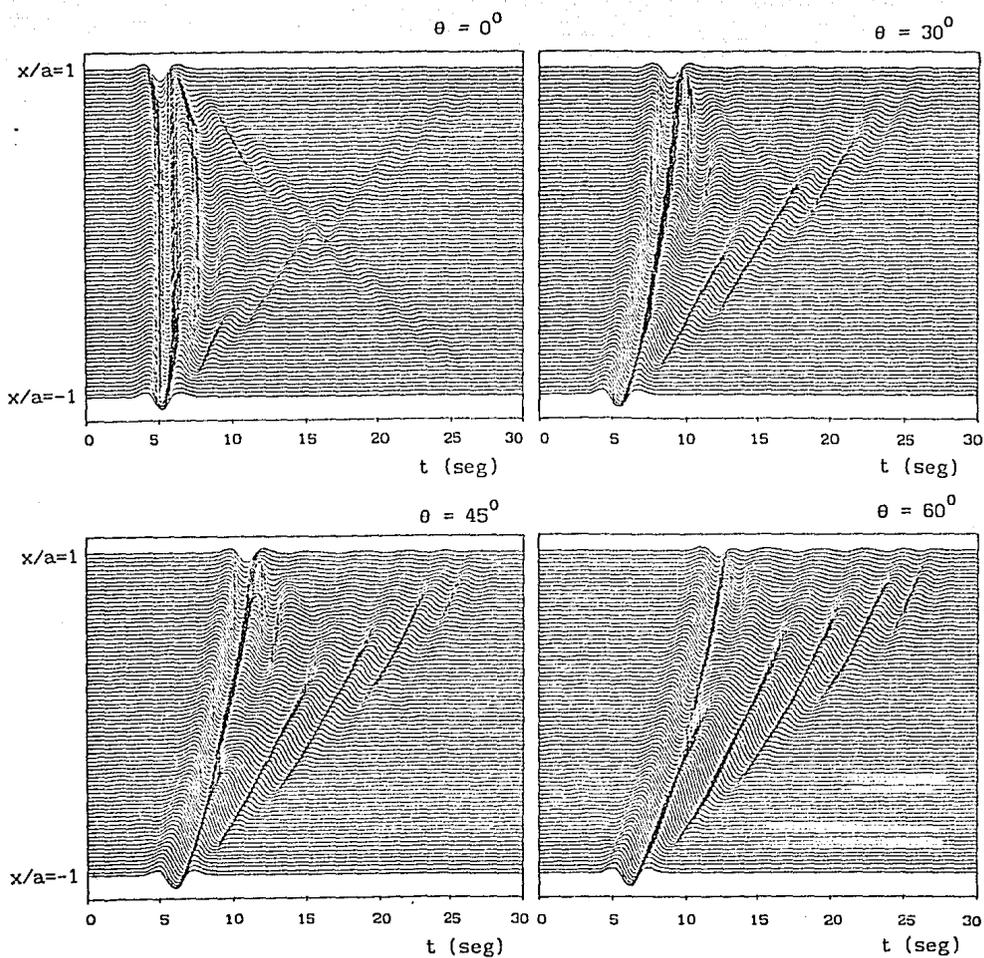


Figura 24. Respuesta en el tiempo del modelo estratificado 2-D de la figura 5a. La señal incidente es  $f_1(t)$  de la figura 17a. Aquí  $t = 3$  seg. Resultados para cuatro ángulos de incidencia  $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$ . Se analizan 81 estaciones equiespaciadas localizadas en el rango  $-5250 \text{ m} \leq x \leq 5250 \text{ m}$  ( $-1.0 \leq x/a \leq 1.0$ ). La distancia entre estaciones es de 131.25 m.



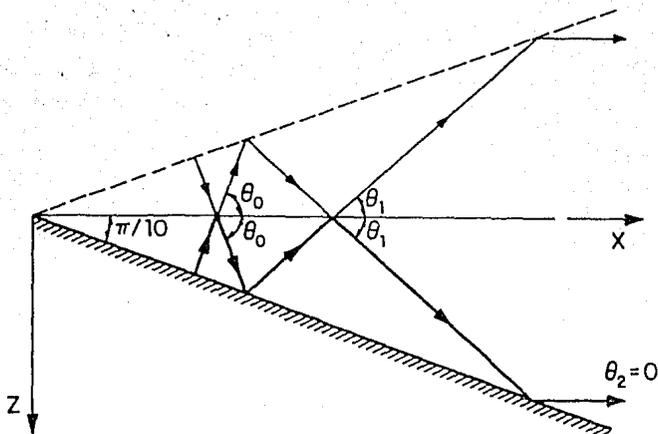


Figura 26. Familia completa de rayos para una cuña de ángulo de la forma  $\pi/2N$ , con  $N = 5$  ( $\pi/2N = 18^\circ$ ). El número de rayos que contribuyen a la solución en cada punto es  $N$ .

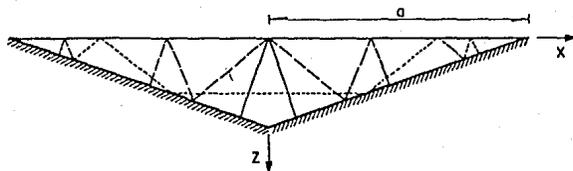


Figura 27. Depósito triangular con ángulos de cuña  $\pi/2N = 18^\circ$  ( $N = 5$ ). Aquí se muestran las  $(N+1)/2 = 3$  distintas trayectorias que un rayo puede trazar en este modelo.

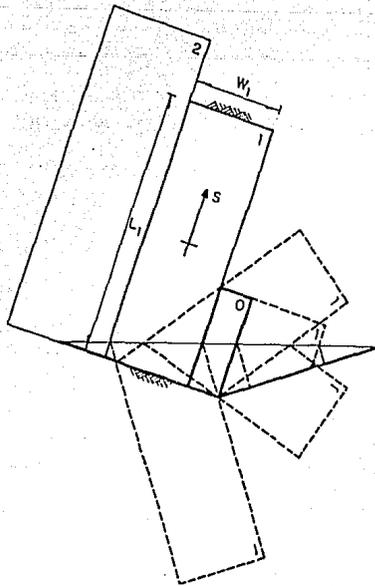


Figura 28. Depósito triangular con ángulos de cuña  $\pi/2N = 18^\circ$  ( $N = 5$ ) en el que se muestran las  $(N+1)/2 = 3$  familias de rayos o bandas que pueden trazarse en este modelo. Para la banda central se exhiben los dobleses ejecutados por las trayectorias de los rayos.

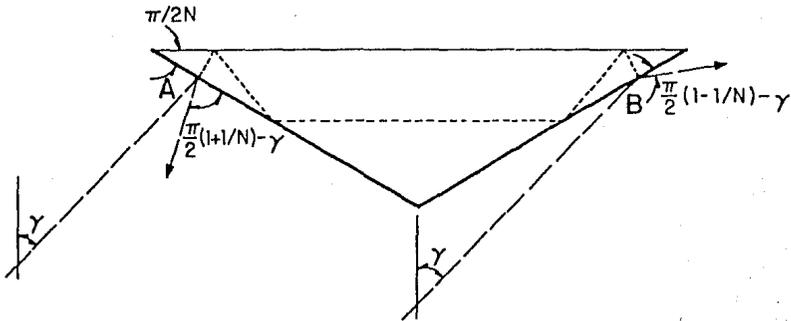


Figura 29. Representación esquemática de las condiciones de frontera consideradas para el caso del depósito triangular sobre un semiespacio elástico. El frente de ondas planas incide con un ángulo  $\gamma$ . Las ondas transmitidas al depósito se considera que son normales a la frontera de este en el punto de contacto de la onda plana con el valle triangular. Aquí se muestra un rayo asociado a la banda central y que tiene como puntos extremos a A y B.

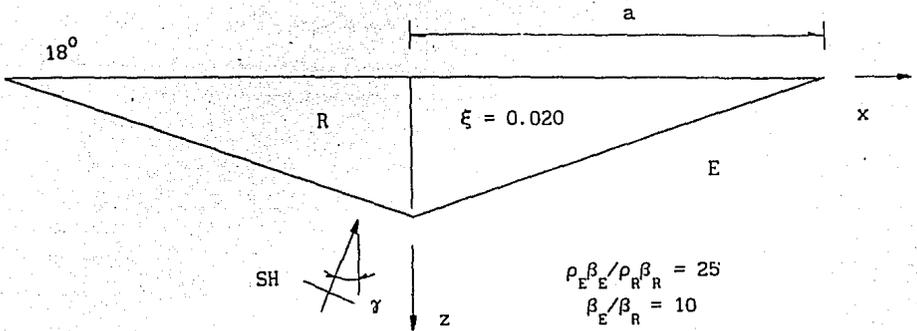


Figura 30a. Depósito triangular con ángulos de cuña  $\pi/2N = 18^\circ$  utilizado para comparación de resultados del método presentado en el capítulo 2 y el de rayos presentado en la sección 4.4.1.

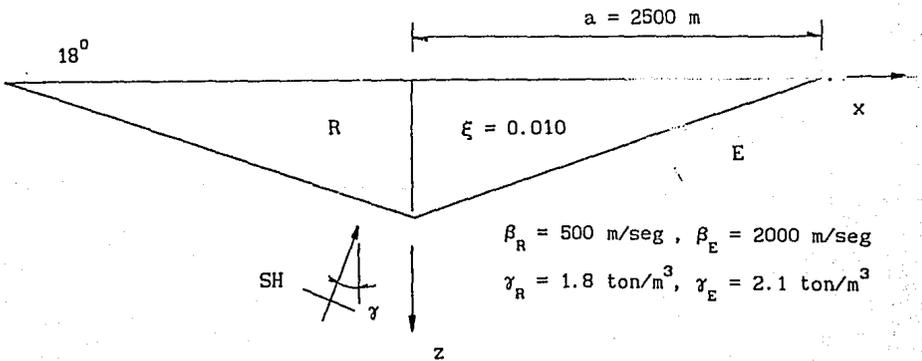


Figura 30b. Depósito triangular con ángulos de cuña  $\pi/2N = 18^\circ$  utilizado como modelo en el procedimiento de mezclado de señales presentado en la sección 4.4.2.

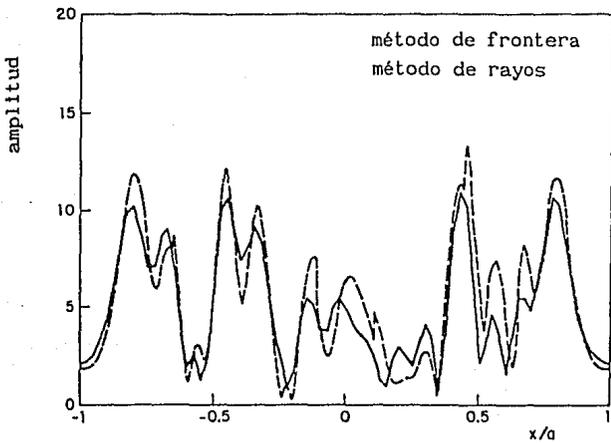
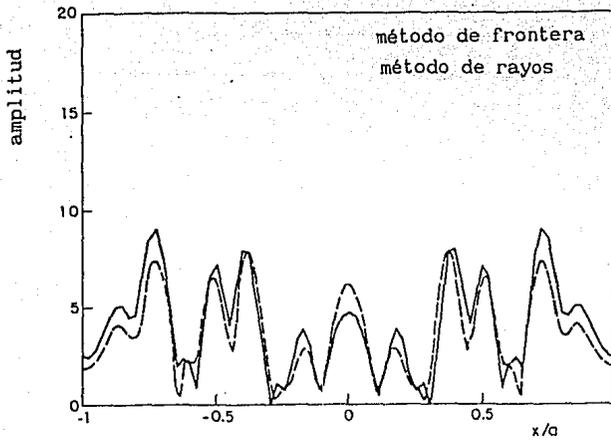


Figura 31. Amplitud de los desplazamientos evaluados en la superficie libre del depósito de la figura 30. Ángulos de incidencia  $\gamma = 0^\circ$  y  $30^\circ$ . Frecuencia de análisis  $\eta = \omega a / \pi \beta_E = 10$ . Resultados obtenidos por el método presentado en el capítulo 2 ( método de frontera ) y el de rayos presentado en la sección 4.4.1.

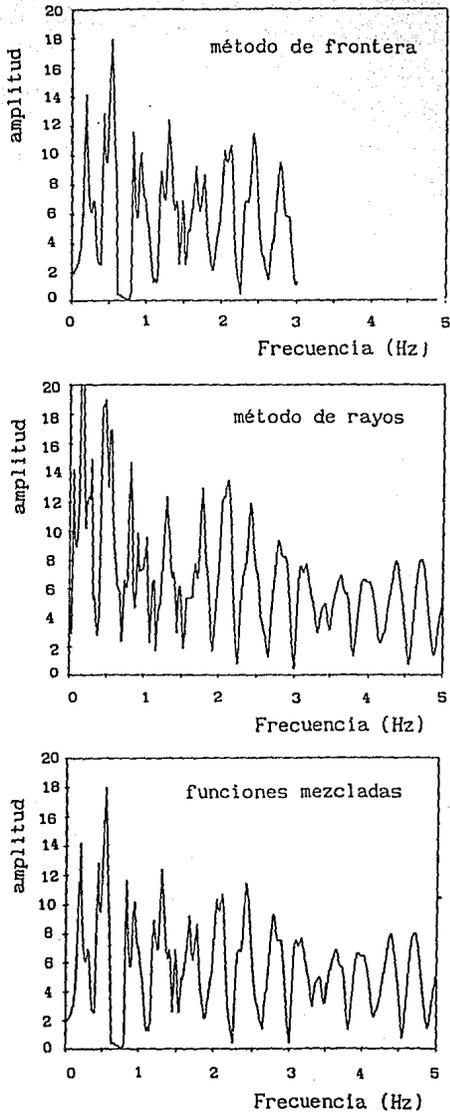


Figura 32. Funciones de transferencia evaluadas en  $x = 0$  m de la figura 30b obtenidas con el método riguroso y el de rayos (gráficas superior e intermedia, respectivamente). Ángulo de incidencia  $\gamma = 0^\circ$ . La función mostrada en la parte inferior es el resultado de combinar las dos primeras señales de la forma dada por la ec (35).

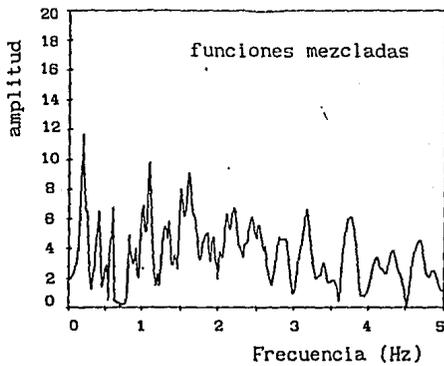
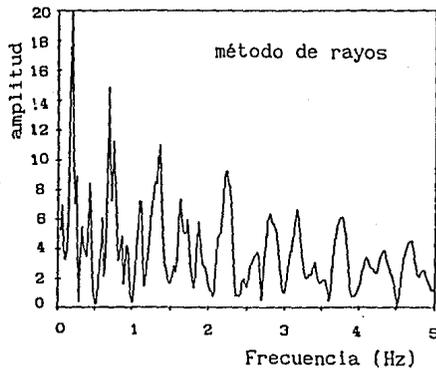
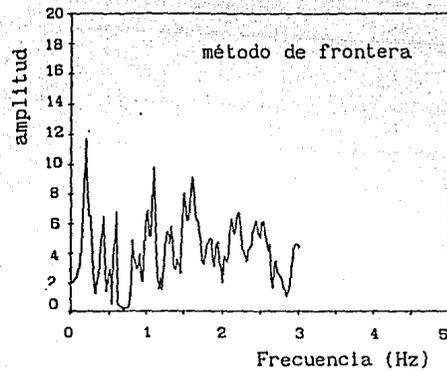


Figura 33. Funciones de transferencia evaluadas en  $x = 0$  m de la figura 30b obtenidas con el método riguroso y el de rayos (gráficas superior e intermedia, respectivamente). Ángulo de incidencia  $\gamma = 15^\circ$ . La función mostrada en la parte inferior es el resultado de combinar las dos primeras señales de la forma dada por la ec (35).

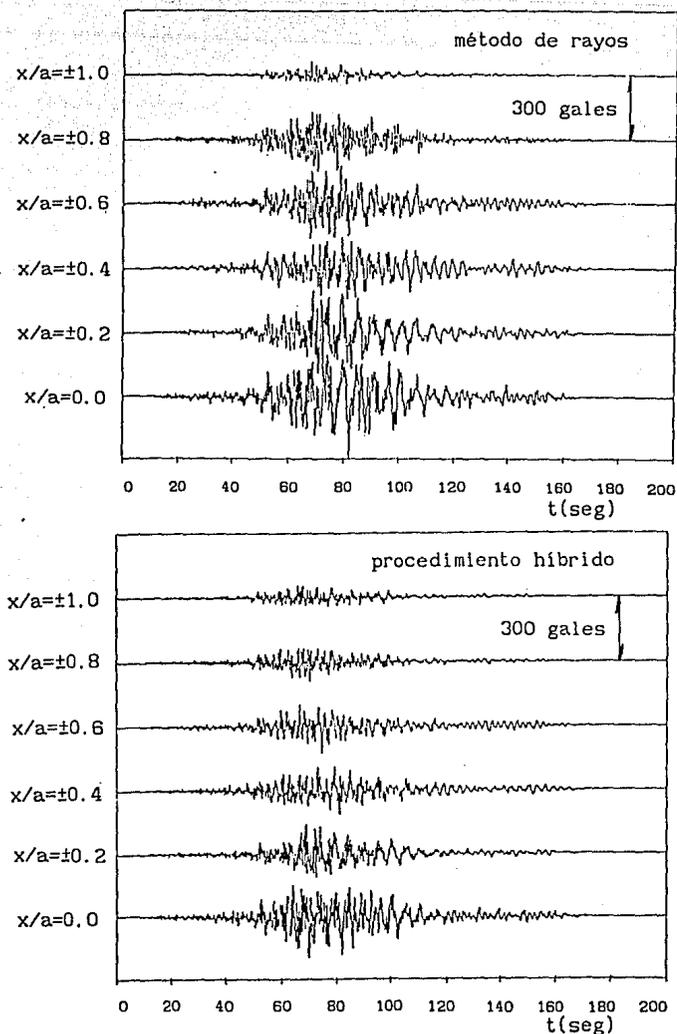


Figura 34. Acelerogramas sintéticos evaluados en 6 estaciones localizadas en la superficie libre del depósito de la figura 30b. La señal de entrada corresponde al componente N-S del acelerograma registrado en la estación Tacubaya (TACY) de la ciudad de México del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Ángulo de incidencia  $\gamma = 0^{\circ}$ . Se presentan resultados obtenidos a partir de las funciones de transferencia del método de rayos y del procedimiento híbrido. El a acelerograma de la estación  $x/a = \pm 1.0$  ( $x = \pm 5250$  m) es prácticamente la señal original.

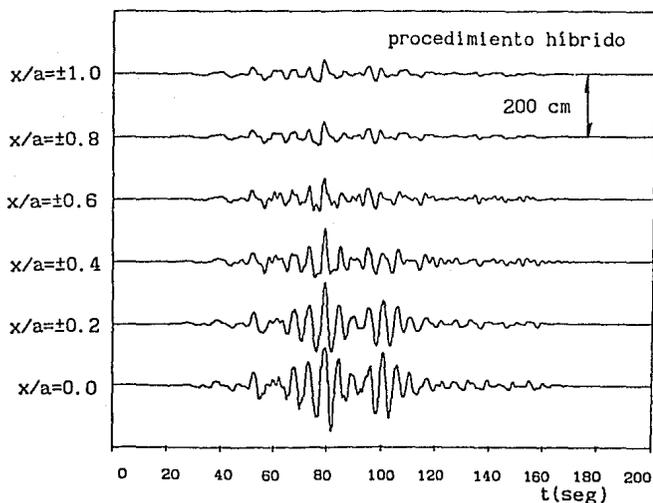
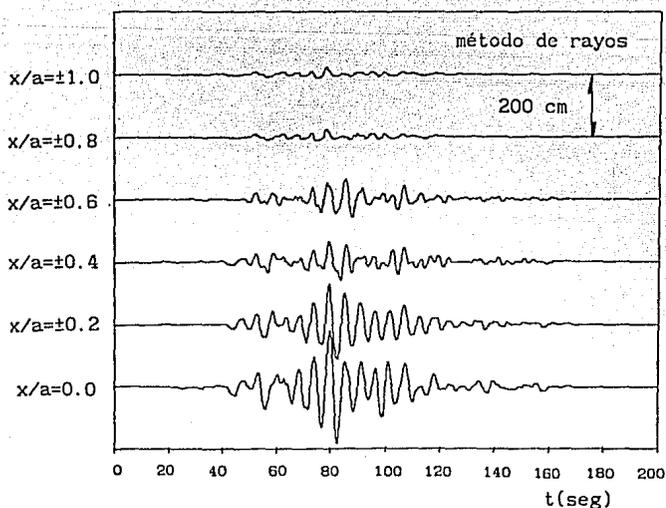


Figura 35. Sismogramas sintéticos evaluados en seis estaciones localizadas en la superficie libre del depósito de la figura 30b. La señal de entrada corresponde al componente N-S del sismograma obtenido de integrar el acelerograma corregido por la línea base, registrado en la estación Tacubaya (TACY) de la ciudad de México del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Ángulo de incidencia  $\gamma = 0^\circ$ . Se presentan resultados obtenidos a partir de las funciones de transferencia del método de rayos y del procedimiento híbrido.

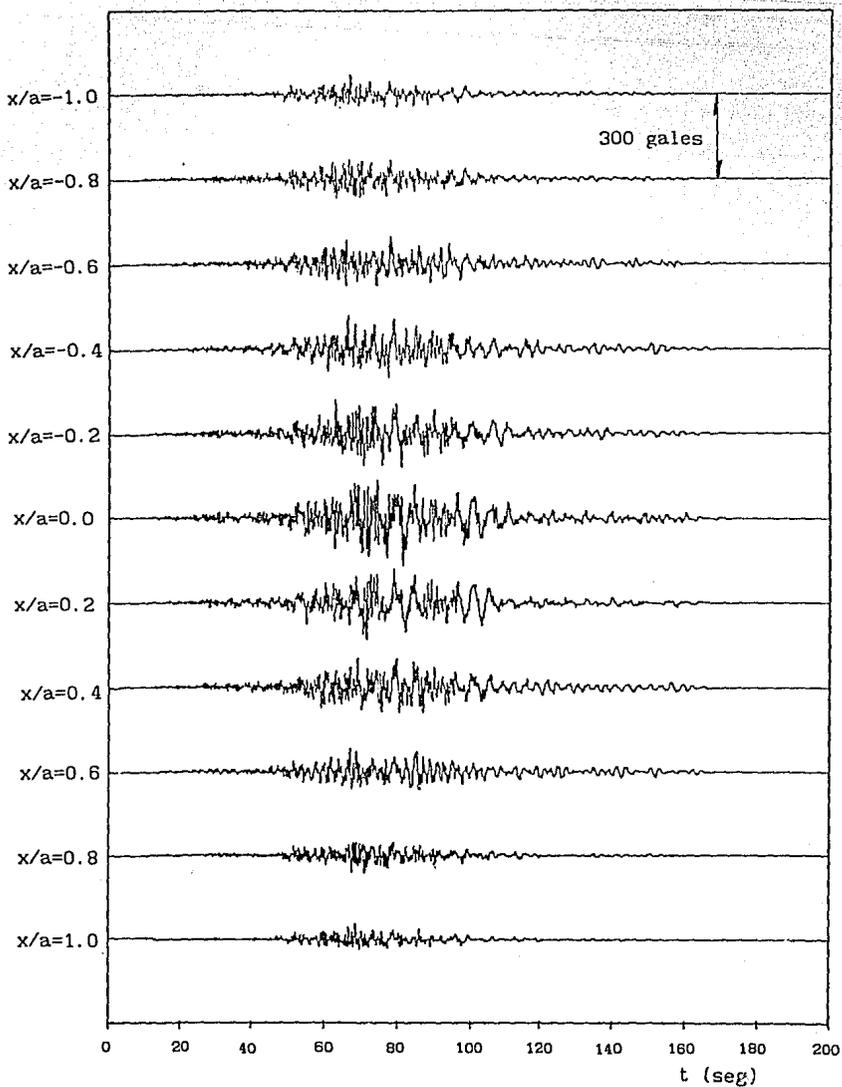


Figura 36. Acelerogramas sintéticos evaluados en nueve estaciones localizadas en la superficie libre del depósito de la figura 30b. La señal de entrada corresponde al componente N-S del acelerograma registrado en la estación Tacubaya (TACY) de la ciudad de México del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Ángulo de incidencia  $\gamma = 30^\circ$ .

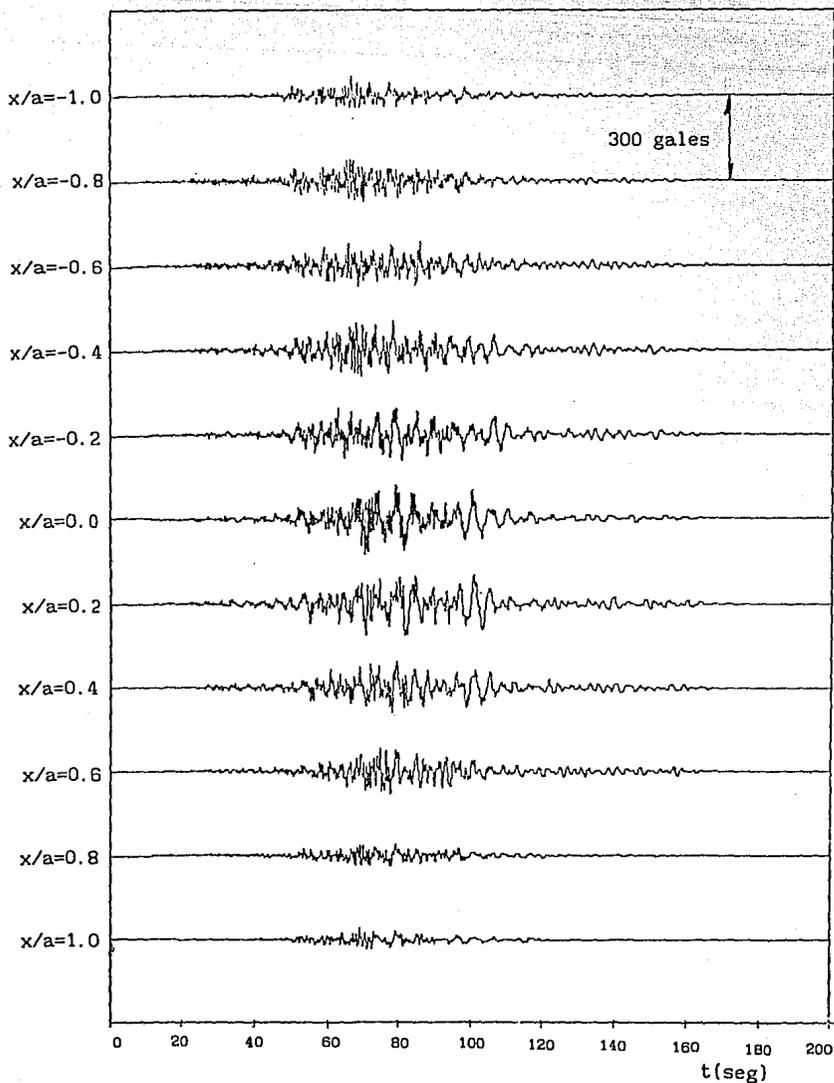


Figura 37. Acelerogramas sintéticos evaluados en nueve estaciones localizadas en la superficie libre del depósito de la figura 30b. La señal de entrada corresponde al componente N-S del acelerograma registrado en la estación Tacubaya (TACY) de la ciudad de México del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Ángulo de incidencia  $\gamma = 60^\circ$ .

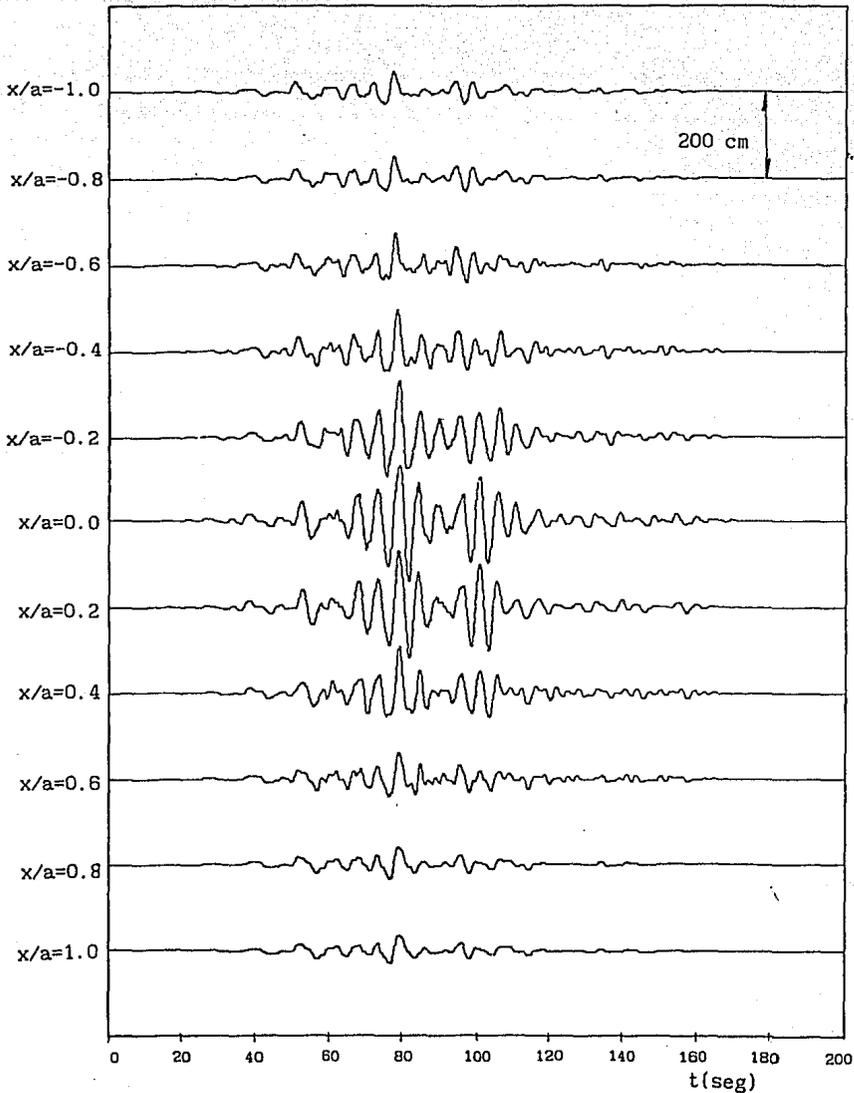


Figura 38. Sismogramas sintéticos evaluados en nueve estaciones localizadas en la superficie libre del depósito de la figura 30b. La señal de entrada corresponde al componente N-S del acelerograma corregido por la línea base, registrado en la estación Tacubaya (TACY) de la ciudad de México del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Ángulo de incidencia  $\gamma = 30^\circ$ .

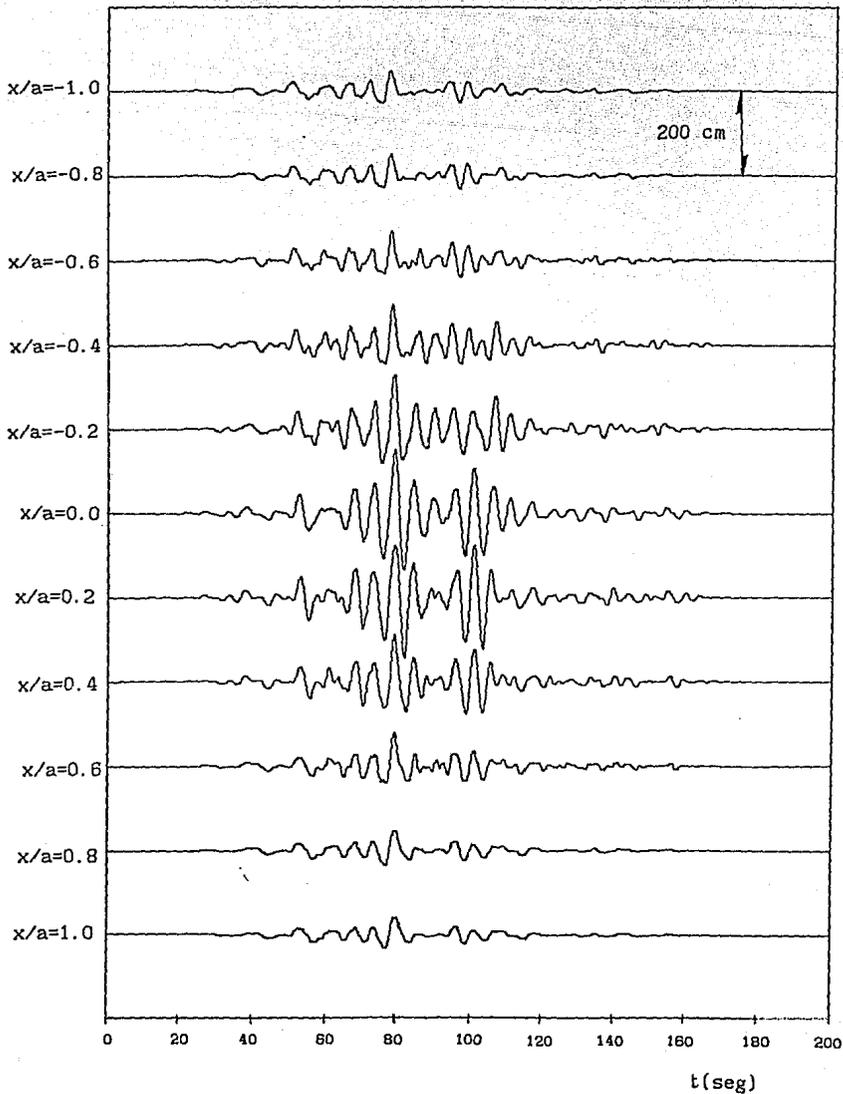


Figura 39. Sismogramas sintéticos evaluados en nueve estaciones localizadas en la superficie libre del depósito de la figura 30b. La señal de entrada corresponde al componente N-S del acelerograma corregido por la línea base, registrado en la estación Tacubaya (TACY) de la ciudad de México del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Ángulo de incidencia  $\gamma = 60^\circ$ .