

46  
2ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE MODELOS  
TEORICOS Y MEDIDAS EXPERIMENTALES EN  
TRANSITORIOS HIDRAULICOS CON SEPARA-  
CION DE COLUMNA

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
JESUS EDUARDO ESTRELLA SANCHEZ

Dir: M. I. Rafael Carmona Paredes

México, D. F.

1987



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

1.- INTRODUCCION	1
2.- ANTECEDENTES	4
2.1.- Modelo de Brown	5
2.2.- Modelo de Safwat	9
3.- ESTUDIOS EXPERIMENTALES	14
3.1.-Estudio experimental de Martín	14
3.1.1.- Introducción	15
3.1.2.- Instalación experimental	16
3.1.3.- Resultados	17
3.1.4.- Conclusiones	19
3.2.- Estudio experimental del Instituto de Ingeniería	24
3.2.1.- Descripción de la instalación	24
3.2.2.- Descripción del fenómeno de separación de columna	27
3.2.3.- Estudios realizados y resultados	28
3.2.4.- Conclusiones	41
4.- COMPARACION DE RESULTADOS NUMERICOS CON RESULTADOS EXPERIMENTALES	50
4.1.- Aplicación del modelo de Safwat	51
4.2.- Observaciones	53

5.- MODELO DEL INSTITUTO DE INGENIERIA	57
5.1.- Método de las características para transitorios hidráulicos en tuberías a presión	57
5.1.1.- Hipótesis	58
5.1.2.- Ecuaciones características	59
5.1.3.- Condiciones de frontera	65
5.1.4.- Modelo de la separación de columna como frontera en el extremo aguas abajo	67
5.1.5.- Procedimiento de cálculo	73
5.2.- Aplicación	74
6.- CONCLUSIONES	79
REFERENCIAS	81
BIBLIOGRAFIA	82

## 1.- INTRODUCCION

Debido a la enorme demanda en el consumo de agua por parte de centros de desarrollo urbano e industrial, se han construido enormes acueductos para satisfacer esas necesidades.

Con esto, han surgido un serie de problemas de carácter hidromecánico y económico a los cuales se ha tratado de dar solución.

Entre otros problemas están los transitorios hidráulicos a los que dichos acueductos están propensos, ya sea por cortes de energía en plantas de bombeo o por cierre de válvulas.

Cuando estos transitorios generan presiones muy bajas, se puede presentar la evaporación del agua con lo cual la columna líquida deja de ser continua, provocando, durante su reintegración, sobrepresiones de amplitud considerable mayores a las estimadas en el cálculo común del golpe de ariete, que puede poner en peligro a la conducción.

El objetivo de este trabajo es el de presentar estudios experimentales que ayuden a comprender el fenómeno, así como el de presentar un modelo numérico confiable para la obtención de las sobrepresiones máximas y el instante en que éstas ocurren.

En el capítulo 2 se describen dos modelos numéricos desarrollados anteriormente para tratar de predecir las máximas sobrepresiones que se presentan en un transitorio hidráulico con separación de columna.

El capítulo 3 muestra dos estudios experimentales hechos en diferentes instalaciones, que describen el fenómeno paso a paso. En este capítulo se hace una clasificación empírica de la intensidad de la separación de columna, y se muestra una forma de poder cuantificar el valor aproximado de las sobrepresiones máximas que pueden ocurrir en un transitorio hidráulico con separación de columna.

Después, en el capítulo 4, se hace una comparación de uno de los modelos descritos en el capítulo 2 con medidas experimentales.

Posteriormente, en el capítulo 5, se presenta un modelo numérico desarrollado en el Instituto de Ingeniería y se efectúan algunas comparaciones entre sus resultados y resultados experimentales, con lo que se verifica su confiabilidad.

Finalmente en el capítulo 6 se presentan las principales conclusiones de este trabajo.

## 2.- ANTECEDENTES

Debido a la importancia en la cuantificación de las presiones máximas y mínimas que ocurren durante el fenómeno de separación de columna, ha sido necesario desarrollar modelos numéricos de cálculo que permitan reproducir dicho fenómeno.

En la literatura técnica existen diferentes métodos numéricos para cuantificar los posibles efectos que pueda tener la vaporización del fluido en conducciones a presión. Sin embargo, muchos de estos modelos presentan cierta dificultad en su programación por la complejidad en la concepción del fenómeno y por lo tanto no resultan representativos, en general, respecto a su comportamiento real.

En el presente capítulo se describen dos de los modelos más representativos, en cuanto al trabajo desarrollado en épocas anteriores, uno con tal dificultad en la programación y con muchas suposiciones arbitrarias para su simplificación numérica, que resulta impráctico su uso de manera general (modelo de Brown [1]), y otro cuya programación resulta relativamente fácil, sin muchas consideraciones simplificadorias del modelo numérico y sin simular el comportamiento de las cavidades gaseosas que se presentan durante el fenómeno (modelo de Safwat [2]).



## 2.1.- MODELO DE BROWN

Uno de los primeros modelos desarrollados para tratar de predecir el fenómeno de separación de columna fue el presentado por R. J. Brown [1].

Brown presenta mediciones de campo obtenidas de dos plantas de bombeo y en las cuales basa el desarrollo de su modelo numérico. Las mediciones muestran que las máximas sobrepresiones registradas exceden a las calculadas en el diseño original. Atribuye esto a la concentración de aire atrapado en la conducción y a la formación de cavidades de vapor producto de las bajas presiones alcanzadas durante el transitorio, esto hace que la columna líquida se separe y durante su reintegración se produzcan sobrepresiones muy grandes, mayores a las estimadas en el cálculo común del golpe de ariete. Por ello, es necesario tomar en cuenta en el cálculo numérico el comportamiento que tienen estas cavidades así como los efectos que produce el aire atrapado en la conducción.

Su modelo considera un volumen inicial de aire atrapado que afectará al transitorio sólo cuando la carga de presión esté próxima a la presión de vaporización. Para ello, denomina  $C$  al volumen total de aire y otros gases liberados en la separación de columna y lo representa en forma adimensional como

$$\bar{C} = \frac{C}{L A}$$

donde  $L$  es la longitud total del acueducto y  $A$  es el área transversal del mismo.

Este volumen total adimensionado puede distribuirse, de alguna manera, a través de la conducción. Por facilidad en el cálculo esta distribución la efectúa en partes iguales concentrándolo en puntos equidistantes. Siguiendo este razonamiento, el volumen de aire en cada punto es

$$C_i = \frac{L_i}{L} C = \bar{C} A L \quad (2.1)$$

donde  $L_i$  es la distancia de punto a punto considerada y  $C_i$  es el volumen de la cavidad al final de  $L_i$ .

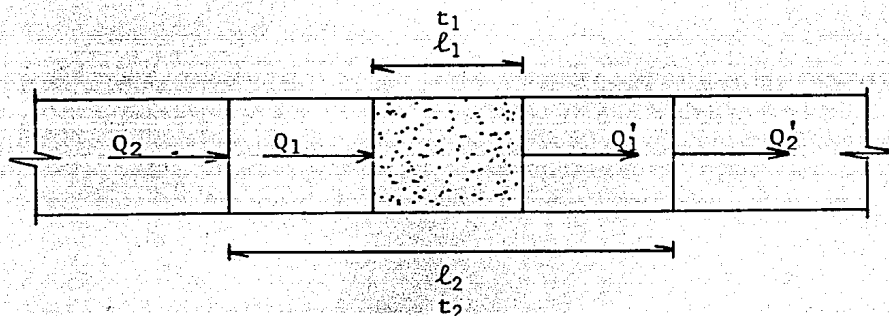
Además, este volumen parcial evoluciona en el tiempo de acuerdo con la ecuación de estado de los gases, que para este caso puede escribirse como

$$H_i C_i^n = \text{Constante} = K \quad (2.2)$$

donde  $H_i$  es la carga de presión absoluta existente en la cavidad al final del incremento de tiempo  $\Delta t$ , y  $n$  es un exponente que

varía desde 1.0 para un proceso isotérmico a un valor de 1.4 para un proceso adiabático rápido. Brown toma un valor promedio de 1.2 para sus cálculos.

Ahora, la ecuación de continuidad en diferencias finitas es deducida de la figura 2.1 de la siguiente manera:



$$\Delta C = C_2 - C_1 = A l_2 - A l_1$$

$$C_2 = C_1 + \frac{\Delta t}{2} [(Q_1' - Q_1) + (Q_2' - Q_2)] \quad (2.3)$$

Fig. 2.1. Ecuación de continuidad para la cavidad gaseosa.

donde  $\Delta t$  es el incremento de tiempo  $t_2 - t_1$ ;  $Q_1$  y  $Q_2$  son los gastos en el extremo de aguas arriba al principio y al final del  $\Delta t$ ;  $Q_1'$  y  $Q_2'$  son los gastos en el extremo de aguas abajo al principio y al final del  $\Delta t$  y  $C_1$  y  $C_2$  los volúmenes inicial y final de la cavidad.

Por otra parte, empleando el método de las características para el cálculo del transitorio y utilizando las

ecuaciones características positiva (2.4) y negativa (2.5) (Ref. [3] pag. 49) en las secciones aguas arriba y aguas abajo de la cavidad

$$Q_2 = C_p - C_a H_2 \quad (2.4)$$

$$Q_2' = C_n + C_a H_2' \quad (2.5)$$

Despreciando las pérdidas por fricción, una relación que se debe cumplir en la vecindad de la frontera líquido-aire es:

$$H_i = H_2 = H_2' \quad (2.6)$$

Así, tomando en cuenta la relación (2.6) y con las ecuaciones (2.2) a (2.5) la solución se limita a ir resolviendo el sistema de ecuaciones no lineal por iteraciones teniendo como incógnitas a  $H_i$ ,  $Q_2$ ,  $Q_2'$  y  $C_2$ .

El cálculo del transitorio durante la separación se efectúa de la siguiente forma:

1).- Dado que  $H_i > H_{\text{vap}}$  se toma  $H_i = H_{\text{vap}}$

2).- Se calcula  $C_i$  con la ecuación (2.1).  $C_i = C_1$

3).- Se obtiene el valor de K con la ecuación (2.2)

- 4).- Se obtienen los valores de  $Q_2$  y  $Q_2'$  con las ecuaciones (2.4) y (2.5) respectivamente
- 5).- Se calcula  $C_2$  con la ecuación (2.3)
- 6).- Calcula  $H_1$  del siguiente  $\Delta t$  con la ecuación (2.2)
- 7).- Compara de nuevo  $H_1$  contra  $H_{vap}$ . Si  $H_1 < H_{vap}$  se toma  $H_1 = H_{vap}$  y se calcula el transitorio en el resto de la tubería. Se actualizan las variables y continúa el cálculo en el paso 4). En caso contrario,  $H_1 > H_{vap}$ , el cálculo se efectúa como un transitorio común con las ecuaciones características.

Debe mencionarse que el modelo no fue comparado con un estudio experimental, ya que sólo se utilizó para reproducir las medidas de campo. Por otra parte, arbitrariamente considera que la condensación de la cavidad es instantánea e inicia con un valor hipotético del volumen inicial de aire.

## 2.2.- MODELO DE SAFWAT

Hemmat H. Safwat es un investigador holandés que ha publicado numerosos artículos referentes a la separación de columna desde mediados de los años 60s. En 1973 desarrollo un modelo numérico para predecir las variaciones de presión y gasto

en transitorios hidráulicos [2]. Este modelo simula la separación de columna de una manera muy simple y sin tomar en cuenta condiciones que regulen el comportamiento de las cavidades de vapor producto de las depresiones durante el fenómeno.

Para el desarrollo del modelo numérico se apoya en un modelo físico, el cual consiste en una tubería de plexiglás de 40 m de longitud y 9 cm de diámetro interior, con dos tanques de carga constante en sus extremos, y una válvula de esfera localizada en el extremo aguas arriba.

El transitorio se produce mediante un cierre lento de la válvula (Aprox. 1 seg.) y la separación de columna ocurre justo aguas abajo de ésta cuando la presión en ese punto alcanza la presión de vapor. Durante la separación se supone que una cavidad de vapor ocupa toda la sección transversal de la tubería y crece longitudinalmente manteniéndose en la presión de vapor.

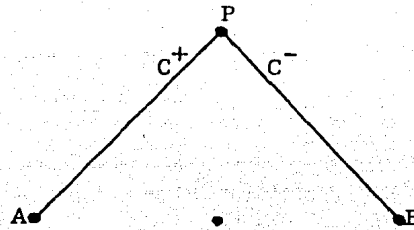
La onda de presión negativa empieza a viajar en la columna líquida entre la cavidad de vapor y el tanque de aguas abajo. Las variaciones de presión y gasto son calculadas con las ecuaciones características positiva (2.7) y negativa (2.8) [3], (fig. 2.2) obteniéndose dos valores diferentes de  $Q_p$ ; el valor promedio de éstos será el gasto en ese punto y en ese instante. Durante el cálculo se verifica que el valor de la presión en cada punto sea mayor a la presión de vapor, en caso contrario, la

presión obtenida en el cálculo es reemplazada por la presión de vapor.

-Al llegar la onda de presión negativa al tanque de carga constante de aguas abajo, la onda se refleja como positiva reinstalando las condiciones a lo largo de la tubería y su llegada a la cavidad se refleja en su disminución. Finalmente, la cavidad desaparece y la columna líquida vuelve a ser continua. El cálculo de la presión y gasto se efectúa de igual manera que en la primera fase.

En sus experiencias, Safwat dedica especial atención a los efectos que produce la válvula durante el cierre y supone que ésta presenta una resistencia al flujo, la cual calcula con polinomios de Tchebichef, cuyos coeficientes representan, en este caso, una relación coeficiente de resistencia-posición angular.

Otra consideración que emplea Safwat en su método de cálculo es la obtención de  $f$  (factor de fricción de Darcy - Weisbach) dependiendo de la velocidad en el punto anterior de cálculo. Para esto utiliza una subrutina en la que  $f$  se determina en función del número de Reynolds.



$$Q_p = C_p - C_a H_p \quad (2.7)$$

$$Q_p = C_n + C_a H_p \quad (2.8)$$

$$C_p = Q_A + \frac{g A}{a} H_A - \frac{f \Delta t}{2 DA} Q_A |Q_A| \quad (2.9)$$

$$C_n = Q_B - \frac{g A}{a} H_A - \frac{f \Delta t}{2 DA} Q_B |Q_B| \quad (2.10)$$

$$C_a = \frac{g A}{a} \quad (2.11)$$

Fig. 2.2. Ecuaciones características positiva y negativa.

En el programa la secuencia de cálculo es la siguiente:

- 1).- Lectura de los datos geométricos
- 2).- Lectura de los datos del experimento (tiempo de cierre, carga en el tanque de aguas abajo, gasto en flujo establecido, pérdidas debidas a la válvula completamente abierta y presión de vapor)
- 3).- Cálculo de los parámetros  $\Delta t$  y  $\Delta x$
- 4).- Lectura de los valores de los coeficientes de los polinomios de Tchebichef
- 5).- Cálculo de las condiciones en flujo establecido



- 6).- Cálculo de la resistencia de la válvula con los polinomios de Tchebichef para cada instante de tiempo mientras ésta se encuentre abierta
- 7).- Se ajusta el valor de  $f$  (factor de fricción) con las velocidades conocidas
- 8).- Se resuelven las ecuaciones características (2.7) y (2.8) para hallar  $Q_p$  y  $H_p$  y se compara con la presión de vapor ( $H_{vap}$ ). Si  $H_p < H_{vap}$  entonces  $H_p = H_{vap}$  y se calcula  $Q_p$  con el valor promedio de las ecuaciones (2.7) y (2.8)
- 9).- Finalmente, se obtienen en forma gráfica los resultados y se comparan con los registros medidos.

### 3.- ESTUDIOS EXPERIMENTALES

El fenómeno de separación de columna sería muy difícil de analizar sin ayuda de la experimentación. Es por ello que con una serie de pruebas realizadas en instalaciones experimentales para el estudio de transitorios hidráulicos, pueden estudiarse las variaciones de presión y gasto que suceden durante el fenómeno. Con ello se facilita su análisis y la posibilidad de predecirlo numéricamente.

En el presente capítulo se muestran dos de los estudios experimentales más completos encontrados en la literatura técnica: El estudio experimental de C. Samuel Martín [4] y el del Instituto de Ingeniería [5]. Ambos estudios presentan gran variedad de experimentos realizados en sus respectivas instalaciones.

#### 3.1.- ESTUDIO EXPERIMENTAL DE MARTIN

C. Samuel Martín hace una investigación sobre la separación de columna para el caso de un cierre rápido de una válvula en el extremo aguas abajo en un sistema de tanque-tubería-válvula [4]. A diferencia de investigaciones

anteriores, este estudio enfatiza la severidad de la separación de columna. Además mediante cuatro transductores de presión colocados a cada 1/4 de la longitud de la tubería, puede obtener gráficas de las variaciones de presión en el tiempo durante el transitorio.

### 3.1.1.- INTRODUCCION

La separación de columna puede presentarse con diferentes intensidades. La posición y el tamaño de las cavidades de vapor productos del transitorio dependen de la severidad del fenómeno, del perfil de la conducción y de la susceptibilidad a la evaporación del fluido. Martín muestra en su estudio que la máxima presión alcanzada por el cierre rápido de la válvula en el extremo aguas abajo puede exceder el valor que se obtiene de la expresión de Joukowsky  $\Delta H = a V_o/g$ , donde  $a$  es la celeridad de la onda,  $V_o$  la velocidad en flujo establecido y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Asimismo, define la siguiente relación entre la ecuación de Joukowsky y la carga de presión absoluta ( $H_o$ ) impuesta en el tanque

$$J_m = \frac{a V_o}{g H_o} \quad (3.1)$$

cuyo fin es dar un valor a la intensidad del fenómeno.

Cuando el valor de esta relación es mayor a la unidad,

entonces el periodo asociado a la separación de columna es también mayor al periodo característico de la tubería ( $2L/a$ ).

- El propósito del estudio de Martin, como el mismo menciona, es el de presentar resultados experimentales que demuestren que las sobrepresiones máximas cuando existe separación de columna ocurren en un tiempo mayor a  $2L/a$ .

### 3.1.2.- INSTALACION EXPERIMENTAL

Martin cuenta con una instalación experimental que consiste en una tubería de cobre de 102.0 m de longitud, un diámetro interior de 13.41 mm y un espesor de 1.24 mm.

La instalación se alimenta desde un depósito que contiene agua desgasificada, con un contenido mínimo de gases disueltos, mediante una bomba centrífuga que descarga hacia un tanque con aire comprimido que constituye un nodo de presión constante en la entrada de la tubería. En el extremo aguas abajo se tiene una válvula esférica que permite el seccionamiento rápido de la conducción; un codo con orificios laterales que permite medir las diferencias de presión (y con esto el gasto) y una válvula de compuerta para regular la velocidad en flujo establecido, en ese orden.

Las condiciones en flujo establecido se pueden controlar

con una válvula de recirculación en la bomba y con la válvula de compuerta del extremo aguas abajo. El gasto puede calcularse con la diferencia de alturas de un manómetro tipo U conectado al codo. Una vez que las condiciones a flujo establecido son las deseadas se cierra rápidamente la válvula esférica en una operación manual.

La instalación cuenta con cuatro transductores de presión localizados a  $x/L = 1/4, 1/2, 3/4$  y 1 (donde  $x$  es la coordenada que mide la distancia al origen de la tubería y  $L$  es la longitud total del sistema), conectados lo más cerca posible de la conducción ( $\approx 20$  mm). Las señales eléctricas provenientes de los cuatro transductores son procesadas en un analizador de señales y posteriormente los resultados son obtenidos gráficamente.

### 3.1.3.- RESULTADOS

Una vez que la válvula esférica se ha cerrado se produce el transitorio hidráulico y se registran las variaciones de presión en los puntos ya señalados.

Teóricamente la velocidad de propagación de la onda de presión (celeridad) puede obtenerse ya sea tomando el tiempo que toma la onda de pasar de un transductor a otro, o bien el que toma en ir hasta el tanque y regresar a un mismo punto. Así, la celeridad medida en esta instalación para pruebas sin separación de columna fue de 1315 m/s. Para esto Martin realiza una prueba en

la cual el valor de la relación (3.1) fue  $J_m = 1.27$  (fig 3.1), se puede observar en esta figura que el valor de la presión nunca alcanza a la presión de vapor, con lo que se puede comprobar que no existe separación de columna.

Martin realizó un total de catorce pruebas para diferentes valores de  $H_o$  y  $V_o$ . Presenta una prueba en la que  $J_m = 1.35$  y se puede observar en la figura 3.2 que la presión mínima alcanza la presión de vapor separándose la columna. En el segundo golpe se observa una pequeña espiga que es el producto del reflejo de la onda de presión en las cavidades de vapor debido a las bajas presiones alcanzadas en el transitorio.

Presenta otra prueba para  $J_m = 1.48$  en la que la espiga alcanza valores de la presión un tanto mayores a los que se tienen en el primer golpe (fig 3.3). Para un número de  $J_m = 1.50$  se puede observar (fig 3.4) que la espiga alcanza una presión 30% mayor a la alcanzada en el primer golpe.

Para  $J_m = 2.34$  si bien el valor de la presión alcanzada por la espiga (fig 3.5) es también mayor en un 18% al del primer golpe no se incrementa en la misma proporción que para el caso anterior. Se puede observar también en esa figura que la duración de la espiga es mayor a las de los casos anteriores, esto es debido al tamaño de las cavidades que en este caso son considerablemente mayores.

Finalmente, la figura 3.6 muestra un valor de  $J_m = 5.8$  que es la intensidad de separación de columna más severa posible en esta instalación. En esta figura se puede observar que ya no existe la espiga de presión y el segundo golpe es menor que el primero. También el tiempo que existe entre el primero y segundo golpes es considerablemente mayor a aquellos para pruebas con un valor menor de  $J_m$ .

#### 3.1.4.- CONCLUSIONES

Las conclusiones principales de este estudio son:

- 1.- La presión máxima alcanzada durante un transitorio hidráulico causado por un cierre rápido en el extremo aguas abajo, puede ser mayor a la calculada con la ecuación de Joukowsky a causa del reflejo de la onda de presión en las cavidades producidas por el transitorio.
- 2.- La existencia de cavidades múltiples se puede verificar con el uso de varios transductores de presión conectados a la instalación durante el transitorio.
- 3.- La celeridad de la onda para bajas intensidades de separación de columna se puede suponer igual a la celeridad sin separación.

4.- Aún con bajas intensidades de separación de columna, las ondas pueden reflejarse en pequeñas cavidades de acuerdo con una condición de frontera de presión constante.



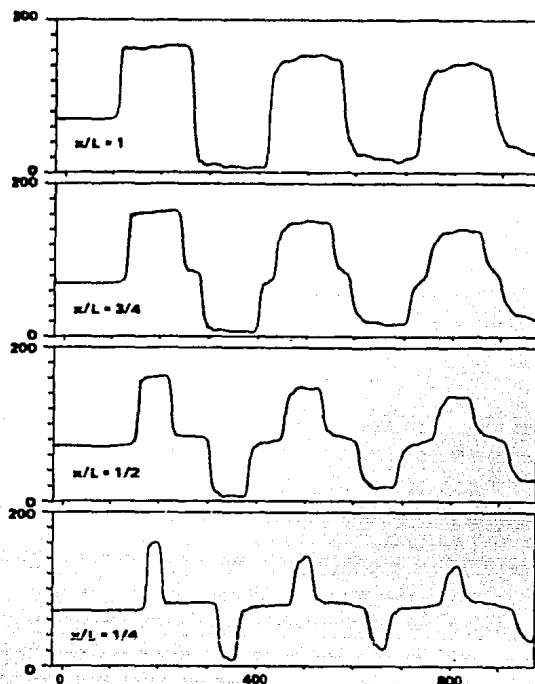


Fig. 3.1. Prueba sin separación de columna ( $V_0=0.691$  m/s,  $H_0=74$  mca abs,  $J_m=1.27$ ).

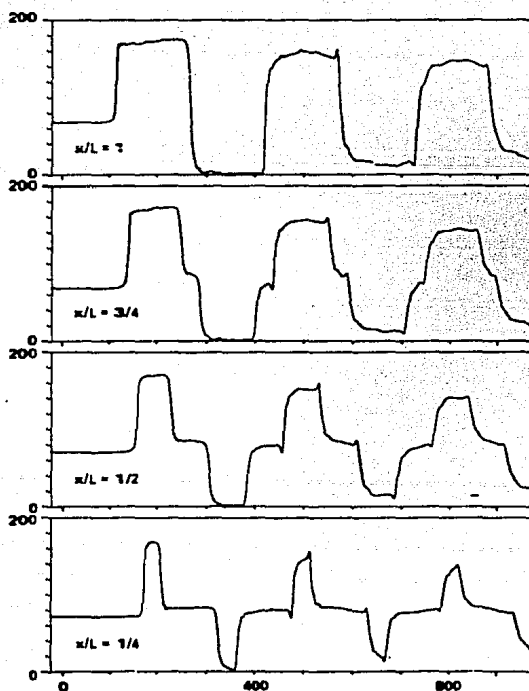


Fig. 3.2. Prueba con baja intensidad de separación de columna ( $V_0=0.739$  m/s,  $H_0=72.4$  mca abs,  $J_m=1.35$ ).

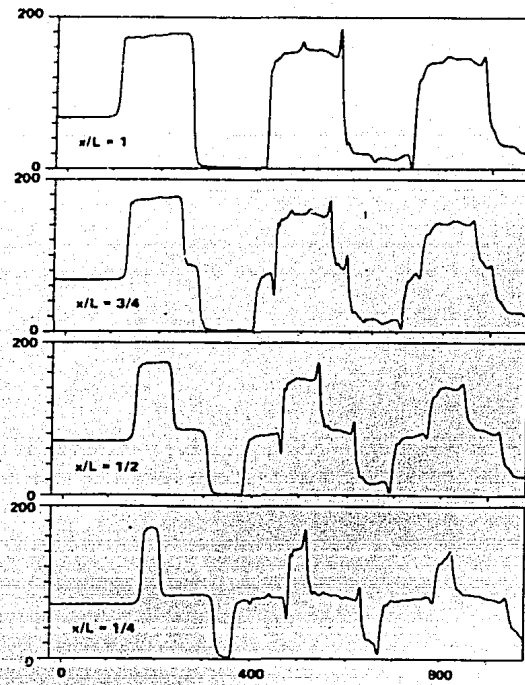


Fig. 3.3. Prueba con separación de columna  
( $V_0=0.784$  m/s,  $H_0=71.4$  mca abs,  
 $J_m=1.48$ ).

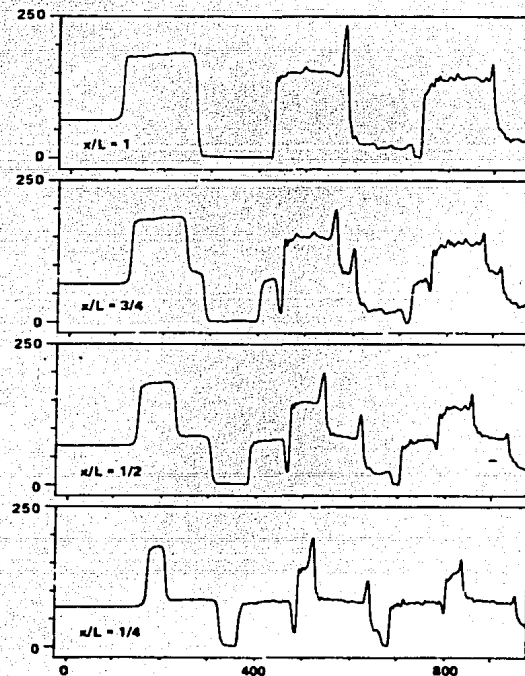


Fig. 3.4. Prueba con separación de columna  
( $V_0=0.826$  m/s,  $H_0=70.3$  mca abs,  
 $J_m=1.48$ ).

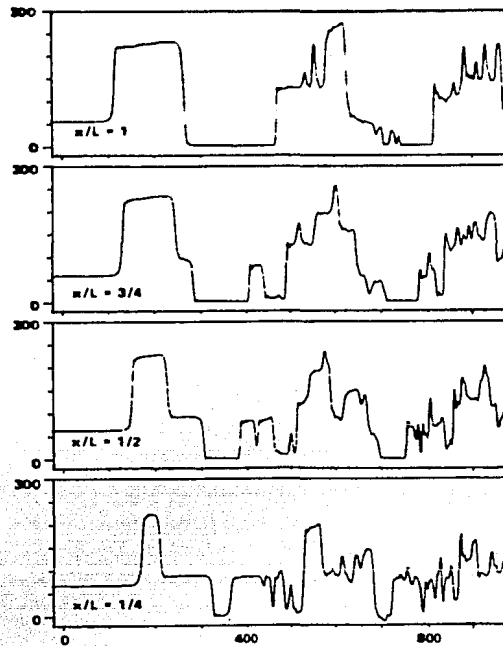


Fig. 3.5. Prueba con separación de columna moderada ( $V_0=1.197$  m/s,  $H_0=63.7$  mca abs,  $J_m=2.34$ ).

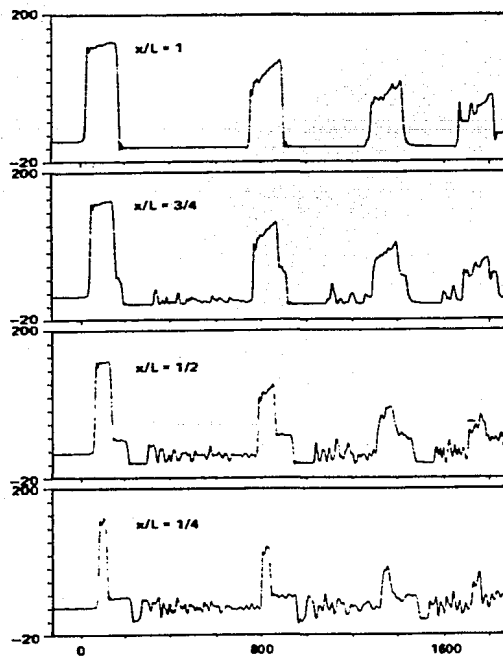


Fig. 3.6. Prueba con la separación de columna más severa posible en la instalación de Martín ( $V_0=1.023$  m/s,  $H_0=23.7$  mca abs,  $J_m=5.8$ ).

### 3.2.- ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL INSTITUTO DE INGENIERIA

Este estudio fue realizado en las instalaciones del Instituto de Ingeniería de la UNAM por encargo de la Comisión Federal de Electricidad.

Este es un estudio teórico-experimental del fenómeno de separación de columna líquida en conducciones de agua a presión [5]. Esta investigación tiene como objetivo principal el de caracterizar experimentalmente el fenómeno, a través de la medición de presión instantánea en varios puntos de la conducción.

El principal resultado de este estudio es la obtención de una relación experimental entre la presión máxima y un parámetro que toma en cuenta la severidad del fenómeno.

#### 3.2.1.- DESCRIPCION DE LA INSTALACION

La instalación experimental de transitorios hidráulicos del Instituto de Ingeniería se encuentra ubicada en el Laboratorio de Hidromecánica.

Esta instalación consta de una tubería de fierro galvanizado de 0.105 m de diámetro interior y tiene una longitud total de 1468.62 m (fig 3.9).

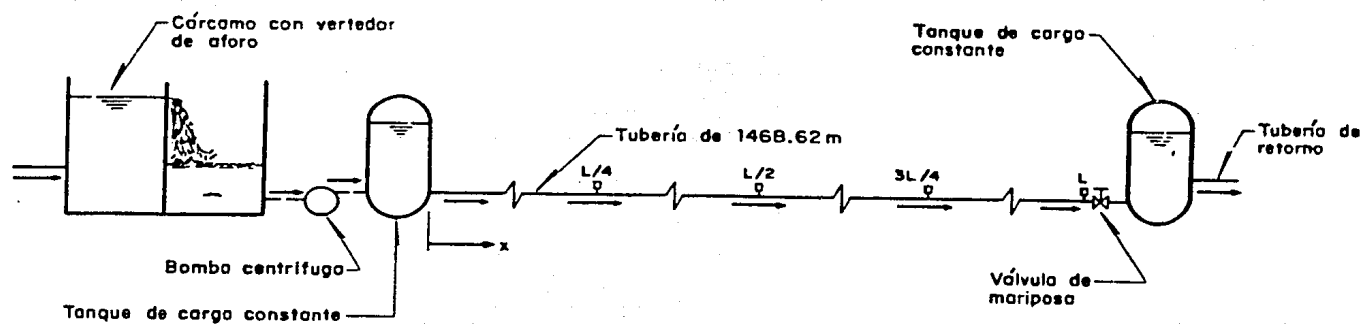


Fig. 3.9. Esquema y fotografía de la instalación de transitorios del Instituto de Ingeniería.

La instalación es un circuito cerrado que toma el agua de un depósito de succión-descarga que alimenta a la conducción por medio de una bomba centrífuga de 50 HP. Cuenta además con dos tanques de 0.896 m de diámetro ubicados en sus extremos, estos tanques admiten aire comprimido con los que se permite simular con ellos nodos de presión constante. La tubería cuenta en su extremo aguas abajo con una válvula de mariposa cuyo cierre es controlado por un pistón neumático que permite el seccionamiento rápido de la conducción (Aprox. 0.2 seg.). Para medir el gasto se utiliza un vertedor de sección triangular el cual se encuentra ubicado en la división del depósito de succión descarga. Para la medición de la presión en flujo establecido en el extremo aguas arriba, se utilizó un manómetro de carátula de rango 0 a 20 kg/cm<sup>2</sup>.

Para las mediciones en flujo transitorio se instalaron en la conducción cuatro tomas, seccionadas por válvulas de compuerta, ubicadas en  $x/L = 1/4, 1/2, 3/4$  y 1, siendo L la longitud total y x la coordenada que mide la distancia al origen de la tubería. En dichas tomas se colocaron transductores de presión marca Gould Statham modelo PA 822-200, con un rango de 0 a 200 psia, temperatura de trabajo de  $-54^{\circ}$  a  $121^{\circ}$ C y una respuesta en frecuencia de 11 KHZ. La señal registrada por los transductores de presión es amplificada por un equipo de acondicionadores de señal. Una vez que la señal es acondicionada se procesa y almacena en una microcomputadora con la ayuda de un convertidor analógico-digital (anexo 1 ref [5]). Por último, esta información

puede ser obtenida gráficamente para, en caso necesario, comparar la medición con el resultado del cálculo numérico.

### 3.2.2.- DESCRIPCION DEL FENOMENO DE SEPARACION DE COLUMNA

En la serie de figuras 3.10 (a - s) se muestran el comportamiento teórico de los diferentes estados sucesivos del fenómeno de propagación de la onda de presión por los cuales la tubería pasa cíclicamente (suponiendo que no hay fricción).

En la parte superior de la figura 3.11 se muestra un esquema de una tubería horizontal a presión, en la cual se realiza un cierre rápido de la válvula del extremo aguas abajo. En cuanto esta válvula se cierra se produce el transitorio, que podemos dividir en las siguientes tres etapas presentadas en la Fig. 3.10:

Primera etapa: Una onda positiva viaja hacia aguas arriba hasta alcanzar el tanque de carga constante (a - d). Luego, la reflexión de esta onda origina la primera onda negativa, la cual viaja hacia aguas abajo hasta la válvula (e - g).

Segunda etapa: La primera onda negativa llega al extremo cerrado de aguas abajo y se refleja para viajar hacia aguas arriba como una segunda onda negativa (h - j). En el extremo aguas arriba esta onda se refleja y origina la segunda onda positiva; esta viaja de

nuevo hacia aguas abajo hasta llegar a la válvula (k - m).

Tercera etapa: La segunda onda positiva se refleja en la válvula y viaja hacia aguas arriba como la tercer onda positiva hasta llegar al tanque de carga constante (n - p). Luego, la onda es reflejada y se genera la tercer onda negativa, la cual viaja hacia aguas abajo hasta llegar finalmente al extremo de la válvula (q - s).

### 3.2.3.- ESTUDIOS REALIZADOS Y RESULTADOS

Se realizaron un total de 12 pruebas para diferentes condiciones de presión y gasto. El criterio utilizado para determinar las condiciones en flujo establecido fue la expresión (3.1) que presenta Martin para clasificar la intensidad de la separación de columna.

Se utilizaron cuatro números diferentes de  $J_m$  y tres pruebas diferentes para cada  $J_m$ .

Para poder comparar las diferentes pruebas con un mismo número de  $J_m$  y asimismo entre diferentes números de  $J_m$  se utilizó una variable adimensional denominada presión normalizada

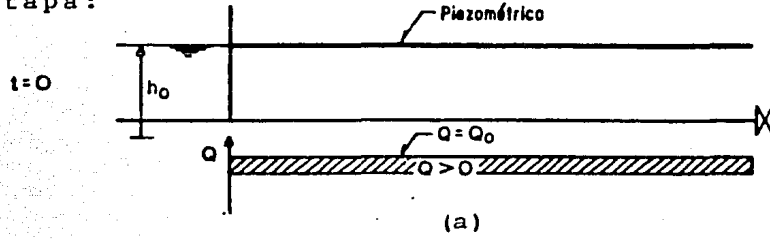
$$H^* = \frac{H - H_j}{\frac{a V_o}{g}} \quad (3.2)$$



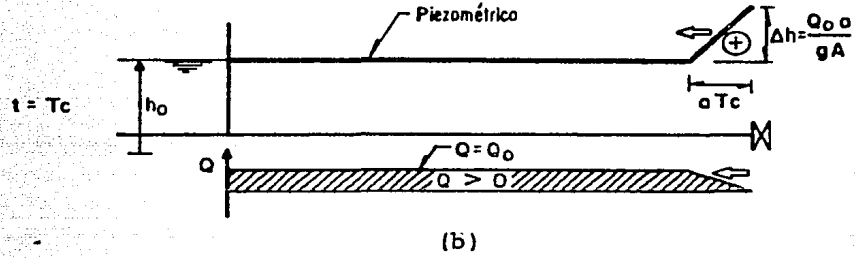
Prueba No	Vo (m/s)	Ho manométrica (m)	Ho absoluta (m)	Jm
1	0.351	36	44	1.041
2	0.557	62	70	1.038
3	0.702	79.5	87.5	1.047
4	0.376	30	38	1.291
5	0.576	49	57	1.319
6	0.744	70	78	1.295
7	0.356	21	29	1.602
8	0.567	39	47	1.574
9	0.820	59	67	1.597
10	0.375	16	24	2.039
11	0.582	30	38	1.998
12	0.813	45.5	53.5	1.983

TABLA 3.1

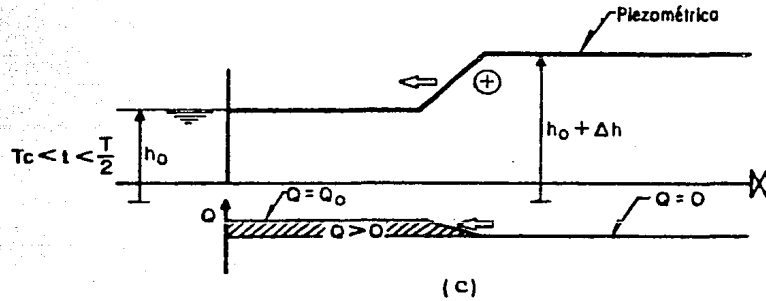
Primera etapa:



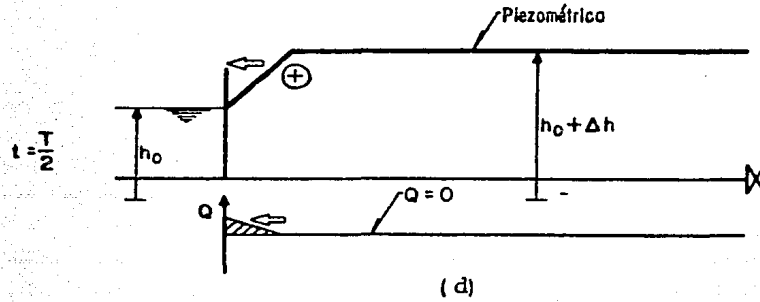
Flujo estacionario. Comienza a formarse la onda de sobrepresión.



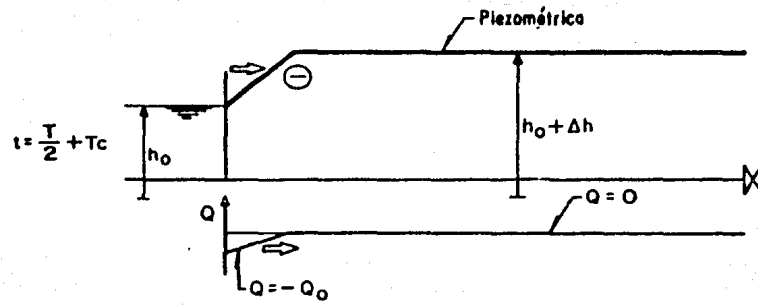
Se forma la onda de sobrepresión.



La onda viaja hacia el tanque de carga constante.

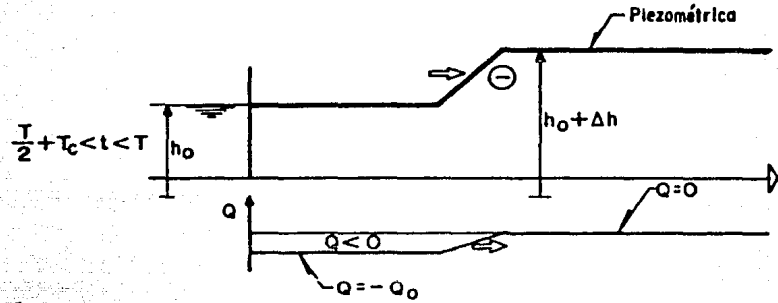


La onda llega al tanque de carga constante. Comienza la reflexión de la onda opuesta ( ⊕ → ⊖ ) en el tanque.



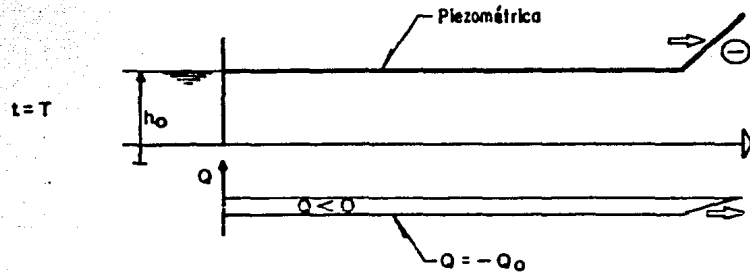
(e)

Finaliza la reflexión en el tanque. La onda de depresión parte hacia la válvula.



(f)

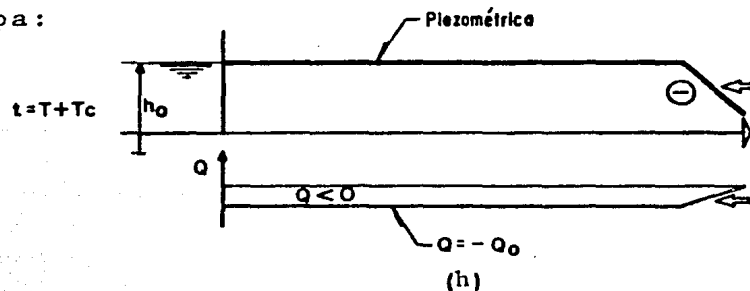
La onda de depresión viaja hacia la válvula.



(g)

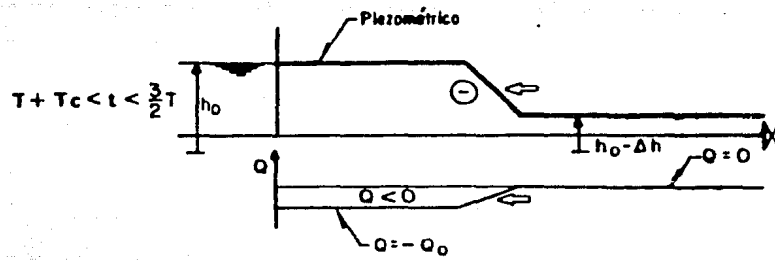
La onda de depresión llega a la válvula T segundos después del comienzo del fenómeno. Comienza la reflexión de la misma onda ( $\ominus \rightarrow \ominus$ ) en la válvula cerrada.

Segunda etapa:



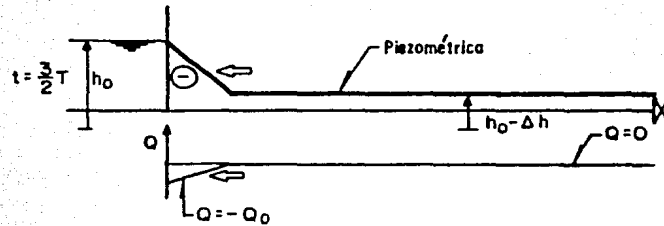
(h)

Finaliza la reflexión en la válvula. La onda de depresión parte hacia el tanque.



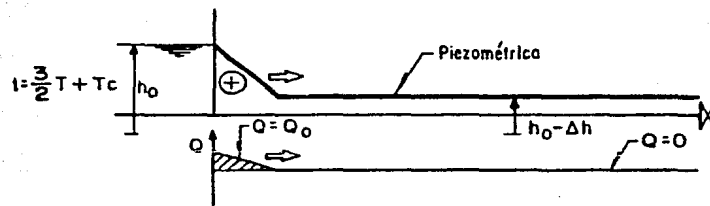
(i)

La onda de depresión viaja hacia el tanque.



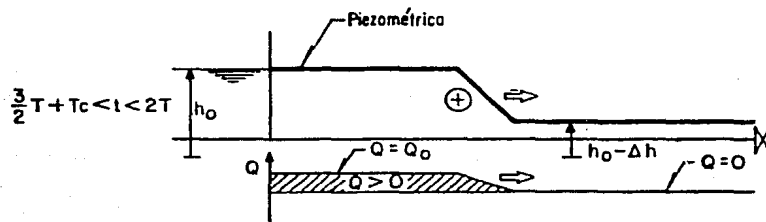
(j)

La onda de depresión llega al tanque. Comienza la reflexión de la onda opuesta ( $\ominus \rightarrow \oplus$ ) en el tanque.



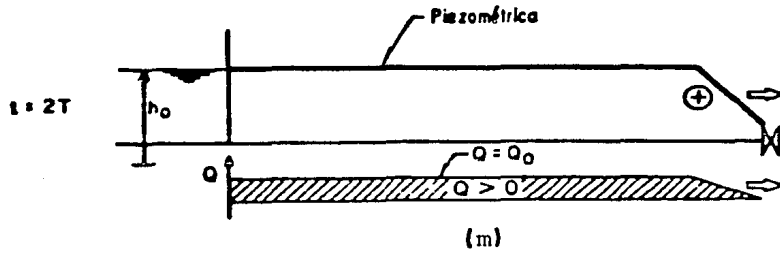
(k)

Finaliza la reflexión en el tanque. La onda de sobrepresión parte hacia la válvula.

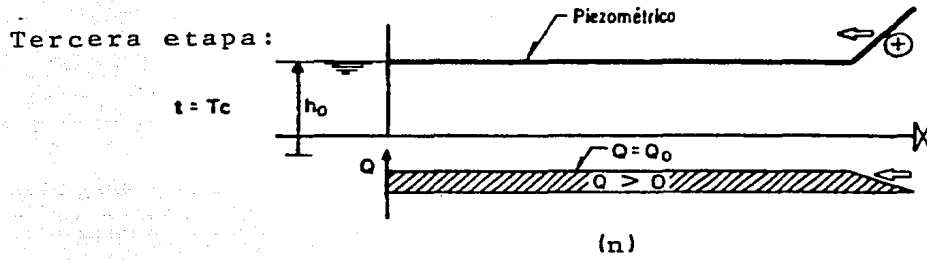


(l)

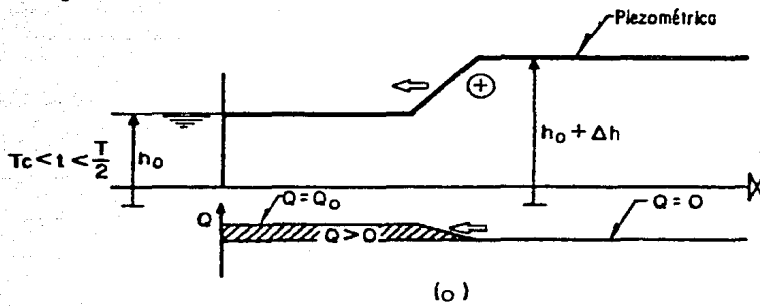
La onda de sobrepresión viaja hacia la válvula.



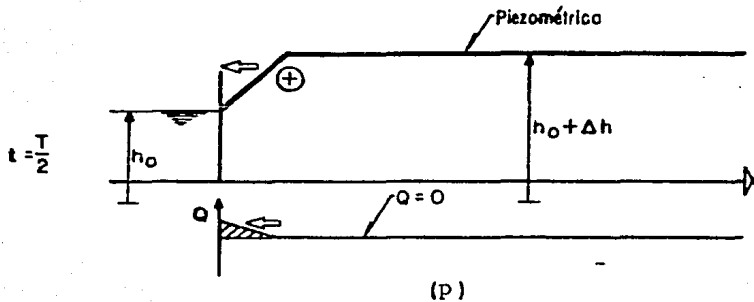
La onda de sobrepresión llega a la válvula  $2T$  segundos después del comienzo del fenómeno.



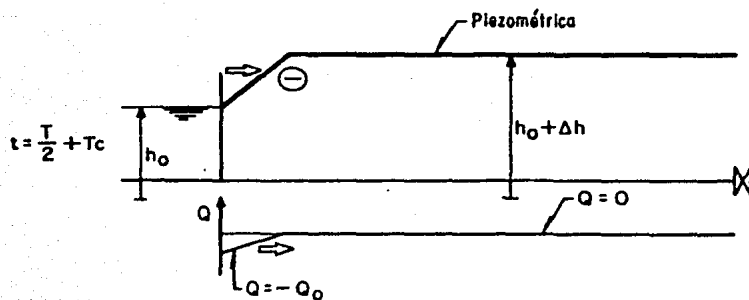
Se forma la onda de sobrepresión.



La onda viaja hacia el tanque de carga constante.

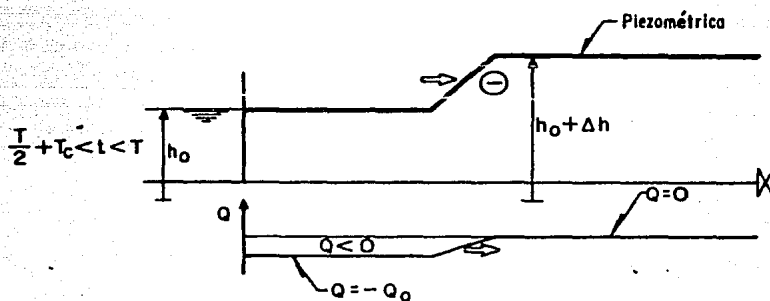


La onda llega al tanque de carga constante. Comienza la reflexión de la onda opuesta (  $\oplus \rightarrow \ominus$  ) en el tanque.



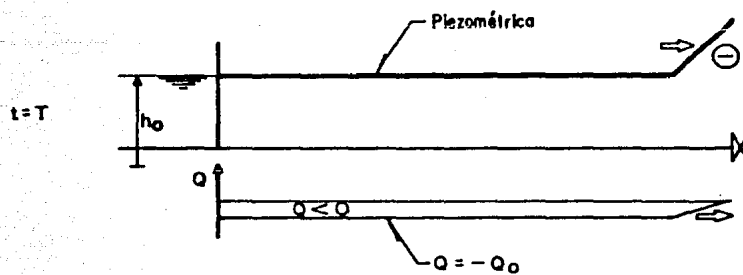
(q)

Finaliza la reflexión en el tanque. La onda de depresión parte hacia la válvula.



(r)

La onda de depresión viaja hacia la válvula.



(s)

Fig. 3.10. Estados sucesivos del fenómeno de propagación de la onda de presión.

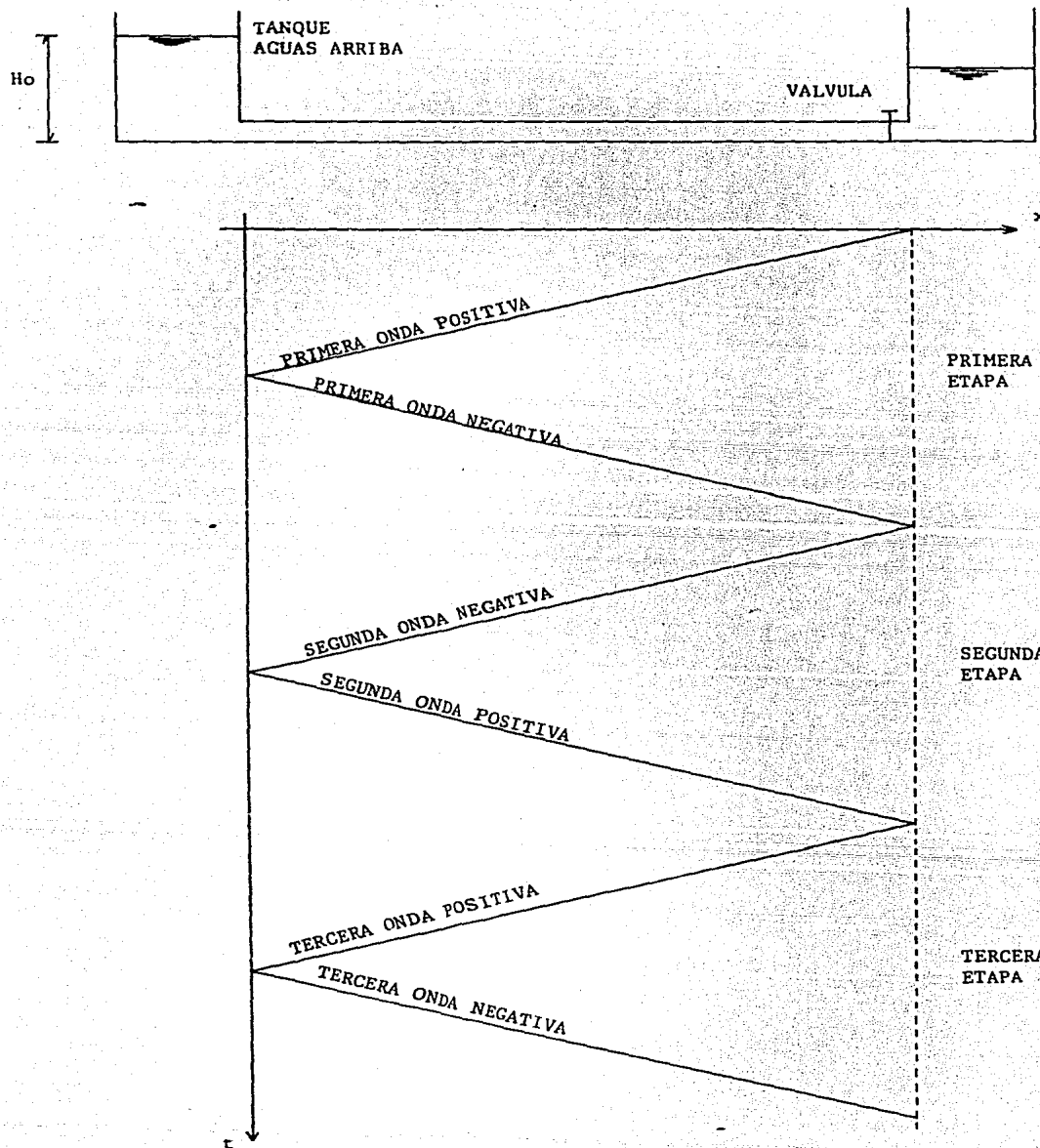


Fig. 3.11. Secuencia de eventos que ocurren después del cierre rápido de la válvula.

donde  $H$  es la presión instantánea en cualquier punto de observación y  $H_1$  es la presión en flujo establecido en el mismo punto. Para condiciones en flujo establecido  $H^* = 0$  y al inicio del transitorio  $H^* = 1$ .

Los resultados obtenidos de las pruebas de la tabla 3.1 se muestran en forma gráfica en las figuras 3.12 a 3.23 para cuatro puntos diferentes de observación ( $x/L = 1/4, 1/2, 3/4$  y  $1$ ), mientras que los correspondientes resultados normalizados en  $x = L$  aparecen en las figuras 3.24 a 3.27.

Para las pruebas 2 y 3 (figs. 3.13 y 3.14) no se presenta separación de columna y pueden observarse los pasos definidos en la fig 3.11.

En las pruebas en que se presentan espigas de presión durante la tercera etapa del transitorio, éstas indican la existencia de la separación de columna. En estas pruebas la duración de la segunda etapa es mayor al período característico de la tubería ( $2L/a$ ), con lo que se confirma la existencia de la separación (figs 3.17 y 3.21).

Se puede observar en estas pruebas que la presión máxima alcanzada por la espiga de presión siempre ocurre durante la tercera etapa, pero en las pruebas en las que no existe separación la presión máxima se alcanza en el golpe inicial. En ambos casos



la presión máxima ocurre en el extremo aguas abajo ( $x = L$ ).

Se puede ver también que si se genera separación de columna la presión mínima que se puede alcanzar en cualquier punto es la presión de vapor ( $H_{\text{vap}}$ ).

Es posible observar en las gráficas que, para un valor constante de  $V_0$ , si el número de  $J_m$  se incrementa entonces la duración de la segunda etapa también se incrementa, pero no es posible establecer esta relación cuando  $J_m$  es constante y se incrementa  $V_0$  (ver figs. 3.15, 3.16 y 3.17).

También es importante observar en las gráficas que la duración del tercer paso y de los golpes subsiguientes es igual a la duración del golpe inicial; entonces, en esa fase la celeridad se mantiene constante. Así, considerando que  $T = 2.28$  seg y recordando que  $L = 1468.62$  m resulta que  $a = 1280$  m/s.

Cuando la segunda onda positiva viaja desde el extremo aguas arriba y alcanza la válvula cerrada se tiene una condición de frontera especial debido a la cavidad de vapor originada en la etapa anterior al fenómeno. Inicialmente, la cavidad se toma como una condición de presión constante, pero al comprimirse, representa una condición de tapa ciega, donde la onda es reflejada con el mismo signo (positiva o negativa).

Los transitorios hidráulicos con el mismo número de  $J_m$  pero diferentes condiciones iniciales parecieran tener comportamientos similares, como se puede ver en las figuras 3.12 a 3.23. Pero para poder compararlas es necesario normalizar sus resultados usando la ecuación (3.2).

Fueron normalizados sólo los resultados obtenidos en el extremo aguas abajo ( $x = L$ ), estas nuevas gráficas se muestran en las figuras 3.24, 3.25, 3.26 y 3.27. Se observa que en realidad no existe similitud entre los mismos números de  $J_m$ . Esto significa que no es posible clasificar a los transitorios hidráulicos a través del número de  $J_m$ .

Sin embargo, como se muestra en la figura 3.28, para la misma velocidad inicial  $V_0$  pareciera existir alguna relación entre la presión máxima transitoria normalizada  $H^*_{m\acute{a}x}$  y el número  $J_m$ , pero en función de la velocidad inicial. Basándose en estos resultados es posible eliminar la dependencia de la velocidad estableciendo una única relación entre  $H^*_{m\acute{a}x}$  y un parámetro de la severidad de la separación de columna que ahora denominaremos  $J$ .

El parámetro  $J$  es una generalización del número  $J_m$ . En la figura 3.29 se muestra un diagrama de un transitorio hidráulico simple que no toma en cuenta la presión de vapor y que ayuda a definir a  $J$  como la relación

$$J = \frac{A}{B}$$

(3.3)

Los valores de A y B se pueden obtener usando un algoritmo de cómputo muy sencillo (ver anexo 2 ref [5]). Si  $J \geq 1$  entonces la presión cae hasta la presión de vapor, generándose así la separación de columna.

La tabla 3.2 muestra los valores de A, B, J y  $H^*_{\text{máx}}$  para cada prueba realizada. La figura 3.30 muestra la gráfica de  $H^*_{\text{máx}} - J$  que se puede tomar como una relación experimental entre  $H^*_{\text{máx}}$  y J.

Puede entonces utilizarse el siguiente procedimiento para evaluar la presión transitoria máxima en una conducción horizontal a presión:

- a).- Obtener los valores de A, B y J.
- b).- Con el valor de J se entra a la gráfica de la fig 3.30 y se obtiene la presión máxima normalizada  $H^*_{\text{máx}}$ .
- c).- La presión máxima puede calcularse con la ecuación (3.2)

No	A (m)	B (m)	J	H* máx
1	87.77	89.54	0.980	1.24
2	134.27	142.40	0.943	1.00
3	167.64	178.80	0.938	1.00
4	90.72	86.79	1.045	1.73
5	137.50	131.87	1.043	1.83
6	183.78	178.68	1.029	1.43
7	84.70	74.00	1.145	1.61
8	140.39	120.71	1.163	1.69
9	194.03	173.67	1.117	1.52
10	92.21	72.67	1.269	1.16
11	140.76	113.66	1.238	1.22
12	193.05	159.26	1.212	1.38

TABLA 3.2

Basándonos en la figura 3.30 podemos entonces hacer una clasificación de la intensidad de la separación de columna:

La separación de columna es incipiente cuando el valor

de  $J$  es menor a 1, en esta clasificación los valores de  $H^*_{\text{máx}}$  son menores a 1.5.

Se tiene una separación intermedia cuando el valor de  $J$  se encuentra entre 1.0 y 1.1, obteniéndose en esta clasificación los valores mayores de  $H^*_{\text{máx}}$ .

La separación es moderada cuando el valor de  $J$  se encuentra entre 1.1 y 1.2. Se puede observar que los valores de  $H^*_{\text{máx}}$  son menores a los de la clasificación anterior, pero todavía por arriba de 1.5.

Nos encontramos con una separación de columna severa cuando el valor de  $J$  excede a 1.2. En esta clasificación los valores de  $H^*_{\text{máx}}$  son de nuevo menores a 1.5.

Es importante observar que las sobrepresiones máximas no ocurren cuando la separación de columna es máxima, sino cuando esta es intermedia.

#### 3.2.4.- CONCLUSIONES

Las conclusiones principales de este estudio son:

El cierre de una válvula localizada en el extremo aguas abajo de una conducción puede producir separación de columna y la presión

máxima que se puede alcanzar durante el fenómeno no es mayor al doble del incremento de presión calculado con la expresión de Joukowsky.

Es posible clasificar la severidad de la separación de columna y hacer una estimación del porcentaje máximo de incremento sobre los resultados obtenidos con la expresión de Joukowsky con ayuda de la figura 3.30.

P A G I N A   E N   B L A N C O

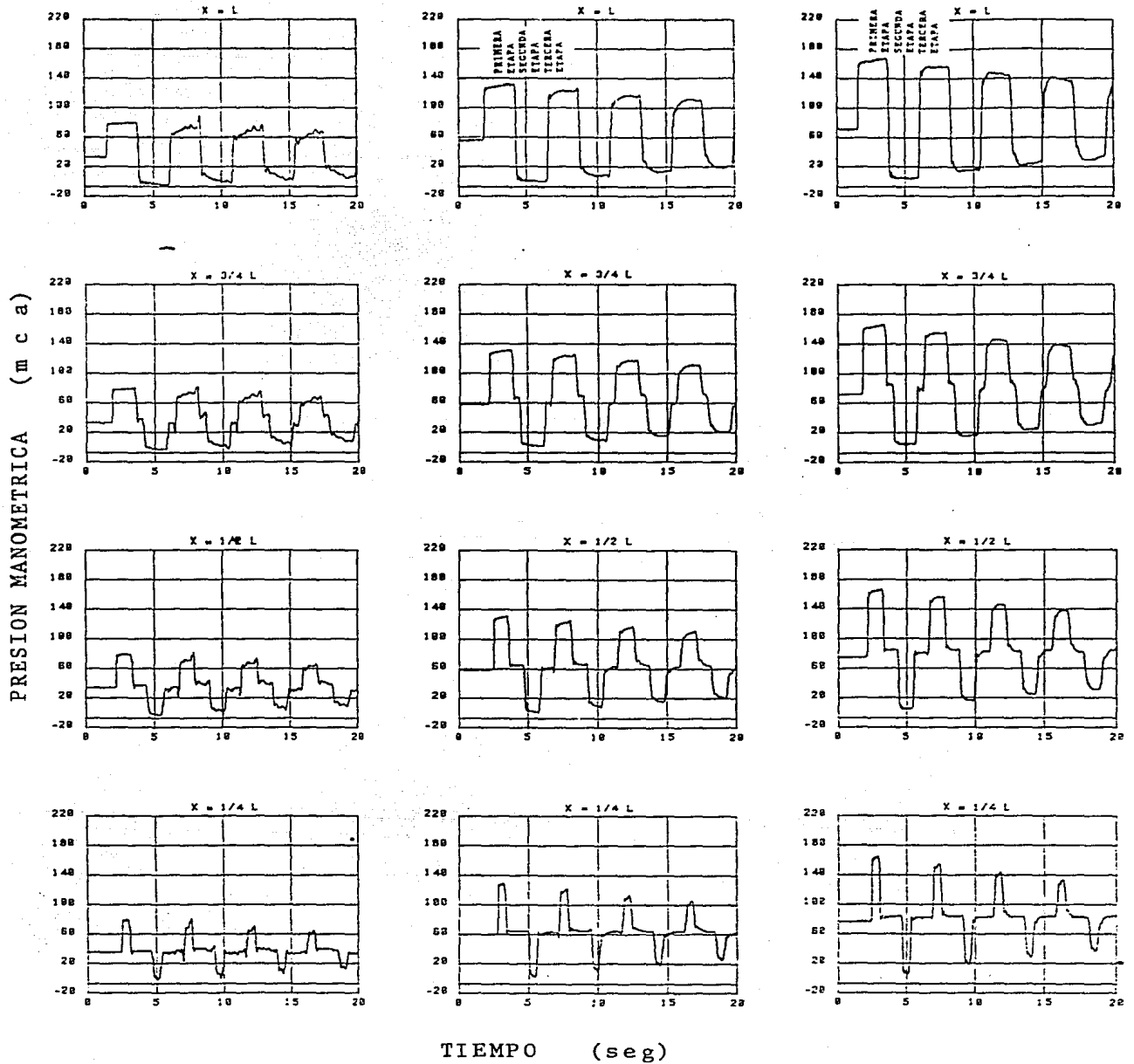


Fig. 3.12.  
Prueba 1  
 $V_0=0.351$  m/s  
 $H_0=36$  mca  
 $J_m=1.041$

Fig. 3.13.  
Prueba 2  
 $V_0=0.557$  m/s  
 $H_0=62$  mca  
 $J_m=1.038$

Fig. 3.14.  
Prueba 3  
 $V_0=0.702$  m/s  
 $H_0=79.5$  mca  
 $J_m=1.047$



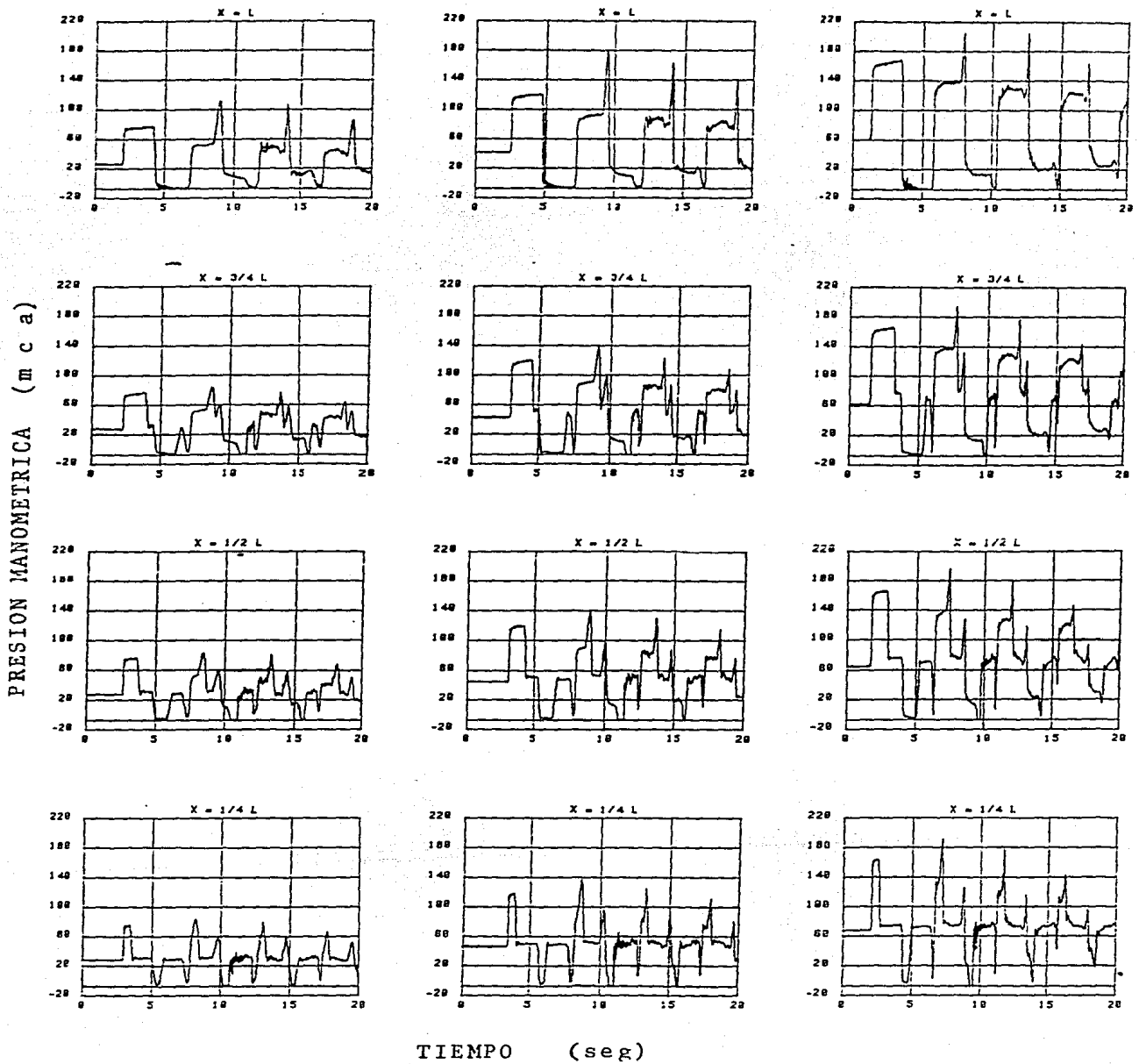
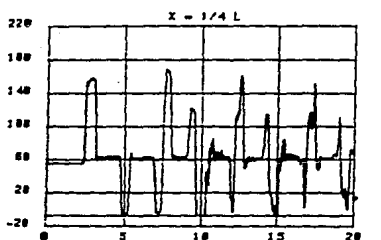
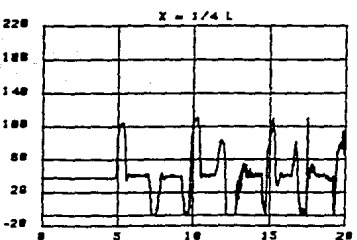
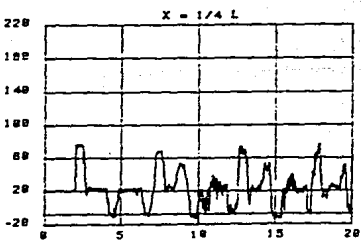
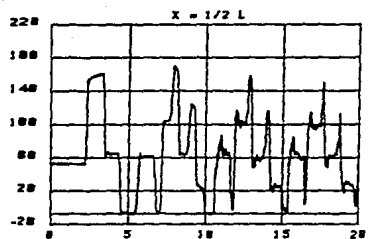
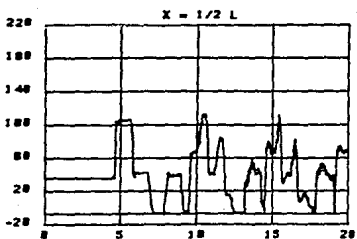
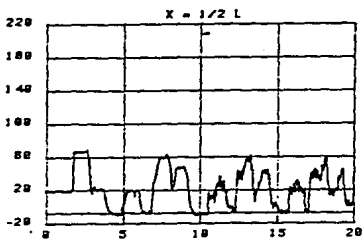
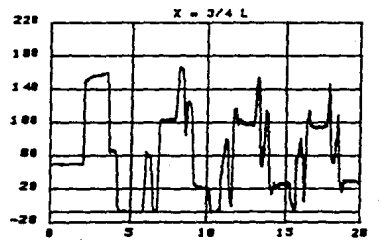
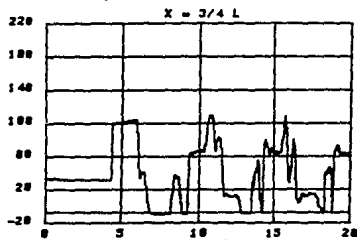
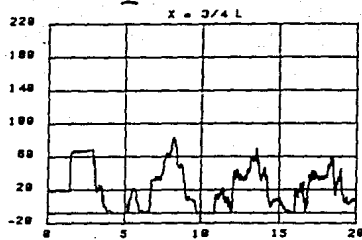
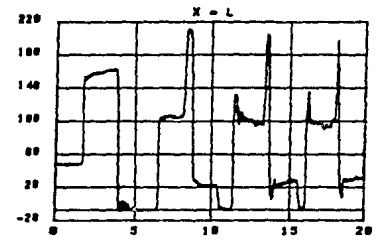
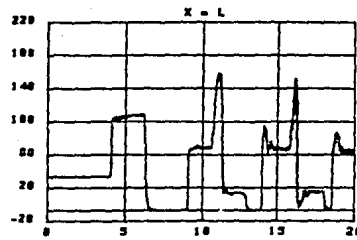
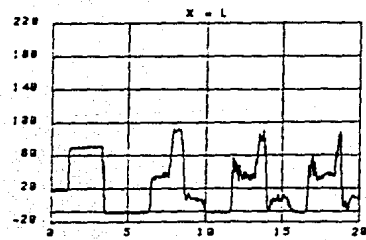


Fig. 3.15.  
 Prueba 4  
 $V_0 = 0.376$  m/s  
 $H_0 = 30$  mca  
 $J_m = 1.291$

Fig. 3.16.  
 Prueba 5  
 $V_0 = 0.576$  m/s  
 $H_0 = 49$  mca  
 $J_m = 1.319$

Fig. 3.17.  
 Prueba 6  
 $V_0 = 0.774$  m/s  
 $H_0 = 70$  mca  
 $J_m = 1.295$

PRESION MANOMETRICA (mca)



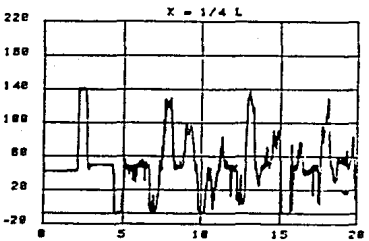
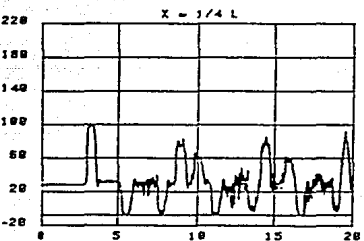
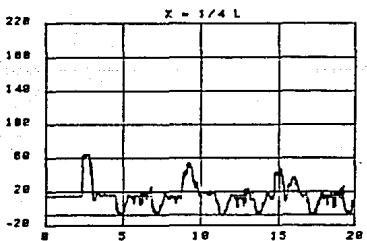
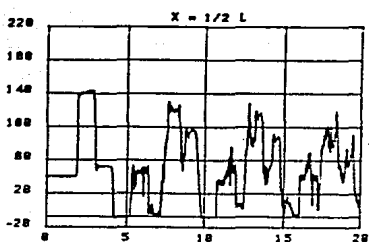
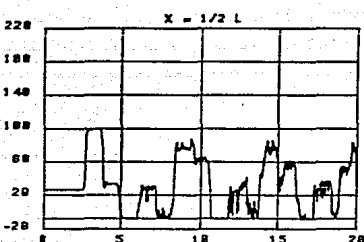
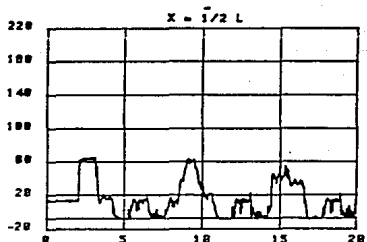
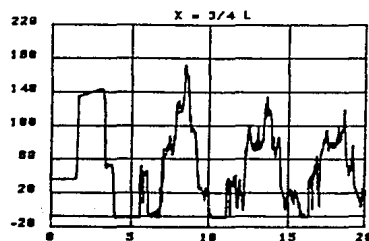
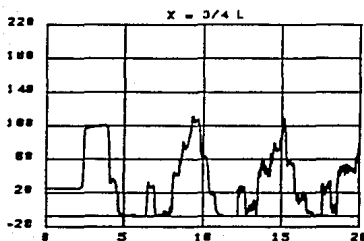
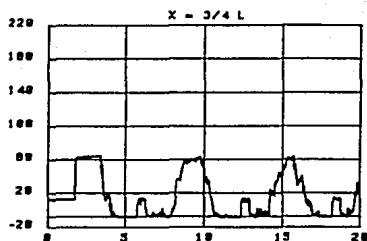
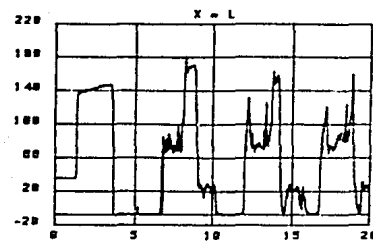
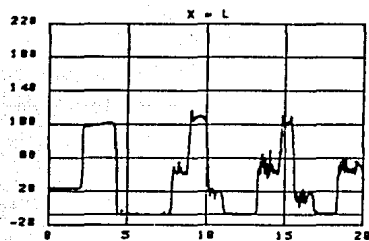
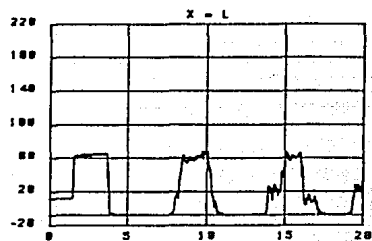
TIEMPO (seg)

Fig. 3.18.  
Prueba 7  
 $V_0 = 0.356$  m/s  
 $H_0 = 21$  mca  
 $J_m = 1.602$

Fig. 3.19.  
Prueba 8  
 $V_0 = 0.567$  m/s  
 $H_0 = 39$  mca  
 $J_m = 1.574$

Fig. 3.20.  
Prueba 9  
 $V_0 = 0.820$  m/s  
 $H_0 = 59$  mca  
 $J_m = 1.597$

PRESION MANOMETRICA (m c a)



TIEMPO (seg)

Fig. 3.21.  
Prueba 10  
 $V_0 = 0.375$  m/s  
 $H_0 = 30$  mca  
 $J_m = 2.039$

Fig. 3.22.  
Prueba 11  
 $V_0 = 0.582$  m/s  
 $H_0 = 30$  mca  
 $J_m = 1.998$

Fig. 3.23.  
Prueba 12  
 $V_0 = 0.813$  m/s  
 $H_0 = 45.5$  mca  
 $J_m = 1.983$

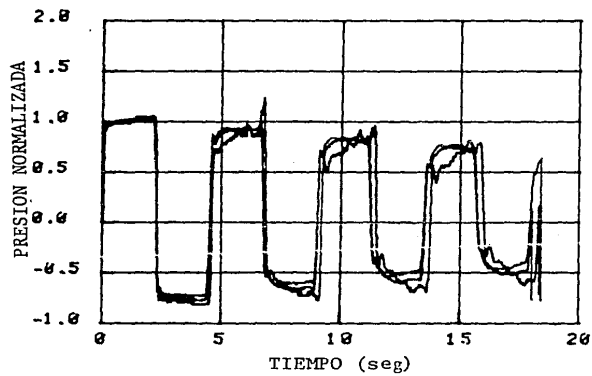


Fig. 3.24. Pruebas normalizadas (pruebas 1, 2 y 3).

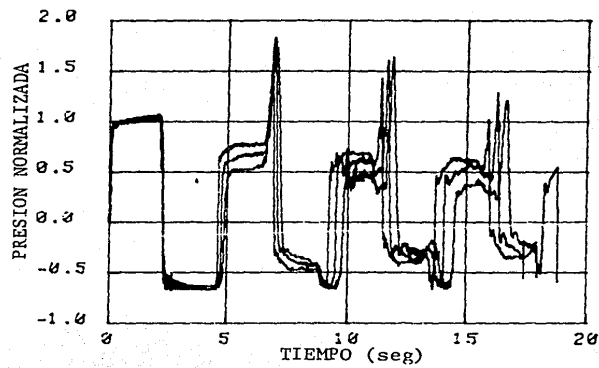


Fig. 3.25. Pruebas normalizadas (pruebas 4, 5 y 6).

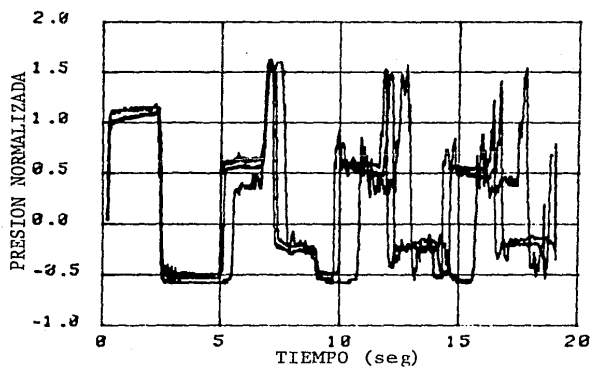


Fig. 3.26. Pruebas normalizadas (pruebas 7, 8 y 9).

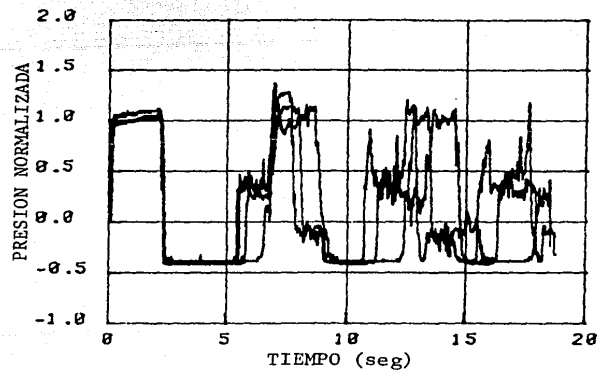


Fig. 3.27. Pruebas normalizadas (pruebas 10, 11 y 12).

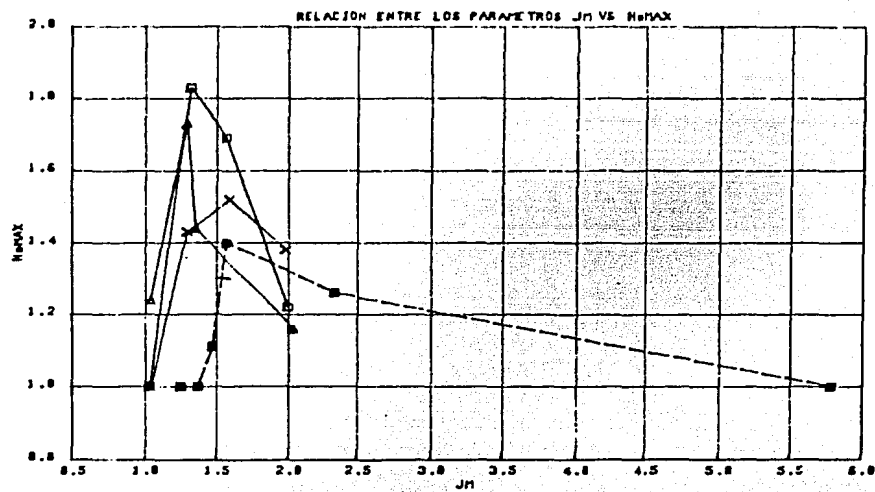


Fig. 3.23. Relación entre los parámetros  $J_m$  y  $H_{mMAX}$ .

- △ Para  $Re \approx 33,500$
- Para  $Re \approx 54,500$
- X Para  $Re \approx 74,200$
- Martin

Fig. 3.29.

Registro de presiones transitorias en  $x = L$  en ausencia de la vaporización del agua.

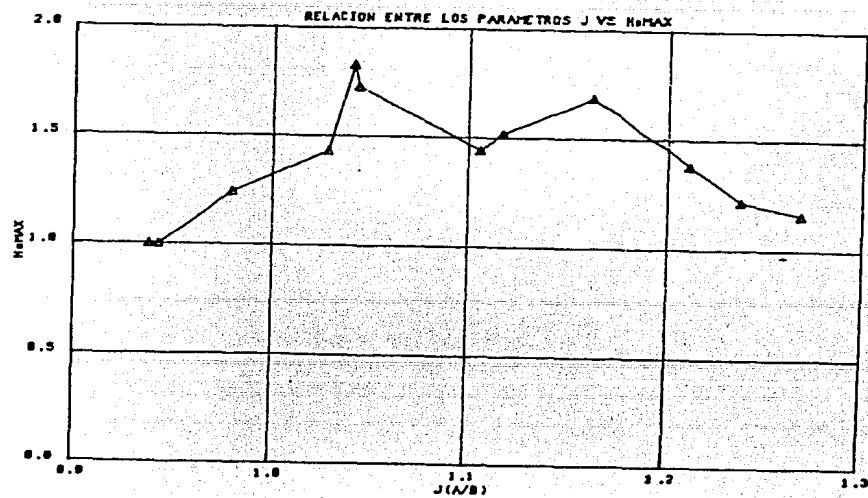
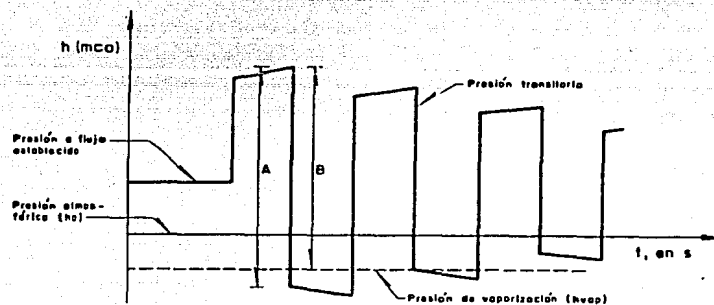


Fig. 3.30. Relación entre los parámetros  $J$  y  $H_{mMAX}$ .

#### 4.- COMPARACION DE RESULTADOS NUMERICOS CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para poder verificar la eficacia de un modelo numérico es necesario comparar sus resultados con resultados experimentales, o resultados de campo.

En este capítulo se comparan los resultados obtenidos por el modelo de Safwat con los obtenidos experimentalmente en el Instituto de Ingeniería (descritos en el capítulo anterior).

El modelo de Brown no será comparado por no considerarse un modelo adecuado para su uso de manera general, ya que este modelo inicia con un valor hipotético del volumen de aire, difícil de cuantificar correctamente.

#### 4.1.- APLICACION DEL MODELO DE SAFWAT

-En el capítulo 2 se describió el modelo numérico de Safwat (sección 2.2). Este modelo supone un cierre lento en el extremo aguas arriba y dedica especial atención a los efectos de resistencia al flujo de la válvula las cuales simula con polinomios de Tchebichef, cuyos coeficientes en este caso representan una relación coeficiente de resistencia-posición angular.

Para comparar los resultados del modelo de Safwat con las medidas experimentales del Instituto de Ingeniería es necesario tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

a) Dado que en las medidas experimentales del Instituto de Ingeniería el cierre se realiza en el extremo aguas abajo, es necesario modificar el modelo de Safwat para que éste ubique a la separación de columna en el mismo extremo.

b) En las pruebas experimentales el tiempo de cierre es mucho menor al período característico de la tubería (sección 3.2.1), por lo que se considera un cierre instantáneo. Entonces, podrán

despreciarse los efectos de resistencia al flujo de la válvula.

- En las figuras 4.1 a 4.12 se muestran las comparaciones del modelo con las pruebas experimentales.

Se observa que en las pruebas 1, 2 y 3 (Figs. 4.1, 4.2 y 4.3 respectivamente), pruebas correspondientes a la separación incipiente, el comportamiento del modelo es aceptable.

En la separación intermedia (pruebas 4, 5 y 6) el modelo difiere notablemente en la magnitud de las sobrepresiones máximas con respecto al comportamiento real (en el segundo golpe).

En las pruebas 7, 8 y 9 (Figs. 4.7, 4.8 y 4.9), en las cuales la separación es moderada, el modelo no sólo difiere en las sobrepresiones, sino también en las frecuencias (tiempo de separación) del fenómeno.

Para la separación severa (pruebas 10, 11 y 12) las variaciones de amplitud (sobrepresiones) y frecuencia son también muy diferentes entre el modelo y las pruebas experimentales, como

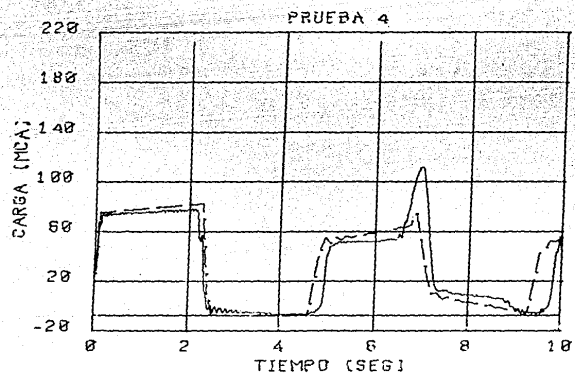
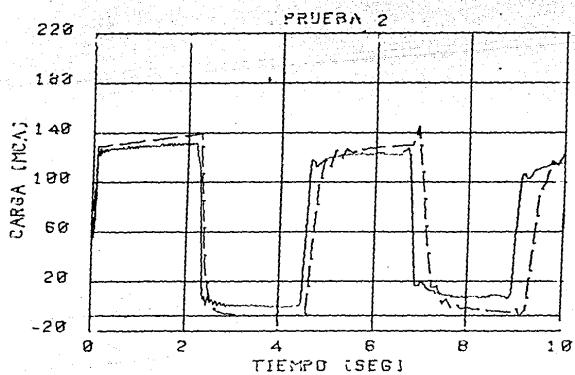
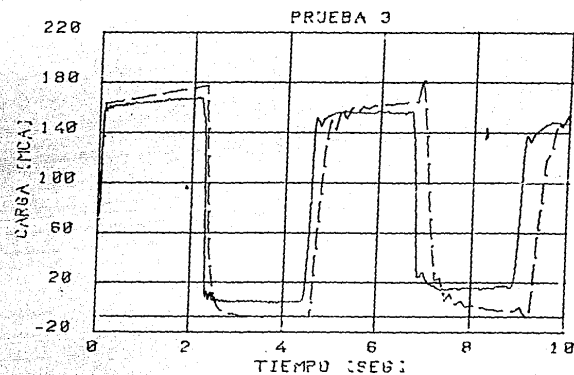
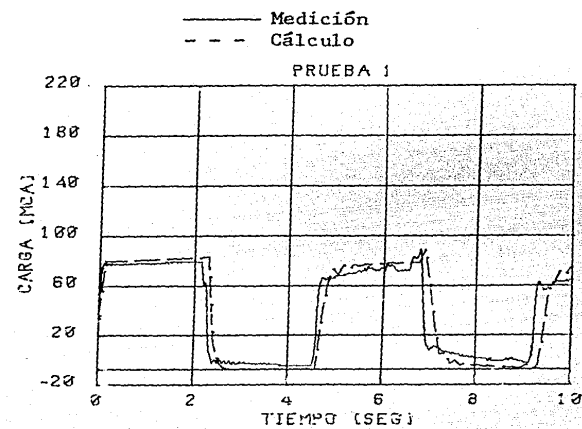


puede verse en las figuras correspondientes.

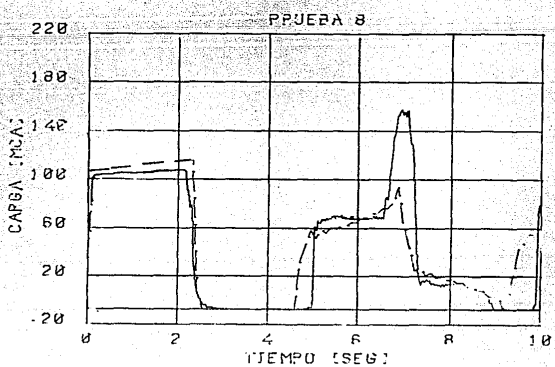
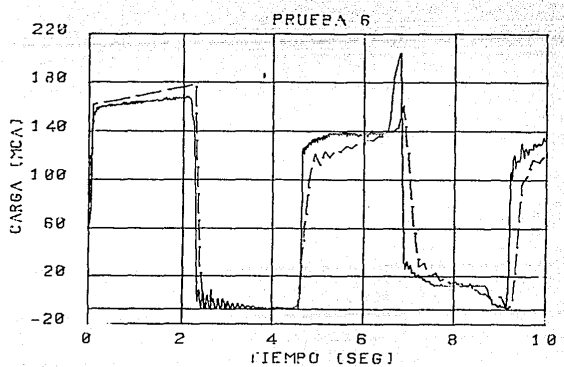
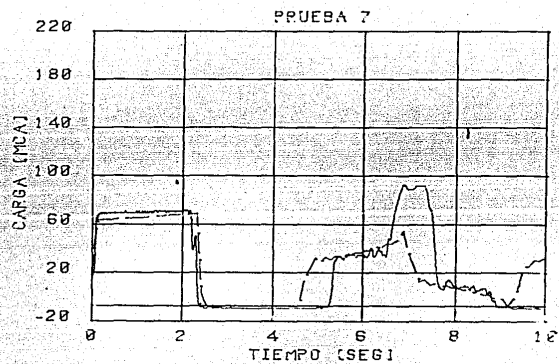
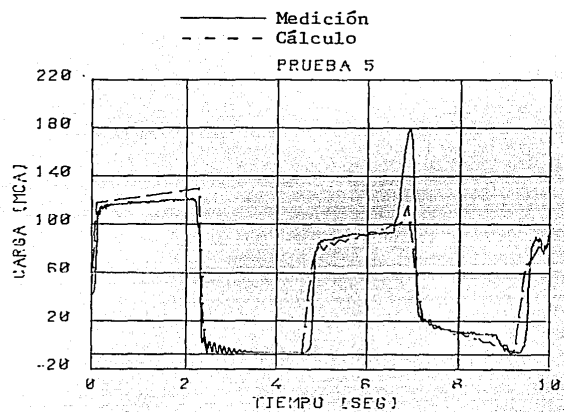
#### 4.2.- OBSERVACIONES

El modelo de Safwat no es un modelo adecuado para predecir el comportamiento del fenómeno con fines de diseño, ya que su comportamiento es aceptable sólo en intensidades de separación de columna incipiente. Esto es debido a que en el modelo no existe una condición que regule el comportamiento de las cavidades de vapor producidas durante el golpe de ariete.

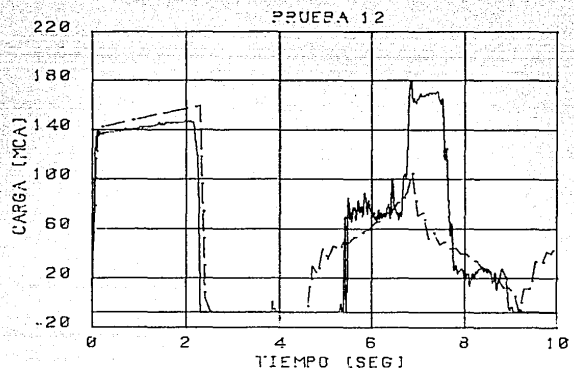
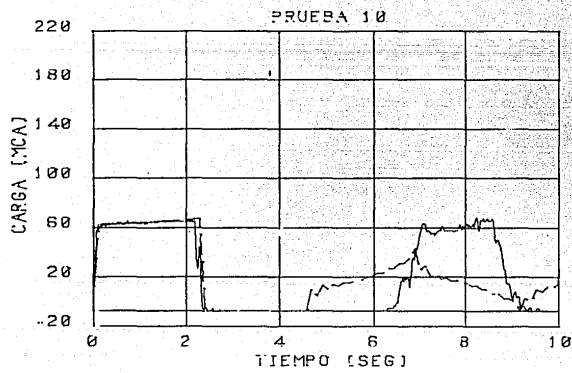
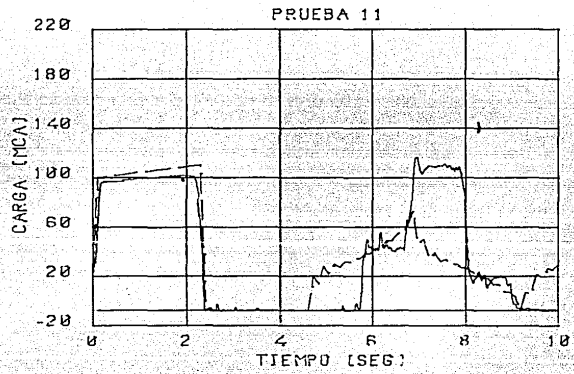
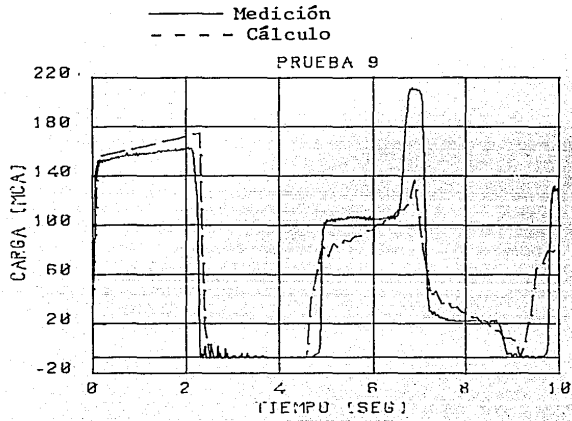
De acuerdo con lo anterior se puede concluir que es necesario desarrollar un modelo numérico que tome en cuenta el comportamiento de las cavidades de vapor que se generan durante el fenómeno de separación de columna.



Figs. 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4. Comparación de resultados experimentales y resultados numéricos en  $x = L$ .



Figs. 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8. Comparación de resultados experimentales y resultados numéricos en  $X = L$ .



Figs. 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12. Comparación de resultados experimentales y resultados numéricos en  $x = L$ .

## 5.- MODELO DEL INSTITUTO DE INGENIERIA

Debido a la inexistencia de un modelo numérico que calculara correctamente las presiones máximas durante un transitorio hidráulico asociado a la separación de columna, fue necesario desarrollar un modelo numérico capaz de predecir dichas sobrepresiones.

El modelo numérico del Instituto de Ingeniería está basado en el método de las características. Este método ha sido utilizado tradicionalmente en cálculos de golpe de ariete, por lo que en primer lugar se explicará el método de las características asociado al fenómeno de separación de columna y después la aplicación del mismo para el desarrollo del modelo numérico.

### 5.1.- METODO DE LAS CARACTERISTICAS PARA TRANSITORIOS HIDRAULICOS EN TUBERIAS A PRESION

Para utilizar el método de las características en transitorios hidráulicos se toman la ecuación dinámica y la ecuación de continuidad para flujo no permanente en su forma diferencial parcial. Es necesario tomar en cuenta ciertas

### 5.1.2.- ECUACIONES CARACTERISTICAS

Las ecuaciones características se obtienen de combinar linealmente a la ecuación dinámica con la ecuación de continuidad.

La ecuación dinámica se obtiene al aplicar la segunda ley de Newton a un volumen de control aislado dentro de un conducto a presión (ref. [3]). La ecuación resultante es

$$L_1 = \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (5.1)$$

donde  $Q$  es el gasto instantáneo y  $H$  la carga piezométrica instantánea, ambas función del tiempo  $t$  y de la posición  $x$ ;  $A$  es el área de la sección transversal del conducto,  $D$  el diámetro del mismo y  $f$  es el factor de fricción utilizado en la fórmula de Darcy-Weisbach.

Asimismo, la ecuación de continuidad se obtiene de aplicar la ley de conservación de la masa a un volumen de control aislado dentro de la tubería. La ecuación resultante es

$$L_2 = a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (5.2)$$

donde  $a$  es la celeridad de la onda de presión dentro de la tubería.

hipótesis para su obtención, mismas que pueden verse con detalle en la referencia [3].

#### 5.1.1.- HIPOTESIS

Para la derivación de las ecuaciones de flujo no permanente en conductos a presión se requiere de las siguientes hipótesis:

- a) Se considera que el flujo en el conducto es unidimensional y que la velocidad en cualquier sección transversal es uniforme.
- b) Se considera que las paredes de la tubería y el mismo fluido se comportan como medios linealmente elásticos, esto es, que sus deformaciones son proporcionales a los esfuerzos a que están sujetos.
- c) Las fórmulas para el cálculo de las pérdidas por fricción del flujo permanente son también válidas para el flujo no permanente.
- d) La variación de la velocidad con respecto a la posición es muy pequeña comparada con la variación de la velocidad con respecto al tiempo, con lo que la primera puede ser despreciada.

Ahora, considerando la siguiente combinación lineal de las ecuaciones 5.1 y 5.2

$$L = L_1 + \lambda L_2 = 0$$

se tiene

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| + \lambda \left( a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} \right) = 0$$

Ordenando resulta

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \lambda gA \left( \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (5.3)$$

Recordando que Q y H son ambas funciones de x y t; de la definición de derivada total se tiene

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (5.4)$$

y

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (5.5)$$

Definiendo al parámetro  $\lambda$  como

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} = \lambda a^2 \quad (5.6)$$

o sea



$$\lambda = \pm \frac{1}{a} \quad (5.7)$$

y sustituyendo la ecuación 5.6 en las ecuaciones 5.4 y 5.5, la ecuación 5.3 puede escribirse como

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (5.8)$$

si

$$\frac{dx}{dt} = a \quad (5.9)$$

y también

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (5.10)$$

si

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (5.11)$$

Nótese que la ecuación 5.8 es válida sólo si se satisface la condición 5.9, mientras que la ecuación 5.10 es válida si la condición 5.11 se satisface. Las ecuaciones 5.8 a 5.11 constituyen un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas que son  $x, t, Q$  y  $H$ .

En el plano  $x-t$  (fig. 5.1), las ecuaciones 5.9 y 5.11 representan dos líneas rectas que tienen como pendientes a  $+1/a$  y  $-1/a$  respectivamente. Estas líneas rectas son las llamadas líneas características. Por otra parte, si las condiciones de gasto ( $Q_A$  y  $Q_B$ ) y de carga ( $H_A$  y  $H_B$ ) son conocidas en un instante  $t$  para los puntos A y B (fig. 5.1), entonces la determinación de la carga  $H_P$  y el gasto  $Q_P$  en el punto P en el instante  $t+\Delta t$  ( $\Delta x = a\Delta t$ ) puede efectuarse como se indica en seguida

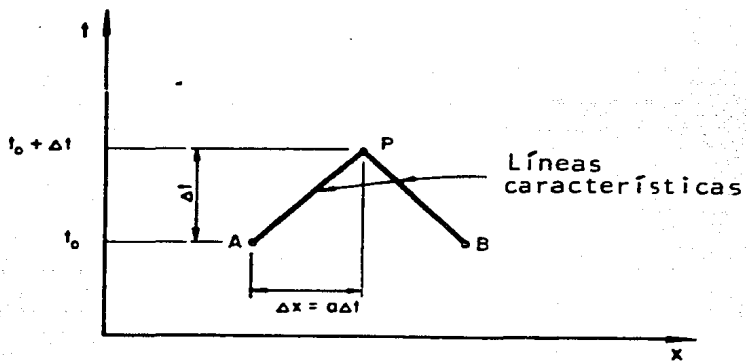


Fig. 5.1. Líneas características en el plano  $x-t$ .

Siendo AP la línea de la característica positiva, puede escribirse la variación de gasto y carga como

$$dQ = Q_P - Q_A \quad (5.12)$$

y

$$dH = H_P - H_A \quad (5.13)$$

De la misma manera, para la línea característica negativa BP, se tiene

$$dQ = Q_P - Q_B \quad (5.14)$$

y

$$dH = H_P - H_B \quad (5.15)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.12 y 5.13 en la ecuación 5.8 y las ecuaciones 5.14 y 5.15 en la ecuación 5.10, y multiplicando por  $\Delta t$  se obtiene respectivamente

$$(Q_P - Q_A) + \frac{gA}{a} (H_P - H_A) + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_A |Q_A| = 0 \quad (5.16)$$

y

$$(Q_P - Q_B) - \frac{gA}{a} (H_P - H_B) + \frac{f\Delta t}{2DA} Q_B |Q_B| = 0 \quad (5.17)$$

La ecuación 5.16 puede escribirse

$$Q_P = C_p - C_a H_P \quad (5.18)$$

mientras que la ecuación 5.17 como

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (5.19)$$

donde

$$C_p = Q_A + \frac{g \cdot A}{a} H_A - \frac{f \Delta t}{2DA} Q_A |Q_A| \quad (5.20)$$

$$C_n = Q_B - \frac{g \cdot A}{a} H_B - \frac{f \Delta t}{2DA} Q_B |Q_B| \quad (5.21)$$

y

$$C_a = \frac{g \cdot A}{a} \quad (5.22)$$

La ecuación 5.18 se le conoce como ecuación característica positiva y a la ecuación 5.19 como ecuación característica negativa. Así, resolviendo simultáneamente este par de ecuaciones para  $Q_p$  y  $H_p$  resulta

$$Q_p = \frac{1}{2} (C_p + C_n) \quad (5.23)$$

y

$$H_p = \frac{1}{2C_a} (C_p - C_n) \quad (5.24)$$

Es decir, para calcular los valores de la carga  $H_p$  y del gasto  $Q_p$  en el punto P en el instante  $t + \Delta t$ , basta conocer el valor

de  $C_a$ , que es constante en todo el cálculo, y los valores de  $C_p$  y  $C_n$  que se determinan con las ecuaciones 5.20 y 5.21 y dependen de los valores de carga y gasto de los puntos A y B en el instante  $t$ . En la figura 5.2 se muestra una red característica donde se señalan los puntos interiores, así como las fronteras de aguas arriba y aguas abajo en una conducción horizontal a presión.

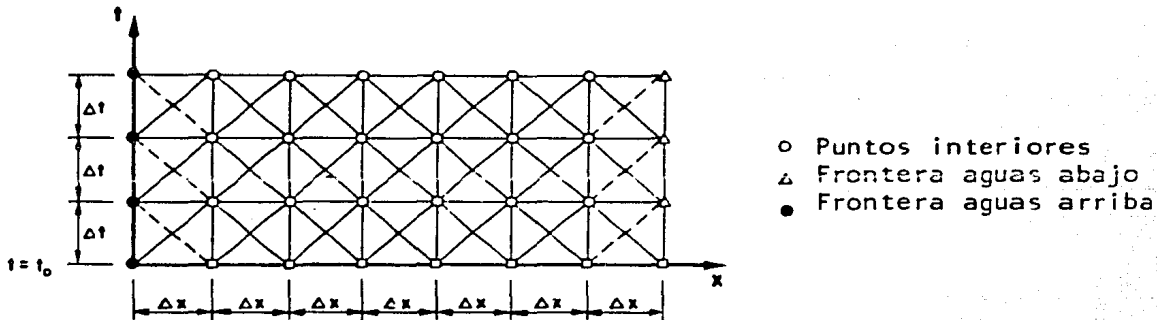


Fig. 5.2. Red característica.

### 5.1.3.- CONDICIONES DE FRONTERA

Para calcular los valores del gasto ( $Q$ ) y la carga ( $H$ ) en los extremos de la tubería se presenta el problema de que sólo se cuenta con una de las ecuaciones características para cada caso (ecuación característica positiva para el extremo de aguas abajo y la ecuación característica negativa para el extremo de aguas arriba). Así, es necesario contar con una relación adicional entre la carga y el gasto. Dicha relación depende de las condiciones de frontera que se tengan. A continuación se describen dos condiciones de frontera requeridas para este estudio.

A) Tanque de carga constante en el extremo de aguas arriba

De la figura 5.3, si se desprecian las pérdidas por entrada así como la carga de velocidad se tiene

$$H_p = H_0 \quad (5.25)$$

donde  $H_0$  es la carga al inicio de la tubería y cuyo valor no cambia durante todo el transitorio. Así, la ecuación 5.19 para el extremo de aguas arriba se convierte en

$$Q_p = C_n + C_a H_0 \quad (5.26)$$

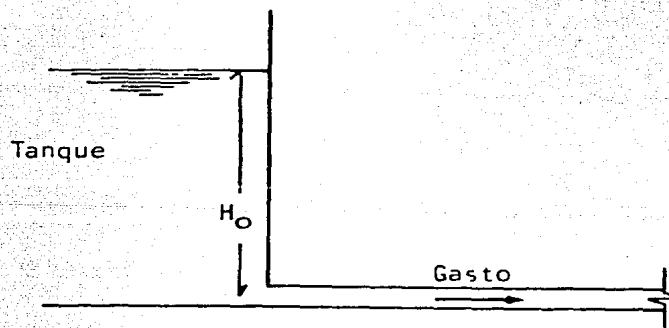


Fig. 5.3. Tanque de carga constante en el extremo aguas arriba.

B) Tubería totalmente seccionada en el extremo de aguas abajo

En una tubería totalmente seccionada se debe cumplir que

$$Q_p = 0$$

Así, de la ecuación característica positiva (Ec. 5.18) se obtiene

$$H_p = \frac{C_p}{C_a} \quad (5.27)$$

#### 5.1.4.- MODELO DE LA SEPARACION DE COLUMNA COMO FRONTERA EN EL EXTREMO DE AGUAS ABAJO

Este modelo supone que la separación de columna se desarrolla en una zona de la tubería y se concentra en el extremo final, y además que se mantiene a la presión de vaporización como la presión mínima posible en la cavidad gaseosa que se forme.

Se asumen dos hipótesis fundamentales para el desarrollo de este modelo:

I.- En la separación de columna se genera sólo una cavidad gaseosa concentrada en el extremo de aguas abajo de la conducción, manteniendo durante su desarrollo una presión constante e igual a la de vaporización. Durante su colapso (restitución), la cavidad puede o comprimirse o diluirse.

II.- Se considera como instante inicial de separación aquél para el cual la presión en el extremo final es menor que la de vaporización.

Con la primera hipótesis se consigue que con la formación de la cavidad en el extremo final se tenga un límite al descenso de la onda de depresión que se forma en el extremo final, de tal manera que en su viaje desde este extremo hasta el inicial impone en cada sección de la conducción una presión muy próxima a la de vaporización (ver sección 3.2.2).

Con la segunda hipótesis se evita todo un proceso muy complicado de interpolaciones y no hay pérdida de precisión como se podrá comprobar más adelante en las comparaciones con medidas/experimentales.

Para el desarrollo de las ecuaciones del modelo numérico se debe tomar en cuenta la dinámica del proceso de formación y compresión (colapso) de la cavidad gaseosa. Este proceso se describe con la ecuación de estado del gas ideal

$$PV = m R T \quad (5.28)$$

donde  $P$  es la presión absoluta,  $V$  el volumen de la cavidad,  $m$  la masa de vapor-gas,  $R$  la constante universal de los gases y  $T$  la temperatura absoluta.

Dada la rapidez del fenómeno, se supone como constante a la temperatura y puede considerarse igual a la temperatura ambiente ( $T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C} = 293.15 \text{ }^{\circ}\text{K}$ ).



El valor de  $R$  depende del gas en cuestión y para vapor de agua

$$R = 461.9 \text{ J/Kg}^\circ\text{K}$$

La ecuación 5.28 tiene tres incógnitas:  $P$ ,  $\rho$  y  $m$ , por lo que se requiere de otras ecuaciones para formar un sistema consistente. Así, una expresión más será la ecuación diferencial del principio de continuidad para un volumen de control formado por la cavidad de vapor, esto es

$$\frac{dV}{dt} = -Q \quad (5.29)$$

donde  $Q$  es el gasto en el extremo final (positivo cuando el flujo tiene el sentido que marca el funcionamiento a gasto establecido en la fig. 5.4 y negativo en caso contrario).

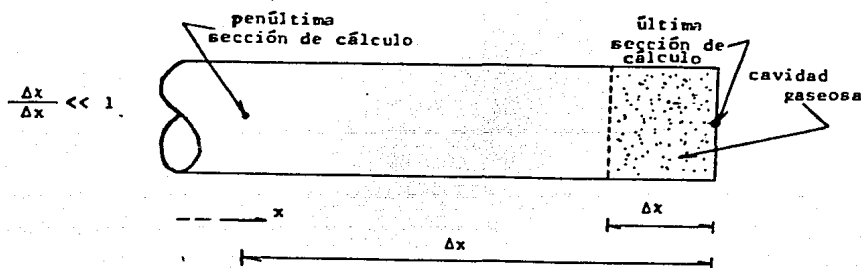


Fig. 5.4. Masa de gas en el extremo aguas abajo.

Además, como el proceso de formación y condensación de la cavidad es variable, es necesario disponer de una ecuación que permita calcular la variación de la masa con respecto al tiempo en función de otras variables como P y  $v$ , es decir

$$\frac{dm}{dt} = f(P, v, \dots) \quad (5.30)$$

Como no se conocen ecuaciones de este tipo que modelen los procesos de evaporación y condensación, y aunque la hipótesis I elimina la necesidad de disponer de tal ecuación durante la etapa de formación de la cavidad, no sucede lo mismo en la etapa de reintegración donde la velocidad de condensación será modelada a través de un parámetro K cuyo valor debe elegirse dentro del intervalo  $[0,1)$ , según se indicará más adelante.

Las ecuaciones 5.28 y 5.29 deben escribirse en diferencias finitas para poder ser acopladas al método de las características, así

$$P_p v_p = m_p R T \quad (5.31)$$

y

$$v_p = v - \frac{\Delta t}{2} (Q + Q_p) \quad (5.32)$$

donde el subíndice p indica el valor de la variable correspondiente al instante de cálculo siguiente.

De esta manera, el cálculo se divide en dos etapas:

1) Etapa de separación o de formación de la cavidad

En esta etapa, las presiones y gastos se pueden obtener mediante el sistema de ecuaciones formado con

$$P_P \bar{v}_P = m_P R T \quad (5.31),$$

$$\bar{v}_P = \bar{v} - \frac{\Delta t}{2} (Q + Q_P) \quad (5.32),$$

$$Q_P = C_p - C_a H_p \quad (\text{característica positiva}) \quad (5.33),$$

$$P_P = P_{\text{vap}} \quad (\text{hipótesis I}) \quad (5.34),$$

donde  $P_{\text{vap}}$  es la presión de evaporación, y con la relación

$$P_P = \gamma (H_P + H_{\text{atm}}) \quad (5.35)$$

donde  $H_{\text{atm}}$  es la presión atmosférica y  $\gamma$  el peso específico del agua.

Ahora, para este sistema de cinco ecuaciones (5.31 a

5.35) existen cinco incógnitas  $P_p$ ,  $v_p$ ,  $m_p$ ,  $Q_p$  y  $H_p$ , con lo cual el sistema ya es consistente.

## 2) Etapa de reintegración y segundo golpe

Dado que en esta etapa no puede mantenerse la hipótesis I dada por la ecuación 5.34 puesto que la cavidad gaseosa es comprimida por el ascenso de presión, es necesario incorporar una ecuación que modele su velocidad de condensación.

Esta ecuación, que sustituye a la ecuación 5.30, es

$$\frac{m - m_p}{m} = K = \text{constante} \quad (5.36)$$

donde, como ya se dijo,  $K$  es un parámetro que puede tomar valores en el intervalo  $[0,1)$ .

Si  $K = 0$ , implica que  $m_p = m$ , lo que significa que la masa de vapor se mantiene constante y la cavidad sufre un proceso de compresión-expansión. Ahora, si  $K = 1$ , implica que  $m_p = 0$ , lo que significa que la cavidad se colapsa en un solo intervalo de integración numérica.

Así, con el sistema de cinco ecuaciones (5.31, 5.32, 5.33, 5.35 y 5.36) se tienen las mismas cinco incógnitas que en la etapa 1.

### 5.1.5.- PROCEDIMIENTO DE CALCULO

Los transitorios hidráulicos presentados en la sección 3.2 del capítulo 3 de esta tesis pueden simularse utilizando el método de las características para el cálculo de los puntos interiores, junto con las condiciones de frontera asociadas a un nodo de presión constante en el extremo de aguas arriba, y en el extremo de aguas abajo la siguiente secuencia de modelos:

1).- Un extremo cerrado producido por el cierre completo de la válvula, desde el inicio del transitorio hasta que regresa una onda de presión negativa y produce una presión que alcanza a la de vaporización (primer golpe). Las ecuaciones a utilizar son

$$Q_p = 0$$

y

$$H_p = \frac{C_p}{C_a} \quad (5.27)$$

2).- El sistema de ecuaciones formado por las Ecs. 5.31 a 5.35 desde que la presión alcanza la de vaporización hasta que inicia la compresión de la cavidad. Durante esta fase la presión del gas y la de la columna líquida en ese extremo serán iguales a la presión mínima impuesta por la vaporización ( $P_p = P_{vap}$ ). Así, para cada instante de cálculo:

+  $Q_p$  se obtiene con la ecuación 5.33 haciendo  $H_p = H_{vap}$

+  $v_p$  se obtiene con la ecuación 5.32. El valor inicial de  $v_p$  es cero al comenzar la separación.

+ Se calcula el valor de  $m_p$  con la ecuación 5.31.

3).- La reintegración (simulada por el sistema de ecuaciones 5.31, 5.32, 5.33, 5.35 y 5.36) a partir del instante en que inicia la compresión de la cavidad ( $Q_p > 0$ ). Previamente se ha elegido el valor del parámetro  $K$  y el valor inicial de  $m$  correspondiente al último calculado en la etapa de separación.

## 5.2.- APLICACION

Con el propósito de comparar los resultados del modelo numérico expuesto en la sección anterior con los resultados de la instalación experimental del Instituto, se considerará una tubería con longitud  $L = 1469.0$  m y diámetro  $D = 0.105$  m. Se seleccionaron cuatro pruebas, una representativa de cada caso para separación insipiente, intermedia, moderada y severa.

Las cuatro pruebas fueron reproducidas numéricamente para dos valores del parámetro  $K$ , uno suponiendo que la cavidad gaseosa no se condensa ( $K = 0$ ) y otro considerando que se

condensa muy rápido ( $K = 0.9$ ). De esta manera, puede observarse la influencia de este parámetro en el modelado del fenómeno.

-Las cuatro pruebas seleccionadas fueron las siguientes:

1.-  $V_0 = 0.702$  m/s,  $H_0 = 79.5$  mca y  $J_m = 1.047$

2.-  $V_0 = 0.576$  m/s,  $H_0 = 49$  mca y  $J_m = 1.319$

3.-  $V_0 = 0.567$  m/s,  $H_0 = 39$  mca y  $J_m = 1.574$

4.-  $V_0 = 0.375$  m/s,  $H_0 = 16$  mca y  $J_m = 2.039$ .

En los cuatro casos la celeridad de la onda de presión se consideró  $a = 1280$  m/s.

Las figuras 5.5a, 5.6a, 5.7a y 5.8a corresponden a las comparaciones tomando  $K = 0.9$ , mientras que las comparaciones de las figuras 5.5b, 5.6b, 5.7b y 5.8b corresponden al valor de  $K = 0$  (no hay condensación de la cavidad).

Como puede verse en estas figuras, el cálculo de la amplitud de la espiga representativa de separación de columna (fin del segundo golpe) es tan bueno para  $K = 0$  como para  $K = 0.9$  en relación con la amplitud medida; sin embargo, como se observa en

las gráficas correspondientes a  $K = 0.9$ , aparecen fluctuaciones de presión de muy alta frecuencia con amplitudes considerables. Es así que se concluye que con  $K = 0$  se modela mejor el fenómeno y se puede decir que durante la restitución el fenómeno de compresión es mucho más importante que el de condensación de la cavidad.



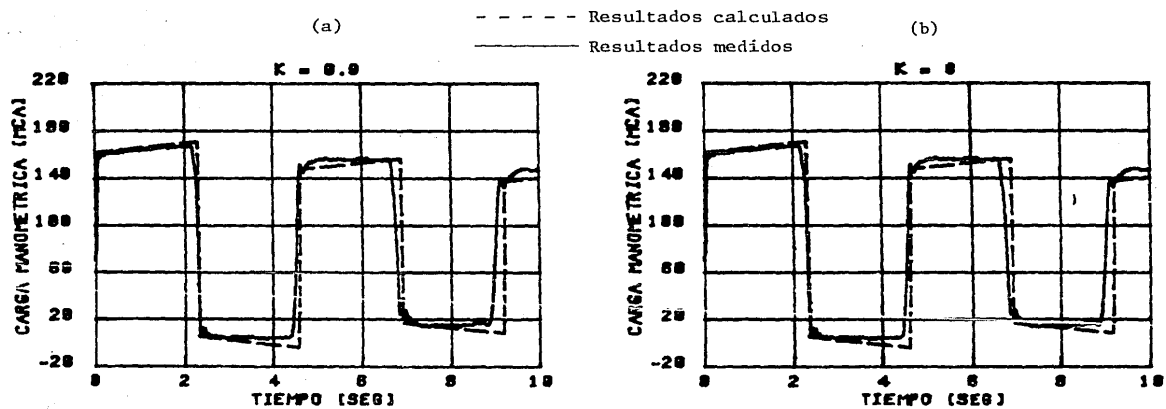


Fig. 5.5.  $V_0=0.702$  m/s,  $H_0=79.5$  mca y  $J_m=1.047$

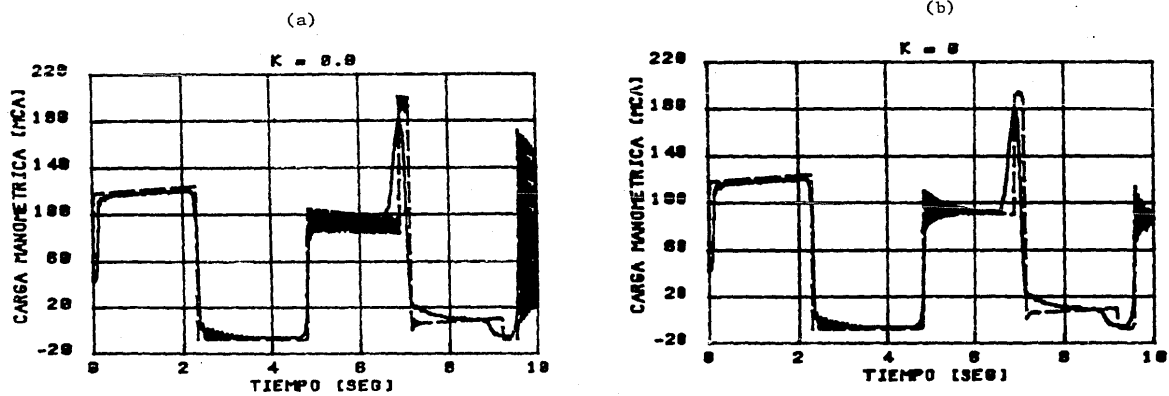
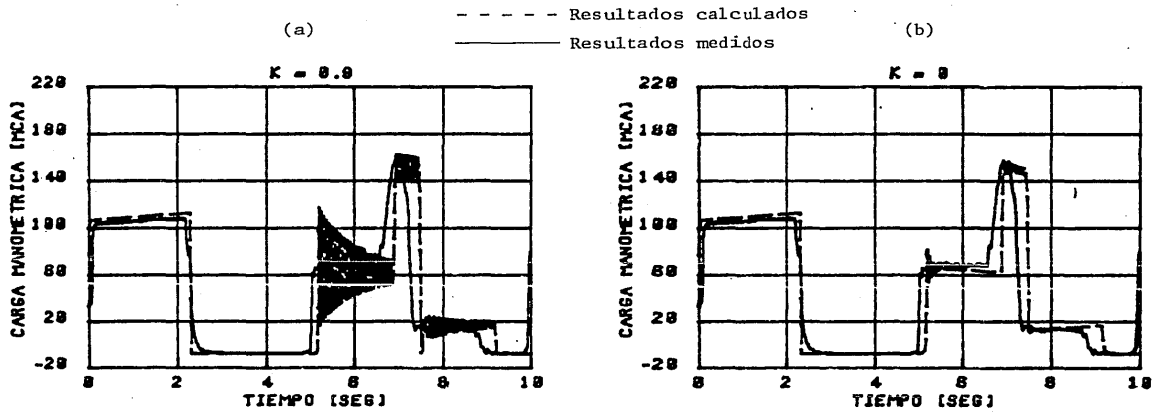


Fig. 5.6.  $V_0=0.576$  m/s,  $H_0=49$  mca y  $J_m=1.319$



(a) Fig. 5.7.  $V_0=0.567$  m/s,  $H_0=39$  mca y  $J_m=1.574$  (b)

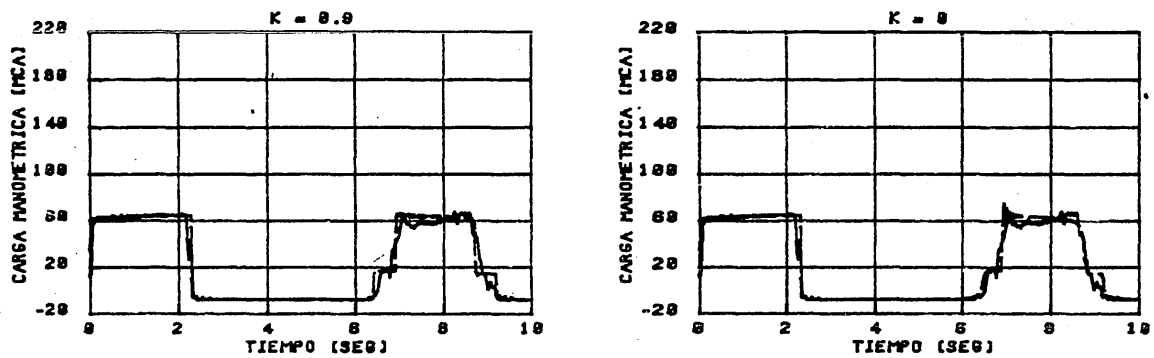


Fig. 5.8.  $V_0=0.375$  m/s,  $H_0=16$  mca y  $J_m=2.039$

## 6.- CONCLUSIONES

Está claro que para el diseño de conductos a presión es necesario un método de cálculo que permita cuantificar correctamente las sobrepresiones máximas que se presentan en flujo transitorio, ya sea por el seccionamiento rápido de dicho conducto o por el paro de una bomba. El cálculo correcto permitirá la adecuada selección de tuberías y dispositivos hidromecánicos y/o apoyará el diseño de un sistema de control de transitorios que evite tan altas presiones y permita reducir el costo de tuberías y dispositivos reduciendo su resistencia.

Para el fenómeno de separación de columna fue necesario realizar un estudio experimental exhaustivo para comprender su comportamiento, con el fin de desarrollar un método de cálculo que arrojara resultados satisfactorios.

Gracias al estudio experimental fue posible hacer una clasificación empírica de la intensidad de la separación de columna a través del parámetro J. Esta clasificación, para diferentes valores de J, se dividió en cuatro tipos de separación: separación incipiente, intermedia, moderada y severa (sección 3.2.3).

Es importante destacar que las máximas sobrepresiones no se presentan en el tipo de separación severa, como podría

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

pensarse, sino en la separación intermedia. En todas las pruebas, la máxima sobrepresión fue registrada en el extremo final de la tubería ( $x = L$ ).

En muchos trabajos técnicos, se ha destacado el uso del método de las características como un método clásico, y en general muy bueno, para el cálculo de transitorios hidráulicos en conductos a presión sin separación de columna.

En este trabajo se muestra también que es posible utilizar el método de las características en transitorios con separación de columna siempre y cuando se modele el comportamiento dinámico de la cavidad gaseosa como una condición de frontera especial en el extremo de la tubería, a través del proceso politrópico del gas ideal y de la ecuación de continuidad aplicada a la cavidad.

## REFERENCIAS

- [1] Brown, R. J. "Water-Column Separation at two Pumping Plants".  
Journal of Basic Engineering. ASME. Diciembre 1968 pp 521-531.
- [2] Safwat, H. H., Van Den Polder, J. "Experimental and analitic  
Data Correlation Study of Water Column Separation". Journal of  
Fluids Engineering. ASME. Vol. 95. Marzo 1973. pp 91-97.
- [3] Chaudhry M. H., "Applied Hydraulic Transients". Van Nostrand  
Reinhold Company. New York 1979.
- [4] Martin, C. S. "Experimental Investigation of Column Separation  
With Rapid Closure of Downstream Valve". BHRA. Fluid  
Engineering. 4th. International Conference. 1983. pp 77-88.
- [5] Carmona P., R., Sánchez B., J. L., Sánchez H., A., Carmona P., L.,  
Estrella S., J. E., "Análisis teórico-experimental del fenómeno  
de separación de columna en tuberías horizontales". Informe  
Interno. Instituto de Ingeniería. UNAM. Marzo 1987.

## BIBLIOGRAFIA

- Carmona P.,R., Sánchez B.,J.L., Carmona P.,L. "A Simplified Procedure to Evaluate Liquid Column Separation Phenomena and its Possible Extension to Air Inclusion Problems". Trabajo enviado para su publicación en la revista Water-Power.
  
- Carmona P.,R., Sánchez H.,A., Sánchez B.,J.L. "Experimental Relation Between the Highest Transient Pressure and the Severity of Water-Column Separation". 8th. International Round Table on Hydraulic Transients in Power Stations. IAHR. Madeira, Portugal. 1987.
  
- Guarga F.,R., Sánchez B.,J.L., Carmona P.,R., Aguilar M.,L. "Diseño y operación hidráulicos de conducciones de agua a presión". Instituto de Ingeniería, UNAM. 1985.
  
- Sánchez H.,A. "Análisis teórico-experimental de las presiones causadas por separación de columna líquida". Tesis de Grado en Maestro en Ingeniería (Hidráulica). DEPMI, Octubre 1987.

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al Instituto de Ingeniería y en especial al grupo de Hidromecánica por la oportunidad brindada de participar como becario en sus valiosas investigaciones.

Quiero, además, manifestar mi más profundo respeto y agradecimiento al M.I. Rafael Carmona Paredes, por sus valiosas aportaciones en la dirección de esta tesis, así como a los M.I. Lázaro Aguilar Moreno, Alejandro Sánchez Huerta y al Ing. Eduardo Rodal Canales por su interés en la elaboración de la misma.

Un agradecimiento muy especial al Sr. Amador Sámano G. y al Ing. Gabriel Castillo H., por su apoyo y amistad incondicional.

A todos ellos, muchas gracias.