

120
rej.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**DISEÑO DE CIMENTACIONES
PARA MAQUINARIA**

Tesis Profesional

Que para obtener el título de
INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a

HUMBERTO ORTIZ PEREZ

Director de Tesis; Ingeniero Francisco Pérez Arellano



MEXICO, D. F.

1987



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

INTRODUCCION

OBJETIVO

CONTENIDO DE LA TESIS

NOTACION

I	PARAMETROS QUE INTERVIENEN EN EL DISEÑO DE CIMENTACIONES	1 -10
II	SISTEMAS EQUIVALENTES	11
III	SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD	12-15
IV	TEORIA DEL SEMIESPACIO	16-19
	4.1 EVALUACION DE PARAMETROS PARA EL MODO VERTICAL	20-21
	4.2 EVALUACION DE PARAMETROS PARA DIFERENTES MODOS DE VIBRACION	22-23
V	EFFECTO DE ESTRATIFICACION Y DEL ENCAJONAMIENTO	24-27
VI	RESPUESTA DE CIMENTACIONES EN UN MEDIO VISCOELASTICO	28
VII	CIMENTACIONES CUADRADAS O RECTANGULARES	29-30
VIII	CIMENTACIONES PILOTEADAS	31-39
IX	DETERMINACION DEL MODULO G	40-41

X	DETERMINACION DEL MODULO K	42-45
XI	DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA CIMENTACION	46
	11.1 DISEÑO PRELIMINAR	47-51
	11.2 DESCRIPCION Y JUSTIFICACION DEL MODELO MATEMATICO	52-62
XII	EJEMPLOS DE APLICACION	63-90

CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFIA

REFERENCIAS

I N T R O D U C C I O N

El diseño de cimentación de maquinaria pesada de cualquier tipo es un problema sumamente complejo. Aún en los países más industrializados se acostumbra a diseñar éstas cimentaciones por medio de recetas empíricas desarrolladas localmente y por tanto, aplicables solamente a las características de la maquinaria y del suelo para las que fueron deducidas.

En el Instituto de Ingeniería se han efectuado con anterioridad estudios bibliográficos amplios relacionados con dinámica de los suelos y con normas para cimentaciones de maquinaria, sin embargo estos estudios no son directamente aplicables al establecimiento de criterios de diseño.

La complejidad del problema que nos ocupa se debe a tres factores fundamentales:

- 1.- Se desconocen las perturbaciones a que va estar sujeto el sistema de cimentación - suelo, a pesar de que los fabricantes de maquinaria suministran datos referentes a fuerzas y momentos de desbalanceo en sus máquinas, estos datos son analíticos.

En la práctica los valores reales de esas fuerzas y momentos de desbalancear son mucho más elevados debido a excentricidades accidentales y a la imprecisión propia del acabado de los elementos de la maquinaria. En algunos casos se encuentran momentos de desbalanceo de 10 a 30 veces mayores que los teóricos.

- 2.- Se desconocen las características dinámicas y de amortiguamiento de los suelos. Aún con la hipótesis simplificatoria de comportamiento linealmente elástico del suelo hasta determinado nivel de esfuerzos, queda la

incertidumbre del módulo de elasticidad y la relación de Poisson aplicables en condiciones dinámicas. Si a esto se añaden los efectos de dispersión de energía vibratoria y amortiguamiento interno del suelo, el problema se complica aún más.

3.- Hasta la fecha reciente, no se tenía una solución analítica del problema de vibración en un bloque rígido de base rectangular desplazado en la superficie de un semiespacio elástico.

En nuestro medio no ha dejado de utilizarse el método estático de diseño de cimentaciones para maquinaria, consistente en incrementar el peso propio de la máquina con un factor de impacto y diseñar la cimentación sujeta únicamente a la carga estática incrementada.

Sin embargo aunque de ésta manera se logra un diseño que cumpla las condiciones de capacidad de carga y asentamientos permisibles no es difícil imaginar de que la frecuencia de vibración correspondiente a la velocidad de operación de la maquinaria o alguna de sus componentes armónicas coincida con la frecuencia fundamental de vibración del sistema suelo-cimentación, produciéndose un fenómeno de resonancia en que las amplitudes de vibración resultante puede ser intolerable.

También se puede visualizar el caso de que la vibración inducida por la máquina produzca modificaciones inadmisibles en el suelo sobre el que descansa la cimentación tales como densificación de arenas sueltas o remoldeo de arcillas sensitivas.

Estas razones entre otras, rescatan la necesidad de recurrir a un método de diseño de cimentaciones de maquinaria que toma en cuenta la naturaleza eminentemente dinámica del fenómeno, el método estático podría utilizarse como un primer tanteo.

Los criterios dinámicos que utilizan en la actualidad para el diseño de cimentaciones de maquinaria pueden clasificarse en dos grandes grupos:

1.- Considerar al suelo como una cama de resortes linealmente-elástico y sin masa.

2.- Considerar al suelo como un medio elástico homogéneo, isotrópico y seminfinito.

Al considerar al suelo como una cama de resortes, se estarán despreciando, fenómenos muy importantes, entre ellos la dispersión de energía en el terreno y la propagación de ondas en su superficie, pero se tiene la ventaja de que a su vez determinados parámetros del suelo idealizado, el análisis dinámico del sistema máquina-cimentación-suelo resulte más sencillo.

Al idealizar el suelo como un semiespacio elástico permite considerar los fenómenos mencionados anteriormente pero complica el análisis dinámico.

O B J E T I V O

Esta tesis tiene como objetivo realizar una investigación sobre el diseño de cimentaciones para maquinaria.

Esta investigación esta orientada principalmente al estudio básico de parámetros que intervienen en el diseño de cimentaciones.

El estudio de parametros (Densidad de masa, relación de poisson, modulo de elasticidad, modulo de rigidez, forma, - dimensión, peso, masas móviles, velocidad de operación, etc.).

Son parametros especificos que se deben aplicar en - el diseño de un sistema: Máquina, Cimentación, Suelo.

El diseño de cimentación para maquinaria pesada de - cualquier tipo es un problema muy complejo ya que actualmente no existe un método exacto para su diseño.

En esta investigación se presenta una solución de di - seño al problema para cimentaciones: (Cuadrados, Rectangulares y circulares), tomando en cuenta criterios dinámicos que se u - tilizan en la actualidad para el diseño de cimentaciones de ma - quinaria.

Espero que esta investigación sirva para estudiantes e Ingenieros que desean profundizar o mejorar el area de inves - tigación que se ha realizado sobre diseño de cimentaciones para maquinaria.

CONTENIDO DE LA TESIS

El contenido de esta tesis se basa en tres importantes temas:

PRIMERO: se explican los diferentes parametros que intervienen en el diseño de cimentaciones para maquinaria en sus tres diferentes modos de vibración que son: Vibración Horizontal, Vibración Vertical y Vibración de Cabeceo.

SEGUNDO: se explica brevemente sin realizar un análisis matemático detallado de tres tipos diferentes de cimentaciones a evaluar, que son cimentaciones cuadradas, cimentaciones rectangulares y cimentaciones piloteadas.

Seguido de esto se explica brevemente la determinación del modulo G y modulo K, los cuales influyen directamente en la determinación de la frecuencia, magnitud de los movimientos de la maquinaria.

TERCERO: en este tercer tema se explican dos ejemplos diferentes sobre el diseño estructural de cimentaciones para maquinaria, en estos ejemplos se exponen analisis de problemas aplicados a la realidad.

El primer ejemplo esta aplicado sobre un suelo limo arcilloso arenoso duro.

El segundo ejemplo esta cimentado sobre un estrato duro.

Este tipo de ejemplos se aplican frecuentemente en el área de Ingeniería Civil.

NOTACION

a	exponente empleado en la ec 13
a_c	$\Delta R/C_s$; relación de frecuencias
b	$M/\rho R^3$; relación de masas
B	ancho de cimentación
B_v, B_h, B_r	coeficientes para zapatas rectangulares
c	coeficiente de amortiguamiento
$c_{critico}$	$2\sqrt{km}$
C_s	$\sqrt{G/\rho}$; velocidad de propagación de las ondas transversales
C_L	$\sqrt{E/\rho}$; velocidad de ondas dilatantes longitudinales
D	diámetro de la cimentación
D_o	$c/2\sqrt{KM}$; relación de amortiguamiento
E	módulo de Young del suelo
f_1, f_2	funciones empleadas en la teoría del semiespacio
f_n	frecuencia de resonancia
F(t)	fuerza que se aplica en la cimentación
FDC	factor dinámico de carga
G	$E/2(1 + \nu)$; módulo al cortante
h	profundidad equivalente
H	altura de probeta
I	momento de inercia

k	constante del resorte
k_v	$4GR/l-v$
L	largo de la cimentación (en el plano de cabeceo)
M	masa equivalente
P	fuerza aplicada directamente por la máquina a la cimentación
Q	fuerza aplicada por la cimentación del suelo
R	radio de la cimentación o radio equivalente
S_u	resistencia no drenada del suelo
T	$2\pi / \sqrt{k/M}$: periodo natural
w	desplazamiento vertical del suelo
x	desplazamiento del sistema equivalente
X_0	amplitud de desplazamiento
X_1	$\frac{l-v}{4} \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2}$
X_2	$\frac{l-v}{4} \frac{f_2/a_0}{f_1^2 + f_2^2}$
ω	ángulo de desfaseamiento
γ_m	peso volumétrico del suelo
k	longitud de onda
v	relación de poisson
ρ	masa específica del suelo
σ_0	esfuerzos de confinamiento
σ_v	esfuerzos verticales normales
ω	$\sqrt{k/M}$; frecuencia circular natural
Ω	frecuencia circular de excitación

I PARAMETROS QUE INTERVIENEN EN EL DISEÑO DE CIMENTACIONES

PARAMETROS RELACIONADOS CON EL SUELO

DENSIDAD DE MASA

Se entiende por densidad de masa de un suelo (ρ), el cociente de su peso-volumétrico en estado natural (determinado por cualquiera de los procedimientos usuales), entre la aceleración de la gravedad. Es importante hacer notar que la densidad de la masa en problemas de dinámica de suelos no se debe confundir con la densidad de sólidos del suelo que es siempre mayor.

En la densidad de masa se toman en consideración los huecos del suelo que -- Pueden contener la fase líquida y la fase gaseosa del mismo.

RELACION DE POISSON

Para la determinación de la relación de Poisson, (ν), existen varios procedimientos, para los fines de este trabajo se recomienda el siguiente:

a) Determinar el módulo de elasticidad, E, como se indica en -- el sub inciso siguiente.

b) Realizar una prueba de compresión confinada (bajo condiciones de deformación lateral nula) con lo que se determina el módulo de deformación unitaria vertical inmediata. $M_c = (\sigma_z / E_z)$

c) Calcular la relación de Poisson mediante la expresión:

Si no se dispone de los resultados de una prueba de compresión confinada se puede utilizar valores de la relación de Poisson comprendidos entre:

arcillas saturadas =	0.45 - 0.50
arenas	= 0.30 - 0.35

Mientras más densa es la arena, mayor su relación de poisson.

MODULOS DE ELASTICIDAD

Como se indica en la (ref. 4), existen por lo menos cuatro definiciones aplicables a la determinación de un módulo de deformación relacionado con la respuesta elástica de los suelos a cargas repetidas.

Para fines de diseño de cimentaciones de maquinaria se obtienen buenos resultados. Este módulo de deformación relacionado con la respuesta elástica de los suelos a cargas repetidas. Para fines de diseño de cimentaciones de maquinaria se obtienen buenos resultados utilizando el módulo de deformación - recuperable. Este módulo es la pendiente E de la curva esfuerzo axial (σ_z) contra deformación axial recuperable (ϵ_{ze}) determinada como se indica en la siguiente figura.

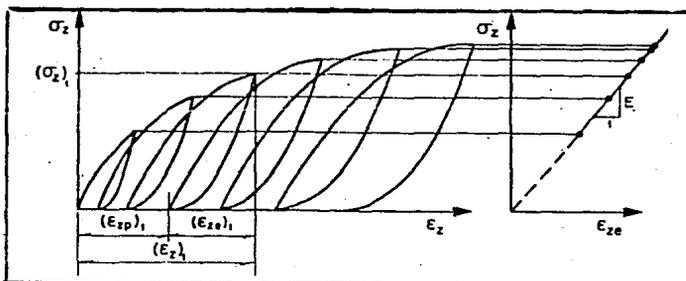


FIG.1

DETERMINACION DEL MODULO DE DEFORMACION RECUPERABLE DE UN SUELO

El módulo E puede obtenerse en el laboratorio a partir de pruebas de compresión triaxial con carga repetida.

La deformación axial recuperable resulta de sustraer a la deformación total-

la deformación remanente en cada ciclo. Se recomienda utilizar el valor medio de E , determinado mediante pruebas triaxiales con presión confinante similar a la del suelo in situ en probetas inalteradas de material que se encuentra desde el nivel de desplante de la cimentación hasta una profundidad de una y media veces la dimensión máxima de la base.

En suelos con permeabilidad mayor que aproximadamente 10^{-4} cm/seg. estas -- pruebas deben ser no drenadas con presión confinada efectiva al principiar el incremento de $(\sigma_1 - \sigma_3)$ igual a la presión confinante in situ.

Sin gran error se pueden utilizar los valores de la relación de Poisson recomendados en el subinciso anterior y calcular el módulo de deformación recuperable a partir del coeficiente de compresión elástica uniforme (C_u) determinado mediante pruebas de campo consistentes en carga y descarga de placas rígidas colocadas al nivel de desplante de la cimentación, como se indica en la siguiente figura.

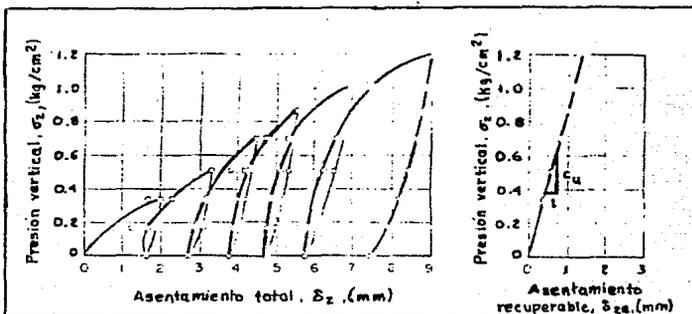


FIG. 2

El coeficiente de compresión elástica uniforme es la pendiente de la curva - esfuerzo vertical (σ_z) contra asentamiento vertical recuperable (δ_{ze}).

Para placas cuadradas de área A , el módulo de deformación recuperable estará dado por:

$$E = \left(\frac{(1 - \nu^2) \sqrt{A}}{1.13} \right) (C_u) \quad (1.13)$$

Como hay cierta discrepancia relativa a la dependencia de (C_M) del área de la placa, es conveniente utilizar cuando menos dos dimensiones diferentes de placas cuadradas, por ejemplo 60x60 cm y 1.20x1.20 m, y extrapolar los resultados.

Tanto en las pruebas de laboratorio como en las pruebas de campo se recomienda que el esfuerzo vertical máximo sea del orden de una y media veces la presión estática que se presentará bajo la cimentación real.

Se debe llegar a este esfuerzo en unos diez incrementos de carga y se recomienda reducir los efectos de histéresis aplicando cuando menos cuatro ciclos de carga y descarga total en cada incremento de esfuerzo.

MODULO DE RIGIDEZ

El módulo de rigidez se puede determinar a partir de la expresión:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

PROPAGACION DE VIBRACIONES EN EL SUELO

Aunque no está directamente relacionado con el diseño de cimentaciones de maquinaria, es importante tener una idea del amortiguamiento de las ondas vibratorias con la distancia.

Esto permite estimar en forma aproximada, los efectos que las vibraciones inducidas por una máquina pueden tener en instalaciones cercanas, según la (ref.

12). Si:

$$A_r = A_0 \sqrt{\frac{r_0}{r}} (e^{-\alpha(r-r_0)})$$

A_0 = amplitud de vibración vertical a la distancia r_0 del foco de perturbación

A_r = la amplitud A_r a la distancia r

ω = coeficiente de absorción de energía de las ondas y sus unidades son (m^{-1} , cm^{-1}).

En la siguiente tabla se presentan valores de (ω) para algunos tipos de suelo.

TABLA. I

SUELO	ω m^{-1}
Arena fina saturada	0.100
Arena saturada con capas de turba y limo orgánico	0.040
Arena arcillosa no saturada, interestratificada con arcilla	0.040
Arcilla saturada, con algo de arena y limo	0.040-0.120
Caliza marmórea	0.100
Loess	0.100

VALORES DEL COEFICIENTE DE ABSORCION DE ENERGIA, (SEGUN BARKAN)

Como las instalaciones de maquinaria pesada generalmente están lejos de instalaciones en las que puedan producirse daños serios por vibraciones transmitidas a través del suelo, puede afirmarse que si las vibraciones que se producen en la cimentación son tolerables para la máquina misma, no hay que preocuparse por la propagación de las vibraciones en el terreno.

PARAMETROS RELACIONADOS CON LA CIMENTACION

FORMA Y DIMENSIONES

Como se indico anteriormente las máquinas de baja velocidad deben ser cimentadas en bloques rígidos de concreto.

Estos bloques son generalmente rectangulares. El fabricante de la máquina - especifica la colocación en el bloque de los pernos de anclaje y los espacios necesarios para lubricación, paso de ductos y conexiones, etc.

Se debe procurar que el centro de gravedad comun de la máquina y el bloque de cimentación se encuentre en la vertical del centroide de la base de contacto entre cimentación y suelo.

Para reducir la magnitud del par M_y es conveniente que la altura del bloque de cimentación sea la menor posible. Como primer tanteo se puede utilizar - una relación largo ancho; alto del orden de 9:3:1 .

Si despues de un diseño preliminar la frecuencia natural de vibración del -- sistema máquina-cimentación-suelo no es suficientemente grande en comparación con la frecuencia operacional de la máquina, es preciso incrementar dicha -- frecuencia natural, La manera más sencilla de lograrlo consiste en aumentar el área de contacto de la cimentación y/o reducir la masa de la misma.

La profundidad de desplante del bloque de cimentación carece de importancia- por lo que a vibraciones se refiere. En general se acostumbra desplantar a una profundidad del orden de 0.7 a 0.8 veces la altura del bloque. El efecto del confinamiento lateral de las paredes del bloque es despreciable cuando la frecuencia natural de vibración del sistema es mayor que la frecuencia de operación de la máquina.

MASA E INERCIA DE LA CIMENTACION

Una vez definidas la forma y dimensiones del bloque se puede proceder a determinar su peso, masa y posición de su centro de gravedad. Otros datos de interés en el diseño son el momento de inercia de masa del bloque respecto al eje que pasa por su centro de gravedad y es paralelo al eje de cabeceo.

PARAMETROS RELACIONADOS CON LA MAQUINA

FORMA, DIMENSIONES, PESO, MASAS MOVILES, VELOCIDAD DE OPERACION

Todos estos datos son suministrados por el fabricante o pueden determinarse - fácilmente con los planos de la máquina. Es importante conocer las masas giratorias para determinar las fuerzas y pares de desbalanceo debidos a excentricidades accidentales. También es necesario conocer la velocidad máxima de operación a que puede llegar la máquina en circunstancias especiales, pues se ha observado que en ocasiones las máquinas operan durante lapsos considerables a velocidades superiores a los del diseño.

EXCENTRICIDADES ACCIDENTALES TOLERABLES

Aún en máquinas del mismo tipo y modelo se observan marcadas diferencias en la magnitud de las vibraciones que producen. Esto se debe a variaciones individuales en el acabado de las piezas móviles y de sus apoyos, que originan excentricidades accidentales.

A partir de las dimensiones de la máquina es posible calcular las componentes primarias teóricas de las fuerzas y momentos de desbalanceo y sus componentes

armónicas. Estos valores son suministrados generalmente por el fabricante, pero no se tienen datos relativos a fuerzas y momentos de desbalanceo reales debidos a excentricidades accidentales.

Para conocer con exactitud las fuerzas y momentos de desbalanceo que existen en determinada máquina sería preciso hacerla funcionar colocada sobre resortes calibrados y medir cuidadosamente las vibraciones producidas.

Como se menciona en la ref. 8, se llevó a cabo un estudio comparativo de las vibraciones inducidas por diferentes máquinas desplantadas en diversas condiciones.

En las máquinas observadas no existían en teoría fuerzas primarias ni pares primarios de desbalanceo. Sin embargo, se pudieron medir vibraciones con -- frecuencia igual a la frecuencia operacional de la máquina, lo que indica la existencia de fuerzas y pares primarios.

Se observó también que la variación en las amplitudes de vibración medidas - en máquinas del mismo tipo desplantadas en el mismo tipo de suelo es de igual orden que la variación observada en máquinas del mismo tipo desplantadas en suelos diferentes.

Dada la imprecisión en la determinación de las propiedades elásticas del suelo de cada sitio resulta difícil establecer si la causa de la variación en - las amplitudes reside en el suelo o en la máquina misma.

Más difícil aun resulta establecer valores razonables de las excentricidades normales, ya que según se indicó, las fuerzas y momentos de desbalanceo reales pueden exceder de 10 a 30 veces sus valores teóricos. Sin embargo, es - lógico suponer que excentricidades excesivas que pudieran presentarse durante la vida útil de la máquina serían prontamente corregidas mediante el balanceo

Dada la imprecisión en la determinación de las propiedades elásticas del suelo de cada sitio resulta difícil establecer si la causa de la variación en las amplitudes reside en el suelo o en la máquina misma.

Más difícil aún resulta establecer valores razonables de las excentricidades normales, ya que según se indicó, las fuerzas y momentos de desbalanceo reales pueden exceder de 10 a 30 veces sus valores teóricos. Sin embargo, es lógico suponer que excentricidades excesivas que pudieran presentarse durante la vida útil de la máquina serían prontamente corregidas mediante el balanceo dinámico de la misma.

En la ref. 12 se propone la siguiente expresión para la excentricidad probable en condiciones normales de operación.

$$e = 500/N^2$$

e = excentricidad (m)

N = velocidad de operación (rev./min.)

Esta ecuación fue obtenida para turbinas y máquinas de alta velocidad, - por lo que su aplicación a máquinas lentas conduce a valores excesivos de las fuerzas y momentos de desbalanceo.

FUERZAS Y MOMENTOS DE DESBALANCEO

Por lo mencionado en el subinciso anterior, se recomienda utilizar valores de las fuerzas y pares de desbalanceo diez veces mayores que los valores teóricos suministrados por el fabricante o valores diez veces menores que los calculados mediante la excentricidad accidental dada por la ec.3.5. En la segunda alternativa, utilizando como excentricidad $(50/N^2)$, las - -

fuerzas y momentos de desbalanceo se calculan de la siguiente manera:

a) Fuerza Horizontal.- Es el producto de la masa giratoria -- por la excentricidad y por el cuadrado de la velocidad de operación expresada en radianes por unidad de tiempo.

b) Fuerza Vertical.- Al valor de la fuerza horizontal se suma el producto de la masa giratoria por 1/10 de la aceleración de la gravedad.

c) Par vertical M_y .- Resulta de multiplicar la fuerza horizontal por la altura de la flecha de la máquina respecto a la superficie de -- desplante de la cimentación.

Como se indico anteriormente, los otros momentos debidos a excentricidad accidental pueden considerarse despreciables.

II SISTEMAS EQUIVALENTES

El objetivo principal para representar un sistema real de máquina-cimentación-suelo mediante un sistema matemático equivalente, es obtener con cierta facilidad la respuesta del primero para lo cual se emplean las curvas de amplificación y las ecuaciones que rigen el movimiento de los sistemas equivalentes.

La mayor parte de los sistemas reales que constituyen los problemas de cimentación, se pueden analizar mediante sistemas de un grado de libertad.

Al hacer un estudio sobre los sistemas formados por más de dos grados de libertad, generalmente se obtiene suficiente aproximación al analizar y superponer cada uno de sus modos de vibración mediante el método llamado "Método de Superposición Modal" (Ref. 4).

A continuación se muestran algunos de los sistemas más comunes en la práctica.

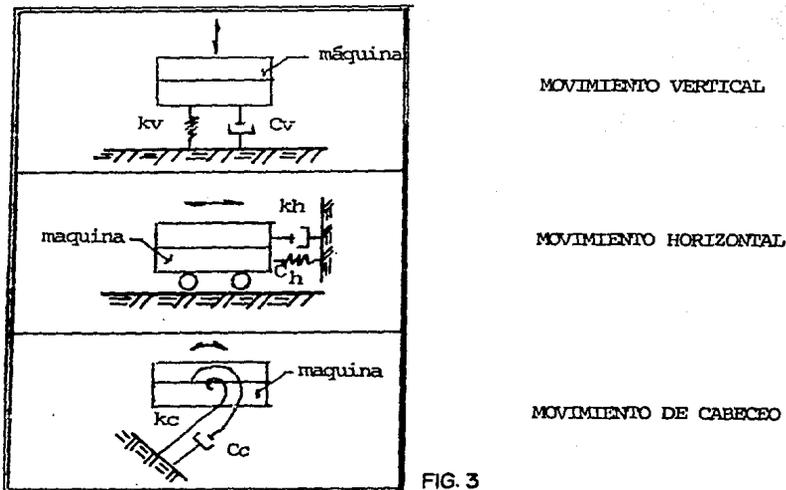


FIG. 3

III SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

La ecuación de equilibrio que gobierna el movimiento dinámico de estos sistemas es: $M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$ (1)

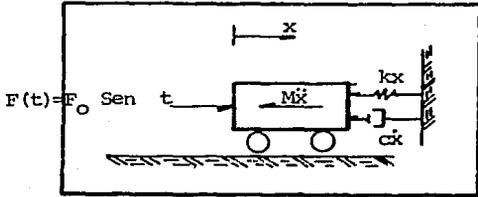


FIG.4

- M = masa del sistema
- c = coeficiente de amortiguamiento
- k = cte. del resorte
- $F(t) = F_0 \text{ Sen } \Omega t$ = fuerza exterior aplicada a la masa
- x = aceleración
- \dot{x} = velocidad
- \ddot{x} = desplazamiento

La derivación de la Ec. 1, se encuentra en (Refs. 4,5), dicha solución está compuesta por dos terminos:

- a) Vibraciones libres que desaparecen despues de cierto tiempo
- b) Vibraciones forzadas que permanecen en el sistema mientras la fuerza F actua.

En este estudio solo se analizaran las vibraciones forzadas, por ser las que realmente interesan para este diseño.

La expresión que da respuesta a las vibraciones forzadas cuando existe excitación armonica es:

$$x = \frac{F_0}{k} \frac{\text{Sen}(\Omega t - \alpha)}{\sqrt{\left[1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right]^2 + 4D_0^2 \left[\frac{\Omega}{\omega}\right]^2}} \quad (2)$$

x = desplazamiento del sistema equivalente

F_0 = amplitud de la fuerza aplicada

$$\alpha = \frac{2 D_0 \omega \Omega}{\omega^2 - \Omega^2} \tan^{-1}$$

Ω = frecuencia circular de excitación (rad/seg)

D_0 = $c/c_{\text{critico}} = c / 2(\sqrt{kM})$, relación de amortiguamiento

c/Cr = amortiguamiento que suprime las vibraciones libres

$\omega = \sqrt{k/M}$, frecuencia circular natural (rad/seg)

$T = 2\pi/\omega$, periodo natural (seg)

t = tiempo transcurrido

$f_n = \frac{\omega}{2\pi}$, frecuencia natural (ciclos/seg)

$f = \frac{\Omega}{2\pi}$, frecuencia de excitación (ciclos/seg)

El factor dinámico o de amplificación representa la relación de la respuesta dinámica máxima respecto a la respuesta estática,

es decir: $F.D.C. = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right]^2 + 4D_0^2 \left[\frac{\Omega}{\omega}\right]^2}} \quad (3)$

$$X_0 = \left(\frac{F_0}{k}\right) (F.D.C.) \quad (4)$$

Amplitud de la Respuesta Dinámica	Respuesta Estática
--------------------------------------	--------------------

En la siguiente figura se dibuja el F.D.C. como función de la

relación de frecuencias (Ω/ω).

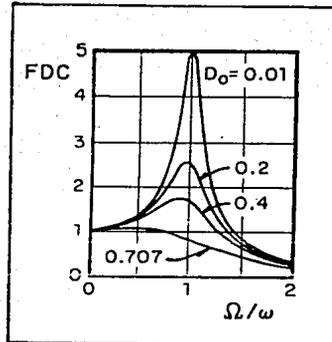


FIG.5

CURVAS DE AMPLIFICACION

- El F.D.C. es máximo para valores de $(\Omega/\omega) \approx 1$
- El F.D.C. = 0 cuando el valor de $(\Omega/\omega) \rightarrow \infty$

$$\text{F.D.C.} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$

En caso de tener maquinaria con masas excentricas la amplitud de la fuerza aplicada varia con el cuadrado de la frecuencia de excitación será: $F(t) = MeL\Omega^2 \text{ Sen}\Omega t$

La ec. (4) quedaria:

$$X_o = \frac{MeL\Omega^2}{k} \text{ F.D.C.}$$

$$X_o = \frac{MeL}{M} \frac{\Omega^2}{\omega^2} (\text{F.D.C.})$$

Me = masa excentrica

L = brazo de palanca

Para este caso la curva de F.D.C. y (Ω/ω) se dibuja en la siguiente figura.

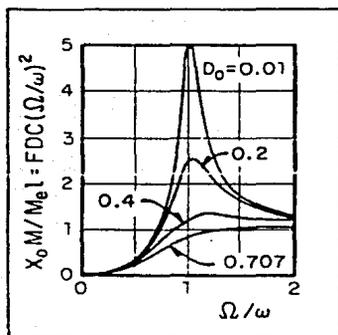


FIG. 6

CURVAS DE RESPUESTA EN SISTEMAS CON MASAS EXCENTRICAS

IV TEORIA DEL SEMIESPACIO

Se puede decir que la forma mas adecuada para estudiar la forma como responde un sistema de un grado de libertad a una excitación dinámica, es mediante la teoria de cuerpos rigidos que vibran sobre un medio elástico seminfinito. Las suposiciones de la teoría son:

a) La cimentación se apoya en la superficie de un medio seminfinito y es rígida, de radio R y masa M.

b) El medio elástico es homogéneo, de profundidad infinita y esta caracterizado por las siguientes propiedades.

ρ = densidad de masa

G = módulo elástico al cortante, δ , E = módulo de Young $= 2G(1 + \nu)$

ν = relación de Poisson

Cs = velocidad de propagación de las ondas cortantes, función de G y ν .

Bajo estas condiciones, el analisis se hace en dos partes:

En la primera se obtiene la relación de la fuerza vertical (Q), aplicada directamente en la superficie del medio espacio y el desplazamiento vertical

(w). Dicha relación esta dada por:
$$w = \frac{Q_0 e^{i\omega t}}{GR} (f_1 - if_2) \quad (5)$$

Q_0 = amplitud de la carga

f_1, if_2 = son funciones de:

a) de la relación de Poisson

b) de la forma como los esfuerzos se distribuyen en el area cargada; si la cimentación es rígida la distribución queda dada por los otros parametros.

$$c) \quad a_0 = \Omega R / C_s$$

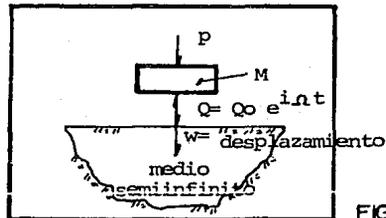
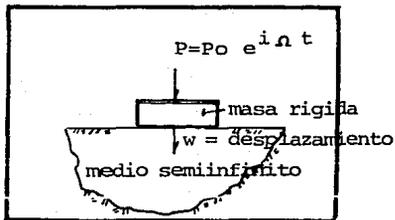


FIG.7

Sistema de masa rígida en medio
semiinfinito

Separación de las fuerzas que obran en
el sistema

En la siguiente figura se muestra la forma en que varían (f_1 y f_2) es función de (a_0), para una distribución dada de esfuerzos sobre un área circular.

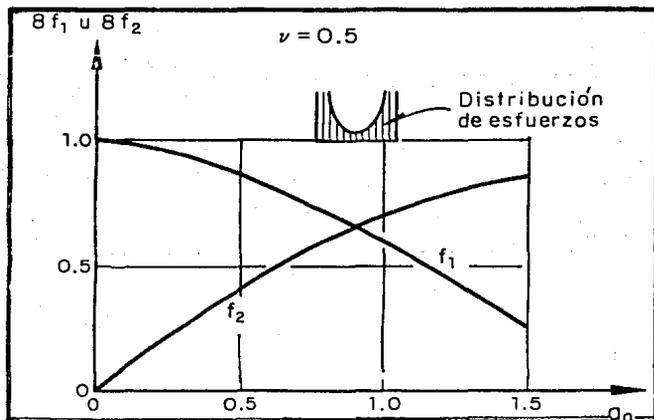


FIG.8

Valores de f_1 y f_2 en función de $a_0 = aR/C_s$

La segunda condición consiste en considerar la ecuación que establece el equilibrio de la masa (M) de la cimentación.

$$M\ddot{w} + Q = P \dots \dots \dots (6)$$

despejando Q de la ec. (5)

$$w = \frac{Q_0 e^{i\Omega t}}{GR} (f_1 - if_2) \quad Q = \frac{wGR}{(f_1 - if_2)} ; \dot{w} = -\Omega^2 w$$

Sustituyendo en la ec. (6)

$$P = -M\Omega^2 w + \frac{GR}{(f_1 - if_2)} w \quad \text{despejando } w;$$

$$w = P \frac{(f_1 - if_2)}{(GR - M\Omega^2 2f_1) + (iM\Omega^2 f_2)} = \frac{P}{GR} \frac{(f_1 - if_2)}{(1 - \frac{M\Omega^2}{GR} f_1) + (\frac{iM\Omega^2}{GR} f_2)}$$

$$\text{Puesto que: } \frac{M\Omega^2}{GR} = \left(\frac{\Omega^2 R^2 \rho}{G}\right) \left(\frac{M}{\rho R^3}\right) = a_0^2 \frac{M}{\rho R^3} ; \text{ si } b = \frac{M}{\rho R^3}$$

El valor de desplazamiento queda:

$$w = \frac{P}{GR} \frac{(f_1 - if_2)}{(1 - a_0^2 b f_1) + (i a_0^2 b f_2)} \quad \text{si } P = P_0 e^{i\Omega t}$$

$$w = \frac{P_0 e^{i(\Omega t - \omega)}}{GR} \frac{1}{\sqrt{(f_1^2 + f_2^2) + (1 - a_0^2 b f_1)^2 + (a_0^2 b f_2)^2}}$$

$$\text{Si } \tan \omega = \frac{f_2}{f_1 - a_0^2 b (f_1^2 + f_2^2)}$$

$$\text{Por lo tanto } w = \left[\frac{P_0 (1-\nu)}{4GR} \right] \left[\frac{4}{1-\nu} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 - a_0^2 b f_1)^2 + (a_0^2 b f_2)^2}} \right] \left[e^{i(\Omega t - \omega)} \right] \dots (7)$$

Desplazamiento w = desplazamiento estatico amplificación dinámica ángulo de des fase entre la fuerza aplicada

Al dibujar el factor de amplificación para diferentes valores de (a_0 y b) se obtienen las curvas de la sig. figura.

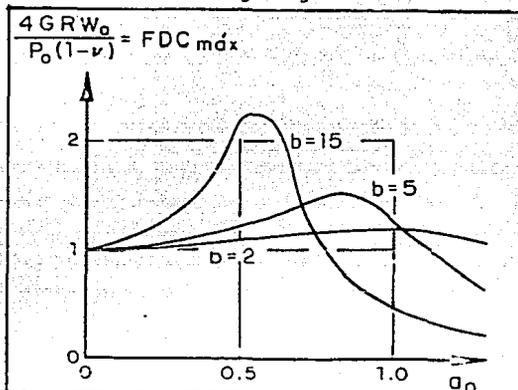


FIG. 9

Curva de amplificación dinámica en el semiespacio elástico

Si se hace $P_0 = MeL\Omega^2$ La ec. (7) quedaría así:

$$w = \frac{MeL}{M} \left[a_0^2 b \sqrt{\frac{(f_1^2 + f_2^2)}{(1-a_0^2 b f_1)^2 (a_0^2 b f_2)^2}} \right] \left[e^{i(\Omega t - \omega)} \right] \quad (8)$$

Las curvas de amplificación correspondiente se muestra en la siguiente figura.

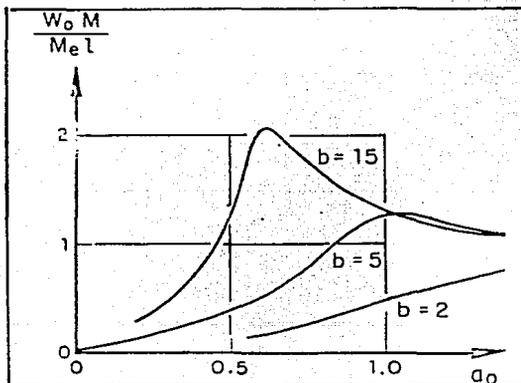


FIG. 10

Curva de amplificación dinámica en el semiespacio elástico

EVALUACION DE PARAMETROS PARA EL MODO VERTICAL

Al combinarse la ec. 5 y 6 se tiene:

$$M\ddot{w} + \left(\frac{f_2^2 / \Omega}{f_1^2 + f_2^2} \right) (GRw) + \left(\frac{f_1^2}{f_1^2 + f_2^2} \right) (GRw) = P \quad (9)$$

Se observa que es muy similar a la correspondiente a un sistema de un grado de libertad compuesto por una masa, un resorte y un amortiguador, y se puede escribir como:

$$M\ddot{w} + c_v X_2 \dot{w} + k_v X_1 w = P \quad \dots \quad (10)$$

$$c_v = \left(\frac{4}{1-\nu} \right) \left(\frac{G}{R} \right) \rho R^2 ; \quad X_2 = \frac{1-\nu}{4} \frac{f_2^2 / a_0}{(f_1^2 + f_2^2)} \quad \text{Coeficiente relacionado con el amortiguamiento}$$

$$k_v = \frac{4GR}{1-\nu} ; \quad X_1 = \frac{1-\nu}{4} \frac{f_1^2}{(f_1^2 + f_2^2)} \quad \text{Coeficiente relacionado con la rigidez del sistema}$$

(k_v y c_v) son independientes de la frecuencia de excitación
 (X_1 , X_2) depende de la frecuencia de excitación

En la sig. fig. se puede observar la dependencia de frecuencia de excitación

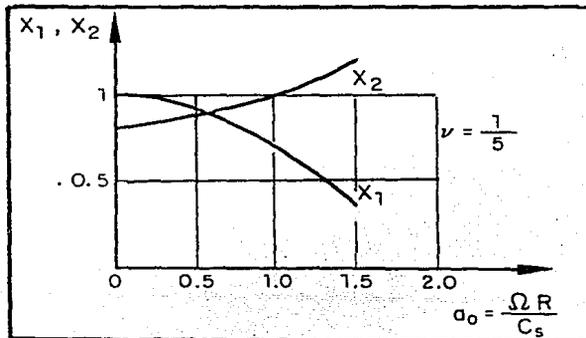


FIG.II

Variación de X_1 , X_2 en función de la relación adimensional de frecuencias.

Para tener valores constantes de los coeficientes de (\dot{w} y w) y obtener la equivalencia con sistema de masa-amortiguamiento-resorte de un grado de libertad, es necesario establecer el intervalo de frecuencia de interés y seleccionar en él valores de estos coeficientes que, al usarse como constantes - den resultados aproximados a los que se obtendrían con los coeficientes reales.

Un procedimiento para efectuar esta selección de valores, es el propuesto - por LYSMER (ref. 18).

Para bajar frecuencias	$X_1 = 1$
Para intermedias frecuencias	$X_2 = 0.85$
Para altas frecuencias	Se considera como masa equivalente la masa M y se desprecia la - llamada masa efectiva del suelo.

EVALUACION DE PARAMETROS PARA DIFERENTES MODOS DE VIBRACION

Para poder analizar y estudiar el modo de vibración en la siguiente tabla se muestra un estudio, el cual contiene un resumen de los valores que se obtienen cuando la distribución de esfuerzos es la de una placa rígida en un medio elástico.

TAB. 2

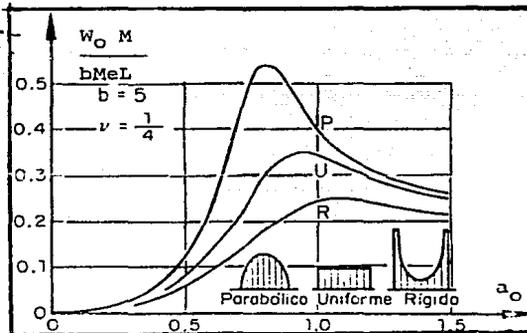
VALORES DE LOS PARAMETROS EQUIVALENTES EN CIMENTACIONES CIRCULARES* APOYADAS EN UN SEMIESPACIO ELASTICO				
TIPO DE EXCITACION	RELACIONES DE MASAS MODIFICADAS	K	Do	M _{ef}
VERTICAL	$B_v = \frac{1-\nu}{4} b$	$\frac{4GR}{1-\nu}$	$\frac{0.425}{\sqrt{B_v}}$	$0.27 \frac{M}{B_v}$
HORIZONTAL	$B_h = \frac{2-\nu}{8} b$	$\frac{8GR}{2-\nu}$	$\frac{0.29}{\sqrt{B_h}}$	$0.095 \frac{M}{B_h}$
CABECEO	$B_r = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{I}{R^3}$	$\frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{0.15}{(1+B_r) \sqrt{B_r}}$	$0.24 \frac{I}{B_r}$

Los valores se obtuvieron de igualar las amplitudes máximas determinadas con la teoría del semiespacio, con las determinadas con los sistemas equivalentes.

I momento de inercia de la masa con respecto al eje de giro

Dado que k y D_0 depende de la distribución de esfuerzos, (fig.12) la tabla (2) debe usarse con cierta precaución, por ejemplo, si se expresa el valor de k_v en terminos de un coeficiente K , es decir, $k_v = KGR/(1-\nu)$, los valores de este coeficiente varían, según se muestra en la tabla (3).

FIG.12



Efecto del tipo de distribución de esfuerzos en las curvas de respuesta.

TAB. 3

VALORES DE K PARA DISTINTOS TIPOS DE DISTRIBUCION DE ESFUERZOS		
DISTRIBUCION DE ESFUERZOS	K	$\frac{(1-\nu)}{K}$, para $\nu = 1/4$
Base rígida	4	0.188
Uniforme	π	0.239
Parabólica	(3/4)	0.319

V EFECTO DE ESTRATIFICACION Y DEL ENCAJONAMIENTO

Los efectos que influyen en el parámetro (k) son:

- encajonamiento
- proximidad de la roca basal

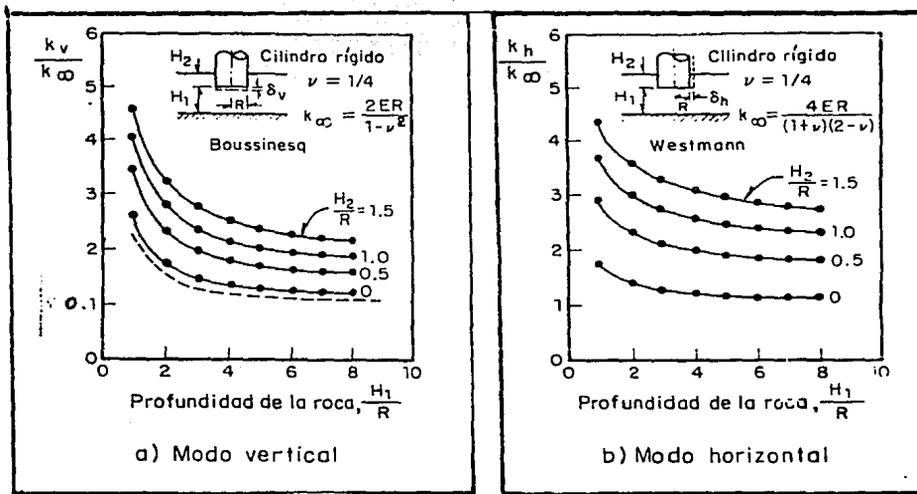


FIG. 13

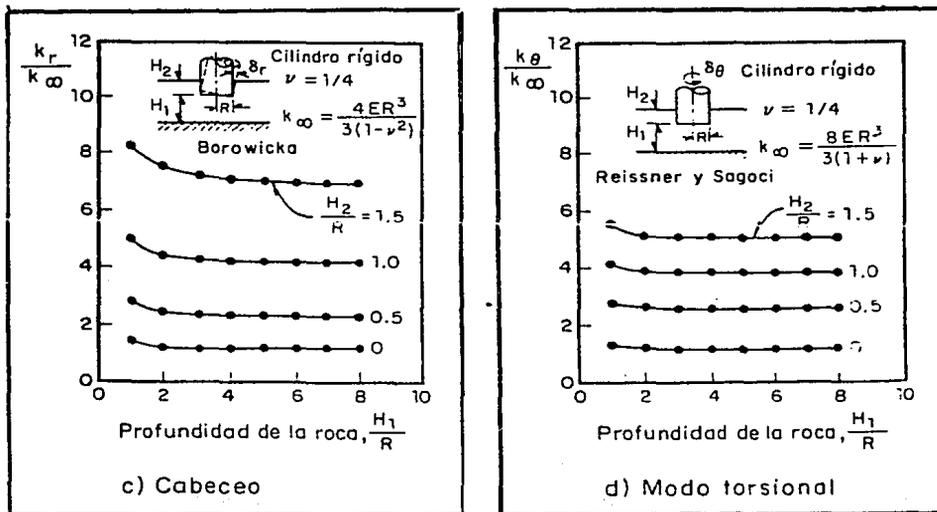


FIG. 14

Efecto del encajonamiento y la proximidad de la roca en el coeficiente k .

H_1 = distancia de la base de la cimentación a la roca

H_2 = profundidad de encajonamiento

a) Para el Modo Vertical, el valor de K es fuertemente influenciado por la presencia de la roca (H_1/R) < 4 y por la profundidad del encajonamiento.

b) Para el Modo Horizontal, el efecto del encajonamiento es mayor que en el caso vertical, y el efecto de proximidad de la roca es un poco menor.

c) Para el Movimiento de Cabeceo, el efecto de encajonamiento es más acentuado que en los demás tipos de movimiento.

d) Para la Torsión, los coeficientes de rigidez son también en fluidos notablemente por efecto del encajonamiento.

En un trabajo realizado por Novak y Beredugo, WHITMAN obtuvo la siguiente tabla, en la cual quedan las relaciones de K/K_0 y D/D_0 en el Modo.

Vertical

Horizontal

Cabeceo

En la siguiente tabla podemos observar los mejores valores de la rigidez y el amortiguamiento correspondientes a zapatas encajonadas.

TAB. 4

EXPRESIONES APROXIMADAS PARA CONSIDERAR EL EFECTO DE ENCAJONAMIENTO		
MODO	k/K_0	D/D_0
Vertical	$1 + 0.6(1-\nu) \frac{h}{R}$	$\frac{1 + 1.9(1-\nu)h/R}{k/k_0}$
Horizontal	$1 + 0.55(2-\nu) \frac{h}{R}$	$\frac{1 + 1.9(2-\nu)h/R}{k/k_0}$
Cabeceo	$1 + 1.2(1-\nu) \frac{h}{R} + 0.2(2-\nu) \frac{h}{R}^3$	$\frac{1 + 0.7(1-\nu) \frac{h}{R} + 0.6(2-\nu) \frac{h}{R}^3}{k/k_0}$

El empleo de elementos finitos es de gran importancia en el sentido del comportamiento dinámico de las cimentaciones y de los efectos producidos por la estratificación y el encajonamiento.

Lysmer (ref. 17) y Kausel (ref. 24) realizaron algunos trabajos mediante un modelo tridimensional axisimétrico, sometido a:

- a) Cargas Dinámicas.
- b) Desplazamientos no Aximétricos.

El estudio fue realizado para el caso de cimentaciones circulares apoyadas en la superficie de un Medio Elástico de Profundidad Infinita.

En su análisis del efecto de la proximidad de la roca, Kausel encuentra que las rigideces estáticas para los modos:

- a) Movimiento Horizontal
- b) Movimiento de Cabeceo

que se pueden obtener mediante:

- a) $K_h = 8GR/(2-\nu)(1+1/2xR/H)$; para $R/H \leq 1/2$
- b) $K_r = 8Gr3/(3(1-\nu)) (1+1/6xR/H)$; para $R/H \leq 1/2$

La limitación de $R/H \leq 1/2$ se debe a que para valores mayores que 1/2, las expresiones sobrestiman las rigideces estáticas.

VI RESPUESTA DE CIMENTACIONES EN UN MEDIO VISCOELASTICO

a) Para fines de diseño es importante tomar en cuenta el amortiguamiento interno del sistema.

Una forma simple de considerar el amortiguamiento interno, es el criterio sugerido por Whitman y Richart (ref. 27). El criterio consiste en determinar los efectos combinados de los amortiguamientos radial e interno, suponiendo un valor típico de amortiguamiento interno de 0.05 y sumar este valor al amortiguamiento radial obtenido con la teoría elástica.

b) Para los Modos Vertical y Horizontal, el amortiguamiento interno es poco importante con respecto al amortiguamiento radial.

c) Para los modos torsional y de cabeceo, el amortiguamiento radial es muy pequeño y el interno resulta importante.

En la siguiente tabla presentamos un resumen de datos disponible relacionados con el amortiguamiento interno.

TABLA 5

AMORTIGUAMIENTO INTERNO EN SUELOS	
TIPO DE SUELO	AMORTIGUAMIENTO EQUIVALENTE
Arenas y gravas secas	0.03 a 0.07
Arena saturada o seca	0.01 a 0.03
Arenas y gravas saturadas	0.05 a 0.06
Arcilla	0.02 a 0.05
Arena limosa	0.03 a 0.10

VII CIMENTACIONES CUADRADAS O RECTANGULARES

Para cimentaciones cuadradas o rectangulares el valor de "K" se puede obtener en forma aproximada con la siguiente tabla.

TABLA 6

CONSTANTES DE RESORTE PARA UNA BASE RECTANGULAR RIGIDA APOYADA EN EL SEMIESPACIO	
MOVIMIENTO	CONSTANTE DE RESORTE*
Vertical	$k_v = \frac{G}{1-\nu} B_v \sqrt{BL}^{**}$
Horizontal	$k_h = 2(1+\nu) G B_h \sqrt{BL}$
Cabeceo	$k_r = \frac{G}{1-\nu} B_r B L^2$

* Los valores B_v , B_h , B_r estan dados por la fig. 15

** B= ancho de la cimentación y L= longitud de la cimentación (en el plano de rotación en caso de cabeceo)

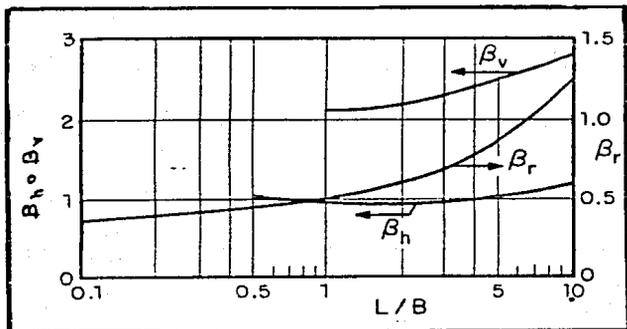


FIG.15

Coefficientes B_v , B_h , B_r para zapatas rectangulares.

En cuanto a los valores:

D_0 = Valor de Amortiguamiento

M_{ef} = Masa Efectiva

de cimientos cuadrados o rectangulares, estos se obtienen mediante una cimentación circular equivalente, la que debe tener la misma área cuando los movimientos son:

- a) Verticales
- b) Horizontales
- c) Cabeceo (tiene el mismo momento de inercia que la cimentación rectangular).

El radio de una base circular equivalente sera;

a) Movimiento Horizontal $R = BL/\pi$

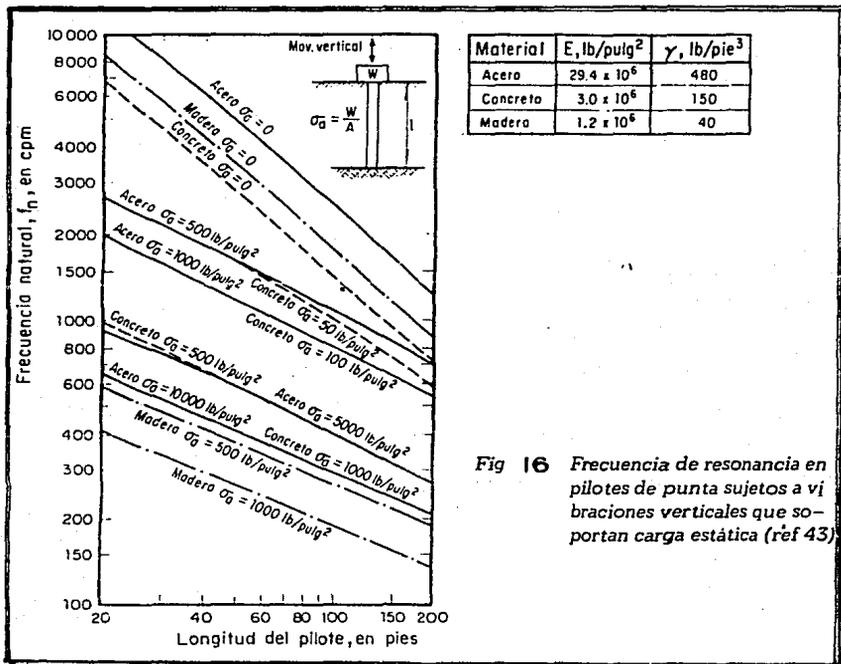
b) Movimiento Vertical $R = BL/\pi$

c) Movimiento de Cabeceo $R = \sqrt[4]{BL^3 / 3\pi}$

Una vez establecida la cimentación equivalente, se podrá emplear las tablas disponibles para bases circulares, como se puede apreciar en la tabla no.1.

VIII CIMENTACIONES PILOTEADAS

a) Richart (ref. 43) realizo un estudio sobre cimentaciones - piloteadas; este estudio se baso principalmente en el movimiento vertical. Para el movimiento vertical, la influencia que tiene la carga axial y la longitud del pilote sobre la frecuencia de resonancia en pilotes de punta se ilustran en la siguiente figura.



Dicha figura muestra que a medida que la carga axial se incrementa y/o la longitud del pilote aumenta, la frecuencia de resonancia disminuye.

Menciona que la contribución de un pilote a la rigidez contra la torsión - de una zapata, esta dada por:

$$K_t = K_h d L^2 (EF)_m (EF)_f$$

d = diametro del pilote

K_h = módulo de reacción del suelo

L = longitud del pilote

r = radio de la zapata

$(EF)_m$ = factor de eficiencia para un pilote rígido que -- considera el efecto del movimiento del suelo.

$(EF)_f$ = factor de eficiencia que considera la flexibilidad del pilote.

b) Novak y Beredugo (ref. 42,44 y 45) ofrecen mejores resultados, más realistas y por tanto más confiables. La siguiente tabla señala los valores correspondientes a los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los distintos modos de vibración.

TABLA 7

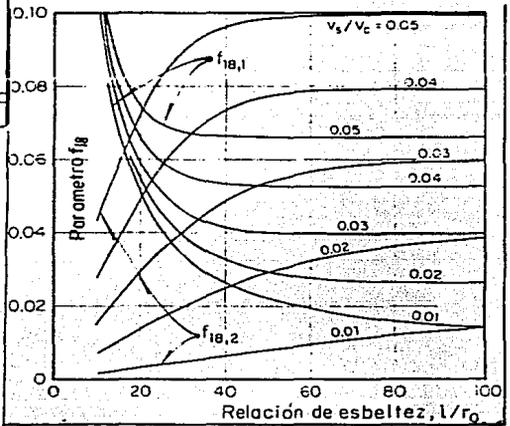
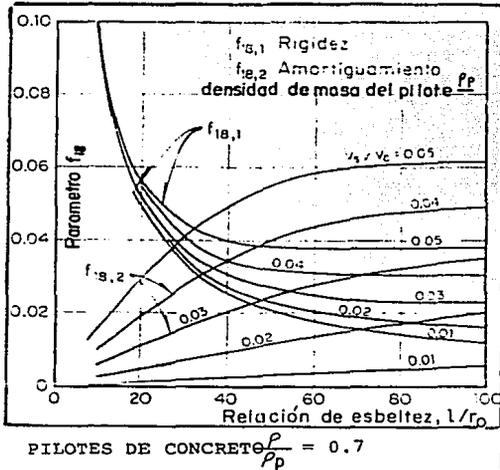
COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO EN LA TEORIA DE NOVAK		
MODO	k	c
Vertical	$\frac{E_p A}{r_o} f_{18.1}$	$\frac{E_p A}{V_s} f_{18.2}$
Horizontal	$\frac{E_p I}{r_o^3} f_{11.1}$	$\frac{E_p I}{r_o^2 V_s} f_{11.2}$
Cabeceo	$\frac{E_p I}{r_o} f_{7.1}$	$\frac{E_p I}{V_s} f_{7.2}$
Acopladas (horizontal y de cabeceo)	$\frac{E_p I}{r_o^2} f_{9.1}$	$\frac{E_p I}{r_o V_s} f_{9.2}$

A area de la sección transversal del pilote
I momento de inercia de la sección transversal
 V_s velocidad de ondas cortantes en el suelo
 E_p módulo de Young del pilote
 r_o radio del pilote

Las funciones $f_{11.1}$, $f_{11.2}$, etc. dependen de las características del suelo y del pilote y se obtienen a través de la siguiente tabla y la figura que se muestra.

TABLA 8

PARAMETROS DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO f_7 , f_9 y f_{11} PARA PILOTES DE MADERA Y CONCRETO CON $1/r_0 = 5$								
v	$\frac{\rho}{\rho_p}$	$\frac{v_s}{v_c}$	PARAMETROS DE RIGIDEZ			PARAMETROS DE AMORTIGUAMIENTO		
			$f_{7.1}$	$f_{9.1}$	$f_{11.1}$	$f_{7.2}$	$f_{9.2}$	$f_{11.2}$
0.4	0.7 (Concreto)	0.01	0.202	-0.0194	0.0036	0.139	-0.0280	0.0084
		0.02	0.295	-0.0399	0.0100	0.200	-0.0566	0.0238
		0.03	0.349	-0.0582	0.0185	0.243	-0.0848	0.0438
		0.04	0.403	-0.0776	0.0284	0.281	-0.1130	0.0674
		0.05	0.450	-0.0970	0.0397	0.314	-0.1410	0.0942
0.4	2.0 (Madera)	0.01	0.265	-0.0336	0.0082	0.176	-0.0466	0.0183
		0.02	0.374	-0.0673	0.0231	0.249	-0.0932	0.0516
		0.03	0.459	-0.1010	0.0425	0.305	-0.1400	0.0949
		0.04	0.529	-0.1350	0.0654	0.352	-0.1860	0.1460
		0.05	0.592	-0.1680	0.0914	0.394	-0.2330	0.2040
0.25	0.7 (Concreto)	0.01	0.195	-0.0181	0.0032	0.135	-0.0262	0.0076
		0.02	0.275	-0.0362	0.0090	0.192	-0.0529	0.0215
		0.03	0.337	-0.0543	0.0166	0.235	-0.0793	0.0395
		0.04	0.389	-0.0724	0.0256	0.272	-0.1057	0.0608
		0.05	0.435	-0.0905	0.0358	0.304	-0.1321	0.0850
0.25	2.0 (Madera)	0.01	0.256	-0.0315	0.0074	0.169	-0.0434	0.0165
		0.02	0.362	-0.0630	0.0209	0.240	-0.0868	0.0465
		0.03	0.444	-0.0945	0.0385	0.293	-0.1301	0.0854
		0.04	0.512	-0.1260	0.0593	0.339	-0.1735	0.1315
		0.05	0.573	-0.1575	0.0828	0.379	-0.2168	0.1838



De acuerdo con los resultados teóricos de Novak (ref. 42), las cimentaciones piloteadas, en comparación con las cimentaciones por superficie, pueden tener mayores frecuencias naturales, menores amortiguamientos y mayores amplitudes en la resonancia. Novak establece que los pilotes pueden eliminar o reducir asentamientos permanentes, pero no pueden eliminar vibraciones.

Cuando la capacidad de carga del terreno no permita cimentaciones por superficie o cuando exista el peligro de densificación de sue los granulares por vibración o pérdida de resistencia por remoldeo en suelos cohesivos, es preciso recurrir a cimentaciones piloteadas.

Como en general se desconoce el comportamiento dinámico de cimenta ciones piloteadas, para el diseño definitivo de una cimentación de este tipo se parte de las siguientes hipótesis:

a) No se transmite ninguna carga por superficie, es - decir se supone que el bloque de cimentación está desligado del - suelo y soportado íntegramente por los pilotes.

b) Para efectos de cargas dinámicas longitudinales en los pilotes (esto es, para vibración vertical y/o vibración de cabeceo) se sustituye cada pilote por un pilote ideal que trabaja únicamente por punta apoyado a la profundidad L , esta profundidad - puede determinarse mediante una prueba de cargas repetidas usando la expresión de:

$$L_r = \text{profundidad} \quad L_r = \Delta E/k (1/\mu) \quad (II)$$

A = área de su sección

E = módulo de elasticidad del pilote

k = pendiente de la curva carga-deformación

μ = coeficiente de corrección

En la siguiente tabla podemos observar el Coeficiente de corrección (μ) en función del espaciamiento medido y del diámetro de los pilo tes.

TABLA 9

COEFICIENTE DE CORRECCION EN FUNCION DEL ESPACIAMIENTO MEDIO Y DEL DIAMETRO DE LOS PILOTES (Segun Barkan)	
Espaciamiento medio Diametro de pilotes	μ
6	1.00
6	0.65
4.5	0.64
3	0.41

Si no se dispone de los resultados de una prueba de carga, se puede sin gran error, tomar como longitud efectiva 2/3 de la longitud total de pilotes que trabajan por fricción ó la longitud de los pilotes si trabajan principalmente por punta.

c) Para cargas dinámicas transversales a los pilotes (esto es para vibración horizontal), estos se pueden suponer empotrados en ambos extremos con una longitud efectiva L_h . La longitud efectiva puede determinarse mediante una prueba de cargas repetidas horizontales sin permitir giro de la cabeza del pilote, a partir de la cabeza del pilote, partiendo de la siguiente expresión:

$$L_h = \sqrt[3]{\frac{12AEr^2}{k} \frac{I}{\mu}} \quad (12)$$

L_h = longitud efectiva

r = radio de giro de la sección transformada del pilote respecto a un eje centroidal perpendicular a la dirección del desplazamiento.

Si no se dispone de los resultados de una prueba de cargas repetidas se puede obtener una aproximación razonable usando para L_h el valor de L_r .

MODELO MATEMATICO

Para cimentaciones piloteadas no se requiere considerar masa virtual de suelo vibrando con la cimentación. Basta agregar a la masa de la cimentación, la masa de pilotes correspondiente a la mitad de su longitud efectiva para el tipo de excitación considerado como constante de amortiguamiento para cada modo de vibración se debe utilizar la misma para cimentaciones de superficie. La constante elástica del elemento flexible se determina a partir de la longitud efectiva y de las propiedades y distribución de los pilotes en la siguiente forma:

a) Vibración vertical $K_r = n(AE/L_v)\mu$

n = número de pilotes que soportan el bloque de cimentación

b) Vibración Horizontal $K_h = n(12)/(L_h/r)^2 (AE/L_h) (\mu)$

c) Vibración de cabeceo (alrededor del eje Y)

$$K_c = \sum_{i=1}^n (AE/L_r) (x_i^2) (\mu)$$

x_i = distancia del i -ésimo pilote al eje de cabeceo

IX DETERMINACION DEL MODULO G

La rigidez "K" influye directamente en la determinación de la frecuencia y la magnitud de los movimientos a frecuencias relativamente bajas.

Dos de las características del suelo que influyen directamente en el valor de "K" son ("G" y "v"):

a) valores de "v"

SUELO	v
ARENAS	0.35 - 0.40
ARCILLAS SATURADAS	0.50

b) valores de "G"

Las siguientes formulas son las que proporcionan un mejor resultado para valores pequeños de la relación de vacíos ($e \leq 20$) y es válida tanto para suelos cohesivos como no cohesivos.

$$G = 1200 \frac{(3-e)^2}{1+e} (\text{OCR})^a (\bar{\sigma}_0) \dots (\text{lb/pulg}^2) \quad (13)$$

$$\bar{\sigma}_0 = (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3) / 3$$

OCR = relación de preconsolidación ($\bar{\sigma}_{m\acute{o}x}$) / $\bar{\sigma}_0$

a = depende del índice de plasticidad

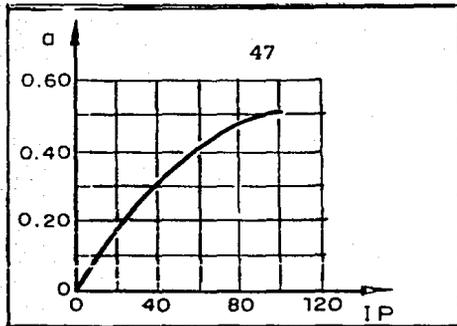


FIG .18

Parámetro a vs índice de plasticidad

X DETERMINACION DEL MODULO K

PRUEBA DE PLACA

La estimación de k mediante pruebas de placa, se hace aplicando - cargas repetidas, la magnitud de las cargas estáticas y dinámicas debe ser similar a la esperada.

Barkan (ref. 38) registró excelentes correlaciones entre los valores estimados de la frecuencia de resonancia (calculados con los resultados de placa) y los determinados experimentalmente para extrapolar las rigideces obtenidas usando las placas de areas pequeñas a las areas reales del prototipo, se pueden utilizar las recomendaciones de Terzaghi (ref.39) para cargas estáticas es decir:

$$\text{Suelo Cohesivo } K_{\text{prototipo}} = (K_{\text{pdiám}}) (C)$$

$$\text{Suelo no cohesivo } K_{\text{prototipo}} = (K_{\text{pdiám}}) (C+1/2)^2$$

$$C = \frac{\text{Tamaño menor de la cimentación}}{\text{Tamaño menor de la placa}}$$

PRUEBA A BASE DE UN VIBRADOR

La prueba consiste en colocar un pequeño vibrador sobre una placa de 12 a 30 pulgadas de diámetro. La frecuencia de excitación se varia hasta alcanzar la condición de resonancia y el valor de K se obtiene mediante:

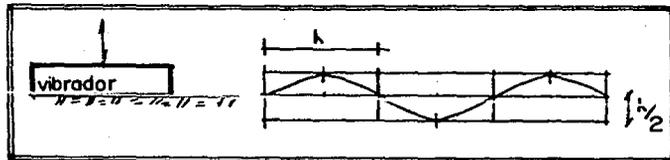


FIG.19

$$K = (fr2n)^2 M$$

M = masa del vibrador y placa + masa efectiva del suelo

G = módulo al cortante = ρC_s

ρ = densidad del suelo

f = frecuencia de excitación

h = longitud de onda

C_s = velocidad de ondas transversales = fk

Determinación del módulo al cortante mediante el uso de pequeñas vibraciones.

CORRELACION CON EL MODULO DE REACCION

Para análisis preliminares de diseño, pueden emplearse las correlaciones - que existen entre las constantes de resorte y el llamado módulo de reacción elástico, dichas correlaciones son:

$$\text{Movimiento Vertical } K_v = C_v A$$

$$\text{Movimiento Horizontal } K_h = C_h A$$

$$\text{Movimiento de Cabeceo } K_r = C_r I'$$

$$\text{Movimiento Torsionante } K = C I''$$

A = Area de contacto

I' = 2do. momento del área de contacto alrededor del eje horizontal que pasa por el centroide del área y es normal al plano de cabeceo.

I'' = 2do. momento del área de contacto alrededor del eje vertical que pasa por el centroide del area.

Los coeficientes C_v , C_h , C_r y C son los módulos de reacción que dependen - del tipo de suelo, así como el tamaño y geometría de la cimentación. Existen sin embargo, tablas que relacionan dichos coeficientes solo en función del tipo de suelo'

En la siguiente tabla lo podemos observar.

TABLA 10

VALORES DE DISEÑO RECOMENDADOS POR BARKAN PARA c_v *		
TIPO DE SUELO	CAPACIDAD DE CARGA ESTÁTICA PERMISIBLE, EN kg/cm^2	COEFICIENTE c_v EN kg/cm^3
SUELOS BLANDOS	< 1.5	< 3
SUELOS DE RESISTENCIA MEDIA	1.5 - 3.5	3 - 5
SUELOS RESISTENTES (ARCILLAS DURAS O ARENAS COMPACTAS)	3.5 - 5	5 - 10
ROCAS	> 5	> 10

* Los valores de c_h , c_r y c_ϕ se pueden estimar con las relaciones

$$\underline{c_h = c_v/2}; \quad \underline{c_r = 2c_v}; \quad \underline{c_\phi = \frac{3}{4} c_v}$$

XI DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA CIMENTACION

En la actualidad no existe un procedimiento riguroso para el diseño de un bloque masivo de concreto sujeto al estado de esfuerzos que se presenta en cimentaciones de maquinaria.

Una cimentación debe de ser revisada por:

- 1.- Revisar la cimentación por temperatura y reforzarla (XII art. 30, R.C.D.F.)
- 2.- Colocar parrilla de acero de refuerzo bajo las concentraciones de carga.
- 3.- Revisar el diseño por aplastamiento (Art. 227 A.C.D.F.)
- 4.- Revisar los pilotes, tomar en cuenta los efectos de fricción negativa que pudieran presentarse por los asentamientos de los contratos. (en general se debe diseñar estos pilotes como columnas cortas.

DISEÑO PRELIMINAR

El diseño de la cimentación de una maquina debe satisfacer los requisitos generales siguientes:

a) Los esfuerzos dinámicos inducidos en la cimentación por la operación de la máquina en combinación con los esfuerzos debidos a otras -- fuentes, no deben exceder los límites permisibles para el material que constituye la cimentación.

b) El suelo debe ser capaz de soportar las fuerzas periódicas que se transmiten a través de la superficie de contacto, o a través de pilotes en cimentaciones piloteadas, sin sufrir asentamientos importantes.

c) El movimiento de la cimentación y del terreno en que descansa para cualquier modo de vibración y cualquier combinación de cargas y velocidades de operación no debe ser objetable para la máquina misma ni para maquinas, conexiones o estructuras vecinas, ni para las personas que se encuentran en lugares inmediatos.

El cuerpo humano es sumamente sensible a movimientos vibratorios. Las amplitudes de vibración perceptibles por el hombre son solo una fracción de las amplitudes que interfieren con la operación de una máquina o que son objetables para las estructuras civiles. Por consiguiente, en este trabajo se considerara que las vibraciones que no sean perjudiciales a estructuras o a maquinaria en operación son tolerables para las personas, aun cuando rebasen los niveles de percepción humana.

Como consecuencia de los estudios de campo y laboratorio efectuados y para satisfacer los requisitos, se propone un método de solución consistente en el análisis dinámico de un modelo matemático que se describe en detalle en

la sección.

Este modelo se basa en la consideración del suelo como un medio elástico, - homogéneo, isótropo y seminfinito, pero incluye las ventajas inherentes a la idealización del suelo como una cama de resortes lineales sin masa.

El modelo propuesto, para representar el comportamiento dinámico de cimentaciones de maquinaria existente, se pudo comprobar en la interpretación de las vibraciones registradas en pruebas de campo.

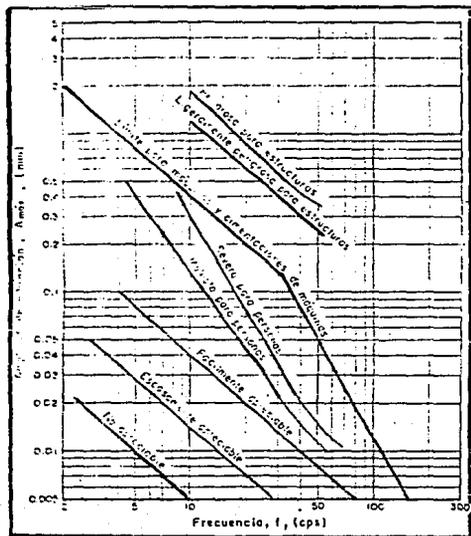


FIG. 20
AMPLITUD PERMISIBLE DE VIBRACION
VERTICAL EN FUNCION DE LA FRECUEN

CIA.

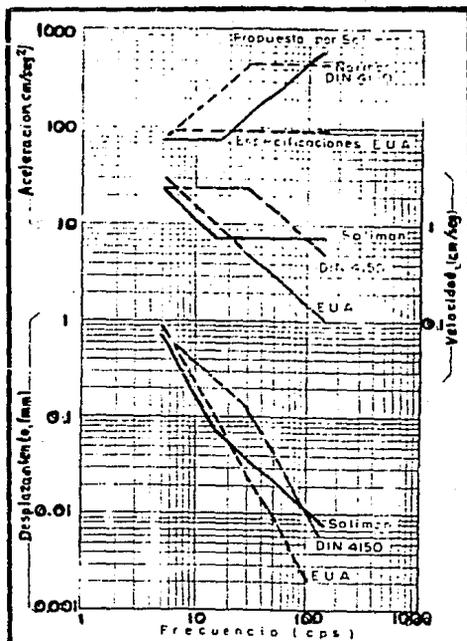


FIG. 21

AMPLITUDES PERMISIBLES DE ACELERA
CION, VELOCIDAD Y DESPLAZAMIENTO
VERTICAL EN FUNCION DE LA FRECUEN
CIA.

En la fig. 20 se establecen los límites de amplitud de desplazamiento vertical admisible, en función de la frecuencia.

En la fig. 21 se presentan datos semejantes para las amplitudes de aceleración y de velocidad y se establece una comparación entre normas de diferentes países.

Para poder aplicar el modelo matemático al diseño de una cimentación sujeta a sollicitaciones dinámicas es preciso partir de un diseño preliminar. Para el diseño preliminar puede procederse por tanteos, o pueden utilizarse las recomendaciones del fabricante de la máquina, pero en cualquier caso deben satisfacerse los requisitos básicos de la estática relativos a momentos de volteo y los requisitos de la mecánica de suelos referentes a la capacidad de carga en condiciones estáticas y a los asentamientos producidos por cargas estáticas. A menos que se tomen medidas especiales para aumentar la capacidad, se debe evitar cimentar maquinaria en suelos granulares cuya compacidad relativa sea inferior a 90%.

En general, la cimentación de máquinas reciprocantes y máquinas rotatorias de baja velocidad consiste en un bloque masivo de concreto que para el estudio de vibraciones puede considerarse infinitamente rígido. Para evitar asentamientos diferenciales y vibración torsional de la cimentación hay que procurar que el centro de gravedad común de la máquina y el bloque de cimentación se encuentre en la vertical del centroide del área de contacto entre el bloque de cimentación y el suelo.

El principal requisito que debe satisfacer el diseño preliminar es

que la frecuencia natural de vibración vertical del sistema máquina-cimentación-suelo no coincida con la frecuencia de operación de la máquina.

En máquinas de baja velocidad (compresoras, generadores, diesel, etc), se recomienda que la frecuencia natural del sistema máquina-cimentación-suelo exceda de una a dos veces la velocidad de operación. La frecuencia natural de vibración vertical del sistema puede determinarse utilizando los datos de la siguiente figura.

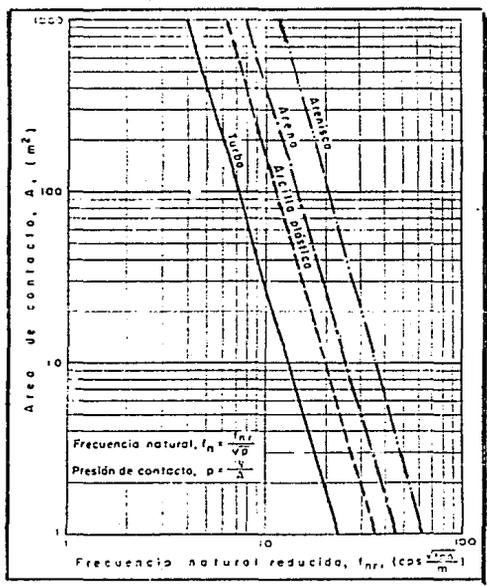


FIG.22

FRECUENCIA NATURAL REDUCIDA f_{nr} , EN FUNCION DEL AREA DE CONTACTO DE LA CIMENTACION

En esta figura la frecuencia natural reducida del sistema f_{nr} , se determina en función del area de contacto de la cimentación para diferentes tipos de suelo. De la frecuencia natural de vibración mediante la ecuación:

$$f_n = f_{nr} / P \quad P = W / A$$

W = Peso máquina y cimentación (ton) A = Area de contacto (m^2)

Como no existen gráficas semejantes para las frecuencias naturales correspondientes a otros modos de vibración, en particular para Vibración de Cabeceo, se recomienda unicamente minimizar el momento de inercia de masas del bloque de cimentación respecto a los ejes de simetria del área de desplante. La frecuencia natural de vibración vertical de una cimentación apoyada en pilotes puede estimarse a partir de los datos de la sig. figura.

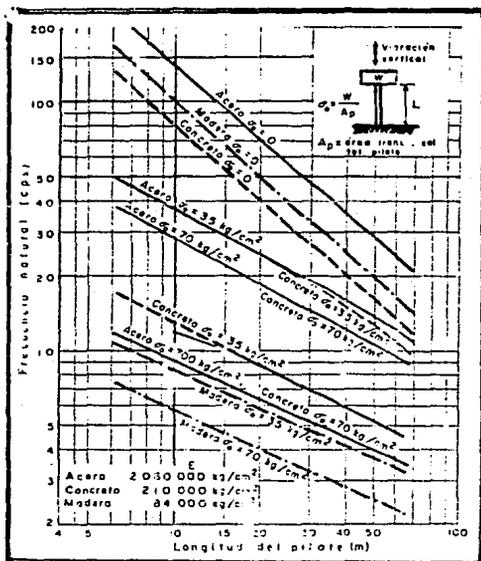


FIG. 23

Frecuencia natural de vibración vertical en pilotes trabajando por punto sujeto a una carga estática W.

DESCRIPCION Y JUSTIFICACION DEL MODELO MATEMATICO

El modelo matemático que se propone para analizar el comportamiento dinámico del conjunto máquina-cimentación-suelo, es un sistema de un grado de libertad amortiguado linealmente.

Consiste en una masa rígida constituida por el conjunto máquina-cimentación y un prisma virtual del suelo, cuya base es idéntica a la de la cimentación pero cuya altura depende del grado de libertad considerado. La masa rígida está soportada por un elemento flexible, linealmente elástico, sin peso. La forma y colocación del elemento flexible se muestra en las sig. figuras para cada modo de vibración considerado.

Aunque el bloque rígido admite seis modos de vibración independientes, en esta figura se consideran únicamente tres:

Vibración Vertical

Vibración Horizontal

Vibración de Cabeceo

La vibración de cabeceo es respecto a un eje centroidal principal del área de contacto del bloque. Como constante elástica del elemento flexible se utiliza la que suministra la teoría de la elasticidad, al considerar para cada grado de libertad la acción estática de la sollicitación aplicada al bloque rígido desplazado en la superficie del semiespacio elástico que representa al suelo. De esta manera se asegura que la solución es correcta cuando la frecuencia de excitación tiende a cero.

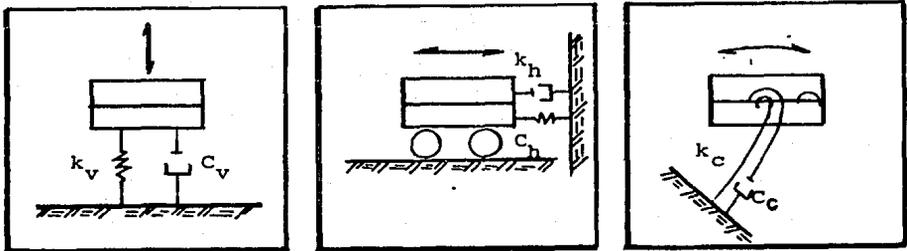


FIG. 24

VIBRACION VERTICAL

VIBRACION HORIZONTAL

VIBRACION DE CABECEO

En la siguiente tabla se presentan los valores de la constante elástica - del elemento flexible del modelo matemático correspondiente a cada modo de vibración. La constante elástica se representa con la letra K y el subíndice v, h, ó c, según se trate.

TABLA II

CONSTANTES ELASTICAS PARA BASES RECTANGULARES	
Modo de vibración	Constante elástica*
Vertical	$K_v = \frac{E}{1-\nu^2} k_r \sqrt{A^3}$
Horizontal	$K_h = \frac{E}{1-\nu^2} k_h \sqrt{A^3}$
Cabeceo	$K_c = \frac{E}{1-\nu^2} k_c \frac{I_0}{\sqrt{A}}$

k_v = cte. elástica vibración vertical

k_h = cte. elástica vibración horizontal

k_c = cte. elástica vibración cabeceo

En la siguiente tabla se presentan los valores de k_v

TABLA. 12

VALORES DEL COEFICIENTE k_v	
Relación largo/ancho	k_v
1.0	1.08
2.0	1.10
3.0	1.15
5.0	1.24
10.0	1.41

En la siguiente tabla se presentan los valores de k_h

TABLA. 13

VALORES DEL COEFICIENTE k_h							
Desplazamiento horizontal en dirección paralela al lado a							
	Relación a/b						
	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10.0
0.1	1.040	1.000	1.010	1.020	1.050	1.150	1.250
0.2	0.990	0.938	0.942	0.945	0.975	1.050	1.160
0.3	0.926	0.868	0.864	0.870	0.906	0.950	1.040
0.4	0.844	0.792	0.770	0.784	0.806	0.850	0.940
0.5	0.770	0.704	0.692	0.686	0.700	0.732	0.940

En la siguiente tabla se presentan los valores de k_c

TABLA. 14

VALORES DEL COEFICIENTE k_c	
Cabeceo respecto al eje paralelo al lado largo	
Relación largo/ancho	k_c
1.0	1.984
1.5	2.254
2.0	2.510
3.0	2.955
5.0	3.700
10.0	4.981

La altura del prisma virtual de suelo y la constante de amortiguamiento - para cada grado de libertad se presentan en la siguiente tabla; (ρ) denota la densidad de masa del suelo

TABLA. 15

PARAMETROS DEL MODELO		
Modo de vibración	Altura del prisma virtual del suelo	constante de amortiguamiento lineal
Vertical	$h_v = 0.26 \sqrt{A}$	$C_v = 6.7 \sqrt{K_v \rho h_v^3}$
Horizontal	$h_h = 0.05 \sqrt{A}$	$C_h = 41.1 \sqrt{K_h \rho h_h^3}$
Cabeceo	$h_c = 0.35 \sqrt{A}$	$C_c = 0.97 \sqrt{K_c \rho h^5}$

Los valores de los parámetros del modelo son tentativos. Se obtuvieron igualando la frecuencia y amplitud de resonancia del mismo con las correspondientes a un bloque rígido desplantado en un semiespacio elástico. Como no existe solución cerrada para el caso de un bloque de base rectangular, se utilizaron los resultados obtenidos mediante la discretización mencionados.

A partir de ellos se elaboraron los modelos matemáticos correspondientes a vibración vertical y a vibración de cabeceo de bases rectangulares.

Los estudios con modelos físicos que actualmente se efectúan en el Instituto de Ingeniería, pueden conducir a valores mejorados de estos parámetros.

RESPUESTA DEL MODELO A PERTURBACIONES EXTERNAS

No se pretende establecer la solución a las ecuaciones de movimiento de sistemas de un grado de libertad sometidos a excitaciones periódicas. Se presentan únicamente los resultados principales.

El sistema constituido por la máquina y el bloque de cimentación está sujeto esencialmente a las sollicitaciones que se muestran en la sig. figura.

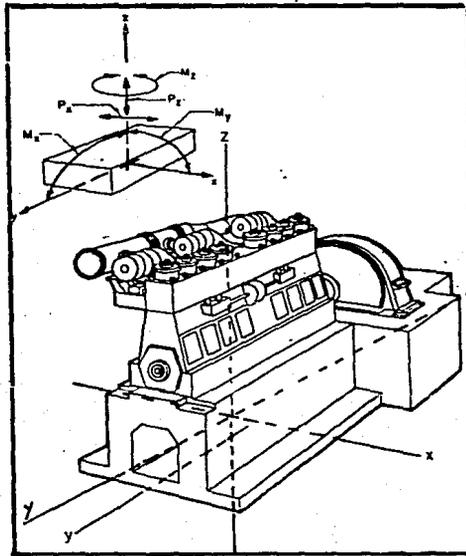


FIG. 25

- Una fuerza vertical P_z que pasa por el centro del área de contacto con el suelo.
- Una fuerza horizontal P_x perpendicular a la flecha de la máquina.

c) Un par M_x , contenido en el plano vertical que contiene la flecha de la máquina.

d) Un par M_y , en un plano vertical perpendicular a la flecha de la máquina.

e) Un par M_z en el plano horizontal.

Se ha observado que en las máquinas reciprocantes de baja velocidad el par M_z , M_x , son despreciables, por lo que en el análisis de la respuesta de una cimentación para este tipo de máquinas basta considerar independientemente los grados de libertad siguientes:

a) Vibración vertical

b) Vibración horizontal acoplada con cabeceo alrededor del eje centroidal principal ($y - y$) del área de contacto base.

En la mayoría de los problemas de interés práctico solamente las fuerzas y pares primarios cuya frecuencia corresponde a la velocidad de operación de la máquina son suficientemente importantes para justificar su empleo en el análisis de la respuesta de una cimentación. Sin embargo se recomienda revisar también los efectos de los pares y fuerzas secundarias, cuya frecuencia es el doble de la de operación.

RESPUESTA DEL MODELO A PERTURBACIONES INDEPENDIENTES

La amplitud de vibración vertical que se produce en el modelo por la aplicación de una carga vertical periódica: $Pz \text{ sen } \omega t$ esta dada por la ecuación:

$$\omega_v = \sqrt{\frac{k_v}{M_v + M}} \quad (14)$$

$$\xi_v = \frac{C_v}{2 \sqrt{k_v (M_v + M)}} \quad (15)$$

$$A_z = \frac{P_z}{k_v \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_v^2}\right]^2 + \left[2 \xi_v \frac{\omega}{\omega_v}\right]^2}} \quad (16)$$

En estas expresiones M_v denota la masa del prisma de suelo que se considera vibra verticalmente junto con la cimentación. Su valor resulta de multiplicar el area de contacto por la altura h_v y por la densidad de masa del suelo en cuestión.

Cuando en el modelo actúa únicamente un par periódico $M_y \text{ sen } \omega t$ contenido en el plano vertical xz , la amplitud del desplazamiento angular producido - esta dado por:

$$c = \sqrt{\frac{k_c}{I_c + I}} \quad (17)$$

$$\xi = \frac{C_c}{2 \sqrt{k_c (I_c + I)}} \quad (18)$$

$$A_\phi = \frac{M_y}{k_c \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{c^2}\right]^2 + \left[2 \xi c \frac{\omega}{c}\right]^2}} \quad (19)$$

I = momento de inercia de masa de la cimentación y la máquina respecto al eje de cabeceo ($y-y$)

I_c = momento de inercia de masa del prisma virtual de suelo correspondiente a este modo de vibración respecto al mismo eje. El momento de inercia

de masa de este prisma es $1/12$ del producto de la masa del mismo por la suma $4h^2c$ más el cuadrado de la dimensión de la base, perpendicular al eje de cabeceo.

La amplitud de vibración horizontal, A_x , debida a una fuerza periódica $P_x \text{ sen } \omega t$ se determina mediante las sig. ecuaciones.

$$\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{Mh+M}} \quad (20)$$

$$\xi_h = \frac{c_h}{2 \sqrt{k_h (Mh+M)}} \quad (21)$$

$$A_x = \frac{P_x}{k_h \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_h^2}\right]^2 + \left[2 \xi_h \frac{\omega}{\omega_h}\right]^2}} \quad (22)$$

Las amplitudes de los desplazamientos vertical y horizontal en una esquina del bloque de cimentación debidos al cabeceo están dados por:

$$A_v \phi = 1/2 (c) (A \phi) \quad (23) \quad A_h \phi = h (A \phi) \quad (24)$$

c = dimensión de la base, perpendicular al eje de cabeceo.

h = altura del bloque

AMPLITUDES DE VIBRACION RESULTANTE

Las amplitudes de desplazamiento vertical y horizontal de una arista de la cara superior del bloque de cimentación paralela al eje de cabeceo, se pueden obtener con bastante aproximación mediante el siguiente procedimiento:

a) Desplazamiento Vertical

Calcularse independientemente las amplitudes de desplazamiento vertical dadas por las ecuaciones:

$$A_z = \frac{P_z}{kv \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_v^2}\right]^2 + \left[2 \xi_v \frac{\omega}{\omega_v}\right]^2}} \quad \dots \quad (25)$$

$$Av\phi = (1/2c) (A\phi) \quad \dots \quad (26)$$

La amplitud resultante estará dada por: $A_v = \sqrt{A_z^2 + A_v\phi^2} \quad \dots \quad (27)$

b) Desplazamiento Horizontal

$$A_x = \frac{P_x}{kh \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_h^2}\right]^2 + \left[2 \xi_h \frac{\omega}{\omega_h}\right]^2}} \quad \dots \quad (28)$$

$$Ah\phi = h (A\phi) \quad \dots \quad (29)$$

La amplitud resultante estará dada por: $A_h = \sqrt{A_x^2 + Ah\phi^2} \quad \dots \quad (30)$

En cualquier caso, ninguna de las frecuencias naturales calculadas mediante las siguientes ecuaciones deberá ser menor que una vez y media la frecuencia correspondiente a la velocidad de operación de la máquina.

$$\omega_v = \sqrt{\frac{kv}{Mv + M}} \quad \dots \quad (31)$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2\gamma} \left[\omega_c^2 + \omega_h^2 \pm \sqrt{(\omega_c^2 + \omega_h^2)^2 - 4\gamma(\omega_c^2 \omega_h^2)} \right] \quad \dots \quad (32)$$

FRECUENCIAS NATURALES DE VIBRACIONES ACOPLADAS HORIZONTALES Y DE CABECEO

Como se indico anteriormente en máquinas en operación de vibración horizontal se encuentra siempre acoplada con la vibración de cabeceo, puesto que la fuerza horizontal de desbalanceo no está aplicada al nivel de la superficie de contacto entre suelo y cimentación sino a la altura de la flecha de la máquina.

En esas condiciones la vibración acoplada tiene dos frecuencias naturales de vibración dadas aproximadamente por:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2\gamma} \left[\omega_c^2 + \frac{2}{h} + \sqrt{(\omega_c^2 + \omega_h^2)^2 - 4\gamma \omega_c^2 \omega_h^2} \right] \quad (33)$$

$$\gamma = \frac{\bar{I}_c + \bar{I}}{\bar{I}_c + I}$$

\bar{I}_c = momento de inercia de masa del prisma virtual del suelo

\bar{I} = momento de inercia del conjunto máquina-cimentación respecto al eje paralelo al de cabeceo que pasa por el centro de gravedad del sistema máquina-cimentación-suelo.

El cálculo de los desplazamientos angular y horizontal del bloque de cimentación en condiciones de acoplamiento es bastante complicado por lo que se recurre al procedimiento que se indica a continuación.

EJEMPLOS DE APLICACION.

EJEMPLO I

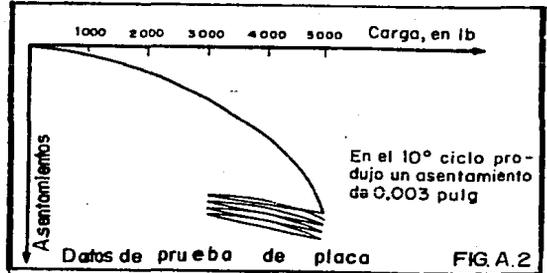
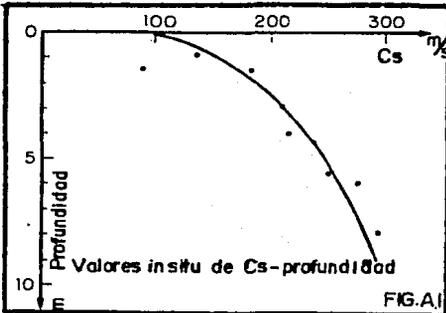
Determinar las dimensiones de la cimentación cuadrada de una máquina que pesa 2700 kg, sujeta a una fuerza dinámica de 680 kg que opera con una frecuencia de 10 c.p.s.

Los requisitos que debe cumplir la cimentación son:

- La máquina necesita quedar a 2 m sobre el N.T.N.
- La velocidad de las partículas debe ser menor de 0.075 cm/seg.

Datos del terreno de la cimentación:

- Suelo limoarcilloarenoso duro
- Peso volumétrico = 1920 kg/m^3
- Los valores de la velocidad de onda al cortante, medidos in situ estan dados por la sig. figura.
- Los resultados de una prueba de placa cuadrada, de 1'x1' estan dados por la sig. figura.



1.- Cálculo de G:

$$G = K_v(1-v)/2.16B = 8 \times 10^6(1-0.35)/2.16(1ft) = 2.41 \times 10^6 \text{ lb/ft}^2$$

$$G = 2.41 \times 10^6 \text{ lb/ft}^2 \times 0.4536/11b \times 1ft^2/0.0929m^2 = 1,175 \text{ kg/cm}^2 \dots (1)$$

$$v = 0.35 \text{ ver tabla 6 y fig. 15}$$

$$k_v = 2000 \text{ lb/.003in} = 1b/in \times 12in/1ft = 8 \times 10^6 \text{ lb/ft}$$

$$k_v = 8 \times 10^6 \text{ lb/ft} \times 0.4536 \text{ kg/11b} \times 1ft/0.3048 \text{ m} = 12 \times 10^6 \text{ kg/m}$$

2.- Comprobar el valor de (G) con las mediciones de (Cs) obtenidas in situ, para lo cual se determina el valor del esfuerzo a mitad del bulbo de presiones en la placa.

$$r = \sqrt{BL/\pi} = \sqrt{1ft \times 1ft/\pi} = 0.564 \text{ ft}$$

$$D = 1.128 \text{ ft}$$

Factor de esfuerzos correspondiente a una profundidad de 3/4 D

$$3/4 D = 0.85 \text{ ft}; (3/4 D)/2 = 0.42 \text{ ft}$$

Los esfuerzos verticales a la mitad del bulbo

$$\sigma_v = 0.42(4000 \text{ lb/ft}^2) + 0.85 \text{ ft} (120 \text{ lb/ft}^3) = 1782 \text{ lb/ft}^2$$

$$\sigma_v = 1782 \text{ lb/ft}^2 \times 0.4536 \text{ kg/11b} \times 1ft^2/0.0929m^2 = 0.8701 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{La profundidad equivalente} = (1.92 \text{ ton/m}^3) \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ ton}} \times \frac{1m^3}{1000 \text{ 000cm}^3} =$$

$$= 0.00192 \text{ kg/cm}^3 \quad 0.8701 \text{ kg/cm}^2 / (0.00192 \text{ kg/cm}^3) = 453.18 \text{ cm}$$

$$P_e = 4.53 \text{ cm}$$

De la fig. A1 se deduce que $C_s = 240$ m/seg

$$G = (\rho)(C_s)^2 = (1920 \text{ kg/m}^3)/(9.81 \text{ m/seg}^2) \times (240 \text{ m/seg})^2 =$$

$$G = 1.13 \times 10^7 \text{ kg/m}^2 = 1127.34 \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots (2)$$

De la ecuación (1) y (2) los valores son practicamente iguales, se usara el valor dado por esta última en el diseño preliminar.

3.- Diseño Preliminar

El valor de k para cimentaciones cuadradas está dado por:

(ver tabla 6)

$$k_v = G/(1-\nu) (2.16B) = \frac{1-13 \times 10^7}{1-0.35} (2.16B) = 3.75 \times 10^7 B \dots \dots \dots (3)$$

Si se supone que la frecuencia de operación es relativamente pe queña con respecto a la de resonancia, se puede aplicar la si - guiente ecuación.

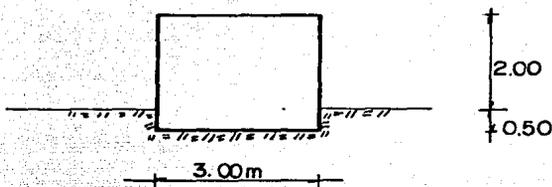
$$V_{\text{máx}} = \Omega X_0 = P_0/k \cdot \frac{1}{1 - (\Omega/\omega)^2} = \Omega (P_0/k)$$

$$k = (P_0 \Omega) / (V_{\text{máx}} / F.S.) = (680)(2\pi \times 10) / (0.075/2) \text{ kg/cm}$$

$$k = 1.14 \times 10^3 \text{ kg/cm} \dots \dots \dots (4)$$

Igualando (3) y (4)

$$B(m) = k_v / (3.75 \times 10^7) = 1.14 \times 10^3 / (3.75 \times 10^7) = 3.04 \text{ m}$$



Dimensiones preliminares del diseño de la cimentación

4.- Revisión del diseño preliminar

$$\text{Masa de la máquina } (M_m) = 2720/9.81 = 278 \text{ kg/m/seg}^2$$

$$\text{Masa de la cimentación } (M_c) = \frac{(\text{vol}) (\text{concreto})}{9.81} = \frac{(3 \times 3 \times 2.6) (2400)}{9.81}$$

$$(M_c) = 5730 \text{ kg/m/seg}^2$$

$$\text{Masa efectiva de suelo } (M_{ef}) = (0.27) (M_m + M_c) / B_v = \frac{0.27 (278 + 5730)}{1.027}$$

$$\text{Radio equivalente: } A = \pi R^2, R_e = \sqrt{A/\pi} = \sqrt{9/\pi} = 1.69\text{m}; R^3 = 4.85\text{m}^3$$

$$b = (M_{ef}) / (R^3) = (M_m + M_c) / (R^3) =$$

$$b = (5730 + 278) / (1920/9.81) (4.85) = 6.32$$

$$B_v = (1 - v/4) b = (1 - 0.35/4) 6.32 = 1.027$$

$$\text{Masa total} = M_m + M_c + M_{ef} = 278.00 + 5730.00 + 1579.51 = 7587.51 \text{ kg/m/seg}^2$$

Profundidad equivalente:

Los esfuerzos por peso propio al nivel del desplante

$$\sigma_v = (56160.00 + 2720.00) / (3 \times 3) = 6.54 \text{ ton/m}^2$$

Los esfuerzos totales a la mitad del tubo de presiones es:

$$\sigma_v \left[@3/4D \right] = 0.42 (6.54 \text{ ton/m}^2) + 3/4 (3.38 \text{ m}) (1.92 \text{ ton/m}^2) = 7.60 \text{ t/m}^2$$

$$P_{\text{equi}} = 7.60 \text{ ton/m}^2 / (1.92 \text{ ton/m}^3) = 3.96 \text{ m}$$

$$C_s = 230 \text{ m/seg} \quad (\text{ver fig. A.1.})$$

$$G = (\rho) (C_s)^2 = (1920/9.81) (230)^2 = 1.03 \times 10^7 \text{ kg/m}^2$$

$$k = G / (1 - \nu) (2.16B) = \frac{1.03 \times 10^7 \text{ kg/m}^2}{1 - 0.35} (2.16 \times 3 \text{ m}) = 1.03 \times 10^8 \text{ kg/m}$$

La frecuencia del sistema es:

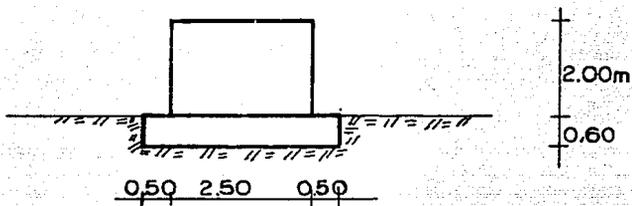
$$f_n = 1/2\pi \sqrt{k/M} = 1/2\pi \sqrt{1.03 \times 10^8 / 7587.51} = 18.54 \text{ c.p.s.}$$

Cálculo de la velocidad máxima:

$$V_{\text{máx}} = \Omega P_0 / k (1 / (1 - (\Omega/w)^2)) = \frac{(f_n \times 2\pi) (P_0)}{k} \frac{1}{1 - \frac{(f_n \times 2\pi)^2}{2f_n}} =$$

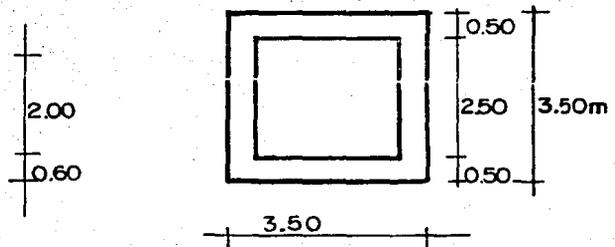
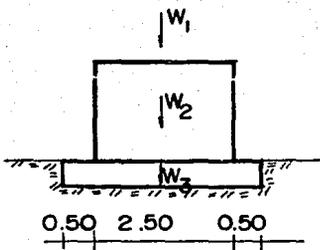
$$= \frac{(62.80) (680)}{1.03 \times 10^8} \times \frac{1}{1 - \frac{(18.54 \times 2\pi)^2}{2(18.54)}} =$$

$$V_{\text{máx}} = 0.000216 \text{ m/seg} = 0.0216 \text{ cm/seg} < 0.075$$



Dimensiones definitivas del diseño de la cimentación

5.- Diseño estructural de la cimentación



$$w_1 = 2.7 \text{ ton.}$$

$$w_2 = 30.00 \text{ ton}$$

$$w_3 = \frac{17.64 \text{ ton}}{t = 50.34 \text{ ton}}$$

$$f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$$

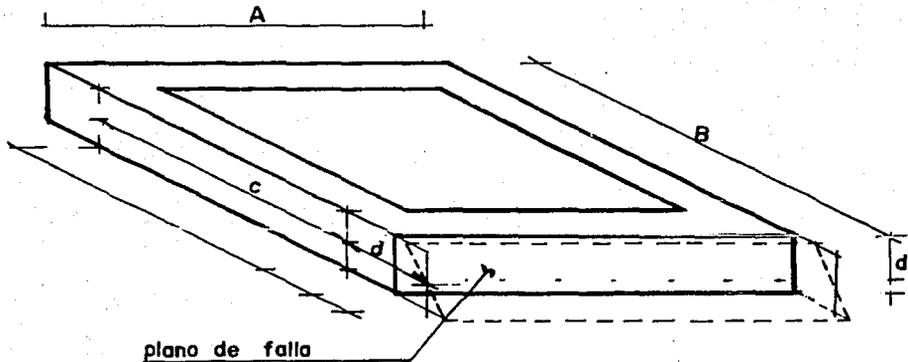
$$fc^* = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 204 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_m = 1920 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{fuerza dinámica} = 680 \text{ kg}$$

a) Carga Axial de Diseño:

$$i) P_u = F_c P = 1.4(50.34) = 70.48 \text{ ton}$$

ii) Se usará una zapata cuadrada de lado B;

El área necesaria es:

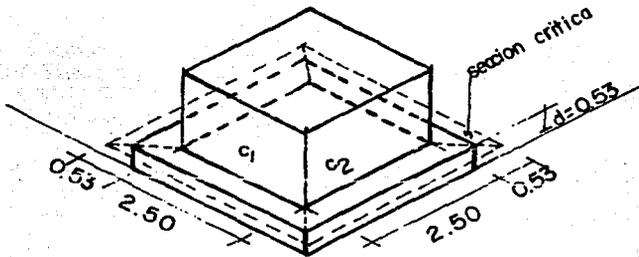
$$B^2 = P_u / P_B = (70.48 \text{ ton}) / (6.54 \text{ ton/m}^2) = 10.78 \text{ m}^2$$

$$B = 3.28 \approx 3.50 \text{ m}$$

iii) La presión de contacto para dimensionamiento de la zapata se calcula sin considerar el peso de la cimentación.

$$P_u = (2.7 \text{ ton})(1.4) / (3.50 \text{ m} \times 3.50 \text{ m}) = 0.309 \text{ ton/m}^2$$

b) Determinación del Peralte de la zapata por Resistencia a la Falla por Penetración.



i) La fuerza cortante que actúa en la sección crítica vale:

$$V_u = P_u [B^2 - (c+d)^2] = 0.309 [3.50^2 - (2.50+0.53)^2]$$

$$V_u = 0.95 \text{ ton}$$

ii) El área de la sección crítica vale:

$$S = 4d(c+d) = 4(0.53) [2.50+0.53] = 64,236 \text{ cm}^2$$

iii) El esfuerzo cortante último vale:

$$v_u = V_u/S = (0.95 \text{ ton}) / (64,236 \text{ cm}^2) = 0.015 \text{ kg/cm}^2$$

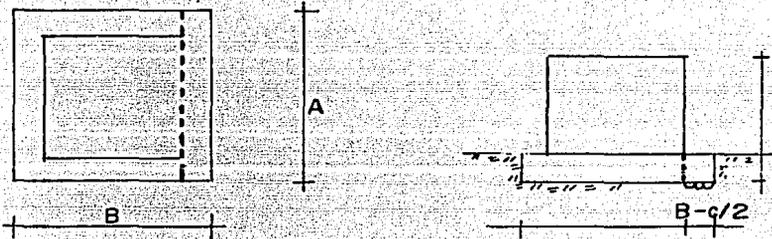
iv) El esfuerzo cortante resistente para la falla - por penetración según el reglamento del R.D.F.-76 vale:

$$V_R = FR \sqrt{fc^*} = 0.8 \sqrt{240} = 12.39 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_R > V_u$$

La sección resulta sobrada (se puede reducir el peralte)

v) Puede ignorarse la revisión de la falla por tensión diagonal de viga (ya que usualmente no rige en zapata cuadradas).

c) Refuerzo por Flexión

i) El momento en la sección crítica es:

$$Mu = PuxB/8 (B-c)^2 = 0.309 \times 3.50/8 (3.50-2.50)^2 =$$

$$Mu = 0.135 \text{ t-m}$$

ii) Para una sección sobreforzada puede calcularse el área de refuerzo con la fórmula aproximada:

$$As = Mu / (F_R \times 0.9 \times d \times f_y) = \frac{13,500}{0.9 \times 0.9 \times 53 \times 4200} = 0.075 \text{ cm}^2$$

$$As = 3 \text{ var } \#3 (3/8")$$

Si se refuerza con barras # 3, $Ab = 0.11 \text{ cm}^2$

$$S = BA_b / As = (350)(0.11) / (0.066) = 583.33 \text{ cm}$$

Se usaran # 3 @ 583 cm en ambas direcciones. Esto corresponde a una cuantía de esfuerzo de:

$$p = Ab / S_d = 0.11 / (583.33 \times 53) = 0.000003558$$

El refuerzo minimo por cambios volumetricos es:

$$0.002 > 0.000003558$$

El refuerzo minimo por flexión:

$$P_{min} = 0.7 \sqrt{f'c} / (f_y) = 0.7 / \sqrt{300} / (4200) = 0.0029 > 0.000003558$$

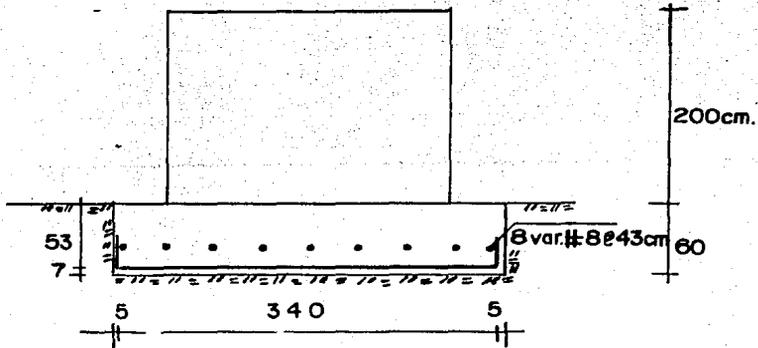
El refuerzo propuesto es menor que los minimos exigidos por el reglamento.

iii) El refuerzo minimo por cambios volumétricos es;

$$A_s = (P_b) (b) (d) = (0.002) (350) (53) = 37.10 \text{ cm}^2$$

∴ 8 var # 8(1") @ 43cm

$$S = \frac{B \times A_b}{A_s} = \frac{350 \times 5.06}{37.10} = 47.80 \text{ cm}$$



6.- Armado de la cimentación

$$i) A_s = (P_b) (b) (d) = 0.005 \times 350 \times 60 = \frac{105 \text{ cm}^2}{2 \text{ lechos}} = 53 \text{ cm}^2$$

$$11 \text{ var } \# 8(1") ; A_b = 5.07 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{B A_b}{A_s} = \frac{(340)(5.07)}{53} = 33 \text{ cm}$$

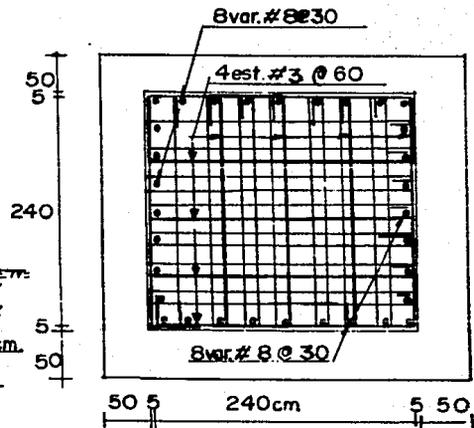
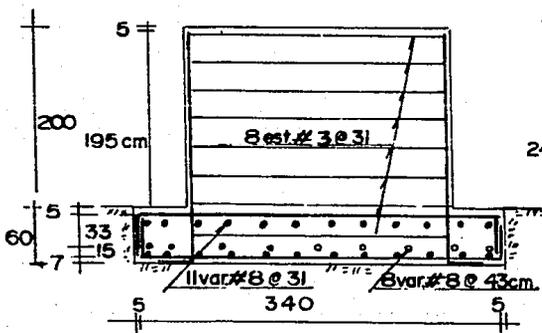
∴ 11 var. #8 @ 31cm.

$$ii) A_s = (P_b) (b) (d) = 0.005 \times 250 \times 200 = \frac{250 \text{ cm}^2}{2 \text{ lechos}} = 63 \text{ cm}^2$$

$$8 \text{ var } \# 8(1") ; A_b = 5.07 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{B A_b}{A_s} = \frac{(240)(5.07)}{63} = 20 \text{ cm}$$

∴ 8 var. #8 @ 31cm.



EJEMPLO 2

El suelo sobre el que se va a cimentar es una arcilla medianamente compacta. Sus características pertinentes determinadas mediante pruebas de rutina en el laboratorio y/o pruebas de carga y descarga en placas rígidas son:

$$\gamma_h = 1.5 \text{ ton/m}^3$$

$$\rho = 0.153 \text{ ton-seg}^2/\text{m}^4$$

$$q_u = 10.34 \text{ kg/cm}^2 = (103.40 \text{ t/m}^2)/3 = 34.47 \text{ t/m}^2$$

$$E = 1000 \text{ kg/cm}^2 = 10,000 \text{ t/m}^2$$

$$v = 0.45$$

Las características de la máquina según datos suministrados por el fabricante son:

Peso total	= 90 ton.
Masa Total	= 9.18 ton-seg ² /m
Peso de elementos giratorios	= 16 ton.
Masa de elementos giratorios	= 1.63 ton-seg ² /m
Velocidad de operación	= 300 r. pm = 5 cps
Altura de la flecha	= 1.20 m
Dimensiones en planta	= 7m x 2.50 m
Momento de Inercia de masa respecto al eje centroidal paralelo al eje de cabeceo	= 3t-m-seg ²
Altura del centro de masa	= 0.90 m

Fuerzas y pares teóricos de desbalanceo

	Componente Primario	Componente Secundario
Fuerza Horizontal	0.00 ton	0.00 ton
Par Horizontal	1.80 ton-m	3.74 ton-m
Fuerza Vertical	0.30 ton	0.00 ton
Par Vertical	3.60 ton-m	2.35 ton-m

Las características del bloque de cimentación pro-
puesto son:

Dimensiones	= 9mx3mx1m
Peso	= 65 ton
Masa	= 6.63 ton
Momento de inercia mínimo del área de la base	= 20.22 m ⁴
Momento de inercia de la masa respecto al eje de cabeceo	= 7.20 ton-m-seg ²

De acuerdo con los datos anteriores se tiene:

- i) Presión estática de contacto $P = w/A = 90+65/27 = 5.74t/m^2$
- ii) Presión dinámica de contacto afectando a la máquina por un factor de impacto de 1.5 = $90 \times 1.5 + 65 / (27) = 7.41 t/m^2$
 $7.41t/m^2 < q_u = 34.47 t/m^2$
- iii) Momento de inercia de masa de la máquina respecto al eje de cabeceo. $I = 36.10 t-m-seg^2$

I. Revisión del diseño preliminar

Presión dinámica de contacto admisible = $qu/F.S. = 103.40/3 = 34,5 \text{ t/m}^2$ (ver fig.22)

Superficie de contacto = $9 \times 3 = 27 \text{ m}^2$

$f_{nr} = f_{nr} / \sqrt{P} = 17 / \sqrt{5.74} = 7.09 \text{ cps} > 5 \text{ cps}$

El diseño preliminar es aceptable en lo referente a frecuencia de resonancia.

2.- Respuesta del sistema a perturbaciones Externas

a) Cte. elástica para bases rectangulares

$$k_v = \frac{E}{1-\nu^2} k_v \sqrt{A} = \frac{10,000}{1-(0.45)^2} (1.15) \sqrt{27} = 74,929.00 \text{ t/m}$$

$$k_h = \frac{E}{1-\nu^2} k_h \sqrt{A} = \frac{10,000}{1-(0.45)^2} (0.753) \sqrt{27} = 49,062.00 \text{ t/m}$$

$$k_c = \frac{E}{1-\nu^2} k_c \frac{I_o}{\sqrt{A}} = \frac{10,000}{1-\nu^2} (2.955) \frac{20.25}{\sqrt{27}} = 144,401.00 \text{ t/m}$$

b) La altura del prisma virtual de suelo de la máquina es:

$$h_v = 0.26 \sqrt{A} = 0.26 \sqrt{27} = 1.35$$

$$h_h = 0.05 \sqrt{A} = 0.05 \sqrt{27} = 0.26$$

$$h_c = 0.35 \sqrt{A} = 0.35 \sqrt{27} = 1.82$$

c) La constante de amortiguamiento lineal para cada modo de vibración de la máquina son:

$$C_v = 6.7 \sqrt{k_v \rho h_v^3} = 6.7 \sqrt{(74,929)(0.153)(1.35)^3} = 1125 \text{ t-seg}^2/\text{m}$$

$$C_h = 41.10 \sqrt{k_h \rho h_h^3} = 41.10 \sqrt{(49.062)(90.153)(0.26)^3} = 473.00 \text{ t-seg}^2/\text{m}$$

$$C_c = 0.97 \sqrt{k_c \rho h_c^5} = 0.97 \sqrt{(144,401)(0.153)(1.82)^5} = 645.00 \text{ t-seg}^2/\text{m}$$

d) De la altura del prisma virtual del suelo: para cada modo de vibración se obtienen los siguientes:

$$M_v = A(h_v)(\rho) = (27\text{m}^2)(1.35\text{m})(0.153\text{t-seg}^2/\text{m}^4) = 5.58 \text{ t-seg}^2/\text{m}$$

$$M_h = A(h_h)(\rho) = (27) (0.26\text{m})(0.153 \text{ t-seg}^2/\text{m}^4) = 1.07 \text{ t-seg}^2/\text{m}$$

$$I_c = \frac{1}{12} m (4h^2c + a^2) = \frac{1}{12} (4.29) (4(1.04)^2(3) + (3)^2) = 13.90 \text{ t-m-seg}^2$$

3.- Frecuencias naturales del modelo

$$w_v = \sqrt{\frac{k_v}{M_v + M}} = \sqrt{\frac{74.929}{5.58 + 17.44}} = 56.44 \text{ rad/seg} = 8.96 \text{ c.p.s.}$$

$$F_v = \frac{C_v}{2\sqrt{k_v(M_v+M)}} = \frac{1125}{2\sqrt{74.929(23.02)}} = 0.43$$

$$w_h = \sqrt{\frac{k_h}{M_h + M}} = \sqrt{\frac{49.062}{1.07+17.44}} = 51.48 \text{ rad/seg} = 8.17 \text{ c.p.s.}$$

$$F_h = \frac{C_h}{2\sqrt{k_h(M_h+M)}} = \frac{473.00}{2\sqrt{(49,062)(1.07+17.44)}} = 0.25$$

$$w_c = \sqrt{\frac{k_c}{I_c + 1}} = \sqrt{\frac{144,401}{13.90+36.10}} = 53.74 \text{ rad/seg} = 8.53 \text{ c.p.s.}$$

$$F_c = \frac{C_c}{2\sqrt{k_c(I_c+1)}} = \frac{645.00}{2\sqrt{144,401(13.90+36.10)}} = 0.12$$

Como el prisma virtual de suelo tiene diferente altura segun se trate de vibraciones horizontales o de cabeceo, se recomienda tomar una altura media = 1.04m la masa del prisma - será 4.29 ton-seg²/m.

Entonces la altura del centro de gravedad general - respecto a la superficie de contacto es:

$$\frac{(9.18 \times 1.90) + (6.63 \times 0.50) - (4.29 \times 0.52)}{9.18 + 6.63 + 4.29} = 0.92 \text{ m}$$

Los momentos de inercia de masa del prisma de suelo y del conjunto máquina-cimentación respecto al eje que pasa -- por el centro de gravedad general y es paralelo al eje de cabeceo son:

$$\bar{I}_c = 12.5 \text{ ton-m-seg}^2$$

$$\bar{I} = 12.2 + 6.7 = 18.70 \text{ ton-m-seg}^2$$

$$\gamma = \frac{\bar{I}_c + \bar{I}}{\bar{I}_c + 1} = \frac{12.50 + 18.70}{13.90 + 36.10 + 7.20} = 0.54$$

$$w_{1,2}^2 = \frac{I}{2\gamma} \left[w_c^2 + w_h^2 \pm \sqrt{(w_c^2 + w_h^2)^2 - 4\gamma w_c^2 w_h^2} \right]$$

$$w_{1,2}^2 = \frac{1}{2(0.54)} \left[(8.53^2 + 8.17^2 \pm \sqrt{(8.53^2 + 8.17^2)^2 - 4(0.54 \times 8.53^2 \times 8.17^2)} \right]$$

$$w_{1,2}^2 = 0.92 [139.51 \pm 2721.02]$$

$$w_1 = 51.30 \text{ rad/seg} = 8.15 \text{ c. p. s.}$$

$$w_2 = 48.73 \text{ rad/seg} = -7.74 \text{ c. p. s.}$$

El diseño preliminar resulto aceptable por lo que toca a resonancia en vibración vertical. Para vibraciones acopla

das horizontales y de cabeceo la frecuencia resonante minima es solo ligeramente mayor que la correspondiente a la velocidad de operación de la máquina.

En estas circunstancias convendría modificar de inmediato el diseño aumentando el área de contacto y reduciendo la altura del bloque de cimentación. Se calcularán las amplitudes de desplazamiento resultantes; si están dentro de los límites tolerables se podrá aceptar el diseño.

4.- Perturbaciones externas

$$e = 500/N^2 = 500/(300)^2 = 0.0055 \text{ m} = 5.5 \text{ mm}$$

$$P_x = 4.98 \text{ ton}$$

$$P_z = 13.98 \text{ ton}$$

$$M_y = 14.94 \text{ ton}$$

Los valores de las fuerzas y momentos de desbalanceo que resultan de multiplicar por diez los datos suministrados por el fabricante son:

$$P_x = 0 \text{ ton}$$

$$P_z = 3.00 \text{ ton}$$

$$M_y = 36.00 \text{ ton}$$

Las fuerzas y los pares de desbalanceo calculados por ambos métodos son del mismo orden de magnitud.

Las amplitudes de desplazamiento correspondientes a cada modo de vibración independientes son:

- Desplazamiento vertical

$$A_z = \frac{P_z}{k_v \sqrt{\left[1 - \frac{w^2}{w_v^2}\right]^2 + \left[2 \xi_v \frac{w}{w_v}\right]^2}} = \frac{13,98}{74,929 \sqrt{\left[1 - \frac{51,30^2}{56,44^2}\right]^2 + \left[2 \times 0,43 \frac{51,30}{56,44}\right]^2}}$$

$$A_z = 0,0002329 \quad 0,23 \text{ mm}$$

$$A_{v\phi} = (1/2 c) (a_\phi) = 4,50 (0,00102) = 4,59 \text{ mm}$$

$$A_v = \sqrt{A_z^2 + A_{v\phi}^2} = \sqrt{0,23^2 + 4,59^2} = 4,59 \text{ mm}$$

- Desplazamiento horizontal

$$A_x = \frac{P_x}{k_h \sqrt{\left[1 - \frac{w^2}{w_h^2}\right]^2 + \left[2 \xi_h \frac{w}{w_h}\right]^2}} = \frac{4,98}{49,062 \sqrt{\left[1 - \frac{51,30^2}{51,48^2}\right]^2 + \left[2 \times 0,25 \frac{51,30}{51,48}\right]^2}}$$

$$A_x = 0,0001439 \quad 0,14 \text{ mm}$$

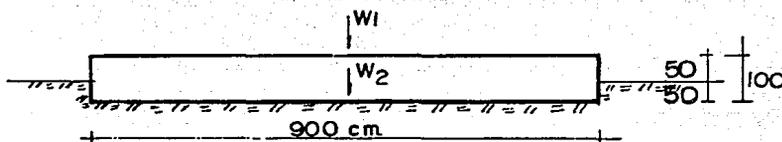
$$A_h = \sqrt{A_x^2 + A_{h\phi}^2} = \sqrt{0,14^2 + 1,02^2} = 1,03 \text{ mm}$$

- Desplazamiento angular

$$A_\phi = \frac{M_y}{k_c \sqrt{\left[1 - \frac{w^2}{w_c^2}\right]^2 + \left[2 \xi_c \frac{w}{w_c}\right]^2}} = \frac{36,00}{144,401 \sqrt{\left[1 - \frac{51,30^2}{53,74^2}\right]^2 + \left[2 \times 0,12 \frac{51,30}{53,74}\right]^2}}$$

$$A_\phi = 0,00102 = 1,02 \text{ mm}$$

5. - Diseño estructural de la cimentación



$$w_1 = 106 \text{ ton}$$

$$f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_m = 1.5 \text{ ton/m}^2$$

$$w_2 = 70 \text{ ton}$$

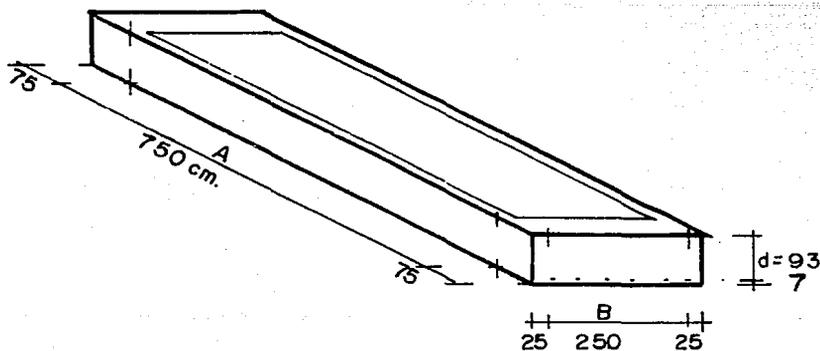
$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$q_u = 34.47 \text{ ton/m}^2$$

$$f^*c = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 204 \text{ kg/cm}^2$$

a) Dimensiones de la Zapata en Planta



i) Se requiere una estimación inicial del peso propio para lo cual se supondra una zapata de 9m x 3m x 1m

$$w_t = (9 \times 3 \times 1) (2.4 \text{ ton/m}^2) = 65 \text{ ton}$$

ii) La carga total sobre el terreno que debe emplearse para diseño incluirea un factor de carga de 1.4 (R.D.F.)

$$N_u = (P + w_t) F.C. = (106 + 70) (1.4) = 246.40 \text{ ton}$$

iii) La carga está aplicada con excentricidad en "x" y "y"

$$e_x = F_c M_x / (N_u) = 1.4 (5.54) / (246.40) = 3.10 \text{ cm}$$

$$e_y = F_c M_y / (N_u) = 1.4 (5.95) / (246.40) = 3.40 \text{ cm}$$

iv) La presión sobre el suelo bajo la hipótesis de una distribución uniforme se obtiene:

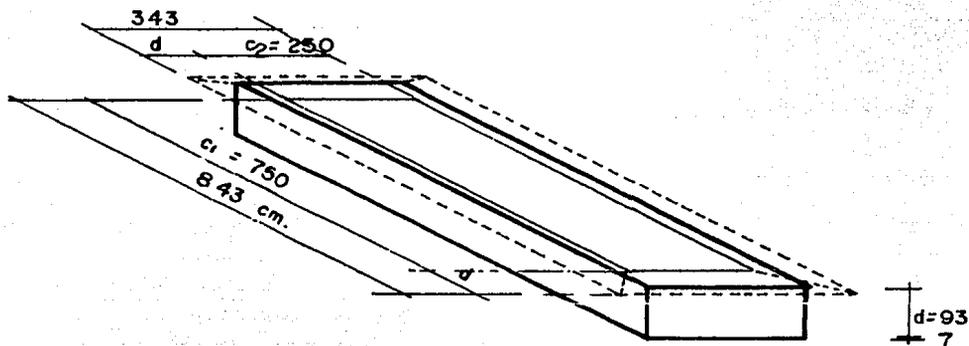
$$P_u = N_u / (A - 2e_x) (B - 2e_y) = 246.40 / (9 - 2 \times 0.31) (3 - 2 \times 0.34)$$

$$P_u = 12.76 \text{ ton/m}^2$$

v) Pueden considerarse aceptables las dimensiones ya que;

$$P_u = 12.76 \text{ t/m}^2 < q_u = 34.47 \text{ t/m}^2$$

b) Revisión del Peralte de la zapata por penetración



i) Para el dimensionamiento de la zapata debe descontarse de la reacción del suelo, la que se debe al peso propio de la zapata.

La reacción del suelo se calcula:

$$P_u = F_c P / (A - 2e_x) (B - 2e_y) = 1.4 \times 106 / (9 - 2 \times 0.031) (3 - 2 \times 0.034) =$$

$$P_u = 6.23 \text{ t/m}^2$$

ii) El peralte de la zapata sera: $d = h - r = 100 \text{ cm} - 7 \text{ cm} = 93 \text{ cm}$

iii) El area de la sección critica sera:

$$A_p = 2d(c_1 + d) + 2d(c_2 + d) = 2 \times 93(843) + 2 \times 93(343) = 220,596 \text{ cm}^2$$

iv) La fuerza cortante que actúa en la sección crítica se obtiene restando de la carga de la máquina la reacción en la parte de la zapata que se encuentra en la sección crítica.

$$V_u = F_{cP} - \text{Publ}_2 = 1.4(106) - 6.23(0.93 + 0.93)^2 = 126.85 \text{ ton}$$

v) La fuerza cortante produce un esfuerzo cortante promedio en la sección crítica de:

$$V_u = V_u / A_c = 126.85 \text{ kg} / \{220,596 \text{ cm}^2\} = 0.57 \text{ kg/cm}^2$$

vi) Adicionalmente deben considerarse los esfuerzos cortantes producidos en una cara de la sección crítica por el Momento Flexionante aplicada en la base de la máquina.

Se considera únicamente el efecto M_x ; ya que M_y es menor y excesivamente conservador superponer los efectos de los dos momentos.

vii) La fracción del Momento que produce esfuerzos cortantes está dada por:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67((c_1 + d)/(c_2 + d))^{1/2}} = \frac{1}{1.67(843/.343)^{1/2}}$$

$$\alpha = 0.62$$

$$\alpha M_{u_x} = 0.62 \times 1.4 \times 5.44 = 4.81 \text{ t-m}$$

viii) El esfuerzo cortante máximo que se produce por este momento flexionante vale:

$$\omega \text{ Mu CAB/Jc} = 4.81 \times 10^5 \frac{93}{3314 \times 10^6} = 0.013 \text{ kg/cm}^2$$

$$Jc = \frac{db_1^3}{6} + \frac{b_1 d^3}{6} + \frac{db_2 b_1^2}{2} = \frac{93(593)^3}{6} + \frac{593(93)^3}{6} + \frac{593(93)^2}{2}$$

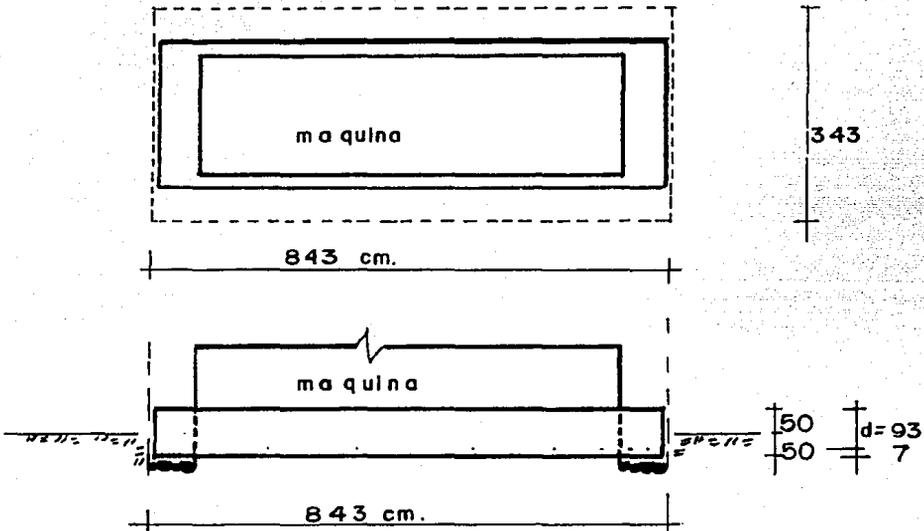
$$j_c = 3314 \times 10^6$$

$$v_u = 0.57 + 0.013 = 0.583 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_R = F_R / \sqrt{f_c} = 0.8 / \sqrt{240} = 12.39$$

$$v_R > v_u$$

c) Revisión del Peralte de la zapata por cortante de Viga



- i) El peralte de la zapata es: 93 cm
- ii) El area de la sección crítica resulta:

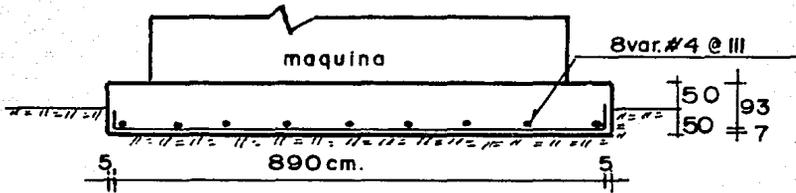
$$A_v = 2(93)(843) + 2(93)(343) = 220,596 \text{ cm}^2$$
- iii) $V_u = P_s [A_x B - ((c_1 + d)(c_2 + d))] =$

$$V_u = 6.23 \text{ t/m}^2 [9 \times 3.50 - (3.43 \times 8.43)] = 16.11 \text{ ton}$$
- iv) La fuerza cortante resistente se obtiene multiplicando el area de la sección crítica por el esfuerzo promedio resistente.

$$V_R = F_{R,V} A_v 0.5 \sqrt{f_c^*} = 0.8(220,596)(0.5)\sqrt{240} = 1367 \text{ ton}$$

$$V_R > V_u$$

d) Refuerzo por flexión



i) La dirección más desfavorable es la del momento mayor; debido a que la diferencia en las dos direcciones no es grande, se empleara el mismo refuerzo en ambas direcciones.

ii) La sección crítica se encuentra en el paño de la máquina; en ella el momento flexionante debido a la reacción del terreno resulta:

$$M_u = P_u(B-2e_x) \left(\frac{0.75}{2} \right)^2 = 6.23(9-2 \times 0.031) \left(\frac{0.75^2}{2} \right) = 15.71 \text{ t-m}$$

iii) El área de acero necesaria para resistir este momento se determina en forma aproximada como:

$$A_s = \frac{M_u}{(F_R J d f_y)} = \frac{15.71 \times 10^5}{(0.5 \times 0.9 \times 93 \times 4200)} = 8.94 \text{ cm}^2$$

∴ 8var #4 (1/2") @ III cm.

$$S = B_{ab}/A_s = 900 \times 1.27 / 8.94 = 127.52 \text{ cm} \times 128 \text{ cm}$$

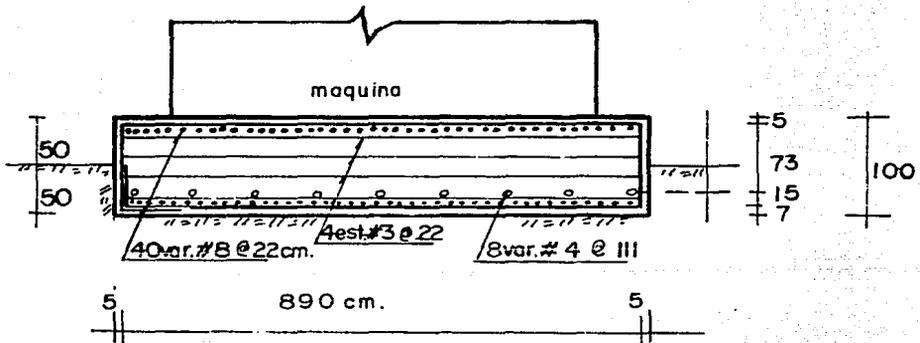
6.- Armado de la cimentación

$$i) A_s = (P_b) (b) (d) = (0.005) (900) (93) = \frac{418.50 \text{ cm}^2}{2 \text{ lechos}} = 209.25 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 40 \text{ var. \# 8 (1")}$$

$$S = \frac{(B) (A_b)}{A_s} = \frac{900 \times 5.06}{209.25} = 22 \text{ cm}$$

∴ 40 var. # 8 (1") @ 22 cm.

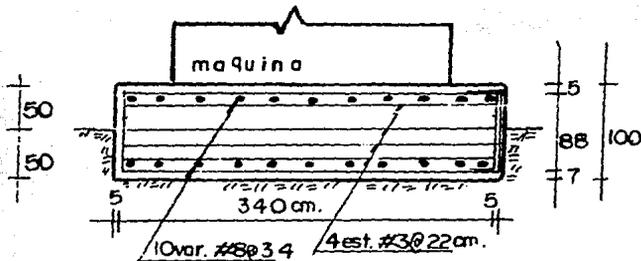


ii) $A_s = (pb)(b)(d) = 0.005 \times 340 \times 93 = 158.10 \text{ cm}^2 / 2 \text{ lechos} = 79.05 \text{ cm}^2$

$A_s = 10 \text{ var. } \# 8 (1'')$

$S = (B \times A_b) / A_s = 340 \times 5.06 / 79.06 = 22 \text{ cm.}$

$\therefore 10 \text{ var. } \# 8 (1'') @ 34 \text{ cm}$

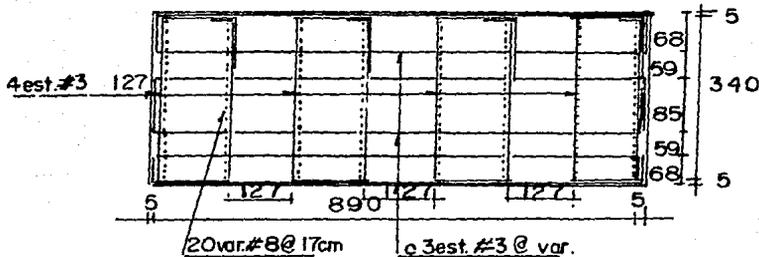


iii) $A_s = (pb)(b)(d) = 0.005 \times 900 \times 350 = 1575 \text{ cm}^2 / 7 \text{ lechos} = 225 \text{ cm}^2$

$A_s = 20 \text{ var. } \# 8 (1'')$

$S = (B \times A_b) / A_s = 340 \times 5.06 / 225 = 7.65 \text{ cm}$

$\therefore 20 \text{ var. } \# 8 (1'') @ 17 \text{ cm}$



C O N C L U S I O N E S

El diseño de cimentaciones para maquinaria es un problema muy complejo ya que intervienen una infinidad de parámetros los cuales no se pueden evaluar con precisión, debido a la falta de datos experimentales que permitan determinar la influencia que puedan tener otros factores en el comportamiento real -- de los sistemas.

En esta investigación para el diseño de cimentaciones -- de maquinaria se debe de crear un modelo el cual estará representado por una masa, uno ó varios resortes que simulen la rigidez del suelo y varios amortiguadores que representen la pérdida de energía que ocurre en el sistema máquina-cimentación-suelo.

En este estudio solo se analizaron las vibraciones forzadas que permanecen en el sistema mientras la fuerza actúa, por ser las más importantes.

En la evaluación del diseño de cimentaciones se debe -- de realizar un análisis dinámico: ya que este análisis ofrece una mayor seguridad debido a que abarca mejor el comportamiento real del sistema.

Se debe evitar cimentar maquinaria en suelos con baja capacidad de carga; ya que de no ser así las dimensiones de la cimentación aumentarían considerablemente y por lo tanto el valor de la cimentación sería muy costosa.

Para limitar asentamientos diferenciales causados por las vibraciones verticales, horizontales y de cabeceo de la cimentación hay que procurar que el centro de gravedad común de la máquina y el bloque de cimentación se encuentre en la vertical del centroide del área de contacto entre el bloque de cimentación y el suelo.

En el diseño de la cimentación los autores utilizan diferentes factores de seguridad: esto se debe a la complejidad y escasa información sobre el tema. Es importante hacer hincapié en que el peso de la cimentación es muy grande en comparación con el peso de la maquinaria; esto se debe a que la cimentación debe estar perfectamente bien nivelada y no sufrir desplazamientos -- exagerados para que durante su vida útil ofrezca mayor seguridad de operación.

B I B L I O G R A F I A

- 1.- JOSE NIETO Y DANIEL RESENDIZ
"CRITERIOS DE DISEÑO PARA CIMENTACIONES
DE MAQUINARIA"
- 2.- R. FLORES BERRONES
"PARAMETROS DE DISEÑO EN CIMENTACIONES-
DE MAQUINARIA"
- 3.- P. SRINIVASULU
"FOUNDATIONS FOR MISCELLANEDUS MACHINES"
- 4.- PEMEX.
"ANALISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES DE
MAQUINARIA"
- 5.- J. BTELAK
"INTERACCION DINAMICA ENTRE ESTRUCTURAS
MASTVAS Y SUBSUELO"

R E F E R E N C I A S

- REF. 1.- NIETO.J.A. Y RESENDIZ. D.
"INTERACCION DINAMICA ENTRE SUBSUELO Y ESTRUCTURA"
- REF. 2.- BARKAN, D.D.
"DYNAMICS OF BASES AND FOUNDATIONS"
MC. GRAW-HILL BOOK
- REF. 3.- NIETO J.A.
"ESTUDIOS ENCAMINADOS A ESTABLECER CRITERIOS DE
DISEÑO PARA CIMENTACIONES DE COMPRESORAS"
PEMEX.
- REF. 4.- BIGGS, J.M.
"INTRODUCTION TO STRUCTURAL DYNAMICS"
MC. GRAW-HILL BOOK
- REF. 5.- RICHART. F.E. Y WOODS, R.D.
"VIBRATIONS OF SOILS AND FOUNDATIONS"
PRENTICE HALL.
- REF. 6.- LYSMER. J.
"VERTICAL MOTION OF RIGID FOOTINGS"
UNIVERSITY OF MICHIGAN
- REF. 7.- LYSMER. J. Y KUHLEMEYER. R.L.
"FINITE DYNAMICS MODEL FOR INFINITE MEDIA"
ASCE.
- REF. 8.- KAUSEL. E.
"FORCED VIBRATIONS OF CIRCULAR FOUNDATIONS
ON LAVER MEDIA".
- REF. 9.- WHITMAN. R.V. Y RICHART
"DESIGN PROCEDORES FOR DYNAMICALLY LOADED FOUNDATIONS"
ASCE.
- REF. 10.- RICHART, F.E.
"FOUNDATIONS VIBRATIONS"
ASCE.
- REF. 11.- NOVAK. M.
"DYNAMIC STIFFNESS AND DAMPING OF PILES"
- REF. 12.- BEREDUGO. Y.O.
"COUPLED HORIZONTAL AND ROCKING-VIBRATIONS"
- REF. 13.- NOVAK. M.
"VERTICAL VIBRATIONS OF EMBEDDED FOOTINGS"
ASCE.
- REF. 14.- BARKAN. D.D.
"DYNAMICS OF BASES AND FOUNDATIONS"
MC. GRAW-HILL BOOK.

R E F E R E N C I A S

REF. 15.-

TERZAGHI, K.
"EVALUATION OF COEFFICIENTS OF SUBGRADE REACTION"
GEOTECHNIQUE.