

FACULTAD DE CIENCIAS U. N. A. M.

**CALCULOS EN LA APLICACION DE LA TEORIA
DE CORRELACIONES ANGULARES**

T E S I S

Que para obtener el título de:

F I S I C O

P r e s e n t a :

MANUEL FLORES BRAVO

México, D. F.

1969



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

A mis Padres

A mis Hermanos

A G R A D E C I M I E N T O S

Agradezco sinceramente al Dr. Jorge Rickards C. sus atenciones y valiosos consejos durante la dirección de la presente tesis; a la Srta. Fis. Ma. del Carmen Cisneros G. y al Sr. Fis. Ignacio Alvarez T. su ayuda y consejos en la discusión de los problemas que se presentaron durante su desarrollo; y a la Dirección del Instituto de Física de la U.N.A.M. por las facilidades que me brindaron para poder llevarla a cabo.

INDICE

	pag.
INTRODUCCION	1
I.- REACCIONES PARTICULA-GAMMA	4
Cap. I Generalidades	4
Cap. II Reacciones partícula-gamma que presentan mezcla de multipolari- dad de rayos gamma	15
Cap. III Reacciones partícula-gamma que presentan mezcla en momento angular	24
Cap. IV Reacciones partícula-gamma que presentan mezcla en espín de canal	30
II.- REACCIONES PARTICULA-PARTICULA	43
Cap. V Ejemplo de extracción de números cuánticos a partir de datos expe- rimentales conocidos	43
CONCLUSIONES	50
APENDICE	51
REFERENCIAS	53

I N T R O D U C C I O N

El estudio de las correlaciones angulares y dentro de ellas el análisis de la función de distribución $W(\theta)$, es muy importante para la física nuclear experimental, ya que entre sus objetivos se encuentra el medir las propiedades cuánticas de los estados nucleares. S.Devons y L.B.J.Goldfarb (1).

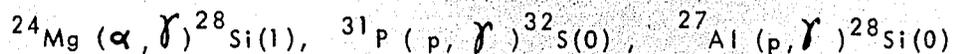
La función de distribución representa la probabilidad de que en dos transiciones sucesivas, la segunda radiación se observe en un determinado ángulo con respecto a la primera.

La distribución angular de una reacción nuclear, puede considerarse como un caso particular de correlaciones angulares, siempre y cuando los tres estados nucleares involucrados tengan números cuánticos bien definidos.

Aparte de poder determinar estos números cuánticos, es posible encontrar otras variables que juegan papeles importantes en la reacción, como son los parámetros de mezcla.

El propósito de este estudio usando el formalismo de A. J.Ferguson (2) y H.Frauenfelder (3), es ofrecer conclusiones que permitan determinar fácilmente todas estas cantidades y así mismo reducir el tiempo de análisis y mejorar los resultados experimentales.

Las reacciones estudiadas son:



y $^{27}\text{Al} (p, \alpha) ^{24}\text{Mg}(0)$, abarcando con ello casos que contienen mezcla en multipolaridad de radiaciones gamma, mezcla en espín de canal y mezcla en momento angular.

El trabajo está dividido en dos partes principales:

1a. Una breve descripción de las fórmulas para la distribución angular $W(\theta)$ y de la expresión para la anisotropía que se utiliza por comodidad, en este tipo de análisis.

2a. Una descripción detallada de los resultados obtenidos aplicando este método a los casos mencionados, y las conclusiones a que se llegaron, ilustrándolas con las gráficas correspondientes.

Con este trabajo se pretende colaborar en los proyectos del Departamento del Acelerador Dinamitrón del Instituto de Física de la U.N.A.M.

Finalmente, de esta manera se completa la tercera parte de una serie sobre el estudio y aplicación de la teoría de correlaciones angulares, siendo las dos primeras:

" Aplicación de la Teoría de Correlaciones Angulares a Reacciones (Alpha - Gamma) " I. Alvarez (4) y

" Algunas Aplicaciones de la Teoría de Correlaciones Angulares " M.C. Cisneros (5).

Para mayor facilidad en el análisis de los cálculos y debido a lo tedioso de los mismos, en la elaboración de todos los resultados de este estudio, se utilizó una computadora IBM 1130 .

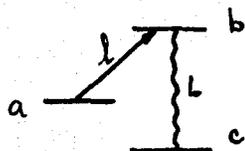
I REACCIONES PARTICULA - GAMMA

CAP I GENERALIDADES.

Una distribución angular representa la dependencia en la dirección de la radiación resultante (partícula o gamma) después de bombardear un núcleo por un haz de radiaciones incidente (partícula o gamma) .

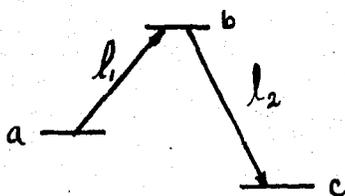
Una clase de distribución angular de interés; involucra un estado intermedio bien definido entre los dos procesos inicial y final .

Esquemáticamente se puede representar como:



para (partícula - gamma) ,

y



para (partícula - partícula) ;

en que \underline{a} es el espín del canal inicial, formado por el espín del núcleo blanco : \underline{s}_0 y el espín de la partícula incidente

\underline{s}_1 , sumados vectorialmente, es decir: $\underline{a} = \underline{s}_0 + \underline{s}_1$;

\underline{b} representa el espín del estado intermedio formado por \underline{a} y el momento angular orbital l_1 de la partícula entrante: $\underline{a} + l_1 = \underline{b}$; y \underline{c} el espín del estado final, en el cual queda el núcleo después de haber emitido una radiación gamma de multipolaridad L_2 , o bien una partícula con momento angular l_2 : $\underline{b} = \underline{c} + L_2$, o $\underline{b} = \underline{c} + l_2$ respectivamente.

En este estudio se considerará que el haz de partículas entrantes, no está polarizado, ni tampoco el núcleo con el que reaccionan, y que el estado intermedio es una resonancia aislada, es decir, el estado intermedio es único y no presenta mezcla de estados; i.e. $b = b'$.

La función de correlación angular que nos representa matemáticamente el resultado de un caso (partícula, gamma) está dada por:

$$W(\theta) = \sum (-)^{a-c} \frac{1}{16\pi^2} \hat{l} \hat{l}' \hat{b} \hat{b}' (l_0 l_0' | k_0) W(l b l' b'; c k)$$

$$(-)^{b-L_2-L_2'-1} \hat{L}_2 \hat{L}_2' \hat{b} \hat{b}' (L_2 l L_2' - l | k_0) W(L_2 b L_2' b'; c k)$$

$$\langle b || l_1 || a \rangle \langle b' || l_1' || a' \rangle^*$$

$$\langle c || L_2 || b \rangle \langle c || L_2' || b' \rangle^* Q_k P_k(\cos \theta)$$

(1-1)

siendo la suma sobre $a, l_1, l_1', b, b', L_2, L_2', k$. A.J.

Ferguson (2).

$$(l_0 l_0' | k_0) \text{ y } (L_2 l L_2' - l | k_0) \text{ representa-}$$

dos más generalmente como $(a b c d | e f)$ son los coeficientes de Wigner o coeficientes de Clebsh-Gordan, conocidos también como coeficientes de acoplamiento angular; sus valores se encuentran tabulados.

$W(abcd;ef)$ son los coeficientes de Racah;

$\langle b || l | a \rangle$ y $\langle c | L_z || b \rangle$ son los elementos reducidos de matriz; M.C.Cisneros (5).

Q_k es el coeficiente de atenuación del detector y depende de las propiedades físicas y geométricas del mismo; H.E.Gove (6), así como de su distancia al blanco.

$P_k(\cos \theta)$ es el polinomio de Legendre de orden k ; el símbolo $\hat{}$ sobre l o b : \hat{l}, \hat{b} indica un valor de $\sqrt{2l+1}$, $\sqrt{2b+1}$.

Definiendo los coeficientes:

$$\bar{Z}(l b l' b'; ak) = \hat{l} \hat{l}' \hat{b} \hat{b}' (l 0 l' 0 | k 0) W(l b l' b'; ak);$$

$$\bar{Z}_1(L_2 b L'_2 b'; ck) = (-)^{k-L-L'-1} \hat{L} \hat{L}' \hat{b} \hat{b}' (L 1, L' -1 | k 0)$$

$$W(L b L' b'; c k), \quad (1-2)$$

Blatt y Biedenharn (7).

La fórmula (1-1) se puede expresar en términos de los coeficientes \bar{Z} y \bar{Z}_1 como:

$$W(\theta) = \sum (-)^{a-c} \frac{1}{16\pi^2} \bar{Z}(l, b, l', b; a, k) \bar{Z}_1(L_2, b, L'_2, b; c, k)$$

$$\langle b \| l, |a\rangle \langle b' \| l', |a'\rangle^*$$

$$\langle c \| L_2 \| b \rangle \langle c \| L'_2 \| b \rangle^* Q_k P_k(\cos \theta) \quad (1-3)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección del haz de partículas incidentes y el eje del detector.

Al desarrollar en la ecuación (1-3) la suma respecto a

k quedará expresada en la forma:

$$W(\theta) = \sum (-)^{a-c} \frac{1}{16\pi^2} \left[\bar{Z}(l, b, l', b; a_0) \bar{Z}_1(L_2, b, L'_2, b; c_0) \right. \\ \langle b \| l, |a\rangle \langle b' \| l', |a'\rangle^* \langle c \| L_2 \| b \rangle \langle c \| L'_2 \| b \rangle^* Q_0 P_0(\cos \theta) \\ + \bar{Z}(l, b, l', b; a_2) \bar{Z}_1(L_2, b, L'_2, b; c_2) \langle b \| l, |a\rangle \langle b' \| l', |a'\rangle^* \\ \langle c \| L_2 \| b \rangle \langle c \| L'_2 \| b \rangle^* Q_2 P_2(\cos \theta) \\ + \bar{Z}(l, b, l', b; a_4) \bar{Z}_1(L_2, b, L'_2, b; c_4) \langle b \| l, |a\rangle \langle b' \| l', |a'\rangle^* \\ \left. \langle c \| L_2 \| b \rangle \langle c \| L'_2 \| b \rangle^* Q_4 P_4(\cos \theta) \right] \quad (1-4)$$

siendo la suma sobre $a, l, l', b, b', L_2, L'_2$.

La suma efectuada sobre k no excede de $k = 4$, debido a que multipolaridades mayores de $L = 2$ ocurren muy raramente, y no van a ser consideradas en este trabajo y por otra parte, de la condición del triángulo $\Delta(L, L', k)$ del

coeficiente $(L \ 1 \ L' \ -1 ; k0)$, el valor de $k \leq 2 L_{\max}$ Blatt y Biedenharn (7) .

Por otra parte, solo se considera a $k = \text{par}$, restricción impuesta por las propiedades de $(1 \ 0 \ 1' \ 0 | k0)$ el cual se anula excepto cuando $l + l' - k$ es par, lo que significa que valores de k impar, implican mezclas de estados intermedios con paridad diferente A.J.Ferguson (2) y en este estudio, únicamente se consideran estados resonantes con espín y paridad definidos.

La fórmula (1-1) se puede agrupar, pudiéndose escribir como:

$$W(\theta) = a_0 + a_2 P_2(\cos\theta) + a_4 P_4(\cos\theta) \quad (1-5)$$

o en forma más general:

$$W(\theta) = \sum_k a_k P_k(\cos\theta) \quad (1-6)$$

para $k = \text{par}$.

El desarrollo de los coeficientes a_0 , a_2 y a_4 se encuentra en M.C.Cisneros (5) :

$$a_0 = (-)^{2b-c} \hat{b}^2 \left[1 + \delta_1^2(a) + (1 + \delta_1^2(a')) \delta_0 \right] (1 + \delta_2^2) \quad (1-7)$$

$$\begin{aligned}
 a_2 = & \left\{ (-)^a \left[\bar{z}(l, b l, b; a_2) + 2 \bar{z}(l, b l, 'b; a_2) \delta_1(a) \cos(\xi_l - \xi_{l'}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \bar{z}(l, 'b l, 'b; a_2) \delta_1^2(a) \right] \right. \\
 & \left. + (-)^{a'} \left[\bar{z}(l, b l, b; a'_2) + 2 \bar{z}(l, b l, 'b; a'_2) \delta_1(a') \cos(\xi_l - \xi_{l'}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \bar{z}(l, 'b l, 'b; a'_2) \delta_1^2(a') \right] \delta_0 \right\} \\
 & \left\{ \bar{z}_1(L b L b; c_2) + 2 \bar{z}_1(L b L 'b; c_2) \delta_2 + \right. \\
 & \left. + \bar{z}_1(L 'b L 'b; c_2) \delta_2^2 \right\} \quad (1-8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_4 = & \left\{ (-)^a \left[\bar{z}(l, b l, b; a_4) + 2 \bar{z}(l, b l, 'b; a_4) \delta_1(a) \cos(\xi_l - \xi_{l'}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \bar{z}(l, 'b l, 'b; a_4) \delta_1^2(a) \right] \right. \\
 & \left. + (-)^{a'} \left[\bar{z}(l, b l, b; a'_4) + 2 \bar{z}(l, b l, 'b; a'_4) \delta_1(a') \cos(\xi_l - \xi_{l'}) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \bar{z}(l, 'b l, 'b; a'_4) \delta_1^2(a') \right] \delta_0 \right\} \bar{z}_1(L 'b L 'b; c_4) \delta_2^2
 \end{aligned}$$

En estas expresiones aparece el término $\cos(\xi_l - \xi'_l)$ que representa un desfase asociado con la partícula entrante, y se presenta al considerar partículas cargadas, considerando el efecto coulombiano para estas partículas y el desfase por esfera rígida. A.J.Ferguson (2), donde:

$$\xi_l = -\tan^{-1}(F_l/G_l) + \sum_{r=1}^l \tan^{-1}(\eta/r) \quad (1-10)$$

en que F_l y G_l son las funciones regulares e irregulares respectivamente, de la onda radial para la partícula y η es el parámetro de Coulomb:

$$\eta = 0.1574 Z_0 Z_1 (m_1/E_1)^{1/2} \quad (1-11)$$

con Z_0 y Z_1 los números de carga del núcleo blanco y de la partícula incidente, respectivamente, m_1 la masa de la partícula incidente y E_1 la energía incidente en sistema de laboratorio, dada en MeV. A.Ferguson (2).

Todos estos corrimientos de fase ξ_l y ξ'_l , se encuentran tabulados y sus valores están graficados. W.T.Sharp, H.E.Gove y E.B.Paul (8).

Además en las fórmulas (1-7), (1-8) y (1-9), de los coeficientes a_k , aparecen términos δ_0 , $\delta_1(a)$, δ_2 que representan mezclas en el espín del canal, en el momento angular de las partículas incidentes y en las multipolaridades de los ra-

Los gamma salientes, su definición es, respectivamente:

$$\delta_0 = \left| \frac{\langle b \| L_1 | a' \rangle}{\langle b \| L_1 | a \rangle} \right|^2 \quad (1-12)$$

$$\delta_1(a) = \frac{\langle b \| L_1' | a' \rangle}{\langle b \| L_1 | a' \rangle} \quad (1-13)$$

$$\delta_2 = \frac{\langle c | L_2' \| b \rangle}{\langle c | L_2 \| b \rangle} \quad (1-14)$$

Estos elementos se presentan al normalizar la ecuación (1-4), dividiendo entre $(16\pi^2)^{-1} |\langle b \| L_1 | a \rangle|^2 |\langle c | L_2 \| b \rangle|^2$ todos los coeficientes.

La forma de $W(\theta)$ no se altera con esta normalización, dado que no es sensible a factores constantes y el interés radica en los valores relativos de $W(\theta)$. A. Ferguson (2).

Los elementos $\delta_1(a)$, δ_2 denominados parámetros de mezcla, pueden tener valores que oscilan entre $+\infty$ y $-\infty$, mientras que para δ_0 sólo se obtienen valores de $0 \rightarrow +\infty$, debido a la definición del mismo (1-12).

δ_2 nos va a indicar la relación que existe entre radiación M_2 y E_1 o bien entre radiación E_2 y M_1 .

En la aplicación posterior de este trabajo, la fórmula para la distribución angular, expresada según se indica en (1-5)

conviene expresarla en función de $\cos^2\theta$ y no tanto en función de polinomios de Legendre $P_k(\cos\theta)$.

Antes de hacer esta transformación se normaliza la función (1-5) respecto al coeficiente a_0 , quedando como:

$$W(\theta) = A_0 + A_2 P_2(\cos\theta) + A_4 P_4(\cos\theta) \quad (1-15)$$

donde: $A_0 = a_0 / a_0 = 1 \quad (1-16)$

$$A_2 = a_2 / a_0 \quad (1-17)$$

$$A_4 = a_4 / a_0 \quad (1-18)$$

Reemplazando los valores de los polinomios de Legendre de orden cero, dos y cuatro en (1-15), se obtiene la función de distribución $W(\theta)$ en la forma:

$$W(\theta) = B_0 + B_2 \cos^2\theta + B_4 \cos^4\theta, \quad (1-19)$$

en la cual:

$$B_0 = A_0 - 0.5 A_2 + 0.375 A_4 \quad (1-20)$$

$$B_2 = 1.5 A_2 - 3.75 A_4 \quad (1-21)$$

$$B_4 = 4.375 A_4 \quad (1-22)$$

La función de distribución $W(\theta)$ según se encuentra en (1-19) es la expresión que se va a emplear en el estudio y análisis de las diferentes reacciones consideradas.

Para facilitar la obtención de los parámetros de mezcla δ , se define la anisotropía, H. Frauenfelder (3), de la siguiente manera:

$$A(\theta) = \frac{\dot{W}(\theta)}{W(90^\circ)} - 1 \quad (1-23)$$

Esta anisotropía, es función del parámetro δ y por lo tanto la gráfica $A(\theta)$ contra δ permite la obtención inmediata de δ .

Como aplicación de cálculos en la teoría de correlaciones angulares, se estudiaron los casos que presentan:

- 1.- mezcla de gammas de diferente multipolaridad
- 2.- mezcla en espín de canal
- 3.- mezcla en momento angular de la partícula incidente.

Este estudio se inició con mezclas en multipolaridad de gammas, por la sencilla razón de ser casos estudiados por Smulders (9) para algunos valores del parámetro de mezcla δ con objeto de comprobar el método propuesto y luego ampliar el análisis para diferentes valores de δ .

Posteriormente, con el mismo criterio, se extendió la aplicación a reacciones que presentan mezclas según los casos 2 y 3.

En todo el trabajo se abarcó un rango de valores de δ de -1000 a +1000, hasta alcanzar un total de 60 valores diferentes, tales que dieran un criterio, tanto en valores altos como pequeños, positivos o negativos, de su influencia en el cálculo de la función de distribución angular.

En cada uno de los casos, las gráficas que se presentan son:

1.- la anisotropía $A(\theta)$ en función de $\cos^2\theta$ para diferentes valores de δ .

En estas gráficas, no se encuentran representados todos los valores de δ analizados, por razón de claridad en las mismas.

2.- la anisotropía medida en un ángulo determinado ya sea 180° o 135° , en función de δ .

CAP II REACCIONES PARTICULA - GAMMA QUE
PRESENTAN MEZCLAS DE MULTIPOLA-
RIDAD DE RAYOS GAMMA.

Consideremos la representación para una distribución angular de la forma (1-5) :

$$W(\theta) = a_0 + a_2 P_2(\cos \theta) + a_4 P_4(\cos \theta) \quad (2-1)$$

y las expresiones generales para los coeficientes a_0 , a_2 y a_4 (1-7), (1-8) y (1-9). Además si se supone sólo mezcla de multipolaridad de radiaciones gamma, se pueden eliminar los términos que contienen δ_0 y $\delta_1(a)$.

Entonces los coeficientes quedan reducidos a:

$$a_0 = (-)^{2b-a-c} \hat{b}^2 (1 + \delta_2^2)$$

$$a_2 = \bar{Z}(l, b, l, b; a_2) \left\{ \bar{Z}_1(LbLb; c_2) + 2\bar{Z}_1(LbL'b; c_2) \delta_2 + \bar{Z}_1(L'bL'b; c_2) \delta_2^2 \right\} Q_2$$

$$a_4 = \bar{Z}(l, b, l, b; a_4) \bar{Z}_1(L'bL'b; c_4) \delta_2^2 Q_4$$

(2-2)

Haciendo las transformaciones mencionadas en las ecuaciones (1-15) a (1-22), se calculó $W(\theta)$ expresada en

la forma:

$$W(\theta) = B_0 + B_2 \cos^2\theta + B_4 \cos^4\theta \quad (2-3)$$

Los coeficientes \bar{Z} y \bar{Z}_1 se tomaron de las tablas presentadas por A.J.Ferguson (2) y a los coeficientes Q_2 y Q_4 se les dió el valor de 0.93 y 0.76 respectivamente, sugerido por P.J.Smolders (9), correspondientes a un detector cilíndrico de NaI de 10 cm. por 10 cm. colocado a 10 cm. del blanco. A.J.Ferguson (2).

Con la función $W(\theta)$ expresada como (2-3), se calculó su valor para diferentes valores de δ_z dentro del rango de -1000 a +1000, que se consideraron representativos.

Para cada uno de estos valores de δ_z , se varió el $\cos^2\theta$ de 0.0 a 1.0 en incrementos de 0.1.

Se analizó la reacción $^{24}\text{Mg}(\alpha, \gamma)^{28}\text{Si}(1)$, en la que tanto la partícula entrante como el núcleo blanco, tienen espín = 0 y paridad positiva, y el núcleo intermedio, decae al primer nivel excitado del ^{28}Si con espín y paridad $J^\pi = 2^+$.

Las configuraciones que se pueden presentar para esta reacción con la mezcla correspondiente, y eliminando radiación octupolar, son:

$$\begin{aligned} & 0^+ (1) \quad 1^- (\frac{1}{2}) \quad 2^+ \\ & 0^+ (2) \quad 2^+ (\frac{1}{2}) \quad 2^+ \\ \text{y} & 0^+ (3) \quad 3^- (\frac{1}{2}) \quad 2^+ \end{aligned} \quad (2-4)$$

Para cada uno de los casos, se presentan dos gráficas la primera que representa la anisotropía $A(\theta)$ contra el valor del $\text{Cos}^2\theta$ con objeto de permitir una comparación directa con distribuciones angulares experimentales.

Para usar estas gráficas, los resultados experimentales deben convertirse a la misma escala de los aquí presentados, ($A(90^\circ) = 0$) y entonces la comparación es inmediata.

La segunda gráfica de cada caso, relaciona la anisotropía en 180° , $A(180^\circ) = \frac{W(180^\circ)}{W(90^\circ)} - 1$ (2-5)

con el valor de δ_2 . Con esta gráfica, el valor de δ_2 se obtiene una vez conocido el valor de $A(180^\circ)$.

Debido a la forma de la curva de la anisotropía, para todos los valores de $A(180^\circ)$, existirán dos posibles valores de δ_2 ; aunque el método no define δ_2 totalmente, reduce las posibilidades a dos. Si se buscan resultados más exactos, se puede acudir a otros tipos de análisis como el uso de diferentes geometrías, cuya aplicación puede verse en M.C. Cisneros (5).

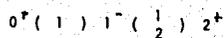
El rango graficado para variaciones de δ_2 es de 10^{-2} a 10^{+2} dado que para mayores valores de δ en todos los casos tratados, la $A(180^\circ)$ tiende a un valor asintótico, que se indica en cada caso.

Los resultados obtenidos son consistentes con los de P.J.M. Smulders (9).

De la observación de las figuras, se puede concluir que la forma de la curva de la $A(\theta)$, nos puede determinar el espín y la paridad del estado intermedio.

También estas figuras sirven de guía en la colocación de los contadores para obtener una lectura más sensible al parámetro de mezcla δ_2 .

FIGURA 1



La representación de la $W(\theta)$ y $A(\theta)$ para esta configuración, es una recta con diferente pendiente según el valor del parámetro de mezcla δ_2 que se considere.

Para esta reacción, una recta para $A(\theta)$ implica $b_2 = 1^-$.

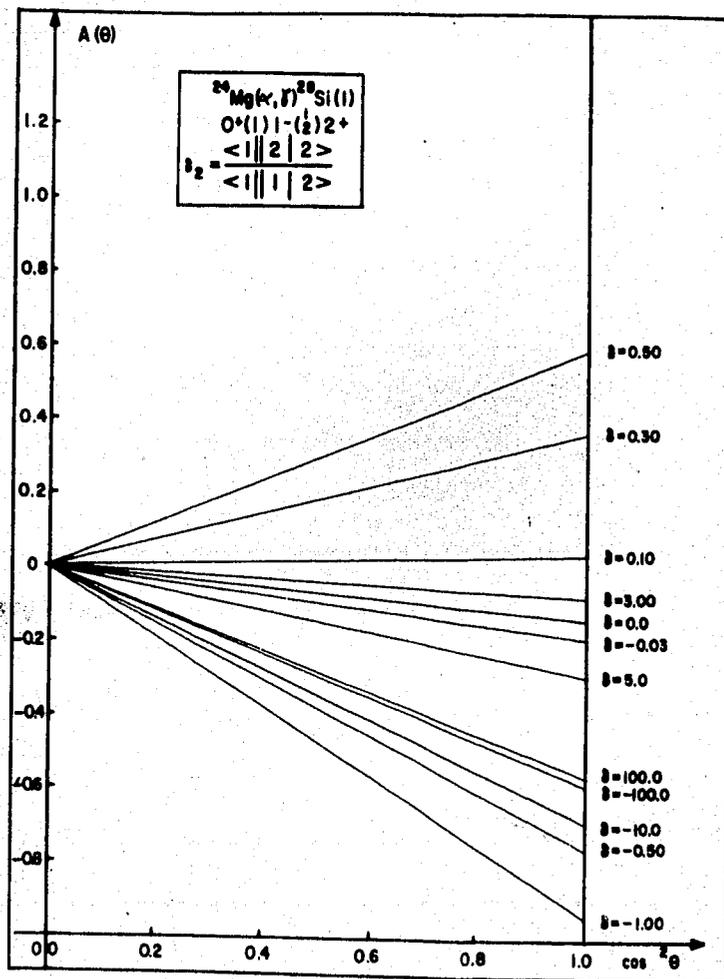
Esto va de conformidad con la teoría, que limita, para este caso, el índice del polinomio de Legendre a $k_{\max} = 1$ ya que $k \leq \min [2 l_{\max}, 2 L_{\max}, 2 b_{\max}]$ y el coeficiente a_4 no aparece, con lo que la fórmula (2-3) queda como:

$$W(\theta) = b_0 + b_2 \cos^2 \theta$$

Las rectas para $W(\theta)$ (no graficadas), independientemente del valor de δ_2 , se intersectan en $W(\theta) = 1.0$ y $\cos^2 \theta = 1/3$, valor en que se anula $P_2(\cos \theta)$. Este valor podría servir, para este caso, como un punto de normalización natural en vez de 90° .

La función de la anisotropía $A(180^\circ)$, tiende a -0.567 cuando δ_2 tiende a $\pm \infty$.

El valor de $A(180^\circ)$ cuando $\delta_2 = 0$ es: -0.134



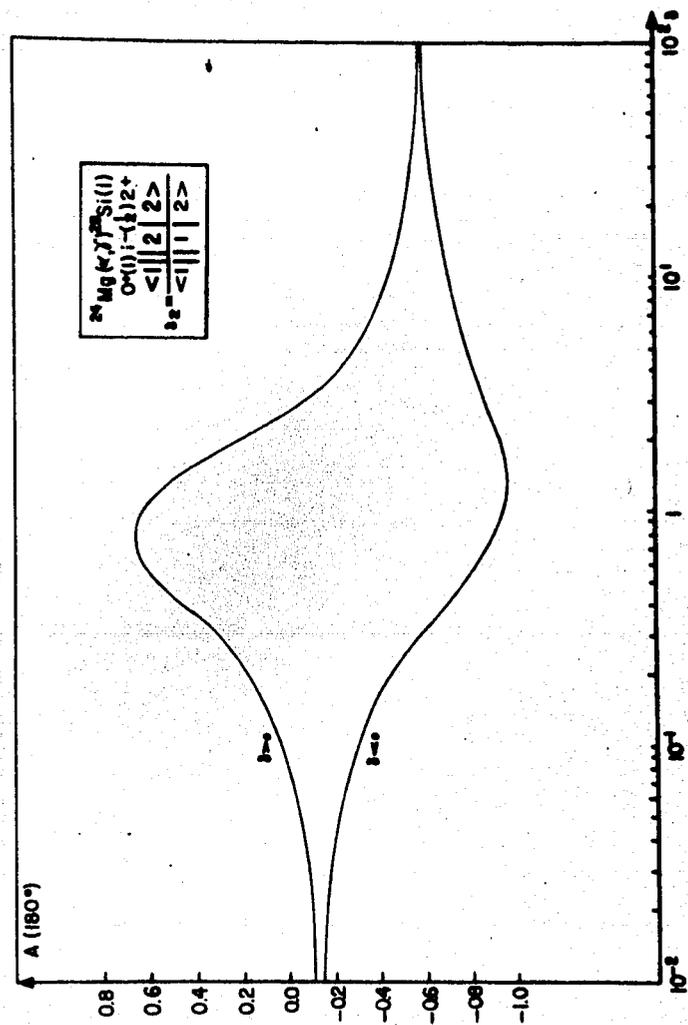
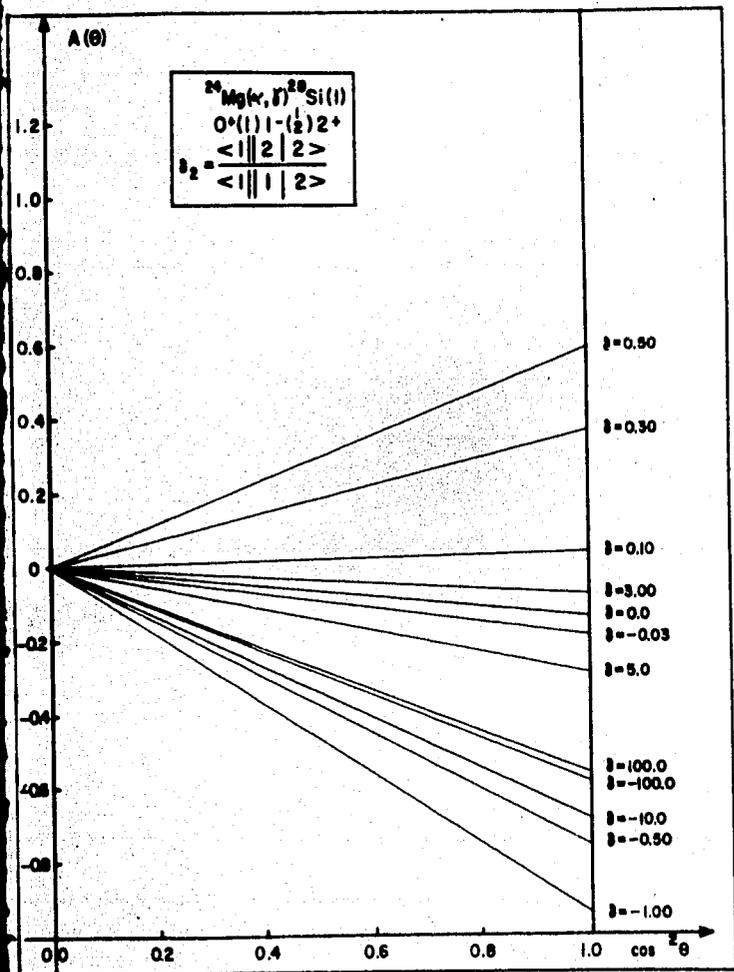


FIGURA 1

$$0^{\circ} (1) \quad 1^{\circ} (\frac{1}{2}) \quad 2^{\circ}$$

La representación de la $W(\theta)$ y $A(\theta)$ para esta configuración, es una recta con diferente pendiente según el valor del parámetro de mezcla δ_2 que se considere.

Para esta reacción, una recta para $A(\theta)$ implica $\frac{a}{b} = 1$.

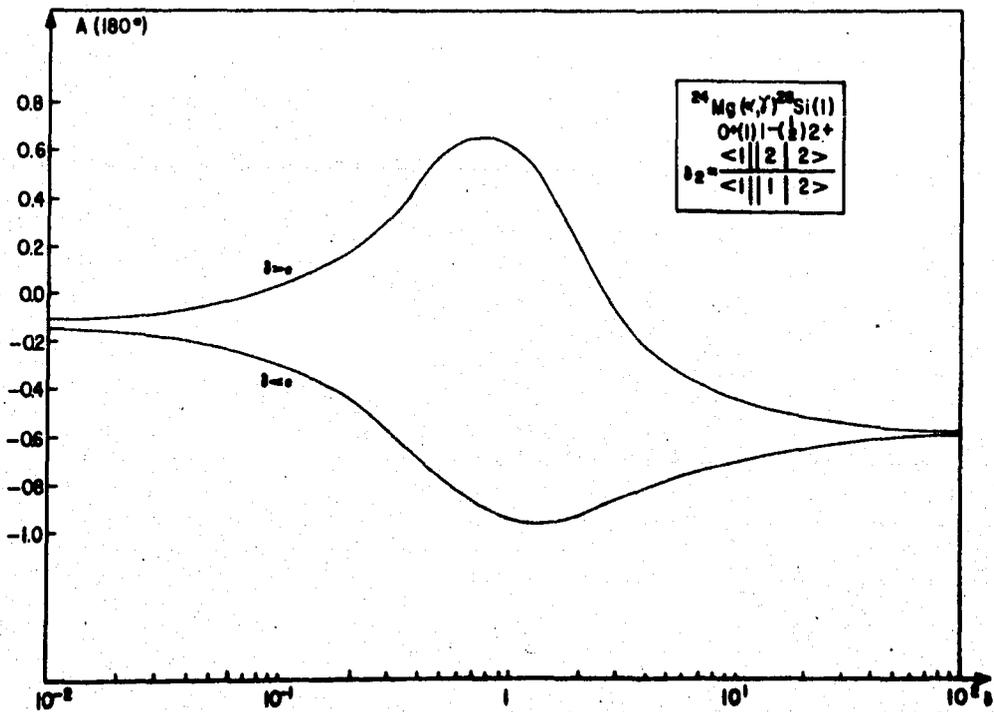
Esto va de conformidad con la teoría, que limita, para este caso, el índice del polinomio de Legendre a $k_{\max} = 1$ ya que $k \leq \min[2l_{\max}, 2L_{\max}, 2b_{\max}]$ y el coeficiente a_4 no aparece, con lo que la fórmula (2-3) queda como:

$$W(\theta) = B_0 + B_2 \cos^2 \theta$$

Las rectas para $W(\theta)$ (no graficadas), independientemente del valor de δ_2 , se intersectan en $W(\theta) = 1.0$ y $\cos^2 \theta = 1/3$, valor en que se anula $P_2(\cos \theta)$. Este valor podría servir, para este caso, como un punto de normalización natural en vez de 90° .

La función de la anisotropía $A(180^\circ)$, tiende a: -0.567 cuando δ_2 tiende a $\pm \infty$.

El valor de $A(180^\circ)$ cuando $\delta_2 = 0$ es: -0.134



1
 testo con
 el vo-
 lico
 ito, pa-
 max = 1
 coefi -
 sdo como:
 ndien-
 0 y
 z valor
 ización
 a :
 134

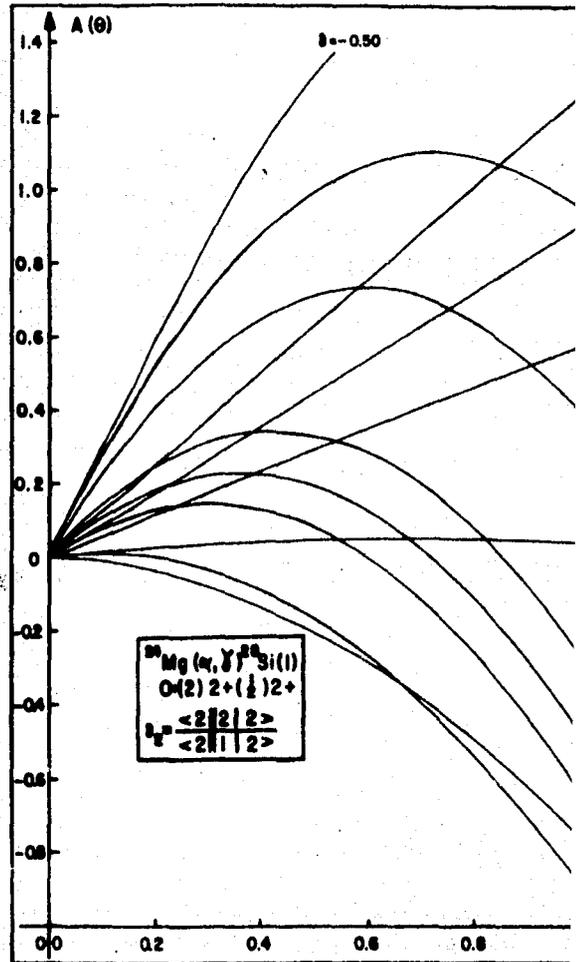
FIGURA 2

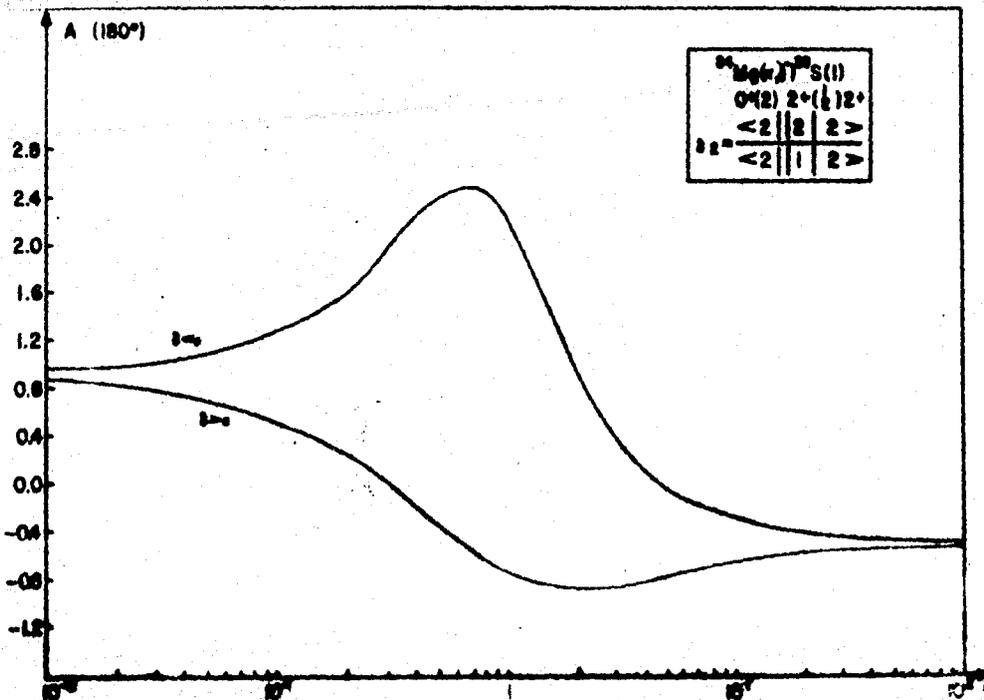
$$0^{\dagger} (2) 2^{\dagger} (\frac{1}{2}) 2^{\dagger}$$

Para este caso, la representación de $W(\theta)$ es una
 con la concavidad hacia abajo y lo mismo ocurre con
 Esto es característico de $b^{\dagger} = 2^{\dagger}$.

cuando δ_a tiende a $\pm \infty$, el valor de $A(180^{\circ})$
 es -0.48 .

El valor de $A(180^{\circ})$ para $\delta_a = 0$ es: 0.908 .





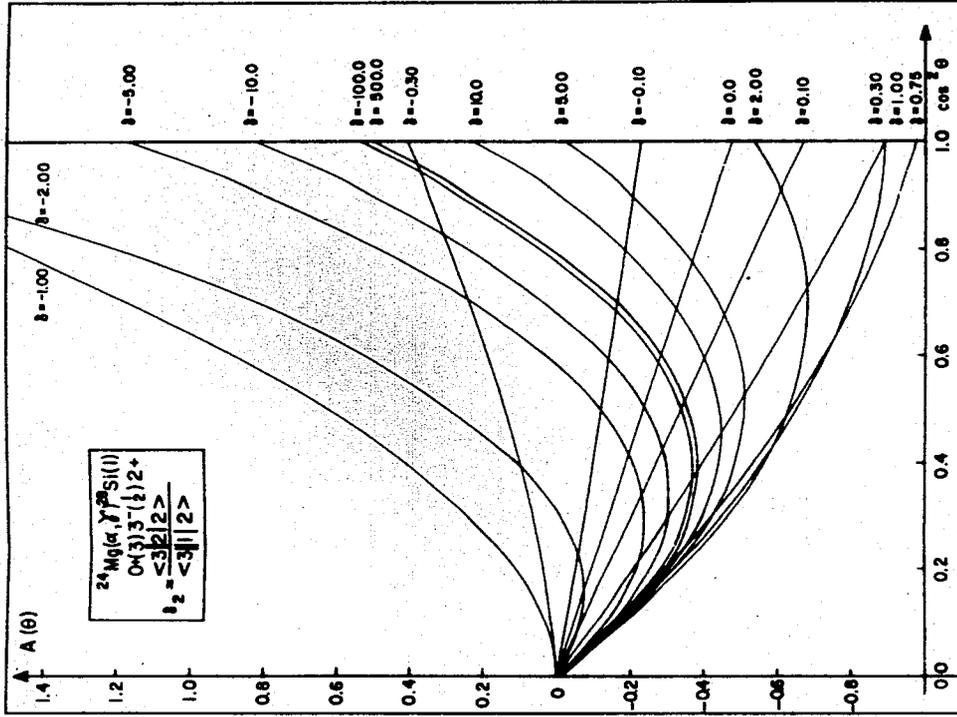
U.S. AIR FORCE
 AIR FORCE
 AIR FORCE

FIGURA 3

$$0^+ (3) 3^- \left(\frac{1}{2} \right) 2^+$$

Al igual que en el caso anterior, la representación de la $W(\theta)$ y de $A(\theta)$ es una parábola, pero aquí, la concavidad se presenta hacia arriba. Esto indica $b_2 = 3^-$.

Cuando δ_1 tiende a $\pm \infty$, $A(180^\circ)$ tiende a: 0.515; y para $\delta_2 = 0$ $A(180^\circ)$ es: -0.471.



A (180°)

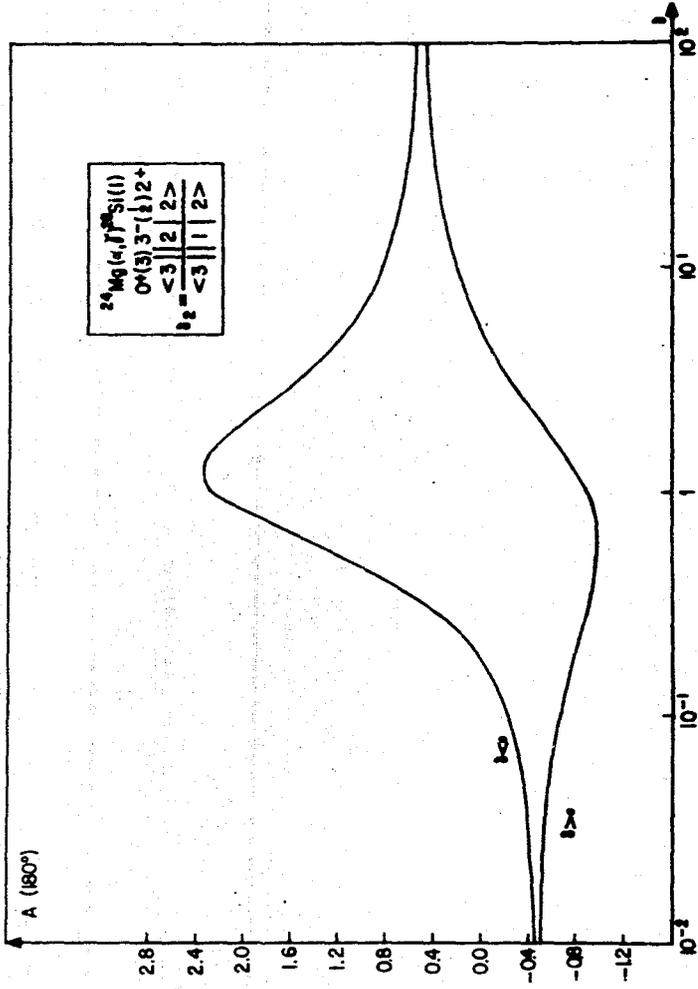
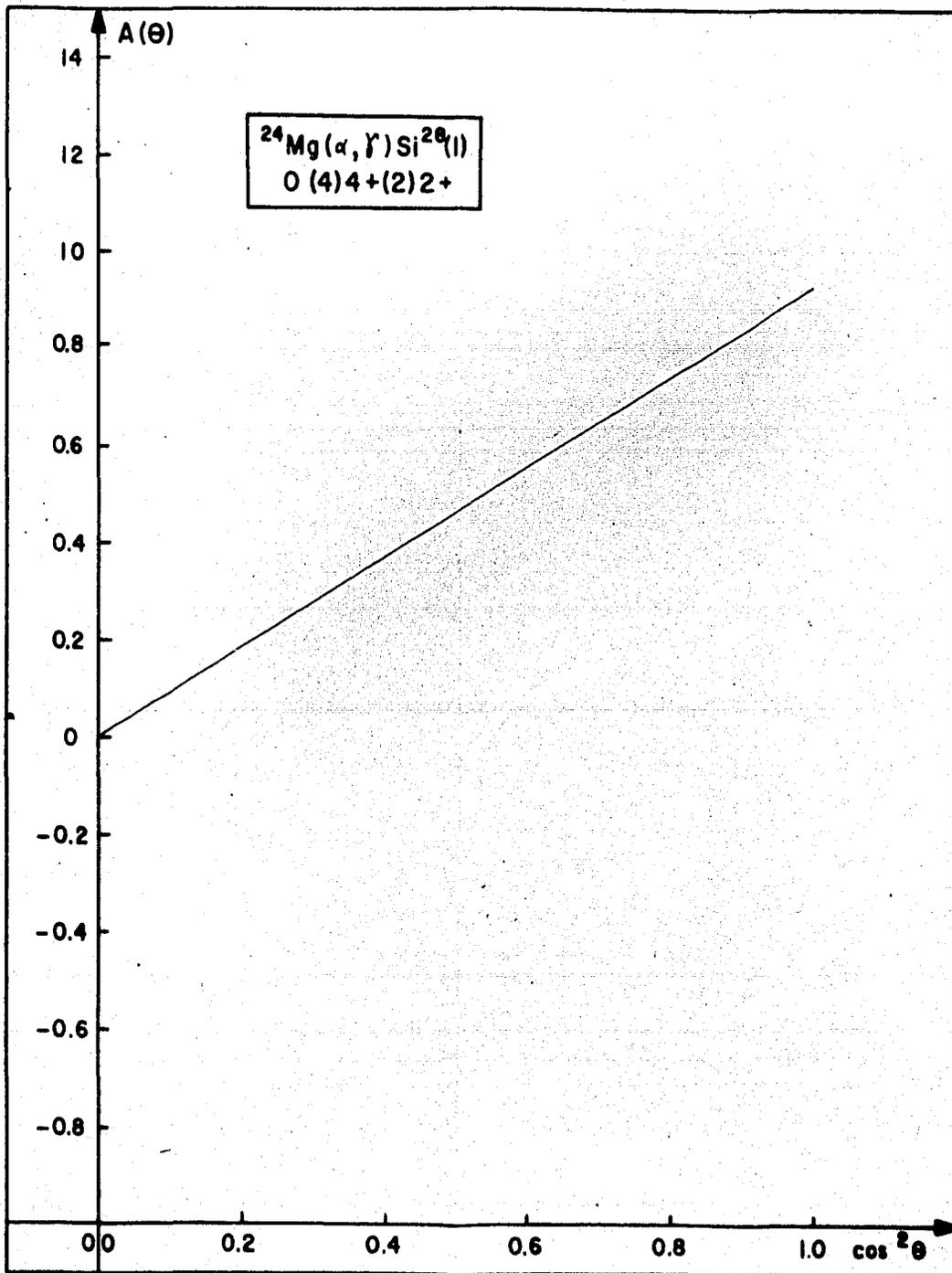


FIGURA 4

El caso $0^+ (4) 4^+ (2) 2^+$ no muestra mezcla de las radiaciones de gammas salientes, razón por la cual solamente se indica la representación de la función $W(\theta)$ como ilustración, en la figura de referencia.



CAP. III REACCIONES PARTICULA - GAMMA QUE
PRESENTAN MEZCLA EN MOMENTO
ANGULAR.

Al estudiar la reacción $^{31}\text{P} (p, \gamma) ^{32}\text{S}(0)$, dado que el núcleo blanco tiene espín y paridad $\frac{1}{2}^+$ y la partícula entrante tiene espín $\frac{1}{2}^+$, los posibles casos que pueden ocurrir al decaer el núcleo intermedio al estado base del ^{32}S , de espín y paridad 0^+ por la emisión de una gamma, pueden ser:

$$1^+ (\frac{0}{2}) \quad 1^+ (1) \quad 0^+$$

$$1^+ (\frac{1}{3}) \quad 2^- (2) \quad 0^+$$

$$1^+ (1) \quad 1^- (1) \quad 0^+$$

$$1^+ (2) \quad 2^+ (2) \quad 0^+$$

En esta parte solamente se analizaron los dos primeros casos, que son los que presentan mezclas en el momento angular, es decir cuando el estado intermedio es $b = 1^+$ ó $b = 2^-$.

Para mezcla en momento angular, se utiliza la fórmula general (1-5), considerando que no existirán mezclas en espín de canal, ni mezclas en multipolaridad de radiaciones gamma, o sea que los términos en δ_0 y δ_2 no aparecen.

Los coeficientes a_0 , a_2 y a_4 de (1-7) a (1-9), quedan entonces expresados en la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= (-)^{2b-a-c} \hat{b}^2 (1 + \delta_1(a)^2) \\
 a_2 &= \left[\bar{Z}(l b l b; a_2) + 2 \bar{Z}(l b l' b; a_2) \delta_1(a) \cos(\xi_l - \xi_{l'}) \right. \\
 &\quad \left. + \bar{Z}(l' b l' b; a_2) \delta_1(a)^2 \right] \bar{Z}(L b L b; c_2) Q_2 \\
 a_4 &= \left[\bar{Z}(l b l b; a_4) + 2 \bar{Z}(l b l' b; a_4) \delta_1(a) \cos(\xi_l - \xi_{l'}) \right. \\
 &\quad \left. + \bar{Z}(l' b l' b; a_4) \delta_1(a)^2 \right] \bar{Z}(L b L b; c_4) Q_4
 \end{aligned} \tag{3-1}$$

Una vez hecha la normalización (1-15) a (1-18) y mediante las transformaciones (1-20) a (1-22), la fórmula para $W(\theta)$, se convierte en :

$$W(\theta) = B_0 + B_2 \cos^2 \theta + B_4 \cos^4 \theta \tag{3-2}$$

En el tipo de problemas en que existen mezcla en momento angular, interviene la energía de la partícula entrante en el término $\cos(\xi_l - \xi_{l'})$, que representa el desfase que aparece al tomar en cuenta la interacción de partículas cargadas.

Este término no se ha presentado en ninguno de los casos de mezcla en espín de canal o mezcla en multipolaridad de radiaciones gamma, por eliminarse en ellos el parámetro

$\delta_i(a)$ y por tanto el término que contiene a las funciones de Coulomb.

Adicionalmente a los valores de los coeficientes \bar{Z} y Z_1 ya tabulados, A.J.Ferguson (2), correspondientes a cada caso y de los asignados a Q_2 y Q_4 que para esta reacción se consideraron como 0.93 y 0.76 respectivamente, se proporcionó el valor de las funciones de Coulomb, dependientes de la energía. W.T. Sharp (8).

Esta dependencia de $W(\theta)$ en la energía de la partícula incidente, requiere un estudio comparativo entre diferentes energías. Se analizaron (figura 5) los dos casos con energías entre 1.5 y 5 MeV para apreciar su importancia.

Se hace notar que cada energía requiere un cálculo especial, pero en el resto de este capítulo, por brevedad, se uso $E_p = 2$ MeV.

Las figuras 6 y 7 muestran los resultados del análisis.

FIGURA 5

Para determinar la contribución de la energía de la partícula entrante, se efectuó el análisis de la $W(\theta)$ y de $A(\theta)$ para los casos:

$$0^+ (\frac{0}{2}) 1^- (1) 0^+ \quad \text{y} \quad 0^+ (\frac{1}{3}) 2^- (2) 0^+ \text{ en}$$

la reacción $^{31}\text{P} (p, \gamma) ^{32}\text{S}(0)$ con energías de 1.5, 2, 2.5, 3, 4 y 5 MeV.

La gráfica muestra una comparación de la variación de $A(\theta)$ para diferentes energías, considerando valores de $\delta_1(a)$ de 0.5 y 3.0 según el caso.

Para mayores valores del parámetro $\delta_1(a)$ las variaciones de $A(\theta)$ respecto a diferentes energías, son menores a las aquí mostradas y para valores menores de $\delta_1(a)$ no aumenta mayormente la variación.

a de la
y de
0† en
, 2,
nación
es de
varia-
ores a
umen-

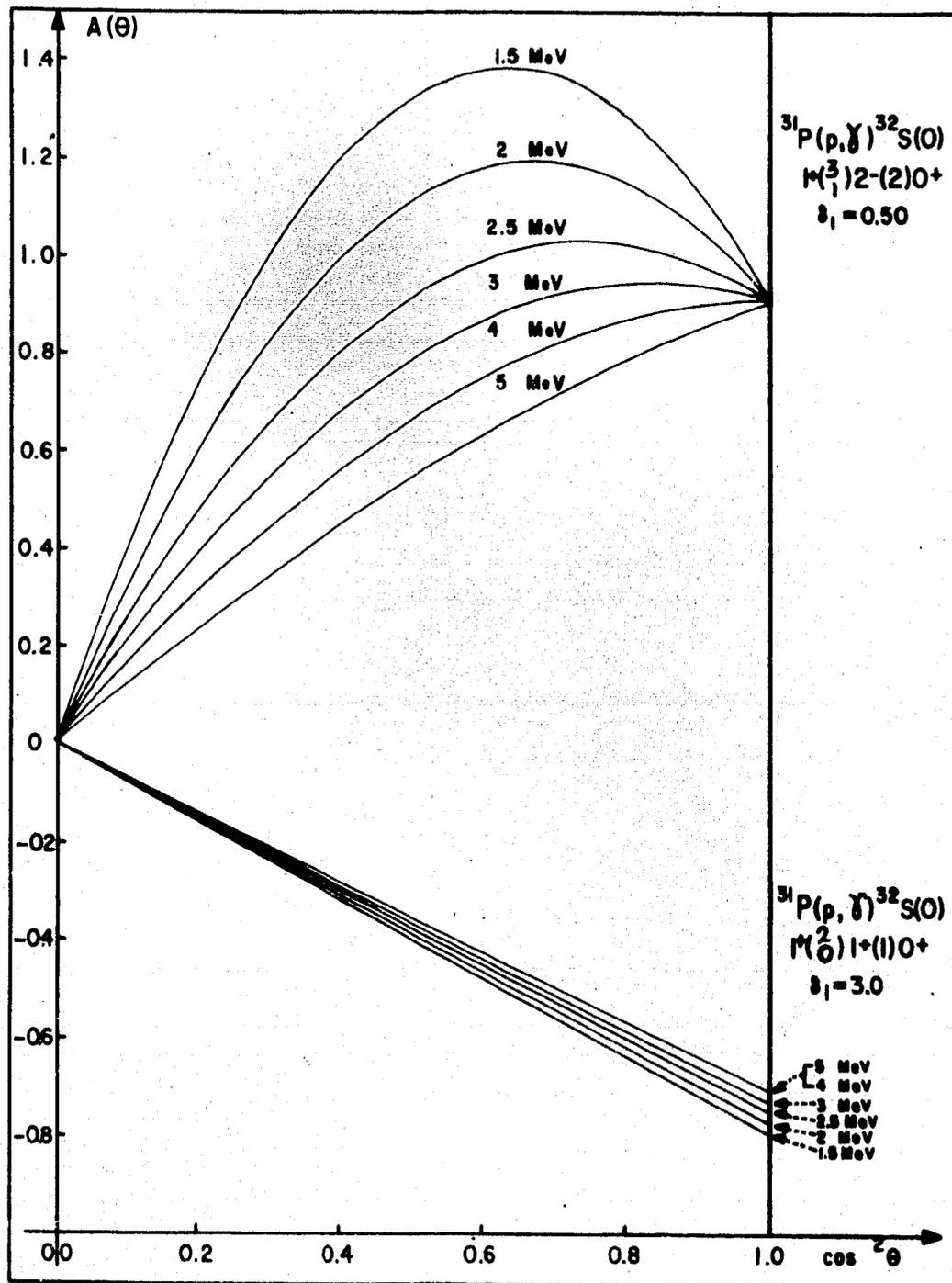


FIGURA 6

$$1^+ \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix} \right) 1^+ (1) 0^+ \quad a = 2 \text{ MeV.}$$

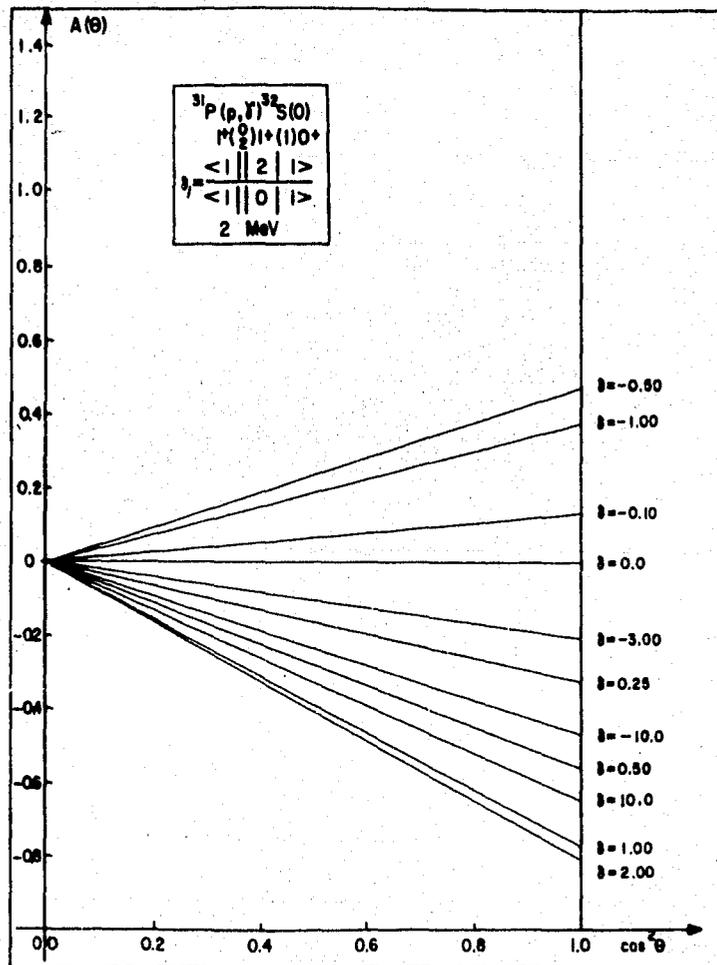
$\bar{b} = 1^+$ implica que $A(\theta)$ y $W(\theta)$ sean rectas para cualquier valor de $\delta_1(a)$, cuando sólo hay mezcla de momento angular.

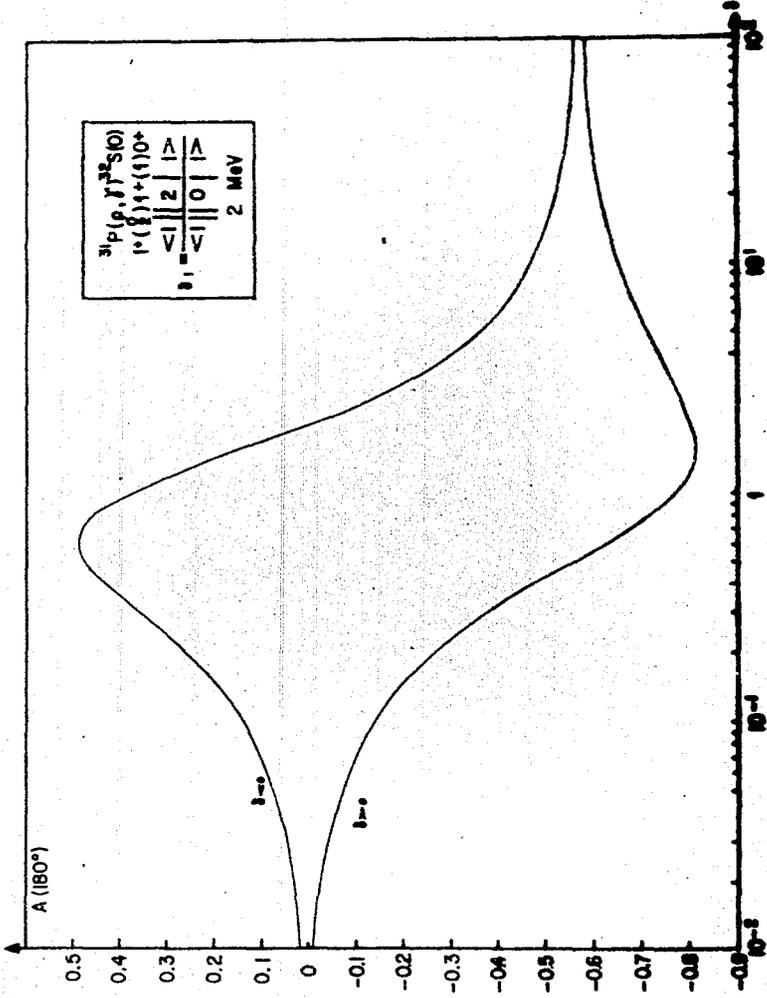
El conjunto de rectas, para $W(\theta)$ (no graficadas) se intersectan en ± 1.0 correspondiente al ángulo $\cos^2 \theta = 1/3$ valor en que se anula el $P_2(\cos \theta)$.

Este punto, al igual que en la reacción anterior, puede servir, para este caso, como punto de normalización natural.

Cuando $\delta_1 = 0$, $A(180^\circ) = 0.00$, y cuando

$\delta_1(a) \rightarrow \pm \infty$, $A(180^\circ)$ tiende a: -0.566





This document is a reproduction of a document from the University of Michigan Library. The original document is available in the University of Michigan Library.

FIGURA 7

$$1^+ \left(\frac{1}{3} \right) 2^- \left(\frac{2}{3} \right) 0^+ \quad a = 2 \text{ MeV}$$

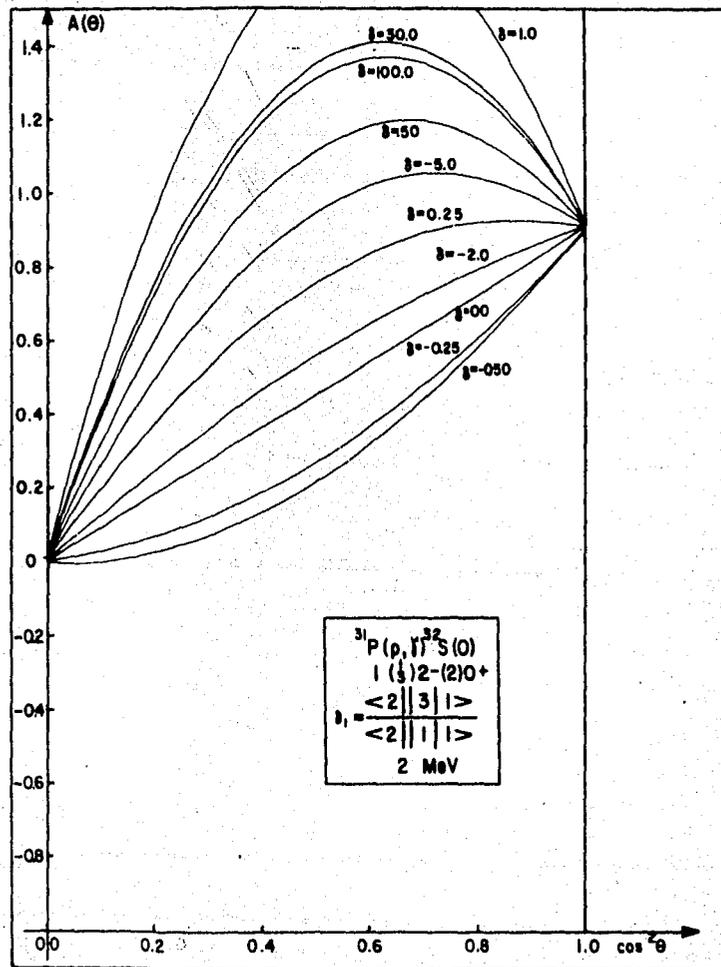
En esta configuración, la representación de $W(\theta)$ y de $A(\theta)$ es una parábola, forma característica de $b^2 = 2^-$

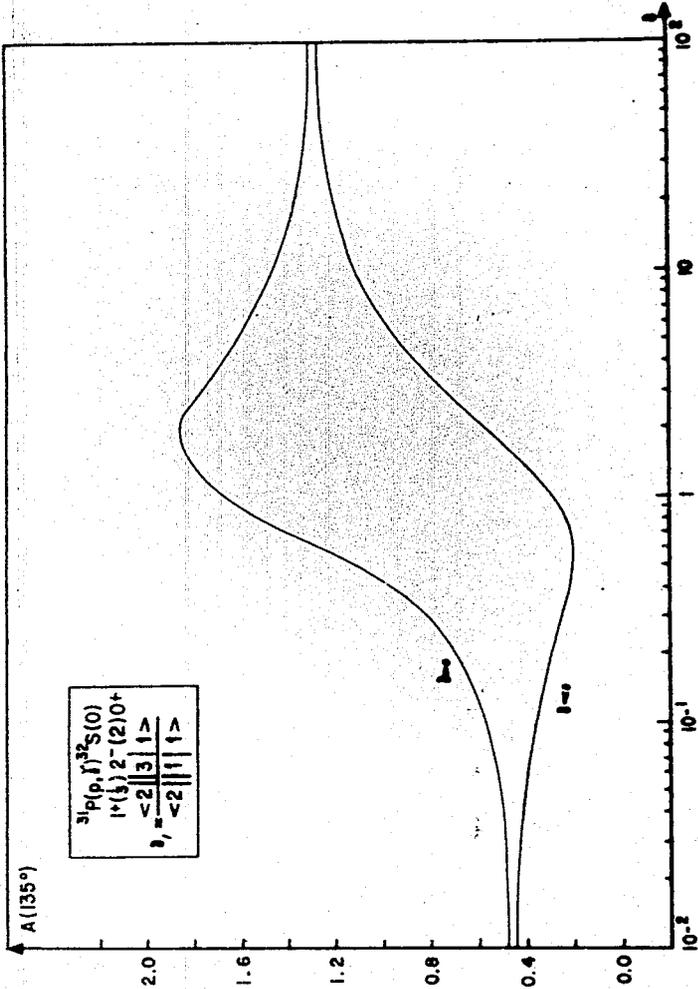
El valor de $A(180^\circ)$ oscila entre valores muy cercanos (0.90 a 0.92) para diferentes $\delta_N(a)$, por lo que no es recomendable la colocación de contadores en un ángulo de 180° .

Por este motivo el análisis de la anisotropía se realiza en 135° , $A(135^\circ)$

$A(135^\circ)$ tiende a 1.29 cuando $\delta_N(a)$ tiende a $\pm \infty$.

Cuando $\delta_N(a) = 0.0$, $A(135^\circ) = 0.454$.





CAP. IV REACCIONES PARTICULA-GAMMA QUE PRESENTAN MEZCLA EN ESPIN DE CANAL

Según se consideró en la sección anterior, en el estudio de la reacción $^{31}\text{P} (p, \gamma) ^{32}\text{S}(0)$, además de las configuraciones con mezcla en el momento angular, se presentan otras con mezcla en el espín de canal.

Estas últimas se obtienen al considerar $a = 1^-$ y $b = 2^+$, que son:

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} 1^+ \\ 0^+ \end{matrix} (1) \begin{matrix} 1^- \\ (1) \end{matrix} 0^+ \\
 \text{y} & \begin{matrix} 1^+ \\ 0^+ \end{matrix} (2) \begin{matrix} 2^+ \\ (2) \end{matrix} 0^+.
 \end{aligned}$$

Además de la reacción anterior, se analizó también la reacción $^{27}\text{Al} (p, \gamma) ^{28}\text{Si}(0)$, en la que $s_0 = 5/2^+$, en diferentes representaciones de acuerdo con el espín y paridad del estado intermedio

Los casos estudiados en esta reacción fueron:

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} 3^+ \\ 2^+ \end{matrix} (3) \begin{matrix} 1^- \\ (1) \end{matrix} 0^+ \\
 & \begin{matrix} 3^+ \\ 2^+ \end{matrix} (2) \begin{matrix} 1^+ \\ (1) \end{matrix} 0^+
 \end{aligned}$$

$$2^{3+} (1) 2^{-} (2) 0^{+}$$

$$2^{3+} (3) 2^{-} (2) 0^{+}$$

$$2^{3+} (2) 2^{+} (2) 0^{+}$$

$$y \quad 2^{3+} (4) 2^{+} (2) 0^{+}$$

Para aplicar la fórmula general (1-5), en los coeficientes a_0 , a_2 y a_4 de (1-7) a (1-9), se considera que no se presentan mezclas en el momento angular, ni mezclas en la multipolaridad de rayos gamma, es decir, no intervienen $\delta_1(a)$ ni δ_2 .

Con estas consideraciones se obtienen los coeficientes a_0 , a_2 y a_4 expresados como sigue:

$$a_0 = (-)^{2b-c} \hat{b}^2 (1 + \delta_0)$$

$$a_2 = [(-)^a \bar{Z}(l b l b; a 2) + (-)^{a'} Z(l b l b; a' 2) \delta_0]$$

$$\bar{Z}_1(l b l b; c 2) Q_2$$

$$a_4 = [(-)^a \bar{Z}(l b l b; a 4) + (-)^{a'} Z(l b l b; a' 4) \delta_0]$$

$$\bar{Z}_1(l b l b; c 4) Q_4$$

(4-1)

Nuevamente a la fórmula de la distribución angular (1-5), se la aplica la normalización $A_i = a_i / a_0$ y mediante las relaciones (1-20), a (1-22), la expresión para

$W(\theta)$ se indican como:

$$W(\theta) = B_0 + B_2 \cos^2 \theta + B_4 \cos^4 \theta \quad (4-2)$$

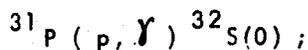
Utilizando esta forma para $W(\theta)$, se hace el análisis de la variación de δ_0 en la función de distribución.

Los resultados se presentan en las gráficas para la anisotropía $A(\theta)$ como función de $\cos^2 \theta$ a diferentes δ_0 y por otra parte como función de δ_0 a un ángulo específico, escogido en cada caso según la máxima sensibilidad de $A(\theta)$ respecto del parámetro de mezcla.

Los resultados se pueden agrupar, considerando que la $W(\theta)$ se representa por una recta o por una parábola.

Al primer grupo, o sea aquél en el cual la $W(\theta)$ es una recta, pertenecen los casos:

$$1^+ (1) \quad 1^- (1) \quad 0^+ \quad \text{en la reacción}$$



$$y \quad 3^+ (3) \quad 1^- (1) \quad 0^+$$

$$2^+ (2) \quad 1^+ (1) \quad 0^+$$

$$3^+ (1) \quad 2^- (2) \quad 0^+ \quad \text{para la reacción}$$



En todos estos casos, la $W(\theta)$ (no graficada), tiene un punto común, correspondiente a $\cos^2 \theta = 1/3$ y $W(\theta) = 1.0$ por anularse el $P_2(\cos \theta)$.

Esto mismo se ha presentado en los casos que tienen mezcla en momento angular y mezcla en la multipolaridad de radiaciones gamma.

Como se mencionó anteriormente, la razón se debe a que deben cumplir con la condición del triángulo Δ (11'b) y el orden máximo del polinomio de Legendre $P_k(\cos \theta)$ es tal que $k \leq \min [2l_{\max}, 2L_{\max}, 2b_{\max}]$.

Agrupados en el conjunto de casos en que $W(\theta)$ se representa por una parábola, se encuentran para la reacción $^{31}\text{P}(p, \gamma)^{32}\text{S}(0)$:

$$1^+ (2) 2^+ (2) 0^+$$

y para la reacción: $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}(0)$, las configuraciones:

$$3^+ (3) 2^- (2) 0^+$$

$$3^+ (2) 2^+ (2) 0^+$$

$$3^+ (4) 2^+ (2) 0^+ .$$

En las gráficas de $A(\theta)$ contra δ_0 sólo se encuentra un ramal para δ_0 , a diferencia de dos que aparecían en los estudios de mezclas, anteriores.

La razón se debe a la definición de δ_0 según:
(1-12), por la que valores negativos no tienen significado
físico alguno.

FIGURA 8

$${}_{0^+}^1 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) {}_{1^-}^{-1} \left(\begin{array}{c} -1 \\ -1 \end{array} \right) {}_{0^+}^0 \quad {}_{31}P_{(p, \gamma)} {}_{32}S(0)$$

$W(\theta)$ es una recta.

$A(180^\circ) = -1.0$ cuando $\delta_0 = 0.0$.

$A(180^\circ)$ tiende a 1.0 cuando $\delta_0 \rightarrow +\infty$.

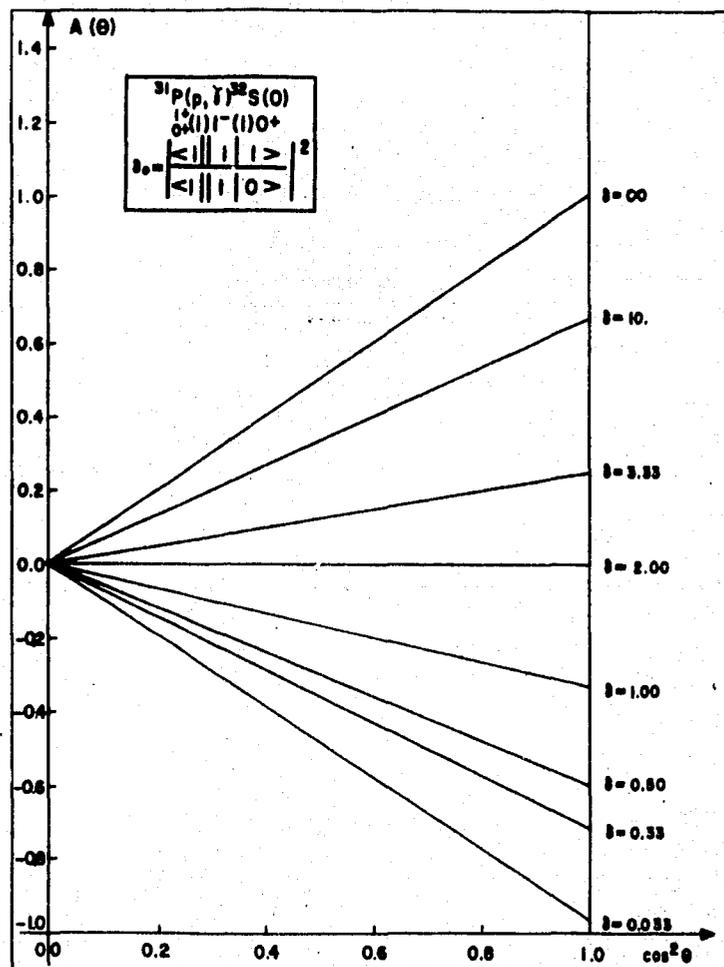


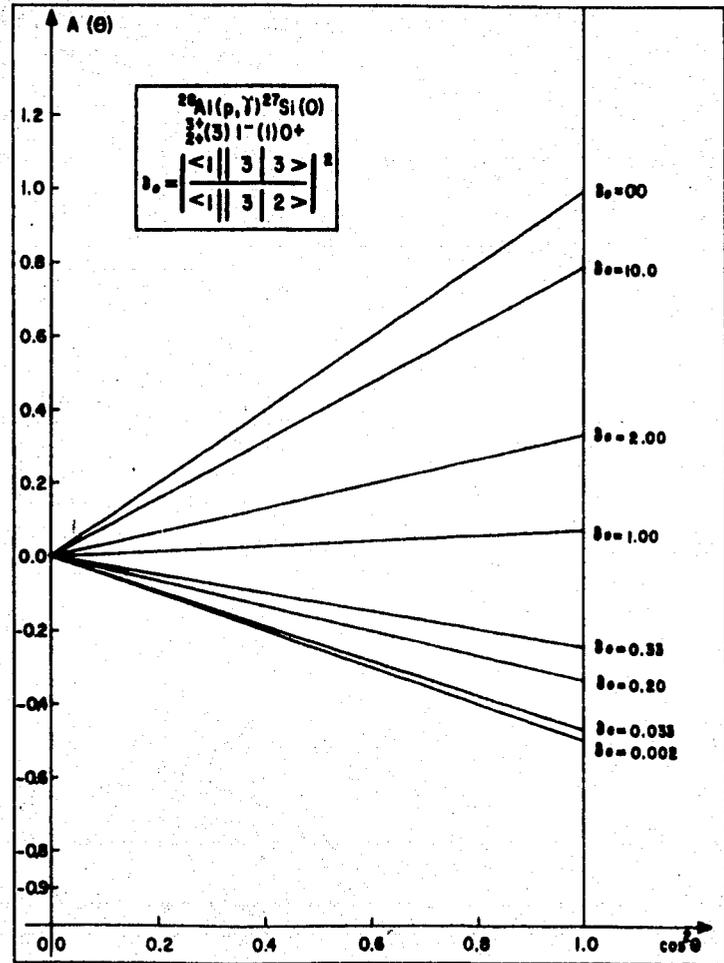
FIGURA 9

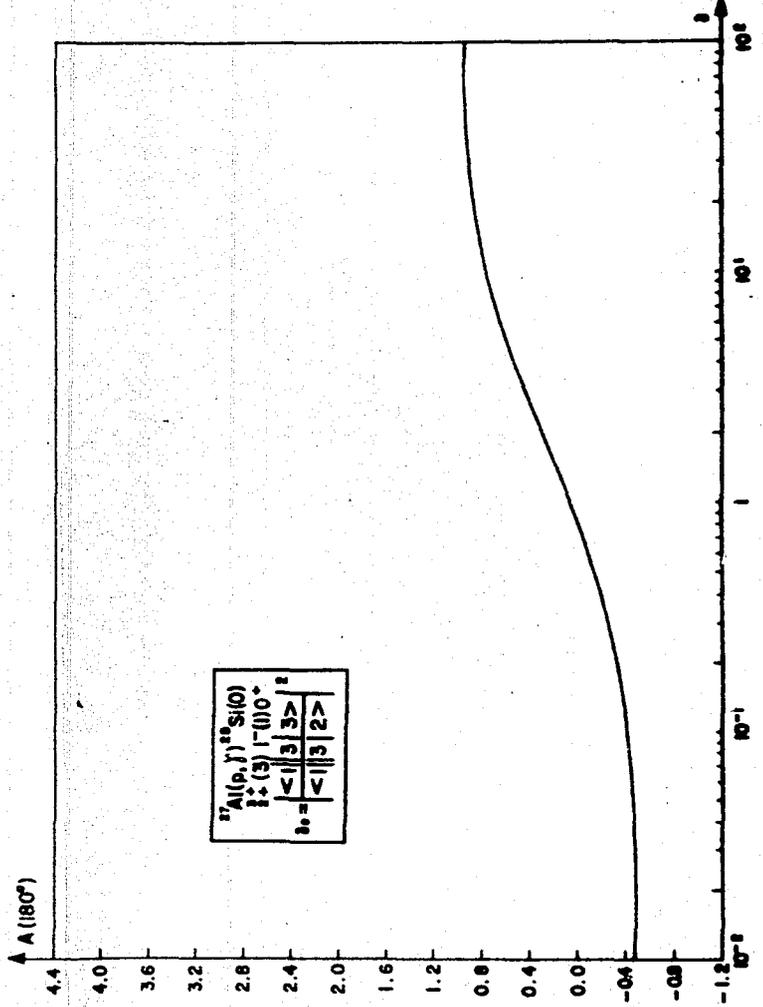
$$\frac{3}{2} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} 0^+ \quad {}^{27}\text{Al}(\rho, \gamma) {}^{28}\text{Si}(0)$$

$W(\theta)$ está representada por una recta.

$A(180^\circ) = -0.5$ cuando $\delta_0 = 0.0$

$A(180^\circ)$ tiende a 1.0 cuando $\delta_0 \rightarrow +\infty$





$$\begin{matrix} \sigma^2 A(p, \gamma) & \sigma^2 S(\theta) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{1}{3} \right| \frac{1}{2}}$

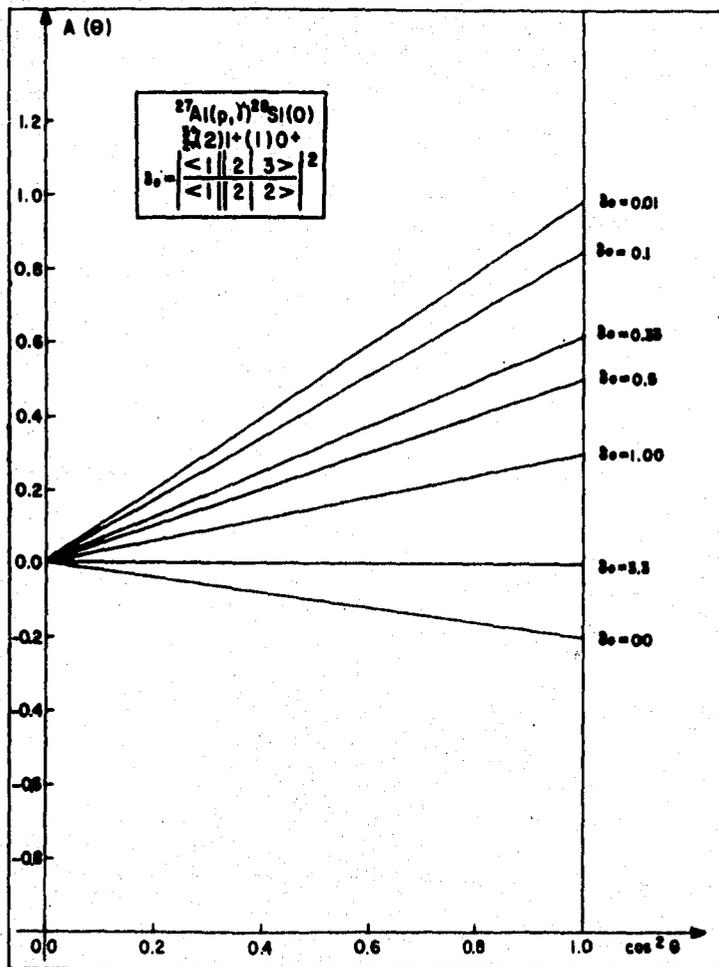
FIGURA 10

$${}_{2}^{3+} (2) {}_{1}^{1+} (1) {}_{0}^{0+} \quad {}_{27}^{27}\text{Al} (p, \gamma) {}_{28}^{28}\text{Si} (0)$$

$W(\theta)$ es una recta.

$$A(180^\circ) = 1.0 \quad \text{para } \delta_0 = 0.0$$

$A(180^\circ)$ tiende a -0.20 cuando $\delta_0 \rightarrow +\infty$



$A(180^\circ)$
1.0

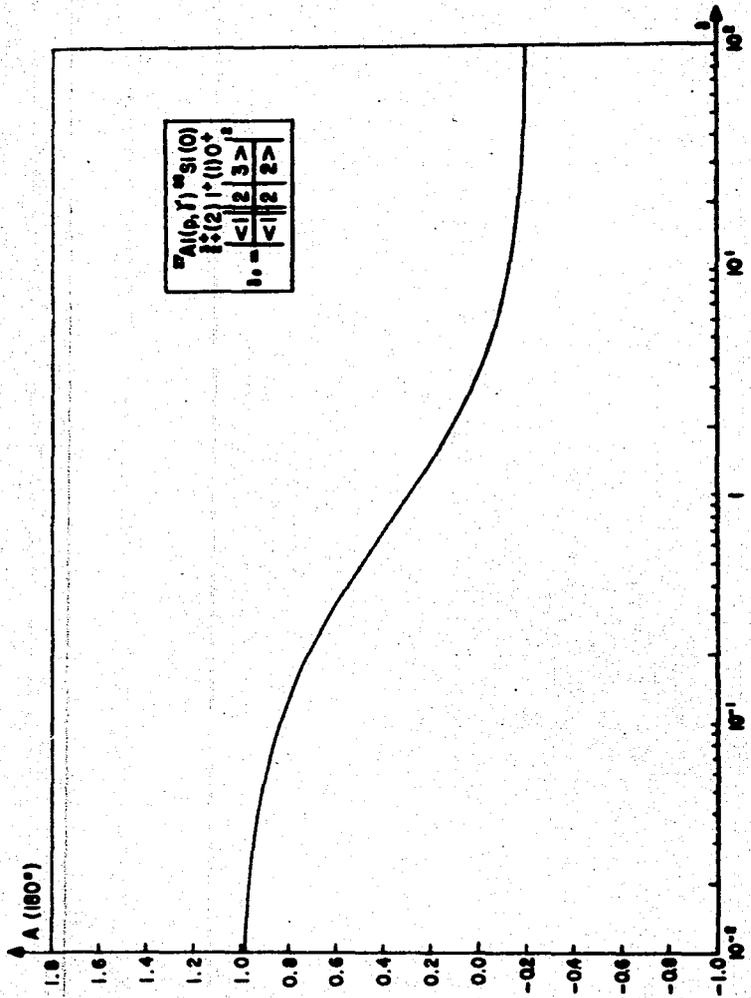


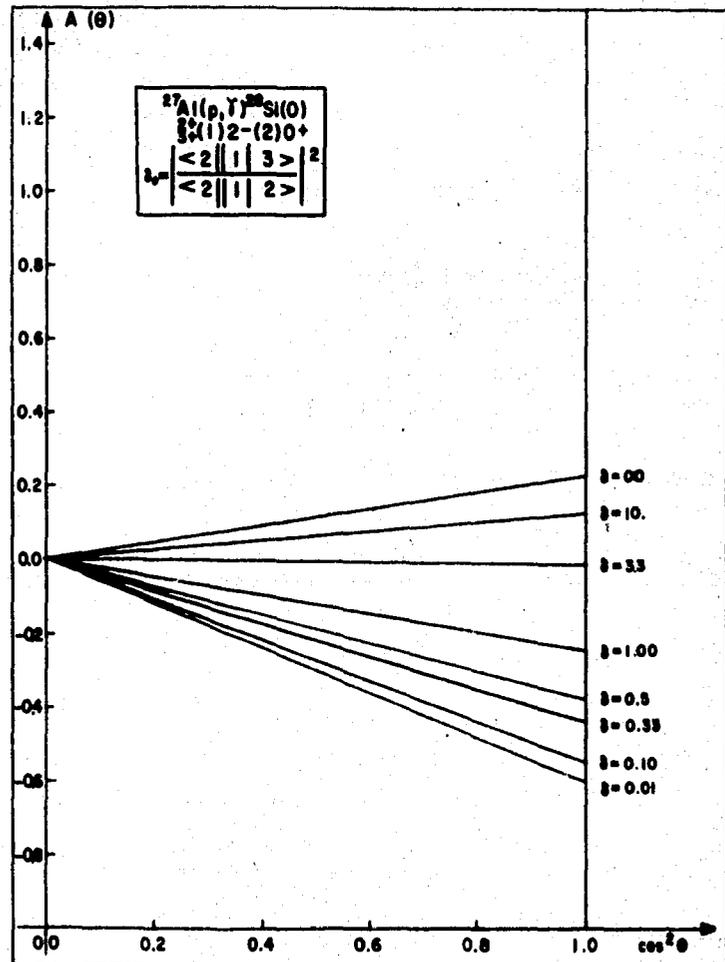
FIGURA 11

$$\frac{3^+}{2^+} (1^-) 2^- (2^-) 0^+ \quad {}^{27}\text{Al}(p, \gamma) {}^{28}\text{Si}(0)$$

$W(\theta)$ es una recta...

$$A(180^\circ) = -0.60 \text{ para } \delta_0 = 0.0$$

$A(180^\circ)$ tiende a 0.23 cuando $\delta_0 \rightarrow +\infty$



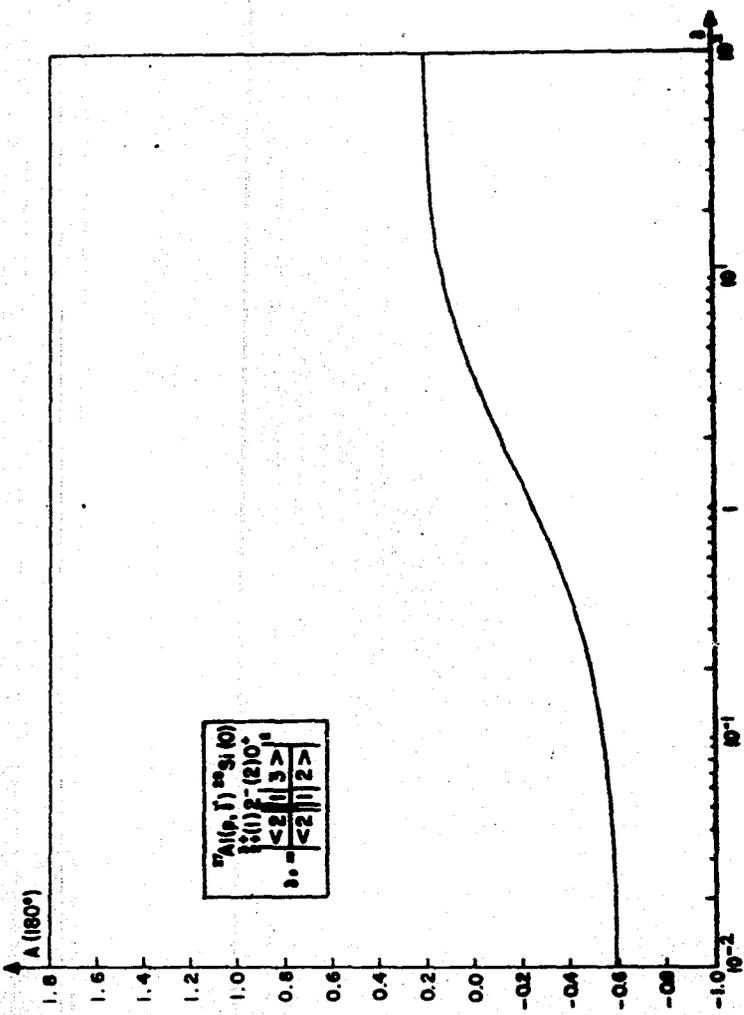


FIGURA 12

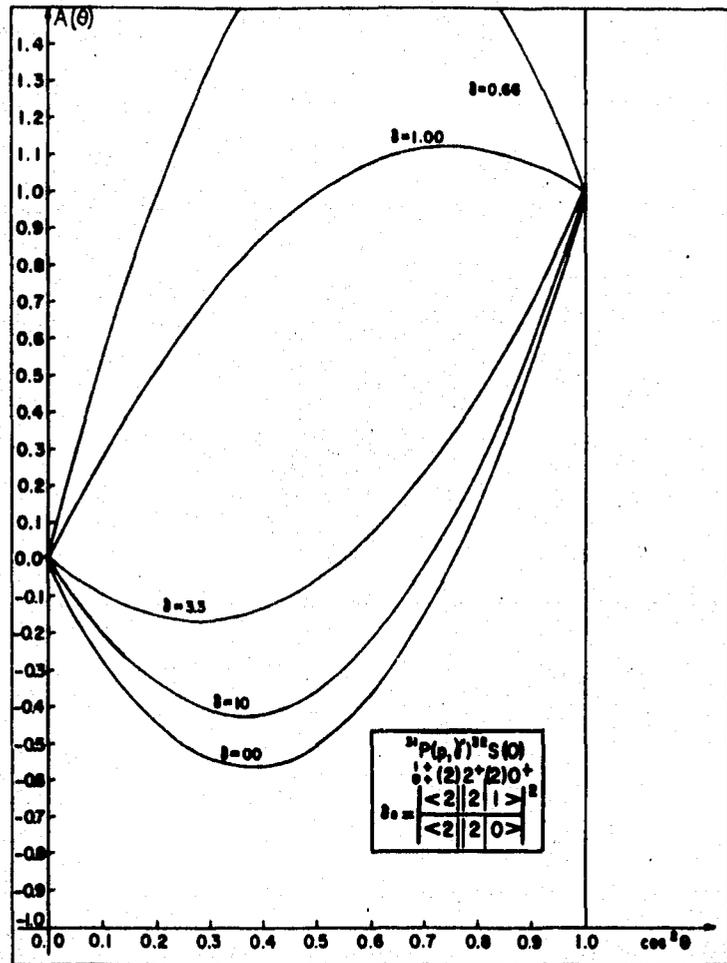
$$1^* \quad 0^+ \quad (2) \quad 2^+ \quad (2) \quad 0^+ \quad \dots \quad 31 P(p, \gamma)^{32} S(0)$$

W(θ) es una parábola

El valor de A(180°) = 1 independientemente de δ₀ por lo que el análisis se hizo en A(135°).

A(135°) → ∞ si δ₀ → 0.0

A(135°) → -0.50 cuando δ₀ → +∞



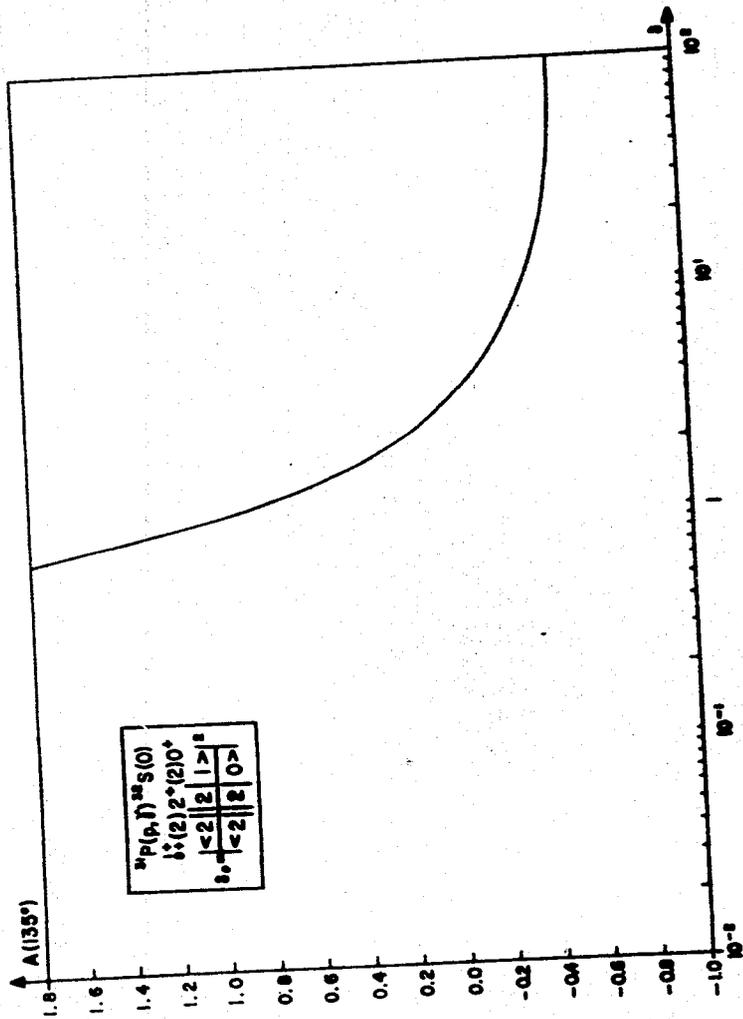


FIGURA 13

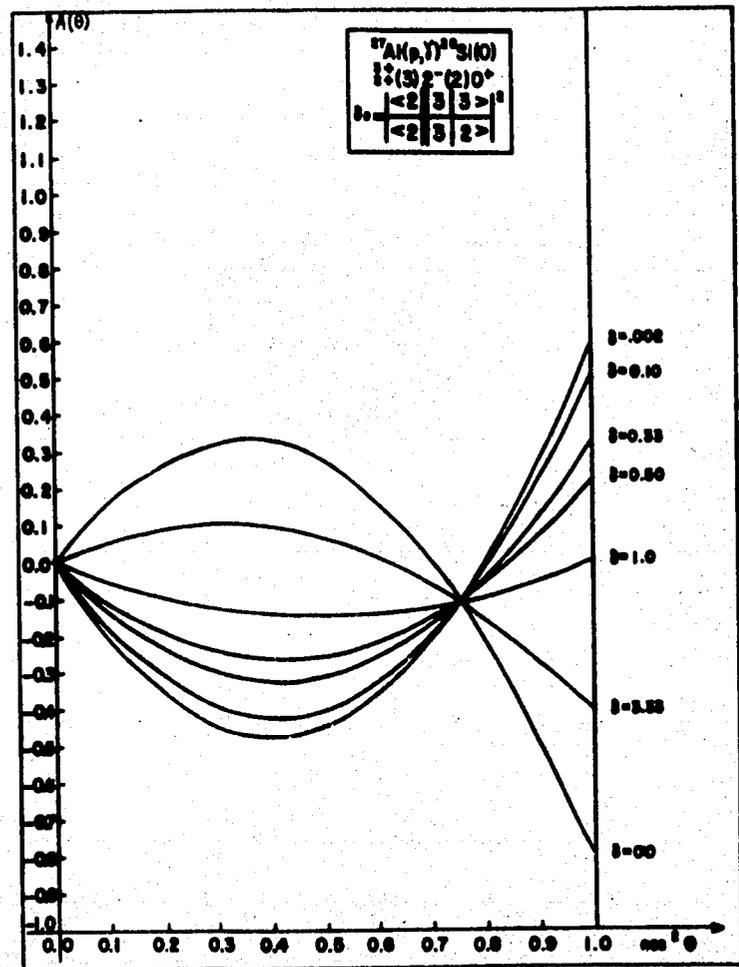
$$\frac{3^+}{2^+} (3) 2^- (2) 0^+ \quad 27 A_1(p, \gamma)^{28} \sin(\theta)$$

$W(\theta)$ es una parábola con punto común en

$$\cos^2 \theta = 0.753 \quad \text{y} \quad A(\theta) = -0.11$$

$$A(180^\circ) \approx 0.6 \quad \text{cuando} \quad \delta_0 = 0.0$$

$$A(180^\circ) \rightarrow -0.81 \quad \text{cuando} \quad \delta_0 \rightarrow +\infty$$



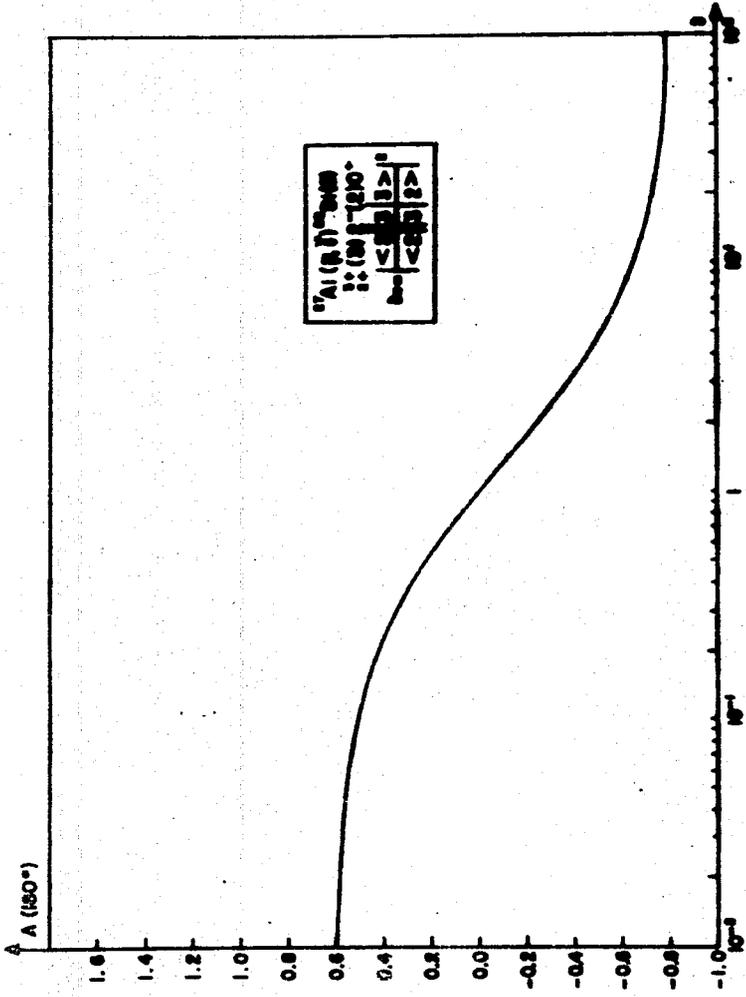


FIGURA 14.

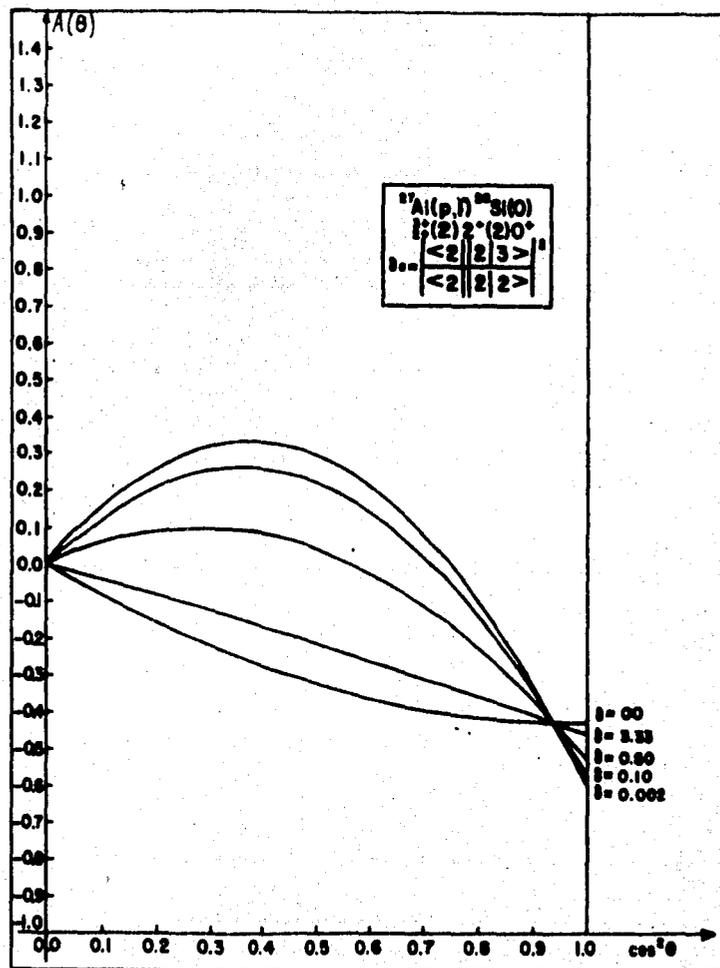
$$\frac{3}{2} \left(\frac{2}{2} \right) \frac{2}{2} \left(\frac{2}{2} \right) 0^+ \quad 27 A_1 (p, \gamma) 28 S_1(0)$$

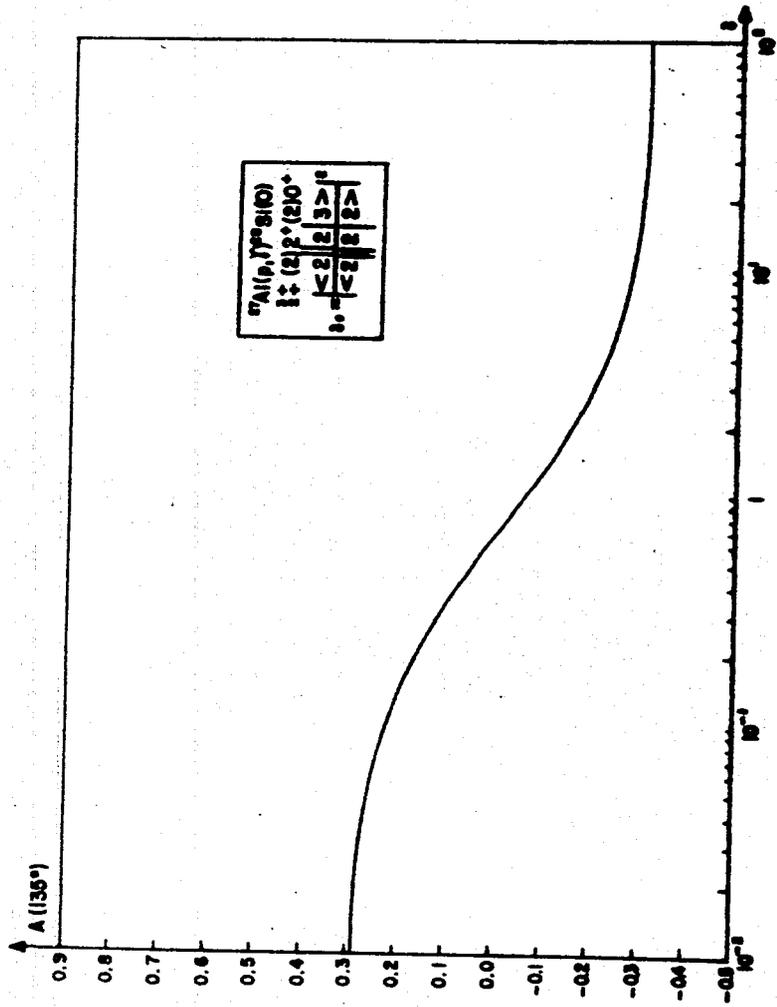
$W(\theta)$ es una parábola.

Los valores de $A(180^\circ)$ están muy cercanos entre sí por lo que el análisis para mejor claridad se hizo en 135° .

$$A(135^\circ) = 0.30 \text{ si } \delta_0 = 0.0.$$

$$A(135^\circ) \rightarrow -0.321 \text{ cuando } \delta_0 \rightarrow +\infty.$$





GURA 15

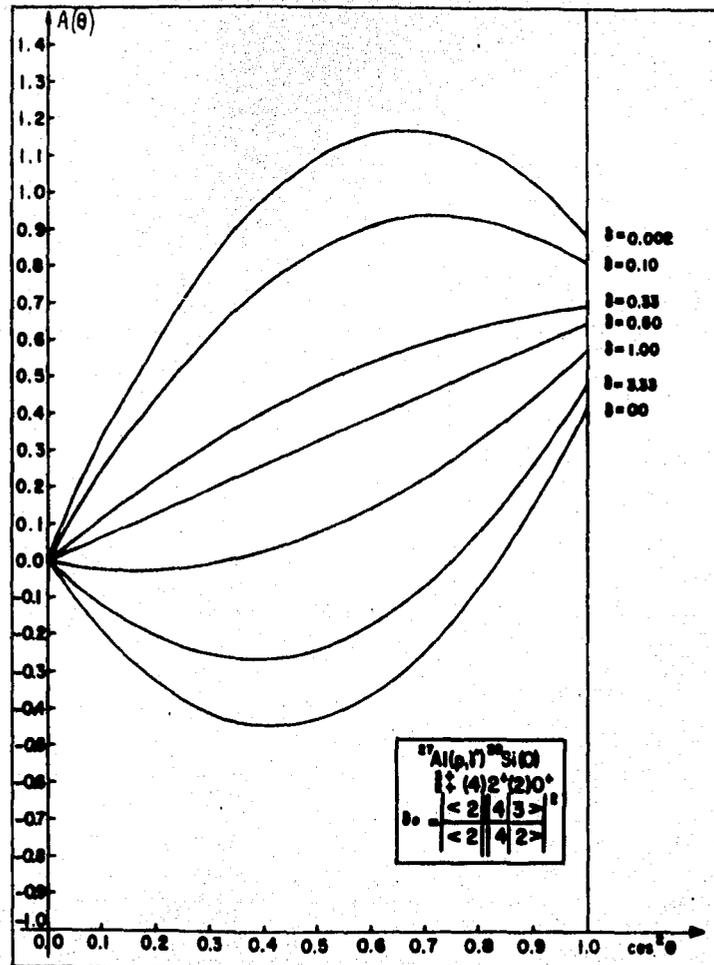
$$(4) 2^+ (2) 0^+ \quad {}^{27}\text{Al}(\rho, \gamma) {}^{28}\text{Si}(0)$$

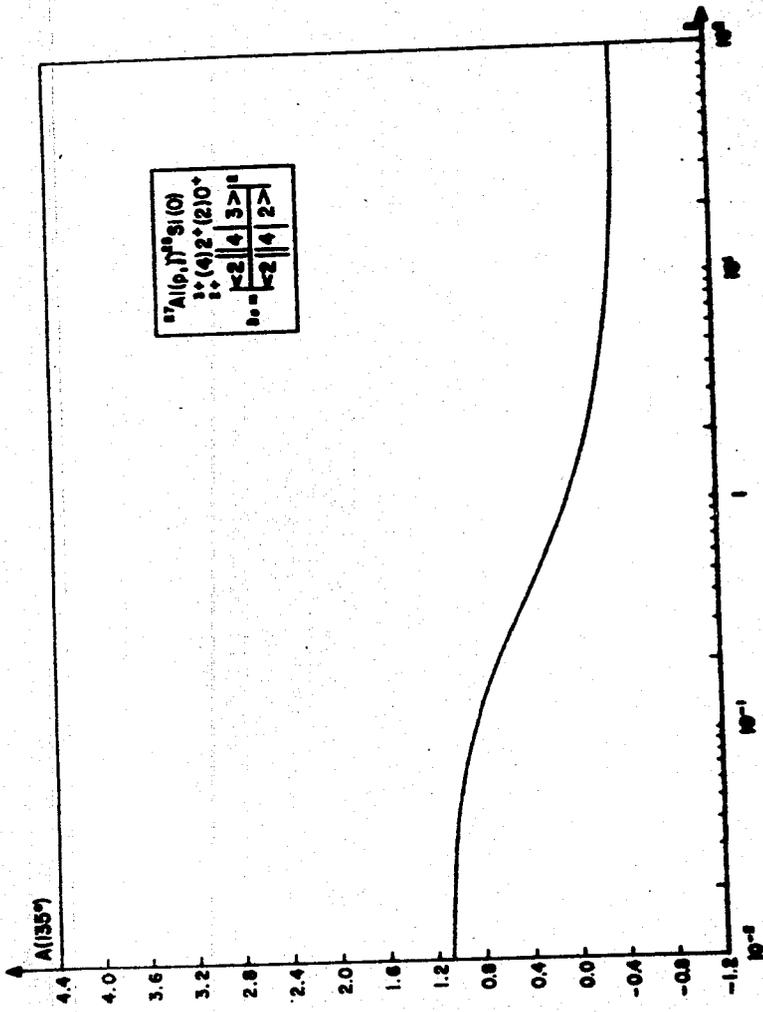
(θ) está representada por una parábola.

análisis se realizó en $A(135^\circ)$ para mayor

$(135^\circ) = 1.103$ cuando $\delta_0 = 0.0$

$(135^\circ) \rightarrow -0.428$ cuando $\delta_0 \rightarrow +\infty$





II REACCIONES PARTICULA - PARTICULA.

CAP V EJEMPLO DE EXTRACCION DE NUMEROS CUANTICOS A PARTIR DE DATOS EXPERIMENTALES CONOCIDOS .

Para la obtención de números cuánticos se escogió la reacción $^{27}\text{Al} (p, \alpha) ^{24}\text{Mg}(0)$, como ilustración, tomando los datos del experimento reportado por M.A. Abuzaid et al (10)

Se desea comparar las J^{π} obtenidas por los autores antes mencionados, con el resultado del análisis presentado en este trabajo.

En particular, un dato que ellos no reportaron es el del parámetro de mezcla que interviene en la reacción, lo que sí se puede indicar usando el presente análisis.

Para el caso de una reacción partícula-partícula, se considera que el estado intermedio decae al estado final mediante la emisión de una partícula con momento angular l_2 quedando: $\underline{b} = \underline{c} + \underline{l}_2$.

De acuerdo con esta consideración, en las fórmulas presentadas en la parte I, para la $W(\theta)$ de (1-1), se cambian L_2 por l_2 y L'_2 por l'_2 y los coeficientes Z_1 .

por los \bar{Z} definidos en (1-2).

Al introducir este cambio, la $W(\theta)$ en (1-3), queda como:

$$W(\theta) = \sum (-)^{a-c} \frac{1}{16\pi^2} \bar{Z}(l_1, b, l'_1, b; a, k) \bar{Z}(l_2, b, l'_2, b; c, k)$$

$$\langle b || l_1 | a \rangle \langle b' || l'_1 | a' \rangle^*$$

$$\langle c | l_2 || b \rangle \langle c | l'_2 || b \rangle^* Q_k P_k(\cos \theta). \quad (5-1)$$

Se normaliza nuevamente la función con un factor:

$$N = 16\pi^2 \langle b || l_1 | a \rangle^2 \langle c | l_2 || b \rangle^2$$

lo que introduce un nuevo parámetro de mezcla:

$$\delta'_1 = \frac{\langle c | l_2' || b \rangle}{\langle c | l_2 || b \rangle} \quad (5-2)$$

Los coeficientes a_0 , a_2 y a_4 que intervienen ahora en $W(\theta)$, quedan expresados de igual manera, sustituyendo los coeficientes \bar{Z}_1 por \bar{Z} y son funciones de δ_0 , $\delta_1(a)$ y δ'_1 .

Por considerar ahora valores hasta $l_2 = 3$, y como

$$k_{\max} = \min [2 l_{\max}, 2 L_{\max}, 2 b_{\max}] \text{ se incluye el}$$

termino a_0 expresado como:

$$\begin{aligned}
 a_0 = & \left\{ (-)^n \left[\bar{z}(l, b l, b; a_0) + 2 \bar{z}(l, b l, b; a_0) \delta_1(a) \cos(\xi_{l,1} - \xi_{l,1}') \right. \right. \\
 & \left. \left. + \bar{z}(l, b l, b; a_0) \delta_1^2(a) \right] \right. \\
 & \left. + (-)^{n-1} \left[\bar{z}(l, b l, b; a_0') + 2 \bar{z}(l, b l, b; a_0') \delta_1(a') \cos(\xi_{l,1} - \xi_{l,1}') \right. \right. \\
 & \left. \left. + \bar{z}(l, b l, b; a_0') \delta_1^2(a') \right] \delta_0 \right\} \\
 & \left\{ \bar{z}(l_1 b l_1 b; c_0) + 2 \bar{z}(l_1 b l_1 b; c_0) \delta_1' + \right. \\
 & \left. + \bar{z}(l_1' b l_1' b; c_0) \right\} \delta_1'^2 \quad (5-3)
 \end{aligned}$$

que es el coeficiente del polinomio de Legendre $P_6(\cos \theta)$.

$W(\theta)$ queda expresada como:

$$W(\theta) = \sum_k A_k P_k(\cos \theta) \quad k = 0, 2, 4 \text{ y } 6 \quad (5-4)$$

Añadiendo a las normalizaciones : (1-16) a (1-18), la

$$A_6 = a_6 / a_0 \quad (5-5)$$

Finalmente, la fórmula (1-19), considerando el $P_6(\cos \theta)$ queda como:

$$W(\theta) = B_0 + B_2 \cos^2 \theta + B_4 \cos^4 \theta + B_6 \cos^6 \theta \quad (5-6)$$

en la cual:

$$B_0 = A_0 - 0.5 A_2 + 0.375 A_4 - 0.3125 A_6 \quad (5-7)$$

$$B_2 = 1.5 A_2 - 3.75 A_4 + 6.5625 A_6 \quad (5-8)$$

$$B_4 = 4.375 A_4 - 19.6875 A_6 \quad (5-9)$$

$$B_6 = 14.4375 A_6 \quad (5-10)$$

La anisotropía está definida de la misma manera que en (1-23).

En la reacción $^{27}\text{Al} (p, \alpha) ^{24}\text{Mg}(0)$, como el núcleo blanco tiene espín y paridad $5/2^+$ y la partícula entrante espín y paridad $1/2^+$ y considerando que el núcleo intermedio decae al estado base del $^{24}\text{Mg}(0)$, las configuraciones que se pueden presentar son:

1) cuando $W(\theta)$ y $A(\theta)$ no tienen mezcla, la representación es isotrópica:

$$2^+ (2) 0^+ (0) 0^+$$

2) cuando existe mezcla en espín de canal:

$$\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} (3) 1^- (1) 0^+$$

$$\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} (2) 2^+ (2) 0^+$$

$$\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} (1) 3^- (3) 0^+$$

y $\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} (3) 3^- (3) 0^+$

3) con mezcla en momento angular de la partícula entrante:

$$2 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right) 1^- (1) 0^+$$

$$2 \left(\begin{array}{c} 0 \\ 2 \end{array} \right) 2^+ (2) 0^+$$

$$2 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right) 3^- (3) 0^+$$

y

$$2 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right) 3^- (.3) 0^+$$

El estudio se realizó siguiendo los lineamientos de la primera parte, considerando diferentes valores del parámetro de mezcla, y analizando la anisotropía $A(\theta)$.

De todas estas configuraciones, se hicieron gráficas ** de $A(\theta)$ contra $\cos^2\theta$ y $A(180^\circ)$ contra δ' .

Para los casos en que existe mezcla de momento angular en la partícula entrante, se consideraron los correctos valores de la energía en cada caso.

Se observó que cuando hay mezcla, para valores límites de δ , $A(\theta)$ coincide con cálculos sin mezcla, por ejemplo: $2 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) 1^- (1) 0^+$ calculado independientemente tiende al caso: $2 \left(\begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right) 1^- (1) 0^+$ con $\delta = 0.0$. Esto indica la autoconsistencia de los cálculos.

Los resultados experimentales para $W(\theta)$ reportados por M.A. Abuzeid (10), se cambiaron de escala, de $W(\theta)$

contra $\cos \theta$, a $W(\theta)$ contra $\cos^2 \theta$, en el sistema centro de masa, y con esta nueva representación, se hicieron las comparaciones.

Para algunas de las configuraciones, a los datos experimentales, reportados, ya cambiada la escala, se les puede ajustar una recta o una curva. La indeterminación, radica en la falta de valores experimentales para ángulos mayores de 150° . Por lo tanto, se sugiere para un análisis más minucioso, repetir el experimento, cuidando de obtener valores en esos ángulos.

El resultado del análisis, comparando los resultados obtenidos con los reportados, se muestra en la tabla 1 al final de esta parte.

M.A. Abuzeid et al (10), reportan 13 resonancias a diferentes energías.

De las gráficas del presente estudio, se concluyen las configuraciones para la reacción $^{27}\text{Al}(p, \alpha)^{24}\text{Mg}(0)$ y se indican en la tabla 1: los valores reportados de $b''(10)$ en la columna 2. En las columnas restantes, están las conclusiones del presente trabajo.

** Estas gráficas se encuentran a disposición en el Laboratorio Dinamitrón del Instituto de Física.

E_p	b^r reportada	b^r presente trabajo	Configuración Sugerida	δ Sugerida	observaciones
1.184	2^+	0^+ 1^- 1^- 2^+ 3^-	$2^+(2) 0^+(0) 0^+$ 3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(2) 2^+(2) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	 0.78 -1 0 0.78	distribuciones angulares isotrópicas; Cuando hay mezcla en a δ no depende de la energía.
1.363	3^-	$0^+, 1^-$ $2^+, 3^-$	Igual que el caso 1.184	Igual que el caso 1.184	
1.437	$0^+, 2^+, 3^-$	$0^+, 1^-$ $2^+, 3^-$	Igual que el caso 1.184	Igual que el caso 1.184	
1.650	3^-	1^- 2^+ 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(2) 2^+(2) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	1.8 -0.17 1.8	El primer y el tercer casos son rectas; el segundo es parábola; Conviene repetir el experimento y estudiar $\theta > 150^\circ$.
1.726	3^-	1^- 2^+ 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(2) 2^+(2) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	8 -1.40 8	Para el 1er. y 3er. casos ω , implica λ_1 y λ_2 paralelas. Repetir el experimento estudiando $\theta > 150^\circ$.
2.135	$0^+, 2^+, 3^-$	0^+ 1^- 2^+ 3^-	$2^+(2) 0^+(0) 0^+$ 3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(2) 2^+(2) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	 0.78 0 0.78	distribución isotrópica. Independiente de la energía.
2.165	3^-	1^- 1^- 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	0 100 0	Independiente de la energía.
2.175	3^-	1^- 2^+ 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(2) 2^+(2) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	1.25 -0.10 1.25	El 1er. y 3er. casos son una recta; el 2o. es parábola. Conviene repetir el experimento y estudiar $\theta > 150^\circ$.
2.20	3^-	1^- 1^- 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	0.20 0.48 0.20	El 1er. y el 3er. casos son rectas; el 2o. es parábola. Estudiar para $\theta > 150^\circ$.
2.31	---	1^- 1^- 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	0.01 1.50 0.01	El 1er. y 3er. casos son rectas, el 2o. es parábola. Estudiar para $\theta > 150^\circ$.
2.38	3^-	1^- 1^- 3^-	3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	0.01 1.60 0.01	El 1er. y 3er. casos son rectas, el 2o. es parábola. Estudiar para $\theta > 150^\circ$.
2.45	$0^+, 2^+, 3^-$	0 1^- 2^+ 3^-	$2^+(2) 0^+(0) 0^+$ 3^+ $2^+(3) 1^-(1) 0^+$ $2^+(2) 2^+(2) 0^+$ 3^+ $2^+(1) 3^-(3) 0^+$	 0.78 0 0.78	Igual que el caso 2.135
2.48	$0^+, 2^+, 3^-$	$0^+, 1^-, 2^+$ 3^-	Igual que el caso 2.45	Igual que el caso 2.45	Igual que el caso 2.135

Tabla 1

C O N C L U S I O N E S

1) Se cuenta con un programa de computadora para hacer el análisis de reacciones (partícula-gamma) o (partícula-partícula) según ideas de J.A.Ferguson (2) y de H. Frauenfelder (3) y poder determinar b'' de estados intermedios, así como el parámetro de mezcla que interviene en la reacción.

2) Se analizó la reacción $^{27}\text{Al} (p, \alpha) ^{24}\text{Mg}(0)$ utilizando los datos reportados por M.A.Abuzeid et al (10). Adicionalmente a los resultados, que ellos reportan, se indican los posible valores de b'' que pueden presentarse, así como los valores del parámetro de mezcla que interviene en la reacción.

3) En los casos reportados por M.A.Abuzeid et al (10) se sugiere repetir el experimento, analizando valores para $\theta > 150^\circ$.

•LIST ALL
 C CALCULO DE W NORMALIZADA PARA
 C MEZCLA EN SPIN DE CANAL
 C

```

DOUBLE PRECISION DELT
DIMENSION ZETA (9),DELTA(30),Q(3),COSE(11),WB(11)
IN = 1
IO = 3
READ (IN,5) COSE
5 FORMAT (11 E9.1 )
12 READ (IN,1 ) IA, IAP, IB, IC, Q, L, LL
1 FORMAT ( 4I1,3F3.0,2I1)
READ (IN,33 ) DELT
33 FORMAT ( 15F5.0)
READ (IN,2 ) ZETA
2 FORMAT ( 9F7.4)
WRITE (IO,15)
15 FORMAT ( 1H1, ' MEZCLAS EN SPIN DEL CANAL',//)
WRITE (IO,25 ) IA,IAP,L,IB,LL,IC
25 FORMAT ( 35X,I2,'//',I1,' (',I2,' )',I2,' (',I2,' )',I2,' (',I2,' )' )
IF ( IA - 9 ) 6,9,9
6 GO 7 I = 1,30
A0 = ( -1 ) ** ( 2 * IB - IC ) * ( 2 * IB + 1 ) * ( 1 + DELT ( I ) )
A2 = ( (-1) ** IAP * ZETA ( 1 ) + (-1) ** IA * ZETA ( 2 ) * DELT ( I ) )
1 * ZETA ( 3 ) * Q ( 1 )
A4 = ( (-1) ** IAP * ZETA ( 4 ) + (-1) ** IA * ZETA ( 5 ) * DELT ( I ) )
2 * ZETA ( 6 ) * Q ( 2 )
A6 = ( (-1) ** IAP * ZETA ( 7 ) + (-1) ** IA * ZETA ( 8 ) * DELT ( I ) )
1 * ZETA ( 9 ) * Q ( 3 )
WRITE (IO,3) DELT ( I ),A0,A2,A4,A6
3 FORMAT ( / ' DELTA = ', F9.2, // ' ' A0 = ', F12.7,
1 ' A2 = ', F12.7, / ' ' A4 = ', F12.7, ' A6 = ' 8 F12.7//)
AA0 = A0 / A0
AA2 = A2 / A0
AA4 = A4 / A0
AA6 = A6 / A0
B0 = AA0 - 0.5 * AA2 + 0.375 * AA4 - 0.3125 * AA6
B2 = 1.5 * AA2 - 2.75 * AA4 + 6.5625 * AA6
B4 = 4.375 * AA4 - 19.6875 * AA6
B6 = 14.4375 * AA6
WRITE (IO,4) AA0,AA2,AA4,AA6, B0,B2,B4,B6
4 FORMAT ( ' AA0 = ', F12.7, ' AA2 = ', F12.7, /
1 ' AA4 = ', F12.7, ' AA6 = ', F12.7, //
2 ' B0 = ', F12.7, ' B2 = ', F12.7, /
3 ' B4 = ', F12.7, ' B6 = ', F12.7 / )
DO 7 K = 1, 11
WB ( K ) = B0 + B2 * COSE ( K ) + B4 * COSE ( K ) ** 2 + B6 * COSE ( K ) ** 4
WNORM = WB ( K ) / WB ( 1 )
7 WRITE (IO,8) WB ( K ), WNORM, COSE ( K )
8 FORMAT ( ' WB = ', F12.8, ' WNORM = ', F12.5, ' COSE = ', F5.2 )
GO TO 12
9 CALL EXIT
END

```

R E F E R E N C I A S

- 1.- S.Devons y L.B.J.Goldfarb Handbuck der Physik
Vol 42 Springer Berlin (1957).
- 2.- A.J.Ferguson " Angular Correlations Methods in Gamma
Ray Spectroscopy" North Holland Publ.Co.
Amsterdan (1965).
- 3.- H.Frauenfelder " Beta & Gamma Ray Spectroscopy"
Kaysiegbahn Editor North Holland Publ.Co.
Amsterdan (1965).
- 4.- I.Alvarez " Aplicación de la Teoría de Correlaciones An-
gulares a Reacciones (Alpha-Gamma)"
Tesis, Mexico, D.F. 1968.
- 5.- M.C.Cisneros "Algunas Aplicaciones de la Teoría de Co-
rrelaciones Angulares". México, D.F. 1969.
- 6.- H.E.Gove " Nuclear Reactions Vol 1 B.M.Endt and De-
meurs Editors North-Holland Publ.Co.
Amsterdan (1959).
- 7.- M.Blatt y L.C. Biedenharn Rev.Mod. Phys. 24, 258 (1952)
- 8.- W.T.Sharp, H.E.Gove & E.B.Paul "Graphs of Coulomb
Functions (AECL-268) Chalk River Ontario
(1958) .
- 9.- P.J.M.Smolders, Tesis Doctoral "Alpha-Capture Reactions

in ^{20}Ne , ^{24}Mg and ^{28}Si Koninklijke
Druknerij van de Garde M.V. Zaltbommel
(1965).

10.- M.A. Abuzeid, F.M. Aly, Y.P. Antoufiev, A.T. Baranik,
T.M. Nower and P.V. Sorokin. Nuclear
Phys 45, 123, (1963) .
