

19  
2ej.



**Universidad Nacional Autónoma de México**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**"LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA EN  
MECANICA DE ROCAS"**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**

**I N G E N I E R O C I V I L**

**P R E S E N T A**

**EDUARDO BARQUIN RUIZ**



**MEXICO, D. F.**

**1988.**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA EN MECANICA DE ROCAS

### I N D I C E

1	INTRODUCCION .....	1
2	PRINCIPIOS	
2.1	Representación estereográfica de una línea .....	4
2.2	Representación del sentido de un vector .....	9
2.3	Representación estereográfica de un plano .....	12
2.4	Representación polar de un plano .....	13
2.5	Obtención de la red estereográfica .....	14
2.6	Tipos de proyección estereográfica .....	17
3	MANEJO DE LA RED ESTEREOGRAFICA	
3.1	Representación estereográfica de líneas usando la red	19
3.2	Representación estereográfica de planos usando la red	27
3.3	Medición de ángulos entre líneas .....	32
3.4	Medición de ángulos entre planos .....	34
3.5	Intersecciones entre planos .....	34
3.6	Operaciones vectoriales usando la red .....	37
4	ANALISIS CINEMATICO DE ESTABILIDAD	
4.1	Concepto .....	42
4.2	Deslizamiento sobre un plano .....	43
4.3	Falla por flexión .....	46
4.4	Análisis en la intersección de dos planos .....	48

<b>5</b>	<b>CONO DE FRICCION</b>	
5.1	Concepto .....	54
5.2	Representación estereográfica .....	58
5.3	Conos de fricción en intersecciones .....	61
5.4	Definición de zonas de estabilidad .....	63
<b>6</b>	<b>ANALISIS DE ESTABILIDAD</b>	
6.1	Factor de seguridad .....	68
6.2	Factor de seguridad en intersecciones .....	72
6.3	Anclaje mínimo .....	78
<b>7</b>	<b>PROYECCION DE IGUAL AREA</b> .....	<b>90</b>
<b>8</b>	<b>EJERCICIOS</b>	
8.1	Análisis de estabilidad de un bloque de roca .....	96
8.2	Análisis de estabilidad por el método vectorial .....	98
8.3	Solución utilizando proyección estereográfica .....	107
<b>9</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>123</b>
	<b>ANEXO A</b> Redes estereográficas de igual ángulo .....	<b>126</b>
	<b>ANEXO B</b> Redes estereográficas de igual área .....	<b>129</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>132</b>

## C A P I T U L O    1

### I N T R O D U C C I O N

Los estudios de Mecánica de Rocas han demostrado que el comportamiento mecánico de los macizos rocosos, bajo la acción de fuerzas del rango de las producidas por algún proyecto de ingeniería, está gobernado por los planos de discontinuidad existentes, tales fallas, planos estratigráficos, fracturas o exfoliación, por lo que el análisis de estabilidad del macizo se reduce a un estudio de las características de estas discontinuidades, así como del comportamiento de los bloques de roca delimitados por tales discontinuidades, bajo la acción de las fuerzas del sistema, como el peso propio, fuerzas de subpresión, fricción, sismo o las generadas por la ejecución de una obra ingenieril.

La situación anterior hace que el análisis de estabilidad, se convierta en un ejercicio con planos y líneas en el espacio, donde los primeros representan las discontinuidades existen-

tes en el macizo, y las últimas, a las fuerzas actuantes en éste.

En nuestro país, generalmente se hace uso de las propiedades vectoriales, para representar las características de los planos y líneas que intervienen en el análisis de estabilidad, y poder trabajar con ellas. Este es un procedimiento complejo y abstracto, en comparación con el análisis que utiliza a la proyección estereográfica para representar a los elementos del sistema.

El método que se basa en la proyección estereográfica, es un procedimiento gráfico aproximado, cuyo rango de error es despreciable. Más aún, si se considera el que se comete al determinar las características de las discontinuidades o las magnitudes y direcciones de las fuerzas actuantes. Sin embargo, tiene como ventajas, el proporcionar soluciones rápidas y confiables, y dar una perspectiva clara de las condiciones existentes en campo, además de ser más sencillo que el método vectorial.

La importancia de este tema, radica en la creciente necesidad de obtener al menor costo, estudios confiables para los proyectos de ingeniería, en los que de alguna manera intervenga la estabilidad de algún macizo rocoso, como son: excavaciones, cortes en carreteras, minas, túneles, apoyos de puentes, cortinas de presas, etc., en virtud de que la falla del macizo en este tipo de obras comúnmente implica grandes pérdidas materiales e incluso de vidas humanas. Y por otra parte, los costos de excavación, corte y anclaje, son muy elevados para ser utilizados excesiva o innecesariamente.

En este trabajo, se presenta la descripción de la proyección estereográfica, así como las técnicas para representar planos y líneas, y obtener las relaciones de orientación entre ellos. Después, se describe el análisis de estabilidad, usando la proyección estereográfica, y se realiza una comparación entre este procedimiento de análisis, y el que se apoya en el uso de las propiedades vectoriales.

El objetivo de esta tesis, es proporcionar una introducción a las aplicaciones de la proyección estereográfica en los análisis de estabilidad y en estudios estadísticos de Mecánica de Rocas, ya que en nuestro país, son poco usadas y casi desconocidas debido a que, prácticamente, no existen textos en español sobre el tema. Además, pretende servir como apoyo para los alumnos que cursan la materia de Geotecnia IV, de la carrera de Ingeniería Civil en la Universidad Nacional Autónoma de México, donde el tema forma parte del curso.

## C A P I T U L O 2

## P R I N C I P I O S

**2.1 Representación estereográfica de una línea.**

Suponga una línea en el espacio con rumbo e inclinación cualesquiera. Además, suponga una esfera hueca de radio  $r$ , que será nuestra esfera de referencia.

Para poder representar estereográficamente una línea o plano, existe la condición de que la línea o plano por representar deben pasar por el centro de la esfera de referencia. Puesto que la línea que supusimos puede ocupar cualquier lugar en el espacio, es difícil que ésta pase por el centro de la esfera de referencia, con lo cual, no podremos representarla estereográficamente. Para cumplir con la condición mencionada y poder representar a la línea deseada, haremos uso de la siguiente ley de la geometría tridimensional, que es uno de los principios en que se fundamenta la proyección estereográfica: En problemas donde se



involucran las orientaciones relativas entre planos y/o líneas en el espacio, estos pueden ser substituidos por planos y/o líneas paralelos a ellos, sin que con ello se alteren dichas orientaciones.

Con base en el principio mencionado, substituya su primer línea supuesta por otra paralela a ella, que pase por el centro de la esfera de referencia. Esta línea se intersectará con la superficie de la esfera en dos puntos P y P', como se observa en la fig. 2.1 .

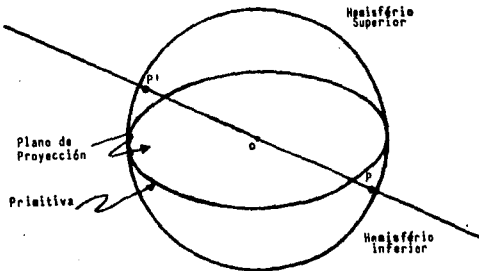


Fig. 2.1

El principio anterior nos permite representar, cualquier plano o línea, ya que, sea cual fuere su colocación, siempre podremos substituirlo por el plano o línea paralelo a él, que pase por el centro de la esfera.

Con este proceso, tenemos representada a la línea en la superficie de la esfera de referencia, por medio de sus intersecciones con ésta. Ahora, debemos proyectar estas intersecciones en nuestro plano de proyección, el cual, es un plano horizontal que corta diámetralmente a la esfera, es decir, que pasa por el centro de la esfera de referencia y la divide en dos hemisferios iguales: el superior y el inferior. Al cortar a la esfera forma una traza circular a la que se le llama primitiva, nombre proveniente de la Cristalografía (ver fig. 2.1).

La proyección de las intersecciones se hace mediante el método de radiar líneas desde un punto fijo llamado foco, hacia cada punto de las intersecciones existentes en la superficie de la esfera. Este foco se localiza sobre la línea normal al plano de proyección que pasa por el centro de la esfera de referencia, a una distancia de éste, igual al radio de la esfera, es decir, en el zenith o el valle de ésta.

En nuestro caso, ubicaremos el foco en el zenith de la esfera, y desde este punto, radiamos dos líneas hacia las intersecciones en la superficie de la esfera, una hacia el punto P y la otra hacia el punto P'. Los puntos p y p' donde estas líneas cortan al plano de proyección, serán las proyecciones estereográficas

de la línea supuesta (ver fig. 2.2a).

Para mostrar mejor el método de proyección, en la fig. 2.2b se presenta una sección vertical de la esfera de referencia, sobre el plano A/A' de la fig. 2.2a .

Como puede observarse en las figuras 2.2a y 2.2b, una de las intersecciones de la línea con la superficie de la esfera de referencia P, cae en el hemisferio inferior, mientras que la otra P' está en el superior. Esto sucederá con cualquier línea, a menos que se trate de una línea horizontal, en cuyo caso, ambas intersecciones caerán sobre la primitiva, opuestas diámetralmente.

Con base en esta observación, se concluye que en la proyección estereográfica basta con proyectar una sola de las intersecciones de la línea para definirla. Por lo tanto, será suficiente con hacer la proyección de uno de los hemisferios, para contener toda la información necesaria. En Mecánica de Rocas se prefiere proyectar el hemisferio inferior y ubicar el foco en el zenith de la esfera, todo lo contrario a lo usual en Cristalografía.

La razón por la que no se proyecta el hemisferio en que se encuentra el foco, es cómo puede observarse en la fig. 2.2, que la proyección de los puntos que se encuentran sobre este hemisferio, caen fuera del círculo de la primitiva y se van alejando de ésta, a medida que los puntos por proyectar estén más cerca del foco, pudiéndose dar el caso de que las proyecciones queden

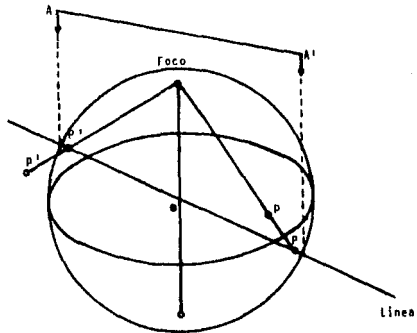
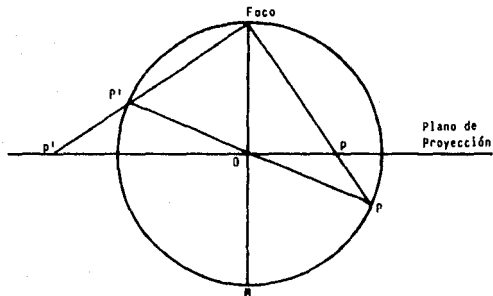


Fig. 2-2a.

Fig. 2-2b Sección a través  
Del plano A-A'

a distancias poco prácticas para trabajar con ellas.

Una línea siempre será representada estereográficamente como un punto, la localización de este punto en el plano de proyección nos proporciona los datos de dirección e inclinación de la línea representada, si ésta es horizontal, su proyección caerá sobre la primitiva, y conforme aumente su inclinación, la proyección se acercará al centro de ésta, y llegará a él si la línea por representar es vertical.

## 2.2 Representación del sentido de un vector.

En Mecánica de Rocas, las líneas con que se trabaja son generalmente, fuerzas que actúan en el macizo rocoso (vectores), por lo cual, se requiere manejar otro dato aparte de la inclinación y dirección del vector, este dato es el sentido.

Como puede verse en la fig. 2.3 la línea proyectada puede tener sentido del centro de la esfera de referencia hacia su hemisferio inferior o viceversa. Para distinguir entre ambos casos en la proyección estereográfica, se ha convenido en representar a la línea como un punto, si su sentido es del centro de la esfera hacia el hemisferio inferior, y con una pequeña cruz en caso contrario (fig. 2.4).

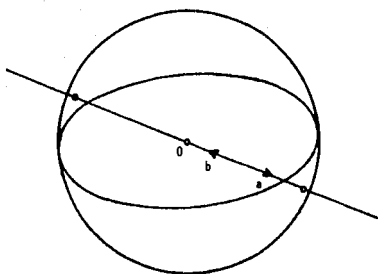


Fig. 2.3 Sentido de un vector

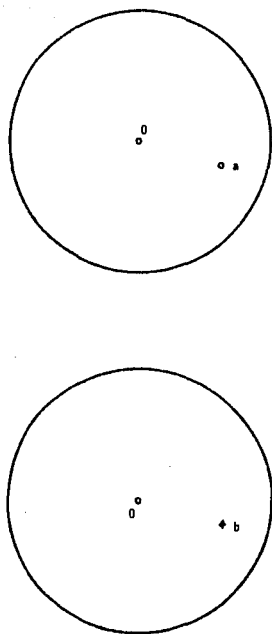


Fig. 2-4 Representación del sentido de un vector.

### 2.3 Representación estereográfica de un plano.

Para obtener la proyección estereográfica de un plano, se sigue un procedimiento similar al utilizado para obtener la de una línea, aplicándose los mismos principios.

Suponga un plano en el espacio, con rumbo y echado cualesquiera y la misma esfera de referencia usada en la proyección de la línea. Ahora, imagine un plano paralelo al primero que pase por el centro de la esfera. Este plano se interseca con la superficie de la esfera, formando una traza circular a la que se le denomina Gran Círculo (fig. 2.5).

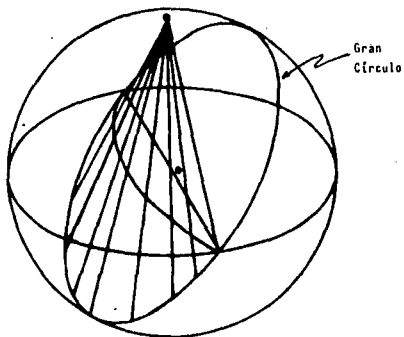


Fig. 2.5 Proyección Estereográfica de un Plano



Ahora, radiamos líneas desde el foco hacia cada uno de los puntos del Gran Círculo, generado por el plano sobre el hemisferio inferior de la esfera. Los puntos donde estas líneas intersecan al plano de proyección, producen una curva que es la proyección estereográfica del plano (fig. 2.5).

#### 2.4 Representación polar de un plano.

En Geometría Analítica se sabe que un plano se define con proporcionar su normal y un punto del plano. Haciendo uso de esta propiedad, estereográficamente puede representarse al plano, por medio de la proyección estereográfica de su normal o polo, como puede observarse en la fig. 2.6 .

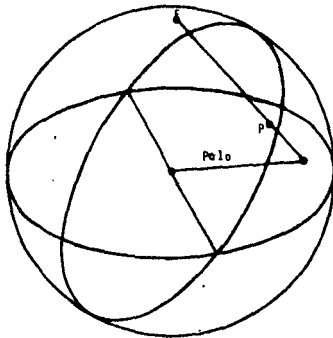


Fig. 2.6 Representación Polar de un Plano

De esta manera, el plano estará representado estereográficamente por un punto, al que se le denomina Proyección Polar del Plano, la cual es de gran utilidad cuando se presentan muchas familias de discontinuidades o se pretende realizar algún estudio estadístico.

### 2.5 Obtención de la red estereográfica.

Para obtener la red estereográfica, dividiremos el hemisferio inferior de la esfera de referencia, con una familia de planos de rumbo Norte-Sur, y echados desde  $0^\circ$  hasta  $90^\circ$ , a intervalos de  $10^\circ$  tanto hacia el este como hacia el oeste. La proyección estereográfica de esta división aparece en la fig. 2.7, y representa una familia de planos meridionales con rumbo Norte-Sur.

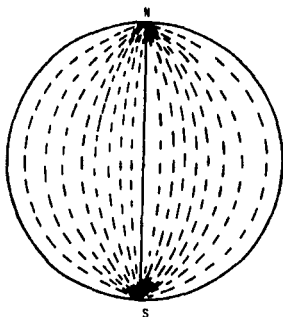


Fig. 2.7

Dividamos nuevamente el hemisferio, pero ahora con una familia de planos perpendiculares al eje Norte-Sur, con una distancia entre sí, de un noveno del radio de la esfera de referencia. Estos planos dividen al hemisferio en dieciocho partes, como se ilustra en la fig. 2.8 .

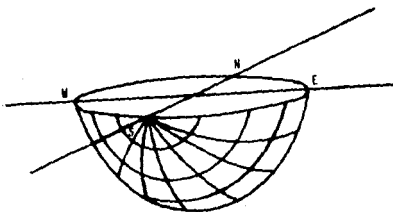


Fig. 2.8

La proyección estereográfica de ambas divisiones se presenta en la fig. 2.9, y es una red estereográfica meridional de igual ángulo o de Wulff, por haber sido él quien la publicó en 1902. Esta red es un elemento que permite la representación estereográfica de cualquier plano o línea de manera práctica y sencilla. En este caso, para ejemplificar, las divisiones se hicieron cada diez grados, pero se pueden hacer del ángulo que se desee, aunque generalmente se usen divisiones a cada 2°.

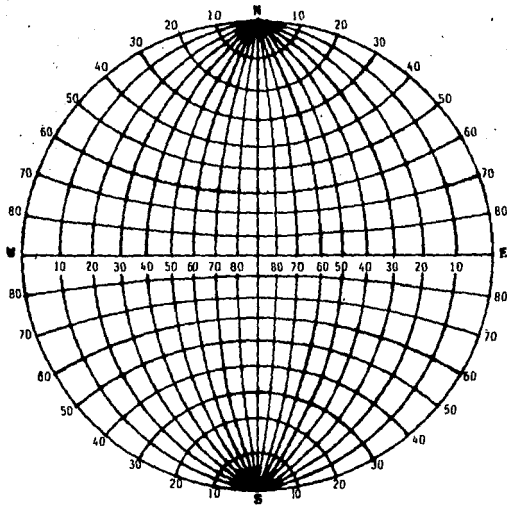


Fig. 2.9 Red Estereográfica de igual ángulo.

## 2.6 Tipos de proyección estereográfica.

Existen dos tipos de proyección estereográfica; cuya diferencia radica únicamente, en la ubicación de su foco de proyección.

El primer tipo, que es el que hemos desarrollado, por ser el recomendable para ser usado en los análisis de estabilidad, localiza su foco, como ya se vió, sobre la línea normal al plano de proyección que pasa por el centro de la esfera de referencia, a una distancia  $r$  de éste y es llamada: proyección estereográfica de igual ángulo o de Wulff.

Este tipo de proyección es el recomendado para los análisis de estabilidad porque facilita los trazos necesarios en estos, gracias a una propiedad demostrada en 1946 por Phillips, en un texto de Cristalografía que dice: "La proyección de un círculo que esté sobre la esfera de referencia, sigue siendo un círculo en el plano de proyección, ya que ángulos medidos entre líneas sobre la esfera, son preservados por la proyección". Esta propiedad le da nombre a la proyección y hace que las representaciones de los planos sean arcos de círculo.

El segundo tipo tiene su foco sobre la misma línea que el anterior, solo que la distancia de éste al centro de la esfera es infinita. Esta es la proyección de igual área, que es la utilizada para estudios estadísticos y que se verá en el Capítulo 7.

Existe una variación a cada uno de los tipos mencionados, que

conservan sus propiedades, solo que se modifica las divisiones para formar sus redes, con lo que son mas prácticas, cuando se manejan únicamente líneas o planos por su representación polar. Estas son, la proyección polar de igual área y la proyección polar de igual ángulo, cuyas redes estereográficas son presentadas en los anexos A y B respectivamente.

## C A P I T U L O 3

## MANEJO DE LA RED ESTEREOGRAFICA

**3.1 Representación estereográfica de líneas usando la red.**

Para trabajar con la red estereográfica se necesita: Una copia de la red estereográfica (Utilizaremos una red meridional de igual ángulo); hojas de papel translúcido, lápiz y un alfiler que servirá como pivote.

Para ilustrar el proceso, obtendremos paso a paso, la proyección estereográfica de la línea r, con dirección  $30^{\circ}\text{NE}$  e inclinación de  $40^{\circ}$ . Recuerde que la dirección, se da con relación al sentido de la línea, es decir, se da respecto a donde ésta se dirija. La inclinación se mide a partir de la horizontal y se considera positiva, si la línea se dirige hacia abajo y negativa en caso contrario. Si la línea no presenta sentido, se proporcionan sus datos considerando el sentido de la línea de arriba hacia abajo.

Perfore el centro de la red con el alfiler y también el centro de la hoja de papel translúcido, coloque ésta última sobre la red de tal manera que pueda girar libremente sobre ella.

Marque sobre el papel el norte, como se ve en la fig. 3.1 (En las figuras utilizaré una red pequeña, con divisiones a cada  $10^\circ$  para mayor claridad), en la división de  $0^\circ$  de la periferia de la red, para que sirva de referencia y suponga que este punto es el norte de una rosa de los vientos con centro en el centro de la red.

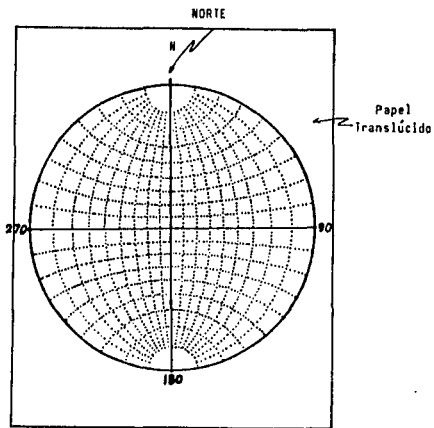


Fig. 3.1



Para determinar la dirección de la línea, marque sobre el papel la división de la periferia de la red de 30°NE con el punto r', como se ve en la fig. 3.2 .

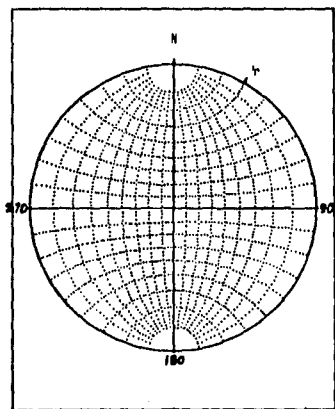


Fig. 3.2

La proyección estereográfica de la línea, será un punto ubicado sobre la línea que une al centro de la red con el punto  $r'$  que acaba de marcar. Gire la hoja de papel, hasta hacer que el punto  $r'$  caiga sobre el eje E-W de la red, es decir, que coincida con la división de  $90^\circ$  de la periferia de la red (fig. 3.3). Esto se hace con el fin de medir la inclinación, debido a que solo sobre los ejes E-W y N-S de la red, se pueden medir las inclinaciones y echados reales.

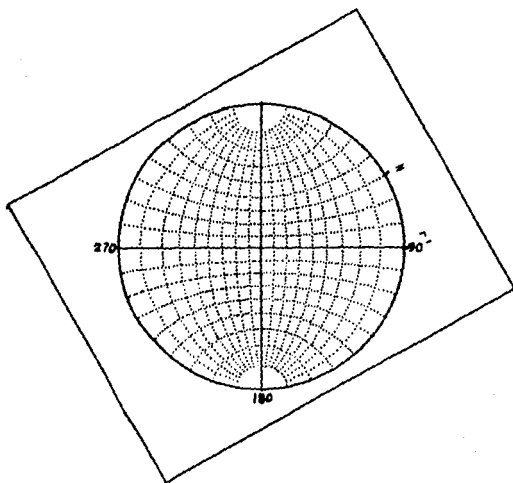


Fig. 3.3

Cuente sobre este eje los  $40^\circ$  de inclinación desde la periferia hacia el centro de la red, contando los meridianos que cortan al eje y marque este punto con la letra r, que es la proyección estereográfica deseada, como se ve en la fig. 3.4 (Recuerde que cada división equivale a  $2^\circ$ ).

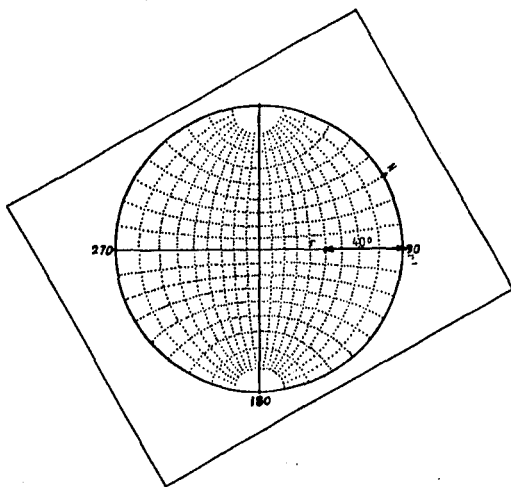


Fig. 3.4

Regrese la hoja a su posición original hasta hacer que el norte marcado en ésta coincida con el norte de la red, con lo que se concluye el proceso (fig. 3.5).

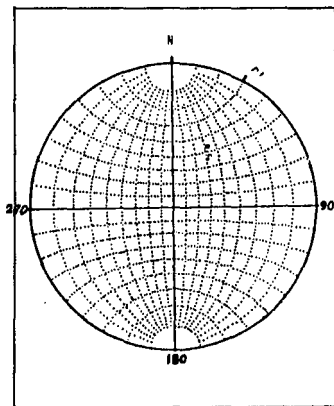


Fig. 35 Proyección Estereográfica de  
la línea r.

Para reafirmar suponga la línea s, con dirección  $55^\circ$  SW y  $61^\circ$  de inclinación. Marque el punto s' sobre la división  $55^\circ$  SW de la periferia de la red, para definir la dirección (No olvide hacer coincidir el norte de la hoja con el de la red, antes de iniciar el proceso). Ahora, gire la hoja de papel hasta hacer que el punto s' caiga sobre el eje E-W de la red, mida de la periferia al centro de ésta, el ángulo de inclinación de  $61^\circ$  y marque el punto s, que es la proyección estereográfica de la línea s. Regrese la hoja a su posición original.

Suponga la línea t, con dirección  $72^\circ$  NW e inclinación de  $-20^\circ$ .



Con estos datos, procedemos de la misma manera que con las líneas anteriores, solo que en lugar de marcar la proyección con un punto, se marcará con una pequeña cruz, como se indicó en el inciso 2.3, para denotar que el sentido de la línea es de abajo hacia arriba.

En la fig. 3.7, se muestra como quedaría la hoja de papel translúcido, después de proyectar las líneas r, s y t. En la figura se dibujó la primitiva y como se midieron los ángulos de dirección e inclinación de las líneas, para hacerlo más explícito.

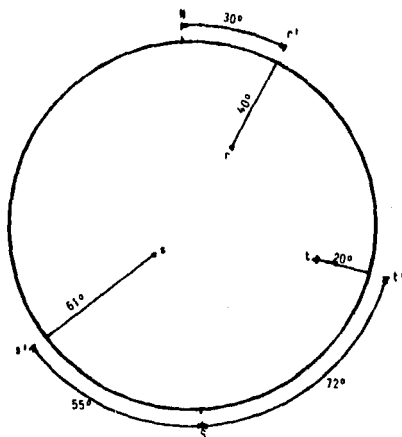


Fig. 3.7 Proyección estereográfica de líneas.

### 3.2 Representación estereográfica de planos usando la red.

Prepare otra haja de papel translúcido y procedamos a proyectar el plano A, con rumbo  $22^{\circ}$  NW y  $36^{\circ}$  NE de echado.

Marque sobre la hoja el norte que nos sirva de referencia. Determine el rumbo del plano, marcando el punto a, midiendo  $22^{\circ}$  NW sobre la periferia de la red (fig. 3.8).

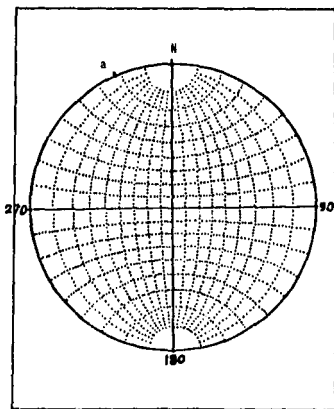


Fig. 3.8

Gire el papel hasta hacer coincidir el punto a, con el norte de la red estereográfica, y mida el echado sobre el eje E-W. Puesto que el echado es NE, éste se medirá de Este a Oeste desde

la periferia de la red (fig. 3.9), si el echado fuera NW o SW, éste se mediría de Oeste a Este.

Cuente a partir del extremo Este de la red los  $36^\circ$  de echado y trace el meridiano que corresponde a este ángulo, el cual será la proyección estereográfica meridional del plano A (fig. 3.9).

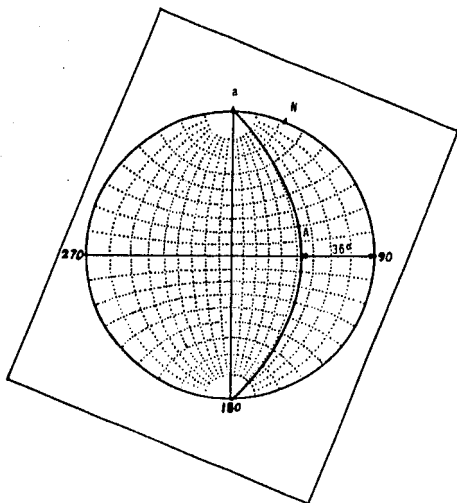


Fig. 3.9



La proyección polar del plano se encuentra proyectando su normal. Como ésta se encuentra a  $90^\circ$  del plano, cuente sobre el eje E-W este ángulo a partir del plano y marque el punto A, que es la proyección del polo del plano, o sea, la proyección polar del plano A (fig. 3.10).

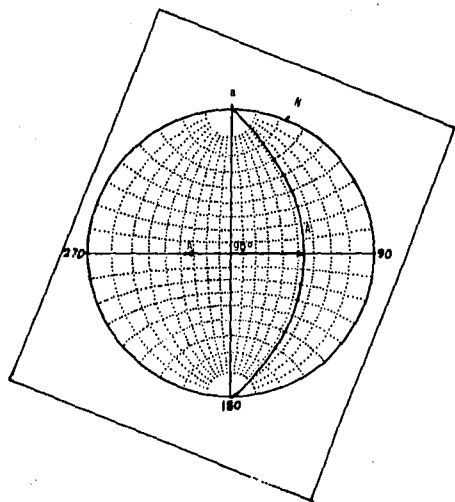


Fig. 3.10

Regrese el papel a su posición original y tendremos completo el estereograma del plano A, tanto meridional como polar, como se aprecia en la fig. 3.11 .

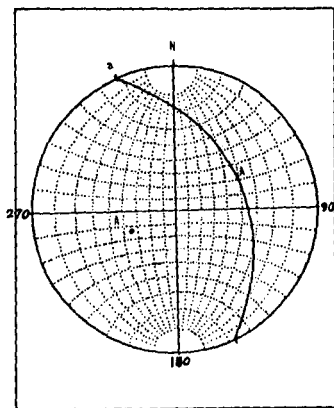


Fig. 3.11

Supongamos ahora el plano B, con rumbo  $55^{\circ}$  SE y echado de  $47^{\circ}$  SW. Marque el rumbo sobre la periferia de la red y gire el papel hasta que este punto b coincida con el extremo sur de la red. En este caso, como el echado va hacia el SW, cuente a partir del extremo Oeste de la red los  $47^{\circ}$  de echado, como no hay meridiano de  $47^{\circ}$  dibujado en la red, interpole y trace el meridiano

entre los meridianos  $46^\circ$  y  $48^\circ$ , y ésta será la proyección meridional del plano. Ahora cuente  $90^\circ$  a partir del plano sobre el eje E-W y marque el punto para encontrar la proyección polar del plano. Regrese la hoja a su posición original y su hoja de papel debe quedar similar a la fig. 3.12 en la que se muestra la proyección de los planos A y B.

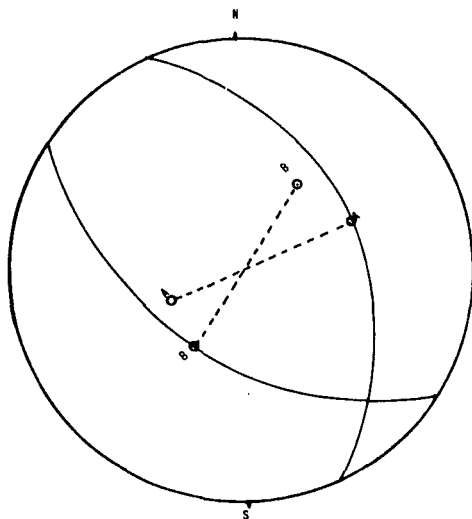


Fig. 3.12. proyección Estereográfica  
de los planos A y B

### 3.3 Medición de ángulos entre líneas.

Coloque nuevamente la hoja en que proyectó las líneas de la sección 3.1 para medir el ángulo existente entre ellas, empezando por obtener el ángulo entre las líneas r y s.

De geometría se sabe que el ángulo entre dos líneas se mide sobre el plano que contiene a ambas, por lo tanto, debemos definir primero este plano. Gire la hoja de papel hasta hacer que los puntos r y s caigan sobre un mismo meridiano. Este meridiano representa al plano que contiene a ambas líneas. En esa posición, mida sobre este meridiano el ángulo entre los dos puntos, que en este caso es de  $73^\circ$ , como puede apreciarse en la fig. 3.13 .

Ahora midamos el ángulo entre las líneas r y t. Gire el papel hasta hacer coincidir los puntos r y t en un mismo meridiano y sobre éste mida el ángulo entre los dos puntos, que en este caso es de  $69^\circ$  aproximadamente, pero la línea t está marcada con una cruz, porque tiene sentido hacia arriba y debe recordarse que el ángulo se mide respecto a los sentidos positivos de las líneas, por lo tanto, en estos casos el ángulo entre las líneas será el ángulo complementario del que se lea en la red estereográfica, para las líneas r y t el ángulo entre ellas es de  $180^\circ - 69^\circ = 111^\circ$ . La fig. 3.14 muestra la relación anteriormente mencionada.

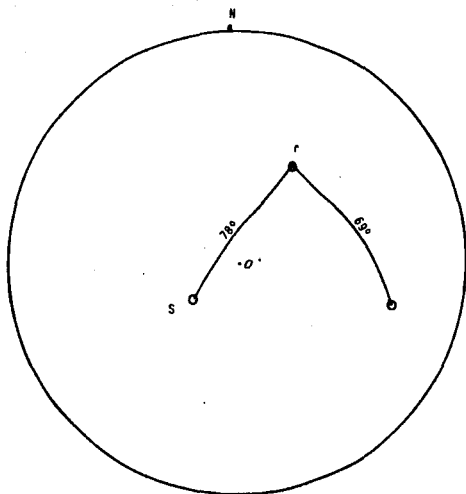


Fig. 3.13 Angulos entre líneas.

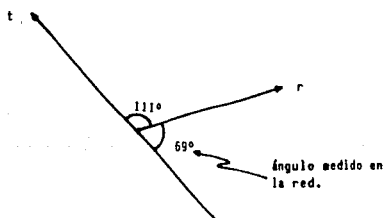


Fig. 3.14 Angulo entre r y t.

### 3.4 Medición de ángulos entre planos.

Para medir ángulos entre planos basta con recordar que el ángulo entre dos planos, es el mismo que existe entre las normales de estos. Esto quiere decir, que si representamos los planos polarmente y medimos el ángulo entre sus polos como vimos en el inciso anterior, habremos obtenido el ángulo entre los planos.

### 3.5 Intersecciones entre planos.

La intersección entre dos planos es una línea recta, por lo que su representación estereográfica será un punto. En proyección estereográfica la representación de la intersección entre dos planos se localiza en el punto en que sus proyecciones se intersecan. En la fig. 3.14 los planos A y B se intersecan en un punto, para determinar la dirección e inclinación de la línea de intersección que representa este punto se procede de la siguiente manera:

Gire la hoja de papel hasta que la intersección caiga en el eje E-W, mida el ángulo de inclinación sobre este eje, de la periferia de la red hacia la intersección, en este caso el ángulo de inclinación es de  $15^\circ$ . Ahora marque el punto i, en el extremo del eje E-W, sobre el lado en que caiga la intersección, regrese la hoja de papel a su posición original y el punto i nos proporciona la dirección de la intersección de los planos A y B que es de  $42^\circ$  SE (fig. 3.15).

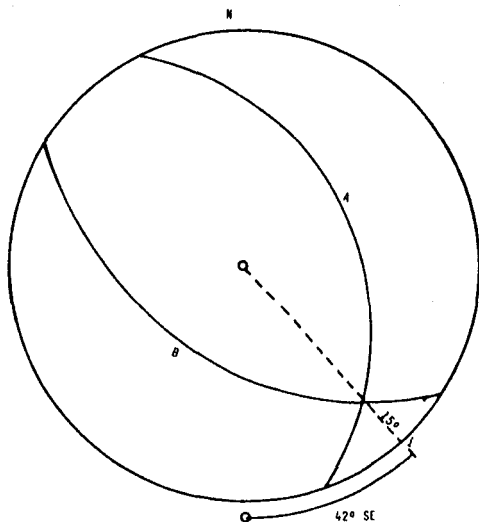


Fig. 3.15 Intersección entre dos  
planos.

Podemos obtener la intersección de dos planos haciendo uso de sus proyecciones polares. Se basa en la geometría, que dice que la intersección entre dos planos es perpendicular al plano que contenga las normales de estos.

Para encontrar la intersección primero debe definirse el plano que contiene las normales o polos de los planos. Giramos la hoja hasta hacer caer los dos polos en un mismo meridiano, como si fueramos a medir el ángulo entre ellos. Marcamos este meridiano y medimos sobre el eje E-W  $90^\circ$  a partir del plano recién definido y este punto será la proyección estereográfica de la intersección que buscamos, como puede observarse en la fig. 3.16 .

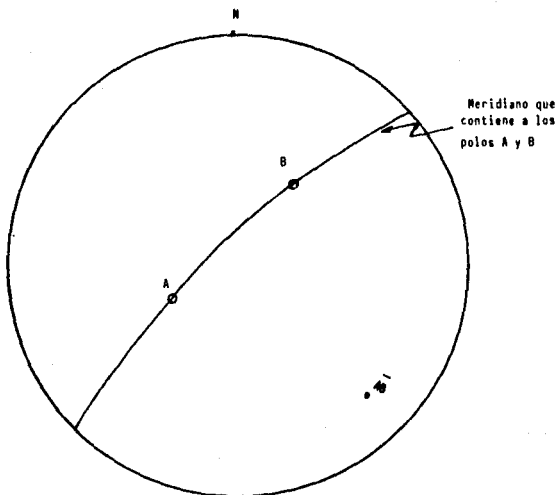


Fig. 3.16 Determinación de la intersección  
Por los polos de un plano



### 3.6 Operaciones vectoriales usando la red.

La red estereográfica puede auxiliarnos al realizar las operaciones vectoriales necesarias en los análisis de estabilidad, simplificando sumas, restas, productos punto y cruz.

#### 3.6.1 Suma vectorial.

En los análisis de estabilidad puede presentarse la suma de varias fuerzas en un macizo rocoso. Para mostrar el método de suma de vectores usando la red estereográfica, ejemplificaré la suma de los tres vectores siguientes:

$\hat{Q}$  = 57 ton. peso (dirección vertical).

$f$  = 46 ton. dirección  $16^\circ$  NE, inclinación  $18^\circ$ .

$s$  = 32 ton. dirección  $32^\circ$  NW, inclinación  $-12^\circ$ .

Para hacer la suma de estos vectores primero deben representarse con la red como se ve en la fig. 3.17 (Recuerde que el vector  $s$  tiene inclinación negativa). Pueden sumarse cualquier cantidad de vectores haciendo sumas parciales, es decir, sumar primero dos vectores, la resultante de estos se suma con otro, la resultante de esta última suma, se suma con otro vector y así sucesivamente hasta agotar todos los vectores.

En este caso iniciaremos sumando los vectores  $\hat{Q}$  y  $f$ , para lo cual debemos de obtener antes que nada, el ángulo entre estos haciendo uso de la red, el ángulo es de  $72^\circ$ . En otra hoja aplicamos la ley del paralelogramo, ya que conocemos las magnitudes de los vectores y el ángulo entre ellos y obtenemos la resultante  $f+\hat{Q}$  que es de 84.2 ton. (fig. 3.18). La resultante de la suma

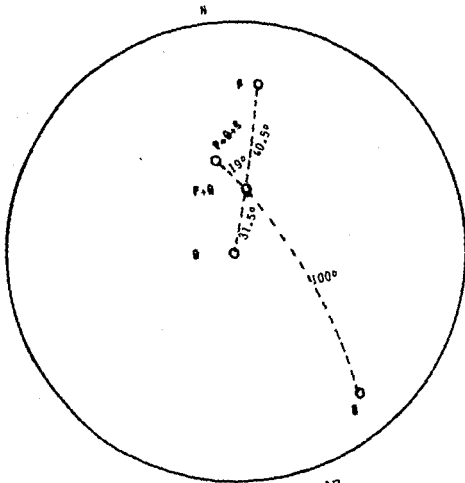
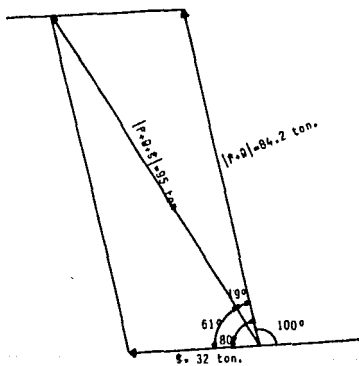
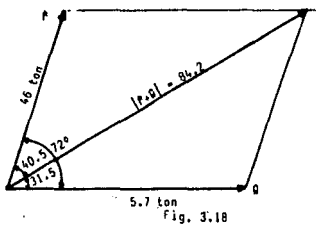


Fig. 3.17

vectorial se encuentra en el mismo plano en que se encuentran los vectores sumandos, esta propiedad estereográficamente se traduce en que las proyecciones de la resultante y los vectores sumandos, deben encontrarse sobre el mismo meridiano, por lo tanto, se mide en el paralelogramo el ángulo entre la resultante y cada uno de los sumandos, estos ángulos se miden en la red y se puede marcar en el estereograma donde se localiza la resultante y así conocer no solo la magnitud de ésta, sino también su dirección, inclinación y sentido (fig. 3.17).

Ahora el vector resultante de la suma anterior, será considerado como un vector sumando cualquiera, para realizar la suma  $(Q + f) + \beta$ . Gire el papel hasta hacer coincidir ambos vectores en un meridiano y mida el ángulo existente entre ellos. Aplique la ley del paralelogramo para sumar estos vectores, recordando que el ángulo medido en la red, que es de  $100^\circ$  aproximadamente, es el ángulo entre la parte positiva del vector  $(Q + f)$  y la parte negativa del vector  $\beta$ , por lo que el paralelogramo queda como el de la fig. 3.19 .



Se miden los ángulos entre la resultante y los vectores ( $P+Q$ ) y  $\hat{a}$ , y se miden en la red para localizar la proyección de la resultante, con lo que se concluye el proceso. La hoja de papel translúcido debe ser similar a la fig. 3.17, en la que se marca todo el proceso.

### 3.6.2 Resta vectorial.

Para realizar la resta de vectores, se le invierte el sentido al vector sustraendo, y después se procede de la misma manera que en la suma vectorial.

### 3.6.3 Producto punto.

Para el producto punto entre dos vectores, se mide en la red el ángulo entre ellos y se aplica la fórmula:

$$\hat{A} \cdot \hat{B} = |\hat{A}| |\hat{B}| \cos \theta .$$

### 3.6.4 Producto cruz.

Para el producto cruz, también se mide el ángulo entre los vectores y se aplica la fórmula:  $|\hat{A} \times \hat{B}| = |\hat{A}| |\hat{B}| \sin \theta$ .

La dirección se determina por la regla de la mano derecha, y se puede marcar en la red, obteniendo la normal o polo, del plano que contenga a los vectores que se multipliquen.

## C A P I T U L O 4

## ANÁLISIS CINEMÁTICO DE ESTABILIDAD

**4.1 Concepto.**

El análisis de estabilidad de un macizo rocoso, en el cual se pretenda realizar un corte, excavación, túnel, etc., se inicia con la determinación a lo largo de la obra, de la forma de los bloques de roca delimitados por las discontinuidades existentes y el corte o talud. Aunado a este estudio morfológico del macizo, se analiza si es posible que tales bloques puedan moverse, es decir, si el bloque tiene la salida libre a través del corte o talud. Este estudio se realiza sin tomar en cuenta las fuerzas que puedan actuar en el bloque, por lo que se le considera un análisis cinemático de estabilidad.

Este análisis cinemático nos permite localizar, a lo largo del corte, las zonas en que pueden presentarse problemas de estabilidad, ya que en ellas es posible el movimiento de las cuñas

o bloques de roca. Además, nos indica el tipo de falla que puede presentarse, para tenerlo en cuenta en la ejecución de análisis más profundos de dichas zonas si es que estos se consideran necesarios.

Existen tres tipos de falla en macizos rocosos considerados como los más importantes en Mecánica de Rocas por ser los que generalmente se presentan en las obras de ingeniería y son: Deslizamiento sobre un plano, falla por flexión y el deslizamiento en la intersección de dos planos.

#### 4.2 Deslizamiento sobre un plano.

Este caso se presenta cuando existe un solo plano de discontinuidad (o una sola familia de discontinuidades), como se ve en la fig. 4.1 . Cinemáticamente para que el bloque pueda deslizar (fallar), el bloque debe tener libre la salida a través del corte, como sucede en el caso ilustrado en la fig. 4.1 .

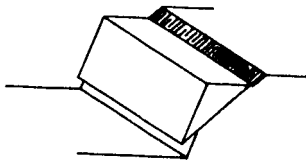


Fig. 4.1 Desliz sobre un plano

Estereográficamente puede revisarse esta condición de manera rápida y sencilla. Dibuje la proyección estereográfica del corte o talud en la red e identifique el área del hemisferio inferior que queda fuera del talud, que es el área punteada en la fig. 4.2a . Ahora dibuje la proyección del plano de discontinuidad y si la mayor parte de ésta cae dentro de esta área, el bloque tiene salida libre a través del talud y puede deslizar. Para que este plano caiga en esta área debe tener un rumbo similar al del corte ( $\pm 15^\circ$ ) y un echado menor que el de éste.

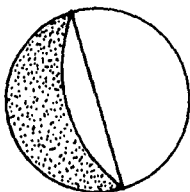


Fig. 4.2a

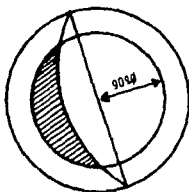


Fig. 4.2b



Bajo la acción de la gravedad existe otra condición que debe cumplirse para que el bloque deslice, y es que el echado de la discontinuidad sea mayor que el ángulo de fricción de la misma (despreciando la cohesión). Aunque esta condición no es cinemática, pues está considerando la fuerza de gravedad y la fricción, puede chequearse fácilmente con el auxilio de la estereografía, pero antes de explicar el proceso definiré un concepto necesario para hacer este chequeo y es el concepto de vector echado.

Para definir el concepto, recordemos que el echado es el ángulo entre la horizontal y el plano, medido sobre el plano perpendicular al rumbo del plano y con una inclinación igual al echado del plano (fig. 4.3). Estereográficamente el vector echado se representa como un punto en el centro del arco de círculo que es la proyección del plano y se marca con la letra D.

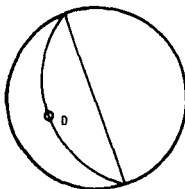


Fig. 4.3 Vector Echado.

Para checar estereográficamente si se cumple la segunda condición para que el bloque deslice sobre el plano de discontinuidad, dibuje un círculo, con centro en el centro de la red estereográfica y con una abertura sobre el eje E-W de  $90^\circ$  menos el ángulo de fricción de la discontinuidad. Todos los puntos que caigan dentro del área de este círculo, representan líneas con una inclinación mayor que el ángulo de fricción, por lo tanto, si el vector echado del plano cae dentro de esta área, se cumple la segunda condición.

La combinación de ambas condiciones nos reduce el área de inestabilidad y nos proporciona un estereograma como el que aparece en la fig. 4.2b, donde si el punto que representa el vector echado del plano cae dentro de esta área (achurada en la fig. 4.2b) y además el rumbo del plano es  $\pm 15^\circ$  el del talud, el bloque cumple con las dos condiciones y tiende a deslizar por el plano bajo la acción de la gravedad solamente.

#### 4.3 Falla por flexión.

Este caso se presenta cuando existe una familia de discontinuidades con rumbo similar al del corte y de distancia pequeña entre sí. Para que el macizo tenga una falla de este tipo, además de las características mencionadas, el echado de las discontinuidades debe ir en sentido contrario al del corte y ser casi vertical (fig. 4.4a). Este tipo de falla consiste en una separación de los bloques de roca produciendo una falla en estos por pandeo. Es similar al fenómeno de separación de lajas de roca.

Estereográficamente se puede comprobar si se reúnen las condiciones para que se produzca este tipo de falla, dibujando la proyección del corte y de la familia de discontinuidades. Entonces, se puede verificar si el rumbo de ambos es similar y si el echado de las discontinuidades es cercano a los  $90^\circ$  y en sentido contrario al del corte. Para que el macizo tienda a presentar este tipo de falla, la proyección estereográfica del sistema debe quedar parecida a la que se presenta en la fig. 4.4b .

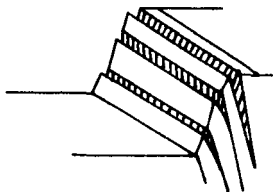


Fig. 4.4a

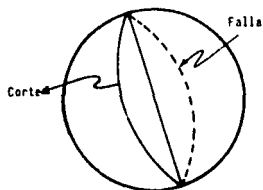


Fig. 4.4b

#### 4.4 Análisis en la intersección de dos planos.

Seguramente este es el caso mas general, por lo que centraré mi atención en él, ya que un bloque o cuña de roca se forma en la mayoría de los casos por dos o mas planos de discontinuidad y el corte, sin embargo, aunque el bloque esté formado por más de dos discontinuidades, éste solo podrá fallar de dos formas: deslizando sobre alguna de las discontinuidades que lo forman, o en dirección paralela a la intersección entre dos de ellas manteniendo contacto con ambas, razón por la cual el análisis se reduce a revisar cada una de las intersecciones existentes para ver si puede deslizar en alguna de ellas o sobre alguno de los planos que las formen.

##### 4.4.1 Deslizamiento paralelo a la intersección.

Para que el bloque pueda deslizar en dirección paralela a la intersección, manteniendo contacto con los dos planos que la forman, es cinemáticamente una condición necesaria, que la intersección tenga salida libre a través del corte, es decir, que la inclinación de la intersección sea menor que el echado del corte o talud, medido en la dirección de ésta como sucede en la fig. 4.5a .

Estereográficamente puede checarsse esta condición, dibujando la proyección del corte e identificando el área que representa la parte del hemisferio inferior que queda fuera del corte (como se hizo en el inciso 4.2), si el punto que representa a la intersección cae en esta área, entonces la intersección tiene salida libre, cumpliendo con la condición.

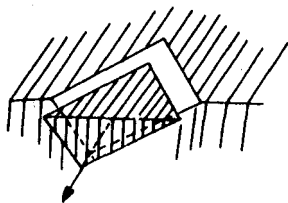


Fig. 4.5a

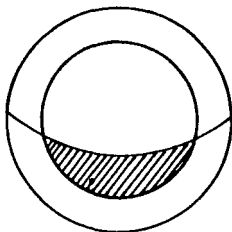


Fig. 4.5b

Si en el bloque solo está actuando la fuerza de gravedad, para que éste deslice debe cumplir una segunda condición, que la inclinación de la intersección sea mayor que el ángulo de fricción de los planos (despreciando la cohesión). Esta condición puede revisarse estereográficamente dibujando un círculo cuyo centro coincida con el de la red y una abertura medida sobre el eje E-W de ésta, de  $90^\circ$  menos el ángulo de fricción ( $90-\phi$ ). Los puntos que caigan en el área de este círculo, representan líneas

con inclinación mayor al ángulo de fricción.

La combinación de ambas condiciones, nos genera en el estereograma una área de inestabilidad, que esta ashurada en la fig. 4.5b, la cual es la representación estereográfica del caso presentado en la fig. 4.5a . Si la proyección de la intersección cae en esta área, significa que cumple con las dos condiciones y que el bloque tiende a deslizar en dirección paralela a la intersección, si la proyección cae fuera de esta área no cumple alguna o ninguna de las condiciones y el bloque no deslizará.

#### 4.4.2 Deslizamiento sobre un plano de la intersección.

El otro caso que puede presentarse en una intersección es el que se ilustra en la fig. 4.6, en la cual, el bloque desliza sobre uno de los planos que la forman. En estos casos, bajo la acción de la gravedad únicamente, el bloque al deslizar seguirá una trayectoria paralela al vector echado del plano, que es la trayectoria que seguiría una canica si se soltara sobre el plano.

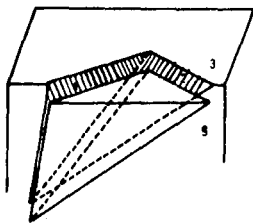


Fig. 4.6

Para que este tipo de falla se presente se deben cumplir estas dos condiciones: La primera condición es que el vector echado del plano de discontinuidad tenga salida libre a través del talud y que el echado real sea mayor que el ángulo de fricción del plano. La segunda es que el vector echado de la discontinuidades encuentre en el ángulo menor de los dos formados por las intersecciones del plano en cuestión (ver la figura 4.7).

La comprobación de la primera condición se hace en el estereograma, determinando el área de estabilidad como se vió en los incisos anteriores, dibujando la proyección del corte y el círculo de  $90^\circ - \phi$  y cheque si cae en ella alguna proyección del vector echado. La segunda condición se cumple si la proyección del vector echado se encuentra en medio de las intersecciones entre su plano y los otros.

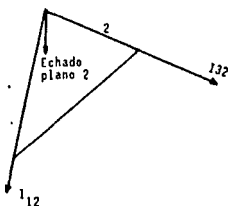


Fig. 4.7

En la fig. 4.8 se muestra la proyección estereográfica del caso representado en la figura 4.6, donde se presentan tres planos de discontinuidad. Aquí el plano 2 cumple con las dos condiciones, pues como puede observarse su vector echado  $D_2$  cae en el área de inestabilidad y además se encuentra entre las proyecciones de las intersecciones  $I_{12}$  e  $I_{13}$ , por lo cual, como se ve en la figura 4.6, el bloque tiende a deslizar sobre el plano 2. El plano 1 como puede verse no cumple con ninguna de las dos condiciones ya que la proyección de su vector echado cae fuera del área de inestabilidad y las dos intersecciones  $I_{13}$  e  $I_{12}$  caen a su lado izquierdo, no se encuentra entre ellas.

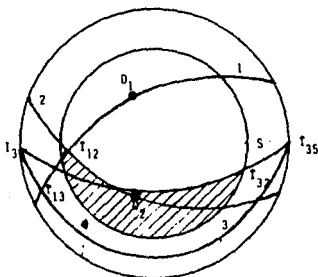


Fig. 4.8



En la fig. 4.9 se presenta un caso con tres vectores en el cual, el plano 2 cumple con la segunda condición pero no con la primera. El plano uno no cumple con ninguna de las condiciones.

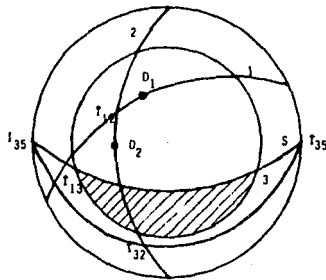


Fig. 4.9

## C A P I T U L O 5

## COMO DE FRICCION

**5.1 Concepto.**

Hasta el momento hemos hecho análisis cinemáticos de estabilidad y algunos dinámicos, considerando únicamente las fuerzas de gravedad y fricción. Sin embargo, en la mayor parte de los casos, el bloque está sometido a la acción de su peso propio, y además de otras fuerzas, como la subpresión, apoyos de puentes, de cortinas de presas o algunas otras obras de ingeniería. Para realizar los análisis de estabilidad en estos casos, después de que el análisis cinemático indicó que es necesario un estudio más profundo, la proyección estereográfica se basa en el concepto del cono de fricción, con el cual, podemos resolver prácticamente cualquier caso de análisis de estabilidad de macizos rocosos.

Suponga el caso de un bloque de roca sobre un plano horizontal y sometido únicamente a la acción de su propio peso y la fricción

con el plano. Inclíne lentamente este último. Observará que el peso del bloque  $Q$ , que en un principio coincidía con la normal del plano, empieza a separarse de ésta el mismo ángulo  $\theta$  que se produce entre la horizontal y el plano (fig. 5.1).

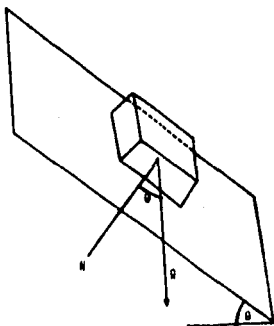


Fig. 5.1

Si continuamos inclinando el plano, llegará un momento en el que el bloque empiece a deslizar. Despreciando la fuerza de cohesión, esto sucede cuando el ángulo entre el peso  $Q$  y la normal del plano  $N$  es igual al ángulo de fricción de éste.

Si inclinamos el plano en distintas direcciones y marcamos la posición del vector  $Q$  en el límite, cuando el bloque empieza a deslizar, generaremos un cono, con un ángulo en el vértice del doble del ángulo de fricción  $\phi$ , con la normal del plano

N, como centro o bisector (fig. 5.2). A este cono le llamamos "Cono de Fricción".

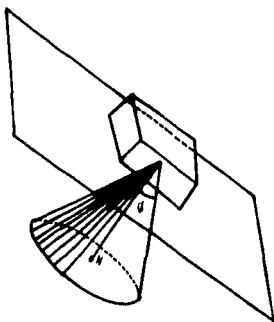


Fig. 5.2 cono de fricción

La importancia del cono de fricción en los análisis de estabilidad, radica en el principio siguiente: Bajo la acción de la fricción solamente (despreciando la cohesión), el límite de equilibrio estático de un bloque, colocado sobre un plano, ocurre cuando la fuerza resultante de todas las que actúan sobre el bloque, tiene un ángulo de inclinación  $\theta$ , con respecto a la normal del plano, igual al ángulo de fricción de éste  $\phi$ . Esto significa, que el bloque de roca puede estar sometido a la acción de cualquier número de fuerzas, pero mientras la resultante de la suma de éstas, no tenga un ángulo con la normal del plano, mayor al ángulo de fricción del mismo (es decir, que la resultante caiga fuera del cono de fricción del plano), el bloque

no deslizará.

Para demostrar el principio anterior, descomponga la resultante en sus componentes, la normal al plano  $n$  y la paralela a él  $s$ , que es la que induce el movimiento. Si consideramos a  $\theta$ , como el ángulo entre la normal del plano y la resultante, las magnitudes de las componentes están dadas por:  $n = r \cos \theta$  y  $s = r \sin \theta$  (Nota: Los vectores serán marcados con  $\hat{\phantom{x}}$  y sus magnitudes no.).

La fuerza que se opone al movimiento (despreciando la fuerza de cohesión) es la fuerza de fricción,  $f$  cuya magnitud está dada por  $f = n \tan \phi$ , donde  $\phi$  es el ángulo de fricción entre el plano y el bloque. Sustituyendo  $n$ , la ecuación quedará de la siguiente manera:  $f = r \cos \theta \tan \phi$ .

Para que el bloque pueda deslizar sobre el plano, debe cumplirse que la fuerza que induce al movimiento  $s$ , sea mayor que la de fricción  $f$ , quedando la inecuación  $s > f$ , sustituyendo queda  $r \sin \theta > r \cos \theta \tan \phi$ . Como puede verse en esta inecuación, la magnitud de la resultante no interviene en el análisis. Ahora, divida ambos miembros de la inecuación entre  $\cos \theta$  quedando:  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} > \frac{\cos \theta}{\cos \theta} \tan \phi$ . Como  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$ , la inecuación quedará:  $\tan \theta > \tan \phi$ . La cual se cumple si y solo si  $\theta > \phi$ , con lo que se completa la demostración.

### 5.2 Representación Estereográfica.

Como se puede apreciar en la fig. 5.3, el cono de fricción de un plano, corta al hemisferio inferior de la esfera de referencia, formando una traza circular con éste y de acuerdo al principio visto en el Capítulo 2, esta traza pasará al plano de proyección como un círculo también.

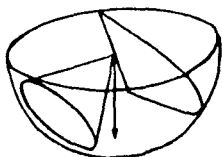


Fig. 5.3

Para mostrar cómo se obtiene la proyección estereográfica del cono de fricción, ejemplificaré un caso sencillo, el de un plano con rumbo  $N90^{\circ}W$  (paralelo al eje E-W), echado de  $30^{\circ}S$  y ángulo de fricción de  $40^{\circ}$  (fig. 5.4).

Primero marque la normal del plano N (no olvide marcar la referencia en el papel translúcido antes de cualquier proyección), la cual en este caso queda sobre el eje N-S,  $30^{\circ}$  hacia el norte del centro de la red. Cuente sobre este mismo eje el ángulo de fricción de  $40^{\circ}$ , hacia el norte y hacia el sur de la normal del plano y marque los puntos i e i'. Encuentre el punto c medio entre estos dos puntos i e i', el cual será el centro del círculo que representa al cono de fricción (note que este punto no coin-

cide con la normal del plano). Coloque el compás en este centro y dele una abertura hasta el punto  $i$  o  $i'$  y trace el círculo que es la proyección estereográfica del cono de fricción, como se ve en la fig. 5.5 .

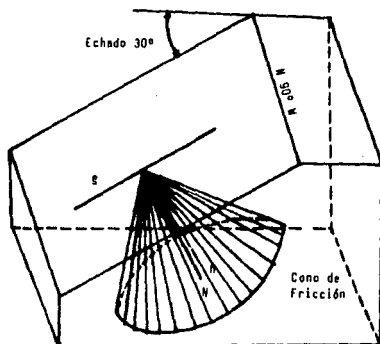


Fig. 5.4

En este caso la normal del plano cayó sobre el eje N-S, pero en la mayoría de los casos esto no sucederá, por lo cual, para poder encontrar los puntos  $i$  e  $i'$ , se debe girar la hoja hasta hacer que la normal del plano caiga sobre el eje N-S o el eje E-W de la red y seguir con el proceso descrito, al final del cual se debe regresar la hoja a su posición original (hasta hacer coincidir el norte de referencia de la hoja con el de la red).

Habr  ocasiones en que por la posición del polo del plano o por el tamaño del cono de fricción, no se pueda localizar sobre la red ambos puntos  $i$  e  $i'$ , por lo que ilustrar  con el mismo caso del ejemplo anterior, otro procedimiento para obtener la proyección estereográfica del cono de fricción, sin usar el compás.

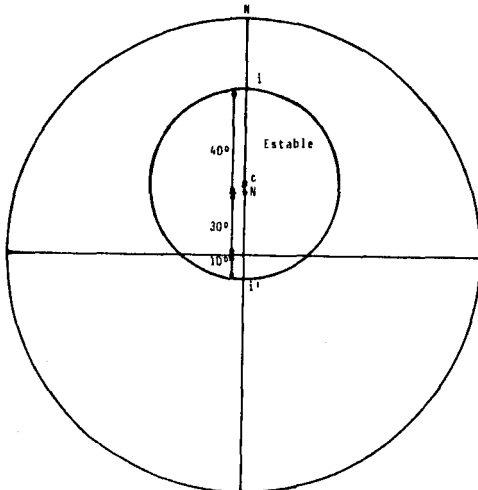


Fig. 5.5



Dibuje la proyección de la normal del plano y gire la hoja de papel hasta hacer que ésta, caiga sobre el eje E-W. Mida el ángulo de fricción ( $40^\circ$  en este caso), sobre este eje a ambos lados de la normal del plano y marque estos puntos como en el procedimiento anterior (habrá ocasiones en que uno de los puntos caiga fuera de la red y no pueda marcarse). Gire la hoja de papel lentamente hasta hacer que la normal del plano caiga sobre otro paralelo de la red y mida el ángulo de fricción a cada lado de la normal sobre el meridiano que contenga a la normal del plano y así, tendrá dos puntos más de la proyección del cono de fricción. Gire nuevamente la hoja y repita la operación hasta tener una cantidad de puntos suficiente, para que al unirlos genere el círculo que representa el cono de fricción deseado, el cual debe coincidir con el obtenido por el proceso descrito anteriormente.

### **5.3 Conos de fricción en intersecciones.**

Para poder explicar el procedimiento para obtener la proyección estereográfica del cono de fricción, utilicé el ejemplo más sencillo que es el de un deslizamiento sobre un solo plano. Sin embargo, como mencioné en el capítulo anterior, la mayoría de las veces los bloques de roca están formados por la intersección de dos o más planos de discontinuidad, pero estos solo pueden deslizar de dos formas: Sobre alguno de los planos que los forman, o en dirección paralela a la intersección entre dos de ellos, manteniendo contacto con ambos.

Por la razón expuesta anteriormente, se considera el caso más general el análisis de estabilidad en la intersección de dos planos.

Auxiliandonos del análisis cinemático podemos determinar la ó las intersecciones con posibilidad de falla y sobre estas hacer la proyección de sus conos de fricción y determinar el tipo de falla susceptible de ocurrir, si el bloque es estable o no y el grado de seguridad que se tiene.

El bloque podrá tender a deslizar sobre uno u otro plano de la intersección, en función de la dirección de la resultante de la suma de todas las fuerzas que actúen sobre el bloque y, si ésta cae dentro de alguno de los conos de fricción de los planos, el bloque será estable. Esto puede comprobarse fácilmente proyectando sobre el mismo estereograma el cono de fricción de los planos que forman la intersección y proyectando la resultante para verificar si cae dentro de alguno de los conos. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, existe otra posibilidad; que la resultante tenga una dirección tal, que haga que el bloque tienda a deslizar en dirección paralela a la intersección, manteniendo contacto con los dos planos que forman a ésta, en cuyo caso, ambos planos presentan resistencia al movimiento del bloque a través de la fuerza de fricción (despreciando la cohesión). En este caso, también es posible que la fuerza de fricción sea mayor que la que induce el movimiento, haciendo al bloque estable o que suceda lo contrario y el bloque deslice.

El análisis de estabilidad del bloque de roca, considerando todas las posibilidades mencionadas se puede realizar sobre un solo estereograma en el cual se pueden definir el tipo de falla a que tienda el bloque y si es estable o no.

#### 5.4 Definición de zonas de estabilidad.

Suponga un par de planos que se intersectan: el plano 1 con rumbo N54°E y echado 62°SE, con  $\phi_1 = 20^\circ$ . Y el plano 2 con rumbo N4°W, echado 59°SW y  $\phi_2 = 40^\circ$ .

Lo primero que se debe hacer es proyectar los planos y localizar la intersección entre estos  $I_{12}$ , que en este caso tiene una dirección S27°W y 40° de inclinación. Proyecte las normales o polos de los planos y marquelas respectivamente con  $N_1$  y  $N_2$ . Borre las proyecciones meridionales de los planos (para mayor claridad ya que no son útiles), dejando solamente las normales  $N_1$  y  $N_2$  y la intersección de los planos  $I_{12}$ . Dibuje el cono de fricción de los dos planos por cualquiera de los métodos descritos anteriormente (fig. 5.6).

Proyecte con una línea punteada el plano que contiene a  $N_1$  y  $N_2$  es decir, girando el papel haga que ambos puntos caigan sobre un mismo meridiano (como si fuera a medir el ángulo entre ellos) y una los puntos siguiendo el meridiano con una línea punteada (fig. 5.7). De la misma forma encuentre el plano que contiene a la normal del plano 1  $N_1$  y la intersección  $I_{12}$ , solo que ahora dibuje la proyección con línea continua y en su totalidad. Como podrá observar en la fig. 5.7, este último plano corta al cono

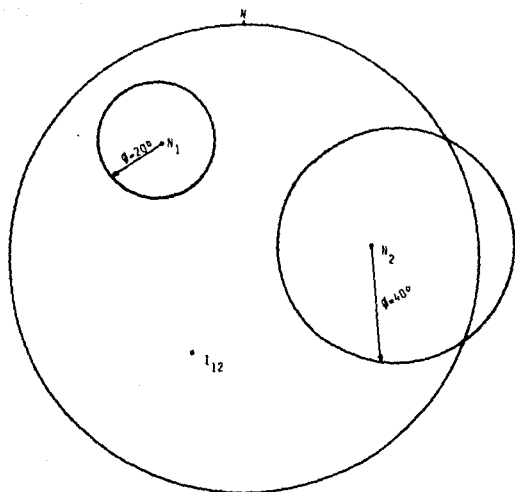


Fig. 5.6

de fricción del plano 1 en dos puntos a los que llamaremos  $i_1$  e  $i'_1$ . Proceda de la misma forma con la proyección de la normal del plano 2 y la intersección  $i_{12}$ , solo que ahora los puntos serán  $i_2$  e  $i'_2$  como se ve en la fig., 5.7.

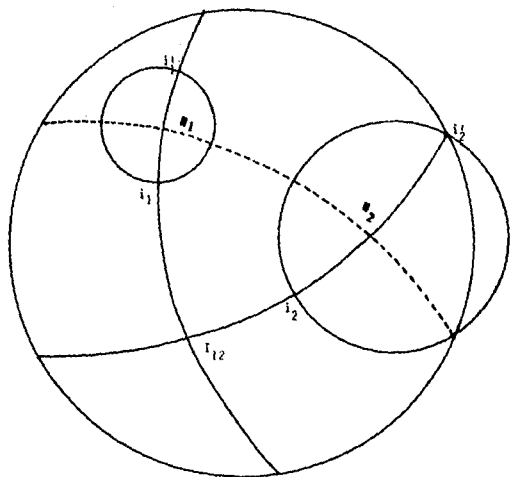


Fig. 5.7

Gire nuevamente la hoja de papel y busque el plano que contenga a los puntos  $i_1$  e  $i_2$  y trácelo. Haga lo mismo con los puntos  $i'_1$  e  $i'_2$  y el proceso queda terminado (fig. 5.8).

En la figura 5.8 tenemos delimitadas las zonas de estabilidad e inestabilidad del ejemplo, de acuerdo a donde caiga la proyección de la resultante de las fuerzas que actúen sobre el bloque, éste podrá tener las siguientes opciones: Ser estable, Deslizar con dirección paralela a la intersección, hacia abajo o hacia arriba, deslizar sobre el plano 1, deslizar sobre el plano 2 y por último, despegarse de ambos planos.

Dominándose este procedimiento, se puede hacer prácticamente cualquier análisis de estabilidad, no obstante, en la bibliografía se presenta el análisis de la intersección de tres planos, la cual es considerada fuera de los alcances de este trabajo.

Otro aspecto importante, es recordar que todo el proceso se realizó considerando despreciable la cohesión, ya que es así como generalmente se trabaja, en virtud de que el no considerarla nos pone del lado de la seguridad. Sin embargo, en la bibliografía se presenta un método por el cual se puede considerar a la fuerza de cohesión, aumentando el ángulo del cono de fricción del plano.

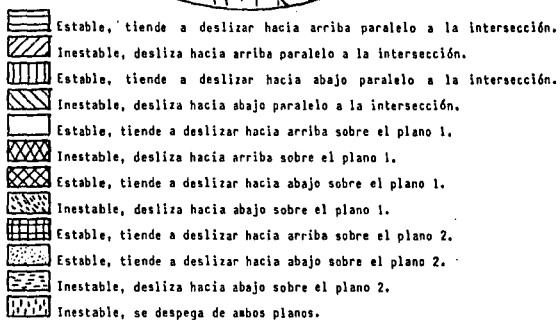
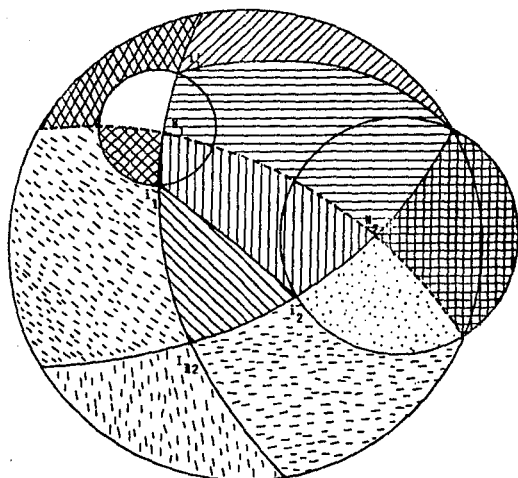


Fig. 5.8 Zonas de estabilidad en una intersección.

## C A P I T U L O 6

## ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

**6.1 Factor de seguridad.**

El factor de seguridad, se define como el cociente que se obtiene al dividir la magnitud de la fuerza que se opone al movimiento, que es la de fricción  $f$  (despreciando la cohesión), entre la magnitud de la fuerza que induce el movimiento  $s$ . Algebraicamente se tiene la siguiente ecuación:  $F.S. = \frac{f}{s} = \frac{n \tan \phi}{s}$ . Sustituyendo a  $n$  y  $s$  tenemos:  $F.S. = \frac{r \cos \theta \tan \phi}{r \sin \theta}$ . Simplificando y haciendo uso de las identidades trigonométricas la ecuación queda:  $F.S. = \frac{\tan \phi}{\tan \theta}$ .

Donde  $\phi$  es el ángulo de fricción y  $\theta$  es el ángulo entre la resultante de las fuerzas que actúan en el bloque y la normal del plano.

Con base en el factor de seguridad, se puede determinar que tan estable o inestable es un bloque de roca, y es generalmente,



el parámetro que se utiliza para definir que tan segura debe ser una estructura, y que anclaje puede ser necesario para proporcionar un factor de seguridad requerido en una obra. Si el factor de seguridad es mayor que uno, indica que el bloque es estable, si es igual a uno, que se encuentra en el límite estático y si es menor que uno, que el bloque es inestable y fallará.

Estereográficamente se puede obtener el factor de seguridad con solo recordar como se obtiene el ángulo entre dos líneas, para ilustrar el procedimiento recordemos el sencillo caso de deslizamiento sobre un plano, del inciso 5.2 .

Suponga que sobre el plano de discontinuidad, existe un bloque de roca sometido únicamente a la acción de su peso propio  $Q$ , es decir, que la resultante de las fuerzas que actúan en el bloque es la fuerza  $Q$ , que es vertical, y cuya proyección coincide por lo tanto, con el centro de la red estereográfica.

Como puede observarse en la fig. 6.1, la proyección de  $Q$ , cae en el área de estabilidad dentro del cono de fricción. Esto indica que el bloque es estable bajo la acción de su propio peso, con lo que se deduce que el factor de seguridad para este caso, debe ser mayor que uno.

Para la aplicación de la ecuación del factor de seguridad, ya conocemos un dato, el ángulo de fricción que es de  $40^\circ$ , por lo que solo nos hace falta conocer el ángulo entre la normal del plano y la resultante. Esto se logra, haciendo que ambas proyec-

ciones caigan sobre un mismo meridiano, y midiendo el ángulo entre ellos, que para este caso es de  $30^\circ$ .

Aplicando la ecuación para obtener el factor de seguridad, esta queda:  $F.S. = \frac{\tan 40^\circ}{\tan 30^\circ} = 1.45 > 1$ , como se esperaba.

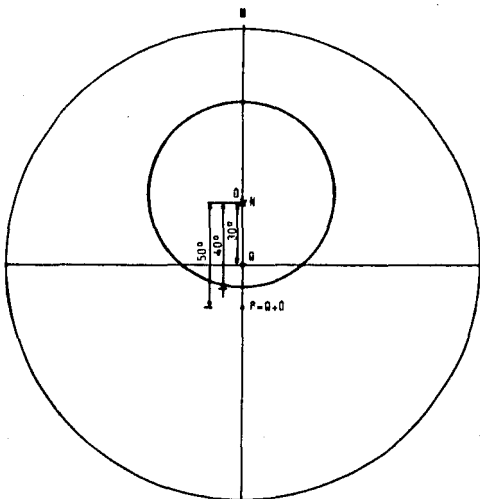


Fig. 6.1 Análisis de Estabilidad  
Sobre un Plano

Ahora, suponga que en el bloque no solo actúa la fuerza de gravedad, sino que existe una subpresión de  $0.44\bar{Q}$  de magnitud. Esta fuerza de subpresión se considera perpendicular al plano de discontinuidad, con sentido de abajo hacia arriba, o sea, inclinación negativa, por lo que se representará en la proyección, como una cruz que coincide con el punto N, que es la proyección de la normal del plano.

El primer paso es obtener la resultante, sumando  $\bar{Q} + \bar{Q}$ , como se expusó en el Capítulo 3, tomando en cuenta que la inclinación de la subpresión  $\bar{Q}$ , es negativa. El ángulo entre  $\bar{Q}$  y  $\bar{Q}$  se obtiene en la red y es de  $30^\circ$ , por lo que el ángulo entre los sentidos positivos de ambas es de  $150^\circ$ , quedando el paralelogramo para la suma, como el que aparece en la fig. 6.2 .

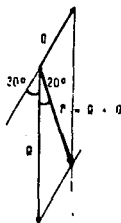


Fig. 6.2

La proyección de la resultante  $f$ , de la suma  $\hat{Q} + \hat{U}$ , cae fuera de la proyección del cono de fricción, como puede verse en la fig. 6.1 . Por lo tanto, el bloque es inestable bajo estas condiciones y por ende, el factor de seguridad será menor que la unidad. Midiendo el ángulo entre  $N$  y  $f$ , se tiene que  $\theta = 50^\circ$ , por lo que:

$$F.S. = \frac{\tan 40^\circ}{\tan 50^\circ} = 0.71 < 1 .$$

Como procedimiento general, debe dibujarse la proyección del cono de fricción, obtener la resultante y proyectarla, obtener el ángulo entre esta última y la normal del plano y aplicar la ecuación del factor de seguridad. Cabe aclarar, que en el ejemplo expuesto, para dar mayor simplicidad, se colocó la normal del plano y las fuerzas actuantes sobre el eje N-S, sin embargo, en la mayor parte de los casos esto no sucederá, por lo que deberán ejecutarse las sumas de vectores y las mediciones de ángulos, como se vió en el Capítulo 3.

### 6.2 Factor de seguridad en intersecciones.

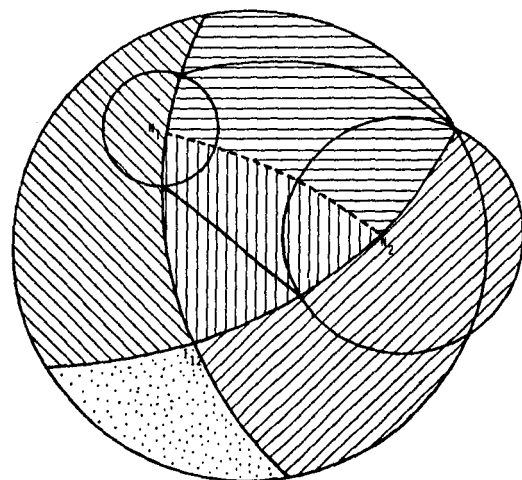
Como mencioné anteriormente, el caso más general de análisis de estabilidad, es el que se realiza en la intersección de dos planos, ya que el caso del inciso anterior de deslizamiento sobre un plano, puede considerarse como un caso particular de éste y cuando se trate de un bloque formado por más de dos discontinuidades, se puede hacer el análisis de cada una de las intersecciones, con base en que el bloque solo puede deslizarse sobre alguno de los planos que lo forman, o a lo largo de la intersección entre dos de ellos.

En los análisis de estabilidad de la intersección entre dos planos, se pueden presentar cinco tipos de falla, en función de la dirección de la resultante de las fuerzas actuantes en el bloque o cuña, estas formas son: Deslizamiento sobre el plano 1, deslizamiento sobre el plano 2, deslizamiento paralelo a la intersección hacia arriba, deslizamiento paralelo a la intersección hacia abajo y despegue de ambos planos (flotación), que es poco frecuente. En la fig. 6.3, se presenta la delimitación en el estereograma de estas áreas, para el ejemplo ilustrado en el inciso 5.3, sin considerar si el bloque es estable o inestable, simplemente se define la forma como tiende a deslizarse o fallar.

Si la proyección de la resultante cae en el área del estereograma que indica que el bloque tiende a deslizarse sobre el plano 1, se obtiene el factor de seguridad como se vio en el inciso anterior, trabajando como si solo existiera el plano 1. Lo mismo para el caso en que se vea que el bloque tiende a deslizarse sobre el plano 2.

Si la proyección de la resultante, cae dentro del área que indica que el bloque, tiende a despegarse de los dos planos, esto nos indica, que el bloque no presenta fuerza de resistencia al movimiento (fricción), por lo que el factor de seguridad en este caso, sería de cero.

Los únicos casos que faltan por estudiar, son aquellos en que el bloque o cuña tienda a deslizarse paralelo a la intersección,








- |   |   |
|---|---|
|    | Tiende a deslizar hacia arriba, paralelo a la intersección. |
|    | Tiende a deslizar hacia abajo, paralelo a la intersección.  |
|    | Tiende a deslizar sobre el plano 1.                         |
|   | Tiende a deslizar sobre el plano 2.                         |
|  | Despega de ambos planos.                                    |

Fig. 6.3 Tendencia de movimiento de un bloque de roca sobre la intersección de dos discontinuidades.

ya sea hacia arriba o hacia abajo. En ambos, no se puede considerar el ángulo de fricción de uno de los planos, para aplicar la ecuación del factor de seguridad, ni tampoco medir el ángulo  $\theta$ , entre la resultante y una de las normales. Aquí, la obtención de los ángulos mencionados es un poco diferente a lo visto anteriormente, e ilustraré el proceso, haciendo uso de la intersección del ejemplo del inciso 5.3 .

En este ejemplo, ya hemos proyectado los conos de fricción de ambos planos, y delimitamos las áreas en el estereograma. Lo único que falta es determinar la resultante, para lo cual, supondremos que la única fuerza que actúa, es el peso propio del bloque (A), cuya proyección, como se observa en la fig. 6.4, cae en el área que indica que el bloque tiende a deslizar paralelo a la intersección, con sentido hacia abajo, apenas dentro del área estable, por lo que el factor de seguridad debe ser ligeramente mayor que uno.

Para determinar el factor de seguridad de este ejemplo, sabemos que la fuerza que induce el movimiento del bloque (S), es paralela a la intersección entre los planos de discontinuidad ( $I_{12}$ ), por lo que la proyección estereográfica de la primera, coincidirá con la de la segunda.

Los ángulos  $\phi$  y  $\alpha$ , deben medirse sobre un plano, que es el que contiene a la fuerza resultante (R), y la fuerza (S), que ya están definidas (recuerde que S, coincide con  $I_{12}$ ). Se debe girar el papel, hasta hacer que ambos puntos en el estereograma, caigan

en el mismo meridiano, que para este caso es el que coincide con el eje N-S de la red. Este plano, como se ve en la fig. 6.4, corta al plano  $i_1 i_2$ , que representa el límite estático del bloque. Y también corta al plano que contiene a las normales de los dos planos de discontinuidad.

Los ángulos  $\varphi$  y  $\theta$  se medirán sobre el plano descrito,  $\varphi$  será el ángulo entre la intersección de este plano con el que une a las normales de las discontinuidades, y la intersección entre el mismo plano y el plano del límite estático  $i_1 i_2$ , que como puede verse en la fig. 6.4, en el ejemplo es de  $38^\circ$ .  $\theta$  será el ángulo, entre el plano que une a las normales  $N_1 N_2$  y la resultante de las fuerzas que actúan en el bloque  $\hat{Q}$ , en el ejemplo es de  $36^\circ$ . Con estos ángulos, se aplica la ecuación del factor de seguridad, ya conocida y se concluye el proceso.

$$F.S. = \frac{\tan 38^\circ}{\tan 36^\circ} = 1.08$$

En el ejemplo, el plano que contenía a la resultante y la intersección de las discontinuidades, era el que coincidía con el eje N-S, lo que sucederá siempre que se considere únicamente el peso propio del bloque. Cuando intervienen otras fuerzas, la proyección de la resultante sale del centro de la red, por lo que el plano que contenga a ésta y la intersección podrá ser cualquiera, por lo que se hará uso del proceso descrito en el Capítulo 3, para medir el ángulo entre dos líneas.



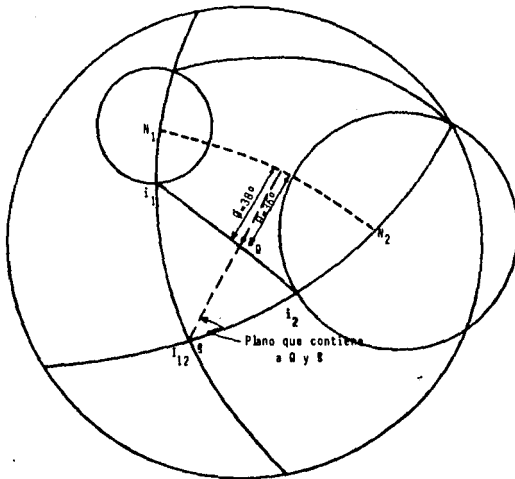


Fig. 6.4 Análisis de estabilidad considerando solo el peso propio

### 6.3 Anclaje mínimo.

#### 6.3.1 Concepto.

Cuando se presentan problemas de estabilidad en un macizo rocoso, se puede recurrir a algún dispositivo mecánico que permita aplicar una fuerza en el sistema, de tal manera de aumentar la estabilidad del macizo. A este dispositivo mecánico se le denomina Anclaje, el cual es idealizado, como un vector fuerza, de dirección y magnitud determinadas.

En un macizo rocoso dado, se pueden aplicar anclajes con diferentes direcciones y magnitudes, para proporcionar el grado de estabilidad deseado, sin embargo, existe una dirección e inclinación del anclaje tales, que permiten alcanzar dicho grado de estabilidad con una magnitud de la fuerza menor que la que se requiere usando otra dirección. A esta fuerza se le ha llamado ANCLAJE MINIMO.

#### 6.3.2 Obtención del anclaje mínimo.

Vectorialmente, no es posible obtener el anclaje mínimo más que por medio de tanteos. Estereográficamente, puede obtenerse la magnitud y la dirección del anclaje mínimo, con un error despreciable, causado por la posible imprecisión del trazo inherente en cualquier método gráfico.

Para ilustrar el procedimiento que se apoya en la proyección estereográfica, volvamos al caso más general, de la intersección entre dos discontinuidades, para el cual, en función de la direc-

ción de la resultante del sistema, tendremos dos procedimientos diferentes para obtener el anclaje mínimo.

El primero se utiliza cuando la proyección de la resultante  $f$  nos indica que el bloque o cuña de roca, tiende a deslizar sobre alguno de los planos de discontinuidad que forman la intersección, como el que se presenta en la fig. 6.5 . En este caso se trabaja como si solo existiera el plano en que tiende a deslizar el bloque. En la fig. 6.5, se tiene un factor de seguridad de 0.54, para que el bloque sea estable, debemos hacer que el factor de seguridad sea igual a la unidad, lo que se logra aplicando una fuerza  $\hat{a}$ , que es el anclaje, la cual al sumarse a la resultante, nos da una nueva resultante que caiga en el límite del cono de fricción del plano. Para que la magnitud de esta fuerza  $\hat{a}$  sea la mínima, esta fuerza debe estar contenida en el plano formado por la normal del plano de discontinuidad y la resultante original (Que es el plano en el que se miden los ángulos  $\varnothing$  y  $\Theta$  que en este caso son de  $20^\circ$  y  $34^\circ$  respectivamente). Además, debe ser perpendicular a la nueva resultante, la cual se encontrará contenida en el plano anteriormente mencionado.

Lo primero que debe hacerse, es obtener el plano que contiene a la normal y la resultante  $\hat{r}_1$  lo cual ya se había hecho para medir  $\varnothing$  y  $\Theta$  (fig. 6.5), el punto en que este plano corta al cono de fricción, nos proporciona la posición de la nueva resultante  $\hat{r}_2$ . Medimos en el estereograma, el ángulo entre las resultantes  $\hat{r}_1$  y  $\hat{r}_2$ , igual a  $14^\circ$  y con base en este ángulo, trazamos un paralelogramo como el de la fig. 6.6, en el cual



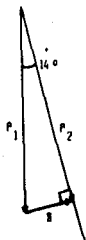


Fig. 6.6

En el paralelogramo primero debe trazarse la resultante  $f_1$ , que es la única de la cual conocemos su magnitud. Después, con el ángulo obtenido en el estereograma, trazamos la línea que contendrá a  $f_2$ . Por último, trazamos una línea perpendicular a ésta, que salga de la punta del vector  $f_1$  (fig. 6.6). De aquí podemos obtener la magnitud del anclaje y de la nueva resultante, y en el estereograma, podemos determinar la dirección de éste, proyectando una línea perpendicular a  $f_2$ , que pertenezca al plano que contiene a ésta, a  $f_1$  y a la normal del plano; es decir, medimos sobre la proyección de este plano  $90^\circ$  a partir de  $f_2$ , y podremos determinar la dirección e inclinación del anclaje, que en nuestro ejemplo son de  $N29^\circ E$  y  $0^\circ$  respectivamente.

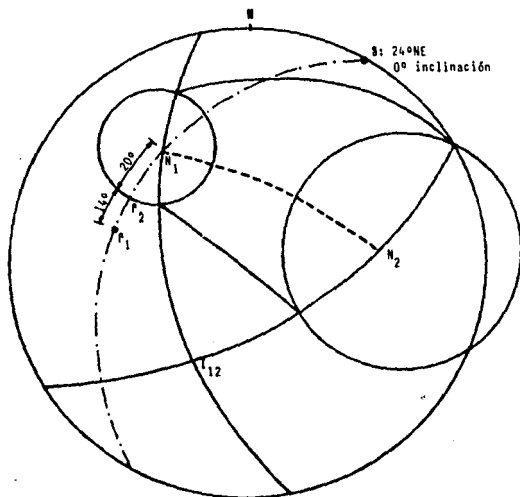


Fig. 6.7 Obtención del andaje mínimo para un F.S. = 1

Cabe aclarar, que en la mayoría de los casos el anclaje tendrá una inclinación negativa, por lo que su proyección deberá marcarse con una pequeña cruz, como se vió en el capítulo dos.

El procedimiento anterior nos es útil para hacer que el bloque o cuña de roca quede en el límite estático; sin embargo, en la mayoría de los casos, si no es que en todos, no nos interesa

Únicamente hacer estable el bloque, sino que se busca proporcionar un factor de seguridad determinado, acorde a la importancia del proyecto, por lo que se trata de encontrar el anclaje mínimo para proporcionar el factor de seguridad deseado.

Si en el ejemplo anterior, se quisiera conocer el anclaje mínimo para obtener un factor de seguridad de 2, el proceso se iniciaría de la misma manera que el descrito anteriormente, definiendo al plano que contiene a la normal del plano y la resultante original; acto seguido, se despeja de la ecuación del factor de seguridad, el ángulo  $\theta$  necesario para que éste sea igual a 2.  $\theta = \text{ang. tan. } \frac{\tan \theta}{F.S.}$ .

En nuestro ejemplo,  $\theta = 10.3^\circ$ ; es decir, la nueva resultante debe tener un ángulo respecto a la normal del plano de  $10.3^\circ$  para que el factor de seguridad sea 2. Medimos este ángulo sobre el plano anteriormente definido, a partir de la normal, y en ese punto deberá caer la proyección de la nueva resultante, para obtener el factor de seguridad requerido (fig. 6.8). Se mide el ángulo entre la resultante original y la nueva, que en este caso es de  $23.7^\circ$ , y realizamos la resta de vectores en el paralelogramo, como se hizo anteriormente (fig. 6.9).

El segundo caso se presenta cuando se quiere determinar el anclaje mínimo de un bloque que tiende a deslizar paralelo a la intersección, apoyándose en los dos planos que la forman, como se ilustra en el estereograma de la fig. 6.10. En estos casos, si se desea que el bloque quede en su límite estático; es decir,





que su factor de seguridad sea 1, la fuerza de anclaje mínima y la nueva resultante, se encontrarán contenidas en el plano perpendicular al plano límite  $i_1 i_2$  que contenga a la resultante original  $f_1$ .

Para definir este plano en la proyección, se gira la hoja de papel hasta encontrar un meridiano que sea perpendicular a la proyección del plano  $i_1 i_2$ , que pase por la proyección de  $f_1$ , como se ve en la fig. 6.10.

La intersección entre las proyecciones de estos dos planos, será la proyección de la nueva resultante  $f_2$ . Medimos el ángulo entre  $f_1$  y  $f_2$  sobre el plano que las contiene, y restamos con un paralelogramo  $f_2 - f_1$  para obtener el anclaje  $a$ , de forma similar al caso anterior. Proyectando el anclaje en el estereograma podemos determinar su dirección e inclinación (fig. 6.10), y las magnitudes se obtienen en el paralelogramo (fig. 6.11), recordando que el anclaje debe ser perpendicular a la nueva resultante.

Si se desea determinar el anclaje mínimo para obtener un factor de seguridad diferente a la unidad, cómo puede ser 2, primeramente se debe definir el plano que contenga a todas las resultantes, que por su dirección, produzcan un factor de seguridad de 2, lo que se puede lograr estereográficamente de la siguiente forma:

Primero se despeja de la fórmula del factor de seguridad, el

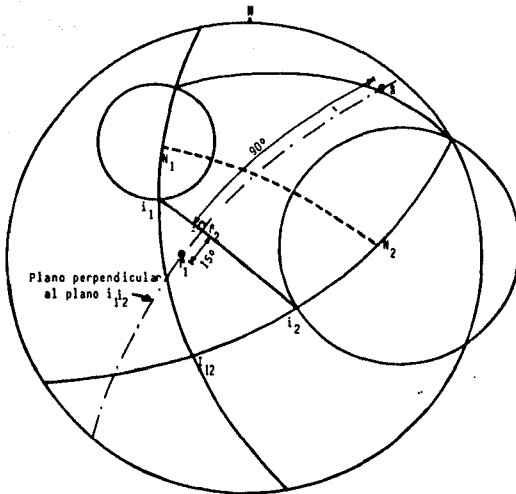


Fig. 6.10 Anclaje mínimo para un  $F. S. = 1$

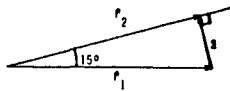


Fig. 6.11

ángulo  $\theta$ , necesario para que el factor de seguridad sea dos:

$$\theta = \text{angtan. } \frac{\tan \theta}{F.S.}$$

Como en este caso intervienen dos planos, se obtienen  $\theta_1$  y  $\theta_2$  para el plano 1 y 2, de acuerdo a sus respectivos ángulos de fricción; que en nuestro ejemplo son:  $\theta_1 = 10.3^\circ$ , y  $\theta_2 = 22.8^\circ$ .

Ahora, medimos sobre el plano que contiene a la normal del plano 1 y a la intersección de los planos 1 y 2  $I_{12}$ , el ángulo  $\theta_1$  a partir de la normal del plano 1, marcando este punto. De la misma forma, medimos  $\theta_2$  a partir de la normal del plano 2, sobre el plano que contiene a ésta y la intersección  $I_{12}$ . Giramos el papel hasta hacer que estos dos últimos puntos caigan sobre un meridiano de la red, y tendremos la proyección del plano que contiene a las resultantes que hacen que el factor de seguridad del bloque sea dos.

Una vez definido nuestro plano límite, se busca el plano que sea perpendicular a él y que contenga a la resultante  $f_1$ , y se procede de manera similar a la vista anteriormente para obtener un factor de seguridad de 1. En nuestro ejemplo, el anclaje tiene una dirección de S36°W e inclinación de  $-16^\circ$  (figs. 6.12 y 13).

La razón por la cual se miden los ángulos en un plano perpendicular al que contiene a las resultantes que producen un factor de seguridad dado en el sistema, proviene de un principio geométrico que dice: "El ángulo entre un plano y una línea, se debe medir sobre el plano perpendicular a éste que contenga a la lí-

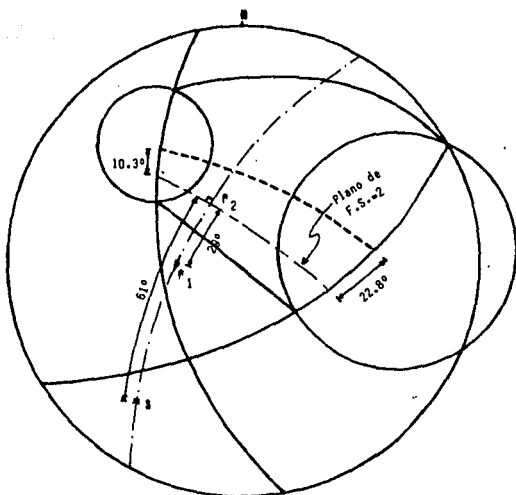


Fig. 6.12 Anclaje Mınimo para obtener un Factor de Seguridad igual a dos.

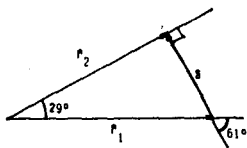


Fig. 6.13

nea. Este ángulo, será menor a cualquier otro medido sobre un plano que no sea perpendicular." Con base en este principio y la consideración de que para desviar a la resultante un ángulo mayor, se requiere de más fuerza, se concluye que la fuerza mínima para lograr el factor de seguridad deseado, es aquella que tenga que desviar a la resultante el menor ángulo posible.

## C A P I T U L O 7

## PROYECCION DE IGUAL AREA

La proyección estereográfica de igual área, como mencioné en los primeros capítulos, difiere de la proyección estereográfica de igual ángulo, únicamente en la distancia entre el foco y el plano de proyección, que en la primera es infinita, mientras que en la segunda es igual al radio de la esfera de referencia.

La proyección de igual área no tiene la propiedad de la de igual ángulo de que: un círculo sobre la esfera de referencia, se representa en el plano de proyección como un círculo también, sino que los deforma al proyectarlos, representandolos como elipses, con lo que complica los trazos necesarios para los análisis de estabilidad; razón por la cual, no se recomienda su uso en la ejecución de estos.

No obstante, la proyección de igual área tiene una propiedad

que la hace ser de gran utilidad en los estudios estadísticos y en la determinación de los planos preferenciales de discontinuidad: esta propiedad es que el área delimitada por dos meridianos y dos paralelos de la red, es igual en cualquier parte de ésta. Si usted observa, en la red de igual ángulo, esto no sucede, ya que el área de los "cuadros" formados por las divisiones de la red, se va reduciendo conforme se acercan al centro de ésta, lo que no sucede en la proyección de igual área o de Schmidt (nombre que se le da por ser éste el primero en publicarla), que conserva la misma área para los "cuadros" en cualquier parte de la red.

La propiedad mencionada anteriormente, nos permite resumir la información obtenida en campo por el geólogo; ya que los estudios no proporcionan uno o dos planos o familias de planos de discontinuidad, sino que proporcionan gran cantidad de discontinuidades, que generalmente tienden a algunos rumbos y echados, a los cuales se les denomina planos preferenciales de discontinuidad.

A causa de la gran cantidad de planos que arrojan los estudios de campo, estos deben representarse por medio de sus polos, ya que, cuando el número de planos es superior a tres o cuatro, la representación de estos mediante la proyección meridional se vuelve compleja.

La determinación de los planos preferenciales de discontinuidad,

Se realiza a través de un conteo de los polos de las discontinuidades en una área determinada, para obtener la concentración de polos en ésta; para ejecutar esta tarea, debe hacerse uso de la red de proyección estereográfica de igual parea, ya que de otra forma, la concentración de polos parecería mayor en el centro de la red, de lo que en realidad es, y viceversa.

Existen varias técnicas de conteo y análisis de la concentración de polos; pero, la más utilizada, es la propuesta por Schmidt, que utiliza un contador como el que se muestra en la fig. 7.1, el cual, no se encuentra en el mercado, pero puede ser hecho fácilmente con mica u otro material similar. las dimensiones marcadas en la fig. 7.1, están dadas en función del diámetro de la red estereográfica utilizada para proyectar los polos, que generalmente es de 15 a 20 centímetros.

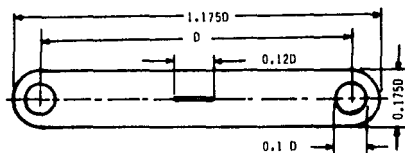


Fig. 7.1 Contador para el método de Schmidt.



El primer paso es proyectar (con una red de igual area), los polos de las discontinuidades, quedando algo similar al estereograma de la fig. 7.2. Después, se procede a colocar este estereograma sobre una hoja cuadrículada, con cuadros de un vigésimo del diámetro de la red por lado, centrandolos perfectamente.

Ahora, se hace uso del contador; uno de los círculos de éste, se coloca sobre el estereograma, centrandlo una de las intersecciones de la cuadrícula; se cuenta el número de polos que caen dentro del área de este círculo, y se marca en el punto de la intersección centrada, con el número obtenido. Después, se mueve el contador y se repite el proceso hasta cubrir todas las intersecciones de la cuadrícula.

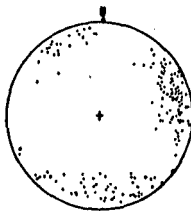


Fig. 7.2 Representación polar de discontinuidades.

Para las intersecciones de la cuadrícula que se localizan cerca de la primitiva, debe colocarse la ranura central del contador en el pivote (alfiler), como se observa en la fig. 7.3. En estos casos, parte del área del círculo del contador cae fuera de la primitiva, por lo que la intersección debe ser marcada con la suma de los polos que caen dentro del área de los dos círculos del contador (fig. 7.3).

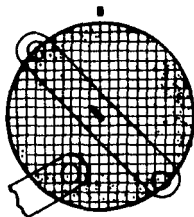


Fig. 7.3 Uso del contador.

Una vez que se tienen todas las intersecciones marcadas, se procede a unir aquellas que tengan el mismo número con una línea, a la cual se le asignará el número correspondiente a las intersecciones que une; o, como generalmente se hace, se le marca con el porcentaje que representa el número de polos de las intersecciones que une, con respecto al total de polos proyectados en el estereograma. En la fig. 7.4, el número total de polos

es de 134, por lo tanto, la línea que une las intersecciones en que se contaron 16 polos, será la línea del 12%.

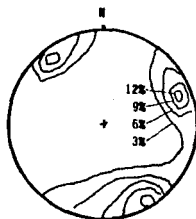


Fig. 7.4 Distribución de discontinuidades.

En la fig. 7.4, se observan los planos preferenciales de discontinuidad, que son los puntos en que existe mayor concentración de polos; se localizan los polos de éstos, cómo se localizaría el punto más elevado en un plano de curvas de nivel. Con base en estos planos, se realizan los análisis de estabilidad como se vio anteriormente, y además, se define la forma de la mayoría de las cuñas o bloques de roca, que pueden formarse en el macizo, por la intersección de los planos de discontinuidad.

Otro aspecto importante de este conteo, es que proporciona al geólogo, información importante para los estudios tectónicos de la región donde se localiza el manto rocoso.

## C A P I T U L O 8

## E J E R C I C I O S

**8.1 Análisis de estabilidad de un bloque de roca.**

Para ejemplificar el uso de la proyección estereográfica en los análisis de estabilidad; y para hacer una comparación entre el método que se apoya en ésta, y el método vectorial; plantearé un análisis típico, de un bloque apoyado sobre dos planos de discontinuidad que se intersecan, dicho análisis, será realizado por ambos procedimientos. Se sugiere al lector, que realice el análisis conforme se vaya desarrollando en este trabajo, ya que es un caso común, en el cual se aplican la mayoría de los principios y procedimientos vistos a lo largo de esta tesis.

Opté por el análisis de estabilidad de la intersección de dos discontinuidades, sobre las que se apoya un bloque de roca, sometido a la acción de diversas fuerzas, debido a que, como he hecho notar en capítulos anteriores, este es el caso más general

y con él se puede resolver, prácticamente cualquier análisis de estabilidad.

Suponga que se desea realizar un corte o talud con rumbo de 86°NE y un echado de 70°SE. Haciendo uso de los datos de campo, se realizó un conteo por el método de Schmidt, de donde se determinaron dos planos preferenciales de discontinuidad:

Plano A: rumbo 60°NE, echado 40°SE y ángulo de fricción de 32°.

Plano B: rumbo 50°NW, echado 30°SW y ángulo de fricción de 28°.

Estas discontinuidades y el corte generan un bloque de roca, cuyo peso propio  $W$  es de 60,000 ton. Se desea saber lo siguiente:

- a) El factor de seguridad si solo actúa el peso propio.
- b) El factor de seguridad, si además del peso propio, se consideran las fuerzas de subpresión en las discontinuidades, las cuales se estima que son:  
 $u_A = 18,000$  ton.  
 $u_B = 13,200$  ton.
- c) El factor de seguridad, si también se considera un sismo con rumbo de 20°SE e inclinación de 0°;  $s = 0.1$  g.
- d) El factor de seguridad si se realiza un sistema de drenaje en ambos planos, cuya eficiencia es de 80%.
- e) El anclaje mínimo necesario para proporcionar un factor de

seguridad de proyecto de 2.5, bajo las mismas condiciones del inciso d.

### 8.2 Análisis de estabilidad por el método vectorial.

Lo primero que debe hacerse, es establecer un sistema de ejes coordenados de acuerdo al talud, como se observa en la fig. 8.1.

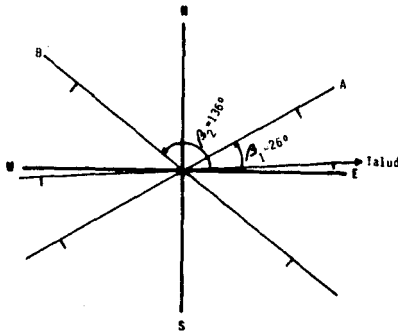


Fig. 8.1

Una vez que se tienen definidos los planos de acuerdo a dicho sistema, se procede a obtener los vectores  $\hat{u}$ ,  $\hat{v}$  y  $\hat{w}$ , de la siguiente manera:

$$\hat{u} = (\cos\beta, \sin\beta, 0)$$

$$\hat{v} = (\cos\gamma\sin\beta, -\cos\gamma\cos\beta, -\sin\gamma)$$

$$\hat{w} = \hat{u} \times \hat{v}$$

Los datos se ordenan como sigue:

Plano 1 = plano A

$$\beta_1 = 26^\circ$$

$$\mu_1 = 40^\circ$$

$$\phi_1 = 32^\circ$$

$$Q_1 = (0.8988, 0.4384, 0.0000)$$

$$Q_1 = (0.3358, -0.6885, -0.6428)$$

$$Q_1 = (-0.2818, 0.5777, -0.7660)$$

Plano 2 = Plano B

$$\beta_2 = 136^\circ$$

$$\mu_2 = 150^\circ$$

$$\phi_2 = 28^\circ$$

$$Q_2 = (-0.7193, 0.6947, 0.0000)$$

$$Q_2 = (-0.6016, -0.6230, -0.5000)$$

$$Q_2 = (-0.3474, -0.3597, 0.8661)$$

Se definen otros vectores necesarios:

$$R_{12} = Q_2 \times Q_1$$

$$R_{12} = (-0.2248, -0.5102, -0.3021)$$

$$1^{\hat{a}}_{12} = R_{12} \times Q_1$$

$$1^{\hat{a}}_{12} = (0.5653, -0.0871, -0.2736)$$

$$2^{\hat{a}}_{12} = R_{12} \times Q_2$$

$$2^{\hat{a}}_{12} = (-0.5505, 0.2996, -0.0964)$$

$$x_{12} = |R_{12}|$$

$$x_{12} = 0.6341$$

$$\frac{R_{12}}{x_{12}} = \frac{R_{12}}{0.6341}$$

$$\frac{R_{12}}{x_{12}} = (-0.3545, -0.8046, -0.4764)$$

Solución a)

Como la única fuerza actuante en el bloque es la de gravedad, es decir, su peso propio; tenemos:

$$F = Q$$

$$F = (0, 0, -60,000) \text{ ton.}$$

Para determinar la tendencia de falla del bloque, realizamos las siguientes operaciones vectoriales:

$$F \cdot \hat{a}_1 = 34,662 \text{ ton.} > 0$$

$$F \cdot \hat{a}_2 = -51,966 \text{ ton.} < 0$$

$$F \cdot \hat{a}_{12} = 16,416 \text{ ton.} > 0$$

$$F \cdot \hat{a}_{12} = 5,784 \text{ ton.} > 0$$

De los resultados anteriores, se deduce que el bloque tiende a deslizar paralelamente a la línea de intersección entre las discontinuidades, apoyándose en ambas.

Después, se obtiene la fuerza  $t$ , que es la que induce el movimiento del bloque:

$$t_{12} = F \cdot \frac{\hat{a}_{12}}{x_{12}} \quad t_{12} = 28,584 \text{ ton.}$$

$$t_{12} = t_{12} \cdot \frac{\hat{a}_{12}}{x_{12}} \quad t_{12} = (-10,133, -22,999, -13,617) \text{ ton.}$$

Ahora obtenemos el vector  $\hat{a}_{12}$ :

$$F = t_{12} + \hat{a}_{12}$$

$$\hat{a}_{12} = F - t_{12} \quad \hat{a}_{12} = (10,133, 22,999, -46,383) \text{ ton.}$$



la fuerza  $\hat{f}_{12}$  se descompone en dos vectores: uno normal al plano 1 ( $\hat{f}_1$ ), y el otro normal al plano 2 ( $\hat{f}_2$ ).

$$\hat{f}_{12} = n_1 \hat{Q}_1 + n_2 (-\hat{Q}_2)$$

Haciendo uso de las propiedades de igualdad de los vectores, desglosamos esta igualdad vectorial, en tres igualdades escalares, respecto a las componentes en cada eje;

$$n_{12x} = n_1 w_{1x} - n_2 w_{2x}$$

$$n_{12y} = n_1 w_{1y} - n_2 w_{2y}$$

$$n_{12z} = n_1 w_{1z} - n_2 w_{2z}$$

Con lo que se obtiene un sistema de tres ecuaciones simultaneas con dos incognitas:

$$10,133 = -0.2818 n_1 + 0.3474 n_2$$

$$22,999 = 0.5777 n_1 + 0.3597 n_2$$

$$46,383 = -0.7660 n_1 - 0.8661 n_2$$

Resolviendo el sistema tenemos:

$$n_1 = 14,384 \text{ ton.}$$

$$n_2 = 40,836 \text{ ton.}$$

Con los valores obtenidos, aplicamos la fórmula del factor de seguridad:

$$FS = \frac{n_1 \tan \theta_1 + n_2 \tan \theta_2}{t_{12}}$$

$$FS = \frac{14,384 \tan 32^\circ + 40,836 \tan 28^\circ}{28,584}$$

$$FS = 1.0741$$

De donde se deduce que el bloque es estable, aunque está muy cerca del límite estático.

Solución b)

Puesto que las fuerzas de subpresión, son perpendiculares a los planos de discontinuidad, con sentido hacia afuera del macizo rocoso; los vectores de estas fuerzas se obtienen de la manera siguiente:

$$\hat{Q}_A = -u_A \hat{Q}_1$$

$$\hat{Q}_A = (5,072, -10,399, 13,788) \text{ ton.}$$

$$\hat{Q}_B = u_B \hat{Q}_2$$

$$\hat{Q}_B = (-4,586, -4,748, 11,433) \text{ ton.}$$

La resultante será:

$$\hat{F} = \hat{Q} + \hat{Q}_A + \hat{Q}_B$$

$$\hat{F} = (487, -15,147, -34,779) \text{ ton.}$$

Determinamos el comportamiento del bloque:

$$\hat{F}' \hat{Q}_1 = 17,754 \text{ ton.} > 0$$

$$\hat{F}' \hat{Q}_2 = -24,843 \text{ ton.} < 0$$

$$\hat{F}'_1 \hat{s}_{12} = 11,110 \text{ ton.} > 0$$

$$\hat{F}'_2 \hat{s}_{12} = -1,453 \text{ ton.} < 0$$

De donde se concluyen que el plano tiende a alejarse de la intersección, apoyándose sobre el plano 2.

Ahora, obtenemos la fuerza normal al plano 2:

$$n_2 = -\hat{F}' \hat{Q}_2$$

$$n_2 = 24,843 \text{ ton.}$$

Determinamos la fuerza que induce el movimiento del bloque:

$$\hat{n}_2 = -n_2 \hat{u}_2$$

$$\hat{n}_2 = (8,631, 8,936, -21,517) \text{ ton.}$$

$$\hat{t} = \hat{f} - \hat{n}_2$$

$$\hat{t} = (-8,144, -24,083, -13,263) \text{ ton.}$$

$$t = |\hat{t}|$$

$$t = 28,674 \text{ ton.}$$

El factor de seguridad será:

$$FS = \frac{n_2 \tan \phi_2}{t}$$

$$FS = \frac{24,843 \tan 28^\circ}{28,674}$$

$$FS = 0.4607$$

El factor de seguridad nos indica, que en este caso, el bloque es inestable.

Solución c)

Como  $F = ma$ ; entonces:

$$s = \frac{60,000}{g} (0.1 g) = 6,000 \text{ ton.}$$

El vector  $\hat{s}$  está dado por:

$$\hat{s} = (\cos 70^\circ, -\sin 70^\circ, 0) 6,000 \text{ ton.}$$

$$\hat{s} = (2,052, -5,638, 0) \text{ ton.}$$

Se obtiene la resultante:

$$\hat{f} = \hat{w} + \hat{u}_A + \hat{u}_B + \hat{s}$$

$$\hat{f} = (2,539, -20,785, -34,779) \text{ ton.}$$

Determinamos el comportamiento del bloque:

$$F'_{Q_1} = 13,918 \text{ ton.}$$

$$F'_{Q_2} = -23,528 \text{ ton.}$$

$$F'_{1\hat{a}_{12}} = 12,761 \text{ ton.}$$

$$F'_{2\hat{a}_{12}} = -4,272 \text{ ton.}$$

De estos resultados se concluye que el bloque tiende a alejarse de la intersección, apoyándose en el plano 2.

La fuerza normal y la tangencial son:

$$\hat{n}_2 = -Q_2 \cdot F \quad n_2 = 23,528 \text{ ton.}$$

$$\hat{a}_2 = -Q_2 \cdot n_2 \quad \hat{a}_2 = (8,174, 8,463, -20,378) \text{ ton.}$$

$$t = F - \hat{a} \quad t = (-5,635, -29,248, -14,402) \text{ ton.}$$

$$t = |t| \quad t = 33,085 \text{ ton.}$$

$$FS = \frac{n_2 \tan \phi_2}{t}$$

$$FS = \frac{23,528 \tan. 28^\circ}{33,085}$$

$$FS = 0.3781$$

Por lo tanto, el bloque es inestable.

Solución d)

Puesto que la eficiencia del drenaje es de 80%; esto equivale a multiplicar las fuerzas de subpresión por 0.2

$$Q_A = (1,014, -2,080, 2758) \text{ ton.}$$

$$Q_B = (-917, -950, 2,286) \text{ ton.}$$

La resultante es:

$$F = Q + Q_A + Q_B + g \quad F = (2,149, -8,667, -54,956) \text{ ton.}$$

$$F \cdot Q_1 = 36,483 \text{ ton.}$$

$$F \cdot Q_2 = -45,226 \text{ ton.}$$

$$F \cdot \hat{s}_{12} = 17,006 \text{ ton.}$$

$$F \cdot \hat{e}_{12} = 1,518 \text{ ton}$$

Por lo tanto, el bloque tiende a deslizar paralelo a la línea de intersección, apoyandose en los dos planos de discontinuidad.

$$t_{12} = r \cdot \frac{\hat{s}_{12}}{x_{12}} \quad t_{12} = 32,393 \text{ ton.}$$

$$e_{12} = t_{12} \cdot \frac{\hat{e}_{12}}{x_{12}} \quad e_{12} = (-11,483, -26,063, -15,432) \text{ ton.}$$

$$f_{12} = F - e_{12} \quad f_{12} = (13,633, 17,396, -39,524) \text{ ton.}$$

$$f_{12} = n_1 Q_1 + n_2 (-Q_2)$$

Obteniendo un sistema de ecuaciones:

$$13,633 = -0.2818n_1 + 0.3474n_2$$

$$17,396 = 0.5777n_1 + 0.3597n_2$$

$$-39,524 = -0.7660n_1 - 0.8661n_2$$

Resolviendo el sistema:

$$n_1 = 3,773 \text{ ton.}$$

$$n_2 = 42,303 \text{ ton.}$$

$$FS = \frac{3,773 \tan 32^\circ + 42,303 \tan 28^\circ}{32,393}$$

$$FS = 0.7672$$

Por lo tanto sigue siendo inestable.

Solución e)

Por el método vectorial, el anclaje mínimo se encuentra por medio de tanteos, probando con varias fuerzas, tratando que éstas sean lo más opuestas posibles al vector  $t_{12}$  que induce el movimiento, para contrarrestarlo; y al mismo tiempo, tratando de hacerlo lo más perpendicular posible al plano con mayor ángulo de fricción, para aumentar la resistencia al movimiento.

### 8.3 Solución utilizando Proyección Estereográfica.

El primer paso, es proyectar las normales de los planos de discontinuidad ( $N_1$  y  $N_2$ ) y la intersección ( $I_{12}$ ). Después, se representa meridionalmente al plano del talud (fig. 8.2).

De la fig. 8.2 se puede deducir, por la posición de la intersección respecto al talud que, cinemáticamente, es posible la falla del bloque en forma de deslizamiento, ya que tiene salida libre a través del talud.

Ahora, se proyectan los conos de fricción de las discontinuidades. Acto seguido, se proyecta con una línea punteada al plano que contiene a las normales de las discontinuidades ( $N_1$  y  $N_2$ ), y con línea continua al que contiene a  $N_1$  e  $I_{12}$ , y al que contiene a  $N_2$  e  $I_{12}$ , con lo que se determinan las intersecciones entre estos dos últimos planos y los conos de fricción (fig. 8.3).

Se proyecta al plano que contiene a las intersecciones  $i_1$  e  $i_2$  y al que contiene a las intersecciones  $i_1'$  e  $i_2'$  (fig. 8.3), con lo que se han delimitado las zonas de estabilidad del sistema.

#### Solución a)

Como la única fuerza que actúa en el bloque es el peso propio, ( $f = \theta$ ), la proyección de la resultante coincide con el centro de la red estereográfica, que cae en el área que nos indica que el bloque tiende a deslizarse hacia abajo, apoyándose sobre ambos planos de la intersección. Además, en la fig. 8.3, la posición de la resultante indica que el bloque es estable, por lo que

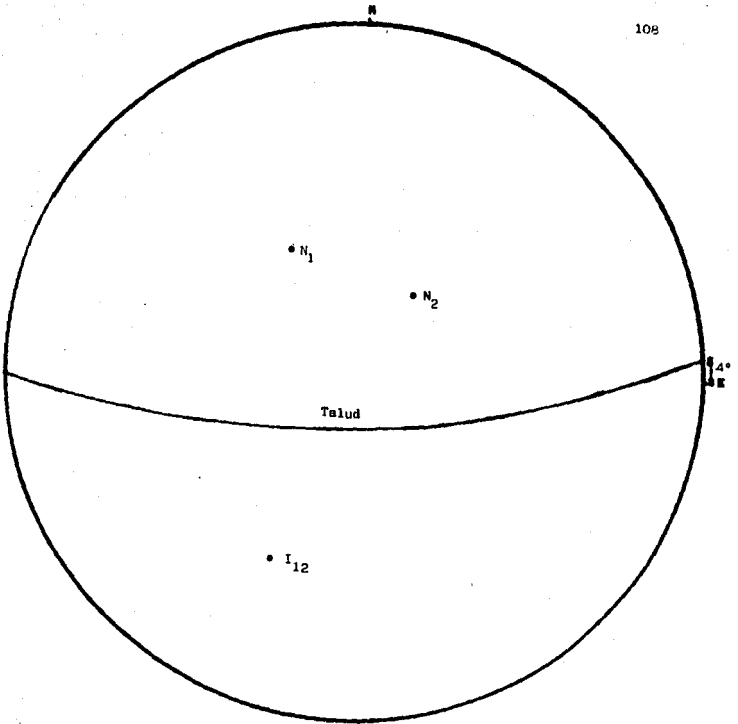


Fig. 8.2



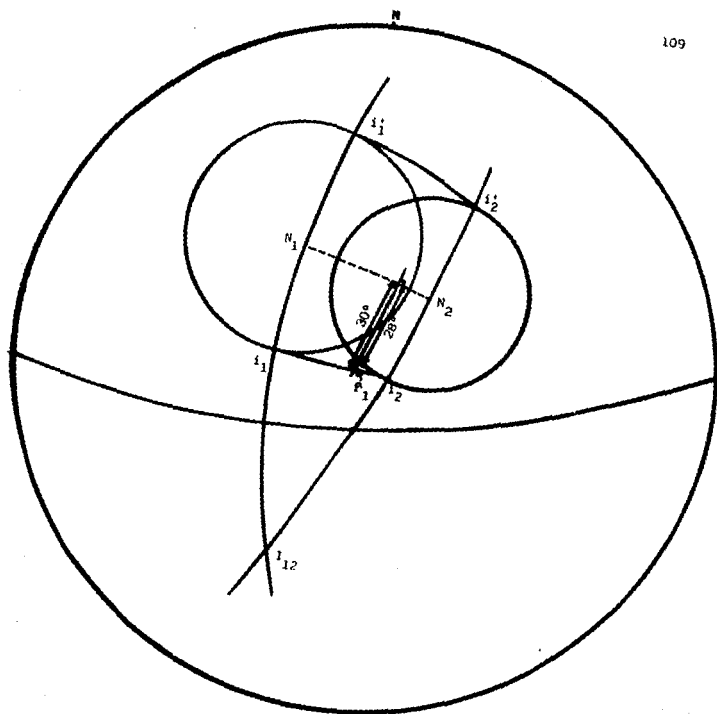


Fig. 8.3

el factor de seguridad en este caso, será mayor que 1 (fig. 8.3).

Para obtener el factor de seguridad, buscamos un meridiano que contenga a la resultante, y que sea perpendicular al plano que contiene a  $N_1$  y  $N_2$ . Para el caso en que solo actúa el peso propio, este meridiano coincide con el eje N-S, como se había visto anteriormente. Giramos el papel hasta que este meridiano sea perpendicular al plano  $N_1-N_2$ , y sobre él, medimos los ángulos  $\phi$  y  $\theta$ , que son de  $30^\circ$  y  $28^\circ$  respectivamente (fig. 8.3).

El factor de seguridad está dado por:

$$FS = \frac{\tan \phi}{\tan \theta} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 28^\circ}$$

$$FS = 1.0858$$

Solución b)

Como también actúan las fuerzas de subpresión, la resultante será la suma de éstas y el peso propio:

$$F_2 = W + Q_A + Q_B$$

Donde, en el estereograma, la proyección de  $Q_A$  coincide con  $N_1$ , y la de  $Q_B$  con  $N_2$ , solo que con sentido hacia afuera del macizo rocoso, por lo que deben marcarse con una pequeña cruz, para denotar que tienen inclinación negativa.

Iniciemos sumando  $W + Q_A$ : en la red, medimos el ángulo entre las dos fuerzas, que es de  $40^\circ$  (fig. 8.4). Después, sumamos las fuerzas con un paralelogramo (recuerde que la inclinación de  $Q_A$  es negativa), el cual nos da una magnitud para la suma de

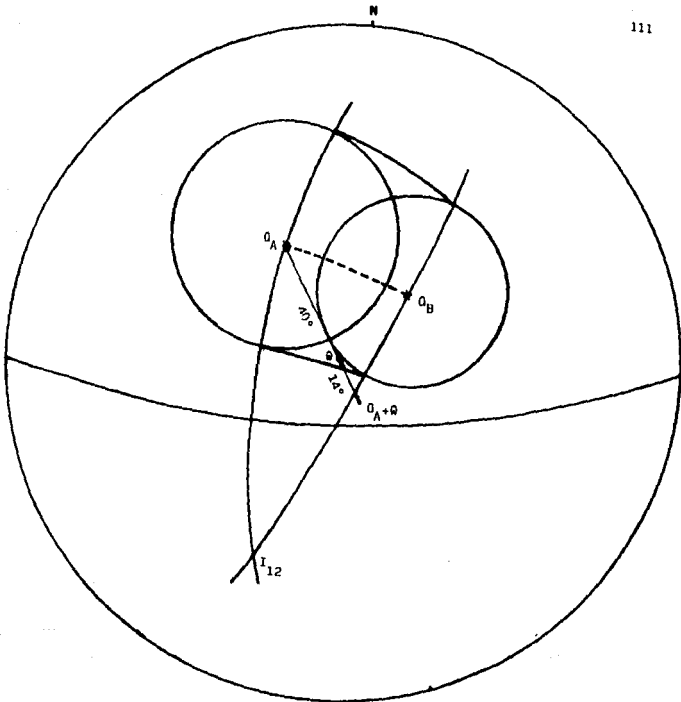


Fig. 8.4

estas fuerzas, que es de 47,600 toneladas.

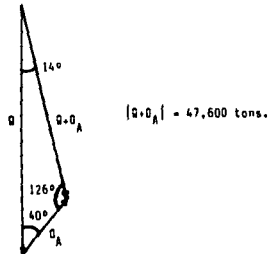


Fig. 8.5 Suma vectorial.

Marcamos el vector  $Q+Q_A$  en el estereograma,  $14^\circ$  al SE de  $Q$  (ver fig. 8.4). Giramos la red para medir el ángulo entre  $Q+Q_A$  y  $Q_B$ , que es de  $37^\circ$  (fig. 8.7), y obtenemos la resultante del sistema:  $F_2 = Q + Q_A + Q_B$ , cuya magnitud es de 37,900 toneladas (fig. 8.6).

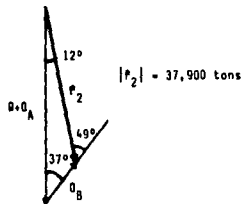


Fig. 8.6 Obtención de  $F_2$ .



Ahora, proyectamos  $f_2$  en el estereograma (fig. 8.6), y deducimos, por su posición, que el bloque bajo estas condiciones, es inestable, y tiende a deslizar sobre el plano 2, alejándose de la intersección.

Para obtener el factor de seguridad, medimos el ángulo  $\Theta$  entre  $f_2$  y  $N_2$ , que es de  $50^\circ$  (fig. 8.6), y aplicamos la fórmula:

$$FS = \frac{\tan \phi}{\tan \Theta} = \frac{\tan 28^\circ}{\tan 50^\circ}$$

$$FS = 0.4462$$

Solución c)

Se determina la fuerza de sismo:

$F = ma$  entonces:

$$s = \frac{60,000}{g} \quad (0.1g)$$

$$s = 6,000 \text{ ton.}$$

Proyectamos en el estereograma el vector  $\hat{s}$ , el cual, por ser horizontal, cae sobre la primitiva (fig 8.8).

Del estereograma (fig. 8.8), se obtiene el ángulo entre  $f_2$  y  $\hat{s}$ , que es de  $68^\circ$ , y procedemos a sumar ambos vectores para obtener la resultante del sistema  $f_3$  (fig. 8.9), cuya magnitud es de 40,500 toneladas.

Proyectamos el vector  $f_3$  en nuestro estereograma, y observaremos . .

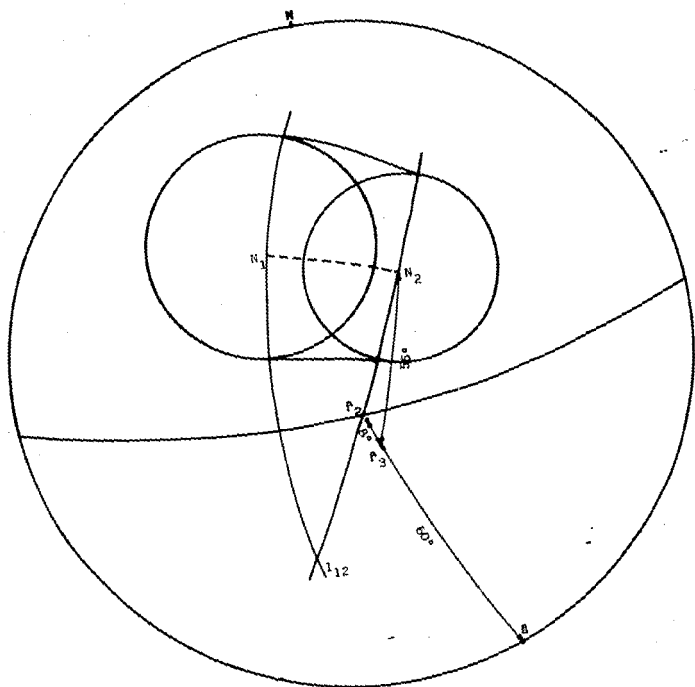
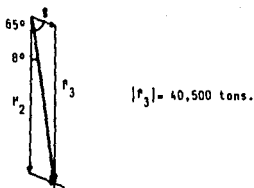


Fig. 8.8

Fig. 8.9 Obtención de  $F_3$ .

que el bloque es inestable, tendiendo a deslizarse sobre el plano 2, por lo que medimos el ángulo  $\theta$  entre  $N_2$  y  $F_3$ , que es de  $56^\circ$ , con lo que podemos aplicar la fórmula del factor de seguridad:

$$FS = \frac{\tan 28^\circ}{\tan 56^\circ}$$

$$FS = 0.3586$$

Solución d)

Puesto que la eficiencia del drenaje es del 80%, las fuerzas de subpresión se reducen en el mismo porcentaje; entonces:

$$u_A = 0.2(18,000) = 3,600 \text{ ton.}$$

$$u_B = 0.2(13,200) = 2,640 \text{ ton.}$$

Obtenemos la suma de  $\theta + u_A$ , cuya magnitud es de 57,300 toneladas (fig. 8.10), y la proyectamos en el estereograma (fig. 8.12). Note que en todos los paralelogramos para la suma de vectores, lo único que nos interesa es: las magnitudes de estos, y los



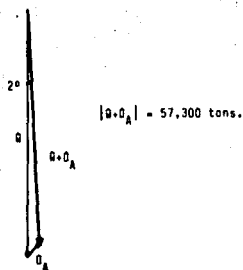


Fig. 8.10 Suma vectorial.

ángulos existentes entre ellos, por lo que una fuerza de inclinación cualquiera, podemos representarla en el paralelograma vertical, horizontal, o como más nos convenga.

Ahora, sumamos  $(Q + Q_A) + Q_B$  (fig. 8.11).

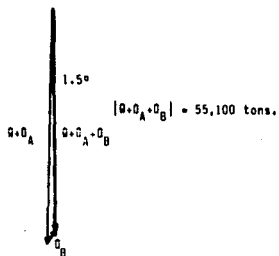


Fig. 8.11 Suma vectorial.

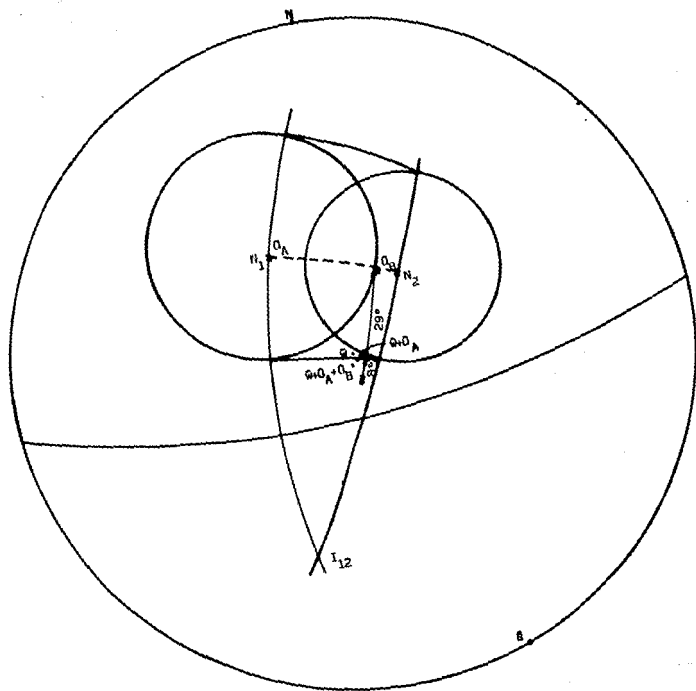


Fig. 8.12

Sumamos  $\delta$  al vector obtenido, para obtener  $f_4$  (fig. 8.13).

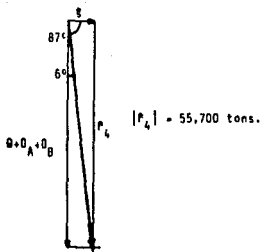


Fig. 8.13 Obtención de  $f_4$ .

Al proyectar la resultante  $f_4$ , vemos que el bloque es inestable; tiende a deslizar con dirección paralela a la intersección, hacia abajo, apoyándose e ambos planos de discontinuidad (fig. 8.12).

Ahora, se busca el plano perpendicular al plano  $N_1-N_2$ , y que contenga a  $f_4$ , y sobre éste, medimos los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ , que son de  $29^\circ$  y  $37^\circ$  respectivamente (fig.8.12); con lo que podemos obtener el factor de seguridad:

$$FS = \frac{\tan 29^\circ}{\tan 37^\circ}$$

$$FS = 0.7356$$

Solución e)

Si se desea un factor de seguridad de 2.5, despejando  $\theta$  tenemos:

$$\theta = \arctan \frac{\tan \phi}{FS}$$



Obtenemos el ángulo  $\theta$  para el plano 1 y para el plano 2:

$$\theta_1 = \text{angtan} \frac{\tan 32^\circ}{2.5} \qquad \theta_1 = 14^\circ$$

$$\theta_2 = \text{angtan} \frac{\tan 28^\circ}{2.5} \qquad \theta_2 = 12^\circ$$

Sobre el plano que une a  $N_1$  e  $I_{12}$ , medimos, a partir de  $N_1$ , el ángulo  $\theta_1$ , y marcamos este punto. Se procede de manera similar con el plano que contiene a  $N_2$  e  $I_{12}$ , midiendo a partir de  $N_2$  el ángulo  $\theta_2$  y marcando este punto. Se traza el plano que contiene a estos dos últimos puntos, el cual será nuestro plano límite, que contiene a las resultantes que producen un factor de seguridad de 2.5.

Una vez obtenido nuestro plano límite, se busca el plano perpendicular a éste, que contenga a  $f_4$ , y medimos sobre él, el ángulo entre  $f_4$  y nuestro plano límite, el cual es de  $25^\circ$ . Con base en este dato, podemos trazar el paralelograma de la fig. 8.15, para determinar el anclaje.

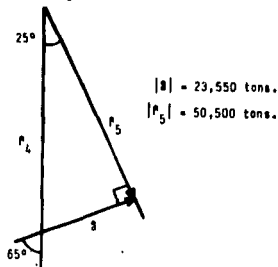


Fig. 8.15 Obtención del anclaje mínimo.

Del paralelogramo de la fig. 8.15, podemos determinar la magnitud del anclaje mínimo necesario para obtener un factor de seguridad de 2.5 en el macizo. Esta magnitud es de 23,600 toneladas. Al proyectar el anclaje en el estereograma, se puede determinar la dirección de éste, que es de  $18^{\circ}\text{NE}$  y una inclinación de  $-17^{\circ}$ .

**C A P I T U L O 9****CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Debido a las condiciones económicas prevaletientes en el país, son cada vez más necesarias la optimización de recursos y la reducción de costos en todas las áreas de la ingeniería, sin que con ello se demerite la calidad de los trabajos realizados. En el campo de los análisis y estudios de Mecánica de Rocas, el uso de la Proyección Estereográfica presenta algunas ventajas a este respecto:

La primera, es que no requiere de aparatos o equipos costosos y sin embargo (como pudo observarse en el capítulo anterior), proporciona resultados confiables de manera rápida y sencilla. También ofrece una forma adecuada de recopilar, ordenar y clasificar la información obtenida en campo, dandonos una perspectiva clara de las condiciones existentes en la zona de estudio.

Otra ventaja importante, es que por no requerir de equipo sofisticado, los análisis con este método pueden realizarse en cualquier frente de trabajo, por alejado que se encuentre, pudiéndose obtener alguna solución provisional adecuada, mientras los datos son enviados y procesados por equipo electrónico.

No obstante los avances logrados en el campo de la computación, y que el método vectorial es el indicado para utilizarse en los análisis de estabilidad por computadora, la proyección estereográfica puede servir como auxiliar, al ofrecernos resultados muy aproximados para ser introducidos en la máquina, con lo que se reduce el tiempo de procesamiento, como en el caso de la obtención del anclaje mínimo, el cual es obtenido por la computadora a través de tanteos, donde la proyección estereográfica puede proporcionar un dato inicial bastante aproximado, reduciendo grandemente el número de estos.

Es importante mencionar, que si se realiza el análisis de estabilidad utilizando la proyección estereográfica con suficiente cuidado, el error que se tiene es del mismo rango que el que se produce en el método vectorial, a causa de los truncamientos y redondeos de las cifras utilizadas. Para mantener el rango de error lo más bajo posible, es recomendable tomar en cuenta las siguientes indicaciones:

Utilice redes estereográficas lo más grandes posibles para tener mayor precisión; en la mayoría de los casos una red de 20 cm. de diámetro es suficiente.



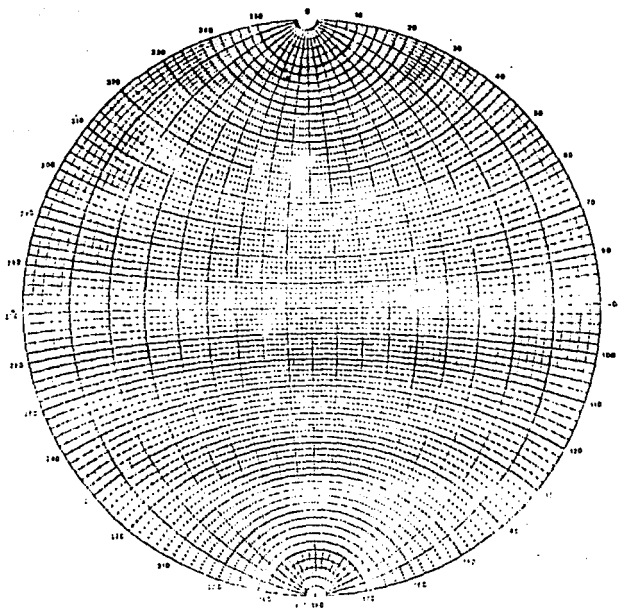
Auxiliase con un compás y un curvígrafo para los trazos; en la bibliografía se muestra como trazar las proyecciones de planos de hasta  $45^\circ$  de echado utilizando el compás.

Si el trabajo requiere de gran precisión, pueden obtenerse las magnitudes de las fuerzas y los ángulos entre ellas, aplicando la ley de senos y cosenos para resolver los paralelogramas de las sumas y restas vectoriales necesarias en los análisis de estabilidad.

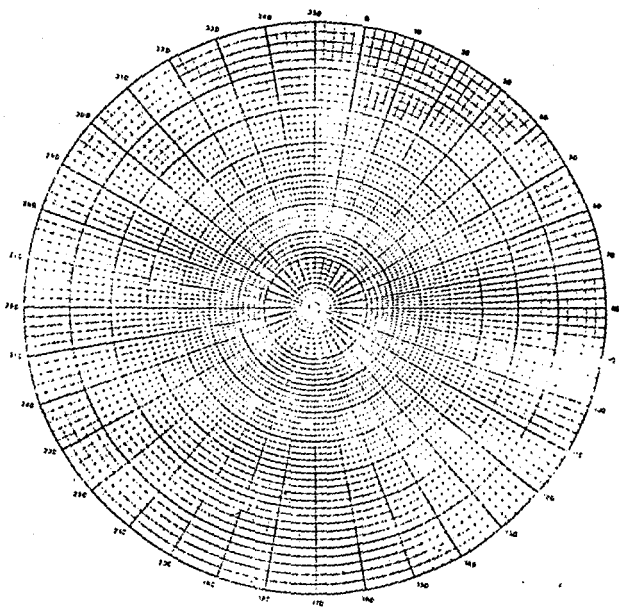
Todas estas indicaciones aseguran un rango de error mínimo, con lo que se puede tener mayor confianza en los resultados obtenidos por este método, ya que se incurre en errores mayores con las simplificaciones que se utilizan en la mayoría de los análisis, como el despreciar la fuerza de cohesión, o considerar las fuerzas de subpresión constantes sobre toda el área de la discontinuidad.

Considero que el objetivo del presente trabajo, de proporcionar una introducción a las aplicaciones de la Proyección Estereográfica en Mecánica de Rocas se ha alcanzado, pero debe tenerse en cuenta, que la versatilidad de esta técnica nos permite utilizarla en la solución de muchos otros problemas de esta área de la ingeniería, por lo que se recomienda consultar los textos citados en la Bibliografía si se desea tener un conocimiento más amplio de dichas aplicaciones.

**ANEXO A****REDES ESTEREOGRAFICAS DE IGUAL ANGULO**

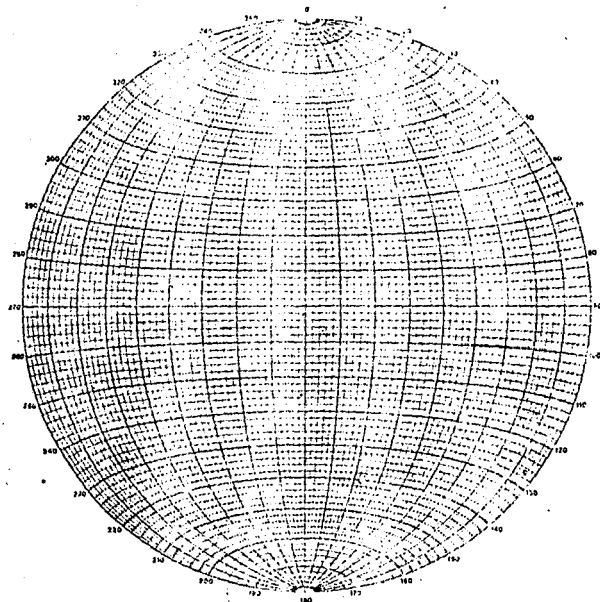


RED ESTEREOGRAFICA MERIDIONAL DE IGUAL ANGULO

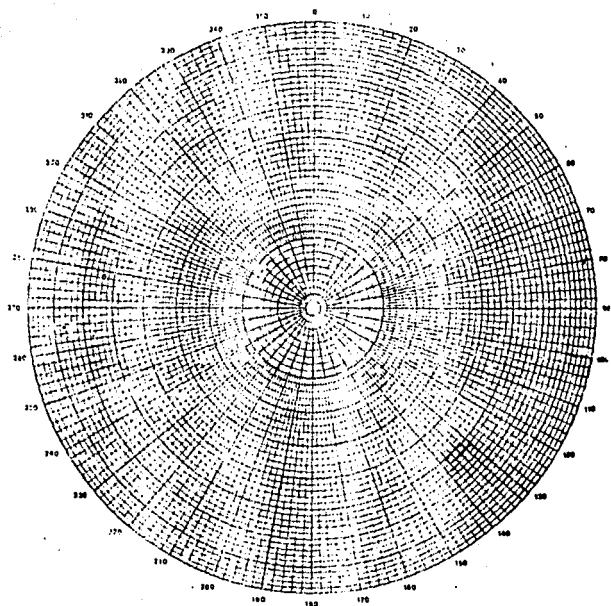


RED ESTEREOGRAFICA POLAR DE IGUAL ANGULO

**A N E X O B****REDES ESTEREOGRAFICAS DE IGUAL AREA**



RED ESTEREOGRAFICA MERIDIONAL DE IGUAL AREA



RED ESTEREOGRAFICA POLAR DE IGUAL AREA

**B I B L I O G R A F I A**

- Phillips, F. C. (1972) The Use of Stereographic Projection in Structural Geology, Third Edition, Arnold, London.
- Hoek, E. and Bray, J. W. (1977) Graphical Presentation of Geological Data in Rock Slope Engineering, Institute of Mining and Metallurgy, London.
- Goodman, R. E. (1980) Introduction to Rock Mechanics, John Wiley & Sons, New York.
- Goodman, R. E. (1976) Principles of Stereographic Projection and Joint Surveys in Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks, West Publishing Co., St. Paul, Minn.
- Higgs, D. V. and Tunell, G. (1966) Angular Relations of Lines and Planes, W. H. Freeman and Co., San Francisco and London.
- Penfield, S. L. (1901) The Stereographic Projection and its Possibilities from a Graphical Standpoint, American Journal of Science, 4th Series, Volume II.
- Haman, P. J. (1961) Manual of Stereographic Projection for a Geometric and Kinematic Analysis of Folds and Faults, West Canadian Res. Pub. of Geology and Related Sciences, Ser.1 No.1.
- Hendron, A. J. (1971) Analytical and Graphical Methods for the Analysis of Slopes in Rock Masses, NCG Technical Report No.36, Department of civil Engineering, University of Illinois.
- Ragan, D. M. (1968) Structural Geology. An Introduction to Geometrical Techniques, John Wiley & Sons, New York.