

35  
2e



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

ARAGON

INGENIERIA

" ESTUDIO EXPERIMENTAL SOBRE LA INFLUENCIA DE LA FORMA DE  
LAS PARTICULAS EN LA VELOCIDAD DE CAIDA Y EL INICIO DE  
ARRASTRE DE SEDIMENTOS DE FONDO "

TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL

PRESENTA

JESUS TOMAS SALGADO ORTIZ

San Juan de Aragón, Edo de México, agosto de 1988.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## NOTACION

A	Area, [L <sup>2</sup> ]
Ab	Porcentaje de absorción
Am	Area dada por un cuadrado de lado Dm, [L <sup>2</sup> ]
Ao	Area proyectada por la partícula en el plano de mayor estabilidad, [L <sup>2</sup> ]
Ap	Relación de áreas
A1, ... An	Magnitudes físicas
a	Radio de una partícula, [L]; una dimensión de la partícula en estudio (S.F.), [L]
b	Dimensión de la partícula (S.F.), [L]
C	Concentración por volumen de una suspensión; constante en función de la rugosidad de una frontera
Cd	Coefficiente de arrastre
Ct	Coefficiente de sustentación
Co	Constante asociada a la presión en la estela
c	Dimensión de una partícula (S.F.), [L]
D	Diámetro de una partícula o una esfera; diámetro de cribado [L]
Di	Diámetro de la malla que pasa la partícula, [L]
Di+1	Diámetro de la malla donde se retiene la partícula, [L]
Dm	Diámetro medio, [L]
Dn	Diámetro nominal de una partícula, [L]
Dp	Diámetro corregido, [L]
d	Diámetro de una esfera; profundidad o tirante, [L]

da	Diámetro de la esfera del mismo volumen de una partícula, [L]
da	Diámetro del círculo de área igual proyectada por la partícula vista en dirección perpendicular al plano de mayor estabilidad, [L]
Eu	Número de Euler
F	Fuerza
F <sub>D</sub>	Fuerza de arrastre o arrastre total
F <sub>e</sub>	Escala de fuerzas
F <sub>f</sub>	Fuerza de arrastre por fricción
F <sub>L</sub>	Fuerza de sustentación, [F]
F <sub>m</sub>	fuerzas en el modelo
F <sub>p</sub>	Fuerza de arrastre por presión, [F]
F <sub>p</sub>	Fuerzas en prototipo
Fr	Número de Froude
Fr <sub>d</sub>	Número de Froude asociado a la partícula
Fr <sub>p</sub>	Número de Froude en prototipo
Fr <sub>w</sub>	Número de froude asociado a la velocidad de caída
g	Constante de aceleración de la gravedad, [L/T <sup>2</sup> ]
h	Profundidad o tirante, [L]
h <sub>v</sub>	Carga sobre el vertedor, [L]
h <sub>1</sub> , h <sub>2</sub>	Tirantes sobre los limnímetros 1 y 2, [L]
K <sub>M</sub>	Factor de forma de Heywood
L	Longitud
L <sub>e</sub>	Escala de longitudes
L <sub>m</sub>	Longitudes del modelo
L <sub>p</sub>	Longitudes del prototipo
lv	Lectura del limnómetro correspondiente al nivel de

	la superficie del agua sobre el vertedor, [L]
11, 12	Lectura de los limnímetros 1 y 2, [L]
M	Masa
N	Parámetro adimensional de Neill que define el inicio de movimiento
n	Número de partículas por unidad de área y por unidad de tiempo
P	Presión
Q	Gasto, [L <sup>3</sup> /T]
$\bar{Q}_v$	Gasto medio aforado en el vertedor, [L <sup>3</sup> /T]
$\bar{Q}_v$	Gasto medio obtenido en forma volumétrica, [L <sup>3</sup> /T]
R	Número de Reynolds
R <sub>c</sub>	Número de Reynolds crítico
R <sub>h</sub>	Radio hidráulico
R <sub>p</sub>	Número de Reynolds en el prototipo
R*	Número de reynolds asociado a la velocidad al cortante
R*c	Valor crítico del número de reynolds asociado a la velocidad al cortante
R <sub>ω</sub>	Número de Reynolds asociado a la velocidad de caída
R <sub>ωp</sub>	Número de Reynolds asociado a la velocidad de caída para el prototipo
S	Pendiente de fondo
S.F.	Factor de forma de Mcnown
S*	Parámetro adimensional del contexto de velocidad de caída
s	Gravedad específica
sss	Condiciones de un material saturado y

superficialmente seco

T	Tiempo
T <sub>v</sub>	Tara del vertedor
T <sub>1</sub> , T <sub>2</sub>	Taras de los limnímetros 1 y 2, [L]
t <sub>e</sub>	Escala de tiempos
t <sub>m</sub>	Tiempos en el modelo
t <sub>p</sub>	Tiempos en el prototipo
U <sub>b</sub>	Velocidad de la corriente cerca del fondo, [L/T]
U <sub>bi</sub>	Velocidad instantánea
U <sub>c</sub>	Velocidad media crítica de fondo, [L/T]
U <sub>o</sub>	Velocidad de referencia o velocidad relativa de fondo entre fluido y partícula, [L/T]
U*	Velocidad cortante, [L/T]
V	Velocidad, [L/T]
$\bar{V}$	Velocidad media, [L/T]
V <sub>des</sub>	Volumen desalojado, [L <sup>3</sup> ]
V	Volumen
V <sub>1</sub> ...V <sub>m</sub>	Magnitudes fundamentales
$\bar{V}_{superf}$	Velocidad superficial promedio, [L/T]
W	Peso de un cuerpo o una partícula, [F]
W <sub>s</sub>	Peso seco, [F]
W <sub>ss</sub>	Peso en condiciones sss
x,y,z	Ejes coordenados
$\alpha$	Exponente en función del número de Reynolds; pendiente de fondo del canal
$\alpha_0$	Constante asociada a la capa límite
$\Delta$	Densidad relativa sumergida
$\Delta p$	Presión diferencial

$\phi$	Angulo de fricción interna
$\gamma$	Peso específico o volumétrico, $[M/L^{-3}]$
$\gamma_s$	Peso volumétrico de sólidos, $[M/L^{-3}]$
$\eta$	Fuerzas viscosas
$\psi$	Parámetro de Shields
$\psi_c$	Valor crítico del parámetro de Shields
$\mu$	Viscosidad dinámica, $[ML^{-1}T^{-1}]$
$\nu$	Viscosidad cinemática, $[L^2, T^{-1}]$
$\Pi_1 \dots \Pi_{n-m}$	Números adimensionales
$\rho$	Densidad de un fluido, $[M, L^{-3}]$
$\rho_s$	Densidad de sólidos, $[M, L^{-3}]$
$\sigma_{yy}$	Esfuerzo normal entre partículas
$\tau_c$	Esfuerzo cortante crítico de fondo o fuerza tractiva crítica requerida para producir movimiento
$\tau_o$	Esfuerzo cortante de fondo
$\tau_{yx}$	Esfuerzo cortante entre partículas
$\phi$	Angulo de reposo
$w$	Velocidad de caída, $[L/T]$
$w(c_o)$	Velocidad de caída de una sola partícula
$w(c)$	Velocidad de caída de una partícula en suspensión
$w^*$	Velocidad de caída adimensional

•

## INDICE

CAP 1. INTRODUCCION.....	1
CAP 2. INSTALACIONES EXPERIMENTALES.....	4
2.1 Conceptos generales.....	4
2.2 Técnicas experimentales en la Ingeniería	
Hidráulica.....	5
2.2.1 Análisis dimensional.....	8
2.2.2 Semejanza y leyes de semejanza.....	12
2.2.3 Modelos hidráulicos.....	18
2.3 Aplicación y limitación de las instalaciones	
experimentales (modelos).....	22
2.4 Descripción de las instalaciones empleadas.....	25
2.4.1 Canal de Rehbock.....	25
2.4.2 Dispositivo para medir la velocidad de caída..	28
CAP 3. LOS TRAZADORES.....	32
3.1 Introducción.....	32
3.2 Descripción de los materiales empleados.....	33
3.2.1 Arena.....	34
3.2.2 Baquelita.....	35
3.2.3 Café.....	35
3.2.4 Cáscara de nuez.....	36



3.3 Estudio de laboratorio.....	37
3.3.1 Equipo empleado.....	37
3.3.2 Preparación de los materiales y selección de los diámetros empleados.....	40
3.3.3 Peso volumétrico.....	43
3.3.4 Porcentaje de absorción.....	45
3.3.5 Densidad.....	47
3.4 Factor de forma.....	49
3.4.1 Criterios existentes.....	50
 CAP 4. VELOCIDAD DE CAIDA.....	 63
4.1 Generalidades.....	63
4.2 Antecedentes.....	68
4.3 Estudio experimental.....	78
4.3.1 Manejo de datos.....	87
 CAP 5. INICIO DE MOVIMIENTO.....	 94
5.1 Aspectos generales.....	94
5.2 Equilibrio de la partícula.....	97
5.3 Criterios para evaluar el inicio de movimiento.....	101
5.3.1 Esfuerzo cortante en el fondo.....	101
5.3.2 Ecuaciones de velocidad crítica.....	106
5.4 Criterios para definir el inicio de movimiento.....	109
5.5 Efecto de la forma de la partícula sobre el inicio de movimiento.....	110
5.6 Descripción de las pruebas.....	111
5.6.1 Ajuste de la instalación.....	112
5.6.2 Determinación de la zona de medición.....	112

5.6.3 Metodología de las pruebas.....	112
5.6.4 Criterio para considerar el inicio de movimiento de las partículas estudiadas.....	117
5.6.5 Manejo de datos.....	118
5.7 Equipo empleado.....	119
5.7.1 Velocímetro laser.....	133
 CAP 6. DISCUSION DE LOS RESULTADOS.....	 140
6.1 Consideraciones generales.....	140
6.2 Discusión sobre la velocidad de caída.....	141
6.3 Discusión sobre los criterios de velocidad crítica en el inicio de movimiento.....	146
6.4 Discusión sobre el criterio de esfuerzo cortante en el inicio de movimiento.....	153
6.5 Factor de forma.....	154
6.5.1 El diámetro medio.....	154
6.5.2 Relación de áreas.....	160
6.6 Uso del diámetro corregido $D_p$ y comparación de resultados.....	163
6.6.1 Velocidad de caída.....	163
6.6.2 Velocidades críticas para inicio de movimiento.....	164
6.6.3 Esfuerzo cortante en inicio de movimiento.....	168
 CAP 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	 171

REFERENCIAS.

## CAPITULO 1 INTRODUCCION.

La Ingeniería Civil es una profesión que no se debe reducir a la aplicación de conocimientos establecidos al ejecutar grandes obras, sino que es necesario mejorarlos a través de estudios o investigaciones que salven los problemas que puedan presentarse al realizar dicha aplicación.

Concretamente para el caso de la Ingeniería Hidráulica, se ha recurrido al auxilio de la experimentación, técnica que actualmente está ampliamente desarrollada y es de bastante aplicación. El presente trabajo es sólo un pequeño estudio experimental enfocado particularmente a dos fenómenos que forman parte de la Hidráulica de Ríos, estos son la velocidad de caída y el inicio de movimiento de los sedimentos de fondo.

En ambas cuestiones se ha considerado que, a pesar de la necesidad de determinar el comportamiento de los sedimentos, no se ha estudiado de manera exhaustiva la influencia que la forma de las partículas tiene en ellos. Con este trabajo se pretende encontrar

una forma adecuada de análisis o dar algún indicio que sirva para futuras investigaciones; para ello, se ha dividido en tres etapas: una teórica, que consistió en la investigación bibliográfica concerniente a los dos temas antes mencionados; una experimental sobre dos instalaciones físicas con objeto de tener mediciones reales con las cuales poder comparar y discutir los criterios existentes y una tercera que fue una aplicación de los resultados obtenidos de la comparación anterior.

El proceso de experimentación se llevó a cabo dentro de las instalaciones del Instituto de Ingeniería, denotado como II dentro de este trabajo.

En este estudio, el desarrollo anterior se presenta en siete capítulos, en el segundo de los cuales se dan algunas nociones de lo que es la experimentación y su uso en la Ingeniería Hidráulica, se comentan la forma de crear números adimensionales cuyo uso y aplicación se dan en el capítulo seis y se describe también a las instalaciones aquí empleadas. En lo que respecta a materiales, se estudian solamente friccionantes y son: arena, baquelita, cáscara de nuez trirurada y café molido. En el tercero, referente a trazadores, se escriben ciertas generalidades de ellos; se especifican los materiales probados en este estudio y algunas de sus propiedades, así como los procedimientos utilizados en el laboratorio para su preparación y selección; finalmente se comentan los distintos criterios para evaluar la forma de las partículas. En los dos capítulos siguientes se da una visión general de los fenómenos que se abordan así como el efecto de la

existencia o no de irregularidades en la partícula, algunas generalidades, antecedentes, criterios de cálculo usuales, descripción de las pruebas de laboratorio y el equipo empleado en ellas. En el capítulo seis se presenta una aplicación consistente de algunos criterios que incluyen directamente la forma de las partículas; finalmente, en el séptimo se dan algunas conclusiones y recomendaciones obtenidas a lo largo del desarrollo de este trabajo.

## **CAPITULO 2 INSTALACIONES EXPERIMENTALES.**

### **2.1 CONCEPTOS GENERALES.**

La experimentación es concebida como un arte, ya que mediante ella se puede expresar simbólicamente y de diferentes formas, algún aspecto de la realidad entendida estéticamente. Se requiere una especie de habilidad, de intuición, de eficacia, y quizá de virtud para poder simular adecuadamente un fenómeno. La experimentación ha sido un arma muy importante en la búsqueda de soluciones a los problemas; por lo mismo, a través de la práctica se ha ido depurando mediante el adecuado entendimiento de los principios fundamentales.

Como consecuencia, aplicada a la Hidráulica se han desarrollado una serie de técnicas derivadas de la experiencia, las cuales se han agrupado según sea la naturaleza del fenómeno que se pretenda estudiar. Estas técnicas conforman ya una parte tan importante como extensa en cualquier rama de las ciencias técnicas; razón por la cual es prácticamente imposible abundarlas en un sólo tratado.

En este capítulo se pretende dar una breve descripción de su empleo en la Hidráulica y más aún, en particular en los problemas que pretendemos estudiar.

## 2.2 TECNICAS EXPERIMENTALES EN LA INGENIERIA HIDRAULICA.

Cuando queremos resolver un problema dentro del campo de la Ingeniería Hidráulica, tenemos la opción de elegir algunas de las diferentes técnicas que existen; la elección de ésta dependerá de las características del fenómeno así como de las variables que en él intervienen. Generalmente se recurre a un modelo matemático, a un modelo físico, a una solución numérica o a una combinación de ellos; cuando esto último ocurre se obtienen soluciones más adecuadas, más acordes a la realidad del fenómeno en estudio. No obstante, estas técnicas por lo general requieren del auxilio de otros métodos tales como los modelos estocásticos o los probabilísticos, que si bien no han sido completamente desarrollados, su empleo es cada vez más frecuente.

En la fig 2.1 se indica la forma en la cuál son resueltos los problemas dentro de la Ingeniería Hidráulica. El esquema general es autoexplicatorio; en lo que sigue se abundará sólo de la rama que concierne a las técnicas experimentales, baste aquí mencionar que la elección del método de solución dependerá principalmente de la naturaleza del problema y quizá de los alcances y la profundidad que se pretenda darle al mismo; además, deberá tenerse cuidado en el planteamiento general del problema ya que, cualquiera que sea el método de solución, pueden introducirse

hipótesis simplificatorias que además de restar generalidad a la solución, puedan llegar a falsear los resultados a tal grado que no tengan relación alguna con el comportamiento real del fenómeno. Por otro lado se debe tener siempre en mente que una técnica no sustituye a la otra; sería un error suponer que una serie de resultados y reglas sencillas obtenidas con la investigación experimental supla un tratamiento racional del mismo, ya que puede ocurrir, por ejemplo, que dichos resultados tuvieran validez sólo en el intervalo de valores para el cuál se efectuaron las mediciones y que no se puede extrapolar fuera de esos límites.

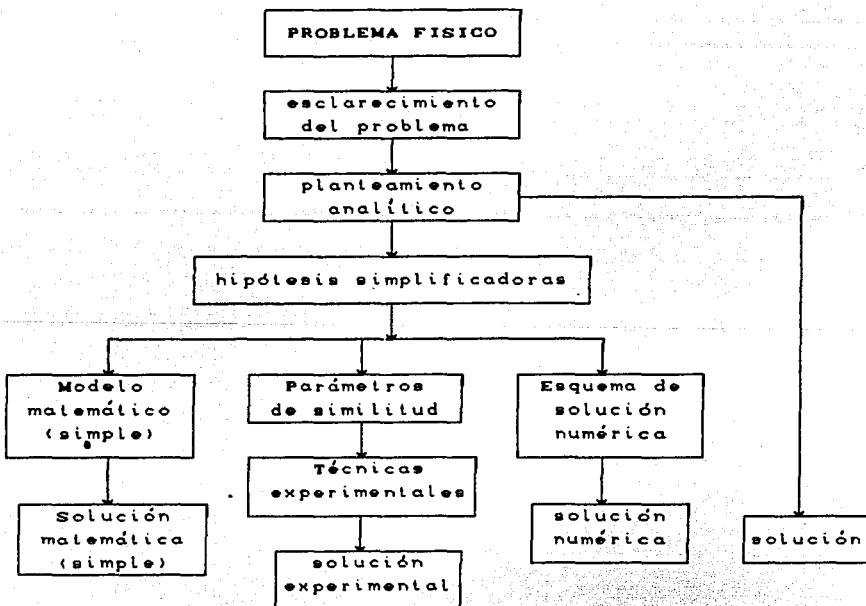


Figura 2.1 Diferentes métodos de solución a los problemas físicos dentro de la Ingeniería Hidráulica.



La experimentación, y con esta las instalaciones experimentales, deben su principio entre otros factores a uno de los sentidos del ser humano: la vista. Galileo Galilei (1564 - 1642) es considerado como uno de los grandes experimentadores tan sólo por su gran capacidad de observación, a tal grado que se ha llegado a decir que " el principio de las ciencias exactas comenzó cuando Galileo, observando, resolvió el más común de todos los fenómenos: la caída de los cuerpos ". Tanto él como Leonardo Da Vinci (1452- 1519), desarrollaron en instalaciones experimentales nuevos planteamientos de fenómenos que observaban cotidianamente; a raíz de ellos las instalaciones experimentales fueron empleándose cada vez más en la búsqueda de soluciones a los problemas. Posteriormente, con el advenimiento de nuevas teorías, de nuevas herramientas y con los conocimientos derivados de la práctica y la observación acumuladas, se desarrollaron las técnicas experimentales que hoy en día son de gran importancia en la solución de los problemas.

Debemos mencionar que en nuestro trabajo hacemos referencia exclusivamente a la experimentación con instalaciones físicas, ya que ésta puede llevarse a cabo también a través de modelos numéricos.

Con el empleo de las mencionadas técnicas, se han desarrollado instalaciones experimentales que reciben el nombre de "modelos" las cuales tienen una relación en cuanto a forma y comportamiento con una cierta estructura construida o que se pretende construir.

De lo anterior surge la necesidad de hacer una distinción entre prototipo y modelo. Se llama prototipo a cualquier obra, máquina o sistema de tamaño natural que se desea estudiar; se llama modelo a cualquier obra, máquina o sistema que se diseña de acuerdo a un prototipo con el propósito de realizar una simulación o un estado de comportamiento.

Por esto, los modelos son quizá la parte más importante de las instalaciones experimentales; mediante ellos, es posible también realizar alguna mejora al diseño original durante la etapa de estudio.

Una parte esencial al trabajar con instalaciones experimentales, lo es el análisis dimensional, ya que facilita tanto su diseño como el mejor aprovechamiento de los resultados que en ellos se obtienen. Por medio del análisis dimensional pueden formularse criterios de semejanza que toman en cuenta las variables más importantes del problema. Lo anterior, así como una explicación más detallada del empleo de los modelos en la Ingeniería Hidráulica se da en los subcapítulos siguientes.

### 2.2.1 ANALISIS DIMENSIONAL.

El análisis dimensional es una técnica matemática que utiliza las dimensiones que tienen asignadas las variables que intervienen en un fenómeno. Esta técnica es usada frecuentemente en estudios experimentales ya que proporciona una guía acerca de las variables

que influyen significativamente en el fenómeno y por tanto la dirección a la cuál deba encaminarse el estudio.

Por medio de esta técnica se estudia la forma correcta de obtener expresiones, números, o parámetros adimensionales los cuales permiten de una manera simple y directa la formulación de criterios de semejanza (subcap 2.2.2). Para problemas simples, un análisis dimensional conduce a los bien conocidos números característicos de Mecánica de fluidos y leyes de modelos.

Con ayuda de este análisis se pueden transformar las variables que intervienen en un problema a parámetros que relacionan a dichas variables de tal forma que también expresen el mismo comportamiento del fenómeno. Algunas ventajas que supone el trabajar con números adimensionales son

- Permiten obtener o verificar una expresión matemática,
- permiten transformar el número de variables a parámetros simplificando el problema,
- al estudiar un fenómeno hidráulico en un modelo y lograr diferentes valores para los números adimensionales no se necesitan variar todas las variables que intervienen en cada uno de ellos, ya que algunas son difíciles de modificar (por ejemplo la gravedad).

Para aplicar este análisis es recomendable que el número de variables seleccionadas sea menor o igual que siete al formar parámetros adimensionales y que las variables que representan las

propiedades del fluido aparezcan solas en un parámetro adimensional; además, es conveniente que todas las variables seleccionadas estén en el conjunto de parámetros adimensionales y que se trate de formar números adimensionales ya conocidos, como los de Froude, Euler, etc.

Cada variable además de tener un valor numérico tiene una dimensión. Generalmente, las variables utilizadas en Ingeniería están en función de las siguientes dimensiones básicas

M = masa;                      L = longitud;                      T = tiempo.

con las cuales se integra el sistema absoluto ó científico y

F = fuerza;                      L = longitud;                      T = tiempo.

que definen el sistema gravitacional ó técnico. La diferencia entre ambos sistemas es que en el técnico el peso de un cuerpo es una fuerza que varía de un lugar a otro con la aceleración de la gravedad y por el contrario, en el absoluto la masa siempre es constante; la relación entre ambos está dada por la segunda ley de Newton, que en función de dimensiones se expresa

$$[F] = [M L T^{-2}] \quad (2.1)$$

Los corchetes indican que se trata de una igualdad entre dimensiones; en la ecuación se observa que tres de las dimensiones son independientes. Sin embargo existen otros fenómenos en los

cuales intervienen temperatura o variables eléctricas además de las ya mencionadas. Cuando esto sucede, éstas deben de introducirse. El sistema de dimensiones más utilizado para resolver problemas con ayuda del análisis dimensional es el [M,L,T]; no obstante, el sistema [F,L,T] es utilizado para resolver problemas con tratamiento ingenieril.

Para formar parámetros adimensionales existen métodos establecidos (refs 9 y 20), de entre ellos el más conocido es el método de Buckingham, que está basado en el teorema del mismo nombre (también llamado de Vaschy o teorema  $\Pi$ ) que enuncia: "Toda ecuación dimensionalmente homogénea en la que intervienen  $n$  magnitudes físicas,  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , que se expresan en función de  $m$  magnitudes fundamentales,  $V_1, V_2, \dots, V_m$ , puede reducirse a una relación entre  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}$  números adimensionales". A partir de estos se puede llegar a establecer una ecuación que las relacione o una representación gráfica mucho más condensada. El teorema  $\Pi$  presenta la desventaja de que si no se llegan a obtener parámetros de los que usualmente se utilizan en Hidráulica o no tengan significado físico importante se debe repetir el procedimiento escogiendo nuevas variables independientes. No es por demás mencionar que dentro de la Hidráulica hay fenómenos como el transporte de sedimentos, erosión y socavación, sedimentación, efectos de oleaje en las playas, transporte de material, comportamiento de maquinaria hidráulica, vibraciones, etc. en los cuales se obtienen números adimensionales particulares que sólo tienen significado físico en esos problemas; por ejemplo, el parámetro de Shields y el de Einstein para transporte de

sedimentos (tabla 2.1). Otro método que utiliza el análisis dimensional es el de Inspección, que tiene la ventaja de formar rápidamente algunos parámetros adimensionales conocidos. Existen otros métodos que son menos empleados que los anteriores, tal es el caso de el de producto de potencias y el de Rayleigh, por citar algunos.

### 2.2.2 SEMEJANZA Y LEYES DE SEMEJANZA.

Una vez que se hayan realizado las pruebas de laboratorio y se desee transferir los resultados al prototipo, se debe cumplir con la condición de que los dos sistemas sean hidráulicamente semejantes, es por esto que para que un modelo represente un fenómeno o sistema debe considerar tres condiciones de similitud con dicho fenómeno o sistema, estas son: semejanza geométrica, cinemática y dinámica.

La semejanza geométrica de un modelo se alcanza cuando todas las longitudes  $L_p$  del prototipo muestran una relación constante a las correspondientes longitudes  $L_m$  del modelo. Esta relación es llamada escala de longitudes  $L_\bullet$  y se define como

$$L_\bullet = L_p / L_m \quad (2.2)$$

La semejanza cinemática requiere que los eventos dependientes del tiempo procedan siempre en el modelo de tal manera que intervalos de tiempo correspondientes en el prototipo y en el modelo muestren una relación constante, por tanto

Símbolo	Nombre	Expresión	Variable de mayor significancia	Problema en que interviene
R	Reynolds	$\frac{VL}{\nu}$	Viscosidad	Flujo laminar, fricción; conductos a presión
Fr	Froude	$\frac{V}{\sqrt{gL}}$	Gravedad	Escurrimiento a superficie libre; ondas
M	Mach	$\frac{V}{C}$	Velocidad del sonido dentro del fluido	Flujo compresible; ondas de Mach; ondas de choque
E	Euler	$\frac{\rho V^2}{\Delta p}$	Presión	Cavitación; empujes
W	Weber	$\frac{\rho L V^2}{\sigma}$	Tensión superficial	Ondas capilares
C	Cauchy	$\frac{\rho V^2}{E}$	Compresibilidad	Ondas de choque
S	Strouhal	$\frac{fL}{V}$	Periodicidad	Formación de vórtices; movimiento de ondas
$\tau_*$	Shields	$\frac{R_H S}{\Delta D} = \frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma) D}$	Esfuerzo cortante sobre el fondo	Inicio y transporte de sedimentos
$\phi_E$	Einstein (Función de transporte)	$\frac{g_B}{\gamma_s (g \Delta D^3)^{1/2}}$	Transporte de sedimentos	Cuantificación del arrastre

V = Velocidad

C = Vel. del sonido en el fluido

E = Módulo de elasticidad

D = Diámetro representativo de los sedimentos

L = Longitud

$\rho$  = Densidad del fluido

f = Frecuencia

$\Delta$  = Densidad relativa sumergida de las partículas

$\nu$  = Viscosidad cinemática

$\Delta p$  = Presión

$R_H$  = Radio hidráulico

$\gamma_s$  = Peso específico de las partículas

$\sigma$  = Tensión superficial del fluido

S = Pendiente

$g_B$  = Gasto de arrastre en la capa de fondo

g = Cte. gravedad

Tabla 2.1 Números característicos adimensionales más comunes en Hidráulica

$$t_{\bullet} = t_p / t_m \quad (2.3)$$

La semejanza dinámica implica que fuerzas correspondientes en el prototipo y en el modelo deben mostrar una relación constante, esto es

$$F_{\bullet} = F_p / F_m \quad (2.4)$$

El requisito clave para modelos hidráulicos semejantes geoméricamente es asegurar la semejanza dinámica, la cual es alcanzada cuando todas las fuerzas actuantes en el modelo son reproducidas en una relación constante a la naturaleza, es decir

$$F_{\bullet} = F_p / F_m = F_{p_1} / F_{m_1} = F_{p_2} / F_{m_2} = \dots = F_{p_i} / F_{m_i} \quad (2.5)$$

De esto sigue que las correspondientes relaciones entre las varias fuerzas deben ser las mismas en el modelo y en el prototipo; con  $F_{\bullet}$  constante se obtiene:

$$F_{m_1} / F_{m_2} = (F_{\bullet} / F_{\bullet}) F_{p_1} / F_{p_2} = F_{p_1} / F_{p_2} \quad (2.6)$$

Todas las leyes de semejanza de la Hidráulica pueden ser derivadas del requisito de esta última ecuación. Los números característicos convencionales son definidos como relaciones de los varios tipos de fuerza que actúan en un elemento fluido.

Considérese, por ejemplo, el caso de un elemento de fluido de



densidad  $\rho$  con reacción inercial y bajo la influencia de la fuerza de gravedad  $g$ , desplazándose a una velocidad  $V$  en un canal abierto de profundidad  $h$ . Esta  $h$  se escoge como longitud de referencia para la definición del número de Froude. La reacción inercial aquí corresponderá al término  $V$ . Las fuerzas gravitacionales son dadas por  $\sqrt{g L}$ , término que representa para este caso la velocidad de propagación de una onda de gravedad en agua superficial. Relacionando las fuerzas inerciales con las gravitacionales puede establecerse que

$$(\rho, V, L, g) \rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{g L}} = \frac{\text{reacción inercial}}{\text{fuerzas gravitacionales}} \quad (2.7)$$

Esta relación es llamada el número característico de Froude. Este parámetro juega el papel más importante en modelos hidráulicos de fenómenos en los cuales la influencia de la gravedad domina; esto es, en modelos de flujos a superficie libre. Números de Froude muy grandes corresponden a una influencia insignificante de la gravedad en comparación con las reacciones inerciales, mientras que los pequeños corresponden a una abrumadora influencia de las fuerzas de gravedad.

Por otro lado, para el caso sencillo de un elemento de fluido de lado  $L$  y de densidad  $\rho$ , sujeto a una presión diferencial  $\Delta p$  moviéndose con una velocidad  $V$ , la reacción inercial del elemento puede ser descrita como:

$$F_i = \left[ \frac{v^2}{2L} \right] (\rho L) = \frac{\rho}{2} v^2 L^2 \quad (2.8)$$

Si esta reacción es relacionada a la fuerza de presión actuante ( $\Delta p L^2$ ) sobre el elemento se obtiene

$$Eu^2 = \frac{v^2}{2 \Delta p / \rho} = \frac{\text{reacción inercial}}{\text{fuerza de presión}} \quad (2.9)$$

que es el cuadrado del número característico geométrico Euler (Eu). En fluidos incompresibles y en ausencia de otras fuerzas (como viscosidad, gravedad, etc) Eu es exclusivamente función de la geometría de las fronteras de flujo.

Otro número adimensional se obtiene si se considera un elemento fluido de densidad  $\rho$ , con longitud L y velocidad V, ambas de referencia y bajo la influencia de fuerzas viscosas; es el siguiente

$$(\rho, v, L, \eta) \rightarrow R = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{\text{reacción inercial}}{\text{fuerzas viscosas}} \quad (2.10)$$

que es el número característico de Reynolds, uno de los más importantes parámetros en Hidromecánica (ref 15).

De un modo similar otros números característicos pueden ser derivados; en cada caso, las fuerzas típicas sobre el elemento fluido (viscosas, de gravedad, etc) son puestas en relación con la correspondiente reacción inercial. Así, se pueden obtener los

números de Weber, Mach, Cauchy y varios más (ver Tabla 2.1). Estos números característicos también pueden obtenerse a partir de las correspondientes ecuaciones de movimiento, deducidas de la ecuación de Navier-Stokes, transfiriéndolas a una forma adimensional.

Toda vez que se hallan identificado las fuerzas actuantes, las leyes de semejanza se obtienen directamente de los números característicos o con la ayuda del mismo análisis dimensional. Las siguientes son algunas de ellas.

- Ley de Froude. Puede escribirse como

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \cdot L}} = 1 \quad (2.11)$$

Por medio de la cuál considerando la gravedad igual tanto para el modelo como para el prototipo, ( $g = 1$ ), pueden obtenerse las siguientes escalas

$V = (g \cdot L)^{1/2} = L^{1/2}$	velocidades
$L_n = L_m$	longitudes
$t = L / V = L^{1/2}$	tiempos
$Q = V \cdot A = L^{5/2}$	gastos
$V = L^3$	volúmenes
$P = \gamma \cdot L$	presiones

- Ley de Reynolds. Se expresaría así

$$R_{\bullet} = \frac{\rho_{\bullet} V_{\bullet} L_{\bullet}}{\eta_{\bullet}} = 1 \quad (2.12)$$

En experimentos de laboratorio haciendo uso del mismo fluido, se tiene  $\rho_{\bullet} = 1$  y  $\eta_{\bullet} = 1$ . con lo cual puede obtenerse

$V_{\bullet} = 1 / L_{\bullet} = L_{\bullet}^{-1}$	velocidades
$L_{\bullet} = L_p / L_m$	longitudes
$A_{\bullet} = L_{\bullet}^2$	áreas
$t_{\bullet} = L_{\bullet} / V_{\bullet} = L_{\bullet}^2$	tiempos
$Q_{\bullet} = V_{\bullet} \cdot A_{\bullet} = L_{\bullet}$	gastos

De la misma forma pueden obtenerse expresiones similares para los otros números (ref 15).

### 2.2.3 MODELOS HIDRAULICOS.

Desde la segunda mitad del siglo XV la experimentación ha logrado un continuo papel de crecimiento en la investigación de Mecánica de Fluidos, que se hizo mucho más notorio durante los siglos XVIII y XIX. Al principio del siglo XX se desarrollaron en Alemania métodos experimentales para la solución de problemas de Ingeniería Hidráulica que consiguieron convencer a la Ingeniería Civil de la utilidad de esta proposición.

Hubert Engels y Theodor Rehbock a principios de siglo fueron los primeros en montar laboratorios de Hidráulica y debido a la

influencia de ambos, el uso de modelos hidráulicos pronto ganó atención en Alemania. El exitoso ejemplo de aquellos primeros laboratorios encontró luego atención e imitación en otros países. Los modelos hidráulicos se desarrollaron rápidamente como una herramienta de Ingeniería de reconocimiento general para la solución de problemas de Ingeniería Hidráulica. Ahora, el uso de ellos para la solución de problemas de Ingeniería se ha convertido en un procedimiento aceptado en muchas áreas.

Un modelo en su más amplio sentido es una representación simplificada de un sujeto, evento o estado; dirigiéndose exclusivamente a "modelos hidráulicos" podemos decir que es cualquier modelo físico que sirve para la simulación de un estado o comportamiento de un flujo sobre una determinada estructura o algún dispositivo que tenga relación con problemas hidrodinámicos o de Ingeniería Hidráulica. En general, los modelos hidráulicos son reproducciones a pequeña escala de la naturaleza en el laboratorio, aunque en algunos casos se emplee una escala 1:1 y en otros se construyan más grandes que el prototipo.

Los modelos hidráulicos se agrupan tomando en cuenta las siguientes consideraciones (ref 20):

a) El fluido utilizado. Se tienen los modelos hidráulicos que utilizan el agua como fluido y los modelos eólicos que utilizan el aire. Estos dos fluidos son los más comunes.

b). El comportamiento del material de que están hechas las

fronteras. Se tienen modelos de fondo fijo donde el fluido en movimiento no altera las fronteras y modelos de fondo móvil en los cuales el fluido en movimiento es capaz de mover las partículas que forman dichas fronteras. Como una combinación de estos dos tipos existen los modelos de fondo fijo con partículas sueltas en el fondo que son empleadas para identificar en forma cualitativa las trayectorias que describen las corrientes de fondo, tanto fluviales como marítimas.

c). Los valores de las escalas de líneas según tres ejes coordenados. De acuerdo a las escalas que relacionan las longitudes en la dirección de tres ejes coordenados ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), los modelos se pueden clasificar en no distorsionados cuando la escala de longitudes es igual en cualquier dirección en que se aplique la misma y distorsionados cuando la escala de longitudes en una dirección es diferente de las otras dos o cuando las tres escalas de longitudes son diferentes entre sí. Generalmente se recurre a la distorsión de modelos cuando las dimensiones horizontales son muy grandes en proporción a las dimensiones verticales, como es el caso de los modelos fluviales y marítimos.

d). La condición de similitud escogida al seleccionar las escalas. Esta clasificación se hace según la condición de semejanza escogida para seleccionar las escalas. Por ejemplo, para sistemas a superficie libre las escalas pueden ser de Froude en los cuales las fuerzas gravitacionales predominan sobre las inerciales o de Reynolds, en las cuales las fuerzas de viscosidad predominan sobre las de inercia.

El estudio de obras hidráulicas mediante modelos, tiene un costo relativamente bajo en comparación con el costo total de la obra y puede representar un ahorro significativo de tiempo. Las pruebas en modelos hidráulicos generalmente usan agua como fluido, porque se dispone fácilmente de ella, es barata y se reemplaza con facilidad; además, muestra considerables ventajas tanto económicas como operacionales. Sin embargo, esto no quiere decir que exista oposición al uso de otros fluidos. En años recientes se ha extendido el uso de modelos de aire y túneles de viento.

Por otro lado, se debe tener en mente que una distorsión en modelos necesariamente significa una desviación de la semejanza geométrica; estas desviaciones pueden conducir a diferencias drásticas entre las condiciones del flujo que se tienen en el prototipo y las observadas en el modelo. Los modelos hidráulicos no distorsionados han demostrado ser medios de prueba muy ventajosos y económicos, pero hay límites en cuanto al tipo de problemas que pueden ser simulados; además, recientemente se observó que los resultados se vuelven cuestionables si se utilizan grandes distorsiones.

Hay una gran cantidad de estudios que se pueden llevar a cabo en un modelo, como son: verificación de coeficientes de descarga para vertedores; estudios de la geometría final de obras de toma, excedencias y desvío de una presa; estudios de socavaciones locales al pie de estructuras; dimensionamiento y funcionamiento de estructuras terminales, etc.

Una parte muy importante en el uso de modelos hidráulicos es la correcta interpretación de los resultados que de este se obtienen; por esto es indispensable tener un conocimiento claro de la teoría fundamental del fenómeno por estudiar. Para ello es necesario planear y controlar las actividades de medición, operación y la calibración de los modelos.

### 2.3 APLICACION Y LIMITACION DE LAS INSTALACIONES EXPERIMENTALES (MODELOS).

Como ya se ha visto, para decidir cual de los tres caminos a seguir en la solución de un problema de Ingeniería Hidráulica se va a utilizar, es necesario considerar varios aspectos. Las tres alternativas que se nos presentan para buscar la solución son con un modelo matemático, con el empleo de un modelo numérico, o con el uso de un modelo físico.

Un modelo matemático desafortunadamente presenta varias desventajas, tal como el no reproducir con exactitud las condiciones de frontera del problema, así como los efectos no lineales; tampoco ofrece la posibilidad de visualizar simultáneamente todas las partes del fenómeno en el tiempo y en el espacio; además presenta dificultades en su determinación, ya que en muchos de los casos no abarca todas las variables importantes involucradas en el fenómeno, por lo difícil que es representarlo en forma de una ecuación.



Por otro lado, debido al rápido crecimiento de la tecnología de las computadoras, en años recientes, los modelos numéricos han sido aplicados en algunas áreas de Hidromecánica obteniéndose buenos resultados. Son estos modelos una limitante de los físicos ya que siempre que se pueda aquellos se preferirán sobre éstos. No obstante se tienen que considerar una variedad de aspectos como criterios de decisión (fig 2.2).

CRITERIO DE DECISION
Principales factores limitantes
Exactitud requerida
Simplicidad
Requisitos de costo y tiempo
Flexibilidad
Fuerza intuitiva
Credibilidad
Posibilidades de calibración
Capacidad de pronóstico

*Figura 2.2 Factores a considerar en el criterio de decisión para un modelo numérico o hidráulico.*

En ambos tipos de modelos el papel más importante en la toma de decisión lo juegan los factores limitantes ya que estos son de naturaleza completamente diferente en los dos casos (fig 2.3).

No obstante, la limitación esencial para la aplicación de los modelos hidráulicos es que sólo algunos procesos pueden ser simulados. Esta limitación no existe en los modelos numéricos; en estos, las limitaciones están dadas por la capacidad de almacenaje

MODELO HIDRAULICO	MODELO NUMERICO
PRINCIPALES LIMITACIONES	
Tamaño del modelo (laboratorio) Gasto (capacidad de bombeo) Altura de caída de energía (capacidad de bombeo) Leyes de modelos	Capacidad de almacenaje Velocidad de las computadoras Grupo incompleto de ecuaciones: hipótesis de turbulencia
LIMITACIONES PRACTICAS	
Escala mínima del modelo (tensión superficial, viscosidad, rugosidad) Tamaño del modelo Métodos de medición y obtención de datos Disponibilidad de fronteras y condiciones iniciales	En grupos simplificados de ecuaciones: exactitud de relaciones asumidas y disponibilidad de coeficientes Resolución de espacio y tiempo Estabilidad numérica y convergencia del esquema de solución Disponibilidad de fronteras y condiciones iniciales

*Figura 2.3 Factores limitantes*

y la velocidad de la computadora. La limitación decisiva es aquí el hecho de que para la mayoría de los procesos de flujo de interés en Ingeniería Hidráulica no puede ser formulado un sistema cerrado de ecuaciones. Los modelos numéricos presentan limitaciones debido a las simplificaciones con las que se establecen las ecuaciones y a la disponibilidad de coeficientes empíricos.

Los modelos numéricos son usualmente más convenientes para la simulación de procesos de flujo de gran escala, mientras que el

modelo hidráulico es más conveniente para investigaciones de configuraciones de flujo local. Por ejemplo, en el cálculo de redes de tuberías, el sistema completo es calculado por un modelo numérico, mientras que los coeficientes de pérdidas locales o los coeficientes de descarga son determinados de pruebas en modelos hidráulicos.

Es importante remarcar que una ventaja en el empleo de los modelos físicos es la economía que pueden ofrecer. Cualquier obra que se intente construir relacionado con el agua es una estructura muy cara, en unos casos debido a su tamaño y en otros a las dificultades que implica su construcción. Es obvio que un error en el diseño o una mala interpretación se reflejaría en el costo de la estructura, los modelos hidráulicos pueden atenuar estas diferencias.

Las técnicas y aplicación de los modelos hidráulicos son mucho más amplios de lo que aquí se aparenta, ya que sólo se ha dado un bosquejo general; para un conocimiento más amplio pueden consultarse las referencias 9, 15 y 20.

## 2.4 DESCRIPCION DE LAS INSTALACIONES EMPLEADAS.

### 2.4.1 CANAL DE REHBOCK.

Theodor Rehbock (1864 - 1950) introdujo un canal prismático con paredes de vidrio y fondo rígido que es conocido actualmente con su nombre.

Una instalación que incluye un canal de Rehbock con pendiente variable se utilizó para la segunda parte experimental de este trabajo (Cap 5); tiene 3 metros de largo, 0.1 m de ancho, y 0.3 m de altura, (fig 2.4 y Fotografía 2.1 - F-2.1 -).

Este dispositivo cuenta con dos tanques de paredes y fondo metálicos separados por un vertedor de pared delgada de forma triangular y con contracciones laterales. El vertedor se utiliza para la medición del gasto, que se calcula a partir del dato de la carga correspondiente a dicho vertedor, el que es obtenido con un limnómetro de gancho que tiene una regla graduada y un vernier que permite una precisión de 0.1 mm; el limnómetro está colocado en un recipiente cilíndrico con agua en reposo que se comunica al tanque B con una pequeña manguera (fig 2.4).

El dispositivo cuenta con un sistema de circulación que recicla el agua utilizando una bomba común que lleva el flujo a través de una manguera flexible que alimenta el canal por el extremo opuesto a los tanques A y B, aquí se llega al tanque D de menor tamaño que los dos anteriores y que tiene una formación de pequeñas rocas que tranquilizan el flujo a la entrada del canal; este se desliza por el fondo metálico a lo largo del "canal de Rehbock" hasta llegar a una compuerta plana con descarga libre de donde a través de dos mangueras flexibles se conduce el fluido hasta el tanque B. Al elevarse suficientemente el nivel se tiene una descarga en el vertedor que cae en el tanque A, de éste, la bomba succiona agua y alimenta nuevamente el canal.

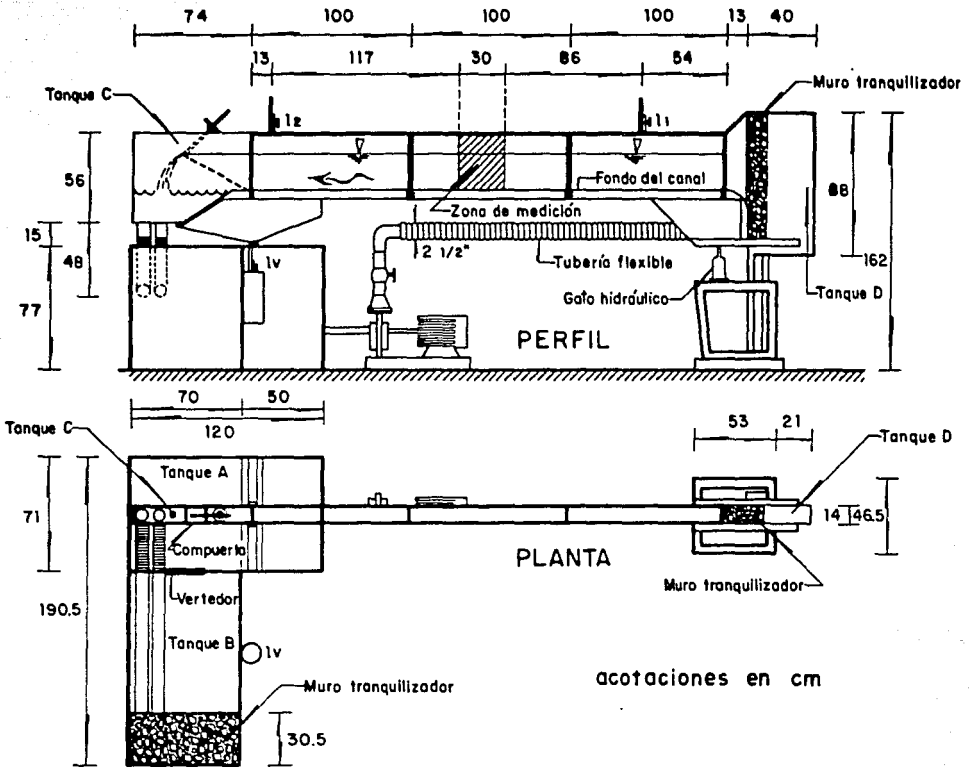


Fig 2.4 Canal de Rehbock

Forman la instalación, junto con el canal de Rehbock, instrumentos de medición que sirven para determinar los valores de los tirantes, cargas y gastos. Para medir los niveles del agua en movimiento, se cuenta con el auxilio de dos limnímetros de punta, ubicados a los extremos del canal; estos limnímetros también están graduados y poseen un vernier cuya precisión es de 0.1 mm. Al hacer las mediciones con estos, se procura que la punta esté en contacto con la superficie del agua. La variación de la pendiente (cuando se requiera) se puede lograr por medio de un "gato hidráulico" de uso común de una tonelada de capacidad, sobre el que descansa la estructura del canal.

Una vista general de esta instalación puede verse en la F-2.1.

#### 2.4.2 DISPOSITIVO PARA MEDIR LA VELOCIDAD DE CAIDA.

Este dispositivo fue utilizado para medir la velocidad terminal alcanzada por las distintas partículas que se mencionan en los capítulos 3, 4, 5 y 6; su forma y dimensiones pueden observarse en la F-2.2 y en la fig 2.5. Debido a su analogía con los sedimentadores, y aunque no es propiamente uno de ellos, de aquí en adelante lo denominaremos como tal.

Consta principalmente de un cilindro hecho de lucita, y compuesto por tres tramos. Cada uno de ellos presenta una especie de anillo o "ala" del mismo material en sus extremos; sobre éstos se tienen ocho perforaciones distribuidas de manera equidistante, por donde

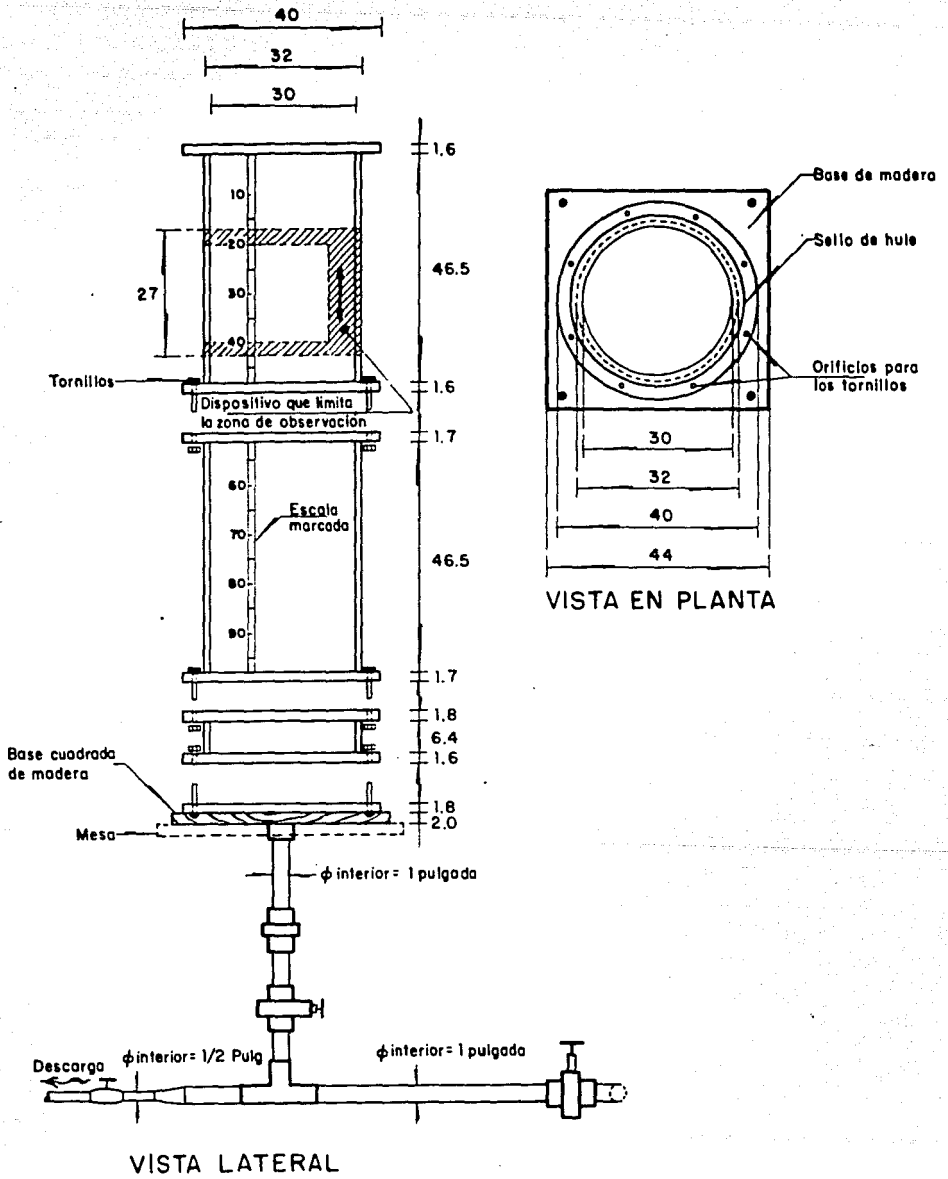


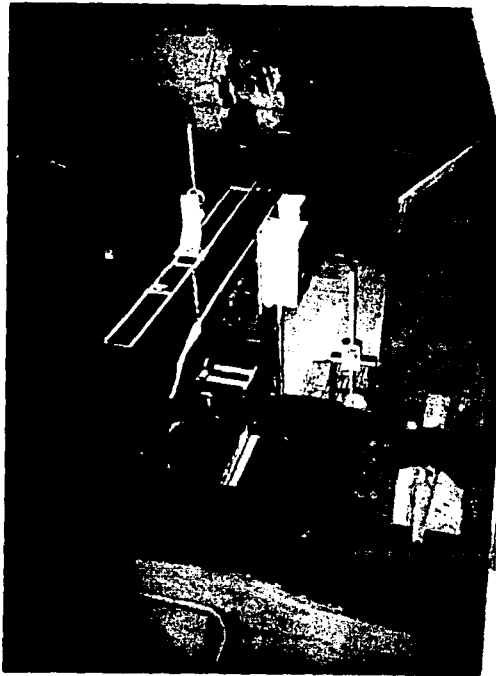
Fig 2.5 Dispositivo empleado para medir la velocidad de caída

se pasan unos tornillos de cabeza hexagonal de dos pulgadas de largo que permiten la unión firme de las tres secciones. La parte inferior del cilindro va unida a una base hecha también de lucita, de la misma forma que las secciones. Es importante mencionar que entre cada unión se coloca una banda de hule que tiene el propósito de sellarla y evitar con esto cualquier tipo de infiltración.

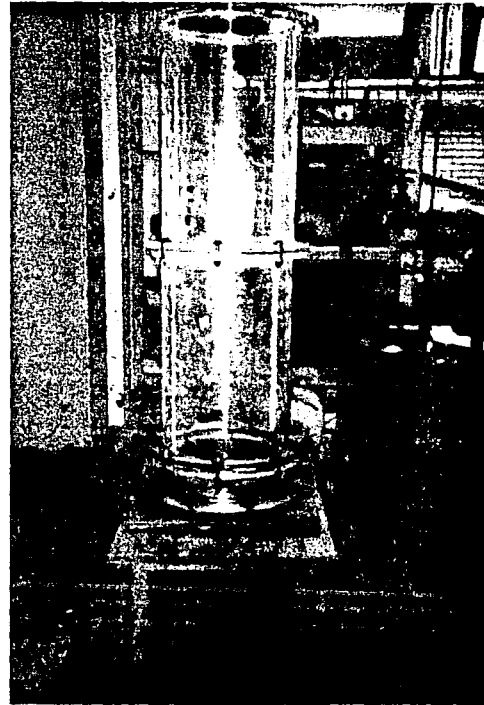
La base del cilindro está apoyada en una tabla cuadrada de madera que a su vez, está sujeta con cuatro tornillos, uno en cada esquina, a una pequeña mesa de madera de cuatro patas y de estructura metálica. Dicha base tiene también una perforación en la cuál se une una tubería que sirve tanto para alimentar como para vaciar de una manera rápida y sencilla el sedimentador.

Complementan al sedimentador una escala pegada al cilindro, marcada sobre cinta adhesiva, que nos indica la profundidad, esto es, la distancia vertical desde la superficie del líquido hasta el punto donde nos encontramos situados; y además, otro artificio, un anillo no rígido en forma de tambor, hecho de cartoncillo con 27 cm de altura y poco más de 32 cm de diámetro, al que se le han fabricado dos "ventanas" que nos ubican en la zona de observación deseada y que además marcan horizontales imaginarias a través del fluido uniendo con la vista los bordes horizontales de dichas "ventanas". Este anillo se puede desplazar verticalmente hacia arriba o hacia abajo y tiene la ventaja de ser fácilmente removido para cambiarlo de una a otra sección.





F-2.1 Instalación que comprende el canal de Rehbock y demás componentes.



F-2.2 Dispositivo para medir la velocidad de caída.

## CAPITULO 3. LOS TRAZADORES.

### 3.1 INTRODUCCION.

Trazador es el nombre genérico que se le da a ciertos materiales o sustancias que nos ayudan a identificar o esclarecer el comportamiento de un fenómeno; su uso es muy frecuente dentro del campo de la Hidráulica y por lo mismo su aplicación es cada vez más eficiente.

En los sistemas a superficie libre siempre interesa conocer la forma y la cantidad en la cuál las fronteras que los delimitan son modificadas como resultado de la acción dinámica del agua sobre ellas; este conocimiento es de suma importancia ya que sobre tales sistemas se requiere de la construcción de obras de protección o de aprovechamiento.

En los sistemas marítimos pueden emplearse trazadores para identificar y cuantificar las corrientes litorales; valiéndose para ello de granos de arena de la playa en estudio, recubiertos

con pintura fluorescente o bien partículas cargadas radioactivamente que pueden ser del mismo material de la playa u otros que cumplan con algunos requerimientos previamente establecidos. En las corrientes fluviales ambos trazadores se aplican para la cuantificación del transporte de la capa de fondo; se ha visto que en estos sistemas el trazador radioactivo presenta más ventajas para describir el comportamiento aleatorio de un lecho.

Quando se realizan estudios experimentales sobre ambos tipos de sistemas los trazadores vienen a ser una parte complementaria en ellos ya que no sólo ayudan a cambiar el problema sino que también ofrecen ventajas en cuanto a la eficiencia y economía en el experimento. Los modelos de fondo fijo con trazadores en el fondo son una prueba de ello. En este trabajo se han empleado algunos materiales granulares como trazadores para identificar condiciones críticas de flujo cuando éstos, previamente depositados en forma aislada en el fondo, comienzan a moverse (cap 5); se utilizaron cuatro tipos de materiales con diferentes diámetros de cada uno, para un total de dieciseis muestras. Para efectos de comparación con otros criterios de condiciones críticas de flujo fue necesario realizar un estudio de laboratorio y determinar con ello algunas de las propiedades mecánicas de los materiales. Este estudio se describe en los siguientes subcapítulos.

### 3.2 DESCRIPCION DE LOS MATERIALES EMPLEADOS.

Los materiales empleados son arena, granos de café, baquelita y cáscara de nuez triturada; para lograr una descripción general de ellos tenemos que referirlos a ciertas características como lo son

su constitución física, algunas de sus propiedades mecánicas y a otras consideraciones en cuanto a costo y a facilidad de obtención, para ello nos hemos auxiliado de los laboratorios de Micromecánica de suelos y de Estructuras y Materiales, ambos del II, así como de lo existente en la bibliografía. A continuación se describen cada uno de los materiales mencionados y posteriormente el estudio de laboratorio. Cabe aclarar que dichos materiales fueron utilizados por su bajo costo y la relativa facilidad para adquirirlos.

### 3.2.1 ARENA.

Una arena es la acumulación de granos sueltos de material mineral procedente de la desintegración de las rocas; pueden estar constituidas por feldespatos, caliza, yeso y otros minerales, siendo las más comunes las cuarzosas. Debido a su dureza se emplea ampliamente en la construcción, ya que al ser mezclada con otros agregados forma el concreto.

Puede encontrarse en suelos o terrenos superficiales, en depósitos formados por corrientes naturales de agua o bien obtenerse de canteras; de aquí se desprende la alta disponibilidad y la facilidad con que puede conseguirse este material. Según la clasificación de la American Geophysical Union para materiales sedimentarios (ref 19), las arenas quedan comprendidas entre 0.062 mm y 2 mm. En este caso, hemos empleado arena que se encontraba disponible en el II. La constitución de ésta es la siguiente: arenisca y feldespatos parcialmente cementados con silicatos, lo que implica que este material no es de origen aluvial, sino que es

extraído de un banco.

### 3.2.2 BAQUELITA.

Es una resina sintética obtenida por un proceso químico llamado polimerización, mediante el cual se unen varias moléculas idénticas para formar otra mayor; este proceso se aplica al fenol, que es un derivado oxigenado del benceno, con el formol o formaldehído y que se hacen reaccionar por medio de un catalizador. Fue inventada por el Dr. Baekeland en 1900; es un producto parecido al ámbar, muy fuerte, aislante eléctrico, insoluble en cualquier solvente conocido y muy resistente a la mayoría de los agentes químicos. Resiste 300 °C o más sin fundirse, pero a temperaturas superiores se carboniza y arde.

En uno de sus estados preliminares es un líquido que solidifica por aplicación de calor. Esto último permite emplearla para impregnar bobinas de dinamos o motores, se usa también para endurecer madera y otros cuerpos porosos y es común su empleo en joyería, los joyeros que antiguamente empleaban el ámbar lo han reemplazado casi totalmente por la baquelita transparente, que es más resistente, de mejor apariencia y más barata. Esto nos puede dar una idea de su accesibilidad económica. En este estudio se utilizó baquelita disponible en el II para este tipo de experimentos.

### 3.2.3 CAFE.

El café es una semilla proveniente del cafeto, universalmente

conocida, que se somete a procesos de mezclado y tostado para obtener su forma comercial. Generalmente es también sometido a un proceso de trituración que puede ser industrial o rudimentario.

En la operación de torrefacción o tostadura se forman dos componentes solubles al agua, que son los extractivos pesados y las materias aromáticas más ligeras. Los primeros comprenden la cafeína, ácido cafetánico, glucosa, dextrinas, proteínas y materiales minerales. Además contiene algunos aceites grasos que, al descomponerse, determinan el grado de acidez del café. Las segundas son empleadas comunmente con fines comerciales.

Su disponibilidad en el mercado es muy amplia y su costo variable, dependiendo de la presentación que se busque; se recomienda conseguir simplemente café molido sin envase de ningún tipo, tal como fue usado en este estudio.

En el comercio se emplean muchas denominaciones para los grados de aspereza o finura del café molido; basto, medio, fino, muy fino y pulverizado son los más importantes para los consumidores.

El café que se ha utilizado en este trabajo es el de consumo diario en el II, el cual se fue juntando durante varios días hasta reunir la cantidad suficiente para el estudio.

#### 3.2.4 CASCARA DE NUEZ.

La nuez es un fruto comestible que tiene la semilla encerrada en un pericarpio coriáceo, es decir, semejante al cuero, óseo o

leñoso y además indehisciente, o sea, que no abre por sí solo.

Precisamente es el pericarpio, endurecido, el que nos interesa utilizar. Sus principales características son una textura rugosa y en pocas ocasiones casi lisa, dependiendo de la clase de nuez, y una dureza que varía considerablemente, según la clase.

El desecho obtenido de una nuez, principalmente la cáscara, es variable, algunas proporciones son: castañas frescas 16 %, castañas secas 23 %, cacahuates 27 %, almendras 47 %, y nuez de nogal 86 %.

En este caso hemos empleado cáscara de nuez de la comunmente llamada encarcelada o de cáscara de papel que fue conseguida en la ciudad de Tulancingo, Hidalgo, en los desechos de los comercios.

### 3.3 ESTUDIO DE LABORATORIO.

Para referirnos a cada uno de los materiales, lo haremos mediante una nomenclatura sencilla que incluya tres caracteres; el primero se refiere al material, siendo A para la arena, B para la baquelita, N para la cáscara de nuez y C para el café; el segundo y tercer caracter indicarán la malla o tamiz y el tamaño de ésta respectivamente. Por ejemplo, AM14 se referirá a una arena retenida en la malla número 14.

#### 3.3.1 EQUIPO EMPLEADO.

A continuación se describe el equipo empleado en el laboratorio,

así como sus principales características.

Mallas. Se utilizó un juego de mallas metálicas de uso común en la operación de cribado (F-3.1); los tamaños de las mallas empleadas, sus aberturas, así como sus marcas se indican en la tabla 3.1. Debe mencionarse que las mallas se eligieron en función del tamaño de la abertura de tal manera que no existieran cambios bruscos entre ellas, y no se consideró la marca.

MALLA No.	ABERTURA	MARCA
1/4"	6.35 mm	U.S.B.of S.
4	4.69 mm	TYLER
8	2.38 mm	U.S.B.of S.
14	1.41 mm	ALSA
16	1.19 mm	U.S.B.of S.
25	0.711 mm	DUVESA
30	0.590 mm	U.S.B.of S.
50	0.297 mm	U.S.B.of S.

Tabla 3.1 Tamaño de abertura para las mallas usadas.

Cribadora Rotap. Este aparato (F-3.2) está diseñado para separar materiales de acuerdo a un mismo tamaño según la clasificación de mallas que se le adapte. Al ponerse en marcha esta máquina ejerce sobre las mallas un movimiento horizontal así como un golpeteo vertical; cuenta además con un mecanismo de reloj, el cuál da la opción de seleccionar un tiempo de cribado que va de 1 a 30 min. Este aparato es de la Tyler Industrial Products, modelo B y cuenta con un motor de 1/4 HP.



Horno eléctrico. (F-3.3) Cuenta con un control de temperatura que va de 0 a 220°C, es de dos puertas y tiene dos parillas en su interior cuya posición puede variarse; la altura total de este horno es de 1.5 m.

Balanza eléctrica. (F-3.4) Es marca SAUTER, tipo K-1200; cuenta con dos rangos de medición: uno con 120 gr con una precisión de 0.01 gr y otro de 1200 gr con una precisión de 0.1 gr.

Frasco de Chapman. Está graduado en ml y tiene una capacidad de 450 ml; es de forma especial (F-3.5) para facilitar la colocación del material dentro del frasco y realizar la medición de la densidad de un material.

Frasco de Lechatelier. Al igual que el anterior, su graduación está en ml, y posee una capacidad de 24 ml. Este frasco tiene diferente forma, menor tamaño y volumen que el anterior, pero su funcionamiento es idéntico (F-3.6).

Probetas. En el proceso se utilizaron dos, una de 500 ml de capacidad (F-3.7) y otra de 1000 ml (F-3.8).

Vasos de precipitados. Se utilizaron dos, con capacidades de 100 y 250 ml (F-3.9).

Trituradora. Es de marca SOILTEST modelo C-2, y cuenta con un motor de 3 HP de potencia (F-3.10).

Por otra parte, en el desarrollo de este estudio se empleó como equipo auxiliar otros objetos tales como charolas, para el secado del material; recipientes metálicos, para el lavado del material; cepillos de alambre para limpiar las mallas; franelas, placas de acrílico, redes, vasos de plástico, etc.

### 3.3.2 PREPARACION DE LOS MATERIALES Y SELECCION DE LOS DIAMETROS EMPLEADOS.

Antes de proceder al estudio de laboratorio fue necesario preparar adecuadamente las muestras de material y elegir de ellas algunos tamaños convenientes para el estudio.

La preparación del café fue la siguiente; una vez que se había juntado el material, se sometió a un proceso de lavado que constituyó la eliminación de la coloración de las partículas, empleándose para ello una malla de tela, la cuál sólo permitía el paso del agua, reteniendo todo el material; posteriormente fue secado en forma natural, esparciéndolo y exponiéndolo a los rayos solares.

Para la selección de los tamaños, la muestra totalmente seca fue cribada por medio del Rotap y el juego de tamices antes indicado más una charola; los porcentajes retenidos en cada tamiz (F-3.11) se separaron en forma aislada en bolsas de plástico marcadas de acuerdo al número de malla.

Después, cada uno de los porcentajes retenidos se depositaron en un recipiente con agua procurando que sobre el material existiera

un tirante de agua de 1", según las especificaciones de los laboratoristas, con el fin de saturar toda la muestra. En esta etapa se detectaron partículas flotantes, las cuales fueron retiradas. Asimismo se desecharon los porcentajes de las mallas 100, 200 y lo retenido en la charola, ya que la mayor parte de esos materiales se suspendían en el agua; también se desecharon los retenidos en las mallas 4, 8 y 14, estos por ser porcentajes muy pequeños en comparación con el total. Por tanto, se usaron para este caso las siguientes muestras, CM16, CM25, CM30 y CM50; utilizando los tres primeros en las pruebas de absorción y densidad y los tres últimos en las pruebas del peso volumétrico, esto se hizo en base a la cantidad disponible y manejabilidad de cada muestra.

El mismo procedimiento fue utilizado para la arena y la baquelita; por razones análogas se seleccionaron los siguientes tamaños AM30, AM25, AM16, AM14, AM8, AM4 y AM1/4" para la arena, desechando el primero de ellos en las pruebas de absorción y densidad; y para la baquelita BM30, BM25, BM16 y BM14. Cabe aclarar que los tamaños AM8, AM4, AM1/4", según las especificaciones dadas anteriormente, no caen dentro del rango de las arenas, sino de las gravas, sin embargo, los hemos considerado como tales en este estudio por ser de uso muy común y por creerlos de importancia, además de poseer la misma constitución física que aquellas.

El proceso de preparación para la cáscara de nuez fue diferente en su inicio. El material disponible fue lavado para eliminar polvo y algunas basuras que se encontraban mezcladas; después de esto se requirió hornear el material, tanto para tratar de eliminar en lo

más posible la parte blanda interna y dejar únicamente la parte estéril orgánica como para quemar la parte exterior y tratar de evitar con esto que cambie de tamaño, por ejemplo, al estar inmerso en el agua. Posteriormente se sometió a un proceso de trituración para obtener dimensiones del orden de los materiales anteriores. Para ello se requirió de la trituradora. El procedimiento que utiliza ésta es el de provocar la ruptura del material a base de cargas de impacto, por ello es conveniente mencionar que debido a las características del material, las propiedades físicas o mecánicas no se alteran, esta parte de la nuez posee ciertas características elásticas a las cuales siguen la ruptura repentina debido a la fragilidad del material; las cargas de impacto que se le proporcionan durante el proceso de trituración dependen básicamente de la fragilidad, pudiéndose decir que sus propiedades dentro del rango elástico permanecen inalteradas; este comportamiento lo podemos apreciar en la fig 3.1. Todo este proceso se hizo con el objeto de darle consistencia al material. Una vez hecho lo anterior se procedió en forma semejante a las otras muestras, en este caso se seleccionaron los siguientes tamaños NM14, NM16, NM25, NM30 y NM8; utilizándose todos para obtener el porcentaje de absorción y la densidad y sólo los tres primeros para determinar los pesos volumétricos.

Una vez que se determinaron los tamaños por emplear, cada uno de ellos se separó en cuatro porciones para los siguientes fines

1. Obtener algunas propiedades físicas o mecánicas del material
2. determinar la constitución física de los materiales
3. obtener fotografías ampliadas de las partículas de cada material

#### 4. para la realización de las pruebas de los capítulos 4, 5 y 6.

La porción del primer punto se utilizó para la determinación del peso volumétrico suelto y varillado, la absorción y la densidad; lo obtenido en el segundo punto ya se ha comentado en el subcap 3.2; con referencia al punto tres, su aplicación se describe en el subcap 3.4; finalmente, la porción del último punto se empleó para la parte experimental de este trabajo.

#### 3.3.3 PESO VOLUMETRICO.

Hay dos valores para esta relación, dependiendo del grado de acomodamiento que se dé al material inmediatamente antes de realizar la prueba; la denominación que se le dará a cada una de ellas será "peso volumétrico suelto" y "peso volumetrico varillado". La utilidad de uno y otro dependerá de las condiciones de manejo a las que se sujeten los materiales en el trabajo.

Para determinarlos, se realizó lo siguiente: primero, se consiguió un recipiente adecuado para nuestra prueba, posteriormente se separó la cantidad suficiente de material a utilizar, de tal forma que no llegara a hacer falta, considerando que en su manejo hay partículas que escapan y se pierden, reduciéndose así la cantidad disponible. Después se colocaron todas las muestras en el horno durante 24 hrs a una temperatura de entre 100 y 110 °C. Se introdujeron todos los materiales seleccionados, tomando la precaución de que no se mezclaran entre ellos. Esto se hizo con el objeto de tener completamente secas a las partículas.

Como en el laboratorio no se contaba con los recipientes especiales para esta prueba se recurrió a un vaso de precipitados cuya capacidad fue obtenida mediante la relación

$$\gamma = W / V \quad (3.1)$$

utilizando agua, tomando  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  y el peso  $W$  de ella obtenido previamente de la balanza queda como incógnita única el volumen, el cuál puede obtenerse transformando la ec (3.1) como  $V = W / \gamma$ . Por lo tanto, conocido el volumen del vaso puede mantenerse constante para todos los materiales, quedando sólo por determinarse el peso de cada uno de ellos.

Debe mencionarse que se obtuvieron los dos pesos volumétricos secos, el varillado y el suelto. Para el varillado se debía llenar el recipiente hasta aproximadamente  $3/4$  del volumen total con el material de prueba y dar 25 golpes repartidos alrededor de toda la superficie de dicho material con una pequeña varilla que se dejaba caer desde una misma altura de aproximadamente de 6 ó 7 cm (F-3.12); luego se agregó el material correspondiente hasta llenar completamente el vaso, se rasó y finalmente se pesó. Para el caso del peso volumétrico suelto, el cuál se tiene cuando todos los vacíos están ocupados por aire, sólo se tenía que llenar el recipiente con el material dejándolo caer con un deslizamiento continuo desde una altura de unos 5 cm; a continuación, terminado el llenado se rasaba y se pesaba.

Finalmente, ya fue posible el cálculo de los valores de peso volumétrico seco y peso volumétrico varillado para cada material,

utilizando la ec (3.1). Un resumen de las principales mediciones se indica en la tabla 3.2.

MATERIAL	Wvarill kg	VOLUMEN <sub>s</sub> m <sup>3</sup>	γvarill <sub>s</sub> kg/m <sup>3</sup>	Wsueltto kg	VOLUMEN <sub>s</sub> m <sup>3</sup>	γsueltto <sub>s</sub> kg/m <sup>3</sup>
AM30	0.1444	1.12×10 <sup>-4</sup>	1288	0.1353	1.09×10 <sup>-4</sup>	1245
AM25	0.1452	" "	1295	0.1350	" "	1242
AM16	0.1408	" "	1256	0.1309	" "	1204
AM14	0.3308	2.63×10 <sup>-4</sup>	1256	0.3220	2.63×10 <sup>-4</sup>	1223
AM8	0.3174	" "	1205	0.3076	" "	1168
AM4	0.3213	" "	1220	0.3054	" "	1160
AM1/4"	0.3162	" "	1200	0.3027	" "	1150
CM50	0.0501	1.12×10 <sup>-4</sup>	447	0.0437	1.09×10 <sup>-4</sup>	402
CM30	0.0586	" "	523	0.0526	" "	484
CM25	0.0636	" "	567	0.0581	" "	535
BM30	0.0838	" "	748	0.0779	" "	717
BM25	0.0867	" "	773	0.0829	" "	763
BM16	0.0841	1.09×10 <sup>-4</sup>	774	0.0799	" "	735
BM14	0.0848	" "	780	0.0805	" "	741
NM16	0.0688	" "	633	0.0641	" "	590
NM14	0.0716	" "	659	0.0674	" "	620
NM8	0.0680	" "	626	0.0627	" "	577

Tabla 3.2 Datos y resultados de las pruebas de peso volumétrico.

### 3.3.4 PORCENTAJE DE ABSORCION.

La absorción de un material se define como la penetración de un gas o un líquido dentro de un sólido; en este caso, lo podemos obtener por medio de la siguiente expresión

$$Ab = \frac{W_{ss} - W_s}{W_s} \times 100 \quad (3.2)$$

en la cuál  $W_{\dots}$  representa el peso de un material saturado pero superficialmente seco; para obtener esta condición se hace el siguiente procedimiento: se sumerge una muestra durante 24 horas en agua procurando que el nivel de esta última quede aproximadamente 1" arriba del de las partículas, con ello se cumple con la condición estándar de saturación de un material granular. Posteriormente, se procedió a darle al mismo la condición de "superficialmente seco", la que es difícil de lograr ya que no se puede precisar exactamente cuando se ha conseguido, además de que existen diferentes formas de realizarlo. El procedimiento que se nos recomendó para nuestros materiales fue el siguiente. Debe de extenderse sobre una placa de vidrio o algún otro material no absorbente y removerse manualmente hasta considerar que las partículas han perdido su humedad superficial. En este caso es más recomendable el empleo de un ventilador (F-3.13). Este procedimiento se utilizó para el CM50, CM30, CM25, CM16, AM25, AM30, BM25, BM30, NM25 y NM30; para los tamaños restantes se utilizó el siguiente método: depositar los materiales sobre alguna superficie no absorbente, fregarlos suavemente con una franela hasta considerar la misma condición anterior. Al inicio de la prueba también se puede hacer uso del ventilador.

Una vez que se tenían las condiciones  $W_{\dots}$  se procedió a pesar el material con lo cuál se obtenía el  $W_{\dots}$ . Posterior a esto, las mismas muestras se introducían al horno a una temperatura de 100 °C, después de lo cuál se retiraban y se removían hasta que las partículas se enfriaran, finalmente se llevaban a la báscula, obteniéndose así el  $W_{\dots}$ .



Por último se aplicó la ec (3.2) para obtener el grado de absorción. Los resultados del procedimiento anterior se anexan en la tabla 3.3.

### 3.3.5 DENSIDAD.

La densidad o masa específica de una partícula es una propiedad muy importante, su valor viene dado por la relación de su masa entre su volumen; para nuestro caso, sería la relación del peso de la muestra (esto es, varias partículas) entre el volumen que ocupa este mismo conjunto de partículas. Las dimensiones de la densidad en los sistemas absoluto y gravitacional son  $[ML^{-3}]$  y  $[FT^2L^{-4}]$  respectivamente.

Para calcularla a partir de un método de laboratorio, otra vez se requirió como primer paso, conseguir las condiciones sss para los materiales a probar, utilizando los mismos procedimientos descritos atrás.

Una vez hecho lo anterior, se utilizó un recipiente de forma especial llamado "frasco de Lechatelier", el cuál se llenaba con agua hasta la marca cero (F-3.14); posteriormente, después de secar el interior del cuello del frasco, se vertían alrededor de 50 gr de material, previamente pesado y en condiciones sss dentro del mismo. Para nuestras pruebas, se tomaba este en forma inclinada y se agitaba mediante giros para expulsar el aire contenido aún dentro del frasco y que fue arrastrado por el material (F-3.15), luego se colocaba en posición vertical y se

tomaba la lectura alcanzada por el menisco inferior dentro del cuello; esta lectura representaba el volumen desalojado por la muestra introducida ( $V_{d\bullet\bullet}$ ), para la cuál tenemos su correspondiente valor de peso en gr ( $W_{\bullet\bullet}$ ).

Finalmente, aplicando la relación

$$\rho = \frac{W_{\bullet\bullet}}{V_{d\bullet\bullet}} \quad (3.3)$$

obtenemos el valor de la densidad  $\rho$  que buscamos.

Este proceso se aplicó a los materiales mencionados en 3.3.4, excepto para el caso de la AM1/4" donde la única variación del procedimiento aplicado, fue la utilización del "frasco de Chapman" en el que se pesaron y vaciaron alrededor de 400 gr de material.

Los valores de densidad que se obtuvieron, se indican en la tabla 3.3.

MATERIAL	A B S O R C I O N			D E N S I D A D		
	Wmat. *** g	Wseco g	% Abs	Wmat. *** g	Vdes. cm <sup>3</sup>	Densidad kg m <sup>-3</sup>
AM1/4"	439.2	419.1	4.79	420.0	187.0	229.4
AM4	158.8	152.7	4.00	50.0	22.1	230.4
AM8	358.6	340.5	5.32	45.0	19.4	236.5
AM14	159.0	151.4	5.02	45.0	19.0	241.6
AM16	169.8	162.3	4.62	45.0	18.7	245.7
AM25	163.7	157.4	4.00	"	18.6	246.7
BM14	144.6	126.5	14.31	35.0	24.0	148.8
BM16	121.1	105.6	14.68	35.0	24.0	"
BM25	122.4	106.0	15.47	30.0	20.8	146.8
BM30	117.3	101.8	15.23	30.0	20.9	"
NM8	150.9	113.4	33.07	"	22.9	133.5
NM14	158.9	121.2	31.10	"	22.8	134.6
NM16	143.1	107.7	32.87	31.0	23.6	133.5
NM25	130.5	99.3	31.42	30.0	22.8	134.5
NM30	67.2	49.0	37.14	"	23.5	130.5
CM16	61.6	25.5	141.57	26.0	"	113.2
CM25	113.1	46.6	142.70	25.0	22.7	112.1
CM30	119.6	48.5	146.60	"	23.0	111.1

Tabla 3.3 Datos y resultados de las pruebas de porcentaje de absorción y densidad.

### 3.4 FACTOR DE FORMA.

Dentro del campo de la Hidráulica Fluvial suelen despreciarse algunos parámetros con el objeto de idealizar una situación o hacer más practica su solución; en los problemas que nos ocupan en

este trabajo (caps 4 y 5), se trata de incluir en los criterios ya existentes la influencia de la forma de las partículas, ya que generalmente este factor no se toma en cuenta.

La forma de la partícula puede ser muy variada y afecta notablemente su comportamiento al iniciarse su arrastre, al ser transportadas por el agua y en la velocidad al caer dentro de un fluido en reposo o en movimiento; se pueden tener formas que tienden a esferas, discos, láminas, elipsoides, cilindros o ser completamente irregulares.

En la literatura se abunda tanto en estudios teóricos como experimentales realizados sobre geometrías regulares y son escasos los reportes que se tienen para geometrías irregulares.

En este estudio se intenta dar un criterio en el cual se incluyan de alguna manera las características físicas de las partículas. Los factores de forma existentes intentan considerar la forma de las partículas por medio de una fórmula.

#### 3.4.1 CRITERIOS EXISTENTES.

Los factores de forma más significativos que han sido sugeridos son: la esfericidad, definida como el área de la superficie de una esfera de igual volumen que la partícula dividida entre el área superficial de ésta; el coeficiente de redondez, que es el promedio de los radios de las esquinas y bordes de la partícula, dividido entre el radio del círculo inscrito en el área proyectada

máxima de la partícula; la circularidad, definida como el perímetro del círculo cuya área es igual al área proyectada de la partícula. El problema es que ninguno de estos factores puede evaluarse de una manera sencilla, incluso para las formas más simples.

Ha habido algunos investigadores que enfocaron sus intereses especialmente a la determinación de la resistencia de formas irregulares así como partículas de sedimentos naturales.

Albertson (1953) estudiando el efecto de forma de partículas de grava sobre la velocidad de caída, encontró adecuado usar un factor de forma sugerido por McNown (1950) expresado como

$$S.F. = \frac{a}{\sqrt{b c}} \quad (3.4)$$

donde a, b, c, son tres dimensiones de la partícula medidas en tres direcciones perpendiculares, habiendo hecho coincidir una de ellas con su máxima longitud (b); otra corresponderá a la mínima longitud (c) y la última de las tres es la longitud que resulte perpendicular a las otras dos (a).

El factor de forma de la ec (3.4), tiene el mismo valor para una esfera de diámetro d que para un cubo de arista l, formas que muestran diferentes tipos de movimiento y velocidad de caída en un fluido. Aún así, este factor de forma resulta ser el más práctico y el más utilizado.

Heywood (1938), propuso el factor de forma

$$K_M = V / d_a^3 \quad (3.5)$$

donde  $V$  es el volumen de la partícula;  $d_a$  es el diámetro del círculo de área igual proyectada por la partícula vista en dirección perpendicular al plano de mayor estabilidad. El valor del coeficiente  $K_M$  es igual a 0.524 para forma esférica, para un cubo  $K_M$  es igual a 0.696 y para un tetraedro  $K_M = 0.328$ ; para la mayoría de las partículas minerales  $K_M$  promedia de 0.20 a 0.25. Heywood mostró también una relación compleja para obtener  $K_M$  con la elongación de la partícula y la lisura, sin embargo, en algunos casos, la determinación experimental de  $K_M$  es inevitable. Este factor presenta también problemas prácticos para la medición de la geometría de la partícula y es rara vez utilizado.

Finalmente, Alger y Simons (1968) proponen el uso de

$$\text{factor de forma} = \left( \frac{a}{\sqrt{b \cdot c}} \right) \left( \frac{dA}{dn} \right) \quad (3.6)$$

donde  $dA$  es el diámetro de la esfera del mismo volumen que la partícula. Esta relación incluye también el problema de la determinación del área superficial y volumen de la partícula.

Como puede verse, los criterios que se han expuesto carecen por un lado de una representatividad objetiva de las características

físicas de las partículas y por el otro en las fórmulas comunes y prácticas que se manejan (caps 4 y 5) tales criterios no se incluyen directamente. En los siguientes capítulos se dan algunas consideraciones que tratan de realizar la inclusión de las características físicas de las partículas dentro de las expresiones.



FOTO 3.1 Juego de mallas empleado.



F-3.2 Cribadora.



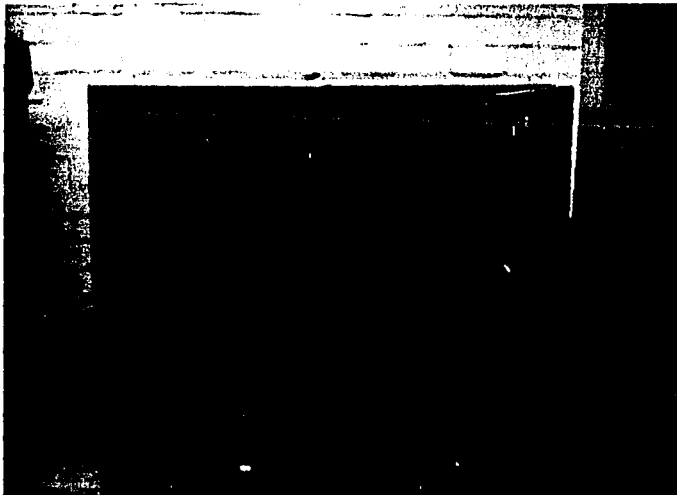


Foto 3.3 Horno empleado para el secado de las muestras.



Foto 3.4 Balanza eléctrica.



Foto 3.5 Frasco de Chapman.

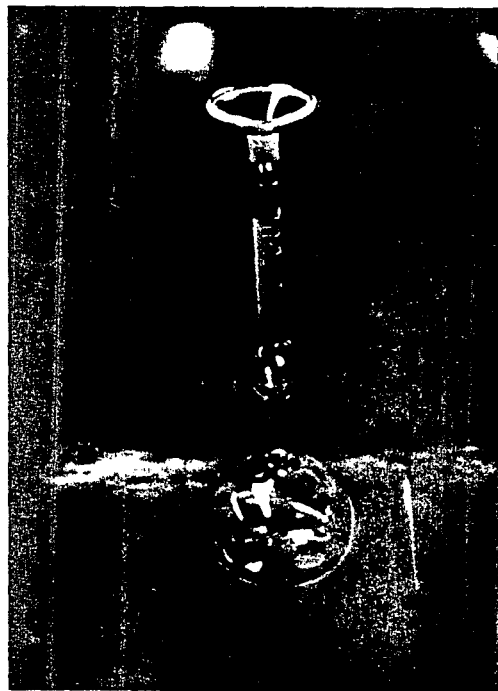


Foto 3.6 Frasco de Lechatelier.

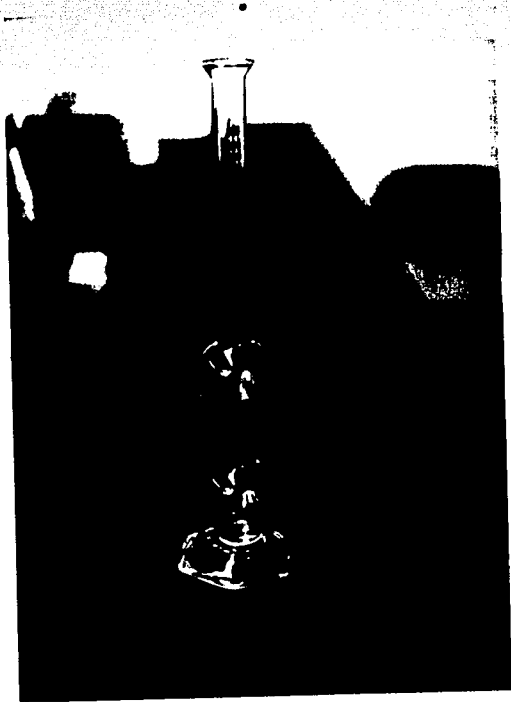


Foto 3.5 Frasco de Chapman.



Foto 3.6 Frasco de Lechatelier.

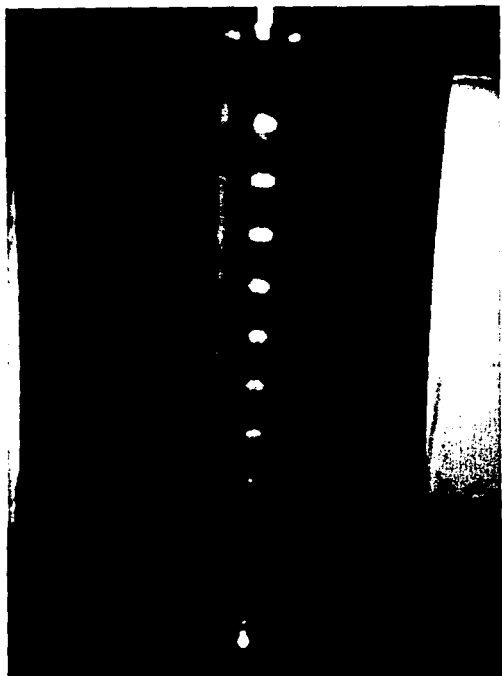


FOTO 3.7 Probeta de 500 ml.

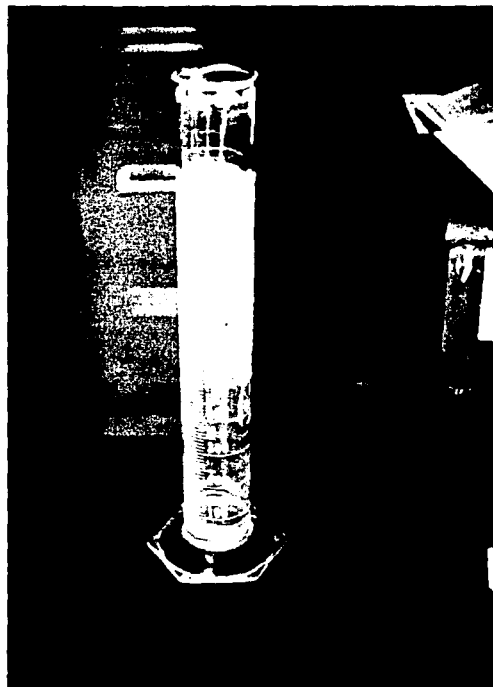


FOTO 3.8 Probeta de 1000 ml.



Foto 3.9 Vasos de precipitados utilizados en las pruebas.

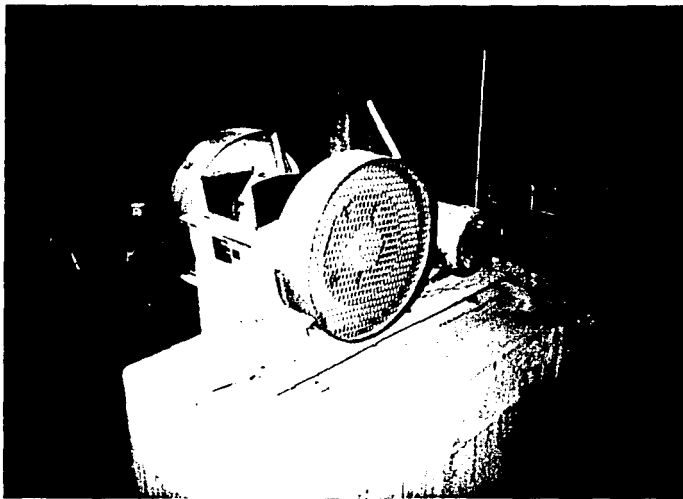
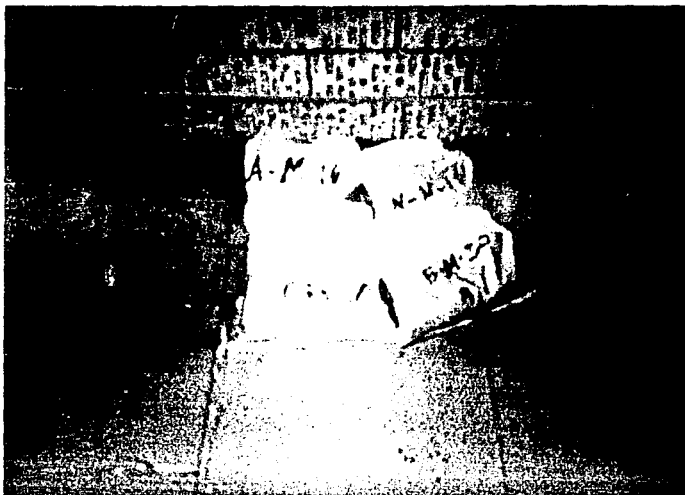


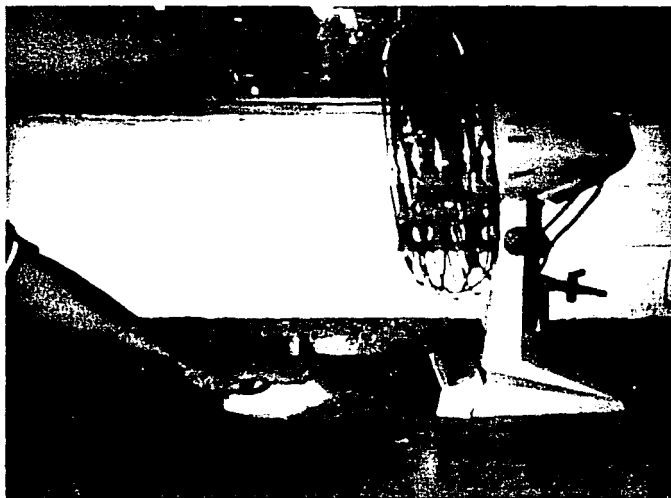
Foto 3.10 Trituradora.



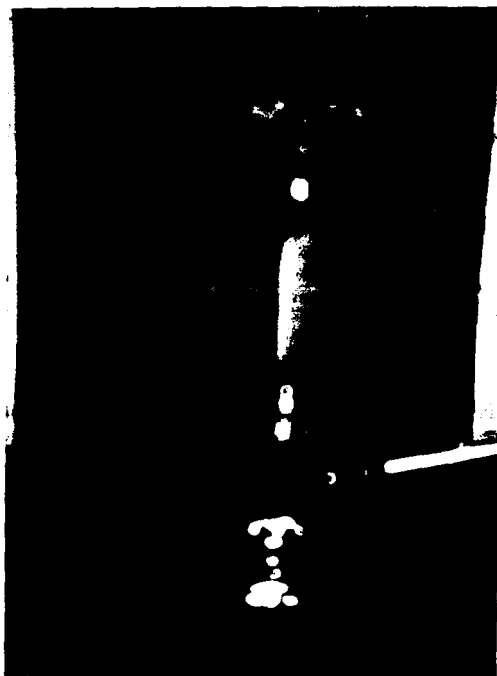
F-3.11 Clasificación y manejo del material.



F-3.12 Peso volumétrico varillado.



F-3.13 Una forma de obtener las condiciones  
sss en laboratorio.



F-3.14 Marca cero en el frasco  
de Lechatelier.



FOTO 3.15 Procedimiento para  
extraer el aire del frasco de  
Lechatelier.



## CAPITULO 4. VELOCIDAD DE CAIDA.

Los sedimentos naturales están constituidos por una gran variedad de partículas que difieren entre sí; dichos sedimentos pueden ser materiales friccionantes, cohesivos ó rocosos; esta distinción se hace, principalmente, en base a lo siguiente: un material friccionante es aquel formado por partículas granulares sueltas; uno cohesivo está formado por partículas unidas entre sí por fuerzas de cohesión, las cuales son considerablemente mayores que su propio peso; un material rocoso es aquel que el paso de una corriente de agua sobre él no es capaz de producirle movimientos o erosiones apreciables.

### 4.1 GENERALIDADES.

Si una partícula se suelta en un fluido en reposo ésta descenderá debido a la fuerza de gravedad, si su densidad es mayor que la del fluido. La partícula al caer está sujeta a un arrastre viscoso ejercido por el líquido que la rodea; además, dicha partícula continuamente desplaza el líquido bajo ella, el cual una vez

desplazado fluye hacia arriba, alrededor de la partícula y por su velocidad ascendente incrementa el arrastre. Como la partícula se acelera con ésto y su velocidad de caída aumenta, el arrastre o fricción también aumentará hasta equilibrarse con la fuerza de gravedad. A partir de este momento, la partícula caerá con una velocidad uniforme, sustancialmente constante, llamada "terminal o de caída".

Entonces, se podrá definir que la velocidad terminal es la máxima que adquiere una partícula al caer dentro de un fluido (ref 19) y de un modo general, se alcanza cuando su peso sumergido se equilibra con la fuerza de empuje que el agua ejerce contra ella.

La interacción entre las fuerzas hidrodinámicas y de gravedad resulta en la existencia de dos fuerzas de arrastre que se oponen al descenso de una partícula; la primera de ellas, la de presión, depende principalmente de la forma de aquella, mientras que la de fricción depende del área y la rugosidad de la superficie de la misma.

De lo anterior se desprende que el valor de la velocidad de caída está en función de la forma, del área y de la textura de la partícula, sin embargo, existen otros parámetros cuya determinación también es importante por la influencia que tienen en el fenómeno estudiado; estos son : el peso, tamaño y diámetro de la partícula, la posición relativa de la forma mencionada con respecto a la dirección de caída, el peso específico del líquido y del material, la viscosidad y la densidad del líquido, así como la

cercanía de la partícula a las paredes del recipiente dentro del cual cae y la existencia de más de ellas.

El estudio de este fenómeno se ve justificado por el hecho de que en muchos problemas de Ingeniería Hidráulica, frecuentemente es necesario determinar las condiciones de sedimentación de ciertas partículas en situaciones muy diversas o determinar la importancia que tiene el fenómeno en el mecanismo general del transporte de sedimentos; además de ser un parámetro fundamental en estudios sobre suspensión.

No obstante que el predecir la velocidad de caída de una partícula es un problema de obvia importancia dentro de la Ingeniería Hidráulica, actualmente, el cálculo de dicha velocidad se ve muy limitado en varios aspectos, aún para el caso más simple imaginable, que es el de una esfera cayendo uniformemente en un medio infinito.

Debido a que una solución completa del problema exige el conocimiento preciso del volumen, forma, área superficial, textura y otras características de la partícula, además de propiedades del fluido tales como la densidad y la viscosidad, una de las principales limitantes es la dificultad que implica la determinación ya no exacta, sino aproximada de estos factores. Por otro lado, si un fluido es "puro" sus propiedades serán más fáciles de determinar que para el caso en el que existan partículas en suspensión.

Otra limitación en el cálculo de esta velocidad es que las relaciones clásicas que se utilizan son válidas normalmente para valores pequeños del Número de Reynolds (ec 4.2), dentro del rango llamado "de Stokes".

Es por esto, entre otras cosas, que el problema de la velocidad de caída se ha estudiado principalmente mediante idealizaciones tanto del fluido como de la partícula. A estas últimas se les ha idealizado en la mayoría de los casos como esferas; sin embargo, las partículas que sedimentan en agua, aguas residuales y aún aquellas que se utilizan como trazadores, rara vez son esféricas. Esta idealización es precisamente la que se discute en este capítulo (subcap 4.2).

A pesar de que la influencia de la forma de la partícula es sólo una de las incógnitas de este problema, su determinación se hace necesaria, ya que generalmente se obtiene su distribución de velocidades de caída y a partir de ella se calculan los tamaños y volúmenes de dichas partículas, suponiéndolas esféricas; el procedimiento da resultados con errores aceptables pero sólo mientras la forma sea aproximadamente esférica.

La forma de una partícula ejerce influencia sobre el arrastre, y es más notable conforme se incrementa la velocidad. Debido a esto, se han conducido extensas investigaciones para acercarse a una mayor comprensión de este efecto. Pero ellas se han concentrado, en forma analítica y experimental, en figuras geoméricamente regulares como cilindros circulares, elipsoides, discos y

partículas isométricas (cubos, esferas, octaedros, tetraedros y otras). Los criterios para formas irregulares, como las de granos de arena natural, han sido determinadas de una manera netamente experimental.

Otra cuestión importante, que ya ha sido mencionada, es la siguiente; una partícula sólida aislada sedimentando en un recipiente está sujeta a la influencia de las paredes, en donde la velocidad del fluido es cero. Para considerar estos efectos, se han establecido factores empíricos de corrección. Francis lo hizo para caída viscosa y Monroe para caída turbulenta (ref 6). Los valores de los factores de corrección de estos autores indican que la influencia de la pared es insignificante si el diámetro de la partícula es menor del 1% del diámetro del cilindro.

El problema de la determinación del parámetro que observamos en este capítulo se puede dividir en dos clases (ref 24):

1) En donde las condiciones de sedimentación permiten que la velocidad de caída pueda ser vista como una propiedad de la partícula que sedimenta y

2) Aquella en donde la velocidad de caída es función de diversos factores hidráulicos, principalmente la velocidad y turbulencia del flujo, además de las características de la partícula.

La primer clase es una situación casi exclusiva de laboratorio, en general requiere que el fluido sea estacionario y que no existan

factores que modifiquen en grado importante el caso idealizado de una partícula aislada que sedimenta en un fluido de extensión infinita; a pesar de esto es positiva, ya que su investigación aporta información cualitativa para abordar problemas más complejos. La mayor parte de las investigaciones se ha encaminado a esta primer situación, aunque es evidente la necesidad de abordar la segunda de ellas porque, dada la fuerte influencia que tienen sobre la velocidad de caída efectos como la turbulencia del flujo y la concentración de partículas, es probable que otros, como la forma y rugosidad de las partículas, pasen a segundo término.

Finalmente, sobre el problema en general se tienen establecidas ciertas observaciones interesantes como son (ref 24)

- Para el rango de Stokes ( $R_w < 1$ ) la influencia de la forma de la partícula es mucho menor que para Números de Reynolds mayores,  $R_w$  se define en la ec (4.2),
- Schulz, en 1954, encontró que despreciar la forma de partícula puede dar como resultado velocidades de caída con errores de hasta el 300% respecto al valor verdadero,
- cuando un cierto número de partículas sedimentan en un fluido y están muy próximas entre sí, sus campos de velocidad interfieren.
- Simons, en 1963, observó que la presencia de sedimentos finos (con  $D < 0.062$  mm) en suspensión puede reducir notablemente la velocidad de caída (hasta 80% para concentraciones por peso de 10%),
- Por su parte, Graf, en 1965, indicó que para el rango de Stokes

cualquier orientación de la partícula es estable; para valores de  $R_w$  hasta 1000, la partícula tiende a orientarse de manera que presente la mayor área a la dirección del movimiento.

- Según Marchillon para números de Reynolds aproximadamente iguales a 1000 el movimiento de traslación de la partícula es acompañado por un movimiento oscilatorio que afecta el coeficiente de arrastre según la amplitud de la oscilación y la densidad de la partícula.

## 4.2 ANTECEDENTES.

A pesar de las dificultades que envuelve el estudio de la velocidad de caída y los factores que la afectan, entre ellos la forma de la partícula, es posible encontrar muchos trabajos de importancia.

Una "ley de arrastre" fue propuesta primero por Isaac Newton sobre la suposición de que el arrastre es debido sólo a la inercia y de aquí, que es proporcional al cuadrado de la velocidad. Dicha ley se escribe

$$F_D = C_D A \frac{\rho \omega^2}{2} \quad (4.1)$$

donde  $F_D$  es la fuerza de arrastre,  $C_D$  el coeficiente de arrastre adimensional,  $A$  el área proyectada del cuerpo en la dirección del movimiento ( $\pi D^2/4$  para esferas),  $\omega$  es la velocidad de caída,  $\rho$  la densidad del fluido y  $\rho \omega^2/2$  es la presión dinámica del flujo.

Sin embargo, en vez de ser constante el coeficiente  $C_D$  como supuso Newton, se ha encontrado experimentalmente que varía ampliamente (tabla 4.1). Los experimentos demostraron también (ref 6) que cuando existe semejanza geométrica, como en el caso de objetos de forma similar y orientados idénticamente, el  $C_D$  está en función del Número de Reynolds (fig 4.1), con

$$R_\omega = \frac{\omega D}{\nu} \quad (4.2)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

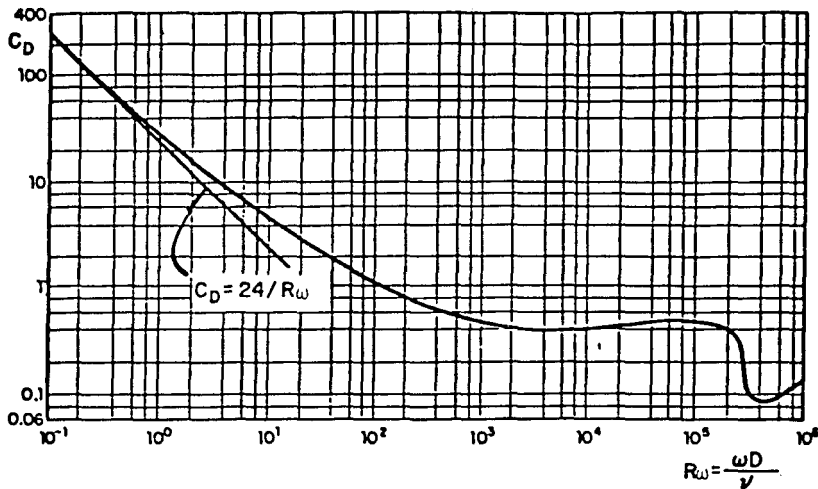


Figura 4.1 Diagrama clásico de resistencia para esferas, coeficiente de arrastre vs. Número de Reynolds



EXPRESION	AUTOR	OBSERVACIONES
$C_D = \frac{24}{R_w}$	Stokes	para un rango de $R_w < 0.1$
$C_D = \frac{24}{R_w} + 2$	Rubey 1933	combinacion de la ley de Stokes y la formula de Impacto
$C_D R_w^2 = \frac{4}{3} \frac{(\rho_s - \rho) g D^3}{\nu^2}$	Schiller 1933	con el segundo miembro conocido y la fig 4.2 se determina $R_w$ y $C_D$
$\frac{C_D}{R_w} = \frac{4}{3} \frac{\nu g (\rho_s - \rho)}{\omega^3 \rho}$	Schiller 1933	el segundo miembro es conocido, se usa la fig 4.2 para determinar $C_D$
$C_D = \frac{24}{R_w} \left[ 1 + 0.15 R_w^{0.687} \right]$	Schiller y Neuman 1933	para rangos de $R_w < 800$
$C_D = \frac{24.4}{R_w} + 0.4$	Dallavalle 1943	
$C_D = \frac{24}{R_w} \left[ 1 + 0.197 R_w^{0.69} + 0.0026 R_w^{1.98} \right]$	Langmuir (propuesta por Torobin 1959)	para rangos de $1 < R_w < 100$
$C_D = \frac{24}{R_w} \left[ 1 + \frac{3}{16} R_w \right]^{1/2}$	Olson 1961	para $R_w < 100$
$C_D = \frac{24}{R_w} \left[ 1 + \frac{3}{16} R_w \right]$	Oseen	para el rango de Stokes
$C_D = \frac{24}{R_w} \left[ 1 + \frac{3}{16} R_w - \frac{19}{1280} R_w^2 + \frac{71}{20480} R_w^3 \dots \right]$	Goldstein	para $R_w \leq 2$
$C_D = \text{constante} = 0.4$	ref 19	para el rango $1000 < R_w < 10000$

Tabla 4.1 Diferentes expresiones para el cálculo del coeficiente de arrastre  $C_D$ .

Otra forma de obtener  $\omega$  lo es a partir de la ecuación del equilibrio entre la fuerzas de gravedad y resistencia al flujo definida por

$$\frac{\pi}{6} D^3 (\rho_s - \rho)g = \frac{C_D}{2} \rho \omega^2 \frac{\pi}{4} D^2 \quad (4.3)$$

donde  $\rho_s$  es la densidad de la esfera y  $g$  es la constante de aceleración de la gravedad, se puede obtener

$$\omega = \left[ \frac{4}{3} \frac{g D}{C_D} \Delta \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

con

$$\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho \quad (4.5)$$

que es la densidad relativa sumergida y además en la ec (4.4)  $C_D$  es función del  $R_\omega$ .

La ec (4.4) es la expresión general más comunmente usada para calcular la velocidad de caída de esferas de diámetro  $D$  en términos del coeficiente de arrastre. Un método para obtener  $\omega$  usando esta ecuación es el siguiente (ref 10):

- 1) Se supone un  $C_D$ ,
- 2) se calcula la velocidad de caída con la ec (4.4),
- 3) se obtiene el  $R_\omega$  con la ec (4.2),
- 4) conocido el  $R_\omega$  y con la fig (4.1) se obtiene otro  $C_D$ ,
- 5) si el  $C_D$  obtenido es diferente al supuesto se repiten los pasos 2 a 4 pero ahora utilizando este  $C_D$  obtenido en el paso 4. Este procedimiento se repite hasta que el coeficiente del paso 2 sea

igual al del paso 4.

Debe mencionarse que para algunas regiones de la fig (4.1) como el rango de Stokes y los rangos comprendidos entre 1 y 100, 100 y 800, 1000 y 10000 el coeficiente  $C_D$  se puede expresar analíticamente en función del valor de  $R_w$ , tal como se verá más adelante.

Por otra parte, el arrastre para una pequeña esfera en un fluido viscoso incompresible de extensión infinita fue desarrollado por primera vez por Stokes, quien al despreciar las fuerzas de inercia obtuvo

$$F_D = 3 \pi \mu D \omega \quad (4.6)$$

Aunque esta expresión para calcular la fuerza de arrastre fue desarrollada para fluidos incompresibles, los efectos de compresibilidad son tan pequeños que la relación puede ser usada con fiabilidad para gases.

La igualación de la ec (4.1) con la (4.6) revela que en la región de caída viscosa, con  $R_w < 1$  para partículas esféricas se tiene

$$C_D = \frac{24 \nu}{\omega D} = \frac{24}{R_w} \quad (4.7)$$

sustituyendo esta ecuación en la (4.4) se llega finalmente a

$$\omega = \frac{1}{18} \frac{g \Delta D^2}{\nu} \quad (4.8)$$

expresión que da la correspondiente velocidad de caída o terminal para la ley de Stokes y ha sido verificada experimentalmente por numerosos investigadores para diferentes fluidos y esferas de varios tipos.

Rubey (1933) propuso la siguiente expresión para obtener la velocidad de caída para partículas naturales con tamaño entre limos y gravas

$$\omega = F_1 \sqrt{g \Delta D} \quad (4.9)$$

con

$$F_1 = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \nu^2}{g \Delta D^3}} - \sqrt{\frac{36 \nu^2}{g \Delta D^3}} \quad (4.10)$$

Al sustituir la ec (4.10) en la ec (4.9) y simplificando se obtiene

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{3} \Delta g D + \frac{36 \nu^2}{D^2}} - \frac{6 \nu}{D} \quad (4.11)$$

si se dividen ambos miembros de esta última ecuación entre  $\omega$  se llega a

$$\sqrt{\frac{2}{3} \frac{\Delta}{Fr \omega^2} + \frac{36}{R \omega^2}} - \frac{6}{R \omega} = 1 \quad (4.12)$$

en donde

$$Fr \omega = \frac{\omega}{\sqrt{g D}} \quad (4.13)$$

es el Número de froude de la partícula y  $R\omega$  es el Número de Reynolds definido en la ec (4.2).

La ec (4.12) puede también escribirse como

$$Fr\omega^2 = \frac{2 \Delta}{3 + \frac{36}{R\omega}} \quad (4.14)$$

o bien

$$Fr\omega = \sqrt{\frac{2}{3} \Delta} \sqrt{\frac{R\omega}{R\omega + 12}} \quad (4.15)$$

Cuando la partícula tiene un diámetro mayor que 1.5 mm y para efectos prácticos más de 1mm, se cumple (ref 18)

$$Fr\omega = \frac{\omega}{\sqrt{g D}} = 1.02$$

de donde

$$\omega = 1.02 \sqrt{g D} \quad (4.16)$$

expresiones muy simples que permiten determinar con un error menor del 3% el valor de la velocidad de caída para todas las partículas naturales mayores de 1mm, cuando la temperatura del agua varía entre 10 y 30°C.

Por otro lado, al sustituir  $C_D$  igual a 0.4 (ver tabla 4.1) en la ec (4.4) se obtiene (ref 18)

$$\omega = \frac{10}{3} g \left[ \Delta D \right]^{1/2} \quad (4.17)$$

Dentro de la región comprendida para  $R_w$  entre 1000 y 10000, la velocidad de caída depende de la raíz cuadrada del diámetro. Si  $\Delta$  es igual a 1.65, lo anterior se cumple cuando  $D > 1.5$  mm.

Finalmente, otro criterio para obtener  $C_D$  y la velocidad de caída es el que ofrece Albertson (1953) quien relaciona gráficamente (fig 4.3) al  $R_w$  con  $C_D$  y el factor de forma dado por McNown ( $C_{ec}$  3.4).

En los criterios anteriores se han descrito algunas formas que permiten evaluar la velocidad de caída para partículas aisladas, caso que interesa en este trabajo, sin embargo, existen otros para cuando la presencia de un gran número de ellas hace decrecer la velocidad de caída de una sola, que es un caso menos idealizado, aquí se tiene la expresión propuesta en 1954 por Richardson y Zaki (ref 10)

$$\omega(c)/\omega(o) = (1 - C)^\alpha \quad (4.18)$$

con  $0 < C < 0.3$ ,  $\omega(c)$  la velocidad de caída de una partícula en una suspensión con concentración por volumen  $C$  y  $\omega(o)$  la velocidad de caída de una sola partícula. El exponente  $\alpha$  está en función del número de Reynolds, como se indica enseguida

$R_w < 0.2$	$\alpha = 4.65$
$0.2 < R_w < 1$	$\alpha = 4.35 R_w^{-0.03}$
$1 < R_w < 200$	$\alpha = 4.45 R_w^{-0.1}$
$R_w > 500$	$\alpha = 2.39$

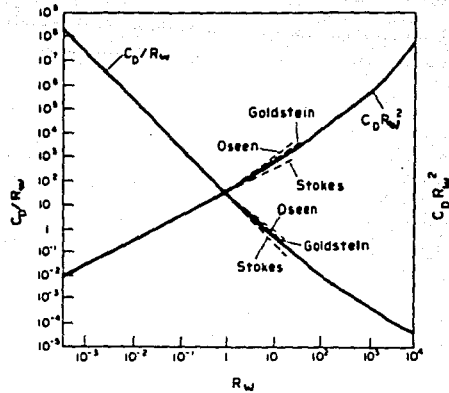


Figura 4.2  $C_D/R$  y  $C_D R^2$  vs. Números de Reynolds para esferas; para el cálculo de la velocidad de caída y el diámetro de partícula según Schiller.

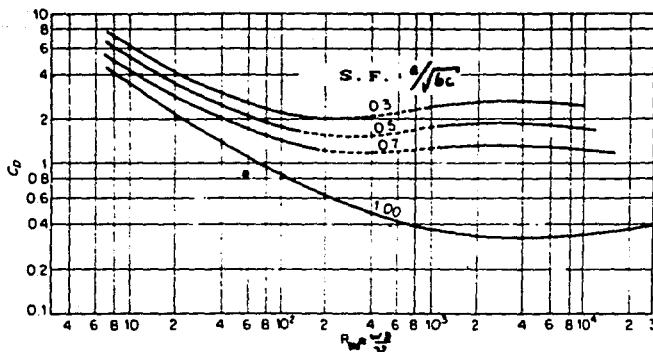


Figura 4.3 Coeficiente de arrastre vs. Número de Reynolds para diferentes factores de forma S.F.

Maude y Whitmore propusieron en 1958 (ref 23) que la velocidad de caída afectada por la concentración puede ser descrita, para todos los números de Reynolds, por una ecuación parecida a la (4.18), solo que estos autores tomaron valores del exponente que difieren un poco de los expuestos por los primeros.

Recientemente se han desarrollado fórmulas que dan la velocidad de caída en forma explícita (refs 8 y 28), sin embargo, tienen una limitante que es el estrecho rango de  $R_w$  en que pueden aplicarse; siendo este de  $R_w < 1000$  para Concha y Almendra y  $R_w < 2000$  para Slot.

Una relación obtenida a través de consideraciones sobre la capa límite que se forma sobre la esfera y sobre la presión base que se produce en la estela fue deducida por Abraham en 1970 y rededucida por Concha y Almendra en 1979 (ref 2). Esta fórmula es

$$C_D = C_o \left[ 1 + \frac{\alpha_o}{\sqrt{R_w}} \right]^2 \quad (4.19)$$

donde  $\alpha_o$  es una constante asociada a la capa límite y  $C_o$  una constante asociada a la presión en la estela.

A partir de la introducción de las variables  $\omega^*$  y  $R_w^*$  en la ec (4.19), como lo hacen Alonso y Fuentes (ref 2) y considerando

$$\omega^* = \frac{\omega}{\sqrt{g \Delta D}} \quad (4.20a)$$



$$R_{\omega^*} = \frac{D \sqrt{g \Delta D}}{\nu} \quad (4.20b)$$

se obtiene la siguiente expresión

$$\omega^* = \left[ \sqrt{\frac{\alpha_o^2}{4 R_{\omega^*}} + \sqrt{\frac{4}{3 C_o}}} - \frac{\alpha_o}{2(R_{\omega^*})^{1/2}} \right]^2 \quad (4.21)$$

donde las constantes  $C_o$  y  $\alpha_o$  emplean los valores dados en la ref 8. Esta última expresión permite el cálculo directo y preciso de la velocidad de caída para todo el rango de números de Reynolds comprendido entre el de Stokes ( $R < 1$ ) y el crítico ( $R_c \approx 260000$ ). El cálculo analítico de  $\omega^*$  se obtiene con un error que raras veces excede al 2%. En esta expresión se elimina el problema de las limitaciones en la aplicación, pues como se observa, el rango de  $R_{\omega}$  es muy amplio, sin embargo, ésta se presenta más complicada.

Cabe mencionar que el número de Reynolds crítico  $R_c$  se entiende como aquel para el cuál aparece la turbulencia en la capa límite sobre la esfera.

### 4.3 ESTUDIO EXPERIMENTAL.

Con el objeto de comparar algunos de los criterios anteriores se llevó a cabo un estudio experimental encaminado a obtener el valor de la velocidad de caída de las partículas y su posición vertical dentro del cilindro del dispositivo descrito en la sec 2.4.2 (F-2.2). En este subcapítulo se describe la metodología para

llevar a cabo dicho estudio; la aplicación de los datos obtenidos se hace en el capítulo 6 de este trabajo.

Como partículas se utilizaron los materiales que se mencionan en el capítulo 3, en un total de dieciocho ensayos, de los cuales dieciséis se hicieron utilizando agua como fluido y los dos restantes con aceite de lubricación.

La mecánica de cada una de las pruebas utilizando agua fue la siguiente:

1) Se señaló en el cilindro un número adecuado de tramos de 20 cm (F-4.1) de manera que se traslaparan tratando de abarcar completamente la altura del mismo. Se consideró un total de 9 zonas de observación (fig 4.4).

2) a continuación se llenó el cilindro hasta 1 cm abajo del borde de las paredes, lugar previamente marcado (F-4.2); después de esto se colocó una escala en cm, señalada sobre cinta adhesiva (F-4.3), por medio de la cual podíamos obtener la profundidad de cualquier punto.

Como la profundidad cero de la escala estaba en el borde superior del cilindro y la superficie libre del agua un cm más abajo, cuando la escala señalaba 10 cm se tenían realmente 9 cm de profundidad de agua; el primer tramo se ubicó en una lectura de 10 a 30 cm, esto es, para una profundidad real de 9 a 29 cm, dejando los primeros 9 cm para compensar la aceleración que pudiera haber

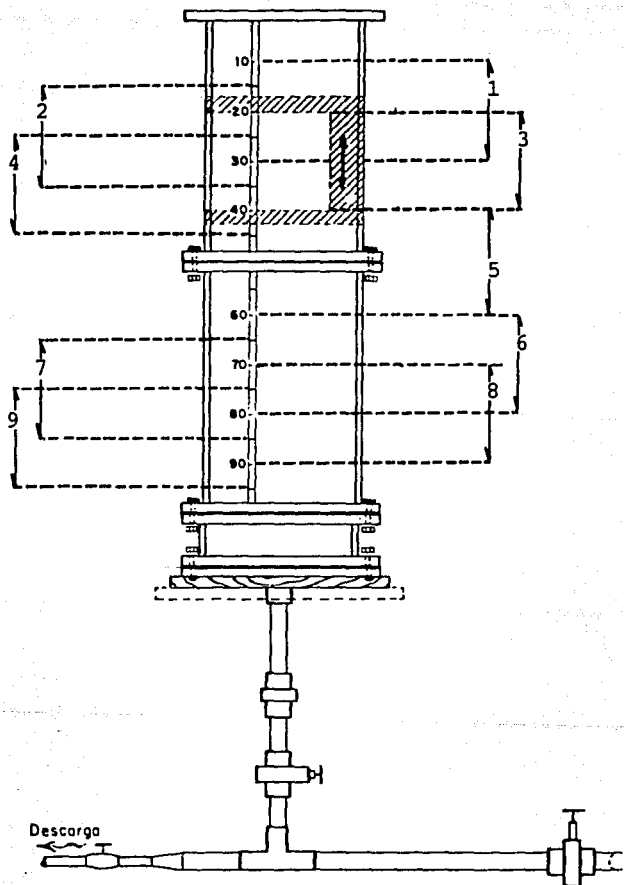


Fig 4.4 Tramos o "ventanas" del dispositivo para realizar las mediciones de la velocidad de caída.

tomado la partícula antes de entrar al fluido (F-4.4).

3) con el "artificio" descrito en el subcap 2.4.2 colocado en el tramo más cercano a la superficie, se fijó la primer zona de observación; acto seguido, se tomaba una partícula de un material debidamente saturado (en la misma forma que se explica en el subcap 3.3.4), la cual se centraba sobre la superficie con otro artificio ideado para tal fin y se soltaba; el tiempo que le llevaba caer desde que entraba a la zona de observación hasta que desaparecía se medía con un cronómetro; esto se repitió de seis a nueve veces con lo que se obtuvieron varias lecturas de tiempo y de aquí se determinaba la velocidad correspondiente a este primer tramo.

4) se deslizaba el "artificio" mencionado hacia abajo hasta el siguiente tramo señalado (F-4.5), ubicando así una segunda zona de observación donde se hacía lo descrito en el paso 3 obteniéndose nuevos datos de tiempo y por tanto el valor de la velocidad para esta zona. Este proceso se realizó para los nueve tramos.

5) finalmente, para cada prueba se tomó la temperatura.

Los datos aquí obtenidos se vaciaron en las hojas de registro, diseñadas para esto de la forma en que aparecen en las tablas 4.2 a 4.6, donde se presentan los datos correspondientes a todos los tamaños de nuez. El formato de estas hojas está dividido en cuatro bloques; el primero de ellos es destinado al control del material y la prueba; el segundo, dividido en siete columnas, utiliza las

TESIS PROFESIONAL.

J. T. S. O.

MATERIAL: NM8 FECHA: 19 enero 1988 TEMPERATURA: 16.5°

TRAMO No.	LONGITUD DEL TRAMO	PROFUNDIDAD	TIEMPO	TIEMPO PROMEDIO	VELOCIDAD	OBSERVACIONES
	cm	cm	s	s	cm/s	
1	20	9-29	3.34 2.63 2.98 3.44 3.27	3.02	6.6	la 2° y 4° partículas eran menos laminares
2	20	14-34	3.20 3.30 3.23 2.47 3.44 2.63	3.05	6.6	formas más uniformes
3	20	19-39	2.82 2.74 3.44 3.38 3.73 3.03	3.19	6.3	se tomaron formas más uniformes
4	20	24-44	2.98 3.58 2.82 3.30 3.17 2.73	3.10	6.5	trayectorias de caída irregulares
5	20	39-59	4.46 3.16 3.52 3.36 3.01 3.54	3.51	5.7	en la 1er part. acentuaba la forma lam.
6	20	59-79	2.71 3.93 2.95 2.70 3.37 2.85	3.09	6.5	tiempos de recorrido muy difer.
7	20	64-84	3.17 2.97 3.14 2.99 3.17 3.30	3.12	6.4	formas más uniformes
8	20	69-89	3.50 2.86 3.87 3.20 2.73 3.13	3.22	6.2	tamaños y formas no uniformes
9	20	74-94	3.16 3.57 3.48 3.27 3.10 2.41	3.17	6.3	tiempos de caída muy distintos

OBSERVACIONES GENERALES: forma dominante: laminillas  
trayectorias no verticales

VELOC. TERMINAL: 6.4 cm/s  
UBICACION: 79 cm

TESIS PROFESIONAL. J. T. S. O.

MATERIAL: NM14 FECHA: 19 enero 1988 TEMPERATURA: 16.5°

TRAMO No.	LONGITUD DEL TRAMO	PROFUNDIDAD	TIEMPO	TIEMPO PROMEDIO	VELOCIDAD	OBSERVACIONES
	cm	cm	s	s	cm/s	
1	20	9-29	3,73 3,73 2,99 3,43 3,52 4,07	3.58	5.6	principalmente formas laminares
2	20	14-34	2,86 3,92 3,25 2,99 3,18 3,28	3.25	6.2	tiempos de caída dispares
3	20	19-39	3,73 3,43 2,97 3,41 3,22 3,47	3.37	5.9	tiempos de caída más parecidos
4	20	24-44	4,02 3,19 3,37 3,60 3,48	3.50	5.7	tiempos de caída parecidos
5	20	39-59	4,30 3,47 3,66 4,28 3,48 3,48	3.95	5.1	diferencias apreciables en los tiempos de caída
6	20	59-79	3,14 3,50 3,73 3,60 3,55 2,76	3.38	5.9	formas de lámina
7	20	64-84	3,39 3,17 3,19 3,00 2,58 3,29	3.10	6.5	formas de lámina
8	20	69-89	3,01 4,27 3,44 3,89 3,20	3.51	5.7	2a part, más laminar que las demás
9	20	74-94	3,27 2,86 3,60 3,57 3,57 2,79 3,35	3.24	6.2	trayectorias no completamente verticales

OBSERVACIONES GENERALES: las partículas presentaban forma de lámina principalmente.

VELOC. TERMINAL: 6.08 cm/s  
 UBICACION: 79 cm

TESIS PROFESIONAL.

J. T. S. O.

MATERIAL: NM16 FECHA: 19 enero 1988 TEMPERATURA: 16.5°

TRAMO No.	LONGITUD DEL TRAMO	PROFUNDIDAD	TIEMPO	TIEMPO PROMEDIO	VELOCIDAD	OBSERVACIONES
	cm		cm	s	s	
1	20	9-29	4.18 3.52 3.92 4.86 3.98 3.51	3.99	5.01	4a part. muy laminar
2	20	14-34	3.64 3.52 4.27 3.44 5.00 3.96	4.42	4.52	diferencias acentuadas en los tiempos de caída
3	20	19-39	4.19 4.22 3.87 4.40 4.96 3.70	4.27	4.68	ciertas diferencias en los tiempos de caída
4	20	24-44	3.92 4.71 4.09 4.63 3.42 4.88	4.27	4.77	última part. muy laminar
5	20	39-59	4.71 4.63 4.05 4.68 3.44 3.62	4.19	4.77	diferencias en los tiempos de caída
6	20	59-79	3.33 5.53 3.85 3.96 3.94 3.85	4.08	4.90	gran diferencia en tiempo entre la 1a y 2a part
7	20	64-84	3.53 3.53 4.14 3.60 4.08 3.84	3.79	5.28	desproporción en los tiempos con otros tramos
8	20	69-89	3.67 4.39 3.66 4.34 3.52 3.99	3.93	5.09	ninguna en especial
9	20	74-94	4.52 3.72 4.03 4.03 3.97 3.73	4.11	4.87	formas laminares principalmente

OBSERVACIONES GENERALES: desproporción en cuanto a tamaño aún dentro de la misma clasificación.

VELOC. TERMINAL: 4.95 cm/s  
UBICACION: 79 cm

TABLA 4.5

TESIS PROFESIONAL. J. T. S. O.

MATERIAL: NM25 FECHA: 20 enero 1988 TEMPERATURA: 16.5°

TRAMO No.	LONGITUD DEL TRAMO	PROFUNDIDAD	TIEMPO	TIEMPO PROMEDIO	VELOCIDAD	OBSERVACIONES
	cm	cm	s	s	cm/s	
1	20	9-29	5.87 3.65 5.09 4.36 4.90 4.84	4.79	4.2	tiempos de caída diferentes
2	20	14-34	3.97 5.64 5.43 3.49 4.18 4.04	4.46	4.5	tiempos de caída muy diferentes
3	20	19-39	4.61 4.31 4.00 4.10 4.30 4.17	4.25	4.7	se escogieron formas de manera más uniforme
4	20	24-44	3.79 4.74 4.34 4.21 4.24 5.50	4.47	4.5	formas muy parecidas
5	20	39-59	4.41 4.54 4.97 5.09 4.75 5.61	4.90	4.1	tiempos menos dispares
6	20	59-79	3.82 4.30 4.23 4.60 5.29 4.90	4.52	4.4	menos diferencia en los tiempos
7	20	64-84	4.02 4.48 4.50 4.25 4.07 4.40	4.29	4.7	ninguna en especial
8	20	69-89	3.95 4.60 4.46 3.87 5.19 4.47	4.42	4.5	cierta diferencia en el tiempo de recorrido
9	20	74-94	5.50 4.98 4.64 6.80 4.20 4.80	5.15	3.9	gran diferencia en los tiempos de caída

OBSERVACIONES GENERALES: aún dentro de este rango especificado hay - diferencias de tamaño.

VELOC. TERMINAL: 4.6 cm/s  
UBICACION: 84 cm



TABLA 4.6

TESIS PROFESIONAL.			J. T. S. O.		
MATERIAL:	NM30	FECHA:	26 enero 1988	TEMPERATURA:	16.5°

TRAMO No.	LONGITUD DEL TRAMO	PROFUNDIDAD	TIEMPO	TIEMPO PROMEDIO	VELOCIDAD	OBSERVACIONES
	cm	cm	s	s	cm/s	
1	20	9-29	10.43 8.28 8.20 8.00 8.36 7.83 7.99	7.96	2.5	tiempos de caída dispares
2	20	14-34	10.42 11.98 10.17 7.02 9.96 8.22	9.68	2.1	tiempos de caída más grandes
3	20	19-39	10.33 11.88 7.71 7.85 8.69 7.81 9.59	9.12	2.2	trayectorias de caída irregulares
4	20	24-44	11.82 11.25 11.82 10.19 7.97 9.52 8.65	10.18	2.0	más dificultad en la observación
5	20	39-59	11.67 14.34 11.70 8.09 7.30 9.07	10.52	1.9	mayor desproporción en tamaño y forma
6	20	59-79	11.17 13.09 8.44 8.94 8.73 8.84 7.67	9.49	2.1	trayectorias de caída irregulares
7	20	64-84	12.78 11.92 9.41 9.83 7.50 9.31	10.13	2.0	diferencias muy grandes en los tiempos
8	20	69-89	10.81 12.15 7.65 8.26 7.45 7.64	9.09	2.2	trayectorias de caída irregulares
9	20	74-94	10.37 9.10 8.59 9.34 9.34 8.62 7.67	8.78	2.3	ninguna en especial

OBSERVACIONES GENERALES: a menor tamaño, trayectoria más irregular.

VELOC. TERMINAL: 2.08 cm/s  
UBICACION: 44 cm

cuatro primeras y la séptima para colocar los datos del ensaye; el tercer bloque sirvió para anotar obsevaciones generales que se obtuvieran de la prueba y el cuarto para los resultados de la misma.

Debe mencionarse que para el caso de la AM1/4 y AM4, por la imposibilidad de medir físicamente la velocidad tan alta con la que caían en el agua las partículas, se optó por usar un fluido más viscoso que de algún modo "frenara" su caída dando con esto oportunidad de realizar un proceso idéntico al descrito en los pasos 2 a 5, solo que utilizando seis tramos de 20 cm y una profundidad total de 62 cm.

Además del dispositivo principal y el "artificio" mencionados, se utilizó un cronómetro, vasos de precipitados para saturar el material, longímetro y un termómetro de mercurio.

#### 4.3.1 MANEJO DE DATOS.

Una vez que se tenían las lecturas del cronómetro para un tramo o "ventana" en la columna 4 de la hoja de registro de datos se calculaba un tiempo promedio que se anotaba en la columna 5; con este valor se aplicaba la relación

$$\text{Velocidad} = \text{distancia} / \text{tiempo}$$

con la longitud especificada de 20 cm y se obtenía el valor de la velocidad para este rango de profundidades.

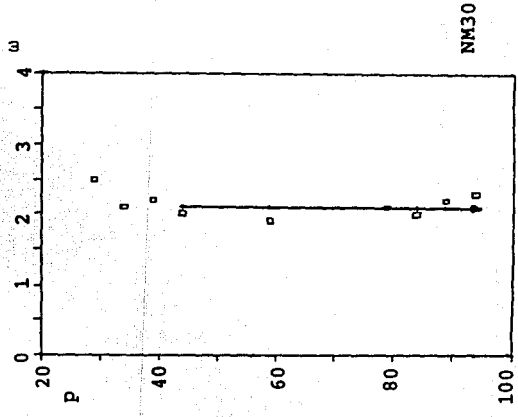
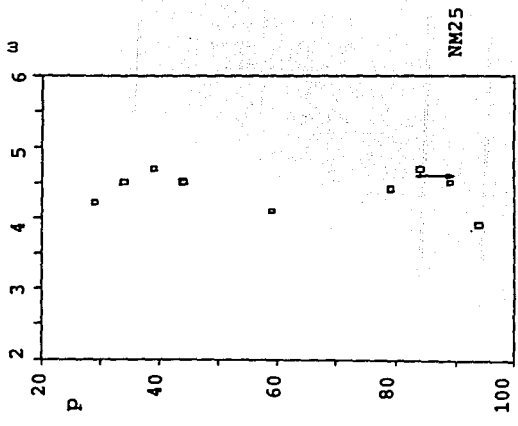
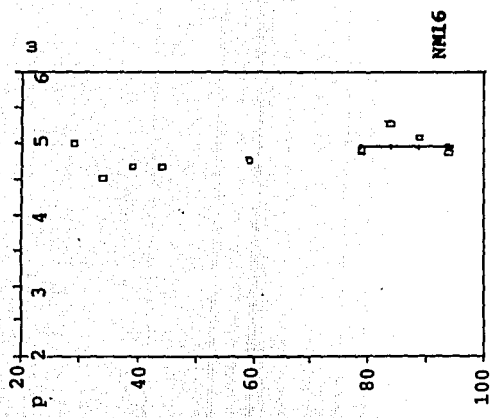
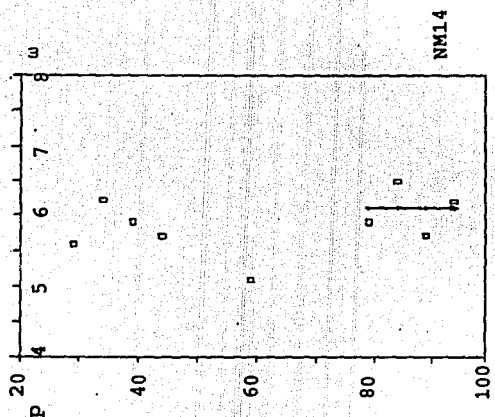
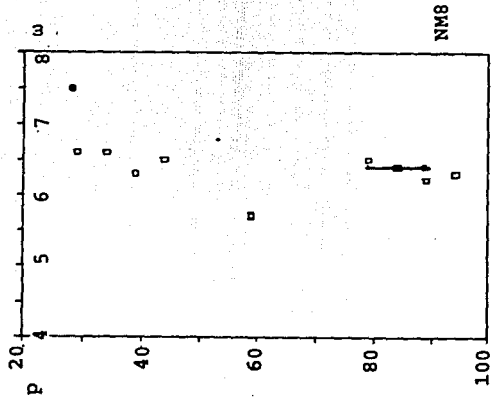
Cuando se habían calculado los nueve datos de velocidad para un material (columna 6), se observaba el aumento de esta conforme la partícula caía tratando de determinar empíricamente si se llegaba a desarrollar la velocidad terminal, esto es, si la velocidad tendía a ser aproximadamente constante, especificando el momento para ubicar la profundidad en que sucedía.

Para facilitar el análisis se realizaron las gráficas de velocidad de caída contra profundidad para los datos de un tamaño de material y observar el perfil que presentaba, además de detectar el desarrollo en la velocidad que llevaban las partículas al caer.

Se pueden apreciar en la fig 4.5 las gráficas para los datos de las tablas 4.2 a 4.6, es decir, las que corresponden a los cinco tamaños de nuez estudiados.

Finalmente, en la tabla 4.7 se exponen en forma resumida los datos y resultados obtenidos para todos los materiales ensayados en esta prueba.

Como se puede observar, la profundidad en que se alcanza la velocidad terminal para la mayoría de las partículas es similar, excepto para la AM1/4" y la AM4, donde también su velocidad terminal es diferente; esto se debe a la diferencia de densidades entre el aceite de lubricación y el agua. Esta cuestión será considerada a través de la densidad relativa sumergida  $\Delta$ .

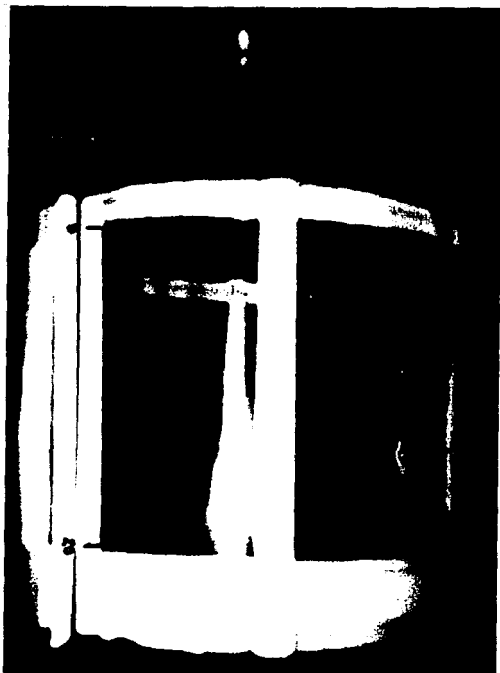


□ Puntos experimentales  
 ↓ Velocidad terminal media  
 P Profundidad, en cm.  
 $\omega$  Velocidad terminal, en cm/s.

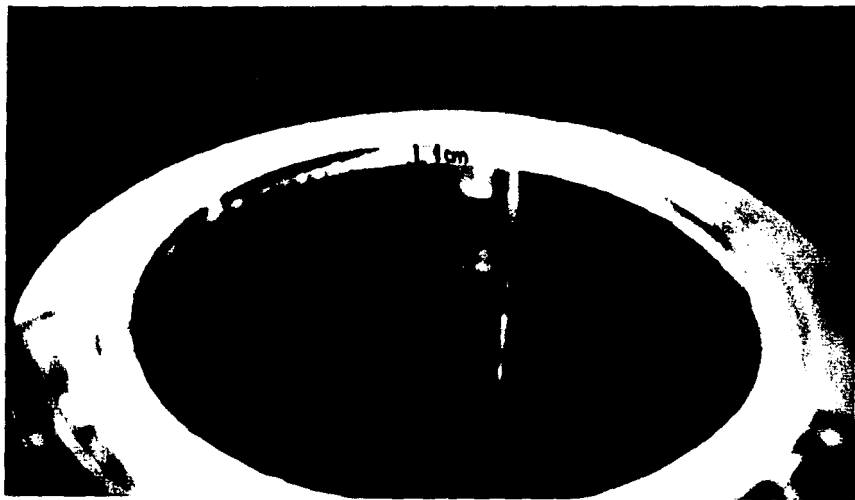
Fig 4.5 Gráficas velocidad-profundidad, correspondientes a los cinco tamaños de nuez.

MATERIAL	TEMPERATURA DEL FLUIDO °C	VELOCIDAD TERMINAL cm/s	PROFUNDIDAD DE UBICACION cm
AM1 /4"	14.5	14.03	40
AM4	14.5	10.50	40
AM8	16.5	21.90	79
AM14	16.5	14.80	89
AM16	16.5	12.70	79
AM25	16.5	9.40	84
AM30	16.5	7.05	79
BM14	16.5	8.05	84
BM16	16.5	6.54	79
BM25	16.5	4.49	89
BM30	18.0	3.42	89
CM16	16.5	3.24	59
CM25	16.5	2.55	39
CM30	16.5	1.60	79
NM8	16.5	6.40	79
NM14	16.5	6.08	79
NM16	16.5	4.95	79
NM25	16.5	4.60	84
NM30	16.5	2.08	44

Tabla 4.7 Resumen de datos y resultados de las pruebas de velocidad de caída.



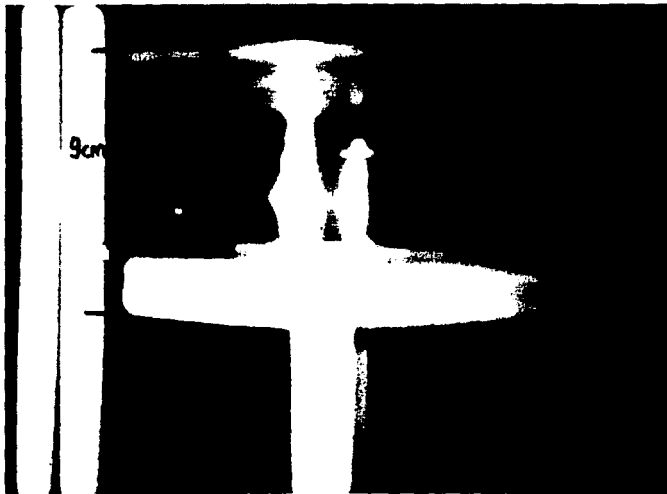
F-4.1 altura de los tramos.



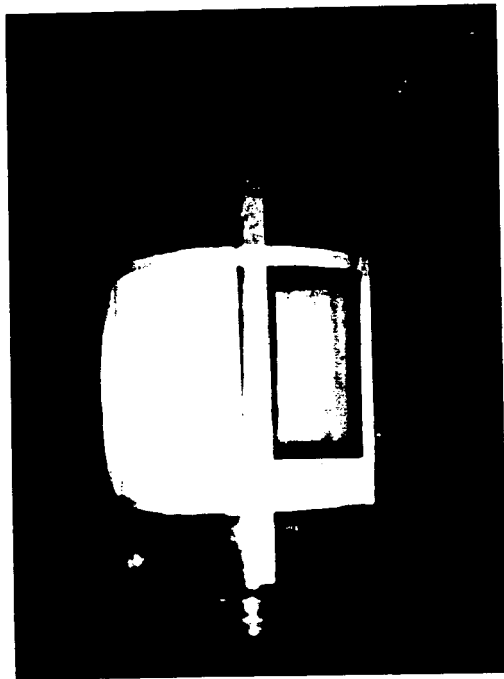
F-4.2 Llenado del dispositivo.



F-4.3 Escala en el dispositivo.



F-4.4 Espacio del borde superior del dispositivo al primer tramo.



F-4.5 Ubicación del segundo tramo.



## CAPITULO 5 INICIO DE MOVIMIENTO.

### 5.1 ASPECTOS GENERALES.

La Hidráulica Fluvial estudia los problemas que se presentan en los cauces naturales y canales artificiales cuyas paredes y fondo están formados por materiales que pueden ser o no arrastrados por una corriente.

Los cauces naturales son aquellos que se encargan de sacar de una cuenca el agua excedente que escurre en la misma; su comportamiento es un problema complejo, ya que no se apega a ninguna ley de variación, por lo que para su estudio es necesario basarse en estadísticas. De aquí que todas las formulaciones existentes sean de carácter empírico o semiempírico.

Los cauces permiten el transporte tanto de agua como de los sedimentos, los cuales están formados por todas las partículas, cualquiera que sea su tamaño, provenientes de rocas y suelos de una cuenca. En estos se estudian tanto sus propiedades como su

comportamiento bajo diferentes condiciones, como es el caso particular del fenómeno de inicio de movimiento cuando se encuentran depositados en el fondo de un lecho. El conocimiento de ésta condición crítica de interacción fluido-sedimento en una corriente es muy importante para lograr diseñar canales que no sufran erosión, o bien, provocar el arrastre de las partículas y evitar su depósito.

Un fluido en movimiento ejerce una fuerza de empuje sobre cualquier cuerpo fijo, sumergido o no en la corriente. La componente de esta fuerza en dirección paralela a la del movimiento del flujo, se denomina arrastre y la componente perpendicular sustentación. Para efectos de estudio de la fuerza de empuje, se considera que el flujo es permanente y el cuerpo está fijo.

Las mismas fuerzas actúan cuando el cuerpo se desplaza dentro de un fluido en reposo (cap 4).

Los conceptos de arrastre y sustentación son de suma importancia para la Hidráulica Fluvial, ya que permiten estudiar las acciones que el agua ejerce sobre las partículas que constituyen los sedimentos y definir las condiciones bajo las que se inicia su movimiento y transporte.

En la fuerza de arrastre se pueden observar dos acciones diferentes; una debida a la fricción que se desarrolla sobre toda la superficie de un cuerpo que se denomina arrastre por fricción y

otra que resulta por la presión que ejerce el flujo sobre la misma superficie, llamada arrastre por presión. De aquí que el arrastre total  $F_D$  sea igual a la suma de los dos

$$F_D = F_f + F_p \quad (S.1)$$

Por ejemplo, en los cuerpos diseñados con forma hidrodinámica, como los barcos, actúa principalmente el arrastre por fricción; mientras que en otros, como en el caso de edificios, lo hace el arrastre por presión o de forma.

La fuerza de sustentación se produce básicamente por las diferencias de presión que existen en las caras laterales de un cuerpo inmerso en la corriente. Por ejemplo, las alas de un avión que son cuerpos diseñados para producir gran sustentación, presentan un baja presión en una cara y alta presión en la otra; además, se diseñan de tal forma que la fuerza de arrastre sea mínima.

El equilibrio de una partícula sobre el fondo de una corriente es alterado si el efecto resultante de las fuerzas de arrastre, de sustentación y de viscosidad, aplicadas sobre la superficie de la partícula, son mayores que las fuerzas estabilizadoras de gravedad y de cohesión.

Debe considerarse también dentro del fenómeno de inicio de movimiento la influencia de la pendiente del fondo del cauce; para corrientes aluviales, en dirección del flujo ésta es generalmente

menor de  $10^{-9}$ , por lo que se podría suponer que el efecto no es significativo, sin embargo, para un fondo ondular la pendiente local sí sería importante. Para una partícula sobre una pendiente pronunciada el valor del esfuerzo cortante crítico será menor (Refs 5 y 17).

Finalmente, debe mencionarse que como en corrientes naturales y aún en canales de fondo variable generalmente el flujo es turbulento y el conocimiento de los detalles acerca de este tipo de flujo es limitado, la respuesta a la cuestión de inicio de movimiento eventualmente será obtenida de una manera experimental. Aunque un criterio para el problema necesariamente será empírico, es muy usual realizar un análisis simplificado y aproximado del mismo; este análisis puede servir para identificar los mayores mecanismos que actúan en el proceso y de aquí conducirnos a la formación de variables adimensionales físicamente significativas que serán empleadas en el análisis de datos experimentales.

## 5.2 EQUILIBRIO DE LA PARTICULA.

Considérense las fuerzas que actúan sobre una partícula de sedimento (fig 5.1). Como se ha visto antes, se tiene la fuerza de empuje actuando por medio de la fuerza de arrastre  $F_D$  y la fuerza de sustentación  $F_L$ ; estas dos fuerzas son llamadas perturbadoras; por otro lado, se tiene la acción de la fuerza estabilizadora de la gravedad manifestada a través del peso  $W$  de la partícula en estudio.

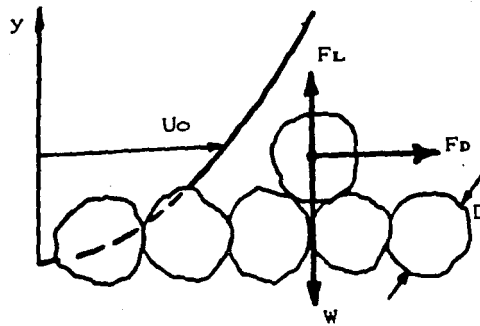


Figura 5.1 Fuerzas actuantes sobre una partícula con el fluido en movimiento

Suponiendo una partícula esférica de diámetro  $D$  y de una manera conceptual, la fuerza de arrastre que ejerce el agua es obtenida aplicando el principio de impulso y cantidad de movimiento

$$F_D = C_D A \gamma \frac{U_0^2}{2g} \quad (5.2a)$$

ó también

$$F_D = C_D A^{\circ} \rho \frac{U_0^2}{2} \quad (5.2b)$$

donde  $C_D$  es el coeficiente de arrastre;  $\frac{\gamma U_0^2}{2g} = \frac{\rho U_0^2}{2}$  es la presión dinámica del flujo;  $U_0$  la velocidad de referencia o velocidad relativa entre el fluido y la partícula;  $\frac{U_0^2}{2g}$  la carga de velocidad;  $\gamma$  el peso específico del fluido;  $\rho$  la densidad del fluido; y  $A$  el área expuesta de la partícula ó el área más grande

de la misma, en la dirección del flujo, considerada aquí como  $(\pi D^2)/4$ .

Ahora, la fuerza de sustentación que es el resultado de la diferencia de presiones entre la parte superior e inferior de la partícula, se define como

$$F_L = C_L A \gamma \frac{U_o^2}{2g} \quad (5.3a)$$

ó también

$$F_L = C_L A \rho \frac{U_o^2}{2} \quad (5.3b)$$

con  $C_L$  el coeficiente de sustentación.

Por último, la fuerza que resiste el movimiento que es el peso sumergido de la partícula está dado por

$$W = \frac{\pi}{6} (\gamma_s - \gamma) D^3 \quad (5.4)$$

donde  $\gamma_s$  es el peso específico de la partícula.

El movimiento de la partícula dependerá de la magnitud de las fuerzas descritas y se pueden tener los siguientes casos:

- Si el momento de las fuerzas de sustentación y de arrastre respecto al punto de contacto es mayor que el momento del peso sumergido respecto al mismo punto, la partícula rodará hasta algún punto aguas abajo donde la combinación de las fuerzas actuantes y la fuerza de inercia de la partícula sea tal que pueda

estabilizarse una vez más.

- Si la fuerza de sustentación llega a ser mayor que la fuerza estabilizadora de gravedad, la partícula será levantada y arrastrada. Cuando es levantada y el efecto de las líneas de corriente se hace igual alrededor de la partícula, la sustentación disminuirá y la partícula tenderá a descender. Cuando es levantada dentro de un flujo turbulento y las fluctuaciones son de una cierta magnitud, la partícula se transportará mantenida en suspensión.

En un trabajo sobre transporte de sedimentos en corrientes aluviales, Einstein sugirió que el inicio de movimiento ocurre sólo si la fuerza de sustentación actuando sobre una partícula de sedimento excede al peso sumergido, esto es, si  $FL > W$ . Buscando esta cuestión que desprecia claramente cualquier fuerza de arrastre, Einstein y El Samni (1949) investigaron experimentalmente las fuerzas de sustentación que actúan sobre una partícula esférica en el fondo; encontraron que la fuerza de sustentación varía con el tiempo para condiciones de flujo turbulento y que la fuerza de sustentación promedio puede ser expresada por la ec (5.3) con  $CL = 0.178$ .

El caso que nos atañe es el de la condición cuando la partícula comienza a moverse como resultado de la interacción de esas fuerzas.

### 5.3 CRITERIOS PARA EVALUAR EL INICIO DE MOVIMIENTO.

El inicio de movimiento se puede referir al esfuerzo cortante que una corriente produzca en el fondo, a la velocidad media ó a una velocidad de fondo de dicha corriente.

En todos los procedimientos se tienen expresiones de cálculo para cuando el material del fondo está formado tanto por suelos friccionantes como cohesivos, aquí se hace hincapié en los primeros ya que son los de interés en este estudio.

Para los análisis mostrados a continuación por simplicidad se considerará que las partículas del sedimento son esféricas con diámetro D y el fondo es plano y horizontal.

#### 5.3.1 ESFUERZO CORTANTE EN EL FONDO.

El análisis más simplificado será el suponer una fuerza F, actuando sobre el fondo, paralela a éste y dada por el esfuerzo cortante de fondo  $\tau_0$ , sobre el área ocupada por la partícula; anulando esta fuerza se tendrá el esfuerzo cortante intergranular, que para un material granular está dado por (ref 17)

$$\tau_{yx} = \sigma_{yy} \tan \phi \quad (5.5)$$

en la que  $\tau_{yx}$  indica el esfuerzo cortante entre partículas,  $\sigma_{yy}$  el esfuerzo normal entre las mismas y  $\phi$  el ángulo de fricción



interna.

De aquí, la condición crítica para el inicio de movimiento se escribe como

$$\frac{\pi}{4} D^2 \tau_c = \frac{\pi}{6} D^3 (\rho_s - \rho) g \tan \phi \quad (5.6)$$

ó

$$\psi_c = \frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho) g D} = \frac{2}{3} \tan \phi \quad (5.7)$$

en la que  $\tau_c$  es la fuerza tractiva crítica requerida para producir movimiento; la ec (5.7) corresponde a la estabilidad neutral de una partícula. Además, la variable adimensional

$$\psi_c = \frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho) g D} \quad (5.8)$$

expresa esencialmente la relación de estabilizar las fuerzas que actúan sobre aquella; es llamada parámetro de Shields, en el cual  $\rho_s$  y  $\rho$  son las densidades de las partículas y del fluido respectivamente.

Shields, en 1936, fue el primero en proponer un método para valuar el esfuerzo cortante con el cual se inicia el movimiento de las partículas, dedujo que si el fondo está cubierto con una capa de arena nivelada, la teoría del flujo turbulento, tal como fue desarrollada por Nikuradse, Prandtl y Von Karman, debería ser aplicable al inicio de movimiento de la capa de fondo.

Shields realizó experimentos en base a los que definió la relación expresada en la ec (5.8) y además el parámetro siguiente

$$R^* = \frac{U^* D}{\nu} \quad (5.9)$$

conocido como Número de Reynolds asociado a la velocidad al cortante  $U^*$ , definida como

$$U^* = \sqrt{g R_h S} = \sqrt{\tau_o / \rho} \quad (5.10)$$

donde  $R_h$  es el radio hidráulico,  $S$  es la pendiente de fondo y  $\tau_o$  es el esfuerzo cortante en el mismo.

A partir de los parámetros adimensionales de las ecs (5.8) y (5.9) se obtiene la curva que se muestra en la fig 5.2. Esta curva empírica, define las condiciones críticas para el inicio de movimiento de sedimento sobre un fondo plano horizontal.

La curva por sí misma define el valor crítico del parámetro de Shields  $\psi_c$ , obviamente, si un valor de  $\psi$  es mayor que  $\psi_c$  indica que es más intensa la interacción entre fluido y sedimento.

Sin embargo, el diagrama de Shields presenta un problema; suponiendo que se conocen las características del fluido y del sedimento y se desea determinar el esfuerzo cortante máximo para el cual el fondo puede mantenerse sin que exista movimiento de partículas. De la ec (5.10) se observa que el valor buscado está

implícito en ambos parámetros usados y que es necesario entonces, realizar un proceso tedioso a base de iteraciones con el objeto de obtener el valor crítico del esfuerzo cortante de fondo ( $\tau_c$ ).

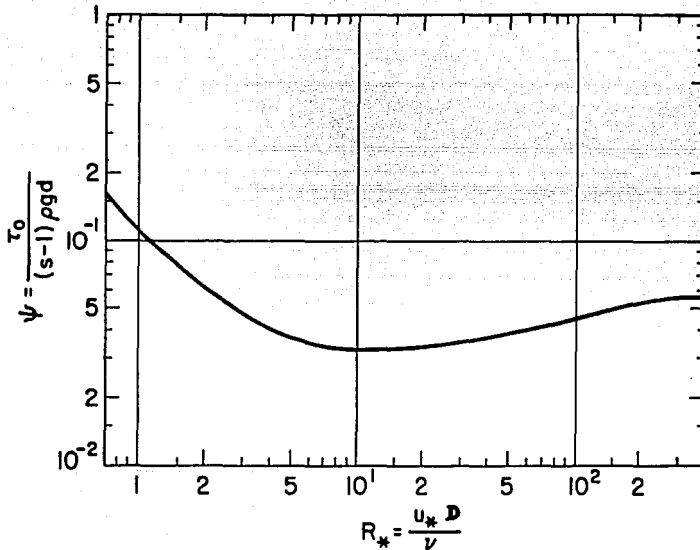


Figura 5.2 Diagrama de Shields.

Para salvar esta dificultad se debe reconocer que un punto en la curva de Shields (fig 5.2) define una combinación crítica de las ecs (5.8) y (5.9), de ambas expresiones el valor de  $U_*$  debe ser determinado y con los resultados se obtiene la siguiente relación

$$\frac{D}{4\nu} \sqrt{(s-1)g D} = S_* = \frac{R_{*c}}{4 \sqrt{\psi_c}} \quad (5.11)$$

donde el parámetro  $S_*$  pertenece al contexto de la velocidad de caída de una partícula esférica (ref 17). Evaluando el lado derecho de la ec (5.11) a lo largo de la curva de Shields será posible presentar el valor crítico del parámetro  $\psi$  como una función de  $S_*$ . El diagrama mostrado en la fig (5.3) es tan general como la curva de Shields original, pero tiene la ventaja de que el

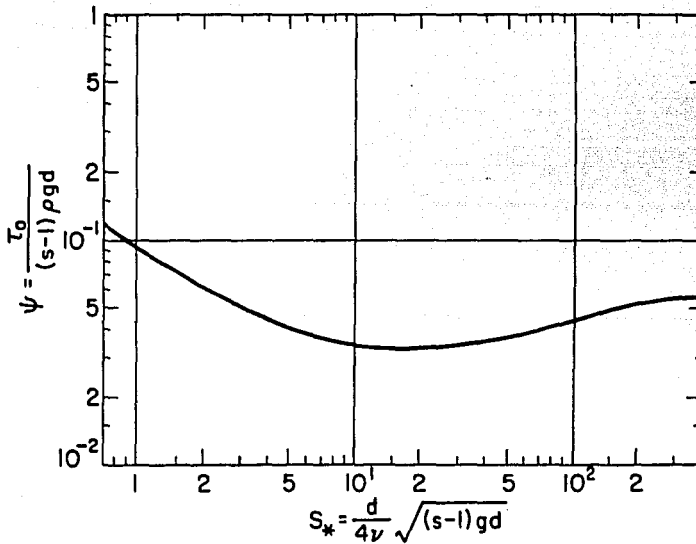


Figura 5.3 Diagrama de Shields modificado.

parámetro  $S^*$  es una función de las propiedades del fluido y del sedimento y en general puede ser fácilmente evaluado, así que la determinación del esfuerzo cortante crítico  $\tau_c$  se facilita ampliamente.

### 5.3.2 ECUACIONES DE VELOCIDAD CRITICA.

Aunque los desarrollos modernos sugieren expresar las condiciones de flujo turbulento mediante la velocidad  $U^*$ , que representa la intensidad de las fluctuaciones turbulentas, muchas veces es preferible la utilización de conceptos más enfocados a la práctica, de ahí que en algunos casos se prefieren los criterios que incluyan velocidades a los conceptos de esfuerzo cortante de fondo de Shields.

A continuación se discuten dos tipos de criterios, unos que toman en cuenta la velocidad de fondo y otros que lo hacen con la velocidad media de la corriente. Una observación importante es que fueron establecidos tomando como base cauces arenosos o aluviales.

#### 5.3.2.1 CRITERIOS QUE INCLUYEN LA VELOCIDAD DE FONDO.

Existen diversos criterios que incluyen este término; debido a su cercanía con las partículas se le suele considerar en el balance de las fuerzas de los granos, a pesar de ello, su empleo se ve limitado ya que, por un lado, algunas veces se dificulta su obtención y, por otro, a que no se conoce la distancia adecuada a

partir del fondo que se debe considerar, esto es sobre todo porque éste nunca es bien definido. De los criterios que más se emplean en la práctica se tiene el propuesto por Mayis et al (1937) los cuales dieron

$$U_b = 0.5 D^{4/9} \Delta^{1/2} \quad (\text{fps}) \quad (5.12)$$

que transformada a unidades métricas resulta

$$U_b = 0.258 D^{4/9} \Delta^{1/2} \quad (\text{m/s}) \quad (5.13)$$

Un criterio más fundamentado es el propuesto por Cartens; en 1966 reportó que de los datos publicados sobre movimiento incipiente puede llegarse a

$$\frac{U_b}{\Delta g D} = 3.61 (\tan \varphi \cos \alpha - \sin \alpha) \quad (5.14)$$

en donde  $\varphi$  es el ángulo de reposo del material y  $\alpha$  la pendiente del fondo del canal.

Las siguientes expresiones son debidas a Maza y García, quienes proponen

$$U_b = 1.92 \Delta D^{0.45} \quad (5.15)$$

válida para cuando  $D > 2 \text{ mm}$  y

$$U_b = 1.41 \Delta D^{0.20} \quad (5.16)$$

cuando  $0.2 < D < 2 \text{ mm}$ .

En las fórmulas anteriores se ha considerado una velocidad promedio; se ha establecido que por la turbulencia del flujo en la zona cercana al fondo puede alcanzarse una velocidad instantánea de

$$U_{b_i} = 1.75 U_b \quad (5.17)$$

en la que  $U_{b_i}$  es la velocidad instantánea y  $U_b$  es la que se ha considerado en las formulaciones anteriores.

### 5.3.2.2 CRITERIOS QUE INCLUYEN LA VELOCIDAD MEDIA.

Levi propone

$$\bar{V} = 1.4 \sqrt{g D} \left[ 1 + \ln \left( \frac{d}{D} \right) \right] \quad (5.18)$$

para cuando  $10 < d/D < 60$ , siendo  $d$  la profundidad o tirante y

$$\bar{V} = 1.4 \sqrt{g D} \ln \left( \frac{d}{7D} \right) \quad (5.19)$$

para el rango  $d/D > 60$ .

En 1935 Isbach despreció la influencia de  $d/D$  dando la relación empírica

$$\bar{V} = 1.7 \sqrt{\Delta g D} \quad (5.20)$$

Goncharov estableció el criterio dado por

$$\bar{V} = 1.07 \sqrt{\Delta g D} \log (8.8 d/D) \quad (5.21)$$

Maza y García establecieron a partir de sus estudios

$$\bar{V} = 4.71 \Delta^{1/2} D^{0.95} R_h^{0.15} \quad (5.22)$$

#### 5.4 CRITERIOS PARA DEFINIR EL INICIO DE MOVIMIENTO.

La principal dificultad con la que uno se encuentra al describir este fenómeno es la definición del momento preciso en que ocurre el inicio de movimiento; es decir, cuando una sola partícula se mueve o cuando varias de ellas lo hacen. Es por esto que se ha dado una diversidad de criterios; se requiere también de un aspecto estadístico que permite formulaciones en su estudio de carácter empírico o semiempírico.

Algunos autores colocan la condición en tres grupos: débil, cuando sólo algunas de las partículas se mueven; medio, cuando las del diámetro representativo comienzan a hacerlo pero el fondo sigue plano y general cuando todo el fondo se pone en movimiento.

Otro criterio empleado es el siguiente: se define un punto inferior de movimiento incipiente cuando la corriente mueve las partículas más finas; un punto superior cuando la corriente mueve las partículas más gruesas y un punto intermedio cuando se tiene un promedio de los otros dos.



La determinación del criterio a emplear es de suma importancia ya que el valor crítico del esfuerzo cortante  $\tau$  dependerá de él.

Para tener un criterio objetivo Neill (1968-69) propuso el parámetro adimensional

$$N = \frac{n D^3}{U_*} \quad (5.10)$$

donde  $n$  es el número de granos dispersado por unidad de área y por unidad de tiempo;  $N$  para material rugoso es igual a  $15 \times 10^{-6}$  y para diseños de protecciones de fondo, se deberá usar un valor de  $N$  más bajo, aproximadamente  $10^{-6}$ .

## 5.5 EFECTO DE LA FORMA DE LA PARTICULA SOBRE EL INICIO DE MOVIMIENTO.

Cuando un cuerpo o partícula está suspendida en un lugar donde pasa una corriente y los desplazamientos laterales que sufre son de idéntico orden de magnitud se tiene que la forma del cuerpo es estable respecto a la corriente.

Si los desplazamientos son diferentes o varía la magnitud de uno con respecto a la del anterior se tiene que la forma del cuerpo es inestable con respecto al flujo.

Lo anterior es de especial interés en Hidráulica Fluvial debido a que las partículas del fondo tienen muy diversas formas que, dependiendo de la posición de éstas respecto al flujo, pueden

producir en aquellas fuerzas de sustentación variables.

La amplia variedad de formas que pueden tener las partículas de sedimento dificulta la determinación de las fuerzas perturbadoras, por esto, la experimentación juega un papel fundamental en el tratamiento de las interacciones fluido-sedimento en el fenómeno de inicio de movimiento (cap 6).

En las ecs (5.2) y (5.3) la influencia de la forma del cuerpo o partícula es tomada en cuenta por medio de los coeficientes  $C_D$  y  $C_L$  al obtener las fuerzas de arrastre y sustentación que actúan sobre la misma.

## 5.6 DESCRIPCION DE LAS PRUEBAS.

Antes de proceder a la explicación del estudio experimental se remarca que los criterios anteriores sirven para predecir el estado de movimiento inicial de partículas en un fondo plano formado por partículas de la misma especie. El estudio que aquí se hace es sobre la condición de movimiento inicial de partículas aisladas colocadas en un fondo plano y rígido. Este estudio recae en disponer de un criterio que de alguna forma incluya el efecto de la forma de las partículas.

Para llevar a cabo este estudio se utilizó la instalación que se describe en el subcap 2.4.1 (fig 2.4 y F-2.1); el procedimiento seguido se indica a continuación.

### 5.6.1 AJUSTE DE LA INSTALACION.

1. Se procedió a la limpieza en general de la instalación.
2. Se ubicó el muro tranquilizador, justo a la salida del tanque D (fig 2.4 y F-2.1). El objetivo de este muro fue el de disminuir lo más posible la agitación que se producía en el agua al momento de salir de la manguera y pasar al canal.
3. La pendiente longitudinal del canal así como la transversal se igualaron con la horizontal.
4. Se instalaron los limnímetros ubicados a lo largo del canal.

### 5.6.2 DETERMINACION DE LA ZONA DE MEDICION.

El flujo dentro del canal estaba sujeto a dos zonas de interferencia, una al cruzar el muro tranquilizador del tanque D en la cual la turbulencia no se reducía por completo y la otra a la salida del canal, ya que el flujo se hacía pasar sobre la cresta de la compuerta plana, alterándose con ello la líneas de corriente (fig 5.4); por medio de colorantes que se inyectaban al flujo, en la entrada del canal, se pudo determinar una zona en la cual el perfil de velocidades resultaba más o menos bien definido; la ubicación precisa de dicha zona se indica en la fig 2.4 .

### 5.6.3 METODOLOGIA DE LAS PRUEBAS.

- 1) Antes de realizar cada serie de pruebas se hacían necesarios los siguientes pasos:
  - a) El llenado de los tanques A y B hasta que el nivel del agua

estuviera algunos centímetros abajo de la cresta del vertedor que los comunica.

b) El montaje del velocímetro láser y equipo complementario (CF-5.1) así como la revisión de su calibración.

c) La revisión de las taras de los tres limnímetros.

d) La preparación del material, que consistía en lo siguiente: las partículas de café se saturaban con agua desde 24 hrs antes de la realización de las pruebas, mientras que las partículas de nuez, baquelita y arena sólo estuvieron sumergidas durante una ó dos horas. Esto se hizo con el fin de que al momento de hacer la inmersión de los materiales, las partículas no flotaran y permanecieran en el fondo.

Para efectuar las pruebas se consideró a los tamaños M14, M16, M25 y M30 para los cuatro materiales mencionados; en cada tamaño se hicieron cinco pruebas modificando gasto, tirante y en general las condiciones de inicio de movimiento. Esto nos arroja dieciseis diferentes muestras y un total de ochenta pruebas a realizar. La mecánica de cada una de éstas fue la siguiente.

2) Se arrancaba el motor estableciéndose con ello un gasto; con la compuerta del fondo se elevaba el tirante del agua hasta un nivel tal que, al momento de depositar las partículas, estas no fueran arrastradas por la corriente. El criterio tomado para considerar el inicio de movimiento se describe en el subcap 5.6.4. En la "siembra" de las partículas se cuidaba que no hubiera contacto entre ellas (fig 5.5).

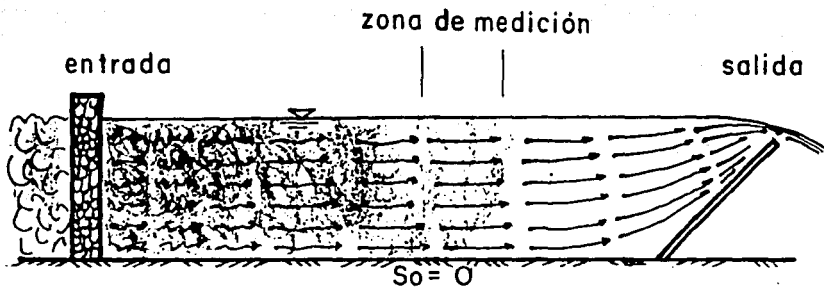


Figura 5.4 Zonas de interferencia del flujo

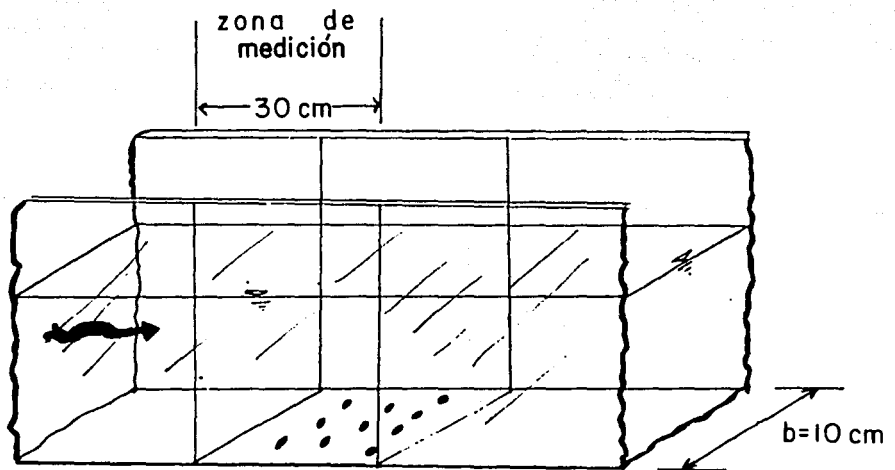


Figura 5.5 Posición inicial de las partículas

3) Por medio de la compuerta de fondo, se bajaba el nivel del agua hasta una posición que se consideraba como crítica.

4) Se ubicaba el cruce de los rayos lo más cerca posible del fondo del canal y se procedía a anotar las lecturas máxima y mínima de las que aparecían en forma intermitente en el procesador de señal (ver subcap 5.7.1) tomando como lapso un minuto; además, se tomaba el dato de la distancia  $h$  de este punto de observación al fondo del canal.

5) Posteriormente, utilizando el sistema de barras (roscadas en su parte superior) sobre las que descansaban las mesas empleadas (dos bases con cuatro barras o soportes cada una y una mesa rectangular sobre cada base, ver F-5.1) y por medio de giros, se les hacía ascender (previamente niveladas) en forma simultánea, manteniéndolas horizontales, de manera que se elevaran a igual altura el emisor y el receptor láser, teniendo con esto el rayo otra vez totalmente horizontal como al inicio de la prueba. Para lograr que las esquinas de cada una de las dos mesas ascendiera la misma distancia se daba el mismo número de giros o vueltas a cada barra roscada; con esto se mantenía la nivelación de cada mesa y por lo consiguiente la del conjunto láser.

6) En esta nueva ubicación del rayo, se regresaba al paso 4), se obtenían nuevos datos y otra vez se hacía ascender el rayo tomando datos para un tercer punto; esto se repitió hasta que el rayo casi alcanzaba el nivel de la superficie del agua. Con todos los datos así obtenidos se podía realizar el trazo del perfil de velocidades

correspondiente a las condiciones establecidas al principio de la prueba.

7) A continuación se medía la altura que alcanzaba la superficie del agua en la zona de observación con ayuda de una regla graduada o escala, colocada en una de las paredes del canal; este tirante fue nombrado hr. Se tomó también la temperatura del fluido usando un termómetro de mercurio.

8) Se tomaba la lectura de los limnímetros del canal, cuando la punta de estos rozaba la superficie del agua para obtener valor de los tirantes en los puntos 1 y 2. Además, se hacía la lectura del nivel de la superficie del agua en el tanque (lv) (fig 2.4) con el limnómetro de gancho utilizado para medir la carga sobre el vertedor.

9) Enseguida, se hacían mediciones de la velocidad superficial utilizando flotadores y un cronómetro. Esta velocidad se tomaba como el tiempo que una partícula tardaba en recorrer la zona de medición; fueron obtenidos cinco datos de tiempo.

10) Finalmente, se midió el gasto en forma volumétrica, esto es, con un cronómetro se obtuvo el tiempo que empleaba en llenarse un cierto volumen dentro de una probeta. Se tomaran cinco volúmenes y sus correspondientes valores de tiempo; de estos se hizo un promedio y se obtuvo un gasto medio ( $\bar{Q}_v$ ). Esto sólo se logró para gastos pequeños.

Terminado con esto una prueba, se tomaba nuevamente el paso 2) utilizando el mismo material. Concluidas cinco pruebas con diferentes condiciones para un sólo material, se sembraban ahora partículas de otro tamaño u otro material y se repetía cinco veces la secuencia desde el paso 2). Este proceso se aplicó a todas las muestras.

#### 5.6.4 CRITERIO PARA CONSIDERAR EL INICIO DE MOVIMIENTO DE LAS PARTICULAS ESTUDIADAS.

Para considerar la condición de movimiento fue necesario establecer un criterio de acuerdo con el caracter de los experimentos.

Después de probar algunas formas que se recomiendan se decidió particularizar en lo siguiente: "cuando algunos de los granos comenzaran a moverse bajo ciertas condiciones hidráulicas". Este movimiento no era continuo, sino que las partículas se desplazaban un tiempo y se detenían otro tanto, para después volverse a mover; todo esto dentro de la zona de medición. El movimiento de las partículas se presentó de varias formas, pasando por tres casos principales: algunas sólo se deslizaban, otras rodaban mientras que otras propiamente se arrastraban. Una observación importante para los fines que se persiguen en este estudio es que pudo verse que el tipo de movimiento se debía a la forma de las partículas, que iban desde completamente lajeadas (NM14, las cuales se deslizaban) hasta redondeadas (AM30, que practicamente rodaban).



### 5.6.5 MANEJO DE DATOS.

Las mediciones obtenidas en los ensayos se vaciaron en las hojas de registro de datos que se indican en las tablas 5.1 a 5.5. En éstas, se dan los datos y resultados obtenidos del desarrollo de las pruebas para la NM30.

Estas formas se dividieron en seis bloques, el primero de ellos contiene la identificación de la prueba; los datos se registraron en los bloques segundo, tercero (primera, segunda, cuarta y quinta columnas), cuarto y quinto (segunda y tercera columnas), dejando el espacio restante para anotar los resultados; el sexto bloque se destinó para las observaciones generales de la prueba.

Con los datos del bloque tres se determinaron varias velocidades superficiales descartando los dos valores extremos y con los restantes resultados se calculó la velocidad superficial promedio  $\bar{V}_{superf}$ ; además, se obtuvo el gasto volumétrico promedio  $\bar{Q}_v$  haciendo la media de los valores  $Q_v$ .

En el cuarto bloque se calcularon los valores de la carga sobre el vertedor  $h_v$  así como los niveles  $Y_1$  y  $Y_2$  haciendo la diferencia de la lectura menos la tara correspondiente.

Dentro del quinto bloque se tienen datos y resultados complementarios de la prueba; el gasto  $Q_v$  dado por el vertedor empleado se calculó utilizando la fórmula del coeficiente  $C$  dada por la Universidad Católica de Chile (ref 29) definida como

$$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \mu K$$

para los datos del vertedor ( $B = 70$  cm,  $\theta = 90^\circ$  y  $K = 1$ ), cuya forma es triangular y con contracciones laterales; luego, aplicando

$$Q = C h^{5/2}$$

que es la expresión general que calcula el gasto para vertedores triangulares. El área hidráulica se determinó con el producto de  $b$  por  $h$ . Con los datos de  $\bar{Q}_v$ ,  $Q_v$  y  $A_h$ , aplicando la ecuación de continuidad se calcularon las velocidades medias correspondientes al vertedor ( $\bar{V}_v$ ) y a las mediciones volumétricas ( $\bar{V}_v$ ); con estos dos últimos datos se obtuvo, a su vez, una velocidad media promedio  $\bar{V}_{prom}$ .

Los datos del bloque dos se aplicaron a la construcción de los perfiles longitudinales de velocidad para el momento en que se tenían establecidas las condiciones hidráulicas de inicio de movimiento; se graficaron en el eje vertical las alturas y en el eje horizontal las velocidades (tanto máxima como mínima). En las figs 5.6 a 5.13 están dibujados los perfiles de los cinco casos para la NM30 así como para la NM16, AM14, AM30, BM25, BM30, CM16 y CM30.

## 5.7 EQUIPO EMPLEADO.

Se emplearon un cronómetro, un termómetro, reglas graduadas, longímetro, una probeta de 1000 ml, flotadores y cinta adhesiva;

TABLA 5.1

TESIS PROFESIONAL

J. T. S. O.

Material NM30 No prueba a Fecha 22 09 87 Hora -- Temp. 17°C

h	V <sub>max</sub>	V <sub>min</sub>	V <sub>calibr.</sub>
cm	cm/s		aparato
0.4	8.58	5.94	5.128
0.7	10.78	7.84	"
1.05	11.40	9.05	"
1.70	12.27	10.52	"
2.40	12.54	11.10	"
3.00	12.71	11.27	"
3.60	12.76	11.54	"
4.20	12.35	11.43	"
4.90	12.36	11.13	"
5.40	12.07	11.08	"
6.00	11.79	10.79	"
6.80	11.32	9.96	"
7.40	11.36	10.36	"
8.0	11.37	9.20	"

d	t	V <sub>superf.</sub>	∇	t	Q <sub>∇</sub>
cm	s	cm/s	cm <sup>3</sup>	s	l/s
30	3.13	---	962	1.25	0.770
"	2.97	10.10	950	1.28	0.742
"	3.00	10.00	950	1.30	0.731
"	2.84	---	922	1.34	0.688
"	3.12	9.62	910	1.41	0.645
"	3.00	10.00	909	1.47	0.618
"			998	1.73	0.577
"			980	1.71	0.573
$\bar{V}_{superf.} = 9.93$ cm/s			$\bar{Q}_{\nabla} = 0.668$ l/s		

VERTEDOR		limnómetro	1	2
tara T <sub>v</sub> [cm]	2648	tara T [cm]	18.69	30.40
lectura l <sub>v</sub> [cm]	3106	lectura l [cm]	27.41	38.28
carga h <sub>v</sub> [cm]	4.58	nivel y [cm]	8.72	7.88

Q <sub>v</sub>	b	hr	Ah	∇ <sub>v</sub>	∇ <sub>∇</sub>	∇ <sub>prom</sub>
l/s	cm		cm <sup>2</sup>	cm/s		
0.636	10.0	8.3	83.0	7.67	8.05	7.86

OBSERVACIONES: el 90% de las partículas "sembradas" rodaban,  
el 10% se deslizaba sobre el fondo. La mayor parte de ellas  
tenían forma laminar, pero por su tamaño la corriente las  
hacía rodar.

TABLA 5.2

<b>TESIS PROFESIONAL</b>	<b>J. T. S. O.</b>
Material <u>NM30</u> No prueba <u>b</u> Fecha <u>22 09 87</u> Hora <u>--</u> Temp. <u>17°C</u>	

h	V <sub>max</sub>	V <sub>min</sub>	V <sub>calibr.</sub>
cm	cm/s		aparato
0.4	10.54	7.45	5.128
0.7	13.33	10.46	"
1.0	14.09	11.89	"
1.3	14.65	11.97	"
1.7	15.00	12.38	"
2.35	15.37	13.98	"
3.0	15.25	14.38	"
3.6	14.7	13.4	1.001
4.2	14.6	13.7	"
4.9	14.3	13.5	"
5.5	14.5	13.4	"
6.2	14.6	13.3	"
6.8	14.3	12.9	"
7.4	14.2	13.2	"

d	t	V <sub>superf.</sub>	∇	t	Q <sub>v</sub>
cm	s	cm/s	cm <sup>3</sup>	s	l/s
30	2.56	--	918	1.07	0.858
"	2.45	12.24	910	0.99	0.919
"	2.40	12.50	950	1.14	0.833
"	2.39	12.55	860	0.95	0.905
"	2.26	--	970	1.18	0.822
$\bar{V}_{superf.} = 12.43 \text{ cm/s}$			$\bar{Q}_v = 0.868 \text{ l/s}$		

VERTEDOR		limnómetro	1	2
tara T <sub>v</sub> [cm]	26.48	tara T [cm]	18.69	30.40
lectura l <sub>v</sub> [cm]	31.58	lectura l [cm]	26.50	37.69
carga h <sub>v</sub> [cm]	5.1	nivel y [cm]	7.81	7.29

Q <sub>v</sub>	b	hr	Ah	∇ <sub>v</sub>	∇ <sub>v</sub>	∇ <sub>prom</sub>
l/s	cm		cm <sup>2</sup>	cm/s		
0.833	10.0	7.55	75.5	11.03	11.49	11.26

OBSERVACIONES: de manera empírica el 85% de las partículas de la prueba rodaban y el 15% restante se deslizaba.

TABLA 5.3

TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	NM30	No prueba	c
Fecha	22 09 87	Hora	--
Temp.	17°C		

h	V <sub>max</sub>	V <sub>min</sub>	V <sub>calibr.</sub>
cm	cm/s		aparato
0.5	8.20	5.62	5.128
0.7	11.13	8.60	"
1.0	11.85	9.92	"
1.7	12.48	10.82	"
2.4	12.30	11.50	1.001
3.0	12.40	11.50	"
3.6	12.50	11.60	"
4.3	12.20	11.40	"
4.9	12.30	11.10	"
5.5	12.20	11.50	"

d	t	V <sub>superf.</sub>	∇	t	Q <sub>∇</sub>
cm	s	cm/s	cm <sup>3</sup>	s	l/s
30	2.67	--	945	1.98	0.427
"	2.81	10.68	930	1.97	0.472
"	2.74	10.95	977	2.05	0.477
"	2.85	--	942	2.02	0.466
"	2.67	11.24	940	1.94	0.485
$\bar{V}_{superf.} = 10.96 \text{ cm/s}$			$\bar{Q}_{\nabla} = 0.475 \text{ l/s}$		

VERTEDOR		limnómetro	1	2
tara T <sub>v</sub> [cm]	26.48	tara T [cm]	18.69	30.40
lectura l <sub>v</sub> [cm]	30.59	lectura l [cm]	24.99	35.90
carga h <sub>v</sub> [cm]	4.11	nivel y [cm]	6.30	5.50

Q <sub>v</sub>	b	hr	Ah	$\bar{V}_v$	$\bar{V}_{\nabla}$	$\bar{V}_{prom}$
l/s	cm		cm <sup>2</sup>	cm/s		
0.485	10.0	5.90	59.0	8.23	8.06	8.15

OBSERVACIONES:  todas las partículas sembradas se deslizaban,  
 generalmente se presentaba forma de laminilla en ellas, se uti-  
 lizaron dos velocidades de calibración y dos rangos de velocidad.

TABLA 5.4

TESIS PROFESIONAL

J. T. S. O.

Material NM30 No prueba d Fecha 22 09 87 Hora -- Temp. 17°C

h	V <sub>max</sub>	V <sub>min</sub>	V <sub>calibr.</sub>
cm	cm/s		aparato
0.50	7.03	5.27	5.128
0.80	9.52	6.44	"
1.10	9.77	8.25	"
1.40	10.21	8.77	"
2.00	10.67	9.43	"
2.60	11.07	9.94	"
3.35	10.92	10.35	"
3.90	11.09	10.38	"
4.50	11.41	10.37	"

d	t	V <sub>superf.</sub>	V̄	t	Q <sub>v</sub>
cm	s	cm/s	cm <sup>3</sup>	s	l/s
30	3.26	---	920	3.39	0.271
"	3.08	9.74	913	3.39	0.269
"	2.94	10.20	933	3.44	0.271
"	2.70	---	940	3.51	0.268
"	3.05	9.84	940	3.51	0.268
"	2.91	10.31	916	3.34	0.274
V̄ <sub>superf.</sub> = 10.02 cm/s			Q̄ <sub>v</sub> = 0.271 l/s		

VERTEDOR		limnómetro	1	2
tara T <sub>v</sub> [cm]	26.48	tara T [cm]	18.69	30.40
lectura l <sub>v</sub> [cm]	29.82	lectura l [cm]	23.05	34.74
carga h <sub>v</sub> [cm]	3.34	nivel y [cm]	4.36	4.34

Q <sub>v</sub>	b	hr	Ah	V̄ <sub>v</sub>	V̄ <sub>v</sub>	V̄ <sub>prom</sub>
l/s	cm		cm <sup>2</sup>	cm/s		
0.286	10.0	4.65	46.5	6.14	5.82	5.98

OBSERVACIONES: aproximadamente un 95% de las partículas "sembradas" rodaban, el resto se deslizaban sobre el fondo del canal.

TABLA 5.5

TESIS PROFESIONAL

J. T. S. O.

Material NM30 No prueba e Fecha 22 09 87 Hora -- Temp. 17°C

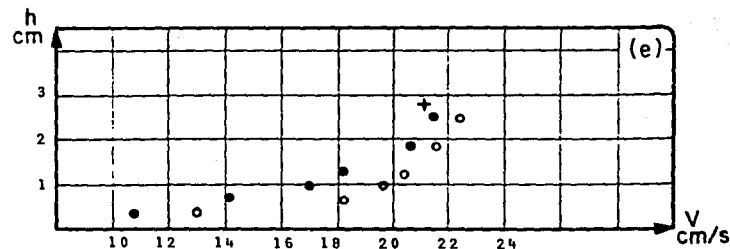
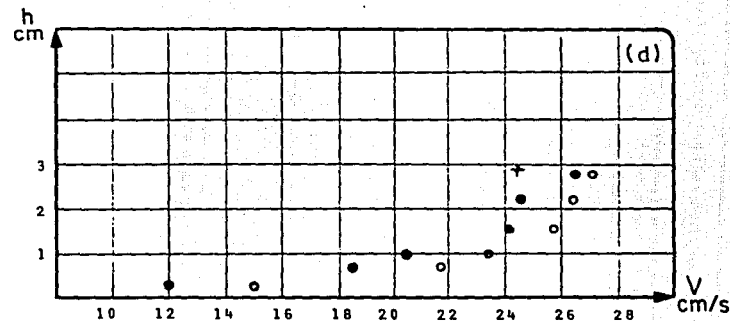
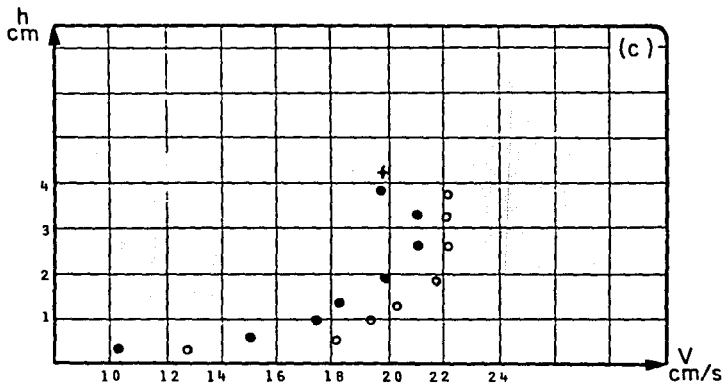
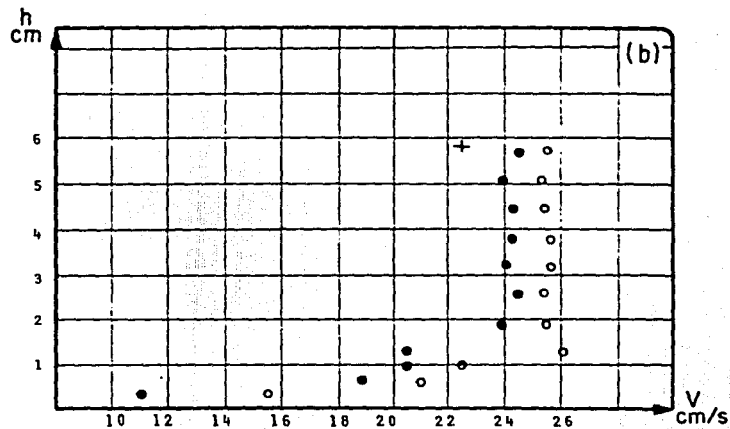
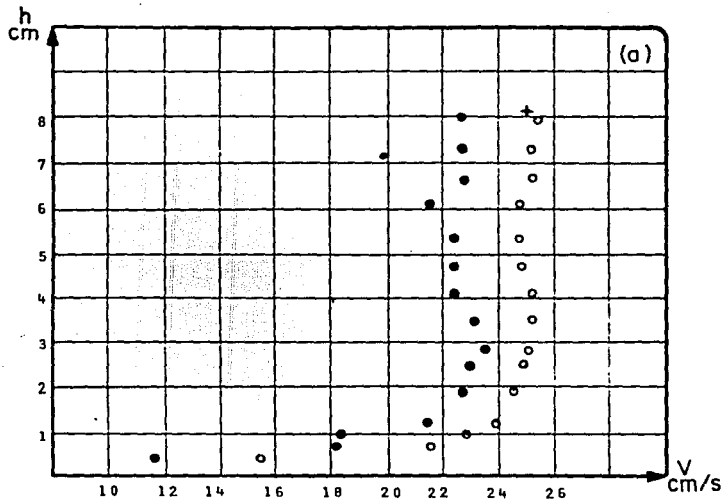
h	V <sub>max</sub>	V <sub>min</sub>	V <sub>calibr.</sub>
cm	cm/s		aparato
0.3	5.52	5.09	5.128
0.7	8.60	6.37	"
1.1	9.05	6.94	"
1.3	9.13	7.75	"
2.0	9.33	8.14	"
2.6	9.55	8.62	"
2.9	10.02	8.90	"

d	t	V <sub>superf.</sub>	∇	t	Q <sub>∇</sub>
cm	s	cm/s	cm <sup>3</sup>	s	l/s
30	3.32	--	958	7.70	0.124
"	3.56	8.43	950	7.80	0.122
"	3.74	--	948	7.55	0.126
"	3.33	9.01	919	7.52	0.122
"	3.33	9.01	950	7.79	0.122
$\bar{V}_{\text{superf.}} = 8.82 \text{ cm/s}$			$\bar{Q}_{\nabla} = 0.123 \text{ l/s}$		

VERTEDOR		limnómetro	1	2
tara T <sub>v</sub> [cm]	2648	tara T [cm]	18.69	30.40
lectura l <sub>v</sub> [cm]	2898	lectura l [cm]	21.73	33.37
carga h <sub>v</sub> [cm]	2.5	nivel y [cm]	3.04	2.97

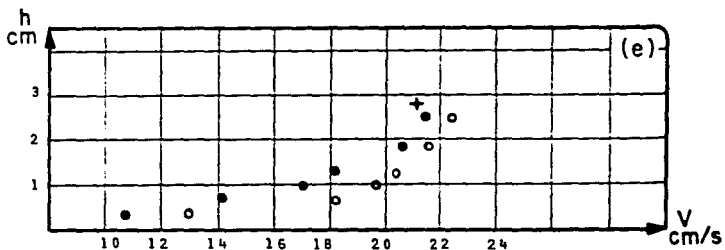
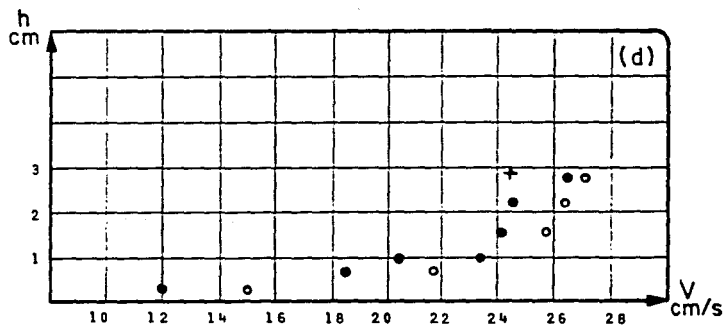
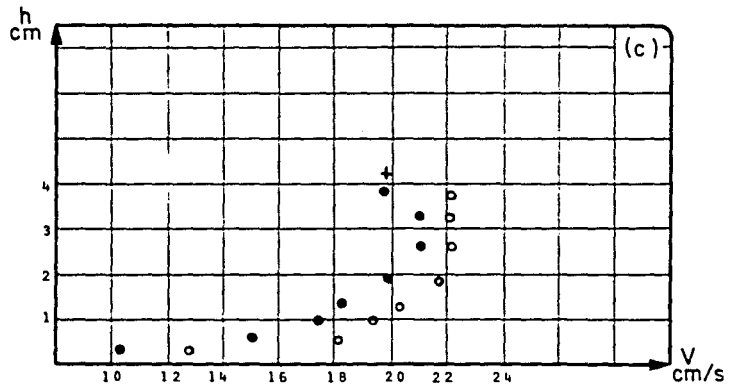
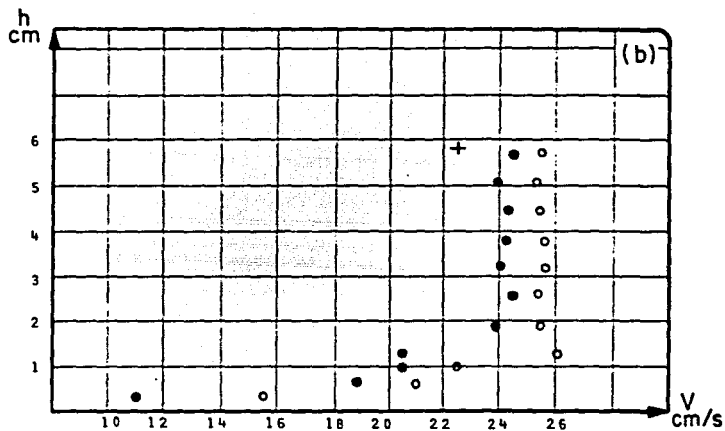
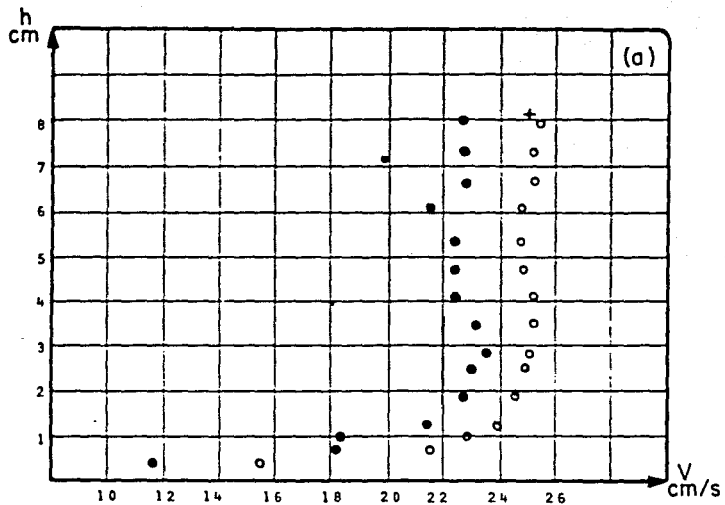
Q <sub>v</sub>	b	hr	Ah	∇ <sub>v</sub>	∇ <sub>∇</sub>	∇ <sub>prom</sub>
l/s	cm		cm <sup>2</sup>	cm/s		
0.135	10.0	3.30	33.0	4.10	3.73	3.92

OBSERVACIONES: el 10% de las partículas (aproximadamente) se deslizaban, el 90% restante tendían a rodar o rodaban.

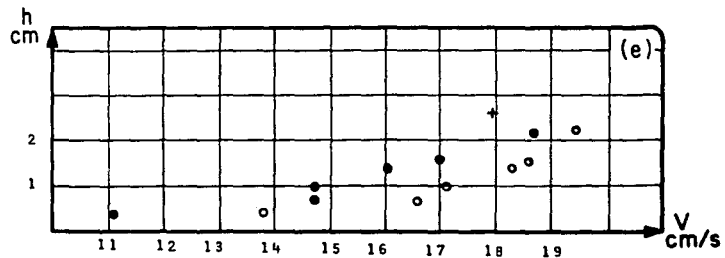
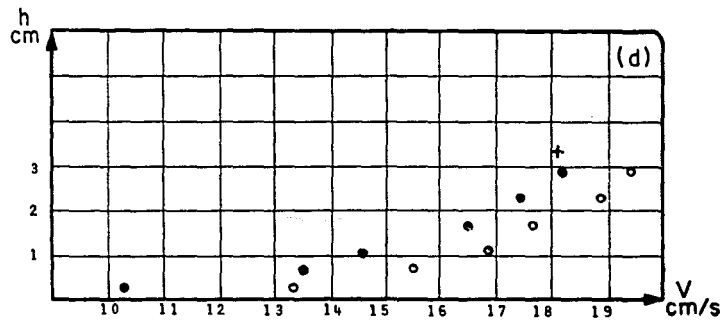
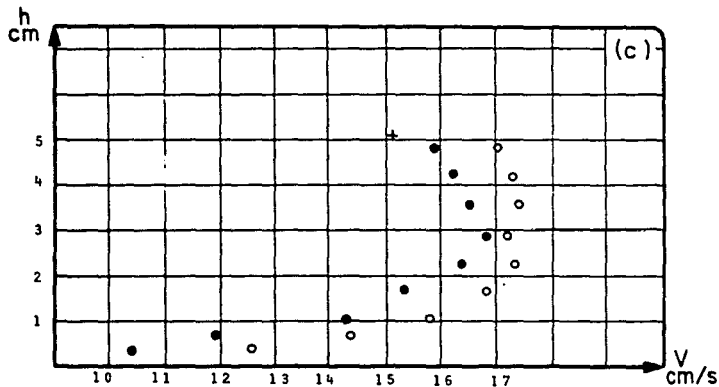
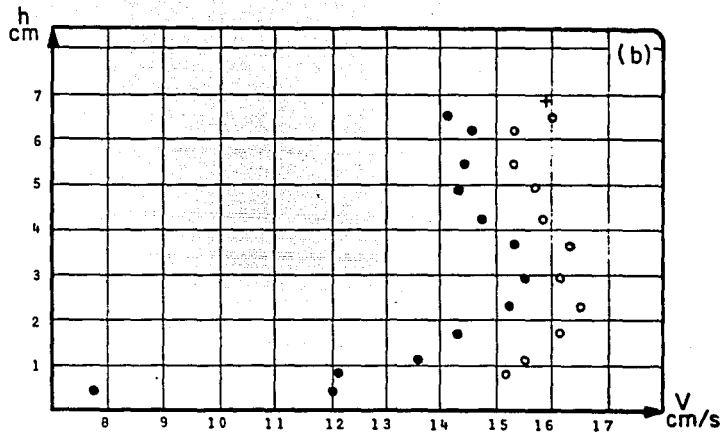
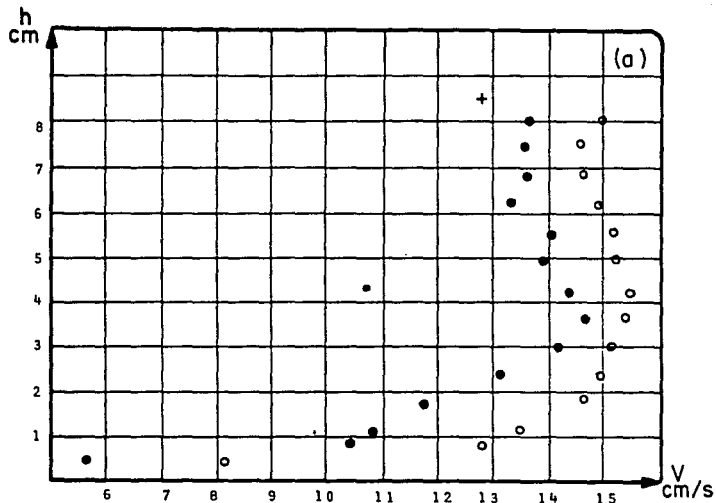


TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.6
AM14	260987	Esc hor 1: 2	

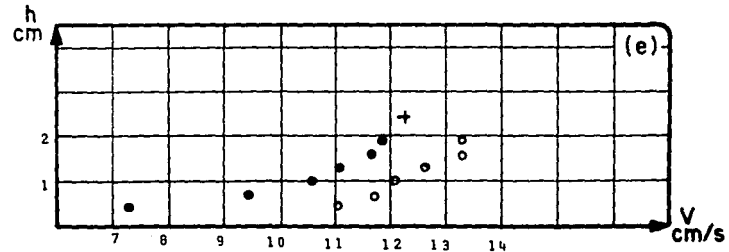
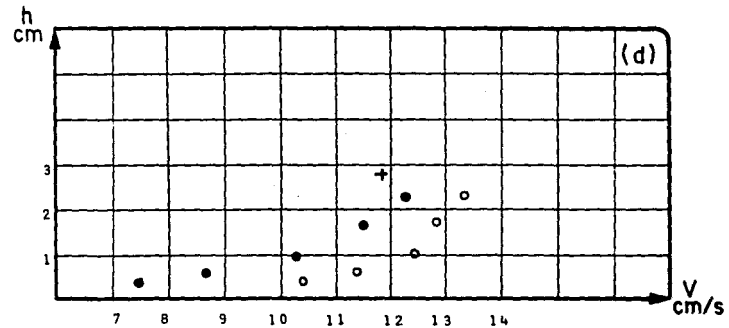
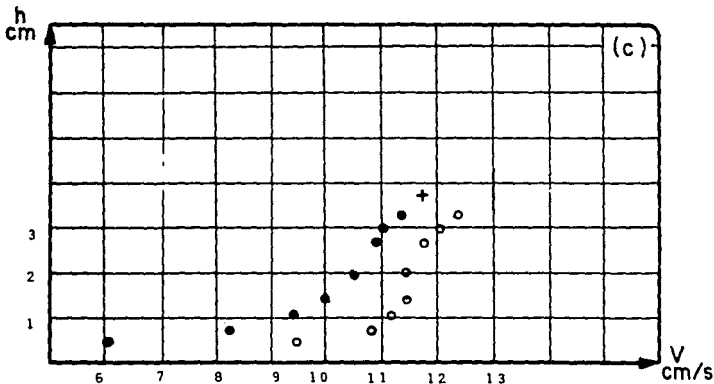
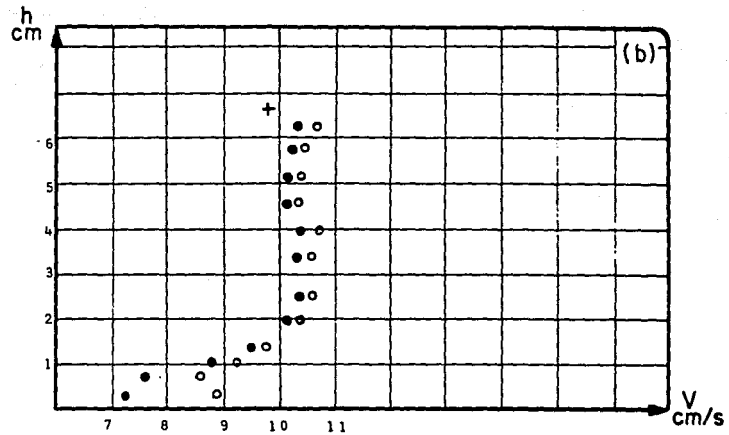
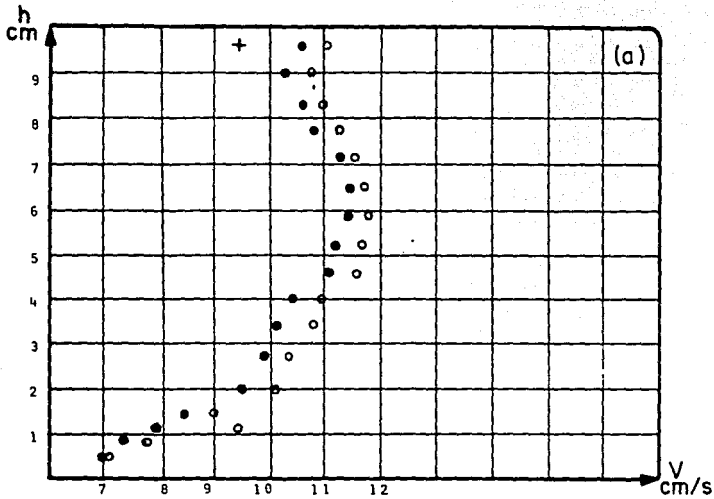




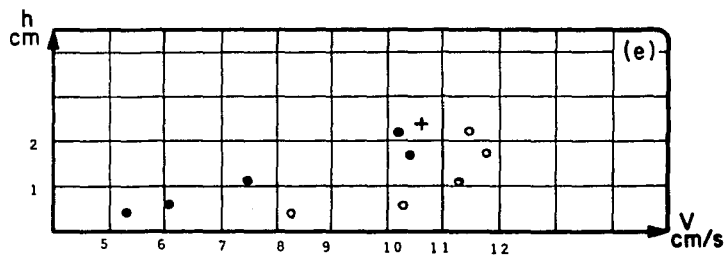
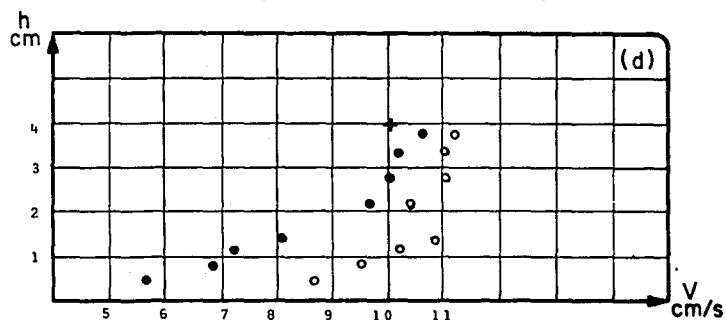
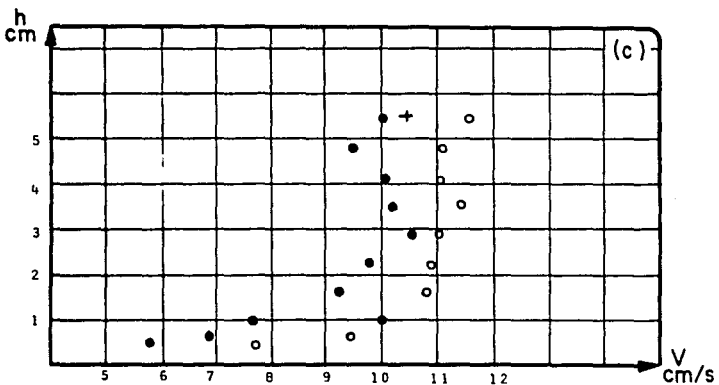
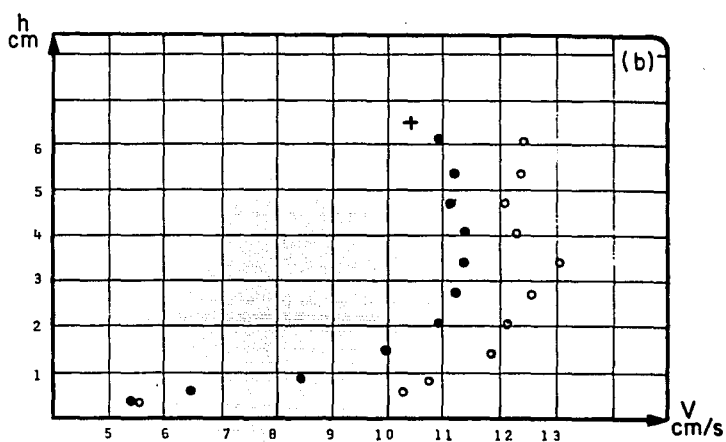
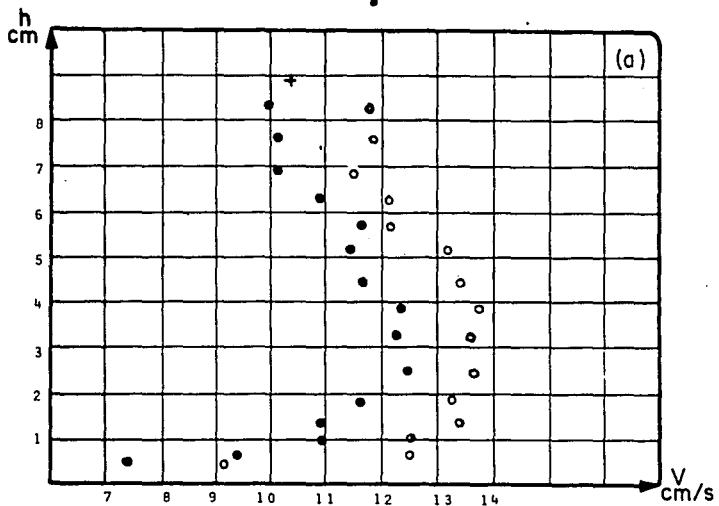
TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.6
AM14	260987	Esc hor 1: 2	



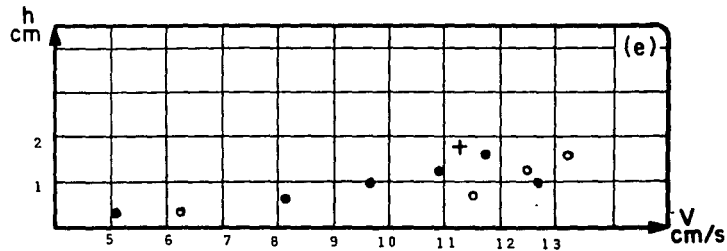
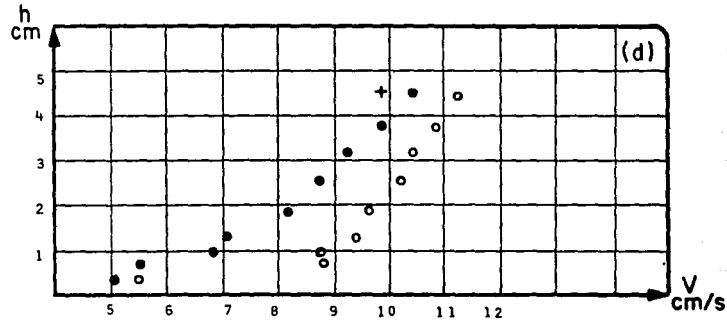
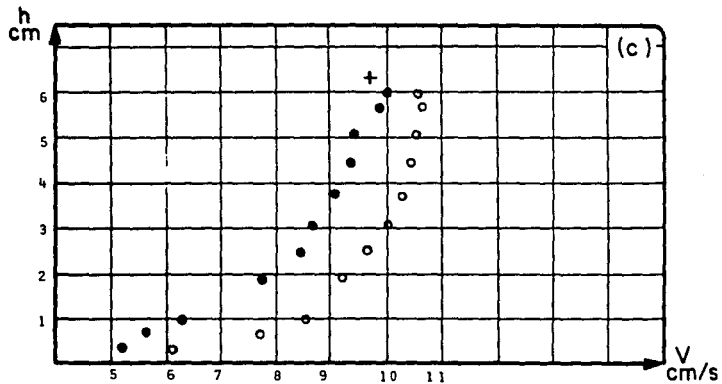
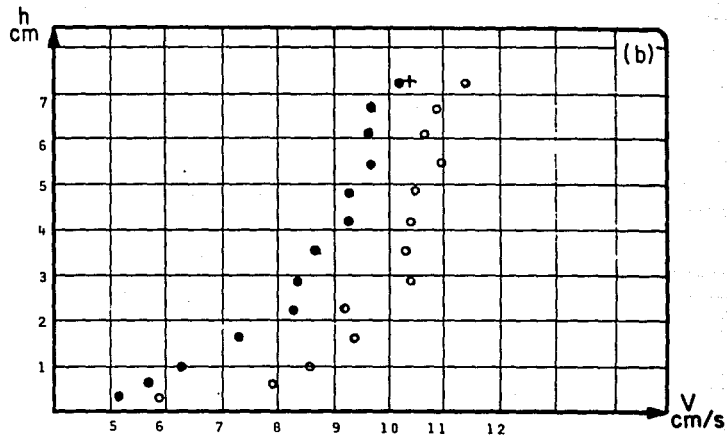
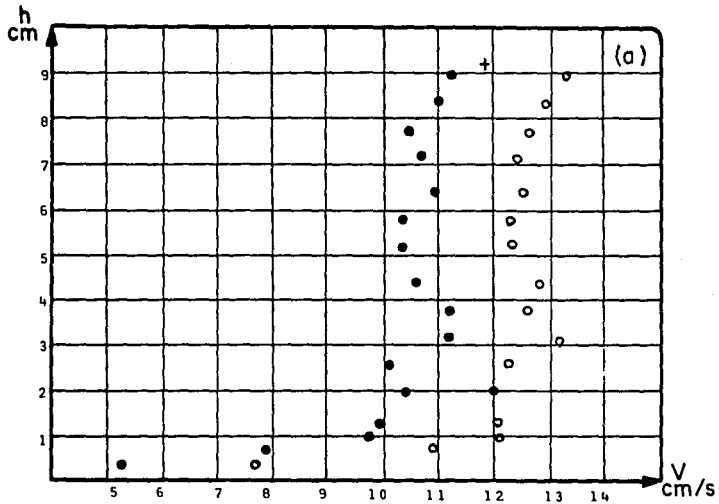
TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.7
AM30	230987	Esc hor 1:1	



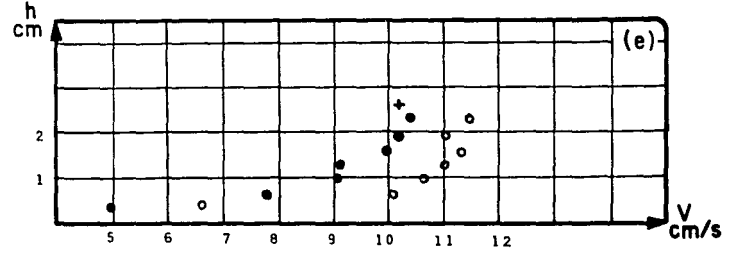
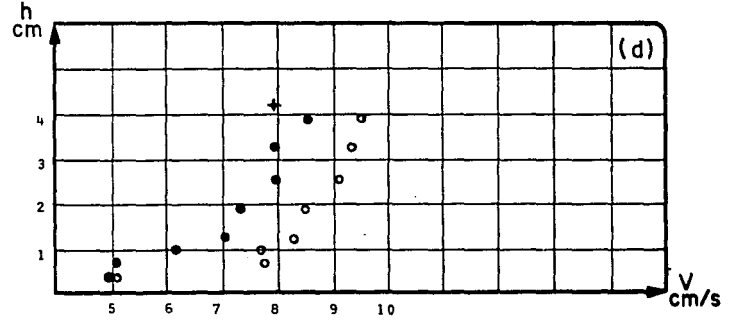
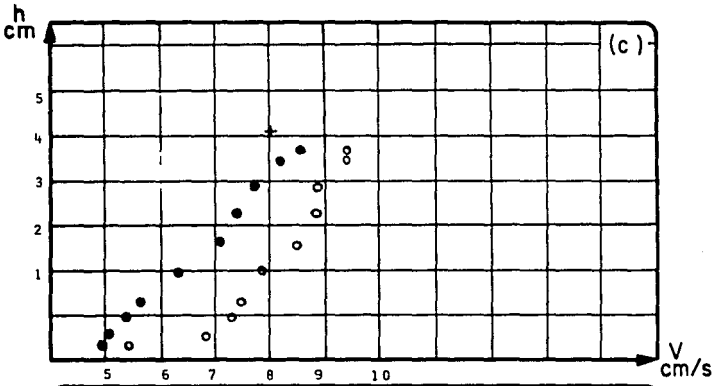
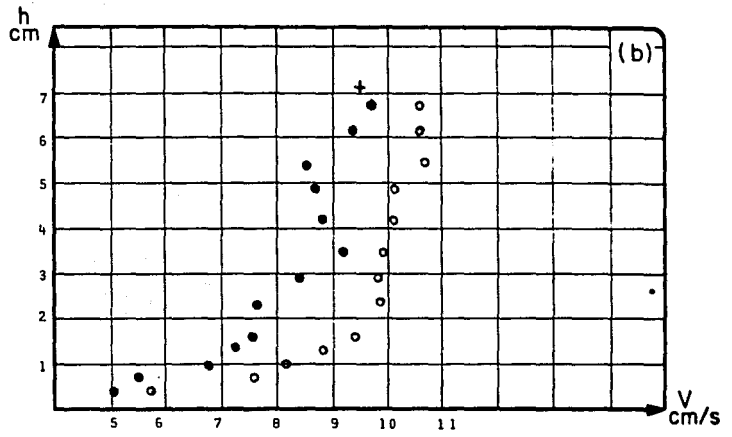
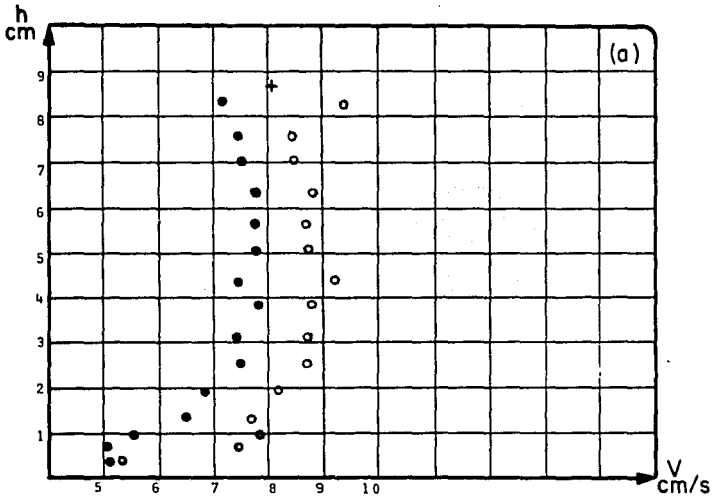
TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.8
BM25	090987	Esc hor 1:1	



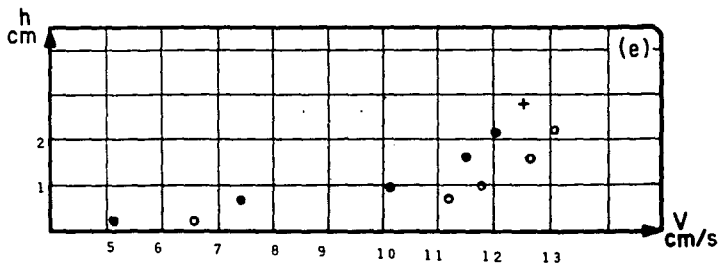
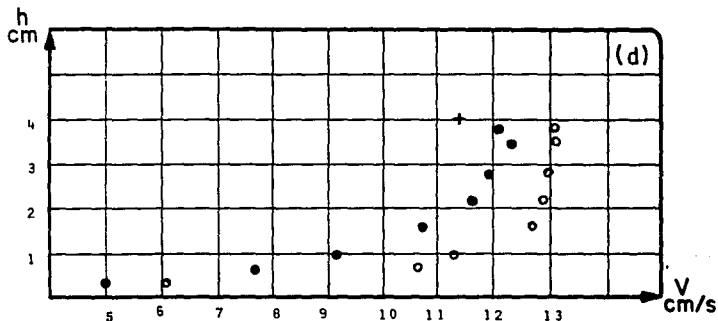
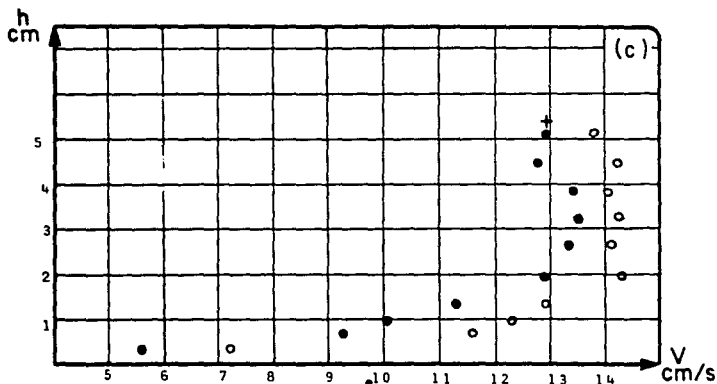
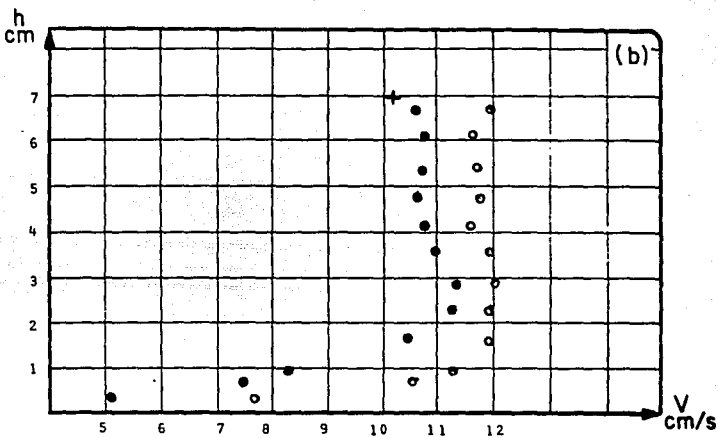
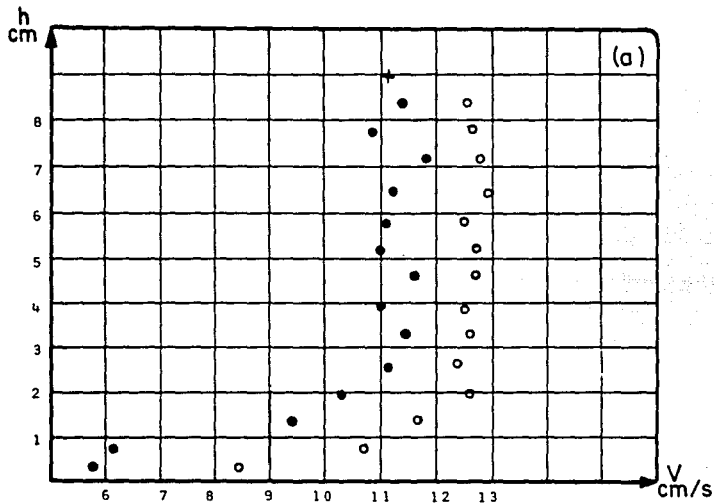
TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.9
BM30	100987	Esc hor 1:1	



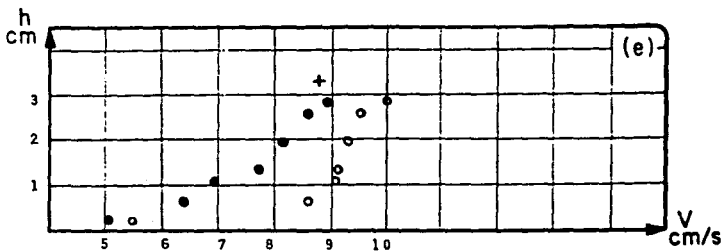
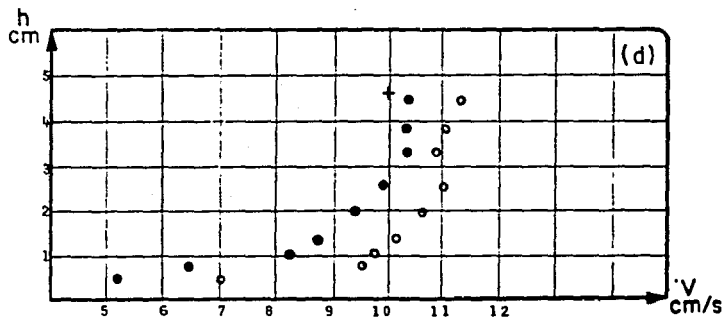
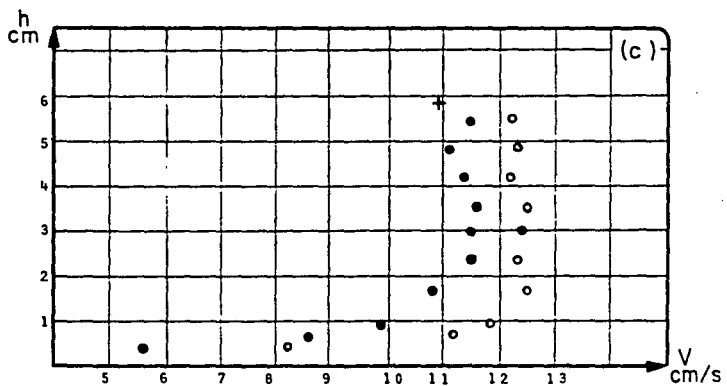
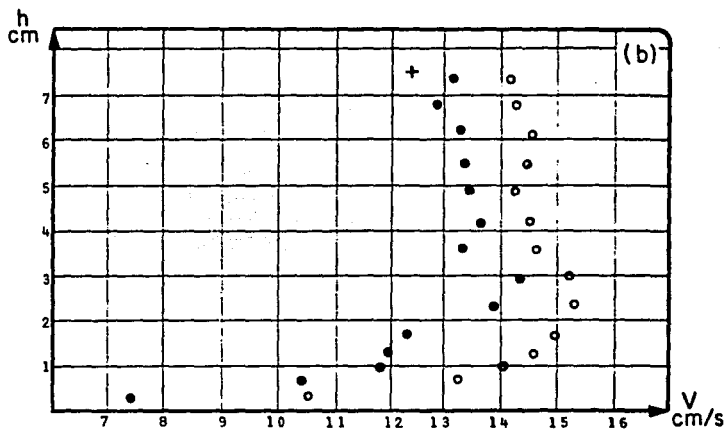
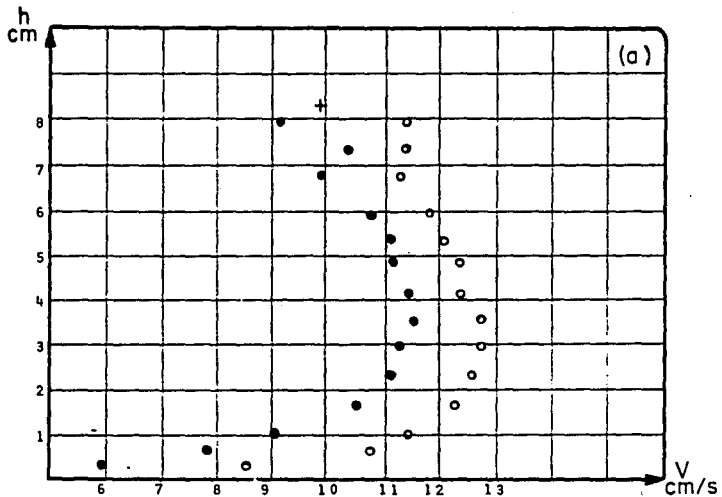
TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.10
CM16	161087	Esc hor 1:1	



TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.11
CM30	161087	Esc hor 1:1	



TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.12
NM16	170987	Esc hor 1:1	



TESIS PROFESIONAL		J. T. S. O.	
Material	Fecha	Esc.vert 1:1.25	Fig. 5.13
NM30	220987	Esc hor 1:1	



además de las dos mesas descritas en el subcapítulo anterior sobre las cuales se apoyaba el velocímetro láser, cuyo funcionamiento equipo complementario y operación es descrito a continuación.

#### 5.7.1 VELOCIMETRO LASER.

Un láser es una fuente de radiación en la parte visible, infrarroja o ultravioleta del espectro electromagnético y su nombre es una abreviatura formada con las siglas de "light amplification by stimulated emission of radiation".

La luz de cualquier fuente convencional se llama luz incoherente porque surge como un conjunto de ondas que se refuerzan o cancelan unas a otras al azar; el frente de onda varía de instante a instante y de punto a punto, es decir, es variable tanto temporal como espacialmente. La luz espacialmente coherente surge de un punto mientras que la luz temporalmente coherente se refiere a la pureza de la radiación, la mayor pureza se tiene cuando la luz es monocromática.

Lo que sucede en el láser es que se modifica una fuente que genera una radiación cuasimonocromática, como un tubo de descarga, de manera que los fotones emitidos por el medio que constituye la fuente surgan coherentemente, es decir, con ciertas características específicas y en instantes determinados, en vez de hacerlo al azar y en instantes diferentes; esto se logra gracias a la emisión inducida con la que un fotón se multiplica conservando todas sus características de fase, frecuencia, dirección y

polarización.

Un tubo de descarga es aquel donde se encuentra una mezcla de gases y dos electrodos a los que se les aplica un voltaje elevado que provoca una corriente de descarga que va acompañada de una emisión luminosa.

El láser entonces, es un oscilador óptico, esto es, una fuente de radiación constituida básicamente por un medio amplificador en donde éste se genera y una cavidad resonante que lo contiene.

La luz láser posee cuatro características principales, estas son: gran intensidad; gran monocromaticidad, es decir, la luz del láser tiene un sólo color o longitud de onda; gran coherencia espacial, que significa que el haz sale prácticamente de un punto; gran colimación, es decir, que el haz del láser es casi constante a lo largo de distancias grandes.

Son estas propiedades las que propician el hecho de que el rayo láser sea ampliamente usado en la investigación, en la enseñanza y en otras aplicaciones prácticas.

En 1960 Javan creó el láser de He-Ne (fig 5.14) que es un tubo de aproximadamente 2 mm de diámetro que contiene una mezcla de Helio y Neón a baja presión (aproximadamente 85% Helio y 15% Neón a 0.0033 atm) que es excitada por una corriente moderada de descarga de corriente directa. La cavidad resonante consiste generalmente en un espejo plano en la parte de atrás y uno cóncavo por el

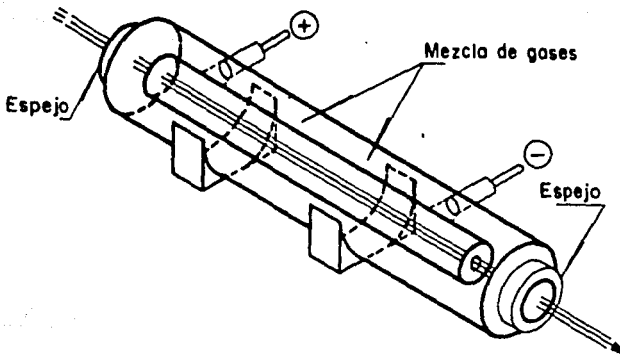


Figura 5.14 Esquema del láser He-Ne

extremo donde sale el haz. Este láser es tan estable que puede aguantar los esfuerzos y vibraciones de un laboratorio de enseñanza. Se debe mencionar que la eficiencia del láser es de sólo 0.1%, sin embargo, en lo antes expuesto radica su importancia.

El velocímetro láser utilizado fue el sistema LDV He-Ne 9100-3 de la marca TSI (thermo systems inc.). Este sistema es de canal sencillo LDV diseñado para usarse en una amplia variedad de situaciones de medición. El láser He-Ne 15 mW está complementado con componentes ópticos precisos y un fotomultiplicador sensible reunidos para hacer el sistema efectivo. A continuación se describe brevemente cada uno de los componentes:

- Fuente láser y base. Consiste de un láser estandar 15 mW Spectra-Physics montado en una base de aluminio negro anodizado; esta base tiene apoyos ajustables y tres ranuras en forma de "T" para lograr un montaje rígido y sencillo de los módulos ópticos; la base es ajustable para posiciones verticales y horizontales del láser y tiene tornillos especiales para mantener la alineación. Aquí se genera el haz del láser que pasa al siguiente componente.

- Lente transmisor. Está diseñado para minimizar aberraciones cromáticas y tiene una distancia focal de 250 mm; el lente tiene una capa especial doble, acromática, dieléctrica y antirreflectiva. La abertura transparente es de 60 mm. El uso de este lente con espaciamiento de rayo estándar de 50 mm, resulta en un volumen de medición que tiene 64 franjas con 1.9 mm de longitud y 0.18 mm de diámetro.

- Divisor del rayo. Este componente divide el rayo láser en dos rayos paralelos; cuando se tiene doble rayo, la intensidad se divide igualmente, esto es, 50% y 50%. El lente trasero de este aparato es, principalmente, un mecanismo de alineamiento; tiene 2 mm de abertura que también ayuda a prevenir la entrada de luces extrañas al divisor. Los rayos paralelos atraviesan un lente que los hace cruzarse y formar un punto (de medición) que será desde donde se enviarán las señales de las partículas al pasar, hacia un fotodetector. El cruce de los rayos debía estar aproximadamente en el centro de la zona de medición (F-5.2).

- Receptor. Este aparato concentra la luz dispersa colectada por

el lente receptor en la apertura del fotodetector; la base de este tiene ajustes X-Y y arreglos para montar un filtro óptico. El lente frontal es ajustable para optimizar el foco y está protegido por una multicapa dieléctrica con 98% de reflectancia.

Este receptor cuenta con un objetivo para alineamiento, es usado para alinear la base del fotodetector; el objetivo tiene una retícula delgada que permite la posición precisa de la base del fotodetector y enfoca el lente frontal.

La base del receptor está construida de aluminio negro anodizado; tiene apoyos ajustables y tres ranuras en forma de "T" para montar los módulos ópticos que se requiera; tiene 25.4 cm de longitud y 13.2 cm de ancho. De este receptor las señales pasan al siguiente componente.

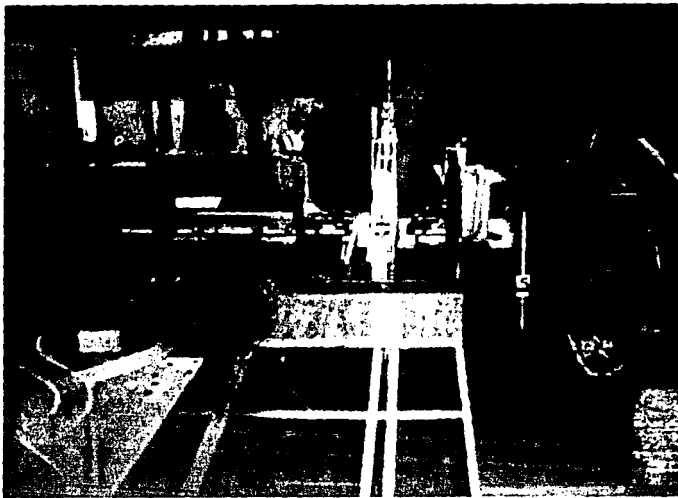
- Sistema fotomultiplicador. Es un fotomultiplicador tipo tubo con un diámetro de abertura de 0.2 mm; un preamplificador integrado da buena señal de amplitud aún en niveles bajos de luz y un circuito automático de control decremента el voltaje del cátodo en niveles de luz altos.

Cuenta con un objetivo de microscopio, que es una herramienta extremadamente usual para alinear los módulos ópticos y, además, para checar la polaridad del rayo.

El fotomultiplicador está conectado a un aparato procesador de señal.

- Procesador de señal, tipo contador. En este aparato se reciben y analizan las señales mandadas por el fotomultiplicador para posteriormente convertirlas en valores de la velocidad de las partículas (en cm/s ó en m/s según convenga) que cruzan la zona de medición de los rayos; así como concentraciones de partículas y otros ajustes que deben cuidarse.

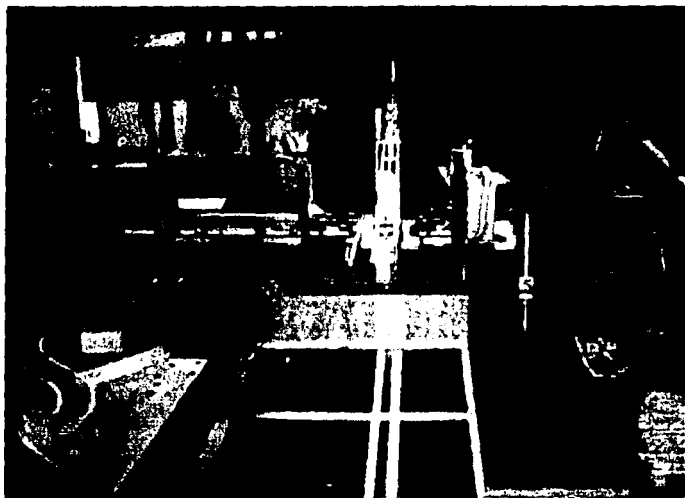
- Osciloscopio. Se utilizó con el fin de controlar y ajustar ópticamente las señales recibidas en el fotomultiplicador.



F-5.1 Instalación y equipo listos para una prueba.



F-5.2 Cruce de los rayos al centro del canal.



F-5.1 Instalación y equipo listos para una prueba.



F-5.2 Cruce de los rayos al centro del canal.



## CAPITULO 6 DISCUSION DE LOS RESULTADOS.

### 6.1 CONSIDERACIONES GENERALES.

En el subcap 3.4 se dieron algunos criterios que estudian la forma de las partículas y que están definidos a partir de las dimensiones o algunas propiedades de las partículas; factores que muchas veces son difíciles de obtener. Una consideración más es el hecho de que usualmente se toman como base formas geométricas regulares y casi nunca las irregulares.

Sumado a esto, dichos criterios siempre permanecen un tanto al margen y no son tomados en cuenta en las formulaciones existentes de velocidad de caída y movimiento incipiente; éstas, casi siempre incluyen como magnitud característica de las partículas al diámetro  $D$ , que bien puede ser un diámetro nominal, uno de cribado o alguno representativo de una muestra, como el  $D_{50}$  o el  $D_{84}$ . Por esto puede decirse que el objetivo de los factores de forma y la magnitud  $D$  se logra sólo parcialmente.

En este trabajo se pretende dar un tratamiento más general, en cuanto a la partícula se refiere, tanto de la velocidad de caída como del inicio de movimiento, siguiendo los conceptos del análisis dimensional que se describieron en el capítulo 2.

Para ello se hará uso de los tres puntos siguientes

1. Reconocer todas las variables que se presentan en los fenómenos o propiedades de los materiales y del fluido.
2. Selección de parámetros que incluyan la forma y las propiedades de la partícula.
3. El comportamiento observado de las partículas en el desarrollo de las etapas experimentales.

Se ha preferido el análisis dimensional para intentar que los resultados aquí obtenidos puedan extrapolarse a otras condiciones o bien que este estudio pueda ser complementado con otras condiciones. En lo que respecta al punto dos, se deducirá del estudio de las partículas, ya que se probaron diferentes formas, que iban desde lajeadas (NM14) hasta prácticamente redondeadas (AM30) y además, diferentes tamaños y densidades.

## 6.2 DISCUSION SOBRE LA VELOCIDAD DE CAIDA.

Para este fenómeno se hace la comparación de algunos resultados de dos trabajos experimentales anteriores con los aquí obtenidos.

Después de analizar a las variables que intervienen se eligieron dos números adimensionales que logran agruparlas, estos son el Número de Froude asociado a la velocidad de caída y a la densidad relativa  $\Delta$  y el Número de Reynolds asociado a la misma, dados por las siguientes expresiones

$$Fr_{\omega} = \frac{\omega}{\sqrt{g D \Delta}} \quad (6.1)$$

y

$$R_{\omega} = \frac{\omega D}{\nu} \quad (6.2)$$

Para realizar lo descrito, primero se consideró la gráfica velocidad de caída contra diámetro de partícula (ref 24), para tres valores del factor de forma S.F. de McNown (ec 3.4); 0.5, 0.7 y 0.9, en agua a 20° C (fig 6.1). Como se puede observar, estas curvas no ofrecen directamente valores para el propósito que se busca, por ello fue necesario transformarlas mediante los parámetros de las ecs (6.1) y (6.2). En la tabla 6.1 se indican los datos D y  $\omega$  para diferentes factores de forma, obtenidos de la fig 6.1.

Posteriormente se procedió a aplicar las ecs (6.1) y (6.2) considerando  $\Delta = 1.65$ , dado que los experimentos se hicieron para cuarzo con  $\rho_s$  igual a 2.65; la  $\nu$  se obtuvo a partir de la temperatura del agua (ref 29); los resultados se indican en la fig (6.2).

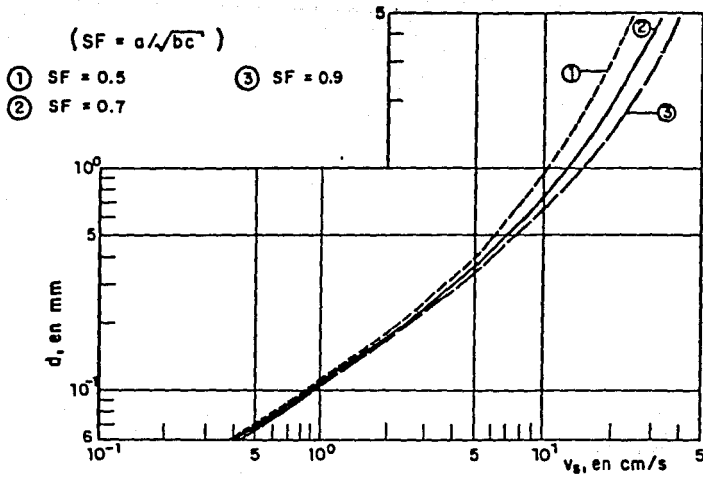


Fig 6.1 Curvas velocidad de caída - diámetro de partícula para diferentes S.F.

D (cm)	S.F. = 0.5	S.F. = 0.7	S.F. = 0.9
	$\omega$ (cm/s)	$\omega$ (cm/s)	$\omega$ (cm/s)
0.01	0.85	0.86	0.95
0.05	6.30	6.90	7.50
0.10	10.02	12.40	15.00
0.40	22.50	30.00	37.00

Tabla 6.1 Datos extraídos de las curvas estudiadas por Ríos (ref 24)

Por otro lado, se seleccionaron los datos obtenidos por Mamak (ref 12), procediendo de igual forma que en el caso anterior para los datos de  $\omega$  y D que se extraen de la curva experimental, indicados en la tabla 6.2.

D (cm)	$\omega$ (cm/s)
0.004	0.105
0.006	0.25
0.008	0.42
0.01	0.65
0.02	2.0
0.04	4.3
0.06	6.5
0.10	11.0
0.20	18.0
0.40	25.0
0.60	32.0

*Tabla 6.2 Datos de la curva propuesta por Mamak.*

Las pruebas fueron hechas para cuarzo, de densidad 2.65, y en agua a 20° C, (fig 6.2).

Se aplicaron de igual forma estas expresiones a los datos obtenidos en la experimentación de este estudio (tabla 4.7). En la gráfica de la fig (6.2) se señalan los valores para los materiales AM8, AM14, AM16, AM25, AM30, BM14, BM16, BM25, BM30, CM16, CM25, CM30, NM8, NM14, NM16, NM25 y NM30 empleados en este trabajo.

De esta figura se puede observar que la tendencia general de estos puntos es agruparse en una curva más o menos definida. Los datos experimentales de este estudio tienen rangos más estrechos tanto para  $F\omega$  como para  $R\omega$ , sin embargo, también se acercan a dicha curva. Una cuestión importante que debe señalarse es que, en el caso de estos materiales, se utilizó el diámetro D como el referido a los de cribado (tabla 3.1).

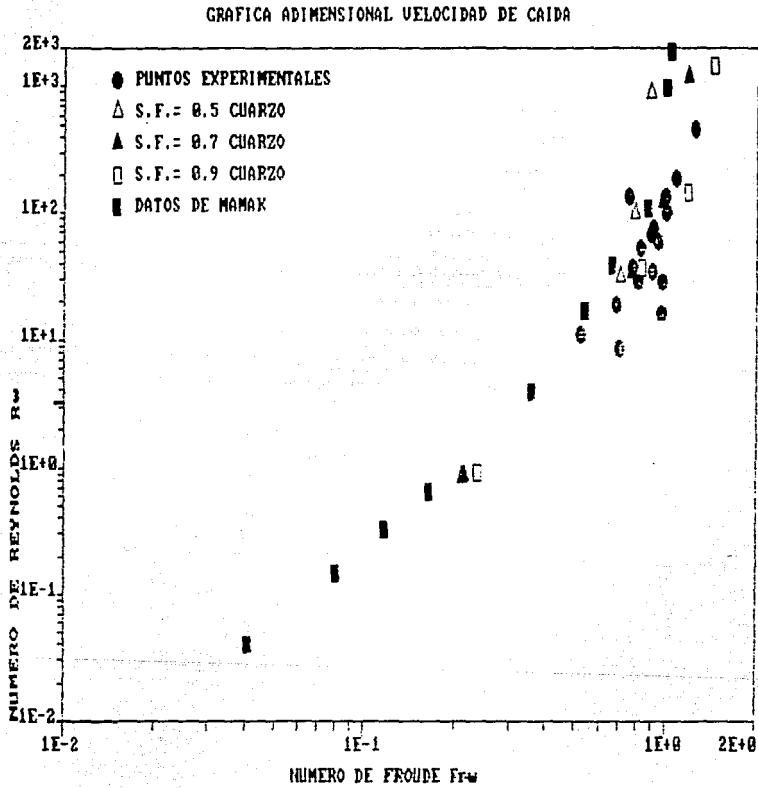


Fig 6.2 Gráfica comparativa de resultados experimentales de velocidad de caída obtenidos de este trabajo y algunos de otros autores

### 6.3 DISCUSION SOBRE LOS CRITERIOS DE VELOCIDAD CRITICA EN EL INICIO DE MOVIMIENTO.

Las expresiones basadas en la velocidad de fondo no presentan variables suficientes para dar un estudio con números adimensionales; por otro lado, como ya se ha mencionado, existe la dificultad de determinar a que profundidad se debe evaluar dicha velocidad. Por estas razones y porque se considera que las que usan el criterio de velocidad media son más representativas para el enfoque propuesto en las pruebas de inicio de movimiento realizadas aquí, es que en este inciso se emplearon las expresiones que incluyen este último concepto.

Para realizar una comparación objetiva se decidió construir un gráfica en función de números adimensionales representativos; dadas las condiciones del estudio y al observar las ecuaciones que se tienen en el subcapítulo, se determinaron los parámetros siguientes: un Número de Froude asociado a la partícula, definido por

$$Frd = \frac{\bar{V}}{\sqrt{g D}} \quad (6.3)$$

el segundo parámetro seleccionado es la relación  $d/D$  donde  $d$  representa el tirante del flujo ( $d$  es  $h_r$  en las tablas 5.1 a 5.5) y  $D$  es el diámetro de cribado de la partícula.

Se utilizaron cinco ecuaciones; éstas son la (5.18), (5.19), (5.20), (5.21) y (5.22) que en función de los parámetros

anteriores quedan

de la ec (5.18) resulta

$$\frac{\bar{V}}{\sqrt{g D}} = 1.4 \left[ 1 + \text{Ln} (d/D) \right] \quad (6.4a)$$

para  $10 < d/D < 60$ .

De la ec (5.19)

$$\frac{\bar{V}}{\sqrt{g D}} = 1.4 \text{Ln} (d/D) \quad (6.4b)$$

para  $d/D > 60$ .

De la (5.20)

$$\frac{\bar{V}}{\sqrt{g D}} = 1.7 \Delta^{0.5} \quad (6.5)$$

de la (5.21)

$$\frac{\bar{V}}{\sqrt{g D}} = 1.07 \Delta^{0.5} \log (8.8 d/D) \quad (6.6)$$

y de la ec (5.22)

$$\frac{\bar{V}}{\sqrt{g D}} = 1.504 \Delta^{0.5} (d/D)^{0.15} \quad (6.7)$$

se puede observar que las ecuaciones se pueden escribir en una relación general dada por



$$F_{rd} = C_1 \Delta^{C_2} f(d/D) \quad (6.8)$$

en la que  $C_1$  y  $C_2$  son constantes que dependen de la ecuación y  $f(d/D)$  es una función de la relación  $d/D$ . Para aplicar las ecs (6.4) a (6.7) se emplearon los  $\Delta$  (tabla 6.3),  $D$  y  $d$  (hr) obtenidos en las pruebas de laboratorio para los materiales AM1/4", AM4, AM8, AM14, AM16, AM25, AM30, BM14, BM16, BM25, BM30, CM14, CM16, CM25, CM30, NM8, NM14, NM16, NM25 y NM30. En primer lugar se consideraron los cinco tirantes hr determinados para los diámetros de cribado  $D$  y el  $\Delta$  utilizado fue la media de los valores que se tenían de la misma en cada tamaño; esto último se hizo debido a que, como se realizó la determinación experimental de la densidad para los diferentes tamaños de material y como los resultados variaban ligeramente por la naturaleza de esta determinación, se buscó tener un valor uniforme para cada material.

A continuación, en las figs (6.3) a (6.6) se presentan las gráficas obtenidas utilizando un tamaño representativo de los cuatro materiales; se seleccionó el tamaño M16. En cada una de ellas se muestran los puntos obtenidos de la sustitución de los datos experimentales en las cinco ecuaciones propuestas.

Se observa en todas las gráficas que el comportamiento de las ecs (6.4) se alejan del rango definido por las demás; la causa de esto se atribuye a que dichas ecuaciones no consideran el término  $\Delta$ , lo cual hace que funcione mejor sólo para densidades cercanas a 1.65;

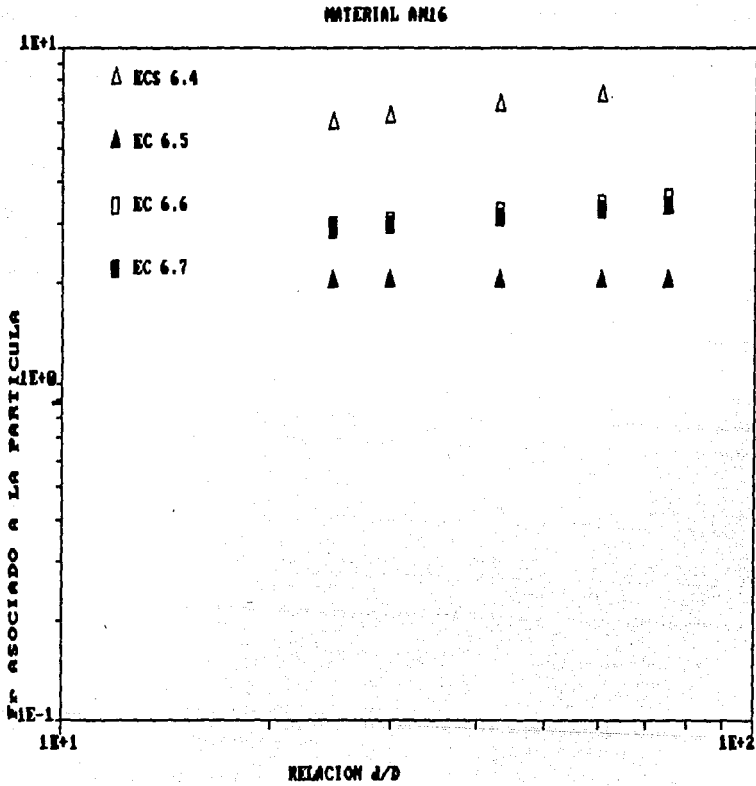


Fig B.3 Gráfica adimensional de las cinco expresiones propuestas para AM16

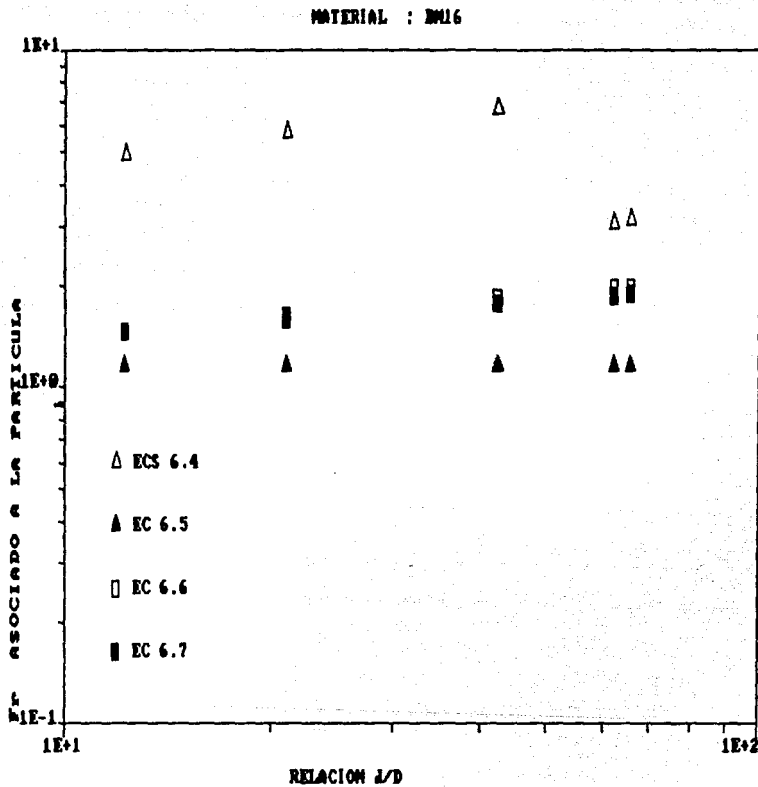


Fig 6.4 Gráfica adimensional de las cinco expresiones propuestas para BM16

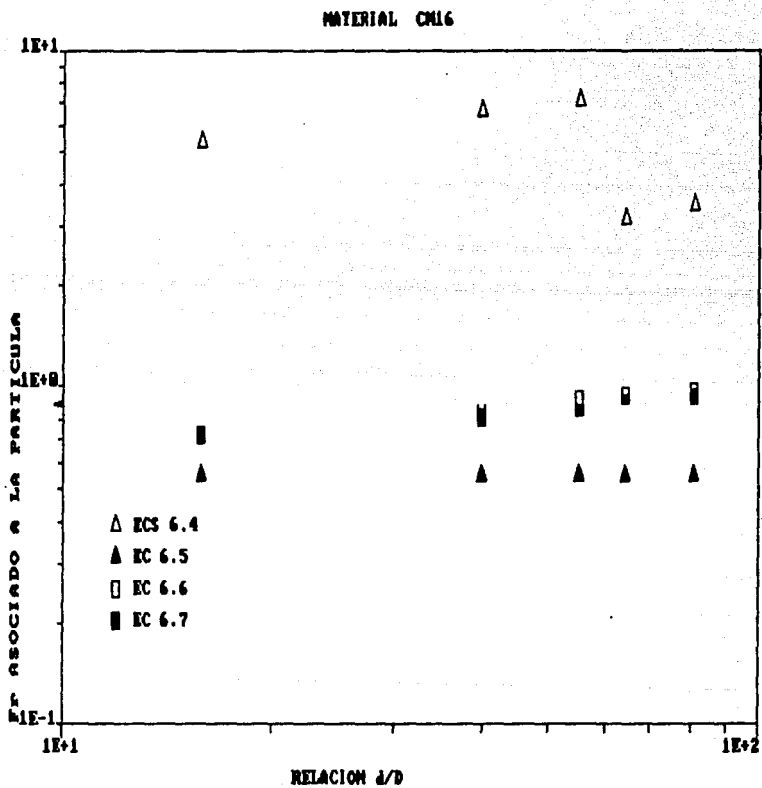


Fig 6.5 Gráfica adimensional de las cinco expresiones propuestas para CM16

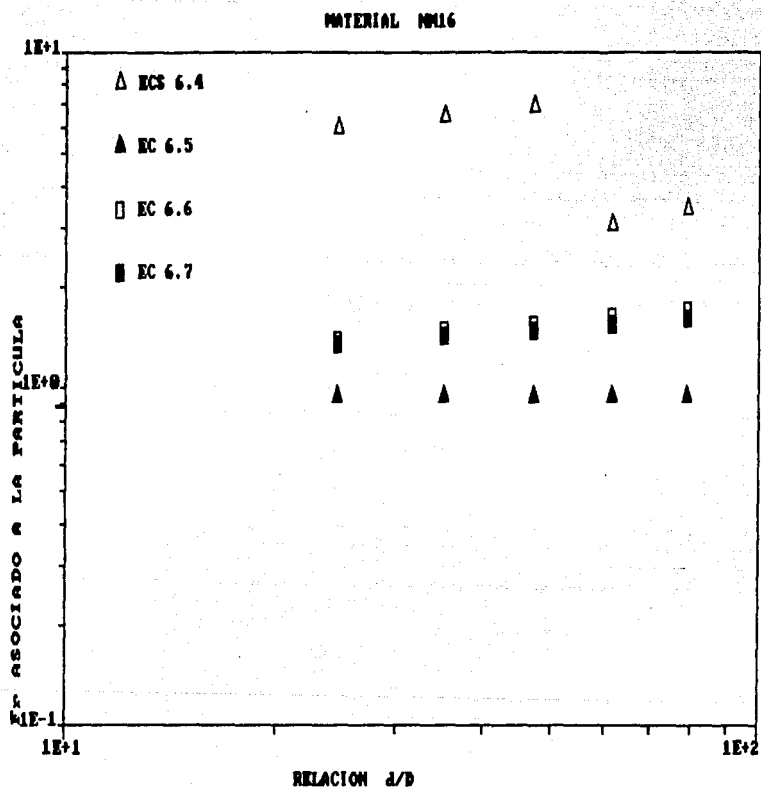


Fig 6.6 Gráfica adimensional de las cinco expresiones propuestas para NM16

MATERIAL	$\Delta$
AM8	1.3193
AM14	1.3693
AM16	1.4095
AM25	1.4193
AM30	1.4330
BM14	0.4593
BM16	0.4590
BM25	0.4396
BM30	0.4396
CM16	0.1101
CM25	0.0993
CM30	0.0895
NM8	0.3090
NM14	0.3200
NM16	0.3090
NM25	0.3190
NM30	0.2800

Tabla 6.3 Valores de densidad relativa para los materiales empleados, obtenidos de  $\rho_s$  (tabla 3.3)

las ecs (6.6) y (6.7) muestran aproximación entre ellas; la ec (6.5), presenta valores más bajos que las anteriores

En las relaciones anteriores,  $D$  es nuevamente el diámetro de cribado.

#### 6.4 DISCUSION SOBRE EL CRITERIO DE ESFUERZO CORTANTE EN EL INICIO DE MOVIMIENTO.

Otra comparación interesante está en el diagrama de Shields, que es representado por los parámetros  $\psi$  y  $R^*$  dados por las ecs (5.8) y (5.9). Al aplicar dichos conceptos a los datos experimentales se

obtienen las gráficas de las figs (6.7) a (6.10); se realizó una gráfica por material para cuatro tamaños seleccionados M14, M16, M25 y M30.

En estas gráficas se observa que los puntos de cada tamaño se agrupan de tal manera que tienden a formar rectas inclinadas donde la posición depende de D; también se aprecia que entre mayor es el tamaño se tiene mayor  $R^*$ . Finalmente, se muestra que el café y la cáscara de nuez señalan en el diagrama que hay movimiento o mayor tendencia a él, esto quizá es debido a la baja densidad que ambos materiales presentan. La arena y la baquelita dan idea de una mejor tendencia a la estabilidad.

## 6.5 FACTOR DE FORMA.

En los últimos tres subcapítulos se ha utilizado el diámetro de cribado D como magnitud característica en los parámetros que se requiere; se ha visto en los resultados su influencia. Sin embargo, este diámetro no es representativo de dicha magnitud ya que el diámetro de la malla señala donde fue retenida la partícula, pero es de esperarse que el tamaño de ella será mayor que la magnitud de esta malla; por ello se hace necesario encontrar la forma de ofrecer un parámetro más representativo.

### 6.5.1 EL DIAMETRO MEDIO.

En esta parte se encuentran dos opciones a considerar para evaluar el diámetro medio. Si se toma en cuenta una media aritmética se

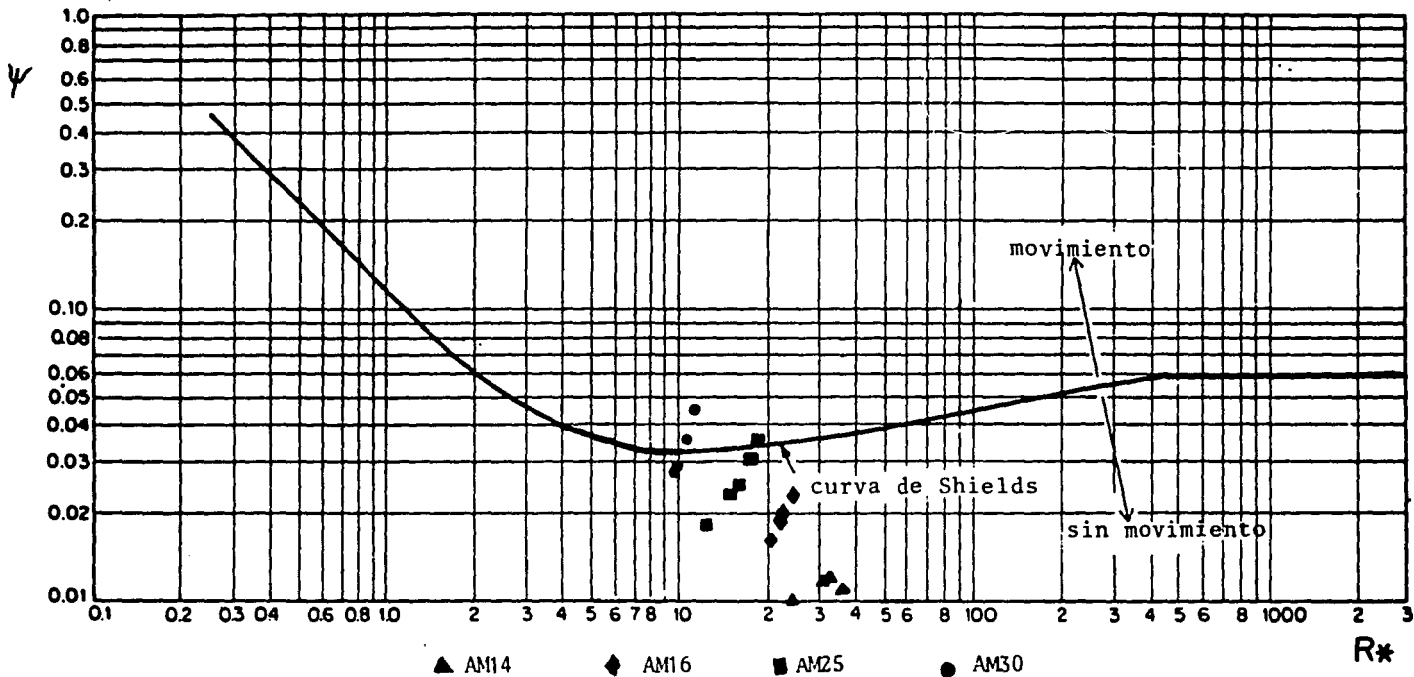


Figura 6.7 Arena.





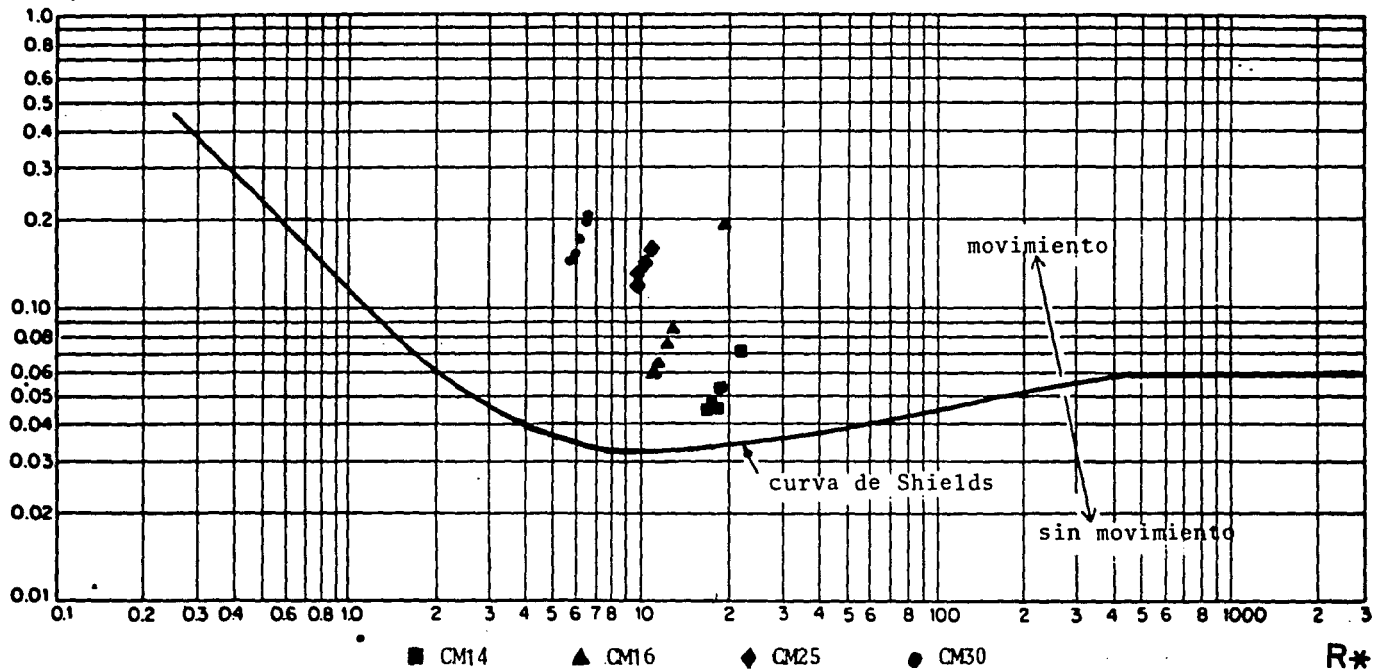


Figura 6.9 Café

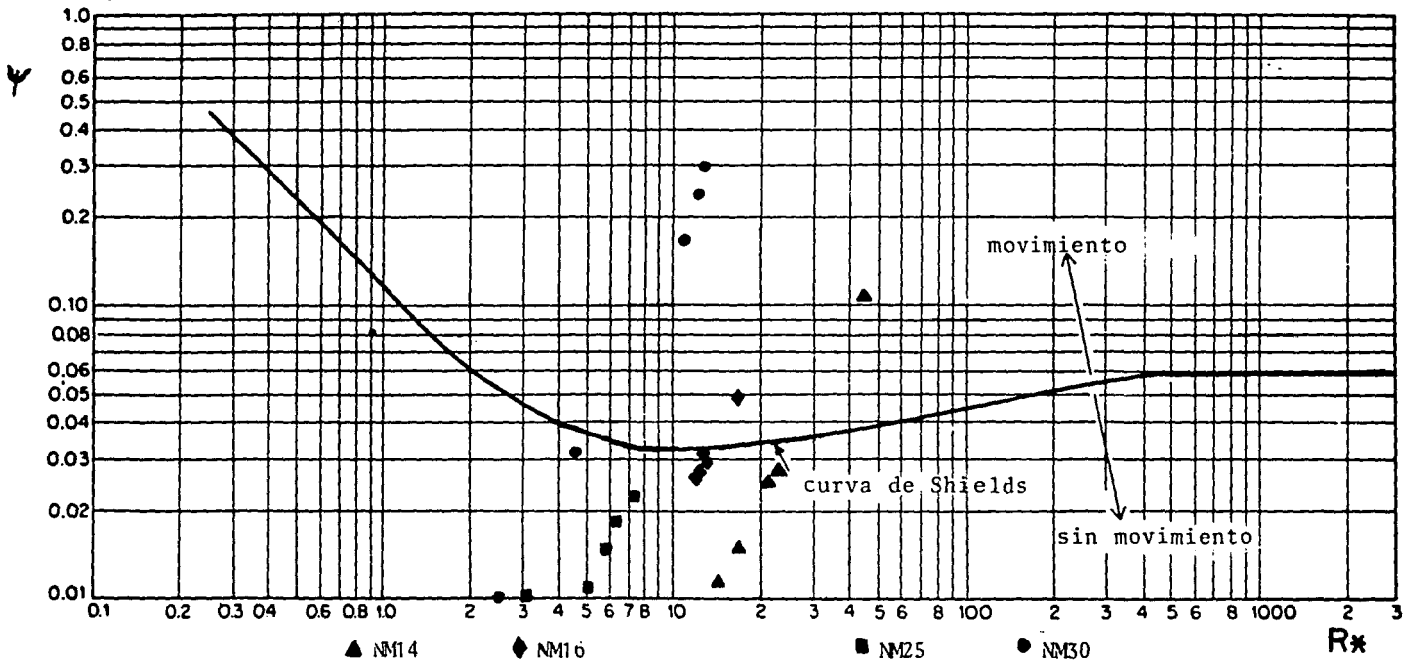


Figura 6.10 Nuez

tendrá la primera de ellas y será realizar el cálculo del parámetro propuesto haciendo la suma de la malla utilizada donde el material estudiado fue retenido y la que sigue en orden creciente de tamaño, es decir, la última malla que pasa el material; lo anterior viene representado por

$$D_M = \frac{D_i + D_{i+1}}{2} \quad (6.9)$$

en la cual  $D_i$  es el diámetro correspondiente a la malla que ha pasado el material y  $D_{i+1}$  es el que corresponde a la que lo retuvo.

Por ejemplo, si se toman las mallas 8 (2.38 mm) y 14 (1.41 mm), ambas utilizadas en este estudio, se tendrá que el  $D_M$  calculado en la expresión (6.9) será igual a 1.895 mm, resultado que probablemente excederá al diámetro real de la partícula que nos atañe.

Otra manera de calcular el parámetro mencionado es a partir de la siguiente consideración. Como las mallas tienen una distribución logarítmica en cuanto a tamaño, que es apreciable en una gráfica de distribución granulométrica se puede escribir

$$\log D_M = \frac{1}{2} (\log D_i + \log D_{i+1}) \quad (6.10)$$

que al desarrollarse arroja

$$D_M = \sqrt{D_i \cdot D_{i+1}} \quad (6.11)$$

expresión que evalúa también el diámetro medio.

Nuevamente, tomando como ejemplo las mallas 8 y 14, aplicando ahora la última expresión se tiene que el  $D_M$  toma un valor de 1.83 mm.

La ec (6.11) podría suponer ventajas a causa de que en ella se ha incluido la distribución real de los tamaños de la malla, sin embargo, como para este caso no se guardaba una relación constante de la distribución del tamaño de las mallas porque éstas se eligieron sin tomar en cuenta criterio o consideración alguna, se intuye que, posiblemente, el diámetro así obtenido no corresponderá a lo requerido, lo que ocasionará errores en los resultados o que éstos no estén acordes a la realidad. Es por esto que se considerará el dado por la ec (6.9).

#### 6.5.2 RELACION DE AREAS. •

Para argumentar de alguna manera los criterios del inciso anterior se construirá una gráfica donde se relacione el porcentaje de área y los diámetros medios.

Dicho porcentaje, viene expresado por

$$A_p = \frac{A_o}{A_m} \quad (6.12)$$

donde  $A_o$  corresponde al área proyectada por la partícula en el plano de mayor estabilidad y  $A_m$  la del espacio determinado por el cuadrado del diámetro medio. Para conocer este porcentaje, se tomarán algunas partículas de un cierto material y tamaño y cada una de ellas se comparará con una geometría conocida, de manera que la partícula se enmarque dentro de ella; por considerar los espacios de las mallas se emplea un cuadrado; una vez hecho esto, se determinará de manera visual el porcentaje que el área  $A_o$  ocupa en  $A_m$  y se medirá la longitud del lado del cuadrado que enmarcó a la partícula. Esto se hace para algunos tamaños de cada material, luego se grafican estos datos tomando como abscisas los tamaños del lado del cuadrado en mm y como ordenadas el porcentaje  $D_p$  obteniéndose, al realizar observaciones, las cuatro curvas empíricas que se presentan en la fig (6.11). En ellas se ha supuesto que, poco antes de rebasar el 100 por ciento, ha sido alcanzada la redondez de la partícula; se aprecia que entre menor tamaño tenga ésta más redonda será.

De la misma figura se observa que la baquelita y la arena tienen un comportamiento semejante, mientras que las curvas de la cáscara de nuez y el café tienen una tendencia similar entre ellas.

Se propone que, usando dicha gráfica, se conozca el valor de la relación de áreas de la ec (6.12) correspondiente al diámetro medio deseado.

NOTA: las curvas dentro del área encerrada por las líneas punteadas se determinaron por los puntos experimentales, fuera de esa área se han extrapolado.

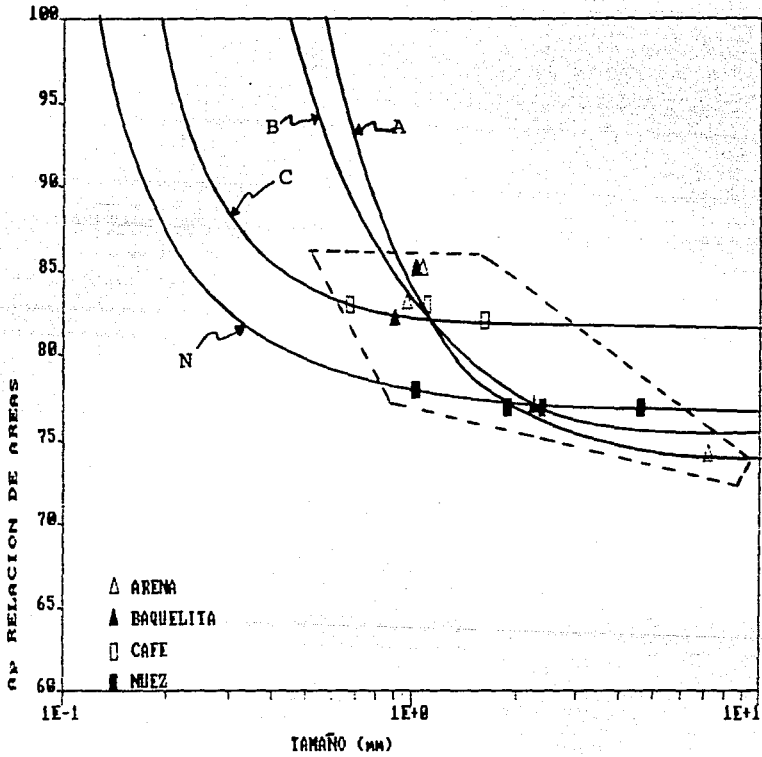


Fig 6.11 Curvas empíricas para cuatro materiales para determinar  $A_p$  en función de un  $D_m$

## 6.6 USO DEL DIAMETRO CORREGIDO $D_p$ Y COMPARACION DE RESULTADOS.

Para aplicar lo comentado en los subcapítulos anteriores, se usará la expresión

$$D_p = A_p D \quad (6.13)$$

donde  $D_p$  es el diámetro corregido,  $A_p$  la relación de áreas de la ec (6.12) y  $D$  la magnitud empleada generalmente como el diámetro de cribado.

### 6.6.1 VELOCIDAD DE CAIDA.

Al comparar las curvas dadas en la fig (6.2), se observa que los puntos correspondientes a los tres valores del factor de forma S.F. y la de los experimentos de Mamak tienen una tendencia similar, por tanto, de aquí en adelante se tomará sólo la de Mamak, ya que ésta abarca un rango más amplio que las demás.

Para conocer el efecto real que el  $D_p$  tiene al ser aplicado se construirá una gráfica con los mismos argumentos que la fig (6.2) para los puntos de Mamak y para los datos experimentales de este trabajo, pero con el  $D_p$ . Para hacerlo, en primer lugar se debe hacer la corrección de las magnitudes  $D$ ; entrando a la fig (6.11) con el valor del  $D_m$ , obtenido por el criterio dado en la ec (6.9), se toma el porcentaje correspondiente usando, para este caso, la curva de la arena; con los valores registrados de la gráfica para  $A_p$  se aplica la expresión (6.13) y se obtienen los valores de los  $D_p$ . Debe aclararse que los diámetros obtenidos de la curva de



Mamak (tabla 6.2) se consideraron como Dm.

Posteriormente, con los diámetros corregidos se realiza el cálculo de las variables  $R\omega$  y  $Fr\omega$ , tanto para los datos de Mamak como para los obtenidos en este estudio, señalados éstos últimos en la gráfica como puntos experimentales.

La gráfica que utiliza el parámetro  $D_p$  se presenta en la fig (6.12). En ella puede verse que los puntos experimentales tienden a centrarse, aunque ligeramente, para formar una curva semejante a la descrita por los datos de Mamak. No obstante, es posible que se necesite la inclusión de alguna otra magnitud.

No se debe perder de vista que en las observaciones registradas en los formatos correspondientes se marcaron principalmente formas laminares o lajeadas para la nuez, con aristas afiladas para la arena y para la baquelita y algo más redondeadas para el café.

#### 6.6.2 VELOCIDADES CRITICAS PARA INICIO DE MOVIMIENTO.

En este inciso se realizará una gráfica donde se aprecie la diferencia de usar el diámetro común  $D$  y aplicar el parámetro propuesto  $D_p$ .

Se seleccionaron la AM16 y NM16 que se presentan en las figs (6.3) y (6.6), porque se consideran los casos apropiados de los materiales analizados en este estudio y poseen densidades diferentes que podrían dar lugar a observaciones importantes; a

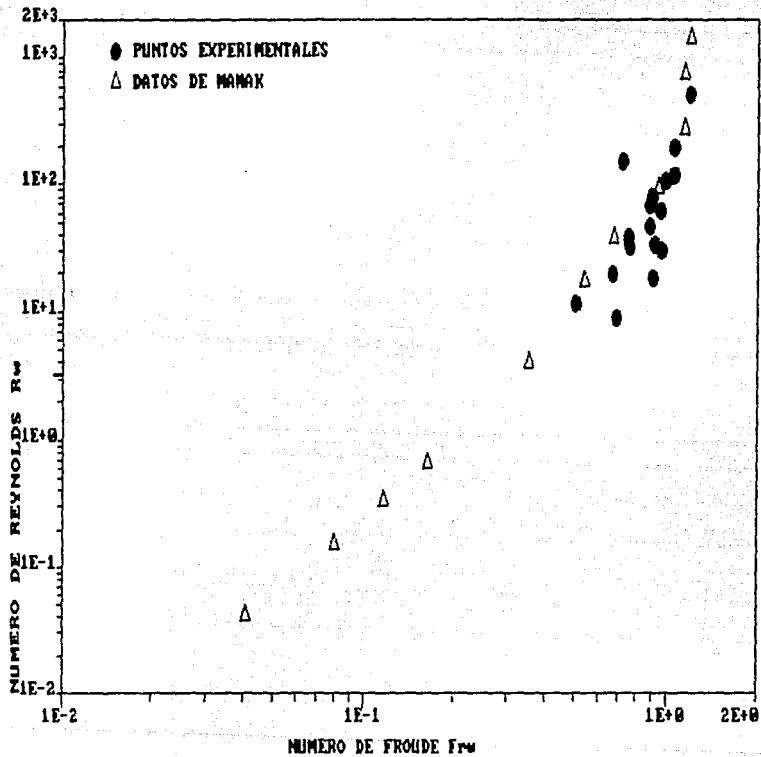


Fig 6.12 Gráfica comparativa para velocidad de caída que incluye al  $D_p$

estos materiales se les aplica la ec (6.7) sustituyendo el diámetro  $D$  y luego el parámetro  $D_p$ , obtenido de la fig (6.11) y la ec (6.13).

La expresión (6.7), que es la propuesta por Maza y García (ec 5.22) pero en una forma adimensional, ha sido utilizada porque demostró, junto con la (6.6), tener relación, ya que los resultados calculados con ellas son muy parecidos, tal como se observa en las figs (6.3) a (6.6), además de ser sencilla de aplicar; los resultados de  $F_{rp}$  se observan en la fig (6.13), graficados contra la relación  $d/D$ .

De esta última figura se aprecia que lo que se ha conseguido al utilizar el diámetro  $D_p$  es desplazar hacia la derecha los puntos; esto se debe a que en la gráfica se argumenta la relación  $d/D$  y como los tirantes  $d$  toman los mismos valores en los dos casos, la diferencia está en el valor del diámetro, lo que provoca que exista una pequeña modificación. Esto provoca la inquietud de realizar un estudio todavía más a fondo.

En las observaciones experimentales se definió que los movimientos presentados por las partículas eran distintos, algunas rodaban y otras se deslizaban; es probable que esto, aunado a los posibles errores en la determinación del tirante hayan influido en estos resultados.

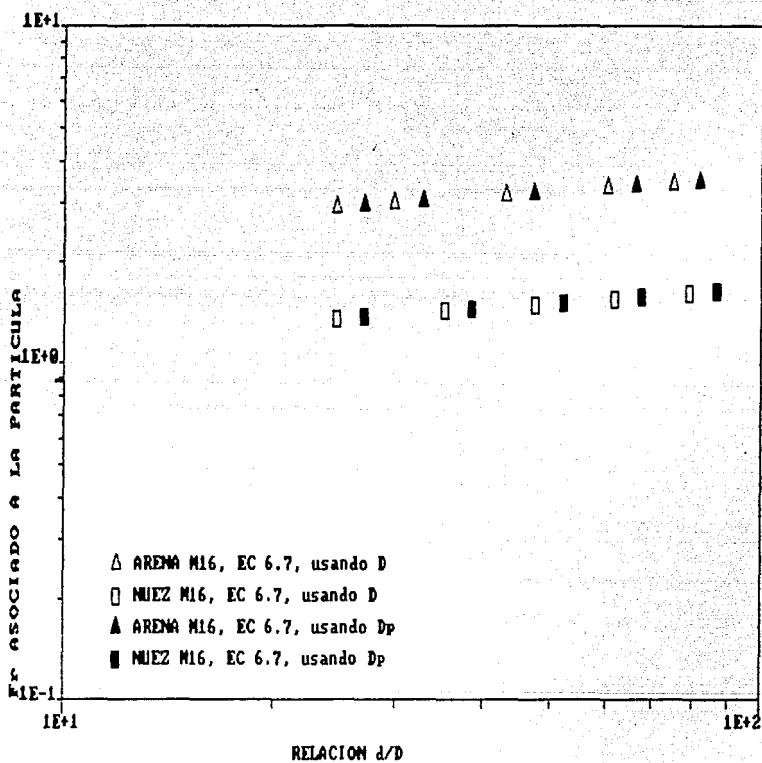


Fig 6.13 Gráfica comparativa para arena y nuez con  $D_p$  y sin incluirlo

### 6.6.3 ESFUERZO CORTANTE EN INICIO DE MOVIMIENTO.

Nuevamente se considera a la arena y a la nuez como los materiales representativos del presente estudio y se tomarán los tamaños M14, M16, M25 y M30 de cada uno de ellos para señalarse en el diagrama de Shields, pero empleando los criterios de éste capítulo.

Para hacer la evaluación de los puntos a marcarse, se utilizan las expresiones (5.8) y (5.9) que determinan el valor de  $\psi$  y  $R^*$  respectivamente, con los datos de  $\rho_s$ ,  $\Delta$ ,  $d$ ,  $R_h$  y otros, correspondientes a la parte experimental, sin olvidar que el diámetro a sustituir en dichas ecuaciones es ahora el  $D_p$ , calculado en forma semejante a la que se ha mencionado en los dos últimos incisos. Los puntos obtenidos se indican en las figs (6.14) y (6.15), donde además se marcan los que corresponden a  $R^*$  y  $\psi$  determinados en base al diámetro de cribado  $D$ .

De la comparación gráfica se tiene que la tendencia a una recta ha mejorado ligeramente y además, se presenta un desplazamiento general hacia arriba y hacia la derecha de los puntos que incluyen al  $D_p$  con respecto a los que usan  $D$ . Con esto se observa que al emplear el diámetro corregido el  $R^*$  disminuye mientras que el  $\psi$  aumenta; éste es un resultado lógico si se considera que el  $D_p$  es mayor que el  $D$ .

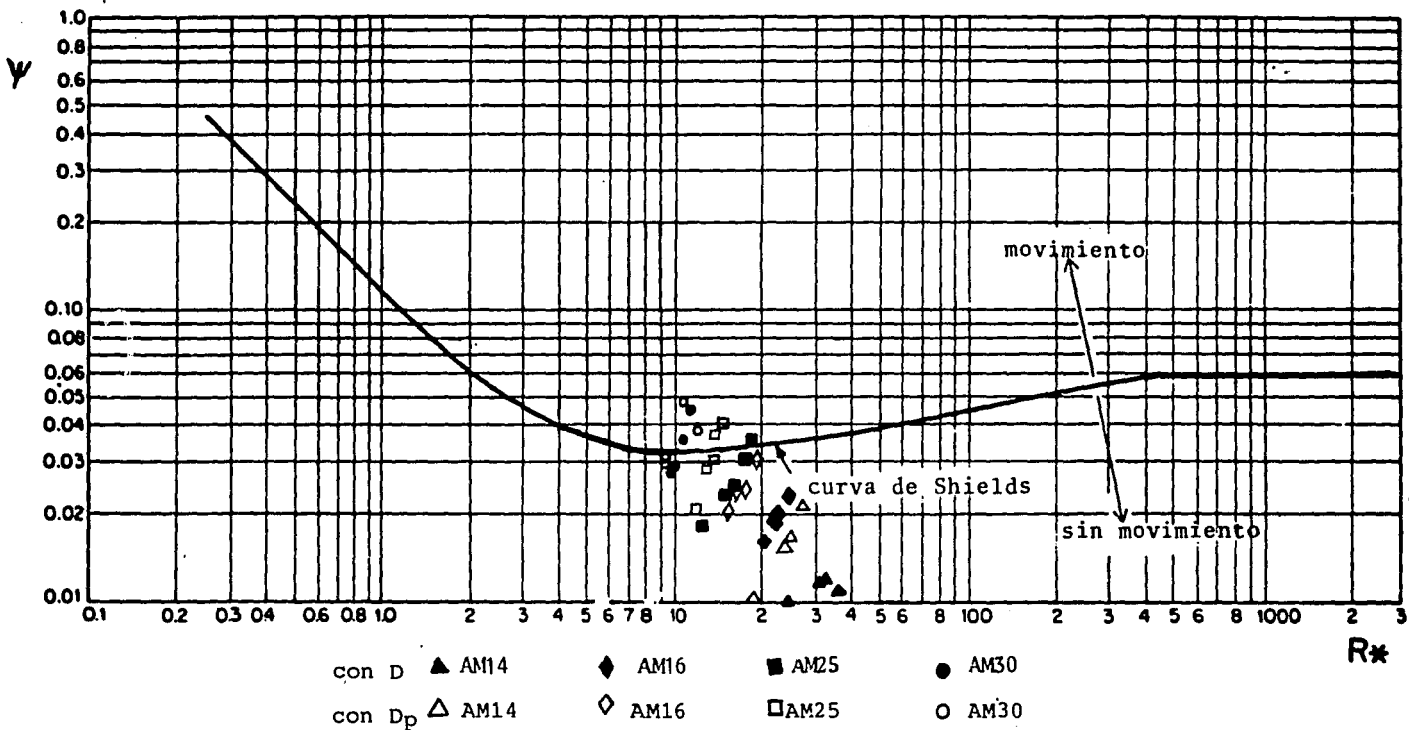
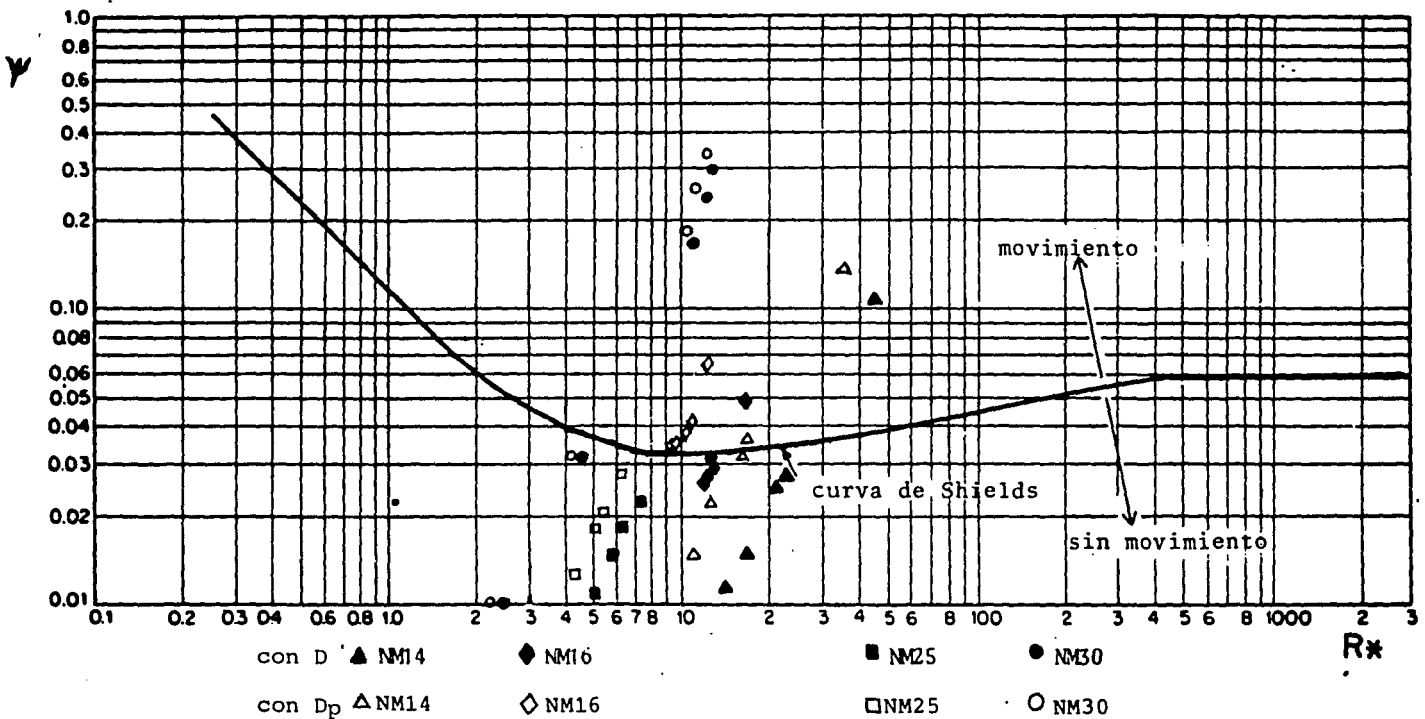


Fig 6.14 Gráfica para la arena, con y sin incluir al D<sub>p</sub>



## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Es indiscutible el hecho de que la experimentación ha jugado un papel preponderante como herramienta en la solución de problemas de diversa índole, entre ellos están los concernientes a la Ingeniería Hidráulica.

Una de las principales aplicaciones de lo que es experimentar, la tenemos presente con los modelos físicos, de quienes no hace falta señalar las ventajas que ofrecen en cuanto a tiempo y recursos económicos, de tanta importancia en Ingeniería.

Los problemas abordados en este trabajo se enfocaron a conocer el efecto que tiene la forma de las partículas dentro de los fenómenos de velocidad de caída y de inicio de arrastre. La parte experimental correspondiente a velocidad de caída proporcionó algunas observaciones como son el hecho de que al tener una partícula de mayor peso se tiene un incremento en la velocidad terminal y necesidad de mayor profundidad para que ella la desarrolle, sucediendo esto para todas las formas. En otro caso, cuando se tengan partículas pequeñas, a menor tamaño se presentará



menos uniformidad en la trayectoria de caída, cuestión determinado también por la existencia de aristas u otras irregularidades en la partícula.

Se considera que para el inicio de movimiento será necesario hacer el estudio más detallado, sobre todo en cuanto a observaciones de la partícula, es decir, apreciar más de cerca la forma y el comportamiento de una de ella y también se deberá buscar un criterio más uniforme para la definición del fenómeno. Además, antes de aplicar cualquier método se sugiere realizar la corrección de pared, ya que se experimentó en un canal estrecho en el cuál las paredes ejercen influencia sobre la hidrodinámica del flujo.

Además de los modelos físicos y las instalaciones experimentales, se puede contar con la valiosa ayuda del análisis dimensional, de gran utilidad cuando se requiere analizar problemas como los planteados en este trabajo. Se encontró adecuado su uso aquí y se aplicó en el último capítulo.

Se recomendaría que se experimentara ahora con un sólo tipo de material, analizando diferentes tamaños, pesos, formas y consideraciones no sólo de las propiedades del fluido y el material, sino también de las condiciones del caso, tales como cuando el fluido está en reposo o en movimiento. Se sugiere también que se abunde en la experimentación de el segundo de ellos.

El parámetro  $D_p$  propuesto en este estudio pretende tomar en cuenta a través de una relación de áreas la forma de una partícula esperando que la consideración de un diámetro medio nos acerque a la dimensión física real de ésta. Sin embargo, se piensa aquí que otra magnitud debe ser incluida para que el parámetro sea mejorado, se sugiere que se tome en cuenta la altura de la partícula cuando ésta se encuentra depositada en su posición más estable o la longitud máxima de la misma.

Otro camino que puede seguirse para representar en forma de un parámetro el efecto que tiene la forma de una partícula sobre fenómenos del tipo de los aquí estudiados, es el hacer consideraciones sobre el área de ella que está en contacto con una superficie y la presión ejercida sobre la misma.

Finalmente, se puede decir que el proyecto sigue desarrollándose.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

1. Aguilar A, J.H; Bayer O, J.A. y Sempere R, R. (1970) *Ingeniería de ríos y costas*. Editorial Arte y Fotografía, S.A. México.
2. Alonso, M.L. y Fuentes, R. (1986). *Una fórmula explícita para la velocidad de sedimentación de esferas válida en todo el rango de Números de Reynolds*. Memoria 12vo congreso latinoamericano de Hidráulica, volumen 1. Sao Paolo, Brasil.
3. Aziz, N.M. y Prasad, S.N. (1985). *Sediment transport in shallow flows*. Journal of hydraulic engineering. Volumen 111, número 10. American Society of Civil Engineers. New York, E. U. A.
4. Boillat, J.L. y Graf, W.H. (1981). *Settling velocities of spherical particles in calm water*. Proc. American Society of Civil Engineers. Volumen 107, HY10. New York, E. U. A.
5. Breusers, H.N.C. (1983-84). *International course in Hydraulic Engineering*. Lecture notes on sediment transport 1. Delft, Holanda.
6. Camp, T.R. (1945). *Sedimentation and the design of settling tanks*. Papers; abril, 1945. American Society of Civil Engineers. New York, E. U. A.
7. Chargoy del Valle, E. (1974). *Cuantificación del arrastre litoral y la aplicación en Laguna Verde, Veracruz*. Tesis de licenciatura, U.N.A.M, México.

8. Concha, F. y Almendra, E. R. (1979). *Settling velocities of particulate systems*. Int. journal min. proc. Número 8.
9. Echávez Aldape, G. (1985). *Introducción a los modelos hidráulicos de fondo fijo*. Apuntes de clase, D.E.P.F.I, U.N.A.M. México.
10. Frias, A. y Gonzalo Moreno, C. (1986). *Ingeniería de costas*. Edición de la Asociación mexicana de Ingeniería Portuaria. I.P.N., México.
11. Garde, R. J. y Sethuraman, S. (1969). *Variation of the drag coefficient of a sphere rolling along a boundary*. La Houille Blanche, volumen 24, No 7. Grenoble, Francia.
12. Graf, W. H. (1971). *Hydraulics of sediment transport*. Mc Graw Hill. E.U.A.
13. Juarez Badillo, E y Rico Rodriguez, A. (1980). *Mecánica de suelos*. Tomo 1. Editorial Limusa. México.
14. Kobayashi, N. y Nam Seo, S. (1985). *Fluid and sediment interaction over a plane bed*. Journal of hydraulic engineering. Volumen 111, No 6. A.S.C.E. New York, E.U.A.
15. Kobus, H. (1980). *Hydraulic Modelling*. German association for water resources and land improvement. Bonn, R.F.A.
16. Kuan M, Yao. (1975). *Extended plain sedimentation*. Journal of the environmental engineering division. Junio de 1975. E.U.A.
17. Madsen, O. S. (1975). *Sediment transport and coastal processes*. Massachusetts Institute of Technology. E.U.A.
18. Maza Alvarez, J. A.; García Flores, M. y Fuentes, R. (1980). *Contribución al estudio de sedimentos fluviales*. Memoria 6o congreso nacional de Hidráulica, Tomo IV. Yucatán, México.
19. Maza Alvarez, J. A, Camargo H, J. y Franco, V. (1980).

Hidráulica Fluvial. Capítulo A.2.11, Manual de diseño de obras civiles. Edición Instituto de Investigaciones eléctricas. C. F. E. México.

20. Maza Alvarez, J. A. y Franco, V. (1983). *Técnicas experimentales*. Capítulo A.2.15. Manual de diseño de obras civiles. Edición del Instituto de Investigaciones Eléctricas, C. F. E. México.
21. Maza Alvarez, J. A. y García Flores, M. (1984). *Hidrodinámica, base para hidráulica fluvial*. Series del Instituto de Ingeniería No D-20, U. N. A. M, México.
22. Murphy, P. J. y Aguirre M, E. J. (1985). *Bed load or suspended load*. Journal of hydraulic engineering. Volumen 111, No 1. A. S. C. E. New York, E. U. A.
23. Raudkivi, A. J. (1976). *Loose boundary hydraulics*. Pergamon International library. Gran Bretaña.
24. Rios Chiquete, E. (1982). *Velocidad límite de caída de partículas que sedimentan*. Estado del arte. Memoria 8o congreso nacional de Hidráulica. Tomo II. México.
25. Rouse, H. y Simon, I. (1980). *History of Hydraulics*. Iowa Institute of Hydraulic research. E. U. A.
26. Ruiz Boullosa, R. (1985). *Laser. Breve introducción y algunas demostraciones sencillas*. PubliUNAM. México.
27. Sanchez Bribiesca, J. L. (1967). *Instructivo para concreto*. Dirección de proyectos, Departamento de Ingeniería experimental S. R. H. México.
28. Slot, R. E. (1984). *Terminal velocity formula for objects in a viscous fluid*. Journal of Hydraulic research. Volumen 22. No 4. E. U. A.

29. Sotelo Avila, G. (1984). *Hidráulica general*. Volumen 1. Editorial Limusa. México.
30. Tienza, M. B. y González N. L. (1982). *Integración espacial de un trazador radioactivo para cuantificar el transporte de la capa de fondo en ríos*. Memoria 10o congreso latinoamericano de Hidráulica. México, D.F.
31. Wen Shen, H. (1971). *River mechanics*. Volumen II. Recopilación de artículos. Capítulos 21 y 25. Editor: Hsieh Wen Shen. Colorado, E.U.A.
32. Willis, J. C. (1985). *Near bed velocity distribution*. Journal of hydraulic engineering. Volumen 111, No 5. A.S.C.E. New York, E.U.A.