

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANALISIS DE VARIACIONES DEL CAMPO MAGNETICO  
INTERPLANETARIO  
(DATOS DE LOS SATELITES HELIOS)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE FISICO

PRESENTA

JESUS ANGEL ARENAS ALATORRE

MEXICO D. F.

1988



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

## I N D I C E

### INTRODUCCION

#### CAPITULO I.- EL SOL Y EL VIENTO SOLAR

- 1.1 Generalidades
- 1.2 Interior Solar
- 1.3 Atmósfera Solar
  - 1.3.1 Fotosfera
  - 1.3.2 Cromósfera
  - 1.3.3 Corona Solar
- 1.4 Campo Magnético Solar
- 1.5 Actividad Solar
- 1.6 Viento Solar (VS)
  - 1.6.1 Evolución del Estudio del VS
  - 1.6.2 Teoría de Parker del VS
  - 1.6.3 Expansión Supersónica de la Corona Solar
- 1.7 Campo Magnético Interplanetario (CMI)
  - 1.7.1 Campo Magnético y VS
  - 1.7.2 Componentes Polares del CMI
  - 1.7.3 Configuración Sectorial del CMI
- 1.8 Regiones Corrotantes de Interacción

#### CAPITULO II.- ONDAS MAGNETOHIDRODINAMICAS (MHD)

- 2.1 Ecuaciones MHD
- 2.2 Ondas MHD
  - 2.2.1 Alfvénicas
  - 2.2.2 Magnetosónicas Rápidas y Lentas
- 2.3 Ondas MHD en el VS

#### CAPITULO III.- LOS SATELITES HELIOS

- 3.1 La Misión de los HELIOS
- 3.2 Diferencias Entre HELIOS 1 y 2

### 3.3 Experimentos de Campo Magnético

## CAPITULO IV.- ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO

### 4.1 Análisis de Fourier

### 4.2 Proceso Aleatorio Estacionario y Ergódico

### 4.3 El Análisis de Espectro de Potencia

#### 4.3.1 Método de Blackman-Tukey

#### 4.3.2 Método Transformada Rápida de Fourier (FFT)

#### 4.3.3 Método de Varianza Anidado (VA)

## CAPITULO V.- ANALISIS ESPECTRAL DE DATOS DEL CMI

### 5.1 Análisis de Resultados

### 5.2 CONCLUSIONES

## APENDICE:

A).- Congelamiento de Líneas del CMI

B).- Prueba de Autocorrelación

C).- Subrutinas FFT y de VA

## BIBLIOGRAFIA.

## I N T R O D U C C I O N

Indudablemente que el Medio Interplanetario influenciado por el Sol, ha sido un inmenso laboratorio que nos ha proporcionado, mediante su estudio, una gran variedad de conocimientos que difícilmente obtendríamos en laboratorios terrestres, y que posteriormente pueden o han sido aplicados en beneficio de la humanidad. Es por esto que actualmente sigue activa la investigación del Sol y del medio que le rodea; constantemente se hacen nuevos descubrimientos y se afinan teorías empleando nuevas formas de estudio y aparatos cada vez más complejos; aparatos que pueden estar tanto en la superficie de la Tierra, como inmersos en el mismo plasma interplanetario. Entre estos últimos, se contó con los satélites HELIOS 1 y 2, los que a pesar de su poca publicidad nos han dado un inmenso cúmulo de información sobre las propiedades y eventos sucedidos en el espacio interplanetario comprendido entre .29 y 1.0 UA.

En esta tesis, mediante el método de Densidad Espectral, se hace un análisis de las variaciones temporales del Campo Magnético Interplanetario (CMI) de datos registrados por el satélite HELIOS 1, correspondientes a los días 101 (11 de abril de 1978) y 159 (7 de junio de 1980), así como de datos registrados por el satélite HELIOS 2, correspondiente al día 88 (28 de marzo de 1976). Las distancias heliocéntricas a las que se tomaron los datos en esos días fueron: .48 UA, .37 UA y .51 UA, respectivamente. El análisis espectral se hizo para cada una de las tres componentes del campo ( $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$ ), así como para su magnitud  $\left[ |H| = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{1/2} \right]$ , en el intervalo de frecuencia  $10^{-4}$  Hz a  $5 \times 10^{-3}$  Hz.

Estudios de Densidad Espectral de fluctuaciones en el medio interplanetario fueron comenzados por Coleman(1966), Belcher(1969) y Belcher y Davis(1971), posteriormente se han reportado numerosas observaciones de fluctuaciones magnetohidrodinámicas (MHD) de baja frecuencia ( $\sim 10^{-5}$  Hz -  $10^{-2}$  Hz) en el Viento Solar (VS).

La correlación entre fluctuaciones de campo magnético y velocidad fue considerada primeramente por Coleman y posteriormente por Belcher y Davis, como la evidencia de que las fluctuaciones son generalmente del tipo Alfvénico. Además de éstas, la existencia de discontinuidades y la ocurrencia ocasional de otro tipo de ondas, como las magnetosónicas rápidas, fueron estudiadas por el mismo Coleman y por Burlaga en 1971. En 1979, Barnes publicó un trabajo sobre la teoría y observaciones de ondas MHD y turbulencia en el VS.

Más recientemente, Denker y Neubauer (DN), utilizando la función de Densidad Espectral, estudiaron las fluctuaciones del CMI comprendidas entre .29 UA y 1 UA, en el intervalo de frecuencia  $2.4 \times 10^{-5}$  Hz a  $1.3 \times 10^{-2}$  Hz. Para ello utilizaron la información de los primeros 110 días de vuelo de los satélites HELIOS. Durante este tiempo la actividad solar se encontraba cerca del mínimo, por lo que ellos encontraron el grado de perturbación promedio que guarda el CMI en tiempos quietos, en el intervalo de espacio mencionado.

Para comprender el análisis espectral de datos del CMI, hecho en esta tesis, es necesario tener conocimientos previos de diferente índole. Es por esto que ésta se ha dividido en cinco capítulos, los cuales serán descritos brevemente a continuación.

El capítulo I tiene como propósito, situarnos en el medio interplanetario, y conocer las características, tanto cuantitativas como cualitativas del Sol, principal protagonista de los fenómenos suscitados en el medio interplanetario. Especial énfasis, dentro de este capítulo, se hace a lo concerniente de VS y CMI, tema de análisis de esta tesis.

En el capítulo II se hace un estudio de ondas MHD alfvénicas y magnetosónicas rápidas y lentas. Esto se hace, debido a que en el plasma interplanetario nos encontramos frecuentemente con este tipo de fluctuaciones (excepto con ondas magnetosónicas lentas), y que no será la excepción al hacer el análisis espectral de los datos de campo magnético, de los tres días señalados.

El capítulo III tiene como finalidad mostrar lo importante que fueron las misiones HELIOS en el conocimiento del medio interplanetario entre .29 y 1UA. Se hace una mención especial a los experimentos magnéticos llevados a cabo por ellos, pues, datos registrados por los magnetómetros de estos experimentos serán los analizados en el capítulo V.

Dado que la Densidad Espectral se define como la transformada de Fourier de su función de Autocorrelación, en el capítulo IV se hace un tratamiento de análisis de series de tiempo, que involucra una serie de conceptos estadísticos, tales como el de autocovarianza, autocorrelación, varianza, espectro de potencia y la misma función de densidad espectral. De estas 2 últimas, se tratan los tres métodos utilizados para su cálculo, a saber, el de Blackman-Tukey ó "estándar", y los utilizados en el análisis espectral del CMI hecho en esta tesis, el de Transformada Rápida de Fourier (FFT) y el de Varianza Anidado (VA). Además se incluye una sección de análisis



sis de Fourier.

Finalmente en el capítulo V se hace el análisis de las variaciones del CMI, de los tres días señalados, y se obtiene conclusiones de ello.

Se anexan tres apéndices, en el primero de ellos se hace el desarrollo matemático para justificar que las líneas de fuerza del CMI se encuentran congeladas en el plasma del VS. En el segundo, se hace la prueba de autocorrelación a los datos de campo magnético, para justificar que trabajamos con procesos aleatorios estacionarios y ergódicos, condición que es fundamental al hacer el análisis espectral. En el tercero y último apéndice se muestran las subrutinas FFT y de VA, utilizadas en el cómputo de los espectros.

## CAPITULO I

### EL SOL Y EL VIENTO SOLAR

La Física del VS, y por consiguiente del CMI, está íntimamente relacionada con los fenómenos solares, por lo cual es indispensable la presentación de algunos datos generales sobre el Sol, así como una descripción de los procesos que se llevan a cabo en su interior, en su atmósfera y en la expansión de ésta, ya que varios de estos conceptos se usarán en el transcurso de la presente tesis.

Las propiedades físicas del VS producido por la expansión de la Corona, y el CMI resultado del arrastre del campo magnético general del Sol (tipo dipolar) por el VS, son tratados detalladamente en este capítulo.

## 1.1 GENERALIDADES

El Sol es el centro del Sistema Solar, alrededor del cual giran los planetas en un plano llamado "Plano de la Eclíptica". Es además, el objeto que contribuye con la mayor parte de la masa del sistema, y que controla todos los procesos físicos que se llevan a cabo a sus alrededores, es decir en el medio interplanetario.

La distancia media entre el Sol y la Tierra es de una unidad astronómica (1UA) siendo su equivalencia  $1UA=1.49 \times 10^{13}$  cm. El radio medio de las órbitas de los planetas más lejanos es menor de 40UA.

El radio medio del Sol es de  $R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$  cm. que equivale a 109 veces el radio terrestre. Su masa es  $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33}$  gr. y está compuesto fundamentalmente por hidrógeno ( $\leq 90\%$ ),  $\leq 10\%$  helio, y menos del 1.5% de los demás elementos. El Sol gira sobre su mismo eje, cubriendo una rotación en aproximadamente 26.9 días en el Ecuador y 31.1 días en los polos. Al período de rotación promedio se le conoce como "rotación Bartels" (27.2 días) (Hess, 1965).

Por lo que respecta a la temperatura en el Sol, La figura 1.1 muestra su comportamiento; en ésta, se gráfica temperatura (T) Vs  $r/R_{\odot}$ . En el interior solar se considera que su temperatura varía de  $1.5 - 2.0 \times 10^7$  °K, en tanto que en su superficie se calcula una temperatura de 5750 °K (el cálculo se hace mediante emisión de cuerpo negro).

La tabla 1.1 muestra algunos de los datos más importantes sobre el Sol.

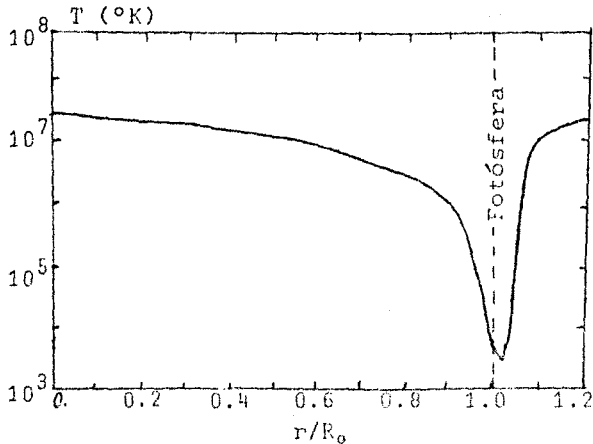


Fig 1.1.- Perfil de la temperatura en la vecindad de la superficie solar. Nótese que la temperatura mínima se localiza en la superficie visible, es decir, en la Fotósfera. (Tomada de Brandt,1970).

Debemos de tener en cuenta, que el Sol sufre variaciones periódicamente en casi todas sus características, completándose su periodo cada 11.2 años. En este ciclo de actividad solar, el estado del Sol, va desde un "mínimo" o "Sol quieto", hasta un "máximo" o "Sol perturbado" en el que aumenta la radiación y la intensidad de todos los fenómenos transitorios. Por tal motivo se acostumbra el estudio del Sol, marcando la diferencia entre tiempos quietos, y tiempos perturbados.

## 1.2 INTERIOR SOLAR

Aun cuando el Sol es enteramente gaseoso, por lo que carece de superficie sólida o líquida como los planetas, está lejos de carecer de rasgos característicos. Realmente, las capas exteriores que son accesibles a la observación, están

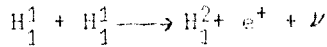
TABLA 1.1

Masa - - - - -	$M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33}$ gr.
Radio - - - - -	$R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$ cm.
Densidad Media - - - - -	$\bar{\rho}_{\odot} = 1.4$ gr/cm <sup>3</sup>
Luminosidad - - - - -	$L_{\odot} = 3.9 \times 10^{33}$ erg/seg
Campo Magnético en la superficie - - - - -	$\approx 1 - 2$ gauss
Campo Magnético en Manchas - - - - -	$\approx 10^2 - 10^3$ gauss
Ciclo de actividad solar - - - - -	= 11.2 años
Velocidad angular solar - - - - -	$= 2.7 \times 10^{-6}$ rad/seg
Velocidad de escape desde la superficie - - - - -	$\approx 618$ Km/seg
Temperatura superficial media - - - - -	$\approx 5740$ °K
Radiación de la superficie solar - - - - -	$\approx 6.35 \times 10^{10}$ erg/cm <sup>2</sup> /seg
Inclinación del plano ecuatorial solar con respecto a la eclíptica - - - - -	$\approx 7^{\circ}$
Periodo de rotación:	
Ecuador - - - - -	= 26.9 días
Zona de manchas solares (16°N) - - - - -	= 27.3 días
Polos - - - - -	= 31.1 días
Interior solar:	
Densidad - - - - -	= 150 gr/cm <sup>3</sup>
Temperatura - - - - -	$\approx 15 \times 10^6$ °K
Presión - - - - -	$\approx 4 \times 10^{17}$ dinas/cm <sup>2</sup>
El Sol como estrella:	
Tipo Espectral - - - - -	G1
Indice de Color - - - - -	$M_{pg} - M_{pv} = 0.45$
Magnitud Visual - - - - -	$M_{pv} = -26.86$
Magnitud Visual absoluta - - - - -	$M_{pv} = +4.71$

estratificadas en muchos niveles diferentes, cada uno de los cuales muestra tipos característicos y siempre cambiantes de actividad.

Así, el interior del Sol contiene la fuente de energía que induce la convección, crea los campos magnéticos y la actividad en la superficie. La convección y la rotación no uniforme del Sol son una consecuencia del flujo de salida de energía, y los campos magnéticos resultan de la rotación no uniforme y de la convección (Axford, 1972). Las manchas solares, las ráfagas, así como la Cromósfera, la Corona y el VS son consecuencias de la convección y campos magnéticos.

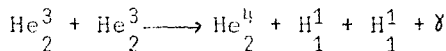
Se estima que la energía que transmite el Sol hacia el medio interplanetario, es generado en el núcleo donde se produce por medio de reacciones termonucleares, en las que el hidrógeno se fusiona para convertirse en helio. La reacción - que genera probablemente la mayor parte de la energía en el Sol, es la protón-protón. El proceso comienza con la colisión de dos protones ( $H_1^1$ ) para formar un núcleo de hidrógeno pesado ( $H_1^2$ ), junto con un positrón ( $e^+$ ) y un neutrino ( $\nu$ ), es decir:



Posteriormente, el núcleo  $H_1^2$  choca con otro protón para formar un isótopo ligero de helio y un rayo gamma:

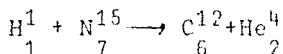
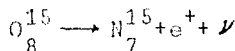
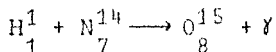
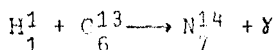
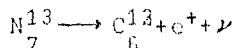
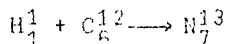


La última reacción es la colisión de dos de los núcleos  $He_2^3$  recién creados para producir un núcleo de helio ordinario,  $He_2^4$ , más dos protones y otro rayo gamma:



Analizando las tres ecuaciones anteriores, vemos que un total de seis protones entran en la creación de dos núcleos  $\text{He}_2^3$ , pero al final se recuperan dos protones, siendo la transmutación nuclear neta  $4\text{H}_1^1 \rightarrow \text{He}_2^4$ . Esta reacción de fusión se automantiene una vez iniciada. Para comenzarla se necesita una temperatura inmensamente elevada ( $\sim 10^7 \text{°K}$ ), por lo que hoy en día se piensa que la elevada temperatura inicial se produjo a través de la contracción gravitacional de la gran masa difusa de gas que constituía el Sol primitivo (Wood 1979).

El otro modelo que explica el proceso de fusión nuclear - producido en el núcleo, es el conocido como el ciclo del carbono ó ciclo de Bethe, en el cual el carbono entra como un conductor ó catalizador. Su representación nuclear es la siguiente (Beiser, 1977):



No obstante, hoy en día los astrofísicos nucleares están convencidos de que el ciclo del carbono juega solamente un papel secundario en el Sol (Smith, 1969).

En ambos modelos, el resultado final es el de fusionar - cuatro protones para producir un núcleo de helio, sin embargo, la energía liberada por cada proceso es diferente, ya que el proceso protón-protón, libera una energía de  $4.3 \times 10^{-5}$  ergs por cada reacción, entanto que el ciclo del carbono libera una energía de  $4 \times 10^{-5}$  ergs. Brandt(1964), Smith(1967) y Wood(1979) tratan con mayor detalle estos procesos termonucleares.

Para explicar la estructura interna del Sol, se considera que el Sol está compuesto en su totalidad, de helio e hidrógeno. Esta hipótesis está fundamentada en la composición química observada en su superficie, la cual se piensa, es representativa de su interior. No obstante, la principal complicación consiste en determinar la opacidad de la materia solar, y por lo tanto la facilidad con la cual la energía es transportada del interior a la superficie. La opacidad de los gases a cierta profundidad del Sol es función de su temperatura y presión. Estos factores nos dan una determinación del grado al cual los gases, absorben y reemiten ó dispersan radiación a diferentes longitudes de onda.

La energía originada en los procesos termonucleares antes mencionados en el interior solar, es transportada hacia el exterior por medio de dos formas: el de radiación y el de - convección (Wood,1979 ; Brandt,1967). El proceso de radiación se lleva a cabo cuando los fotones emitidos son absorbidos por las capas superiores para que posteriormente éstas emitan nuevos fotones, repitiéndose el proceso. Sin embargo, a partir de aproximadamente  $0.86 R_{\odot}$ , la energía térmica es transportada a las capas superiores a través del material ascendente que es reemplazado por material frío descendente. A este proceso de transporte se le conoce como convección.



El modelo de la figura 1.2, es la representación actual - del interior solar. Este consiste de una parte central en la que se llevan a cabo las reacciones de fusión nuclear, generando energía en forma de calor. Le sigue una capa que es lo bastante transparente como para transmitir el calor hacia el exterior por radiación, y la capa más externa en la cual el gradiente térmico es tan alto que el transporte de calor ocurre por convección.

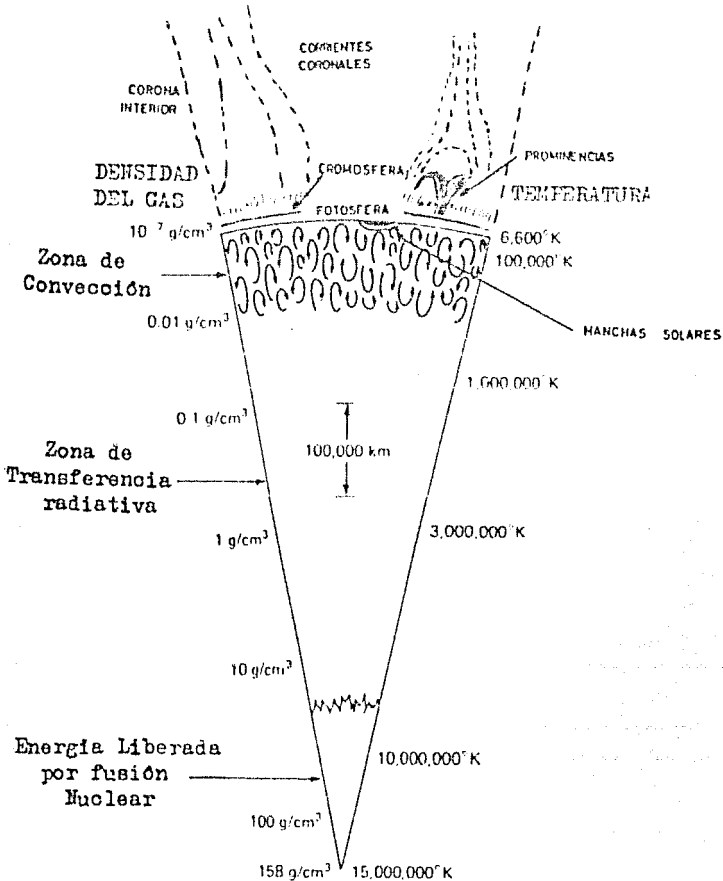


Fig 1.2.- Modelo del Interior Solar (Tomado de Wood, 1979).

No obstante, éste y otros modelos solares, no parecen corresponder al funcionamiento real del Sol, ya que las reacciones por fusión en el núcleo solar, de acuerdo con los modelos, deberían generar neutrinos en una proporción muy superior a la detectada en la Tierra (se detectan menos de 1/10 de lo esperado por los modelos). Los neutrinos son partículas subatómicas que deberían escapar virtualmente sin ningún problema a través del Sol, pues no poseen masa en reposo, ni carga eléctrica.

En resumen, se han propuesto modelos que tratan de explicar la dinámica del interior solar, no obstante, aún no concuerdan con lo observado, es decir el interior solar guarda aún secretos por descubrir.

### 1.3 ATMOSFERA SOLAR

La atmósfera solar está constituida por tres capas concéntricas; la más interna es la Fotósfera, la intermedia es la Cromósfera y finalmente la externa, llamada Corona Solar.

#### 1.3.1 FOTOSFERA

Como el Sol es un cuerpo gaseoso es erróneo pensar en la Fotósfera como una frontera bien definida. Es más bien una capa superficial de transición, en la que la presión del gas y la densidad disminuyen muy rápidamente con el aumento de la altura. Tiene ~290 Km de espesor y es de donde se emite hacia el exterior la mayor parte de la radiación solar. Generalmente esta capa se considera en equilibrio radiativo y emite aproximadamente como cuerpo negro a una temperatura de 6000°K. La radiación visible, que constituye el 40% de la contribución relativa del espectro a la luminosidad solar (CRELS), procede de la Fotósfera, capa desde la cual los fotones de luz visible tienen una probabilidad muy baja de ser

absorvidos en su camino hacia la Tierra. La radiación infrarroja ( $\sim 9900 \text{ \AA}$ ), constituye el 51% de la CRELS, y nos da información sobre la región más profunda de la Fotósfera.

El ultravioleta proporciona el 9% de la CRELS; entanto que el extremo ultravioleta y las regiones X constituyen el  $10^{-3}\%$ . La región de radioondas ( $10^{-10}\%$  de CRELS) no contribuye apreciablemente a la luminosidad del Sol.

Observando la Fotósfera solar en detalle, se aprecia una estructura granular. Un gránulo brillante dura únicamente algunos minutos y se cree que representa un surtidor de material caliente que ha sido llevado a la superficie por convección. Las franjas que aparecen separando los gránulos están formadas, probablemente, por gas que se ha enfriado y que se está hundiendo hacia el fondo de esta turbulenta capa de superficie (García de la Rosa, Roca Cortés.1982).

Quando nos elevamos sobre la Fotósfera, nos encontramos con gas menos caliente de aproximadamente 1000 Km de espesor, conocida como capa inversora. En esta región muchos de los átomos están eléctricamente neutros, ó cuando mucho, han perdido un sólo electrón (es decir están ionizados una sola vez).

### 1.3.2 CROMOSFERA

La Cromósfera es la capa intermedia de la atmósfera solar, la cual llega a una altura de  $10^4$  Km sobre la superficie solar y aparece por encima de la capa inversora. Observándola a través de un espectroscopio, la Cromósfera presenta un espectro de emisión de línea brillante, que indica que está compuesto de gas incandescente a baja presión. Esta capa debe su tinte rojizo al brillo de una de estas líneas de emisión, a saber la línea  $H_{\alpha}$  de hidrógeno, con una longitud de onda de  $6563 \text{ \AA}$ . A la altura mencionada, se desvanece el espectro de

la Cromósfera, por lo que esta altura se toma, como el límite superior de la capa (Smith,1969).

Su temperatura no es constante, pues en la parte inferior es de 6000 °K y en la parte superior alcanza 20,000°K. La cromósfera presenta variados movimientos gas-dinámicos y variadas estructuras, resaltando las "espículas", que se presentan como agujas desde la Fótósfera, alcanzando una altura de  $10^4$  Km, y un diámetro de 800 Km. Su vida media es de 10-15 min , y se cree que no tienen relación con la actividad solar; además, se consideran como ondas lentas, que viajan hacia el exterior a lo largo de las líneas de campo, es decir, proveen constantemente a la corona de nuevo material para reemplazar el gas que fluye al espacio como VS (ver sección 1.6).

### 1.3.3 CORONA SOLAR

La Corona Solar es la tenue atmósfera exterior del Sol que se observa como un débil resplandor plateado que rodea el negro disco de la Luna durante un eclipse solar. Su extensión hacia el exterior comienza desde una distancia de  $10^4$  Km sobre la superficie solar (distancia heliocéntrica de  $1.03R_{\odot}$ ). En la década de los 40's, ciertas líneas de emisión en el espectro de la Corona, que anteriormente no habían sido identificadas se reconocieron como radiación emitida por elementos altamente ionizados, tales como hierro, oxígeno, níquel y calcio (Smith,1969), y cuya presencia en la Corona, llevaron a estimar una temperatura en la Corona, superior a  $10^6$ °K, es decir, más de cien veces más alta que la superficie subyacente visible del Sol (Gosling,Hundhasen,1977). La energía térmica del gas ionizado de la Corona es tan grande que ni siquiera el enorme campo gravitatorio del Sol puede retener la Corona como una atmósfera estática ligada a él. Por el contrario, el gas coronal se proyecta hacia afuera del Sol a eleva-

dísima velocidad e inunda el espacio interplanetario al convertirse en VS. Su conductividad térmica, igualmente es muy grande, por lo que se le puede considerar como isotérmica.

La extensión de la Corona Solar visible depende de la actividad solar, observándose en tiempos quietos, una Corona pequeña, alargada sobre el ecuador solar y con extensiones de formas radiales (figura 1.3(a)). Cuando nos encontramos en tiempos de "Sol activo", la corona visible llega a extenderse aproximadamente hasta  $5R_{\odot}$  en forma radialmente simétrica (figura 1.3(b)).

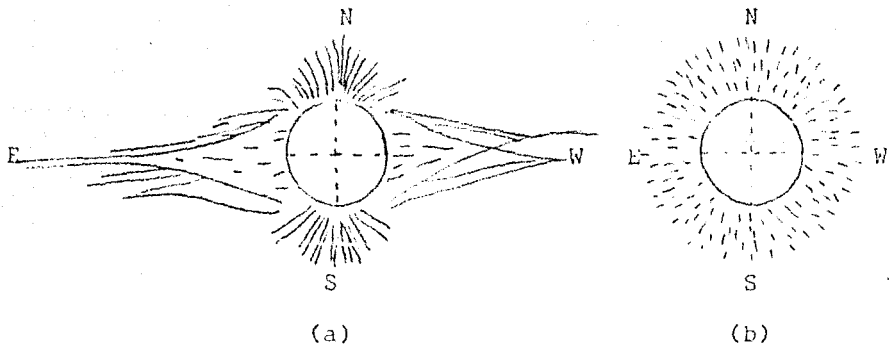


Fig. 1.3.-a) Corona Solar visible en tiempos quietos.  
b) Corona Solar visible en tiempos de máxima actividad solar (Tomado de Brandt, 1970)

Uno de los descubrimientos abordo del Skylab fueron los hoyos coronales polares y otras regiones sin actividad manifiesta. Estos hoyos coronales parecen ser la fuente de las partículas ionizadas de alta velocidad del VS, y se caracterizan por presentar una disminución anormal de la densidad electró-

nica y una temperatura menor en  $6 \times 10^5 \text{K}$  respecto a la Corona circundante. Además poseen campos magnéticos unipolares que divergen rápidamente al expandirse hacia el medio interplanetario (Parker, 1975).

#### 1.4 CAMPO MAGNETICO SOLAR

El Sol cuenta con un campo magnético general del tipo poloidal, y además le caracterizan fenómenos magnéticos transitorios. La polaridad de este campo cambia cada 11.2 años, por lo que el ciclo del campo magnético se completa en 22.4 años. Utilizando el efecto Zeeman se ha determinado que en tiempos quietos este campo magnético, tiene el valor aproximado de 1.5 gauss en la Fotosfera para latitudes mayores de  $\pm 55^\circ$  (Brandt, 1979). Es importante mencionar, que el CMI, tema de análisis de esta tesis, y que tratare posteriormente con más detalle (sección 1.7), es el mismo campo magnético del Sol que es transportado hacia fuera por el VS.

#### 1.5 ACTIVIDAD SOLAR

Los fenómenos solares más importantes durante periodos de actividad solar, son sin lugar a duda, las manchas solares y las ráfagas solares.

El tamaño de las manchas solares, varían desde minúsculos "poros" de cientos de Km de diámetro, apenas visibles con un gran telescopio, hasta regiones de aproximadamente  $10^4$ -  $10^5$  Km de diámetro sobre la superficie solar. La luminosidad menor de la mancha se debe a una disminución de la temperatura de unos  $1500^\circ\text{K}$  en relación a sus alrededores ( $\sim 6000^\circ\text{K}$ ), de ahí su apariencia oscura (Noyes, 1982). Una mancha puede durar menos de un día, o puede mantenerse durante varias rotaciones del Sol; el tiempo de vida promedio es del orden de un mes. Cada mancha esta formada por dos regiones concéntricas, un nú-

cleo oscuro ó "umbra" y un borde menos oscuro circundante ó "penumbra".

Las manchas aparecen generalmente en pares ó en grupos de hasta 10 manchas, manifestandose como una depresión poca profunda, de forma de platillo, en la Fotósfera.

Al número de manchas solares observadas en el disco solar en un cierto instante se le conoce como el número de Wolf (R), el cual si lo gráficamos contra el tiempo, presenta la existencia de máximos con alrededor de 100 manchas y mínimos de 10 que se repiten periódicamente ( $\bar{T} = 11.2$  años).

Se ha detectado que las manchas solares son la fuente de un campo magnético muy intenso de más de 3000 gauss, que disminuye considerablemente hacia fuera de la mancha.

Uno de los fenómenos más intrigantes de la astrofísica moderna son las ráfagas solares, consideradas como las manifestaciones más grandes de actividad solar. Son explosiones vecinas de las manchas y se clasifican según su importancia en 3,2,1 y micro-ráfagas. La duración de éstas explosiones varía desde unos segundos en las micro-ráfagas, hasta aproximadamente 5 horas en las del tipo 3. Asociadas a ellas, el Sol emite radiación de alta frecuencia (extremo ultravioleta  $\sim 10^{16}$  Hz y  $X > 10^{16}$  Hz) en forma muy intensa; además emiten radiación corpuscular de gran energía.

Por otra parte, el flujo total de energía emitida, asociada a una ráfaga, es del orden de  $10^{28}$  erg/seg y como su vida media es de  $10^3$  seg, entonces proporciona aproximadamente  $10^{31}$  ergs (Brandt, 1970).

Las ráfagas llegan a afectar el campo magnético terrestre, y son de mucha importancia en la producción de inestabilidades en el VS.

## 1.6 VIENTO SOLAR (VS)

### 1.6.1 EVOLUCION DEL ESTUDIO DEL VS.

En la década de los 1930, Chapman y Ferraro publicaron varios artículos en los que hacían notar la relación existente entre la actividad solar y las tormentas magnéticas en la Tierra. Posteriormente en 1951, L. Biermann propuso la primera idea de una emisión radial continua de radiación corpuscular solar; explicaba de esta manera la desviación antisolar que sufren las colas de los cometas. Estos estudios, fueron el antecesor principal de la teoría del VS. Biermann calculó el flujo de la radiación corpuscular en tiempos quietos a la altura de la órbita terrestre del orden de  $10^{11}$  prot/cm<sup>2</sup>-seg. Esto suponía, a esta distancia, una velocidad de las partículas de varios cientos de Km/seg y una densidad de aproximadamente 600 part/cm<sup>3</sup>. Además, Biermann suponía que el flujo de partículas debería de ser mayor en tiempos de actividad solar. En la actualidad se sabe que el plasma del VS, efectivamente tiene esas velocidades, pero su densidad es mucho menor (5-10 part/cm<sup>3</sup>); además, el flujo de partículas a lo largo del ciclo de actividad solar varía relativamente poco.

Posteriormente Parker (1958), al que se le considera como el "padre" de la teoría del VS, hizo notar, que la importancia esencial de la hipótesis de Biermann consiste en el hecho de que la radiación corpuscular es continua y, aunque se suponía mayor en tiempos perturbados, constituye un proceso ordinario y común en cualquier tiempo, en lugar de ser un fenómeno asociado sólo a las ráfagas solares, como se creía anteriormente. Las observaciones de Biermann separan claramente la radiación corpuscular solar continua, de las emisiones esporádicas de rayos cósmicos. Además, las estimaciones hechas por Biermann dan una distancia libre media de las par-



tículas muy pequeña comparada con la distancia Sol-Tierra, lo cual indica el carácter hidrodinámico que dicha radiación debería tener. El comportamiento hidrodinámico del plasma interplanetario fue esencial para la teoría de Parker del VS, (Dessler, 1967).

La primera idea de una Corona Solar que llenara completamente el espacio interplanetario fue propuesto por Chapman - en 1957. Esta idea fue una consecuencia de un trabajo que él mismo había realizado en 1954 en el que demostró que un gas totalmente ionizado tiene una conductividad térmica muy elevada. Este modelo que establece que la Corona Solar es estática, fue otro precursor importante en la teoría del VS que desarrolló Parker en 1958.

Para su estudio, Chapman supuso una atmósfera solar esféricamente simétrica, de densidad electrónica y protónica igual y homogénea. En su modelo se desprecia la presencia de campos magnéticos y de la rotación solar (Chapman, 1957).

No obstante, aunque Chapman fue el primero en suponer el espacio interplanetario lleno de gas coronal; su modelo estático es incompatible con las observaciones y con algunas consideraciones teóricas.

El primer análisis hidrodinámico sobre la expansión de la Corona Solar, fue realizado por E. Parker en 1958. El predijo el comportamiento del plasma interplanetario, y lo bautizó como "Viento Solar". Posteriormente defendió sólidamente su teoría hasta la publicación de su famoso libro *Interplanetary Dynamical Processes*, en 1963, donde la desarrolló completamente. A partir de 1962, sus resultados fueron comprobados experimentalmente a través de las mediciones a bordo de sondas espaciales.

Dada la importancia de la teoría hidrodinámica de Parker, se hace a continuación un tratamiento de ésta.

### 1.6.2 TEORIA DE PARKER

Parker plantea, a partir de la ecuación de movimiento y la ecuación de continuidad o de conservación de masa para un gas, las expresiones que definen un modelo de la Corona Solar. En dicho modelo se tiene que el gas coronal se expande continuamente adquiriendo velocidades supersónicas. Por esta razón Parker denominó al gas coronal en expansión supersónica como "Viento Solar". Las predicciones de la velocidad, densidad y temperatura del gas en el modelo de Parker han sido comprobados al realizarse mediciones en el medio interplanetario en el plano de la eclíptica a distancias que van desde 0.3 a 40 UA, por los satélites HELIOS, Skylab, Mariner's, Pioneer's, entre otros.

Para la comprensión del fenómeno físico del VS, Parker hace la suposición de que el gas coronal se comporta como gas ideal, que la Corona es esféricamente simétrica y se expande estacionariamente, ignorándose los efectos de fuerzas viscosas. Como primera aproximación Parker desprecia la existencia del campo magnético solar. Pero la suposición más fuerte de la teoría de Parker del VS es el hecho de considerarlo como un comportamiento hidrodinámico. A continuación se presenta una simplificación del desarrollo de las ecuaciones hidrodinámicas de Parker (Tomado de Brandt, 1970).

Se establece primero la ecuación hidrodinámica para el caso de la Corona Solar, para posteriormente deducir de ésta la condición de expansión hidrodinámica del gas coronal.

La ecuación de movimiento de Euler para un gas estacionario, sin fuerzas viscosas esta dada por:

$$\int v dv = -dp - f dr \quad (1.1)$$

donde  $f$  es una fuerza externa actuando sobre el gas por unidad de volúmen,  $p$ ,  $\rho$  y  $v$  son la presión, densidad y velocidad del gas, respectivamente. Aplicando esta ecuación al gas coronal sujeto solamente a la fuerza gravitatoria producida por el Sol, se tiene:

$$N\mu m_p v dv = - \frac{d(NKT)}{dr} - \frac{GN\mu m_p M_\odot}{r^2} \quad (1.2)$$

donde  $G$  = Constante gravitacional =  $6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{gr-seg}^2$   
 $M_\odot$  = Masa Solar  
 $r$  = Distancia heliocéntrica  
 $N$  = Densidad numérica de partículas  
 $\mu$  = Masa molecular media  
 $m_p$  = Masa del protón =  $1.67 \times 10^{-24} \text{ gr}$   
 $K$  = Constante de Boltzmann =  $1.380 \times 10^{-16} \text{ erg/}^\circ\text{K}$   
 $T$  = Temperatura absoluta del gas  
 $\rho = N\mu m_p$   
 $p = NKT$

La ecuación de continuidad para un gas estacionario esféricamente simétrico es:

$$Nvr^2 = \text{cte.} \quad (1.3)$$

que al sacar logaritmos y diferenciando queda como:

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dv}{v} - \frac{2dr}{r} \quad (1.4)$$

Al sustituir ésta en el término  $\frac{d(NKT)}{dr}$ , obtenemos:

$$\frac{dNKT}{dr} = K T \frac{dN}{dr} + K N \frac{dT}{dr} = \frac{KNdT}{dr} - \frac{KTNd v}{dr v} - \frac{2KTN}{r} \quad (1.5)$$

haciendo uso de las variables adimensionales

$$\xi = \frac{r}{R_{\odot}} \quad (1.6)$$

$$\tau = \frac{T}{T_0} \quad (1.7)$$

endonde  $T_0$  es la temperatura de la baja corona, entonces:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} KNT &= \frac{KNT_0}{R_{\odot}} \frac{dT}{d\xi} - \frac{2KNT_0 T}{R_{\odot} \xi} - \frac{KNT_0 T}{R_{\odot} v} \frac{dv}{d\xi} \\ &= \frac{KNT_0}{R_{\odot}} \xi^2 \frac{d(\tau)}{d\xi(\xi^2)} - \frac{KNT_0}{R_{\odot}} \frac{1}{2} \frac{\tau}{v^2} \frac{dv^2}{d\xi} \end{aligned} \quad (1.8)$$

sustituyendo (1.8) en (1.2):

$$\frac{Nm_p}{R_{\odot}} \frac{1}{2} \frac{dv^2}{d\xi} = - \frac{NKT_0 v^2}{R_{\odot}} \frac{d(\tau)}{dv(\xi^2)} + \frac{1}{2} \frac{NKT_0}{R_{\odot}} \frac{\tau}{v^2} \frac{dv^2}{d\xi} - \frac{G\mu H_0 Nm_p}{R_{\odot} \xi}$$

simplificando

$$\chi \equiv \frac{\mu m_p}{KT_0} v^2 \quad (1.9)$$

$$\omega \equiv \frac{G\mu H_0 m_p}{R_{\odot}} \quad (1.10)$$

lo anterior se reduce a:

$$\frac{d\chi}{d\xi} \left( 1 - \frac{\tau}{\chi} \right) = -2\xi^2 \frac{d(\tau)}{d\xi(\xi^2)} - \frac{2\omega}{\xi^2} \quad (1.11)$$

que es precisamente la ecuación de Parker que relaciona la velocidad del plasma coronal ( $\chi$ ) con la distancia heliocéntrica ( $\xi$ )

De la ecuación de Parker (1.11) se encuentra la condición

para que el gas coronal se expanda supersónicamente. Buscando las raíces de la ecuación en el lado izquierdo, se tiene que para una distancia heliocéntrica dada,  $\xi_c$ , debe ocurrir una de estas dos soluciones:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \quad \left. \frac{dX}{d\xi} \right|_c = 0 \\ \text{b) } \quad \quad \quad X_c = \tau_c \end{array} \right\} \quad (1.12)$$

endonde la condición b) lleva a la expansión supersónica del gas coronal. Como éste tiene una conductividad térmica muy elevada, se puede considerar como una buena aproximación, a un modelo isotérmico de la temperatura coronal ( $T=1$ ).

La condición (a) es inconsistente con las observaciones, dado que si se considera cierta, entonces, la velocidad alcanza un valor crítico en  $\xi_c$ . Pero se sabe que en la baja corona, la velocidad crece con la distancia heliocéntrica (es decir  $\frac{dX}{d\xi} > 0$ , el valor crítico debería ser un máximo. Esto indica que la velocidad debería de crecer a partir de esa distancia  $\xi_c$  y por lo tanto ser relativamente pequeña para distancias del orden de 1UA. Esto último contradice las observaciones y las mediciones hechas en vehículos espaciales. La condición b) en cambio, nos indica el crecimiento continuo de la velocidad. Esto indica que a una determinada distancia  $\xi_c$ , el valor de la velocidad alcanza el valor  $v_c = (KT_c/\mu m_p)^{1/2}$  cuya magnitud se acerca a la de la velocidad sónica, dada por:

$$C_s = \left( \frac{\chi p}{S} \right)^{1/2} = \left( \frac{\frac{5}{2} KT}{\mu m_p} \right)^{1/2}$$

entonces en  $\xi_c$  la velocidad del gas coronal debe alcanzar a la velocidad sónica, y como la velocidad es siempre crecien-

te, se tiene que para distancias mayores que  $r_c$ , la velocidad del gas es supersónica ( $v > C_s$ ).

La parte derecha de la ecuación de Parker en el punto crítico,  $r_c$ , es:

$$2f_c^2 \frac{d}{df} \left( \frac{1}{r^2} \right) \Big|_c + \frac{2\omega}{r_c^2} = 0$$

de donde

$$r_c = \frac{\omega}{2} = \frac{GM_\odot \mu m_p}{2R_\odot k T_\odot} \quad (1.13)$$

Los cálculos indican que el punto crítico debe estar comprendido en la zona que va desde  $2.5R_\odot$  hasta  $5R_\odot$ .

Las condiciones observadas en la baja Corona Solar ( $T_\odot = 2 \times 10^6$ °K) arrojan un valor para el punto crítico en este modelo isotérmico de temperatura (ec.1.13) de aproximadamente  $3R_\odot$  (Dessler, 1967).

Continuando con la aproximación isotérmica ( $\tau = 1$ ), se tiene que la ecuación de Parker (1.11) se puede resolver obteniéndose:

$$\chi - \ln \chi = -3 - 4 \ln \frac{\omega}{2} + 4 \ln f + \frac{2\omega}{f} \quad (1.14)$$

Esta solución indica que para distancias lejanas al Sol (a partir de .1UA), sólo subsisten los términos dominantes, es decir:

$$\chi \approx 4 \ln f \quad (1.15)$$

Para el medio interplanetario la expansión supersónica del gas coronal debe hacerse, a primera aproximación, siguiendo una ley logarítmica de crecimiento. La aproximación isotérmica de Parker es bastante adecuada. Los resultados obtenidos con este modelo, se muestran en la figura (1.4), y los datos experimentales a la distancia de la órbita terrestre han confirmado que la velocidad del VS es de 200-850 Km/seg, no exist

tiendo un cambio notorio en la velocidad entre 0.7 y 14UA.No obstante, el modelo isotérmico no es más que una simplificación matemática.

La temperatura del VS, en realidad varía con la distancia, de  $2 \times 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$  en la base de la Corona, hasta aproximadamente  $5 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  a la altura de la órbita terrestre.

Clauser(1960) hizo notar que las ecuaciones hidrodinámicas que describen la expansión supersónica de la Corona Solar son semejantes a las que describen el flujo de un gas a través de una tobera de Laval. Este dispositivo (fig 1.5), consiste de un tubo convergente-divergente, de tal manera que la velocidad del fluido que pasa por él, aumenta continuamente hasta llegar a alcanzar la velocidad sónica en la parte más angosta del tubo. A partir de entonces, el fluido se expande supersónicamente. (Dessler,1967).

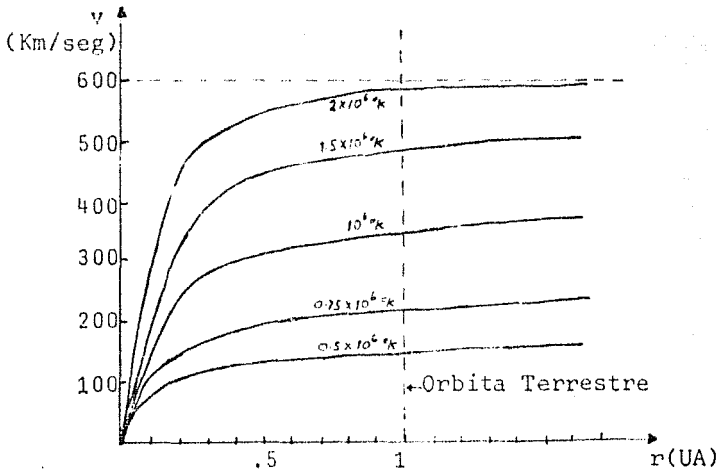


Fig 1.4.-Resultados obtenidos con el modelo de Parker (ec. 1.14).

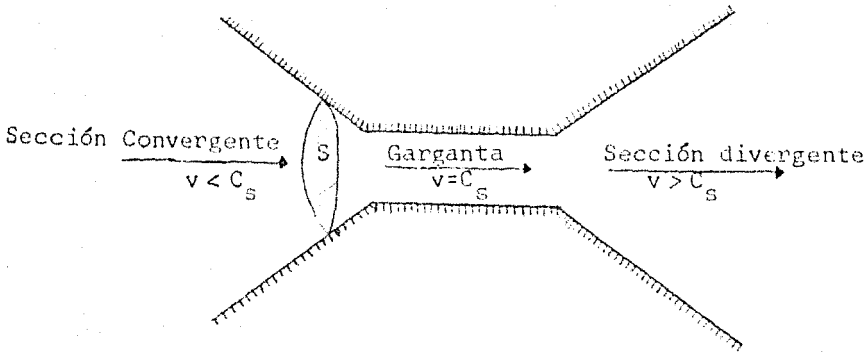


Fig 1.5.-Tobera de Laval, nótese el carácter de las velocidades.

Consideremos el desarrollo hecho por Dessler (1967), al tomar un gas compresible fluyendo por la tobera, hacia la dirección más angosta. Si  $\rho$  y  $v$  son la densidad y velocidad del gas, respectivamente, y  $S$  el área de la sección transversal del embudo, la ecuación de continuidad en un estado estacionario es:

$$S\rho v = \text{cte.} \quad (1.16)$$

Esta ecuación indica que a medida que el gas fluye hacia la parte más angosta del tubo, la velocidad aumenta. Sin embargo, la velocidad máxima que puede alcanzar el fluido en un tubo convergente es la velocidad sónica  $C_s$ . Esto se puede demostrar utilizando la ecuación de Euler para un flujo estacionario en ausencia de fuerzas externas:

$$dp = \frac{dp}{dS} dS = -\rho v dv \quad (1.17)$$

pero como en un proceso adiabático la velocidad del sónico está dada por  $C_s^2 = dp/dS$ , entonces la ecuación (1.17) queda como:

$$\frac{dS}{S} = -\frac{v}{C_s^2} dv \quad (1.18)$$

La suposición adiabática anterior no es muy crítica, pues



el proceso térmico involucrado no determina el resultado final. Tomando logaritmos en la ecuación (1.16) y diferenciando, se obtiene:

$$\frac{dS}{S} + \frac{d\zeta}{\zeta} + \frac{dv}{v} = 0 \quad (1.19)$$

que al ser sustituida en (1.18), nos da:

$$\frac{dS}{S} = \left( \frac{v^2}{C_s^2} - 1 \right) \frac{dv}{v} \quad (1.20)$$

Esta ecuación nos dice que mientras el tubo sea decreciente, la parte izquierda de la igualdad será negativa. Como el gas se acelera hacia el interior, se tiene que  $\frac{dv}{v} > 0$  y por lo tanto la expresión en paréntesis es negativa sólo cuando  $v < C_s$ . En esta misma ecuación se tiene que la velocidad del fluido alcanza la velocidad sónica cuando  $\frac{dS}{S} = 0$ , es decir, cuando el tubo deja de decrecer (en la garganta de la tobera).

Si a partir de la garganta, crece la sección transversal de la tobera ( $\frac{dS}{S} > 0$ ), en la ecuación (1.20) la expresión entre paréntesis es positiva, lo cual ocurre cuando  $v > C_s$ . Es decir, el fluido se expande supersónicamente. Si la velocidad del fluido no llega a alcanzar a la velocidad sónica en la parte más angosta del tubo, el fluido vuelve a desacelerarse al pasar a la parte divergente de la tobera. En este caso la tobera se conoce como tubo de Venturi.

### 1.6.3 EXPANSION SUPERSONICA DE LA CORONA SOLAR

La expansión supersónica de la Corona Solar se puede considerar como un proceso semejante al de la tobera. En él, la constricción dada por la garganta del tubo, está dada por la atracción gravitacional solar. Por esta razón, al punto crítico en el que la velocidad del gas alcanza la velocidad sónica, se le conoce también como "garganta gravitacional" (Parker, 1963).

Considerando las mismas condiciones de la Corona Solar para la deducción de la ecuación de Parker, se tiene que la ecuación de Euler para el gas coronal es:

$$dp = -\rho v dv - \rho \frac{GM_{\odot}}{r^2} dr \quad (1.21)$$

Análogamente al caso de la tobera, se tiene que la velocidad del sónico está dada por:

$$C_s^2 \equiv \frac{dp}{d\rho} \quad (1.22)$$

sustituyendo en (1.21), se obtiene:

$$C_s^2 \frac{d\rho}{\rho} = -v dv - G \frac{M_{\odot}}{r^2} dr \quad (1.23)$$

De la ecuación de continuidad para un gas en expansión esféricamente simétrica se obtiene, al sacarle logaritmo y diferenciando:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dv}{v} - 2 \frac{dr}{r} \quad (1.24)$$

sustituyendo esta ecuación en (1.23) y reduciendo términos, se obtiene finalmente:

$$\left( \frac{v^2}{C_s^2} - 1 \right) \frac{dv}{v} = \left( 2 - \frac{GM_{\odot}}{C_s^2 r} \right) \frac{dr}{r} \quad (1.25)$$

Si la velocidad de expansión de la Corona es creciente en la dirección opuesta al Sol, se tiene que, cuando  $v < C_s$ ,  $\frac{GM_{\odot}}{C_s^2 r} > 2$ . Cuando  $v > C_s$  se tiene  $\frac{GM_{\odot}}{C_s^2 r} < 2$ . De tal manera que la velocidad del VS alcanza la velocidad sónica en:

$$r_c = \frac{M_{\odot} G}{2C_s^2} \quad (1.26)$$

Como  $C_s$  depende linealmente de la temperatura ( $C_s = \left( \frac{\gamma K T}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$  en un proceso isotérmico), se tiene que el punto crítico  $r_c$  depende de la temperatura coronal. Si tomamos  $T = 1.0 \times 10^6$  °K,

$r_c = 3.5R_\odot$ , pero si se considera  $T = 2 \times 10^6 \text{°K}$ , se obtiene,  
 $r_c = 1.7R_\odot$ .

En una atmósfera isotérmica, para temperaturas mayores, se tienen menores  $r_c$ , de tal manera que debe existir una temperatura máxima  $T_M$  para la cual  $r_c = R_\odot$ . En este caso, ya no existe "garganta gravitacional" y la expansión no puede hacerse supersónicamente. Esta temperatura para el caso solar es:

$$T_M = \frac{M_\odot M_\odot G}{43KR_\odot} \approx 4 \times 10^6 \text{°K}$$

Se puede concluir, que la expansión supersónica ocurre sólo en un intervalo limitado de temperaturas coronales; si la Corona fuera demasiado fría, la atmósfera sería estática como lo predice el modelo de Chapman o como lo es la atmósfera terrestre. Si por el contrario, el Sol y la Corona fueran demasiado calientes ( $T_c \geq T_M$ ) la expansión tendría lugar a velocidades subsónicas.

Por otra parte, la ecuación de Parker (1.11) tiene como soluciones las familias de curvas representadas en la figura (1.6). En ella se observa que las curvas 3 y 6 no tienen sentido físico, pues la solución 3 alcanza velocidades supersónicas a distancias menores que la crítica  $r_c$ , que es no aceptable. Las curvas 1 y 2, igualmente son inaceptables debido a que se inician con velocidades supersónicas, para después disminuir, lo que contradice las observaciones (Brandt, 1970).

Las dos únicas posibles soluciones con sentido físico son las curvas 4 y 5. La 4 representa el VS en el que la velocidad va aumentando hasta llegar a la velocidad supersónica mencionada a grandes distancias heliocéntricas. La 5 representa la "brisa solar" en la que la velocidad decrece con la distancia. Ambas curvas son correctas para diferentes condiciones a la frontera.

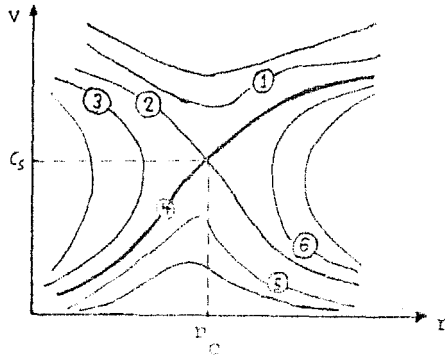


Fig 1.6.- Soluciones de la ecuación de Parker.

## 1.7 CAMPO MAGNETIC . INTERPLANETARIO (CMI)

### 1.7.1 CAMPO MAGNETICO Y VIENTO SOLAR

En la sección anterior se estudio el VS, sin considerar de talladamente la presencia de fuerzas magnéticas. De hecho se sabe que el plasma interplanetario arrastra las líneas de fuerza del campo magnético solar, constituyendo así el CMI. La existencia de fuerzas magnéticas en el espacio interplanetario es de vital importancia en la dinámica del VS, ya que explica en forma satisfactoria el comportamiento hidrodinámico del plasma interplanetario, a pesar de poseer éste una distancia libre media entre sus partículas del orden de 1UA. El CMI proporciona además, la explicación de algunos fenómenos del VS con los que está estrechamente relacionado.

Debido a que el VS es un gas ionizado con alta conductividad eléctrica, se tiene que en la presencia de un campo magné

tico, las líneas de fuerza magnética se encuentran "congeladas" con el material (ver apéndice A). De esta manera, el plasma coronal al expandirse, arrastra el campo magnético de la Fotósfera, llenando todo el espacio interplanetario.

A partir del trabajo de Parker (1958), se sabe que sobre la eclíptica, las líneas de fuerza del CMI, tienen una estructura espiral, producida por los efectos de la rotación del Sol sobre el VS. Dicha estructura ha sido comprobada por los vehículos espaciales, incluyendo los satélites HELIOS (ver DFVLR, 1984).

Consideremos ahora al Sol en "tiempos quietos", es decir, tomemos únicamente en cuenta el campo magnético general del Sol, sin considerar los efectos de la actividad solar. De esta manera, puesto que el Sol rota, las líneas de flujo magnético acompañan a un elemento de flujo de VS al expandirse éste, formando en el espacio interplanetario una trayectoria espiral, llamada "espiral de Arquímedes" (figura 1.7).

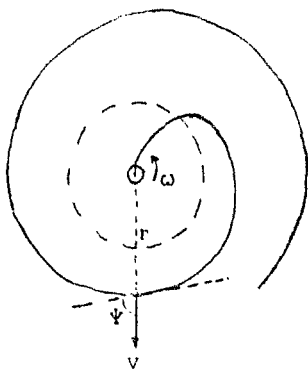


Fig 1.7.- Espiral de Arquímedes. El círculo punteado representa la órbita de la Tierra,  $\psi$  es el ángulo espiral arquimediano,  $\omega$  es la frecuencia angular solar y  $r$  la distancia heliocéntrica.

Un punto de la superficie del ecuador solar describe, al rotar con velocidad angular  $\omega$ , un ángulo azimutal  $\phi$ , tal que:

$$\phi = \phi_0 + \omega t$$

Consideremos además, que el VS se aleja del Sol con velocidad constante  $v$ , a partir de una distancia  $r_0$ ; entonces el radio vector que describe el gas esta dado por:

$$r = vt + r_0$$

eliminando el tiempo de ambas ecuaciones, se obtiene:

$$r = \frac{v}{\omega}(\phi - \phi_0) + r_0 \quad (1.27)$$

lo cual nos indica la trayectoria descrita por una línea de flujo.

El ángulo espiral arquimediano ( $\psi$ ), es el ángulo que forma la tangente de la espiral de Arquímedes en un punto, con el radio vector solar en dicho punto:

$$\tan \psi = \frac{r - r_0}{v} \omega \quad (1.28)$$

### 1.7.2 COMPONENTES POLARES DEL CMI.

Las componentes polares esféricas del CMI promedio, sobre el ecuador solar, están dadas por:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } B_r = B_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \\ \text{b) } B_\theta = 0 \\ \text{c) } B_\phi = B_r \tan \psi = B_0 \frac{\omega}{v} \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 (r - r_0) \end{array} \right\} (1.29)$$

y para  $r \gg r_0$

$$\|\vec{B}\| = B_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \left( 1 + \frac{\omega^2 r^2}{v^2} \right)^{1/2} \quad (1.30)$$

donde  $B_r, B_\theta$  y  $B_\phi$  son las componentes magnéticas, radial, polar y azimutal respectivamente,  $B_0$  es la intensidad del campo a una distancia  $r_0$  del Sol,  $\omega$  es la frecuencia angular solar,  $v$  la magnitud de la velocidad del VS, y  $r$  la distancia heliocéntrica.

Como se observa de 1.29(c),  $\tan \Psi = B_\phi / B_r$ , por lo que para  $v=400$  Km/seg, sobre la órbita de la Tierra se tiene  $\Psi = 45^\circ$  y  $\Psi = 80^\circ$  a la altura de la órbita de Júpiter.

De 1.30 se observa que para valores pequeños de  $r$ ,  $\|\vec{B}\|$  varía como  $1/r^2$ , entanto que para valores grandes de  $r$ ,  $\|\vec{B}\|$  cambia como  $1/r$ . Para distancias superiores a 0.1UA, las mediciones experimentales concuerdan con las ecuaciones (1.29) si tomamos  $r_0 = R_\odot$  y  $B_0$  el campo magnético fotosférico ( $\sim 1.5$  gauss) (Fisk, 1979).

### 1.7.3 CONFIGURACION SECTORIAL DEL CMI

En 1962, Ahluwalia y Dessler, basándose en magnetógramas solares que mostraban al campo magnético de la Fotosfera dividida en áreas de diferentes polaridades, sugirieron que el CMI debería estar dividido en sectores de diferente polaridad. Cada sector debería contener vectores de campo magnético en un sentido, ya sea solar ó antisolar. Esta Hipótesis estaba basada en que el CMI debería satisfacer la ley de Maxwell,  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ .

Los resultados experimentales del satélite IMP-1 en 1963, confirmaron primeramente dicha estructura sectorial (figura 1.8). Esta configuración corrota con el Sol, manteniéndose cuasiestacionaria durante tiempos relativamente largos ( $\sim 1$

año en tiempos quietos y menos de una rotación solar en tiempos de actividad).

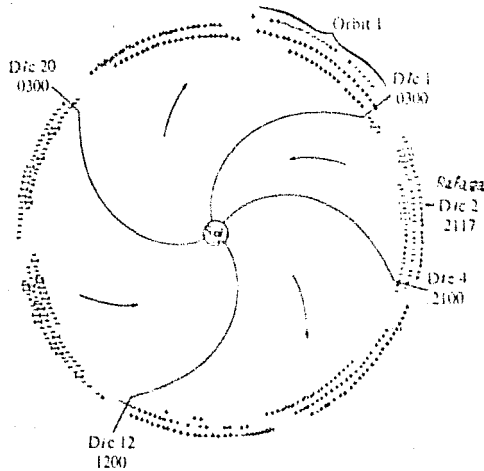


Fig 1.8.-Estructura sectorial del CMI observado por el IMP-1. Las polaridades del campo son indicadas por los signos + y - (tomado de Brandt, 1970).

La explicación, a la observación de estos 4 sectores de polaridad magnética opuesta, esta basada en la existencia de un campo magnético general del tipo dipolar, cuyo plano ecuatorial esta inclinado  $\sim 7^\circ$  con respecto a la eclíptica. El hecho de considerar un campo magnético de este tipo, implica que sobre el plano ecuatorial solar debe existir una hoja neutra de corriente (llamada simplemente "hoja neutra"), la cual separa las polaridades magnéticas del dipolo, y como el Sol rota, desde un punto de vista tridimensional, vemos que la hoja neutra adquiere una configuración ondulada como la mostrada en la figura 1.9.



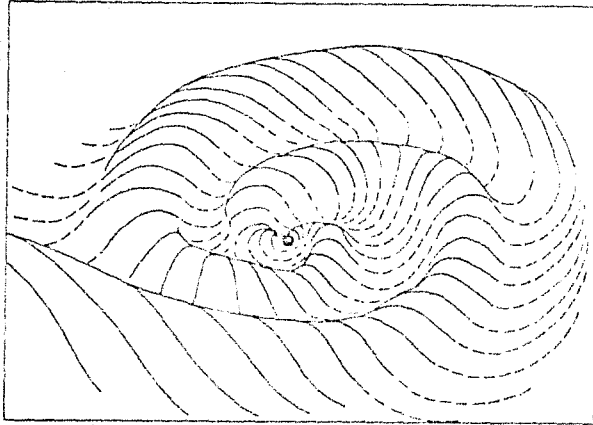


Fig 1.9.- Hoja neutra, vista desde 6UA. Se estima que se extiende hasta una latitud de  $\pm 15^\circ$  (tomada de Svalgard y Wilcox, 1976).

Cuando desde la Tierra y vehículos espaciales se observan 4 sectores de polaridad opuesta en  $\sim 27.2$  días, se ha determinado por el monitoreo de la hoja de corriente, que ésta llega a extenderse en amplitud hasta  $\sim 3UA$  (DFVLR, 1984). No obstante, en algunas ocasiones se han llegado a observar en este mismo tiempo, únicamente 2 sectores de distinta polaridad, esto se debe a que la configuración ondulada de la hoja de corriente decrece en amplitud, es decir, tiende a aplanarse.

#### 1.8 REGIONES CORROTANTES DE INTERACCION

Anteriormente se mencionó que la energía térmica del gas ionizado de la Corona es tan grande que ni siquiera el enorme campo gravitacional del Sol puede retener la Corona como una atmósfera estática ligada a él. Por el contrario, el gas coronal se proyecta hacia fuera del Sol a elevadísima velocidad e inunda el espacio interplanetario, como VS.

Los satélites y vehículos que han venido explorando el espacio interplanetario desde los últimos 25 años han detectado directamente el VS y han registrado su flujo en la vecindad de la órbita terrestre y hasta distancias de 30UA. Las observaciones revelan que el VS fluye casi radialmente desde el Sol a una velocidad media de 450Km/seg. Sin embargo, el flujo del VS dista mucho de ser uniforme, ya que es extremadamente rarificado. Su velocidad suele variar en cientos de Km/seg en el curso de una semana (Gosling, 1977). Esas variaciones pueden llegar a formar ondas de choque, cuya geometría evoluciona a medida que se propagan desde el Sol hasta las regiones más remotas del Sistema Solar.

Como la Corona, el VS es un plasma muy enrarecido, compuesto principalmente de protones y electrones libres. Al propagarse, su densidad decrece a un ritmo que es aproximadamente, proporcional al valor recíproco del cuadrado de su distancia al Sol. Al alcanzar la órbita terrestre, su densidad es de unas 10 partículas por  $\text{cm}^3$ ; en la órbita de Júpiter debe ser de unas 0.4 part/ $\text{cm}^3$  (Smith y Barnes, 1982). A medida que el VS se expande, también se enfría; en la vecindad de la órbita de la Tierra, su temperatura ha bajado desde  $10^6$ °K hasta unos  $10^5$ °K. A esa temperatura, la velocidad del sonido es de  $\sim 50$  Km/seg. Como en la órbita terrestre el VS viaja a  $\sim 450$ Km/seg, la velocidad del flujo es nueve veces mayor que la del sonido, es decir, el flujo es altamente supersónico. Las mediciones de vehículos espaciales revelan además, que cerca de la órbita terrestre, el valor medio del CMI es  $\sim 5 \times 10^{-5}$  gauss (5 $\gamma$ ). La intensidad del campo magnético terrestre en la vecindad de los polos es de 0.6 gauss ( $6 \times 10^4 \gamma$ ) (Gosling, 1977).

Sobre la órbita de la Tierra, la densidad del gas es muy bajo, hasta el grado de que un protón cualquiera del VS quizá choque con uno de sus vecinos sólo una vez cada dos o tres días, por término medio. Por consiguiente, otros procesos dis

tintos del choque directo entre partículas deben ser los responsables de que un gas tan diluido actúe como un fluido. Parece probable que las inestabilidades inherentes a un plasma en presencia del débil CMI sean causantes de ello.

Las observaciones realizadas desde vehículos espaciales cerca de la órbita de la Tierra han comprobado que las principales variaciones de la velocidad, densidad y presión del VS se ajustan a un esquema, llamado "regiones corrotantes de interacción" (figura 1.10). En la parte frontal de una corriente de VC, la velocidad del flujo aumenta rápidamente; en la parte trasera de la corriente, la velocidad disminuye con mucho mayor lentitud, volviendo a valores bajos. En el borde frontal, donde la velocidad aumenta, la densidad de partículas del gas también lo hace alcanzando rápidamente un máximo que es varias veces mayor que la densidad media. En la parte trasera, donde la velocidad decrece, ocurre lo mismo con la densidad, que alcanza valores bajos. La presión medida en secciones perpendiculares a la corriente, que es proporcional al producto de la densidad por la temperatura, también alcanza un máximo donde la velocidad crece, pero disminuye de nuevo rápidamente y queda casi constante a lo largo de una gran proporción de la parte trasera de la corriente. Estas características se aprecian claramente en la figura 1.11, la cual representa un ejemplo de región corrotante de interacción, observada a 5UA, por el Pionero 10.

Estas características de variación de las estructuras, cerca de la órbita terrestre se explican fácilmente si se considera la corriente como una onda de choque que se hace más abrupta a medida que se va alejando del Sol.

La falta de uniformidad en la velocidad del VS proviene de la falta de uniformidad de la temperatura y la densidad de la Corona. Esta falta de uniformidad coronal se debe principal-

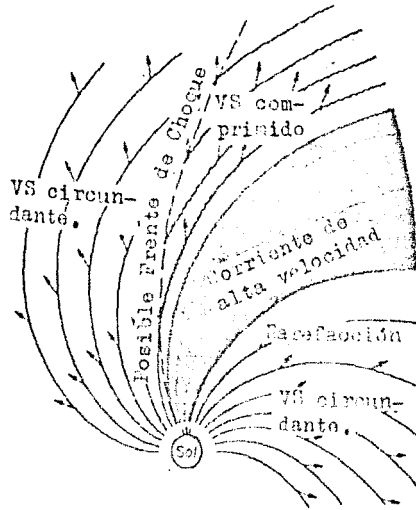


Fig 1.10.- Región corrotante de interacción, visto desde una sección transversal ecuatorial, (Holzer,1979).

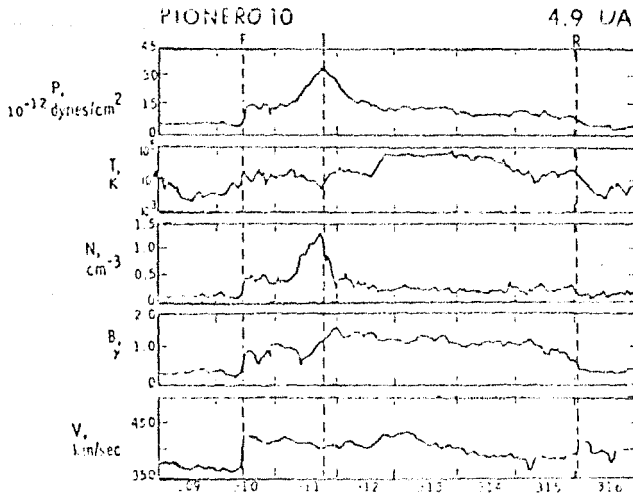


Fig 1.11.- Ejemplo de una región corrotante de interacción observada a 4.9UA. Las líneas punteadas verticalmente identifican el frente de la onda de choque(F), I es la Interfase y R el choque de reversa, (Wilcox,1978).

mente al hecho de que el campo magnético solar, que cruza la Corona, es también variable de un lugar a otro del Sol. Así, las distintas porciones de plasma coronal que escapan al espacio para convertirse en VS se expanden hacia el exterior a velocidades diferentes.

Hasta aquí, se han dado las principales características del extremadamente rarificado VS, y por consiguiente del perturbado CMI, desde un punto de vista macroscópico. Sin embargo en el estudio detallado de las perturbaciones del CMI nos encontramos con movimientos ondulatorios muy especiales que serán tratados en el siguiente capítulo.

## CAPITULO II

### ONDAS MAGNETOHIDRODINAMICAS (MHD)

En el capítulo anterior se estudio el Sol y algunos de los fenómenos asociados a él como un todo (es decir a grandes dimensiones). No obstante ello, el comportamiento del medio interplanetario es aún más complejo si lo estudiamos con más detalle. Inestabilidades del plasma interplanetario, producen movimientos ondulatorios de diferentes tipos, cuyo estudio ayuda a comprender, la física solar y del medio que le rodea.

En este capítulo se hace un análisis de ondas MHD (Alfvénicas, Rápidas y Lentas), las cuales como se verá en el transcurso de éste, son de vital importancia en la comprensión de la dinámica del VS.

Por otro lado el tipo de ondas analizadas en este capítulo representan muy probablemente la mayor contribución a las perturbaciones del CMI cuyos espectros son analizados en esta tesis.

## 2.1 ECUACIONES MAGNETOHIDRODINAMICAS (MHD).

La MHD no es más que un modelo físico que describe un plasma idealizado en términos de sus propiedades como un fluido. No todas las propiedades de un plasma real en los medios astrofísicos y en el laboratorio, pueden ser explicados en términos de este modelo. No obstante esta limitación, la MHD es una importante herramienta de uso confiable, si tratamos fenómenos con una escala espacial grande, como el medio interplanetario y bajas frecuencias; entendiéndose como bajas frecuencias, aquellas que están muy por debajo de la frecuencia ciclotrónica del protón ( $\omega_{c1} = B(-9.58 \times 10^7 \text{ C/Kg})$ ), y con las que se puede despreciar las corrientes de desplazamiento en la ley de Ampere (Spitzer, 1969).

Consideremos el comportamiento de un fluido conductor, eléctricamente neutro, en campos electromagnéticos, e ignoremos efectos de viscosidad. El fluido viene descrito por una densidad de masa  $\rho(x,t)$ , una velocidad  $\vec{v}(x,t)$ , una presión  $p(x,t)$  (considerada como escalar) y una conductividad eléctrica  $\sigma$  (Jackson, 1980). En particular para el análisis de ondas en el VS podemos considerar un plasma con conductividad infinita y sin colisiones.

Bajo las consideraciones anteriores, las ecuaciones hidrodinámicas son la ecuación de continuidad (ecuación de conservación de masa):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

y la de conservación de momento

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c}(\vec{J} \times \vec{B}) - \rho \nabla \phi \quad (2.2)$$

donde  $\phi$  es el potencial gravitacional actuante,  $\vec{B}$  es el campo magnético y  $\vec{J}$  la densidad de corriente (en las expresiones són utilizadas unidades CGS). Se debe hacer notar que la derivada de la velocidad con respecto al tiempo que aparece en el primer miembro de 2.2 es la derivada convectiva:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \quad (2.3)$$

que da la velocidad de cambio con el tiempo de cualquier parámetro físico que se está moviendo en un instante con velocidad  $\vec{v}$ .

El primer miembro de la ecuación (2.2), es la variación de momento y, según la segunda ley de Newton, queda igualado a una serie de términos de fuerza;  $(\frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{B})$  es la fuerza de Lorentz debida a la acción de la inducción magnética sobre una corriente, donde el producto vectorial indica que la fuerza es perpendicular a la corriente y al campo;  $-\nabla p$  es la fuerza hidrodinámica que surge de las ecuaciones de Euler (1.1), y donde el signo menos se debe a que la fuerza es contraria al gradiente de presión; y finalmente  $-\mathfrak{S} \nabla \phi$  es un término que se añade con el fin de incluir la fuerza de gravedad actuante, y la cual suele despreciarse en el análisis de movimientos de ondas en el VS, pues la gravedad es importante cuando consideramos la expansión del VS como un todo, pero esto puede ser despreciable para ondas de longitud de onda corta.. (Hollweg, 1975).

Al despreciar la corriente de desplazamiento, los campos electromagnéticos en el fluido quedan descritos por:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Faraday:} \quad \nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \\ \text{b) Ampere:} \quad \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \end{array} \right\} \quad (2.4)$$



De esta manera, el campo eléctrico queda completamente determinado por las ecuaciones (2.4) y la ley de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \left( \vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) \quad (2.5)$$

pero como el VS se considera un plasma de conductividad infinita, entonces podemos reescribir la ecuación de Ohm, como:

$$\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} = 0 \quad (2.6)$$

Las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.4) y (2.6), junto con una ecuación de estado para el fluido, constituyen las ecuaciones de la MHD para nuestro caso.

La ecuación de estado la podemos expresar como:

$$p \rho^{-\gamma} = \text{cte} \quad (2.7)$$

endonde  $\gamma$  es el índice politrópico, que nos relaciona los calores específicos a volumen y presión constantes. Si  $\gamma = 5/3$  tenemos un proceso adiabático; si  $\gamma = 1$  el proceso es isotérmico (Hollweg, 1975).

## 2.2 ONDAS MHD

Con el fin de simplificar el estudio del movimiento ondulatorio de un fluido conductor compresible en presencia de un campo magnético, vamos a considerar un fluido conductor con las características establecidas en la sección anterior. Entonces, reescribiendo las ecuaciones que describen su comportamiento, se tiene :

$$\left. \begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathcal{S}\vec{v}) = 0 \\
 \text{b)} \quad & \mathcal{S} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \mathcal{S}(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = -\nabla p - \frac{1}{4\pi} \vec{B} \times (\nabla \times \vec{B}) \\
 \text{c)} \quad & \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B})
 \end{aligned} \right\} (2.8)$$

Supongamos ahora que nos trasladamos al sistema en el que  $\vec{v} = 0$  (es decir, nos movemos con el plasma), pero existe una inducción magnética  $B_0$  estática y espacialmente uniforme, en todo el fluido de densidad constante  $\mathcal{S}_0$ . Imaginemos ahora pequeñas desviaciones ( $\delta$ ) de los valores de equilibrio, por lo que términos de orden mayores o iguales que  $\delta^2$  pueden ser despreciables (Bittencourt, 1986).

$$\left. \begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \vec{B} = \vec{B}_0 + \delta \vec{B}(\vec{x}, t) \\
 \text{b)} \quad & \mathcal{S} = \mathcal{S}_0 + \delta \mathcal{S}(\vec{x}, t) \\
 \text{c)} \quad & \vec{v} = \delta \vec{v}(\vec{x}, t)
 \end{aligned} \right\} (2.9)$$

Si linealizamos las ecuaciones en (2.8) respecto a las magnitudes pequeñas, éstas se convierten en:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{\partial \delta \mathcal{S}}{\partial t} + \mathcal{S}_0 \nabla \cdot \delta \vec{v} = 0 \\
 \text{b)} \quad & \mathcal{S}_0 \frac{\partial \delta \vec{v}}{\partial t} + C_s^2 \nabla \delta \mathcal{S} + \frac{1}{4\pi} \vec{B}_0 \times (\nabla \times \delta \vec{B}) = 0 \\
 \text{c)} \quad & \frac{\partial \delta \vec{B}}{\partial t} - \nabla \times (\delta \vec{v} \times \vec{B}_0) = 0
 \end{aligned} \right\} (2.10)$$

endonde  $C_s$  es la velocidad del sonido en el fluido ( $C_s^2 = \gamma p_0 / \mathcal{S}_0$ ). Es importante hacer notar que para la obtención de 2.10(b) se utilizó además la relación:

$$\nabla p = (\gamma p / \mathcal{S}) \nabla \mathcal{S} = C_s^2 \nabla \mathcal{S}$$

Derivando 2.10(b) con respecto a  $t$  y sustituyendo posteriormente 2.10(b) y (c), se obtiene otra para  $\delta v$ :

$$\frac{\partial^2 \delta \vec{v}}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla(\nabla \cdot \delta \vec{v}) + \vec{v}_A \times \nabla \times [\nabla \times (\delta \vec{v} \times \vec{v}_A)] = 0 \quad (2.11)$$

endonde se ha introducido la velocidad de Alfvén ( $v_A$ )

$$\vec{v}_A = \frac{\vec{B}_0}{\sqrt{4\pi S_0}} \quad (2.12)$$

La ecuación diferencial (2.11) es complicada, pero admite soluciones de la forma  $e^{i(Rx + ht)}$  con  $R$  y  $h$  constantes. En particular, admite soluciones para ondas planas que se propagan paralela ó perpendicular a la dirección del campo magnético, es decir para ondas de la forma:

$$\delta \vec{v}(\vec{x}, t) = \delta v e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} \quad (2.13)$$

endonde  $\vec{k}$  es el vector de onda y  $\omega$  la frecuencia angular.

De esta manera, sustituyendo (2.13) en (2.11) y efectuando las operaciones respectivas, se obtiene:

$$-\omega^2 \delta v + (C_s^2 + v_A^2)(\vec{k} \cdot \delta \vec{v})\vec{k} + \vec{v}_A \cdot \vec{k} [(\vec{v}_A \cdot \vec{k})\delta \vec{v} - (\vec{v}_A \cdot \delta \vec{v})\vec{k} - (\vec{k} \cdot \delta \vec{v})\vec{v}_A] = 0 \quad (2.14)$$

Esta ecuación constituye una relación entre  $\omega$  y  $\vec{k}$ , llamada de dispersión para las ondas MHD. Estas son de tres modos, Alfvénicas y magnetosónicas rápidas y lentas, las cuales seran analizadas a continuación.

### 2.2.1 ONDAS ALFVENICAS

Si  $\vec{k}$  es paralelo a  $\vec{v}_A$  ( $\vec{k} \parallel \vec{v}_A$ ), (2.14) se reduce a:

$$(\kappa v_A^2 - \omega^2) \delta \vec{v} + \left( \frac{c_s^2}{v_A^2} - 1 \right) \kappa^2 (\vec{v}_A \cdot \delta \vec{v}) \vec{v}_A = 0 \quad (2.15)$$

Si ahora  $\delta \vec{v} \cdot \vec{v}_A = 0$ , es decir  $\delta \vec{v} \perp \vec{k}$ , entonces se exhibe una onda transversal con velocidad de fase igual a la velocidad de Alfvén.

En general, cuando  $\vec{k}$  y  $\vec{v}_A$  forman un ángulo  $\theta$ , la relación de dispersión para las ondas Alfvénicas esta dada por:

$$\omega^2 = \kappa v_A^2 \cos^2 \theta \quad (2.16)$$

De la tercera ecuación de 2.10 se puede obtener la relación entre  $\delta \vec{B}$  y  $\delta \vec{v}$  (Hollweg, 1975)

$$\frac{\delta \vec{B}}{B_0} = -\text{sgn}(\cos \theta) \frac{\delta \vec{v}}{v_A} \quad (2.17)$$

Análogamente,  $\delta \vec{E}$  se obtiene de (2.6)

$$\delta \vec{E} = -\frac{\delta \vec{v} \times \vec{B}_0}{c} \quad (2.18)$$

En la figura 2.1 se muestran todas las variables involucradas en las ondas de Alfvén, con  $\delta \vec{J}$  como la fluctuación en la densidad de corriente.

Las ondas de Alfvén son un fenómeno puramente magnetohidrodinámico que depende únicamente del campo magnético y de la densidad.

Con la ecuación 2.10(c) se encuentra la perturbación magnética de las ondas alfvénicas, representada por:

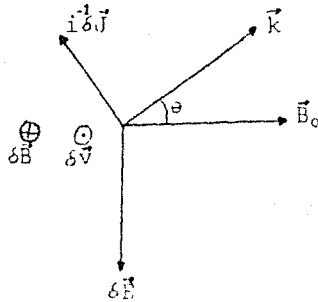


Fig 2.1.-Relación entre las distintas variables que caracterizan las ondas de Alfvén.

$$\delta \vec{E} = - \frac{\vec{k}}{\omega} \vec{B}_0 \delta v \quad (2.19)$$

La onda de Alfvén, paralela a  $\vec{B}_0$ , hace que las líneas de campo oscilen adelante y atrás de forma lateral, caracterizándose por no exhibir fluctuaciones en el plasma, de densidad ó presión, es decir, son no compresivas. En otras palabras, las ondas de Alfvén son fluctuaciones de velocidad y campo magnético, perpendicular a  $\vec{k}$  y  $\vec{B}_0$  (ver figura 2.2).

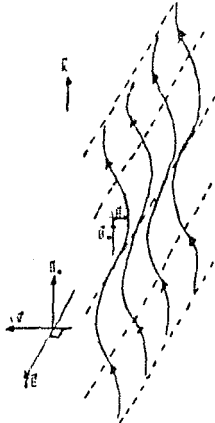


Fig 2.2.-Esquema de ondas de Alfvén propagándose a lo largo de  $\vec{B}_0$ , mostrando la relación entre las cantidades oscilantes.

### 2.2.2 ONDAS MAGNETOSÓNICAS RÁPIDAS Y LENTAS.

En las ondas alfvénicas consideramos  $\delta\vec{v}$  y  $\delta\vec{B}$  perpendiculares al plano que contiene a  $\vec{k}$  y  $\vec{B}_0$ ; para las ondas magnetosónicas rápidas y lentas consideraremos  $\delta\vec{v}$  y  $\delta\vec{B}$  en el mismo plano que  $\vec{k}$  y  $\vec{B}_0$ . Bajo estas consideraciones, retornemos a la ecuación (2.15) y añadamos la condición  $\delta\vec{v}$  paralelo a  $\vec{k}$  y a  $\vec{v}_A$ , entonces para este caso, existe una onda magnetosónica lenta (onda longitudinal), cuya velocidad de fase ( $v$ ) es igual a la del sonido  $C_s$ , es decir:

$$v = \frac{\omega}{k} = C_s \quad (2.20)$$

Para este tipo de onda no existe un campo eléctrico, densidad de corriente eléctrica y campo magnético, asociadas a ellas (Bittencourt, 1986). La figura 2.3, muestra una onda lenta en la que, la velocidad de flujo de masa esta en la dirección de propagación.

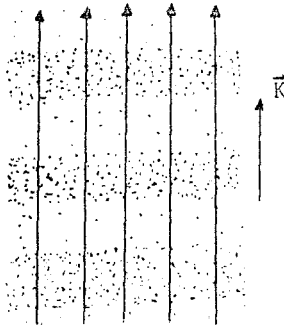


Fig 2.3.-Onda magnetosónica lenta, propagándose a lo largo de las líneas de campo magnético en un fluido conductor compresible. Los puntos representan el comportamiento de las partículas.

Nótese, que de la ecuación (2.15) se encontraron dos tipos posibles de movimiento ondulatorio: alfvénico y magnetosónicas lentas.

Consideremos ahora el caso  $\vec{k} \perp \vec{v}_A$  ( es decir  $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ ) en la ecuación (2.14). Entonces  $\vec{k} \cdot \vec{v}_A = 0$ , por lo que, la ecuación se reduce a:

$$-\omega^2 v + (C_S^2 + v_A^2)(\vec{k} \cdot \delta \vec{v}) \vec{k} = 0 \quad (2.21)$$

de la que se obtiene:

$$\delta \vec{v} = (C_S^2 + v_A^2)(\vec{k} \cdot \delta \vec{v}) \vec{k} / \omega^2 \quad (2.22)$$

Por lo tanto si  $\delta \vec{v} \parallel \vec{k}$ , la solución es una onda longitudinal, magnetosónica rápida, con velocidad de fase

$$\frac{\omega}{k} = (C_S^2 + v_A^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

Es decir, esta onda se propaga con una velocidad que depende de la suma de las presiones hidrostática y magnética.

La fluctuación magnética asociada con las ondas magnetosónicas rápidas, puede ser obtenida de 2.10(c), encontrándose que es igual a (2.19), salvo por el signo, que en este caso resulta ser positivo.

La fluctuación eléctrica ( $\delta \vec{E}$ ), para este tipo de ondas es-  
ta dado, al igual que las alfvénicas, por (2.18).

Las ondas magnetosónicas rápidas, que se mueven perpendicular a  $\vec{B}_0$ , producen compresiones y enrarecimientos en las líneas de fuerza, sin cambiar su dirección (figura 2.4).

La velocidad de fase de estas ondas es independiente de la frecuencia, por lo que son no dispersivas.

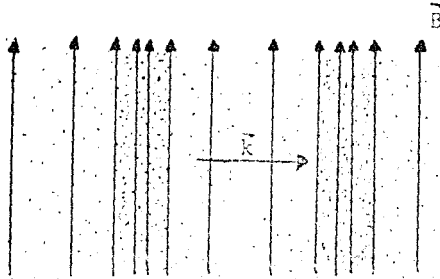


Fig 2.4.-Onda magnetosónica rápida, propagándose perpendicular al campo magnético, causando compresiones y rarefacciones tanto en las líneas de campo, como en el fluido conductor.

La relación de dispersión, para el caso general de ondas magnetosónicas rápidas y lentas, en el que  $\vec{k}$  y  $\vec{v}_A$  están formando un ángulo  $\theta$ , es (Bittencourt, 1986, ec. 5.13):

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)_{\pm}^2 v_A^2 = \frac{1}{2} \left\{ C_S^2 + v_A^2 \pm [(C_S^2 + v_A^2)^2 - 4C_S^2 v_A^2 \cos^2 \theta]^{1/2} \right\} \quad (2.24)$$

donde el signo superior (+), define las ondas rápidas, y el inferior las ondas lentas. La figura 2.5 ilustra las variables involucradas en las ondas rápidas.

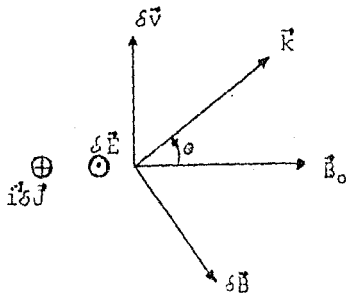


Fig 2.5.-Relación entre las distintas variables que caracterizan las ondas magnetosónicas rápidas.

Finalmente en la tabla 2.1 se resumen las características principales de las ondas MHD estudiadas.



TABLA 2.1			
ONDAS MHD			
	ALFVENICAS	MAGNETOSONICAS RAPIDAS	MAGNETOSONICAS LENTAS
Velocidad de Fase	$v_A$	$v_A + C_s$	$C_s$
Tipo de Onda	Transversal no dispersiva	Longitudinal no dispersiva	Longitudinal no dispersiva
Relación entre $\delta\vec{v}$ y $\vec{k}$	$\delta\vec{v} \perp \vec{k}$	$\delta\vec{v} \parallel \vec{k}$ (caso ideal) $\delta\vec{v}$ forma un $\theta$ con $\vec{k}$ (caso general)	$\delta\vec{v} \parallel \vec{k}$
Relación entre $\vec{k}$ y $\vec{B}_0$ (caso ideal)	$\vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\vec{k} \perp \vec{B}_0$	$\vec{k} \perp \vec{B}_0$
Perturbación Magnética.	$\delta\vec{B} = -\frac{\vec{k} \times \vec{B}_0}{\omega} \delta\vec{v}$	$\delta\vec{B} = \frac{\delta\vec{v}}{(\omega/k)} \vec{B}_0$	0
Efecto sobre las líneas de campo magnético	no las comprime	las comprime, sin cambiar su dirección	altamente comprimidas
Dominio en la microestructura del VS.	~50% de las veces	Frecuentemente observadas	no han sido observadas

### 2.3 ONDAS MHD EN EL VIENTO SOLAR.

El estudio de ondas MHD en el VS es de interés por varias razones, quizá la principal sea la posibilidad de que su inclusión en los modelos de VS pueda ayudar a un completo entendimiento de la dinámica del VS. De hecho, se sabe que la mayoría de estudios de ondas y turbulencia en el VS fue motivado por discrepancias entre el VS observado a 1UA y las condiciones predichas, basados en modelos teóricos simples; la idea es que las ondas MHD son un elemento importante que no debe ser omitido de modelos simples. Otra razón importante, es que el espacio interplanetario es el único medio donde podemos estudiar un plasma con propiedades térmicas especiales, altamente rarificado, poseedor de una conductividad eléctrica infinita y considerado sin colisiones.

Desde los primeros estudios del VS alrededor de los 50's, surgió la posibilidad de la existencia de ondas en el plasma interplanetario, las cuales vendrían a jugar un importante papel en la descripción del estado físico del VS. Parker, desde su primer artículo en 1958, hizo notar que al arrastrar el VS al CMI, se inducían anisotropías térmicas que podrían generar ondas MHD de baja frecuencia (Parker, 1958).

La ecuación (2.17) muestra la relación existente entre las perturbaciones de la velocidad y del campo magnético asociadas con una onda de Alfvén. Esta relación fue utilizada para identificar la presencia de ondas de Alfvén en el VS (Hollweg, 1975). Los primeros estudios fueron hechos por Coleman en 1967, usando el autoespectro y el espectro cruzado del campo magnético con las fluctuaciones de velocidad en el VS. Este autor encontró que el espectro cruzado fue consistente con (2.17) y de esta manera corroboró la presencia de ondas de Alfvén en el VS. Basándose en sus observaciones de anticorrelación (correlación) de  $\delta\vec{v}$  y  $\delta\vec{B}$ , cuando  $B_0$  apuntaba hacia fuera (hacia adentro) del

Sol, concluyó que las ondas se propagaban predominantemente hacia fuera del Sol.

Posteriormente, Belcher y Davis (1971) realizaron varios análisis del tipo Coleman y concluyeron que las ondas de Alfvén dominan la microestructura del VS en ~50% de los datos analizados. También fueron capaces de mostrar que las ondas observadas se propagan predominantemente hacia fuera del Sol, lo cual significa que pueden tener su origen en el mismo Sol, y por lo tanto, ayudar a conocer las condiciones físicas de la superficie solar.

Por otra parte las ondas magnetosónicas rápidas en el VS han sido también identificadas por Whang y Ness (1970), y Burlaga (1968-1971), entre otros. Sin embargo las ondas magnetosónicas lentas no han sido observadas, se piensa que esto se debe a que ellas son fuertemente amortiguadas, al transferir su energía a las partículas del medio interplanetario.

En resumen, las ondas magnetosónicas lentas no han sido observadas en el VS, las rápidas son observadas ocasionalmente y las ondas de Alfvén son frecuentemente observadas.

## CAPITULO III

### LOS SATELITES HELIOS

En 1966, científicos de la RFA y de EUA tuvieron la iniciativa de preparar un gran proyecto espacial con carácter puramente científico, y consistía en explorar las propiedades del espacio interplanetario, comprendido entre el Sol y la Tierra, y determinar como el Sol influye constantemente en estas propiedades.

El proyecto fue difícil de llevar a cabo, dado que éste tenía contemplado acercarse lo máximo posible al Sol, por lo que los satélites tenían que ser sometidos a altas y diferentes temperaturas. Finalmente el proyecto fue hecho realidad, mediante el lanzamiento de dos satélites, a los que se les dió el nombre de HELIOS 1 y HELIOS 2, respectivamente. El HELIOS 1 fue puesto en órbita el 10 de diciembre de 1974, y el HELIOS 2, el 15 de enero de 1976. Ambos fueron puestos en una órbita eclíptica alrededor del Sol.

Pero ¿Por qué el nombre "HELIOS"? HELIOS es un nombre de la mitología Griega y significa, "cruzando el firmamento en forma ardiente". De acuerdo a ésta, HELIOS fue el que aportó la luz y el calor. La asignación del nombre "HELIOS" revela la naturaleza de la misión para la que fueron creados los satélites, es decir, una investigación mediante satélite lo más cercano al Sol, para de esta manera conocer más detalladamente los fenómenos asociados con el Sol, y su repercusión sobre la Tierra.

Los satélites HELIOS, pese a la poca publicidad que tuvie-

ron, nos han proporcionado información acerca del Sol y del medio interplanetario dentro de la órbita terrestre, que no ha sido obtenida por ningún otro medio.

El conocimiento acerca del proyecto y los logros de esta misión son muy poco conocidos en nuestro país y es por ello que consideramos importante hacer un planteamiento general de ellos en este capítulo, que está basado en la publicación "10 Years HELIOS" editada por la DFVLR en 1984.

### 3.1 LA MISION DE LOS HELIOS

Las órbitas de los satélites HELIOS y sus posiciones relativas del uno al otro, así como las órbitas de los tres planetas interiores, Mercurio, Venus y Tierra se muestran en la figura 3.1, en ella se observan las órbitas elípticas descritas por los satélites.

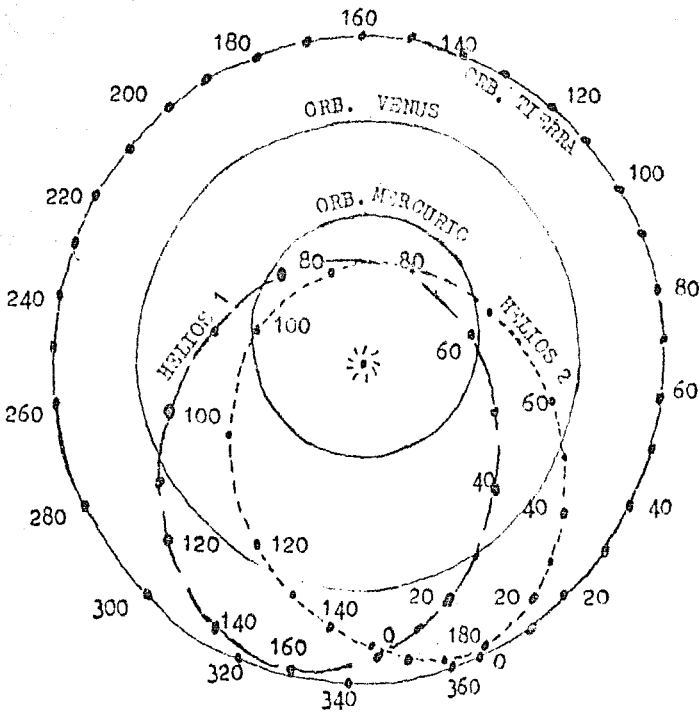


Fig 3.1.-Órbitas de los sátelites HELIOS 1 y 2.

Las órbitas de los HELIOS se establecieron casi en el mismo plano de traslación de la Tierra, es decir, sobre el plano de la eclíptica; para completar una revolución el HELIOS 1 tardó 190 días, entanto que el HELIOS 2 lo hizo en casi 187 días. La comunicación entre la Tierra y el HELIOS 2, terminó en enero de 1981, y con el HELIOS 1 terminó en 1985.

Las tareas de investigación fueron llevadas a cabo mediante 10 instrumentos llevados a bordo. Estas fueron:

- Un analizador de partículas (protones, partículas alfa, electrones) del VS, con el que se midió la rapidez, la dirección, así como el número de partículas observadas (experimento 1)
- DOS MAGNETOMETROS, CON LOS CUALES EL CAMPO MAGNETICO PERMANENTE Y SUS PEQUEÑAS VARIACIONES FUERON MEDIDAS (experimento 2 y 3).
- UN MAGNETOMETRO PARA OBSERVACION DE GRANDES CAMBIOS REPENTINOS DEL CAMPO MAGNETICO (experimento 4).
- Una antena con la que se captaron las radioondas, para la observación de cambios lentos y rápidos del campo eléctrico (experimento 5).
- Un conjunto de telescopios detectores de partículas, para la determinación del número, dirección y energía de las partículas atómicas de media y alta energía (radiación cósmica)(experimentos 6,7 y 8).
- Un instrumento adicional sobre el HELIOS 2, para registrar estallidos de rayos gamma (ondas electromagnéticas de corta longitud de onda  $\sim .012 \text{ \AA}$ ).
- Un monitor para detectar el espectro de rayos X (0.1 a 100  $\text{ \AA}$ ) que emite el Sol (experimento 7).

- Tres fotómetros muy sensibles para detectar la luminosidad en tres direcciones (experimento 9).
- Dos instrumentos para registrar y analizar partículas en forma de polvo que se introducen al sensor (experimento 10).

Las señales transmitidas por los HELIOS recorrieron aproximadamente una distancia máxima de 300 millones de Km (en el afelio) para que éstas llegaran a las estaciones terrestres. En su recorrido, las señales fueron expuestas a perturbaciones cuando pasaron a través de la vecindad del Sol. Ahí la materia del espacio interplanetario es especialmente caliente, densa y turbulenta, por tal motivo se hizo un examen de los disturbios en las señales al recibirlas en la Tierra, para de esta manera conocer las características del medio interplanetario, dentro de la órbita terrestre, y especialmente en regiones próximas al Sol.

Cuando ocurrió el primer afelio (~1.CUA), el Sol se localizaba entre el HELIOS 1 y la Tierra, motivo por el que hubo un largo período de comunicación interrumpida (~20 días para el HELIOS 1). Este problema se repetía cada año, al completar el satélite dos órbitas alrededor del Sol y la Tierra una sola.

### 3.2 DIFERENCIAS ENTRE HELIOS 1 Y HELIOS 2

Basados en la trayectoria orbital del HELIOS 1, algunas modificaciones en la órbita del HELIOS 2 fueron hechas.

Tanto el HELIOS 1 como el 2 circundaron sobre el plano de la eclíptica, con el eje de giro (dirección del mástil de la antena) casi perpendicular a la eclíptica. Para la misión HELIOS 1 el eje de giro apuntó hacia el Norte Solar, entanto que el eje de giro del HELIOS 2 señaló hacia el Sur (figura 3.2).



Aunado a esto se mejoró el alineamiento de las boquillas de precesión, implementándose diferentes bandas de frecuencia en las operaciones de los HELIOS 1 y 2. Todo ésto fue hecho con el fin de minimizar los efectos de acoplamiento cruzado durante la evolución de la posición de los satélites, es decir, esto contribuyó a reconocer en las estaciones terrestres, cual señal venía del HELIOS 1 ó 2.

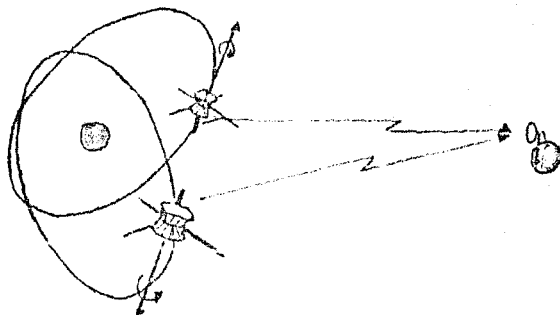


Fig 3.2.- Posición relativa de los satélites HELIOS

Para eliminar la emisión secundaria de electrones de los canales de la antena de alta ganancia (efecto multiplicador, causante de severas interferencias en los experimentos 1 y 5), los canales alimentadores fueron modificados en el HELIOS 2. Para asegurar el despliegue de la antena del experimento 5 (el cual había fallado en el HELIOS 1), el detector de iones preservó el diseño, pero con fuertes protecciones adicionales. Finalmente se hicieron algunas mejoras en el diseño térmico para que el HELIOS 2 tuviese un acercamiento un poco más cercano al Sol ( $\sim .29UA$ ).

Finalmente en la tabla.3.1, se muestra la secuencia seguida por las misiones HELIOS 1 y 2.

TABLA 3.1  
RESUMEN MISION HELIOS

	HELIOS 2	HELIOS 1
Fecha lanzamiento	15 Ene. 76	10 Dic. 74
Orbita: Inclinación	0.039°	0.0011°
	con respecto a la eclíptica	
Afélio	0.983 UA	0.985 UA
Perihelio	0.290 UA	0.309 UA
Periodo	187 días	190 días
Tiempo de vida:		
Inicio	17 mayo 76	17 abril 75
Fin	7 enero 81	mayo 85
Dimensiones:		
Diámetro máximo		2.77m
Inclinación de la antena		4.20m
Brazo del magnetómetro		9.35m
Antena del exp.5		31.30m
Peso total	3766Kg	3712Kg
Control de posición:		
Intervalo de giro		60±1rpm
Estabilización		giro por gases frios activos y control del eje de rotación
Frecuencia de Transmisión	2295,370MHz	2297,592MHz
Número de comandos		256
Frecuencia de recepción	2113,653MHz	2114,699MHz
Número de experimentos		10 activos, 2 pasivos
Participación		7 RFA, 3 EUA + 2 pasivos de cooperación multinacional

### 3.3 EXPERIMENTOS DE CAMPO MAGNETICO

Concentrémonos ahora en los experimentos 2, 3 y 4, los cuales son los de interés en esta tesis, es decir, los referentes a medidas de campo magnético.

F.M. Neubauer, G.Musmann y G.Dehmel fueron los responsables del diseño, operación y resultados de los 3 magnetómetros a bordo, a saber, un magnetómetro de flujo (exp 2) y el diseño y construcción del embobinado del magnetómetro del exp 4. El otro magnetómetro de flujo (exp 3) fue construido por la NASA en cooperación con la Universidad de Roma, Italia (los datos analizados en esta tesis, fueron registrados por uno de estos magnetómetros de flujo).

Resultados del experimento 2 mostraron bajas variaciones del CMI, arriba de 4 Hz, entanto que para el experimento 4 el intervalo de medida se extendio hasta arriba de 2.2 KHz.

El experimento 2 fue desarrollado en la Universidad de Braunschweig, RFA, y consiste de un magnetómetro de flujo junto con un mecanismo de aleta, permitiendo la calibración automática de los tres ejes ortogonales del magnetómetro. Estas partes del experimento fueron montadas sobre un brazo largo para evitar disturbios magnéticos ocasionados por el resto del satélite. La electrónica del experimento, para controlar su funcionamiento y registrar y manejar los datos, se encontraba en el compartimiento central del satélite. El experimento sobre el HELIOS 1 trabajo perfectamente hasta mayo de 1985, fecha en el que debido al servicio dado y altas temperaturas a la que fue sometido, se averió el mecanismo de aleta. Sobre el HELIOS 2 el experimento trabajó perfectamente hasta que se perdió toda comunicación con éste, el 13 de marzo de 1980.

Las observaciones del HELIOS 1 comenzaron desde la fecha de

su lanzamiento. El monitoreo de la configuración de la estructura completa del CMI tuvo que esperar hasta que el satélite completó una órbita, confirmando su estructura espiral arquimedeaniana de acuerdo al concepto de campo magnético congelado (vease apéndice A). Además se comprobó que la componente radial del campo es decreciente y aproximadamente proporcional al cuadrado de la distancia cuando viaja hacia fuera del Sol. Se confirmó que la componente azimutal decrece linealmente, como se vio en la sección 1.7.

Los HELIOS sobrevolaron la región comprendida entre  $7^{\circ}.3$  Sur y  $7^{\circ}.3$  Norte, por lo que se pudo monitorear la configuración "ondulada" de la hoja de corriente (sección 1.7), como la mostrada en la figura 3.3.

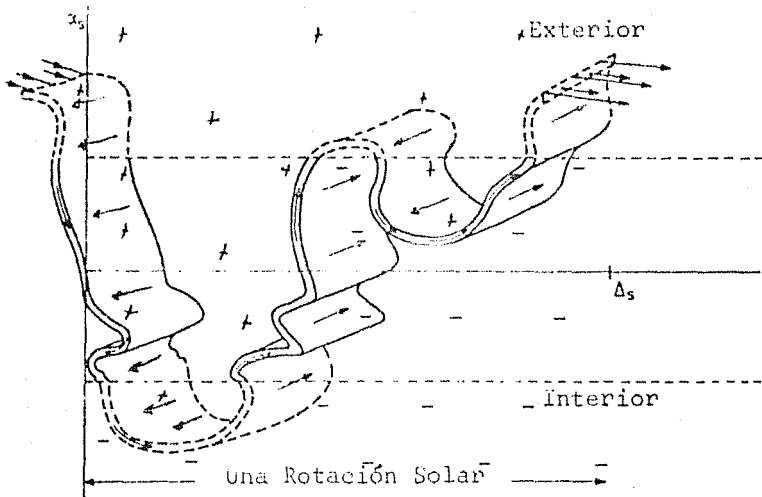


Fig 3.3.- Hoja de corriente, como frontera de ambas polaridades.  $\alpha_s$  representa la latitud heliográfica y va de  $\sim 15^{\circ}$  en el hemisferio Norte, hasta  $\sim 30^{\circ}$  en el hemisferio Sur.  $\Delta_s$  es la longitud heliográfica en tiempos quietos.

Por lo que respecta al experimento 4, contribuyó especialmente en la resolución detallada de la estructura de las perturbaciones del CMI, después de suscitarse una ráfaga solar.

El experimento 3 tuvo como objetivo medir con gran precisión el vector de campo magnético, mediante un magnetómetro de flujo triaxial. Para lograr esto, no obstante las grandes variaciones ocurridas, cuatro escalas diferentes de medida fueron utilizadas, cambiándose una escala por otra automáticamente mediante un control interno. El instrumento fue montado sobre el extremo de un brazo de 2.5m de longitud, lo que redujo al máximo la interferencia con el resto del satélite. Una característica adicional del experimento fue la colocación de un dispositivo para rotar periódicamente el instrumento (una vez cada 36 hr) en 90° alrededor de uno de los sensores. Este arreglo tuvo como finalidad permitir una evaluación en vuelo de los campos residuales debidos al satélite.

Los estudios realizados en el experimento 3, fueron fundamentalmente los siguientes:

- 1.-Variación espacial del campo magnético, comparandose con teorías de la dinámica de ondas de choque, ráfagas y VS.
- 2.-Estructura sectorial cuasi-estacionaria, relacionada al campo fotósferico solar, y al origen de las ráfagas y choques.
- 3.-Origen de filamentos y discontinuidades, así como el estudio de sus propiedades físicas; su evolución con la distancia al Sol; y/o latitud heliógrafica.
- 4.-Propagación de rayos cósmicos e interacción con el campo magnético.
- 5.-Espectro de frecuencia (midiendo longitudes de onda del es-

pectro debidos a la convección del medio a su paso por el satélite); perfiles de onda; naturaleza de las fluctuaciones y su origen; interacciones; movimiento; y variación con la distancia.

En resumen, las misiones HELIOS nos han proporcionado nuevos hallazgos que han incrementado nuestro conocimiento de la física del medio interplanetario, y han sido una de las más grandes aventuras en el espacio, desde el punto de vista científico y tecnológico.

En particular, los satélites HELIOS nos han proporcionado valiosa información de los fenómenos magnéticos sucedidos dentro del intervalo .29UA - 1UA, que han venido a afirmar (por ejemplo la teoría de Parker) ó rechazar (por ejemplo la teoría de Wilcox y Ness de sectores magnéticos) varias teorías que no habían podido ser sometidas a prueba mediante resultados experimentales en el intervalo de espacio mencionado. Al mismo tiempo han sumado ó corroborado las observaciones hechas por satélites antecesores a ellos, lo cual es de vital importancia para tener una panorámica global del comportamiento del CMI, del VS, de Rayos Cósmicos, etc.

## CAPITULO IV

### ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO

Es difícil encontrar alguna rama de las ciencias básicas que no involucre el estudio de datos obtenidos experimentalmente, mediante el uso de análisis de series de tiempo. Una serie de tiempo es una función  $x$ , aleatoria o no determinista de una variable independiente  $t$ . En la mayoría de las ocasiones, la función  $x(t)$  es una función del tiempo, pero en otras situaciones puede ser también una función de algún otro parámetro físico, por ejemplo, el espacio.

La principal característica de una serie de tiempo es que su comportamiento futuro no puede ser exactamente predicho, como lo sería en el caso de una función determinista. Por tal motivo, su análisis estadístico desempeña un importante papel en el conocimiento de sus características.

El análisis de variaciones del CMI, a tratarse en el siguiente capítulo, no escapa a la utilización de algunas nociones estadísticas, asociadas con el análisis de series de tiempo, tales como, la de un proceso aleatorio estacionario y ergódico, funciones de covarianza, autocorrelación, espectro de potencia y densidad espectral. Esta última, es la utilizada al hacer el análisis de variaciones del CMI, e involucra además de los conceptos de análisis estadístico de una serie de tiempo, el de análisis de Fourier. Estos conceptos, dado su importancia para la comprensión del análisis de variaciones del CMI son tratados detalladamente en este capítulo.

#### 4.1 ANALISIS DE FOURIER

El análisis de Fourier, cuyo origen se remonta a las series del mismo nombre, y las cuales son la base para la obtención de la Transformada de Fourier, constituye una herramienta importante en el estudio de fenómenos físicos variantes en el tiempo, cuyo comportamiento se puede describir mediante una su perposición de términos armónicos, es decir, mediante una serie de senos y cosenos; tal que:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} a_q \cos qx + \sum_{q=1}^{\infty} b_q \operatorname{sen} qx \quad (4.1)$$

endonde el primer término constante ( $a_0$ ), es el valor promedio de  $f(x)$  sobre el intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Los coeficientes de expansión  $a_q$  y  $b_q$  quedan determinados por:

$$\left. \begin{aligned} a_q &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos qx \, dx \\ b_q &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \operatorname{sen} qx \, dx \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

El proceso de determinación de los coeficientes  $a_q$  y  $b_q$  para una función periódica  $f(x)$ , recibe el nombre de "Análisis de Fourier".

Las condiciones impuestas a  $f(x)$  para lograr que (4.1) sea válida, son que  $f(x)$  tenga solamente un número finito de valores extremos, máximos y mínimos. Estas condiciones se conocen como condiciones de Dirichlet. En la gran mayoría de los problemas físicos que implican las series de Fourier, estas condiciones se satisfacen.



Para un mayor detalle de las propiedades de las series de Fourier, se pueden consultar, por ejemplo, los libros de Arfken (1985), y Churchill (1963), entre otros.

Para el caso general en el que  $f(x)$  tenga un período diferente de  $2\pi$ , digamos  $2L$ , podemos escribir (Arfken, 1985):

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^n [a_q \cos \frac{q}{L} x + b_q \operatorname{sen} \frac{q}{L} x] \quad (4.3)$$

con

$$\left. \begin{aligned} a_q &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{q}{L} x \, dx & q=0,1,2,3,\dots \\ b_q &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \operatorname{sen} \frac{q}{L} x \, dx & q=1,2,3,\dots \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Analicemos ahora el significado físico de hacer un análisis de Fourier (Hecht, Zajac, 1977), recordando que una perturbación no armónica puede representarse en término de funciones armónicas, mediante este tipo de análisis, permitiéndonos sintetizar algunos perfiles de onda de la perturbación no armónica a través del uso de un número de funciones senoidales, cuyas amplitudes, longitudes de onda ( $\lambda$ ), y fases relativas, han sido juiciosamente seleccionadas. Así una función  $f(x)$ , con período espacial  $\lambda$  se puede sintetizar por la suma de funciones armónicas cuyas longitudes de onda sean submúltiplos enteros de  $\lambda$  (es decir  $\lambda, \lambda/2, \lambda/3, \dots$  etc).

Reescribiendo la ec(4.3) en términos de  $\lambda$ , se tiene:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} [a_q \cos \frac{2\pi}{\lambda} qx + b_q \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda} qx] \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} [a_q \cos qkx + b_q \operatorname{sen} qkx] \end{aligned}$$

con  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  el número de onda, y

$$a_q = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \cos qkx \, dx$$

$$b_q = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \sin qkx \, dx$$

Podemos pasar al dominio del tiempo para encontrar  $f(t)$ , simplemente cambiando  $kx$  por  $\omega t$ , siendo  $\omega$  la frecuencia angular de la función periódica  $f(t)$  conocida como la fundamental. Esta es la frecuencia más baja del término coseno y aparece cuando  $q=1$ . Las frecuencias  $2\omega$ ,  $3\omega$ ,  $4\omega$ , etc. se conocen como armónicas de la fundamental y están asociadas con  $q = 2, 3, 4, \dots$  etc.

La forma de generalizar el método de las series de Fourier para incluir funciones no periódicas, es decir para  $\lambda \neq \text{cte}$ , es hacer tender  $\lambda$  a infinito, de tal manera que recordando que una integral es en realidad el límite de una suma cuando el número de elementos va al infinito y su tamaño tiende a cero, entonces podemos reemplazar la serie de Fourier, por la llamada integral de Fourier, es decir:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\infty} a(k) \cos kx \, dk + \int_0^{\infty} b(k) \sin kx \, dk \right] \quad (4.5)$$

siempre que

$$a(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \cos kx' \, dx' \quad (4.6)$$
$$b(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \sin kx' \, dx'$$

Aquí la cantidad  $x'$  es una variable muda sobre la que es llevada la integración, de tal forma que ni  $a(k)$  y  $b(k)$  son funciones explícitas de  $x'$  (Hecht, Zajac, 1977).

Las cantidades  $a(k)$  y  $b(k)$  se interpretan como las amplitudes de las contribuciones seno y coseno en el intervalo de frecuencia espacial angular  $k$  y  $k+dk$ . Generalmente se dice que ellas son las "Transformadas seno y coseno de Fourier", respectivamente.

Las transformadas seno y coseno de Fourier pueden ser representadas por una sola expresión exponencial compleja. Para la obtención de ésta se siguen una serie de pasos que pueden consultarse por ejemplo, en el libro de Arfken(1985). Al realizar éstos, se obtiene la forma compleja de la integral de Fourier, quedando representada por:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{-ikx} dk \\ \text{siempre que:} \\ F(k) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{ikx'} dx' \end{aligned} \right\} (4.7)$$

Se dice que la función  $F(k)$  es la transformada de Fourier de  $f(x)$ .

Si  $f$  es una función del tiempo, en vez del espacio, únicamente tendríamos que reemplazar  $x$  por  $t$ , al igual que la frecuencia espacial angular ( $k$ ), por la frecuencia temporal angular ( $\omega$ ).

Si escribimos  $f(x)$  como una suma de funciones, su transformada será la suma de las transformadas de las componentes individuales de las funciones.

#### 4.2 PROCESO ALEATORIO ESTACIONARIO Y ERGODICO

Si en cierto experimento no determinista se obtienen los resultados  $\xi_1$ , y a cada uno de estos valores le asociamos, de acuerdo con alguna regla, una función del tiempo (llamada función de prueba)  $x(t)$ , entonces tendremos una familia de funciones de prueba  $x_i(t)$ , una para cada  $\xi_1$ . Esta familia de funciones de prueba, constituyen un "proceso aleatorio" ó "proceso estocástico" (Papoulis, 1968).

Los procesos aleatorios pueden ser clasificados como estacionarios o no estacionarios. A su vez, un proceso aleatorio estacionario puede ser adicionalmente categorizado como ergódico o no ergódico.

Un proceso aleatorio estacionario es aquel que dado el conjunto de funciones de prueba  $x_i(t)$  que lo constituyen, y dados su valor medio ( $\mu_x(t_i)$ ) y su función de autocovarianza ( $C_x(t_i, t_i + \tau)$ ) a un cierto tiempo  $t_i$ , se cumple que los valores de estas dos cantidades no varían conforme variamos  $t_i$ .

$$\mu(t_i) = E[x_i(t_i)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_i) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} C_x(t_i, t_i + \tau) &= E[(x_i(t_i) - \mu_x(t_i))(x_i(t_i + \tau) - \mu_x(t_i + \tau))] \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i(t_i) - \mu_x(t_i))(x_i(t_i + \tau) - \mu_x(t_i + \tau)) \quad (4.9) \end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor medio es una constante, y la función de autocovarianza es dependiente únicamente del incremento de tiempo  $\tau$  sobre el que se tomó la muestra ( $\mu_x(t_i) = \mu_x$ ;  $C_x(t_i, t_i + \tau) = C_x(\tau)$ ) (Jenkins, 1968).

Algunas veces es conveniente, cuando comparamos series con diferentes escalas de medida, dividir la ec(4.9), entre la va-

rianza  $\sigma_x^2$ :

$$\sigma_x^2 = C_x(0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k(t) - \mu_x)^2 \quad (4.10)$$

Al hacer esto, estamos normalizando la función de autocovarianza, y definiendo una nueva función, llamada de autocorrelación ( $R_x(\tau)$ ), que para el caso estacionario queda expresada por (Jenkins, 1968):

$$\begin{aligned} R_x(\tau) &= E[x_k(t)x_k(t+\tau)] = \frac{C_x(\tau)}{C_x(0)} = \frac{C_x(\tau)}{\sigma_x^2} = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k(t))(x_k(t+\tau)) \end{aligned} \quad (4.11)$$

En general, la función de autocovarianza queda relacionada con la de autocorrelación, por la expresión (Bendat y Piersol, 1971)

$$C_x(\tau) = R_x(\tau) - \mu_x^2 \quad (4.12)$$

Como se puede observar para  $\mu_x = 0$ ,  $C_x(\tau) = R_x(\tau)$ .

La función de autocorrelación  $R_x(\tau)$  es útil en algunas situaciones, porque nos da una idea del modo como la dependencia en la serie va disminuyendo al aumentar la separación  $\tau$  entre los puntos en la serie.

Por otra parte, es también posible describir las propiedades de un proceso aleatorio estacionario mediante el cálculo de promedios en el tiempo sobre las diferentes funciones de prueba en el conjunto. Así, consideremos la  $k$ -ésima función de prueba y partamos del hecho de que el proceso aleatorio  $x(t)$  es estacionario. Entonces para este caso:

$$\mu_x^k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) dt \quad (4.13)$$

$$C_x(\tau, k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x_x(t) - \mu_x(t, k)][x_x(t+\tau) - \mu_x(t, k)] dt \quad (4.14)$$

Si  $\mu_x(k)$  y  $C_x(\tau, k)$  no difieren cuando calculamos sobre las diferentes funciones de prueba, el proceso aleatorio estacionario es llamado además, "ergódico". Entonces podemos representar  $\mu_x(k) = \mu_x$  y  $C_x(\tau, k) = C_x(\tau)$ .

Bajo estas condiciones, tenemos que el valor medio  $\mu_x$  lo podemos escribir, como:

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (4.15)$$

y para un intervalo finito,  $t_2 - t_1$ :

$$\mu_x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt \quad (4.16)$$

Expresiones análogas para el caso de T finito, representan a  $C_x(\tau)$  y  $R_x(\tau)$ .

### 4.3 EL ANALISIS DE ESPECTRO DE POTENCIA

Bajo las condiciones de estacionaridad y ergodicidad del proceso aleatorio, el espectro de potencia del proceso  $x(t)$ , queda definido por (Bendat y Piersol, 1971).

$$\Gamma_x(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2 \quad f \geq 0 \quad (4.17)$$

Siendo una expresión equivalente la obtenida a partir del teorema de Wiener-Khinch (vease Jenkins, 1968), a saber:

$$\Gamma_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} C_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = 2 \int_0^{\infty} C_x(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau \quad (4.18)$$

la segunda igualdad existe, dado que  $C(-\tau) = C(\tau)$ .

Es decir, el espectro de potencia ( $\Gamma_x(f)$ ) de un proceso aleatorio estacionario y ergódico  $x(t)$ , lo definimos como la transformada de Fourier de su función de autocovarianza  $C(\tau)$  (Jenkins, 1968).  $\Gamma_x(f)$  es de gran utilidad en la descomposición de fluctuaciones de algún evento físico en sus partes armónicas, de las cuales a través de este tipo de análisis se encuentra su contribución energética.

Como se observa, el análisis espectral, involucra el uso de dos temas muy importantes, el de análisis estadístico de una serie de tiempo, y el de análisis de Fourier, descritos en las secciones anteriores.

Haciendo uso de la transformada inversa de Fourier en (4.18), se obtiene:

$$C_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_x(f) e^{i\omega\tau} df \quad (4.19)$$

por lo que:

$$C_x(0) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_x(f) df \quad (4.20)$$

de aquí que  $\Gamma_x(f)$ , muestra como la varianza ó potencia promedio del proceso  $x(t)$ , queda distribuida sobre la frecuencia.

Si dividimos (4.18) entre su varianza ( $\sigma_x^2$ ), estamos normalizando  $\Gamma_x(f)$ , y definiendo una nueva función, llamada, "Función de Densidad Espectral", que resulta útil cuando comparamos series de tiempo, con diferentes escalas de medida.

$$R_x(f) = \frac{\Gamma_x(f)}{\sigma_x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_x(\tau)}{\sigma_x^2} e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau =$$

$$= 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4.21)$$

En la práctica,  $0 \leq f < \infty$ , por lo que para este caso se debe multiplicar (4.21) por 2 (Bendat y Piersol, 1971).

Como se observa, la función de densidad espectral, es la transformada de Fourier de su función de autocorrelación (Jenkins, 1968).

Respecto al análisis de Fourier, es importante hacer notar, que su manejo no resulta trivial cuando se aplica a series de tiempo, ya que este tipo de análisis está basado en la consideración de amplitudes, frecuencias y fases fijas. Las series de tiempo, por otra parte, están caracterizadas por cambios aleatorios de frecuencias, amplitudes y fases. De esta manera, en la práctica, difícilmente las ecuaciones (4.18) ó (4.21) pueden ser evaluadas directamente. Estas dificultades han venido solventándose al implementarse distintos métodos para su cálculo, siendo los tres utilizados, el de Blackman-Tukey, y los dos utilizados en el análisis espectral del CMI hecho en esta tesis, el de Transformada Rápida de Fourier (FFT), y el de Varianza Anidado (VA), los cuales serán descritos a continuación.

#### 4.3.1 METODO DE BLACKMAN-TUKEY

El método de Blackman-Tukey ó "estándar", está basado en el cálculo de densidad espectral  $R_x(f)$  (ó espectro de potencia en el caso no normalizado), vía la transformada de Fourier de su función de autocorrelación. Una estimación aproximada  $\tilde{R}_x(f)$  del valor  $R_x(f)$  de un registro de  $N$  datos  $x(t)$  estacionario y ergódico, con  $\bar{x} = 0$ , y para una frecuencia arbitraria  $f$  en el intervalo  $0 \leq f \leq f_c$  está dada por:

$$\tilde{R}_x(f) = 2h[\hat{R}_0 + 2 \sum_{\tau=1}^{N-1} \hat{R}_\tau \cos\left(\frac{m\tau f}{F_c}\right) + \hat{R}_m \cos\left(\frac{m\tau f}{F_c}\right)] \quad (4.22)$$



donde  $h$  es el intervalo de tiempo entre uno y otro registro,  $\hat{R}_r$  es la función de autocorrelación a lag  $r$ ,  $m$  es el máximo número de lags,  $f_c = 1/2h$  es la frecuencia de corte, y  $\tilde{R}_x(f)$  es la aproximación del valor  $R_x(f)$  a frecuencia  $f$ . Nótese que  $\tilde{R}_x(f)$  es obtenida después del cálculo de la autocorrelación  $\hat{R}_r$  (véase apéndice B)..

La ec (4.22) es una aproximación discreta de la relación (4.21), con valor máximo de  $\tau$  dado por  $\tau_m = mh$ . Así:

$$\tilde{R}_x(f) = 2 \int_{-\tau_m}^{\tau_m} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = 2 \int_{-\infty}^{\infty} u_{\tau_m}(\tau) R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4.23)$$

donde  $u_{\tau_m}(\tau)$  esta definida por:

$$\begin{aligned} u_{\tau_m} &= 0 & \tau < -\tau_m \\ &= 1 & -\tau_m \leq \tau \leq \tau_m \\ &= 0 & \tau > \tau_m \end{aligned} \quad (4.24)$$

y su transformada de Fourier es conocida con el nombre de "función ventana".

$$\begin{aligned} U_{\tau_m}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} u_{\tau_m}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau = \\ &= \int_{-\tau_m}^{\tau_m} e^{-i2\pi f\tau} d\tau = 2\tau_m \left( \frac{\text{sen } 2\pi f \tau_m}{2\pi f \tau_m} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Un ejemplo de función ventana es el ilustrado en la figura 4.1.

Los valores de la función  $\tilde{R}_x(f)$  deben ser calculados únicamente a las  $m+1$  frecuencias discretas:

$$f = \frac{kf_c}{m} \quad k=0,1,2,\dots,m \quad (4.26)$$

A estas frecuencias discretas:

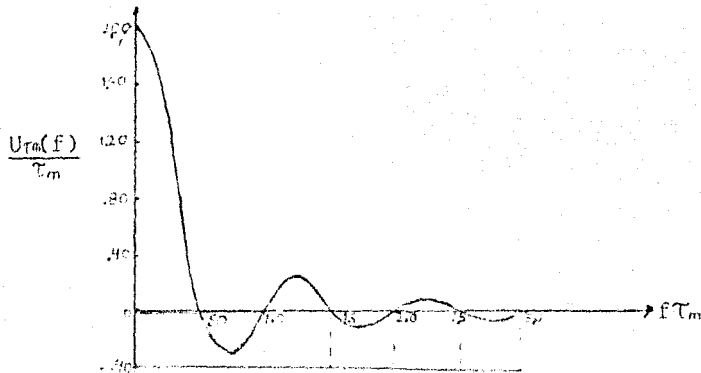


Fig 4.1.- Ilustración de la función ventana  $U_{\tau_m}(f)$ .

$$\tilde{P}_k = \tilde{P}_x\left(\frac{kf_c}{m}\right) = 2h[\hat{R}_0 + 2 \sum_{r=1}^{m-1} \hat{R}_r \cos \frac{nrk}{m} + (-1)^k \hat{R}_m] \quad (4.27)$$

el índice  $k$  es llamado el "número armónico", y  $\tilde{P}_k$  es la aproximación de la densidad espectral a armónico  $k$ , correspondiente a la frecuencia  $f$ .

En el caso, que consideremos el número máximo de lags  $m$ , del orden del número de datos  $N$ , entonces este procedimiento necesitara aproximadamente  $N^2$  operaciones, entre multiplicaciones y sumas. No obstante, generalmente para disminuir el tiempo de computo por este método, se toma  $m < N$ , por lo que el número de operaciones para este caso es del orden de  $Nm$ . Del tiempo que se lleva en efectuar este número de operaciones, la mayoría es utilizado en el cómputo de la autocorrelación. El cálculo de la transformada de Fourier asociada, no requiere de mucho tiempo, ya que el lag máximo es regularmente pequeño, comparado con  $N$ .

Para mayor detalle del método de Blackman-Tukey, véase por ejemplo, Bendat y Piersol (1971) y Otnes y Enochson (1972).

#### 4.3.2 EL METODO TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER (FFT).

Para describir el método FFT, seguiremos el procedimiento he-  
cho por Bendat y Piersol (1971, Cap. 9).

Cambiando de notación en 4.7, sea  $f(x) = x(t)$  y  $F(k) = X(f)$ ,  
esto se puede hacer, puesto que  $k=2\pi f/v$  ( $v$ , velocidad de propa-  
gación de la onda). Entonces restringiendo los límites de inte-  
gración a un intervalo finito de tiempo  $(0, T)$  de  $x(t)$ , se tiene  
que la transformada de Fourier estará dada por:

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (4.28)$$

Como la muestra  $x(t)$  consta de  $N$  puntos igualmente espacia-  
dos por un tiempo  $h$  (8 seg en nuestros datos), y si  $t_0=0$ , enton-  
ces identificaremos los tiempos subsecuentes como  $t = nh$  (comen-  
zando con  $n=0$ ), y los datos de la serie a tiempo  $nh$  por:

$$x_n = x(nh) \quad n=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.29)$$

Entonces para  $f$  arbitrario, la versión discreta de la ecuación  
(4.28) es:

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp[-i2\pi f n h] \quad (4.30)$$

donde los valores de la frecuencia discreta para los cálculos  
de  $X(f, t)$  están dadas por:

$$f_k = k f_0 = \frac{k}{T} = \frac{k}{Nh} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.31)$$

Nótese que estas frecuencias discretas no son las mismas que  
las dadas por la ec (4.26), excepto cuando  $N=2m$ .

A frecuencias dadas por (4.31), las transformadas de Fourier, están dadas por:

$$X_k = \frac{X(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp[-i \frac{2\pi kn}{N}] \quad (4.32)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

El método FFT fue diseñado para calcular  $X_k$ , y es también utilizado para calcular los coeficientes  $a_q$  y  $b_q$  de la serie de Fourier correspondiente.

Para simplificar notación, llamemos:

$$W(u) = \exp[-i \frac{2\pi u}{N}] \quad (4.33)$$

observese que  $W(N) = 1$ , y para toda  $u$  y  $v$ :

$$W(u+v) = W(u)W(v) \quad (4.34)$$

denotemos igualmente

$$X(k) = X_k \quad \text{y} \quad x(n) = x_n \quad (4.35)$$

Entonces la ecuación (4.32) la reescribimos como:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W(kn) \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.36)$$

Como se observa esta última ecuación, que la identificamos como la Transformada de Fourier, requiere un total de aproximadamente  $N^2$  operaciones complejas entre multiplicaciones y sumas (donde una multiplicación y suma compleja = 4 multiplicaciones y sumas reales).

El método FFT esta basado en la representación de  $N$  como un producto de números enteros (diferentes de la unidad), para posteriormente calcular las transformadas de Fourier sobre los números que representan el producto. En particular, si  $N$  es el producto de  $p$  factores, se tiene:

$$N = \prod_{j=1}^p r_j = r_1 r_2 \dots r_p \quad (4.37)$$

Entonces se puede demostrar (vease Bendat y Piersol, 1971), que las  $X(k)$  de la ecuación (4.36) quedan determinadas por calculos iterativos, al sumar los  $p$  términos,

$(N/r_1)$						$4r_1^2$		
$(N/r_2)$	"	"	"	"	"	$4r_2^2$	"	"
⋮								
$(N/r_p)$	"	"	"	"	"	$4r_p^2$	"	"

De aquí, el número total de operaciones reales es:

$$4(Nr_1 + Nr_2 + Nr_3 + \dots + Nr_p) = 4N \sum_{j=1}^p r_j \quad (4.38)$$

Por lo tanto, la razón de rapidez de los procedimientos FFT con respecto al método de Blackman-Tukey ó "estándar", es:

$$\text{Razón de rapidez} = \frac{N^2}{4N \sum_{j=1}^p r_j} = \frac{N}{4 \sum_{j=1}^p r_j} \quad \text{Si } N \approx m \quad (4.39)$$

en el caso  $N < m$

$$\text{Razón de rapidez} = \frac{Nm}{4N \sum_{j=1}^p r_j} = \frac{m}{4 \sum_{j=1}^p r_j} \quad (4.40)$$

En particular, en el análisis espectral hecho en esta tesis,

se utilizó el procedimiento de Cooley-Tukey, que representa  $N=2^p$ , es decir, representa el número de datos como potencias de 2. Entonces  $\sum_{j=1}^p r_j = 2p = 2 \log N$ . De aquí que la razón de rapidez de la expresión (4.40) queda como:

$$\text{Razón de rapidez} = \frac{m}{8p}$$

Sin embargo, en la práctica se duplica la razón de rapidez, ya que los valores de  $W(kn)$ , cuando  $N$  es potencia de 2, toman los valores de +1 ó -1. Así, la razón de rapidez es:

$$\text{Razón de rapidez} = \frac{m}{4p} \quad (4.41)$$

Por ejemplo, si  $N=2^{13}=8192$ , y  $m=0.1N=819$ . entonces la razón de rapidez es  $(819/52) \approx 16$ .

Para mayor detalle del método visto en esta sección, veanse por ejemplo los libros de Bendat y Piersol(1971), Otnes y Enotchson(1972), y Popoulis(1968).

#### 4.3.3 METODO DE VARIANZA ANIDADO (VA)

Otra alternativa para realizar el análisis espectral, es con el llamado método de VA (Jenkins,1968). Este es ocasionalmente útil en la obtención de una estimación "aproximada" del espectro, y consiste en representar la varianza total de la serie (es decir la potencia media), de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2^n} \sum_{i=1}^{2^n} (x_i - \mu_x)^2 = \frac{1}{2^n} [S_2 + S_4 + S_8 + \dots + S_{2^n}] \quad (4.42)$$

endonde  $x_i$  es el valor del  $i$ -ésimo término ( $i=1,2,3,\dots,2^n$ ), y  $n$

es el número de varianzas parciales, cada una de las cuales esta representada por:

$$S_2 = \frac{(x_2 - x_1)^2}{2} + \frac{(x_4 - x_3)^2}{2} + \dots$$

$$S_{11} = \frac{(x_4 + x_3 - x_2 - x_1)^2}{4} + \frac{(x_8 + x_7 - x_6 - x_5)^2}{4} + \dots$$

$$S_8 = \frac{(x_8 + x_7 + x_6 + x_5 - x_4 - x_3 - x_2 - x_1)^2}{8} + \dots$$

$$S_{16} = \frac{(x_{16} + x_{15} + \dots + x_9 - x_8 - x_7 - \dots - x_1)^2}{16} + \dots$$

$$S_2 = \frac{(x_2^n + x_{2^{n-1}} + \dots + x_{2^{n-1}+1}^{(n-1)} - x_2^{(n-1)} - x_{2^{n-1}+2} - \dots - x_1)^2}{2^n}$$

Del desarrollo anterior, el espectro de potencia promedio sobre el intervalo de frecuencia  $1/2^{(p-1)}t - 1/2^p t$  con  $p=1,2,\dots,(n-1)$ , es:

$$\frac{1}{2^n} S_{2^p} \div \frac{1}{2^{(p-1)}t} = \frac{2^{(p-1)}t}{2^n} S_{2^p} \tag{4.43}$$

donde  $t$  es el intervalo de tiempo entre uno y otro registro de la serie. De esta manera, con este método se obtienen gráficas espectrales en forma escalonada, siendo el número de estos  $n-1$ .

Es importante hacer notar que si el número original de datos registrados de la serie esta comprendido entre  $2^{(n-1)}$  y  $2^n$ , entonces en la serie se deben incluir el número de ceros necesarios para completarla a  $2^n$  datos.

Las ventajas de utilizar el método de VA es que nos proporciona una estimación espectral igualmente espaciada en frecuen-

cia a escala logarítmica, y toma menor tiempo al hacer el cómputo, ya que únicamente se llevan a cabo  $2N$  operaciones (entre multiplicaciones y sumas), que es mucho menor que las  $4N \log_2 N$  operaciones requeridas en el método FFT (Owens, 1977). Por ejemplo, si  $N=2^{13}=8192$ , entonces a través del método de VA, se efectuarán  $2N=16,384$  operaciones, entanto que con el método FFT, serán llevadas a cabo  $4N \log_2 N = 425,984$  operaciones, es decir, 26 veces más operaciones.

No obstante el problema del método de VA, es que da solamente una estimación "global" del espectro, pues para un cierto intervalo de frecuencia se asigna un valor promedio de espectro de potencia (densidad espectral en el caso normalizado).



## CAPITULO V

### ANALISIS ESPECTRAL DE DATOS

#### DEL CMI

Dentro de la gran cantidad de datos de CMI registrados por los satélites HELIOS (véase sección 3.3), se procedera a analizar la información de tres días, que presentan, como se verá mas adelante, características ondulatorias diferentes. Estos días son: el día 101 (11 de abril de 1978) y 159(7 de junio de 1980), datos que fueron enviados por el satélite HELIOS 1; y del día 88(28 de marzo de 1976), datos tomados por el satélite HELIOS 2. Los datos fueron registrados a distancias heliocéntricas de .48UA, .37UA y .51UA, respectivamente.

El sistema de coordenadas utilizado en la detección de los datos del CMI, de los tres días mencionados, fue el siguiente: se tomó el eje x como la dirección radial al campo magnético promedio, el eje y está comprendido en el plano de la eclíptica, y el eje z apunta en la dirección Norte-Sur. De esta manera  $\vec{B}(x,y,z) = \vec{a}_x B_x + \vec{a}_y B_y + \vec{a}_z B_z$ .

El procesamiento hecho a los datos de cada uno de los días mencionados, fue el siguiente:

- 1.- Se hicieron promedios de 1 minuto a los datos originales (espaciados en 8 seg). En la figura 5.1 se muestran las gráficas de las tres componentes cartesianas del CMI, así como de su magnitud, en función del tiempo, para cada uno de los días señalados. Nótese que las unidades de [B] es-

tan dadas en Gammas ( $1\gamma = 10^{-5}$  gauss). En el día 159 de 1980 se observan (salvo una perturbación considerable aproximadamente a las 6 hr.) muy pocas variaciones tanto en la magnitud del campo como en sus componentes. El día 101 de 1978, presenta grandes fluctuaciones en las componentes del campo aunque no en su magnitud. Por último el día 88 de 1976, presenta fluctuaciones tanto en las componentes del campo como en su magnitud.

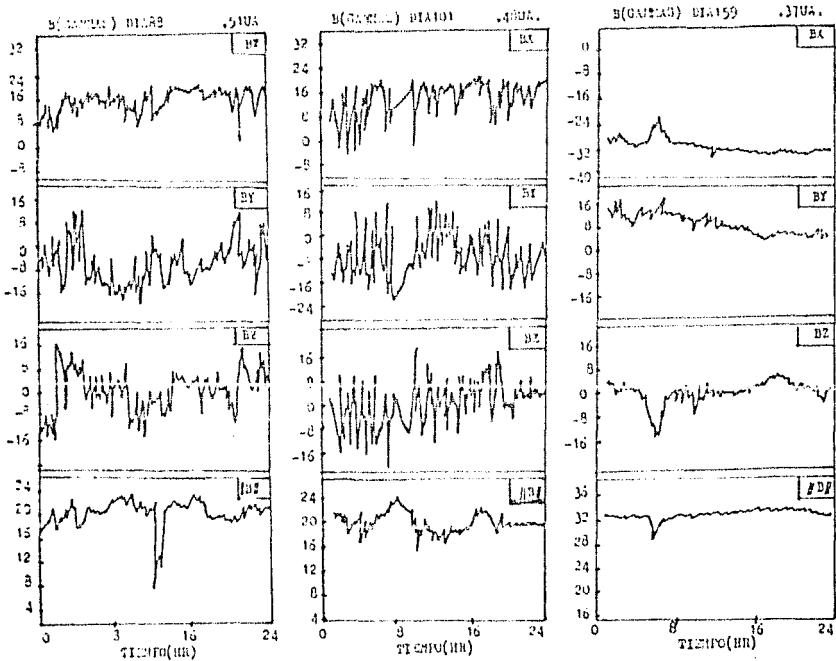


Fig 5.1.- Gráficas de las componentes cartesianas del CMI, y de su magnitud, en función del tiempo de los días 88 (1976), 101(1978) y 159(1980). Nótese que la escala en  $B_x$  y en  $||B||$  del día 159, es diferente al de los otros 2 días.

- 2.- Se hizo el análisis de autocorrelación ( $R_x(\tau)$ ) a los datos originales (8seg), para probar que trabajamos con procesos aleatorios estacionarios y ergódicos, condición que es fundamental para realizar el análisis espectral. Este análisis se presenta en el apéndice B.
- 3.- Con los datos originales, se calcularon las densidades espectrales ( $P_x(f)$ ) de cada una de las tres componentes del campo magnético, así como de su magnitud. Estos espectros fueron obtenidos mediante los metodos de VA y FFT.

#### 5.1 ANALISIS DE RESULTADOS

Denskat y Neubauer (DN) en 1982, utilizando la función de densidad espectral, estudiaron las fluctuaciones del CMI medidas por los satélites HELIOS en el intervalo de frecuencia  $2.4 \times 10^{-5}$  Hz a  $1.3 \times 10^{-2}$  Hz a distancias del Sol, entre 0.29UA y 1.0UA, tomando para ello el promedio del campo magnético registrado por los magnetómetros sobre varias rotaciones de los satélites HELIOS. Estos estudios se hicieron sobre los primeros 110 días después de los lanzamientos de los satélites. Durante este intervalo de tiempo, la actividad solar se encontraba cerca del mínimo, y por consiguiente el nivel de fluctuaciones del medio interplanetario era bajo.

Considerando que el trabajo de DN es de gran relevancia en el estudio del CMI entre .29UA y 1.0UA, comparamos nuestras gráficas de densidad espectral, con los resultados obtenidos por éstos, es decir, que los resultados obtenidos por DN, los tomaremos como un "patrón de referencia" para de aquí partir nuestro análisis. La figura 5.2 muestra los resultados obtenidos por ellos.

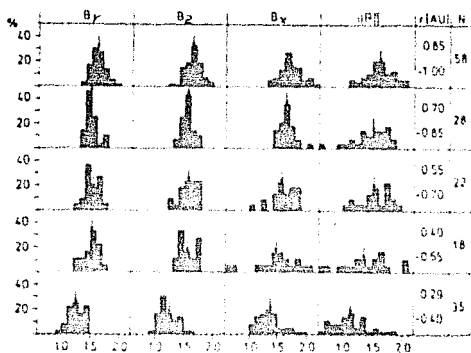
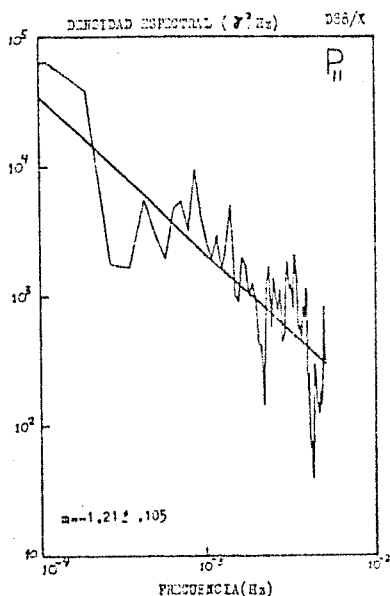


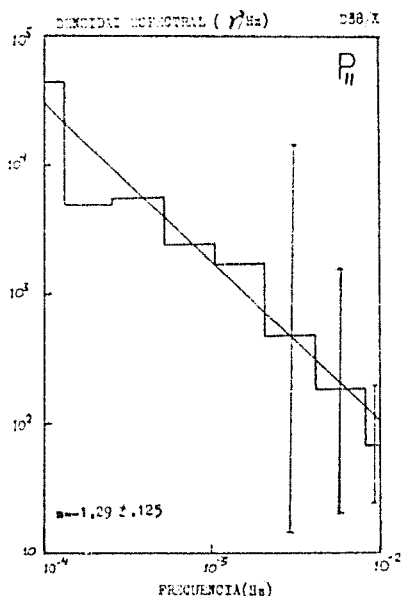
Fig 5.2.-Distribución de los índices espectrales ( $m$ ), obtenidos por DN, sobre 5 intervalos que abarcan la distancia .29UA-1.00UA. La distribución está hecha sobre sus tres componentes cartesianas y su magnitud.  $N$  da el número de muestras para cada intervalo de distancia. Las flechas indican el valor promedio de las distribuciones.

La figura 5.3 muestra un ejemplo del tipo de gráficas espectrales obtenidas con nuestros datos, mediante los métodos FFT (fig 5.3(a)) y de VA (fig 5.3(b)). Las gráficas corresponden a la componente paralela al campo magnético promedio ( $P_{||}$ ) del día 88 de 1976. Nótese que la relación entre las variables es de la forma  $P(f) = Af^m$ , donde  $P(f)$  es la densidad espectral,  $f$  la frecuencia,  $A$  es la ordenada al origen y  $m$  la pendiente, conocida con el nombre de "índice espectral", las cuales resultan ser negativas, es decir, la densidad espectral del CMI decrece conforme la frecuencia aumenta, por tal motivo se dice que el VS actúa como un filtro pasabajos para las fluctuaciones MHD,

Gráficas parecidas a las mostradas en la figura 5.3 se obtuvieron para la componente perpendicular al campo magnético



(a)



(b)

Fig 5.3 (a).- Gráfica de Densidad Espectral obtenida mediante el método FFT, para la componente paralela al campo magnético, del día 88 de 1976.

(b).- Gráfica de la misma componente y del mismo día, obtenida mediante el método de VA, en ella se muestran los intervalos de error para los tres últimos intervalos de frecuencia. Los errores no mostrados de los intervalos de frecuencia menores, abarcan toda la escala de densidad espectral utilizada, esto se debe a que cuando hay menos grados de libertad, el error es mayor.

Nótese como los índices espectrales ( $m$ ) obtenidos por ambos metodos, son muy parecidos.

promedio ( $P_1$ ) del día 88 de 1976, así como para su magnitud ( $P_{\text{med}}$ ), siendo el mismo tipo de gráficas las obtenidas para los días 101 de 1978 y 159 de 1980. La Tabla 5.1 resume la información de las gráficas espectrales de cada uno de los tres días estudiados, y en ella se incluye el valor de índice espectral promedio estimado por DN para la distancia heliocéntrica a la que fueron registrados las series de datos de cada uno de los tres días. Como se puede observar en cada una de sus componentes, aún considerando la incertidumbre de cada uno de los índices espectrales obtenidos por los dos métodos señalados, no siempre llegan a coincidir (vease componentes perpendiculares. días 88 y 159); esto se debe fundamentalmente a que el "peso" de los valores de densidad espectral adquiridos, en estos casos, a bajas frecuencias mediante el método FFT, es mayor que los valores promedio de densidad espectral encontrados a través del método de VA, en los primeros intervalos de frecuencia.

Analicemos ahora la gráfica de densidad espectral de la figura 5.4, en la que se muestran los espectros de la componente paralela al campo magnético promedio ( $P_p(f)$ ), de cada uno de los tres días analizados, como comparación se muestran también los obtenidos por DN para .29UA y .97UA. Como se observa de la figura, el espectro de la componente paralela del día 88 de 1976, cuando el HELIOS 2 se localizaba a .51 UA, muestra tener una potencia media (área bajo la curva) como la estimada por DN para esta distancia heliocéntrica. No obstante, su índice espectral ( $-1.21 \pm .105$ ), es distinto del valor promedio encontrado por DN para esta componente en tiempos quietos (vease la flecha correspondiente de la fig 5.2, la cual indica  $\sim 1.5$ ). Esto significa que las perturbaciones del campo magnético para ese día en su componente paralela, son mayores que las de su valor promedio para tiempos quietos al aumentar la frecuencia.

T A B L A 5.1				
DIA	COMPONENTE	INDICES ESPECTRALES		
		FFT	VA	DN (Valor Promedio)
88 (1976; .51UA)	$E_0$	$-1.21 \pm .105$	$-1.18 \pm .125$	-1.5
	$E_1$	$-1.45 \pm .095$	$-1.60 \pm .056$	-1.5
	$P_{\text{gen}}$	$-1.34 \pm .122$	$-1.41 \pm .041$	-1.3
101 (1978; .48UA)	$E_0$	$-1.13 \pm .102$	$-1.15 \pm .086$	-1.5
	$E_1$	$-1.16 \pm .096$	$-1.06 \pm .067$	-1.5
	$P_{\text{gen}}$	$-1.44 \pm .104$	$-1.42 \pm .058$	-1.3
159 (1980; .37UA)	$E_{11}$	$-1.79 \pm .096$	$-1.72 \pm .123$	-1.3
	$E_1$	$-1.59 \pm .088$	$-1.39 \pm .038$	-1.2
	$P_{\text{gen}}$	$-1.58 \pm .084$	$-1.41 \pm .162$	-1.1

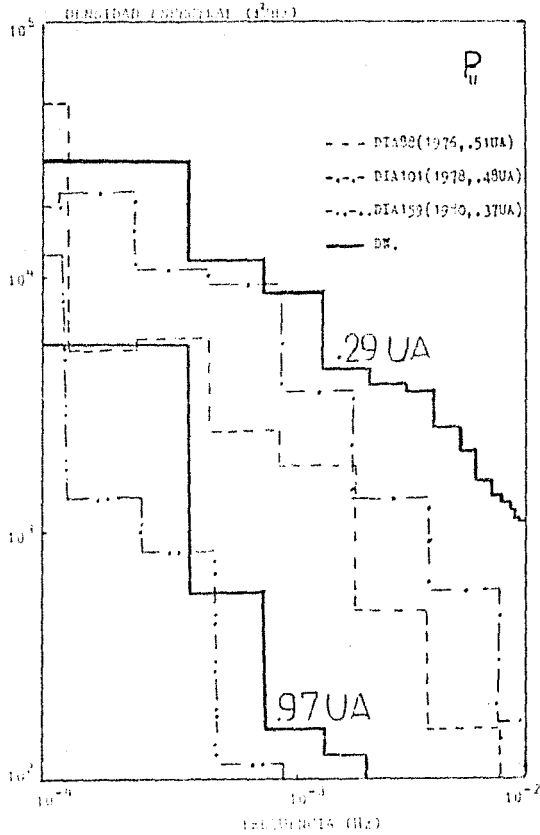


Fig 5.4.- Gráficas espectrales de la componente paralela al campo magnético promedio (componente x), de los tres días estudiados. Además se muestran los espectros promedios obtenidos por DN a distancias de .29 UA y .97UA. Nótese como la potencia media (área bajo la curva) de los días 88 y 101 quedan comprendidos entre los espectros de DN. No obstante la potencia media del día 159 es menor que la de .97UA de DN, pese a que para ese día los datos fueron registrados a una distancia más cercana al Sol (.37UA).



Es decir que los valores de las pendientes (índices espectrales), nos dan una estimación de las perturbaciones magnéticas como función de la frecuencia, y como la relación entre las variables es de la forma  $P(f) = Af^m$ , con  $m$  un número real negativo, entonces para  $m$  cada vez mayores, los cambios en  $P(f)$  van a ser más drásticos y por consiguiente se puede decir que las perturbaciones del campo magnético van a ser menores al aumentar la frecuencia.

La misma componente para el día 101 de 1978, cuando el HELIOS 1 se encontraba a .48UA muestra tener a bajas frecuencias ( $10^{-4}\text{Hz} \geq f \leq 2 \times 10^{-3}\text{Hz}$ ), una potencia media típica de fluctuaciones a .29 UA, en tiempos quietos. A frecuencias mayores de  $2 \times 10^{-3}\text{Hz}$  su potencia media es ligeramente mayor al encontrado por DN para la distancia a la que fueron registrados los datos. Por lo que respecta a su índice espectral ( $-1.13 \pm .102$ ) indica que al aumentar la frecuencia, el grado de perturbación del campo magnético va a ser mayor que el promedio determinado para tiempos quietos. No obstante, si nos fijamos detalladamente en la figura 5.2, y observamos el cuadro correspondiente al intervalo .29UA - .40UA de la componente  $B_x$  (es decir la paralela al campo magnético, en nuestro caso), se podría decir que el grado de perturbación para el día 101, cae dentro de este intervalo.

Finalmente la componente paralela para el día 159 de 1980, muestra tener un espectro típico de .97UA según DN, a pesar que los datos para este día fueron registrados a una distancia de 0.37UA por el HELIOS 1. Por lo que respecta a su índice espectral ( $-1.79 \pm .096$ ), también resulta ser no característica de .37UA, más bien podría corresponder a una distancia heliocéntrica, mayor al de DN para 1UA (en valor promedio).

Comparando el grado de perturbación como función de la frecuencia de los tres días estudiados en su componente paralela, se tiene que el día 159 de 1980 resulta ser el menos perturba-

do, seguido del día 88 de 1976, y el día más perturbado es el día 101 de 1978. Todos estos resultados van de acuerdo con observaciones cualitativas que pueden hacerse de las gráficas  $B_x$  Vs.  $t$  (fig 5.1).

Procedamos ahora a analizar las gráficas espectrales correspondientes a la componente transversal del CHI (fig 5.5), es decir la componente "y". Nótese como la potencia media para los días 88 de 1976 (.51UA) y 101 de 1978(.48UA) corresponden al esperado por DN a .5UA. El índice espectral del día 88 ( $-1.45 \pm .095$ ), comprende el valor de -1.5 que es el valor promedio encontrado por DN a esta distancia. Para el día 101 de 1978, el índice espectral calculado ( $-1.16 \pm .096$ ) es menor, en valor absoluto, al promedio de DN, por tanto su contribución a altas frecuencias será mayor. Su índice espectral corresponde al promedio encontrado por DN en el intervalo .29UA - .4UA (vease la flecha correspondiente de la fig 5.2).

Para el día 159 de 1980 no se puede decir lo mismo que para los días anteriormente analizados, como se observa de la fig 5.5, su espectro en la componente perpendicular, al igual que su componente paralela, es más bien típico en índice espectral ( $-1.59 \pm .068$ ), al valor promedio de .97UA y no al de .37UA que es el que le debería de corresponder en condiciones cercanas a mínima actividad solar. Por lo que respecta a su potencia media, es aún menor que la calculada por DN a .97 UA.

Dados los valores de índices espectrales obtenidos para la componente perpendicular, se puede decir que el día más perturbado es el 101, seguido del 88, y el menos perturbado es el 159, resultados que coinciden ampliamente con los registrados en la componente paralela al campo y con lo observado en las gráficas correspondientes  $B_y$  Vs.  $t$  (fig 5.1).

Finalmente analicemos el espectro de la magnitud del campo

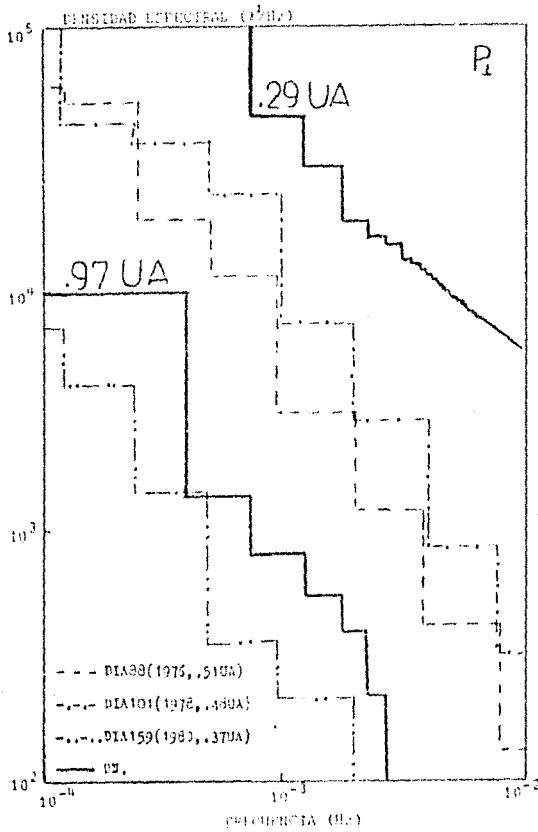


Fig 5.5.- Gráficas espectrales de la componente perpendicular al campo magnético promedio (componente y) de los tres días analizados y de los espectros promedio obtenidos en tiempos quietos por DN, a .29UA y .97UA. Como se puede observar, los espectros de los días 88 y 101 que dan acotados por los espectros de DN, por lo que dado la distancia heliocéntrica a la que fueron registrados los datos en esos días, su comportamiento es similar en cuanto potencia media a lo esperado por DN en tiempos quietos. La potencia media del día 159, muestra al igual que su componente paralela, ser menor que la de .97UA de DN.

$[\|\vec{B}\| = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{\frac{1}{2}}]$ , y notemos que el día 159 de 1980 (fig 5.6) muestra tener una vez más, un espectro típico al de .97UA calculado por DN, tanto en potencia media como en valor promedio de índice espectral  $(-1.53 \pm .084)$ . Así, este espectro viene a corroborar lo observado en sus componentes, por lo que en general podemos caracterizar a este día, como extraordinariamente quieto. Es importante hacer notar que en 1981 ocurrió el cambio de polaridad magnética solar, por lo que en años cercanos a éste, estuvimos cerca del máximo solar, no obstante, esto no se refleja en las fluctuaciones del CMI observadas durante el día 159 de 1980.

El espectro de la magnitud del campo del día 88 de 1976, el HELIOS2 localizado a .51 UA, corresponde en potencia media al de .29UA de DN. Por lo que respecta a su índice espectral  $(-1.34 \pm .095)$ , sí corresponde al valor promedio encontrado por DN para la distancia mencionada, es decir que la dependencia de las perturbaciones en su magnitud con la frecuencia, es prácticamente el mismo que para tiempos quietos.

Por último, la magnitud del día 101 de 1978, el HELIOS 1 localizado a .48UA muestra estar de acuerdo con el encontrado por DN a esta distancia, tanto en potencia media como en índice espectral (vease Tabla 5.1), es decir, su dependencia con la frecuencia y su potencia media son característicos de tiempos quietos para ~.5UA.

De las gráficas espectrales, la Tabla 5.1, y las características de las ondas MHD estudiadas en el capítulo 2, se puede establecer la relación entre el tipo de ondas y el espectro. Así, para el día 88 se observa que la componente paralela es la más perturbada, seguida de la magnitud, y la componente perpendicular al campo es la menos perturbada, y dado sus potencias medias de cada componente y magnitud, podemos pensar que este día fue influenciado principalmente por ondas MHD compresivas, como

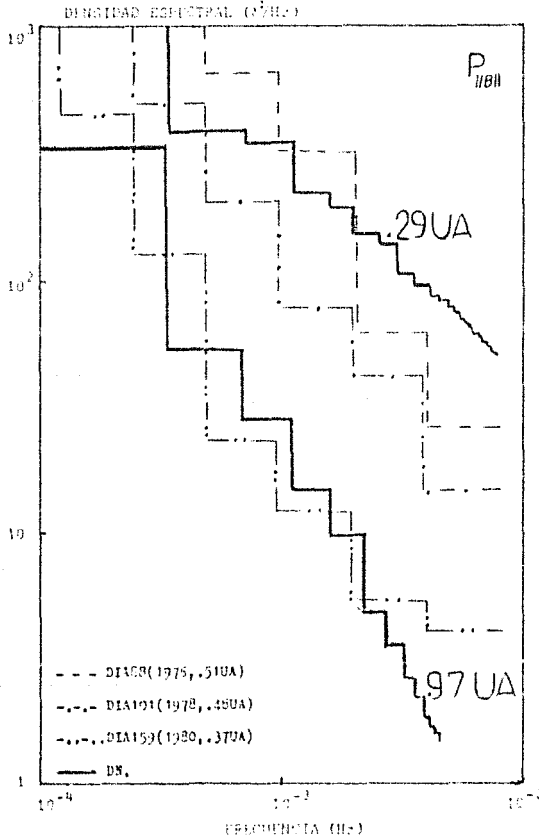


Fig 5.6.- Gráficas espectrales de la magnitud del CMI. Nótese que la escala de densidad espectral es diferente a la de sus componentes para el mismo intervalo de frecuencia. Para estas últimas, la escala va de  $10^2 - 10^5 \mu^2/\text{Hz}$ , en tanto que para la magnitud va de  $1 - 10^3 \mu^2/\text{Hz}$ . Esto refleja el hecho de que los cambios periódicos en magnitud son mucho menores (por un factor de  $\sim 100$ ), que los de sus componentes.

lo son las lentas y rápidas (véase capítulo 2). Todas estas observaciones son relativas al nivel de DN.

Como puede apreciarse de la Tabla 5.1, los índices espectrales obtenidos del día 101, nos indican que las componentes del campo, están mucho más perturbadas que su magnitud, relativo a DN, y dado sus características en cuanto a potencia media, podemos inferir que este día está influenciado principalmente - por ondas no compresivas (Alfvénicas).

Al día 159 de 1980 no le asociamos algún tipo de onda MHD, dado sus pequeñas fluctuaciones que presenta tanto en sus componentes, como en su magnitud.

## 5.2 CONCLUSIONES

Cuando se hace un análisis espectral del CMI, y se aprecia que las perturbaciones y su potencia media en sus componentes son mayores que las de su magnitud, relativo a tiempos quietos, entonces los datos pueden ser interpretados como los de un campo magnético influenciado por ondas MHD Alfvénicas (Barnes, 1979; Bavassano et al, 1982). Esta afirmación se basa en el hecho de que una onda de Alfvén se caracteriza por ser no compresiva y por lo tanto por tener magnitud constante del campo magnético, pero no en su dirección. Inversamente cuando se aprecia mayor potencia media en la magnitud del campo que en sus componentes, relativo al nivel de tiempos quietos, entonces podemos pensar en ondas magnetosónicas, cuyas características principales pueden apreciarse en la Tabla 2.1.

Del análisis espectral aplicado al CMI, el día 101 de 1978 muestra índices espectrales en sus componentes del campo, que representan una contribución significativa a altas frecuencias, mientras que su magnitud muestra un espectro similar al esperado por DN; es decir su componente paralela y la transversal al campo, muestran mayores fluctuaciones que su magnitud (relativo a DN). Esto podría indicar, que la existencia de ondas Alfvénicas es predominante en ese día.

Aún cuando se encuentra cerca del máximo solar, el día 159 de 1980 resulta ser un día extraordinariamente quieto, tanto en las componentes del campo, como en su magnitud. Comparado con los espectros de referencia parece ser más bien representativo de 1UA que de .37UA, distancia a la que fueron tomados los datos. Los índices espectrales para este día, indican que, relativo a DN, las componentes del campo están menos perturbadas que su magnitud, y sus potencias medias incluso están por debajo al de .97 UA.

El día 88 de 1976 resulta un día "promedio" en cuanto a la potencia contenida en sus componentes. Sin embargo es un día que refleja en el espectro de su magnitud, la existencia de importantes fluctuaciones de baja frecuencia, además de una potencia media característica a la de tiempos quietos de .29UA. Así podemos concluir que este día se encuentra dominado por ondas compresivas, posiblemente ondas MHD rápidas.

Hasta ahora, en el medio interplanetario comprendido entre .29 y 1.0UA, se ha observado que las fluctuaciones del CMI de menor frecuencia son más energéticas que las de alta frecuencia. Esto se aprecia de los valores de índice espectral que resultan ser siempre negativos.

Según los resultados promedio obtenidos por DN, los índices espectrales son mayores conforme la distancia heliocéntrica aumenta y el área bajo la curva que representa la potencia media es mayor al decrecer la distancia al Sol. Sin embargo, los índices espectrales de las curvas ajustadas a las gráficas de densidad espectral obtenidas para los tres días estudiados muestran variaciones a estos resultados. Estas discrepancias se deben a que en ésta tesis sólo se analizan periodos de un día, en los que el campo magnético puede sufrir variaciones grandes asociadas a eventos solares, tales como ráfagas que pueden inducir perturbaciones no siempre presentes en el CMI.

Por último quiero decir, que en esta tesis, únicamente se hicieron observaciones cualitativas para determinar el tipo de fluctuaciones MHD dominantes en cada día analizado. Una forma de poder cuantificar las fluctuaciones MHD podría hacerse como el que hizo Coleman en 1968, al correlacionar las series de datos de campo magnético, con los de velocidad de plasma, desafortunadamente no se contó con esta última información.



A P E N D I C E A

CONGELAMIENTO DE LINEAS DEL CMI.

En el capítulo 1 se habló del "congelamiento" de las líneas de fuerza del CMI, pero no se siguió un razonamiento para justificar este hecho. En este apéndice se hace el planteamiento matemático mediante las ecuaciones MHD, para corroborar lo anteriormente mencionado.

Tomemos al VS como un gas de iones, neutro, de conductividad eléctrica  $\sigma$ , en la presencia de un campo magnético  $\vec{B}$  y moviéndose con velocidad  $\vec{v}$ . Bajo estas condiciones, se crea en el plasma una densidad de corriente eléctrica  $\vec{J}$ . Si tomamos en cuenta, que en el caso del medio interplanetario, los efectos gravitatorios y la presión interna del plasma son despreciables, entonces podemos expresar  $\vec{J}$  como:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{B}) \quad (\text{AA-1})$$

endonde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico detectado en el marco de referencia que se mueve con el plasma. Aplicando a esta última ecuación el operador  $\nabla \times$  y recordando las ecuaciones de Maxwell.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \quad \nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \frac{1}{c} \\ \text{b) } \quad \vec{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \vec{B} \end{array} \right\} \quad (\text{AA-2})$$

se obtiene:

$$\frac{c\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 \vec{B} \quad (\text{AA-3})$$

Pero como para el medio interplanetario se considera una conductividad eléctrica ( $\sigma$ ) infinita, el último término de esta ecuación es despreciable, entonces:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{AA-4})$$

pero

$$\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{v} - \vec{B} (\nabla \cdot \vec{v}) - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B} + \vec{v} (\nabla \cdot \vec{B}) \quad (\text{AA-5})$$

endonde  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  por ser un fluido estacionario, y por la ley de Maxwell ( $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ), entonces:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B} = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{v}$$

por lo tanto

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{v} \quad (\text{AA-6})$$

Al integrar sobre una superficie que se mueve con el plasma, se tiene:

$$\int_{S'} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = \int_{S'} (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{v} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{AA-7})$$

por lo tanto, la razón total de cambio del flujo magnético a través de una unidad de superficie que se mueve con el plasma, es nula, es decir:

$$\frac{d}{dt} \int_{S'} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{AA-8})$$

Esto es lo que significa que las líneas de fuerza del campo magnético están "congeladas" en el plasma.

## A P E N D I C E B

### PRUEBA DE AUTOCORRELACION

En el capítulo 4 se discutió lo que es un proceso aleatorio estacionario y ergódico, y bajo esta hipótesis fundamental, se hizo el análisis espectral del CMI.

En este apéndice se comprueba la hipótesis señalada, mediante el análisis de las gráficas de función de autocorrelación  $[R_x(\tau)]$ , (figs. AB.1, AB.2 y AB.3), de los datos de los días analizados, las cuales como se verá en seguida, deben tener un cierto comportamiento para cumplir que son estacionarios y ergódicos.

La función  $R_x(\tau)$  de datos aleatorios, describe la dependencia de los valores de los datos a un tiempo sobre los valores de otro tiempo (Bendat y Piercol, 1971). También se dice que es la "memoria" del proceso, pues nos dice como va evolucionando al pasar el tiempo.

En su expresión general, la función de autocorrelación esta dada por la ecuación (4.11). En la práctica el calculo de la función de autocorrelación se hace en base al algoritmo:

$$R_r = R_x(rh) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n x_{n+r} \quad (\text{AB-1})$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, m$$

endonde N es el número de datos de la serie;  $n = 1, 2, \dots, N$  ; m es el máximo número de lags y  $R_r$  es el valor de autocorrelación a lag r, correspondiente al desplazamiento rh ( $h=8$ seg en nuestros datos). Nótese que el máximo lag m esta relacionado

con el tiempo máximo:

$$\tau_{o_{\max}} = \tau_m = mh \quad (\text{AB-2})$$

La normalización de los valores de la función de autocorrelación esta dada por:

$$-1 \leq \frac{R_f}{R_o} \leq 1 \quad (\text{AB-3})$$

endonde

$$R_o = R_f(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n)^2 = \bar{x}^2$$

Para mayor detalle de este procedimiento, vease Bendat y Piersol, 1971, capítulo 9.

La relación AB-3 fue la utilizada en el trabajo de computo hecho a las series de datos de campo magnético de los tres días analizados, obteniendose las gráficas  $R_f/R_o$  Vs No. de las mostradas en las figuras AB.1, AB.2 y AB.3. Como se observa, cada componente de cada día muestra 3 gráficas de autocorrelación, esto se debe a que fue necesario dividir la serie original para contar con varias funciones de prueba (3 en nuestro caso), y de esta manera poder comprobar que trabajamos con un proceso aleatorio estacionario y ergódico, mediante la comparación de sus gráficas de autocorrelación.

Recordemos del capítulo IV, que si la función de autocorrelación no difiere cuando calculamos sobre las diferentes funciones de prueba, el proceso aleatorio es estacionario y ergódico. Esta característica es precisamente la observada de las gráficas señaladas en cada componente del campo de los tres días estudiados, por lo que podemos concluir que trabajamos con procesos aleatorios estacionarios y ergódicos.

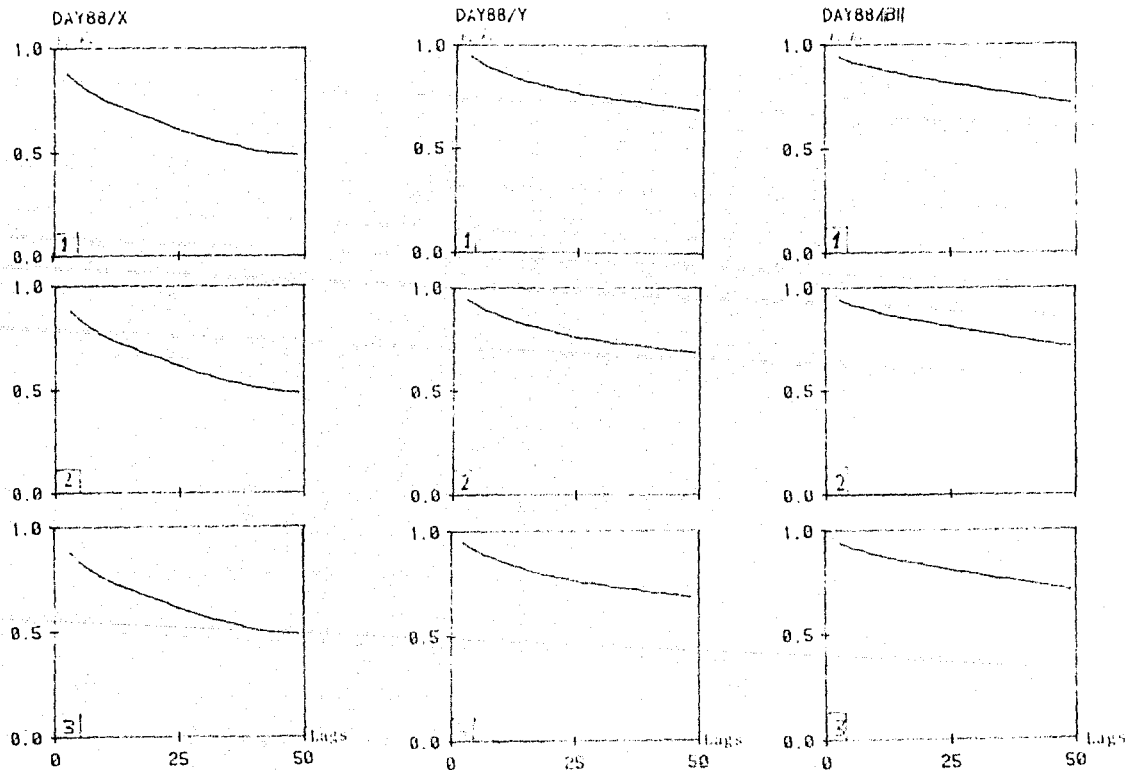


Fig AB.1.- Gráficas  $\hat{R}_p/\hat{R}_0$  Vs No. de lags, para el día 88 de 1976. Cada componente del campo magnético ( $B_x, B_y$ ) y su magnitud ( $B_{II}$ ) esta representada por tres gráficas (colocadas en columna), resultado de dividir la serie original de datos en tres. Nótese como las tres gráficas correspondientes a cada componente y magnitud son muy parecidas.

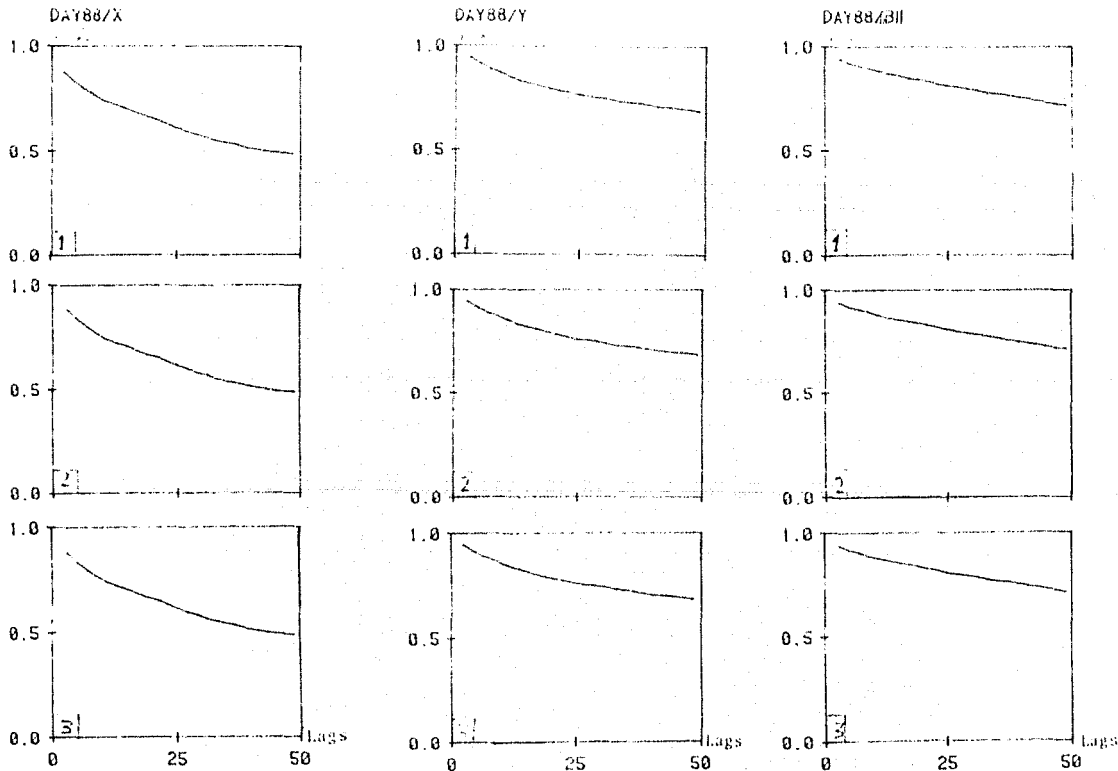


Fig AB.1.- Gráficas  $\hat{R}_p/\hat{R}_0$  Vs No. de Lags, para el día 88 de 1976. Cada componente del campo magnético ( $B_x, B_y$ ) y su magnitud ( $|B|$ ) esta representada por tres gráficas (colocadas en columna), resultado de dividir la serie original de datos en tres. Nótese como las tres gráficas correspondientes a cada componente y magnitud son muy parecidas.

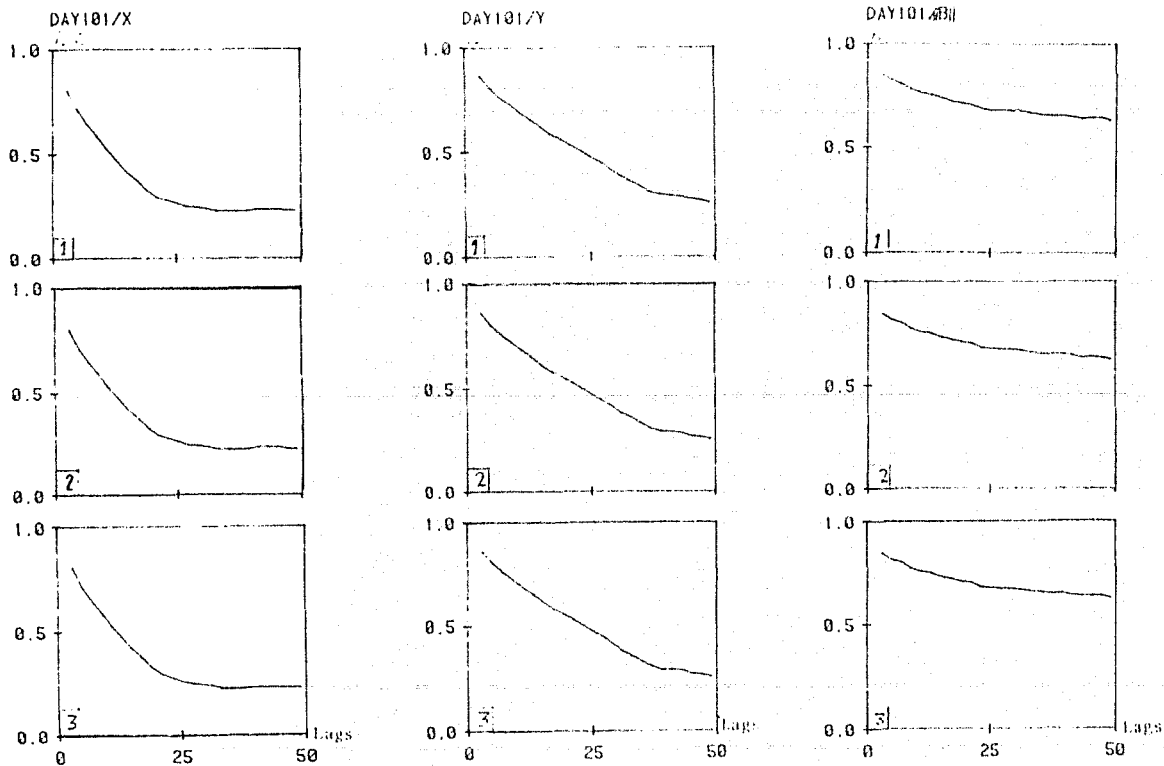


Fig AB.2.- Gráficas  $\hat{R}_p/\hat{R}_0$  Vs No de Lags, para el día 101 de 1978. Cada columna representa las tres gráficas correspondientes a cada componente del campo magnético y su magnitud. Como se puede observar las tres gráficas de cada componente, son muy parecidas.

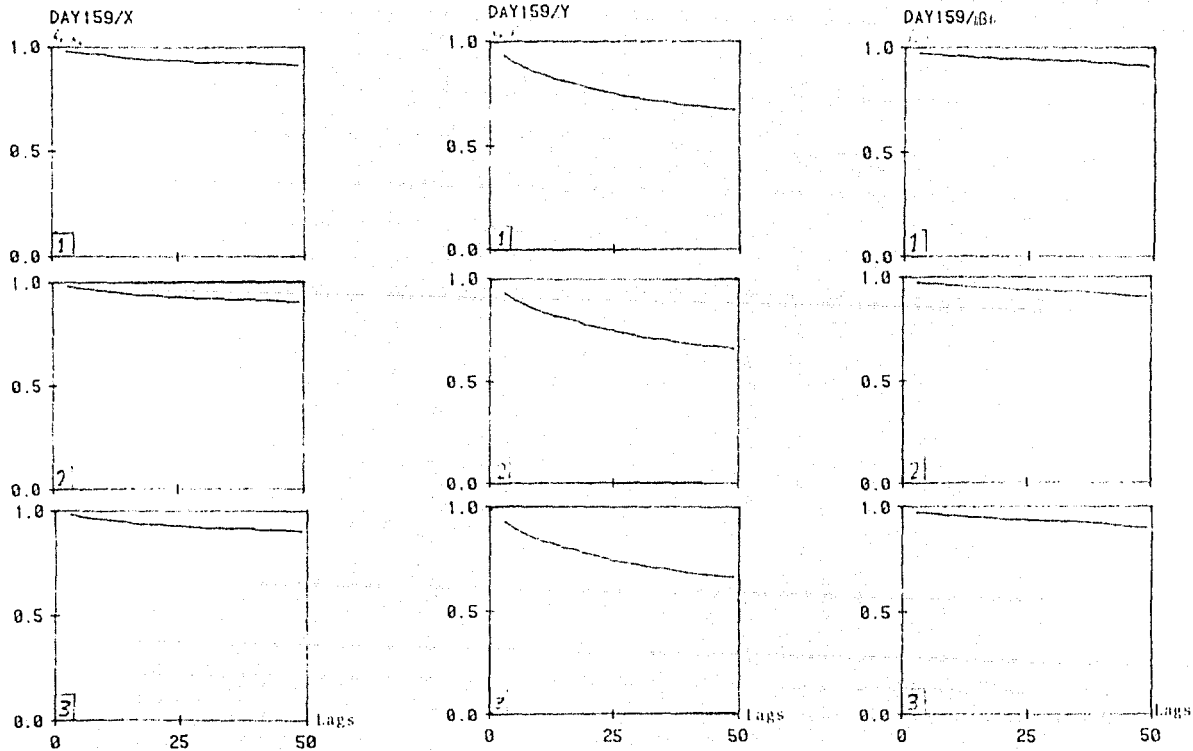


Fig AB.3.- Gráficas  $\hat{R}_1/\hat{R}_0$  Vs No de Lags, del día 159 de 1980. Las características son análogas a las de las figuras AB.1 y AB.2.



A P E N D I C E C

SUBROUTINAS FFT Y DE VA

A continuación se muestran las subrutinas FFT y de VA, utilizadas en el computo de los espectros analizados en el capítulo V.

```

SUBROUTINE FFT (X,Y,N,L2N)
C  ESTA SUBROUTINA CALCULA LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER
C  DE UNA SERIE DISCRETA. LA SUBROUTINA ESTA CONTROLADA POR
C  LAS SIGUIENTES VARIABLES:
C  N=NUMERO DE DATOS DE LA SERIE
C  X=PARTE REAL DE LA SERIE
C  Y=PARTE IMAGINARIA DE LA SERIE
C  DIMENSION X(20000),Y(20000)
NV2=INT(N/2)
NM1=N-1
L=1
DO 10 K=1,NM1
IF(K.EQ.1) GO TO 930
EP=X(L)
EI=Y(L)
X(L)=X(K)
Y(L)=Y(K)
X(K)=EP
Y(K)=EI
930 M=NV2
940 IF(M.EQ.1) GO TO 980
L=L-M
M=INT(M/2)
GO TO 940
980 L=L+M
10 CONTINUE
K=1
DO 11 L=1,L2N
M=K
BM=M
K=2*K
WR=1
WI=0
DO 12 J=1,M
BJ=J
DO 13 I=J,K,K
I2=I+M
EP=X(I2)*WF-Y(I2)*WI
PI=X(I2)*WI+Y(I2)*WR
X(I2)=X(I)-EP
X(I)=X(I)+EP
Y(I2)=Y(I)-PI
Y(I)=Y(I)+PI
13 CONTINUE
ARG=PI*BJ/EM
WR=CCS(ARG)
WI=-SIN(ARG)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
RETURN
END
```

C  
C  
C  
C  
C  
C

```

SUBROUTINE PILOTA (Y,N,T)
ESTA SUBROUTINA CALCULA EL EST. DE POT. VIA
EL METODO DE VARIANZA ANIDAD (VA). LA SUBROUTINA
ESTA CONTROLADA POR LAS SIGUIENTES VARIABLES:
N=NUMERO DE DATOS DE LA SIGTE
Y=INTERVALO DE MUESTREO (INTERVALO DE TIEMPO
ENTRE UNC Y OTRO DATO).
X=DATO DE LA SIGTE.
DIMENSION X(17000),YIG(17000)
LGT=INT(ALOG10(FLOAT(N))/ALOG10(2.0)+0.99)
J=2**LGT
IAVE=1.0
YAVE=0.0
SIG2=0.0
RN=0.0
FC=17/(2+1)
DO 2 I=1,N
YIG(I)=0.0
IF(ABS(X(I)).LT.1.E-6) GO TO 2
YIG(I)=1.0
RN=RN+1
YAVE=YAVE+X(I)
SIG2=SIG2+X(I)*X(I)
CONTINUE
DO 3 I=N+1,J
X(I)=0.0
YIG(I)=0.0
CONTINUE
YAVE=YAVE/RN
SIG2=(SIG2/RN-YAVE**2)
SIG=SQRT(SIG2)
WRITE(6,27) XAVE,SIG
FORMAT(5X,"PROMEDIO=","F4.2,"X,"SIGMA=","F4.2//)
1 INERCAN,"1X,"EFICIENCIA","1X,"EFICIENCIA",8X,
17X,"(GAMA**2/4)",//)
WRITE(6,17)
DO 4 I=1,N
X(I)=X(I)-YAVE
IF(IAVE.LT.1.0) GO TO 4
X(I)=X(I)/YAVE
CONTINUE
IF(IAVE.LT.1.0) GO TO 50
SIG2=SIG2/IAVE**2
50 L=1.0
N=J
RN=0.0
SIG2N=0.0
DO 19 I=2,N,2
J=INT(I/2)
XIG(J)=X(J)+X(I-1)+YIG(I)
IF(XIG(J).LT.1.E-6) GO TO 19
X(J)=.5*(X(I-1)+X(I-1)+X(I)+XIG(I))/YIG(J)
RN=RN+XIG(J)
SIG2N=SIG2N+XIG(J)*X(J)**2
CONTINUE
SIG2N=SIG2N/RN
F1=FC/2**L
FV=1.0
P=(SIG2-SIG2N)/(FV-F1)
RN=RN-AN
PE=D*DPRT(1/D)
FORMAT(1P15.3,"+",1P9.3,"X",2P12.5,"ZX",
1 P1P15.3,"")
WRITE(6,5) F1,FV,P,PE,0
L=L+1
N=INT(N/P)
RN=RN*N
SIG2=SIG2N
IF(N.GT.4) GO TO 73
RN=RN
END

```

B I B L I O G R A F I A

- Arfken, G., 1983, *Mathematical Methods For Physicists*, Academic Press.
- Axford, W.I., 1972, en C.P. Sonett, P.J. Coleman, Jr. y J.M. Wilcox (eds), *The Solar Wind*, NASA SP-308, Washington, D.C., p.609.
- Barnes, A., 1979, en F.H. Parker, C.F. Kennel y L.J. Lanzerotti (eds), *Solar System Plasma Physics*, North Holland Publishing Company, v.1, p.249.
- Bavasano, E., Dobrowolny, M., Mariani F., y Ness N.F., 1982, *J. Geophys. Res.*, 87, 3617.
- Beiser, A., 1977, *Conceptos de Física Moderna*, Mc Graw Hill.
- Belcher, J.W. y Davis, L., 1971, *J. Geophys. Res.*, 76, 3534.
- Bendat, J.S. y A.G. Piersol, 1971, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Interscience, New York.
- Bittencourt, J.A., 1986, *Fundamentals of Plasma Physics*, Pergamon Press, Great Britain.
- Brandt, J. y P. Hodge., 1964, *Solar System Astrophysics*, Mc Graw Hill.
- Brandt, J., 1970, *Introduction to The Solar Wind*, W.H. Freeman and Co., San Francisco.
- Bruno, R. y Dobrowolny M., 1986, *Annales Geophysicae* 4, A, 1, 17-22.
- Burlaga, L.F. y Chao, J.K., 1971, *J. Geophys. Res.*, 76, 7516.
- Chamberlain, J.W., 1961, *Astrophys J.*, 133, 675.
- Churchill, R.V., *Fourier Series and Boundary Value Problems*, 1963, Mc Graw Hill.
- Coleman, P.J., 1967, *Planet. Space Sci.*, 15, 953.
- Denskat, K.U. y Neubauer, F.M., 1982, *J. Geophys. Res.*, 87, 2215.
- Dessler, A.J., 1967, *Rev. Geophys.*, 5, 1.
- DFVLR, 1974, *10 Years HELIOS*, Publication Celebrating the 10th. Anniversary of the Launch of HELIOS 1 on December 10.

- Fisk, L.A., 1979, en E.N.Parker, C.F.Kennel y L.J.Lanzerotti (eds), Solar System Plasma Physics, North Holland Publishing Company, V.1, p.177.
- García de la Rosa, J.I., Herrera, F., y Vázquez, M., 1982, Las Fulguraciones Solares, en El Nuevo Sistema Solar (libros de Investigación y Ciencia), Prensa Científica, España 1984, p.46.
- Gosling, J.T. y Hundhausen, A.J., 1977, Ondas en el Viento Solar, en El Nuevo Sistema Solar (libros de Investigación y Ciencia), Prensa Científica, España 1984, p.57 .
- Hecht, E., Zajac, A., 1974, Optics, Addison-Wesley, Massachusetts, EUA.
- Hess, W.N., 1965, Introduction to Space Science, Gordon and Breach Science Publishers.
- Hollweg, J.V., 1975, Rev. Geophys. Space Phys., 13, p 263-288
- Holzer, T.E., 1979, en E.N.Parker, C.F.Kennel y L.J.Lanzerotti (eds), Solar System Plasma Physics, North-Holland Publishing Company, V.1, p 101.
- Jackson, J.D., 1980, Classical Electrodynamics, John Wiley and Sons, Inc.
- Jenkins, M.G., y Watts, D., 1968, Spectral Analysis and its Applications, Holden Day EUA.
- Kendall, S.B., 1975, Time-Series, Charles Griffin and Company Limited, Great Britain.
- Little, N.C., 1971, Magnetohidrodinámica, Van Nostrand Reinhold Books.
- Noyes, R.W., 1982, The Sun Our Star, Harvard University Press.
- Otnes, R., y Enochson, L., 1972, Digital Time Series Analysis, Wiley Interscience.
- Owens, A.J., 1977, Proc. XV Intern. Cosmic Ray Conf., Plovdiv V 1, p.216.
- Parker, E.N., 1958, Astrophys.J., 128, p.664.
- Parker, E.N., 1963, Interplanetary Dynamical Processes, Interscience, New York.

- Parker, E.N., 1975, El Sol, en El Nuevo Sistema Solar (libros de Investigación y Ciencia), Prensa Científica, Lspaña 1984, p.26.
- Popoulis, A., 1965, Probability Random Variables and Stochastic Processes, Mc Graw Hill, New York.
- Smith, A.G., 1969, Radioexploración del Sol, Van Nostrand Momentum books, EDit. Róverte Méx.
- Spitzer, L., 1969, Física de los Gases Totalmente Ionizados, edit Alhambra.
- Svalgard L., Wilcox, J., 1970, Nature, 262, 766.
- Whang, Y.C., y H.F. Ness, 1970, J. Geophys Res., 75, 6002-6010.
- Wlicox, J. y H.F. Ness, 1965, J. Geophys Res. , 70, 5793.
- Wood, J., 1979, The Solar System, Prentice Hall.