

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON

DISEÑO DE UN INTERFEROMETRO DE ROTACION DE FRENTE DE ONDA PARA ALTA RESOLUCION ESPACIAL EN ASTRONOMIA

T E S I S Que para obtener el titulo de: INGENIERO MECANICO Presenta: SILVIO JORGE TINOCO PUERTO

Mexico, D.F.

1987

13 Zey



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

INTRODUCCION

CAPITULO 1 TEORIA

- 1.1 La Naturaleza de la luz
- 1.2 Polarización de ondas electromagnéticas
- 1.3 Reflexión y transmisión de una onda
- 1.4 Materiales anisotrópicos
- 1.5 Laminas retardadoras
- 1.6.1 Tiempo de coherencia y coherencia espacialCondiciones generales para la posibilidad de interferenciade los trenes de onda
- 1.6.2 Franjas de interferencia de las ondas. Contraste de franjas en luz casimonocromática

CAPITULO 2. DETECTOR

2.1 El detector Mepsicron

CAPITULO 3. DESCRIPCION DEL SISTEMA

- 3.1 El interferómetro de Michelson
- 3.2 El interferómetro de rotación de frente de onda
- 3.3 Descripción de la óptica

CAPITULO 4. DISEÑO MECANICO

- 4.1 Descripción del sistema mecanico
- 4.2 Cálculos de diseño
- 4.3 Diseño de partes

CAPITULO 5. COSTOS

5.1 Calculos de costos

CONCLUSIONES

REFERENCIAS

INTRODUCCION

El funcionamiento de los telescopios astronómicos esta limitado por la turbulencia atmosférica o "seeing", la cual degrada la calidad de la imagen. Labeyrie¹ ha mostrado que la información de alta resolución angular, limitada en última instancia por la difracción del telescopio, puede ser recuperada usando la técnica llamada de Interferometria de "speckle" (ver Dainty², en trabajo de recopilación). Esta técnica consiste en calcular el momento de segundo orden, o equivalentemente, el prome dio del espectro de energía de una imagen perturbada aleatoriamente. Es necesario hacer promedios sobre muchas imágenes para reducir la varianza de la estimación debida a la turbulencia y al ruido de fotones. La técnica citada ha sido aplicada con éxito a fuentes astronómicas débiles, hasta de magnitud estelar 16. Esta tiene sin embargo 2 desventajas importantes: 1) El efecto de la atmósfera tiene que ser calibrado con una fuente de referencia puntual bajo las mismas condiciones de seeing. Las variaciones de las condiciones del seeing, las cuales ocurren frecuentemente, limitan la precisión de la reconstrucción; 2) solamente el módulo'de la transformada de Fourier es recobrado; la fase se pierde.

1

La interferometría de amplitud o del plano de la púpila por medio de interferómetros de desdoblamiento de frente de onda, ha sido sugerida como un substituto posible de la interferometría de speckle desde 1972 (Breckinridge, Kenknight³). En este caso no hay atenuación de la amplitud de la transformada de Fourier del objeto debida a la atmósfera. Los errores debidos a la calibración sobre una fuente de referencia son por lo tanto minimizados. Además, se puede promediar sobre un número menor de imágenes ya que la turbulencia no contribuye a la varianza de la estimación de la amplitud. Para objetos débiles ambos métodos estan limitados por el ruido de fotones y se ha demostrado que las razones señal a ruido son idénticas (Dainty y Grenaway⁴, Chelli y Mariotti⁵). Para objetos brillantes la interferometría de amplitud es superior (Goldman y Belsher⁶).

Currie ⁷ han medido diámetros estelares usando un interferómetro basado en un prisma de Koster. El plano de Fourier fue explorado secuencialmente usando un solo detector (fotomultiplicador) y sin modulación. Ribak ⁸ usa un interferometro de desplazamiento lateral y un conjunto de fotomultiplicadores con un modulador acústico. Roddier y Roddier ⁹ usan un interferómetro de rotación de frente de onda y un detector de imagen (película tri X con un intensificador de imágenes). Procesando solamente 71 imágenes han sido capaces de reconstruir la función de visibilidad de la estrella Alfa Orionis con una razón señal a ruido superior a la obtenida usando medidas de speckle promediando miles de imágenes. Una imágen de la envolvente de polvo de la estrella ha sido reconstruida (Roddier y Roddier ¹⁰). Este resultado demuestra claramente la superioridad de la interferometría en el plano de la pupila sobre la interferometría de speckle, para la determinación de la amplitud de la función visibilidad.

El objetivo principal de este trabajo es el diseño mecánico y óptico de un instrumento para la obtención de imágenes astronómicas de alta resolución espacial.

El instrumento tiene dos vias, en una se coloca un detector Mepsicrón (en el plano de la imágen). Y en la otra un interferometro de Roddier (rotación de frente de onda), el cual trabaja con la información proveniente de la pupila del telescopio.

El interferómetro superpone sobre un detector bidimencional la imagen de la pupila del telescopio con ella misma, rotada de un ángulo β . Se obtienen hologramas de luz incoherente de los cuales es posible, con el procesamiento adecuado, extraer la función de intensidad del objeto en estudio, con la resolución espacial teorítca del telescopio (0.05 segundos de arco para un telescopio de 2.0mts). Un detector colocado en el plano de la imágen permite la obtención de la información de fase del objeto.

El trabajo en cuestión se dividio en cuatro capítulos:

En el capitulo i se hace un esbozo historico de la teoría y naturaleza de la luz.

Asimismo se presenta un análisis teorico haciendo énfasis en la polarización de las ondas electromagnéticas. En este capítulo también se presenta la transmisión y reflexión de las ondas en dos superficies dieléctricas; igualmente se mencionan lo que son los materiales anisotrópicos y las placas retardadoras de fase.

En el capitulo 2 se explica el funcionamiento del detector Mepsicron.

En el capitulo 3 se describe el sistema, haciendo mencion del interferomemetro de Michelson. Se hace también un análisis del interferometro de rotación así como una descripción del mismo y de su sistema optico.

En el capitulo 4 se expone la parte mecanica del sistema (esquemas y dibujos) y se exhiben algunos de los calculos que permitieron realizar el diseño.

En el capitulo 5 se realiza una estimación del costo del instrumento.

1.0 TEORIA

1.1 NATURALEZA DE LA LUZ

Hacia la mitad del siglo XVII la teoría corpuscular de la luz, era conocida y apoyada en los circulos científicos. Esta considera a la luz como una corriente de corpúsculos, cuyas trayectorias son lineas rectas alejándose del emisor (sol, bujía, etc) Esos corpúsculos podían penetrar sustancias transparentes y reflejarse en las superficies.

Grimaldi en 1665 descubrió los fenómenos de difracción de la luz, Christian Huygens en 1678 principió a explicar la difracción y la reflexión en base a una teoría de índole ondulatorio.

Alrededor de 1827 Thomas Young y August Fresnel con experimentos del fenómeno de interferencia y Leon Focault con experimentos de medición de la velocidad de la luz en líquidos, pusieron en evidencia la inadaptabilidad de la teoría corpuscular para tratar esos fenómenos.

La teoría ondulatoria de la luz llegó a su madurez con James Clerk Maxwell en 1873, al mostrar que un circuito electrico oscilante emite ondas electromagnéticas cuya velocidad de propagación en el vacío es del orden de 3×10^8 m/seg y dentro de los limites de error fue experimentalmente comprobado 15 años mas tarde por Henrich Hertz. Mediante un circuito oscilante de pequeñas dimensiones, Hertz logró producir ondas electromagnéticas de comportamiento totalmente análogo al de las ondas luminosas.

Al principio de este siglo, un gran número de hechos experimentales no se habían podido explicar con la teoría electromagnética clásica. Entre ellos se encuentra el efecto fotoeléctrico, la radiación del cuerpo negro y el efecto Compton. Esta situación exigió que se desarrollara un nuevo formalismo liamado Mecánica Cuántica, que ha producido una profunda revolución en la Física. La Mecánica Cuántica en su estado actual es el resultado del trabajo de Louis de Broglie, Erwin Shroedinger, Werner Heisemberg, Paul Dirac, Max Born y otros, quienes la desarrollaron a fines de la época de los 20's La Mecánica Cuántica es esencial para comprender el comportamiento de los constituyentes fundamentales de la materia.

En este trabajo se usara principalmente conceptos de la teoría electromagnética clásica.

De las ecuaciones de Maxwell se pueden deducir las ecuaciones que descri-

ben las ondas luminosas:

$$\nabla^{z}E^{\bullet} = \mu\epsilon \frac{\partial^{z}E^{\bullet}}{\partial t^{z}} + \mu\sigma \frac{\partial E^{\bullet}}{\partial t}$$
$$\nabla^{z}H^{\bullet} = \mu\epsilon \frac{\partial^{z}H^{\bullet}}{\partial t^{z}} + \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t}$$

donde: $\sigma = conductividad del medio$ $\vec{E} = vector del campo eléctrico$ $\vec{H} = vector del campo magnético$

En la suposición de medios isotrópicos, homogéneos, dieléctricos y estacionarios, dichas ecuaciones se reducen a:

$$\nabla^{z}E^{\dagger} = \mu \epsilon \frac{\partial^{z}E^{\bullet}}{\partial t^{z}},$$
$$\nabla^{z}R^{\bullet} = \mu \epsilon \frac{\partial^{z}R^{\bullet}}{\partial t^{z}},$$

donde:

 $\epsilon = permitividad del medio$ $\mu = permeabilidad del medio$

ellas aceptan como soluciones, diversas funciones de la posición \vec{r} y del tiempo t. La solución más interesante es la llamada 'solución de ondas armónica plana que toma la forma:

$$\vec{E} = \vec{E} \delta \exp \left(j \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right)$$

$$\vec{H} = H_a \exp \left(j \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right)$$

en éstas \vec{E}_0 y \vec{H}_0 son las amplitudes de las vibraciones del campo eléctrico y magnético respectivamente; \vec{k} es un vector de onda que cumple con la relación:

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$
, donde:

 λ es la longitud de onda de la vibración, mientras que ω es la llamada frecuencia angular de la onda dada por:

 $\omega = 2\pi\nu$

con ν la frecuencia de la onda. En particular los parámetros λ y ν están relacionados por: $\lambda \nu = v_{\phi}$, $(v_{\phi} = velocidad de fase de la onda) que a su vez se relaciona con <math>\vec{k}$ por medio de: $|\vec{k}^{+}| = -\frac{\omega}{v_{\phi}}$

Los parámetros \vec{k} y ω determinan en consecuencia el estado vibratorio de la onda. Es por ello que podemos asegurar que ese estado queda integrado completamente en la expresión matemática de la solución de onda 'plana armónica', pues |k| y ω están

contenidos directamente en (k·r - ωt) que a su vez es argumento de la exponencial:

$$\exists xp \left(j(k \cdot r - \omega t) \right)$$

a este argumento se le denomina 'fase de la onda'.

A los planos perpendiculares al vector \vec{k} se les denomina 'frentes de onda'. Ellos constituyen los lugares geométricos de los puntos para los cuales la perturbación electromagnética tiene un mismo valor para un mismo instante de tiempo.

Se denomina 'velocidad de fase v_{ϕ} ' a la velocidad de despiazamiento de un mismo frente de onda en el espacio. En medios dielectricos e isotrópicos, y no magneticos, la velocidad de fase se obtiene en función de la constante de permitividad relativa del medio dielectrico y se obtiene de la conocida relación:

 $n = \sqrt{\epsilon_r}$; $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_a}$ ->permitividad en el medio permitividad en el vacio

la velocidad de fase en función del índice de refracción 'n', es obtenida de:

 $v_{\phi} = \frac{c}{n}$; donde: $c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Otra solución interesante de la ecuación de onda, es la 'onda esférica armónica', cuya forma matemática es:

$$E^{\bullet}(\vec{r}.t) = \frac{\vec{\lambda}}{r} \exp(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

donde $\vec{k} = n$ umero de propagación = $\frac{2\pi}{\lambda}$,
 $\omega =$ frecuencia angular

r= distancia desde la fuente puntual.

Estas ondas son tales que sus frentes de onda son esferas concentricas centradas en la fuente de ondas electromagnéticas. Ellas viajan en el vacío a la velocidad de :

 $c = 1/V_{\mu_{0}} = 3 \times 10^{8} \text{ m/seg}$

El interés en ellas, radica que uno puede hablar del progreso de cualquier frente de onda en función de ondas esféricas secundarias cuando se trabaja bajo el principio de Huygens-Fresnel.

Un concepto teorico práctico en óptica, es el de rayo luminoso. Las direcciones que sigue la energía radiante para transportarse en el espacio, determina familias de líneas conocidas como 'rayos luminosos'. Esas lineas son normales a los frentes de onda cuando la onda se transporta a través de un medio isotrópico. En el caso de medios anisotrópicos, los rayos no son necesariamente normales a los frentes de onda.

1.2 POLARIZACION DE ONDAS ELECTROMAGNETICAS

La onda electromagnética es estrictamente la transmisión de la perturbación del campo electromagnético en el tiempo y en el espacio. En los medios isotrópicos esa perturbación es siempre transversal. Siendo los campos E y H ortogonales en todo tiempo y posición. (fig.1.2.1).



fig.1.2.1

Sin embargo, el concepto de variación del campo electromagnético no esta ligado simplemente a la variación de la magnitud o el sentido del vector \vec{E} (o \vec{F}), sino que la variación del campo puede estar asociada a:

--cambio de magnitud y sentido

--cambio de dirección

--cambio de magnitud dirección y sentido

El primer tipo de cambio corresponde a la vibración rectilinea, el segundo a la vibración circular, y el tercero a la vibración de tipo elíptica. Al tipo de variación del campo E^{+} (o $-H^{-}$) se le denomina estado de polarización de la onda electromagnética.

Suponiendo que existe una onda plana electromagnética en el espacio y fijando nuestra atención a un punto de la onda y al plano paralelo a los fren tes de onda que pasan por ese punto, el campo electrico en dicho punto des cribirá en su extremo una elipse cuando la onda esta polarizada **elípticamente**. Esta elipse es descrita de tal forma que el vector \mathbf{E}^{\bullet} gira con una velocidad angular igual a la frecuencia angular de la onda electromagnética.

Las vibraciones de polarización rectilínea y polarización circular, son los casos límites de polarización elíptica, cuando la elipticidad vale 0 y 1 respectivamente.

La teoría electromagnética demuestra que una onda de polarización elíptica se puede descomponer en dos vibraciones rectilíneas no paralelas de la misma frecuencia y fases (o edades de ángulo) asi como amplitudes distintas.

En particular se prefiere que las ondas en que se descompone una onda elíptica sean rectilíneas y respectivamente perpendiculares, la razón para ello es el manejo matemático más simple. Puesto que al imaginar todo el conjunto de estados de polarización elípticos, ese conjunto constituye un espacio vectorial de dos dimensiones.

R.C. Jones introdujo la representación de los estados de polarización por medio de vectores columna bidimencionales. Los elementos o entradas de ese vector bidimencional son los números complejos:

$$Eo_1 \exp(j\phi_1)$$
, $Eo_2 \exp(j\phi_2)$

donde E_{o1} y E_{o2} son las amplitudes de las ondas rectilíneas componentes, ϕ_1 y ϕ_2 son las fases o edades de ángulos de cada componente. así pues el siguiente vector

$$\begin{bmatrix} Eo_1 exp \ j \ \phi_1 \\ Eo_2 exp \ j \ \phi_2 \end{bmatrix}$$

representa la onda de polarización elíptica dada por la superposición de las ondas:

$$E_{1}^{\dagger} = Eo_{1}exp(j(\vec{k}\cdot\vec{r}\cdot\omega t + \psi_{1})e_{\chi})$$
$$E_{2}^{\dagger} = Eo_{2}exp(j(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t + \psi_{2}))e_{\chi}$$

 e_{y}, e_{y} vectores unitarios.

de tal manera que la onda $E^{\bullet} = E_1^{\bullet} + E_2^{\bullet}$ ell'ptica puede escribirse:

$$E^{\bullet} = \begin{bmatrix} Eo_1 exp j\phi_1 \\ Eo_2 exp j\phi_2 \end{bmatrix} exp(j(k^{\bullet}r^{\bullet}\omega t))$$

mientras que las ondas componentes en forma de vector de Jones se escriben:

$$E_{1}^{\bullet} = \begin{bmatrix} Eo_{1}exp j\phi_{1} \\ 0 \end{bmatrix} exp (j(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t) =; E_{2}^{\bullet} = \begin{bmatrix} 0 \\ Eo_{2}exp j\phi_{2} \end{bmatrix} exp (j(\vec{k}\cdot\vec{r}-\psi t))$$

Formalmente¹¹ los vectores de Jones que se acaban de describir se denominan: Vectores de Jones cartesianos. Del álgebra lineal, se sabe que un espacio vectorial puede generarse a partir de diferentes conjuntos de vectores base, a condición que los vectores que constituyen la base no sean linealmente dependientes.

Las entradas del vector de Jones toman valores distintos para distintas bases. Cuado la base del espacio vectorial son las polarizaciones normalizadas circular izquierda, circular derecha, los vectores de Jones asi generados se llaman vectores de Jones circulares.

En el caso mas general, la base puede constituirse por un par de polarizaciones elípticas de ejes principales no paralelos. En ese caso se generan los vectores de Jones elípticos.

En el presente trabajo se utilizaran los vectores de Jones cartesianos, porque el sistema óptico esta formado por medios isotrópicos sobre los cuales la onda se transmite, y además por ciertas superficies reflectoras. En consecuencia, los vectores de Jones a utilizar son los cartesianos.

1.3 Reflexión y transmisión de una onda sobre una frontera plana.

Cuando una onda plana se refleja sobre una frontera también plana separando dos medios ópticos, es conveniente definir los siguientes:

- a) Plano del frente de onda
- b) Plano de la frontera
- c) Plano de incidencia

El plano de la frontera es el medio que separa a dos medios.

El plano de incidencia es el plano que se determina por un plano perpendicular a la frontera y que contiene a los rayos incidente, reflejado y transmitido. El plano del frente de onda es normal a los rayos (en el caso de medios isotrópicos) en consecuencia es perpendicular al plano de incidencia.(fig. 1.3.1).



8

fig.1.3.1

Cuando una onda electromagnética se refleja y transmite en una frontera, cumple la ley de la conservación de la energía, es decir, la energía incidente es igual a la suma de la onda reflejada mas la onda transmitida. Las porciones energía reflejada y transmitida se determinan por el cociente de la energía reflejada y transmitida dividida por la energía incidente Esas cantidades determinan los coeficientes de transmitancia y reflectancia.

Fresnel demostró que una onda polarizada perpendicularmente al plano de incidencia no tiene los mismos coeficientes que la onda polarizada paralelamente al plano de incidencia. En consecuencia es de gran importancia tomar en cuenta la polarización de una onda incidente.

La teoría electromagnética determina la cantidad de energiá que se refleja y transmite sobre una frontera plana separando dos medios. Ello lo hace por medio de definir la reflectancia y la transmitancia de la frontera. A su vez, la reflectancia R y la transmitancia T, son funciones de los coeficientes de amplitud de Fresnel. Esos coeficientes se definen para dos posibles polarizaciones de la onda electromagnética incidente, a saber:

a) La polarización transverso Eléctrica. TE (E_1)

b) La polarización transverso Magnetica. TM $(E_{||})$ Esos coeficientes determinan que porcenta je de la amplitud incidente del campo eléctrico se reflejará o se transmitirá por la frontera, tanto para la componente para lela como perpendicular del vector \vec{E} respecto al plano de incidencia.

 $(E_{o}r)_{||} = \frac{n_{z}\cos\theta_{0} - n_{1}\cos\theta_{1}}{n_{1}\cos\theta_{1} - n_{z}\cos\theta_{0}} (E_{o}t)_{||}$ $(E_{o}t)_{1} = \frac{2n_{1}\cos\theta_{0}}{n_{1}\cos\theta_{1} + n_{z}\cos\theta_{0}} (E_{o}t)_{||}$

 $(E_{o}r)_{\perp} = \frac{n_{1}\cos\theta_{o} - n_{2}\cos\theta_{1}}{n_{2}\cos\theta_{1} + n_{1}\cos\theta_{o}} (E_{o}t)_{\perp}; \quad (E_{o}t)_{\perp} = \frac{2n_{1}\cos\theta_{o}}{n_{2}\cos\theta_{1} + n_{1}\cos\theta_{o}} (E_{o}t)_{\perp}$

donde θ_{o} es el ángulo de incidencia y θ_{1} el ángulo de refracción, y $(E_{o}i)_{\perp}, (E_{o}i)_{\parallel}$ son las amplitudes de las ondas incidentes de polarización perpendicular y paralela al plano de incidencia. $(E_{o}r)_{\perp}, (E_{o}r)_{\parallel}$ las amplitudes de las ondas reflejadas de polarización perpendicular y paralela al plano de incidencia.

Finalmente $(E_{o}t)_{\perp}$, $(E_{o}t)_{\parallel}$ son las amplitudes de las correspondientes ondas transmitidas a través de la frontera; de donde se pueden escribir los coeficientes de transmisión en amplitud para las polarizaciones respectivas:

 $r_{1,||} = \frac{(Eor)_{1,||}}{(Eol)_{1,||}};$ $t_{1,||} = \frac{(Eot)_{1,||}}{(Eol)_{1,||}}$

Si el medio incidente cumple que su índice de refracción n_1 es de valor inferior al índice no del medio de transmisión, se dice que la transmisión es externa. En en caso en que $n_z \langle n_{ii} \rangle$ se dice que la reflexión es interna.

En la reflexión externa las curvas de los coeficientes de reflexión en función del ángulo de incidencia son, como se ve en la siguiente figura:



 $\frac{fig1.3.2}{El coeficiente r_{II}}$ tiene valor inicial positivo y disminuye conforme crece el ángulo de incidencia. Cuando θ_0 es tal que $\theta = tan^{-1} (n_2/n_1)$, $r_{||}$ es igual a cero, y en ese caso el ángulo de incidencia recibe el nombre de ángulo de Brewster o de polarización, pues la onda reflejada queda polarizada rectilíneamente perpendicular al plano de incidencia. Para ángulos superiores al ángulo de Brewster el coeficiente r_{II} se vuelve negativo y su valor se va incrementando hasta: r_{11} =-1, cuando θ =90°.

El coeficiente r_1 siempre es negativo y su valor se va incrementando hasta: $r_1 = -1$, para $\theta = 90^{\circ}$.

En el caso de reflexión interna, las curvas r_1 y r_{11} en función de θ_0 toman la forma:



El coeficiente r_1 es siempre positivo y aumenta su valor hasta r_1 =+1, cuando $\theta_0=\theta_c=$ ángulo crítico, y donde $\theta c = sen^{-1} (n_2/n_1)$. Mientras que $r_{||}$ comienza su valor negativo y disminuye su magnitud hasta alcanzar el valor de $r_{||} = 0$ para esa incidencia $\theta_0 = \theta_{P}$ que se denomina ángulo de polarización interna, y se alcanza para el valor $\theta_{P} = tan^{-1} (n_2/n_1)$. Entre θ_{P} y θ_{C} , $r_{||}$ varia entre cero y unc. Sin embargo para ángulos de incidencia mayores que θ_{C} , $r_{||}$ forma la forma:

$$r_{||} = \frac{n_2 \cos \theta_0 - n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_0}{\sin^2 \theta_0}}}{n_2 \cos \theta_0 + n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_0}{\sin^2 \theta_0}}}; \text{ pero } \frac{\sin^2 \theta_0}{\sin^2 \theta_0} > 1, \text{ lo que ocasiona que } r_{||}$$

tome la forma de un cociente de números complejos conjugados de la forma:

$$r_{\parallel} = \frac{a - b_{\perp}}{a + b_{\perp}}$$
con $a = n_{2} \cos \theta_{0}$,
 $b = n_{1} \sqrt{1 - \frac{\sec^{2} \theta_{0}}{\sec^{2} \theta_{0}}}$
mientras que r_{\perp} es tal que:
 $r_{\perp} = \frac{n_{1} \cos \theta_{0} - n_{2}}{n_{1} \cos \theta_{0} + n_{2}} \sqrt{1 - \frac{\sec^{2} \theta_{0}}{\sec^{2} \theta_{0}}}$; y entonces r_{\perp}
tiene la forma: $r_{\perp} = \frac{c - d_{\perp}}{c + d_{\perp}}$; $c = n_{1} \cos \theta_{0}$; $d = n_{2} \sqrt{1 - \frac{\sec^{2} \theta_{0}}{\sec^{2} \theta_{0}}}$

y por lo tanto $r_{||}$ y $r_{||}$, son números complejos.

Es fácil mostrar que $|r_1| = |r_1| = 1$. En consecuencia las ondas transmitidas ya no existen y además la onda reflejada tiene polarización elíptica cuyo vector de Jones es

$$\begin{bmatrix} 1Eol \\ 1Eol \end{bmatrix} = \exp \begin{pmatrix} j & f \\ f \end{pmatrix} = \exp \begin{pmatrix} j & f \\ f \end{pmatrix}_{\perp}$$

El defasamiento entre las ondas transverso-electrica (TE) y transverso-magnética (TM) es dada por: $\delta = \delta_1 - \delta_{11}$, y puede calcularse de la expresión:

$$\tan(\frac{6}{2}) \frac{\cos\theta \circ V \ \sin^2\theta \circ - (n/n_1)^2}{\sin^2\theta \circ}$$

mientras que el valor del ánguio de incidencia para obtener máximo defasamiento 5, es dado por: $sen^2\theta o = \frac{2n^2}{1+n^2}$, con $n = n_2/n_1$, y el valor 5 max es dado por: $tan(\frac{5max}{2}) = \frac{1-n^2}{2n}$; con $n = n_2/n_1$

Cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo crítico:

$$r_{1} = \frac{n_{1} \cos \theta_{0}}{n_{1} \cos \theta_{0}}; \qquad r_{1} = \frac{n_{2} \cos \theta_{0}}{n_{2} \cos \theta_{0}};$$

porque ser² θ_{a} /ser² $\theta_{c} = 1$, ya que $\theta_{0} = \theta_{c}$. En consecuencia, los defasamientos δ_{\perp} y δ_{\parallel} son idénticos, dando lugar a $\delta = \delta_{\perp} - \delta_{\parallel} = 0$

Si se tuviera un vidrio tal que su ángulo crítico fuese de 45°, es claro que el defasamiento introducido por incidencia interna sería de cero.

Para incidencia normal y reflexión externa, como por ejemplo el caso de incidencia aire-vidrio, los coeficientes de transmisión son:

$$t_1 = \frac{2n_1}{n_1 + n_2};$$
 $t_{11} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2};$

donde concluimos que $t_1 = t_{11} = 2n_1 / n_1 + n_2$

Para la misma frontera però incidencia interna (vidrio-aire) los coeficientes de transmisión son:

$$t^{*} = \frac{2n_{z}}{n_{1} + n_{z}};$$
 $t^{*} = \frac{2n_{z}}{n_{1} + n_{z}}$

siendo en consecuencia iguales entre sí pero diferentes de los coeficientes de incidencia externa por los factores $2n_1$ y $2n_2$ en los numeradores respectivos.

El vector de Jones de una onda puede sufrir alteraciones al transmitir la onda por un medio, reflejarla sobre una frontera, o atravesar una frontera. Esa alteración puede ser lineal o no lineal. Para este caso se consideran que las alteraciones son lineales; de tal manera que el vector de Jones resultante de la alteración, tiene la propiedad de que sus componentes son combinaciones lineales de los componentes del vector de Jones inicial.

Sea Es(0) el vector de Jones modificado, y El(0) el vector de Jones inicial, si

 $E_{s}^{\bullet}(0) = \begin{bmatrix} E_{xs} \\ E_{ys} \end{bmatrix} \quad y \qquad E_{i}^{\bullet}(0) = \begin{bmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \end{bmatrix}; \text{ se deben cumplir las sigs. ecuacio-nes lineales:}$

 $Exs = T_{11}Ex_{1} + T_{12}Ey_{1}$

Eys= $T_{z1}Ey_1 + T_{zz}Ey_1$, donde T_{11} , T_{1z} , T_{z1} , T_{zz} , son constantes en consecuencia la alteración de la onda por cualquiera de los tres métodos considera dos, pueden bien representarse por una matriz de transformación T:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix};$$

y los vectores de Jones se transforman conforme a la transformación lineal

$$\begin{bmatrix} E_{xs} \\ E_{ys} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{xt} \\ E_{yt} \end{bmatrix}$$

a la matriz T se le denomina matriz de Jones del proceso de modificación.

En el caso de reflexión sobre una frontera separando dos medios dieléctricos la matriz de Jones es:

т.—	[t11	07
1 -	L o	tzz

Cuando la onda se desplaza una distancia d por un medio dieléctrico isotrópico, la matriz de Jones es:

$$T = \begin{bmatrix} exp(J\pi nd/\lambda o) & 0 \\ 0 & exp(J\pi nd/\lambda o) \end{bmatrix}$$

Una sucesión de alteraciones del vector de Jones se caracteriza por una sucesión $T_1, T_2,...$ The matrices de Jones.

El vector final de Jones puede expresarse en terminos del vector inicial por la operación:

Ex	s	_	Tn	Tr-1	ттт	Ext	
Ey	ទ	. —	111.	115-11	•••••13•12•11	Eyi	

donde Tn. Tn-1......T₃.T_z.T₁ es el producto matricial de las matrices de Jones de cada alteración.

1.4 MATERIALES ANISOTROPICOS

La propagación de un tren de ondas através de un medio homogéneo e isótropo, tal como el vidrio, puede determinarse por la construcción de Huygens. Las ondas secundarias en dicho medio son superficies esféricas. Existen sin embargo muchas sustancias transparentes cristalinas, que aunque homogéneas, son anisótropas; es decir, sus propiedades ópticas son diferentes en distintas direcciones. Los cristales que poseen esta propiedad se dice que son birrefringentes o que presentan birrefringencia. En estos cristales, cada frente de onda origina dos series de ondas secundarias. En algunos cristales existe una dirección particular, llamada e je óptico, en la cual las velodades son la mismas en dos direcciones diferentes. Los cristales del primer tipo se denominan uniáxicos y los del segundo biáxicos. Como todos los cristales birrefringentes (pricipalmente cuarzo y calcita) utilizados en los instrumentos ópticos son uniáxicos, solo consideraremos este tipo. Una de las ondas secundarias en un cristal uniáxico es esférica, mientras que la otra es un elipsoide de revolución. Las dos ondas secundarias son tangentes en la dirección del e je óptico.

Un modelo semi-clásico de esos materiales comunmente aceptado para estudiarlos, establece que las fuerzas de ligadura entre las átomos constitutivos son tales que dependen de la dirección en que un campo electromagnético externo es introducido al material.

Este modelo permite comprender que la relación matemática entre los vectores de polarización P^{\bullet} (respuesta del material a la acción de un campo eléctrico externo) y el vector de campo eléctrico E^{\bullet} (que representa la acción sobre el material) ya no es una relación del tipo: $P^{\bullet} = \epsilon_0 x_e E^{\bullet}$ con x_e escalar, sino que se convierte en una relación tensorial;

₽►= e _o	$\begin{array}{c} x_{e_{11}} & x_{e_{12}} & x_{e_{12}} \\ x_{e_{21}} & x_{e_{22}} & x_{e_{22}} \\ x_{e_{31}} & x_{e_{32}} & x_{e_{32}} \end{array}$	E
--------------------	---	---

en donde la susceptibilidad eléctrica x_e se convierte en una matriz de 3X3 que representa un tensor.

De la relación entre los tres vectores de campo eléctrico en medios materiales: $D^{\bullet} = \epsilon_0 E^{\bullet} + P^{\bullet}$, se concluye que la relación entre $D^{\bullet} y E^{\bullet}$ es de la forma

$$D^{\bullet} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{r_{11}} \epsilon_{r_{12}} \epsilon_{r_{13}} \\ \epsilon_{r_{21}} \epsilon_{r_{22}} \epsilon_{r_{23}} \\ \epsilon_{r_{21}} \epsilon_{r_{32}} \epsilon_{r_{23}} \end{bmatrix} E^{\bullet}$$

definiéndose el tensor de permitividad relativa del medio anisotrópico. Es un resul-

tado de la teoría electromagnética que el tensor $[\epsilon_r]$ es un tensor simétrico (t r_{ij} = t r_{ji})¹². Del análisis tensorial¹², se sabe que los coeficientes s_{ij} de la cuadrica:

 $S_{11} x_1^2 + S_{22} x_2^2 + S_{33} x_3^2 + 2S_{23} x_2 x_3 + 2S_{31} x_3 x_1 + 2S_{12} x_1 x_2 = 1$ se transforman como los coeficientes de un tensor simétrico de rango dos:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$

Es posible encontrar un sistema de e jes ortogonales X_1 , X_2 , X_3 , tales que la cuadrica

reduzca a: $S_{1}x_{1}^{2} + S_{2}x_{2}^{2} + S_{3}x_{3}^{2} = 1$

y respecto a esos e jes, el tensor simétrico se diagonaliza a la forma:

$\lceil S_1 \rceil$	0	0]	
0	Sz	0	
Lo	0	S₂]	

En consecuencia, deben existir 3 e jes de coordenadas X_1 , X_2 , X_3 , tales que el tensor de permitividad relativa toma la forma:

$\left[\epsilon_{r}, 0\right]$	0]	
ο e _r	, 0	, y por tanto,
Lo ò	$[\epsilon_{r_3}]$	

 $D_{3} = \epsilon_{0} \epsilon_{r_{1}} E_{1}, \quad D_{z} = \epsilon_{0} \epsilon_{r_{2}} E_{z}, \quad D_{3} = \epsilon_{0} \epsilon_{r_{3}} E_{3}, \quad \text{respecto a esos ejes. Siendo evidente que si } E^{*} \text{ toma la dirección de cualquiera de esos tres ejes (conocidos como ejes principales)} \\ D^{*} = \epsilon_{0} \epsilon_{r_{1}} E^{*}$

y entonces E^* es paralela a D^* . Mientras que para una dirección de E^* diferente de esos e jes principales, D^* y E^* son no paralelos.

Nye¹² demuestra que para cristales uniaxiales el tensor [Sij] toma la forma:

$$\begin{bmatrix} S_{1} & 0 & 0 \\ 0 & S_{2} & 0 \\ 0 & 0 & S_{3} \end{bmatrix}$$

cuando el eje de simetría del cristal $\overline{\Lambda}^*$ coincide con el eje Z. El tensor de permitivi dad relativa es dado por:

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} \epsilon_{r_0} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{r_0} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{r} \end{bmatrix}$$

en donde la componente ϵ ro es denominada permitividad relativa extraordinaria.

Estas permitividades permiten el estudio de los materiales birrefringentes uniaxiales. Suponiendo que el medio es transparente, se pueden definir dos índices de refracción tales que sus cuadrados se identifican respectivamente con $\epsilon r_0 y \epsilon r_E$. Esos índices son $n_0^2 y n_A^2$.

En consecuencia, se pueden definir el tensor de índices de refracción:

$$\begin{bmatrix} n_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_E^2 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones de Maxwell se convierten en:

$$\nabla \times E^{\bullet} = -\mu_{0} \frac{\partial A}{\partial t}$$
$$\nabla \times B^{\bullet} = \epsilon_{0} [\epsilon_{r}] \frac{\partial E}{\partial t}$$
$$\nabla \cdot D^{\bullet} = 0$$
$$\nabla \cdot B^{\bullet} = 0$$

Supontendo la solución de la ecuación de onda de la forma:

 $E^{\bullet} = E_{o}^{\bullet} \exp\left(j(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\right)$

el operador ∇ es análogo por yuxtaposición el operador $j\vec{k}$, y el operador $-\frac{\partial}{\partial t}$ es análogo al operador $-j\omega$. En consecuencia las ecuaciones de Maxwell pueden escribirse:

$$\mathcal{K}^{\flat} \times \mathcal{E}^{\flat} = \mu_{0} \ \omega \mathcal{H}^{\flat}$$

$$\mathcal{K}^{\flat} \times \mathcal{H}^{\flat} = -\omega \epsilon_{0} [\epsilon_{r}] \mathcal{E}^{\flat}$$

$$\mathcal{K}^{\flat} \cdot \mathcal{D}^{\flat} = 0$$

$$\mathcal{K}^{\flat} \cdot \mathcal{B}^{\flat} = 0$$

como $D^*y \in E^*$ en general no son paralelos, notamos que ya no podemos escribir:

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$$

multiplicando vectorialmente por k ambos miembros de la ecuación, tenemos:

$$k \times E' = \mu o \ \omega \ H', \ obtenemos:$$
$$(k^* \cdot E) k^* - (k^* \cdot k) E^* = \mu o \ \omega \ k^* \times H^*$$

usando que $\overline{k} \times \overline{A} = -\omega \epsilon_0 [\epsilon_r] E^*$, obtenemos:

$$[\overline{k}^{\bullet} \cdot E]k - (\overline{k}^{\bullet} \cdot \overline{k}^{\bullet})E^{\bullet} = -\frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon_r]E^{\bullet}$$

al suponer que $k^{*} = kx ex + ky ey + kz ez$

(1.4.1)

desarrollando la ecuación (1.4.1) obtenemos las siguientes tres ecuaciones:

$$kx \ kz \ Ez - kz^{z} \ Ez = -\frac{\omega^{z}}{c^{z}} \ n_{0}^{z} \ Ex$$
 (1.4.2)

$$-(kx^{2}+kz^{2}) Ey = -\frac{\omega^{2}}{c^{2}} n_{0}^{2} Ey$$
 (1.4.3)

$$kx \ kz \ Ex \ -kx^2 \ Ez = - \ \frac{\omega^2}{c^2} n_E^2 \ Ez \tag{1.4.4}$$

para el tensor [er]:

У

	€Љ	0	0	
[er]=	0	erp	0	Ì
	Ð	0	er _E	Į

Como el sistema tiene simetría de revolución alrededor del eje Z, donde se encuentra el eje de simetría del cristal, podemos suponer que el vector \vec{k} esta en el plano XZ, y como el problema tiene simetría axial alrededor del eje Z, lo que acontezca para el plano XZ sucederá para cualquier plano perpendicular al plano XY que pase por el eje Z. (fig.1.4.1).





 $\frac{kx^2}{k_E^2} + \frac{kz^2}{k_0^2} = 1$

$$kx^{2} + kz^{2} = \frac{\omega^{2}}{C^{2}} \eta_{0}^{2}$$

$$\frac{kx^{2}}{\omega^{2}} + \frac{kz^{2}}{C^{2}} \eta_{0}^{2} = 1$$

llamando a: $k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n_0^2$, $k_E^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n_E^2$,

obtenemos las ecuaciones:

que representan una elipse y una circunferencia centrada en el origen y sobre el plano XZ. Esas curvas son bitangentes sobre el eje Z.

Esto implica que el vector de propagación cae sobre una elipse o circunferencia. Al existir simetría axial sobre el eje óptico $\overrightarrow{\Lambda}$, el lugar geométrico de los extremos del vector de onda es en realidad un elipsoide de revolución y una esfera centrados en el orígen (fig.1.4.2) del sistema coordenado.



Las ecuaciones del elipsoide de revolución y de la esfera son:

$$kx^{2} + ky^{2} + kz^{2} = k_{0}^{2} \qquad \qquad \frac{kx^{2} + ky^{2}}{k_{c}^{2}} + \frac{kz^{2}}{k_{0}^{2}}$$

En la siguiente figura (1.4.3), el origen de coordenadas representa un punto de un cristal uniáxico desde el cual divergen dos ondas secundarias de Huygens.

= 1



El eje Z se encuentra en la dirección del eje óptico. (el eje óptico es una dirección del cristal y no una recta determinada. Cualquier otra recta paralela al eje Z también es un eje óptico).

La fig. 1.4.3 representa las intersecciones de las dos superficies de onda con tres planos perpendiculares entre sí. Las intersecciones de los tres planos con la superficie esférica son circunferencias cuyo centro coincide con el origen. El eje Z es el eje de revolución de la superficie elipsoidal. La intersección de esta superficie con un plano cualquiera que contenga al eje Z como por ejemplo los planos XZ e YZ es una elipse cuyo eje menor es igual al radio de la superficie esférica. La intersección de radio igual al eje mayor del elipsoidal con el plano XY es una circunferencia de radio igual al eje mayor del elipsoide.

Las velocidades de las ondas secundarias en una dirección cualquiera son proporcionales a las longitudes de los radios vectores trazados desde el orígen a las respectivas superficies, en dicha dirección. Las velocidades son iguales en la dirección del e je Z o e je óptico. La velocidad de la onda elipsoidal es la misma en todas direcciones del plano XY. La fig.1.4.3 se ha dibujado para un cristal en el cual la velocidad de la onda elipsoidal es mayor que la de la onda esférica, excepto a lo largo del e je óptico. Si los elipsoides son exteriores a las esferas, como en la fig.1.4.3, se dice que el cristal tiene birrefringencia negativa. Si ocurre a la inversa, es positiva.

Las partes (b), (c) y (d) de la fig.1.4.3 son secciones de las ondas superficiales cuando se mira, respectivamente, a lo largo de los ejes X, Y, y Z.

En algunos cristales uniáxicos la velocidad de la onda elipsoidal es menor que la de la onda esférica, excepto, a lo largo del eje óptico.

I.5 LAMINAS RETARDADORAS

Una lámina como la mostrada en la figura 1.5.1, cortada de un material birrefringente, es llamada lámina retardadora.



La fig. 1.5.2(b) representa como se propagan en la lamina dos ondas de velocidades distintas cuando la luz incide normalmente sobre la superficie de la sección.



—Ondas secundarias de Huygens en un crisial birrefringente cuando el eje óptico es sendicular a la com izquienla; (b) paraicio a la com izquierda; c) forma un ángulo cual-

fig.1.5.2 representa en detalle el efecto de una lámina retardadora. El polari-Lafie. 1.5.3 zador de la parte (b) transmite un haz de luz lineal, en la cual la dirección del vector É se ha representado formando un ángulo de 45º con la vertical. El haz puede descom ponerse en dos partes, en una de las cuales el vector E es horizontal, mien tras que en la otra es vertical. Estas componentes se han representado en la parte (c) la fig. 1.5.3. Esta luz lineal incide normalmente sobre la cara izquierda de la lámina retardadora, de la cual la parte (e) de la misma figura, es un corte esquemático.



-Una làmina retardadora semionda hace girar 90° el plana de palarización de la sobre ella formando un àngulo de 45° con el ele óntico. ing lineal cuando ésta inclde

fig.1.5.3

El eje óptico de la lámina es paralelo al eje Z. El vector eléctrico en la onda ordi narla es slempre perpendicular al eje óptico, y en la onda extraordinarla es paralelo a él. Si el azimut del polarizador estuviera colocado de modo que el vector eléctrico

en la luz transmitida por él fuera vertical, solo se propagaria através de la lámina una onda extraordinaria. Si el vector eléctrico en la luz transmitida fuera horizontal, unicamente podria establecerse una onda ordinaria. Cuando el polarizador forma cierto ángulo con la vertical, como se ve en la fig. 1.5.3, ambos tipos de ondas pueden propagarse atraves de la lámina. Despreciando la pequeña perdida de luz originada en la reflexión, las amplitudes de las ondas ordinaria y extraordinaria en la lámina son iguales a las amplitudes de las componentes vertical y horizontal de la luz transmitida por el polarizador. Para el caso especial representado en la fig.1.5.3, en el cual la luz transmitida forma un ángulo de 45º con el eje óptico, las componentes horizontal y vertical son iguales, y por lo tanto, las ondas ordinaria y extraordinaria en la lámina tienen igual amplitud.

La velocidad de la onda extraordinaria, para el tipo de cristal supuesto, es mayor que la de la onda ordinaria; por consiguiente, la longitud de onda en el cristal de la primera es mayor que la de la segunda, y la onda ordinaria se retrasa respecto a la secundaria, por lo que al emerger de la lámina se habra modificado la relación de fase entre las ondas. Después de la salida, ambas ondas recuperan sus velocidades y lon gitudes de onda iniciales, de modo que no hay nuevos cambios de fase. Dado que la lámina ocasiona un retardo de ona onda respecto a la otra, se denomina lámina retardadora.

Es evidente que la diferencia de fase producida entre las ondas emergentes depende de la diferencia de los indices $n_0 y n_e y$ del espesor de la lamina. Si estas magnitudes son tales que al atravesar la lamina una onda se retrasa exactamente un cuarto de lon gitud de onda, tenemos una lamina cuarto de onda; si el retraso es de media longitud de onda, se tiene una lamina de media onda. Estas son las laminas mas comunmente utilizadas. Para el caso del interferómetro de rotación de frente de onda se utilizará una lámina retardadora de fase.

1.6 INTERFERENCIA

Una vibración monocromática es caracterizada por la frecuencia ν_0 y puede ser escrita en forma compleja como:

$$V(t) = \exp \int \left[2\pi\nu_0 \left(t - \frac{x}{\nu} \right) + \theta \right]$$
 (1.6.1)

Se puede ver que en la vibración monocromática la amplitud compleja a(t) es constante y que ésta puede ser representada en el plano complejo por un punto M (fig.1.6.1a) La fig.1.6.1b muestra la representación del tiempo de la vibración real $V^{(r)}(t)$; la fig.1.6.1c representa el espectro.



La vibración emitida por los átomos no puede ser sinusoidal (o eterna), ellas son, en realidad, interrumpidos por golpes o amortiguados debido a la pérdida de energía por radiación. Asumiendo que la vibración emitida por un átomo tiene la forma de la ec. (1.6.1) pero que es interrumpida después de un tiempo τ . En en plano complejo la amplitud es fija, representado por M durante la vibración (fig.1.6.2) las figs. b y c representan la vibración real y el espectro correspondiente.



Fig.1.6.2

Considerando una vibración de la forma compleja: $V(t)=\exp(-t/\tau)\exp(j(2\pi\nu_0t+\theta))$

en comparación con la siguiente:

 $V(t)=a(t) \exp(j2\pi\nu_0 t)$, se observa que:

 $a(t) = exp(-t/\tau) exp(j\theta)$

En el plano complejo (fig.1.6.3a) la amplitud compleja a(t) se aproxima a cero siguiendo la línea recta OM sin rotación (θ fue un valor determinado para cada tren de onda). Las figuras 1.6.3b y c ilustran la vibración y este espectro de ancho $\Delta \nu = 1/\pi \tau$



fig.1.6.3

St se examina la relación

$$\Delta \nu = -\frac{1}{\pi \tau}$$

se obtiene el resultado siguiente: el ancho de banda espectral es inversamente proporcional a la constante de amortiguamiento (tiempo de coherencia τ), que es el promedio de los trenes de onda (longitud de coherencia). Para la mejor fuente térmica monocromática el tiempo de coherencia τ es del orden de 10-⁸seg, para láseres podra ser del orden de 10-² seg., luego

 $i = c\tau$

donde c es la velocidad de la luz. Con $\lambda = c/\nu$, se tiene

$$\Delta \lambda = \frac{c \Delta \nu}{\nu^2} = \Delta \nu \frac{\lambda^2}{c} ,$$

y si λo es la longitud de onda media, la cual corresponde a vo,

$$l = \frac{c}{\pi \Delta \nu} = \frac{\lambda_o^2}{\pi \Delta \lambda}$$

la cual l es la longitud de coherencia; para un ancho de banda $\Delta\lambda$ =300Å se tendría

$$l = \frac{(0.546)}{\pi \times 0.03} = 3.2 \mu$$

Para la mejor fuente térmica monocromática la longitud de coherencia es del orden de magnitud de 0.1 metros. En láseres la longitud de coherencia puede sobrepasar los 20 metros.

En algunos ejemplos se supore que todos los trenes de onda emitidos por una fuente

son identicos, lo cual no es el caso en realidad. Los atomos se disturbian unos a otros y los trenes de onda se modifican irregularmente. En conclusion, las lineas espectrales son amplificadas por otro fenomeno (efecto Doppler). Se puede definir solo los valores medios de duración de los trenes de onda y del ancho espectral $\Delta \nu$.

Se mostrara por un ejemplo numerico que en luz quasi-monocromatica las variacio nes de la amplitud compleja a(t) son lentas en relacion al termino oscilatorio

exp (j2πνot)

Tomando una radiación de longitud de onda $\lambda = 0.5\mu$ y un ancho de banda espectral de $\Delta \lambda = 0.5 \times 10^{-2}$ Å, la cual corresponde a una linea muy fina, se tendria

$$\tau = \frac{\lambda^2}{\pi c \Delta \lambda} = 0.5 \times 10^{-9} \text{ seg}$$

Y el periodo T = $\frac{\lambda}{c}$ =1.6x10-15 seg., se tendria:

$$\frac{t}{\tau} \simeq 300,000$$

por lo tanto durante el tiempo $\tau=0.5\times10^{-9}$ seg la amplitud compleja a(t) dada por la ecuación (1.6.2) varia poco en 3×10^{5} periodos de vibración.

1.6.1 Tiempo de coherencia y coherencia espacial

Considerando un atomo M el cual emite trenes de onda (fig. 1.6.4), Un dispositivo A divide la onda incidente en dos ondas las cuales siguen las rectas (1) y (2) y son superpuestas en otra cara P, permitiendo que durante el tiempo de de observación un número largo de trenes de onda pasen a traves de P a intervalos de tiempo arbitrarios. Cada tren de onda incidente que llega a A es dividido en dos trenes de onda. Se supone que la diferencia entre las dos rectas (1) y (2) es mas larga que la longitud de los trenes de onda, al momento en que el tren de onda que sigue la recta (1) llegue a P la otra estara entre B y P. Esos dos trenes de onda no coinciden. Los trenes de onda que llegan a P originados de dos diferentes trenes de onda incidentes, los cuales no tienen correlación, para los diferentes trenes de onda emitidos por el atomo no estaran en fase. Eso es incoherencia temporal, resultando de la longitud finita de los trenes de onda, los cuales son dados por la emisión de todo un espectro de frecuencias por el atomo. Si θ es la diferencia del tiempo para las rectas (1) y (2), la coherencia mutua de las vibraciones emitidas por M es dada por:

 $\Gamma(\theta) = \overline{V(t+\theta) \ V^{\star}(t)}$



fig.1.6.4

Esa es la función de autocorrelación de V(t), que tiene un máximo para $\theta=0$ y representa la energía emitida por M. Esta decrece como θ , y para $\theta \gg \tau$ (tiempo de coherencia) las dos vibraciones $V(t + \theta)$ y $V^*(t)$ ya no tienen ninguna relación.

La coherencia mutua $\Gamma(\theta)$ viene siendo igual a cero, debido a que, para un valor dado de $V(t+\theta)$, la vibración $V^*(t)$ es representado por dos puntos opuestos sobre el plano complejo. Se tiene

$$\Gamma(\theta) = \overline{V(t+\theta) \vee \star(t)} = 0 \quad st \; \theta >> \tau$$

Cuando θ es del orden de τ , los dos trenes de onda originados del mismo tren de onda inicial se traslapan. La correlación entre esos dos trenes de onda permanece siendo la misma para los otros trenes de onda que llegan a P. Eso es coherencia temporal parcial.

Se va a tratar ahora con una fuente extendida que emite en una región espectral estrecha.

De jando que S sea la fuente que ilumina dos puntos T_1 y T_2 (fig1.6.5) Un átomo A_1 de S' envia vibraciones coherentes a T_1 y T_2 . Ya que esos dos puntos no estan a la misma distancia de A, las vibraciones llegan a T_1 y T_2 teniendo una diferencia de fase ϕ_1 . Para el átomo A_2 las vibraciones llegan a T_1 y T_2 teniendo una diferencia de fase ϕ_2 , y asi para todos los demás átomos. Se podrá notar que ellos no estan en relación entre las fases ϕ_1 , ϕ_2 ,.....Esas fases son numerosas porque todas las fuentes, aunado a la fuente puntual en el sensor óptico, abarca un gran número de átomos. En cualquier caso, si las diferencias $A_1T_2 - A_1T_1$ son del orden de la longitud de onda, la diferencia de fases ϕ_1 , ϕ_2 ,....siempre sera pequeña y los puntos T_1 y T_2 recibirán las vibraciones de cada átomo prácticamente en fase. Los estados vibratorios en

 T_1 y T_2 serving los mismos, ya sea que los dos puntos son iluminados por un átorno o por todos los átomos en S. El grado de coherencia a los dos puntos T_1 y T_2 , los cuales son iluminados por S', es igual a 1, y entonces se dirá que hay coherencia espacial.



Ahora aumentamos las fuentes de manera que las diferencias $AJ_z - A_1I_1$ tomen valores arbitrarios, los cuales no son cortos comparados con la longitud de onda. La vibración V (t) en T_1 , producida por S al tiempo t, no es larga, así como para la vibración $V_2(t)$ en T_2 , producida al mismo tiempo por S. Los puntos T_1 y T_2 tienen una coherencia mutua definida por

$$\Gamma_{12} (0) = \overline{V_1(t) \ V_2^*(t)},$$

los cuales disminuyen en comparación con el caso precedente, y desde el punto de vista espacial la coherencia es parcial. Si se continua incrementando las dimensiones de la fuente, una etapa es lograda cuando $\Gamma_{12}(0) = 0$, y los puntos T_1 y T_2 son incoherentes.

De este modo se observa que la coherencia temporal es medida por la función de autocorrelación $\Gamma(\theta)$ y la coherencia espacial por la función de coherencia mutua $\Gamma_{12}(0)$.

1.6.2 Condiciones generales para la posibilidad de interferencia de los trenes de anda.

En la sección precedente se consideró una fuente térmica que emitía un número largo de trenes de onda durante el tiempo necesario para realizar una observación. Ba jo esas condiciones se podría observar el fenómeno de interferencia solo si las vibraciones originales de la misma fuente de luz se superponían. Se ha visto que dos vibra ciones son coherentes si fueron originadas .del mismo atomo y que tengan la misma frecuencia y que con una fuente sencilla cada atomo de la fuente contribuirá a las vibraciones bajo consideración. Habrá coherencia espacial y coherencia temporal.

Sin embargo, sabiendo que las dos vibraciones perpendiculares resultan en una vibracion elíptica, la energía de la cual es igual a la suma de las energías de las dos componentes de vibración rectangulares y no dependen de su fase. Consecuentemente, bajo esas condiciones formuladas, se tendrá interferencia si (a) las vibraciones son originadas de una fuente simple y si tienen un grado suficiente de coherencia, y (b) las vibraciones son paralelas.

1.6.3 Franjas de interferencia de dos ondas. Contraste de franjas en luz casi-monocromática.

Tomando una fuente S (fig.1.6.6) y considerando dos rayos A_1 y A_2 , emitidos por un punto M de la fuente, los rayos viajan a lo largo de diferentes rectas y se re combinan en P. Cada vibración emitida por M da lugar a dos vibraciones las cuales viajan a lo largo de las rectas MA_1A_1P y $MA_2A_2^2$. Sobre el estudio de interferencias de esas dos vibraciones en P, se dirá que se está considerando el fenómeno de interferencia rencias de dos ondas. De acuerdo a la siguiente ecuación optando por una frecuencia media ν , se escribirá

 $\Gamma_{1z}(\theta) = |\Gamma_{1z}(\theta)| \exp\left(j \left[\alpha \left(\theta\right) + 2\pi\nu_0 \theta\right]\right) =$

$$=\frac{2}{T}\exp\left(j2\pi\omega\theta\right)\int_{0}^{\infty}u\left(M_{1},\nu\right)u^{*}\left(M_{2},\nu\right)\exp\left(j2\pi(\nu_{0}-\nu)\theta\right)d\nu$$

En consecuencia, si $\nu \simeq \nu_0$ (luz casi-monocromática), la intergral anterior contiene solo términos de baja frecuencia; $|\Gamma_{12}(\theta)| y |\gamma_{12}(\theta)|$ variará lentamente con respecto al término oscilatorio exp($j2\pi\nu_0\theta$), esto es, con respecto a cos $2\pi\nu_0\theta$ y sen $2\pi\nu_0\theta$.



Fig. 1.6.6

Si se admite que el punto P es movido en la región del plano en el cual el fenómeno

es observado $|\chi_z(\theta)|$ permanecera también constante. Por lo tanto, se puede suponer que para muchos fenomenos en esta region $l_1 \in l_2$ son constantes. Con esa hipotesis, las variaciones de intensidad l dada por

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{T_1} \sqrt{T_2} |\gamma_1 z(\theta)| \cos[\alpha(\theta) + 2\pi \nu o\theta] \quad (1.6.3)$$

depende solo de las variaciones de $\alpha(\theta)+2\pi\nu o\theta.$ La intensidad l tiene un maximo si

 $\cos[\alpha(\theta)+2\pi\nu_0\theta] = +1, \ \alpha(\theta) + 2\pi\nu_0\theta = 2K\pi.$

Las curvas $\alpha(\theta) + 2\pi\nu\theta = \text{cte.}$, los cuales corresponden a valores enteros de K:0, 1, 2, 3,..., son curvas a lo largo de las cuales la intensidad luminosa esta sobre un maximo (fig.1.6.7). Esas son franjas de interferencia, y el numero K, el cual es atribuido a cada curva, es del orden de la franja. Las curvas que corresponden a un minimo de intensidad estan dados por:

 $\cos[\alpha(\theta) + 2\pi\nu\theta] = -1, \qquad \alpha(\theta) + 2\pi\nu\theta = (2K+1)\pi$



Fig. 1.6.7

Las curvas $\alpha(\theta) + 2\pi\nu_{\alpha}\theta = \text{cte.}$, corresponden a valores enteros de K: 0, 1, 2,.. representan un minimo de intensidad. Esas son franjas de interferencia obscuras. La intensidad del brillo de franjas de interferencia esta dado por

$$I_{max} = I_{1} + I_{z} + 2 V T_{1} V T_{z} - |\gamma_{1z}(\theta)|$$
(1.6.4)

y la intensidad de las franjas obscuras por:

$$I_{min} = I_1 + I_z - 2 \sqrt{I_1} \sqrt{I_2} |\gamma_{12}(\theta)|$$
(1.6.5)

y se define el contraste de las franjas por el cociente

$$\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max}}$$

St $I_{min} = 0$; esto es, las franjas obscuras son perfectamente negras, se tiene que $\gamma = 1$ y el contraste del fenomeno tiene un maximo. Si $I_{max} = I_{min}$, y $\gamma = 0$, el contraste es cero y el fenomeno desaparece. De acuerdo a las ecs. (1.6.4) y (1.6.5) se puede ver que el contraste esta dado por:

$$\gamma = \frac{4 \sqrt{T_1} \sqrt{T_2} |\gamma_{12}(\theta)|}{l_1 + l_2 + 2 \sqrt{T_1} \sqrt{T_2} |\gamma_{12}(\theta)|}$$

En concecuencia el contraste de las franjas, esto es, la visibilidad del fenomeno, esta relacionado con el grado de coherencia de las vibraciones. Si la vibraciones son perfectamente coherentes, :.

$$|\gamma_{12}(\theta)| = 1$$

y la ecuacion anterior queda escrita:

$$\gamma = \frac{4\sqrt{T_1}\sqrt{T_2}}{\left(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}\right)^2}$$

el cual es igual a 1 si $l_1 = l_z$. Si el grado de coherencia parcial es igual a 1, la relacion (1.6.2) sera:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{T_1} \sqrt{T_2} \cos \left[\alpha(\theta) + 2\pi\nu \theta\right].$$

Entonces se podria poner para $\alpha(\theta) = 0$ y escribir:

$$2\pi\nu_{0}\theta = \phi(\theta)$$

del cual:

$$l = l_1 + l_2 + 2 \sqrt{T_1} \sqrt{T_2} \cos \phi$$

Que son las formulas clasicas de Fresnel.

2. EL DETECTOR MEPSICRON

Este nuevo sistema de detección nació con el proposito de superar las limitaciones de los sistemas conocidos hasta la fecha. ¹⁴

El mepsicrón esta basado en un fotocatodo que trabaja en un régimen de conteo de fotones. En la fig.2.1 se muestra un dibujo esquemático de lo que es el detector.

Este consiste en un fotocátodo multialcalino depositado sobre una ventana de cuarzo, enfocada por proximidad por un sistema de multiplicacion electrónica en cascadas constituido por cinco placas microcanales en configuración V-Z. La nube electrónica, producto de la cascada, conserva la posición del punto de impacto del fotón sobre el fotocátodo. Acelerada por un campo eléctrico la nube es recibida por un ánodo resistivo de baja distorsión que provee la codificación de la posición del centroide de la nube en cuatro señales electrónicas de salida. La geometría y los potenciales eléctricos de las placas microcanales son optimizadas de tal manera que la nube elec trónica que se produce con la cascada posee una elevada homogeneidad tanto en el número total de electrones como también en su distribución espacial.



Dibujo esquemático del MEPSICRON. Un fotón hv es convertido por el fotocátodo en electrón, éste induce en las placas microcanales una cascada electrónica cuya posición del centroide está codifica da por el anódo resistivo. Un sistema electrónico (APP) recupera a la salida del detector las coordenadas del punto de impacto del fotón. fig.2.1

Estos dos factores son de extrema importancia, porque de ellos depende la alta calidad del detector. La ganancia total es de aproximadamente 10⁸ electrónes/conteo. La distribución de altura de pulsos, que indica la función probabilistica del número total de electrónes por conteo, esta indicada en la fig.2.2. Las cuatro señales obtenidas por el detector son procesadas por una analizador de posición de pulso (APP), que permite la determinación de las coordenadas X, Y, del punto de impacto del fotón sobre el fotocatodo con una precisión de un parte en mil.



Distribución en altura de pulsos para el MEPSICRON. \mathcal{L}_1 las absc sas se indica el número de electrones por conteo (el máximo corresponde a 10⁸ electrones); en las ordenadas se indica la frecue cia.

fig.2.2

El mepsicrón puede ser definido como un tubo fotomultiplicador con resolución espacial._El número total de elementos de resolución (pixeles) es aproximadamente de 10⁵ con una superficie sensible circular de 25mm de diámetro.

Aparte de una alta resolución espacial, el mepsicron esta caracterizado también por una alta resolución temporal. Actualmente cada evento puede ser dectectado en el tiempo con una precisión de 200ns. Esta propiedad del detector abre posibilidades nuevas para resolver problemas de fotometría bidimensional ultrarrápida.

La unidad de procesamiento electrónico permite una tasa de conteo de 3x10⁴ conteos por segundo al 10% de desviación de linealidad para fuentes difusas, mientras que para fuentes puntuales no se ha registrado una degradación de resolución o de linealidad hasta 50 conteos/segundo-pixel. Para fuentes puntuales la tasa de conteo esta limitada por el tiempo de recuperación de las placas microcanales. El intervalo dinámico, debido a la corriente obscura tan baja, esta limitado en la práctica por la capa cidad de almacenamiento de la memoria que, en el caso actual, es de 16 byts por pixel. La variación de sensibilidad de un elemento de resolución a otro es menor del 5%.

El mepsicrón puede ser esquematizado para fines prácticos, con una matriz bidimensional de 1000 x 1000 fotomultiplicadores independientes, en donde cada uno representa un elemento de resolución. La tasa de conteo máxima de cada fotomultiplicador es aproximadamente de 50 conteos/segundo, mientras que el tiempo muerto para procesar y almacenar cada conteo es de 3 μ s. Las características más importantes del detector vienen indicadas en la tabla 1.

En la fig.2.3 se muestra un esquema general del sistema como actualmente esta funcionando en el Observatorio Astronómico Nacional en Baja California. Las cuatro

Diametro del area sensible

Ventana del fotocátodo

Fotocátodo

Resolución espacial (6000Å)

Tiempo de resolución

Corriente obscura (-30°c)

Tasa máxima de conteos (imagen difusa)

Tasa máxima de conteos (imagen puntual)

Variación local en la sensibilidad

Intervalo dinámico

Corrección por linealidad

Formación de la imagen en tiempo real 25 mm

Cuarzo

multialcalino

42 µm FWHM

200 ns

50 conteos/s 1conteo/pixel cada 5 horas

3x10⁵ cont/seg 3µs tiempo muerto

50 conteos/seg/pix

≲ 5%

≥ 10°

Uniforme

si

señales que salen del detector vienen configuradas, amplificadas y enseguida procesadas por un analizador de posición de pulso APP. Este que procesa la señal de forma digital, envia la posición de cada fotón a una pantalla analógica de memoria electrostática de baja resolución, a la unidad de cinta magnética y a una memoria rápida de 2 milibyts. Cada localidad de esta memoria esta relacionada a un pixel, de manera tal que llegando un fotón a un pixel, un conteo se suma al contenido de la localidad de memoria correspondiente. De esta manera, durante la exposición una imagen digital se va formando en la memoria. Una interface especial permite el despliegue de la imagen, en tiempo real, sobre una pantalla televisiva de color de alta resolución, mientras que un cursor permite interactuar con lo memoria. Otra interface conecta la memoria como unidad periférica a una computadora, por medio de la cual se puede procesar la imagen y transferirla hacia una unidad de cinta magnética.



flg.2.3

3 DESCRIPCION DEL SISTEMA

3.1 INTERFEROMETRO DE MICHELSON

Para hacer una descripción del Interferómetro de Rotación de Frente de Onda, es de gran interés el conocimiento del interferómetro de Michelson, y se debe a que dicho interferómetro tiene mucho en común con el de Rotación de frente de onda.

Consiste esencialmente de dos espejos planos M y M², fig. 3.1, dos placas de vidrio planas de caras paralelas N, N² y una lente o colimador L, que tiene la función de hacer que la luz que llega a él salga paralela. Los espejos son perpendiculares entre sí y sus posiciones pueden ser cuidadosamente ajustadas mediante tornillos, además M puede moverse hacia atrás o adelante bajo. Una fuente de luz es ubicada en S. La placa N que esta semiplateada en la superficie que enfrenta a M, separa cada rayo que viene de S en dos rayos paralelos, uno que va hacia M y otro



fig.3.1

que va hacia M^{*}. El primer rayo es reflejado por M^{*} nuevamente hacia N, parte del mismo atraviesa la superficie semiplateada y continua en la dirección NO. Entre N y M se encuentra la placa compensadora N^{*} idéntica en espesor a N pero sin ninguna superficie semiplateada.

Esta es paralela a N, y se introduce en el sistema para igualar las longitudes del camino óptico de los dos rayos cuando M y M³ son equidistantes de la superficie semiplateada N. Hay dos superficies reflectantes, M' y la superficie N semiplateada.

En términos de óptica, el interferómetro de Michelson va a separar dos frentes de onda y les va a dar un defasamiento diferente. El defasamiento va a depender del ajuste que tengan los espejos y de que la fuente sea o no puntual.

Suceden tres casos:

10. Cuando S es puntual y los espejos son perpendiculares entre sí (M y M^{*}) entonces se observan campos brillantes y/o obscuros según se mueva M. (la distancia entre dos campos brillantes u obscuros y uniforme es de $\lambda/2$).

20. Cuando S es una fuente de luz extensa, y los espejos M y M^{*} también son perpendiculares, se observan anillos de igual inclinación.

30. Cuando S es una fuente de luz puntual, y los espejos M y M^{*} no estan perpendiculares, se observan franjas de igual espesor. Para que el ojo observe de una manera más relajada, se coloca una lupa a la salidad del interferómetro.

3.2 INTERFEROMETRO DE ROTACION DE FRENTE DE ONDA

Ecuaciones básicas

El principio del Interferómetro de Rotación de Frente de onda es estudiar en el plano de la pupila el patrón de interferencia dada por la superposición de la pupila y de ella misma rotada un ángulo β .

Sea $\psi_1(\vec{x})$ la amplitud compleja de la onda en la imagen de la pupila en el punto \vec{x} Sea $\psi_2(\vec{x})$ la amplitud compleja de la onda en el mismo punto \vec{x} de la imagen de la pupila rotada un ángulo β .

se tiene la relación:

$$\psi_{z}(\vec{x}) = \psi_{1}(R\vec{x})$$
 (3.2.1)

donde' R es el operador de rotación del ángulo - β .

La intensidad en la imagen del plano de la pupila esta dada por:

$$I(x) = |\psi_1(\vec{x}) + \psi_2(\vec{x})|^2$$

$$I(x) = |\psi_1(\vec{x})^2| + |\psi_2(\vec{x})|^2 + 2Re(\psi_1(\vec{x}) + x(x))$$
(3.2.2)

Sean r y t los coeficientes de reflexión y transmisión del cubo divisor de haz,

se tiene la relación: $|\psi_1(x)|^2 = |\psi_2(x)|^2 = AIo$ (3.2.3) donde A= $|r|^2 \cdot |t|^2$, Io siendo la intensidad de la fuente.

de las relaciones (3.2.1), (3.2.2), (3.2.3) se deduce:

$$I(x) = 2 \operatorname{AIo} \left[1 + Re \left\{ \frac{\psi_1(x) \ \psi_1 * (R \vec{x})}{|\psi_1(\vec{x})|^2} \right\} \right]$$
(3.2.4)

 $\psi_1(\vec{x})$ podrá ser expuesta como: $\psi_1(x) = rt\psi_0(\vec{x}) \exp\left(i(\psi_a(\vec{x}) + \psi_i(x) + 2\pi \frac{\alpha \cdot x}{\lambda})\right)$ (3.2.5) donde $\psi_0(x)$ es la amplitud compleja de la onda sin atmósfera. $-\psi_a(\vec{x})$ es la fase aleatoria introducida por la atmósfera. $-\psi_i(\vec{x})$ es una fase fija debida a las aberraciones del sistema

y $\frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{x}}{\lambda}$ es un término de fase debido a la inclinación del frente de onda si la fuente hace un ángulo α con el eje óptico. $\lambda = longitud$ de onda: Usando la ec.(3.2.5) y escribiendo $\vec{\mu} = \frac{x - R\vec{x}}{\lambda}$, se tiene:

$$I(\vec{x}) = 2 \operatorname{Alo} \left[1 + \operatorname{Re} \left\{ \frac{\psi_{\mathfrak{a}}(\vec{x}) \psi_{\mathfrak{a}}^{*}(\vec{R} \cdot \vec{x})}{|\psi_{\mathfrak{a}}(x)|^{2}} \exp(i(\Delta \psi_{\mathfrak{a}} + \Delta \psi_{\mathfrak{i}} + \frac{\vec{a} \cdot \vec{\mu}}{\lambda})) \right\} \right]$$
(3.2.6)

donde $\Delta \psi_a = \psi_a(\vec{x}) - \psi_a(R\vec{x}) \quad y \quad \Delta \psi_i = \psi_i(\vec{x}) - \psi_i(R\vec{x})$ $I(x) = 2AI_o \left[1 + \frac{|\psi_o(\vec{x})| \psi_o^*(Rx)|}{|\psi_o(x)|^2} \cos(\psi(\vec{u}) + \Delta \psi_a + \Delta \psi_i + \frac{\vec{a} \cdot \vec{\mu}}{\lambda}) \right] \quad (3.2.7)$

Del teorema de Zernike-Van Cittert¹⁵, el módulo de la función de coherencia mutua de ψ_0 es la visibilidad 'V' de la fuente $V(\overline{u}) = \frac{|\psi_0(\overline{x}) \psi_0^*(R\overline{x})|}{|\psi_0(\overline{x})|}$ (3.2.8)

a la frecuencia $\vec{\mu} = \frac{\vec{x} - R\vec{x}}{\lambda}$, de las ecuaciones (3.2.7) y (3.2.8):

$$I(\vec{x}) = 2\operatorname{Alo}\left[i + \nabla(u)\cos(\psi(u) + \Delta\psi_a + \Delta\psi_i + \frac{2\pi \cdot \vec{a} \cdot \vec{\mu}}{\lambda})\right]$$
(3.2.9)

 $\psi(\vec{u})$ es la fase del espectro espacial (el espectro espacial de un objeto es la transformada de Fourier de su repartición de intensidad. La visibilidad es el módulo del espectro espacial).

Se debe de expresar el producto escalar: $\frac{\vec{a} \cdot \vec{\mu}}{\lambda}$

Sea un sistema de ejes (Ox,Oy,Oz) donde "O" es el centro de la imagen de la pupila, Oz es el eje óptico perpendicular a la imagen de la pupila, Ox y Oy son los ejes perpendiculares en el plano de la pupila, Ox haciendo el ángulo $\pi/2-\beta/2$ con la proyección del ángulo de inclinación en el plano de la pupila. (fig.3.2.1)



Se puede observar fácilmente que en el sistema de ejes escogido el término $\frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\mu}}{\lambda}$ tiene una forma muy simple:

$$\frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\mu}}{\lambda} = 2 \frac{\text{sen}\alpha \quad \text{sen}\beta/2}{\lambda} \vec{x}$$

el ángulo α de inclinación es siempre muy pequeño, por lo que se tiene:

$$\frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\mu}}{\lambda} = \frac{2\alpha \operatorname{sen}(\beta/2)}{\lambda} \vec{x}^{\dagger}$$
(3.2.10)

sustituyendo (3.2.10) en (3.2.9) se tiene:

$$I(\vec{x}) = 2\operatorname{Alo}\left[1 + \nabla(\bar{u}) \cos(\psi(u) + \Delta\psi_{0}(x,y) + \Delta\psi_{1}(x,y) + \frac{4\pi \operatorname{sen}(\beta/2)}{\lambda}x)\right] (3.2.11)$$

Se puede ver que el patrón de interferencias en el plano de la pupila esta descrito por un conjunto de franjas paralelas al eje OY. Las franjas estan deformadas por la fase del espectro del objeto ($\psi(\bar{u})$), por las aberraciones del sistema($\Delta \psi_i(x,y)$) y principalmente por la fase aleatoria introducida por la atmosfera($\Delta \psi_i(x,y)$). La interfranja 'i'

esta dada por:

$$i = \frac{\lambda}{2 \, \alpha \, \text{sen}\beta} \tag{3.2.12}$$

El contraste de las franjas da la función de visibilidad $V(\overline{u})$ Por una transformación de Fourier de I(x) se obtiene la imagen **speckle**, y por la transformación inversa de la imagen speckle centrada a la frecuencia de las franjas, y se obtiene la cantidad:

 $V(\vec{u}) \exp i \left(\psi(\vec{u}) + \Delta \psi_n(x, y) + \Delta \psi_n(x, y) \right)$ (3.2.13)

El modulo del cual es igual a la función de visibilidad $V(\bar{u})$.

La ecuación (3.2.11) tiene aplicaciones muy importantes:

a) El contraste de las franjas, o mejor dicho, la función de visibilidad no esta afectada por el seeing (la perturbación de la imágen debida a la atmósfera), la función de transferencia es igual a 1. En consecuencia la función de visibilidad no va a estar afectada por las variaciones del seeing, dando una gran precisión a la medida. Hay que mencionar que en interferometría speckle, en el cercano infrarrojo y en el visibile a baja frecuencia, la precisión de la medida no esta limitada por la potencia de la fuente, sino por las variaciones del seeing.

b) Los errores de guiado no van a afectar la medida (si el muestreo es suficiente); una variación del_aángulo α solamente va a cambiar la frecuencia de las franjas (la infrarroja), esto es, automaticamente corregido cuando se procesan los datos.

c) Se ha calculado que se puede obtener una razon señal a ruido muy alta con solamente una imágen (en interferometría speckle la razon señal a ruido en una imágen solo puede ser como máximo uno).

Este interferometro tiene dos problemas: el problema de polarización y el problema de la dependencia de la posición de las franjas con la longitud de onda.

3.2.1 El problema de la polarización

Cuando la luz no polarizada se usa en la entrada del interferómetro, el estado de polarización de los dos haces de salida no coinciden y por tanto el contraste de las franjas se reduce notablemente. Cuando el prisma A es rotado alrededor del eje óptico la visibilidad de las franjas decrece (fig.3.2.2).

Se observa una desaparición de las franjas para un ángulo de rotación β =55°.



 $\frac{f1g.3.2.2}{f1g.3.2.2}$ Para una fuente puntual el contraste de las franjas en el plano pupilar es dado por :

 $c = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos \phi$

siendo ϕ el retardo de fase introducido por un prisma de 90°, entre las dos componentes el vector eléctrico (Ex, Ey) (fig.3.2.3). Para $\phi = 180^{\circ}$ la visibilidad viene



<u>fig.3.2.3</u> stendo un máximo, independientemente del angulo de rotación:

 $c = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos \pi = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$

el ángulo o esta dado por:

$$\phi = 2\phi_1 = 4\tan^{-1}[1-2(1/n)^2]^2$$

para un vidrio de índice n = 1.5 el retardo de fase asociado es de ϕ =74°.

Para hacer que la condición $\phi=180^{\circ}$, Roddier unió a la entrada de cada prisma de 90° (la hipotenusa), una piaca retardadora formada por dos piacas de cuarzo con ejes principales paralelo y perpendicular a la arista del prisma. Esta piaca introduce el doble de un retraso de fase ϕ_i , la cual se suma al retraso de fase ϕ_1 dado por cada reflexión total. Por lo tanto el retraso de fase introducido por el prisma de 90° es

$$\phi = 2(\phi_1 + \phi_1)$$

se deberá tener la condición $\phi=\pi$, de donde se obtiene:

$$\phi_1' = \pi/2 - \phi_1, \quad o':$$

 $\phi_1' = \pi/2 - 2tan^{-1} \left[1 - 2(1/n)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

para n = 1.5 se tiene: $\phi_i = 53^\circ$

este defasamiento es cercano al dado por una placa retardadora de 1/4 de onda.

3.2.2 El problema de la dependencia de la longitud de onda

De acuerdo a la fórmula (3.2.11) la posición de las franjas es dependiente de la longitud de onda de la luz que entra al interferómetro. Por lo tanto el ancho de banda óptico $\Delta\lambda$ estara limitado por la condición de coherencia para que las franjas no desaparezcan. Un cálculo muestra que la condición de coherencia esta dado por:

$$2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \alpha \operatorname{sen} \left(\beta/2\right) x \leq \pi/2 \quad \alpha' \quad \Delta\lambda \leq \frac{\lambda^2}{4\alpha \operatorname{sen}(\beta/2) x}$$
(3.2.14)

para la máxima resolución $x = \frac{D}{2}$, donde D es el diámetro del telescopio y $\beta = \pi$, la condición (3.2.14) es entonces:

$$\Delta\lambda \leq \frac{\lambda^2}{2\alpha D} o' \quad \Delta\lambda \leq \frac{\lambda}{N} , \text{ donde}$$

N es igual al número de franjas en la imagen pupilar.

El ángulo de α deberá ser del orden de unos cuantos segundos de arco para que el detector muestree adecuadamente la imagen. Para $\alpha = 3$ segundos de arco y D = 2mts (una franja cada 1.3 cms., o N del orden de 150) se tiene:

$\Delta\lambda \leq 43$ Å a λ =0.6 μ m

Por lo tanto la longitud de coherencia de las ondas que entren al interferómetro esta

dada por:

que con los valores arriba calculados resulta: $L = 72 \mu m$. Se deberá vigilar que la máxima diferencia de marcha introducida por el interferómetro sea del orden de esa cantidad.

3.3 DESCRIPCION DE LA OPTICA

El haz del telescopio (f/13.5) entra al instrumento y es dividido (0.2/0.8) por la separadora de haz (1) (fig.3.3.1). Una parte es enfocada sobre el detector que hace el análisis de la fase(9) y otra parte es enviada al interferómetro de rotación de frente de onda, mediante los espejos (3) y (4). El espejo (3) forma la imagen de la pupila del telescopio, después de pasar por el interferómetro, sobre el detector (9). El diafragma (2) selecciona el campo de observación que es de imin de arco como máximo. Para el interferómetro la pupila del telescopio, sino el diafragma (2).

El espejo (3), que es un espejo parabólico fuera de eje óptico, envia esta pupila al infinito, haciendo que el interferómetro solo tenga aberración esférica. Esta aberración es restada por las características físicas del mismo. El ancho de banda de observación es seleccionado con los filtros de interferencia (7).

El periscopio de alineación (6) permite el ajuste del interferómetro con el ojo del usuario. El periscopio permite tres planos de observación: Una zona cercana a las aristas de los prismas del interferómetro, para ajustar el mismo observando franjas de igual espesor; el plano del detector para ajustar el número de franjas que caen sobre el detector (8) y por último el plano de la imágen para observar el objeto bajo estudio.



4 DISENO MECANICO

4.1 Descripcion del sistema mecanico

El diseño mecanico esta basado en el sistema optico, (fig. 4.1.1a,b). En el cual existen 9 elementos opticos que requieren de una montura o sistema mecanico especial.

44

La montura mecanica de la placa separadora $\{1\}$ no tiene ningun estudio en especial, ya que se trata de una pleza fija que soporta a un vidrio semiplateado de $42mm^2$ por 9mm de espesor.

El diafragma (2) consiste de un sistema movil tipo bayoneta, es decir, una pieza metalica deslizable que contenga 4 orificios de diferentes diametros, los cuales tendran la funcion de dejar pasar la luz en las cantidades requeridas. Sera controlado manualmente desde el exterior en la parte superior.

Un espejo parabolico (3) cortado fuera de su eje, el cual lleva un sistema de ajuste tipo "tilt", esto es, un ajuste comunmente utilizado en los sistemas opticos ilamado punto-raya-plano. Se trata de tres tornillos y un cuarto que sirve como eje de movimiento. Cada uno de estos tornillos tendran la punta esferica la cual asentara sobre 3 diferentes perfiles, un plano, un conico y un ranurado en "V" sobre la pleza a ajustar. Al girar cualquier tornillo sobre su rosca, la pleza se movera en cualquier direccion, hacia arriba o hacia abajo hacia la derecha o la izquierda, permitiendo con esto cualquier ajuste. El sistema llevara ademas un movimiento lineal. Dicho movimiento lineal se basa en el principio de movimiento de enfoque de una lente de camara comun. Esto es, mediante el movimiento de giro de una pleza cilindrica roscada que arrastra la pleza de interes en un movimiento rectilineo hacia atras o hacia adelante. Este dis_ positivo se localiza en la parte posterior, lo que facilita su control manual desde afuera a traves de ventanas de acceso.

El espejo plano (4) tiene un sistema de movimiento de ajuste simple o tilt, ya descrito en el parrafo anterior

El sistema del interferometro (S) que es el elemento mas importante, consiste de un sistema que tiene movimiento de rotacion con freno y graduacion angular, y ademas el movimiento de ajuste tilt para un prisma. Es muy importante que no exista ningun huelgo en su movimiento rotacional, por lo que con la colocacion en el sistema de rodamientos de contacto angular se asegura un huelgo nulo. Tiene un sistema de freno simple, el cual es un perno de giro, transversal al sistema colocado tangencialmente al cuerpo en movimiento.

El periscopio de alineacion (6), dispositivo que tiene la funcion de alinear el inter-







ferómetro para que la luz llegue adecuadamente al detector, tiene dos posiciones prin cipales y tres más propias del periscopio. Las dos primarias son las de entrada y salida del sistema. Las demás son para ajustes del ocular del periscopio. Se controla desde la parte superior externa del sistema.

Los filtros de interferencia (7) los cuales son fijos sobre la montura del detector (8) que a su vez también es fijo, dicha montura deberaíser de material dielectrico totalmente.

4.2 CALCULOS DE DISEÑO

Por cuanto a los cálculos de diseño se realizaron los siguientes: (a) para el interferometro de rotación; (b) para el espejo plano; y para el espejo fuera de eje. Por cuanto a los demás no hubo de ser necesario algún cálculo de importancia salvo el diseño mecanico básico.

Cálculo del Juego máximo del prisma giratorio: De acuerdo al capítulo 3.2.2 se necesita una longitud de coherencia inferior a la diferencia de marcha o camino óptico dado por el interferómetro.

El interferómetro esta ajustado para que la diferencia de marcha sea nula. Sin embargo cuando el prisma 2 gira, esta diferencia podría cambiar, no cumpliendo con las condiciones de coherencia; al mismo tiempo todo el interferómetro funciona en todas posiciones. Si la montura mecánica tiene juegos tampoco podría cumplirse las condiciones de coherencia.

De acuedo al capítulo 3.2.2, el ancho de banda óptico en el cual se piensa trabajar, es de $\Delta\lambda$ = 50Å centrado en 6000Å. De acuerdo al capítulo 3.2.1 esto da una longitud de coherencia de:

$$L = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = \frac{(6 \times 10^2)^2}{50} = 0.72 \times 10^6 \text{ Å} \times 10^{-10} \text{mts} = 72 \ \mu\text{m}$$

Para garantizar que el juego de la mecanica no destruye la interferencia, se necesita que sea de 5 a 10 vaces inferior a esa cantidad, por lo que entonces tendremos 7 μ m de huelgo máximo.

Dada la máxima holgura calculada hubo que buscar alguna componente mecanica que satisfaciera dichos requerimientos. Se encontró que con la aplicación de rodamientos de contacto angular las exigencias serian satisfechas totalmente al asegurar que montando los rodamientos en parejas y en ciertas disposiciones especiales ($O \neq X$) el juego u holgura seria nula.

Por cuanto al calculo del contenedor o cuerpo del sistema se realizo el cálculo siguiente:

El cuerpo debera ser lo suficientemente rigido para no aceptar una deflexión mayor a las 10 micras (μ m), por lo tanto, suponiendo material de aluminio, dada sus características de maquinabilidad y peso, y una estructura de tipo cuadrada de 220mm x 220mm de interior y de una longitud minima de 689mm, de acuerdo a los calculos de diseño óptico, adoptando una placa de espesor comercial de 9.52mm (3/8"), si se realiza el cálculo como si fuera una viga apoyada en uno de sus extremos, y uniformemente cargada, dado que sus componentes se consideran de muy poco peso, entonces:



El peso propio del contenedor es de:

 $(0.239mt \times 0.70mt)4 + (0.239x0.220) = 0.713 M^{2}$

Si el peso por m^2 de dicha placa de aluminio es de 25.81 (kg/m²) => 0.713 x 25.81 = 17.27Kg

El módulo de elasticidad del aluminio es de:

 $E = 0.74 \times 10^6 \text{ Kg}^2/\text{cm}^2$

El momento de Inercia del cuerpo es $I_0 = \frac{a^4 - b^4}{12} = \frac{(23.9 \text{ cm})^4 - (22.0 \text{ cm})^4}{12} =$

I_o=7668.7cm⁴

por lo que la deflexión sera:

49

$$\delta = \frac{WL^3}{8EI}$$

 $\delta = 1.4 \times 10^{-4}$ cm

es decir, <u>1.4 µm</u>

Lo que significa que el diseño es bastante adecuado para el objetivo.























5. COSTOS

En este capítulo se va a evaluar el costo total del instrumento. Se analizaran los siguientes aspectos:

- a) Costo de materiales
- b) Costo del equipo auxiliar
- c) Costo de la mano de obra

En este capitulo no se incluyeron el costo de la electrónica asociada, ni el costo de renta, energía electrica, desgaste de maguinaria.

a) Costo de materiales.

Este costeo se tomo en base a los costos reales existentes en el mercado de los metales y aceros utilizados en su fabricación, hasta finales del primer semestre del año en curso.

1. Tornilleria. Los requerimientos en la construcción del instrumento hacen un total de 94 piezas de diferentes características haciendo un total de \$14,195^m. A continuación un listado de los tornillos a utilizar:

cantidad	descripcion	costo unitario	costo total
12	tor. allen ³/18"- 24 unc x 19mm	\$250°°	\$3000 [∞]
16	tor, allen ³/16" - 24 une x 12.7mm	\$250°°	\$4000∞
6	tor. allen '/g" - 40 unc x 12.7 mm	\$180 [∞]	\$1080 [∞]
6	tor. allen 1/4" - 20 unc x 12.7mm	\$280∞	\$1680 [∞]
33	tor. cab. gota 1/8"-40 unc x 25.4mm	\$65 [∞]	\$2145 [∞]
1	tor. cab. plana $1/8''$ - 40unc x 25.4mm	\$70 [∞]	\$70 [∞]
12	tor, cab. gota $1/4^{"}$ 20 unc x 12.7 mm	\$100 [∞]	\$1200 [∞]
1	tor, cab gota 4 ⁻ 40 unc x 6.4mm	\$ 100 ⁰⁰	\$100 [∞]
4	tor. ca. plana $3/15$ " -24 unc x 12.7 mm	n \$80°°	\$320 [∞]
3	tor. cab. cacerola M6 x 1 x 20mm	\$ 200°°	\$600 [∞]

2. Costo de Materiales. Por características de maquinabilidad y peso se eligió al aluminio como el material para la fabricación de la mayor parte de los elementos del instrumento. Se calculo el costo de acuerdo a cada uno de ellos. A continuación se muestra el listado del material empleado:

ELEMENTO	MAT. COM	CANT.	\$/0	\$/TOT.
Divisor de haz cuerpo	sol. alum. ³ / ₈ x 50.8mm	0.34mts	\$10500/kg	\$468000
Diafragma cuerpo	canal 1/8 × 19 × 9.5mm	0.22mts	\$14000./kg	\$856 ^œ
palanca/diaf.	red. alum. ⁵ / ₁₆ "φ	0.15mts	\$8000/kg	\$170 [∞]
Espejo movil anillo ext.	tubo IPS 2" φ	0.04mts	\$13500/kg	\$1014∞
cuerpo fijo	red. alum. 2"¢	0.07mts	\$12500,/kg	\$4805∞
mont. movil	red. alum. $1^{1}/_{z}^{"}\phi$	0.05mts	\$10500/kg	\$161700
base soporte	tubo rect. $1^{1/4} \times 2^{1/2}$	0.07mts	\$16000/kg	\$1102°°
Espejo fijo soporte espejo	red. alum. $2^{1/2^{11}}\phi$	0.06mts	\$12500/kg	\$6375 ∞
base soporte	canal 'U''/4"x x4 x1'/8"	0.06mts	\$15000/kg	\$2475∞
Interferómetro d cuerpo	le Rotación red. alum 5" φ	0.136mts	\$15,000/kg	\$70,176°°
flecha movil	red. alum. 2" o	0.080mts	\$12500/kg	\$5492∞
mont. prisma	canal U $\frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{8}$	0.040mts	\$14000/kg	\$281 [∞]
tor. de ajuste	red. acero inox. ³/8"φ	0.03mts	\$16200/kg	\$1234
rodamiento de co [RG 7208B·TVP	ntacto angular •UD] [FAG]	2 pzas.	\$55200-c/u	\$110,400∞
Periscopio de al	Ineación			
ocular cuerpo	red. alum. 2" φ red. alum. 21/z φ	0.05 mts 0.12mts	\$12500/kg \$12500/kg	\$2870°° \$12750°°

C. movil prim.	tubo laton rojo SPS 11/4"	0.20mts	\$13630/kg	\$10712 [∞]
C. movil sec.	tubo alum. IPS 1" φ	0.10mts	\$10228./kg	\$883¤
base espejo	tubo cuad. alum. 2" φ	0.05 mts	\$14250/kg	\$626 [∞]
Bases p/filtros montura	red. alum. 2¹/₂"φ	0.03mts	\$12500/kg	\$3187∞
Detector montura base	rød. nylon 4"φ	0.08 [°] mts	\$141942/60cr	n \$18918∞
Contenedor - cue	rpo		mit taan tala daga taala daga taa Marka daga taala daga ta Marka daga taala daga ta	
paredes	placa alum. ³/8"	0.598m ^z	\$9500/kg	\$147577 [∞]
tapa posterior	placa alum 1/4"	0.0484m²	\$9500/kg	\$8138∞
brida	placa alum '/z "	0.088m²	\$9500/kg	\$28993°°
			total	\$445.331°°

b) Costo del material óptico:

Por lo que respecta a los mateiales opticos, se muestra la siguiente lista de costos incluyendo los de importación, (que se indica con un asterisco), se incluye tambien al detector CCD.

descripcion	cantidad	c.unitario	costo tot
filtros de interferencia 50mm	6	\$80,000	\$480,000∞
vidrio divisór de haz 40mm	1	\$50,000	\$50,000°°
espejo fuera de eje (vidrio)	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	\$10,000	\$10,000 ^{co}
espejo plano (vidrio)		\$1,000	\$1,000°°
prismas (vidrio)	1	15,000	\$15,000 ⁰⁰
laminas retardadoras*	1	75,000	\$75 , 000∞

espejo p/periscopio	1	1,000	\$1,000∞
dobletes lentes*	1	\$52,500	\$105 , 000∞
CCD intensificado* (detect)	2	\$9,000,000)\$18,000,000∞
Lo que hace un subtotal	de los elementos	ópticos de \$	18•737,000∞.
c) En lo referente al cos sueldo mensual asignado a u	to de mano de ol In técnico especial	bra, se estim lizado en la	no de acuerdo al U.N.AM.
personal técnico salari	o/mes tiempo	estimado	costo
de piezas ópticas \$300,	000	4	\$1°200,000∞
Tec. mecánico \$300,0	000	3	\$900,000∞
El costo de mano de obra	arroja un subtot	al de \$2'10	0,000∞
Si ahora realizamos la si total:	uma de cada uno	de los costo	s, se obtlene el
	[1. tornilleria		\$ 14,19500
a) Costo de materiales:	2. material com	ercial	\$ 445,33100
b) Costo de la optica:			\$ 18°737,000∞
c) Costo de mano de obr	a:	an a	\$ 2100,000∞
Por lo que el costo total	se estima en:		\$ <u>21*296,526</u>

CONCLUSIONES

Se realizo el diseño mecánico y óptico de un interferometro de rotación de frente de onda, trabajando en el plano de la pupila, para utilizarlo en la obtención y reconstrucción de imágenes astronómicas con una alta resolución espacial.

La parte mecánica del instrumento basicamente soporta y hace funcionar las componentes ópticas. Las tolerancias de las piezas, así como de las flexiones del cuerpo del aparato, fueron calculadas tomando como base las tolerancias fijadas por la óptica.

Para entender estas tolerancias, se estudiaron diferentes conceptos de la óptica, que se incluyeron en los primeros capítulos de este trabajo de tésis.

Todos los dibujos fueron realizados mediante un programa de dibujo por computadora (prodesign II), y el texto completo incluyendo las formulas matemáticas utilizando un programa especial (volkswriter).

El diseño de este instrumento forma parte de un proyecto del Instituto de Astronomía de la UNAM. Todas las componentes mecánicas, opticas y detector asi como toda la electrônica asociada (que no se menciona en esta tésis) pueden ser fabricados en los talleres y laboratorios del Instituto de Astronomía, demostrando que se tiene capacidad en la UNAM para construir un instrumento para investigación astronómica de frontera, utilizando equipo y material humano de gran capacidad.

66

REFERENCIAS

(1)	Labeyrie, A. (1970), Astronomy and Astroph. 6, 85.
(2)	Dainty, J.C. (1984), Topics in Applied Physics 9, 255
(3)	Breckinridge, J.B. (1972), Applied Optics, II, 2996
(4)	Dainty, J.C. Greenaway, A. H. (1979), I.A.U. Colloquium No. 50
(5)	Chelli, A., Mariotti, J.M. (1986) Astron. Astrophys. 157, 372
(6)	Goodman, J.W., Belsher, J.F. (1977), Report TR-77-175, ARPA order No. 2646 (Rome Air Development Center, Griffin AFB, N.Y. 13441)
(7)	Currie, D.G., et. al., Astrophysical Journal. 187, 131
(8)	Ribak, E., et. al., (1985) Bull American Astron. Soc. 16, 885
(9)	Roddier, C., Roddier, F.,(1978) I.A.U. colloquium No. 49, Groningen C.V. Schoonevelt Ed. Reidel, 175-185
(10)	Roddier, F., Roddier, C. (1985), Ap. J. Lett. 295, L21, 82-B9
(11)	Landau, L. D., Lifchitz, E. H., (1984) Electrodynamics of Continius Media Oxford, Pergamon Press
(12)	J. F. Nye (1961). Propietes Physiques des Cristaux. Dunod., Paris
(13)	Francon, M. Optical Interferometry (1966). Academic Press N.Y.& London
(14)	Firmani, C. (1985). Rev. Mexicana de Fisica 31, 3
(15)	Bom, M. Wolf, E. (1964) Principles of Optics, N.Y., Macmillan p 426
(16)	Roddier et., al. (1979), Journal of Optics 9, 145