

128  
20j



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

UN ALGORITMO PARA EL CALCULO APROXIMADO DE ESPECTROS DE RESPUESTA SISMICA BASADO EN LA TEORIA DE VIBRACIONES CASUALES

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

EDUARDO REINOSO ANGULO



1988



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**UN ALGORITMO PARA EL CÁLCULO APROXIMADO  
DE ESPECTROS DE RESPUESTA SÍSMICA  
BASADO EN LA TEORÍA DE VIBRACIONES CASUALES**

**RESUMEN  
INTRODUCCIÓN**

**I. ESPECTROS DE RESPUESTA**

**II. ALGORITMO PROPUESTO**

**III. RESULTADOS Y EJEMPLOS DE APLICACIÓN**

**3.1 CÁLCULO RÁPIDO  
3.2 RIESGO SÍSMICO  
3.3 POSICIÓN DE ESPECTROS DE RESPUESTA**

**IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

**AGRADECIMIENTOS  
REFERENCIAS  
TABLAS  
FIGURAS**

## RESUMEN

Se presentan conceptos generales sobre espectros de respuesta, así como los principales métodos para obtenerlos en forma rigurosa.

Se expone un algoritmo basado en la teoría de vibraciones casuales que calcula, en forma aproximada, espectros de respuesta partiendo únicamente del espectro de amplitudes de Fourier y de la duración de la fase intensa de la señal.

Se presentan con detalle tres aplicaciones del algoritmo expuesto, (1) cálculo rápido de espectros de respuesta, (2) obtención de espectros de respuesta con fines de riesgo sísmico y (3) postdicción de espectros de respuesta.

## INTRODUCCIÓN

La mayor parte de las estructuras que se erijan dentro de una región sísmica deben diseñarse explícitamente para que resistan efectos propios de los temblores. Por esta razón en la mayoría de los reglamentos de construcción en zonas sísmicas se propone el uso de espectros de diseño por lo que su correcta obtención resulta relevante en ingeniería sísmica. Aunque el proceso detallado para el cálculo de los espectros de diseño no se contempla en este trabajo, se establece que estos dependan en general de los resultados del análisis de riesgo sísmico y en particular del cálculo de espectros de respuesta. Como en este proceso existen grandes incertidumbres, tanto en el fenómeno sísmico como en la respuesta estructural, algunos pasos y el resultado final están sujetos a consenso y a la opinión de expertos.

A raíz de los terremotos originados en las costas de Michoacán en septiembre de 1985 y que causaron grandes daños en la capital del país, se hizo necesario reevaluar el riesgo sísmico en el valle de México. Para llevar a cabo este análisis, se calcularon diversos espectros de respuesta considerando todas las posibles fuentes sísmicas y se evaluaron tasas de excedencia de respuestas estructurales para ordenadas espectrales dadas. En ambos casos se incluyeron, de manera simplificada, los efectos de amplificación local. La principal contribución de este trabajo está enfocada hacia el cálculo de espectros de respuesta.

La obtención del espectro de respuesta de una señal puede efectuarse de varias maneras tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia (cap 1). Cuando se desea obtener espectros de respuesta de movimientos esperados, éstas soluciones no son viables ya que se carece de señales futuras. De aquí la necesidad de contar con un método que con poca información permita obtener espectros de respuesta esperados, aproximados y confiables.

En este trabajo se describe el método que fue utilizado en el análisis del riesgo sísmico del Valle de México y que permite obtener espectros de respuesta a partir sólo del espectro de amplitudes de Fourier y de la duración de un sismo, ambos

obtenidos con la ayuda de algunos datos geológicos y de bases teóricas y semiempíricas (Rosenblueth et al, 1987).

Parte importante del contenido del presente escrito se dedica a la comparación entre los espectros de respuesta calculados en forma exacta y los obtenidos con el método mencionado, a partir de espectros de amplitudes de Fourier de acelerogramas registrados. Se encontraron diferencias poco importantes, por lo que el método presentado queda justificado, no sólo para las aplicaciones mencionadas, sino como alternativa práctica y económica al cálculo riguroso de espectros de respuesta.

Trabajos recientes emplean el método propuesto para estimar espectros de respuesta en la zona de lago del valle de México cuando se conoce la función de transferencia del sitio y el espectro de amplitudes de Fourier en otro lugar (p.e. Ciudad Universitaria).

## CAPITULO I ESPECTROS DE RESPUESTA

Considerese la estructura de un solo grado de libertad que se muestra en la fig 1.1 con masa  $m$ , rigidez  $k$  y amortiguamiento  $c$ , estos parámetros se suponen constantes. Para obtener la ecuación que rige el movimiento de esta estructura llamada también oscilador elemental (Newmark y Rosenblueth, 1971) se parte del diagrama de cuerpo libre de la masa de donde se observa que el equilibrio dinámico implica:

$$F + G + Q = 0 \quad 1.1$$

en donde  $Q = -ky$  es la fuerza elástica de restitución que depende de la rigidez  $k$  y del desplazamiento relativo  $y$  del oscilador,  $G = -c\dot{y}$  es la fuerza debida al amortiguamiento viscoso que depende de la velocidad relativa  $\dot{y}$  y del amortiguamiento  $c$ ; por último  $F = -m\ddot{x}$  es la fuerza de inercia, que de acuerdo con la segunda ley de Newton depende de la masa  $m$  y de la aceleración absoluta  $\ddot{x}$ . Sustituyendo estos valores en la ec 1.1:

$$m\ddot{x} + c\dot{y} + ky = 0 \quad 1.2$$

pero como  $\ddot{x} = \ddot{y} + \ddot{x}_0$  se tiene que

$$m\ddot{x} = m\ddot{y} + m\ddot{x}_0 \quad 1.3$$

De las ecs 1.2 y 1.3 se llega a:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{x}_0 \quad 1.4$$

dividiendo entre  $m$ :

$$\ddot{y} + \frac{c}{m}\dot{y} + \frac{k}{m}y = -\ddot{x}_0 \quad 1.5$$

se llega finalmente a:

$$\ddot{y} + 2\zeta\Omega\dot{y} + \Omega^2y = -\ddot{x}_0 \quad 1.6$$

en donde:

$$\Omega = \sqrt{k/m} \quad 1.7$$

$$\zeta \cdot \Omega = \frac{c}{2 \cdot m} \quad 1.8$$

A  $\Omega$  se le conoce como *frecuencia circular natural* de vibración.-- Al cociente entre  $\Omega$  y  $2\pi$  se le llama *frecuencia natural* de vibración y al inverso de ésta *periodo natural* de vibración, respectivamente:

$$f = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \quad ; \quad T = \frac{1}{f} \quad 1.9a \quad 1.9b$$

En la ec 1.8,  $\zeta$  es una fracción del amortiguamiento crítico y se la conoce como *coeficiente de amortiguamiento*:

$$\zeta = \frac{c}{C_{cr}} \quad 1.10$$

que es usado como una medida del amortiguamiento del sistema. El amortiguamiento crítico  $C_{cr}$  es el correspondiente a un sistema en el que la masa, sin oscilar, vuelve a su posición de equilibrio después de un tiempo que se considera infinito y está dado por:

$$C_{cr} = 2 \cdot \sqrt{k \cdot m} \quad 1.11$$

Cuando la constante  $c$  del amortiguador es menor que  $C_{cr}$ , el sistema es llamado subamortiguado.

En la práctica  $\zeta$  toma valores entre el 2 y el 20% del crítico (5% es el valor empleado en casi todos los cálculos realizados en este trabajo).

En resumen, la solución de la ec 1.6 representa la respuesta relativa del oscilador que depende de la frecuencia natural circular de vibración  $\Omega$ , del amortiguamiento dado por la ec 1.10 y de las características de la excitación  $\ddot{x}_0$ .

#### CÁLCULO DE ESPECTROS DE RESPUESTA

Si sometemos un oscilador elemental con frecuencia  $\Omega_1$  y amortiguamiento  $\zeta_1$  a una determinada excitación  $\ddot{x}_0$ , la respuesta de la estructura será en general distinta a la señal excitadora tanto en amplitud, como en el contenido de periodos y en la duración del movimiento (ver fig 1.2). En algún instante esta respuesta alcanzará un valor máximo de amplitud  $r_{max_1}$  que la estructura debe resistir para evitar la falla elástica.

Si se somete otro oscilador elemental a la misma excitación y con el mismo amortiguamiento pero con  $\Omega = \Omega_2$ , su respuesta será sensiblemente diferente y en general con un valor máximo  $r_{max_2}$  también diferente. Si se siguen obteniendo diversas respuestas

ante la misma excitación y el mismo amortiguamiento variando únicamente la frecuencia natural y se grafica  $\Omega_i$  contra  $r_{\max_i}$ , se tendrá finalmente un espectro de respuesta que definiremos formalmente como: la curva de valor máximo absoluto de la respuesta (aceleración, velocidad, desplazamiento relativo del terreno, etc) que alcanzan estructuras de comportamiento lineal con un grado de libertad y amortiguamiento viscoso, cuando se les somete a un movimiento del terreno (sismo, explosión, vibración ambiental, etc) presentado en función del periodo o frecuencia natural de las estructuras. En la fig 1.3 se presenta en forma esquemática el procedimiento general para obtener espectros de respuesta.

Existen diversos métodos para obtener en forma rigurosa estos espectros, a continuación se presentan tres de ellos.

#### A) Método Beta de Newmark.

Este método (Newmark, 1959) consiste en resolver directamente la ec. 1.6 mediante cálculos iterativos obteniéndose además de los desplazamientos y las velocidades relativas del oscilador, las aceleraciones relativas del mismo.

El método consiste en lo siguiente: como la aceleración, velocidad y desplazamiento en el tiempo  $t$  son conocidos se supone  $\ddot{y}_{i+1}$  y se calcula:

$$1. \quad \dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \frac{1}{2} \cdot (\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1}) \cdot \Delta t$$

$$2. \quad y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i \cdot \Delta t + \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \cdot \ddot{y}_i + \beta \cdot \ddot{y}_{i+1} \cdot \Delta t^2$$

Una nueva aproximación a  $\ddot{y}_{i+1}$  será:

$$3. \quad \ddot{y}_{c_{i+1}} = -2\xi\Omega \cdot \dot{y}_{i+1} - \Omega^2 \cdot y_{i+1} - \ddot{x}_0$$

Si la diferencia entre  $\ddot{y}_{i+1}$  y  $\ddot{y}_{c_{i+1}}$  es suficientemente pequeña de acuerdo con algún criterio de tolerancia, se procede a calcular el siguiente intervalo. De no conseguirse esto se repiten los cálculos de 1-3 asignando previamente el valor de  $\ddot{y}_{c_{i+1}}$  a  $\ddot{y}_{i+1}$ , hasta que se logra un grado de convergencia satisfactorio. El valor de  $\beta$  controla la variación de la aceleración en el intervalo de interés: si  $\beta = \frac{1}{4}$  se tendrá aceleración constante mientras que

para  $\beta \leq \frac{1}{2}$  se tendrá una variación lineal. Usualmente con  $\beta$  igual a  $\frac{1}{2}$  se asegura la estabilidad del método.

### B) Integral de Duhamel (Paz, 1980).

Es posible descomponer un acelerograma en una sucesión de impulsos elementales para encontrar la respuesta de cada uno de éstos y superponer sus efectos. Supóngase una estructura en reposo y que en el instante  $t_1$  es sometida a un impulso concentrado en el intervalo  $t_1 + \Delta t$ . Esto ocasiona un incremento en la velocidad del terreno que va de cero a  $\ddot{x}(t_1) \cdot \Delta t$ . La velocidad de la masa con respecto al terreno será de  $-\ddot{x}(t_1) \cdot \Delta t$  y posteriormente vibrará libremente con respecto a él (ver fig 1.4). Por tratarse de una vibración libre que se inicia en  $t_1$ , el desplazamiento será la solución homogénea de la ec 1.6:

$$y = e^{-\omega(t-t_1)} \cdot (A \cdot \sin \Omega(t-t_1) + B \cdot \cos \Omega(t-t_1)), \quad 1.12$$

en donde  $\Omega = \omega \sqrt{1-\xi^2}$ .

Las condiciones iniciales para  $t=t_1$  son:

$$\begin{aligned} y &= -\ddot{x}(t_1) \cdot \Delta t \\ y &= 0 \end{aligned}$$

Si se imponen estas condiciones a la ec 1.12 se obtiene:

$$y = -\frac{\ddot{x}(t_1)}{\Omega} \cdot e^{-\Omega(t-t_1)} \cdot \sin \Omega(t-t_1) \quad 1.13$$

al considerar todos los impulsos se llega a

$$y(t) = \frac{1}{\Omega} \int_0^t \ddot{x}(\tau) \cdot e^{-\Omega(t-\tau)} \cdot \sin \Omega(t-\tau) d\tau \quad 1.14$$

que es conocida como la integral de Duhamel. Obteniendo valores de  $y(t)$  para muchos instantes y tomando el mayor en valor absoluto, podemos obtener un punto del espectro de respuesta de desplazamientos relativos.

### C) Transformada Rápida de Fourier (Cooley y Tukey, 1965).

Los métodos que han adquirido más auge son los basados en la

obtención de espectros de Fourier a través de la transformada rápida de Fourier (Paz, 1980; Yfantis y Borgman, 1979). Esta última es un algoritmo optimizado para obtener la transformada discreta de Fourier (Veletsos y Ventura, 1985) cuya expresión es la siguiente:

$$A(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(t_n) \cdot e^{-i(2\pi nk/N)} \quad , \quad k=0, N-1 \quad 1.15$$

donde  $i=\sqrt{-1}$ ,  $N$  es el número de puntos de la señal ( $N=2^m$ , con  $m$  entero),  $a(t_n)$  es la señal en el tiempo (acelerograma) y  $A(\omega_k)$  es proporcional al espectro de Fourier de la señal  $a(t_n)$ . Se sabe que la respuesta de un oscilador lineal en el dominio de la frecuencia está dada por:

$$Y(\Omega, \omega) = A(\omega) \cdot H(\Omega, \omega) \quad 1.16$$

en donde  $H(\Omega, \omega)$  es la función de transferencia de desplazamientos de dicho oscilador:

$$H(\Omega, \omega) = \frac{1}{\Omega^2 [1 - (\omega/\Omega)^2 + 2i\zeta(\omega/\Omega)^2]} \quad 1.17$$

Una vez realizada este producto se antitransforma  $Y(\Omega, \omega)$  con ayuda de la transformada discreta de Fourier:

$$y(t_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y(\Omega, \omega_k) \cdot e^{i(2\pi nk/N)} \quad , \quad n=0, N-1 \quad 1.18$$

regresando así al dominio del tiempo en donde  $y(t_n)$  es la respuesta en desplazamientos del oscilador ante la señal excitadora. Tomando el valor máximo se obtendrá un punto del espectro de respuesta correspondiente a la frecuencia  $\Omega$ . Para obtener un punto más del espectro de respuesta se calcula  $Y(\Omega, \omega)$  variando sólo  $H(\Omega, \omega)$  ya que el espectro de Fourier  $A(\omega)$  no cambia al no estar en función de  $\Omega$ .

## GRÁFICAS TETRALOGARÍTMICAS

La ecuación de movimiento de un sistema sencillo no amortiguado está dada, a partir de la ec 1.2, por (Paz, 1980):

$$\ddot{x} + \eta y = 0 \quad 1.19$$

Se puede observar que la aceleración absoluta  $\ddot{x}$  es proporcional al desplazamiento relativo  $y$ . Despejando  $\ddot{x}$  de la ec 1.19 se tiene que en la condición de máximo:

$$S_a = |\ddot{x}|_{\max} = \Omega^2 \cdot |y|_{\max} \quad 1.20$$

donde a  $S_a$  se le conoce como pseudoaceleración absoluta. Por otro lado, en un sistema amortiguado el desplazamiento máximo se presenta cuando la velocidad relativa y por consiguiente la energía cinética ( $E_c = \frac{m}{2} \dot{y}^2$ ) son iguales a cero (Wiegel, 1970), si sustituimos  $\dot{y}=0$  en la ec 1.2 se llega a la misma ec 1.19, por lo que la ec 1.20 es válida para cualquier condición del sistema.

Además se sabe que al presentarse el desplazamiento máximo la energía de deformación ( $E_d = \frac{k}{2} \cdot y^2$ ) es también máxima. Igualando la energía cinética con la energía de deformación:

$$\frac{m}{2} \cdot \dot{y}^2 = \frac{k}{2} \cdot y^2 \quad 1.21$$

de donde:

$$S_v = |\dot{y}|_{\max} = \Omega \cdot |y|_{\max} \quad 1.22$$

a  $S_v$  se le conoce como pseudo velocidad relativa. Finalmente, de las ecs 1.20 y 1.22 se tiene:

$$S_v = \Omega \cdot |y|_{\max} = \frac{S_a}{\Omega} \quad 1.23$$

de donde se concluye que es posible calcular espectros de respuesta de pseudoaceleraciones  $S_a$  y pseudo velocidades  $S_v$  conociendo el espectro de respuesta de desplazamientos relativos  $S_d$ . Empíricamente se sabe que los espectros de aceleración absoluta y de velocidad relativa son muy parecidos a  $S_a$  y a  $S_v$  respectivamente (Paz, 1980; Wiegel, 1970), por lo que en la

práctica es usual el uso de pseudoespectros debido a dos razones principales: (1) su obtención es mas sencilla y (2) se pueden tener en una sola gráfica los espectros de respuesta de desplazamiento relativo, pseudovelocidad y pseudoaceleración. Esto se ilustra al tomar logaritmos de la ec 1.23 y haciendo

$$|y|_{\max} = S_d:$$

$$\log S_a = \log S_v + \log \frac{2 \cdot \pi}{T} = \log S_v + \log 2\pi - \log T \quad 1.24$$

$$\log S_d = \log S_v - \log \frac{2 \cdot \pi}{T} = \log S_v - \log 2\pi + \log T \quad 1.25$$

Si se hace  $V = \log S_v$ ,  $A = \log S_a$  y  $D = \log S_d$  y se sustituye en 1.26 y 1.27 se tiene:

$$A = V + \log 2\pi - \log T \quad 1.26$$

$$D = V - \log 2\pi + \log T \quad 1.27$$

que muestran claramente la posibilidad de trazar los tres espectros en una sola curva. En la fig 1.5 se presenta un espectro de respuesta en una gráfica tetralogarítmica y, que a manera de ejemplo, se leen para  $T=1.0$  seg los siguientes valores espectrales:

$$S_a = 0.18500 \text{ m/s}^2$$

$$S_v = 0.00270 \text{ m/s}$$

$$S_d = 0.00045 \text{ m}$$

#### EFFECTOS DE MUESTREO

Los acelerografos actuales logran registrar las señales hasta con intervalos de 0.01 segundos, logrando definir claramente todo el movimiento, al menos para los fines usuales en ingeniería sísmica. En temblores grandes la duración de la señal llega a ser hasta de 3 min por lo que el número de puntos es demasiado grande (hasta 18000), lo que implica cálculos imprácticos o imposibles en la mayoría de las computadoras disponibles. Por lo tanto resulta necesario muestrear o diecimar la señal escogiendo un punto de cada  $n$  puntos ( $n=2, 3, 4, 5, 6, \dots$ ) de la señal original siguiendo algún criterio de selección (el promedio, el azar, etc). Además, aún para temblores cortos (menos de 45 seg), es usual calcular los

espectros de respuesta muestreando la señal ya que es muy poca la información que se pierde con muestreos pequeños y se logra disminuir notablemente el tiempo de cómputo requerido. En la fig 1.6 se presenta un espectro de respuesta obtenido con diferentes muestreos indicándose cada uno con la forma  $\frac{1}{n}$ . El criterio de selección empleado en este trabajo fue el de escoger el primer punto de cada grupo de  $n$  puntos. Se observa que entre mayor sea el muestreo tanto la aceleración máxima del terreno ( $A_{max}$ ) como las ordenadas en los periodos cortos son subvaluadas.

El muestreo aconsejable varía según la duración de la señal y el contenido de frecuencias, para señales cortas y con contenido de frecuencias altas se aconseja tomar puntos a cada 0.03 seg y para grandes hasta 0.05. Solamente en señales muy largas y con gran contenido de periodos grandes (2.0 seg en adelante) se aconseja muestrear a cada 0.08 segundos.

#### COMPARACIÓN DE MÉTODOS PARA OBTENER ESPECTROS DE RESPUESTA

Se han presentado tres métodos para obtener en forma rigurosa espectros de respuesta a partir de un acelerograma y aunque la ventaja del método de la transformada rápida de Fourier es ampliamente reconocida se ha realizado una breve comparación con el método beta de Newmark.

En la fig 1.7 se muestran dos espectros de respuesta de la misma señal obtenidos con ambos métodos. Se observa que el espectro obtenido con el algoritmo beta comienza desde 0.5 seg ya que el método es inestable en periodos cortos, lo que representa una desventaja con respecto a la transformada de Fourier. Además el método beta es exacto cuando el criterio de tolerancia es adecuado, por lo que su uso es limitado en computadoras chicas en donde los recursos electrónicos son menores. Cabe mencionar que el tiempo de cómputo consumido por ambos métodos fue similar, aunque el método de la transformada requiere mayor memoria en la computadora, por lo que en ocasiones es necesario recurrir a grandes muestreos para procesar la señal.

En el presente trabajo todos los espectros de respuesta calculados

en forma exacta fueron obtenidos con el método de la transformada rápida de Fourier el cual, a pesar de ser un algoritmo sumamente rápido, consume tiempos considerables de cómputo por lo que resulta conveniente el uso de métodos aproximados como el que se presenta en el siguiente capítulo.

## PROPIEDADES DE LOS ESPECTROS DE RESPUESTA

1. La sensibilidad de los espectros de respuesta al amortiguamiento de la estructura se aprecia de la siguiente forma: cuando aquél es nulo ( $\xi=0$ ) el espectro de respuesta presenta numerosas oscilaciones con máximos agudos pero al aumentar  $\xi$  disminuyen tanto el número de oscilaciones como la amplitud de las mismas (fig 1.8).
2. Para periodos cortos, las aceleraciones de la respuesta tienden a acercarse a la aceleración del terreno  $A_{max}$  y en los periodos grandes la curva del espectro de respuesta de aceleraciones máximas decae como la velocidad máxima del terreno  $V_{max}$  por  $\frac{2\pi}{T}$  (fig 1.9).
3. Los espectros de respuesta permiten conocer la respuesta elástica máxima de una estructura de un grado de libertad si se conocen el periodo de vibración y el amortiguamiento de la misma.
4. El espectro de respuesta refleja aproximadamente el contenido de frecuencias que tiene la señal.
5. El uso de pseudoespectros permite tener en una sola gráfica los espectros de respuesta de desplazamientos relativos, pseudoaceleraciones y pseudovelocidades absolutas. (fig-1.5).
6. Los espectros de respuesta son empleados para obtener los espectros de diseño.

## LIMITACIONES DE LOS ESPECTROS DE RESPUESTA

1. Consideran únicamente comportamiento elástico del oscilador, limitando su uso a este rango de trabajo (es posible construir

espectros de respuesta inelásticos considerando la ductilidad del oscilador. Este tipo de análisis no se contempla en el presente trabajo).

2. Representa la respuesta de estructuras de un solo grado de libertad que suelen ser muy pocas y aunque las de varios niveles tienen un periodo dominante, éste no siempre es fácil de calcular y su respuesta se da con una combinación de todos sus modos. En la fig 1.10 se muestra una comparación entre la respuesta de un edificio de tres niveles obtenida con una señal registrada en la azotea de éste contra algunos espectros de respuesta del mismo sismo pero de la señal en la base del edificio. El amortiguamiento estimado de esta estructura está entre 1 y 2% del crítico y los periodos fundamentales de 0.238 y 0.25 seg en las direcciones NS y EV respectivamente (Muria, et al, 1988). Se observa que la amplitud de los espectros no coincide con la respuesta medida aún para amortiguamientos por debajo del 1%. Esta diferencia se debe a dos causas principales además de la ya mencionada al principio de este párrafo. Estas son: (1) el amortiguamiento del edificio está sobrestimado y (2) la torsión de éste incrementa su respuesta.
3. La amplitud de la respuesta se satura ante algunas excitaciones antes de terminar el movimiento (Pérez-Rocha, et al, 1987), de donde se concluye que los espectros de respuesta no son muy sensibles a la duración del mismo. En la fig 1.11 se muestra como crece el espectro de respuesta al ir incrementando la duración de la señal. Se observa que con tomar únicamente en cuenta los primeros 75 seg del registro, se obtiene el mismo espectro de respuesta que se calculó con todo el acelerograma que tiene una duración total de 180 seg.

## CAPITULO II ALGORITMO PROPUESTO

En 1956 Cartwright y Longuet-Higgins obtuvieron la distribución de probabilidades del máximo de una función aleatoria, generando un algoritmo que fué utilizado en el cálculo de la amplitud máxima esperada de las ondas marinas. Es así como surge la teoría de vibraciones casuales, que aquí utilizamos.

Años después, Vanmarcke (1976) y Boore (1983) aplicaron estos conceptos en problemas propios de la ingeniería sísmica al considerar los acelerogramas como procesos casuales  $a(t)$  y suponiendo que el proceso es estacionario (Papoulis, 1985) y ergódico. En un proceso con estas características, sus propiedades estadísticas no varían en el tiempo y pueden ser determinadas a partir de uno solo de sus segmentos.

A pesar de que algunos de los acelerogramas son procesos que no cumplen rigurosamente con estas suposiciones, empíricamente se han obtenido buenos resultados al aplicar el método en el cálculo de espectros de respuesta (Ordaz y Reinoso, 1987) con la ayuda de programas electrónicos realizados en México (Chávez y Sánchez-Sesma, 1986).

Según la teoría de vibraciones casuales este espectro estará dado por

$$E(A_{\max}) = a_{cm} \cdot F_p \quad 2.1$$

donde  $A_{\max}$  es la pseudoceleración máxima,  $E(\cdot)$  denota esperanza,  $a_{cm}$  es la aceleración cuadrática media y  $F_p$  es un factor pico.

Para obtener  $a_{cm}$  se recurre al teorema de Parseval (Papoulis, 1985) del cual bajo las hipótesis señaladas se deduce que

$$a_{cm} = \left[ \frac{M_0}{T_{cm}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 2.2$$

en donde  $T_{cm}$  es la duración de la señal, y

$$K_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y(\Omega, \omega)|^2 d\omega \quad 2.3$$

En la ec 2.3,  $Y(\Omega, \omega)$  es la transformada de Fourier de la respuesta cuyo máximo desea calcularse y está dada por la ec. 1.16.

Para obtener  $T_{cm}$ , Boore y Joyner (1984) proponen un resultado empirico calibrado para temblores ocurridos en California:

$$T_{cm} = T_s + \frac{1}{2\pi\zeta \cdot f} \cdot \frac{(T_s \cdot f)^3}{(T_s \cdot f)^3 + \frac{1}{g}} \quad 2.4$$

En la ec 2.4  $T_s$  es la duración de la fase intensa del movimiento, que no tiene una definición precisa. En el caso de contar con el acelerograma se ha encontrado que al emplearse la corrección dada por la ec 2.4 y tratándose de temblores registrados en la ciudad de México, los resultados obtenidos son razonablemente buenos (cap III) cuando  $T_s$  se define como sigue: sea  $I_A$  la intensidad de Arias de la señal (Arias, 1969), dada por

$$I_A = \frac{2\pi}{g} \int_0^{T_a} a^2(t) dt \quad 2.5$$

donde  $T_a$  es la duración total del acelerograma. Se puede ahora obtener una función continua en el tiempo y normalizada con respecto a  $I_A$ :

$$F(t) = \frac{2\pi}{g \cdot I_A} \int_0^t a^2(\tau) d\tau \quad 2.6$$

Dicha función tiene por límites cero en el instante cero y uno cuando termina el acelerograma. Se define a  $T_s$  como el lapso en que se concentra entre el 5 y el 95% de  $F(t)$ :

$$F(t_1) = 0.05$$

$$F(t_2) = 0.95$$

por lo tanto,

$$T_o = t_2 - t_1$$

2.7

En la fig 2.1 se ilustra la obtención de  $T_o$ .

Para obtener el factor pico  $F_p$ , se define  $N$  como el número de cruces de la señal por el eje del tiempo, estimada por

$$N = \frac{T_o}{\pi} \sqrt{\frac{K_2}{N_o}} \quad 2.8$$

en donde  $K_2$  se calcula con la siguiente integral:

$$K_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \cdot |Y(\Omega, \omega)|^2 d\omega \quad 2.9$$

De acuerdo con la teoría de vibraciones casuales (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956), el valor de  $F_p$  se obtiene con una aproximación asintótica:

$$F_p = \sqrt{2 \cdot L_n N} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \cdot L_n N}} \quad 2.10$$

donde  $\gamma$  ( $\approx 0.577\dots$ ) es la constante de Euler.

En resumen, con las expresiones 2.1 a 2.10 es posible obtener, en forma aproximada, espectros de respuesta de señales registradas así como de eventos de los que sólo se conocen el espectro de Fourier y la duración de la fase intensa.

## CAPÍTULO III RESULTADOS Y EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### RESULTADOS

Como se ha comentado a lo largo de este trabajo, la teoría de vibraciones casuales nos ofrece un método elegante y eficiente para obtener espectros de respuesta. Con el objeto de calibrar este método (Ordaz y Keinoso, 1987) se procesaron 44 acelerogramas registrados en diversas estaciones dentro de la ciudad de México. En la tabla 1 se presentan algunos datos de las señales estudiadas incluyendo la duración de la fase intensa calculada con la intensidad de Arias. Los temblores considerados cubren una amplia gama de magnitudes y distancias focales, así como varios mecanismos de falla.

En todos los casos se calcularon los espectros de respuesta exactos con el método de la transformada de Fourier y se compararon con los obtenidos aplicando la teoría de vibraciones casuales. Los resultados se presentan en las figs 3.1 a 3.11. Puede verse que en general la comparación es satisfactoria.

Para medir las discrepancias entre los resultados se calculó el error relativo medio y la desviación estándar de dicho error. Se obtienen valores de 6% y 18% respectivamente.

Considerando que en el contexto de un reglamento de construcciones los espectros de respuesta sirven principalmente para proponer espectros de diseño, se juzgó conveniente calcular el error con que son predichos los máximos del espectro de respuesta y el error cometido al estimar la posición de éstos. En la tabla 2 se muestran estos errores para cada espectro. En promedio los picos se sobrestiman por un factor de 1.07, mientras que el periodo en que ocurren éstos se subestima en un 0.4%

Debe tenerse presente que estos errores sólo miden la incertidumbre propia del modelo ya que se suponen perfectamente conocidas todas las variables que intervienen en su cálculo; este

tipo de incertidumbres se clasifica dentro de las llamadas incertidumbres profesionales (Rosenblueth, 1976).

## EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### 3.1 Cálculo rápido:

Si se desea obtener uno o varios espectros de respuesta de un acelerograma y asumiendo que las diferencias entre los espectros calculados con teoría de vibraciones casuales y los exactos no son importantes, podemos recurrir al uso del algoritmo propuesto utilizando menos recursos de cómputo y obteniendo ahorros considerables de tiempo.

En los cálculos realizados se observó que el método propuesto es hasta 150 veces más rápido que el método de la transformada de Fourier. Las razones para lograr lo anterior son principalmente dos: (1) el método emplea para los cálculos el espectro de amplitudes de Fourier  $|A(\omega)|$ , lo que evita cálculos con números complejos y (2) se utiliza el módulo de la función de transferencia (ec 1.17) cuya expresión es la siguiente:

$$|H(\Omega, \omega)| = \left[ \frac{1}{(1 - (\omega/\Omega)^2)^2 + 4\xi^2(\omega/\Omega)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 3.1$$

y cuya representación gráfica se muestra en la fig 3.12 para algunos valores de  $\Omega$  y para  $\xi=0.05$ . Cuando  $\omega/\Omega$  es igual a uno la función de transferencia alcanza su valor máximo (100.0 para todos los casos en que  $\xi=0.05$ ) y cuando  $\omega/\Omega$  es mayor o igual a dos las amplitudes son muy pequeñas y el valor de  $|Y(\Omega, \omega_i)|^2$  (ec 1.16) es también muy pequeño y no contribuye en forma significativa en el cálculo de  $M_k$  (ecs 2.3 y 2.9); por lo que resulta muy conveniente que una vez que  $\omega/\Omega$  sea igual a dos se corte la integración. Gracias a esto, los cálculos para frecuencias del oscilador chicas (p.e.  $\Omega = 1$  hz) son hasta 10 veces más rápidos que los cálculos para las frecuencias grandes (p.e.  $\Omega = 50$  hz).

### 3.2 Riesgo sísmico:

Una parte importante de la ingeniería sísmica es la predicción de movimientos para poder conocer la respuesta de las estructuras ante éstos. Pero el hecho de no conocer la señal nos impide el uso de algoritmos exactos para calcular los espectros de respuesta. Es en estos casos en donde el algoritmo propuesto adquiere una importancia relevante ya que se pueden conocer espectros de respuesta esperados al contar únicamente con el espectro de amplitudes y la duración de la etapa intensa.

Tal fue el caso del reglamento de construcciones para el Distrito Federal 1987 (Rosenblueth, et al, 1987) en donde se calcularon espectros de respuesta de cuatro posibles fuentes sísmicas (temblores en la costa o de subducción, falla normal de la placa de Cocos, falla en la placa de Norteamérica tipo Acambay y falla dentro del valle o local) de las cuales se obtuvieron, excepto para los de subducción, espectros de amplitudes de Fourier en terreno firme con ayuda del modelo  $\omega^2$  (Boore, 1983). En el caso de los temblores de subducción se emplearon leyes semiempíricas que predicen las esperanzas de las amplitudes espectrales. En la fig 3.13a se muestran los espectros de Fourier obtenidos.

Adicionalmente se estimó la duración de la etapa intensa de la señal para finalmente obtener los espectros de respuesta en la zona I del valle que se muestran en la fig 3.13b. Los espectros de respuesta para las zonas II y III fueron obtenidos calculando las funciones de transferencia de algunos sitios con ayuda del método de Thomson-Haskell (Haskell, 1982); se obtenía así el espectro de Fourier de amplitudes del sitio al multiplicar la función de transferencia por el espectro de Fourier en terreno firme. Los espectros de respuesta para dos sitios de las zonas II y III se muestran en las figs 3.13c y 3.13d.

Se realizó también un análisis probabilista considerando las diversas fuentes sísmicas. Con fines reglamentarios se seleccionó la tasa equivalente de excedencia (Rosenblueth, et al, 1987) que en el sitio de periodo dominante ( $T = 2.08$  seg) diera la ordenada máxima de diseño elegida para ese lugar ( $c = 0.4$ ), obtuyéndose

así  $v=7 \times 10^{-3}$  años<sup>-1</sup>, con la que se construyeron los espectros de respuesta que se muestran, junto con los obtenidos determinísticamente, en la fig 3.13.

### 3.3 Postdición de Espectros de Respuesta:

Durante los sismos de 1985 únicamente 5 acelerógrafos, SCT, CDAF, CDAO, TLRB y TLHD registraron el movimiento dentro de la zona de lago y sólo el primero se encontraba en la zona de daño severo en donde se alcanzaron aceleraciones espectrales para  $\xi=0.05$  hasta de 1g. Es deseable conocer los niveles de aceleración alcanzados en las zonas de daño grave (Centro, col. Juárez, col. Campestre Churubusco, etc.) y los trabajos realizados a la fecha (Iglesias, 1987) eran importantes pero limitados.

En un trabajo reciente (Ordaz, et al., 1988) se estiman los espectros de respuesta de pseudoaceleración para 5% de amortiguamiento, del terremoto de Michoacán en 22 sitios de la zona de lago además de los 5 sitios en donde se registró el movimiento. El método utilizado consistió en (1) el cálculo del espectro de amplitudes de Fourier del sitio multiplicando el espectro observado en Ciudad Universitaria (CUIP) por la función de transferencia del lugar, calculada como el cociente entre el espectro de Fourier de éste entre el de CUIP (para sismos más recientes), (2) estimación de la duración de la fase intensa del movimiento en los sitios en zona de lago para el sismo de 1985.9.19 y (3) la aplicación de la teoría de vibraciones casuales para calcular los espectros de respuesta.

Se estimó que la duración de 73 seg era adecuada. Sin tomar en cuenta el comportamiento no lineal de la arcilla se encontró que durante el citado sismo se presentaron aceleraciones espectrales mayores a 600 gal en una área muy amplia de la zona de lago y en 14 de los 27 sitios la aceleración espectral fue mayor de 1g, presentándose una buena correlación entre los sitios con aceleraciones superiores a 800 gal y la zona de daño severo como se aprecia en la fig 3.14. En la tabla 3 se muestran las pseudoaceleraciones máximas estimadas en distintos rangos de

periodo.

En la fig 3.15 se muestra una comparación entre 6 de los 10 espectros de respuesta calculados de las señales registradas y los espectros de respuesta estimados, además de los calculados empleando la teoría de vibraciones casuales en forma rigurosa. Se observa que las diferencias entre los tres no son importantes.

En la fig 3.16 se presentan 20 de los 22 espectros de respuesta estimados para los sitios en donde no se registró el movimiento en 1985. La localización de los mismos se presenta en la fig 3.17.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha propuesto un método basado en la teoría de vibraciones casuales para calcular espectros de respuesta en forma aproximada y se han comparado los resultados con los espectros exactos. Se encuentra que, en términos generales, los errores cometidos son aceptables (ver figs 3.1-3.11). Se ha proporcionado una definición empírica de duración de la fase intensa de un temblor con la cual, aunada a la corrección de Boore y Joyner (ec 2.4), se obtienen los errores mínimos al aplicar el método descrito. Tanto el error medio aquí calculado como el que es posible obtener teóricamente son sólo medidas de la incertidumbre propia del modelo o incertidumbre profesional.

El nivel de precisión con que pueden calcularse espectros de respuesta a partir de acelerogramas dados sugiere la posibilidad de usar este método como alternativa al cálculo exacto de espectros de respuesta, sobretodo cuando se requiere procesar mucha información.

El uso del método propuesto es esencial en el cálculo de espectros de respuesta cuando, con fines de riesgo sísmico, contamos sólo con el espectro de amplitudes de Fourier y una estimación de la duración de la fase intensa.

Si conocemos la función de transferencia de un sitio, medida o calculada teóricamente, y contamos con los espectros de Fourier en terreno firme para distintos sismos, es posible estimar espectros de respuesta en este sitio para los mismos temblores empleando el método propuesto (Ordaz, et al, 1987), lo que permite la postdicción de espectros de respuesta. Esto puede ser una importante fuente de datos para mejorar los reglamentos de construcciones y, por ende, reducir el peligro sísmico.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México y especialmente a la Facultad de Ingeniería por haberme ofrecido los mejores recursos del país para estudiar mi carrera y en donde aprendí que ésta no debe ser una forma de lucrar sino un servicio a la sociedad.

En general, para no hacer una lista eterna y que tendría seguramente terribles omisiones, agradezco a muchos de mis compañeros y profesores lo que de ellos aprendí y recibí.

Agradezco enormemente al Dr. Francisco J. Sánchez-Sesma además del gran tiempo y paciencia dedicados en la creación, desarrollo y revisión de este trabajo, el ánimo y las ganas que transmite al trabajar.

Agradezco también a mi amigo, compañero y maestro Mario Urdaz por todo lo que en este trabajo hay gracias a él y por todo lo que con paciencia y dedicación me ha enseñado.

Por último mencionar que la realización de este trabajo no hubiera sido posible sin la colaboración de los que laboramos en los Centros de Investigación Sísmica A.C. y al Centro de Instrumentación y Registro Sísmico A.C., ambos de la Fundación Javier Barros Sierra. Este trabajo formó parte del proyecto *Riesgo Sísmico del Valle de México* patrocinado por CONACyT y el Departamento del Distrito Federal.

## REFERENCIAS

- Arias, A., 1969, "A measure of earthquake intensity", in *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, Robert Hansen, editor, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Massachusetts.
- Moore, D.M., 1983, "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 73, No 6, pp 1865-1894.
- Moore, D.M. y Joyner, W.B., 1984, "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 74, No 5, pp 2035-2039.
- Cartwright, D.E. y Longuet-Higgins, M.S., 1956, "The statistical distribution of the maxima of a random function", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 42, pp 212-232.
- Cooley, T.W. y Tukey, J.W., 1965, "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series", *Mathematics of Computation*, Vol 19, pp 297-306.
- Haskell, N.A., 1962, "Crustal reflection of plane P and SV waves", *J. Geophys Res*, 67, 4751-4767.
- Muria, D., Espinosa, J.M. y González, R., 1988, "Efecto de distintos sismos en dos edificios en suelos característicos", *Memorias del VII Congreso de Ingeniería Estructural*, Puebla, Pue.
- Newmark, N.M., 1959, "A method of computation for structural dynamics", *Proc. ASCE*, 85 (EM3), pp 67-94.
- Newmark, N.M. y Rosenblueth, E., 1971, *Fundamentos de Ingeniería Sísmica*, Editorial Diana SA, México DF, pp 19-20.
- Ordaz, M. y Reinoso, E., 1987, "Uso de la teoría de vibraciones

aleatorias para la determinación de espectros de diseño del Reglamento para las Construcciones del D.F., *Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, Qro, pp A155-A167.

Ordaz, M., Singh, SK., Reinoso, E., Lerma, J., Espinosa, JM. y Dominguez, T., 1988, "Estimation of response spectra in the lake bed zone of the valley of México during the Michoacán Earthquake of September 19, 1985", enviado para su posible publicación en *Earthquake Spectra*.

Paz, M., 1980, "Structural dynamics, theory and computation", Ed. Van Nostrand Reinhold.

Pérez-Rocha, E., Sánchez-Sesma, FJ. y Bravo, M., 1987, "Influencia de las condiciones locales en la duración de los temblores y su importancia en ingeniería sísmica", *Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, Qro, pp A50-A60.

Papoulis, A., 1985, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill International Book Company, 2a edición.

Rosenblueth, E., 1976, "Optimum design for infrequent disturbances", *Journal Structural Division ASCE*, Vol 102, pp 1807-1825.

Rosenblueth, E., Singh, SK., Ordaz, M. y Sánchez-Sesma, FJ., 1987, "Espectros de diseño para el Distrito Federal", *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, Qro.

Chávez, FJ, Sánchez-Sesma, FJ, 1986, "SPECTRA-86, Un programa de computadora para el cálculo de espectros de respuesta en formaciones estratificadas", *Fundación Javier Barros Sierra, AC*.

Vanmarcke, E.H., 1976, "Structural response to earthquakes", *Seismic risk and engineering decisions*, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, editores, Elsevier Publishing Co., Amsterdam, pp 287-337.

Veletsos, A. y Ventura, C., 1985, "Dynamic analysis of structures by the DFT method", *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 111, no. 12, pp 2625-2642.

Yfantis, E. y Borgman, L., 1979. "Fast Fourier transforms 2-3-5", *Computers and Geosciences*, Vol. 7, pp 99-108.

Wiegel, RL., 1970, "Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.

**TABLA I** Acelerogramas procesados

No.	Estación(s)	Zona RFEFV	Fecha aammdd	Sentido	T <sub>s</sub> (s)	Amax(2) (gal)
1	T03	I	870312	NS	3.97	3.4
2				EW	3.36	3.5
3	T03(b)	I	870312	NS	31.91	1.3
4				EW	27.58	2.5
5	T02	II	870607	NS	31.99	3.7
6				EW	29.09	3.6
7	T05	II	870607	NS	19.48	2.0
8				EW	21.53	3.8
9	SCT	III	850919	NS	70.84	168.0
10				EW	36.84	108.8
11	TAC	I	850919	NS	44.61	34.6
12				EW	39.48	33.4
13	T03	I	870607	NS	20.53	1.1
14				EW	19.55	1.8
15	T11	III	870715	NS	32.68	2.7
16				EW	34.82	2.4
17	T03	I	870715	NS	25.29	1.8
18				EW	23.64	2.1
19	T11	III	870607	NS	21.89	1.4
20				EW	17.52	4.3
21	T05	II	870715	NS	34.16	3.0
22				EW	33.34	4.1
23	T06	(a)	870715	NS	20.17	2.8
24				EW	18.02	3.7
25	T07	(a)	870715	NS	37.22	3.0
26				EW	34.93	3.2
27	T08	(a)	870715	NS	21.72	1.9
28				EW	21.95	2.1
29	T09	I	870715	NS	13.77	4.0
30				EW	11.70	3.2
31	T10	(a)	870715	NS	24.70	3.7
32				EW	23.67	2.5
33	CDAO	III	850919	NS	102.66	65.9
34				EW	104.82	68.8
35	CDAF	III	850919	NS	48.54	80.4
36				EW	43.04	77.8
37	CUMV	I	850919	NS	41.46	37.0
38				EW	42.92	38.4
39	CU01	I	850919	NS	37.20	28.1
40				EW	43.18	34.2
41	SXVI	III	850919	NS	(4)	36.4
42				EW	(4)	42.5
43	CUIP	I	850919	NS	(4)	31.2
44				EW	(4)	31.9

(1) Abreviaturas y localización de las estaciones:

CUMV, CU01 y CUIP: Ciudad Universitaria.

SXVI: Viveros de Coyoacán.

T02: Col. Narvarte.

T05: Col. Portales.

T09: Edo. de México.

T11: Col. Roma.

T03 y T03(b): Fundación Javier Barros Sierra, Col. Héroes de Padierna.

SCT: Secretaría de Comunicaciones y Transportes, centro SCUP.

TAC: Servicio Sismológico Nacional, Tacubaya DF.

CDAO: Central de Abastos, oficinas; CDAF: frigorífico.

(2) Se refiere a la aceleración máxima del terreno.

(3) Acelerogramas obtenidos en estructuras.

(4) No se calculó.

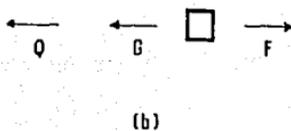
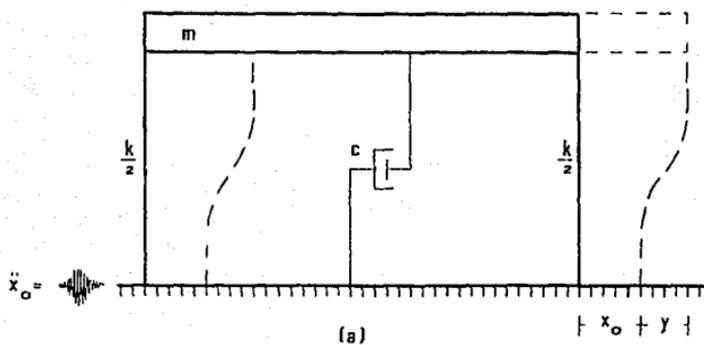
TABLA 2 Errores entre los espectros exactos y los calculados con T.V.A.

No.	Estación	Fecha	E X A C T O		T. V. A.		E R R O R		
			Tra	Algal	Tra	Algal	Tra	Algal	
1	T03	870312	NS	0.07	13.1	0.064	9.8	-8.6	-25.1
2			EV	0.025	12.3	0.106	11.2	11.6	-9.0
3	T03(2)	870312	NS	0.30	4.9	0.30	4.4	0	-9.4
4			EV	0.52	8.6	0.32	8.7	0	1.6
5	T02	870607	NS	1.30	12.6	1.40	14.7	7.7	17.0
6			EV	1.325	15.4	1.35	16.1	1.9	5.2
7	T05	870607	NS	0.55	6.1	0.55	7.1	0	16.5
8			EV	1.34	12.6	1.35	15.7	0	24.6
9	SCT	850919	NS	2.10	601.2	2.03	711.9	-3.6	18.4
10			EV	2.00	972.3	2.03	1209.6	1.3	24.4
11	TAC	850919	NS	0.825	113.3	0.825	102.8	0	-9.3
12			EV	0.87	85.9	0.875	90.9	0.6	5.9
13	T03	870607	NS	0.30	4.3	0.275	4.5	-8.3	3.9
14			EV	0.40	7.1	0.4	7.0	0	-1.7
15	T11	870715	NS	1.025	10.1	1.025	11.7	0	14.9
16			EV	0.625	7.4	0.55	6.9	-12.0	-6.5
17	T03	870715	NS	0.30	2.0	0.3	1.7	0	-13.4
18			EV	0.375	5.5	0.4	5.5	6.7	1.2
19	T11	870607	NS	0.40	2.7	0.4	3.1	0	17.7
20			EV	1.20	12.6	1.2	13.8	0	9.8
21	T05	870715	NS	1.5	13.8	1.5	17.2	0	24.6
22			EV	1.4	12.4	1.5	15.7	7.1	26.6
23	T06	870715	NS	1.075	20.0	0.975	24.0	-9.3	20.0
24			EV	0.925	13.9	0.95	15.2	2.7	30.9
25	T07	870715	NS	0.95	12.5	0.95	17.8	0	18.4
26			EV	0.975	11.7	0.975	17.5	0	49.6
27	T08	870715	NS	0.625	4.8	0.65	4.5	4.0	-5.5
28			EV	0.625	4.7	0.625	5.1	0	7.0
29	T09	870715	NS	0.825	8.4	0.8	8.8	-3.0	4.5
30			EV	0.85	8.5	0.875	8.7	3.9	2.4
31	T10	870715	NS	0.475	12.2	0.475	14.7	0	20.5
32			EV	0.575	10.6	0.575	10.6	0	0
33	CDAO	850919	NS	3.9	339.0	3.9	424.0	0	25.1
34			EV	3.5	427.5	3.6	551.0	2.9	29.0
35	CDAF	850919	NS	2.9	432.0	3.0	465.1	3.5	7.6
36			EV	1.9	323.1	2.1	360.3	10.5	11.5
37	CUMV	850919	NS	0.95	120.0	0.925	99.0	-2.6	-17.5
38			EV	2.0	108.0	2.0	142.1	0	31.5
39	CU01	850919	NS	0.925	137.6	0.925	111.8	0	-18.9
40			EV	1.7	106.1	1.7	98.4	0	-7.6
41	SXVI	850919	NS	0.78	158.0	0.53	175.3	-32.1	10.8
42			EV	0.58	164.0	0.58	163.2	0	-0.6
43	CUIP	850919	NS	0.93	130.3	0.93	103.2	0	-20.8
44			EV	1.7	117.2	1.7	103.5	0	-8.6

TABLA 3. Pseudoceleraciones espectrales máximas en sitios de zona de lago para diferentes rangos de periodo. Terriconto de Michoacán 1965. (Tomado de Ordaz, et al, 1968)

Estación	$(S_a)_{max}$ , gal				
	$1.0 \pm 0.25$ seg	$1.5 \pm 0.25$ seg	$2.0 \pm 0.25$ seg	$2.5 \pm 0.25$ seg	$3.0 \pm 0.25$ seg
CDAO <sup>2</sup>	177.6	256.5	367.2	344.0	432.0
TLHD <sup>2</sup>	276.9	508.6	588.4	311.0	347.2
TLHD <sup>2</sup>	292.5	364.7	443.5	356.8	138.9
SCT1 <sup>2</sup>	343.0	538.0	972.0	746.0	561.0
TXSO <sup>2</sup>	280.4	503.1	418.9	224.4	197.1
DFRO	915.9	1456.3	630.5	210.4	168.3
D04	414.7	779.7	1116.1	1125.1	537.1
D06	336.1	375.1	596.8	1187.2	1082.5
D08	555.6	680.6	984.4	816.4	517.1
D10	607.9	431.3	892.2	1166.0	1136.7
D12	706.3	1277.6	584.1	514.6	694.6
D22	477.1	1012.0	440.3	320.8	190.2
D32	233.4	434.1	162.3	209.7	212.7
D38	431.7	1132.6	1471.6	678.8	287.9
D44	427.5	772.7	371.7	244.1	173.3
D48	252.3	431.8	761.8	847.2	573.6
D54	872.1	867.4	281.1	271.4	231.3
D56	514.8	657.7	1519.3	1813.4	835.8
D58	411.7	674.8	1268.0	1409.0	613.3
D62	148.1	260.4	466.3	422.6	207.7
D68	412.7	399.5	603.3	1347.8	1832.2
D84	930.0	2042.2	594.0	337.1	222.9
T01	763.4	1234.7	301.9	185.3	127.0
T02	576.6	858.1	325.1	204.3	138.6
T05	434.6	688.2	432.9	204.4	142.5
T09	443.0	534.0	776.4	968.7	1011.7
T11	292.4	619.7	727.7	510.6	283.4

<sup>2</sup> Para estos sitios los valores son observados. Para todos los demás éstos han sido estimados.



**FIG. 1.1** Oscilador Elemental.  
 (a) Representación gráfica.  
 (b) Diagrama de cuerpo libre

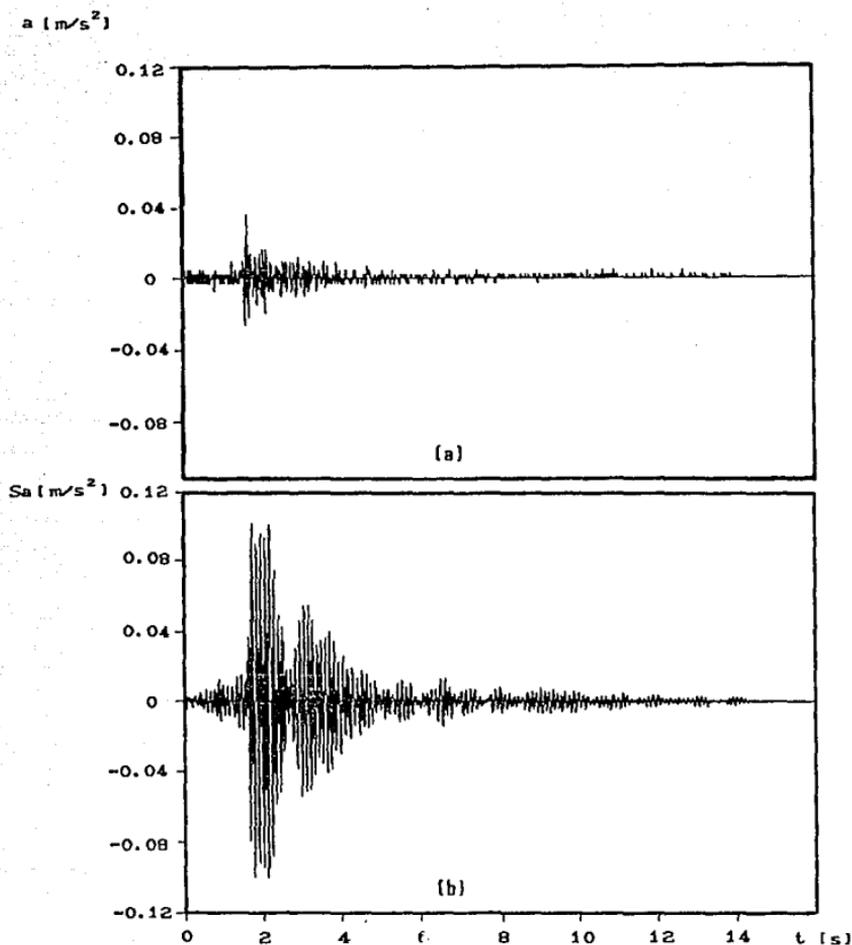


FIG. 1.2 (a) Aceleración en la base de oscilador. Señal FJBS N-9, 12-III-87.  
 (b) Respuesta de un oscilador con  $T=0.1$  seg y amortiguamiento igual al 5% del crítico.

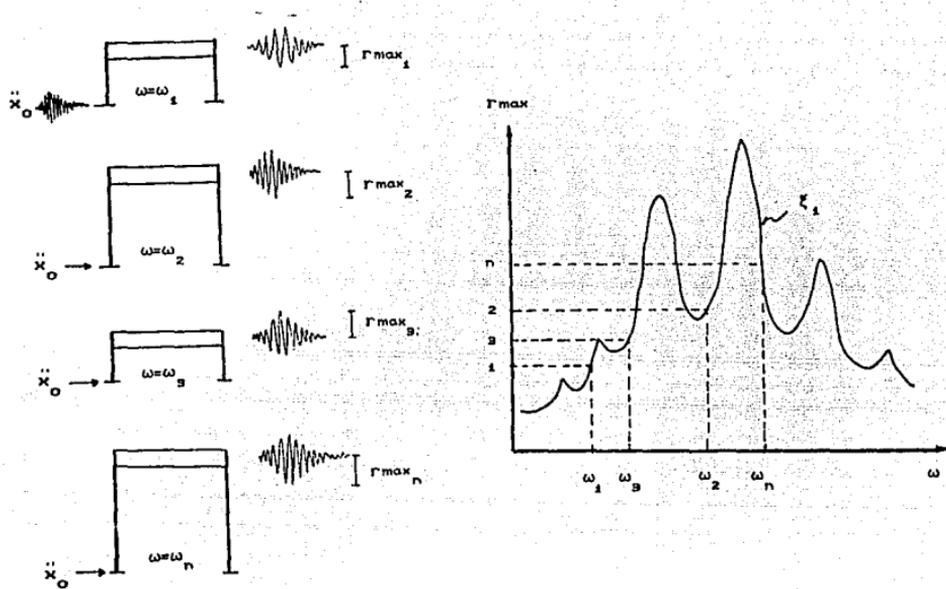
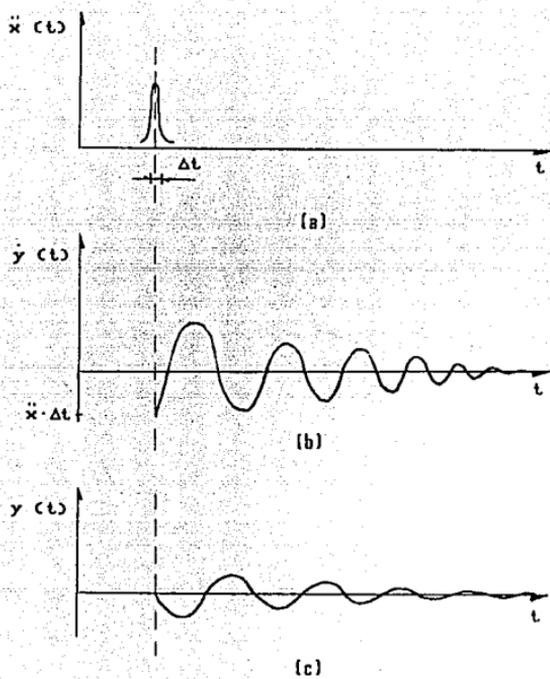


FIG. 1.3 Obtención esquemática de un espectro de respuesta para  $\zeta = \zeta_1$ , para un  $\ddot{x}_0$  dado.



**FIG. 1.4** (a) Impulso de aceleración en el terreno.  
 (b) Velocidad relativa del oscilador.  
 (c) Desplazamiento relativo del oscilador.

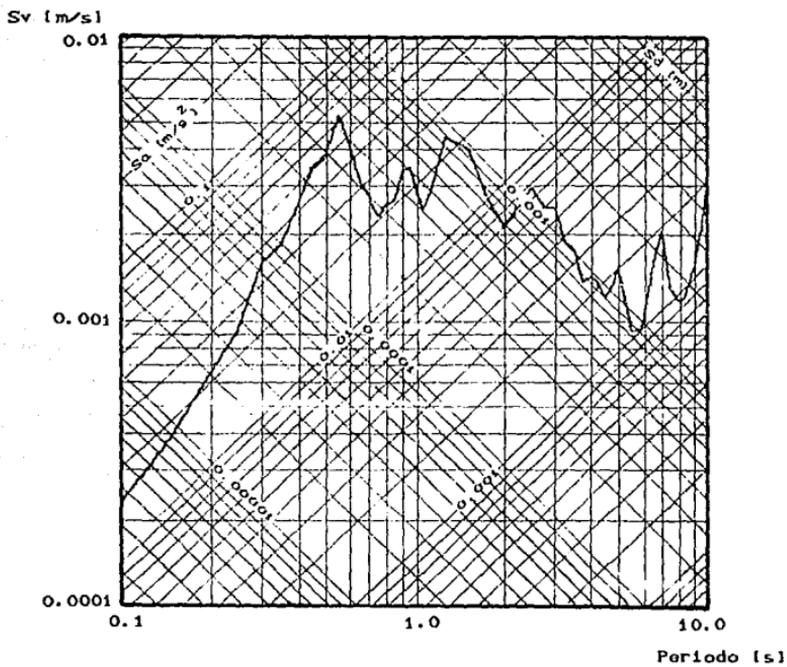
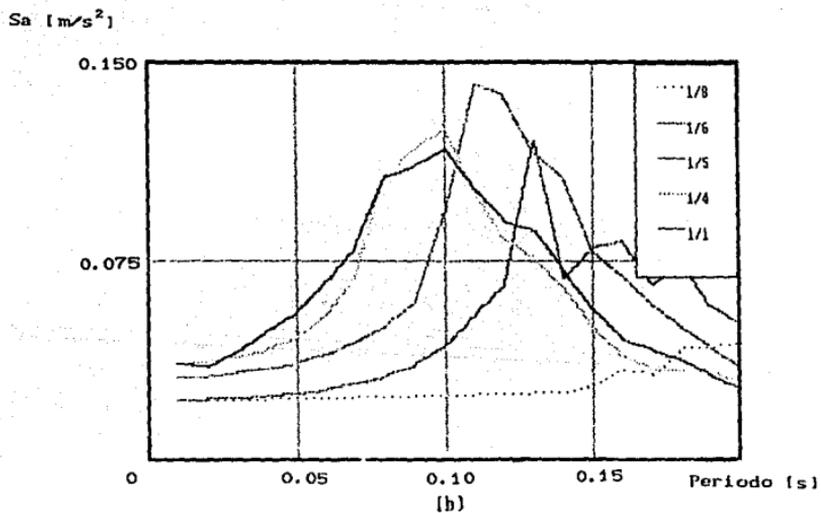
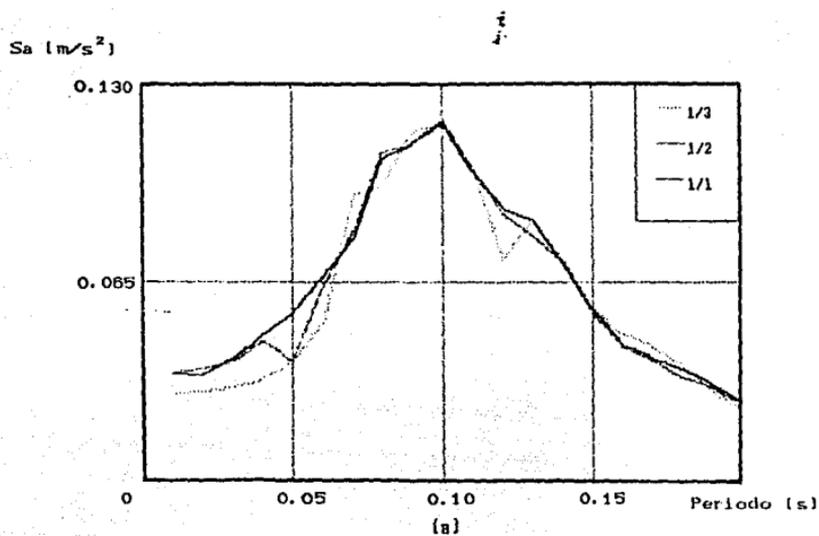
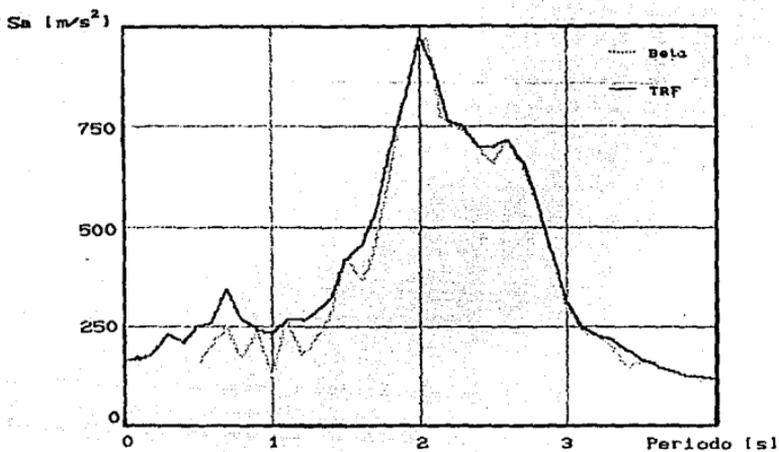


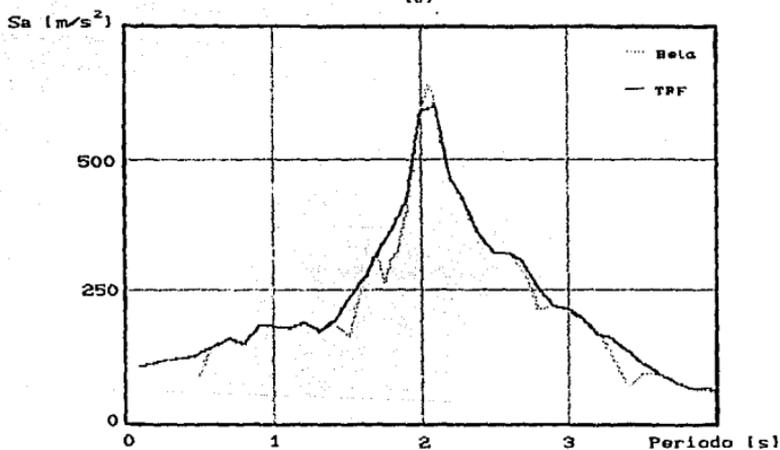
FIG. 1.5 Gráficas Tetralogarítmicas. Señal T05 N-9, 15-VI-87.



**FIG. 1.6** Espectros de respuesta obtenidos muestreando la señal.  
 Acelerograma: FJ88, N-8, 12-III-87.  
 (a) Muestreo recomendable.  
 (b) Muestreo no recomendable.



(a)



(b)

**FIG. 1.7** Comparación de espectros de respuesta obtenidos en forma exacta con dos métodos distintos.

(a) Señal: SGT E-W, 19-IX-85

(b) Señal: SGT N-S, 19-IX-85

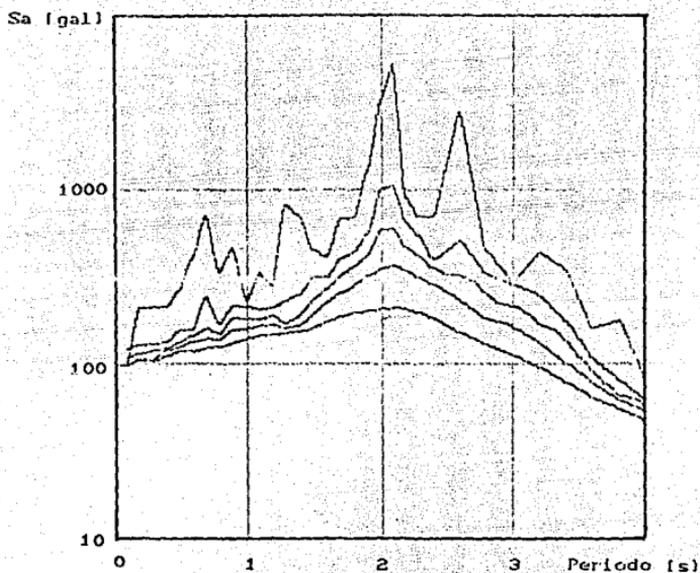
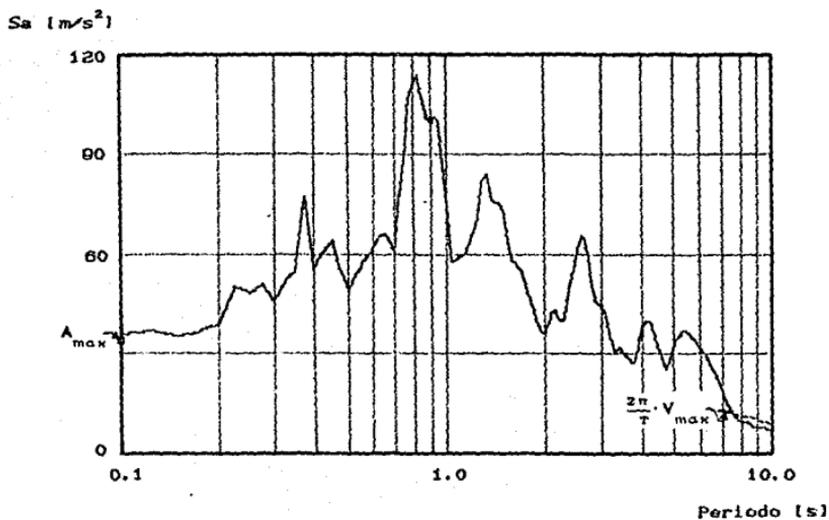
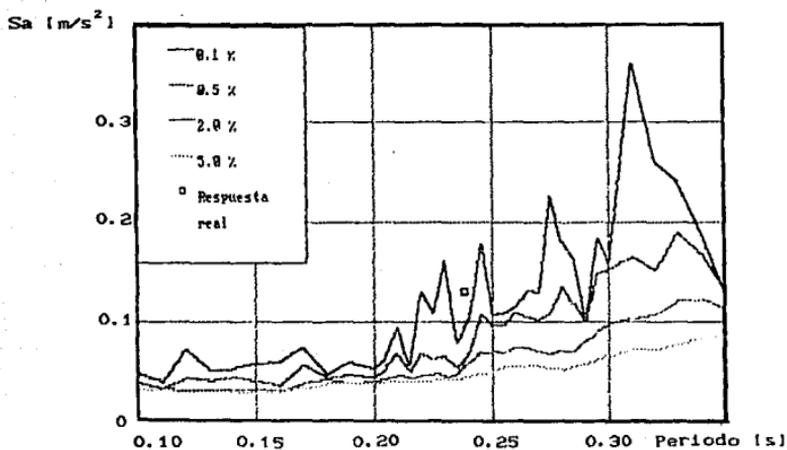
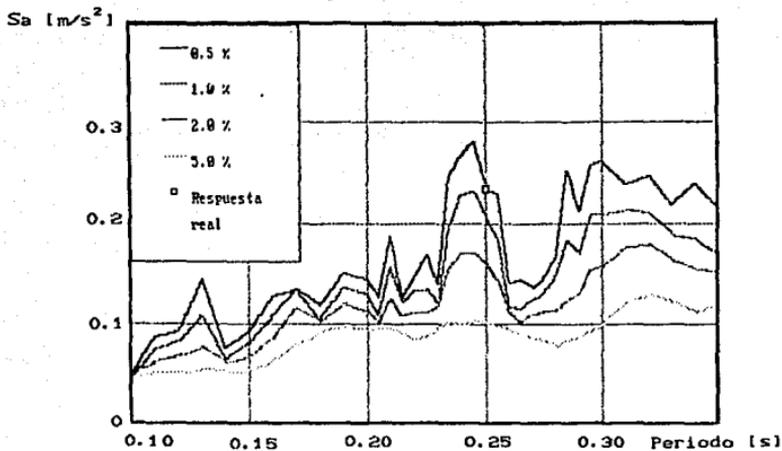


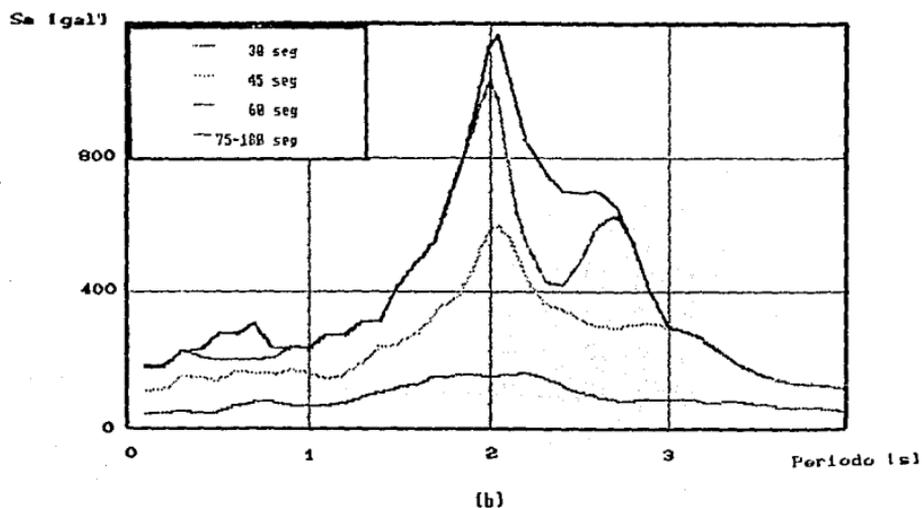
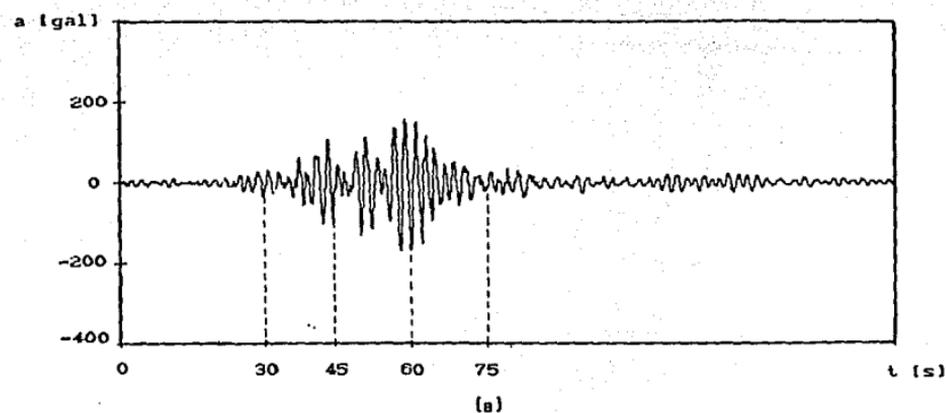
FIG. 1.8 Variación de los espectros de respuesta según el amortiguamiento, para  $\zeta = 0.1, 2, 5, 10$  y  $20\%$ . Señal SGT E-W, 19-IX-85.



**FIG. 1.9** Tendencias de un espectro de respuesta: hacia  $A_{max}$  en periodos cortos y hacia  $\frac{2\pi}{T} \cdot V_{max}$  en periodos largos.  
Señal TAC N-3, 19-IX-85.



**FIG. 1.10** Comparación entre la respuesta medida de un edificio y los espectros de respuesta calculados. Señal FJBS B-II-88.  
 (a) Dirección E-W, periodo dominante:  $T=0.25$  seg.  
 (b) Dirección N-S, periodo dominante:  $T=0.233$  seg.



**FIG. 1.11** Evolución y saturación de un espectro de respuesta.

(a) Acelerograma SCT E-W, 19-IX-85.

(b) Espectros de respuesta para SCT N-S 19-IX-85 calculados con distintas duraciones a partir del inicio de la señal.

(Gráfica basada en Perez-Rocha, et al, 1987)

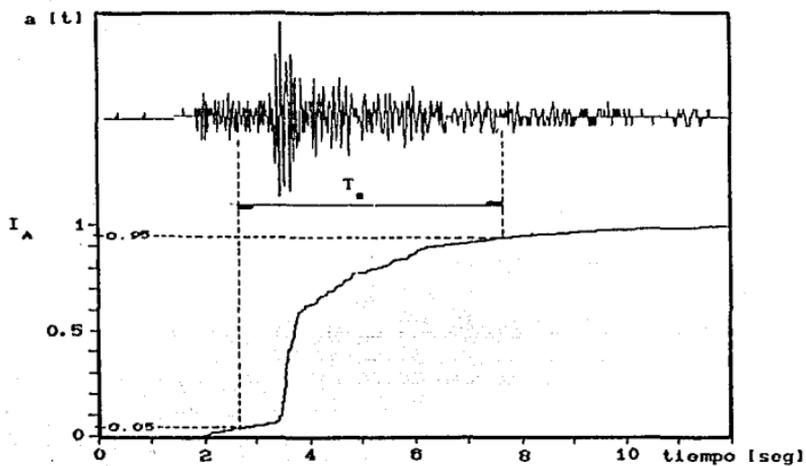


FIG. 2.1 Cálculo de  $T_s$

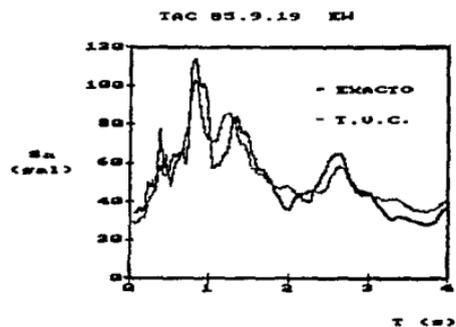
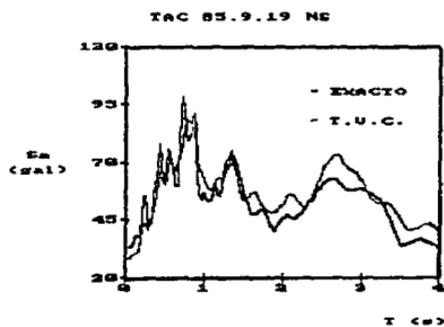
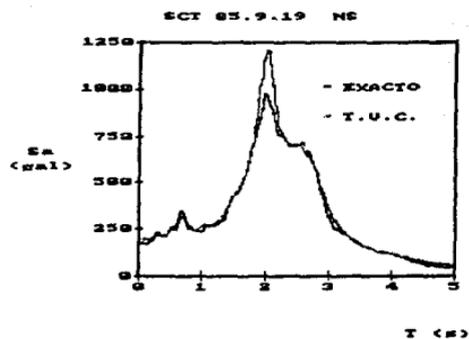
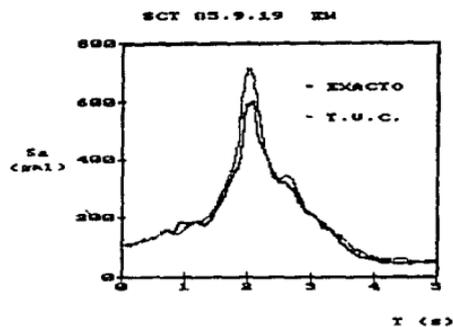


FIG. 3.1 Comparación entre espectros de respuesta exactos y t.u.c.

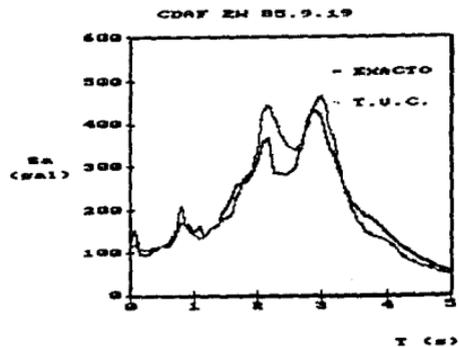
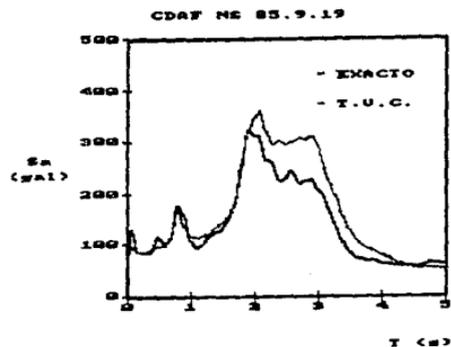
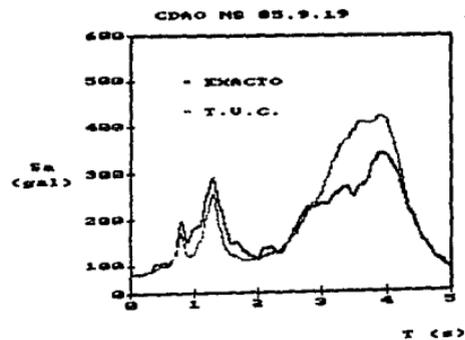
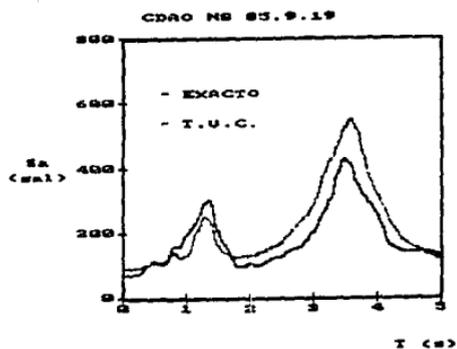


FIG. 3.2 Comparación entre espectros de respuesta exactos y l.v.c.

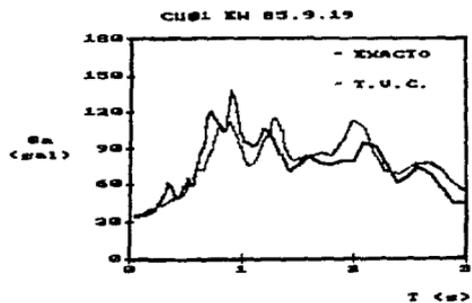
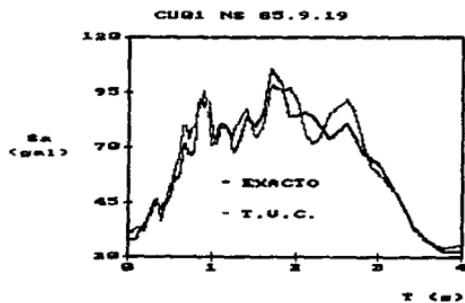
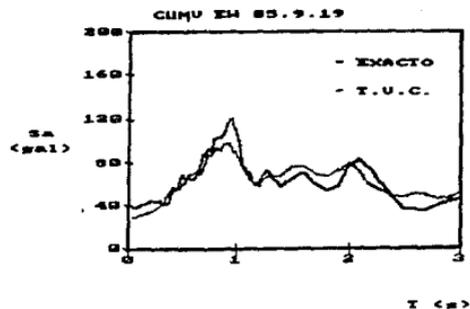
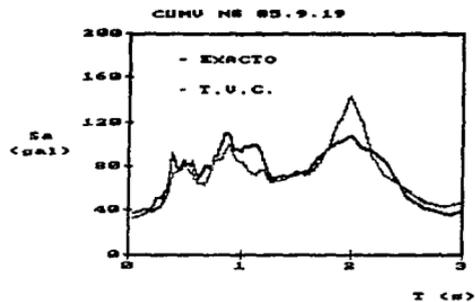


FIG. 3.3 Comparación entre espectros de respuesta exactos y T.U.C.

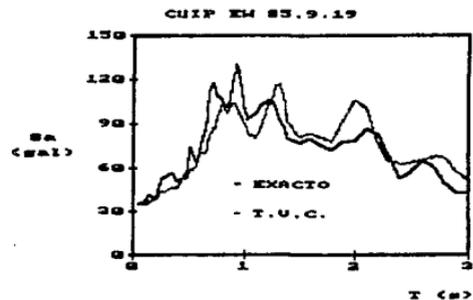
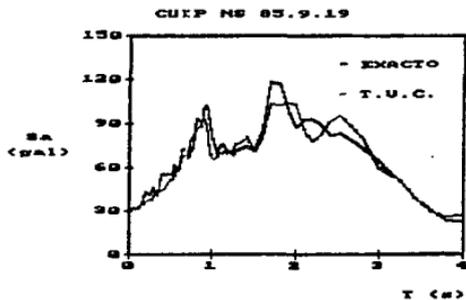
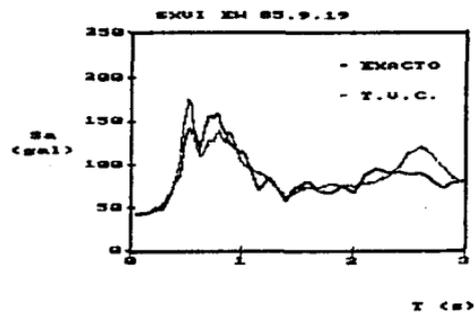
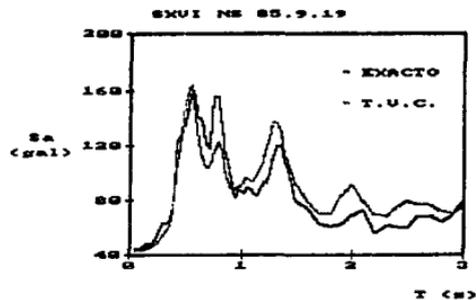


FIG. 3.4 Comparación entre espectros de respuesta exactos y t.v.c.

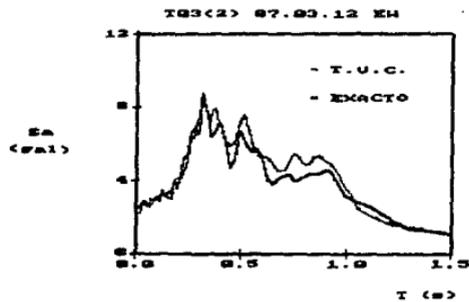
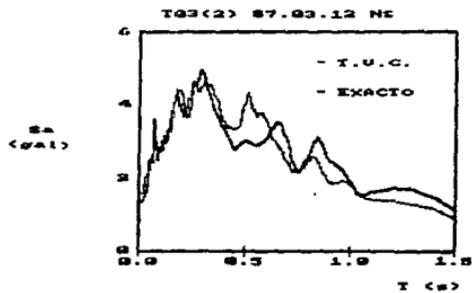
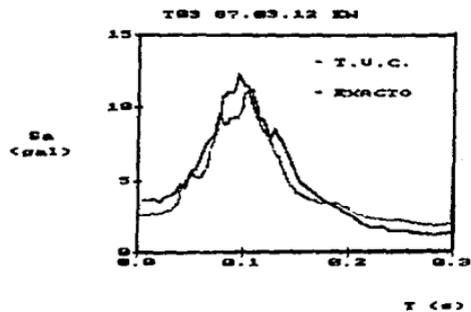
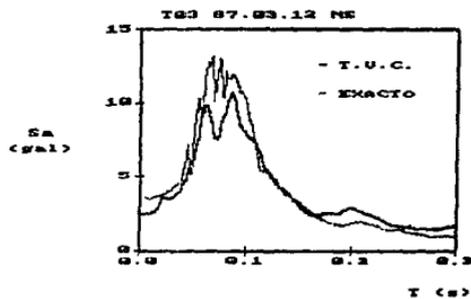


FIG. 3.5 Comparación entre espectros de respuesta exactos y t.v.c.

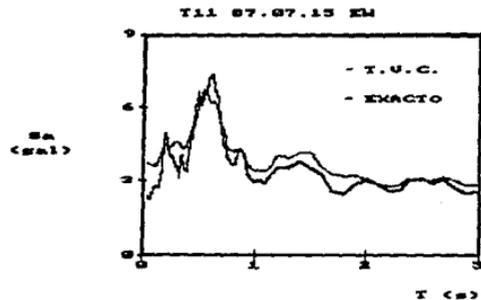
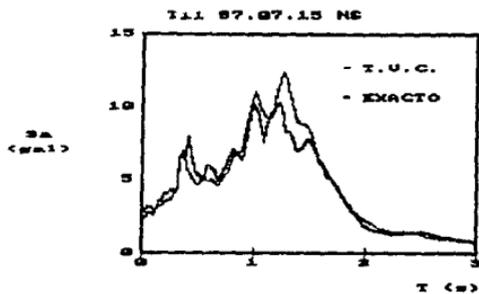
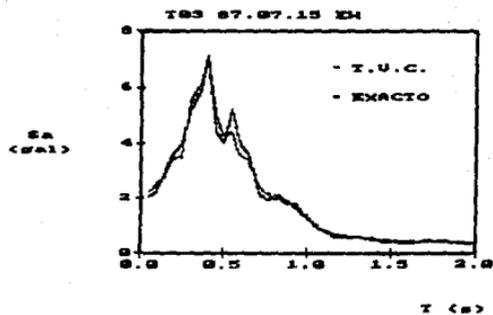
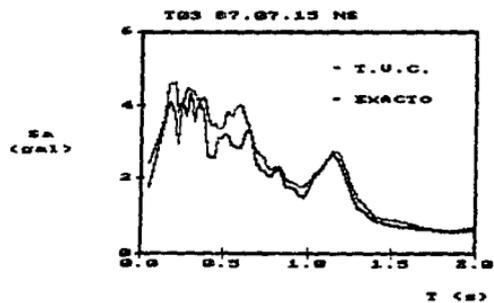


FIG. 3.6 Comparación entre espectros de respuesta exactos y l.v.c.

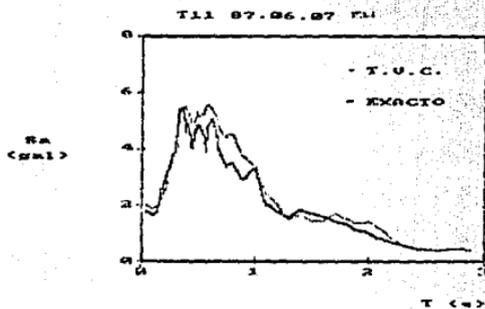
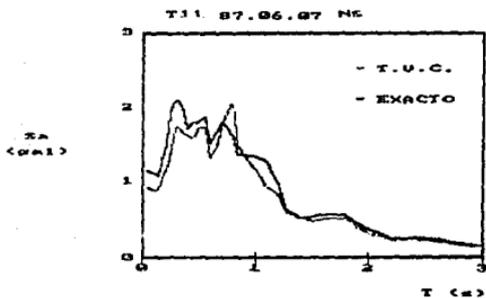
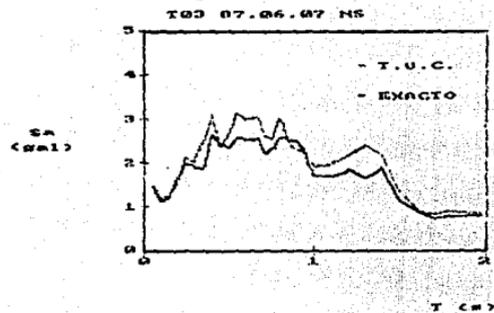
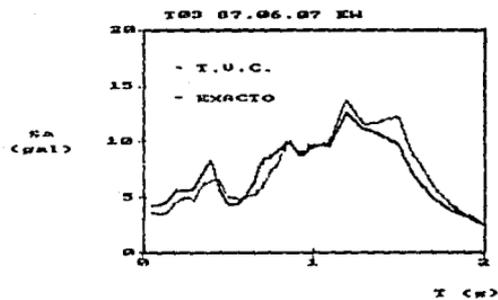


FIG. 3.7 Comparación entre espectros de respuesta exactos y l.v.c.

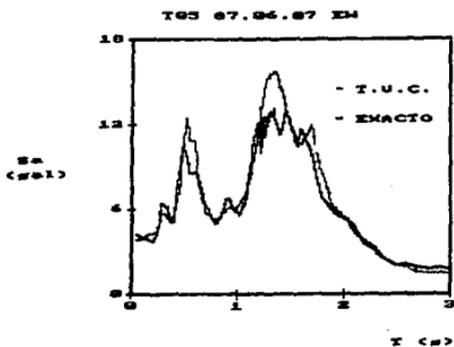
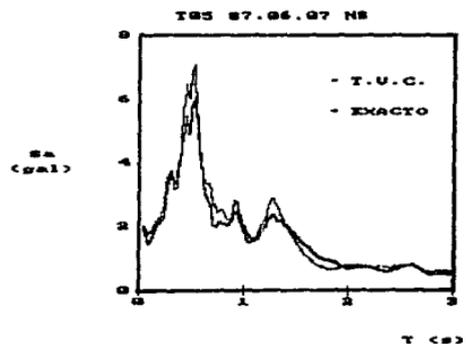
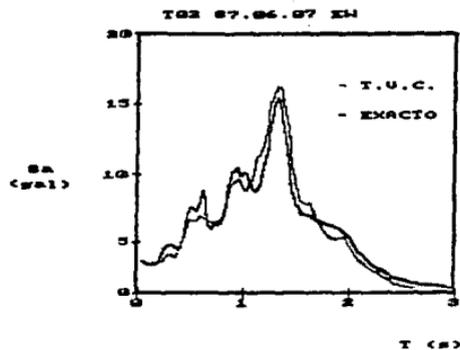
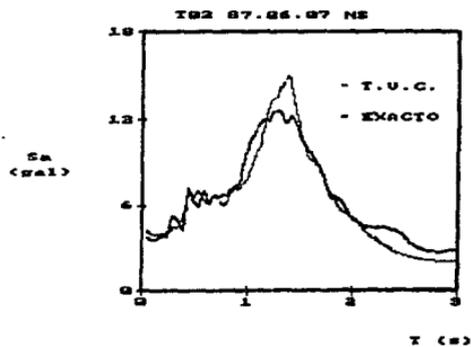


FIG. 3.8 Comparación entre espectros de respuesta exactos y t.u.c.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

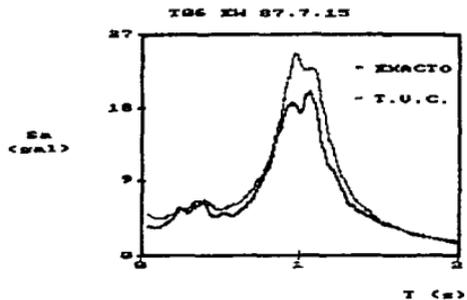
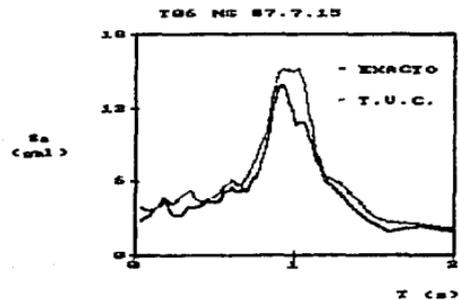
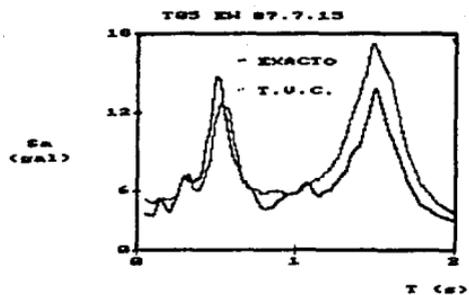
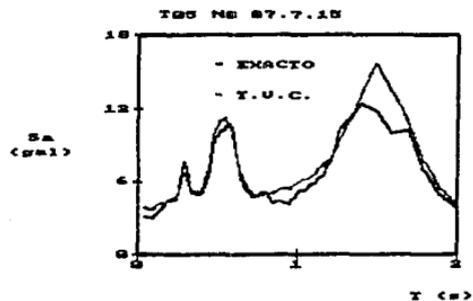


FIG. 3.9 Comparación entre espectros de respuesta exactos y t.v.c.

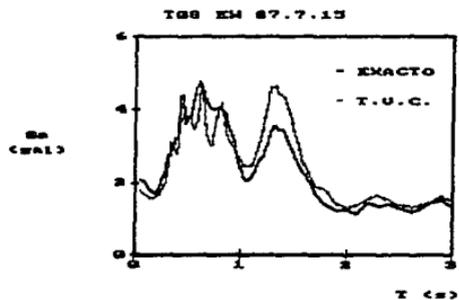
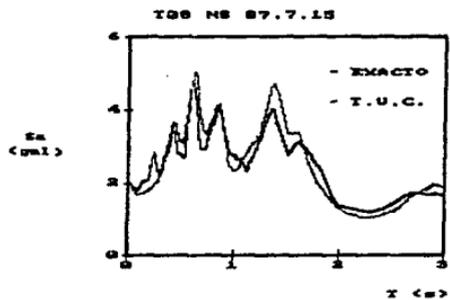
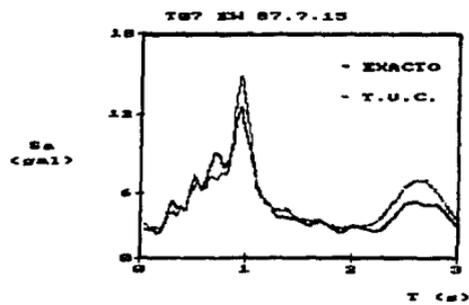
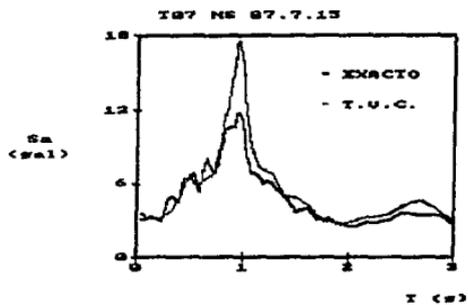


FIG. 3.10 Comparación entre espectros de respuesta exactos y f.v.c.

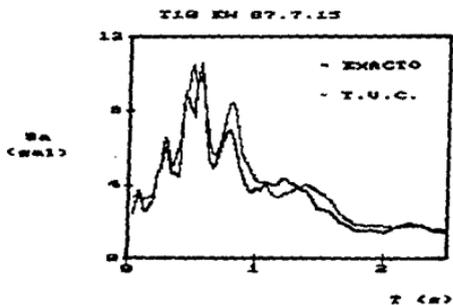
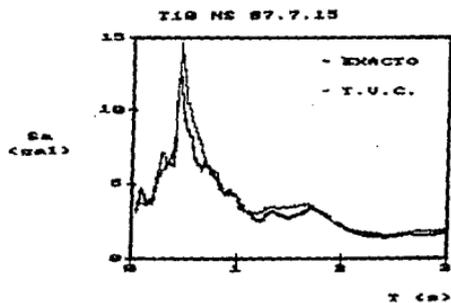
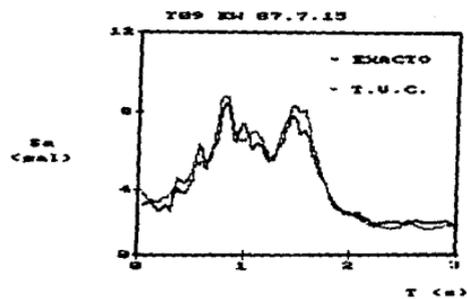
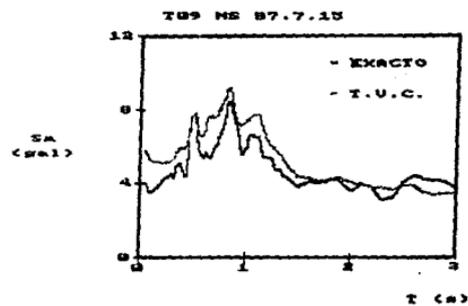
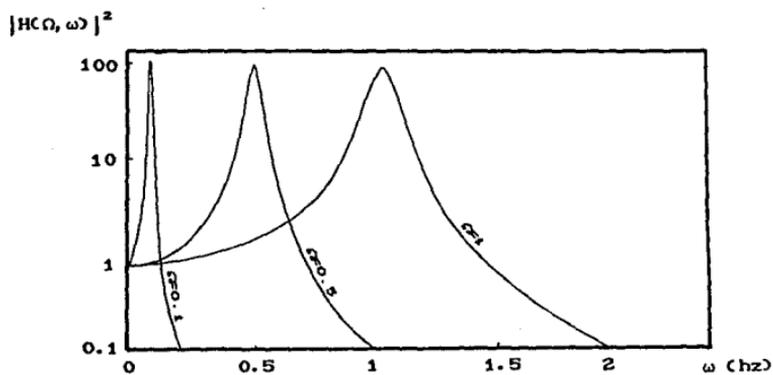
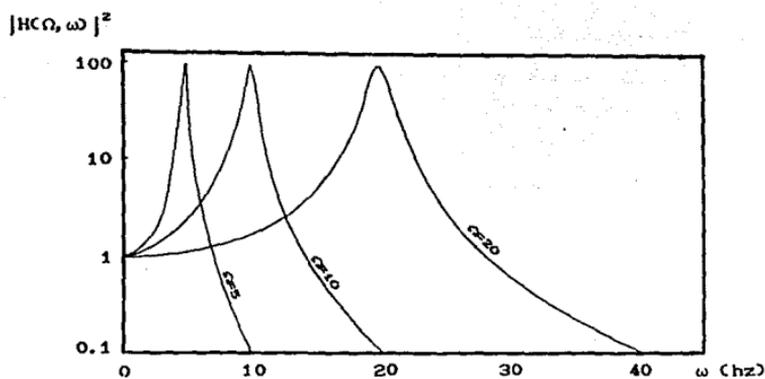


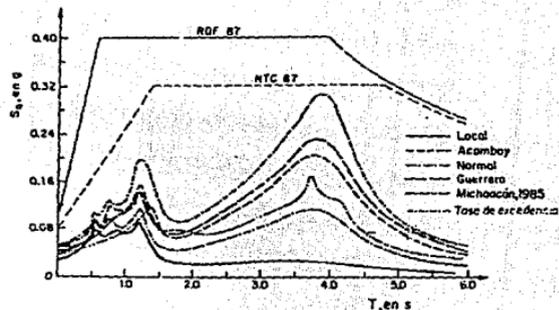
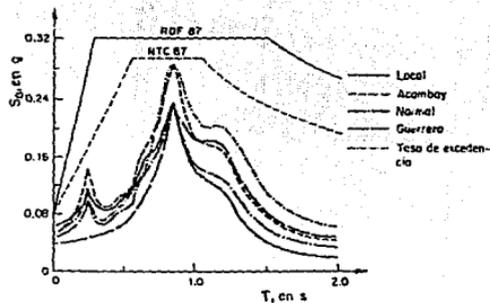
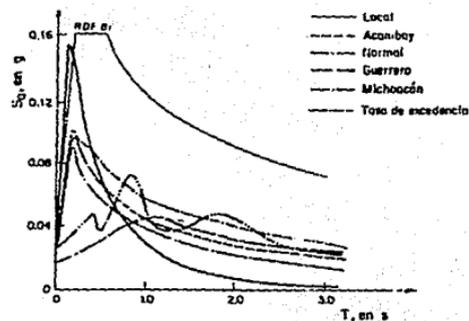
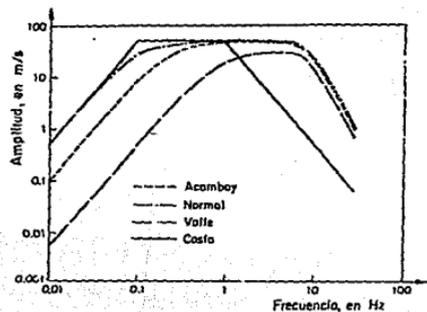
FIG. 3.11 Comparación entre espectros de respuesta exactos y t.v.c.



**FIG. 3.12** Funciones de transferencia para  $\zeta=0.05$ .

(a) Para  $\Omega$  igual a 5, 10 y 20 Hz.

(b) Para  $\Omega$  igual a 0.1, 0.5 y 1.0 Hz.



**FIG. 3.13** Aplicación del método en el riesgo sísmico (tomado de Rosenblueth, et al, 1987).

(a) Espectros de Fourier calculados.

(b) Espectros de respuesta y diseño en terreno firme.

(c) Espectros de respuesta y diseño en zona II ( $T=0.87s$ ).

(d) Espectros de respuesta y diseño en zona III ( $T=3.97s$ ).

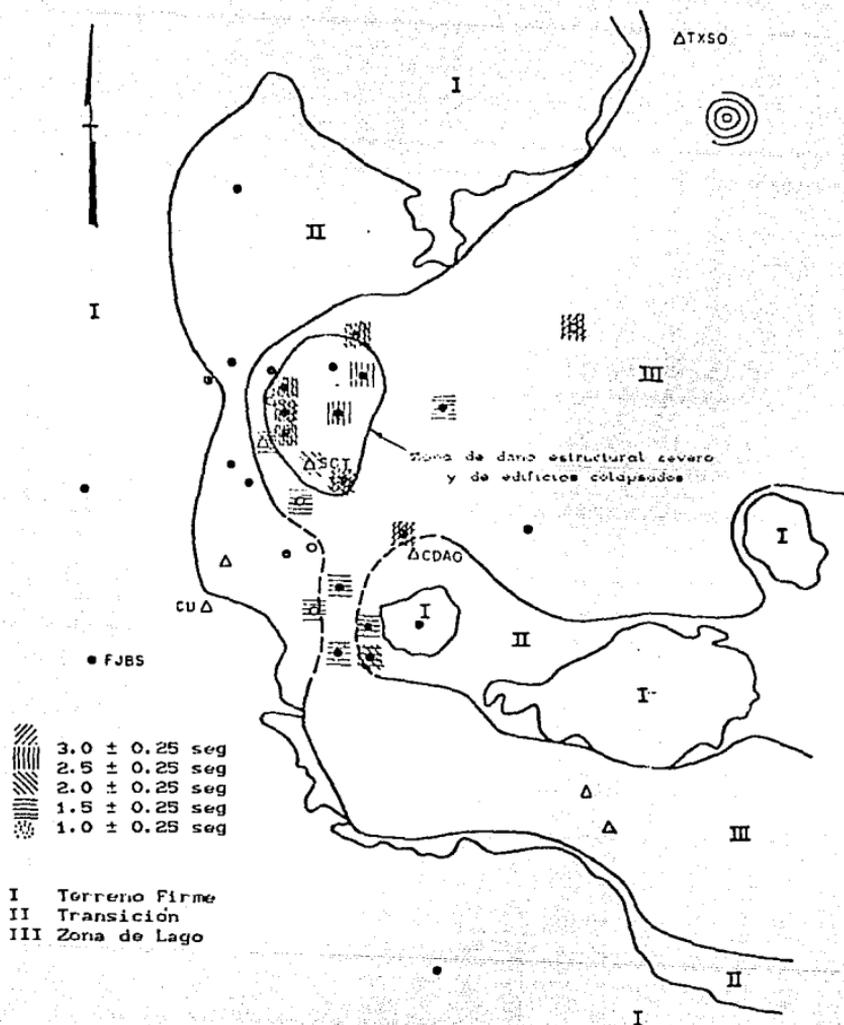
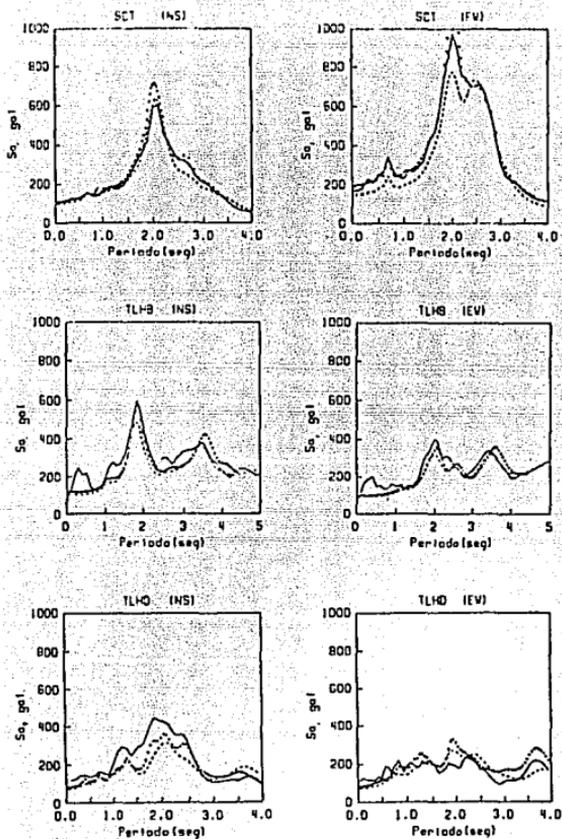
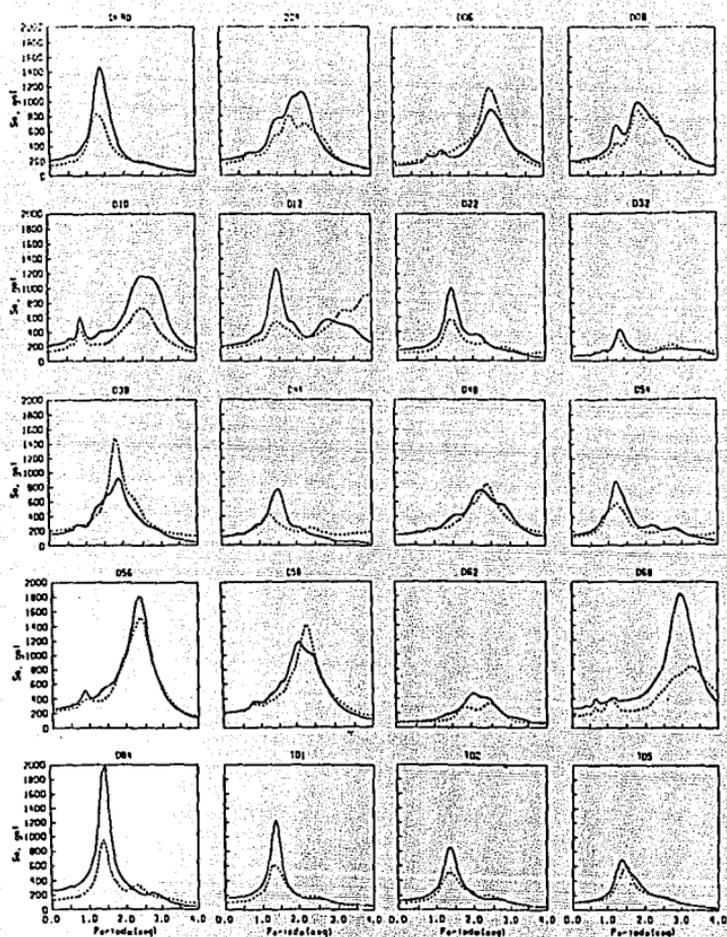


FIG. 3.14 Sitios con aceleraciones espectrales mayores a 800 gals para distintos rangos de periodo. (Tomado de Ordaz, et al, 1998)



— exactos con transformada rápida de Fourier  
 --- t. v. casuales en forma rigurosa  
 .... según Ordaz, et al, 1988

FIG. 3.15 Comparación entre espectros de respuesta calculados en los sitios en donde se registró la señal.  
 (Tomado de Ordaz, et al, 1988)



— componente LW  
 --- componente NS

FIG. 3.16 Espectros de respuesta estimados para 20 diferentes sitios. (Tomado de Ordaz, et al, 1988)

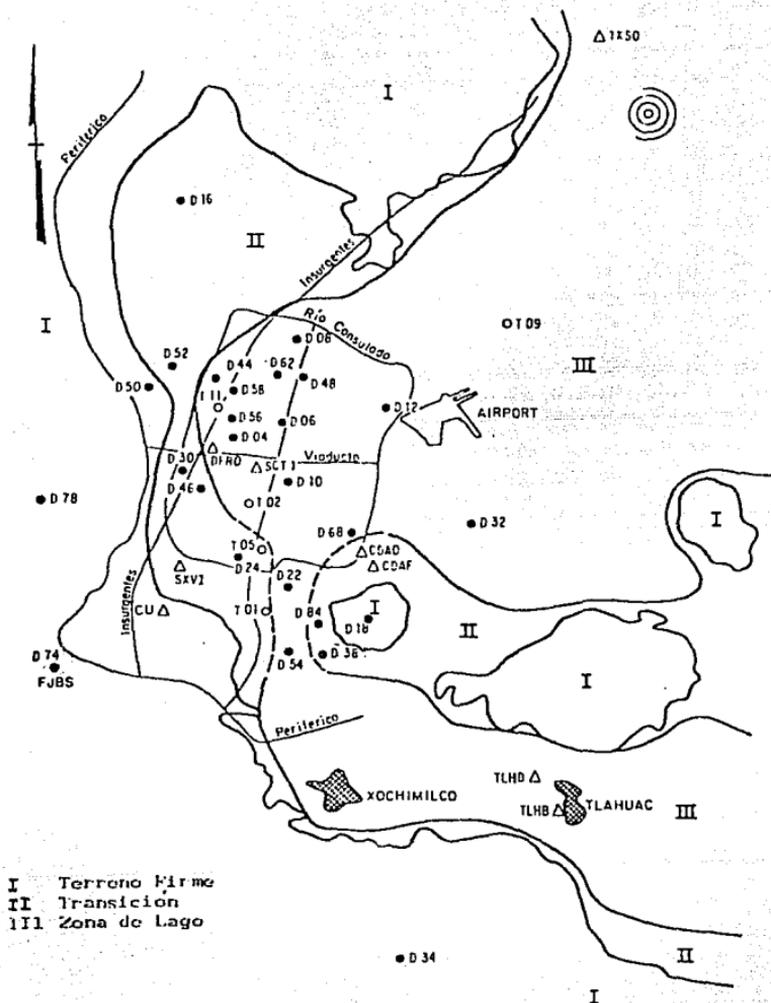


FIG. 3.17 Localización de los sitios estudiados dentro de la zona de lago del valle de México. (Tomado de Ordaz, et al, 1968)



Esta Tesis fue elaborada en su  
totalidad en los Talleres de -  
Impresos Noya, Rep. de Cuba -  
No. 99, Despacho 14.  
México 1, D.F.  
Sr. Roberto Noya Ahumada.