UNIVERSIDAD MACIONAL AUTONOMA

DE

MEXICO.

"VERDAD"

Tesis que para obtener el título de MATEMATICO presenta José Guerrero - Grajeda.

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UNAM.

México,

1976.





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A Irene.

4

El problema inicial que nos planteamos al iniciar este trabajo fue el de estudiar el concepto de verdad matemática. Sin embargo, la primera pregunta que surge al inicio mismo de
dicho estudio es la pregunta por la verdad. Esto es, para poder hablar de verdad matemática debemos tener primero resuelta
una pregunta previa: ¿Qué es la verdad?. Esto nos coloca de in
mediato en el ámbito de la filosofía. Es aquí pues donde debe
ubicarse y resolverse la problemática que nos hemos planteado
de principio.

Ahora bien, una vez superado este primer momento, surge entonces una nueva cuestión importante que es la siguiente: to da concepción específica de lo verdadero en una época precisa va indisolublemente unida a una forma también específica y par ticular de concebir la totalidad de lo existente, misma que de berá estar presente en los fenómenos más característicos de la época en cuestión (el arte, la ciencia, la religión, etc.). Am bas cosas, la concepción del mundo y de la verdad se penetran una a la otra de manera necesaria; ninguna es sin la otra. Esta es una primera cuestión que leberá quedar clara en la exposición misma de nuestro trabajo.

De lo anterior se tiene que nuestro problema inicial deberá ubicarse en el marco que prefiguran ya la concepción de la totalidad y de lo verdadero en una época determinada de la
historia. Pero dado que como hemos dicho, la concepción del mundo de una época deberá manifestarse en los fenómenos que más la representan y dado el caráster de nuestro trabajo, nos
interesará aquí descubrir tal concepción a través de un fenóme
no específico que es la ciencia. Por cuestiones que de la misma forma sólo quedarán claras en el desarrollo mismo del trabajo, hemos fijado nuestro estudio en tres épocas fundamentales que son: a) época helénico-medieval, b) época renacentista

y c) época moderna.

En una primera parte se establece la concepción del mun do (a través de su búsqueda en la ciencia) y de verdad científica en cada una de las épocas tratadas. En la segunda parte se establece a su vez la concepción de verdad dominante en dichas épocas, haciendo notar su íntima relación con la forma de concebir lo existente expuesta en la primera parte. Por último en una tercera parte, fijado ya el ámbito de referencia de unestro problema, nos dedicamos a especificar cual ha sido el lugar ocupado por la matemática en las épocas mencionadas y cual ha sido el concepto de verdad dominante en la matemática a través de ellas. Para las tres partes hemos manejado una bibliografía en la que se mezclan textos de filósofos y científicos a los cuales consideramos suficientemente representativos del modo de pensar característico de las tres etapas que aquí consideramos.

Por último queremos señalar dos cuestiones que son para nosotros de gran importancia:

- 1) Pretendemos que al final de nuestra exposición quede debidamente establecido el hecho de que la verdad matemática no es sino una cierta verdad particular cuyo verdadero sustento está fuera de ella, y esto independientemente de la concepción particular que se tenga acerca de la naturaleza de la matemática en general. La verdad matemática pues, no es para nosotros una "super" verdad como a menudo suele creerse.
- 2) No pretendemos que el discurso aquí expuesto sea considerado como "el" discurso sobre la ciencia sino mostrarlo como un posible discurso más sobre ella; y es en este sentido que nuestro trabajo se ubica en un contexto más amplio, a sa-ber, el expresado en el proyecto del Centro de Investigación de Filosofía e Historia de las Ciencias. Es en esta perspectiva, creemos, donde nuestro trabajo adquiere su real validez.

CAPITULO I. La concepción del mundo y de verdad científica en los griegos, el renacimiento y los tiempos modernos.

1) La época griega.

Dos de los problemas fundamentales sobre los que comienza a estructurarse la naciente ciencia (o filosofía natural) griega son: a) el planteado por la aparente contradicción entre la multiplicidad de lo único y la unidad de lo múltiple y b) el problema de la racionalidad de lo real. El primero de ellos, esto es, el que se refiere a la aparentemente caótica di versidad del mundo sensible, es resuelto de Tales de Mileto a Aristóteles bajo formas distintas pero en las que subyace siem pre la búsqueda de lo común a lo que a nuestros ojos aparece como diverso. Para Tales el problema queda resuelto al postu-lar que todas las cosas existentes no son sino diversas apariciones de la unidad "agua", mientras que para Anaximandro y Anaximenes lo multiple (o definido) encuentra su unidad en el a peirón, o lo indefinido. Para Platón la unidad se encuentra en el Topos Uranus, y para Aristóteles en un primer motor que está presente en todo cuanto se mueve, de tal forma que "... entre motor y movido no hay nada"(1).

Una primera cuestión importante a señalar es que tanto - el agua de Tales como el apeirón de Anaximandro, el topos uranus platónico y el primer motor aristotélico, tienen todos ellos existencia en sí mismos, independientemente de sujeto alguno o de su pensamiento. Esto es, la unidad de lo real se encuentra en lo real mismo. Existe objetivamente.

Por lo que toca al segundo problema referente a la forma en que, a partir de la unidad encontrada se puede dar razón de la pluralidad haciéndola inteligible, Tales contesta que dicho problema se resuelve a través de fenómenos de evaporación y solidificación del agua, la cual, por su mismo ser dúctil podrá aparecer de distintas formas y dar así cuenta de la multiplici

dad de lo originariamente único. Para Anaximandro y Anaxímenes el problema se resuelve en forma análoga por medio de procesos de rarificación y condensación, mientras que para Aristóteles, junto a la idea de un primer motor se da la de un primer movido, y por medio de una serie de acciones de estos es que se da cuenta del movimiento total observado en la naturaleza.

Pero, de la misma forma que la unidad estaba en todos - los casos fuera del sujeto, vemos ahora que la totalidad de - los procesos mediante los cuales aquella unidad se despliega - dando cuenta de la totalidad son de nuevo ajenos a él, a su vo luntad y a su pensamiento. Esto nos permite adelantar una segunda cuestión: la racionalidad de lo real está en lo real mismo.

De lo anterior es claro que nos encontramos en los griegos con una concepción realista de la ciencia; con una ciencia que es producto de una mentalidad que concibe al mundo como un todo perfectamente organizado y funcionante sin necesidad de nada extraño a él. Un universo visual por exelencia que condena al sujeto a una actitud pasiva, de un continuo maravillarse ante la perfección captada por sus ojos. La ciencia griega es pues una ciencia del objeto, mismo en el que radica no sólo el fundamento del conocer sino que además será también él quien imponga al sujeto el método, obligándolo en cada caso a proceder de una determinada manera dependiendo del objeto de estudio en cuestión. Aristóteles nos dice al respecto: "Es necesario, por tanto, que se determine ante todo como hay que exponer y demostrar cada cosa"(2).

En este estado de culto a lo real, la verdad científica deberá también pertenecer al objeto, y desde él, por un impulso vital que le es propio se manifestará en toda su plenitud - al sujeto. Será ésta una verdad extracausal a la que puede en principio llegarse con sólo "ver" bien, o cuando más realizando una actividad que tiene el sentido de remover los obstácu--

los que la ocultan. El siguiente texto de Proclo es claro al - respecto: "Si nos ponemos a mirar en verdad, para encontrar, - tal cual se descubre, el tipo de movimiento de los astros, veremos que se mueven como aparecen; y se mueven y hacen aparecer o sacan a la luz sus movimientos para que resulten aprehen sibles, captables las medidas, el metrón que en ellos se hallan"(3). Esta concepción de verdad científica como atributo - del objeto ha de llevar a la astronomía según palabras del mis mo Proclo al establecimiento de un método que consiste, por lo que toca al sujeto, en "...partir de las consecuencias y fingir entonces hipótesis que permitan demostrarlas"(4). Esto es, geometría, lógica y razón están al servicio del objeto: al servicio de lo real dado. Con la física aristotélica suceden co-sas distintas en cierta medida según se verá a continuación.

En efecto, el problema del conocimiento científico en Aristóteles no es el simple ponerse a mirar lo real para captar
así esa verdad que se manifiesta sin causa alguna. En Aristóte
les se da por vez primera el intento de establecer la causalidad real de lo real, aunque, como buen heleno de mentalidad, las causas reales encontradas por él deberán culminar en la os
tentación de la idea propia de la cosa física en la cual se conjugan toda una serie de procesos cuyo principio se sitúa en
nuestro ya conocido primer motor.

Las causas de las cuales participan las cosas de la naturaleza son para Aristóteles las siguientes: a) causa material, b) causa eficiente, c) causa final y d) causa formal. Es a partir de estas cuatro causas que se constituye la física Aristotélica, la cual en un principio se presenta como el conjunto más o menos sistemático de las cosas que contienen en sí las cuatro causas. No nos detendremos aquí a dar sus definicio nes, sino más bien nos dedicaremos a ver de que manera los objetos de la naturaleza se crean a partir de ellas y las consecuencias que de ello se siguen.

Pues bien, para Aristóteles el material básico de que es tá construido el mundo es una realidad dinámica (causa mate-rial) que puede encontrarse bajo dos aspectos que son: en esta do de potencia, esto es, indiferenciada, sin contorno preciso, o bien en estado de acto, o sea, con partes articuladas, osten tando su presencia a propios y extraños. Para Aristóteles la materia tiende por naturaleza al estado de acto, para llegar al cual deberá recorrer un proceso (causa eficiente) que la lleve de su estado inicial de realidad pujante a un estado final en el que deberán estar presentes todas las partes del pro ceso (causa final). Una vez acopladas las causas eficiente final (proceso y partes de él) éstas deberán unirse a la causa formal, produciéndose así la cosa física, la cual vía la causa formal deberá llegar a la ostentación de "su" idea, "su" forma, quedando a partir de ese momento perfectamente enmarcable y de finible a través del género último y la diferencia específica.

Resulta claro que esta concepción de la cosa física tendrá necesarias repercusiones en algunos de los más importantes conceptos de la física aristotélica. Así por ejemplo, el movimiento será definido como "...el acto de aquello que existe en potencia, precisamente en cuanto es tal potencia"(5). El movimiento pues es el impulso natural por el que la cosa pasa de un estado de indiferenciación hacia un estado final en el que se hará patente lo que ella tiene de eidético. El espacio (lugar) deberá también rendir homenaje al objeto en la física aristotélica; de tal forma que el lugar en sí, sin referencia a ningún objeto externo, no tendrá otra existencia que la de cau sa material en estado de potencia, y sólo adquirirá verdadera realidad en la medida que llegue a ser "...aquello que inmedia tamente envuelve y contiene aquel ser de quien él se dice gar"(6). De igual forma el tiempo deberá recorrer un proceso seme jante que lo lleve de un estado informe a otro nuevo en el cual se manifieste como "...el número del movimiento"(7).

Lo anterior nos muestra claramente como es que las categorías esenciales de la física aristotélica (forma, materia, motor, fin, espacio, tiempo, etc.) se hallan todas ellas sometidas a un proceso del mismo tipo: aquel que va de un estado de indiferenciación total, pasa a través de sucesivas etapas y llega finalmente a un estado de pluralidad tanta como cosas existen en la naturaleza. Y será este tipo de proceso común el que dará unidad y estilo propio a la forma de hacer física en Aristóteles. El camino seguido por la astronomía tiene sus diferencias, según hemos visto en los textos de Proclo.

Terminaremos esta parte estableciendo las siguientes con clusiones generales:

- 1) Los griegos conciben al mundo como un todo dado, funcionante, con existencia independiente del sujeto y racional en sí mismo.
 - 2) La verdad científica es una verdad del objeto.
- 3) La actividad del sujeto en la ciencia griega se reduce a una labor de aprendizaje, el cual le ha de capacitar para "ver" mejor. Este aprendizaje lo único que podrá transformar será al sujeto mismo.

En la parte siguiente veremos como una nueva concepción del mundo y de la verdad harán posible una nueva ciencia, la - ciencia renacentista en la que la fuerza de gravedad hará caso omiso de causas eidéticas y me permitirá afirmar que "...al mo verme yo, se estremezca el universo y tiemblen las estrellas" (8).

2) El Renacimiento.

Hemos visto como el concepto de verdad científica en los griegos es fundamentalmente una verdad del objeto. Esta concepción que, como se verá en el capítulo siguiente, es conservada en gran medida durante la edad media, sufre en el renacimiento un cambio radical. Aquel observador que se deleita en la contemplación del mundo y finge hipótesis con el fin de "salvar"

los fenómenos, no llegando en ningún caso más allá de realizar una cierta actividad tendiente a descorrer el velo que oculta la verdad presente en el objeto, será sustituido por el sujeto experimentador que armado de la razón y las teorías elaboradas por ésta, se presentará ante lo real imponiéndole condiciones, obligándolo de una vez para siempre a manifestarse en las condiciones por él planteadas. El siguiente pasaje de una carta de Galileo a Kepler refleja claramente esta nueva actitud del hombre de ciencia frente al mundo: "Sabe que más o menos duran te los tres meses que la estrella Venus está visible, me di a mirarla con toda diligencia por medio del telescopio, para lo que ya tenía en mi mente como indudable lo aprehendiese por los sentidos mismos"(9).

Para entender mejor las diferencias establecidas por el nuevo hombre de ciencia renacentista en relación a la ciencia griega analizaremos algunos puntos en los cuales estas diferencias se hacen patentes, llegando incluso en algunos casos a ser totalmente opuestas.

En efecto, para la física aristotélica todos los cuerpos de la naturaleza poseen de suyo movimientos y tipos de trayectorias propios. Así, los graves caen de manera natural, "naturalmente" hacia el centro de la tierra; donde esta "naturalmente significa para Aristóteles que los cuerpos tienen todos dentro de sí el principio y el fin de su movimiento (causas eficiente y final respectivamente). De igual manera los leves tienden en forma natural a ascender, a alejarse de dicho centro sin necesidad de causa externa alguna. Estos hechos (el que los cuerpos graves caigan y los leves asciendan) no se debe para Aristóteles pues a la acción de ningún campo de fuerzas que obligue a los cuerpos a actuar así, sino como ya hemos dicho, a las causas eficiente y final que los han de llevar a un estado en el cual se hará patente lo que cada una tenga de eidético (subordinación de las causas reales a las eidéticas).

Además, el hecho de que los cuerpos elijan el centro de la tierra como el punto hacia el cual han de caer o del que han de a lejarse no se debe a otra causa, según Aristóteles, sino a que ésta se encuentra situada en el centro del universo y a ninguna otra; de lo cual se desprende que si otro cuerpo ocupara tal posición, hacia él caerían los graves, pero nó por ser él un cuerpo especial sino por el lugar que estaría ocupando. Es su posición, pues, lo que privilegia a la Tierra.

Esta teoría del geocentrismo alcanzará más tarde con Ptolomeo su expresión máxima en el Almagesto, obra en la cual afirma: "Que la Tierra en su figura y tomada en el total de sus partes, es sensiblemente un esferoide".

"Que por su tamaño y distancia a la esfera de las estrellas fijas, sólo es un punto".

"Que no tiene rotación ni traslación"(10).

Oigamos ahora a Galileo: "El sol es el centro del mundo, y no se mueve en manera alguna de su lugar". "La Tierra no es el centro del mundo, ni está inmoble, sino que se mueve toda e lla, aún con movimiento diurno"(ll). Hemos preferido citar en esta parte a Galileo y no a Copérnico, verdadero gran iniciador de la teoría heliocéntrica, por considerar que es Galileo quien la asume con todas sus consecuencias y logra integrarla en un nuevo plan causal en el que estarán incluidos todos los fenómenes: sub-lunares y supra-lunares. Plan racional en el que las causas eidéticas no tienen sitio alguno y en el que ya se prefiguran aquel "Hipothesis non fingo" newtoniano y el "Cogito ergo sum" cartesiano que impondrán su sello a toda la ciencia moderna.

Otro texto clásico galileano es el siguiente: "Concíbase mentalmente un móvil cualquiera (celeste o terrestre, sublunar o supralunar),

- Sobre un plano horizontal,
- Dése a tal móvil un empujón,

- Hacia adelante;
- Consta en firme que, si tal plano horizontal se extiende al infinito, el movimiento de tal cuerpo sobre tal plano será uniforme y perpetuo" (12).

Analicemos el texto. En él Galileo nos habla de una situación "pre" concebida "mentalmente"; nos habla de un plan que no nos es dado inmediatamente o de forma directa por la ex
periencia externa y en el cual se incluye la especificación de
un lugar inapropiable (plano horizontal que se extiende al infinito), en el cual deberá manifestarse lo real: hacerse paten
te. Se trata pues de un plan dado a priori; plan que contradice la hipótesis de un universo finito sostenida por los antiguos y aún por el mismo Copérnico, que contradice también la
primacía otorgada por la antiguedad y la escolástica a figuras
tales como la circunferencia y la esfera (las figuras perfectas), y en el cual se obliga a los cuerpos por medio de empujones a moverse de manera uniforme y perpetua, haciendo caso o
miso de las causas eficiente y final aristotélicas.

Es también importante hacer notar que, mientras que Ptolomeo y Proclo llegaron a hablar de un cierto plan para los fe
nómenos astronómicos, Galileo habla ahora de un plan que se ex
tiende a todo el universo: a la tierra y al cielo; un plan "ob
jetivo cósmico" que no sitúa ya sus preferencias en la geometría mostrada por los cuerpos, sino por lo algebraico y lógico.
Plan aplicable a un mundo "escrito en lenguaje matemático", a
un mundo que "...parece ser hecho para ser percibido por la cantidad"(13).

Como conclusión primera repecto a esta cuestión diremos que la oposición entre la ciencia renacentista y la ciencia griega se da en varios niveles; a saber: mientras que para Aristóteles se da una física con un cierto plan causal real, donde los cuerpos se mueven siguiendo trayectorias naturales (también habla de movimientos "in-naturales" y realiza toda u-

na serie de malabarismos mentales tratando de explicarlos me--diante una cierta teoría llamada antiperístasis o movimiento en torbellino, con cuyas hipótesis resulta que no se podría arrojar un proyectil en el vacío), Galileo afirma que no hay mo vimiento que nazca de causas intrínsecas, sino que éste provie ne de fuerzas difundidas por el espacio, completamente indepen dientes de los cuerpos, los cuales, de no hallarse en su campo de acción seguirían moviéndose uniforme y eternamente. Por o-tra parte, respecto al plan astronómico sostenido en la anti-güedad y cuyo más importante expositor es Ptolomeo, quien habla de la inmovilidad de la Tierra y de que "El propósito y la mira que deben guiar al matemático han de ser demostrar que to dos los fenómenos celestes se deducen de movimientos sencillos y regulares"(14). Galileo propondrá su plan cósmico de estructura geométrico-algebraico-lógica en el cual la Tierra no sólo se mueve sino que no posee ningún privilegio respecto de nin-gún otro cuerpo celeste o de cualquier otro tipo. Y ha de esta estructura propuesta ya por Galileo la que llevará a Newton a dar forma definitiva a la primera de las ciencias modernas: la física matemática. Las categorías centrales de esta nueva ciencia deberán recorrer un proceso inverso al propuesto por Aristóteles, hasta llegar a tomar la forma del universal a priori. Esto es bastante claro en Newton, para quien el tiempo se define de la forma siguiente: "El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí y debido a su naturaleza, fluye uniformemente y sin referencia a ningún objeto exterior. Toma tam--bién el nombre de duración. El tiempo relativo, aparente y vul gar es la medida sensible y externa, aproximada de la duración y de la cual nos sentimos ordinariamente en lugar del tiempo verdadero"(15). En forma análoga define espacio diciendo: "El espacio absoluto, debido a su naturaleza, permanece siempre i= gual e inmóvily sin relación con ningún objeto exterior. El es pacio relativo es una medida o una porción del anterior, que - cae bajo nuestros sentidos por su posición frente a los otros cuerpos y que ordinariamente se confunde con el espacio inmó-vil..."(16). Es obvia la contraposición de estas concepciones respecto de las correspondientes aristotélicas.

Un comentario sobre el significado profundo de esta nueva concepción renacentista de la ciencia lo hace Kant en la in
troducción a la Crítica de la Razón Pura. Al respecto dice:
"Cuando Galileo hizo rodar por el plano inclinado las bolas cu
yo peso había él mismo determinado; cuando Torricelli hizo soportar al aire un peso que de antemano había pensado igual al
de una determinada columna de agua; cuando más tarde Sthal transformó metales en cal, sustrayéndoles y devolviéndoles algo, entonces percibieron todos los físicos una las nueva. Comprendieron que la razón no conoce más que lo que ella misma produce según su bosquejo; que debe adelantarse con principios
de sus juicios, según leyes constantes, y obligar a la naturaleza a contestar a sus preguntas"(17).

En la cita de Kant se prefigura ya una respuesta a lo que es ahora nuestro problema: ¿Qué nueva concepción del mundo es la que ha hecho posible el nacimiento de la ciencia renacentista?, ¿qué nuevo tipo de verdad científica es ésta, nacida a partir de planes preconcebidos mentalmente y que obliga a loreal a someterse a sus preguntas?. La nueva concepción del mundo sobre la cual se edifica ahora el conocimiento es la de el mundo como imagen. Expliquemos mejor esto.

Hemos visto como la ciencia griega es una ciencia que privilegia al objeto, no siendo labor del sujeto otra que la de adecuarle hipótesis (las cuales no tienen por que ser verda deras) con el fin de explicarlo. Pues bien, en el momento mismo que mi razón establece planes y confiere valor real a mis hipótesis, la nueva ciencia que resultará de este estado diferente de cosas será cualitativamente distinta de la anterior en la medida en que por nunca jamás será ya una ciencia que privilegie al objeto. En este momento la ciencia se ha conver-

tido en investigación. A la ciencia como investigación la deter minan cuatro cuestiones fundamentales que son: a) esbozo, b)ri gor, c) procedimiento y d) empresa. El esbozo se refiere a que la ciencia como investigación se instala a sí misma en un terminado campo del saber, siendo dicho campo abierto y determinado por ella misma. A su vez, este esbozo del campo objético debe contemplar de que manera el proceso del conocimiento debe vincularse con él, y esta relación entre el campo objético y su interacción con el proceso del conocer es el rigor de la investigación. Ambas cosas, esbozo y rigor lo que nos dan por resultado es una forma particular de proceder (procedimien to) de la investigación dentro de su campo de objetos. Esto es. esbozo y rigor son sólo gracias a su propio desenvolvimien to en el proceso cognoscitivo. Además, dado que como hemos dicho, la ciencia como investigación se funda en el esbozo de un campo particular de objetos, esto hace de ella necesariamente una ciencia especializada, lo cual es otra característica portante de la ciencia como investigación. Por último, el proceso mediante el cual se llega al conocimiento en cada uno de los campos de objetos específicos de las ciencias particulares no sólo se limita a la acumulación de resultados, sino que, primordialmente, con la ayuda de ellos se dedica a la búsqueda de nuevos procedimientos que tendrán por base a los ya conocidos. Este hecho, o sea, ese instalarse de la investigación sobre resultados propios como caminos y medios del proceso del conocimiento es lo que fundamenta el carácter de empresa de la ciencia como investigación.

El resultado final del propio instalarse de la ciencia - en un campo de objetos será la representación de dicho campo, siendo el total de las representaciones la representación total de lo existente o imagen del mundo. Pero lo más importante de esto no es llegar a ubicarse en dicha imagen, sino que de a hora en adelante lo real estará dado por su representación, o

dicho en palabras de Heidegger: "El ser de lo existente se bus ca y encuentra en la condición de representado de lo existente" (18). Nos referiremos enseguida al problema de la verdad - científica en este nuevo contexto.

Dada nuestra ubicación en la imagen del mundo y dado tam bién que lo real es lo representado, se tiene que la concep--ción de verdad científica en el renacimiento estará dada por la validez de la representación. Pero como tal representación es en su totalidad una labor del sujeto (recordar las palabras de Galileo a Kepler; también es sabido que Copérnico apenas si realizó algunas observaciones del cielo para construir su teoría heliocéntrica), tendremos como consecuencia de ello una nueva verdad que es fundamentalmente una verdad subjetiva. Esto es aún más claro cuando se conoce la forma de probar la validez de la representación; ésta se lleva a cabo por medio del experimento, pero el problema es que la misma prueba experimen tal es de nuevo una representación; esto es, el experimento continúa encerrado en los límites constitutivos de la teoría. La representación pues, no es conducida a su identidad con lo real sino que su relación es sólo invertida, ya que, mientras que en el primer momento el enunciado representaba de alguna manera a la experiencia, ahora es ésta, provocada, representada, quien sustituye a aquél.

La crítica a las dos concepciones del mundo y de verdad científica hasta aquí expuestas se quedan para mejores tiempos. Nos dedicaremos ahora a dar algunos elementos de lo que sería un tercer momento de su desarrollo.

3) Los tiempos modernos.

Según se ha dicho, el problema central planteado a la ciencia renacentista es el de construir la imagen del mundo: el llevar a éste a la representación. La finalidad última de ésta será el dar cuenta del mundo real. Así Newton en la Optica después de establecer los principios generales del movi——

miento y su carácter de difusión cósmica, universal, nos dirá lo siguiente: "...por medio de tales principios generales, se tratará de explicar las propiedades de todas las cosas corporeas"(19).

De lo que se trata pues en la época de la imagen del mun do es de hacer de la representación la racionalidad de lo real, a partir ya no como en los griegos de lo real mismo, sino de la razón subjetiva ordenadora del universo.

Esta concepción que domina todo el pensamiento renacentista será abandonada en firme a partir de Hegel, los neohegelianos y finalmente por Marx, para quienes el problema central
planteado al conocimiento no será ya "explicar" lo real sino el de transformarlo. Esta transformación deberá tener como fin
último la liberación total y definitiva del hombre.

Es claro que este nuevo problema, producto de una nueva concepción del mundo, deberá traer consigo una nueva idea de lo que en adelante será el objeto de la ciencia y un nuevo cri terio para decidir la validez o falsedad del conocimiento cien tífico. Ambas cosas, el sustento de lo que en adelante será el objeto de la ciencia y el criterio de verdad de la misma estarán dados por la praxis, entendida ésta como: "...la actividad humana que produce objetos, sin que por otra parte esta activi dad se conciba con el carácter estrechamente utilitario que se desprende de lo =práctico= en el lenguaje ordinario"(20). Será mediante la praxis que se logra establecer la unión definitiva entre el conocimiento y lo real mediante un proceso que no es ya como en el caso del experimento renacentista, un producto interno de la misma teoría, sino todo un proceso de verifica-ción externa mediante el cual se realiza para el conocimiento su retorno al objeto: su identidad con él. De tal manera si mediante la representación y su verificación experimental el conocimiento se encontraba a un nivel de adecuación con su objeto, por medio de la praxis se realiza para él su retorno definitivo al objeto; lo cual por otra parte permite al conoci

miento no sólo resolver el problema teórico en cuya perspectiva había surgido, sino también otro tipo de problemas que son
problemas reales, prácticos, con lo cual la ciencia cumple su
misión histórica como instrumento en la transformación del mun
do.

NOTAS AL CAPITULO I.

- 1) Aristóteles, Física, en Aristóteles, Obras, Traducción y notas por Francisco de P. Samaranch, Edit. Aguilar, Madrid, 1967, p. 700.
- 2) Aristóteles, Metafísica, en Aristóteles, Obras, Ed. Cit., p. 931.
- 3) Citado por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Universidad Nacional Autónoma de México, Ediciones de la Coordinación de Investigación Científica, México, 1963, p. 42.
 - 4) Ibidem, p. 42.
- 5) Aristóteles, Física, en Aristóteles, Obras, Ed. Cit., p. 600.
 - 6) Ibidem, p. 617.
 - 7) Ibidem, p. 629.
- 8) Juan David García Bacca, Historia filosófica de la -ciencia, Ed. Cit., p. 19.
- 9) Citado por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Ed. Cit., p. 62.
- 10) Ptolomeo, Almagesto, en Científicos griegos, Recopilación y notas por Francisco Vera, Tomo II, Edit. Aguilar, Madrid, 1970, p. 770.
- 11) Citado por Juan David García Bacca, en Historia filo sófica de la ciencia, Ed. Cit., p. 48.
 - 12) Ibidem, p. 53.
- 13) Frases de Galileo y Kepler respectivamente, Citadas por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Ed. Cit., p. 50.
 - 14) Citado por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Ed. Cit., p. 43.
 - 15) Citado por Ernst Mach, en Desarrollo histórico crítico de la mecánica. Versión de José Babini, Edit. Espasa Calpe,

Buenos Aires, 1949, p. 189.

- 16) Ibidem, p. 192.
- 17) Manuel Kant, Crítica de la razón pura, Traducción de Manuel G. Morente, Editora Nacional, México, 1973, p. 22.
- 18) Martin Heidegger, La época de la imagen del mundo, en Sendas perdidas, Traducción de José Rovira Armengol, Edit. Losada, Buenos Aires, 1960, p. 80.
- 19) Citado por Juan David García Bacca, en Historia filo sófica de la ciencia, Ed. Cit., p. 95.
- 20) Adolfo Sánchez Vázquez, Filosofía de la praxis, Edit. Grijalbo, México, 1972, p. 14.

CAPITULO II. El concepto de verdad.

1) La concepción de verdad en los griegos.

Hemos visto en el capítulo anterior como el universo griego es tal que existe por sí mismo y por sí mismo da cuenta de él, dada la existencia de una cierta unidad originaria, la cual se despliega en el conjunto de las cosas existentes. Ahora bien, para los griegos, los hombres al igual que los demás seres del mundo sensible participan por semejanza de aquel su mundo originario donde alguna vez fueron todo alma deleitada en la contemplación de las esencias perfectas, simples, llenas de calma y felicidad. Libres de "...esa tumba a la que llama -mos cuerpo"(1). Y es por una parte esta participación de los seres del mundo sensible en las ideas y por otra la participación de éstas en ellos lo que permitirá a cierto número de ele gidos presenciar en las burdas representaciones captadas por los sentidos toda aquella luz y perfección originarias que no brillan ya en sus imágenes terrestres. Esta facultad de presen ciar lo originario en su representación contingente será posible también debido a que el hombre en su estado actual, guarda en él un cierto "recuerdo" de aquel su mundo perdido, el cual producirá en el sujeto griego un impulso vital hacia el re-conocimiento de aquel mundo: hacia la búsqueda de la verdad. De esto resulta que para los griegos conocer es idéntico a recordar; esto es, la ciencia es una reminiscencia de lo que de alguna forma existe como conocimiento en el alma del hombre. Y a sí, si éste es interrogado de manera conveniente, logrará descubrir (recordar) el conocimiento que ya estaba presente en él. "Al ser interrogados los hombres -dice Platón-, si se les hace la pregunta bien, responden de por sí todo tal y como es; y ciertamente no serían capaces de hacerlo si el conocimiento y el concepto exacto de las cosas no estuviera ya en ellos"(2). Así pues, el conocimiento de lo verdadero, la ciencia, será el

conocimiento de las ideas, de lo inmutable, de lo eterno; mientras que no podrá haber ciencia de lo múltiple, de lo cambiante. De esto será el arte quien se ocupe, no la ciencia. Se concluye de esto que para los griegos existirán diversos tipos de conocimiento, los cuales se pueden agrupar en dos grandes ámbitos que son: la inteligencia y la opinión, entre los cuales se dará una inflexible jerarquía. Dado el carácter de nuestro trabajo trataremos aquí sólamente del primero de ellos, esto es, del conocimiento científico. El objeto de éste, como ya se ha dicho, será el mundo de las ideas, las cuales a su vez serán - objeto del espíritu y no de los sentidos.

Pero de igual forma que existe primacía del conocimiento científico respecto de la opinión, también dentro de él existen categorías, ocupando el lugar privilegiado la dialéctica, ciencia de lo puramente inteligible, "...cima y coronamiento de todas las demás ciencias"(3). Es en la dialéctica donde se llega al conocimiento perfecto del ser, de las ideas, y al conocimiento de la más sublime y perfecta de ellas, la idea de bien, la cual comunica a todos los seres del universo inteligible la verdad, de la misma forma que al alma humana la facultad de conocer. Esto es, la idea de bien es quien produce la ciencia y la verdad, sin ser nunca idéntica a ellas, sino superior y más bella. "Su belleza, dijo, debe estar por encima de toda expresión, porque produce la ciencia y la verdad y es aún más bella que ellas"(4).

Hemos dicho también que es la idea de bien la que da al alma humana la facultad de conocer, de tal forma que cuando el hombre ha llegado a ponerse en estado de "pensar con el pensamiento solo", para lo cual deberá valerse del método dialéctico (único que intenta llegar a la esencia de cada cosa), estará entonces en posesión del verdadero ser de lo existente. Poseerá entonces la verdad, que una vez logrado el estado de intelección pura no estará más oculta sino que se presentará a -

a los ojos del intelecto toda abierta, resplandeciente, inteligible: bella-de-ver. La verdad será pues para los griegos este automanifestarse del ser a los ojos del intelecto.

Pero este automanifestarse del ser frente al pensamiento tiene una extraña analogía a la forma como, por acción de la - luz del sol, se "aparecen" ante nuestros ojos los objetos sensibles. Esto es, el sol se comporta en el mundo sensible con - respecto a los órganos de la visión y a lo visto por ella de - la misma forma que la idea de bien respecto de lo inteligible. Al respecto nos dice Platón: "¿No sabes, acaso -dije yo- que - cuando no se dirige la vista a los objetos iluminados por la luz del sol, sino a los dominados por las sombras de la noche, los ojos reducen su poder y parecen casi ciegos, como si su vi sión no fuese realmente pura?"

"Pero cuando el sol ilumina esos mismos objetos, ven, a mi juicio, con toda perfección, y la visión de los ojos parece clara".

"Puedes pensar que lo mismo ocurre con respecto al alma. Guando detiene su atención en algo iluminado por la verdad y el ser, lo conoce, lo comprende y prueba que es inteligente. - Pero cuando se fija en algo envuelto en la oscuridad, que nace y que perece, el alma acorta su vista y muda y cambia de opinión a cada momento, hasta el punto de parecer completamente i rracional"(5). Y será esta analogía la causa de que los griegos sitúen a la vista en un lugar privilegiado respecto de los demás órganos sensibles, ya que ésta "...con ventajas sobre los demás sentidos, nos da a conocer los objetos y nos revela los muchos rasgos diferenciales de las cosas"(6). Dicha analogía estará presente en algunos de los más importantes conceptos del universo mental helénico. Así las ideas (eidos) provie ne etimológicamente de idéin, ver; apóphansis se deriva de pháinetai, es decir de pháos, luz, etc.

Veremos ahora como es que se da esta automanifestación -

del ser frente al entendimiento. Para los griegos, la vía ideal de mostrarse la verdad es a través del lenguaje. de las palabras, ya que éstas al nombrar los objetos actúan como las imágenes más perfectas de lo inteligible, lo cual permite ha --blar de la verdad contenida en ellas, cosa que no es posible respecto de otro tipo de imágenes tales como la pintura o la escultura, de las cuales sólo puede decirse que son exactas justas, pero nunca verdaderas. Así, cuando las palabras que nom bran han sido construidas adecuadamente (utilizando las letras correctas, etc.) dirán verdad y por lo tanto serán transmiso-a ras de conocimiento. Oigamos a Platón: "Según mi opinión, Só-crates, su virtud y su efecto (de los nombres) son los de ense ñar, y de una manera absoluta se puede decir que cuando uno sa be los nombres, sabe también las cosas"(7). Esta teoría de verdad que se manifiesta en las palabras alcanza su plenitud en la apófansis, ente privilegiado en el cual se da la sínte-sis luz-ideas-verd d-palabras y será uno de los elementos centrales de la lógica aristotélica.

Por último diremos que en la verdad también existen cate gorías; esto es, el ser puede aparecer más o menos visible, - más o menos oculto, y dependiendo de esto nos encontraremos en un estadio superior o inferior de la verdad. Así, cuando el al ma se deja turbar por las visiones aparenciales del mundo sensible, se encontrará en el grado de verdad más infimo (la conjetura), correspondiendo a la intuición o inteligencia el grado superior, ya que es ella "...la fuente originaria del conocimiento científico"(8).

Concluyendo, la verdad es para los griegos la automanifestación del ser de las cosas, de donde se sigue que ésta es
esencialmente una verdad objetiva. La actividad del sujeto en
el proceso del conocer se reduce a "aprender a mirar bien"; es
to es, debe saber apartar los ojos del alma de la ciénaga en que tratan de hundirla los sentidos y elevarla hacia la región

sublime de lo inteligible. No se trata pues ni de colocar en - el objeto algo que no esté ya en él, ni de dar al entendimiento humano la capacidad de conocer (pues ambas cosas están ya - garantizadas por la idea de bien) sino de lograr el estado de intelección pura mediante el cual se dará el acoplamiento perfecto de ambas en aquella región luminosa donde "...lo que - piensa y lo que es pensado son lo mismo, porque el conocimiento especulativo es lo mismo que su objeto"(9). Es claro que es ta característica distintiva de la verdad en los griegos -el ser un atributo del objeto- es también la característica cen en tral del concepto de verdad científica, según vimos en el capí tulo anterior.

2) El concepto de verdad en el medioevo.

En esta parte trataremos sólo ligeramente de la concepción de verdad en la época medieval, dado que nuestro real interés es hablar de ella en tanto que (con algunas variantes) será la misma que perdurará en forma dominante durante el rena cimiento.

Esencialmente para los medievales la verdad es la adecua ción del entendimiento y la cosa. Esta adecuación puede darse de dos formas que son: a) como la "adecuación de la cosa al en tendimiento" y b) como la "adecuación del entendimiento a la cosa"(10). Sin embargo, ninguna de ellas es una simple inver--sión de la otra sino que la segunda está subordinada a la primera. En ésta, las cosas se interpretan en tanto que creadas por dios, y por ello deberán ser adecuadas, conformes, a su idea pensada en el intelecto divino. Es en este sentido que debe entenderse la adecuación de la cosa al entendimiento. Ahora bien, el intelecto humano es también una parte de la creación, y por esta razón deberá también conformarse a su idea en el en tendimiento divino (subordinación de la razón humana respecto a dios). Pero esta adecuación del intelecto humano a su idea -(divina) sólo es en tanto que en las proposiciones elaboradas por él se cumple la conformidad entre el pensamiento (humano)

y la cosa, que por otra parte debe adecuarse a su idea (divina).

Se nos descubre aquí una cosa importante. La totalidad - de las cosas existentes son creadas por dios: deben a éste su existencia, y por lo tanto deben adecuarse a su idea divina; - de tal forma que la adecuación de las proposiciones de la razón humana con las cosas está subordinada a su unidad primaria en dios. Esto es, el fundamento de la verdad vuelve a estar, como en el caso de los griegos, fuera del sujeto, independiente de él; de donde su razón sólo puede dar cuenta de lo real en tanto que éste existe ya en dios.

Podemos concluir diciendo que la verdad en el medioevo - vuelve a ser ajena al sujeto. Lo que posibilita el conocimiento humano y su verdad es el hecho de que, tanto la cosa como el entendimiento son creados por dios en el cual tienen ambos su unidad, siendo ese surgir común de un plan divino de creación lo que permite que se adecúen el uno al otro como consecuencia de su adecuación primaria en dios.

3) El concepto de verdad en el renacimiento.

Se ha dicho en la parte anterior que el concepto de verdad dominante en el renacimiento es el de la adecuación del en tendimiento y la cosa. Sin embargo, esta adecuación sufre aquí un cambio sustancial. En lugar de aquel orden teológico de un universo creado por dios surgirá ahora un orden nuevo, producto de la razón subjetiva que se da a sí misma el sustento del conocer y el método que ha de conducirla al encuentro de la verdad. Desde ahora pues, ésta no requerirá de una fundamentación desde fuera del sujeto dado que dicho fundamento será la razón misma: el yo entendido como "cosa que piensa". Veremos a continuación como es que se da esta nueva forma de verdad.

La tarea de la creación de una nueva epistemología es el problema central de toda la filosofía de Descartes, y se en--cuentra presente en obras tales como el Discurso del método, - Principios de filosofía, Meditaciones metafísicas, etc., y es

la obra de Descartes la que abre una nueva era en el pensamien to filosófico: la era del racionalismo. Para éste, al igual que para el realismo helénico no tiene validez el conocimiento inmediato obtenido por medio de los sentidos, y lo mismo también que para los griegos es verdadero sólo el conocimiento de la esencia (o quididad) de las cosas. La gran diferencia estará en que, mientras que para los griegos el fundamento del conocer estaba dado por la idea de bien, y para los medievales por dios, este sustento será trasladado por los renacentistas a esa "...cosa supramundana en el mundo"(ll):la razón humana.

La obra fundamental de Descartes en la que se plantea y desarrolla esta nueva problemática es las Meditaciones metafí sicas. la primera de las cuales comienza: "Hace ya mucho tiem po que me he dado cuenta de que, desde mi niñez, he admitido como verdaderas una porción de opiniones falsas, y que todo lo que descués he ido edificando sobre tan endebles princi--pios no puede ser sino muy dudoso e incierto"(12). Y será ese darse cuenta de la existencia de toda una serie de opiniones falsas lo que dará como consecuencia la duda metódica acerca de todas las cosas. "...y en particular de las materiales, por lo menos mientras no tengamos otros fundamentos de las ciencias de los que hemos tenido hasta hoy"(13). Los argumentos que propone Descartes para dudar de todas las antiguas creencias son los siguientes: a) lo engañoso de las percepcio nes sensoriales, b) la imposibilidad inmediata de distinguir entre sueño y vigilia y c) la posibilidad de la existencia de un genio maligno. Con respecto al primer argumento, nos dice Descartes: "Todo lo que he tenido hasta hoy por más verdadero y seguro, lo he aprendido por los sentidos; ahora bien: he ex perimentado varias veces que los sentidos son engañosos, y es prudente no fiarse nunca por completo de quienes nos han enga ñado una vez"(14). En esta cita, Descartes nos dice que no de bemos confiar de los sentidos para emitir juicios verdaderos acerca de las cosas, dado que estos pueden engañarnos. Así

por ejemplo, si me fiase unicamente de la vista podría afirmar que el sol es muy pequeño en comparación a la Tierra, siendo - que en realidad es muchas veces mayor. Sin embargo, Descartes no afirma la total "ilusión" de los informes que nos llegan - a través de los sentidos, ya que, "...aunque a veces nos engañen acerca de cesas muy poco sensibles o muy remotas, acaso ha ya otras muchas, de las que no pueda razonablemente dudarse - aunque las conozcamos por medio de ellos"(15). Lo que propone Descartes es que, si nuestro interés está encaminado a la búsqueda de un conocimiento indubitable, no debemos confiar total mente esa búsqueda a los sentidos porque a veces estos nos dan informaciones falsas, y si sólo nos quedamos a ese nivel de - percepciones sensibles no sabremos distinguir lo verdadero de lo engañoso.

Pero a Descartes no sólo le interesa mostrar la dubitabi lidad del conocimiento puramente empírico sino que además le interesa mostrar lo mismo acerca de la existencia del mundo ma terial, y para esto ya no le es suficiente la ilusión de los sentidos, dado que ésta, parte de de que existen percepciones engañosas, de lo cual se debería tener la existencia de percep ciones válidas y por lo tanto la certeza de que existe el mundo sensible. La dubitabilidad de éste deberá entonces partir de los argumentos del sueño y del genio maligno. En el argumen to del sueño lo que destaca es que: "...veo tan claramente que no hay indicios ciertos para distinguir el sueño de la vigilia, que me quedo atónito, y es tal mi extrañeza, que casi es bas-tante a persuadirme de que estoy durmiendo" (16). Lo que se tie ne aquí pues es que en un cierto momento no podemos afirmar que no dormimos, y por lo tanto, no podremos tampoco decidir si las percepciones que tenemos son verídicas o engañosas. Esto es, es posible que no exista un mundo exterior ya que todo aquello que se presenta como percepciones sensibles puede no ser otra cosa que sueños. Por lo que respecta al argumento sobre el genio maligno, Descartes lo introduce como sigue: "Tiem po ha que tengo en el espíritu cierta opinión de que hay un dios que todo lo puede, por quien he sido hecho y creado como soy. Y ¿Qué sé yo si no habrá querido que no haya Tierra, ni cielo, ni cuerpo extenso, ni figura, ni magnitud, ni lugar, que yo, sin embargo, tenga el sentimiento de todas estas cosas, y que todo ello no me parezca existir de distinta manera de co mo yo lo veo?"(17). Sin embargo, lo anterior implicaría que dios me hubiera querido burlar, cosa que debe rechazarse de in mediato según Descartes, dado que dios es la bondad suprema. A sí pues, continúa Descartes, "Supondré, no que dios, que es la bondad suma y la fuente suprema de la verdad, me engaña, que cierto genio o espíritu maligno, no menos astuto y burla-dor que poderoso, ha puesto su industria toda en engañarme; pensaré que el cielo, el aire, los colores, las figuras, los sonidos y todas las demás cosas exteriores no son sino ilusiones y engaños de que hace uso, como cebos, para captar mi credulidad"(18). Este argumento es utilizado por Descartes para poner en duda incluso las verdades de la matemática, que habían quedado ciertas aún después del argumento del sueño, ya que, no dependiendo de estar dormido o despierto, "...siempre dos y tres sumarán cinco y el cuadrado no tendrá más de cuatro la--dos"(19).

El primer paso planteado pues por Descartes para la creación de una nueva teoría del conocimiento es el de la duda metódica acerca de todo cuanto sea posible de dudarse. Pero nose trata con ello de la negación absoluta de la posibilidad de conocer, sino de, una vez superada esta etapa, recobrar toda una serie de conocimientos en un plano nuevo e indubitable: el plano de la razón. De donde, se debe tener que la función esencial de la duda es la de permitir al sujeto el encuentro de al menos una cosa cierta e indudable, o bien, la evidencia de que no hay nada cierto en el mundo.

"De esta duda universal -dice Descartes-, como de un punto fijo e inmóvil, quiero que derivéis el conocimiento de dios. de vos mismo y el de todas las cosas que existen en la naturaleza"(20). El problema inicial entonces es la búsqueda de sola cosa cierta e indudable que, al igual que el punto de apo yo pedido por Arquimedes para mover el mundo, me permita construir la nueva estructura del conocimiento. Esta nueva verdad.« a partir de la cual se constituirá toda otra verdad posible es el cogito, verdad ante la cual el mismo genio maligno deberá emprender la retirada, ya que: "...por mucho que me engañe, nunca conseguirá hacer que yo no sea nada, mientras yo esté pensando que soy algo"(21). De esto se deduce inmediatamente que la proposición "yo pienso, luego existo" deberá ser necesa riamente verdadera, habiendo sido la duda (entendida esta misma como una cierta forma de pensar) quien ha sido la causa de esta verdad primaria.

Una primera cuestión importante a señalar aquí es que si la verdad a partir de la cual se ha de estructurar el conocimiento es el cogito, entonces el sustento de toda ciencia y
toda verdad será la razón del sujeto, y esta será una característica especial del pensamiento renacentista que lo diferencia radicalmente del griego y el medieval.

Ahora bien, se pregunta Descartes: ¿Qué es una cosa que piensa? Es una cosa que duda, entiende, concibe, afirma, niega, quiere, no quiere, y también, imagina y siente"(22). De esto - se tiene ahora que el deseo, la imaginación, la sensoreidad, - etc. pasan a ser atributos del "yo, cosa que piensa"; con lo que, entre otras cosas, las percepciones sensoriales pasan a - ser formas del pensamiento, quedando con esto superado el problema de la ilusión de los sentidos. "Por último -dice Descartes-, soy el mismo que siente, es decir, que percibe ciertas - cosas, por medio de los órganos de los sentidos, puesto que, - en efecto, veo la luz, oigo el ruido, siento el calor. Pero se

me dirá que esas apariencias son falsas y que estoy durmiendo. Bien; sea así. Sin embargo, por lo menos, estoy cierto de que me parece que veo luz, que oigo ruido y que siento calor; esto no puede ser falso, y esto es, propiamente, lo que en mí se "-llama sentir, y esto, precisamente, es pensar"(23).

De lo que se trata entonces, una vez encontrada la ver-dad que afirma la existencia del sujeto como cosa que piensa, será aplicar dos operaciones inherentes al alma humana (intuición y deducción) las cuales se expresan en una serie de reglas (las reglas del método) mismas que nos han de permitir la construcción de todo un sistema de verdades (primarias unas y derivadas otras) que darán como resultado un nuevo conocimiento que por su misma esencia será indubitable, dado que estará compuesto de proposiciones que deberán pasar por el nuevo criterio de verdad impuesto por la razón: el criterio de la evidencia.

Respecto de la intuición y la deducción nos dice Descartes: "Entiendo por intuición, no la creencia en el variable testimonio de los sentidos o en los juicios engañosos de la imaginación -mala reguladora- sino la concepción de un espíritu sano y atento, tan distinta y tan fácil que ninguna duda quede sobre lo conocido; o, lo que es lo mismo, la concepción firme que nace en un espíritu sano y atento, por las luces naturales de la razón"(24). Esta operación será la más elemental de aque llas capaces de ser realizadas por el entendimiento humano, y por eso mismo será la que mayor seguridad ofrezca, dado que por su misma simpleza será imposible que pueda ser mal realiza da por el sujeto. A esta operación le corresponden las verda-des primarias del tipo: yo existo, un triángulo está formado por tres lineas, un globo no tiene más de una superficie, etc. Por lo que toca a la deducción, ésta "Consiste en una opera--ción por la cual comprendemos todas las cosas que son conse--cuencia necesaria de otras conocidas por nosotros con toda cer teza"(25).

Llegado a este punto, Descartes observa que las únicas ciencias que en gran medida corresponden a sus planteamientos son la aritmética y la geometría, únicas exentas de falsedad e incertidumbre, lo cual ha de llevarlo a afirmar que: "...los que buscan el camino recto de la verdad, no deben ocuparse de lo que no ofrezca una certeza igual a la de las demostraciones de la aritmética y la geometría" (26). Y será esta claridad del método matemático la que lo lleve no sólo a considerar las matemáticas como el modelo de las demás ciencias, sino a tratar de aplicar su manera de proceder en otros campos del conoci--miento. Así afirma: "...distingo dos cosas en el modo de escri bir de los geómetras, a saber, el orden y el método de la demostración. El orden consiste meramente en proponer primero aquellas cosas que se conocen sin ayuda de lo que viene después, y disponer todas las otras materias de modo que su prueba dependa de lo precedente. Ciertamente he procurado seguir ese or den, con la mayor exactitud posible en mis Meditaciones" (27). Esta cita pone en claro la búsqueda cartesiana (que después se rá retomada por una importante serie de pensadores renacentistas) de una forma única de proceder respecto de cualquier cono cimiento posible, y parece que lo que en principio le anima es el haberse dado cuenta de que mediante métodos algebraicos podían probar proposiciones geométricas. Esta búsqueda va nece sariamente unida a la idea cartesiana también de la existencia de una sola ciencia (cosas ambas que lo contraponen radicalmen te a Aristóteles), aunque acepta que dicha ciencia consta de varias ramas que se interconectan y sintetizan en la "sabidu-ría humana", que es "...siempre una y la misma aunque se aplique a objetos diferentes"(28).

Estas ideas cartesianas, como ya se ha dicho, estarán - presentes en buena parte de los pensadores renacentistas para quienes el mundo se ordena a partir de la razón subjetiva, sus tento y criterio de cuanto es posible de conocerse. Así Spinoza presentará "en forma geométrica" una parte de los Principios

de filosofía de Descartes y escribirá más tarte la Etica demostrada según el orden geométrico; mientras que Leibniz por suparte concibe al universo como un sistema armonioso y completo, lo cual lo lleva a extender los alcances del método deductivo más allá de La matemática y la lógica en busca de un lenguaje universal, común a todo conocimiento. Serán estas ideas las que lo lleven a afirmar en los Nuevos ensayos: "Contentémonos con buscar la verdad en la correspondencia de las proposiciones en la mente con las cosas en cuestión" (29).

Por último nos referiremos al criterio para decidir la validez del conocimiento. Este es expuesto con toda claridad por Descartes en las reglas del método, la primera de las cuales dice: "...no admitir como verdadera cosa alguna, como no supiese con evidencia que lo es; es decir, evitar cuidadosamen te la precipitación y la prevención, y no comprender en mis juicios nada más que lo que se presentase tan clara y distinta mente a mi espíritu, que no hubiese ninguna ocasión de ponerlo en duda" (30). El criterio de verdad propuesto pues por Descartes es el de la evidencia. Este está a su vez determinado por dos cuestiones fundamentales que son: la claridad y la distincián. Claro es para Descartes aquello que está ahí delante (pres-ente) y se nos muestra de un modo inmediato; es aquello que se presenta por sí mismo a la mirada del intelecto y ade-más, se muestra en forma patente, abierto de par en par frente a la mente. Respecto a la distinción, nos dice Luis Villoro: -"Percepción distinta es =la que siendo clara, está de tal mane ra separada (sejuncta) y escindida (praecisa) de todas las demás que no contiene en sí absolutamente nada más que lo que es claro -. Distinto es lo que no tiene en su interior nada oscuro. Distinción es separación de lo oscuro, esto es, de lo no paten te o latente"(31).

Resumiendo, diremos que el camino para llegar al conocimiento de lo verdadero es tal que comienza en la razón (cuyas

dos operaciones fundamentales son la intuición y la deducción). recorre un cierto proceso (descrito en las reglas del método). y termina en ella misma cuando se ha llegado a caracterizar al conocimiento por medio de la claridad y la distinción. Esto es, las ideas claras y distintas en las cuales se da el conoci miento verdadero no son surgidas de los sentidos, la imagina -ción, la memoria. etc., sino que son todas ellas ideas puras de la razón y por tanto, en ellas mismas no podrá estar garantizada su adecuación con el mundo sensible. El problema es resuelto por Descartes postulando una nueva tesis que es total-mente ajena al proceso cognoscitivo y que es la siguiente: dios existe. Y será esta tesis la que permita concluir la exis tencia del mundo material, cuyo atributo esencial es la extensión (por lo cual deberá ser objeto de un estudio matemático, cosa que no sucede con el alma, la cual es distinta de toda substancia extensa), y nos permitirá también en combinación con otras tesis puramente epistemológicas decir que todo lo que se concibe como claro y distinto es verdadero; esto es, se corresponde con una realidad fuera de la mente. La verdad rena centista es por tanto una verdad esencialmente del sujeto, y será esta la diferencia radical entre ella y toda otra verdad anterior. Junto a esto se tendrá también que aquel sujeto contemplativo, maravillado por lo real, es sustituido en el renacimiento por un sujeto activo que se instala a sí mismo como fundamento del conocer y no sólo no siente respeto por lo real sino que lo obliga a aceptar sus condiciones y a manifestarse en el terreno por él planteado.

- 3) La verdad como la identidad sujeto-objeto.
- a) La verdad como proceso.

Un interesante resumen de lo que llevamos dicho hasta aquí, lo da Hegel en el prólogo a la Fenomenología del espíritu. Al respecto dice: "Hubo un tiempo en que el hombre tenía un - cielo dotado de una riqueza pletórica de pensamientos y de imá

genes. El sentido de cuanto es radicaba en el hilo de luz que lo unía al cielo; entonces, en vez de permanecer en este pre-sente, la mirada se deslizaba hacia un más allá, hacia la esen cia divina, hacia una presencia situada en lo ultraterrenal. -si así vale decirlo. Para dirigirse sobre lo terrenal y mantenerse en ello, el ojo del espíritu tenía que ser coaccionado: y hubo de pasar mucho tiempo para que aquella claridad que sólo poseía lo supraterrenal acabara por penetrar en la oscuri-dad y el extravío en que se escondía el sentido del más acá. -tornando interesante y valiosa la atención al presente como tal, a la que se daba el nombre de experiencia". Sin embargo, continúa Hegel diciendo: "Actualmente, parece que hace falta -lo contrario; que el sentido se halla tan enraizado en lo te--rrenal, que se necesita la misma violencia para elevarlo de nuevo" (32). De esta necesidad manifestada por Hegel dan cuenta toda una serie de fenómenos a través de los cuales no es difícil advertir los prolegómenos del paso a una nueva época. "El espíritu -dice Hegel- ha roto con el mundo anterior de su ser allí y de su representación y se dispone a hundir eso en el pasado, entregándose a la tarea de su propia transformación"(33).

Sin embargo, aunque a primera vista así pudiera parecer, lo que propone Hegel no es el total desprecio y olvido del pasado, sino la integración de todo momento anterior en una dinámica nueva. No se trata pues para Hegel de ver a cada uno de los sistemas filosóficos anteriores como algo aislado, en los cuales pueda darse además la verdad y la falsedad y sólo una de ellas. Por el contrario, debe concebirse toda esa diversidad de sistemas como partes de un todo estructurado en el que cada uno de ellos debe aparecer como un momento necesario en el desarrollo progresivo de la verdad. Se trata entonces de ha cer desaparecer el antagonismo vulgar entre lo verdadero y lo falso y colocar las aparentes contradicciones como momentos de la nueva estructura. Hegel lo ejemplifica así: "El capullo de-

saparece al abrirse la flor, y podría decirse que aquél es refutado por ésta; del mismo modo que el fruto hace aparecer flor como un falso ser allí de la planta, mostrándose como verdad de ésta en vez de aquella. Estas formas no sólo se distinguen entre sí, sino que se eliminan las unas a las otras co mo incompatibles. Pero en su fluir constituyen al mismo tiempo otros tantos momentos de una unidad orgánica, en la que, lejos de contradecirse, son todos igualmente necesarios, y esta gual necesidad es cabalmente la que constituye la vida del todo"(34). De esto concluirá Hegel que la única forma valedera en la que puede existir la verdad es en el sistema científico en el cual se expresa ella misma; esto es, no podrá existir en sus momentos aislados, ni aún en su forma final, sino en su de sarrollo. Será éste en el que cobre forma y existencia. "...el fin -dice Hegel- para sí es lo universal carente de vida, del mismo modo que la tendencia es el simple impulso privado todavía de su realidad, y el resultado escueto simplemente el cadáver que la tendencia de ja tras de sí"(35).

Ahora bien, para que esta nueva forma de la verdad pueda llegar a ser, deberá rechazar por una parte lo que Hegel llama "la riqueza de su mundo anterior", la cual es recordada con nostalgia por la nueva conciencia en formación; y por otra par te deberá también evitar caer en el juego de tratar de obtener una gran extensión a partir de la enorme cantidad de material que ya conoce, lo cual no sería más que "...la informe repetición de lo uno y lo mismo, que no hace más que aplicarse exteriormente a diferentes materiales, adquiriendo la tediosa apariencia de la diversidad" (36). Lo que ha de hacerse pues, debe ser el llegar a la nueva forma de la verdad mediante la supera ción de sus formas previas. Pero este nuevo comienzo es tam--bién el estadio final de toda una larga transformación de dirversas formas de cultura; "...la recompensa de un camino muy sinuoso y de esfuerzos y desvelos no menos arduos y diversos" (37). El resultado de toda esta búsqueda se sintetiza en la si

guiente frase del mismo Hegel: "Lo verdadero es el todo", a la cual añade inmediatamente: "Pero el todo es sólamente la esencia que se completa mediante su desarrollo"(38).

En resumen, podemos decir que lo que propone Hegel no es una vuelta a la contemplación que conlleva la deificación del objeto, ni a la intuición cartesiana, ni al culto de la experiencia, sino a una nueva forma que conservando a todas ellas, las niegue y las supere. La nueva verdad así obtenida tendrá en la "idea" el elemento y sustento de su existencia. Es en és ta donde deberá superarse la irreconciliable distinción entre sujeto y objeto, logrando su identidad absoluta. Es co es expresado por Hegel como sigue: "La idea es lo verdadero en sí y para sí, la identidad absoluta del concepto y del objeto" (39).

A esta concepción hegeliana de la verdad hace Lenin el siguiente comentario: "Hegel llega a la idea como la coinciden
cia del concepto y del objeto, como LA VERDAD, A TRAVES de la
actividad práctica del hombre, dirijida a un fin. Un enfoque muy aproximado a la opinión de que con su práctica el hombre demuestra la corrección objetiva de sus ideas, conceptos, cono
cimiento, ciencia" (40). Lo que entre otras cosas nos dice aquí
Lenin es que en Hegel se encuentra ya a la práctica como el criterio para decidir la validez o falsedad del conocimiento.
Veremos a continuación como esto mismo es sostenido por Marx,
aunque de una forma distinta.

b) La verdad como praxis.

Con el advenimiento del marxismo, síntesis nécesaria de toda una serie de fenómenos aparentemente diversos tales como la filosofía clásica alemana, la economía política inglesa, - etc., el concepto de praxis adquiere una nueva dimensión y se sitúa como la categoría central de la filosofía marxista. En esta parte veremos como la praxis se convierte con Marx en el fundamento y criterio de la verdad.

Nos dedicaremos primeramente a ver como la praxis se con

vierte en el fundamento de la verdad. En la Tesis I sobre Fe-uerbach, Marx dice: "El defecto fundamental de todo el materia lismo anterior -incluido el de Feuerbach- es que sólo concibe a las cosas, la realidad, la sensoreidad, bajo la forma de objeto o de contemplación, pero no como actividad sensorial huma na, no como práctica, no de un modo subjetivo. De aquí que lado activo fuese desarrollado por el idealismo, pero sólo un modo abstracto, ya que el idealismo, naturalmente, no conoce la actividad real, sensorial, como tal. Feuerbach quiere ob® jetos sensoriales, realmente distintos de los objetos concep-tuales; pero tampoco él concibe la propia actividad humana como una actividad objetiva. Por eso, en La esencia del cristianismo sólo considera la actitud teórica como la auténticamente humana, mientras que concibe y fija la práctica sólo en su for ma suciamente judaica de manifestarse. Por tanto, no comprende la importancia de la actuación revolucionaria, práctico-crítica"(41).

Esta tesis de lo que trata esencialmente es de contraponer dos ideas distintas de como se concibe al objeto, y en con secuencia la relación del sujeto con él en el proceso del cono cer. Ambas concepciones serán negadas por Marx quedando claro en esta negación la necesidad de superarlas mediante la praxis.

La crítica del materialismo vulgar se centra sobre todo en el hecho de que éste sólo concibe al objeto en forma de objett, esto es, como algo exterior a la actividad productiva del hombre; como algo dado y que existe en sí y por sí, no como un producto humano. En este caso la actividad del sujeto queda reducida a una simple actitud pasiva, de pura contemplación; de donde se desprende que en este estado de cosas, el conocimiento no será sino la simple constatación, extracción de la verdad que el objeto nos muestra. El conocimiento científico pues, se reduce a ser un "...registro, lectura, contabiliza ción del contenido del objeto" (42).

Por otra parte, en esta misma tesis Marx reconoce al idealismo, haber sido él quien desarrollara el lado activo por parte del sujeto en la actividad científica. Para el idealismo el sujeto no capta objetos extraños a él, sino objetos que son producto de su actividad. Sin embargo, este papel activo del sujeto, esta actividad dinámica subjetiva, se da en un sujeto que sólo se presenta como ser consciente, pensante; de tal for ma que su actividad sólo puede ser considerada como una actividad abstracta, sin lugar en ella para la práctica sensible, real. El conocimiento en este caso no pasa de ser puramente un producto de la actividad pensante del sujeto, lo cual lo confina a ser un conocimiento encerrado en el marco de la teoría.

La superación de ambas concepciones consistirá para Marx en una superación de la posición idealista, y de ninguna manera en una vuelta al estado del sujeto contemplativo del materialismo vulgar. Lo que hace pues Marx en esta tesis es poner a la praxis como el fundamento de la ciencia, dado que en ella se rechaza tanto la posibilidad de conocer al margen de la praxis, como la de un conocimiento real, si el objeto es considerado como un mero producto de la conciencia. Esto es, el verda dero conocimiento sólo es de objetos que son producto de la actividad real del sujeto (gegenstand), siendo ésta la que definirá en lo sucesivo el nuevo objeto de la ciencia. A continuación veremos como es también la praxis quien nos da el criterio de verdad del conocimiento.

En la Tesis II sobre Feuerbach, Marx dice: "El problema de si al pensamiento se le puede atribuir una verdad objetiva, no es un problema teórico, sino un problema práctico. Es en la práctica donde el hombre tiene que demostrar la verdad, es decir, la realidad y el poderío, la terrenalidad de su pensamiento. El litigio sobre la realidad o irrealidad de un pensamiento que se aísla de la práctica, es un problema puramente esco-lástico" (43).

Lo que esta tesis afirma está ligado intimamente con la anterior. En aquella se sostiene que el fundamento del conocer y de la verdad es la praxis; esto es, el hombre sólo conoce - a través de ella. Pero de esto se desprende de manera inmediata que si existe una adecuación entre el pensamiento y las cosas que existen fuera de él, es esto algo que no puede decidir se al margen de la praxis misma. La verdad de la razón no po-drá pues afirmarse si ésta no sale y se confronta con lo real, fuera de la razón misma. Es en la actividad real donde se de-muestra y pone a prueba la validez del propio pensar.

Concluyendo, diremos que para Marx el fundamento y el criterio de la verdad están dados por la praxis. La validez o
la falsedad de un conocimiento al margen de ella no puede ser
establecida, ya que fuera de la praxis el conocimiento no es ni verdadero ni falso, pues la verdad no es algo que exista en
sí misma, aislada en el puro reino del pensamiento, sino en la
práctica real y sensible, transformadora del mundo.

NOTAS AL CAPITULO II.

- 1) Platón, Fedro, en Textos de los grandes filósofos, Presentación de Roger Verneaux, Tomo 12, Edit. Herder, Barcelo na, 1970, p. 46.
- 2) Platón, Fedón, en Platón, Obras completas, Traducción, preámbulos y notas de María Araujo, Antonio Rodríguez y otros, Edit. Aguilar, Madrid, 1966, p.632.
- 3) Platón, República, en Textos de los grandes filósofos, Ed. Cit., p. 33.
 - 4) Ibídem, p. 26.
- 5) Platón, República, en Platón, Obras completas, Ed. Cit., p. 788.
- 6) Aristóteles, Metafísica, en Aristóteles, Obras, Traducción y notas de Francisco de P. Samaranch, Edit. Aguilar, Madrid, 1967, p. 909.
- 7) Platón, Cratilo, en Platón, Obras completas, Ed. Cit., p. 556.
- 8) Aristóteles, Analítica posterior, en Aristóteles, O--bras, Ed. Cit., p. 413.
- 9) Aristóteles, Del alma, en Aristóteles, Obras, Ed. Cit. p. 865.
- 10) Martin Heidegger, Ser, verdad y fundamento, Versión castellana de Eduardo García B., Monte Avila Editores, Venezue la, 1968, p. 63.
- 11) Frase de Kepler, citada por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Universidad Nacional Autónoma de México, Ediciones de la Coordinación de la Investigación Científica, México, 1963, p. 50.
- 12) Rene Descartes, Meditaciones metafísicas, en Discurso del método y meditaciones metafísicas, traducción, prólogo y notas de Manuel G. Morente, Edit. Espasa Calpe, Buenos Aires, 1943, p. 95.

- 13) Ibidem, p. 91.
- 14) Ibidem. p. 96.
- 15) Ibidem. p. 96.
- 16) Ibidem, p. .97.
- 17) Ibidem. p. 98.
- 18) Ibidem, p. 99.
- 19) Ibídem. p. 98.
- 20) Rene Descartes, Investigación de la verdad por la luz natural, en Rene Descartes, Obras escogidas, Versión caste llana por Manuel Machado, Edit. Schapire, Buenos Aires, 1965, p. 256.
- 21) Rene Descartes, Meditaciones metafísicas, en Discurso del método y meditaciones metafísicas, Ed. Cit., p. 102.
 - 22) Ibidem, p. 104.
 - 23) Ibidem. p. 105.
- 24) Rene Descartes, Reglas para la dirección del espíritu, en Rene Descartes, Obras escogidas, Ed. Cit., p. 203.
 - 25) Ibidem. p. 204.
 - 26) Ibidem, p. 202.
- 27) Citado por Frederick Copleston, en Historia de la filosofía, Vol. IV, Traducción de Juán Carlos García-Borrón, Ediciones Ariel, Barcelona, 1971, p. 78.
 - 28) Ibidem, p. 72.
 - 29) Ibidem, p. 257.
- 30) Rene Descartes, Discurso del método, en Discurso del método y meditaciones metafísicas. Ed. Cit., p. 41.
- 31) Luis Villoro, La idea y el ente en la filosofía de Descartes, Edit. Fondo de Cultura Económica, México, 1965, p. 15.
- 32) G. W. F. Hegel, Fenomenología del espíritu, Traducción de Wenceslao Roces, Edit. Fondo de Cultura Económica, México, 1966, p. 11.
 - 33) Ibidem, p. 12.
 - 34) Tbidem, p. 8.

- 35) Ibidem, p. 8.
- 36) Ibidem, p. 14.
- 37) Ibidem, p. 13.
- 38) Ibidem, p. 16.
- 39) G. W. F. Hegel, Enciclopedia de las ciencias filosóficas, Estudioy análisis por Francisco Larroyo, Edit. Porrúa, México, 1971, p. 107.
- 40) V. I. Lenin, Cuadernos filosóficos, Ediciones Estudio, Buenos Aires, 1972, p. 181.
- 41) C. Marx, Tesis sobre Feuerbach, en C. Marx, F. En---gels, Obras escogidas, Edit. Progreso, Moscu, 1969, p. 26.
- 42) Louis Althusser, Curso de filosofía para científicos, en La teoría marxista del conocimiento, Traducción de Marta Harnecker, Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, 1974, p. 25.
- 43) C. Marx, Tesis sobre Feuerbach, en C. Marx, F. En---gels. Obras escogidas, Ed. Cit., p. 26.

CAPITULO III. El concepto de verdad en matemáticas.

En este capítulo nos ocuparemos fundamentalmente de dos cuestiones que son: el lugar que ha ocupado la matemática en - relación a las demás ciencias durante los períodos que hemos - estudiado, y cual ha sido el concepto de verdad matemática do-minante en cada uno de ellos.

l.-a) Principiaremos esta parte refiriéndonos a la matemática griega; haciendo la aclaración que al hablar de ésta nos estaremos refiriendo esencialmente a la aritmética y la megeometría, y no a ciencias tales como la astronomía, la óptica, etc., que durante bastante tiempo fueron consideradas como parte del conocimiento matemático; esto es, como partes del conocimiento que no es posible adquirir más que a través del aprendizaje.

Como ya hemos dicho en el capítulo primero, el real universo griego es un universo eidético, de formas ideales; eterno e inmutable. Pues bien, el lugar que dentro de éste ocupa la matemática es el de ser el conocimiento por excelencia: esto es, para los griegos la matemática se ocupa del estudio de uno de los dos grandes campos en que se divide el mundo de las ideas: el de las formas matemáticas, y las relaciones entre és tas. Será en este ámbito donde se llegue al conocimiento real de las esencias, el cual por otra parte deberá manifestar su poderío en el mundo sensible, dada la participación por seme-janza de los objetos de éste en el universo ideal. Al respecto Platón nos dice: "Las matemáticas pues, parecen ser los conoci mientos que vamos buscando; que al guerrero, para sus tácticas, le es imprescindible conocerlas; y al filósofo no menos, para entrar en contacto con la esencia, evadiéndose del devenir (1). Este lugar ocupado por la matemática griega la coloca en un plano intermedio entre el conocimiento sensible y el mundo de las ideas. De lo sensible se diferencia en tanto que es eterna; esto es. no sujeta al devenir, mientras que de las ideas se di ferencia por darse en lo matemático pluralidad tanta como co-sas semejantes hay, mientras que la idea es cada una en cuanto tal única. Las siguientes palabras de Proclo ponen totalmente en claro esta situación: "La esencia de la matemática no ser de los primeros ni de los últimos géneros que difieren de lo simple, sino ocupar una posición entre las esencias imparti bles, complejas e indivisibles y las partibles incluidas en mu chas y variadas combinaciones por que el hecho de permanecer siempre estable e irrefutable en los razonamientos que se rela cionan con los últimos géneros demuestra que es superior a las formas que se obtienen de la materia, mientras que el de exten derse por sus aplicaciones y vincularse, además, con las dimen siones de las cosas que se le someten y proporcionarse otras por otros principios, le asigna un rango inferior a lo que es de naturaleza impartible"(2).

Un lugar muy importante dentro del naciente pensamiento matemático de los griegos lo ocupa la escuela pitagórica. Quizá la deuda mayor de la matemática para con ellos sea la de haber sido precisamente los pitagóricos quienes sientan las ba ses de lo que posteriormente será el método deductivo que es vital a la matemática hasta nuestros días. Fues bien, de igual manera que Tales. Anaximandro y otros buscaban un cierto principio unificador a partir del cual se pudiera dar cuenta de la pluralidad, según vimos anteriormente, los pitagóricos propu-sieron como principio al número, y llevados de un entusiasmo casi místico debido a ciertos descubrimientos suyos (la rela-ción entre la longitud de una cuerda y la altura del sonido, la relación entre forma y número, etc.), llegaron a proponer que los números no sólo eran principios explicativos, sino la causa y razón del universo. Diógenes Laercio nos dice, refi--riéndose a un texto pitagórico: "Así, la numeración proviene de la unidad y de la dualidad indefinida. De los números pro-vienen los puntos; de estos, las lineas; de las lineas, las fi guras planas; de las figuras planas, las sólidas, y de éstas,—
los cuerpos sólidos, de los cuales constan los cuatro elemen—
tos, fuego, agua, tierra y aire, que trascienden y giran por —
todas las cosas, y de ellos se engendra el mundo animado, inte
lectual, esférico, que abraza enmedio a la Tierra, también esférica y habitada en todo su rededor"(3). Como veremos más tar
de, el lugar de lo matemático como principio volverá a cobrar
fuerza en el renacimiento, sólo que los renacentistas lo consi
derarán unicamente como principio explicativo, en contraposi—
ción a los pitagóricos quienes lo consideraron causa y razón—
de todo lo existente.

Resumiendo, la matemática es para los griegos el camino hacia el conocimiento de las esencias (incluso la crítica de A ristíteles a Platón en la Metafísica se centra en el hecho de que Platón, según Aristóteles, confunde las esencias con los números; y así la matemática perdería su carácter de mediación), y es en este sentido que la matemática se ubica pues en un lugar intermedio entre el mundo sensible y el mundo de las ideas, lo cual tendrá como consecuencia el que las verdades matemáticas se encuentren en un lugar de privilegio respecto de las verdades acerca de las esencias partibles (a las cuales se les atrbuye una verdad débil), pero por debajo de las verdades pro pias de las esencias impartibles, a las que Platón les hace co rresponder el "...conccimiento intelectual, que distingue inme diatamente, con sencillez, y supera a los otros conocimientos en inmaterialidad, pureza, aplicación uniforme y relación con las cosas que existen"(4). Pasaremos a continuación a ver la parte correspondiente al renacimiento.

b) Sabemos ya que el renacimiento es la época del sujeto, y que es en éste, en su razón ordenadora del mundo donde radica esencialmente el principio del conocer y la verdad del mismo. Se ha visto también como el criterio dominante de existencia durante este período es el de la representación; esto es,-la real existencia deberá buscarse en lo representado, produc-

to del hacer creador sel sujeto. Tendremos ahora que el lugar de la matemática durante esta "época de la imagen del mundo" - será el de constituirse como el lenguaje universal de la repre sentación. Esto es, los principios matemáticos se convierten a su vez en principios explicativos del universo, toda vez que - éste "...está escrito en lenguaje matemático"(5), y, según pa-labras de Kepler, parece estar hacho para ser percibido por la cantidad. El siguiente texto de Galileo aclara de manera defitiva esta cuestión: "Sin el lenguaje matemático, el hombre no puede entender ni palabra sobre el mundo"(6).

Se ve de esto como el renecimiento es una etapa de grandes intentos y búsquedas en el campo de la matemática. Búsquedas que como hemos visto no son en absoluto ajenas a esa gran aventura iniciada por el nuevo filósofo y hombre de ciencia re nacentistas. Y es precisamente en esta época donde surgirán las ideas que darán el fundamento filosófico a tres de las escuelas más importantes dentro del pensamiento matemático de los últimos tiempos: el logicismo, el formalismo y el intuicio nismo. Los orígenes de estas tres corrientes se encuentran prefigurados en las obras de Leibniz (para quien las verdades de la matemática caen dentro de la categoría de las verdades de razón y por ello tienen su fundamento en el principio de identidad, lo cual las convierte a todas ellas en proposiciones analíticas), y en la obra filosófica de Kant, que afirma acerca de las proposiciones de la matemática, que éstas en su gran mayoría tienen la forma de los juicios sintéticos apriori, cual lo contrapone radicalmente a Leibniz. No es este el lugar para hacer un estudio exhaustivo de estas posiciones; lo único que queremos es hacer notar la gran riqueza y diversidad manifestadas en el renacimiento, tanto al interior de la matemática como en las demás ramas de la ciencia.

Podemos concluir diciendo que la matemática renacentista se presenta como el intento de un lenguaje universal; esto es, como el instrumento ideal para la explicación del mundo a través de la representación, en la que éste reconoce su real exigatencia.

c) Por lo que toca a la época actual sólo podemos decir que las corrientes más importantes que han dominado dentro de la matemática desde fines del siglo pasado hasta por lo menos la primera mitad del presente han sido las ya mencionadas es-cuelas intuicionista, formalista y logicista. Las primeras dos de ellas admiten públicamente su filiación kantiana y la terce ra por su parte se manifiesta de origen leibniziano. Entre los más importantes representantes de estas escuelas destacan nombres de Poincaré, Brouwer, Hilbert, Peano, Fregue, Russell, y otros, entre quienes se dan opiniones tan diversas como las siguientes: 1)"¿Cuál es la naturaleza del razonamiento matemático? ¿Es realmente deductivo como ordinariamente se cree? Un análisis profundo nos muestra que no es así; que participa en una cierta medida de la naturaleza del razonamiento inductivo. y que por eso es fecundo"(7). 2) "Históricamente hablando, las matemáticas y la lógica han sido estudios completamente dife-rentes. La matemática ha estado siempre unida a la ciencia. a la lógica con los griegos. Pero ambas han evolucionado en los tiempos modernos: la lógica se ha hecho más matemática y la matemática más lógica. La consecuencia es que ahora es completamente imposible trazar una linea divisoria entre las dos; ambas son. efectivamente, una sola cosa"(8).

Lo que realmente subyace en el fondo de toda la discu--sión entre las distintas escuelas es la concepción particular
que se tiene de lo que es la matemática; así mientras Russell
sostiene la identidad lógica = matemática, para los intuicio-nistas, y en especial para Brouwer, ésta se funda en una cierta "intuición" que es algo semejante a lo que sería la forma invariante de la percepción sensible; y mientras que los logicistas, e incluso la escuela intuicionista, aceptan tranquila-

mente trabajar con el infinito (existe incluso una frase famosa de Hilbert al respecto), los intuicionistas sólo aceptan la existencia de éste en potencia.

La discusión es pues larga y, creemos nosotros, bastante rica y provechosa para la matemática ya que es ella la que ha propiciado la aparición de toda una serie de teorías y resultados que son ya clásicos dentro del pensamiento matemático de nuestro tiempo. Pasaremos por último al estudio del concepto de verdad en matemáticas.

2) Resulta bastante claro que las matemáticas en sus orígenes han estado vinculadas en forma directa a las necesidades prácticas de la vida. Así la geometría cobra gran importancia en egipto debido a la necesidad de delimitar las tierras cubiertas periódicamente por el lastre que dejaban las aguas del Nilo, y no menos importante resulta el desarrollo del comercio entre los fenicios para el avance del conocimiento de los núme ros. Sin embargo, entre toda la matemática anterior a los griegos y ésta, existen diferencias cualitativas profundas que tra taremos de explicar brevemente.

Entre los documentos antiguos que nos hablan de matemáticas y que conocemos se encuentran el Papiro Rhind, el Papiro - de Moscú, un tratado de teología hindú llamado Lilawati, etc. Del primero y del tercero de ellos sacamos los siguientes problemas respectivamente:

- a) "Un granero cilíndrico de diámetro 9 y altura 6, . ¿cuál es la cantidad de grano que puede contener?"(9).
- b) "Un collar se ha roto durante un forcejeo amoroso. Un tercio de las perlas cayó por tierra, un quinto quedó sobre el lecho, un sexto fue encontrado por la muchacha, un décimo rein tegrado por su amante, seis perlas quedaron en el hilo. Decidme de cuantas perlas se componía el collar?"(10).

Ya de paso estos dos problemas nos dan una leve idea de la diferencia de mentalidades entre egipcios e hindúes, pero - no es esa cuestión lo que nos interesa aquí. Por lo que toca a

la parte matemática, que es nuestra cuestión, diremos que a pe sar de los complicados métodos de solución utilizados por los antiguos, y aun a pesar de algunos intentos de presentar soluciones generales (cómo encontrar áreas de triángulos, por ejem plo), las diferencias entre esta matemática y la griega, presentada sobre todo en las obras de sus más grandes exponentes (Euclides, Arquimedes y Apolonio), son enormes. Una pregunta que resulta entonces de todo esto es: ¿Qué es lo que diferen-cia esencialmente a la matemática griega de toda matemática an terior, y qué es lo que hace posible esta diferencia?. La primera respuesta es que sólo a partir de los griegos la matemáti ca se instala esencialmente como una ciencia deductiva; es más. como la ciencia deductiva por excelencia. Respecto de la segun da cuestión debemos hacer notar que un hecho de vital importan cia a partir del cual se establece la ruptura de la matemática griega es que sólo a partir de ella la totalidad de los concep tos matemáticos serán del tipo de conceptos sin contenido empí rico; esto es. en lo sucesivo la matemática no tendrá por qué dar cuenta del mundo (ya hemos hablado de esto al referirmos al lugar que para los griegos ocupa la matemática respecto del mundo sensible). Para e jemplificar lo anterior daremos algunos ejemplos de conceptos matemáticos sacados de textos ariegos:

La primera definición de número, atribuida a Tales nos dice que número es "...una colección de unidades", mientras que Eudoxio lo define como "...una multitud determinada"(11).
Euclides por su parte nos define: "Punto es lo que no tiene partes", y "Linea es la longitud sin anchura"(12). Con estos ejemplos creemos que es suficiente para darse cuenta de que ninguno de dichos conceptos gravita hacia alguna posible concreción en el mundo sensible, cosa contraria a lo que sucede con conceptos tales como los de hombre, silla, etc.; y es a partir de tales conceptos junto con una serie más de juicios e
lementales llamados principios por los griegos, que se ha de

construir toda la matemática deductiva, la cual alcanzará su - más perfecta realización en las obras de Euclides, Arquímedes y Apolonio, por ser en ellos donde la noción de demostración matemática se nos presenta en plenitud. Sin embargo, aunque ya - hemos dicho algo de esto, queremos hacer notar el hecho de que las obras matemáticas de los autores antes citados son la ex-presión plena de toda una tradición que se remonta por lo menos a los babilonios y egipcios y que comienza a tomar forma - definitiva en la obra de Tales.

Nos referiremos ahora a los "principios" de que hablamos hace un momento. Estos se caracterizan por dos cuestiones fundamentales: la evidencia (ser verdaderos por sí mismos), y por el hecho de que haya algo que les siga; esto es, una parte decisiva de un principio es el que éste tenga consecuencias, "... que con él se pueda probar otra proposición"(13). Este pequeño comentario acerca de lo que para los griegos significaban los principios lo hacemos debido a que es por el lado de éstos que se ha de dar una de las diferencias más importantes entre la matemática de ellos y la nuestra. Por lo que toca a la noción de demostración, ésta consistía para ellos en dos cosas fundamentales que eran; por una parte el establecimiento de una serie de principios, y por otra, un proceso deductivo, cuyo últi mo sustento era el principio de no contradicción. Finalmente,la validez de lo así demostrado estaría asegurada por una parte por la misma evidencia de los principios y por otra debido al rigor de los razonamientos seguidos en los cuales no se per mitía ningún uso de la intuición, o, como dice Proclo, de "... conclusiones simplemente plausibles"(14).

De lo anterior se concluye que para los griegos una verdad matemática es una verdad demostrada a partir de principios; una verdad que no tiene por qué dar cuenta del mundo, toda vez que ha sido construida a partir de conceptos faltos de conten<u>i</u> do empírico. En este aspecto, la matemática moderna no presen-

ta divergencias con la matemática griega ya que, como afirma Bourbaki. "...la noción de demostración en estos autores (Eu-clides, Arquímedes y Apolonio) no se diferencia en nada de nuestra"(15). Las diferencias entonces habrá que buscarlas por el lado de los principios. La noción de evidencia de estos una cuestión que pasa sin más modificaciones al renacimiento; así vemos a Copérnico decir que: "Es verdaderísimo, lo que es causa de que sea verdad todo lo que de él se deriva" (16). No tenemos la información exacta acerca del momento en que es arbandonada esta postura acerca de la evidencia, aunque parece que ya empieza a prefigurarse a partir de las obras de Viete y Leibniz, siendo definitivamente abandonada por quienes dieron forma definitiva al método axiomático, tales como Peano, Hil-bert, etc., para quienes el problema de la evidencia es totalmente inexistente. Así Peano elabora un sistema del cual puede derivarse toda la aritmética de los números naturales, partien do de los siguientes conceptos (que él llama términos primitivos): " 0 " "número" y "sucesor", sin molestarse siquiera en dar alguna definición de ellos, y de cinco postulados que enun cia en los siguientes términos:

"Pl. 0 es un número.

P2. El sucesor de cualquier número es un número.

P3. Dos números no tienen nunca el mismo sucesor.

P4. O no es el sucesor de ningún número.

P5. Si P es una propiedad tal que: a) O tiene la propiedad P, y b) siempre que un número n tiene la propiedad P, entonces el sucesor de n tiene también la propiedad P, entonces todo número tiene la propiedad P"(17).

Es claro que, hablando propiamente, no podemos considerar los postulados de Peano como proposiciones verdaderas (mucho - menos como verdaderas por sí mismas), dado que en ellos hablamos de términos primitivos a los cuales no se les ha dado ninguna significación precisa; de aquí que todo lo que puede de-

cirse de ellos es que cualquier interpretación de los términos primitivos que los satisfaga (esto es, que los convierta en afirmaciones verdaderas de ellos) satisfará también a los teore mas que se deduzcan a partir de ellos.

Podemos pues decir como conclusión que una de las cosas que han dado unidad a la matemática desde los griegos hasta - nuestros días ha sido el proceso por medio del cual se constituyen como una ciencia fundamentalmente deductiva; y esto a pe sar de afirmaciones tales como la de Poincaré que hemos visto aquí, en la que afirma que el método inductivo es quien da la vitalidad caracteríatica a esta ciencia (el método inductivo - propuesto por Poincaré es el de la inducción matemática; el - cual según Russell se puede ver, por cierto, como una forma de deducción). De donde resulta que las verdades matemáticas son verdades demostradas a partir de principios. La cuestión acerca de la evidencia o arbitrariedad de estos es un problema a--parte, que si bien la ha hecho avanzar, no la niega y sí la a-firma en mayor medida.

NOTAS AL CAPITULO III.

- 1) Citado por Juan David García Bacca, en Textos clási-cos para la historia de las ciencias, Vol. I, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 1961, p. 16.
- 2) Proclo, La esencia matemática, en Científicos griegos, Recopilación y notas por Francisco Vera, Tomo II, Edit. Agui-lar, Madrid, 1970, p. 1147.
- 3) Diógenes Laercio, Vidas de filósofos más ilustres, en Biógrafos griegos, Traducción y notas de Antonio Sanz, José Ortiz y otros, Edit. Aguilar, Madrid, 1964, p. 1317.
- 4) Proclo de Licia, La esencia matemática, en Científi-cos griegos, Ed. Cit., p. 1147.
- 5) Frase de Galileo citada por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Universidad Nacional Autónoma de México, Ediciones de la Coordinación de la Investiga ción Científica, México, 1963, p. 50.
 - 6) Ibidem, p. 51.
- 7) Henri Poincaré, La ciencia y la hipótesis, Traducción de Alfredo B. Besio y José Banfi, Edit. Espasa Calpe, Madrid, 1963, p. 15.
- 8) Bertrand Russell, Matemática y lógica, en Escritos básicos, Recopilados por Robert E. Egner y Lester E. Denonn, Edit. Aguilar, México, 1969, p. 225.
- 9) Citado por James R. Newman, en El papiro Rhind, en Sigma, Selección de textos, notas y comentarios por James R. Newman, Vol I, Ediciones Grijalbo, Barcelona, 1974, p. 105.
- 10) Citado por Tobías Dantzig, en El número, Traducción de Manuel Balanzat, Edit. Hobbs, Buenos Aires, 1971, p. 93.
- 11) "a collection of units", Citado por Sir Thomas L. Heath, en Greek mathematics, Dover Publications, New York, 1963, p. 38.
 - 12) Euclides, Elements, Introduction and commentary by -

Sir Thomas L. Heath, Dover Publications, New York, 1956, p. - 153.

- 13) José Ortega y Gasset, La idea de principio en Leib-niz, Tomo I, Ediciones de la Revista de Occidente, Madrid, -1967, p. 26.
- 14) Proclo de Licia, La esencia matemática, en Científicos griegos, Ed. Cit., p. 1150.
- 15) Nicolás Bourbaki, Elementos de historia de las matemáticas, Versión española de Jesús Hernández, Alianza Edito--rial, Madrid, 1969, p. 28.
- 16) Citado por Juan David García Bacca, en Historia filosófica de la ciencia, Ed. Cit., p. 52.
- 17) Carl G. Hempel, Sobre la naturaleza de la verdad matemática, en Sigma, Ed. Cit., Vol. 5, p. 11.

CONCLUSION GENERAL.

Creemos que con nuestra exposición debe haber quedado su ficientemente claro el hecho de que la verdad científica y en particular la verdad matemática no son cuestiones que puedan tratarse al margen de formas específicas de concebir lo exis-tente. Creemos también haber mostrado como las verdades de ciencia se fundan en una forma determinada de como cada cien--cia particular se apropia de su objeto. Y es aquí, en la forma de apropiarse del objeto donde surge una divergencia profunda entre la ciencia y otras formas del hacer humano tales como el arte, la filosofía, etc. Así, mientras que el biólogo se interesa por un campo específico de objetos de la naturaleza en tanto que seres vivientes, para el músico el mundo entero es un canto y para el pintor una mascarada; y cuando el matemático se siente molesto al darse cuenta de la inconsistencia de su teoría, el poeta sostiene como valor supremo su propio dere cho a contradecirse y a hacer de cada nuevo poema una experien cia total e insólita: cuando el sujeto se mantiene distante en la teoría científica, el artista encarna lo maravilloso y nos exige verlo desde sus ojos.

¿Cuál es entonces la razón de que históricamente se haya considerado a la ciencia como algo más verdadero que el ar
te o la filosofía?. La respuesta debería buscarse nuevamente en la concepción del mundo dominante en cada época, lo cual no
es parte ya de este trabajo. Queremos con esto simplemente y por último constatar la existencia de otro tipo de verdades cu
ya validez no puede ser cuestionada por la ciencia puesto que
son todas ellas de un orden distinto.

INDICE.

| | 1) Prólogo. | p. | 1. |
|--------|---|----|------------|
| | 2) Capítulo I. La concepción del mundo y de | | |
| verdad | científica en los griegos, el renacimiento | | |
| y los | tiempos modernos. | p. | 3• |
| | 3) Capítulo II. El concepto de verdad. | p. | 19. |
| | 4) Capítulo III. El concepto de verdad en - | | |
| matemá | ticas. | p. | 42. |
| | 5) Conclusión general. | p. | 54. |
| | 6) Ribliamatia | | 5 6 |

BIBLIOGRAFIA.

- 1) Aristóteles, Física, en Aristóteles, Obras, (Traducción y notas de Francisco de P. Samaranch), Edit. Aguilar, Madrid, España, 1967.
- 2) Aristóteles, Metafísica, en Aristóteles, Obras, Ed. Cit.
- 3) Aristóteles, Analítica posterior, en Aristóteles, O--bras, Ed. Cit.
 - 4) Aristóteles, Del elma, en Aristóteles, Obras, Ed. Cit.
- 5) Althusser, Louis, Curso de filosofía para científicos, en La teoría marxista del conocimiento, (Traducción de Marta Harnecker), Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, 1974.
- 6) Copleston, Frederick, Historia de la filosofía, (Traducción de Juan Carlos García-Borrón), Vol. IV, Ediciones Arriel, Barcelona, 1971.
- 7) Descartes, Rene, Meditaciones metafísicas, en Discurso del método y meditaciones metafísicas, (Traducción y notas de Manuel G. Morente), Edit. Espasa Calpe, Buenos Aires, 1943.
- 8) Descartes, Rene, Investigación de la vordad por la luz natural, En Rene Descartes, Obras escogidas, (Versión castellana por Manuel Machado), Edit. Schapire, Buenos Aires, -1965.
- 9) Descartes, Rene, Reglas para la dirección del espíritu. en Rene Descartes. Obras escogidas, Ed. Cit.
- 10) Descartes, Rene, Discurso del método, en Discurso del método y meditaciones metafísicas, Ed. Cit.
- 11) Dantzig, Tobías, El número, (Traducción de Manuel Balanzat), Edit. Hobbs, Buenos Aires, 1971.
- 12) Euclides, Elements, (Translated by Sir Thomas L. Heath), Vol I, Dover Publications, New York, 1956.
- 13) García Bacca, Juan David, Textos clásicos para la historia de las ciencias, Universidad Central de Venezuela, Ca

racas, 1961.

- 14) García Bacca, Juan David, Historia filosófica de la ciencia, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1963.
- 15) Heidegger, Martin, Ser, verdad y fundamento, (Versión castellana de Eduardo García Belsunce), Monte Avila Editores,-Venezuela, 1968.
- 16) Heidegger, Martin, Epoca de la imagen del mundo, en Sendas perdidas, (Traducción de José Rovira Armengol), Edit. Losada, Buenos Aires, 1960.
- 17) Hegel, G. W. F., Fenomenología del espíritu, (Traducción de Wenceslac Roces), Edit. Fondo de Cultura Económica, México, 1966.
- 18) Hegel, G. W. F., Enciclopedia de las ciencias filos ficas, (Estudio y análisis por Francisco Larroyo), Edit. Portruía, México, 1971.
- 19) Heath, Sir Thomas L., Greek Mathematics, Dover Publications, New York, 1963.
- 20) Hempel, Carl G., Sobre la naturaleza de la verdad matemática, en Sigma, (Selección de textos y notas por James R. Newman), Vol. 5, Edit. Grijalbo, Barcelona, 1974.
- 21) Kant, Manuel, Crítica de la razón pura, (Traducción de Manuel G. Morente), Editora Nacional, México, 1973.
- 22) Körner, Stephan, The filosophy of mathematics, Har-per & Row Publishers, New York, 1962.
- 23) Lacreio, Diógenes, Vidas, opiniones y sentencias de los filósofos más ilustres, en Biógrafos griegos, (Traducción y notas de Antonio Sanz y otros), Edit. Aguilar, Madrid, 1964.
- 24) Lenin, V. I., Cuadernos filosóficos, Ediciones Estudio, Buenos Aires, 1972.
- 25) Lenin, V. I., Materialismo y empiriocriticismo, Edit. Progreso, Moscú.
- 26) Mach, Ernst, Desarrollo histórico-crítico de la mecánica, (Versión al español de José Babini), Edit. Espasa Calpe,

Buenos Aires, 1949.

- 27) Mao, Tsetung, Cinco tesis filosóficas, Editorial del Pueblo, Pekín, 1971.
- 28) Marx, Carlos, Tesis sobre Feuerbach, en C. Marx, F. Engels, Obras escogidas, Edit. Progreso, Moscú, 1969.
- 29) Nicolás Bourbaki, Elementos de historia de las matemáticas, (Versión española de Jesús Hernández), Alianza Editorial, Madrid, 1972.
- 30) Newman, James R., El papiro Rhind, en Sigma, Ed. Cit., Vol I.
- 31) Ortega y Gasset, José, La idea de principio en Leibniz, Tomo I, Ediciones de la Revista de Occidente, Madrid, -1967.
- 32) Poincaré, Henri, La ciencia y la hipótesis, (Traduc-ción por Alfredo B. Besio y José Banfi), Edit. Espasa Calpe, Madrid, 1963.
- 33) Ptolomeo, Almagesto, en Científicos griegos, (Recopilación y notas por Francisco Vera), Tomo II, Edit. Aguilar, Madrid, 1970.
- 34) Platón, Fedro, en Textos de los grandes filósofos, (Edición a cargo de Roger Verneaux), Tomo 12, Edit. Herder, Barcelona, 1970.
- 35) Platón, Fedón, en Platón, Obras completas, (Traduc--ción y notas por María Araujo y otros), Edit. Aguilar, Madrid, 1966.
- 36) Platón, República, en Platón, Obras completas, Ed. Cit.
 - 37) Platón, Cratilo, en Platón, Obras completas, Ed. Cit.
- 38) Proclo, La esencia matemática, en Científicos griegos, Ed. Cit., Tomo II.
- 39) Russell, Bertrand, Matemática y lógica, en Escritos básicos, (Recopilados por E. Egner y Lester E. Denonn), Edit. Aguilar, México, 1969.

- 40) Sánchez Vázquez, Adolfo, Filosofía de la praxis, Edit. Grijalbo, México, 1972.
- 41) Villoro, Luis, La idea y el ente en la filosofía de Descartes, Edit. Fondo de Cultura Económica, México, 1965.