

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**

**CORRELACIONES DE DOS CUERPOS Y ENERGIAS  
DE AMARRE NUCLEARES**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**  
**F I S I C O**  
**P R E S E N T A**  
**SUSANA RAMIREZ Y ANDREW**

**México, D. F.**

**1969**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi Madre

A mis Maestros

Deseo expresar mi sincero agradecimiento al  
Dr. Manuel de Llano por haberme asesorado y por  
el estímulo prestado en la elaboración de esta tesis.

## INDICE

	Pag.
INTRODUCCION.	1
CAPITULO I	
ENERGIA CINETICA Y POTENCIAL DE NUCLEOS DOBLEMENTE MAGICOS.	2
CAPITULO II	
CORRELACIONES DE DOS CUERPOS.	12
CAPITULO III	
RESULTADOS Y CONCLUSIONES.	21
GRAFICAS.	
REFERENCIAS.	

## INTRODUCCION

El problema de calcular, a partir de primeros principios, las energías de amarre nucleares tiene muchos años de ser estudiado. Se puede decir que hasta la fecha no ha sido resuelto con satisfacción. Esto es de esperarse pues por un lado el hamiltoniano nuclear es inadecuadamente entendido, y por otro, (más grave todavía) el problema cuántico de muchos cuerpos dista mucho de resolverse.

En el presente trabajo se hará un ensayo sobre el problema enfocado desde el punto de vista de las correlaciones, que una interacción entre pares de nucleones pueda producir en la función de onda del par en cuestión. Para ésto se utilizará el concepto del hamiltoniano modificado (ó interacción efectiva) consistente en considerar el valor esperado del hamiltoniano "realista" entre eigenfunciones verdaderas (y desconocidas) del sistema que puede igualarse a un valor esperado de un hamiltoniano  $\mathcal{H}$  modificado entre funciones de onda simples y construibles. El hamiltoniano modificado  $\mathcal{H}$  se verá ser un operador sumamente complicado pues incluye operadores desde dos hasta  $A$  cuerpos. Sin embargo, veremos hasta donde se puede llegar con una aproximación consistente en correlación de dos cuerpos nada mas.

CAPITULO I  
ENERGIA CINETICA Y POTENCIAL DE NUCLEOS  
DOBLEMENTE MAGICOS

Aquí interesa expresar en la forma más simple posible el valor esperado de un operador de un cuerpo  $\sum_{i=1}^A F_i$  y del de dos cuerpos  $\sum_{i < j}^A V_{ij}$ , donde  $V_{ij} = V_{ji}$ , entre dos determinantes de Slater idénticos<sup>1)</sup>

Tendremos primeramente que

$$\Phi_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{A!}} \det |\phi_{\alpha_i}(j)| \quad (i, j = 1, 2, \dots, A) \quad (1)$$

$$\equiv \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{(\alpha)} \epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} \phi_{\alpha_1}(1) \phi_{\alpha_2}(2) \dots \phi_{\alpha_A}(A) \quad (2)$$

donde  $\epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} = 1$ , ó  $-1$  si la sucesión  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A\}$  es una permutación par o non de la sucesión  $\{1, 2, \dots, A\}$  (elegida arbitrariamente para designar los  $A$  estados de una sola partícula) y  $\epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} = 0$  si dos o más índices se repiten. Por ejemplo,  $\alpha_i \equiv m_i, l_i, j_i, m_i, \tau_i$  caracterizan totalmente el  $i$ -ésimo estado del conjunto, donde  $m_i, l_i$  son los números cuánticos radial y orbital,  $j_i$  momento angular con  $m_i$  su proyección, y  $\tau_i$  es la proyección del isospín.

Ahora,

$$\begin{aligned}
 \langle \Phi_0 | \sum_{i=1}^A F_i | \Phi_0 \rangle &= \\
 &= \frac{1}{A!} \sum_{(\alpha)(\alpha')} \epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} \epsilon_{\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_A} \int \phi_{\alpha'_1}^*(1) \phi_{\alpha'_2}^*(2) \dots \phi_{\alpha'_A}^*(A) \sum_{i=1}^A F_i \phi_{\alpha_1}(1) \phi_{\alpha_2}(2) \dots \phi_{\alpha_A}(A) d^3r_1 \dots d^3r_A^{(3)} \\
 &= \frac{A}{A!} \sum_{(\alpha)(\alpha')} \epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} \epsilon_{\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_A} \langle \alpha_1 | F_i | \alpha'_1 \rangle
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

donde  $\langle \alpha_1 | F_i | \alpha'_1 \rangle \equiv \int \phi_{\alpha'_1}^*(1) F_i \phi_{\alpha_1}(1) d^3r_1$

En esta ecuación  $\alpha_1 = \alpha'_1$  para que no sea cero alguna de las  $\epsilon$ , y al efectuar la suma sobre las  $\alpha_2 \dots \alpha_A$ , resulta el factor  $(A-1)!$ , de modo que

$$\langle \Phi_0 | \sum_{i=1}^A F_i | \Phi_0 \rangle = \frac{A}{A!} (A-1)! \sum_{\alpha_1=1}^A \langle \alpha_1 | F_i | \alpha_1 \rangle
 \tag{5a}$$

$$= \sum_{\alpha_1=1}^A \langle \alpha_1 | F_i | \alpha_1 \rangle
 \tag{5b}$$

Se obtendrá ahora el valor esperado para el operador  $\sum_{i < j}^A V_{ij}$

$$\begin{aligned}
 \langle \Phi_0 | \sum_{i < j}^A V_{ij} | \Phi_0 \rangle &= \\
 &= \frac{1}{A!} \sum_{(\alpha)(\alpha')} \epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} \epsilon_{\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_A} \int \phi_{\alpha'_1}^*(1) \phi_{\alpha'_2}^*(2) \dots \phi_{\alpha'_A}^*(A) \sum_{i < j}^A V_{ij} \phi_{\alpha_1}(1) \phi_{\alpha_2}(2) \dots \phi_{\alpha_A}(A) d^3r_1 \dots d^3r_A
 \end{aligned}
 \tag{6a}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{A(A-1)}{A!} \sum_{(\alpha)(\alpha')} \epsilon_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_A} \epsilon_{\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_A} \langle \alpha_1, \alpha_2 | V_{12} | \alpha'_1, \alpha'_2 \rangle$$

donde  $\langle \alpha_1, \alpha_2 | V_{12} | \alpha'_1, \alpha'_2 \rangle = \int \phi_{\alpha'_1}^*(1) \phi_{\alpha'_2}^*(2) V_{12} \phi_{\alpha_1}(1) \phi_{\alpha_2}(2) d^3r_1 d^3r_2$

Aquí se tendrá la condición  $\alpha_1 = \alpha'_1$  ,  $\alpha_2 = \alpha'_2$  o bien  $\alpha_1 = \alpha'_2$  ,  $\alpha_2 = \alpha'_1$  para que no se anule ninguna de las  $\epsilon$  , y ahora la suma sobre  $\alpha_3 \dots \alpha_A$  da  $(A-2)!$  , así:

$$\langle V \rangle \equiv \langle \Phi_0 | \sum_{i,j} V_{ij} | \Phi_0 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\alpha_1, \alpha_2=1}^A \{ \langle \alpha_1, \alpha_2 | V_{12} | \alpha_1, \alpha_2 \rangle - \langle \alpha_1, \alpha_2 | V_{12} | \alpha_2, \alpha_1 \rangle \} \tag{7}$$

donde

$$| \alpha_1, \alpha_2 \rangle \equiv | n_1, l_1, j_1, m_1, \tau_1 \rangle | n_2, l_2, j_2, m_2, \tau_2 \rangle$$

Se expresarán ahora las funciones de onda en coordenadas relativas y centro de masa; primeramente, usando los coeficientes de Clebsch-Gordan<sup>2)</sup> para pasar a la representación  $J T M_J M_T$  , se tiene

$$| \alpha_1, \alpha_2 \rangle = \sum_{J T} \langle j_1, j_2, m_1, m_2 | J M_J \rangle \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \tau_1, \tau_2 | T M_T \rangle | n_1, l_1, j_1, m_1, \tau_1 \rangle | n_2, l_2, j_2, m_2, \tau_2 \rangle \tag{8}$$

$J$  = momento angular total,  $T$  = isospín total.

Sustituyendo esta expresión en la ec. (7) para  $\langle V \rangle$  , usando las propiedades de unitaridad y simetría para los CG y efectuando la suma sobre  $m_1$  ,  $m_2$  ,

$\tau_1$  ,  $\tau_2$  entonces, para capas doblemente cerradas, queda el resultado simple

$$\langle V \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\substack{m_1, l_1, j_1 \\ m_2, l_2, j_2 \\ J T M_J M_T}}^{\text{ocup}} \left\{ \langle m_1, l_1, j_1, m_2, l_2, j_2; J T M_J M_T | V_{12} | m_1, l_1, j_1, m_2, l_2, j_2; J T M_J M_T \rangle \right. \\ \left. - (-)^{J+T+j_1+j_2+1} \langle m_1, l_1, j_1, m_2, l_2, j_2; J T M_J M_T | V_{12} | m_2, l_2, j_2, m_1, l_1, j_1; J T M_J M_T \rangle \right\} \quad (9)$$

Comparando este resultado con el elemento de matriz entre funciones de onda de oscilador armónico antisimetrizadas y en acoplamiento  $j-j$  de dos partículas dado por Mavromatis et al<sup>3)</sup>, se tiene

$$\langle V \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\substack{m_1, l_1, j_1 \\ m_2, l_2, j_2 \\ J T M_J M_T}} (1 + \delta_{aa}) \left\{ \langle m_1, l_1, j_1, m_2, l_2, j_2; J T | V_{12} | m_1, l_1, j_1, m_2, l_2, j_2; J T \rangle_a \right\} \quad (10)$$

donde  $|m_1, l_1, j_1, m_2, l_2, j_2; J T M_J M_T \rangle_a$  representa el estado antisimetrizado y normalizado. Usando ahora la relación dada por Mavromatis et al para pasar a coordenadas de centro de masa y relativa, que se obtiene haciendo un acoplamiento a  $L-S$  por medio de los  $9j$ 's, se pasa a coordenadas relativa y centro de masa por medio de los  $6j$  ó Racah.

Sumando ahora sobre  $M_J$  y  $M_T$  resulta

$$\langle V \rangle = \sum_{\substack{a, l_1, j_1 \\ a_2, l_2, j_2 \\ J T}} (2J+1)(2T+1) \sum_{\substack{\Lambda \Lambda' \\ S}} X \begin{pmatrix} l_1 & s_1 & j_1 \\ l_2 & s_2 & j_2 \\ \Lambda & S & J \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} l_1 & s_1 & j_1 \\ l_2 & s_2 & j_2 \\ \Lambda' & S & J \end{pmatrix} \sum_{\substack{m_1, l_1, N L \\ m_2, l_2, l \neq 2}} \langle m_1, l_1, N L; \Lambda | m_1, l_1, m_2, l_2; \Lambda' \rangle \\ \times \langle m_1, l_1, N L; \Lambda' | m_1, l_1, m_2, l_2; \Lambda \rangle (-)^{\Lambda+\Lambda'} \sum_j U(L_2 J S; \Lambda j) U(L_1 J S; \Lambda' j) \\ \times \langle m_1, l_1, j_1 T | V_{12} | m_1', l_1', j_1' \rangle \quad (11)$$

$$X \begin{pmatrix} l_1 & s_1 & j_1 \\ l_2 & s_2 & j_2 \\ \Lambda & S & J \end{pmatrix} \equiv \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)(2\Lambda+1)(2S+1)} \begin{Bmatrix} l_1 & s_1 & j_1 \\ l_2 & s_2 & j_2 \\ \Lambda & S & J \end{Bmatrix}$$

$$U(L\ell JS; \Lambda_j) = \sqrt{(2\Lambda+1)(2j+1)} W(L\ell JS; \Lambda_j).$$

Donde se ha tomado en cuenta que se está tratando con fermiones y se va a tener el principio de Pauli que implica que

$$l + S + T = \text{non.} \quad (12)$$

Usando las reglas de simetría y unitaridad para los  $9j$  y sumando sobre  $j_1$ ,  $j_2$ , se obtiene una  $\delta_{\Lambda\Lambda'}$ ; enseguida, para los Racah, se usan también las reglas de simetría y unitaridad de donde se obtiene

$$\sum_j U(L\ell JS; \Lambda_j) U(L'\ell' TS; \Lambda_j) = \frac{(2\Lambda+1)(2j+1)}{(2\ell+1)} \delta_{\ell\ell'} \quad (13)$$

donde la  $\delta_{\ell\ell'}$  nos hace observar que se determinará la energía de amarre únicamente por los elementos de matriz diagonales en  $\ell$ .

Usando la relación de energía implícita en los paréntesis de Brody-Moshinsky<sup>4)</sup>,

$$2m'+\ell'+2N+L = 2m_1+\ell_1+2m_2+\ell_2 = 2m+\ell+2N+L \quad (14)$$

se llega al resultado que  $m = m'$ . Todo esto dará para la ec. (11) la fórmula final

$$\langle V \rangle = \sum_{T_s j} \sum_{m_2} (2T+1)(2j+1) \langle m_1 s_1 j | V_{12} | m_1 s_1 j \rangle \sum_{\substack{\text{ocup} \\ m_1 l_1 \Lambda \\ m_2 l_2 \\ NL}} \frac{(2\Lambda+1)}{(2l+1)} \langle m_1 l_1 m_2 l_2 | m_1 l_1 \Lambda; \Lambda \rangle^2 \quad (15)$$

Así, el valor esperado de un operador de dos cuerpos para núcleos doblemente mágicos (representados por un solo determinante de Slater), queda determinado por los elementos de matriz reducidos diagonales  $\langle m_1 s_1 j | V_{12} | m_1 s_1 j \rangle$  en el cual queda incluida toda la información dinámica del problema, claramente separada de los aspectos de acoplamiento geométricos.

El valor esperado de la energía cinética intrínseca, como el de la energía de interacción, se quieren expresar en términos de coordenadas relativas.

El cálculo de la energía cinética se hará por dos caminos diferentes; el resultado del primer método es obtenido usando la energía cinética intrínseca como un operador de un cuerpo, que será empleado para calcular la energía total de los núcleos considerados en este trabajo. El segundo resultado se empleará para mostrar que las correlaciones a la energía cinética no son necesarias, y para esto se expresará la misma como un operador de dos cuerpos.

Tomando el Hamiltoniano total y restando la energía cinética del centro de masa  $T_{CM}$ , se obtiene el Hamiltoniano intrínseco

$$H_{intr} = H_T - T_{CM} \quad (16)$$

donde  $T_{CM} = \frac{(\sum_{i=1}^A p_i)^2}{2Am}$  ; masa nucleónica y

$$H_{intr} = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} - \frac{(\sum_{i=1}^A p_i)^2}{2Am} + \sum_{i < j}^A V_{ij} \equiv T_{intr} + \sum_{i < j}^A V_{ij} \quad (17)$$

Por lo tanto

$$\langle \Phi_0 | T_{intr} | \Phi_0 \rangle = \langle \Phi_0 | \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} | \Phi_0 \rangle - \langle \Phi_0 | T_{CM} | \Phi_0 \rangle \quad (18)$$

recordando que  $\Phi_0$  es un determinante de Slater de funciones de oscilador, entonces, por el teorema virial<sup>5)</sup> se puede demostrar que

$$\langle \Phi_0 | T_{CM} | \Phi_0 \rangle = \frac{3}{4} \hbar \omega \quad (19)$$

Asimismo,

$$\langle \alpha_i | \frac{p_i^2}{2m} | \alpha_i \rangle = \frac{1}{2} (2m_i + l_i + \frac{3}{2}) \hbar \omega \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^A \langle \alpha_i | \frac{p_i^2}{2m} | \alpha_i \rangle = \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (2m_i + l_i + \frac{3}{2}) \hbar \omega \quad (21)$$

$$\langle \Phi_0 | T_{intr} | \Phi_0 \rangle = \sum_{i=1}^A (2m_i + l_i + \frac{3}{2}) \hbar \omega - \frac{3}{4} \hbar \omega \quad (22)$$

el cual dará  $\frac{3}{2} \hbar \omega$ ,  $\frac{9}{4} \hbar \omega$  y  $\frac{69}{4} \hbar \omega$  para  $A = 3, 4$  y  $16$ , respectivamente.

Ahora, tomando  $T \equiv \sum_{i < j}^A V_{ij}$  como un operador de dos cuerpos, nótese

se que

$$\begin{aligned}
\sum_{i < j} \frac{(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}{2Am} &= \sum_{i < j} \frac{1}{2Am} (p_i^2 + p_j^2 - 2\vec{p}_i \cdot \vec{p}_j) \\
&= \frac{1}{2Am} \left[ \frac{A}{2} p_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A p_i^2 + \frac{A}{2} p_j^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^A p_j^2 - \sum_{i,j=1}^A \vec{p}_i \cdot \vec{p}_j + \sum_{i=1}^A \vec{p}_i \cdot \vec{p}_i \right] \\
&= \frac{1}{2Am} \left[ A \sum_{i=1}^A p_i^2 - \left( \sum_{i=1}^A \vec{p}_i \right) \cdot \left( \sum_{j=1}^A \vec{p}_j \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} - \frac{\left( \sum_{i=1}^A \vec{p}_i \right)^2}{2Am} \equiv T_{intr.}
\end{aligned} \tag{23}$$

Usando (15) con  $V_{12} = \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2}{2Am} \equiv \frac{p^2}{mA}$

$$\begin{aligned}
\langle \Phi_0 | T_{intr.} | \Phi_0 \rangle &= \\
&= \sum_{\substack{TS_j \\ NL}} \sum_{\substack{m_l \\ NL}} (2T+1)(2j+1) \langle m_l s_j | \frac{p^2}{Am} | m_l s_j \rangle \sum_{\substack{m_1 l_1 \Lambda \\ m_2 l_2}} \frac{(2\Lambda+1)}{(2l+1)} \langle m_1 l_1 m_2 l_2 | m_l NL, \Lambda \rangle^2
\end{aligned} \tag{24}$$

Empleando de nuevo el teorema virial<sup>5)</sup> se tiene, para el elemento de matriz reducido que aparece en la ec. (24),

$$\langle m_l s_j | \frac{p^2}{Am} | m_l s_j \rangle = \langle m_l s_j | \frac{m\omega^2}{A} r^2 | m_l s_j \rangle. \tag{25}$$

Finalmente, la energía total para  $A = 4$  y  $16$  será por las ecs. (17),

(22) y (15):

$$\underline{A=4}: \quad \langle H_{intr.} \rangle = \frac{9}{4} k\omega + 3 \left\{ V(0, {}^1S_0) + V(0, {}^3S_1) \right\} \tag{26}$$

donde definimos

$$V(m, 2^{2+1}l_j) \equiv \langle m l s_j | V_{12} | m l s_j \rangle \quad (27)$$

A=16 :

$$\begin{aligned} \langle H_{int} \rangle = & \frac{69}{4} \hbar \omega + 21 V(0, {}^1S_0) + 21 V(0, {}^3S_0) + 6 V(0, {}^1P_1) + \\ & + 6 V(0, {}^3P_0) + 18 V(0, {}^3P_1) + 30 V(0, {}^3P_2) + \frac{15}{2} V(0, {}^1D_2) + \frac{3}{2} V(0, {}^3D_1) \\ & + \frac{5}{2} V(0, {}^3D_2) + \frac{7}{2} V(0, {}^3D_3) + \frac{3}{2} V(1, {}^1S_0) + \frac{3}{2} V(1, {}^3S_1). \end{aligned} \quad (28)$$

El caso  $A=3$ , aunque no sea núcleo con capas doblemente cerradas, resulta igual de simple la correspondiente expresión para  $\langle V \rangle$ , pues si los tres nucleones ocupan los estados más bajos, es decir en la configuración  $(0S)^3$  se va a tener  $J = \frac{1}{2}$  y  $M_J = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ . Sin embargo como

$$[V, J_z] = 0 \quad (29)$$

nos podemos restringir a un solo determinante de Slater  $\phi_+$  ó  $\phi_-$ , por ser idénticos los dos valores esperados para las diferentes  $M_J = +\frac{1}{2}$  ó  $-\frac{1}{2}$ .

Suponiendo

$$\langle \Phi | \Phi \rangle = 1 \quad (30)$$

$$\langle \phi_+ | \phi_+ \rangle = \langle \phi_- | \phi_- \rangle = 1 \quad (31)$$

$$\langle \phi_+ | \phi_- \rangle = 0 \quad (32)$$

podemos escribir

$$\langle \Phi | V | \Phi \rangle = \langle \phi_{\pm} | V | \phi_{\pm} \rangle \quad (33)$$

lo cual da, usando la transformación que condujo a (11), esto se reduce a

$$\langle \Phi | V | \Phi \rangle = \frac{3}{2} [V(o, {}^1S_0) + V(o, {}^3S_1)] \quad (34)$$

y por tanto, la energía total es

$$\begin{aligned} & \underline{A=3} \\ & \langle H_{int} \rangle = \frac{3}{2} [\hbar\omega + V(o, {}^1S_0) + V(o, {}^3S_1)] \quad (35) \end{aligned}$$

## CAPITULO II

### CORRELACIONES DE DOS CUERPOS

El problema exacto que idealmente se desearía resolver para un sistema de  $A$  cuerpos, es descrito por la ecuación de Schrödinger de  $A$  partículas

$$H\Psi = E\Psi \quad (36)$$

donde  $\Psi$  son las eigenfunciones del hamiltoniano  $H$  dado por

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} - \frac{(\sum_{i=1}^A p_i^2)}{2Am} + \sum_{i < j} v_{ij} \quad (37)$$

Aquí  $v_{ij}$  son las interacciones potenciales entre pares y los dos primeros términos corresponden a la energía cinética intrínseca.

Desarrollando

$$\Psi = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu} \Phi_{\nu} \quad (38)$$

donde  $\Phi_\mu$  se suponen formar un conjunto completo ortonormal de funciones de onda de A partículas en un oscilador armónico, que pueden tomarse como

$\Phi_\mu = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det |\Phi_{\alpha_i}(i)|$  para que se satisfaga el principio de Pauli de exclusión, donde  $\alpha_i = m_i l_i j_i m_i \tau_i$

La ecuación de Schrödinger para este sistema "no perturbado" será

$$H^0 \Phi_\nu = E_\nu \Phi_\nu \quad (\nu = 0, 1, \dots, \infty) \quad (39)$$

donde

$$H^0 \equiv \sum_{i=1}^A \left( \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r_i^2 \right) \quad (40)$$

y la energía para cada estado está dado por

$$E_\nu = \sum_{\alpha=1}^A \left( 2m_\alpha + l_\alpha + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega \quad (41)$$

Pongamos

$$H \equiv H^0 + V \quad (42)$$

con

$$V = -\frac{\left( \sum_{i=1}^A p_i \right)^2}{2Am} - \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} m \omega^2 r_i^2 + \sum_{i < j} v_{ij}$$

y en que se está haciendo la suposición que la interacción entre partículas es únicamente entre pares, despreciando las interacciones de tres y más de ellas a la vez.

Efectuando una transformación  $U$  sobre el determinante  $\Phi_0$  tal que resulte una eigenfunción de (36) de nuestro interés (e.g., el estado base) se tiene

$$\Psi \equiv U \Phi_0 \quad (43)$$

con  $\Phi_0$  el determinante de Slater mas simple del sistema, es decir el estado en que las  $A$  partículas se colocan en las orbitales del oscilador mas bajas. La condición

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = 1 = \langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle \quad (44)$$

exige que  $U$  sea un operador unitario, es decir

$$U^+ U = I = U U^+ \quad (45)$$

Se puede expresar la energía  $E$  de la ec. (36) como un valor esperado entre funciones de onda  $\Phi_0$  definida por (43), esto es

$$E = \langle \Phi_0 | \mathcal{H} | \Phi_0 \rangle \quad (46)$$

donde

$$\mathcal{H} \equiv U^+ H U \quad (47)$$

En este caso se necesitaría el operador  $U$  para determinar  $\mathcal{H}$  y luego

$E$

Así vemos que el problema no es posible resolverlo debido a que desconocemos  $U$ , más sin embargo se puede suponer una forma explícita -- aproximada para el operador  $U$ .

1) Método de Jastrow.<sup>6)</sup>

En este método se supone un operador  $\prod_{i < j} f_{ij}$ , tal que aplicado a  $\Phi_0$  reproduzca una función de onda  $\Psi_{JAS}$  correlacionada que pudiera aproximar al problema real, es decir

$$\Psi_{JAS} = \prod_{i < j} f_{ij} \Phi_0 \quad (48)$$

donde

$$f_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } r_{ij} \leq r_c \\ 1 & \text{para } r_{ij} \geq d \end{cases} \quad (49)$$

donde  $r_c$  es el radio del carozo repulsivo N-N y  $d$  una distancia por determinar (distancia de curamiento). En esta forma se están introduciendo al mismo tiempo las correlaciones de corto alcance (o sea, que la función de onda se anule para  $r_{ij} \leq r_c$  debido al carozo infinito) y las correlaciones de largo alcance (consistente en que la función  $\Phi_0$  se "cura" a  $\Psi_{JAS}$  para toda  $r_{ij} \geq d$ ). Para ilustrar la existencia de operadores de 2, 3, ... A -- cuerpos, estudiemos el caso para  $A = 3$ . De (48) se tendría (entendiéndose una suma sobre índices repetidos)

$$\begin{aligned}
 \Psi_{JAS} &= f_{12} f_{13} f_{23} \in_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} \phi_{\alpha_1}(1) \phi_{\alpha_2}(2) \phi_{\alpha_3}(3) \\
 &= f_{12} f_{13} f_{23} \phi_1(1) \phi_2(2) \phi_3(3) + f_{12} f_{13} f_{23} \phi_3(1) \phi_1(2) \phi_2(3) + \\
 &\quad + f_{12} f_{13} f_{23} \phi_2(1) \phi_3(2) \phi_1(3)
 \end{aligned}
 \tag{50}$$

donde  $\alpha_i$  nos designa el estado de cada partícula, es decir  $\alpha_i = m_i l_{ij} m_i \tau_i$

Ahora bien,  $f_{12} f_{13} f_{23}$  es en realidad equivalente a un operador de dos cuerpos, mas uno de tres cuerpos. Esto se puede ilustrar de la siguiente forma.

Tómese

$$\Psi_{JAS} \equiv \prod_{i,j} (1 + g_{ij}) \Phi_0 \equiv F_{JAS} \Phi_0
 \tag{51}$$

donde hemos definido  $f_{ij} \equiv 1 + g_{ij}$  y para que se cumpla la condición (49) se debe tener

$$g_{ij} = \begin{cases} -1 & ; \quad r_{ij} \leq r_c \\ 0 & \quad r_{ij} \geq d \end{cases}
 \tag{52}$$

donde  $g_{ij}$  es un operador de dos cuerpos

A partir de la definición (51) expresemos  $F_{JAS}$ , para el caso específico  $A = 3$ ,

$$F_{JAS} = (1+g_{12})(1+g_{13})(1+g_{23}) \quad (53)$$

$$= \frac{1+g_{12}+g_{13}+g_{23}}{F_{JAS}^{(0)}} \frac{g_{13}g_{23}+g_{12}g_{23}+g_{12}g_{13}}{F_{JAS}^{(2)}} + \frac{g_{12}g_{13}g_{23}}{F_{JAS}^{(3)}} \quad (54)$$

$$\equiv \sum_{m=0,2}^A F_{JAS}^{(m)} \quad (54)$$

donde el índice superior entre paréntesis indica de cuántos cuerpos es el operador.

Ahora escribamos el hamiltoniano efectivo  $\mathcal{H}$  dado por (47) según el método de Jastrow, esto es

$$\mathcal{H}_{JAS} = \sum_{m=0,2}^A F_{JAS}^{(m)+} \sum_{i<j} H_{ij} \sum_{m=0,2}^A F_{JAS}^{(m)} \quad (55)$$

donde por las ecs. (37) y (23)

$$H_{ij} \equiv \frac{(p_i - p_j)^2}{2Am} + v_{ij} \quad (56)$$

usando (54) y (56) en (55) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{JAS} &= \left\{ H_{12} + H_{13} + H_{23} + F^{(2)+} H_{12} + F^{(2)+} H_{13} + F^{(2)+} H_{23} + F^{(3)+} H_{12} + \right. \\ &\quad \left. + F^{(3)+} H_{13} + F^{(3)+} H_{23} \right\} \left[ 1 + F^{(2)} + F^{(3)} \right] \\ &= H_{12} + H_{13} + H_{23} + \sum_{i<j}^3 F^{(2)+} H_{ij} + \sum_{i<j}^3 H_{ij} F^{(2)} + \sum_{i<j}^3 F^{(3)+} H_{ij} + \\ &\quad + \sum_{i<j}^3 H_{ij} F^{(3)} + \sum_{i<j}^3 F^{(3)+} H_{ij} F^{(2)} + \sum_{i<j}^3 F^{(2)+} H_{ij} F^{(3)} + \sum_{i<j}^3 F^{(3)+} H_{ij} F^{(2)+} + \sum_{i<j}^3 F^{(2)+} H_{ij} F^{(3)+} \quad (57) \end{aligned}$$

El hamiltoniano  $\mathcal{H}_{JAS}$  en (57) contiene operadores de dos hasta  $(2 \times 3 + 2)$  cuerpos.

Como siempre se va a expresar el valor esperado del hamiltoniano en un determinante de Slater, solo se tendrá hasta un operador de A cuerpos, es decir

$$\mathcal{H}_{JAS} \longrightarrow \mathcal{H}^{(2)} + \mathcal{H}^{(3)} + \dots + \mathcal{H}^{(A)} \quad (58)$$

con, e.g.,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{(2)} = & H_{12} + H_{13} + H_{23} + g_{12} H_{12} + g_{13} H_{13} + g_{23} H_{23} + \\ & + H_{12} g_{12} + H_{13} g_{13} + H_{23} g_{23} + g_{12} H_{12} g_{12} + \\ & + g_{13} H_{13} g_{13} + g_{23} H_{23} g_{23}. \end{aligned} \quad (59)$$

Explicítamente, usando el hamiltoniano correlacionado por el método de Jastrow se obtendría para la energía

$$\begin{aligned} E_{JAS} = & \langle \Phi_0 | \mathcal{H}_{JAS} | \Phi_0 \rangle \\ = & \langle \Phi_0 | \mathcal{H}^{(2)} | \Phi_0 \rangle + \langle \Phi_0 | \mathcal{H}^{(3)} | \Phi_0 \rangle + \dots + \langle \Phi_0 | \mathcal{H}^{(A)} | \Phi_0 \rangle \end{aligned} \quad (60)$$

De aquí vemos que para obtener la energía de un sistema de A cuerpos es necesario tomar en cuenta las correlaciones de dos, tres hasta de A cuerpos, sin embargo, esperamos que las correlaciones (59) de dos cuerpos sea las más importantes y que se pueda, a una buena aproximación, despreciar las de tres o más cuerpos.

2) Un Método Simplificado<sup>7)</sup>

Para nuestros cálculos nos restringiremos a correlaciones de dos cuerpos nada más. En particular, únicamente consideraremos correlaciones en estados con momento angular orbital relativo  $l=0$ , ya que es precisamente en estos estados donde, por la falta de repulsión centrífuga  $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{m r^2}$  se requiere mayor correlación a corto alcance. Por lo tanto definiremos el valor esperado correlacionado

$$\langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle_c \equiv \sum_{T S_j} \sum_{m_l} (2T+1)(2j+1) \langle m_l s_j | H_{12} | m_l s_j \rangle_c$$

$$\times \sum_{\substack{m_1 l_1 \Lambda \\ m_2 l_2 \\ NL}} \frac{(2\Lambda+1)}{(2l+1)} |\langle m_1 l_1 m_2 l_2 | m_l NL; \Lambda \rangle|^2 \quad (61)$$

donde el subíndice  $c$  indica correlacionado. El elemento de matriz reducido

$\langle m_l s_j | H_{12} | m_l s_j \rangle_c$  es tal que haremos

$$|m_l s_j \rangle_c \equiv \frac{F_0}{\sqrt{\langle m_l s_j | F_0^2 | m_l s_j \rangle}} |m_l s_j \rangle \quad (\text{para } l=0) \quad (62a)$$

$$|m_l s_j \rangle_c \equiv |m_l s_j \rangle \quad (\text{para } l \neq 0) \quad (62b)$$

donde el operador de correlación es

$$F_0 = \sqrt{1 - e^{-\frac{2r^2}{a^2}}} \quad (63)$$

en que  $\hat{r} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{r}_1 - \hat{r}_2)$  y  $\alpha$  es un parámetro de correlación. Como se requiere la normalización de la función de onda correlacionada se dividen por un factor de normalización dado por  $[\chi \equiv r/\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}]$

$$\langle m l s_j | F_0^+ | m l s_j \rangle \equiv \langle m l | F_0^+ | m l \rangle \equiv \int_0^\infty R_{m l}^2 (1 - e^{-\frac{2r^2}{\alpha^2}}) \chi^2 d\chi \quad (64)$$

Así, de (63) se observa que el operador es unitario y

$$\langle m l s_j | m l s_j \rangle_c = \langle m l s_j | m l s_j \rangle = 1 \quad \begin{array}{l} \text{(para } l=0 \text{ )} \\ \text{(para } l \neq 0 \text{ )} \end{array} \quad (65)$$

Usando (62) y (64) para escribir explícitamente el elemento reducido, se tiene

$$\langle m l s_j | H_{12} | m l s_j \rangle_c = \langle m l s_j | \frac{F_0^+ H_{12} F_0}{\langle 00 | F_0^+ | 00 \rangle} | m l s_j \rangle \quad (66)$$

y debido a que el operador de correlación es una gaussiana serán fácilmente calculadas las integrales correspondientes.

En resumen, tomaremos  $\mathcal{H}^{(a)}$  de la ec. (59) y (60) en forma tal que

$$E = \langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle_c \simeq \langle \Phi_0 | \mathcal{H}^{(a)} | \Phi_0 \rangle = \frac{1}{2} A(A-1) \langle \Phi_0 | \mathcal{H}_{12}^{(a)} | \Phi_0 \rangle \quad (67)$$

donde expresamente

$$\mathcal{H}_{12}^{(a)} \equiv \frac{F_0^+ H_{12} F_0}{\langle 00 | F_0^+ | 00 \rangle} \quad (68)$$

### CAPITULO III

#### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para los cálculos de la energía de amarre de los núcleos  $H^3$ ,  $He^4$  y  $O^{16}$  se usaron diferentes tipos de interacciones.

##### 1) Interacciones realistas libres.

Para este tipo de interacciones se usaron dos potenciales fenomenológicos, uno de ellos (Tamagaki) construido a partir de la forma más general de un potencial que represente la interacción nucleón-nucleón, el cual debe cumplir con los principios de invariancia.

##### a) Potencial Tübingen.

H. Eikemeir y H. H. Hackenbroich<sup>8)</sup> construyeron un potencial únicamente central y solo para los estados singlete par y triplete par. Este potencial está dado por la suma de dos gaussianas atractivas y una repulsiva la cual representa el carozo blando.

$$V(r) = \sum_{m=1}^3 \lambda_m e^{-\lambda_m r^2} \quad (69)$$

donde los parámetros  $b_m$  el alcance y  $a_m$  la intensidad, fueron obtenidos para reproducir los desfases para  $E_{lab} \leq 300$  MeV y la energía de amarre del deuterón.

b) Potencial de Tamagaki (G3RS-1).

En este trabajo se usa el potencial fenomenológico construido por Tamagaki <sup>9)</sup> que es del siguiente tipo

$$V = V_c(r) + S_{12} V_T(r) + (L \cdot S) V_{LS}(r) + W_{12} V_W(r) + L^2 V_{LL}(r) \quad (70)$$

donde para las partes radiales se tomaron la suma de tres gaussianas

$$V_i(r_{12}) = \sum_{i=1}^3 V_{\lambda_i} e^{-\left(\frac{r_{12}}{\eta_{\lambda_i}}\right)^2} \quad (\lambda_i = c, T, LS, W, LL) \quad (71)$$

aquí  $V_{\lambda_i}$  corresponde a la intensidad y  $\eta_{\lambda_i}$  es el alcance de cada una de las gaussianas. La región de interacción está representada por las tres gaussianas, la región externa correspondiente al largo alcance para  $i = 1$ , la región de corto alcance ( $r \lesssim 1F$ ) la cual incluye el carozo blando para  $i = 3$ , y la región intermedia para  $i = 2$ .

2). Interacciones efectivas.

Se emplearon aquí elementos de matriz de la ecuación de Bethe-Goldstone, así como elementos de matriz que han sido calculados sin especificar en forma alguna el potencial de interacción N-N, los cuales son obtenidos directamente de los desfases.

a) Grillot et al.<sup>10)</sup>

Se considera en este trabajo la "interacción realista" no especificada de dos partículas de valencia dentro de un potencial común. La suposición básica (método de Koltum<sup>11)</sup>) es que la interacción N-N es de menor alcance que el potencial común y que éste es casi constante en el rango del potencial de interacción, esto se ilustra en la fig. (6) en donde se ha tomado para el potencial común un potencial de oscilador armónico y para la interacción N-N dada por Tamagaki<sup>10)</sup> ( $V_c^+$ ). Se puede observar que la región donde Koltum<sup>11)</sup> supone que la interacción N-N es prácticamente zero y el potencial común es aún despreciable, siendo en esta región donde iguala las energías de dos nucleones y las derivadas logarítmicas de las funciones de onda, a partir de lo cual él deduce los elementos de matriz

b) Grillot-Mac Manus<sup>12)</sup>.

Resuelve numéricamente la ecuación de Bethe-Goldstone en coordenada relativa (dos partículas sumergidas en un medio nuclear) interaccionando por medio de un potencial realista de Hamada-Johnston.

c) Elliott et al.<sup>13)</sup>

Deducen elementos de matriz en coordenada relativa  $\langle mls_j | t_{APM} | mls_j \rangle$  directamente de los desfases de Yale (1962). El operador  $t_{APM}$  corresponde a una interacción efectiva ya que contiene correlaciones a corto alcance en forma exacta y a largo alcance ocurre un "curamiento" característico de un par de nucleones sumergidos en un mar de Fermi.

Para los cálculos de las energías de los núcleos  $H^3$ ,  $He^4$ ,  $O^{16}$  hemos supuesto el espacio de configuración más simple de acuerdo al modelo de capas de oscilador armónico. Los elementos  $\langle m l s_j | V_{12} | m l s_j \rangle$  para las interacciones "realistas"  $v_{12}$  se pueden escribir como

$$\langle m l s_j | v_{12} | m l s_j \rangle = \sum_{\lambda=1}^i O_{\lambda}(l l s_j) (m l | v_{\lambda}(r) | m l) \quad (72)$$

donde  $\lambda=c$  para el potencial de Tübingen<sup>8)</sup> y  $\lambda=c, t, l s, w, l l$  para el de Tamagaki<sup>10)</sup>, definiendo

$$O_{\lambda}(l l s_j) \equiv \int y_{l s_j}^*(\Omega) \hat{O}_{\lambda} y_{l s_j}(\Omega) d\Omega \quad (73)$$

Las integrales radiales son calculadas en términos de los coeficientes<sup>4)</sup>

$B(m l, m l; p)$  y la integral de Talmi, esto es

$$(m l | V_{12} | m l) = \sum_{p=l}^{2m+l} B(m l, m l; p) I_p^{\lambda} \quad (74)$$

donde

$$I_p^{\lambda} = \frac{\lambda}{\Gamma(p+\frac{3}{2})} \int_0^{\infty} x^{2p+2} e^{-x^2} v_{12} dx ; \quad x \equiv r/\sqrt{\frac{2\hbar}{mw}} \quad (75)$$

Los resultados obtenidos para la energía de amarre de los núcleos  $H^3$ ,  $He^4$  y  $O^{16}$ , usando para el potencial de interacción las interacciones realistas libres y las interacciones efectivas, están graficadas a continuación,

En la fig. 1 se despliegan los valores esperados, entre el determinante de Slater  $\Phi_0$  correspondiente a la configuración  $(OS)^4$ , de las contribuciones singlete más triplete provenientes de las tres gaussianas del potencial de Tamagaki. Se aprecia la fuerte repulsión de la gaussiana interna, la débil - - atracción de la exterior y la considerable atracción de la intermedia.

En particular, notamos que para  $\hbar\omega \approx 22$  MeV la contribución de la energía potencial es apenas apreciable, todo lo cual es una evidencia clara de la falta de correlaciones a corto alcance.

En las figs. 2, 3 y 4 aparecen las energías de amarre según las ecs. (26), (28) y (35) para  $H^3$ ,  $He^4$  y  $O^{16}$  respectivamente, representados por su configuración más simple, en que se han utilizado diferentes interacciones tan libres como efectivas. Es notable el valor exageradamente positivo que da el potencial libre de Tamagaki: al parecer el potencial Tübingen da mejores resultados pero hay que recordar que éste último no ajusta los datos N-N a altas energías. Se observa también la semejanza de resultados entre los elementos de matriz de Elliott et al<sup>13)</sup> con los de la ecuación de Bethe-Goldstone calculados por Grillot & Mc Manus, y que ambos llegan a dar algo de energía de amarre aunque no lo suficiente. Finalmente, notamos que los elementos de matriz  $t_{sch}$  (Grillot et al<sup>10)</sup>) dan excesiva energía de amarre, lo cual se explica mediante la presencia exacta de correlaciones de corto alcance que resultan de la solución numérica exacta de la ecuación de Schrödinger para dos nucleones en un pozo común. Notamos que hay consistencia en los resultados obtenidos para los tres núcleos.

En la fig. 5 aparecen las contribuciones a la energía potencial de los estados  $l = 0, 1, 2$ , tanto de la fuerza central como de la fuerza  $l^2$  en  $O^{16}$  (las contribuciones tensoriales, spín-orbitales y spín-orbitales cuadráticas son rigurosamente nulas en núcleos doblemente mágicos)

En la fig. 6 aparece graficada la función  $x^2 R_{m_l}^2(x)$  del oscilador en coordenadas relativas para  $m = l = 0$  (curva gruesa). Aparece también la interacción N-N singulete par de Tamagaki así como la expresión  $\frac{m\omega^2}{A} r^2$  (para  $A = 4$ ) cuyo valor esperado, por el teorema virial, dará el mismo valor que el valor esperado de la energía cinética intrínseca, (ver ec. (23)). Se grafica la función de correlación para dos valores de  $\alpha$  (0.8 y 1.3 F) y las correspondientes funciones de onda correlacionadas, ver ecs. (62a) (64). Observamos que a mayor  $\alpha$ , mayor es la correlación a distancias cortas y mayor es la distancia de curamiento. (En este trabajo se supuso que la correlación de la energía cinética sería despreciable, como quizás podría deducirse de la gráfica aunque una conclusión más exacta sobre ésto requeriría un cálculo exacto que es directo).

A partir de la ec. (67) y (63) correlacionando únicamente el valor esperado del potencial de interacción (Tamagaki) se obtiene la energía de amarre para los núcleos  $H^3$ ,  $He^4$   $O^{16}$ , y usando las ecs. (26), (35) y (28) se obtiene para

$$\underline{A = 4}$$

$$\langle H_{\text{int}} \rangle = \frac{9}{4} \hbar \omega + 3 \left\{ {}^0v_{12}^{\text{TAM}}(0, {}^1S_0) + {}^0v_{12}^{\text{TAM}}(0, {}^3S_1) \right\} \quad (76)$$

donde definimos

$${}^c v_{i_2}^{TAM}(m, {}^{251}l_j) \equiv \langle m l s_j | v_{i_2}^{TAM} | m l s_j \rangle \quad (77)$$

$$\underline{A=3}$$

$$\langle H_{int} \rangle_c = \frac{3}{2} \left\{ \hbar\omega + {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^1S_0) + {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3S_1) \right\} \quad (78)$$

$$\begin{aligned} \langle H_{int} \rangle_c = & \frac{6^9}{4} \hbar\omega + 21 {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^1S_0) + 21 {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3S_0) + \\ & + 6 {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^1P_1) + 6 {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3P_0) + 18 {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3P_1) + \\ & + 30 {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3P_2) + \frac{15}{2} {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^1D_2) + \frac{3}{2} {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3D_1) + \\ & + \frac{5}{2} {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3D_2) + \frac{1}{2} {}^c v_{i_2}^{TAM}(0, {}^3D_3) + \frac{3}{2} {}^c v_{i_2}^{TAM}(1, {}^1S_0) + \\ & + \frac{3}{2} {}^c v_{i_2}^{TAM}(1, {}^3S_1). \end{aligned} \quad (79)$$

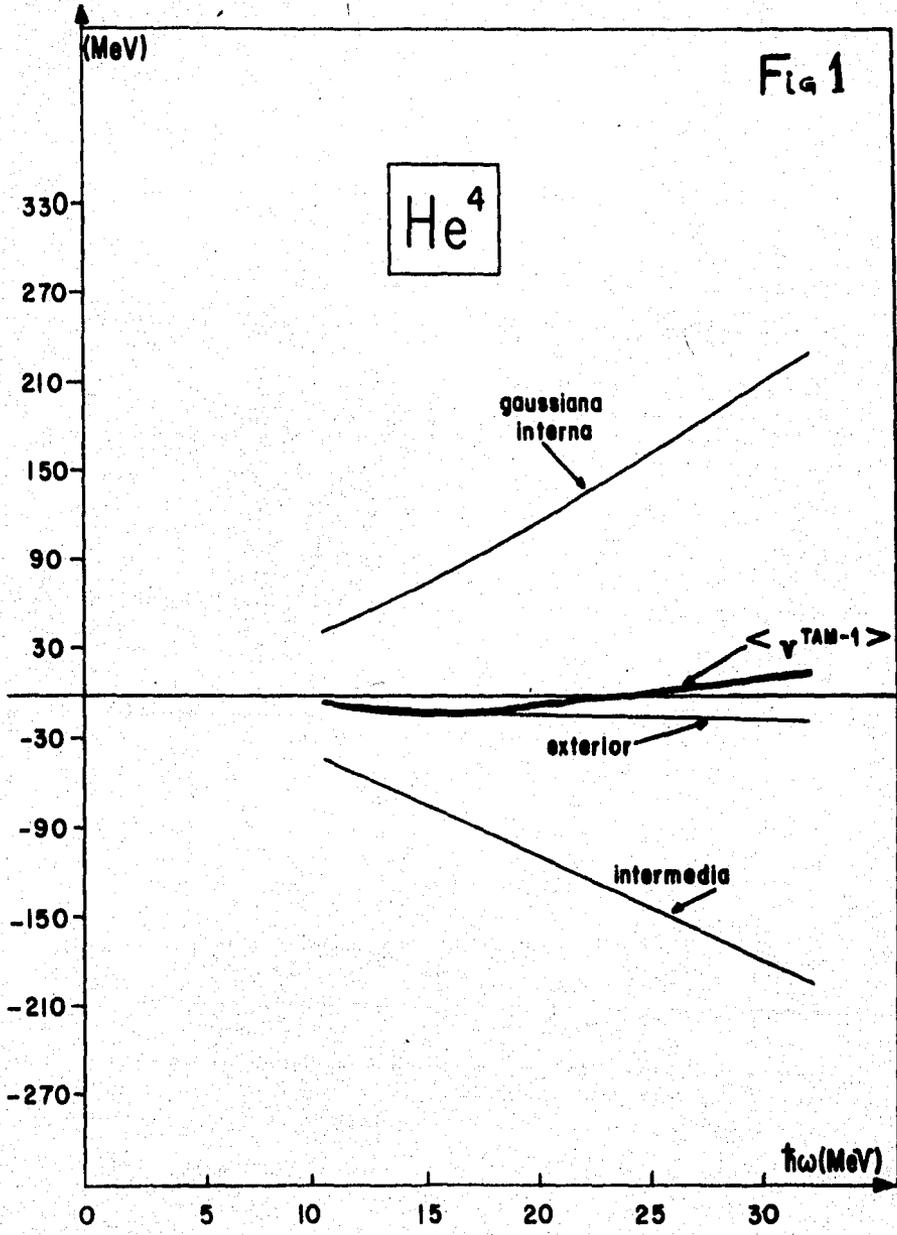
Variando el parámetro  $\alpha$  en las ecs. (76), (78) y (79) se observa en las figs. 7, 8 y 9 que existe un mínimo en la energía de amarre. En efecto, se consigue más amarre con correlaciones que sin ellas, sin embargo no es suficiente ni siquiera para igualar los valores conseguidos por las interacciones efectivas de Elliott et al<sup>14)</sup> y Grillot & Mc Manus<sup>12)</sup>.

Notamos además que para los tres casos estudiados ( $A = 3, 4$  y  $16$ ) el valor óptimo de  $\alpha$  es del orden de  $0.8 F$ .

También se nota que para  $A = 4$  y  $16$  el valor de  $\hbar\omega$  que proporciona máxima energía de amarre es del orden del esperado por el modelo de capas, i.e.,  $\hbar\omega \approx 22$  para  $A = 4$  y  $\hbar\omega \approx 14,35$  para  $A = 16$ . Esto no ocurre para  $A = 3$  ( $\hbar\omega \approx 19$  MeV de acuerdo al modelo de capas) donde a menor  $\hbar\omega$  mayor acercamiento con la energía experimental.

En conclusión, podemos decir que, o bien, las correlaciones de dos cuerpos usadas aquí (tipo gaussianas) no son lo suficiente eficaces, o bien que deben correlacionarse además ondas  $l \neq 0$  (como parecería sugerir la fig. 5), o bien son significativas las correlaciones de tres y mas cuerpos.

Fig 1



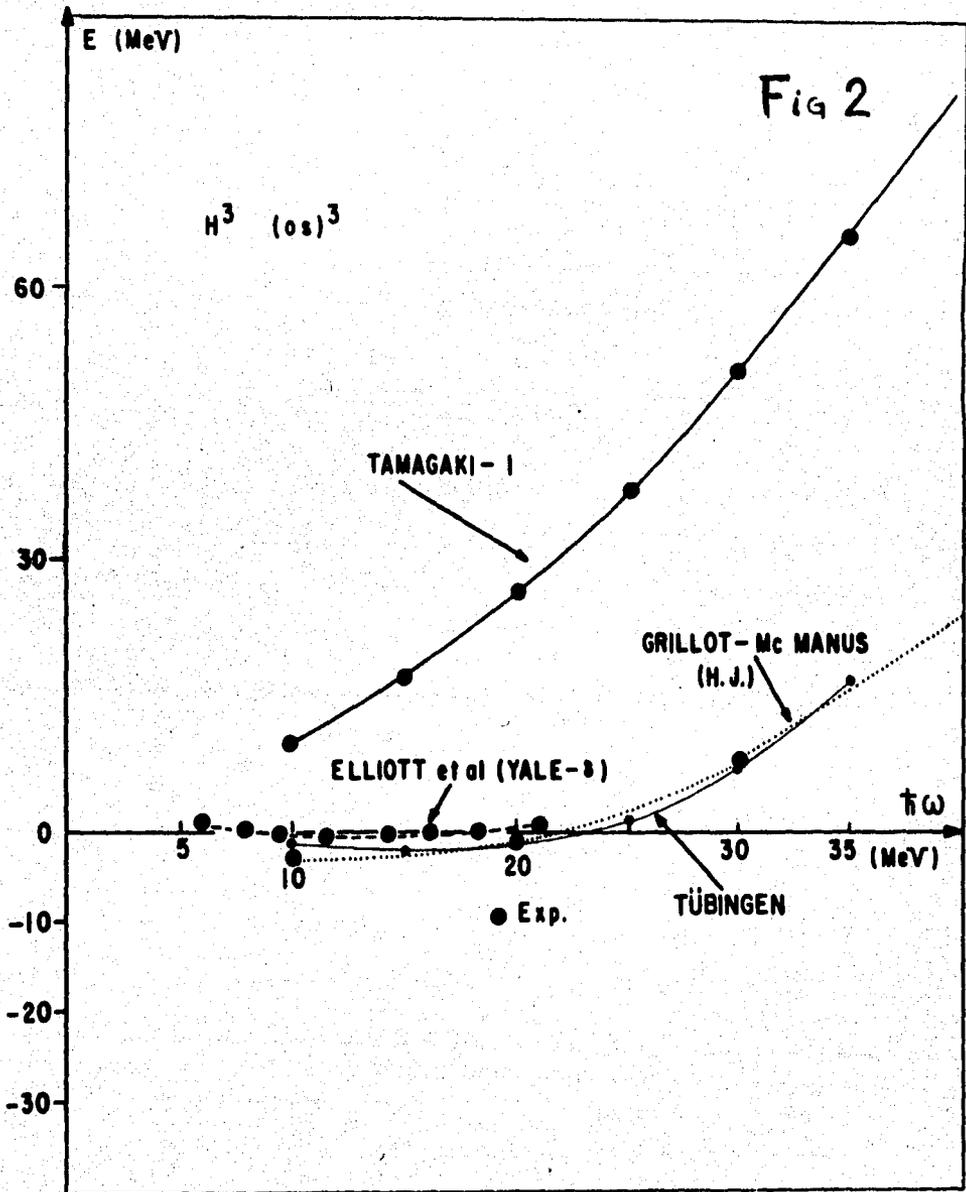


Fig 3

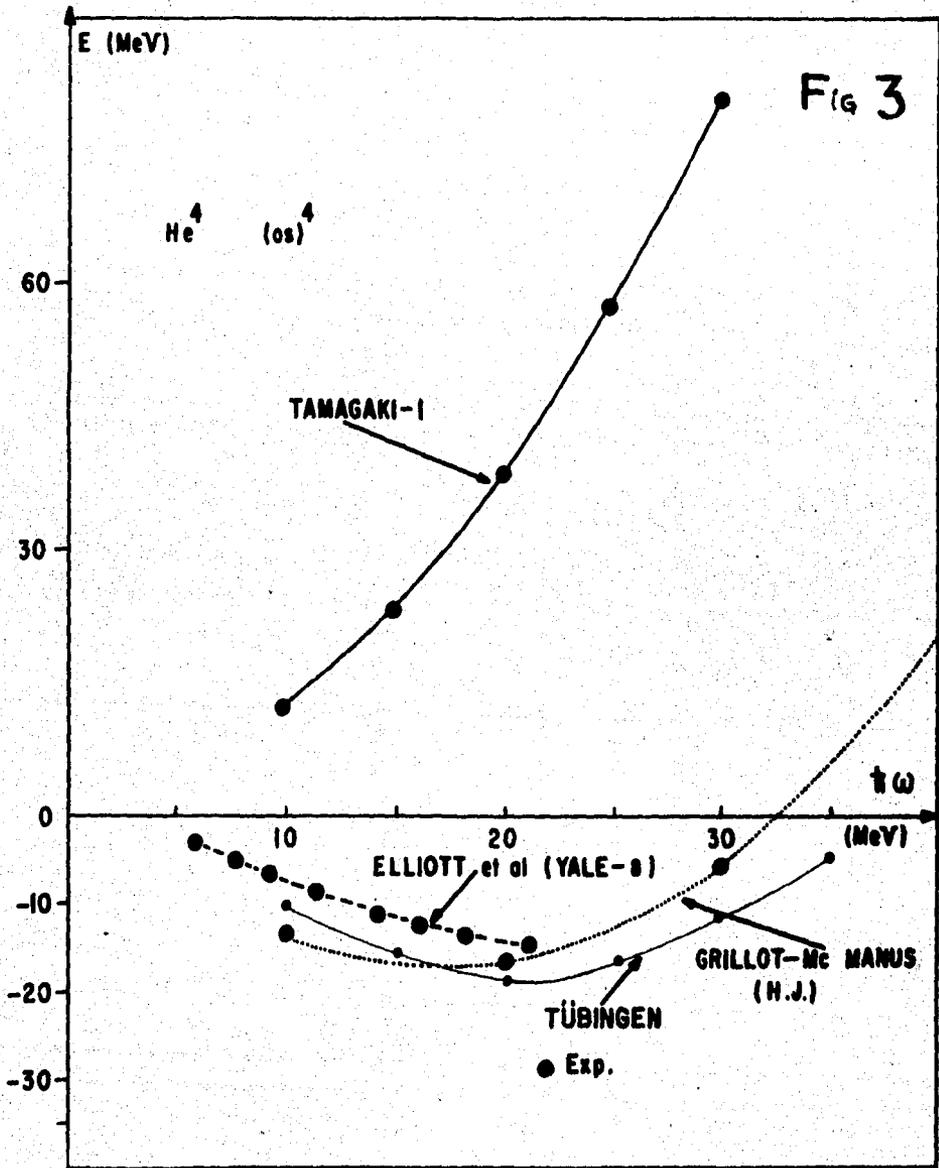
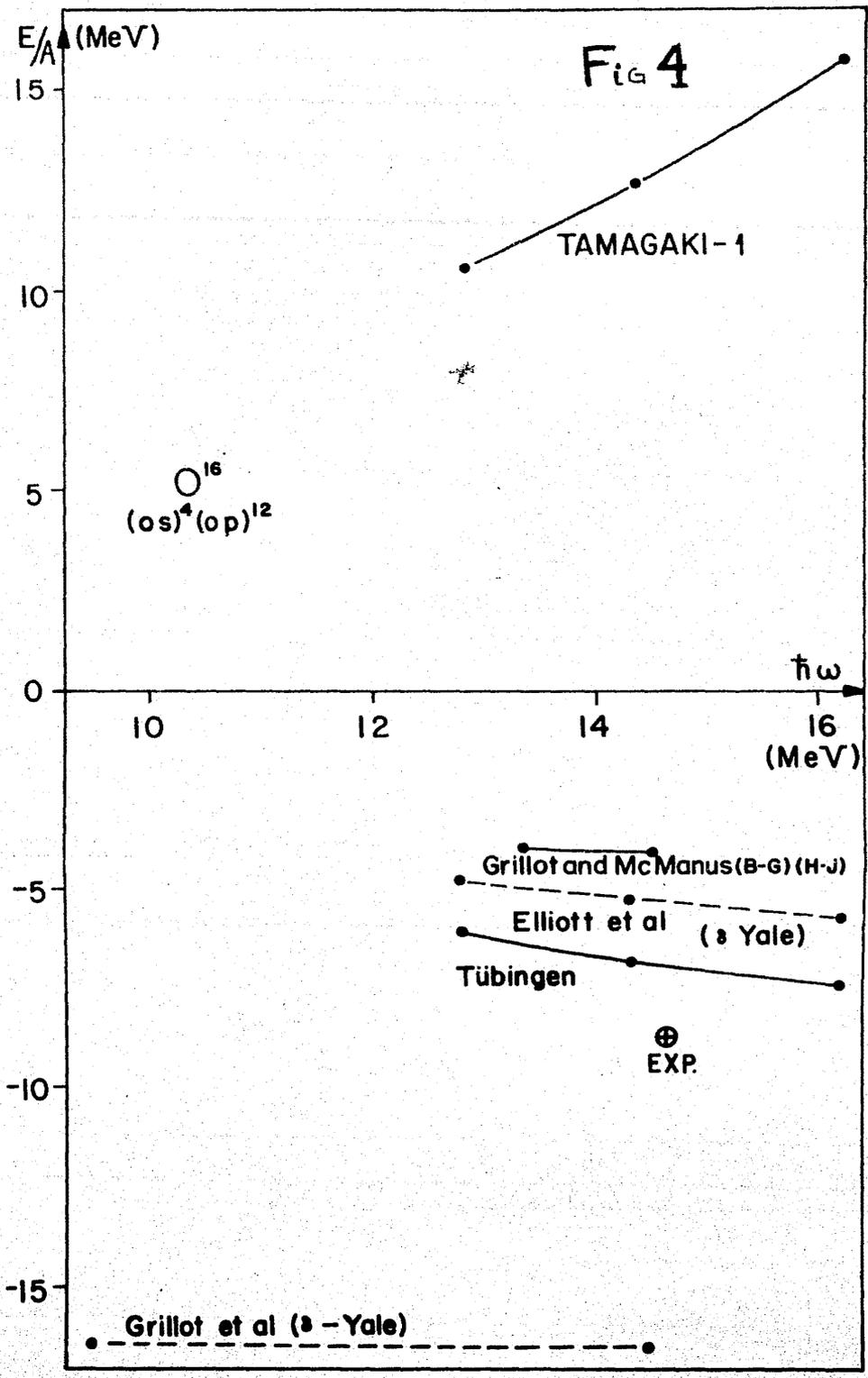


FIG 4



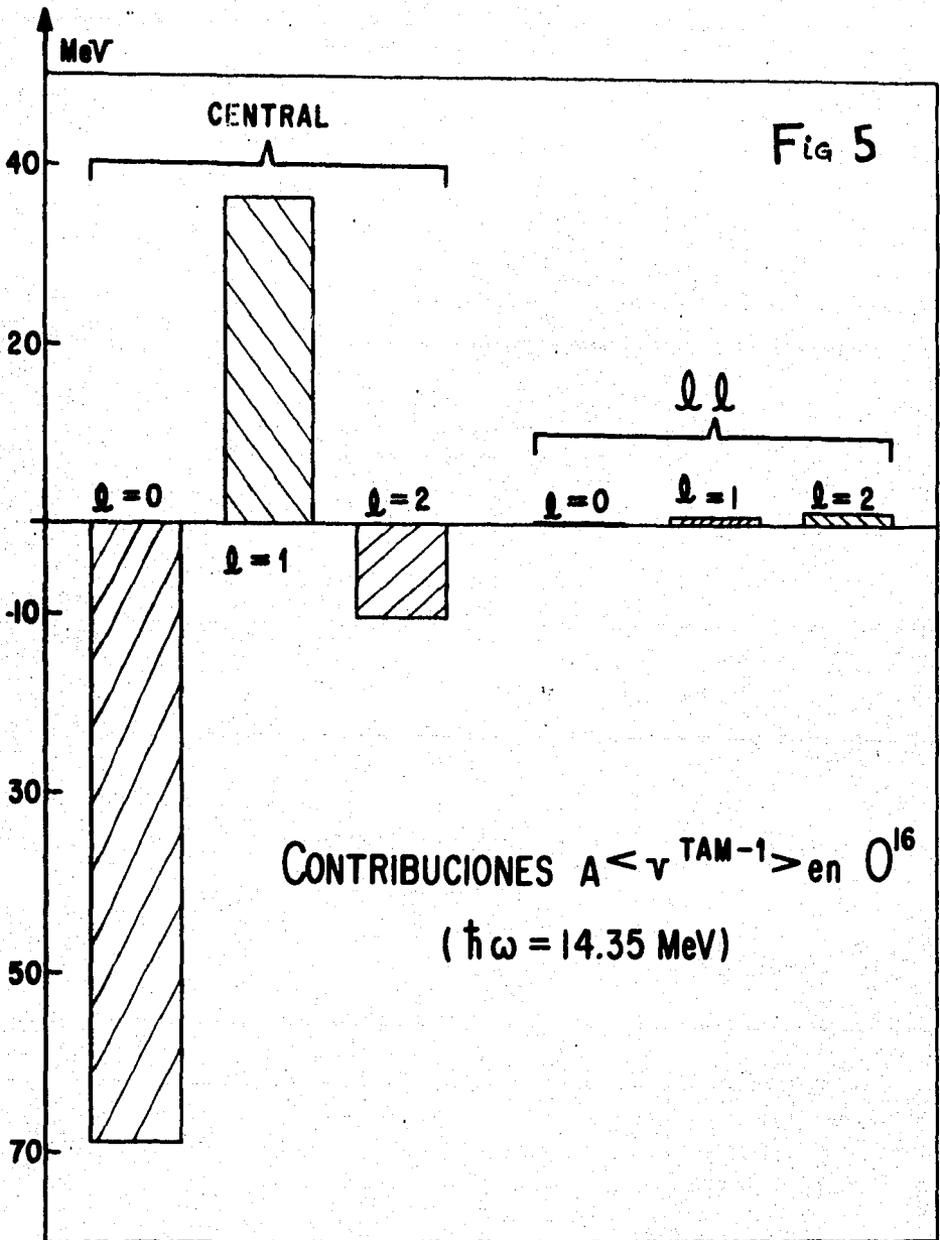
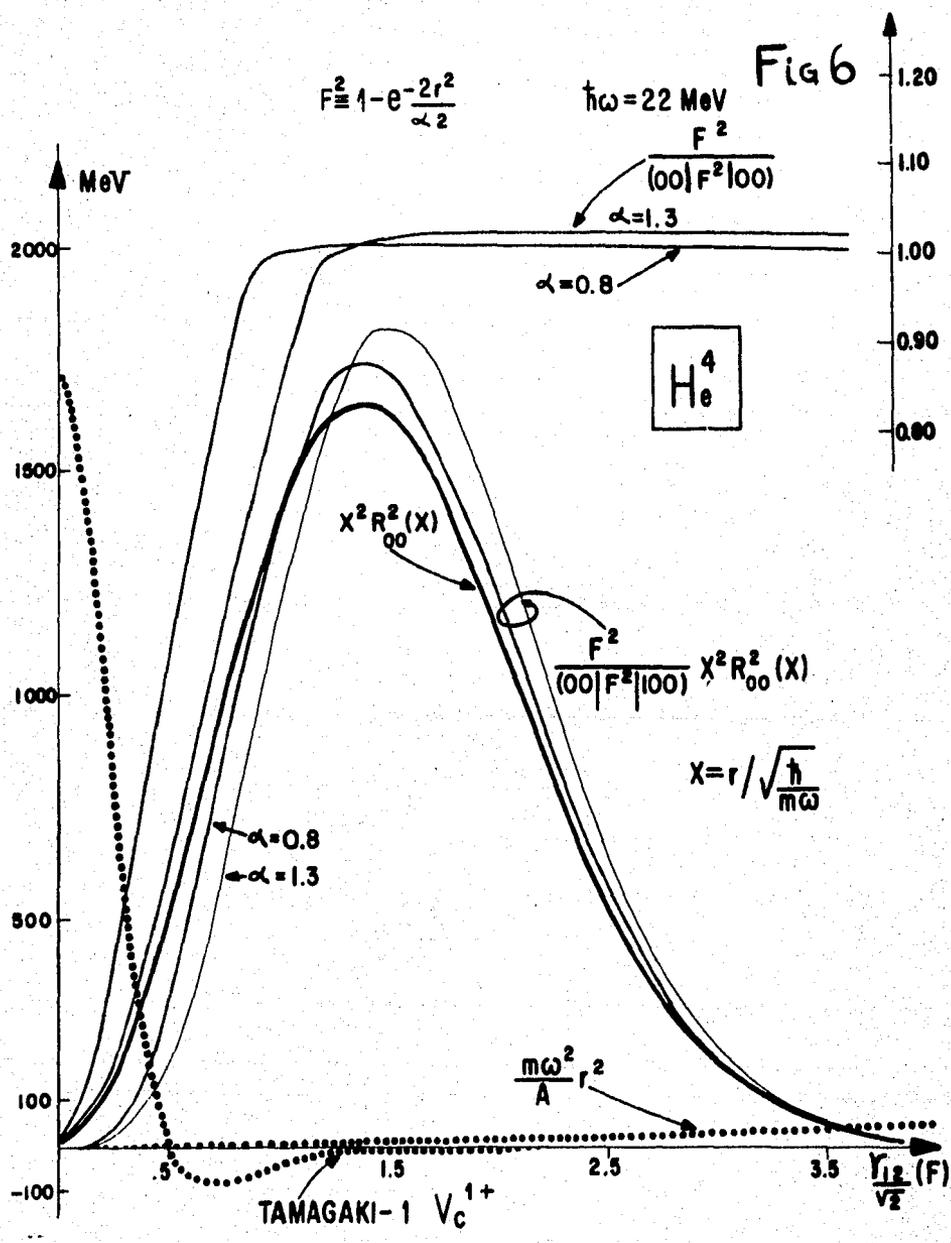
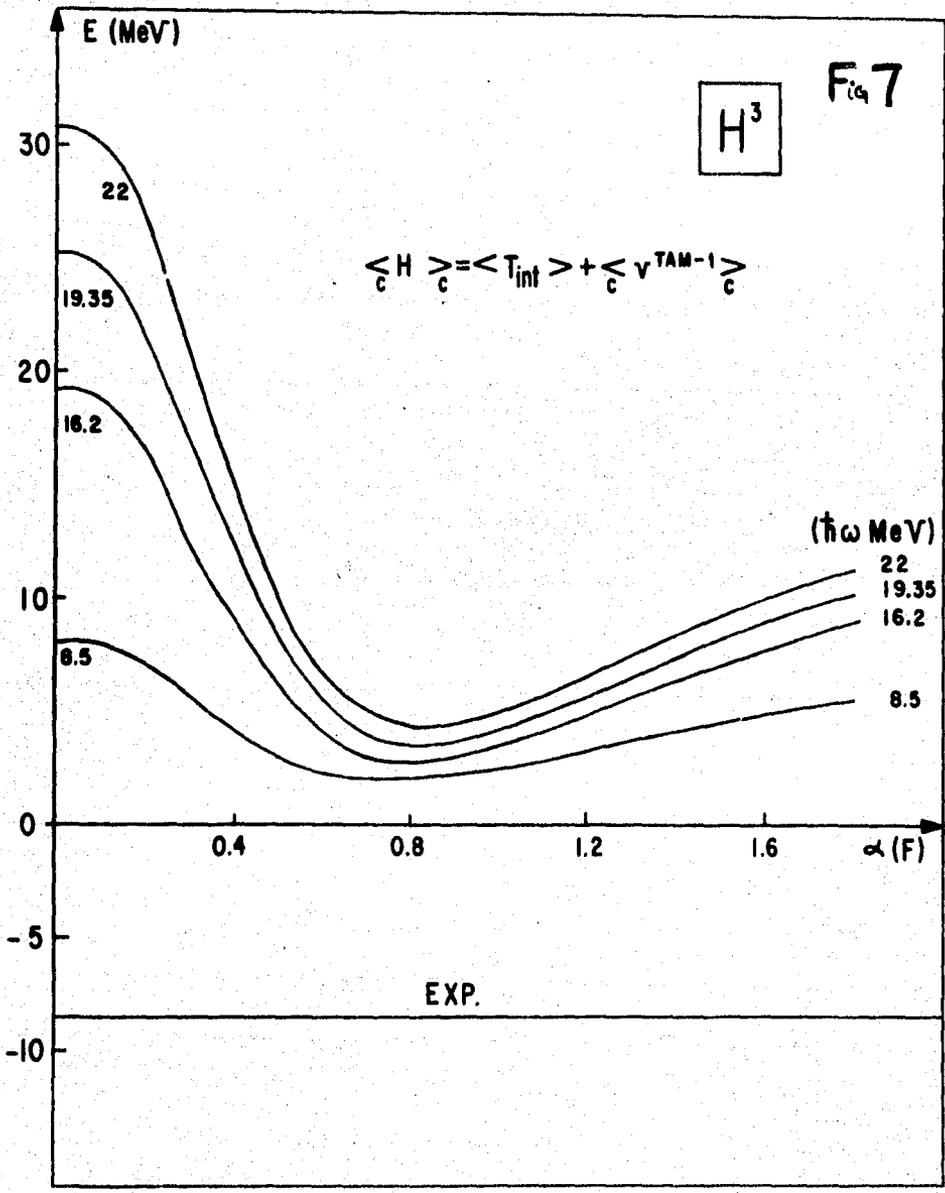
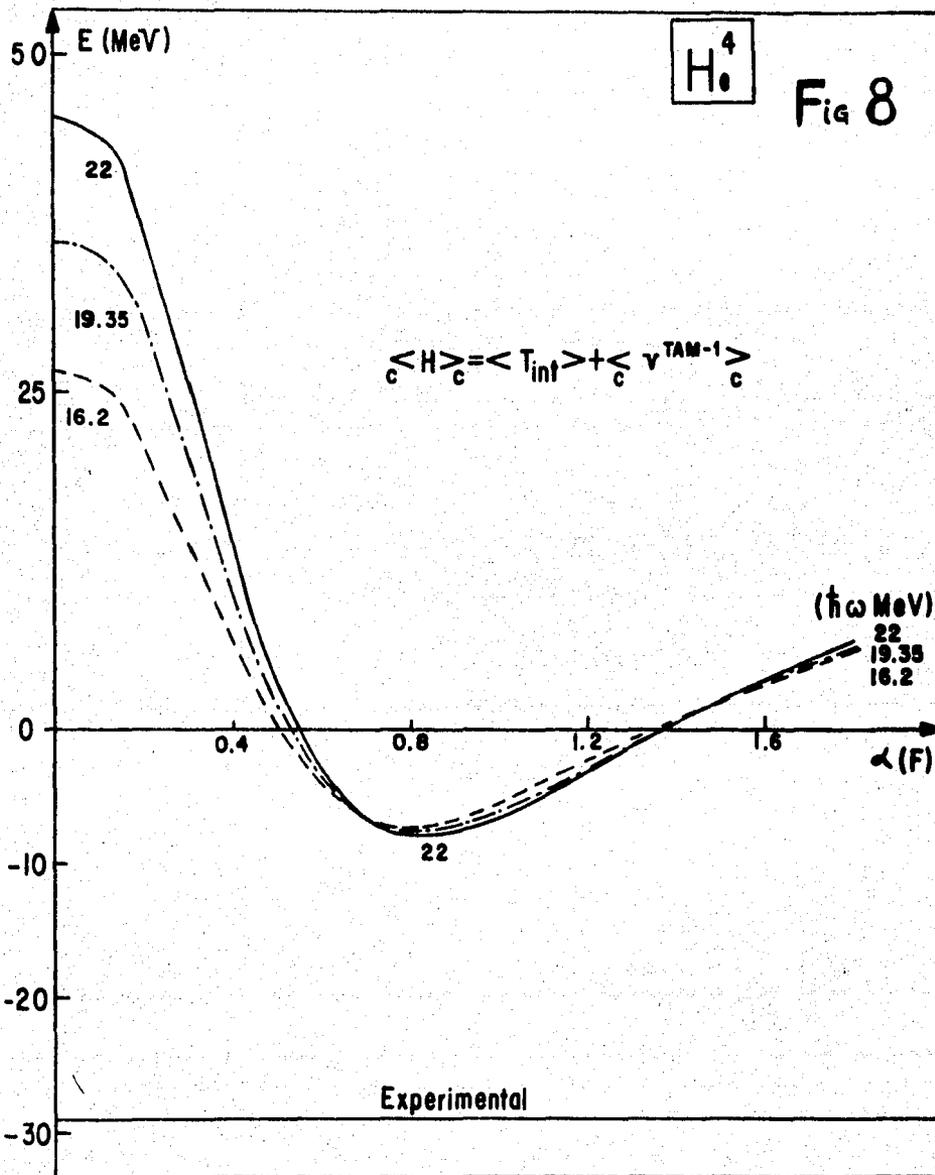
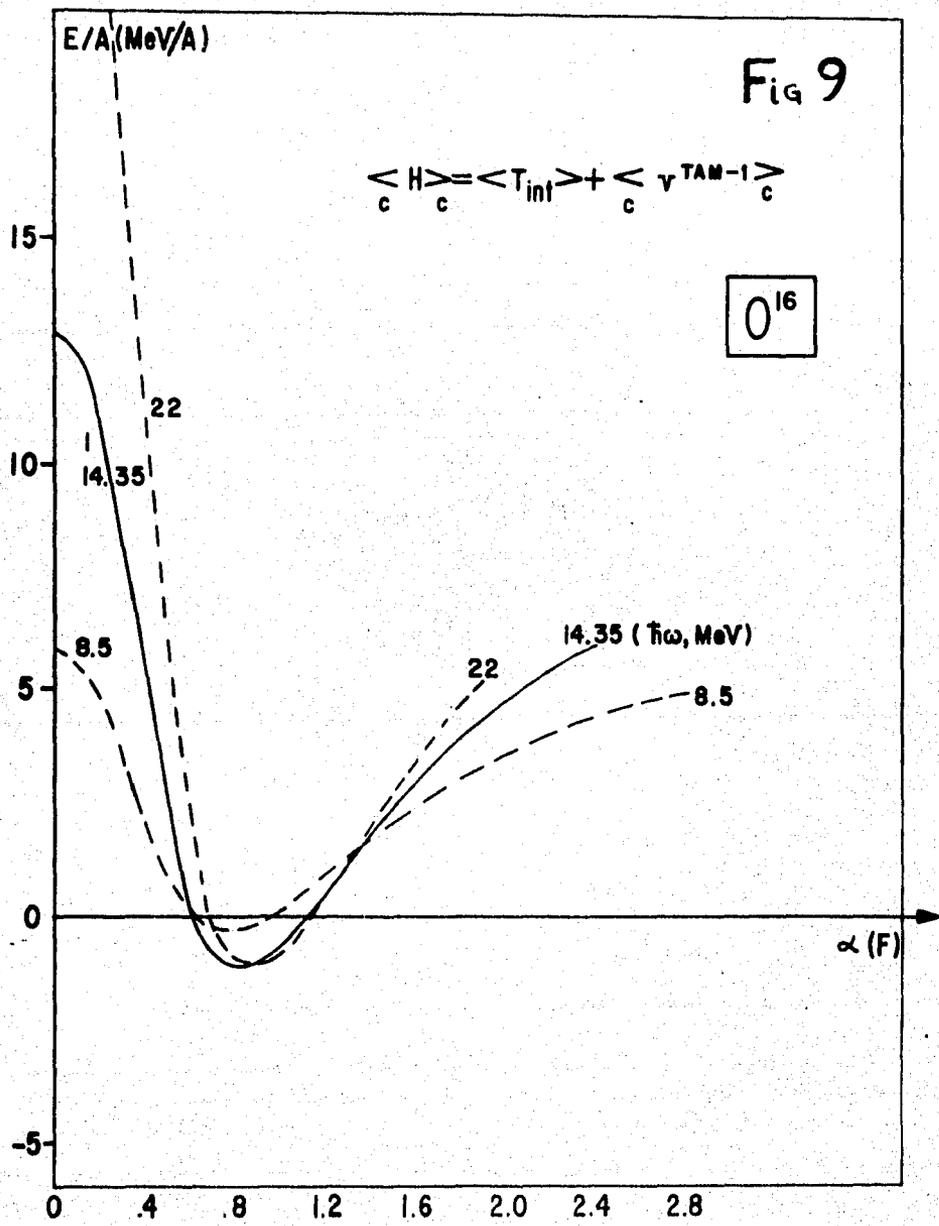


Fig 6









## Referencias

1. - O.A. Novaro Peñalosa, Tesis Doctoral (1969).
2. - M. de Llano, Teoría Cuántica del Momento Angular (Notas), Facultad de Ciencias, UNAM. (1967).
3. - H. A. Mavromatis, E. A. Sanderson and B. Singh. Tables of Coefficients for the expansion of the two particles  $j$ - $j$  coupled matrix elements of  $V$  in terms of the relative matrix elements of  $V$ . School of Mathematical and Physical Sciences, University of Sussex Brighton, England (1968).
4. - T. A. Brody and M. Moshinsky, Tables of Transformation Brackets. - - Monografías del Instituto de Física. México (1960).
5. - E. Merzbacher, Quantum Mechanics, Wiley (1961).
6. - R. Jastrow, Phys. Rev. 98 (1955).
7. - J. W. Clark and P. Westhaus, Phys. Rev. (1966) 833.
8. - S. Ramírez, E. Yépez and M. de Llano, Free and Effective N-N Interactions and the Structure of Light Nuclei. (por publicarse).
9. - R. Tamagaki, Prog. of Theor. of Phys. 39 (1968) 91.
10. - E. Ley Koo et al, Nuclear Matrix Elements Deduced of N-N Phase Shifts. (por publicarse).
11. - D. S. Koltum, Phys. Rev. Letters 19 (1967), 910.
12. - D. Grillot and Mc Manus, Nucl. Phys. A 113 (1968), 161.
13. - E. Ley Koo y M. de Llano, Interpretation of Auxiliary Potential Method for Deducing Nuclear Matrix Elements from N-N Scattering Data. (por publicarse).
14. - J. P. Elliott et al, Nucl. Phys. A 121 (1968), 241.